

362

MATHEMATICS

கணிதம்

பயிற்சி நூல்

புதிய பாடத்திட்டம் 2016

தரம்
11

குறிப்புகள்

உதாரணங்கள்

பயிற்சிகள்

வினாத்தாள்கள்

விடைகள்

கலாநதி எஸ். திலீபன்

Class No:	50
Acc No	362

Arasady Public Library
Municipal Council
Batticaloa.

LENDING
ARASADY PUBLIC LIBRARY



MATHEMATICS

கணிதம்

பயிற்சி நூல்

புதிய பாடத்திட்டம்
2016 ஆம் ஆண்டு



- ◆ குறிப்புகள்
- ◆ பயிற்சிகள்
- ◆ பூரண விடைகள்
- ◆ உதாரணங்கள்
- ◆ மீட்டல் வினாத்தாள்கள்

ஆசிரியர்
கலாநதி எஸ். திலீபன்
M.Sc (Eng.)

முதற் பதிப்பு / First Edition

: வைகாசி 2018 / May 2018

தலைப்பு / Title : கணிதம் பயிற்சி நூல் தரம் - 11
Mathematics Grade 11

பக்கங்கள் / Pages : 316

ஆசிரியர்/Author : கலாநதி எஸ். திலீபன் / Dr. S.Thileephan
E-mail : thileephan@hotmail.co.uk
+44 7412268938

அச்சுப் பதிப்பும் வெளியீடும் : **Loyal Publication**
Printed & Published by

பதிப்புரிமை / Copyrights : ஆசிரியருக்கே / To the Author
ISBN 978-955-7705-05-7

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without prior permission of the Author.

விலை / Price : ரூ. 490.00

தொடர்பு / Contacts : **Loyal Publication**
125, New Moor Street,
Colombo 12.
Tel. 011 2433874 / 0777 556 277

முக்கவுரை

இலங்கையில் 2016 ஆம் ஆண்டு முதல் தரம் 11 இற்கு அமுல்படுத்தப்படும் புதிய பாடத்திட்டத்திற்கு அமைவாக இந்நூலை எழுதியுள்ளேன்.

உலகளாவிய ரீதியில் கணிதம் உயர்கல்வியைத் தீர்மானிக்கும் கட்டாய பாடமாக அமைவதால், அதன் சித்தி என்பது மாணவர்களின் எதிர்காலத்தைத் தீர்மானிக்கும் சக்தியாக அமைகிறது. ஆகவே அப்பாடத்தில் ஒவ்வொரு மாணவரும் திறமையாகச் சித்தியடைய வேண்டுமாயின் கூடியளவு பயிற்சிகளையும் தகுந்த மீட்டல்களையும் சரியான முறையில் சிறந்த வழிகாட்டலுடன் செய்வது அவசியம். ஆதலால் இந்நூலை எவ்வித அவசரமோ பதற்றமோ இன்றி இலங்கையின் புதிய பாடத்திட்டத்தை முழுமையாகத் தழுவி எழுதியுள்ளேன்.

இந்நூலில் ஒவ்வொரு அலகிற்கும் முக்கிய விளக்கக் குறிப்புகளும் உதாரணங்களும் பயிற்சிகளும் ஒவ்வொரு தவணைக்குமான மீட்டல் வினாத் தாள்களும் இறுதியாக முழுமையான விடைகளுடனும் வடிவமைத்துள்ளேன். மாணவர்கள் பயிற்சிகளை செய்த பின்னர் விடைகளை ஒப்பிட்டுச் சரி பார்க்க இது பெறுதலியாக இருக்கும்.

எனது முன்னைய வெளியீடுகளான கணிதம் 11, 10, 9, 8, 7, 6 ஆகிய நூல்களிற்குக் கடந்த 20 வருடங்களாக ஆசிரியர்களும் மாணவர்களும் வழங்கிய அமோக ஆதரவே இந்நூலை மேலும் மெருகுடன் எழுதத் தூண்டியது. இம்முறை இலங்கையின் புதிய பாடத்திட்டத்திற்கு அமைவாக எனது அனைத்து கணித நூல்களும் ஆங்கில மொழி மூலமும் வெளிவருகிறது. அத்துடன் பிரித்தானிய பாடத்திட்டத்திற்கு அமைவாக London O Level கணித நூல்களும் சர்வதேச ரீதியாக வெளிவருகிறது என்பதை மகிழ்ச்சியுடன் தெரிவித்துக் கொள்கிறேன்.

இந்நூல் மூலம் மாணவர்களும் ஆசிரியர்களும் மிகுந்த பயனடைவார்களென நம்புகிறேன். எனது நூல்களிற்கு ஆசிரியர்களும் மாணவர்களும் புத்தக நிறுவனத்தாரும் வழங்கிவரும் ஆதரவிற்கும், இந்நூலைத் திறம்பட வடிவமைப்பதில் என்னோடு உழைத்த அனைவரிற்கும் எனது மனமார்ந்த நன்றிகளைக் கூறக் கடமைப்பட்டுள்ளேன். உங்கள் விமர்சனங்கள் மூலம் எனது புத்தகங்கள் மேலும் மெருகேறும் என்பதில் ஐயமில்லை.

நன்றி.

ஆசிரியர்

கலாநிதி எஸ். திலீபன்.

E-mail : thileephan@hotmail.co.uk

யொருளடக்கம்

பாடங்கள்	பக்கங்கள்
1. மெய் எண்கள்	1
2. சுட்டிகளும் மடக்கைகளும் I	9
3. சுட்டிகளும் மடக்கைகளும் II	19
4. திண்மங்களின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு	27
5. திண்மங்களின் கனவளவு	35
6. ஈருறுப்புக் கோவைகள்	43
7. அட்சர கணிதப் பின்னங்கள்	49
8. சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடையே உள்ள தள உருவங்களின் பரப்பளவு	54
9. சதவீதம்	63
10. பங்குச் சந்தை	71
11. நடுப்புள்ளித் தேற்றம்	78
12. வரைபுகள்	83
13. சமன்பாடுகள்	96
14. இயல்பொத்த முக்கோணிகள்	105
15. தரவுகளை வகைக் குறித்தல்	113
16. பெருக்கல் விருத்தி	125
17. பைதகரசின் தேற்றம்	135
18. திரிகோண கணிதம்	142
19. தாயங்கள்	158
20. சமனிலிகள்	169
21. வட்ட நாற்பக்கங்கள்	174
22. தொடலிகள்	182
23. அமைப்புகள்	195
24. தொடைகள்	207
25. நிகழ்தகவு	217
❖ மீட்டல் வினாத்தாள் Practice Paper I (Term 1)	228
❖ மீட்டல் வினாத்தாள் Practice Paper II (Term 2)	232
❖ மாதிரி வினாத்தாள் Model Paper III (Term 3)	241
❖ விடைகள்	251
❖ Index / அட்டவணைகள்	311

அலகு 1

மெய் எண்கள்

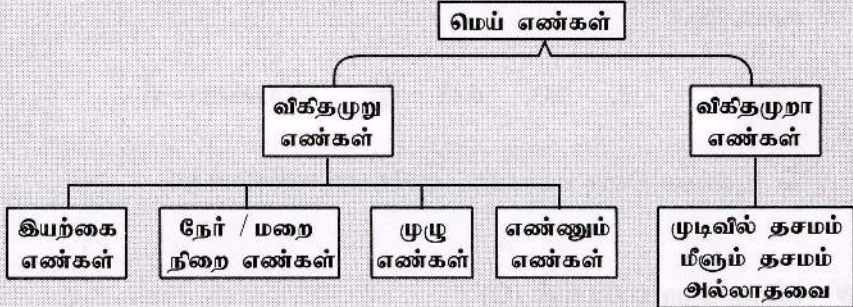
● எண் வகைகள்

தற்போது வழக்கத்திலுள்ள 1, 2, 3, 4, எனும் எண் முறை இந்தியாவிலே தோற்றம் பெற்று மத்திய கிழக்கு ஊடாக ஐரோப்பாவிற்கும் பரவியுள்ளது. பூச்சியம் (0), எண்களின் இடப் பெறுமானப் பயன்பாடும் இந்தியர்களினாலேயே அறிமுகப்படுத்தப்பட்டதாக நம்பப்படுகிறது.

- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ஆகிய பத்து இலக்கங்களை மாத்திரம் கொண்டு எந்தவொரு பெரிய எண்ணையும் எழுதலாம்.
- எண்ணடி பத்தாகும்.
- இவ் எண்களின் இலக்கங்களுக்கு இடைவிலை உண்டு.

● மெய் எண்கள் (R)

தசம எண்ணாக எழுதக்கூடிய எல்லா எண்களும் மெய் எண்கள் எனப்படும்.



● சீல மெய் எண்கள்

-9, -4, $-1\frac{1}{2}$, -1.2, 0, 5, $7\frac{1}{4}$, 8.7, $\frac{29}{3}$,
 $\sqrt{3} = 1.7320508$, $\pi = 3.1415926$, 1690.7362

● முன்பு நீங்கள் கற்ற சில எண் வகைகள்

☞ மெய் எண்கள்-3, -2½, -2, -1.4, 0, 1, 1¼, 2
☞ இயற்கை எண்கள்	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11.....
☞ எண்ணும் எண்கள்	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11.....
☞ நிறை எண்கள் -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4
☞ நேர் நிறை எண்கள்	1, 2, 3, 4, 5,
☞ மறை நிறை எண்கள் -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1
☞ முதன்மை எண்கள்	2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37
☞ முக்கோண எண்கள்	1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45
☞ சதுர எண்கள்	1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 100, 121

● விகிதமுறு எண்கள் (Q)

நிறை (முழு) எண்கள் இரண்டின் விகிதமாகவோ அல்லது பின்னமாகவோ எழுதக்கூடிய எண்கள் அதாவது முடிவுறும் தசமமாக அல்லது மீளும் தசமமாக எழுதக்கூடிய எண்கள் விகிதமுறு எண்கள் எனப்படும்.

$$-18, \quad 243, \quad 0.43 = \frac{43}{100}, \quad 0.454545 = \frac{5}{11}$$

☞ எல்லா நிறை எண்களும் விகிதமுறு எண்களாகும்.

● விகிதமுறா எண்கள் (Q)

நிறை (முழு) எண்கள் இரண்டின் விகிதமாகவோ அல்லது பின்னமாகவோ எழுத முடியாத அதாவது முடிவில் தசம எண்கள் விகிதமுறா எண்கள் எனப்படும்.

$$\begin{aligned} \pi &= 3.141592 & \sqrt{\text{முதன்மை எண்}} \\ \sqrt{2} &= 1.41421356 & \sqrt{11} = 3.316627 \end{aligned}$$

● சேடுகள் ($\sqrt{\quad}$)

செப்பமான பெறுமானத்தைக் காணமுடியாத மூல எண்கள் சேடுகள் எனப்படும்.

⊙ $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{11}, \sqrt{13}, \sqrt{19}$

⊙ $\sqrt{9} = 3$ இது நிறை எண் ஆகவே இது சேடு அல்ல.

⊙ சேடுகளைச் சுருக்குவதற்கான விதிகள்

\sqrt{ab}	$= \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
$\sqrt{\frac{a}{b}}$	$= \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
$a\sqrt{c} + b\sqrt{c}$	$= (a + b)\sqrt{c}$
$a\sqrt{c} - b\sqrt{c}$	$= (a - b)\sqrt{c}$

● ஒத்த சேடுகள்

பொது (ஒரே) விகிதமுறாக் கணியங்களைக் கொண்ட சேடுகள் ஒத்த சேடுகள் எனப்படும்.

$3\sqrt{2}, 7\sqrt{2}, 10\sqrt{2}, 12\sqrt{2}$ இவை அனைத்தும்

$\sqrt{2}$ உடன் சேர்ந்த எண்கள் ஆகவே இவை ஒத்த சேடுகளாகும்.

⊙ $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 7\sqrt{3} = 14\sqrt{3}$

● ஒவ்வாத சேடுகள்

பொது விகிதமுறாக் கணியங்களைக் கொண்டிராத சேடுகள் ஒவ்வாத சேடுகள் எனப்படும்.

$2\sqrt{3}, 4\sqrt{2}, 5\sqrt{5}, 7\sqrt{11}$ (இவை ஒவ்வாத சேடுகள்)

⊙ $2\sqrt{3} + 4\sqrt{2} =$ கூட்ட முடியாது

ஒவ்வாத சேடுகளுக்கு இடையே கூட்டல் அல்லது கழித்தல் செய்கைகளைச் செய்ய முடியாது.

● எவ்வகைச் சேடுகளாயினும் பெருக்கல் அல்லது வகுத்தல் செய்கைகளைச் செய்யலாம்.

$2\sqrt{2} \times 5\sqrt{3} = 2 \times 5 \times \sqrt{2 \times 3} = 10\sqrt{6}$

2. தூரணங்கள்

1. பின்வருவனவற்றைத் தசம எண்களாக எழுதி அவற்றில் முடிவுறும் தசமங்களையும் மடங்கு தசமங்களையும் காண்க.

(i) $\frac{13}{20}$ (ii) $\frac{5}{7}$ (iii) $\frac{16}{11}$ (iv) $1\frac{3}{4}$ (v) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$

விடை

(i) 0.65 - முடிவுறும் தசமம் (ii) $0.71428^{\circ}5$ - மடங்கு தசமம்

(iii) $1.45454545 = 1.4^{\circ}5$ மடங்கு தசமம்

(iv) 1.75 - முடிவுறும் தசமம்

(v) $\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4} = 1.25$ - முடிவுறும் தசமம்

2. பின்வருவனவற்றுள் விகிதமுறு எண்களையும், விகிதமுறா எண்களையும் வேறுபடுத்துக.

(i) $\sqrt{2}$ (ii) $\sqrt{16}$ (iii) $\sqrt{1.44}$ (iv) $\sqrt{11}$ (v) $\sqrt{2\frac{1}{4}}$

விடை

(i) $\sqrt{2} = 1.41421\dots$ - நிறை எண்களின் பின்னமாக எழுத முடியாது ஆகவே விகிதமுறா எண்.

(ii) $\sqrt{16} = 4 = \frac{4}{1}$ - விகிதமுறு எண்.

(iii) $\sqrt{1.44} = 1.2 = \frac{12}{10}$ - விகிதமுறு எண்.

(iv) $\sqrt{11} = 3.3166\dots$ - விகிதமுறா எண்.

(v) $\sqrt{2\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$ - விகிதமுறு எண்.

3. பின்வரும் முழுமைச் சேடுகளை, எளிய சேடுகளாக்கி எழுதுக.

(i) $\sqrt{12}$ (ii) $\sqrt{63}$ (iii) $\sqrt{150}$ (iv) $\sqrt{4500}$

விடை

(i) $12 = \sqrt{4 \times 3}$
 $= \sqrt{4} \times \sqrt{3}$
 $= 2\sqrt{3}$

(ii) $63 = \sqrt{9 \times 7}$
 $= \sqrt{9} \times \sqrt{7}$
 $= 3\sqrt{7}$

(iii) $\sqrt{150} = \sqrt{25 \times 6}$
 $= \sqrt{25} \times \sqrt{6}$
 $= 5\sqrt{6}$

(iv) $\sqrt{4500} = \sqrt{900 \times 5}$ or $\sqrt{5 \times 9 \times 100}$
 $= \sqrt{900} \times \sqrt{5}$ or $\sqrt{5} \times \sqrt{9} \times \sqrt{100}$
 $= 30\sqrt{5}$ or $\sqrt{5} \times 3 \times 10$
 $= 30\sqrt{5}$

4.

சுருக்குக.

(i) $5\sqrt{24} + 2\sqrt{6} - 3\sqrt{54}$ (ii) $3\sqrt{180} - 4\sqrt{80} + 2\sqrt{20}$

(iii) $3\sqrt{75} \times 2\sqrt{48} \div 3\sqrt{12}$ (iv) $\frac{4\sqrt{54}}{3\sqrt{52}} \times \frac{2\sqrt{104}}{\sqrt{24}}$

விடை

$$\begin{aligned}
 \text{(i)} \quad & 5\sqrt{24} + 2\sqrt{6} - 3\sqrt{54} & \text{(ii)} \quad & 3\sqrt{180} - 4\sqrt{80} + 2\sqrt{20} \\
 & = 5\sqrt{4 \times 6} + 2\sqrt{6} - 3\sqrt{9 \times 6} & & = 3\sqrt{4 \times 9 \times 5} - 4\sqrt{16 \times 5} + 2\sqrt{5 \times 4} \\
 & = 5 \times 2 \times \sqrt{6} + 2\sqrt{6} - 3 \times 3 \times \sqrt{6} & & = 3 \times 2 \times 3 \times \sqrt{5} - 4 \times 4 \times \sqrt{5} + 2 \times 2 \sqrt{5} \\
 & = 10\sqrt{6} + 2\sqrt{6} - 9\sqrt{6} & & = 18\sqrt{5} - 16\sqrt{5} + 4\sqrt{5} \\
 & = (10 + 2 - 9)\sqrt{6} & & = (18 - 16 + 4)\sqrt{5} \\
 & = 3\sqrt{6} & & = 6\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iii)} \quad & 3\sqrt{75} \times 2\sqrt{48} \div 3\sqrt{12} & \text{(iv)} \quad & \frac{4\sqrt{54}}{3\sqrt{52}} \times \frac{2\sqrt{104}}{\sqrt{24}} \\
 & \frac{3 \times \sqrt{25 \times 3} \times 2 \times \sqrt{16 \times 3}}{3 \times \sqrt{4 \times 3}} & & = \frac{4 \times \sqrt{9 \times 6}}{3 \times \sqrt{4 \times 13}} \times \frac{2 \times \sqrt{4 \times 2 \times 13}}{\sqrt{4 \times 6}} \\
 & = \frac{3 \times 5 \times \sqrt{3} \times 2 \times 4 \times \sqrt{3}}{3 \times 2 \times \sqrt{3}} & & = \frac{4 \times 3 \times \sqrt{6}}{3 \times 2 \times \sqrt{13}} \times \frac{2 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{13}}{2 \times \sqrt{6}} \\
 & = 5 \times 4 \times \sqrt{3} & & = 4 \times \sqrt{2} \\
 & = 20 \times \sqrt{3} & & = 4\sqrt{2} \\
 & = 60 & &
 \end{aligned}$$

5. $\sqrt{3} = 1.7320$, $\sqrt{5} = 2.360$ எனின், பின்வருவன ஒவ்வொன்றினதும் பெறுமானங்களை முன்று தசம தானங்களிற்குத் திருத்தமாகக் காண்க.

(i)

(ii)

(iii)

$$\begin{aligned}
 & \frac{25}{\sqrt{300}} \\
 \text{விடை} & \quad = \frac{25}{\sqrt{100 \times 3}} \\
 & = \frac{25}{10 \times \sqrt{3}} \\
 & \text{மேலும் கீழும் } \sqrt{3} \text{ஆல்} \\
 & \text{பெருக்குக.} \\
 & = \frac{5}{2 \times \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\
 & = \frac{5 \times \sqrt{3}}{2 \times 3} \\
 & = \frac{5 \times 1.7320}{6} \\
 & = \frac{8.660}{6} = 1.4433
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{40}{\sqrt{80}} \\
 & = \frac{40}{\sqrt{16 \times 5}} \\
 & = \frac{40}{4 \times \sqrt{5}} \\
 & = \frac{10 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \sqrt{5}} \\
 & = \frac{10 \times \sqrt{5}}{5} \\
 & = 2 \times \sqrt{5} \\
 & = 2 \times 2.2360 \\
 & = 4.4720 \\
 & = 4.472
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\sqrt{12}} - \frac{1}{\sqrt{20}} \\
 & = \frac{1}{\sqrt{4 \times 3}} - \frac{1}{\sqrt{4 \times 5}} \\
 & = \frac{1}{2 \times \sqrt{3}} - \frac{1}{2 \times \sqrt{5}} \\
 & = \frac{1}{2 \times \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2 \times \sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \\
 & = \frac{\sqrt{3}}{2 \times 3} - \frac{\sqrt{5}}{2 \times 5} \\
 & = \frac{1.7320}{6} - \frac{2.236}{10} \\
 & = 0.2886 - 0.2236 \\
 & = 0.065
 \end{aligned}$$

பயிற்சி

- பின்வருவனவற்றைத் தசம எண்களாக எழுதி அவற்றில் முடிவுறும் தசமங்களையும் மடங்கு தசமங்களையும் இனம் காண்க.
 - $\frac{7}{20}$
 - $\frac{7}{9}$
 - $\frac{17}{5}$
 - $\frac{28}{13}$
 - $1\frac{9}{11}$
 - $\sqrt{\frac{25}{64}}$
 - $\sqrt{\frac{196}{121}}$
 - $\sqrt{2\frac{23}{49}}$
- பின்வருவனவற்றில் முடிவுறும் தசமங்களையும் மடங்கு தசமங்களையும் வேறுபடுத்துக.
 - $\frac{3}{5}$
 - $\frac{4}{7}$
 - $\frac{11}{6}$
 - $2\frac{5}{8}$
 - $12\frac{7}{9}$
 - $\frac{19}{8}$
 - $\frac{318}{13}$
 - $5\frac{111}{300}$
- பின்வருவனவற்றில் விகிதமுறு எண்களையும் விகிதமுறா எண்களையும் வேறுபடுத்துக.
 - $\sqrt{16}$
 - $\sqrt{11}$
 - $\sqrt{23}$
 - $\sqrt{2.25}$
 - $\sqrt{5\frac{4}{9}}$
 - $\sqrt{110.25}$
 - $\sqrt{37}$
 - $\sqrt{2\frac{2}{7}}$
- பின்வருவனவற்றில் விகிதமுறும் எண்களையும், விகிதமுறா எண்களையும் இனம் காண்க.
 - 0.636363
 - 2.6457513
 - 3.316624
 - 2.370370
 - 12.84615384
 - 12.20655
- மடங்கு தசமம் எல்லாம் விகிதமுறு எண்களா? காரணம் தருக.
- பூச்சியம் (0) விகிதமுறு எண்ணா? விகிதமுறா எண்ணா?
- முதன்மை எண்களின் வர்க்கமூலம் விகிதமுறு எண்ணா? விகிதமுறா எண்ணா?
- இரு விகிதமுறா எண்களின் பெருக்கம் விகிதமுறு எண்ணா அல்லது விகிதமுறா எண்ணா?
- கீழே தரப்பட்டுள்ள முழுமைச் சேடுகளை, எளிய சேடு வடிவிற்கு தருக.
 - $\sqrt{28}$
 - $\sqrt{27}$
 - $\sqrt{245}$
 - $\sqrt{2800}$
 - $\sqrt{192}$
 - $\sqrt{5000}$
 - $\sqrt{5\frac{5}{9}}$
 - $\sqrt{7\frac{1}{5}}$

10. பின்வருவனவற்றை முழுமைச் சேடுகளாகத் தருக.
- (i) $2\sqrt{7}$ (ii) $5\sqrt{3}$ (iii) $11\sqrt{2}$ (iv) $3\sqrt{15}$
(v) $8\sqrt{6}$ (vi) $12\sqrt{5}$ (vii) $15\sqrt{21}$ (viii) $25\sqrt{11}$
11. சுருக்குக.
- (i) $3\sqrt{12} + 4\sqrt{27} - 2\sqrt{48}$ (ii) $5\sqrt{125} - 4\sqrt{80} + \sqrt{245}$
(iii) $12\sqrt{54} - 3\sqrt{150} - 3\sqrt{96}$ (iv) $4\sqrt{72} - 3\sqrt{162} + \sqrt{242}$
(v) $5\sqrt{7} - 3\sqrt{28} - \sqrt{7}$ (vi) $3\sqrt{6\frac{3}{4}} - \frac{12}{\sqrt{3}} + 24\sqrt{\frac{1}{48}}$
12. சுருக்குக.
- (i) $5\sqrt{5} + 2\sqrt{20} - 5\sqrt{11\frac{1}{4}}$ (ii) $3\sqrt{3\frac{1}{9}} + 2\sqrt{15\frac{3}{4}} - 5\sqrt{\frac{7}{9}}$
(iii) $\frac{1}{3}\sqrt{6\frac{3}{4}} - \frac{1}{2}\sqrt{1\frac{23}{25}} + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{192}{9}}$ (iv) $7\sqrt{20} - 3\sqrt{\frac{5}{9}} - \frac{2\sqrt{80}}{4} - 5\sqrt{1\frac{4}{5}}$
13. சுருக்குக.
- (i) $3\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = 655$ (ii) $2\sqrt{3} \times 3\sqrt{8} \times 4\sqrt{6}$
(iii) $3\sqrt{6} \times 4\sqrt{3} \times \sqrt{18}$ (iv) $4\sqrt{8} \div 2\sqrt{32} = 1652$
(v) $6\sqrt{10} \div 3\sqrt{18}$ (vi) $3\sqrt{75} \div \frac{1}{3}\sqrt{27}$
(vii) $2\sqrt{\frac{5}{7}} \times 5\sqrt{\frac{14}{50}}$ (viii) $\sqrt{1\frac{3}{4}} \div 2\sqrt{3\frac{1}{9}}$
14. சுருக்குக.
- (i) $2\sqrt{18} \times 3\sqrt{32} \div 3\sqrt{72}$ (ii) $4\sqrt{45} \times 3\sqrt{48} \div 2\sqrt{20}$
(iii) $5\sqrt{48} \times 3\sqrt{75} \times 2\sqrt{27}$ (iv) $2\sqrt{405} \times \sqrt{2000} \div 4\sqrt{180}$
(v) $\frac{3\sqrt{28}}{5\sqrt{18}} \times \frac{2\sqrt{450}}{2\sqrt{63}}$ (vi) $\frac{4\sqrt{99}}{3\sqrt{96}} \div \frac{2\sqrt{275}}{2\sqrt{54}}$
(vii) $\frac{2\sqrt{17}}{3\sqrt{39}} \times \frac{9\sqrt{52}}{4\sqrt{51}}$ (viii) $\frac{5\sqrt{15}}{4\sqrt{10}} \div \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{50}}$
15. பின்வருவனவற்றை விகிதமுறும் பகுதி எண்ணைக் கொண்ட பின்னங்களாக மாற்று.
- (i) $\frac{5}{\sqrt{3}}$ (ii) $\frac{9}{\sqrt{7}}$ (iii) $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$
(iv) $\frac{9\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$ (v) $\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$ (vi) $\frac{\sqrt{44}}{2\sqrt{11}}$
(vii) $\frac{5}{\sqrt{45}}$ (viii) $\frac{2\sqrt{128}}{\sqrt{72}}$

16. பின்வருவனவற்றின் பகுதி எண்களிலுள்ள விகிதமுறா எண்களை விகிதமுறு எண்களாக மாற்றுக.

- (i) $\frac{4}{\sqrt{2}}$ (ii) $\frac{12}{\sqrt{3}}$ (iii) $\frac{5}{\sqrt{5}}$ (iv) $\frac{7}{\sqrt{2}}$
 (v) $\frac{6}{2\sqrt{7}}$ (vi) $\frac{5\sqrt{8}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{3}}$ (vii) $\frac{11\sqrt{15}}{3\sqrt{3}}$ (viii) $\frac{4\sqrt{18}}{2\sqrt{6}}$
 (ix) $\frac{5\sqrt{48}}{\sqrt{15}}$ (x) $\frac{2\sqrt{72}}{3\sqrt{13}}$ (xi) $\frac{12\sqrt{56}}{\sqrt{42}}$ (xii) $\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{29}}$

17. சுருக்குக.

- (i) $2\sqrt{3} + \sqrt{3}$ (ii) $5\sqrt{7} - \sqrt{7}$
 (iii) $3\sqrt{5} - 2\sqrt{\frac{1}{5}} + 7\sqrt{20}$ (iv) $2\sqrt{\frac{3}{4}} - 2\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{2}{\sqrt{12}}$
 (v) $4\sqrt{\frac{6}{8}} - 2\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{2}\sqrt{48} + \sqrt{3}$ (vi) $3\sqrt{5} - 3\sqrt{\frac{4}{5}} + 2\sqrt{\frac{1}{5}} - \sqrt{\frac{7}{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}}$

18. $\sqrt{3} = 1.7320$, $\sqrt{5} = 2.360$, $\sqrt{11} = 3.316$ எனின், பின்வருவன ஒவ்வொன்றினதும் பெறுமானங்களை மூன்று தசம தானங்களிற்குத் திருத்தமாகக் காண்க.

- (i) $\frac{6}{\sqrt{3}}$ (ii) $\frac{50}{\sqrt{80}}$ (iii) $\frac{32}{2\sqrt{44}}$ (iv) $\frac{15}{3\sqrt{125}}$
 (v) $\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{11}}$ (vi) $\frac{3}{2\sqrt{44}} - \frac{2}{3\sqrt{45}}$
 (vii) $\frac{5}{3\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{3}}$ (viii) $\frac{3\sqrt{20} \times \sqrt{11}}{2\sqrt{5}} - 1$
 (ix) $\frac{5\sqrt{15} - 2\sqrt{33}}{3\sqrt{3}}$ (x) $\frac{4\sqrt{5} + 3\sqrt{11}}{5} - \frac{1}{\sqrt{5}}$

19. சுருக்குக.

- (i) $\frac{2\sqrt{48} \times 3\sqrt{50} - 4\sqrt{54}}{12\sqrt{2} \times \sqrt{3}}$ (ii) $\frac{2\sqrt{24} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{96}}{2\sqrt{3}}$

20. $\frac{6}{\sqrt{8}}$ ஐ விகிதமுறும் பகுதி எண்ணுடன் எடுத்துரைக்க.

21. $\frac{14}{\sqrt{7}}$ ஐ விகிதமுறும் பகுதி எண்ணுடன் மிக எளிய வடிவில் எடுத்துரைக்க.

அலகு 2

கட்டிகளும் மடக்கைகளும் I

● **கட்டிகள்**

சம அடிகளைக் கொண்ட எண்கள் பெருக்கப்படும்போது அவற்றின் அடுக்குகள் கூட்டப்படும்.

$$\Rightarrow x^5 \times x^4 = x^{5+4} = x^9$$

● சம அடிகளைக் கொண்ட எண்கள் வகுக்கப்படும்போது அவற்றின் அடுக்குகள் கழிக்கப்படும்.

$$\Rightarrow x^9 \div x^4 = x^{9-4} = x^5$$

● சம அடிகளைக் கொண்ட எண்கள் ஒரு சமன்பாட்டில் அமையும் போது அவற்றின் அடுக்குகள் சமனாகும்.

$$\Rightarrow \begin{aligned} 2^x &= 2^3 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

● சம அடுக்குகளைக் கொண்ட எண்கள் ஒரு சமன்பாட்டில் அமையும் போது அவற்றின் அடிகள் சமனாகும்.

$$\Rightarrow \begin{aligned} x^3 &= 4^3 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

● சம அடுக்குகளைக் கொண்ட எண்களின் பெருக்கலில், அவற்றின் அடிகளின் பெருக்குத்தொகையின் அடுக்காக அச்சம அடுக்கு அமையும்.

$$\Rightarrow 2^{1/2} \times 3^{1/2} \times 5^{1/2} = (2 \times 3 \times 5)^{1/2} = 30^{1/2}$$

● கட்டிகளை மூலக்குறியீட்டுடன் எழுதுதல்.

$$\Rightarrow \begin{aligned} 3^{1/2} &= \sqrt{3} & 7^{2/3} &= \sqrt[3]{7^2} \\ x^{3/5} &= \sqrt[5]{x^3} & a^{-3/5} &= \frac{1}{\sqrt[5]{a^3}} \end{aligned}$$

- ஓர் மறைச் சட்டியை நேர்ச்சட்டி ஆக்குவதாயின் அவ்வெண் நிகர்மாற்றாக எழுதப்படும்.

⇒

$$x^{-3} = \left(\frac{1}{x}\right)^3 = \frac{1}{x^3}$$

- எந்தவொரு பெறுமானத்தினதும் 0 ஆம் அடுக்கு 1 ஆகும்.

⇒

$$a^0 = 1, \quad 25^0 = 1, \quad 1000^0 = 1$$

$$x^{\frac{a}{b}} = \sqrt[b]{x^a} \quad \text{என எழுதப்படும்}$$

- மடக்கைகள் (*log*)

⇒

$$\log_2 2 = 1, \quad \log_3 3 = 1, \quad \log_{10} 10 = 1$$

$\log_{10} X$ ஐ $lg X$ என எழுதலாம்.

- மடக்கை விதிகள்

$$lg(mn) = lg(m) + lg(n)$$

$$lg\left(\frac{m}{n}\right) = lg(m) - lg(n)$$

⇒

$$\log_e X^2 = 2 \log_e X \quad \text{என எழுதலாம்.}$$

⇒

$$\log_2 2^3 = 3 \log_2 2 = 3$$

2. தூரணங்கள்

1. சுருக்குக.

$$(i) \frac{m^3 \times n^5 \times mn}{m^2 \times mn^2}$$

விடை

$$(i) \frac{m^3 \times n^5 \times mn}{m^2 \times mn^2}$$

$$= \frac{m^{3+1} \times n^{5+1}}{m^{2+1} \times n^2}$$

$$= \frac{m^4 \times n^6}{m^3 \times n^2}$$

$$= m^{4-3} \times n^{6-2}$$

$$= mn^4$$

$$(ii) \frac{(a^3)^2 \times (ab)^3}{\sqrt{ab} \times (b^2)^2}$$

$$(ii) \frac{(a^3)^2 \times (ab)^3}{\sqrt{ab} \times (b^2)^2}$$

$$= \frac{a^{3 \times 2} \times a^{1 \times 3} \times b^{2 \times 3}}{a^{\frac{1}{2}} \times b^{\frac{1}{2}} \times b^{2 \times 2}}$$

$$= \frac{a^{6+3} \times b^6}{a^{\frac{1}{2}} \times b^{\frac{1}{2}+4}}$$

$$= a^{9-\frac{1}{2}} \times b^{6-4\frac{1}{2}}$$

$$= a^{\frac{17}{2}} b^{\frac{3}{2}}$$

$$= \sqrt{a^{17} b^3}$$

2. பின்வருவனவற்றை மூலக் குறியீட்டுடன் எழுதுக.

$$(i) 5^{\frac{2}{3}}$$

$$(ii) x^{\frac{5}{7}}$$

$$(iii) y^{-\frac{4}{5}}$$

விடை

$$(i) 5^{2 \times \frac{1}{3}}$$

$$(ii) x^{5 \times \frac{1}{7}}$$

$$(iii) \frac{1}{y^{\frac{4}{5}}} = \frac{1}{y^{4 \times \frac{1}{5}}}$$

$$\sqrt[3]{5^2}$$

$$\sqrt[7]{x^5}$$

$$\sqrt[5]{y^4}$$

3. பின்வருவனவற்றின் பெறுமானம் காண்க.

$$(i) \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$(ii) \left(12\frac{1}{4}x^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$(iii) \left(\frac{x^4}{9y^2}\right)^{-\frac{3}{2}}$$

விடை

$$(i) \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$(ii) \left(12\frac{1}{4}x^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$(iii) \left(\frac{x^4}{9y^2}\right)^{-\frac{3}{2}}$$

$$= \left(\frac{3^3}{2^3}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= \left(\frac{49}{4}x^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\frac{9y^2}{x^4}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{3^{3 \times \frac{2}{3}}}{2^{3 \times \frac{2}{3}}}$$

$$= \left(\frac{7^2}{2^2}x^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\frac{3^2 y^2}{x^4}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{3^2}{2^2}$$

$$= \frac{7^2 \times \frac{1}{2} \times x^{2 \times \frac{1}{2}}}{2^{2 \times \frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{3^2 \times \frac{3}{2} \times y^{2 \times \frac{3}{2}}}{x^{4 \times \frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

$$= \frac{7x}{2}$$

$$= \frac{3^3 \times y^3}{x^{3 \times 2}} = \frac{27y^3}{x^6}$$

4. சுருக்குக.

(i) $\left(\frac{49}{64}\right)^{0.5}$ (ii) $\left(\frac{1}{0.216}\right)^{-\frac{2}{3}}$ (iii) $\left(\frac{-1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}}$

விடை

(i) $\left(\frac{49}{64}\right)^{0.5}$ (ii) $\left(\frac{1}{0.216}\right)^{-\frac{2}{3}}$ (iii) $\left(\frac{-1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}}$

$= \left(\frac{7^2}{8^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ $= (0.216)^{\frac{2}{3}}$ $= (-625)^{\frac{1}{4}}$

$= \frac{7^{2 \times \frac{1}{2}}}{8^{2 \times \frac{1}{2}}}$ $= 0.6^{3 \times \frac{2}{3}}$ $= -5^{4 \times \frac{1}{4}}$

$= \frac{7}{8}$ $= 0.6^2$ $= -5$

$= \frac{7}{8}$ $= 0.36$

5. சுருக்கி விடையை நேர்ச் சுட்டியாகத் தருக.

(i) $(81y^4)^{\frac{1}{4}} \times (32x^{10})^{\frac{2}{5}} \div (8x^{-3})^{\frac{2}{3}}$

(ii) $[(4x^2)^{-1}]^{-2} \times (7\frac{1}{9})^{-\frac{1}{2}}$

(iii) $m^{\frac{1}{4}} (m^{\frac{7}{4}} + n^{\frac{3}{4}})$

விடை

(i) $(81y^4)^{\frac{1}{4}} \times (32x^{10})^{\frac{2}{5}} \div (8x^{-3})^{\frac{2}{3}}$

$= (3^4 y^4)^{\frac{1}{4}} \times (2^5 x^{10})^{\frac{2}{5}} \div (2^3 x^{-3})^{\frac{2}{3}}$

$= 3^{4 \times \frac{1}{4}} \times y^{4 \times \frac{1}{4}} \times 2^{5 \times \frac{2}{5}} \times x^{10 \times \frac{2}{5}} \div (2^{3 \times \frac{2}{3}} \times x^{-3 \times \frac{2}{3}})$

$= 3 \times y \times 2^2 \times x^{2 \times 2} \div (2^2 \times x^{-1 \times 2})$

$= 3y \times 4x^4 \div 4x^{-2}$

$= 12x^4 y \times \frac{1}{4x^{-2}}$

$= 3x^{4+2} \times y$

$= 3x^6 y$

(ii) $[(4x^2)^{-1}]^{-2} \times (7\frac{1}{9})^{-\frac{1}{2}}$ (iii) $m^{\frac{1}{4}} (m^{\frac{7}{4}} + n^{\frac{3}{4}})$

$= [(4x^2)^{(-1) \times (-2)}] \times \left(\frac{64}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$ $= m^{\frac{1}{4}} \times m^{\frac{7}{4}} + m^{\frac{1}{4}} \times n^{\frac{3}{4}}$

$= (4x^2)^2 \times \left(\frac{9}{64}\right)^{\frac{1}{2}}$ $= m^{\frac{7}{4} + \frac{1}{4}} + m^{\frac{1}{4}} n^{\frac{3}{4}}$

$= 4^2 \times x^{2 \times 2} \times \frac{3^{2 \times \frac{1}{2}}}{8^{2 \times \frac{1}{2}}}$ $= m^2 + m^{\frac{1}{4}} n^{\frac{3}{4}}$

$= 16x^4 \times \frac{3}{8} = 6x^4$

6. பின்வருவனவற்றைத் தீர்த்து x இன் பெறுமானம் காண்க.

(i) $2^x \times 2^{2x} = 8$

(ii) $2^{2x} \times 4^{3x-2} = 8$

(iii) $4^{-x} = \frac{1}{256}$

விடை

(i) $2^x \times 2^{2x} = 8$

$2^{x+2x} = 2^3$

$2^{3x} = 2^3$

அடிகள் சமன் ஆகவே
அடுக்குகள் சமன்

$3x = 3$

$x = 1$

(ii) $2^{2x} \times 4^{3x-2} = 8$

$2^{2x} \times (2^2)^{3x-2} = (2^3)^{-2x}$

$2^{2x} \times (2)^{2(3x-2)} = 2^{3 \times (-2x)}$

$2^{2x} \times 2^{6x-4} = 2^{-6x}$

$2^{2x+6x-4} = 2^{-6x}$

$8x - 4 = -6x$

$14x = 4$

$x = \frac{4}{14}$

$x = \frac{2}{7}$

(iii) $4^{-x} = \frac{1}{256}$

$4^{-x} = \frac{1}{4^4}$

$4^{-x} = 4^{-4}$

$-x = -4$

$x = 4$

7. பின்வருவனவற்றின் பெறுமானம் காண்க.

(i) $\log_5 125$

(ii) $\log_{10} 10000$

(iii) $\log_{10} 0.01$

விடை

(i) $\log_5 125$

$\log_5 5^3$
 $= 3$

(ii) $\log_{10} 10000$

$\lg 10^4$
 $= 4$

(iii) $\log_{10} 0.01$

$\lg \frac{1}{100}$

$\lg 10^{-2}$

$= -2$

8. மடக்கை அட்டவணையை உபயோகிக்காது $\frac{1}{2} \lg 36 - 2 \lg 3 + \lg 12 + 3 \lg 5$ இன் பெறுமானம் காண்க.

விடை

$= \frac{1}{2} \lg 36 - 2 \lg 3 + \lg 12 + 3 \lg 5$

$= \lg 36^{\frac{1}{2}} - \lg 3^2 + \lg 12 + \lg 5^3$

$= \lg 6 - \lg 9 + \lg 12 + \lg 125$

$= \lg \left[\frac{6 \times 12 \times 125}{9} \right]$

$= \lg (8 \times 125)$

$= \lg 1000 = \lg 10^3 = 3$

9. தீர்க்க.
 $2\lg x = \frac{1}{2}\lg 64 - \lg 2 + 2\lg 3$

விடை

$$\lg x^2 = \lg 64^{\frac{1}{2}} - \lg 2 + \lg 3^2$$

$$\lg x^2 = \lg \left(\frac{64^{\frac{1}{2}} \times 3^2}{2} \right)$$

$$\lg x^2 = \lg \left(\frac{8 \times 9}{2} \right)$$

$$x^2 = 36$$

$$x^2 = 6^2$$

$$x = 6$$

10. $\lg 2 = 0.3010$, $\lg 3 = 0.4771$ எனின், பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்காண்க.

(i) $\lg 12$

(ii) $\lg 30$

விடை

(i) $\lg 12$
 $= \lg 2^2 \times 3$
 $= 2\lg 2 + \lg 3$
 $= 2 \times 0.3010 + 0.4771$
 $= 0.6010 + 0.4771$
 $= 1.0791$

(ii) $\lg 30$
 $= \lg 10 \times 3$
 $= \lg 10 + \lg 3$
 $= 1 + 0.4771$
 $= 1.4771$

11. $\lg 2 = x$, $\lg 3 = y$ எனின், பின்வருவனவற்றை x , y சார்பிற் தருக.

(i) $\lg 24$

(ii) $\lg 0.06$

விடை

(i) $\lg 24$
 $= \lg 8 \times 3$
 $= \lg 2^3 \times 3$
 $= \lg 2^3 + \lg 3$
 $= 3\lg 2 + \lg 3$
 $= 3x + y$

(ii) $\lg 0.06$
 $= \lg \frac{6}{100}$
 $= \lg \left(\frac{2 \times 3}{10^2} \right)$
 $= \lg 2 + \lg 3 - \lg 10^2$
 $= x + y - 2\lg 10$
 $= x + y - 2$

1. சுருக்குக.

(i) $x^7 \times x^3 \times x$

(ii) $y^5 \div y^4$

(iii) $a^5 \times ab \times b^3$

(iv) $ab^4 \times a \times a^3b$

(v) $x^3 \div xy \times \sqrt{x^3y}$

(vi) $\sqrt{m^5} \times nm^3 \div \sqrt{mn^2}$

2. சுருக்குக.

(i) $(a^2b)^3 \times ab \times a^0$

(ii) $x^2y^3 \times x^3y^2 \times x \times y^0$

(iii) $m^{\frac{3}{2}}n \times m^{\frac{1}{2}}n^4$

(iv) $(p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}})^4 \times pq$

(v) $\frac{x^5 \times xy^3 \times y^3}{x^3 \times y^2}$

(vi) $\frac{(ab^2)^2 \times (a^2b)^3 \times b^0}{a^2b \times b^4}$

(vii) $\frac{\sqrt{m^2n} \times m^3n^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{mn^2}}$

(viii) $\frac{a^2b \times bc^2 \times \sqrt{ab^3c^2}}{a^{\frac{1}{2}}bc^{\frac{1}{2}} \times \sqrt{b}}$

(ix) $\frac{\sqrt{a^2bc} \times \sqrt{ab^2c}}{\sqrt{abc}}$

(x) $\frac{x^{\frac{5}{2}}y^{\frac{3}{2}} \times x^{\frac{1}{2}} \times y^{\frac{7}{2}}}{x^3y \times x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}}$

3. பின்வருவனவற்றை மூலக் குறியீட்டுடன் எழுதுக.

(i) $5^{\frac{1}{2}}$

(ii) $11^{\frac{2}{3}}$

(iii) $x^{\frac{3}{7}}$

(iv) $y^{-\frac{4}{5}}$

(v) $\frac{1}{a^{\frac{3}{2}}}$

(vi) $10^{\frac{1}{4}}$

(vii) $\frac{1}{x^{-\frac{3}{3}}}$

(viii) $m^{-\frac{2}{5}}$

4. பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i) $(125)^{\frac{1}{3}}$

(ii) $(256)^{-\frac{1}{4}}$

(iii) $(243x^{10}y^5)^{\frac{2}{5}}$

(iv) $(0.64)^{-\frac{1}{3}}$

(v) $\left(\frac{100}{9}\right)^{-\frac{3}{2}}$

(vi) $\left(-\frac{1}{5}x^{-1}\right)^2$

(vii) $\left(\frac{2.56x^{-2}}{y}\right)^{-\frac{1}{2}}$

(viii) $\left(1\frac{9}{16}\right)^{\frac{1}{2}}$

(ix) $\sqrt[4]{\frac{17}{27}}$

5. சுருக்குக.

(i) $\left(\frac{256}{625}\right)^{\frac{1}{2}}$

(ii) $\left(\frac{32}{243}\right)^{\frac{3}{5}}$

(iii) $\left(\frac{0.625}{0.016}\right)^{\frac{1}{4}}$

(iv) $\left(2\frac{7}{9}\right)^{-\frac{3}{2}}$

(v) $[(9x^2)^{-\frac{1}{2}}]^3$

(vi) $\left(\frac{-49x^4}{64y^{-4}}\right)^{\frac{1}{2}}$

(vii) $[0.0081a^8]^{\frac{1}{4}}^2$

(viii) $(\sqrt{0.00000256})^{\frac{1}{4}}$

Class No:	
Acc No	362

6. சுருக்கி விடையை நேர்ச் சுட்டியாகத் தருக.

$$(i) \frac{(xy)^{-2} \times x^{-3} y^4}{x^{-5} \times y} \quad (ii) \frac{(2x^{-1})^{-2} \times (3y)^{-2}}{(6xy)^{-1}}$$

$$(iii) \frac{(2a^{-2})^{-3} \div [(a^{-1})^{-2}]^3}{ab^{-1}} \quad (iv) \frac{(3^{-1}a^{-1})^{-2} \times (ab^{-2})^{-3}}{[(a^2b^{-1})^{-2}]^{-1}}$$

$$(v) \frac{(8a^3)^{-\frac{1}{3}} \times (\sqrt{49ab^{-3}})^{-1}}{(4a^2b^{\frac{1}{2}})^{-2}} \quad (vi) \frac{\sqrt{(m^{-2}n^{-3})^{-3}} \times mn^{-1}}{(\sqrt{m^{-2}n^{-5}})^{\frac{1}{2}}}$$

7. சுருக்குக.

$$(i) 12^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}} \quad (ii) \left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{243}{32}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$(iii) (3x^{\frac{1}{3}})^2 \times (125x^4)^{\frac{1}{3}} \quad (iv) (64a^6)^{\frac{1}{3}} \div \left(\frac{a^4}{16}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$(v) [(25y^2)^{\frac{1}{2}}]^2 \times [(32y^{10})^{\frac{2}{5}}]^{-1} \div [(2y^{-1})^2]^{-2}$$

8. சுருக்குக.

$$(i) \frac{2x^3 \times 9(x^4)^{\frac{1}{2}}}{12x^5} \quad (ii) (x^{-4})^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{\sqrt{x^{-3}}}$$

$$(iii) x^{\frac{1}{4}}(x^{\frac{3}{4}} + y^{\frac{1}{4}}) \quad (iv) m^{\frac{3}{5}}n^{\frac{4}{5}}(m^{\frac{7}{5}} - n^{\frac{2}{5}})$$

$$(v) [4a^{-2} \div 9x^2]^{-\frac{1}{2}} \quad (vi) (x^{\frac{2}{3}} + y^2)^{-\frac{1}{2}}$$

9. தீர்க்க.

$$(i) 4^x = 16 \times 4 \quad (ii) 2^{2x} \times 2^{3x} = 32 \quad (iii) 5^x \times 125^x = 625$$

$$(iv) 2^{x+1} = 4^{x-2} \quad (v) 3^{2-2x} \times 27 = 3^{3x-5} \quad (vi) 3 \times 9^{2x-2} = 27^{-x}$$

$$(vii) 16^{-x} = 64 \quad (viii) 2^x = \sqrt{32} \quad (ix) 8^x = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$(x) x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \quad (xi) 3^x = \sqrt[5]{243} \quad (xii) x^3 = \sqrt[3]{512}$$

10. பெறுமானம் காண்க.

$$(i) \log_3 243 \quad (ii) \log_2 \left(\frac{1}{128}\right) \quad (iii) \log_{05} 0.125$$

$$(iv) \lg 1 \quad (v) \log_{10} 100000 \quad (vi) \lg 0.0000001$$

$$(vii) \log_6 216^{\frac{1}{3}} \quad (viii) \log_{0.4} (0.000256)^{\frac{1}{4}} \quad (ix) \log_{0.3} \left[\frac{0.000243}{0.03}\right]^{\frac{1}{4}}$$

11. பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.

(i) $\log_2 16 + \log_2 4 - \log_2 8$

(ii) $\frac{1}{2} \log_3 729 - \frac{1}{4} \log_2 81 + \log_3 1$

(iii) $\frac{1}{3} \log_5 125 - \log_5 5 - 2 \log_5 \frac{1}{5}$

(iv) $\frac{1}{2} \log_4 \left(\frac{1}{64}\right) + \log_4 \left(\frac{1}{4}\right) - \log_4 4^{-2}$

(v) $2 \log_{0.3} 0.027 + \log_{0.2} 0.0016 - \frac{1}{3} \log_{0.5} 0.125$

(vi) $\frac{1}{2} \log_8 \left(\frac{1}{64}\right) - \log_{0.05} 0.0025 - \log_{0.3} 0.0081$

12. மடக்கை அட்வணையைப் பயன்படுத்தாது சுருக்குக.

(i) $2\lg 5 + 4\lg 2 - \lg 4$

(ii) $\lg 35 - \lg 14 - 2\lg 30 + 2\lg 6$

(iii) $2[\lg 4 + \lg 5 - \lg 3] - \lg 12 + 3\lg 3$

(iv) $\lg 88 + 3\lg 0.5 - \lg 11$

(v) $\log \left(\frac{625}{7}\right) - \lg 125 + \lg [35 \times 4]$

(vi) $\frac{1}{2} \lg 9 + 2\lg 6 - 3\lg 3 + 2\lg 5$

(vii) $\lg 1.2 + \lg 250 - \lg 3 + 3$

(viii) $\frac{\lg 27}{\lg 9}$

13. சுருக்குக.

(i) $\sqrt{3} \times \sqrt{27}$

(ii) $\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}$

(iii) $3\lg 2 + 2\lg 5 - \lg 2$

14. தீர்க்க.

(i) $2\lg 3 + 2\lg x = \lg 9$

(ii) $5\lg x - \lg 243 = 3\lg 2 + \lg 2$

(iii) $2\lg x + 3\lg 2 = 2\lg 5 - \frac{1}{2}\lg 16 + \lg 2$

(iv) $2\lg 5 + 2\lg x = \lg 15 - \lg 3 + \lg 20$

(v) $\log_x \left(\frac{6x}{5}\right) + \log_x 5 - \log_x 6 = 0$

(vi) $\log_5 (\log_3 243) = m$

(vii) $P = \log_3 (\log_2 512) + 2$

15. $\lg 3 = 0.4771$, $\lg 5 = 0.6990$ எனின், பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) $\lg 15$ (ii) $\lg 45$ (iii) $\lg 50$

(iv) $\lg 0.3$ (v) $\lg 0.75$ (vi) $\lg \left(\frac{1}{3}\right)$

(vii) $\lg \left(1\frac{2}{3}\right)$ (viii) $\lg 2$ $\lg \left(3\frac{1}{3}\right)$

16. $\lg 2 = x$, $\lg 3 = y$ எனின், பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களை x, y சார்பிற் காண்க.

(i) $\lg 12$ (ii) $\lg 72$ (iii) $\lg 3.6$ (iv) $\lg \left(\frac{12}{27}\right)$

17. சுருக்கி விடையை நேர்ச் சுட்டிகளுடன் எடுத்துரைக்க.

(i) $\frac{p^{-2} \times q^3}{p \times q}$ (ii) $\left(\frac{64}{27}\right)^{\frac{2}{3}}$ (iii) $8^{\frac{2}{3}} \times 16^{\frac{3}{4}}$

18. தீர்க்க.

(i) $3^{x-1} = 81$ (ii) $4^x = 16 \times 2^x$ (iii) $\log_3 y = 4$

(iv) $4^{2x-1} = 8^x$

19. சுருக்குக.

(i) $2\log_{10} 20 - 3\log_{10} 4 + \log_{10} 16$

(ii) $2\log_{10} 20 - \log_{10} 4$

20. மடக்கை வாய்ப்பாடுகளைப் பயன்படுத்தாமல் x இன் பெறுமானம் காண்க.

$2\lg 3 + 2\lg x + \lg 7 = \lg 28$

அலகு 3

கட்டிகளும் மடக்கங்களும் II

● மடக்கை - \log

கடினமான கணிதச் சூருக்கல்களை இலகுவாகச் செய்வதற்காக மடக்கை (\log) பயன்படுத்தப்படுகிறது.



$1 = 10^0$	➤	$\lg 1 = 0$
$10 = 10^1$	➤	$\lg 10 = 1$
$100 = 10^2$	➤	$\lg 100 = 2$
$1000 = 10^3$	➤	$\lg 1000 = 3$
$10000 = 10^4$	➤	$\lg 10000 = 4$
$100\ 000 = 10^5$	➤	$\lg 100\ 000 = 5$



$0.1 = 10^{-1}$	➤	$\lg 0.1 = -1$
$0.01 = 10^{-2}$	➤	$\lg 0.01 = -2$
$0.001 = 10^{-3}$	➤	$\lg 0.001 = -3$
$0.0001 = 10^{-4}$	➤	$\lg 0.0001 = -4$
$0.00001 = 10^{-5}$	➤	$\lg 0.00001 = -5$

இங்கே $\lg = \log$ ஆகும்.

● மடக்கையின் சிறப்பியல்பும் தசமக் கூட்டும்

மடக்கை எண் ஒன்றில் தசமதானத்திற்கு இடது புறமுள்ள பெறுமானம் சிறப்பியல்பு எனவும், வலது புறமுள்ள பெறுமானம் தசமக் கூட்டு எனவும் அழைக்கப்படும்.

எண்	விஞ்ஞானமுறைக் குறியீடு	மடக்கை		மடக்கை
		சிறப்பியல்பு	தசமக்கூட்டு	
675.3	6.753×10^2	2	0.8295	2.8295
6.753	6.753×10^0	0	0.8295	0.8295
0.6753	6.753×10^{-1}	-1	0.8295	$\bar{1}.8295$
0.0006753	6.753×10^{-4}	-4	0.8295	$\bar{4}.8295$

☞

$$\lg 0.03272 = \lg 3.272 \times 10^{-2} = \bar{2}.5148$$

$$\text{இங்கு சிறப்பியல்பு} = \bar{2}$$

$$\text{தசமக்கூட்டு} = 0.5148$$

● முரண்மடக்கை - *antilog*

☞

$$\lg 1 = 0$$

➤

$$\text{antilog } 0 = 1$$

$$\lg 100 = 2$$

➤

$$\text{antilog } 2 = 100$$

$$\lg 0.001 = -3$$

➤

$$\text{antilog } (-3) = 0.001$$

☞

$$\text{antilog } 0.8106 = 6.466 \times 10^0 = 6.466$$

$$\text{antilog } 3.8106 = 6.466 \times 10^3 = 6466$$

$$\text{antilog } \bar{2}.8106 = 6.466 \times 10^{-2} = 0.06466$$

● பிரகோடு இடம்பெறும் மடக்கைகளைச் சுருக்கல்

☞

$$\begin{aligned} \bar{2}.6494 + \bar{1}.7380 &= (-2) + (-1) + 0.6494 + 0.7380 \\ &= (-3) + 1.3874 \\ &= \bar{2}.3874 \end{aligned}$$

☞

$$\bar{1}.6405 \times 3 = (-3) + 1.9215 = \bar{2}.9215$$

☞

பிரகோடு இடம்பெறும் மடக்கைகளை வகுக்கும் போது வகுபடும் பிரகோட்டு எண் முழு எண்ணாக வருமாறு கருத வேண்டும்.

☞

$$\begin{aligned} \bar{1}.4378 \div 2 &= [(-1) + (-1) + 1 + 0.4378] \div 2 \\ &= (-2) \div 2 + 1.4378 \div 2 \\ &= (-1) + 0.7189 \\ &= \bar{1}.7189 \end{aligned}$$

2. தூரணங்கள்

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்களிற்கான மடக்கையின் சிறப்பியல்புகளை எழுதுக.
 (i) 6.234 (ii) 320.4 (iii) 0.00856
- விடை
 (i) $\lg 6.234 \times 10^0$ (ii) $\lg 3.204 \times 10^2$ (iii) $\lg 8.56 \times 10^{-3}$
 = சிறப்பியல்பு 0 = சிறப்பியல்பு 2 = சிறப்பியல்பு 3
2. பின்வரும் மடக்கைகள் ஒவ்வொன்றினதும் சிறப்பியல்பையும் தசமக் கூட்டையும் எழுதுக.
 (i) 0.4874 (ii) 3.8408 (iii) $\bar{2}.9530$
- விடை
 (i) = சிறப்பியல்பு 0, தசமக்கூட்டு 0.4874
 (ii) = சிறப்பியல்பு 3, தசமக்கூட்டு 0.8408
 (iii) = சிறப்பியல்பு $\bar{2}$, தசமக்கூட்டு 0.9530
3. பின்வருவனவற்றின் மடக்கைகளைக் கணிக்க.
 (i) 42.57 (ii) 6307 (iii) 0.05723
- விடை
 (i) $\lg 4.257 \times 10^1$ (ii) $\lg 6.307 \times 10^3$ (iii) $\lg 5.723 \times 10^{-2}$
 = 1.6291 = 3.7998 = $\bar{2}.7576$
4. பின்வருவனவற்றின் முரண் மடக்கைகளைக் (எண்ணைக்) காண்க.
 (i) 0.9311 (ii) 4.5143 (iii) $\bar{3}.7807$
- விடை
 (i) antilog 0.9311 (ii) antilog 4.5143 (iii) antilog $\bar{3}.7807$
 = $10^0 \times 8.533$ = $10^4 \times 3.268$ = $10^{-3} \times 6.035$
 = 8.533 = 32680 = 0.006035
5. சுருக்குக.
 (i) $\bar{3}.4548 + 1.7381$ (ii) $\bar{2}.6591 \times 3$ (iii) $\bar{3}.8476 \div 2$
- விடை
 (i) $(-3) + 1 + 0.4548 + 0.7381$ (iii) $[(-3) + 0.8476] \div 2$
 = $(-2) + 1.1929$ = $[(-3) + (-1) + 1 + 0.8476] \div 2$
 = $(-1) + 0.1929$ = $[(-4) + 1.8476] \div 2$
 = $\bar{1}.1929$ = $(-4) \div 2 + 1.8476 \div 2$
 (ii) $(-2) \times 3 + 0.6591 \times 3$ = $-2 + 0.9238$
 = $-6 + 1.9773$ = $\bar{2}.9238$
 = -5.9773
 = $\bar{5}.9773$

6. மடக்கை (log) அட்டவணையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

(i) 0.458×54.52

(ii) 0.8543×0.002956

விடை

$$\begin{aligned} \text{(i)} &= \lg(0.458 \times 54.52) \\ &= \lg 0.458 \times \lg 54.52 \\ &= \lg 4.58 \times 10^{-1} + \lg 5.452 \times 10^1 \\ &= \bar{1}.6609 + 1.7366 \\ &= 1.3975 \\ &= \text{antilog } 1.3975 \\ &= 10^1 \times 2.497 \\ &= 24.97 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} &= \lg(0.8543 \times 0.002956) \\ &= \lg 0.8543 \times \lg 0.002956 \\ &= \lg 8.543 \times 10^{-1} + 2.956 \times 10^{-3} \\ &= \bar{1}.9317 + \bar{3}.4707 \\ &= \bar{3}.4024 \\ &= \text{antilog } \bar{3}.4024 \\ &= 10^{-3} \times 2.526 \\ &= 0.002526 \end{aligned}$$

7. மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

(i) $0.08975 \div 0.3425$

(ii) $\frac{0.7953}{3.452 \times 0.008537}$

விடை

$$\begin{aligned} \text{(i)} &= \lg(0.08975 \div 0.3425) \\ &= \lg 0.08975 \times \lg 0.3425 \\ &= \lg 8.975 \times 10^{-2} - \lg 3.425 \times 10^{-1} \\ &= \bar{2}.9530 - \bar{1}.5346 \\ &= \bar{1}.4184 \\ &= \text{antilog } \bar{1}.4184 \\ &= 10^{-1} \times 2.621 \\ &= 0.2621 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} &= \lg \left(\frac{0.7953}{3.452 \times 0.008537} \right) \\ &= \lg 0.7953 - \lg 3.452 - \lg 0.008537 \\ &= \lg 7.953 \times 10^{-1} - \lg 3.452 \times 10^0 \\ &= \bar{1}.9006 - 0.5381 - \bar{3}.9313 \\ &= 1.4312 \\ &= \text{antilog } 1.4312 \\ &= 10^1 \times 2.699 \\ &= 26.99 \end{aligned}$$

8. மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

(i) $(4.562)^2 \times \sqrt{0.9543}$

(ii) $\frac{\sqrt[3]{0.5327}}{(0.8453)^3}$

விடை

$$\begin{aligned} \text{(i)} &= (4.562)^2 \times \sqrt{0.9543} \\ &= \lg [(4.562)^2 \times (0.9543)^{\frac{1}{2}}] \\ &= \lg (4.562)^2 \times \lg (0.9543)^{\frac{1}{2}} \\ &= 2\lg 4.562 \times 10^0 + \frac{1}{2} \lg 9.543 \times 10^{-1} \\ &= 2 \times 0.6592 + \frac{1}{2} \times \bar{1}.9796 \\ &= 1.3184 + \bar{1}.9898 \\ &= 1.3082 \\ &= \text{antilog } 1.3082 \\ &= 10^1 \times 2.033 \\ &= 20.33 \end{aligned}$$

மறை எண்களை பின்னத்தால் பெருக்கப் பின்பற்றும் வழிமுறை

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \times \bar{1}.9796 \\ &\frac{1}{2} [\bar{1} + 0.9796] \\ &\frac{1}{2} [(\bar{1} + \bar{1}) (1 + 0.9796)] \\ &\frac{1}{2} [\bar{2} + 1.9796] \\ &\frac{1}{2} \times \bar{2} + \frac{1}{2} \times 1.9796 \\ &\bar{1} + 0.989 \\ &\bar{1}.9898 \end{aligned}$$

$$(ii) \frac{\sqrt[3]{0.5327}}{(0.8453)^3}$$

விடை

$$= \lg \left[\frac{(0.5327)^{1/3}}{(0.8453)^3} \right]$$

$$= \lg(0.5327)^{1/3} - \lg(0.8453)^3$$

$$= \frac{1}{3} \lg 5.327 \times 10^{-1} - 3 \lg 8.453 \times 10^{-1}$$

$$= \frac{1}{3} \times 1.7265 - 3 \times \bar{1}.9270$$

$$= \bar{1}.9088 - \bar{1}.7810$$

$$= 0.1278$$

$$= \text{antilog } 0.1278$$

$$= 10^0 \times 1.342$$

$$= 1.342$$

9. மடக்கை (\log) அட்டவணையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

$$\frac{97.16 \times \sqrt{0.2569}}{(0.9174)^3}$$

விடை

$$= \lg 97.16 + \lg(0.2569)^{1/2} - \lg(0.9174)^3$$

$$= \lg 9.716 \times 10^1 + \frac{1}{2} \lg 2.569 \times 10^{-1} - 3 \lg 9.174 \times 10^{-1}$$

$$= 1.9875 + (\frac{1}{2} \times \bar{1}.4097) - (3 \times \bar{1}.9626)$$

$$= 1.9875 + \bar{1}.7048 - \bar{1}.8878$$

$$= 1.6923 - \bar{1}.8878$$

$$= \text{antilog } 1.8045$$

$$= 10^1 \times 6.376$$

$$= 63.76$$

10. மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

$$57.64 \times \sqrt{\frac{0.5387}{3.456}}$$

விடை

$$= \lg \left[57.64 \times \left(\frac{0.5387}{3.456} \right)^{1/2} \right]$$

$$= \lg 57.64 + \lg \left(\frac{0.5387}{3.456} \right)^{1/2}$$

$$= \lg 5.764 \times 10^1 + \frac{1}{2} [\lg 5.387 \times 10^{-1} - \lg 3.465 \times 10^0]$$

$$= 1.7607 + \frac{1}{2} [\bar{1}.7314 - 0.5397]$$

$$= 1.7607 + \frac{1}{2} \times \bar{1}.1917$$

$$= 1.6923 - \bar{1}.5958$$

$$= 1.3565$$

$$= \text{antilog } 1.3565$$

$$= 10^1 \times 2.272$$

$$= 22.72$$

பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்களிற்கான மடக்கையின் சிறப்பியல்புகளை எழுதுக.

(i) 50.04	(ii) 8.543	(iii) 824.5
(iv) 8954	(v) 63200	(vi) 0.2154
(vii) 0.006372	(viii) 0.00000543	(ix) 0.0005001
2. கீழே தரப்பட்டுள்ள மடக்கைகள் ஒவ்வொன்றினதும் சிறப்பியல்பையும் தசமக்கூட்டையும் எழுதுக.

(i) 0.8711	(ii) 2.7053	(iii) 5.0092
(iv) $\bar{1}.9939$	(v) $\bar{3}.0212$	(vi) $\bar{4}.9800$
3. பின்வருவனவற்றின் மடக்கைகளைக் (log) காண்க.

(i) 3.785	(ii) 56.54	(iii) 783.7
(iv) 9700	(v) 0.07356	(vi) 0.000004783
(vii) 0.584	(viii) 0.001005	(ix) 0.3030
4. பின்வருவனவற்றின் முரண் மடக்கைகளைக் (antilog) காண்க.

(i) 0.5768	(ii) 1.8490	(iii) 3.9297
(iv) $\bar{1}.4375$	(v) $\bar{3}.9430$	(vi) $\bar{2}.7617$
(vii) 2.3189	(viii) 4.0060	(ix) 7.8751
5. பின்வருவனவற்றை மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக. அவ்விடைகளை கணிப்பானின் உதவியுடன் வாய்ப்புப் பார்க்க.

(i) 15.32×7.803	(ii) 67.3×538.4	(iii) $863.6 \div 23.57$
(iv) $5378 \div 234.7$	(v) $\frac{8.543 \times 620.1}{32.54}$	(vi) $\frac{7.853 \times 43.47 \times 25}{68.54 \times 3.25}$
6. சுருக்குக.

(i) $2.3705 + 0.4781$	(ii) $\bar{1}.5071 + 0.7855$
(iii) $\bar{2}.4778 + \bar{1}.7532$	(iv) $\bar{2}.6301 + 1.3004$
(v) $\bar{3}.8947 + 2.7028$	(vi) $1.9237 + \bar{1}.4728 + \bar{2}.537$
(vii) $0.4275 + \bar{4}.8374 + 2.9432$	(viii) $5.4394 + \bar{3}.7875 + \bar{1}.5408$
7. சுருக்குக.

(i) $2.6851 - 1.8432$	(ii) $0.9327 - \bar{1}.3751$
(iii) $\bar{1}.4791 - \bar{2}.8495$	(iv) $2.3257 - \bar{2}.9004$
(v) $\bar{2}.5731 - 1.4321$	(vi) $\bar{1}.1945 - 2.2781$
(vii) $\bar{5}.0078 - \bar{3}.785$	(viii) $\bar{1}.8945 - \bar{2}.7384 - 0.895$
8. சுருக்குக.

(i) 1.6085×2	(ii) 0.8722×4
(iii) $\bar{2}.5636 \times 3$	(iv) $\bar{4}.8657 \times 2$

9. மடக்கை (log) அட்டவணையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

(i) 2.468×35.73

(ii) 0.843×5.673

(iii) 12.45×0.07524

(iv) 0.6234×0.00845

(v) 0.9457×0.0007568

(vi) 69.47×9.568

(vii) $0.8756 \div 0.4632$

(viii) $3.478 \div 0.8325$

(ix) $\frac{0.06784 \times 9.845}{0.4578}$

(x) $\frac{0.7854}{0.00345 \times 0.06783}$

(xi) $\frac{53.64 \times 0.07184}{0.6302 \times 10.08}$

(xii) $\frac{0.0008753 \times 0.04455}{0.003278 \times 0.09237}$

10. சுருக்குக.

(i) 1.4383×3

(ii) $\bar{1}.3947 \times 2$

(iii) $\bar{1}.7838 \times 3$

(iv) $\bar{2}.5567 \times 2$

(v) $\bar{3}.8435 \times 4$

(vi) $\bar{2}.0071 \times 3$

(vii) $\bar{4}.8901 \times 2$

(viii) $\bar{1}.0606 \times 5$

(ix) $\bar{5}.9784 \times 4$

11. சுருக்குக.

(i) $0.4783 \div 2$

(ii) $3.6157 \div 4$

(iii) $\bar{2}.4981 \div 2$

(iv) $\bar{1}.8947 \div 3$

(v) $\bar{3}.6381 \div 2$

(vi) $\bar{4}.0741 \div 3$

(vii) $\bar{2}.8009 \div 3$

(viii) $\bar{3}.5745 \div 5$

(ix) $\bar{1}.4952 \div 3$

12. மடக்கை (log) அட்டவணையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

(i) $\sqrt{0.5964}$

(ii) $32.78 \times \sqrt{0.8465}$

(iii) $\sqrt[3]{3.478} \times (0.673)^2$

(iv) $(0.8456)^{\frac{1}{3}} \times (9.758)^3$

(v) $7.563 \times \sqrt[3]{0.0983}$

(vi) $(0.0563)^{\frac{1}{4}} \div \sqrt{10.78}$

13. மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

(i) $\frac{8.563 \times (0.678)^2}{0.08563}$

(ii) $\frac{0.6725 \times (2.756)^3}{(0.8645)^2}$

(iii) $\frac{845.6}{(6.783)^2 \times 0.0372}$

(iv) $\frac{\sqrt{0.8432} \times 0.0785}{(2.45)^2 \times 0.000378}$

(v) $\frac{0.8472 \times \sqrt[3]{0.4563}}{(0.6375)^3}$

(vi) $\frac{(5.137)^2 \times 0.3684}{\sqrt{0.7547}}$

(vii) $3 \times 0.643 \times \sqrt{\frac{83.45}{103.7}}$

(viii) $\frac{(9.092)^3 \times 0.0832}{\sqrt{0.5031}}$

(ix) $\frac{\sqrt[3]{0.02578} \times 9.7832}{(0.3887)^2}$

(x) $\frac{97.16 \times \sqrt{0.2569}}{0.9174^3}$

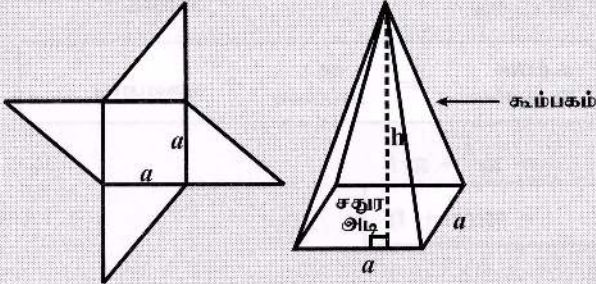
14. பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களை மதிப்பிடுக. அவ்விடையை மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்கி வாய்ப்புப் பார்க்க.
- (i) 9.857×0.9758 (ii) $21.37 \div 2.904$
- (iii) $\frac{101.4 \times 0.9472}{9.953}$ (iv) $\frac{(1.078)^2 \times 0.9078}{10.54}$
- (v) $\frac{\sqrt{9.097} \times 0.09531}{0.945}$ (vi) $\frac{\sqrt{0.04135} \times \sqrt{48.63}}{\sqrt{16.31}}$
15. $f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}}$ என்னும் சூத்திரத்தில்,
- (i) $l = 3.456$, $T = 0.9251$, $m = 2.478$ எனும் பெறுமானங்களைப் பிரதியிடுக.
- (ii) மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி f இன் பெறுமானம் காண்க.
16. $P = n^2 + 2as$, எனும் சூத்திரத்தில்,
- (i) $n = 4.563$, $a = 0.8543$, $s = 0.0532$ எனும் பெறுமானங்களைப் பிரதியிடுக.
- (ii) மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி P இன் பெறுமானம் காண்க.
17. (i) தீர்க்க. $x^{-1/2} = \frac{1}{7}$
- (ii) மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தாது பெறுமானம் காண்க.
 $4 \log x - \log 27 = \frac{1}{2} \log 3 + \frac{3}{2} \log 27$
- (iii) மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்திப் பெறுமானம் காண்க.
 $\frac{(0.5647)^2 \times \sqrt[3]{0.0894}}{7.325}$
18. (i) தீர்க்க. $3^{x-1} = 81$
- (ii) $\log_{10} 2 = x$ ஆகவும் $\log_{10} 3 = y$ ஆகவும் இருப்பின் $\log_{10} \left(\frac{4}{27}\right)$ இன் பெறுமானத்தை x, y ஆகியவற்றின் சார்பில் எடுத்துரைக்க.
- (iii) மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி $\frac{109 \times (0.758)^3}{(0.4506)^{1/3}}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
19. மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.
- (i) $\frac{\sqrt{0.0643} \times 285.4}{(7.05)^3}$ (ii) $\frac{0.907 \times \sqrt{48.07}}{(1.65)^2}$
20. மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.
 $\frac{11.63 \times \sqrt{873.4}}{(21.63)^2}$

அலகு 4

திண்மங்களின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு

● கூம்பகம்

சதுர அல்லது பல்கோணியை அடியாகவும் ஏனைய முகங்களை பொது உச்சியிற் சந்திக்கும் முக்கோணிகளையும் கொண்ட திண்மம் கூம்பகம் எனப்படும்.



a - சதுர அடி நீளம்

h - முக்கோண செங்குத்துயரம்

$$\text{கூம்பகத்தின் மேற்பரப்பளவு} = \left(\text{அடியின் பரப்பளவு} \right) + \left(4 \text{ முக்கோண பரப்பளவு} \right)$$

சதுர அடிக்கூம்பக பரப்பளவு $A = a \times a + 4 \times \frac{1}{2} \times a \times h$

$$A = a^2 + 2ah$$

$$A = a(a + 2h)$$

* கூம்பகமொன்றின் பொது உச்சியிற் சந்திக்கும் விளிம்புகளின் நீளங்கள் சமனாயின் அது செங்கூம்பகம் எனப்படும்.

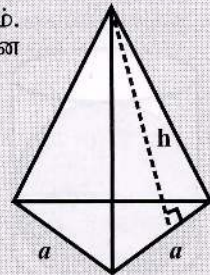
● நான்குகூம்பகம்

முக்கோண அடியைக் கொண்ட கூம்பகம். அதாவது நான்கு முக்கோண முகங்களாலான திண்மம் நான்குகூம்பகம் எனப்படும்.

$$\text{நான்குகூம்பகத்தின் மேற்பரப்பளவு} = 4 \times \text{முக்கோணப் பரப்பளவு}$$

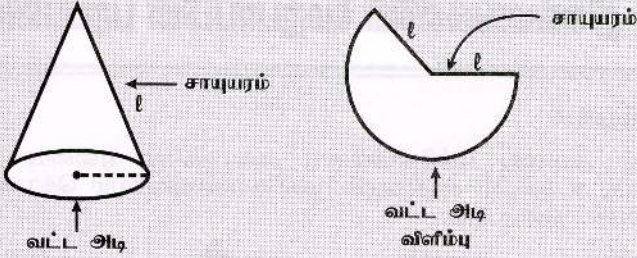
$$A = 4 \times \frac{1}{2} \times a \times h$$

$$A = 2ah$$



● கூம்பு

ஒரு வட்ட அடியையும் சாய்வான வளை பரப்பையும் கொண்டு பொது உச்சியையும் கொண்ட திண்மம் கூம்பு எனப்படும்.



$$\text{கூம்பின் மேற்பரப்பளவு} = \text{வட்ட பரப்பளவு} + \text{வளைபரப்பு}$$

$$A = \pi r^2 + \pi r l$$

$$A = \pi r(r + l)$$

● கோளம்

வளை மேற்பரப்பளவை மாத்திரம் கொண்டமைந்த திண்மம் கோளம் எனப்படும்.



கோளம்

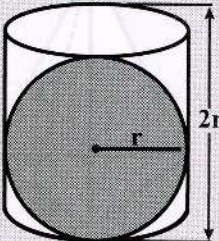
$$\pi = \frac{22}{7}$$

$$r = \text{ஆரை}$$

$$\text{கோளத்தின் பரப்பளவு } A = 4\pi r^2$$

● சுற்றுருளை

குறித்தவொரு கோளத்தின் ஆரைக்குச் சமனான ஆரையையும், அதன் விட்டத்திற்குச் சமனான உயரத்தையும் கொண்ட உருளையின் வளைபரப்பளவு அக்கோளத்தின் பரப்பளவிற்குச் சமனாகும். இவ்வகையான உருளை அக்கோளத்தின் சுற்றுருளை எனப்படும்.



$$\begin{aligned} \text{உருளையின் வளைபரப்பளவு} &= 2\pi r^2 \times 2r \\ &= 4\pi r^2 \end{aligned}$$

$$\text{கோளத்தின் பரப்பளவு} = 4\pi r^2$$

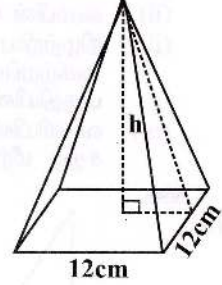
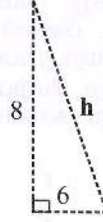
2 தூரணங்கள்

1. சதுர அடியின் விளிம்பு 12cm ஆகவுள்ள செங்கும்பகமொன்றின் உயரம் 8cm ஆகும்.

- (i) முக்கோண முகமொன்றின் செங்குத்துயரத்தைக் காண்க.
 (ii) கூம்பகத்தின் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

விடை

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad h^2 &= 8^2 + 6^2 \\ h^2 &= 64 + 36 \\ h^2 &= 100 \\ h &= \sqrt{100} = 10\text{cm} \end{aligned}$$



∴ முக்கோண முகமொன்றின் செங்குத்துயரம் $h = 10\text{cm}$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad \text{கூம்பக அடியின் பரப்பளவு} &= 12 \times 12 \\ &= 144\text{cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 \text{ முக்கோணங்களினதும் பரப்பளவு} &= 4 \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 10 \right) \\ &= 240\text{cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{கூம்பகத்தின் மேற்பரப்பளவு} &= 144 + 240 \\ &= 384\text{cm}^2 \end{aligned}$$

2. அடியின் பரிதி 110cm ஆகவும் சாயுயரம் 42cm ஆகவுமுள்ள திண்மச் செங்கும்பகமொன்றின்,

- (i) அடியின் ஆரையைக் காண்க.
 (ii) மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

விடை

$$\text{(i)} \quad \text{பரிதி} = 110\text{cm}$$

$$2\pi r = 110\text{cm}$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 110\text{cm}$$

$$r = \frac{110 \times 7}{2 \times 22}$$

$$r = \frac{35}{2} = 17.5\text{cm}$$

$$\text{(ii)} \quad \text{கூம்பின் மேற்பரப்பளவு} = \text{அடிபரப்பு} + \text{வளை பரப்பு}$$

$$= \pi r^2 + 2\pi r l$$

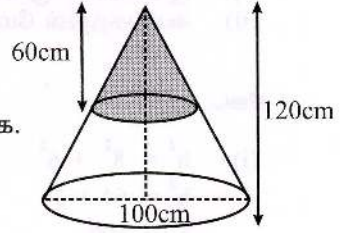
$$= \pi r(r + l)$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{35}{2} \left(\frac{35}{2} + 42 \right)$$

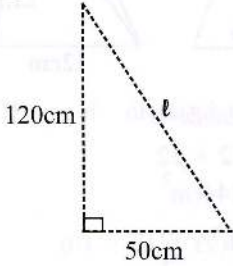
$$= 55 \times \frac{119}{2} = 3272.5\text{cm}^2$$

3. வட்டக்குறுக்கு வெட்டின் விட்டம் 100cm ஆன அடியற்ற தகரக்கூம்பு ஒன்றின் உயரம் 120cm ஆகும். இக்கூம்பின் உச்சியிலிருந்து 60cm உயரமான சிறு கூம்பு (நிழற்றிய பகுதி) வெட்டி அகற்றப்பட்ட பின் எஞ்சிய பகுதியின் சிறிய வட்டக் குறுக்குவெட்டிற்கு வட்டத்தகடு ஒன்று பொருத்தப்பட்டு வாளியொன்று தயாரிக்கப்படுகிறது.

- (i) கூம்பின் சாயுயரத்தைக் காண்க.
(ii) கூம்பின் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.
(iii) நிழற்றிய சிறு கூம்பு வெட்டி அகற்றப்பட்ட பின்னர் எஞ்சிய பகுதியின் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.
(iv) வாளியின் புற மேற்பரப்பளவைச் சதுர மீற்றரீற் காண்க.



(i) விடை



$$l^2 = 120^2 + 50^2$$

$$l^2 = 14400 + 2500$$

$$l^2 = 16900$$

$$l = \sqrt{16900}$$

$$l = 130\text{cm}$$

$$\text{சாய்வுயரம்} = 130\text{cm}$$

- (ii) விட்டம் = 100cm
ஆரை = 50cm
கூம்பின் மேற்பரப்பளவு = πr^2

$$= \frac{22}{7} \times 50 \times 130$$

$$= 20428.57 \text{ cm}^2$$

- (iii) சிறிய கூம்பின் உயரம் = 60cm

$$\text{அடி விட்டம்} = \frac{100}{2} = 50\text{cm}$$

$$\text{சிறிய கூம்பின் சாய்வுயரம்} = \frac{130}{2} = 65\text{cm}$$

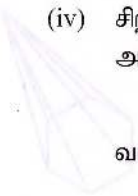
$$\text{சிறிய கூம்பின் மேற்பரப்பளவு} = \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{50}{2} \times 65$$

$$= 5107.14 \text{ cm}^2$$


$$\text{எஞ்சிய பகுதியின் மேற்பரப்பளவு} = (20428.57 - 5107.14) \text{ cm}^2$$

$$= 15321.43 \text{ cm}^2$$




$$\begin{aligned}
 \text{(iv) சிறிய வட்டத் தகட்டின் பரப்பளவு} &= \pi r^2 \\
 \text{அடி விட்டம்} &= \frac{22}{7} \times 25 \times 25 \\
 &= 1964.28 \text{ cm}^2 \\
 \text{வாளியின் புற மேற்பரப்பளவு} &= 1964.28 + 15321.43 \\
 &= 17285.71 \text{ cm}^2 \\
 &= \frac{17285.71}{100 \times 100} \text{ m}^2 \\
 &= 1.7285 \text{ m}^2 \\
 &= 1.73 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

4. ஆரை 14cm ஆகவுள்ள திண்மக் கோளமொன்றின் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.



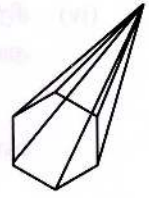
$$\begin{aligned}
 \text{கோள மேற்பரப்பளவு A} &= 4\pi r^2 \\
 &= 4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \\
 &= 2464 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

5. அரைக்கோளத் திண்மம் ஒன்றின் விட்டம் 21cm ஆகும். அதன் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.



$$\begin{aligned}
 \text{அரைக் கோளத் திண்ம மேற்பரப்பளவு} &= \text{கோளப்பரப்பு} + \text{வட்டப் பரப்பு} \\
 \text{அரைக் கோளத் திண்ம மேற்பரப்பளவு} &= \frac{1}{2} \times 4\pi r^2 + \pi r^2 \\
 &= 2\pi r^2 + \pi r^2 \\
 &= 3\pi r^2 \\
 &= 3 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \\
 &= 1039.5 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

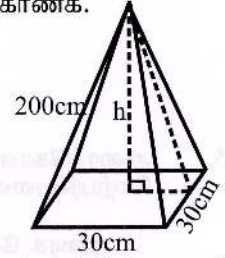
பயிற்சி



1. ஒழுங்கான அறுகோண அடியின் பரப்பளவு 80 cm^2 ஆகவும். முக்கோணப் பக்கம் ஒன்றின் பரப்பளவு 45 cm^2 ஆகவுமுள்ள கூம்பகத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.
2. விளிம்பின் நீளம் 12 cm ஆகவுள்ள நான்முகி ஒன்றின் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.
3. நான்முகி ஒன்றின் மொத்த மேற்பரப்பளவு $225\sqrt{3}\text{ cm}^2$ எனின்,
 - (i) அதன் முகமொன்றின் விளிம்பின் (பக்க) நீளத்தைக் காண்க.
 - (ii) முக்கோணச் செங்குத்துயரத்தைக் காண்க.
4. செங்கூம்பகமொன்றின் சதுர அடியின் பக்கநீளம் 11 cm , முக்கோண முகமொன்றின் செங்குத்துயரம் 8 cm எனின், அதன் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

5. 20 cm சதுர அடியையும் 18 cm முக்கோணச் செங்குத்துயரத்தையும் கொண்ட செங்கூம்பகமொன்றின் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

6. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உரு 30 cm விளிம்புள்ள சதுர அடியையும் 20 cm உயரத்தையுமுடைய செங்கூம்பகமாகும்.



- (i) அதன் முக்கோண முகத்தின் செங்குத்து உயரம் h ஐக் காண்க.
- (ii) அதன் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

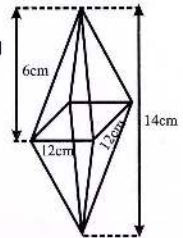
7. சதுர அடியின் பக்கநீளம் 6 m ஆகவுள்ள செங்கூம்பகம் ஒன்றின் உயரம் 4 m எனின், அதன் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

8. சதுர அடியின் பக்க நீளம் 25 cm ஆகவுள்ள கூம்பகமொன்றின் மேற்பரப்பளவு 2125 cm^2 ஆகும். அதன் முகத்தின் செங்குத்துயரத்தைக் காண்க.

9. சதுர அடியின் நீளமும் உயரமும் $3 : 2$ எனும் விகிதத்தில் அமைந்துள்ள கூம்பகமொன்றின் மேற்பரப்பளவு 1344 cm^2 ஆகும்.

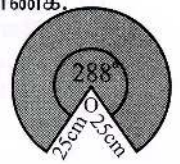
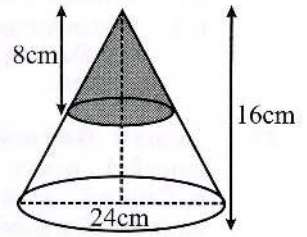
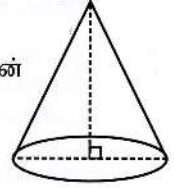
- (i) சதுர அடியின் நீளத்தைக் காண்க.
- (ii) அக்கூம்பகத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

10. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் ஒரே சதுர அடியை உடைய இரு கூம்பகங்கள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன.



- (i) மேற் கூம்பக முக்கோணச் செங்குத்துயரம் யாது?
- (ii) கீழ்க் கூம்பக முக்கோண செங்குத்துயரம் யாது?
- (iii) இத்திண்மத்தின் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

11. பக்கநீளங்கள் 40cm, 16cm ஆன செவ்வக அடியையுடைய செங்கும்பகம் ஒன்றின் உயரம் 15cm எனின், அதன் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.
12. தரப்பட்டுள்ள வலையுருவைக் கொண்டு அமைக்கக் கூடிய திண்மத்தின் பெயரை எழுதுக.
13. அடியின் ஆரை 14cm ஆகவும், சாயுயரம் 26cm ஆகவுமுள்ள செங்கும்பு ஒன்றின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.
14. வட்ட அடியின் விட்டம் 14cm ஆகவும் சாயுயரம் 24cm ஆகவும் உள்ள திண்மக் கூம்பு ஒன்றின் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.
15. வட்டக் குறுக்கு வெட்டின் பரிதி 66m ஆகவும் சாயுயரம் 30m ஆகவும் உள்ள கூம்புருவக் கூடாரம் ஒன்றை அமைப்பதற்குத் தேவையான கூடாரத் துணியின் பரப்பளவைக் காண்க.
16. உலோகத்தாலான திண்மக் கூம்பொன்றின் வட்ட அடியின் விட்டம் 30cm, உயரம் 20cm ஆகும்.
(i) கூம்பின் சாயுயரத்தைக் காண்க.
(ii) கூம்பின் மொத்த மேற்பரப்பளவைக் காண்க.
17. அடியின் பரிதி 88cm ஆகவுள்ள திண்மக் கூம்பின் மேற்பரப்பளவு 1716cm^2 ஆகும்.
(i) அடியின் ஆரையைக் காண்க.
(ii) கூம்பின் சாயுயரத்தைக் காண்க.
18. வட்டக்குறுக்கு வெட்டின் விட்டம் 24cm ஆன வட்ட அடியற்ற தகரக்கூம்பு ஒன்றின் உயரம் 16cm ஆகும். இக்கூம்பின் உச்சியிலிருந்து 8cm உயரமான சிறு கூம்பு (நிழற்றிய பகுதி) வெட்டியகற்றப்பட்ட பின் எஞ்சிய பகுதியின் சிறிய வட்டக் குறுக்கு வெட்டிற்கு வட்டத்தகடு ஒன்று பொருத்தப்பட்டு சிறிய வாளியொன்று தயாரிக்கப்படுகிறது.
(i) தகரக் கூம்பின் சாயுயரத்தைக் காண்க.
(ii) தகரக் கூம்பின் புறமேற்பரப்பளவைக் காண்க.
(iii) நிழற்றிய சிறு கூம்பு வெட்டியகற்றப்பட்ட பின்னர் எஞ்சிய பகுதியின் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.
(iv) வாளியின் புற மேற்பரப்பளவைச் சதுர மீற்றிறிற் காண்க.
19. 50cm விட்டமுடைய வட்டத் தகட்டிலிருந்து மையத்தில் 288° கோணமுடைய ஆரைச் சிறை ஒன்று (நிழற்றிய பகுதி) வெட்டி எடுக்கப்பட்டு கூம்பாக அமைக்கப்படுகின்றது.



- (i) அமைக்கப்பட்ட கூம்பின் வட்ட அடியின் ஆரை யாது?
(ii) கூம்பின் உயரம் யாது?

20. ஆரை 7cm ஆகவுள்ள திண்மக் கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

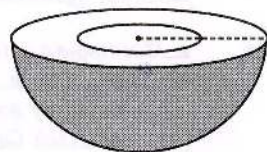
21. விட்டம் 21cm ஆகவுள்ள கோளம் ஒன்றின் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

22. 35cm ஆரையுடைய அரைவட்டத் திண்மக் கோளம் ஒன்றின் பரப்பளவைக் காண்க.

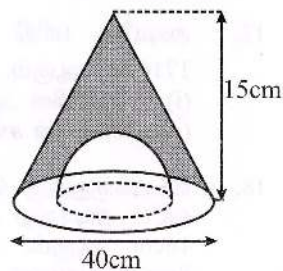
23. கோளப் பந்தொன்றின் மேற்பரப்பளவு 1386cm^2 ஆகும். அதன் ஆரையைக் காண்க.

24. திண்ம அரைக் கோளம் ஒன்றின் மொத்த மேற்பரப்பளவு $1039\frac{1}{2}\text{cm}^2$ எனின், அதன் ஆரையைக் காண்க.

25. பூங்கா ஒன்றில் வைக்கப்பட்டுள்ள அரைக்கோள வடிவ நீர்த்தாங்கி ஒன்றின் உள்ளாரை வெளியாரை முறையே 45.5cm, 56cm எனின், அத்தாங்கியின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

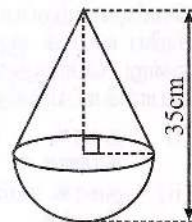


26. 40cm அடிவிட்டத்தையும் 15cm உயரத்தையும் கொண்ட திண்மக் கூம்பொன்றில் இருந்து 21cm விட்டமுடைய ஒரு அரைக் கோளம் குடைந்து அகற்றப்பட்டது.



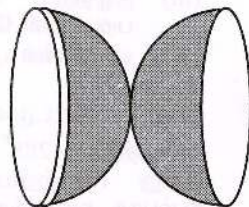
- (i) கூம்பின் சாய்யுயரத்தைக் கணிக்க.
(ii) கோளத்தைக் குடைந்த பின்னர் எஞ்சிய பகுதியின் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

27. அரைக் கோளத்தினதும், கூம்பினதும் அடியின் ஆரை 15cm ஆகும். இவ் உலோகத் திண்மத்தின் உயரம் 35cm ஆகும். இத்திண்மத்தின் மொத்த மேற்பரப்பளவைக் காண்க.



28. தரப்பட்டுள்ள உரு சம ஆரை 3.5cm ஐக் கொண்ட இரு திண்ம அரைக்கோளங்களால் ஆனது எனின்,

- (i) திண்ம அரைக்கோளம் ஒன்றின் கோள மேற்பரப்பளவைக் காண்க.
(ii) உருவின் மொத்த மேற்பரப்பளவைக் காண்க.



அலகு 5

திண்மங்களின் கனவளவு

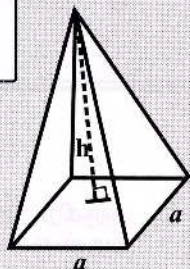
கூம்பகம்

கூம்பகக் கனவளவு $V = \frac{1}{3} \times$ அடிப் பரப்பளவு \times உயரம்

சதுர அடிக் கூம்பகமாயின்,

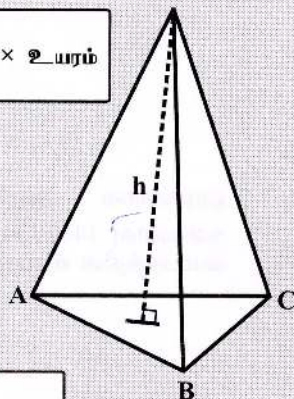
கூம்பக கனவளவு $V = \frac{1}{3} \times (a \times a) \times h$

$$V = \frac{1}{3} a^2 h$$



நான்முகி

நான்முகியின் கனவளவு $V = \frac{1}{3} \times$ (அடி ABC பரப்பளவு) \times உயரம்

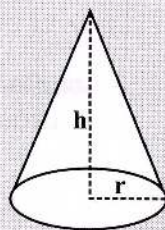


கூம்பு

கூம்பின் கனவளவு $= \frac{1}{3} \times$ அடிப் பரப்பளவு \times உயரம்

$$V = \frac{1}{3} \times (\pi r^2) \times h$$

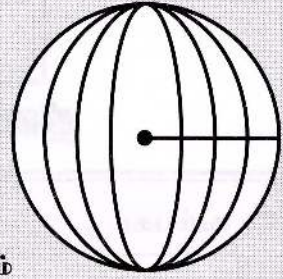
$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$



● கோளம்

கோளத்தின் கனவளவு $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

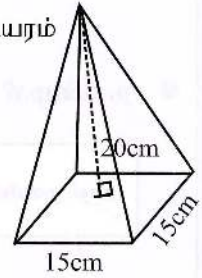


⇒ $\pi = \frac{22}{7}$, $r =$ ஆரை, $h =$ உயரம்

உதாரணங்கள்

1. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள கூம்பகத்தின் அடி 15cm விளிம்புள்ள சதுரமாகும். அதன் உயரம் 20cm எனின், அதன் கனவளவைக் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{கூம்பகக் கனவளவு} &= \frac{1}{3} \times \text{அடிப்பரப்பளவு} \times \text{உயரம்} \\ &= \frac{1}{3} \times (15 \times 15) \times 20 \\ &= \frac{1}{3} \times 225 \times 20 \\ &= 1500\text{cm}^2 \end{aligned}$$

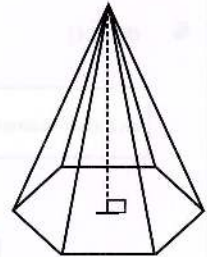


2. ஒழுங்கான அறுகோண அடியைக் கொண்ட கூம்பகம் ஒன்றின் கனவளவு $1440\sqrt{3}\text{ cm}^3$ ஆகும். அறுகோணியின் பக்கநீளம் 8cm ஆயின் கூம்பகத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

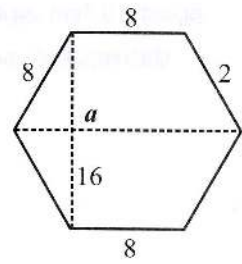
$$\begin{aligned} a^2 &= 8^2 - 4^2 \\ a^2 &= 64 - 16 \\ a &= \sqrt{48} \\ a &= 4\sqrt{3}\text{ cm} \end{aligned}$$

அறுகோண அடியின்
பரப்பளவு

$$\begin{aligned} &= \left[\frac{1}{2} (8 + 16) \times a \right] \times 2 \\ &= \left[\frac{1}{2} (8 + 16) \times 4\sqrt{3} \right] \times 2 \\ &= 48\sqrt{3} \times 2 \\ &= 96\sqrt{3}\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

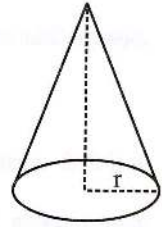


$$\begin{aligned} \text{கூம்பகக் கனவளவு} &= 1440\sqrt{3} \\ \frac{1}{3} \times \text{அடிப்பரப்பு} \times \text{உயரம்} &= 1440\sqrt{3} \\ \frac{1}{3} \times 96\sqrt{3} \times h &= 1440\sqrt{3} \\ \frac{1440\sqrt{3} \times 3}{96\sqrt{3}} & \\ \text{கூம்பக உயரம்} &= 45\text{cm} \end{aligned}$$



3. அடியின் பரிதி 66cm உயரம் 0.5m கொண்ட கூம்பின் கனவளவைக் காண்க.

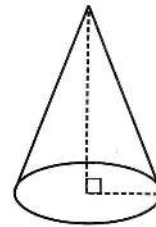
$$\begin{aligned} \text{பரிதி} &= 66\text{cm} \\ 2\pi r &= 66\text{cm} \\ 2 \times \frac{22}{7} \times r &= 66\text{cm} \\ r &= \frac{66 \times 7}{2 \times 22} \\ r &= \frac{21}{2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{கூம்பின் கனவளவு} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \times 50 \\ &= 5775\text{cm}^3 \end{aligned}$$

4. வட்ட அடியின் விட்டம் 28cm ஆகவுள்ள திண்மக் கூம்பின் கனவளவு 4312 cm³ எனின், கூம்பின் உயரத்தைக் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{கூம்பின் கனவளவு} &= 4312\text{cm}^3 \\ \frac{1}{3} \pi r^2 h &= 4312 \\ \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times h &= 4312 \\ h &= \frac{4312 \times 3 \times 7}{22 \times 14 \times 14} \\ h &= 21\text{cm} \end{aligned}$$



5. ஆரை 10.5cm ஆன கோளத்தின் கனவளவைக் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{கோளத்தின் கனவளவு} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \\ &= 4851 \text{cm}^3 \end{aligned}$$

6. அரைக் கோளத்தினதும் கூம்பினதும் ஆரை 1.4m ஆகவுள்ள இத் திண்மத்தின் உயரம் 4.6m ஆகும். அதன் கனவளவைக் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{அரைக்கோளக் கனவளவு} &= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{2}{3} \pi r^3 \end{aligned}$$

$$\text{கூம்பின் கனவளவு} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\text{திண்மத்தின் கனவளவு} = \frac{2}{3} \pi r^3 + \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

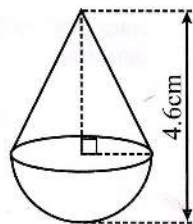
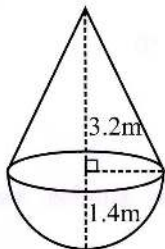
$$= \frac{1}{3} \pi r^2 (2r + h)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 \times (2 \times 1.4 + 3.2)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 \times (2.8 + 3.2)$$

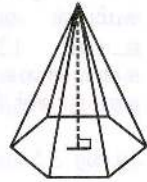
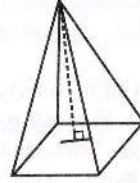
$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 \times 6.0$$

$$= 12.32 \text{m}^3$$



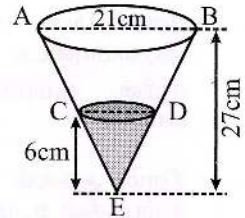
பயிற்சி

- ஒரே அளவுகளையுடைய கூம்பகம் ஒன்றிற்கும் கனவுரு ஒன்றிற்கும் இடையேயான தொடர்பை விளக்குக.
- சதுர அடியின் பரப்பளவு 75cm^2 ஆகவுள்ள செங்குத்தான கூம்பகம் ஒன்றின் உயரம் 30cm எனின், அதன் கனவளவைக் காண்க.
- அடியின் பரப்பளவு 108cm^2 ஆகவுள்ள ஒழுங்கான நான்முகி ஒன்றின் உயரம் 11cm எனின், அதன் கனவளவைக் காண்க.
- சதுர அடியின் பக்கநீளம் 20cm ஆகவுள்ள கூம்பகத்தின் உயரம் 33cm ஆகும். அதன் கனவளவைக் காண்க.
- நீளம் 15cm , அகலம் 10cm ஆன செவ்வக அடியையுடைய கூம்பகத்தின் உயரம் 0.4m எனின், கூம்பகத்தின் கனவளவை cm^3 இற் காண்க.
- நீளம், அகலம் 24cm , 16cm ஆகவுள்ள செவ்வக அடியைக் கொண்ட கூம்பகத்தின் உயரம் 0.5m எனின், அதன் கனவளவைக் காண்க.
- பக்கநீளம் 10cm ஆகவுள்ள ஒழுங்கான அறுகோண அடியையுடைய கூம்பகம் ஒன்றின் உயரம் 15cm எனின், அதன் கனவளவைக் காண்க.
- சதுர அடியையுடைய கூம்பகமொன்றின் கனவளவு $847\sqrt{3}\text{cm}^3$ ஆகும். அதன் அடியின் பக்கநீளம் 11cm எனின், கூம்பகத்தின் உயரத்தைக் காண்க.
- பக்க நீளம் 12cm ஆகவுள்ள ஒழுங்கான அறுகோணியை அடியாகக் கொண்ட கூம்பகத்தின் கனவளவு $1080\sqrt{3}\text{cm}^3$ எனின், கூம்பகத்தின் உயரத்தைக் காண்க.
- மேசைமேல் வைக்கப்படும் Paper wait என அழைக்கப்படும் கண்ணாடியாலான கூம்பகத்தின், சதுர அடியின் பக்க நீளம் 3cm , அதன் உயரம் 3cm ஆகும்.
 - அக்கூம்பக Paper wait இன் கனவளவைக் காண்க.
 - 1cm^3 கண்ணாடியின் நிறை 35g எனின், அதன் நிறையைக் காண்க.
- அடியின் ஆரை 14cm ஆகவுள்ள கூம்பின் உயரம் 30cm எனின், அதன் கனவளவைக் காண்க.
- விட்டம் 21cm ஆகவுள்ள கூம்பின் உயரம் 20cm எனின், அதன் கனவளவைக் காண்க.

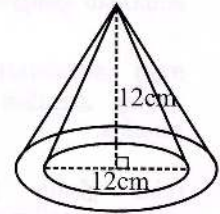


13. விட்டம் 35cm ஆன கூம்பின் உயரம் 30cm எனின், அதன் கனவளவைக் காண்க.
14. பரிதி 176cm, உயரம் 1.8m ஆகவுள்ள கூம்பு வடிவ மணற் குவியலிலுள்ள மணலின் கனவளவைக் காண்க.
15. உயரம் 0.5m ஆகவுள்ள திண்மக் கூம்பொன்றின் கனவளவு 30800 cm^3 எனின், அதன் அடியின் ஆரையைக் காண்க.
16. பரிதி 154cm ஆகவுள்ள திண்மக் கூம்பொன்றின் கனவளவு 56595 cm^3 எனின், அதன் உயரத்தைக் காண்க.
17. கனவளவு 3465 cm^3 ஆகவுள்ள திண்மக் கூம்பொன்றின் உயரம் 30cm எனின், அதன் அடியின் ஆரையைக் காண்க.

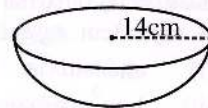
18. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ள திண்மக் கூம்பு ABE இலிருந்து CDE எனும் சிறு கூம்புப் பகுதி வெட்டியகற்றப்படுகிறது.
- (i) கூம்பு ABE இன் கனவளவைக் காண்க.
(ii) கூம்பு CDE இன் கனவளவைக் காண்க.
(iii) எஞ்சிய பகுதி ABDC இன் கனவளவைக் காண்க.



19. 18cm அடிவிட்டத்தையும் 12cm உயரத்தையும் கொண்ட செவ்வட்ட திண்ம உலோகக் கூம்பொன்றிலிருந்து இரண்டாவது கூம்பு ஒன்று குடைந்து எடுக்கப்படுகிறது. இரு கூம்புகளும் பொதுவான ஓர் அச்சைக் கொண்டுள்ளன. குடைந்தெடுக்கப்பட்ட கூம்பின் அடிவிட்டம் 12cm ஆகும். அதன் உயரம் 12cm ஆகும். எஞ்சிய கூம்பின் கனவளவைத் திருத்தமாக முதலாம் தசமதானத்திற் காண்க.

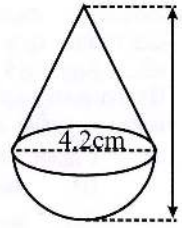


20. ஆரை 3.5cm ஆகவுள்ள திண்மக் கோளம் ஒன்றின் கனவளவைக் காண்க.
21. விட்டம் 42cm ஆன திண்மக் கோளம் ஒன்றின் கனவளவைக் காண்க.
22. ஆரை 14m ஆகவுள்ள திண்ம அரைக்கோளம் ஒன்றின் கனவளவைக் காண்க.



23. கனவளவு 4851 cm^3 ஆகவுள்ள கோளம் ஒன்றின் விட்டத்தைக் காண்க.
24. ஆரை 63cm ஆன உலோகக் கோளமொன்று உருக்கப்பட்டு அதே ஆரையை அடியாகக் கொண்ட கூம்பொன்று செய்யப்பட்டது. கூம்பின் உயரத்தைக் காண்க. (உருக்கும்போது உலோகம் விரயமாகவில்லை எனக் கொள்க)

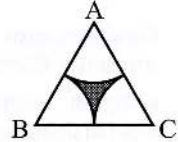
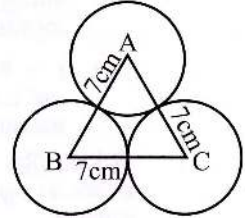
25. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள திண்மத்தின் உயரம் 4.1m ஆகும். அதன் அரைக்கோள, கூம்பின் அடிவிட்டம் 4.2m ஆகும். இத்திண்மத்தின் கனவளவைக் காண்க.



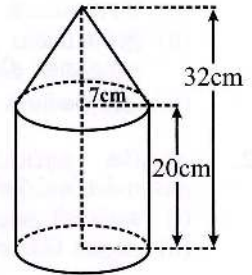
26. கனவளவு 297cm^3 ஆகவுள்ள திண்ம உலோகம் ஒன்று விரயமாகாதவாறு உருக்கப்பட்டு 21000 சிறிய கோளங்கள் செய்யப்பட்டன. கோளம் ஒன்றின் ஆரையைக் காண்க.

27. ஒரே ஆரையுடைய இம் மூன்று கோளங்களும் ஒன்றுடனொன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளன.

- (i) இத் திண்மத்தைச் செய்யத் தேவையான உலோகத்தின் கனவளவைக் காண்க.
- (ii) இத்திண்மம் AB, BC, AC வழியே வெட்டி அகற்றப்படுகிறது (உருவைப் பார்க்க) எஞ்சிய திண்மத்தின் கனவளவைக் காண்க.
- (iii) 100cm^3 உலோகத்தின் நிறை 12kg எனின், எஞ்சிய திண்மத்தின் நிறையைக் காண்க.



28. (a) உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ள திண்ம உலோகத்துண்டானது ஓர் உருளையான பகுதியையும் அதன் மேல் ஒரு கூம்புருவான பகுதியையும் கொண்டுள்ளது. (உருவைப் பார்க்க) உருளையின் அடியின் ஆரையும் கூம்பின் அடியின் ஆரையும் 7cm இற்குச் சமனாகும். உருளையான பகுதியின் உயரம் 20cm ஆகும். உலோகத்துண்டின் முழு உயரமும் 32cm ஆகும். அந்த உலோகத்துண்டின் கனவளவைக் காண்க.



- (b) இத்தகையதோர் உலோகம் உருக்கப்பட்டு 4312cm^3 உலோகம் பெறப்பட்டது. இதிலிருந்து 6 சம அளவான அரைக் கோளங்கள் செய்யப்பட்டன. உலோகம் எதுவும் விரயமாகவில்லை என்று கருதி ஓர் அரைக் கோளத்தின் ஆரையைக் காண்க.

29. அடியின் ஆரை r ஐயும் ஆரையின் இருமடங்கை உயரமாகவும் கொண்ட ஒரு திண்மச் செவ்வட்டக் கூம்பையும் அக்கூம்பின் அடியின் விட்டத்துக்குச் சமமான விட்டத்தைக் கொண்ட ஒரு திண்ம அரைக் கோளத்தையும் சேர்த்து உருவாக்கப்பட்ட ஒரு கூட்டுத் திண்மம் வரிப்படத்திற் காட்டப்படுகிறது.

a) r இன் சார்பில்,

- (i) அரைக் கோளத்தின் விட்டத்தை எழுதுக.
(ii) கூட்டுத் திண்மத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

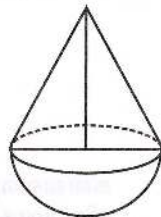
b) (i) கூம்பினதும், கோளத்தினதும் கனவளவை π , r ஆகியவற்றின் சார்பில் தருக.

(ii) அக்கூம்பின் கனவளவுக்கும் அரைக் கோளத்தின் கனவளவுக்குமிடையே உள்ள தொடர்பு யாது?

(iii) கூட்டுத் திண்மத்தின் கனவளவுக்கான ஒரு கோவையை π , r ஆகியவற்றின் சார்பில் மிக எளிய வடிவத்தில் பெறுக.

(iv) $r = 8.5\text{cm}$ எனவும் $\pi = 3.14$ எனவும் கொண்டு மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்திக் கூட்டுத் திண்மத்தின் கனவளவைக் காண்க.

c) இக்கூட்டுத் திண்மத்தின் கனவளவுக்குச் சமமான கனவளவை உடைய ஒரு திண்மக் கோளத்தின் ஆரையைக் கணிக்காமல் எழுதுக.



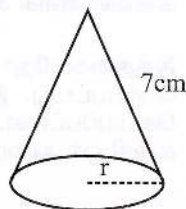
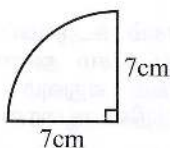
30. செவ்வுருளை வடிவப் பீப்பாய் ஒன்றின் வளைந்த மேற்பரப்பளவிற்குச் சமனான மேற்பரப்பளவையும் ஆரையையும் கொண்ட திண்மக் கோளம் ஒன்றின் கனவளவு $1437\frac{1}{3}\text{cm}^3$ எனின், அச்செவ்வுருளைப் பீப்பாயின் கொள்ளளவைக் காண்க.

31. அடியின் ஆரை X ஆகவுள்ள செவ்வட்டக் கூம்பின் உயரம் $6X$ எனின்,

- (i) செவ்வட்டக் கூம்பின் கனவளவு $2\pi x^3$ எனக் காட்டுக.
(ii) இக்கூம்பை உருக்கி உலோகம் வீணாகாமல் ஆரை $\frac{x}{4}$ ஆகவுள்ள எத்தனை திண்மக் கோளங்களை ஆக்கலாம்?
(iii) அத்திண்மக் கோளம் ஒன்றின் கனவளவை π , x சார்பில் தருக.

32. அருகே தரப்பட்டுள்ள வலையைப் பயன்படுத்தி ஒரு பொட்கூம்பு அமைக்கப்பட்டுள்ளது.

- (i) கூம்பின் அடியின் ஆரை r ஐக் காண்க.
(ii) அதன் கொள்ளளவைக் காண்க.



அலகு 6

ஈருறுப்புக் கோவைகள்

ஈருறுப்புக் கோவைகள்

⇒

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

⇒

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

⇒

$$a^2 + b^2 = \text{வரிவில்கை} \quad (a^2 + b^2)$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

⇒

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

⇒

$$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

2. தூரணங்கள்

1. ஈருறுப்புக் கோவைகளின் விரிவை எழுதுக.

(i) $(x + 5)^2$

(ii) $(2a + 3)^2$

விடை

$$(i) = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 \\ = x^2 + 10x + 25$$

$$(ii) = (2a)^2 - 2 \times 2a \times 3 + 3^2 \\ = 4a^2 - 12a + 9$$

2. $(x + 2)^3 = x^3 + \dots + \dots + 8$ இன் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

விடை

$$(x + 2)^3 = \underline{x^3} + 3 \times \underline{x^2} \times \underline{2} + 3 \times \underline{x} \times \underline{2^2} + 8 \\ = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

3. பின்வரும் ஈருறுப்புக் கோவைகளின் விரிவுகளை எழுதுக.

(i) $(a - 3)^3$

(ii) $(2x - 1)^3$

விடை

$$(i) = a^3 - 3 \times a^2 \times 3 + 3 \times a \times 3^2 - 3^3 \quad (ii) = (2x)^3 - 3 \times (2x)^2 \times 1 + 3 \times 2x \times 1^2 - 1^3 \\ = a^3 - 9a^2 + 27a - 27 \quad = 8x^3 - 3 \times 4x^2 + 3 \times 2x - 1 \\ = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$$

4. பின்வருவனவற்றை இரு உறுப்புக்களினதும் கூட்டுத்தொகை அல்லது வித்தியாசத்தின் கனமாக எழுதிச் சுருக்குக.

(i) 44^3

(ii) 210^3

$$= (50 - 6)^3 \\ = 50^3 - 3 \times 50^2 \times 6 + 3 \times 50 \times 6^2 - 6^3 \\ = 125000 - 3 \times 2500 \times 6 + 3 \times 50 \times 36 - 216 \\ = 125000 - 45000 + 5400 - 216 \\ = 85184$$

(ii) 210^3

$$= (200 + 10)^3 \\ = 200^3 + 3 \times 200^2 \times 10 + 3 \times 200 \times 10^2 + 10^3 \\ = 8000000 + 3 \times 40000 \times 10 + 3 \times 200 \times 100 + 1000 \\ = 9261000$$

5. சதுரமுகி வடிவ நீர்த்தாங்கி ஒன்றின் பக்கநீளம் $(3 - 2p)m$ எனின், அதன் கனவளவை m^3 இற் காண்க.

விடை

$$\text{கனவளவு} = (3 - 2p)^3 m^3 \\ = 3^3 - 3 \times 3^2 \times 2p + 3 \times 3 \times (2p)^2 - (2p)^3 \\ = 27 - 3 \times 9 \times 2p + 9 \times 4p^2 - 8p^3 \\ = [27 - 54p + 36p^2 - 8p^3] m^3$$

6. பின்வருவனவற்றின் காரணிகளை எழுதுக.

(i) $a^3 - 27$

(ii) $8x^3 + 125y^3$

(iii) $2a^2x^3 + 16a^2$

(iv) $1 - \frac{64}{x^6}$

விடை

(i) $a^3 - 27$

(ii) $8x^3 + 125y^3$

$= a^3 - 3^3$

$= 2^3x^3 + 5^3y^3$

$= (a-3)(a^2 + a \times 3 - 3^2)$

$= (2x+5y)(2^2x^2 - 2x \times 5y + 5^2y^2)$

$= (a-3)(a^2 + 3a - 9)$

$= (2x+5y)(4x^2 - 10xy + 25y^2)$

(iii) $2a^2x^3 + 16a^2$

$= 2a^2[x^3 + 8]$

$= 2a^2[x^3 + 2^3]$

$= 2a^2[x+2][x^2 - 2x + 2^2]$

$= 2a^2[x+4][x^2 - 2x + 4]$

(iv) $1 - \frac{64}{x^6}$

$= 1^3 - \frac{4^3}{(x^2)^3}$

$= 1^3 - \left(\frac{4}{x^2}\right)^3$

$= \left[1 - \frac{4}{x^2}\right] \left[1^2 \times 1 \times \frac{4}{x^2} + \left(\frac{4}{x^2}\right)^2\right]$

$= \left[1^2 - \frac{2^2}{x^2}\right] \left[1 + \frac{4}{x^2} + \frac{16}{x^4}\right]$

$= \left(1 - \frac{2}{x}\right) \left(1 + \frac{2}{x}\right) \left[1 + \frac{4}{x^2} + \frac{16}{x^4}\right]$

பயிற்சி

1. பின்வரும் ஈருறுப்புக் கோவைகளின் விரிவை எழுதுக.

(i) $(x + y)^2$	(ii) $(m - n)^2$	(iii) $(a + 2b)^2$
(iv) $(2x - 3)^2$	(v) $(3x + 2y)^2$	(vi) $(y - \frac{1}{2})^2$
(vii) $(2a - \frac{1}{4})^2$	(viii) $(1 - \frac{1}{m})^2$	(ix) $(3 + \frac{2}{a})^2$
2. பின்வருவனவற்றை ஈருறுப்பு கோவையில் வர்க்கமாக எழுதுவதன் மூலம் பெறுமானம் காண்க.

(i) 24^2	(ii) 97^2	(iii) 202^2
------------	-------------	---------------
3. விரிவை எழுதுக.

(i) $(m - \frac{1}{m})^2$	(ii) $(x - \frac{1}{x})^2$	(iii) $(a - \frac{3}{a})^2$
---------------------------	----------------------------	-----------------------------
4. $(x + y)^3$ இன் விரிவை எழுதி பின்வருவனவற்றிற்கு விடை தருக.

(i) x^3 இன் குணகம்	(ii) x^2y இன் குணகம்
(iii) xy^2 இன் குணகம்	(iv) y இன் உயர் வலு
5. $(m - n)^3$ இன் விரிவை எழுதி பின்வருவனவற்றிற்கு விடை தருக.

(i) m இன் உயர் வலு	(ii) m^2n இன் குணகம்
(iii) mn^2 இன் குணகம்	(iv) n^3 இன் குணகம்
6. பின்வருவனவற்றின் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(i) $(c + d)^3 = c^3 + \underline{\hspace{1cm}} + 3cd^2 + \underline{\hspace{1cm}}$
(ii) $(p - q)^3 = \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} + 3pq^2 - \underline{\hspace{1cm}}$
(iii) $(a + 2)^3 = a^3 + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + 8$
(iv) $(x - 3)^3 = \underline{\hspace{1cm}} - 9x^2 - \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}}$
(v) $(1 - y)^3 = 1 - \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}}$
7. பின்வருவனவற்றின் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(i) $(a + 3)^3 = a^3 + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + 27$
(ii) $(3a - 1)^3 = \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} + 9a - 1$
(iii) $(2 - y)^3 = \underline{\hspace{1cm}} - 12y + \underline{\hspace{1cm}} - y^3$
(iv) $(\frac{x}{2} + 1)^3 = \frac{x^3}{8} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + 1$
(v) $(a - \frac{b}{2})^3 = \underline{\hspace{1cm}} - \frac{3ab^3}{2} + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}}$

8. பின்வருவனவற்றின் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

- (i) $(k + \ell)^3$ (ii) $(t - u)^3$ (iii) $(x - 1)^3$
 (iv) $(a + 3)^3$ (v) $(2 - y)^3$ (vi) $(x + \frac{1}{2})^3$
 (vii) $(2m - 1)^3$ (viii) $(3a + 2)^3$ (ix) $(2n - \frac{1}{2})^3$

9. பின்வருவனவற்றின் விரிவுகளை எழுதுக.

- (i) $(2m + 3)^3$ (ii) $(p - \frac{2}{3})^3$ (iii) $(\frac{n}{2} - 8)^3$
 (iv) $(1 + 2y)^3$ (v) $(\frac{1}{2} - x)^3$ (vi) $(\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y)^3$
 (vii) $(a + \frac{1}{a})^3$ (viii) $(m + \frac{1}{m})^3$ (ix) $(1 - \frac{y}{x})^3$

10. பின்வரும் கோவைகளை ஈருறுப்புகளினது கூட்டுத்தொகையின் அல்லது வித்தியாசத்தின் கனமாக எழுதிச் சுருக்குக.

- (i) 57^3 (ii) 189^3 (iii) 109^3
 (iv) 391^3 (v) 508^3

11. சதுரமுகித் திண்மம் ஒன்றின் பக்கநீளம் $(1 - 3x)$ cm ஆகும். அதன் கனவளவை cm^3 இற் காண்க.

12. $(\frac{x}{3} + \frac{y}{2})$ ஐ விரித்தெழுதி பின்வருவனவற்றிற்கு விடை தருக.

- (i) x^3 இன் குணகம் (ii) xy^2 இன் குணகம்
 (iii) y^3 இன் குணகம் (iv) x^2y இன் குணகம்

13. பின்வருவனவற்றின் காரணிகளைக் காண்க.

- (i) $n^3 + 8$ (ii) $8a^3 - 1$ (iii) $4 - 108x^3y^3$
 (iv) $64x^5 - x^2$ (v) $1 - 8x^6$ (vi) $64 + \frac{x^3}{27}$
 (vii) $125x^{14}y^4 - 27x^5y$ (viii) $\frac{4}{5} \times 216x^4 - \frac{2}{5} \times 2x$
 (ix) $(a+2)^3 - (a-1)^3$ (x) $(1-x)^3 - (x+1)^3$

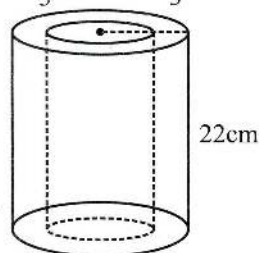
14. காரணியறிவைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

- (i) $90^3 + 10^3$ (ii) $200^3 - 30^3$ (iii) $\frac{2}{3} \times 300^3 - \frac{2}{3} \times 60^3$

15. ஆரை 14cm ஆகவும் உயரம் 28cm ஆகவும் உள்ள உருளைத் திண்மம் ஒன்றிலிருந்து ஆரை 7cm ஆகவும் உயரம் 28cm ஆகவும் உள்ள திண்ம உருளை வெட்டி அகற்றப்படுகிறது. எஞ்சிய உருளையிலுள்ள உலோகத்தின் கனவளவைக் காண்க.

(உருளைக் கனவளவு = $\pi r^2 h$, h - உயரம்,

$$r - \text{ஆரை, } \pi = \frac{22}{7})$$



16. $(x - y) = 3$, $xy = 10$ எனின், $x^3 - y^3$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
17. $m + n = 7$, $mn = 12$ எனின், $m^3 + n^3$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
18. $m + \frac{1}{m} = 4\frac{1}{4}$ எனின், $m^3 + \frac{1}{m^3}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
19. $\frac{1}{y} - y = 4\frac{4}{5}$ எனின், $\frac{1}{y^3} - y^3$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
20. பின்வரும் அட்சர கணிதக் கோவைகள் ஒவ்வொன்றையும் ஈருறுப்புக் கோவையின் கனமாகத் தருக.
- (i) $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ (ii) $a^3 - 9a^2 + 27a - 27$
- (iii) $8m^3 - 12m^2 + 6m - 1$ (iv) $125 + 150n + 60n^2 + 8n^3$
- (v) $x^3 - \frac{x^2}{y} + \frac{x}{3y^2} - \frac{1}{27y^3}$ (vi) $\frac{1}{8} + \frac{3a}{2} + 6a^2 + a^3$
21. பின்வருவனவற்றை ஈருறுப்புக் கோவைகளின் கனமாக எழுதிப் பெறுமானம் காண்க.
- (i) $8 + 3 \times 4 \times 5 + 3 \times 2 \times 25 + 125$
- (ii) $1 - 3 \times 1 \times 6 + 3 \times 1 \times 36 - 216$
- (iii) $343 - 3 \times 49 \times 3 + 3 \times 7 \times 9 - 27$

அலகு 7

அட்சர கணிதப் பின்னங்கள்

● பொ. ம. சீ

தரப்பட்டுள்ள அட்சர கணிதக் கோவைகளால் மீதியின்றி வகுபடக் கூடிய மிகச் சிறிய அட்சர கணிதக் கோவை, தரப்பட்டுள்ள அட்சர கணிதக் கோவைகளின் பொ. ம. சி. எனப்படும்.

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6, x^2 - 3x$$

பொ. ம. சி = $x(x - 3)(x - 2)$

● அட்சர கணிதப் பின்னங்கள்

அட்சரகணிதப் பின்னங்கள் கூட்டப்படும்போது அல்லது கழிக்கப்படும் போது அவற்றின் பகுதி எண்கள் எளிய காரணிகளாக மாற்றப்பட்டு பொ.ம.சி யைப் பெறல் வேண்டும். அதன் பின்னர் இலகுவாகக் கூட்டலாம்.

$$\Rightarrow \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x-2)}$$

← பகுதிக் கோவைகளின் பொ.ம.சி

$$= \frac{(x-2) + x}{x(x+1)(x-2)}$$

$$= \frac{2x-2}{x(x+1)(x-2)}$$

● அட்சரகணிதக் கோவைகளைப் பெருக்கும்போது அல்லது வகுக்கும்போது அவற்றின் அனைத்து (பகுதி, தொகுதி) கோவைகளும் எளிய காரணியாக மாற்றப்படல் வேண்டும். அதன்பின் அவற்றை இலகுவாக சுருக்கலாம்.

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 1}{2x^2 + 2x} \times \frac{3}{x^2 - 2x + 1}$$

$$= \frac{(x-1)(x+1)}{2x(x+1)} \times \frac{3x}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{3}{2(x+1)}$$

2. தாரணங்கள்

1. பின்வருவனவற்றின் பொ. ம. சி ஐக் காண்க.

(i) $x^2 + 7x + 10$, $x^2 - x - 6$ (ii) $2a^3 - 18a$, $a^2 + 2a - 15$

விடை

$$\begin{aligned} x^2 + 7x + 10 &= x^2 + 5x + 2x + 10 \\ &= x(x + 5) + 2(x + 5) \\ &= (x + 5)(x + 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - x - 6 &= x^2 - 3x + 2x - 6 \\ &= x(x - 3) + 2(x - 3) \\ &= (x - 3)(x + 2) \end{aligned}$$

பொது காரணி = $(x + 2)$
பொ. ம. சி = $(x + 2)(x - 3)(x + 5)$

(ii) $2a^3 - 18a$, $a^2 + 2a - 15$

$$\begin{aligned} 2a^3 - 18a &= 2a(a^2 - 9) \\ &= 2a(a^2 - 3^2) \\ &= 2a(a - 3)(a + 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 + 2a - 15 &= a^2 + 5a - 3a + 5 \\ &= a(a + 5) - 3(a + 5) \\ &= (a + 5)(a - 3) \end{aligned}$$

பொது காரணி = $(a - 3)$
பொ. ம. சி = $2a(a - 3)(a + 3)(a + 5)$

2. பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.

(i) $\frac{2}{1 - x^2} - \frac{3}{1 + x}$

(ii) $\frac{1}{(x - 2)(x + 1)} + \frac{2}{3(x + 3)(x + 1)}$

விடை

$$= \frac{2}{(1 - x)(1 + x)} - \frac{3}{1 + x}$$

$$= \frac{2 - 3(1 - x)}{(1 - x)(1 + x)}$$

$$= \frac{3x - 1}{(1 - x)(1 + x)}$$

$$= \frac{3(x + 3) + 2(x - 2)}{3(x - 2)(x + 1)(x + 3)}$$

$$= \frac{3x + 9 + 2x - 4}{3(x - 2)(x + 1)(x + 3)}$$

$$= \frac{5x + 5}{3(x - 2)(x + 1)(x + 3)}$$

$$= \frac{5(x + 1)}{3(x - 2)(x + 1)(x + 3)}$$

$$= \frac{5}{3(x - 2)(x + 3)}$$

3. பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.

$$(i) \frac{3a - 6b}{a^2 - b^2} \times \frac{a^3 - a^2b}{a^2 - 2ab}$$

$$(ii) \frac{3}{x^2 + x} \times \frac{2x^3 + 4x^2}{x - 5} \div \frac{x + 2}{x^2 + 4x - 5}$$

விடை

$$(i) = \frac{3(a - 2b)}{(a - b)(a + b)} \times \frac{a^3(a + b)}{a(a - 2b)}$$

$$= \frac{3a}{a - b}$$

$$(ii) \frac{3}{x^2 + x} \times \frac{2x^3 + 4x^2}{x - 5} \div \frac{x + 2}{x^2 + 4x - 5}$$

$$= \frac{3}{x(x + 1)} \times \frac{2x^2(x + 2)}{(x - 5)} \div \frac{x + 2}{(x - 5)(x + 1)}$$

$$= \frac{3}{x(x + 1)} \times \frac{2x^2(x + 2)}{(x - 5)} \div \frac{(x - 5)(x + 1)}{(x + 2)}$$

$$= 3 \times 2x$$

$$= 6x$$

பயிற்சி

1. பின்வருவனவற்றின் பொ.ம.சி ஐக் காண்க.

- (i) $x - 2$, $x^2 - 2x$ (ii) $x + 2y$, $3x^2 + 6xy$
 (iii) $a^2b - a$, $ab^2 - b$ (iv) $a^3 - a$, $(a - 1)(a + 1)$
 (v) $(y - 2)^2$, $y^3 - 4y$ (vi) $y^2 + 7y + 12$, $y^2 - 9$
 (vii) $m^2 - m - 20$, $(m+4)^2$ (viii) $m^2 + 4m^2 + 3$, $m^2 - 2m - 3$

2. பின்வருவனவற்றின் பொ.ம.சி ஐக் காண்க.

- (i) $4p^3 - 9q^2$, $(2p - 3q)(p + q)$ (ii) $p^2 + 2p - 8$, $p^2 + p - 6$
 (iii) $2x^2 - 3x - 5$, $x^2 - 3x - 4$ (iv) $3y^2 + 2y - 8$, $2 - y - y^2$
 (v) $14a - 3a^2 - 2a^3$, $3a^2 - 4a - 4$ (vi) $7a^2 + 10ab + 3b^2$, $a^2 - b^2$

3. பின்வருவனவற்றின் பொ.ம.சி ஐக் காண்க.

- (i) $x^2 - 1$, $x^2 + x - 2$, $x^2 - 3x + 10$
 (ii) $y^2 - 3y$, $y^3 + 4y^2 - 21y$, $18 - 2y^2$
 (iii) $3a^2 - ab - 10b^2$, $a^2 - 4ab + 4b^2$, $6a^2b + 10ab^2$
 (iv) $mn^2(m - 2n)$, $3m^2n - 6mn^2$, $2m^2n - mn - 6n$
 (v) $(a - b)(ab + 1)$, $a^2b - b^3$, $2a^2b^2 - ab - 3$

4. பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.

- (i) $\frac{x + 2}{3} - \frac{x - 3}{5}$ (ii) $\frac{x}{2} + \frac{x - 2}{8}$
 (iii) $\frac{2}{3a - 12} + \frac{1}{2a - 8}$ (iv) $\frac{3x}{x - 2} + \frac{2x}{2 - x}$
 (v) $1 - \frac{12}{m} + \frac{15}{m + 1}$ (vi) $\frac{3}{(x - 1)(x + 2)} - \frac{2}{(x - 1)(x + 1)}$
 (vii) $\frac{3}{n^2 + 3n} - \frac{4}{n^2 + 2n - 3}$ (viii) $\frac{1}{y^2 - 2y - 3} + \frac{1}{2y^2 + 3y + 1}$

5. சுருக்குக.

- (i) $\frac{3}{p^2 - 1} - \frac{2}{p^2 - 2p + 1} + \frac{1}{p - p^2}$
 (ii) $\frac{1}{x + 2} - \frac{2x}{x^2 - 2x + 4} + \frac{8x - 8}{x^3 + 8^2}$
 (iii) $\frac{2m}{m^2 - 1} - \frac{3}{m - 1} + \frac{2m}{m^2 + m - 2}$

6. சுருக்குக.

$$(i) \frac{x}{x^3 - x} - \frac{x-1}{x^2 - 4x + 3} - \frac{2-x}{x^2 - 2x - 3}$$

$$(ii) \frac{y^2 - 3y}{y^2 - 2y - 3} - \frac{y^2 - y + 1}{y^3 + 1} + \frac{3y - 3}{1 - y^2}$$

7. சுருக்குக.

$$(i) \frac{3(x-3)}{(x+1)} \times \frac{(2x+2)}{(x-3)}$$

$$(ii) \frac{y^2 - 1}{y} \times \frac{y^2 - y}{y^2 - 2y + 1}$$

$$(iii) \frac{2x^2 + x}{x^2 - 1} \times \frac{3(x^3 + x^2)}{(2x+1)}$$

$$(iv) \frac{n^3 - 8}{(n^2 + 2n + 4)} \times \frac{4n}{2n - 4}$$

$$(v) \frac{m^2 - 1}{m} \div \frac{2m + 2}{m}$$

$$(vi) \frac{4x^2 - xy}{x + y} \div \frac{y - 4x}{x^2 - y^2}$$

$$(vii) \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 3x - 10} \div \frac{1}{x + 2}$$

$$(viii) \frac{y^2 - 3y}{y^2 + 2y + 1} \times \frac{y^2 - y - 6}{y^2 + 3y + 2}$$

$$(ix) \frac{2b - 8}{b} \times \frac{b^3 - b}{2 - b - b^2} \div \frac{b^2 - 3b - 6}{b^2 - 4}$$

8. சுருக்குக.

$$(i) \frac{-2}{x+1} \times \frac{x-1}{x^2 - 3x + 2} + \frac{2x}{x^2 - 2x}$$

$$(ii) \frac{1}{m-1} - \frac{m+1}{m^3 - 1} + \frac{m^2 - 1}{m^3 + m - 1}$$

9. இரு மாணவர்களினது நிறைகள் முறையே $(x + 2)$ kg, $(x^2 + 3x + 2)$ kg ஆகும். இரு மாணவிகளினதும் நிறைகள் முறையே $(x^2 - 2x - 3)$ kg, $(2x^2 - 6x)$ kg ஆகும்.

(i) இரு மாணவர்களினதும் நிறைகளுக்கிடையேயான பின்னம் யாது?

(ii) இரு மாணவிகளினதும் நிறைகளுக்கிடையேயான பின்னம் யாது?

(i) இவ்விரு பின்னங்களினதும் பெருக்குத் தொகையைக் காண்க.

10. சுருக்குக.

$$(i) \frac{2}{a} - \frac{2}{a+1}$$

$$(ii) \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x^2 - x}$$

$$(iii) \frac{m+1}{m-1} + \frac{m}{m+1}$$

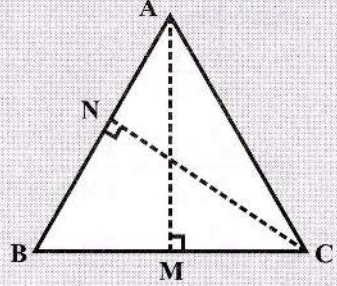
$$(iv) 1 - \frac{1+y}{y-1}$$

அலகு 8

சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடையே உள்ள துள உருவங்களின் பரப்பளவு

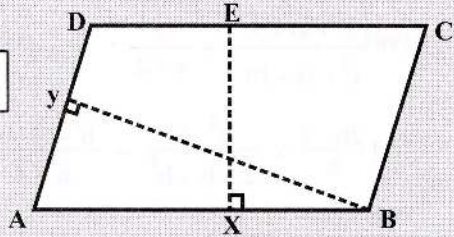
- முக்கோணியின் பரப்பளவு

$$\frac{1}{2} \times BC \times AM = \frac{1}{2} \times AB \times CN$$



- இணைகரம் பரப்பளவு

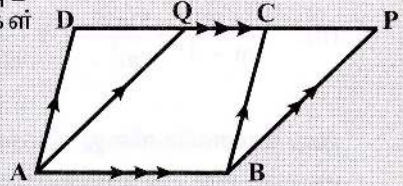
$$AB \times EX = AD \times BY$$



- தேற்றம்

ஒரே அடியிலும் ஒரே இரு சமாந்தரக் கோடுகளுக்கு இடையேயும் அமைந்துள்ள இணைகரங்கள் பரப்பளவில் சமனாகும்.

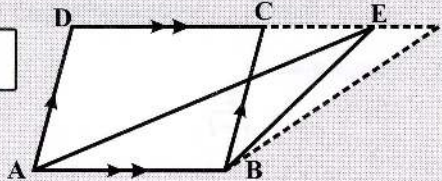
$$\square ABCD = \square ABPQ$$



- தேற்றம்

ஒரே அடியிலும் ஒரே இரு சமாந்தரக் கோடுகளுக்கு இடையேயும் அமைந்துள்ள முக்கோணியின் பரப்பளவு, இணைகரத்தின் பரப்பளவின் அரைவாசியாகும்.

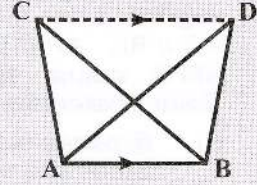
$$\triangle ABE = \frac{1}{2} \square ABCD$$



● **தேற்றம்**

ஒரே அடியிலும் ஒரே இரு சமாந்தரக் கோடுகளுக்கு இடையேயும் அமைந்துள்ள முக்கோணிகள் பரப்பளவிற் சமனாகும்.

$$\triangle ABC = \triangle ABD$$

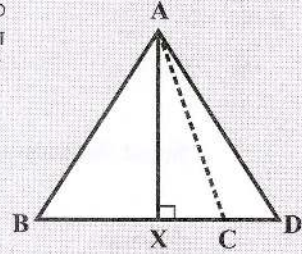


● **தேற்றம்**

அடிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைந்தும் பொது உச்சியைக் கொண்டும் உள்ள முக்கோணிகளின் பரப்பளவுகள் அடிகளுக்கு விகித சமனாகும்.

$$\frac{ABC}{ACD} = \frac{BC}{CD}$$

$$\triangle ABC : \triangle ACD = BC : CD$$

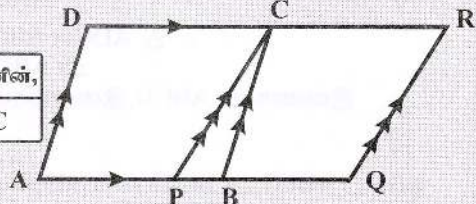


● **உப தேற்றங்கள்**

☞ சம அடிகளிலும் ஒரே இரு சமாந்தரக் கோடுகளுக்கும் இடையே அமைந்துள்ள இணைகரங்கள் பரப்பளவில் சமனாகும்.

$$AB = PQ, AR \parallel BR \text{ எனின்,}$$

$$\square ABCD = \square PQRC$$



☞ ஒரே அடியிலும் ஒரே இரு சமாந்தரக் கோடுகளுக்கும் இடையே அமைந்துள்ள ஒரு செவ்வகமும் இணைகரமும் பரப்பளவில் சமன்.

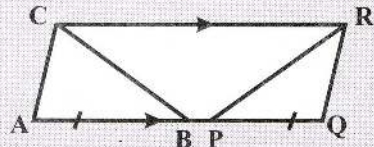
$$\square ABCD = \square ABEF$$



☞ சம அடிகளிலும் ஒரே இரு சமாந்தரக் கோடுகளுக்கும் இடையே அமைந்துள்ள முக்கோணிகள் பரப்பளவில் சமன்.

$$AB = PQ, AQ \parallel CR \text{ எனின்,}$$

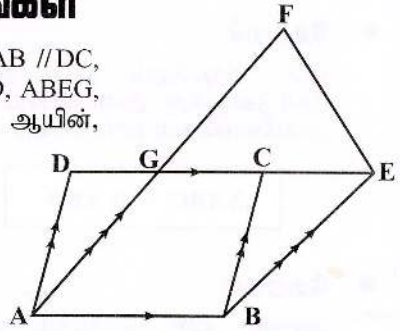
$$\triangle ABC = \triangle PQR$$



2 தூரணங்கள்

1. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில் $AB \parallel DC$, $AG \parallel BE$, $AD \parallel BC$ ஆகவும் $ABCD$, $ABEG$, $BEFG$ என்பன இணைகரங்களும் ஆயின், பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

- (i) இணைகரங்கள் $ABCD$, $ABEG$ பரப்பளவிற சமன்.
 (ii) இணைகரங்கள் $ABCD$, $BEFG$ பரப்பளவிற சமன்.



விடை

- (i) தரவு :- $ABCD, ABEG, BEFG$ இணைகரமாகும்.
 $AB \parallel DC, AG \parallel BE, AD \parallel BC$

நிறுவ வேண்டியது :- (i) $\square ABCD = \square ABEG$
 (ii) $\square ABCD = \square BEFG$

நிறுவல் :- $\triangle ADG, \triangle BCE$ என்பவற்றில்
 $\hat{A}DG = \hat{B}CE$ (ஒத்த கோணம்)
 $\hat{A}GD = \hat{B}EC$ (ஒத்த கோணம்)
 $AD = BC$ ($ABCD$ எதிர்ப் பக்கம்)
 $\triangle ADG \cong \triangle BCE$ (கோ. கோ. ப)

$$\therefore \triangle ADG + \triangle BCG = \triangle BCE + \triangle BCG$$

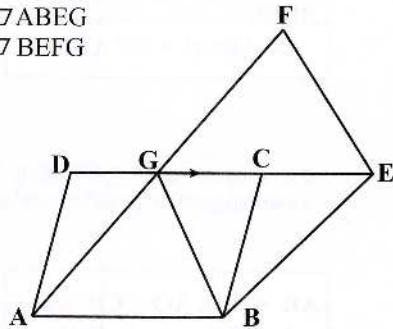
$$\square ABCD = \square ABEG$$

இணைகரம் $ABCD$, இணைகரம் $ABEG$ பரப்பளவில் சமனாகும்.

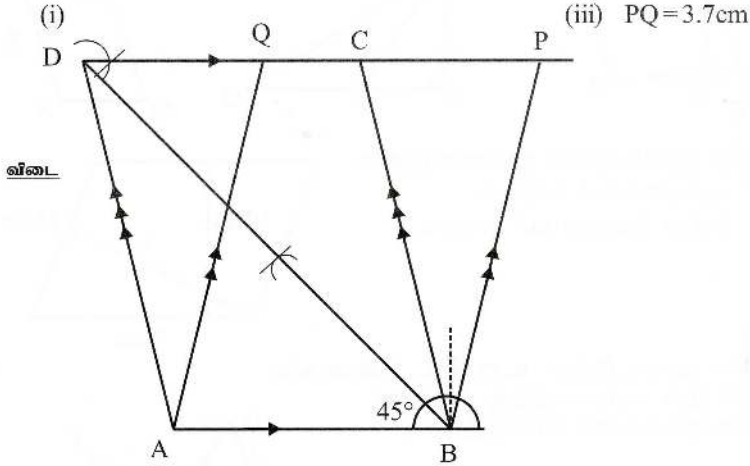
- (ii) $\square ABEG, \square BEFG$ என்பவற்றில் BE ஒரே அடி $BE \parallel AF$ ஒரே சமாந்தரப் பக்கங்கள்.

$$\therefore \square ABEG = \square BEFG$$

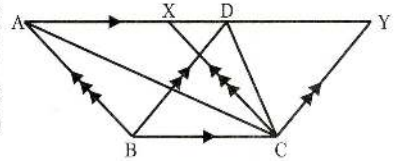
ஆனால் $\square ABCD = \square ABEG$
 $\therefore \square ABCD = \square BEFG$



2. $AB=3.7\text{cm}$, $\hat{ABC} = 45^\circ$, $AD = 5\text{cm}$ ஆகவுள்ள,
 (i) இணைகரம் ABCD ஐ அமைக்க.
 (ii) $AQ = 5\text{cm}$ ஆகவுள்ள இணைகரம் ABCD இற்கு பரப்பளவில் சமனான இணைகரம் ABPQ ஐ அமைக்க.
 (iii) PQ இன் நீளத்தை அளந்து எழுதுக.



3. ABC, DBC என்பன ஒரே அடி BC யிலும் ஒரே சமாந்தரக் கோடுகள் AD, BC இடையேயும் அமைந்துள்ள இரு முக்கோணிகளாகும். ABCX, DBCY எனும் இணைகரங்களைப் பூரணப்படுத்துவதன் மூலம் ABC, DBC ஆகிய முக்கோணிகள் பரப்பளவிற்கு சமனானவை என நிறுவுக.



வீடை

தரவு

:- ABCX, DBCY என்பன இணைகரங்களாகும்.

நிறுவ வேண்டியது :- $\triangle ABC = \triangle DBC$

நிறுவல்

:- ABCX, DBCY என்பவற்றில் BC ஒரே அடி

BC//AY (ஒரே சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடையே அமைந்துள்ளது)

$\square ABCX = \square DBCY$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \square ABCX$

$\triangle DBC = \frac{1}{2} \square DBCY$

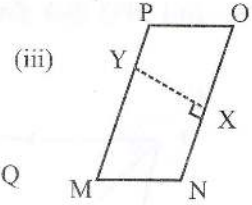
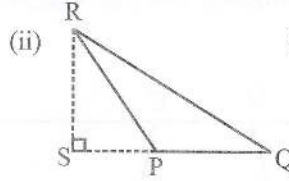
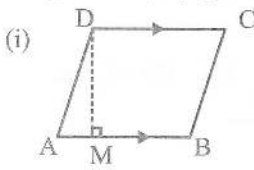
ஆனால் $ABCX = DBCY$

$\frac{1}{2} \square ABCX = \frac{1}{2} \square DBCY$

$\therefore \triangle ABC = \triangle DBC$

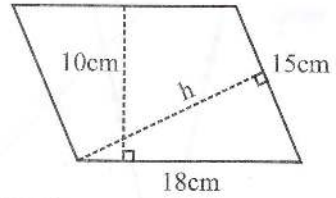
பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களின் பரப்பளவுகளை பக்கங்களின் பெருக்கமாகத் தருக.

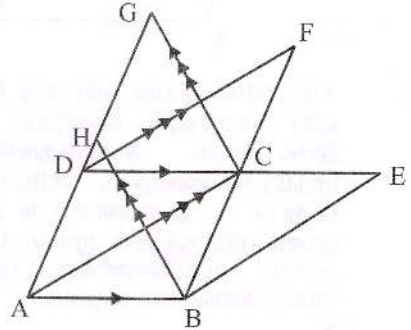


2. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள இணைகரத்தின்,

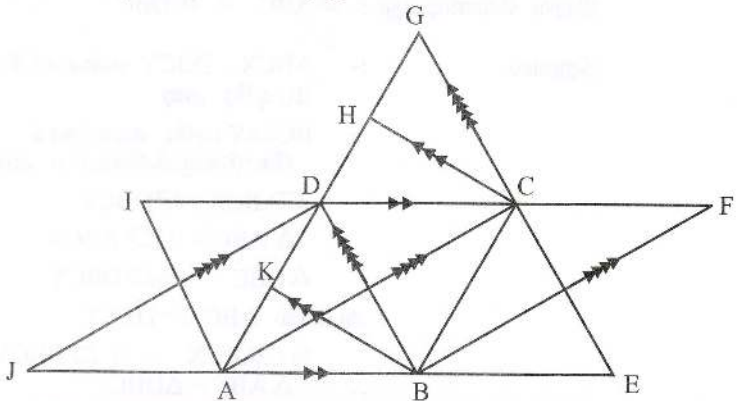
- (i) பரப்பளவைக் காண்க.
(ii) h இன் பெறுமானம் காண்க.



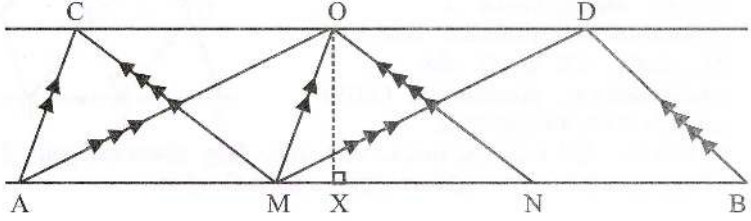
3. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில், இணைகரம் ABCD இன் பரப்பளவிற்கு சமனான இணைகரங்களைப் பெயரிடுக.



4. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில் இணைகரம் ABCD இற்கு பரப்பளவிற்கு சமனான இணைகரங்களைப் பெயரிடுக.

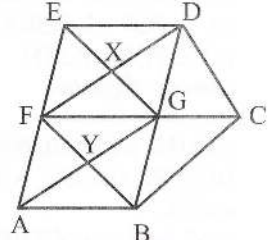


5. தரப்பட்டுள்ள உருவில் $AB \parallel CD$, $AC \parallel MO$, $AO \parallel MD$, $NO \parallel BD$, அடி $AM = 21$ cm, செங்குத்துயரம் $OX = 12$ cm எனின், பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

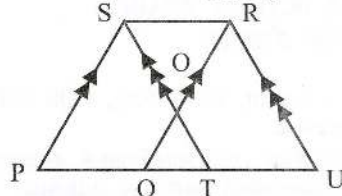


- (i) நாற்பக்கல் AMOC இன் பரப்பளவு
(ii) நாற்பக்கல் AMDO வின் பரப்பளவு
(iii) பக்கம் OD யின் நீளம்
(iv) நாற்பக்கல் NBDO வின் பரப்பளவு
(v) பக்கம் CD யின் நீளம்
(vi) மேலே தரப்பட்ட நாற்பக்கல்களுக்கு இடையேயான தொடர்பை எழுதுக.
6. ஒரே அடியிலும் ஒரே சமாந்தர நேர்கோடுகளுக்கிடையேயும் அமைந்துள்ள இணைகரங்கள் பரப்பளவிற சமனாகுமெனச் சூத்திரங்கள் எதனையும் பயன்படுத்தாது நிறுவுக.

7. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் $AB \parallel FG \parallel ED$, $AE \parallel BD$, $BC \parallel AG \parallel FD$, $BF \parallel GE \parallel CD$ ஆகும்.
(i) $\square ABGF = \square BGEF$ என நிறுவுக.
(ii) $\square ABCG = \square GCDE$ என நிறுவுக.

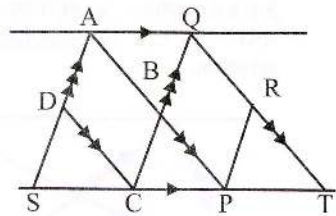


8. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் PQRS, TURS இணைகரங்களாகும் எனின், நாற்பக்கல் PQOS = நாற்பக்கல் UTOR என நிறுவுக.



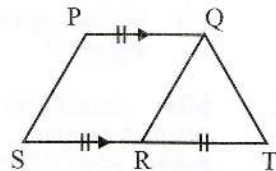
9. $AB = 6$ cm, $\hat{A} = 120^\circ$, $BD = 9.5$ cm ஆகவுள்ள,
(i) இணைகரம் ABCD யை அமைக்க.
(ii) $AF = 4.5$ cm ஆகவும் இணைகரம் ABCD இற்குப் பரப்பளவிற சமனான இணைகரம் ABEF ஐ அமைக்க.
(iii) BC ஐ அளந்து எழுதுக.

10. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில் இணைகரம் ABCD இன் பக்கம். AB, P இற்கு நீட்டப்பட்டுள்ளது. CP யிற்குச் சமாந்தரமாக A யிற்கூடாக வரையப்பட்ட கோடு, நீட்டப்பட்ட CB ஐ Q விற் சந்திக்கின்றது. இணைகரம் QRPB பூர்த்தியாக்கப்பட்டுள்ளது. நீட்டப்பட்ட QR உம் நீட்டப்பட்ட AD யும், இரு திசைகளிலும் நீட்டப்பட்ட CP ஐ முறையே T, S ஆகியவற்றிற் சந்திக்கின்றன.

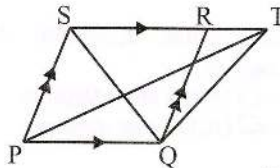


- (i) AQCS உம் AQTP யும் பரப்பளவிற் சமம்
(ii) $\triangle SDC \cong \triangle PRT$
(iii) இணைகரம் ABCD யும் இணைகரம் QRPB யும் பரப்பளவிற் சமம் எனவும் நிறுவுக.

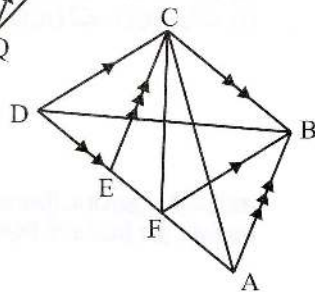
11. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில் $SR = RT$, $ST \parallel PQ$ எனின், முக்கோணி QRT யின் பரப்பளவு, சரிவகம் PQTS இன் பரப்பளவிற்கு என்ன பின்னம்?



12. தரப்பட்டுள்ள உருவில்
(i) $\triangle PQT = \frac{1}{2} PQRS$
(ii) $\triangle PQS = \triangle PQT$
எனவும் நிறுவுக.



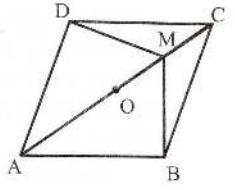
13. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில் $DC \parallel FB$, $AD \parallel BC$, $AB \parallel EC$ எனின்,
(i) $\triangle DCF = \frac{1}{2} \square BCDF$
(ii) $\triangle FDC = \triangle DFB$
(iii) $\triangle BCD = \frac{1}{2} \square ABCE$
எனவும் நிறுவுக.



14. $PQ = 5.5\text{cm}$, $PR = 5\text{cm}$, $\angle PQS = 60^\circ$ ஆகவுள்ள இணைகரம் PQRS ஐ அமைக்க.
PQRS இன் பரப்பளவிற்குச் சமமான முக்கோணி PQT ஐ அமைக்க. QT இன் நீளத்தை அளந்து எழுதுக.

15. இணைகரம் ABCD யில் AC இற்குச் சமாந்தரமாக B யினூடாக வரையப்பட்ட நேர்கோடு நீட்டப்பட்ட DC ஐ E இல் வெட்டுகிறது. BD இற்குச் சமாந்தரமாக C யினூடாக வரையப்பட்ட நேர்கோடு நீட்டப்பட்ட AD ஐ F இல் வெட்டுகிறது.
 $\triangle ADE = \triangle ABF$ என நிறுவுக.

16. அருகே தரப்பட்டுள்ள இணைகரம் ABCD யில் O, AC யின் நடுப்புள்ளி ஆகும். M, OC இன் நடுப்புள்ளி எனின்.



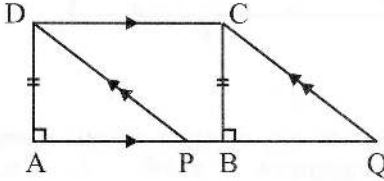
- (i) $\triangle BMC$ பரப்பளவு = $\triangle DMC$ பரப்பளவு
(ii) $\triangle BMC$ பரப்பளவு = $\frac{1}{8} \times \square ABCD$ பரப்பளவு எனவும் நிறுவுக.

17. இணைகரம் PQRS இல் M ஆனது PR இன் மீதுள்ள யாதேனும் ஒரு புள்ளியாகும். QM இற்குச் சமாந்தரமாக PN உம், PQ இற்குச் சமாந்தரமாக NM உம் வரையப்பட்டுள்ளன எனின்,

- (i) $\triangle PMN = \frac{PM}{PR} \times \triangle PQR$
(ii) $\square PQMN = \frac{PM}{PR} \times \square PQRS$
எனவும் நிறுவுக.

18. ஒரே அடியையும் ஒரே இரு சமாந்தரக் கோடுகளுக்கும் இடையேயான ஒரு இணைகரத்தினதும் ஒரு செவ்வகத்தினதும் பரப்பளவுகள் சமன் என நிறுவுக.

19. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருவில் $AQ \parallel DC$, $PD \parallel QC$, $PD = QC$, $AD = BC$, $\hat{DAP} = \hat{CBQ} = 90^\circ$ எனின்,

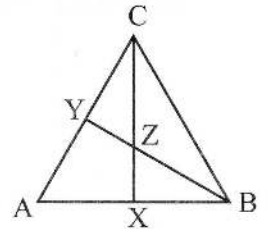


- (i) முக்கோணிகள் APD யும் BQC யும் ஒருங்கிசையும்.
(ii) $AB = PQ$
(iii) $\square ABCD$ இன் பரப்பளவு = $\square PQCD$ இன் பரப்பளவு என நிறுவுக.

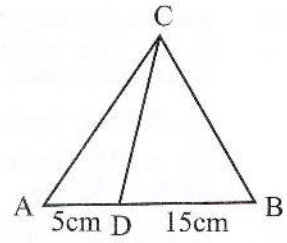
20. (a) ஒரே அடியில் அல்லது சம அடியில் அமைந்த ஒரே உயரத்தைக் கொண்ட முக்கோணிகளின் பரப்பளவுகள் சமனாகும் என நிறுவுக.

- (b) முக்கோணி ABC யில் AB, AC எனும் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே X, Y ஆகும். CX, BY என்பன Z இல் வெட்டுகின்றன.

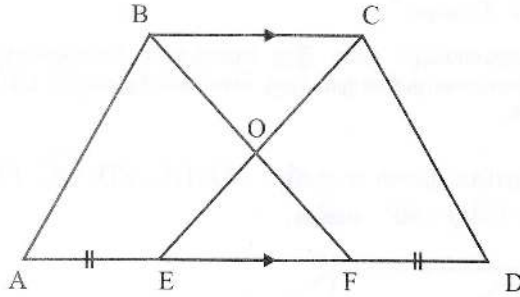
- (i) $\triangle BZC = \triangle AXZY$
(ii) $\triangle AXY = \frac{1}{4} \triangle ABC$
என நிறுவுக.



21. அருகே தரப்பட்டுள்ள முக்கோணி ABC இல்
 $AD = 5\text{cm}$, $DB = 15\text{cm}$ எனின்,
 (i) $\triangle BDC$ பரப்பளவு $= 3 \times \triangle ADC$ பரப்பளவு
 (ii) $\triangle ADC$ பரப்பளவு $= \frac{1}{4} \times \triangle ABC$ பரப்பளவு
 (iii) $\frac{\triangle BDC}{\triangle ABC} = \frac{3}{4}$
 எனவும் நிறுவுக.

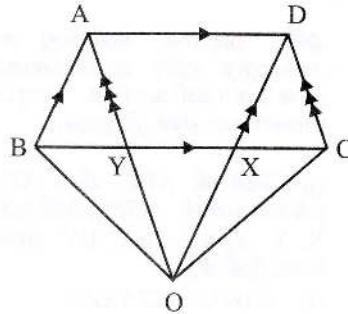


22. தரப்பட்டுள்ள சரிவகம் ABCD யில் $BC \parallel AD$ யும் $AE = FD$ யும் ஆகும். நாற்பக்கல் ABOE யின் பரப்பளவானது நாற்பக்கல் DCOF இன் பரப்பளவிற்குச் சமமெனக் காட்டுக.



23. ABCD என்பது $AD \parallel BC$ ஆகவுள்ள ஒரு சரிவகம் ஆகும். முறையே DC, AB என்பவற்றுக்குச் சமாந்தரமாக உச்சி A, உச்சி D என்பவற்றுக்கிடாக வரையப்படும் கோடுகள், BC எனும் கோட்டை Y இலும், X இலும் சந்திக்கின்றன. வரையப்பட்ட கோடுகள் இரண்டும் O வில் ஒன்றையொன்று சந்திக்கின்றன. இங்கு தரப்பட்டவாறு வரிப்படம் ஒன்றை வரைந்து பின்வரும் சோடி உருவங்கள் பரப்பளவிற்குச் சமனாகுமென நிறுவுக.

- (i) $\square ABXD = \square AYCD$
 (ii) $\triangle ABY = \triangle DCX$
 (iii) $\triangle ABO = \triangle DCO$



அலகு 9

சதவீதம்

- குறைந்து செல்லும் மீதி முறையில் வட்டியைக் கணித்தல் (வாடகைக் கொள்வனவு)

ஒரே முறையில் முழுப் பணத்தையும் செலுத்திப் பொருட்களை வாங்க முடியாதவர்கள் அவற்றை, சிறு தொகையை முற்பணமாகச் செலுத்தியும் எஞ்சியதை சிறு வட்டியுடன் மாதாந்தத் தவணைக் கட்டணங்களாகச் செலுத்தியும் வாங்கும் முறை குறைந்து செல்லும் மீதி முறை (வாடகைக் கொள்வனவு) எனப்படும்.

- ☞ வாடகைக் கொள்வனவு முறையில் ஒவ்வொரு மாதமும் கட்டணம் செலுத்தியபின் எஞ்சும் தொகைக்கே வட்டி கணிப்பிடப்படும்.

$$\text{மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை} = \frac{1}{2} (n + 1)$$

n - மாதங்களின் எண்ணிக்கை

$$\text{மொத்த வட்டி} = \left(\text{ஒரு மாதக்கடன்} \right) \times \left(\text{மாத பகுதியின் மாதவட்டி} \right) \times \left(\text{அலகு} \right)$$

- ☞ வாடகைக் கொள்வனவின் மொத்த வட்டியைக் காண்பதற்கான சூத்திரம்.

$$\text{மொத்த வட்டி } I = \frac{P}{n} \times \frac{r}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{n}{2} (n + 1)$$

$$I = \frac{Pr(n+1)}{2400}$$

I - மொத்த வட்டி P - முதல்

r - ஆண்டு வட்டி வீதம் n - மாத எண்ணிக்கை

- கூட்டு வட்டி (Compound Interest)

ஒவ்வொரு வருட இறுதியிலும் கணிக்கப்படும் வட்டி அவ்வருட முதலுடன் கூட்டப்பட்டு பெறப்படும் தொகைக்கு அடுத்த வருடம் வட்டி கணிக்கப்படுதல் கூட்டு வட்டி எனப்படும்.

$$A = P \left[1 + \frac{r}{100} \right]^n$$

A - மொத்தத் தொகை

P - முதல்

r - வட்டி வீதம்

n - ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை

2 தூரணங்கள்

மீதி குறைந்து செல்லும் (வாடகைக் கொள்வனவு) முறை முலம் வட்டி கணித்தல்.

1. ரூ. 10800 ஐ உடன் காசுக் கொள்வனவுப் பெறுமானமாகக் கொண்ட ஒரு பொருளொன்றை வாடகைக் கொள்வனவுத் திட்டத்தின் கீழ் ரூ. 3000 முற்பணக் கொடுப்பனவையும் அதனைத் தொடர்ந்து 15 சமமான மாதாந்தத் தவணைக் கட்டணங்களையும் செலுத்திப் பெற்றுக் கொள்ளலாம். இதற்காக 12.5% ஆண்டு வட்டி அறவிடப்படுகிறது.
- மாதம் ஒன்றிற்கு செலுத்த வேண்டிய கடன் தொகையின் பகுதி யாது?
 - மாதம் ஒன்றிற்கான கடன் பகுதியின் மாத வட்டி யாது?
 - மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை யாது?
 - செலுத்த வேண்டிய மொத்த வட்டியைக் கணிக்க.
 - மாதம் ஒன்றிற்கான தவணைக் கட்டணத்தைக் காண்க.

$$\begin{aligned}
 \text{உடன் காசுக் கொள்வனவு விலை} &= \text{ரூ. } 10800 \\
 \text{முற்பணக் கொடுப்பனவு} &= \text{ரூ. } 3000 \\
 \text{எஞ்சிய கடன் தொகை} &= \text{ரூ. } (10800 - 3000) \\
 &= \text{ரூ. } 7800
 \end{aligned}$$

வீடை

$$\begin{aligned}
 \text{(i) } 1 \text{ மாதக் கடன் தொகையின் பகுதி} &= \frac{7800}{15} \\
 &= \text{ரூ. } 520
 \end{aligned}$$

$$\text{(ii) ஆண்டு வட்டி வீதம்} = 12\%$$

$$\begin{aligned}
 \text{ஒரு மாதக் கடன் பகுதியின் மாத வட்டி} &= \frac{12}{100} \times 520 \times \frac{1}{12} \\
 &= \text{ரூ. } 5.20
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iii) மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை} &= \frac{n}{2(n+1)} \\
 &= \frac{15}{2} (15+1) \\
 &= \frac{15}{2} \times 16 \\
 &= 120
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iv) மொத்த வட்டி} &= 5.20 \times 120 \\
 &= \text{ரூ. } 624.00
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{செலுத்த வேண்டிய மொத்தத் தொகை} &= \text{ரூ. } (7800 + 624) \\
 &= \text{ரூ. } 8424
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(v) ஒரு மாதத் தவணைக் கட்டணம்} &= \frac{8424}{15} \\
 &= \text{ரூ. } 561.60
 \end{aligned}$$

2. ரூ. 23 000 உடனடிக் கொள்வனவுப் பெறுமானமாகக் கொண்ட ஒரு தொலைக் காட்சிப் பெட்டியை ரூ.5000 உடன் கொடுப்பனவைச் செய்து பின் ஒவ்வொன்றும் ரூ.1550 ஆன 15 சம மாதாந்தத் தவணைக் கட்டணங்களாகச் செலுத்தியும் மீதி குறைந்து செல்லும் திட்டத்தின் கீழ் வாங்க முடியும்.

- (i) வட்டியாகச் செலுத்தப்பட வேண்டிய பணத்தின் தொகையைக் காண்க.
- (ii) வட்டி செலுத்தப்பட வேண்டிய மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- (iii) ஒரு மாத அலகுக்கான வட்டியைக் காண்க.
- (iv) ஆண்டொன்றிற்கான வட்டியின் சதவீதத்தைத் திருத்தமாகக் கிட்டிய முழு எண்ணிற் கணிக்க.

விடை

தொலைக் காட்சிப் பெட்டியின் உடன்

கொள்வனவுப் பெறுமானம்

$$= \text{ரூ. } 23\,000$$

முற்பணக் கொடுப்பனவு

$$= \text{ரூ. } 5000$$

எஞ்சிய கடனின் தொகை

$$= \text{ரூ. } 23\,000 - 5000$$

$$= \text{ரூ. } 18\,000$$

மாதத் தவணைக் கட்டணம்

$$= \text{ரூ. } 1550$$

செலுத்த வேண்டிய மொத்தத் தொகை

$$= \text{ரூ. } 1550 \times 15$$

$$= \text{ரூ. } 23\,250$$

(i) செலுத்த வேண்டிய மொத்த வட்டி

$$= \text{ரூ. } (23250 - 18000)$$

$$= \text{ரூ. } 5250$$

(ii) மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை

$$= \frac{15}{2} (15 + 1)$$

$$= \frac{15}{2} \times 16$$

$$= 120$$

(iii) ஒரு மாத அலகுக்கான வட்டி

$$= \frac{5250}{120}$$

$$= \text{ரூ. } 43.75$$

ஒரு மாதக் கடன் தொகையின் பகுதி

$$= \frac{18\,000}{15}$$

$$= \text{ரூ. } 1200$$

(iv) ஆண்டு வட்டி வீதம்

$$= \frac{43.75}{1200} \times 100 \times 12\%$$

$$= 43.75\%$$

$$= 44\%$$

(கிட்டிய முழு எண்ணில்)

கூட்டு வட்டி

3. வருடம் ஒன்றுக்கு 8% கூட்டு வட்டிக்கு ரூ. 15 000 ஐக் கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் 3 வருடங்களின் இறுதியில் செலுத்த வேண்டிய மொத்தத் தொகையையும் மொத்த வட்டியையும் காண்க.

$$\begin{aligned} 1\text{ஆம் வருட முதல் (கடனாகப் பெற்ற தொகை)} &= \text{ரூ. } 15\,000 \\ \text{வருட வட்டி வீதம்} &= 8\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1\text{ஆம் வருட வட்டி} &= \frac{8}{100} \times 15\,000 \\ &= \text{ரூ. } 1200 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\text{ஆம் வருட முதல்} &= \text{ரூ. } (15\,000 + 1200) \\ &= \text{ரூ. } 16\,200 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\text{ஆம் வருட வட்டி} &= \frac{8}{100} \times 16\,200 \\ &= \text{ரூ. } 1296 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3\text{ஆம் வருட முதல்} &= \text{ரூ. } (16\,200 + 1296) \\ &= \text{ரூ. } 17\,496 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3\text{ஆம் வருட வட்டி} &= \frac{8}{100} \times 17\,496 \\ &= \text{ரூ. } 1399.68 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore 3\text{ஆம் வருட இறுதியில் செலுத்த வேண்டிய} \\ \text{தொகை} &= \text{ரூ. } (17946 + 1399.68) \\ &= \text{ரூ. } 18\,895.68 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{மொத்த வட்டி} &= \text{ரூ. } (18\,895.68 - 15\,000) \\ &= \text{ரூ. } 3895.68 \end{aligned}$$

4. ஆண்டு ஒன்றிற்கு 12% கூட்டு வட்டிக்கு குறித்த தொகைப் பணத்தை வங்கி ஒன்றிற் கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் 2 ஆண்டுகளின் இறுதியில் ரூ.31360 ஐச் செலுத்திக் கடனிலிருந்து விடுபட்டார் எனின், அவர் கடனாகப் பெற்ற தொகையைக் காண்க.

விடை

முறை I

$$\begin{aligned}
 2\text{ஆம் வருட இறுதியில் செலுத்திய தொகை} &= \text{ரூ. } 31360 \\
 \text{வருட வட்டி வீதம்} &= 12\% \\
 2\text{ஆம் வருட முதல்} &= \frac{100}{112} \times 31360 \\
 &= \text{ரூ. } 28000 \\
 \\
 1\text{ ஆம் வருட முதல்} &= \frac{100}{112} \times 28000 \\
 \text{கடனாகப் பெற்ற தொகை} &= \text{ரூ. } 25000
 \end{aligned}$$

முறை II

$$A = P \left[1 + \frac{r}{100} \right]^n$$

$$31360 = P \left[1 + \frac{12}{100} \right]^2$$

$$31360 = P \left[\frac{100 + 12}{100} \right]^2$$

$$31360 = P \left[\frac{112}{100} \right]^2$$

$$31360 = P \times \frac{112 \times 112}{100 \times 100}$$

$$\frac{31360 \times 100 \times 100}{112 \times 112} = P$$

$$25000 = P$$

$$P = \text{ரூ. } 25000$$

$$\therefore \text{கடனாகப் பெற்ற தொகை} = \text{ரூ. } 25000$$

பயிற்சி

1. ரூ. 9000ஐ ஆண்டுக்கு 18% வட்டி அறவிடும் நிதி நிறுவனம் ஒன்றிலிருந்து கடனாகப் பெற்ற ஒருவர், அக்கடனையும் வட்டியையும் 12 மாதங்களில் சம தவணைக் கட்டணங்களாகச் செலுத்த வேண்டும்.
 - (i) கடன் பணத்தில் மாதமொன்றிற்குச் செலுத்த வேண்டிய பகுதி எவ்வளவு?
 - (ii) இவ்வொரு கடன் பகுதிக்கு மாதமொன்றிற்கு செலுத்த வேண்டிய வட்டி எவ்வளவு?
 - (iii) வட்டி கணிக்கப்பட வேண்டிய மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை யாது?
 - (iv) செலுத்த வேண்டிய மொத்த வட்டி யாது?
 - (v) ஒரு தவணையில் அறவிடப்படும் மொத்தப் பணம் எவ்வளவு?

2. வங்கி ஒன்றிலிருந்து ரூ.60 000 ஐ ஆண்டுக்கு 30% வட்டிப்படி மீதி குறைந்து செல்லும் முறையில் கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் அத்தொகையை 30 சம மாதத் தவணைக் கட்டணங்களாகச் செலுத்த வேண்டும்.
 - (i) மாதம் ஒன்றிற்கான கடன் தொகையின் பகுதி யாது?
 - (ii) மாதம் ஒன்றிற்கான கடன் பகுதியின் மாத வட்டி யாது?
 - (iii) மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை யாது?
 - (iv) செலுத்த வேண்டிய மொத்த வட்டி யாது?
 - (v) மாதம் ஒன்றிற்கான தவணைக் கட்டணம் யாது?

3. ரூ.32000 பெறுமதியான குளிர்சாதனப் பெட்டியொன்றை முதலில் ரூ. 8000 செலுத்தியும் எஞ்சிய தொகையை 1¼% மாத வட்டிப்படி 1¼ வருடங்களில் செலுத்தியும் வாங்கலாம்.
 - (i) மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை யாது?
 - (ii) செலுத்த வேண்டிய மொத்த வட்டியைக் காண்க.
 - (iii) மாதாந்தத் தவணைக் கட்டணம் எவ்வளவு?

4. ரூ. 7800 ஐ உடன் காசுக் கொள்வனவுப் பெறுமானமாகக் கொண்ட ஒரு தையற் பொறியை வாடகைக் கொள்வனவுத் திட்டத்தின் கீழ் ரூ.3000 உடன் கொடுப்பனவையும் அதைத் தொடர்ந்து 12 சமமான மாதாந்தத் தவணைக் கட்டணங்களையும் செலுத்திப் பெற்றுக் கொள்ளலாம்.
 - (i) வட்டி வீதம் மாதத்துக்கு 5% எனின், மொத்த வட்டியாகச் செலுத்த வேண்டிய தொகையைக் காண்க.
 - (ii) மாதாந்தத் தவணைக் கட்டணத்தின் பெறுமானம் எவ்வளவாகும்?

5. ரூ. 40 000 ஐ நிதி நிறுவனமொன்றிலிருந்து கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் ரூ. 1912 ஐ 25 சம மாதத் தவணைக் கட்டணங்களாகச் செலுத்த வேண்டும் எனின்,
 - (i) செலுத்த வேண்டிய மொத்த வட்டியைக் காண்க.
 - (ii) மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை யாது?
 - (iii) மாத அலகு ஒன்றிற்கான வட்டி எவ்வளவு?
 - (iv) மாதமொன்றிற்கான கடன் தொகையின் பகுதி யாது?
 - (v) அறவிடப்படும் ஆண்டு வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

6. ரூ. 18 600 ஆகவுள்ள சலவை இயந்திரமொன்றை முதலில் ரூ. 4200 ஐச் செலுத்தி எஞ்சிய தொகையை ரூ. 895 வீதம் 18 சம மாதத் தவணைக் கட்டணங்களாகச் செலுத்தியும் வாங்கலாம்.
 (i) மாத அலகு ஒன்றிற்கான வட்டி எவ்வளவு?
 (ii) ஆண்டு வட்டி வீதத்தைக் காண்க.
7. கைக் காசு கொடுத்து ரூ. 10 000 இற்கு வாங்கத்தக்க தையற் பொறியொன்று வாடகைக் கொள்வனவின் கீழ் முதலில் ரூ. 2800 ஐயும் மீதியை 12 சம தவணைக் கட்டணங்களாகவும் கொடுத்து வாங்கப்பட்டுள்ளது. கடன் தொகையில் ஒவ்வொரு மாதமும் கொடுக்கப்படும் பகுதி யாது?
8. ஒருவர் வங்கியிலிருந்து ரூ. 45000 கடன் பெற்றார் அதற்காக வங்கி 20% ஆண்டு வட்டியை அறவிடும் அதேவேளை முதலையும் வட்டியையும் 24 சம மாதத் தவணைக் கட்டணங்களில் கொடுத்து முடித்தல் வேண்டும்.
 (i) ஒரு மாதம் கொடுக்க வேண்டிய முதலின் பகுதி எவ்வளவு?
 (ii) அத்தொகைக்காக ஒரு மாதம் கொடுக்க வேண்டிய வட்டி எவ்வளவு?
 (iii) வட்டி கொடுக்கப்பட வேண்டிய மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
 (iv) கொடுக்கப்பட வேண்டிய மொத்த வட்டி யாது?
 (v) திரும்பக் கொடுக்க வேண்டிய மொத்தத் தொகை யாது?
 (vi) ஒரு தவணைக் கட்டணத்திற்காக கொடுக்க வேண்டிய தொகை யாது?
9. பொருள் ஒன்றை ரூ. 10 000 உடன் காசுக்கு வாங்கலாம். அதனை மீதி குறைந்து செல்லும் முறையின் கீழ் முதலில் ரூ. 1000 ஐச் செலுத்தி, எஞ்சிய தொகையை ஒவ்வொன்றும் ரூ. 1250 ஆன 10 சமமாதத் தவணைக் கட்டணங்களாகவும் செலுத்தி வாங்கலாம். மீதி குறைந்து செல்லும் முறையின் கீழ் வாங்கும் போது செலுத்த வேண்டிய மேலதிகக் கொடுப்பனைவைக் காண்க.

கூட்டு வட்டி

10. வருடம் ஒன்றிற்கு 15% கூட்டு வட்டிக்கு ரூ. 40000 ஐ வங்கி ஒன்றிற் கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் 3 வருடங்களின் இறுதியில் செலுத்த வேண்டிய மொத்தத் தொகையையும் மொத்த வட்டியையும் காண்க.
11. ஆண்டிற்கு 10% கூட்டு வட்டிக்கு ரூ. 60 000 ஐக் கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் 2½ வருடங்களின் இறுதியில் செலுத்த வேண்டிய மொத்தத் தொகையைக் காண்க.
12. ரூ. 20 000 ஐ வருடம் ஒன்றிற்கு 16% கூட்டு வட்டிக்குக் கடனாகக் கொடுத்து 6 மாதங்களுக்கு ஒரு தடவை வட்டி முதலுடன் கூட்டப்படுகிறது. 1½ ஆண்டுகளில் பெறப்படும் மொத்தத் தொகையைக் காண்க.

13. ஒரு மனிதன் 2 ஆண்டுகளின் இறுதியில் கடனைத் திருப்பிச் செலுத்துவதாக உத்தரவாதமளித்து 8% கூட்டு வட்டிக்கு ரூ.50000 ஐக் கடனாகப் பெற்றுக் கொண்டான்.
- முதலாம் ஆண்டின் இறுதியில் வட்டியைக் காண்க.
 - இரு ஆண்டுகளின் இறுதியில் கடனைத் திருப்பிக் கொடுக்கும் பொழுது அவன் செலுத்த வேண்டிய தொகையைக் கணிக்க.
 - தான் வாக்குறுதி அளித்தபடி 2 ஆண்டுகளின்பின் கடனைத் திருப்பிக் கொடுக்க அம்மனிதன் தவறுகிறான். கடனிலிருந்து தன்னை விடுவித்துக் கொள்வதற்கு மேலும் 6 மாதங்களின் பின்னர் அவன் ரூ.2916 ஐ மேலதிகமாகச் செலுத்த வேண்டியதாயிற்று. மேலதிக காலத்திற்காக எவ் வீதப்படி வட்டி அறவிடப்பட்டது எனக் கணிக்க.
14. ஆண்டு ஒன்றிற்கு 8% கூட்டு வட்டிக்கு ஒரு தொகைப் பணத்தைக் கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் 2 வருடங்களின் இறுதியில் ரூ.40824 ஐ செலுத்திக் கடனில் இருந்து விடுபட்டார் எனின், அவர் பெற்ற கடன் தொகையைக் காண்க.
15. ஒருவர் ஆண்டுக்கு 6% கூட்டு வட்டி வழங்கும் வங்கியொன்றில் ரூ.100000 ஐ வைப்புச் செய்தார். ஒவ்வொரு வருட இறுதியிலும் ரூ. 5000 ஐ வங்கியிலிருந்து மீள்ப் பெற்றார்.
- 2 ஆம் ஆண்டு ஆரம்பத்தில் அவரது வைப்பிலுள்ள தொகையைக் காண்க.
 - 3 ஆம் ஆண்டு ஆரம்பத்தில் அவரது வைப்பிலுள்ள தொகையைக் காண்க.
 - 3 ஆம் ஆண்டு இறுதியில் பணத்தை மீள்ப் பெற்ற பின்னர் அவரது வைப்பில் எஞ்சியுள்ள தொகையைக் காண்க.
16. ஒருவர் ஆண்டுக்கு 11% வட்டிக்கு ரூ. 60000 ஐ வங்கி ஒன்றில் இட்டு நிலையான வைப்புக் கணக்கை ஆரம்பித்தார். அவர் ஆண்டுதோறும் இக்கணக்கைச் சுயமாகப் புதுப்பிப்பதற்கு வங்கியுடன் உடன்படிக்கை செய்து கொண்டார்.
- முதலாம் ஆண்டு இறுதியில் அவருக்குக் கிடைக்கும் வட்டி யாது?
 - இரண்டாம் ஆண்டின் தொடக்கத்தில் அவருடைய முதல் யாதாக இருக்கும்?
 - அவர் இரண்டாம் ஆண்டின் இறுதியில் தமது நிலையான கணக்கை மூடுவாரெனின், அவருக்குக் கிடைக்கும் மொத்தப் பணம் யாது?
17. அழகேசன் ரூ.15000 ஐ 18% ஆண்டுக் கூட்டு வட்டியில் இரு ஆண்டுகளுக்கு நிலையான வைப்பாக வங்கி ஒன்றில் முதலீடு செய்கின்றார். இரு ஆண்டுகளின் இறுதியில் அவருக்குக் கிடைக்கும் மொத்தத் தொகையைக் காண்க.
18. நிதி நிறுவனமொன்றிலிருந்து மாதமொன்றிற்கு 2% எளிய வட்டிப்படி கடனாகப் பெற்ற தொகைக்காக ரூ. 2040 வீதம் 20 சம மாதத் தவணைக் கட்டணங்களாகச் செலுத்த வேண்டும் எனின், கடனாகப் பெறப்பட்ட தொகையைக் காண்க.

பங்குச் சந்தை

● பங்குச் சந்தை Share Market

பல்வேறு நிறுவனங்களினதும் பொதுப் பங்குகள் பங்குச் சந்தை மூலமாகவே விற்பனை செய்யப்படும். பங்குச் சந்தை மாத்திரமே எந்தவொரு நிறுவனத்தினதும் பொதுப் பங்குகளை விற்பனை செய்யக்கூடிய அங்கீகாரம் பெற்ற நிறுவனமாகும். இதற்குப் பல இடைத்தரகர்களும் உள்ளனர்.

- ☞ இலங்கையின் பங்குச் சந்தை Colombo Stock Exchange என அழைக்கப்படும்.
- ☞ இலங்கை பங்குச் சந்தையின் விபரங்களையும் பங்குகளின் விலைகளையும் www.cse.lk எனும் இணையத்தளம் மூலம் அறியலாம்.
- ☞ இலங்கையில் அதிககூடிய பங்குதாரர்களைக் கொண்ட நிறுவனங்களில் சில.

- Sri Lanka Telecom Ltd.
- Commercial Bank of Ceylon Ltd.
- John Keels Ltd.

● பங்குகள் / Shares

வியாபார நிறுவனம் ஒன்றை ஆரம்பிக்கும்போது தேவைப்படும் பெருமளவு மூலதனத்தைப் பெறும் முகமாக அந்நிறுவனத்தின் மூலதனத் தொகையின் ஒரு பகுதியை பங்குகளாகப் பிரித்து அவற்றை பொதுமக்களிற்கோ அல்லது வேறு நிறுவனங்களிற்கோ விற்பனை செய்து பெறுவார்கள். இந்நிறுவனத்தால் பொதுமக்களிற்கு விற்கப்பட்ட பங்குகளின் முதலீட்டிற்கு ஏற்ப அவர்களுக்கு வருடா வருடம் பங்கிலாபம் வழங்கப்படும்.

● பங்கிலாபம் / Dividends

குறித்த நிறுவனத்தின் பங்குகளுக்காகப் பங்குதாரர்களுக்கு வழங்கப்படும் வருமானம் பங்கிலாபம் எனப்படும். அது பங்கு ஒன்றிற்கு வழங்கப்படும் தொகை மூலம் நிர்ணயிக்கப்படுகிறது.

● முலதன இலாபம் / Capital Gain

பங்கு ஒன்றின் சந்தை விலை அல்லது விற்பனை விலை அதன் கொள்வனவு விலையிலும் அதிகம் எனின், அப்பங்குகளை விற்பனையில் பெறப்படும் வருமானம் முலதன இலாபம் எனப்படும்.



விற்பனை விலை / சந்தை விலை > கொள்வனவு விலை
 மூலதன கிலாபம் = விற்பனை விலை - கொள்வனவு விலை



விற்பனை விலை / சந்தை விலை < கொள்வனவு விலை
 மூலதன நடட்டம் = கொள்வனவு விலை - விற்பனை விலை

2 தூரணங்கள்

1. ஆண்டுப் பங்கிலாபமாக ஒரு பங்கிற்கு ரூ. 5 ஐச் செலுத்தும் கம்பனியில் பங்கு ஒன்றை ரூ. 30 வீதம் கொள்வனவு செய்த கவீன் ஆண்டிறுதியில் ரூ. 15 000 வருமானமாகப் பெற்றான் எனின்,

- (i) கம்பனியில் கவீன் வைத்துள்ள பங்குகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
 (ii) கவீன் இப்பங்குகளில் முதலீடு செய்த தொகையைக் காண்க.

விடை

- (i) ஒரு பங்கிற்கான பங்கிலாபம் = ரூ. 5
 ஆண்டிற்கான பங்கிலாப வருமானம் = ரூ. 15000
 \therefore பங்குகளின் எண்ணிக்கை = $\frac{15000}{5}$
 = 3000
- (ii) பங்கொன்றின் கொள்வனவு விலை = ரூ. 30
 கவீன் முதலீடு செய்த தொகை = ரூ. 30 \times 3000
 = ரூ. 90000

2. ஒருவர் கம்பனி ஒன்றின் பங்குகளை ரூ. 80 வீதம் வாங்குவதற்கு ரூ. 40 000 ஐ முதலீடு செய்கிறார். கம்பனி வழங்கும் பங்கிலாபம் ஒரு பங்கிற்கு ரூ. 8 எனின்,

- (i) அவரது வருட வருமானம் (பங்கிலாபம்) யாது?
 (ii) வருமானம் அவரது முதலீட்டின் என்ன சமவீதமாகும்.

விடை

- (i) பங்கு ஒன்றை வாங்கிய விலை = ரூ. 80
 முதலீடு = ரூ. 40 000
- வாங்கிய பங்குகளின் எண்ணிக்கை = $\frac{40000}{80}$
 = 500
 பங்கிலாப வருமானம் = ரூ. 8 \times 500
 = ரூ. 4000
- (ii) வருமானம் முதலீட்டில் சதவீதமாக = $\frac{4000}{40000} \times 100\%$
 = 10%

3. பங்கொன்றிற்கு ரூ. 5 ஆண்டுப் பங்கிலாபமாக வழங்கும் “சிரோன் அன்ட் கம்பனியில்” பங்குகளை வைத்திருக்கும் ஒருவர், ஓர் ஆண்டின் முடிவிலே ரூ. 6000 ஐ இலாபமாகப் பெற்றார். இவ்விலாபத்தைப் பெற்ற பின்னர் அவர் தனது பங்குகளை விற்றுக் கிடைத்த பணத்துடன் இலாபத்தையும் சேர்த்து ஒரு பங்கிற்கு ரூ. 7 ஆண்டுப் பங்கிலாபம் வழங்கும் “விஜேன் அன்ட் கம்பனியில்” பங்கொன்று ரூ.20 வீதம் முதலீடு செய்தார். அதனால் அவரது ஆண்டு வருமானம் ரூ.1980 ஆல் அதிகரித்தது எனின்,

- (i) விஜேன் அன்ட் கம்பனியில் பெற்ற ஆண்டுப் பங்கிலாப வருமானம் யாது?
- (ii) விஜேன் அன்ட் கம்பனியில் முதலீடு செய்த தொகை யாது?
- (iii) சிரோன் அன்ட் கம்பனியில் பங்குகளை விற்பனை செய்த விலை யாது?
- (iv) சிரோன் அன்ட் கம்பனியில் விற்பனை செய்த பங்குகளின் எண்ணிக்கை யாது?
- (v) சிரோன் அன்ட் கம்பனியின் பங்கு ஒன்றை விற்ற விலை யாது?

விடை

$$(i) \text{ விஜேன் அன்ட் கம்பனி ஆண்டுப் பங்கிலாபம்} = \text{ரூ. } 6000 + 1980 \\ = \text{ரூ. } 7980$$

$$\begin{aligned} \text{ஒரு பங்கிற்கான பங்கிலாபம்} &= \text{ரூ. } 7 \\ \text{பங்குகளின் எண்ணிக்கை} &= \frac{7980}{7} \\ &= 1140 \end{aligned}$$

$$(ii) \text{ விஜேன் அன்ட் கம்பனியில் முதலீடு செய்த தொகை} = \text{ரூ. } 20 \times 1140 \\ = \text{ரூ. } 22800$$

$$(iii) \text{ சிரோன் அன்ட் கம்பனியில் பங்குகளை விற்பனை செய்த விலை} = \text{ரூ. } 22800 - 6000 \\ = \text{ரூ. } 16800$$

$$(iv) \begin{aligned} \text{பங்கிலாப வருமானம்} &= \text{ரூ. } 6000 \\ \text{ஒரு பங்கின் பங்கிலாபம்} &= \text{ரூ. } 5 \\ \text{பங்குகளின் எண்ணிக்கை} &= \text{ரூ. } \frac{6000}{5} \\ &= \text{ரூ. } 1200 \end{aligned}$$

$$(v) \text{ சிரோன் அன்ட் கம்பனியின் பங்கு ஒன்றை விற்பனை செய்த விலை} = \frac{16800}{1200} \\ = \text{ரூ. } 14$$

பயிற்சி

1. ஒரு பங்கு ரூ.15 வீதம் 750 பங்குகளைக் கொள்வனவு செய்யத் தேவையான முதல்தனத்தைக் காண்க.
2. 1800 பங்குகளை ஒரு பங்கு ரூ.25 வீதம் கொள்வனவு செய்ய காசீம் முதலீடு செய்த தொகையைக் காண்க.
3. 1200 பங்குகளை வைத்திருக்கும் ஒருவர் அவற்றை ரூ.16800 ஆக விற்பனை செய்தாராயின், அவர் பங்கு ஒன்றை விற்பனை விலை யாது?
4. 3500 பங்குகளை வைத்திருக்கும் ஒருவர் அவற்றை ரூ.56000 விற்பனை செய்தாராயின், அவர் பங்கு ஒன்றை விற்பனை விலை யாது?
5. ஒரு பங்கிற்கு ரூ 4 பங்கிலாபம் வழங்கும் கம்பனியில் 1350 பங்குகளை வைத்திருக்கும் நரேன் பெறும் ஆண்டு வருமானத்தைக் காண்க.
6. பங்கொன்றிற்கு ரூ.7 பங்கிலாபம் வழங்கும் கம்பனியில் 17235 பங்குகளை வைத்திருக்கும் ரெஜி பெறும் ஆண்டு வருமானத்தைக் காண்க.
7. ரூ.20 பங்குகளில் 900 ஐ வைத்திருக்கும் ஒருவர் பெற்ற ஆண்டு வருமானம் ரூ. 2700 எனில், ஒரு பங்கிற்கான பங்கிலாபத்தைக் காண்க.
8. ரூ.100 பங்குகளில் 18000 ஐ வைத்திருக்கும் ரம்யா ஆண்டு வருமானமாக ரூ.72000 ஐப் பெற்றார் எனின், ஒரு பங்கின் ஆண்டுப் பங்கிலாபத்தைக் காண்க.
9. கம்பனி ஒன்றின் ஒரு பங்கை சந்தை விலை ரூ.20 வீதமாக 10000 பங்குகளைக் கொள்வனவு செய்த பிரணி ஒரு பங்கிற்கு ரூ.6 ஐப் பங்கிலாபமாகப் பெற்றாள் எனின்,
 - (i) பிரணி பங்குகளில் முதலீடு செய்த தொகையைக் காண்க.
 - (ii) பிரணி பெற்ற ஆண்டு வருமானத்தைக் காண்க.
 - (iii) ஆண்டு வருமானத்தை முதலீட்டின் சதவீதமாகத் தருக.
10. ஆண்டுப் பங்கிலாபமாக ரூ.7 ஐ செலுத்தும் கம்பனியில் ஒரு பங்கை ரூ.35 வீதம் கொள்வனவு செய்த குமார், ஆண்டிறுதியில் ரூ.56000 ஐ வருமானமாகப் பெற்றான் எனின்
 - (i) கம்பனியில் குமார் வைத்துள்ள பங்குகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
 - (ii) குமார் அக்கம்பனியில் முதலீடு செய்த தொகையைக் காண்க.
11. பிரசாட் ரூ.45000 ஐ பங்கொன்றிற்கு ரூ.3 வீதம் பங்கிலாபம் வழங்கும் கம்பனியில் முதலீடு செய்தான். அவன் பெற்ற வருட வருமானம் ரூ.7500 எனின்,
 - (i) பிரசாட் கொள்வனவு செய்த பங்குகளின் எண்ணிக்கை யாது?
 - (ii) ஒரு பங்கின் சந்தை விலை யாது?

12. நதீம் தன்னிடமிருந்த ரூ.500,000 இல் 50% ஐ ஆண்டிற்கு ஒரு பங்கிற்கு ரூ.6 பங்கிலாபம் வழங்கும் கம்பனியில் ரூ.40 பங்குகளில் முதலீடு செய்தான். எஞ்சிய தொகையை ஆண்டிற்கு 10% வட்டி வழங்கும் வங்கி ஒன்றில் வைப்புச் செய்தான் எனின்,
- நதீம் வாங்கிய பங்குகளின் எண்ணிக்கை யாது?
 - பங்குகளால் அவன் பெறும் ஆண்டு வருமானம் யாது?
 - வங்கியில் வைப்பிலிட்ட தொகை யாது?
 - வங்கியில் பெற்ற வருட வட்டி யாது?
 - இவ்விரண்டில் எம்முதலீடு நதீமிற்கு அனுகூலமானது?
13. சிறி கம்பனி ஒன்றின் 3000 பங்குகளை ஒரு பங்கின் சந்தை விலை ரூ.15 ஆக இருக்கும் போது கொள்வனவு செய்தான். அவன் அப்பங்குகளை ஒரு பங்கின் சந்தை விலை ரூ. 20 ஆக இருக்கும் போது விற்பனை செய்தான் எனின்,
- சிறி பங்குகளைக் கொள்வனவு செய்ய முதலிட்ட தொகை யாது?
 - சிறி பங்குகளை விற்பனை செய்த விலை யாது?
 - சிறி பெற்ற மூலதன இலாபம் யாது?
 - மூலதன இலாபத்தைக் கொள்விலையின் சதவீதமாகத் தருக.
14. ராஜன் ஒரு பங்கை ரூ.19 வீதம் 5000 பங்குகளை கம்பனி ஒன்றிலே கொள்வனவு செய்து. ஆண்டின் இறுதியிலே பங்கிலாப வருமானத்தைப் பெற்ற பின்னர், அப்பங்குகளை ஒரு பங்கு ரூ.25 வீதம் விற்பனை செய்தார். இவ்வியாபாரம் மூலமாக அவ்வருட இறுதியிலே அவர் ரூ.50,000 ஐ மொத்த வருமானமாகப் பெற்றார் எனின்,
- ராஜன் பெற்ற மூலதன இலாபம் யாது?
 - ராஜன் பெற்ற பங்கிலாப வருமானம் யாது?
 - ஒரு பங்கின் பங்கிலாபம் யாது?
 - ராஜனின் மொத்த வருமானம் முதலீட்டின் என்ன சதவீதமாகும்?
15. முத்துகுமார் சந்தை விலை ரூ. 30 ஆகவுள்ள கம்பனியின் பங்குகளைக் கொள்வனவு செய்து, சந்தை விலை அதிகரித்த சந்தர்ப்பத்தில் அவற்றை விற்பனை மூலம் 60% இலாபத்தைப் பெற்றார் எனின்,
- பங்கொன்றின் மூலதன இலாபம் யாது?
 - பங்கொன்றின் விற்பனை விலை யாது?
16. ரூ. 25 சந்தை விலையில் பங்குகளைக் கொள்வனவு செய்த ஒருவர், சந்தை விலை அதிகரித்த போது தன்னிடமிருந்த பங்குகளை விற்பனை செய்ததன் மூலம் 60% இலாபமடைந்தார் எனின்,
- ஒரு பங்கிற்கான மூலதன இலாபத்தைக் காண்க.
 - பங்கொன்றின் விற்பனை விலையைக் காண்க.

17. மாரி தன்னிடமுள்ள ரூ.150 000 இற்குக் கம்பனி ஒன்றின் 3000 பங்குகளை கொள்வனவு செய்தார். ஆண்டின் இறுதியில் வருமானமாக ரூ.21 000 ஐப் பெற்ற பின்னர், இப்பங்குகள் அனைத்தையும் கொள்வனவு விலையிலும் பார்க்க ரூ.8 கூடிய விலைக்கு விற்பனை செய்தார் எனின்,
- மாரி பங்கு ஒன்றைக் கொள்வனவு செய்த விலையைக் காண்க.
 - மாரி ஒரு பங்கிற்குப் பெற்ற பங்கிலாபம் யாது?
 - மாரி பங்கு ஒன்றை விற்பனை விலை யாது?
 - மாரியின் மூலதன இலாபத்தைக் காண்க.
 - மாரி இவ்வியாபாரத்தால் பெற்ற மொத்த வருமானம் யாது?
 - மாரியின் மொத்த வருமானம் அவரது முதலீட்டின் என்ன சதவீதம்?
18. ஒரு முதலீட்டாளர் ரூ.300 000 இல் குறித்த தொகையை ஒரு பங்கிற்கு ரூ. 8 ஆண்டுப் பங்கிலாபம் வழங்கும் கம்பனியில் சந்தை விலை ரூ. 50 ஆகவுள்ள பங்குகளையும், மீதித் தொகையை ஒரு பங்கிற்கு ரூ.3 ஆண்டுப் பங்கிலாபம் வழங்கும் கம்பனியில் சந்தை விலை ரூ.20 ஆகவுள்ள பங்குகளையும் கொள்வனவு செய்தார். இம் முதலீட்டின் மூலம் வருட இறுதியில் வருமானமாக ரூ.46 900 ஐப் பெற்றார் எனின், அவர் ஒவ்வொரு கம்பனியிலும் முதலீடு செய்த தொகையைத் தனித்தனியே காண்க.
19. நீதன் ஒரு பங்கிற்கு ரூ.7 ஆண்டுப் பங்கிலாபம் வழங்கும் கம்பனி Aயின் பங்கின் சந்தை விலை ரூ.90 ஆகவுள்ள பங்குகளையும் ஒரு பங்கிற்கு ரூ.4 ஆண்டுப் பங்கிலாபம் வழங்கும் கம்பனி Bயின் 2000 பங்குகளையும் கொள்வனவு செய்ய ரூ.170 000 ஐ முதலீடு செய்தார். எனின், இரு கம்பனிகளிலிருந்து ஆண்டு வருமானமாக ரூ. 15000 பெறப்பட்டது எனின்,
- கம்பனி A யில் முதலீடு செய்த தொகையைக் காண்க.
 - கம்பனி B யில் முதலீடு செய்த தொகையைக் காண்க.
 - கம்பனி Bயில் ஒரு பங்கின் சந்தை விலையைக் காண்க.
20. ராஜ் ஆண்டுப் பங்கிலாபமாக ரூ. 8 ஐ வழங்கும் கம்பனி ஒன்றில் 2500 பங்குகளை பங்கின் சந்தை விலை ரூ.24 ஆக இருக்கும்போது விற்பனை செய்து பெற்ற வருமானம் அனைத்தையும் ஆண்டுப் பங்கிலாபமாக ரூ. 8 ஐ வழங்கும் கம்பனி ஒன்றின் பங்குகளில் முதலீடு செய்ததன் மூலம் ரூ. 4000 ஐ மேலதிக வருமானமாகப் பெற்றார் எனின்,
- இரண்டாவது கம்பனியில் ராஜின் வருமானத்தைக் காண்க.
 - இரண்டாவது கம்பனியில் ராஜிற்கான பங்குகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
 - இரண்டாவது கம்பனியில் பங்கொன்றின் சந்தை விலையைக் காண்க.

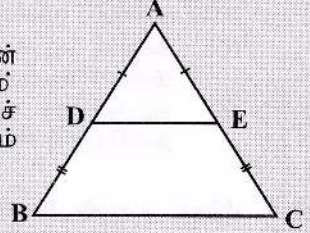
21. ஒருவர் A, B எனும் இரு கம்பனிகளில் முதலீடு செய்து ஆண்டிறுதியில் மொத்த வருமானமாக ரூ.40500 ஐப் பெற்றார். கம்பனி A யிலிருந்து கிடைத்த வருமானத்திற்கும் கம்பனி B யிலிருந்து கிடைத்த வருமானத்திற்கும் இடையேயான விகிதம் 4 : 5 ஆகும். அவர் பங்குகளைக் கொள்வனவு செய்யும் போது கம்பனி A யின் ஒரு பங்கிற்கு ரூ.24 உம் கம்பனி B யின் ஒரு பங்கிற்கு ரூ.8 உம் கொடுத்தார். கம்பனி A ஆனது ஒரு பங்கிற்கு ரூ.8 உம் கம்பனி B ஆனது ஒரு பங்கிற்கு ரூ.3 உம் ஆண்டுப் பங்கிலாபமாக செலுத்துகின்றன எனின்,
- கம்பனி A, B யிலிருந்து கிடைக்கும் வருமானங்களைத் தனித் தனியாகக் காண்க.
 - கம்பனிகள் A, B யிலே முதலீடு செய்த தொகையைத் தனித் தனியே காண்க.
22. பீற்றர் தன்னிடமிருந்த ரூ.120000 இல் அரைவாசியை 15% ஆண்டு வட்டி வழங்கும் வங்கி ஒன்றின் நிலையான வைப்பிலும், மீதியை ஒரு பங்கிற்கு ரூ.6 ஆண்டுப் பங்கிலாபம் செலுத்தும் கம்பனியில் ஒரு பங்கின் சந்தை விலை ரூ.30 ஆகவும் முதலீடு செய்தார்.
- வங்கியில் கிடைத்த வட்டிக்கும் கம்பனியில் கிடைத்த ஆண்டு வருமானத்திற்கும் இடையேயான விகிதம் 3 : 4 எனக் காண்க.
 - இவற்றுள் பீற்றருக்குக் கூடிய அனுசூலத்தை வழங்கும் முதலீடு யாது?
23. கம்பனியொன்றில் ஒரு பங்கின் சந்தை விலை ரூ.35 ஆகுமாறு 3000 பங்குகளை விற்ற ஒருவர் 40% மூலதன இலாபத்தைப் பெற்றார் எனின்,
- ஒரு பங்கை வாங்கிய விலையைக் காண்க.
 - மூலதன இலாபம் யாது?

அலகு II

நடுப்புள்ளித் தேற்றம்

● நடுப்புள்ளித் தேற்றம்

முக்கோணி ஒன்றின் இரு பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோடானது மூன்றாம் பக்கத்திற்குச் சமாந்தரமாகவும் அதன் அரைவாசியாகவும் அமையும்.



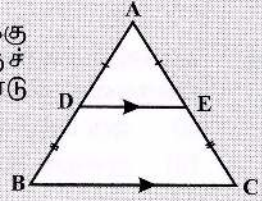
☞ D, E முறையே AB, AC இன் நடுப்புள்ளிகள்

(i)	$DE \parallel BC$
-----	-------------------

(ii)	$DE = \frac{1}{2} BC$
------	-----------------------

● நடுப்புள்ளித் தேற்றத்தின் மறுதலை

முக்கோணி ஒன்றின் யாதுமொரு நடுப்புள்ளிக்கு ஊடாகவும் இன்னொரு பக்கத்திற்குச் சமாந்தரமாகவும் வரையப்படும் நேர்கோடு மூன்றாம் பக்கத்தை இரு சமகூறிடும்.



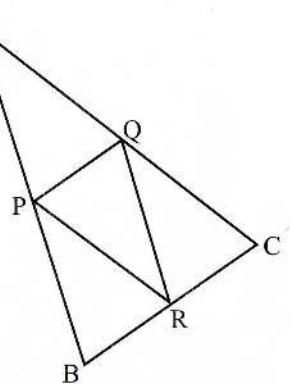
☞	$AE \parallel EC$
---	-------------------

அதாவது E ஆனது AC இன் நடுப்புள்ளியாகும்.

2. தூரணங்கள்

1. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில் P, Q, R என்பன முறையே AB, AC, BC இன் நடுப்புள்ளிகளாகும்.

AB = 12cm, BC = 7cm, AC = 11cm எனின், முக்கோணி PQR இன் பக்க நீளங்களைக் காண்க.



விடை

$$AB = 12\text{cm}$$

$$QR = \frac{1}{2} AB \text{ (ந. 4. தே)}$$

$$QR = \frac{1}{2} \times 12$$

$$QR = 6\text{cm}$$

$$BC = 7\text{cm}$$

$$PQ = \frac{1}{2} BC$$

$$PQ = \frac{1}{2} \times 7$$

$$PQ = 3.5\text{cm}$$

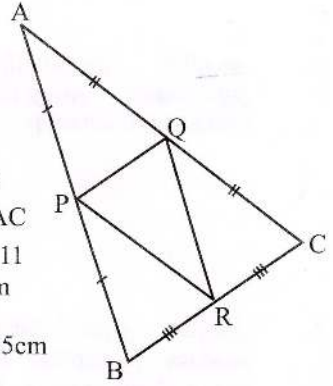
$$QR = 6\text{cm}, PQ = 3.5\text{cm}, PR = 5.5\text{cm}$$

$$AC = 11\text{cm}$$

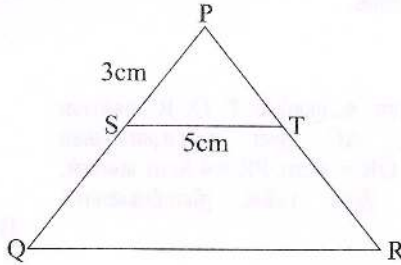
$$PR = \frac{1}{2} AC$$

$$PR = \frac{1}{2} \times 11$$

$$PR = 5.5\text{cm}$$



2. முக்கோணி PQR இன் பக்கங்கள் PQ, QR ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே S, T ஆகும். PS = PT = 3cm, ST = 5cm ஆகும். சரிவகம் QSTR இன் சுற்றளவைக் காண்க.



விடை

$$PS = SQ \text{ (S நடுப்புள்ளி PQ வின்)}$$

$$PS = 3\text{cm}$$

$$\therefore SQ = 3\text{cm}$$

$$QR = 2 ST \text{ (நடுப்புள்ளித் தேற்றம்)}$$

$$\therefore QR = 2 \times 5$$

$$QR = 10\text{cm}$$

$$PS = PT \text{ (தரவு)}$$

$$PT = 3\text{cm}$$

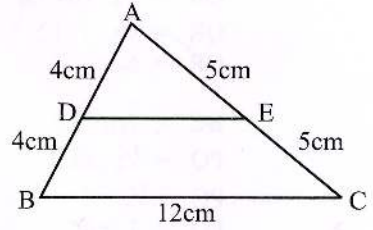
$$\text{ஆனால் } TR = PT$$

$$\therefore TR = 3\text{cm}$$

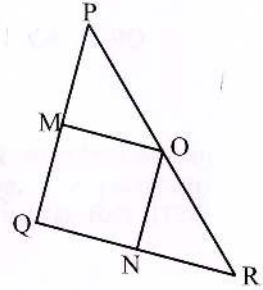
$$\begin{aligned} \text{சரிவகம் QSTR இன் சுற்றளவு} &= SQ + QR + TR + ST \\ &= 3 + 10 + 3 + 5 \\ &= 21\text{cm} \end{aligned}$$

பயிற்சி

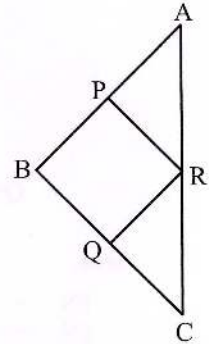
1. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவின் தரவுகளை அவதானித்து DE இன் நீளத்தைக் காண்க.



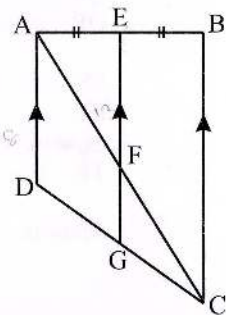
2. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில் M, N என்பன முறையே PQ, QR என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகளாகும். OM = 5cm, ON = 6cm, PR = 14cm எனின்,
 (i) PQ இன் நீளம்
 (ii) QR இன் நீளம்
 (iii) M, N இணைக்கப்பட்டால் அதன் நீளம் ஆகியவற்றைக் காண்க.



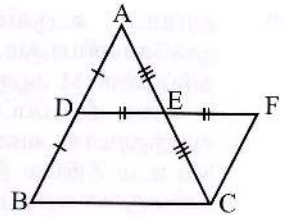
3. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில் P, Q, R என்பன முறையே AB, BC, AC இன் நடுப்புள்ளிகள் ஆகும். PQ = 4.5cm, QR = 4cm, PR = 4.8cm எனின், முக்கோணி ABC இன் பக்க நீளங்களைக் காண்க.



4. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில் E என்பது AB இன் நடுப்புள்ளி ஆகும். AD, EG, BC என்பன ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமாகும். AD = 8cm, EG = 12cm எனின்,
 (i) BC இன் நீளம் யாது?
 (ii) AF = 4cm எனின், CF இன் நீளம் யாது?

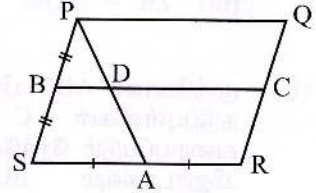


5. உருவிக் காட்டப்பட்டுள்ள ABC எனும் முக்கோணியில் D யும் E யும் முறையே பக்கங்கள் AB, AC ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளிகளாகும். DE = EF ஆக இருக்கக்கூடிய DE ஆனது F வரை நீட்டப்படுகிறது. பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

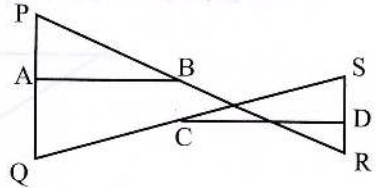


- (i) $\triangle ADE \equiv \triangle CEF$
(ii) DBCF என்பது இணைகரமாகும்.
(iii) $DE = \frac{1}{2} BC$

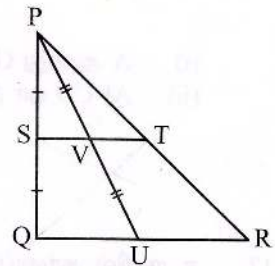
6. PQRS ஓர் இணைகரமாகும். புள்ளிகள் A, B, C என்பன முறையே RS, SP, QR ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் எனின், $3SA = 2DC$ எனக் காட்டுக.



7. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில் A, B, C, E என்பன முறையே PQ, PR, RS, SR என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகளாகும்.
(i) $AB = CD$ என நிறுவுக.
(ii) ABDC ஓர் இணைகரம் எனக் காட்டுக.

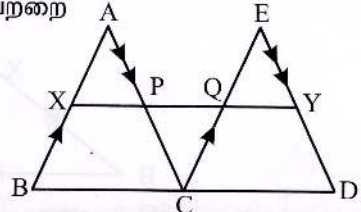


8. தரப்பட்ட உருவில் PQR ஒரு முக்கோணி U என்பது QR மீது உள்ள ஒரு புள்ளி. PQ, PU ஆகிய நேர்கோடுகளின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே S, V ஆகும். நேர்கோடு SV ஆனது PR ஐ T யிலே சந்திக்கும் மாறு நீட்டப்பட்டுள்ளது.



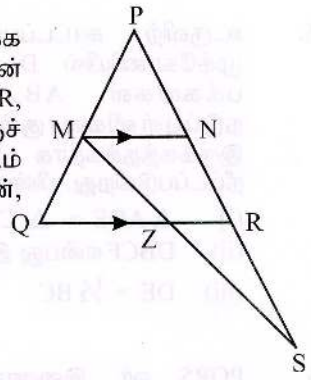
- (i) $VT \parallel UR$ எனக் காட்டுக.
(ii) VT யினதும் UR இனதும் நீளங்களுக்கு இடையேயுள்ள விகிதத்தைக் காண்க.

9. அருகிக் தரப்பட்டுள்ள உருவில் $BA \parallel CE$, $AC \parallel ED$ ஆகும் மாறு இரு முக்கோணிகள் ABC, CDE அமைந்துள்ளன. பக்கங்கள் AB, AC, EC, ED என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே X, P, Q, Y ஆகும். XY, BD என்பன நேர்கோடுகளாகும் எனின், பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.



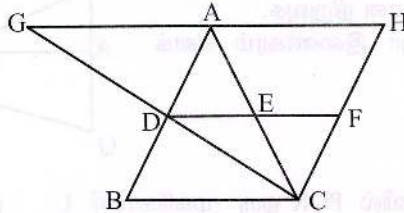
- (i) $XY \parallel BD$
(ii) $AE = 2PQ$
(iii) $PQ = \frac{1}{4} BD$
(iv) $4XY = 3BD$

10. தரப்பட்ட உருவில் PQR ஓர் இருசமபக்க முக்கோணியாகும். அதில் $PQ = PR$, PQ இன் நடுப்புள்ளி M ஆகும். $MQ = RS$ ஆகுமாறு PR, S வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. MN, QR இற்குச் சமாந்தரமாக வரையப்பட்டுள்ளது. QR உம் MS உம் Z இலே இடைவெட்டுகின்றன எனின், பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.



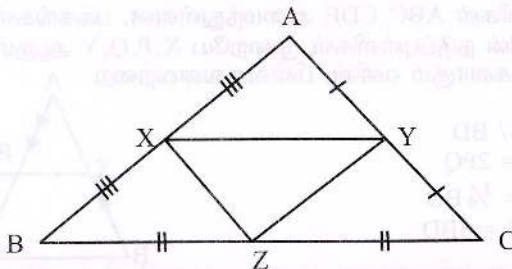
- (i) $PN = NR$
(ii) $MZ = ZS$
(iii) $ZR = \frac{1}{4}QR$

11. முக்கோணி ABC யிலே D, E என்பன முறையே AB, AC ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளிகள். C யினூடாகவும் BA யிற்குச் சமாந்தரமாகவும் வரையப்படும் நேர்கோடானது நீட்டப்பட்ட DE யை F சந்திக்கின்றது. A யினூடாகவும் BC யிற்குச் சமாந்தரமாகவும் வரையப்படும் நேர்கோடானது நீட்டப்பட்ட CF ஐயும் நீட்டப்பட்ட CD யையும் முறையே H, G ஆகியவற்றிற் சந்திக்கின்றது. தரப்பட்ட வரைபடத்தைப் பிரதி செய்து, அதிலே தரவுகளைக் குறிக்க.



- (i) A ஆனது GH இன் நடுப்புள்ளி என நிறுவுக.
(ii) AFC D ஓர் இணைகரம் எனவும் நிறுவுக.

12. உருவில் காணப்படும் முக்கோணி XYZ இன் சுற்றளவு 12cm ஆகும். முக்கோணி ABC யின் சுற்றளவைக் காண்க.



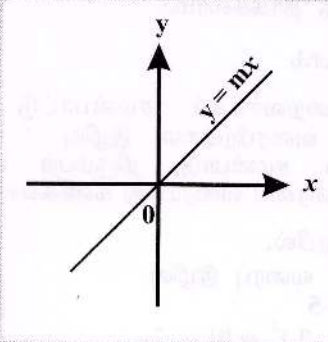
அலகு 12

வரைபுகள்

● நேர்கோடு

நேர்கோட்டு வரைபின் பொதுச் சமன்பாடுகள்.

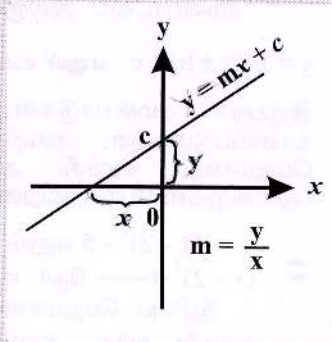
- ☉ உற்பத்திப் புள்ளி (0,0) இற்கு ஊடாகச் செல்லும் நேர்கோடுகள்



$$y = mx$$

m - படித்திறன்

- ☉ எல்லா நேர்கோடுகளிற்கும்.



$$y = mx + c$$

m - படித்திறன்
 c - வெட்டுத் துண்டு

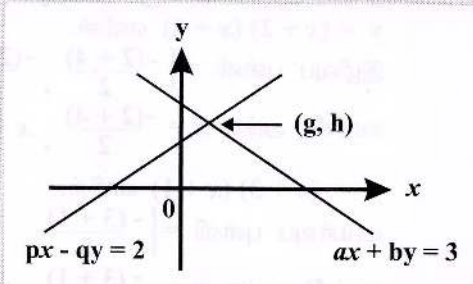
- ஒரு சோடி ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை வரைபுபடுத்தும் போது அவ்விரு நேர்கோடுகளும் வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள் அச்சமன்பாடுகளின் தீர்வாக அமையும்.

☉

$$ax + by = 3$$

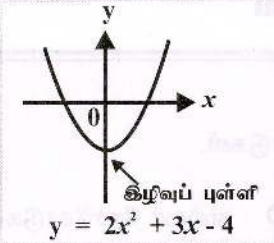
$$px - qy = 2$$

தீர்வுகள்
 $\therefore x = g$
 $y = h$

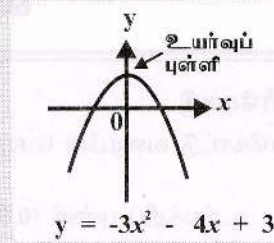


- $y = ax^2 + bx + c$ எனும் வரைபுகளில்

$a > 0$ எனின்,
சார்பு இழிவாகும்.



$a < 0$ எனின்,
சார்பு உயர்வாகும்.



- ☞ $y = ax^2 + bx + c$ எனும் வளையி மூலம் பிறிதொரு இருபடிச் சமன்பாட்டை இலகுவாகத் தீர்க்கலாம்.

- $y = \pm (x \pm b) + c$ எனும் வரைபுகளில்

இருபடிச் சமன்பாடுகள், நிறைவர்க்கச் சமன்பாட்டு வடிவிற்கு காண்படுமாயின், அவற்றின் வரைபிற்கான இழிவு / உயர்வுப் பெறுமானம், சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாடு, திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள் போன்றவற்றை வரைபை வரையாது கணிக்கலாம்.

- ☞ $y = (x - 2)^2 - 5$ எனும் வரைபில்,
 $(x - 2)^2 \leftarrow$ நேர் எனின், வரைபு இழிவு
 \therefore இழிவுப் பெறுமானம் = -5
 சமச்சீர் அச்சு $x = 2 [(x - 2)^2 = 0]$
 திரும்பற் புள்ளி (2, -5)

- ☞ $y = -(x + 1)^2 - 3$ எனும் வரைபில்,
 $-(x + 1)^2 \leftarrow$ மறை எனின், வரைபு உயர்வு
 \therefore உயர்வுப் பெறுமானம் = -3
 சமச்சீர் அச்சு $x = -1$
 திரும்பற் புள்ளி (-1, -3)

- $y = \pm (x \pm a)(x \pm b)$ எனும் வரைபுகளில்,

$y = (x + 2)(x + 4)$ எனின்,
 இழிவுப் புள்ளி $= \left[-\frac{(2+4)}{2}, -\frac{(2-4)^2}{4} \right] = (-3, -1)$
 சமச்சீர் அச்சு $x = -\frac{(2+4)}{2}, x = -3$

$y = -(x + 3)(x + 1)$ எனின்,
 உயர்வுப் புள்ளி $= \left[-\frac{(3+1)}{2}, \frac{(3-1)^2}{4} \right] = (-2, 1)$
 சமச்சீர் அச்சு $x = -\frac{(3+1)}{2}, x = -2$

2. தூரணங்கள்

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒருங்கமை சமன்பாட்டைத் தீர்த்து வரைபு மூலம் வாய்ப்புப் பார்க்க.

$$y + 4 = 2x$$

$$x - 2y = 5$$

விடை

$$y + 4 = 2x$$

$$2x - y = 4 \quad \leftarrow \text{①}$$

$$x - 2y = 5 \quad \leftarrow \text{②}$$

$$\text{①} \times 2 \Rightarrow 4x - 2y = 8 \quad \leftarrow \text{③}$$

$$\text{③} - \text{②} \Rightarrow 4x - x - 2y - (-2y) = 8 - 5$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

$x = 1$ ஐ சமன்பாடு ① இற் பிரதியிட

$$2 \times 1 - y = 4$$

$$-y = 4 - 2$$

$$-y = 2$$

$$y = -2$$

இத் தீர்வுகளை வரைபின் மூலம் வாய்ப்புப் பார்த்தால்,

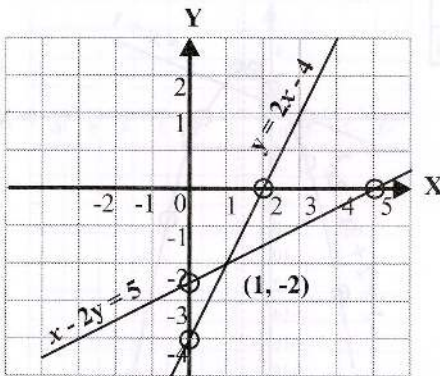
$$y + 4 = 2x$$

$$x - 2y = 5$$

x	0	2
y	-4	0

x	0	5
y	-2.5	0

$x = 0$ ஆகும்போது y இன் பெறுமானத்தையும் $y = 0$ ஆகும்போது x இன் பெறுமானத்தையும் காணல் வேண்டும்.



இரு நேர்கோடுகளும் வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறு (1, -2) ஆகும். இதிலிருந்து

\therefore தீர்வு

$$x = 1$$

$$y = -2$$

2. $y = 2 + 3x - 2x^2$ எனும் வரைபினை வரைவதற்கு x, y என்பவற்றிலான அட்டவணையொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

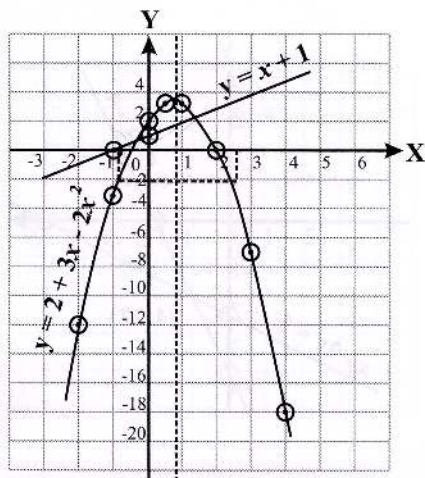
x	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
y	-12	-3	2		3		-7	

- a) (i) மேலே அட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக. (இப் பெறுமானங்களை எவ்வாறு பெற்றீர் என்பதைக் காட்டுக.)
(ii) வரைபுத் தாளில், x அச்ச வழியே ஓர் அலகைக் குறிப்பதற்கும் y அச்ச வழியே இரு அலகுகளைக் குறிப்பதற்கும் 10 சிறு பிரிவுகளைக் கொண்ட அளவிடைகளைத் தெரிந்தெடுத்து மேலே தரப்பட்ட சார்பின் வரைபினை வரைக.
- b) (i) x இன் எப்பெறுமானங்களிற்குச் சார்பு -2 இற்குச் சமனாகும்?
(ii) x இன் எப்பெறுமானங்களின் வீச்சில், சார்பு -3 இலிருந்து +2 இற்கு அதிகரிக்கும்.
(iii) சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானம் யாது?
(iv) உமது வரைபைப் பயன்படுத்தி $1 + 2x - 2x^2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலகங்களைக் காண்க.

விடை

- a) (i) $y = 2 + 3x - 2x^2$
- | | | |
|---|---|---|
| $x = \frac{1}{2}$ எனின்,
$y = 2 + 3 \times \frac{1}{2} - 2 \times (\frac{1}{2})^2$
$y = 2 + \frac{3}{2} - 2 \times \frac{1}{4}$
$y = 2 + \frac{3}{2} - \frac{1}{2}$
$y = 3$ | $x = 2$ எனின்,
$y = 2 + 3 \times 2 - 2 \times 2^2$
$y = 2 + 6 - 2 \times 4$
$y = 8 - 8$
$y = 0$ | $x = 4$ எனின்,
$y = 2 + 3 \times 4 - 2 \times 4^2$
$y = 2 + 12 - 2 \times 16$
$y = 14 - 32$
$y = -18$ |
|---|---|---|

x	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
y	-12	-3	2	3	3	0	-7	-18



b) (i) $x = -0.85$ அல்லது $x = 2.35$

(ii) $-1 < x < 0$

(iii) $y = 3.125$ ($y = 3.1$ எனவும் எழுதலாம்)

(iv) $y = 2 + 3x - 2x^2$

$-0 = 1 + 2x - 2x^2$

$y - 0 = 2 - 1 + 3x - 2x$

$y = 1 + x$

$y = x + 1$

x	0	-1
y	1	0

$(0, 1)$ $(-1, 0)$

$x = -0.35$ or $x = 1.35$ ($x = -0.3$ அல்லது 1.3 எனவும் எழுதலாம்)

3. $y = (x + 2)^2 - 4$ எனும் வரைபின்,

a) வரைபை வரையாது பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) சார்பின் இழிவு / உயர்வுப் பெறுமானம்

(ii) சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாடு

(iii) திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள்

b) (i) $-5 \leq x \leq 2$ எனும் ஆட்சியைப் பயன்படுத்திச் சார்பை வரைக.

(ii) சார்பு மறையாகும்போது x இன் பெறுமான வீச்சை எழுதுக.

(iii) $(x + 2)^2 - 5 = 0$ எனும் சமன்பாட்டை வரைபின் மூலம் தீர்க்க.

c) $y = (x + 2)^2 - 4$ இல்

(i) $(x + 2)^2 \leftarrow$ நேர்ப் பெறுமானம் ஆகும். ஆகவே சார்பு இழிவாகும்.

$y = (x + 2)^2 - 4 \leftarrow$ இழிவுப் பெறுமானம்

இழிவுப் பெறுமானம் = -4

(ii) $y = (x + 2)^2 - 4$ இல் நிறைவர்க்கப் பகுதியை பூச்சியமாக்கக் (0) கூடிய x இன் பெறுமதியே சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாடு.

$\therefore (x + 2)^2 = 0$

$x + 2 = 0$

$x = -2$

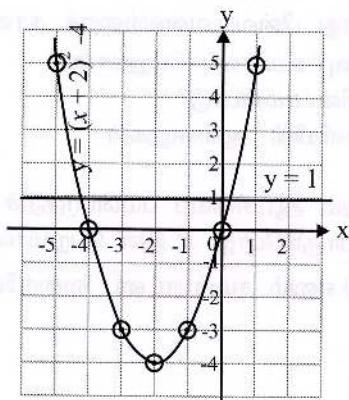
சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாடு $x = -2$

- (iii) திரும்பப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள் (x, y)
 சமச்சீர் அச்சின் பெறுமதி x ஆள்கூறு (-2)
 இழிவுப் பெறுமானம் y ஆள்கூறு (-4)
 திரும்பப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள் $(-2, -4)$

b) (i)

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
+2	+2	+2	+2	+2	+2	+2	+2
$(x+2)$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$(x+2)^2$	9	4	1	0	1	4	9
-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
$y = (x+2)^2 - 4$	5	0	-3	-4	-3	0	5

வரிசைப்பட்ட சோடிகள் (x, y)
 $(-5, 5), (-4, 0), (-3, -3), (-2, -4), (-1, -3), (0, 0), (1, 5)$



(ii) $-4 < x < 0$

(iii) $y = (x+2)^2 - 4$ ← ①

$0 = (x+2)^2 - 5$ ← ②

① - ② ⇒ $y - 0 = (-4) - (-5)$

$y = -4 + 5$

$y = 1$ ($y = 1$ எனும் நேர் கோட்டை வரைக.)

$x = -4.2$ அல்லது $x = 0.2$

4. $y = (x + 5)(x - 3)$ எனும் வரைபை வரையாது பின்வருவனவற்றிற்கு விடை தருக.

- திரும்பப் புள்ளியின் தன்மை இழிவா / உயர்வா?
- இழிவு / உயர்வுப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள்
- இழிவு / உயர்வுப் புள்ளியின் பெறுமானம்
- சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாடு
- வரைவு x அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள்
- வரைவு y அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள்

விடை

- வரைவு நேர் ஆகவே இழிவு
- இழிவுப்புள்ளி $\left[-\frac{(5-3)}{2}, -\frac{[5(-3)]^2}{4} \right] = (-1, -16)$
- y இழிவு $= -16$
- $x = -1$
- $(-5, 0), (-(-3), 0)$
 $= (-5, 0), (3, 0)$
- $(0, 5 \times (-3))$
 $(0, -15)$

பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு ஒருங்கமை சமன்பாட்டுச் சோடியையும் வரைபின் மூலம் தீர்க்க. அட்சரகணித முறையின் மூலம் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து விடைகளை வாய்ப்புப் பார்க்க.

- | | |
|--------------------|-------------------------|
| (i) $2x - y = 5$ | (ii) $x = 2y + 6$ |
| $x + y = 4$ | $x = 4 - 2y$ |
| (iii) $y = 2x + 1$ | (iv) $2x + 3y = 5$ |
| $y + 2x = -3$ | $y = -2x + 7$ |
| (v) $3x = 2y - 3$ | (vi) $4x - 3y = 8$ |
| $2x + 7 = 3y$ | $3x - 5y = \frac{1}{2}$ |

2. $y = x^2 - x - 1$ எனும் வரைபை வரைவதற்கு $-2 \leq x \leq 3$ எனும் ஆட்சியில் அட்டவணையொன்று தயாரித்து வரைபை வரைக.

- சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.
- சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?
- சார்பு நேராக உள்ள x இன் பெறுமான வீச்சை எழுதுக.

3. $-3 \leq x < 4$ எனும் ஆட்சியினுள் $y = 5 + x - x^2$ இன் சார்பை வரைவதற்குத் தேவையான அட்டவணையைத் தயாரிக்க.

- $y = 5 + x - x^2$ இன் சார்பை வரைக.
- சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானத்தை எழுதுக.
- சமச்சீர் அச்சை வரைந்து அதன் சமன்பாட்டை எழுதுக.
- சார்பு நேராக உள்ள போது x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?
- வரைபிலிருந்து $x^2 - 2x - 4 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலகங்களைக் காண்க.

4. $y = 2x^2 + 3x - 5$ எனும் சார்பை வரைவதற்கு $-4 \leq x \leq 2$ ஆகவுள்ள ஆட்சியில் அட்டவணையொன்று தயாரிக்க.

- பொருத்தமான அளவிடையில் வரைபை வரைக. வரைபைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.
- சார்பின் இழிவுப் புள்ளி
- சார்பு 4 இலிருந்து -5 ஆகக் குறையும் போது உள்ள x இன் பெறுமான வீச்சு.
- $2x^2 - 3x - 5 < 2$ ஆகவுள்ள x இன் பெறுமான வீச்சு.
- $2x(x+2) = 6$ இல் x இன் தீர்வுகள்.

5. (a) $y = 1 + 2x - 2x^2$ எனும் வரைபினை வரைவதற்கு x, y என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் கொண்ட அட்டவணையொன்று தரப்பட்டுள்ளது.

x	-2.5	-2	-1	-0.5	0	1	2	3
y	-16.5	-11	-3				-3	-11

- இவ்வட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.
- தரப்பட்டுள்ள வரைபுத்தாளில் x - அச்ச வழியே ஓர் அலகைக் குறிப்பதற்கு 10 சிறு பிரிவுகளையும் y - அச்ச வழியே இரு அலகுகளைக் குறிப்பதற்கு 10 சிறு பிரிவுகளையும் தெரிந்தெடுத்து வரைபை வரைக.

(b) உமது வரைபிலிருந்து

- சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.
- சார்பு நேராகவும் அதிகரிக்கின்றதாகவும் இருக்கும் x இன் பெறுமானங்களின் வீச்சைக் காண்க.
- $1 + 2x - 2x^2 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலகங்களைக் காண்க.
- $2x^2 - 2x - 1$ எனும் சார்பானது +4 எனும் பெறுமானத்தை எடுக்கும் y இன் பெறுமானங்களைக் காண்பதற்கு வரைபைப் பயன்படுத்துக.

6. $y = 3x^2 - x - 4$ எனும் வரைபினை வரைவதற்கு.
- a) (i) $-2.5 \leq x \leq 3$ எனும் பெறுமான வீச்சில் அட்டவணையொன்று தயாரிக்குக.
- (ii) அதிலிருந்து பொருத்தமான அளவிடையில் வரைபை வரைக.
- b) வரைபின் மூலம் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.
- (i) சார்பின் திரும்பற் புள்ளி.
- (ii) $x = -1.5$ ஆகையில் சார்பு கொண்டிருக்கும் x இன் மற்றைய பெறுமானத்தைக் காண்க.
- (iii) மேற்படி வரைபை உபயோகித்து $y = 3x^2 - x - 6$ எனும் வரைபை இதே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைக.
- (iv) $3x^2 - x - 5 = x + 1$ எனும் சமன்பாட்டின் தீர்வுகளை வரைபிலிருந்து காண்க.

7. கீழே தரப்பட்டுள்ள இருபடிச் சமன்பாடுகளின் சார்பை வரையாமல் பின்வருவனவற்றிற்கு விடை தருக.
- (a) இழிவு / உயர்வுப் பெறுமானம்.
- (b) சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாடு
- (c) திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள்.

(i) $y = (x - 4)^2 - 1$

(ii) $y = (x + \frac{1}{2})^2 + 3$

(iii) $y = -(x + 3)^2 + 5$

(iv) $y = (x - \frac{3}{4})^2 - \frac{1}{2}$

(v) $y = (2x - 3)^2 - 1\frac{1}{4}$

(vi) $y = -(3x + 2)^2 - 2\frac{1}{2}$

(vii) $y = 7 - (x - \frac{2}{5})^2$

(viii) $y = -2\frac{2}{3} + (4 - 3x)^2$

8. கீழே தரப்பட்டுள்ள இருபடிச் சமன்பாடுகளின் சார்பை வரையாமல் பின்வருவனவற்றிற்கு விடை தருக.
- (a) இழிவு / உயர்வுப் பெறுமானம்
- (b) சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாடு
- (c) திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள்.

(i) $2y = (x - 4)^2 - 3$

(ii) $3y + 8 = (9 - 2x)^2$

(iii) $2(3x + 1)^2 - \frac{1}{2}y = -1$

(iv) $2 + \frac{2}{3}y + 3(2x - 1)^2 = 0$

(v) $y = x^2 - 4$

(vi) $y = 2 - 3x^2$

(vii) $2y = 6 - 2x^2$

(viii) $3y - 4 = 2x^2$

9. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாட்டையும் இழிவு / உயர்வுப் பெறுமானங்களையும் கொண்ட சார்பின் சமன்பாட்டை உய்த்தறிக.

- (i) சமச்சீர் அச்ச $x=2$, இழிவுப் பெறுமானம் = 1
(ii) சமச்சீர் அச்ச $x=-3$, உயர்வுப் பெறுமானம் = 2
(iii) சமச்சீர் அச்ச $x=1/2$, உயர்வுப் பெறுமானம் = -4
(iv) சமச்சீர் அச்ச $x=-3/2$, இழிவுப் பெறுமானம் = -2 $1/2$
(v) சமச்சீர் அச்ச $x=-1/4$, இழிவுப் பெறுமானம் = 3 $1/4$

10. கீழே தரப்பட்டுள்ள திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் கொண்ட வரைபின் இருபடிச் சமன்பாடுகளை எழுதுக.

- (i) (3, 7) (ii) (2, -1/3) (iii) (-4, 1)
(iv) (0, -1 $3/4$) (v) (-2 $1/2$, 0) (vi) (-1/2, -2/3)

11. $y=(x-1)^2-2$ எனும் வரைபின்,

- (i) இழிவுப் புள்ளி யாது?
(ii) சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாடு யாது?
(iii) $-3 < x \leq 3$ எனும் பெறுமான வீச்சில் வரைபை வரைக.
(iv) சார்பு மறையாக உள்ள x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?
(v) $(x-1)^2-5=0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலகங்களை வரைபைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

12. $y = 6\frac{1}{4} - (x - \frac{3}{2})^2$ என்ற வரைபை வரைவதற்கு x இனதும் y இனதும் பெறுமானங்கள் அடங்கிய அட்டவணையொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-2	-1	0	0.5	1	1.5	2	3	4
y	-6	0	5.25	6	4	0

- (a) (i) இவ் வட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக. பெறுமானங்களை எங்ஙனம் நீர் பெற்றீர் எனக் காட்டுக.
(ii) தரப்பட்டுள்ள வரைதாளில் x அச்ச வழியே ஓர் அலகைக் குறிப்பதற்கு 10 சிறு பிரிவுகளையும் y அச்ச வழியே ஓர் அலகைக் குறிப்பதற்கு 10 சிறு பிரிவுகளையும் கொண்ட அளவிடையைத் தெரிந் தெடுத்து, பூரணப்படுத்திய அட்டவணையிலுள்ள பெறுமானங்களைக் குறிக்க. அவ்வாறு பெறப்பட்ட புள்ளிகளை இணைத்து ஒப்பமான வளையியைப் பெறுக.
(b) உமது வரைபிலிருந்து,
(i) x ஆனது -0.5 இலிருந்து + 2.5 வரை அதிகரிக்கும் போது y இன் பெறுமான வீச்சுக்களை எழுதுக.
(ii) வளையியினது உச்சியின் ஆள்கூறுகள் எவை?

(iii) கீழே தரப்பட்டுள்ள வளையியின் உச்சியின் ஆள்கூறுகளை உய்த்தறிக.

$$y = 9\frac{3}{4} - (x - \frac{3}{2})^2$$

(c) (i) x ஆள்கூறானது y ஆள்கூறின் இருமடங்கு பெறுமானம் உடையதாகவிருக்கும் வளையி மீதுள்ள புள்ளிகளைப் பெறுவதற்குத் தேவையான நேர்கோட்டின் சமன்பாடு யாது?

(ii) மேலே (i) இற் குறிப்பிடப்பட்ட நேர்கோட்டை உமது வரைபுத் தாளிலே வரைந்து, இதிலிருந்து மேலே (i) இற் குறிப்பிட்டுள்ள புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளைப் பெறுக.

13. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சார்பினதும் வரைபை வரையாது பின்வருவனவற்றிற்கு விடை தருக.

(a) சார்பின் தன்மை

(b) திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள்

(c) இழிவு / உயர்வுப் பெறுமானம்

(d) சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாடு

(i) $y = (x+1)(x+7)$

(ii) $y = -(x-3)(x+5)$

(iii) $y = (x - 1\frac{1}{2})(x + 3\frac{1}{2})$

(iv) $y = (3-x)(1+x)$

(v) $y = -(2\frac{1}{4} + x)(1\frac{3}{4} - x)$

14. $y = (x - 1)(3 - x)$ எனும் சார்பை வரைவதற்குப் பொருத்தமான x, y இனது பெறுமானங்களைக் கொண்ட பூரணமற்ற அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	-15	1	-3	-15

(i) மேலே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

(ii) பொருத்தமான அளவிடையில் மேற் குறித்த சார்பின் வரைபை வரைக.

(iii) சார்பின் திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

(iv) சார்பின் இழிவு / உயர்வுப் பெறுமானத்தை எழுதுக.

(v) சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(vi) சார்பு மறையாகும் போது x இன் பெறுமான வீச்சை எழுதுக.

(vii) $y \geq -3$ ஆகும் போது x இன் பெறுமான வீச்சை எழுதுக.

(viii) இவ்வரைபிலிருந்து $x^2 - 4x + 1$ இன் மூலகங்களைக் காண்க.

(ix) சார்பு $y = 2 + 4x - x^2$ இன் உயர்வு / இழிவுப் பெறுமானத்தை வரைபின் மூலம் காண்க.

(x) சார்பு $y = (x - 1)(3 - x)$ ஆனது நேராக அதிகரிக்கும் போது x இன் பெறுமான வீச்சை எழுதுக.

15. $y = 1 + 3x - x^2$ எனும் வரைபை வரைவதற்கு x இனதும் y இனதும் பெறுமானங்கள் அடங்கிய அட்டவணையொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

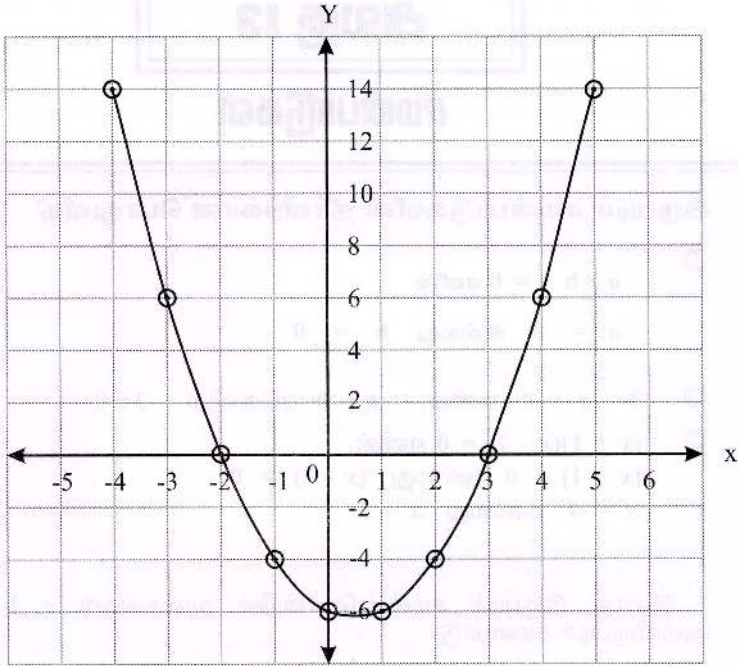
x	-1.5	-1	0	1	1.5	2	3	4	4.5
y	-5.75	-3	1	1	-3	-5.75

- (i) மேலே உள்ள அட்டவணையின் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.
(ii) வரைபுத்தாளில் x அச்ச வழியேயும் y அச்ச வழியேயும் ஓர் அலகைக் குறிப்பதற்கு 10 சிறு பிரிவுகளைக் கொண்ட அளவிடைகளைத் தேர்ந்தெடுத்து மேலே தரப்பட்டுள்ள சார்பின் வரைபினை வரைக.
(iii) சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானத்தை எழுதுக.
(iv) சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.
(v) சார்பு நேரானதாக இருக்கும் x இன் பெறுமான வீச்சைக் காண்க.
(vi) $x^2 - 3x - 3 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலகங்களைக் காண்க.
16. $y = 2x^2 + 2x - 1$ இன் வரைபை வரைவதற்கு x, y இனது பெறுமானங்களைக் கொண்ட பூரணமற்ற அட்டவணை ஒன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	11		-1	-1		

- (a) (i) மேலே அட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.
(ii) x அச்ச வழியே 10 சிறு பிரிவுகளை ஓர் அலகும் y அச்ச வழியே 10 சிறு பிரிவுகளை இரு அலகுகளும் வகைக் குறிக்குமாறு அளவுத்திட்டத்தை எடுத்து, பூரணப்படுத்தப்பட்ட அட்டவணையின் பெறுமானங்களைப் பயன்படுத்தி மேற்குறித்த சார்பின் வரைபை வரைக.
- (b) உமது வரைபைப் பயன்படுத்தி,
(i) திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.
(ii) $4 = 2x - 2x^2$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலகங்களைக் காண்க.
(iii) $2x^2 + 2x < x + 2\frac{1}{2}$ ஆகும் போது x இன் பெறுமான வீச்சை எழுதுக.
(iv) இவ்வளையி எவ்வகை வளையியாகும்?
17. பின்வருவனவற்றின் திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை வரைபை வரையாமற் கணிக்க.
- (i) $y = x^2 - 6x + 5$ (ii) $y = x^2 + 3x + 4$
(iii) $2y = 2x^2 + 10x - 5$ (iv) $\frac{y}{2} = -\frac{x^2}{2} + x - 1$

18. தரப்பட்டுள்ள சார்பின் வரைபிலிருந்து,



- (i) $x=0$ ஆகும் போது சார்பின் பெறுமானத்தை எழுதுக.
- (ii) $x=-3$ ஆகும் போது y இன் பெறுமானத்தை எழுதுக.
- (iii) வரைபின் இழிவுப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.
- (iv) சார்பின் சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.
- (v) சார்பு மறையாகும் போது x இன் பெறுமான வீச்சை எழுதுக.
- (vi) சார்பு நேராக அதிகரிக்கும் போது x இன் பெறுமான வீச்சை எழுதுக.
- (vii) இச்சார்பின் சமன்பாட்டை $y = (x + a)(x - b)$ எனும் வடிவில் எழுதிக் காட்டுக.
- (viii) இச்சார்பில் $y \leq 4$ ஆகும் போது x இன் பெறுமான வீச்சை காண்க.
- (ix) சமன்பாடு $y=0$ இன் மூலகங்கள் $-4, 1$ ஆகவுள்ள இருபடிச் சார்பின் சமன்பாட்டை எழுதுக.
- (x) மேலே (ix) இல் பெறப்பட்ட சார்பின் இழிவு / உயர்வு பெறுமானத்தை வரைபை வரையாது உய்த்தறிக.

அலகு 13

சமன்பாடுகள்

- இருபடிச் சமன்பாடுகளின் தீர்விற்கான பொதுவிதி

⇒

$$a \times b = 0 \text{ எனின்}$$

$$a = 0 \text{ அல்லது } b = 0$$

⇒

$$3 \times a = 0 \text{ எனின், } a = 0 \text{ ஏனெனில் } 3 \neq 0$$

⇒

$$(x + 1)(x - 2) = 0 \text{ எனின்,}$$

$$(x + 1) = 0 \text{ அல்லது } (x - 2) = 0$$

$$x = -1 \text{ அல்லது } x = 2$$

- x இலான இருபடிச் சமன்பாடொன்றின் மூலகங்கள் a, b எனின், அவ்விருபடிச் சமன்பாடு.

$$(x - a)(x - b) = 0 \text{ ஆகும்.}$$

⇒

தீர்வுகள் 2, -3 எனின்,

$$\text{சமன்பாடு } (x - 2)(x - (-3)) = 0$$

$$(x - 2)(x + 3) = 0$$

$$x^2 + 3x - 2x - 6 = 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

- $x^2 = bx$ எனும் கோவையை நிறைவாக்கமாக்குவதற்காக அதனுடன் கூட்டப்படவேண்டிய மாறா உறுப்பு c எனின்,

$$x^2 - bx + c$$

மாறா உறுப்பு $c = \left(\frac{b}{2}\right)^2$

$$\therefore x^2 - bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{b}{2}\right)^2$$

$$x^2 - bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2$$

அவ்வாறே

$$x^2 + mx + \left(\frac{m}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{m}{2}\right)^2$$

- இலகுவாகக் காரணிப்படுத்த முடியாத இருபடிச் சமன்பாடுகளை நிறைவாக்கமாக்கி அல்லது சூத்திரத்தை உபயோகித்துத் தீர்க்கலாம்.

☞ இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதற்கான சூத்திரம்.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2 தூரணங்கள்

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள பிரசினைங்களைக் காரணிகளாக்கித் தீர்க்க.

(i) $3x^2 - 12x = 0$

(ii) $y^2 + 3y = 28$

(iii) $4x^2 - 7x = 15$

(iv) $\frac{1}{2}a^2 = 3a - 4$

விடை

(i) $3x^2 - 12x = 0$

(ii) $y^2 + 3y - 28 = 0$

$$3x(x - 4) = 0$$

$$y^2 + 7y - 4y - 28 = 0$$

$$3x = 0 \text{ அல்லது } (x - 4) = 0$$

$$y(y + 7) - 4(y + 7) = 0$$

$$x = 0 \text{ அல்லது } x = 4$$

$$(y + 7)(y - 4) = 0$$

$$y + 7 = 0 \text{ அல்லது } y - 4 = 0$$

$$y = -7 \text{ அல்லது } y = 4$$

(iii) $4x^2 - 7x - 15 = 0$

(iv) $\frac{1}{2}a^2 = 3a - 4$

$$4x^2 - 12x + 5x - 15 = 0$$

$$a^2 = 6a - 8$$

$$4x(x - 3) + 5(x - 3) = 0$$

$$a^2 - 6a + 8 = 0$$

$$(x - 3)(4x + 5) = 0$$

$$a^2 - 4a - 2a + 8 = 0$$

$$x - 3 = 0 \text{ அல்லது } 4x + 5 = 0$$

$$a(a - 4) - 2(a - 4) = 0$$

$$x = 3 \text{ அல்லது } 4x = -5$$

$$(a - 4)(a - 2) = 0$$

$$x = 3 \text{ அல்லது } x = -\frac{5}{4}$$

$$a - 4 = 0 \text{ அல்லது } a - 2 = 0$$

$$a = 4 \text{ அல்லது } a = 2$$

2. செங்கோண முக்கோணம் ஒன்றிலே செங்கோணத்தைக் கொண்ட பக்கங்களின் நீளங்கள் $5x$ cm உம் $(3x - 1)$ cm உம் ஆகும்.

முக்கோணியின் பரப்பளவு 60 cm^2 எனின்,

(i) மேலே உள்ள தரவுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு இருபடிச் சமன்பாடொன்றை உருவாக்குக.

(ii) முக்கோணியின் பக்கங்களின் நீளங்களைக் காண்க.

விடை

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad \Delta \text{ பரப்பளவு} &= \frac{1}{2} \times BC \times AB \\ &= \frac{1}{2} \times (3x - 1) \times 5x \\ &= \frac{5x}{2} (3x - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{5x}{2} (3x - 1) &= 60 \text{ cm}^2 \\ x(3x - 1) &= \frac{60 \times 2}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x^2 - x &= 24 \\ 3x^2 - x - 24 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad 3x^2 - 9x + 8x - 24 &= 0 \\ 3x(x-3) + 8(x-3) &= 0 \\ (x-3)(3x+8) &= 0 \\ (x-3) = 0 \quad \text{அல்லது} \quad (3x+8) = 0 \end{aligned}$$

$$x = 3 \quad \text{அல்லது} \quad x = -\frac{8}{3}$$

நீளம் நேர்ப் பெறுமானம் ஆகவே $x = 3$ மாத்திரமே பொருந்தும்

முக்கோண நீளங்கள்

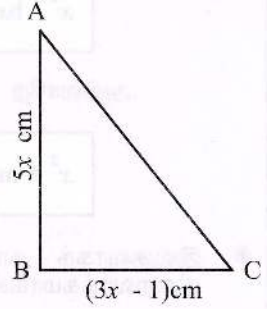
$$\begin{aligned} AB &= 5x & BC &= (3x - 1) \\ AB &= 5 \times 3 & BC &= 3 \times 3 - 1 \\ AB &= 15 \text{ cm} & BC &= 8 \text{ cm} \end{aligned}$$

ΔABC இற்கு பைதகரஸ் விதியிலிருந்து

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 15^2 + 8^2 \\ &= \sqrt{225 + 64} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AC^2 &= 289 \\ AC &= \sqrt{289} \\ AC &= 17 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$AB = 15 \text{ cm}, BC = 8 \text{ cm}, AC = 17 \text{ cm}$$



3. $0.3, -\frac{1}{2}$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டை $ax^2 - bx + c = 0$ எனும் வடிவீற தருக.

விடை

$$(x - 0.3) \text{ அல்லது } x = -\frac{1}{2}$$

$$(x - 0.3)(x - (-\frac{1}{2})) = 0$$

$$(x - 0.3)(x + \frac{1}{2}) = 0$$

$$x(x + \frac{1}{2}) - 0.3(x + \frac{1}{2}) = 0$$

$$x^2 + \frac{1}{2}x - 0.3x - 0.3 \times \frac{1}{2} = 0$$

$$x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10}x - \frac{3}{10} \times \frac{1}{2} = 0$$

$$x^2 + \frac{1}{5}x - \frac{3}{20} = 0$$

$$20 \times x^2 + 20 \times \frac{1}{5}x - 20 \times \frac{3}{20} = 20 \times 0$$

$$20x^2 + 4x - 3 = 0$$

4. $a^2 - 8a$ எனும் கோவையை நிறைவர்க் கமாக் குவதற்குக் கூட்டப்படவேண்டிய மாறா உறுப்பைக் காண்க. மாறா உறுப்பைக் கூட்டி ஈருறுப்புக் கோவையின் வர்க்கமாகத் தருக.

விடை

$$\begin{aligned} a^2 - 8a \\ \text{ஒருமையுறுப்பு} &= \left(\frac{8}{2}\right)^2 & a^2 - 8a + 16 \\ &= 4^2 &= a^2 - 8a + 4^2 \\ &= 16 &= (a - 4)^2 \end{aligned}$$

5. $x^2 + 7x + a = (x + b)^2$ எனும் சமன்பாட்டிலுள்ள மாறா உறுப்புகள் a, b இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

விடை

$$x^2 + 7x + a = x^2 + 2bx + b^2$$

$$\text{ஒருமை } a = b^2$$

$$\text{இடது கைப்பக்கம் } a = \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

$$= \frac{49}{4}$$

அல்லது

$$\frac{49}{4} = b^2$$

$$\sqrt{\frac{49}{4}} = b$$

$$\frac{7}{2} = 2b$$

$$\frac{7}{2} = b$$

$$b = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

$$b = 3\frac{1}{2}$$

$$a = \frac{49}{4}$$

6. $x^2 - 6x + 7 = 0$ எனும் சமன்பாட்டை நிறைவாக்கமாக்கி (வர்க்கப் பூர்த்தி) முறை மூலம் தீர்த்து விடையைத் திருத்தமாக இரு தசமதானங்களிற் தருக.

விடை

$$x^2 - 6x + 7 = 0$$

$$x^2 - 6x = -7$$

$$x^2 - 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 = -7 + \left(\frac{6}{2}\right)^2$$

$$x^2 - 6x + 3^2 = -7 + 3^2$$

$$(x - 3)^2 = -7 + 9$$

$$(x - 3)^2 = 2$$

$$(x - 3) = \pm\sqrt{2}$$

$$x - 3 = \pm 1.414$$

⊕

$$x - 3 = 1.414$$

$$= 1.414 + 3$$

$$x = 4.414$$

$$x = 4.41$$

⊖

$$x - 3 = -1.414$$

$$= -1.414 + 3$$

$$x = 1.586$$

$$x = 1.59$$

7. $4a(a - 3) = 5$ எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

விடை

$$4a(a - 3) = 5$$

$$4a^2 - 12a = 5$$

a^2 இன் குணகம் 1 ஆகுமாறு 4 ஆல் பிரிக்குக.

$$\frac{4a^2}{4} - \frac{12a}{4} = \frac{5}{4}$$

$$a^2 - 3a = \frac{5}{4}$$

$$a^2 - 3a + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{4} + \frac{9}{4}$$

$$\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{14}{4}$$

$$a - \frac{3}{2} = \pm\sqrt{\frac{14}{4}}$$

$$a - \frac{3}{2} = \pm \frac{3.741}{2}$$

⊕

$$a - \frac{3}{2} = \frac{3.741}{2} \text{ அல்லது}$$

⊖

$$a - \frac{3}{2} = \frac{-3.741}{2}$$

$$a = \frac{3.741}{2} + \frac{3}{2}$$

$$a = \frac{-3.741}{2} + \frac{3}{2}$$

$$a = \frac{6.741}{2}$$

$$a = \frac{-0.741}{2}$$

$$a = 3.370$$

அல்லது

$$a = -0.370$$

8. $\frac{1}{2}x^2 = \frac{2-x}{3}$ எனும் சமன்பாட்டைச் சூத்திரத்தை உபயோகித்துத் தீர்க்க.

விடை

$$\frac{1}{2}x^2 = \frac{2-x}{3}$$

$$6 \times \frac{1}{2}x^2 = \frac{6(2-x)}{3}$$

$$3x^2 = 4 - 2x$$

$$3x^2 + 2x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$3x^2 + 2x - 4 = 0 \text{ இல்}$$

$$a = 3, b = 2, c = -4$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 3 \times (-4)}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 48}}{6}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{52}}{6}$$

$$x = \frac{-2 \pm 7.21}{6}$$

⊕

$$x = \frac{-2 + 7.21}{6} \text{ அல்லது}$$

$$x = \frac{-5.21}{6} \text{ அல்லது}$$

$$x = -0.87 \text{ அல்லது}$$

⊖

$$x = \frac{-2 - 7.21}{6}$$

$$x = \frac{-9.21}{6}$$

$$x = -1.54$$

பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு ஒருங்கமை சமன்பாட்டுச் சோடிகளையும் தீர்க்க.

(i) $2x - 3y = -5$
 $3x + y = -2$

(ii) $5y - 4x = -3$
 $3x - 2y = -3$

(iii) $\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b = 2$

(iv) $\frac{3}{5}x - \frac{2}{3}y = 1$

$$\frac{1}{4}a + \frac{1}{3}b = 5$$

$$\frac{1}{2}x - y = -1$$

(v) $\frac{2a}{3} - \frac{3b}{4} = -1$

(vi) $\frac{1}{m} - \frac{2}{n} = 0$

$$\frac{2b}{3} - \frac{3a}{4} = -2$$

$$\frac{2}{m} + \frac{1}{n} = 3$$

$$(vii) \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = -2$$

$$(viii) a - b = 3$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{a}{2} - \frac{b}{3} = 0$$

2. பின்வருவனவற்றைக் காரணிப்படுத்துக.

$$(i) m^2 + m - 56$$

$$(ii) n^2 + 15n + 56$$

$$(iii) 4a^2 - 4a - 15$$

$$(iv) 7b^2 + 3b - 10$$

$$(v) 72 - x - x^2$$

$$(vi) 84 + 5xy - x^2y^2$$

$$(vii) 12m^2 - 3n^2$$

$$(viii) (x - 3)^2 - 1$$

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைக் காரணிகளாக்கித் தீர்க்க.

$$(i) 4x^2 - 8x = 0$$

$$(ii) 5y^3 = 15y^2$$

$$(iii) 3m = 4m^2$$

$$(iv) \frac{n}{2} + n^2 = 0$$

$$(v) x^2 + 11x + 30 = 0$$

$$(vi) x^2 = 13x - 12$$

$$(vii) y(y - 1) = 2$$

$$(viii) y^2 = 88 - 3y$$

$$(ix) 8 - 5a - 13a^2 = 0$$

$$(x) 11 = 8a^2 - 3a$$

$$(xi) \frac{1}{2}b^2 - b = 17\frac{1}{2}$$

$$(xii) \frac{x-3}{4} = \frac{1}{x}$$

4. பின்வருவனவற்றைக் காரணிகளாக்கித் தீர்க்க.

$$(i) a^2 - 9 = 0$$

$$(ii) 3a^3 = 27a$$

$$(iii) m(m - 1) + m = 16$$

$$(iv) m^2 - (m + 3) = 6 - m$$

$$(v) 3(x - 1)^2 - 3 = 0$$

$$(vi) 1 - (x - 2)^2 = 0$$

$$(vii) \frac{x}{1 - 2x} = \frac{1}{x - 2}$$

$$(viii) \frac{2x - 3}{3x + 8} = \frac{1}{x}$$

5. பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

$$(i) 15x^2 + 34x + 15 = 0$$

$$(ii) (3x - 1)^2 - 16 = 0$$

$$(iii) 2x^2 - x - 3 = 0$$

$$(iv) 7 - 15x - 18x^2 = 0$$

$$(v) (y + 8)(y - 6) = -24$$

$$(vi) 12m^3 + 46m^2 + 40m = 0$$

6. ஒரு நிறை எண்ணினதும், அவ்வெண்ணின் இரு மடங்கிலும் பார்க்க 1 குறைவான எண்ணினதும் பெருக்குத் தொகை 3 ஆகும் எனின், அவ்விரு எண்களையும் காண்க.

7. ஒரு சமபக்க முக்கோணியின் அடி அதன் செங்குத்துத் தூரத்தின் 3 மடங்கிலும் 2 கூடவாகும். அம்முக்கோணியின் பரப்பளவு 9cm^2 எனின், முக்கோணியின்

(i) செங்குத்துயரம் எத்தனை cm ?

(ii) முக்கோணியின் பக்க நீளம் யாது?

8. அடுத்துவரும் மூன்று இயற்கை எண்களினது வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை 149 ஆகும்.
- இம் மூன்று எண்களுள் நடு எண் n எனின், மேற்போந்த தரவைப் பயன்படுத்தி இருபடிச் சமன்பாடொன்றை ஆக்குக.
 - இதிலிருந்து இம் மூன்று எண்களுள் மிகச் சிறிய எண்ணைக் காண்க.
9. x எனும் எண்ணினதும் x இலும் பார்க்கப் 12 ஆற் கூடிய எண்ணினதும் பெருக்கம் 189 ஆகும்.
- மேற்போந்த தரவைப் பயன்படுத்தி இருபடிச் சமன்பாடொன்றை ஆக்குக.
 - இந்த இரு எண்களையும் காண்க.
10. பின்வருவனவற்றைத் தீர்வுகளாகக் கொண்ட x இலான இருபடிச் சமன்பாடுகளை $ax^2 + bx + c = 0$ எனும் வடிவிற் தருக.
- 2, 3 (ii) -1, 4 (iii) -3, -5 (iv) $\frac{1}{2}, -1$
 - $-\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$ (vi) -0.5, 0.7 (vii) $\frac{1}{3}, 0.3$ (viii) 0.4, $\frac{1}{0.4}$
11. $x^2 - bx - 5 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு மூலகம் -2 எனின்,
- மற்றைய மூலகம் யாது?
 - b இன் பெறுமானம் காண்க.
12. $3x^2 + 19x + c = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு மூலகம் $-\frac{2}{3}$ எனின்,
- c இன் பெறுமானம் காண்க.
 - மற்றைய மூலகம் யாது?
13. பின்வருவனவற்றை விரித்தெழுதுக.
- $(x + 4)^2$ (ii) $(m - \frac{1}{4})^2$ (iii) $(\frac{n}{2} + 1)^2$ (iv) $(\frac{2}{3} - \frac{x}{4})^2$
14. கீழே தரப் பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையையும் நிறைவர்க்கமாக்குவதற்குக் கூட்டப்பட வேண்டிய மாறா உறுப்பை எழுதுக. ஒருமையைக் கூட்டி கோவையை நிறைவர்க்கமாக்குக.
- $x^2 + 12x$ (ii) $m^2 - 7m$ (iii) $a^2 + 11a$
 - $b - b^2$ (v) $2y^2 + 10y$ (vi) $\frac{1}{2} t^2 - t$
15. பின்வரும் சமன்பாடுகளில் ஒருமை உறுப்புக்கள் a, b இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.
- $x^2 + 14x + a = (x + b)^2$ (ii) $y^2 - 7y + a = (y + b)^2$
 - $m^2 - 2\frac{2}{3}m + a = (m - b)^2$ (iv) $2n^2 + 2\frac{1}{2}n + a = 2(n + b)^2$

16. பின் வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து விடையை இரு தசமதானங்களிற்குத் திருத்தமாகத் தருக.

(i) $x^2 + 4x + 2 = 0$

(ii) $y^2 + 3y = 1$

(iii) $p^2 - 6p = 3$

(iv) $x^2 - 6x + 4 = 0$

(v) $x^2 - 6x + 7 = 0$

(vi) $2m^2 - 8m + 2 = 0$

(vii) $2x^2 - 5x + 1 = 0$

(viii) $p(4 + 3p) = 2$

(ix) $3y^2 - 2y - 2 = 0$

(x) $(m - 1)(m + 2) = 4$

17. பின் வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து விடையை இரு தசமதானங்களிற்குத் திருத்தமாகத் தருக.

(i) $\frac{1}{3}x^2 = x + \frac{1}{2}$

(ii) $\frac{2}{y+1} + \frac{1}{y-1} = 2$

(iii) $k - \frac{1}{k-1} = \frac{1}{3}$

(iv) $2 - x - 2x^2 = 0$

18. சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி கீழே தரப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i) $x^2 + 6x = 3$

(ii) $a^2 = 12a - 10$

(iii) $5 - b^2 - 3b = 0$

(iv) $\frac{1}{n-1} = \frac{2n}{n+1}$

(v) $y^2 + 3y - 2 = 0$

(vi) $3x^2 + 1 = 4x$

(vii) $\frac{2}{x} + \frac{1}{x+1} = 2$

(viii) $1 - 2m - \frac{1}{3}m^2 = 0$

19. சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி கீழே தரப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i) $\frac{x}{2} + \frac{6}{x} = 4$

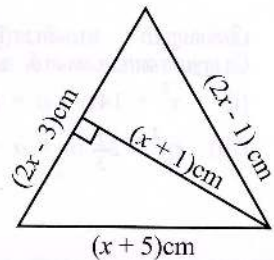
(ii) $x^2 - 2x - 3 = 0$

20. செவ்வக வடிவக் காணித் துண்டொன்றின் நீளமானது அதன் அகலத்திலும் பார்க்க 4m இனால் கூடியது. காணித் துண்டின் பரப்பளவு $480m^2$ எனின்,

(i) காணித் துண்டின் அகலத்தை x மீற்றர் என எடுத்து மேலேயுள்ள தரவைப் பயன்படுத்தி இருபடிச் சமன்பாடு ஒன்றை உருவாக்குக.

(ii) காணித் துண்டின் நீளத்தையும் அகலத்தையும் காண்க.

21. அருகே தரப்பட்டுள்ள முக்கோணியின் பரப்பளவு $15m^2$ எனின், x இலான இருபடிச் சமன்பாடொன்றைப் பெற்று, முக்கோண பக்க நீளங்களைக் காண்க.



அலகு 14

இயல்பொத்த முக்கோணிகள்

- முக்கோணியின் பக்கங்களை விகித சமனாகப் பிரித்தல்

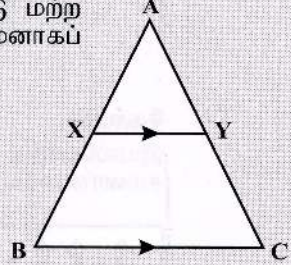
☞ தேற்றம்

முக்கோணியொன்றின் ஒரு பக்கத்துக்குச் சமாந்தரமாக வரையப்படும் நேர்கோடு மற்ற இரு பக்கங்களையும் விகித சமனாகப் பிரிக்கும்.

$XY \parallel AB$ எனின்,

$$\frac{AX}{XB} = \frac{AY}{YC}$$

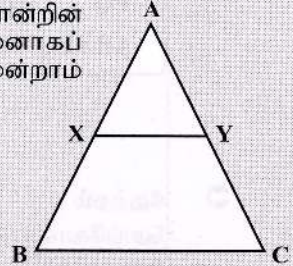
$$AX : XB = AY : YC$$



☞ தேற்றத்தின் மறுதலை

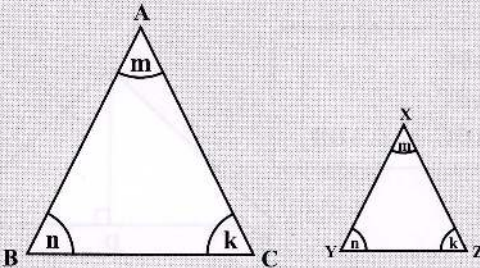
ஒரு நேர்கோடானது முக்கோணியொன்றின் இரு பக்கங்களை விகித சமனாகப் பிரிக்குமாயின் அந்நேர்கோடு மூன்றாம் பக்கத்திற்குச் சமாந்தரமாகும்.

$AX : XB = AY : YC$ எனின்,
 $XY \parallel BC$



- இயல்பொத்த முக்கோணிகள்

ஒரு முக்கோணியின் ஒவ்வொரு கோணமும் மற்றைய முக்கோணிகளின் ஒவ்வொரு கோணத்திற்கும் சமனாயின் அவை இயல்பொத்த முக்கோணிகள் எனப்படும்.



$\hat{A} = \hat{X}, \hat{B} = \hat{Y}, \hat{C} = \hat{Z}$ எனின்,
 $\triangle ABC, \triangle XYZ$ சமகோண முக்கோணிகளாகும்.

$$\triangle ABC \parallel \triangle XYZ$$

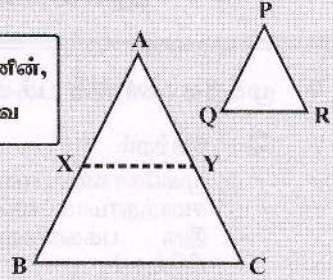
இயல்பொத்த முக்கோணி = சமகோண முக்கோணி

☞ தேற்றம்

ஒரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களும் மற்றைய முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களிற்கும் விகித சமன் எனின், அம்முக்கோணிகள் இரண்டும் இயல்பொத்த முக்கோணிகள் எனப்படும்.

$$AB : PQ = BC : QR = AC : PR \text{ எனின்,}$$

$$\triangle ABC \text{ /// } \triangle PQR \text{ இயல்பொத்தவை}$$



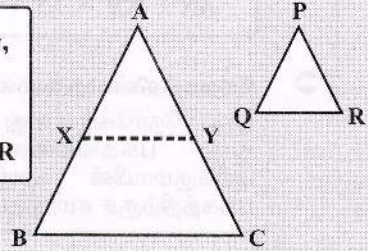
☞ தேற்றம்

இயல்பொத்த முக்கோணிகள் இரண்டின் ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமனானவையாகும்.

$$\hat{A} = \hat{P}, \hat{B} = \hat{Q}, \hat{C} = \hat{R} \text{ எனின்,}$$

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$$

$$AB : PQ = BC : QR = AC : PR$$



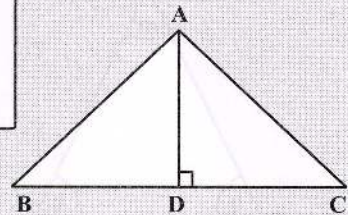
☞ தேற்றம்

செங்கோண முக்கோணியின் உச்சியிலிருந்து செம்பக்கத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தினால் உண்டாகும் முக்கோணிகள் ஒவ்வொன்றும் முன்னைய முக்கோணத்துடன் இயல்பொத்தவை ஆவதோடு தமக்குள்ளும் ஒன்றுடனொன்று இயல்பொத்தவையாகும்.

$$\triangle ADC \text{ /// } \triangle ABC$$

$$\triangle ADB \text{ /// } \triangle ABC$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ /// } \triangle ADC \text{ /// } \triangle ADB$$



2 தூரணங்கள்

1. தரப்பட்டுள்ள உருவில் x இன் பெறுமானம் காண்க.

விடை

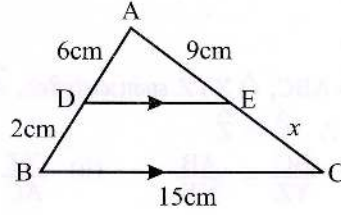
$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$$

$$\frac{6}{2} = \frac{9}{x}$$

$$6 \times x = 9 \times 2$$

$$x = \frac{9 \times 2}{6}$$

$$x = 3\text{cm}$$



2. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் y இன் பெறுமானம் காண்க.

விடை

$$\frac{y}{5} = \frac{8}{y-3}$$

$$y(y-3) = 8 \times 5$$

$$y^2 - 3y = 40$$

$$y^2 - 3y - 40 = 0$$

$$y^2 - 8y + 5y - 40 = 0$$

$$y(y-8) + 5(y-8) = 0$$

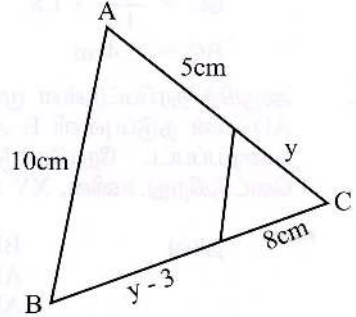
$$(y-8)(y+5) = 0$$

$$y-8 = 0 \quad y+5 = 0$$

$$y = 8 \quad \text{or} \quad y = -5$$

நீளம் நேர்ப் பெறுமானம்

$$\therefore y = 8\text{cm}$$



3. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் $AB \parallel PQ$,

$AP = XC$ ஆகுமெனின்,

விடை

$$\frac{CQ}{QB} - \frac{PX}{AP} = 1 \text{ என நிறுவுக.}$$

தரவு : $AB \parallel PQ$, $AP = XC$

$$\text{நிறுவ வேண்டியது : } \frac{CQ}{QB} - \frac{PX}{AP} = 1$$

நிறுவல் : $\triangle PQC$, $\triangle ABC$ என்பவற்றில்

$$\frac{CQ}{QB} = \frac{CP}{AP} \quad (AB \parallel PQ \text{ ஆகையால்})$$

$$CP = PX + XC$$

ஆனால் $AP = XC$ (தரவு)

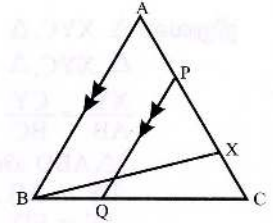
$$\therefore CP = PX + AP$$

$$\therefore \frac{CQ}{QB} = \frac{PX + AP}{AP}$$

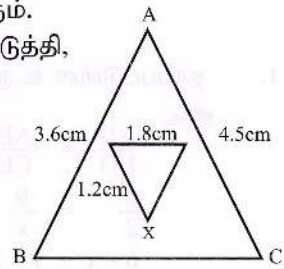
$$\therefore \frac{CQ}{QB} = \frac{PX}{AP} + \frac{AP}{AP}$$

$$\therefore \frac{CQ}{QB} = \frac{PX}{AP} + 1$$

$$\therefore \frac{CQ}{QB} - \frac{PX}{AP} = 1$$



4. $\triangle ABC$, $\triangle XYZ$ என்பவற்றில், $\hat{A} = \hat{X}$, $\hat{B} = \hat{Y}$ ஆகும்.
 உருவிற்கு குறிக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளைப் பயன்படுத்தி,
 (i) BC
 (ii) XZ என்பவற்றின் நீளங்களைக் காண்க.



விடை

$\triangle ABC$, $\triangle XYZ$ என்பவற்றில், $\hat{A} = \hat{X}$, $\hat{B} = \hat{Y}$
 $\therefore \hat{C} = \hat{Z}$

$$(i) \frac{BC}{YZ} = \frac{AB}{YX} \quad (ii) \frac{XZ}{AC} = \frac{XY}{AB}$$

$$\frac{BC}{1.8} = \frac{3.6}{1.2} \quad \frac{XZ}{4.5} = \frac{1.2}{3.6}$$

$$BC = \frac{3.6}{1.2} \times 1.8 \quad XZ = \frac{1.2}{3.6} \times 4.5$$

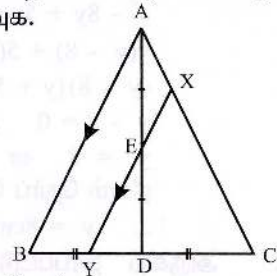
$$BC = 5.4 \text{ cm} \quad XZ = 1.5 \text{ cm}$$

5. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள முக்கோணம் ABC யில் BC யின் நடுப்புள்ளி D. AD யின் நடுப்புள்ளி E ஆகும். E இலூடாக AB யிற்குச் சமாந்தரமாக வரையப்பட்ட நேர்கோடு AC, BC யை முறையே X, Y இல் வெட்டுகிறது எனின், $XY : AB = 3 : 4$ என நிறுவுக.

விடை

தரவு : $BD = DC$
 $AE = ED$
 $AB \parallel XY$

நிறுவ வேண்டியது : $XY : AB = 3 : 4$



நிறுவல்: $\triangle XYZ$, $\triangle ABC$ என்பவற்றில்,

$\triangle XYZ$, $\triangle ABC$ இயல்பொத்த முக்கோணிகள்

$$\frac{XY}{AB} = \frac{CY}{BC}$$

$\triangle ABD$ யில்

$EY \parallel AB$ (தரவு)

$AE = ED$ (தரவு)

$\therefore BY = DY$ (நடுப்புள்ளித் தேற்றத்திலிருந்து)

ஆனால் $BD = DC$ (தரவு)

$$DC = 2DY$$

$$CY = DC + DY$$

$$CY = 2DY + DY$$

$$CY = 3DY$$

$$BC = 2 DC$$

$$BC = 2 \times 2 DY$$

$$BC = 4DY$$

$\triangle ABC$, $\triangle XYZ$ இல்

$$\frac{XY}{AB} = \frac{CY}{BC}$$

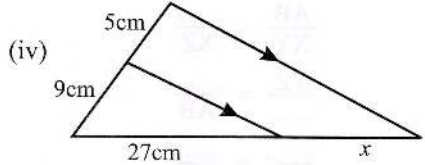
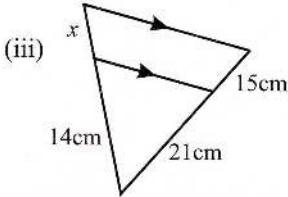
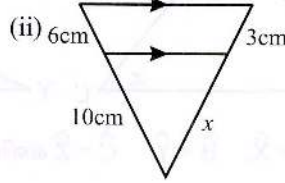
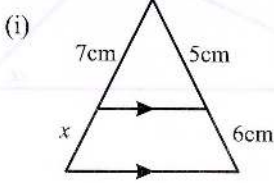
$$\frac{XY}{AB} = \frac{3DY}{4DY}$$

$$\frac{XY}{AB} = \frac{3}{4}$$

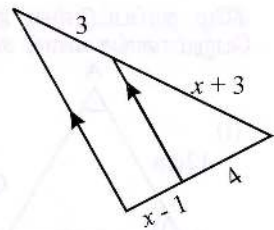
$$XY : AB = 3 : 4$$

பயிற்சி

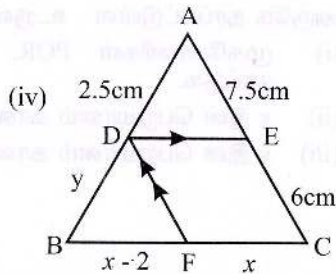
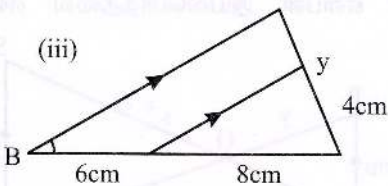
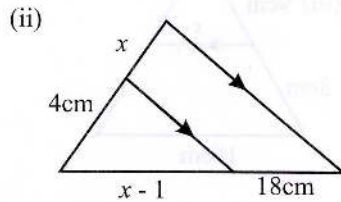
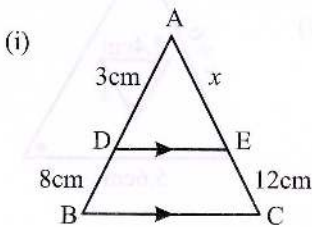
1. கீழே தரப்பட்டுள்ள முக்கோணிகளின் தரவுகளை அவதானித்து x இன் பெறுமானம் காண்க.



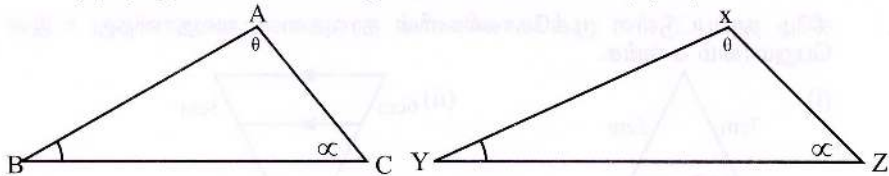
2. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



3. பின்வரும் உருக்களின் தரவுகளை அவதானித்து x , y இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.



4. கீழே தரப்பட்டுள்ள இயல்பொத்த முக்கோணச் சோடிகளின் தரவுகளுக்கமைய பின்வரும் இடைவெளிகளை நிரப்புக.



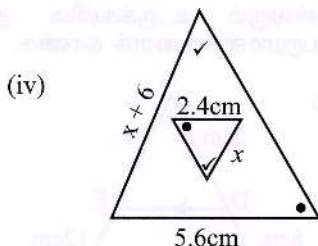
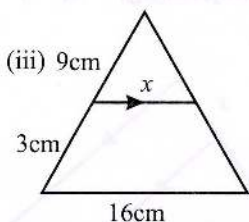
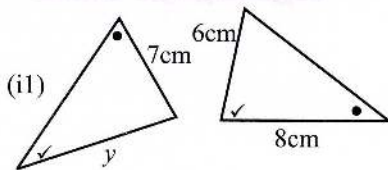
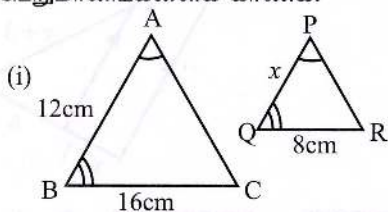
$\hat{A} = \hat{X}$, $\hat{B} = \hat{Y}$, $\hat{C} = \hat{Z}$ எனின்,

$$\frac{AB}{XY} = \frac{\dots\dots}{XZ}$$

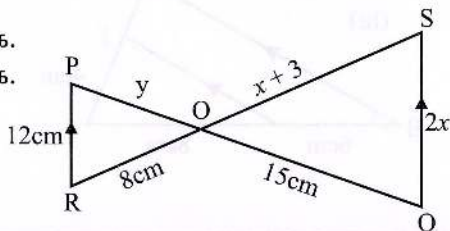
$$\frac{YZ}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{AB}$$

$$\frac{\dots\dots}{AC} = \frac{\dots\dots}{BC}$$

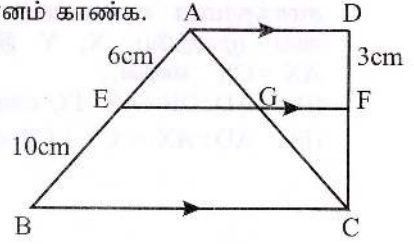
5. கீழே தரப்பட்டுள்ள இயல்பொத்த முக்கோணச் சோடிகளுள் x, y இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.



6. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில்,
 (i) முக்கோணிகள் POR, QOS என்பன இயல்பொத்தவை எனக் காட்டுக.
 (ii) x இன் பெறுமானம் காண்க.
 (iii) y இன் பெறுமானம் காண்க.



7. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருவில் $AE = 6\text{cm}$, $BE = 10\text{cm}$, $DF = 3\text{cm}$, $AD \parallel EF \parallel BC$ எனின். FC இன் பெறுமானம் காண்க.

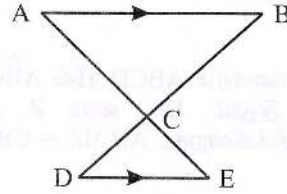


8. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் $AB \parallel DE$, $AC = 6\text{cm}$, $AB = 12\text{cm}$, $DE = 8\text{cm}$, $CD = 6\text{cm}$ எனின்,

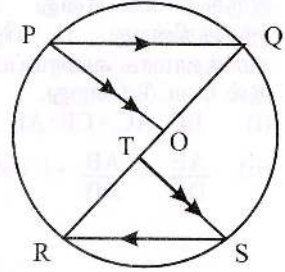
(i) AE இன் நீளம்

(ii) BD இன் நீளம்

ஆகியவற்றைக் காண்க.

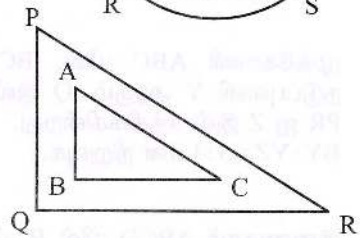


9. தரப்பட்டுள்ள வரிப்படத்தில் $PQ \parallel RS$, $PO \parallel TS$, O வட்டத்தின் மையம். $PQ = 16\text{cm}$, $RS = 10\text{cm}$, $TR = 7.5\text{cm}$ எனின், வட்டத்தின் விட்டத்தைக் காண்க.



10. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் $\hat{P} = \hat{A}$, $\hat{Q} = \hat{B}$, $\hat{R} = \hat{C}$ எனின்,

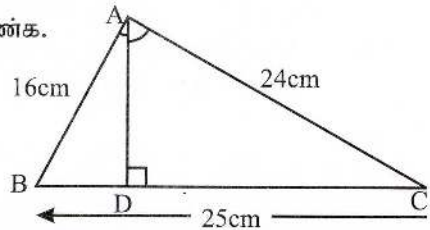
$$\frac{PQ}{PR} = \frac{AB}{AC} \text{ எனக் காட்டுக.}$$



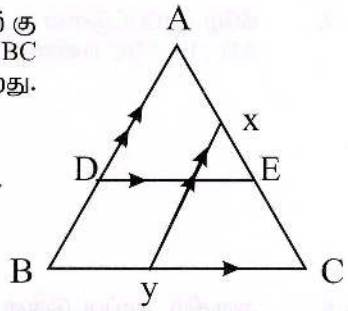
11. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ள $\triangle ABC$ யில் $\hat{BAC} = 90^\circ$ $AD \perp BC$ ஆகும். $\triangle ABC$ யில்,

(i) $\frac{AD}{AB}$ யிற்குச் சமமான விகிதத்தைப் பெறுக.

(ii) AD யின் நீளத்தைக் காண்க.

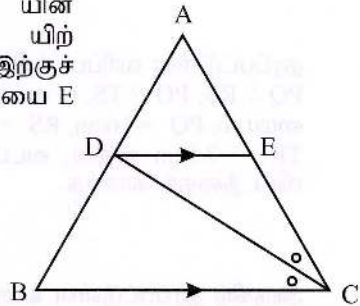


12. முக்கோணி ABC யில் AB யிற்கு சமாந்தரமாக வரையப்பட்ட கோடு AC, BC யை முறையே X, Y இல் வெட்டுகிறது. AX = CX எனின்,
 (i) AD : DB = AE : EC எனவும்
 (ii) AD : AX = CY : CE எனவும் நிறுவுக.



13. இணைகரம் ABCD யில் $\hat{A}BC$ யின் இருகூறாக்கி, மூலைவிட்டம் AC யை X இலும் DC யை Z இலும் நீட்டப்பட்ட AD யை Y இலும் சந்திக்கின்றது. AB · BZ = CB · BY என நிறுவுக.

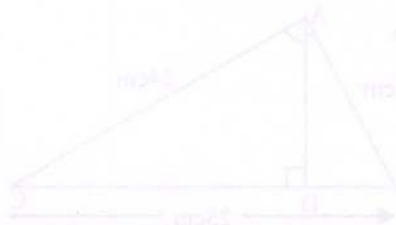
14. முக்கோணம் ABC யில் $\hat{A}CB$ யின் இருகூறாக்கியானது AB யை D யிற் சந்திக்கின்றது. D யினூடாக BC இற்குச் சமாந்தரமாக வரையப்பட்ட கோடு AC யை E இல் வெட்டுகின்றது.
 (i) BC : AC = CE : AE எனவும்
 (ii) $\frac{AE}{DE} = \frac{AB}{DB} - 1$ எனவும் நிறுவுக.



15. முக்கோணி ABC யில், BC யின் நடுப்புள்ளி X ஆகும். AX இன் நடுப்புள்ளி Y ஆகும். Q இலிருந்து Y இனூடாக வரையப்படும் கோடு PR ஐ Z இல் சந்திக்கின்றது. BY : YZ = 3 : 1 என நிறுவுக.

16. இணைகரம் ABCD யில் B யினூடாக வரையப்படும் கோடு AC யை E இலும் AD யை F இலும் வெட்டுகின்றது எனின்,

$$\frac{AE}{CE} = 1 - \frac{DF}{AD} \quad \text{என நிறுவுக.}$$



அலகு 15

தரவுகளை வகைக் குறித்தல்

● வலையுரு வரையம்

வகுப்பாயிடைகளினாற் காட்டப்படும் நிரல்களின் பரப்பளவுகளைப் பொருத்தமான மீடறன்களுடன் ஒத்திருக்குமாறு வரையப்படும் வரைபானது வலையுரு வரையம் எனப்படும்.

- ☞ வலையுரு வரையத்தில், நிரல் வரைபு போன்று நிரல்களுக்கு இடையே இடைவெளி இல்லை.
- ☞ எந்தவொரு நிரலினதும் பரப்பளவு அதன் மீடறனுக்கு விகித சமனாக அமையும்.
- ☞ வகுப்பாயிடை சமனாக இருப்பது அவசியமில்லை.

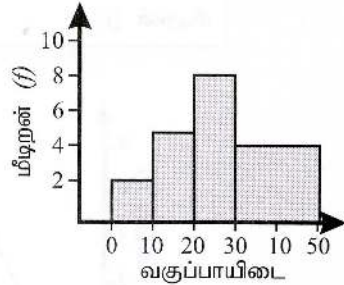
வகுப்பாயிடை	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 50
மீடறன் (f)	2	5	8	8

30 - 50 என்ற வகுப்பில் இரு அலகுகள் உள்ளன.

30 - 40, 40 - 50 ஆகியவை.

ஆகவே மீடறன் 8 ஐ 2 ஆல் வகுத்துப் பெறப்படுவதே நிரலின் உயரமாகும்.

$$8 \div 2 = 4$$

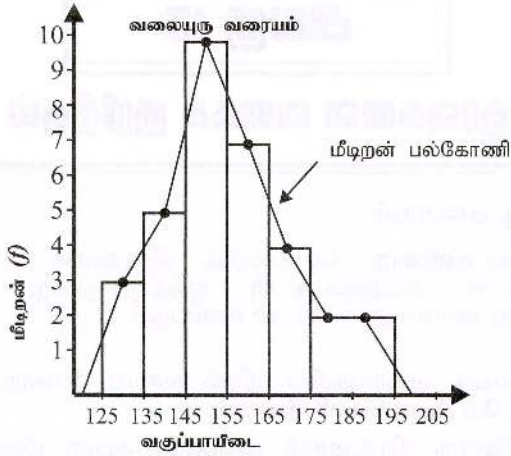


● மீடறன் பல்கோணி

வகுப்பாயிடைகளின் நடுப்பெறுமானங்களைப் பெற்று அவற்றிற்கு ஒத்த மீடறன்களுடன் பல்கோணி வடிவில் தரவுகளைக் குறித்து வரையப்படும் வரைபு மீடறன் பல்கோணி எனப்படும்.

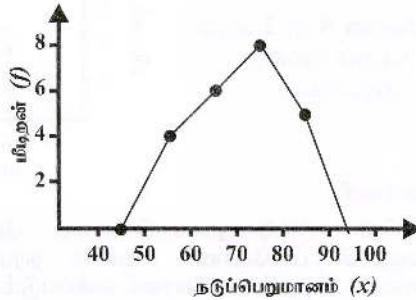
- ☞ வலையுரு வரையத்தை வரைந்த பின்னர் அந்நிரல்களின் நடுப்புள்ளிகளைப் பெற்றும் மீடறன் பல்கோணியை அமைக்கலாம்.

வகுப்பாயிடை	125-135	135-145	145-155	155-165	165-175	175-195
மீடறன் (f)	3	5	10	7	4	4

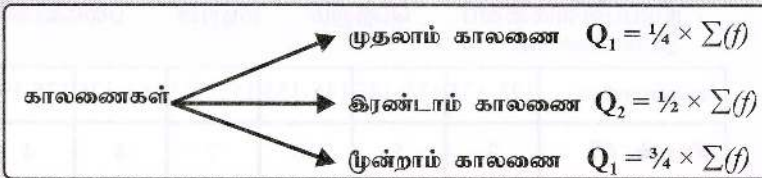


வகுப்பாய்வு	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 50
மீழறன் (f)	2	5	8	8

நடுப்பெறுமானம் (x)	55	65	75	85
மீழறன் (f)	4	6	8	5



● தீரள் மீழறன் வளையியும் காலணைகளும்



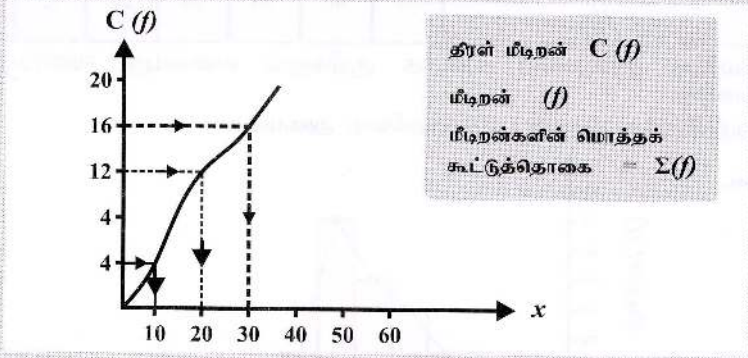
Batticaloa.

காலணை திடைவிச்சு

$$= (\text{முன்றாம் காலணை}) - (\text{முதலாம் காலணை})$$

$$= Q_3 - Q_1$$

● திரள் மீடறன் வளையி



2. தூரணங்கள்

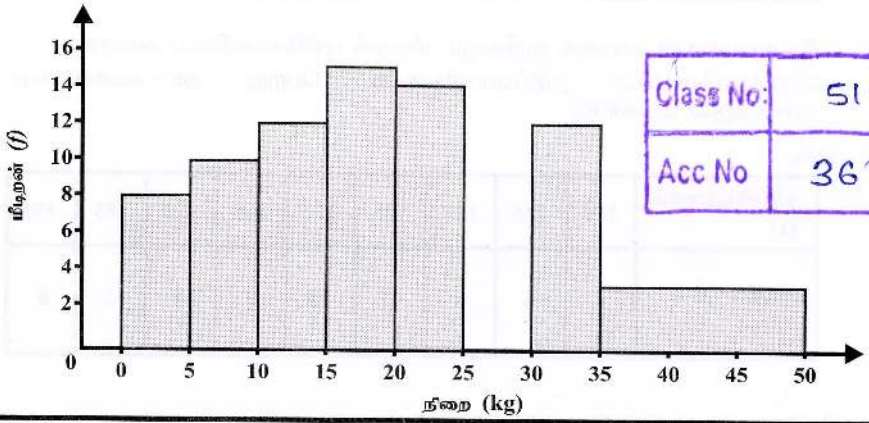
1. ஒரு தோட்டத்தில் 80 ஆப்பிள் மரங்களிலிருந்து பெறப்பட்ட ஆப்பிள் பழங்களின் நிறைகள் பற்றிய விபரம் பின்வருமாறு காட்டப்பட்டுள்ளது.

ஒரு மரத்தில் பெறப்பட்ட ஆப்பிள்களின் நிறை (kg)	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-50
மரங்களின் எண்ணிக்கை f	8	10	12	15	14	0	12	9

இத்தரவுகளை வகைக் குறிக்கும் வலையுரு வரையத்தை வரைக.

விடை

குறிப்பு: 35-50 என்ற வகுப்பில் 3 அலகுகள் உள்ளன. ஆகவே மீடறன் 3 ஆல் பிரித்தல் வேண்டும்.



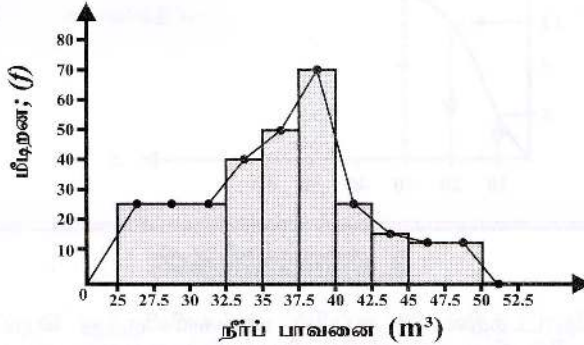
2. வீடமைப்புத் திட்டமொன்றில் வதியும் 300 குடும்பங்களின் மாதமொன்றிற்கான நீர்ப்பாவனை பற்றிய விபரம் பின்வரும் அட்டணையிற் காட்டப்படுகிறது.

நீர்ப் பாவனை அலகு (m^3)	$25.0 \leq x < 32.5$	$32.5 \leq x < 35.0$	$35.0 \leq x < 37.5$	$37.5 \leq x < 40.0$	$40.0 \leq x < 42.5$	$42.5 \leq x < 45.0$	$45.0 \leq x < 50.0$
குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை (f)	75	40	50	70	25	15	25

மேற்படி தரவுகளை வகைக் குறிக்கும் வலையுரு வரையத்தை வரைக.

அதிலிருந்து மீறன் பல்கோணியை அமைக்க

வீடை



3. தரம் 11 கணித பாடப் பரீட்சையிலே மொத்தப் புள்ளிகள் 200 இற்கு 53 மாணவர்கள் பெற்றுக் கொண்ட புள்ளிகள் பற்றிய விபரம் கீழே அட்டவணையிற் தரப்பட்டுள்ளது.

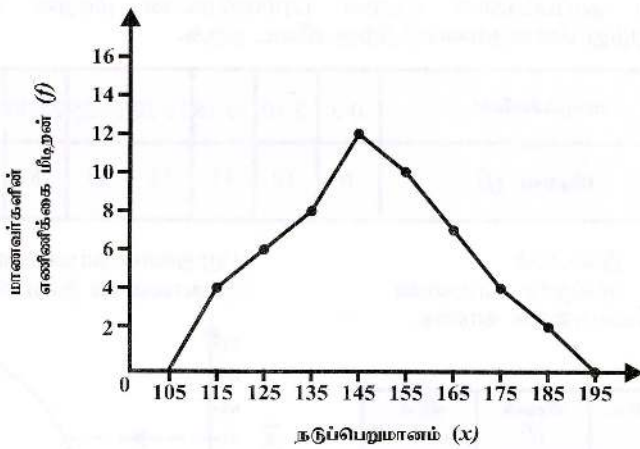
புள்ளிகள் வகுப்பாயிடை	110-120	120-130	130-140	140-150	150-160	160-170	170-180	180-190	190-200
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை மீறன் (f)	4	6	8	12	10	7	4	2	0

இத்தரவுகளை வகைக் குறிக்கும் மீறன் பல்கோணியை வரைக.

வகுப்பாயிடையின் நடுப்புள்ளிகளைப் பெற்று அட்டவணையை அமைத்தல் வேண்டும்.

வீடை

நடுப்பெறுமானம் (x)	115	125	135	145	155	165	175	185	195
மீறன் (f)	4	6	8	12	10	7	4	2	0



4. பரிசுப் பொருட்கள் விற்பனை செய்யும் நிலையமொன்றினால் வாரமொன்றுக்கு விற்பனை செய்யப்பட்ட பொருட்களின் விலைகள் பின்வருமாறு.

விலை (ரூ)	100	200	300	400	500	600	700
பொருட்களின் எண்ணிக்கை (f)	10	18	30	44	38	25	11

- (i) இடையம் (ii) முதலாம் காலணை
 (iii) மூன்றாம் காலணை (iv) காலணை இடைவீச்சு
 ஆகியவற்றைக் காண்க.

விடை

$$\begin{aligned} \text{(i) இடையம்} &= \frac{1}{2} \times 176 \\ &= 88 \text{ வது} \\ &= 400 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) முதலாம் காலணை } Q_1 &= \frac{1}{4} \times 176 \\ &= 44 \text{ வது} \\ &= 300 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iii) மூன்றாம் காலணை } Q_3 &= \frac{3}{4} \times 176 \\ &= 132 \text{ வது} \\ &= 500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iv) காலணை இடைவீச்சு} &= Q_3 - Q_1 \\ &= 500 - 300 \\ &= 200 \end{aligned}$$

5. கீழே தரப்பட்டுள்ள மீடறன் பரம்பலிற்கான மீடறன் வளையியை வரைந்து பின்வருவனவற்றிற்கு விடை தருக.

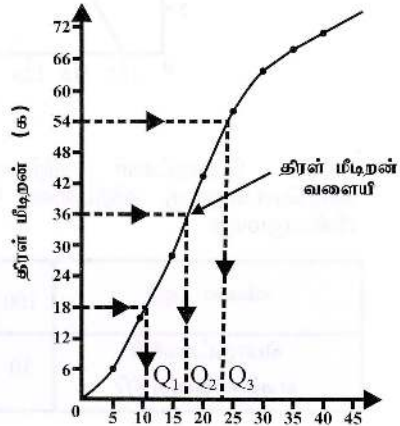
வகுப்பாய்டை	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
மீடறன் (f)	6	10	12	15	13	8	4	3

- (i) இடையம்
(iii) மூன்றாம் காலணை ஆகியவற்றைக் காண்க.

- (ii) முதலாம் காலணை
(iv) காலணை இடைவீச்சு

விடை

வகுப்பாய்டை x	மீடறன் (f)	திரள் மீடறன் Cf
0 - 5	6	6
5 - 10	10	16
10 - 15	12	28
15 - 20	15	43
20 - 25	13	56
25 - 30	8	64
30 - 35	4	68
35 - 40	3	71



(i) இடையம் 2ம் காலணை $Q_1 = \frac{1}{2} \times 72$
 $= 36$ வது

திரள் மீடறனில் 36 இன் ஊடாக வரையப்படும். கிடைக்கோடு வளையியை வெட்டும் புள்ளியிலுள்ள x இன் பெறுமதி Q_2 ஆகும்.

$$Q_2 = 18$$

(ii) முதலாம் காலணை $Q_1 = \frac{1}{4} \times (71+1)$
 $= \frac{1}{4} \times 72 = 18$ வது

$$Q_1 = 12$$

(iii) 3ம் காலணை $Q_3 = \frac{3}{4} \times 72$
 $= 54$ வது

$$Q_3 = 23$$

(iv) காலணை இடைவீச்சு
 $= Q_3 - Q_1$
 $= 23 - 12$
 $= 11$

பயிற்சி

1. மரக்கறி மொத்த விற்பனை நிலையம் ஒன்றினால் நாளொன்றில் விற்பனை செய்யப்பட்ட கத்தரிக்காய் பற்றிய விபரம் கீழே அட்டவணையிற் தரப்படுகிறது.

கத்தரிக்காய் நிறை (kg)	0 - 15	15 - 30	30 - 45	45 - 60	60 - 75	75 - 90	90 - 105
வாங்கியவர்களின் எண்ணிக்கை (f)	12	18	24	30	28	16	6

- (i) இத்தரவுகளை வலையுரு வரையத்தில் வரைக.
(ii) அதன் ஆகார வகுப்பைக் காண்க.

2. வகுப்பொன்றிலுள்ள மாணவர்களின் உயரங்கள் பற்றி நடாத்தப்பட்ட ஆய்வின் விபரம் கீழே மீடின் பரம்பலிற் தரப்பட்டுள்ளது.

உயரம் (cm)	120-124	125-129	130-134	135-139	140-144	145-149	150-154	155-159
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை (f)	4	7	6	10	12	7	6	3

இத்தரவுகளில்,

- (i) ஆகார வகுப்பு யாது (ii) இடைய வகுப்பு யாது?
(iii) வலையுரு வரையத்தை வரைக.
3. வாகனங்களைப் பழுதுபார்க்கும் நிலையமொன்றிற்கு பழுதுபார்ப்பதற்காக ஒரு கிழமையிற் கொண்டுவரப்பட்ட 70 வாகனங்களைப் பழுதுபார்க்க எடுத்த நேரம் (நிமிடத்தில்) பின்வரும் அட்டவணையிற் காட்டப்படுகிறது.

நேரம் (நிமிடம்)	30 - 40	40 - 45	45 - 50	50 - 55	55 - 60	60 - 75
வாகனங்களின் எண்ணிக்கை (f)	8	5	12	16	14	15

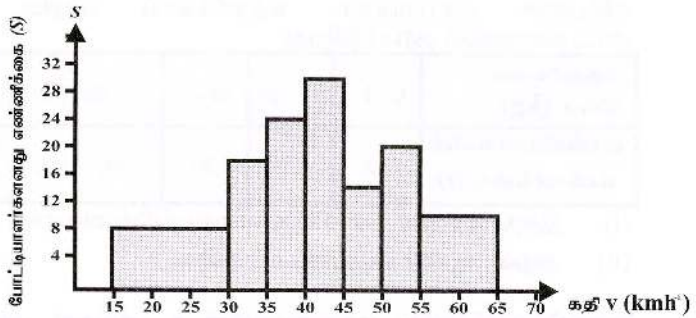
இத்தரவுகளை வகைக் குறிக்கும் வலையுரு வரையத்தை வரைக.

4. உடற்பயிற்சி நிலையமொன்றிற்கு பயிற்சிக்காக வருபவர்களின் வயதுகள் பற்றிய விபரம் பின்வரும் அட்டவணையிற் காட்டப்படுகிறது.

வயது (வருடம்)	$15 < x < 21$	$21 < x < 27$	$27 < x < 33$	$33 < x < 39$	$39 < x < 45$	$45 < x < 63$
எண்ணிக்கை (f)	18	20	24	10	26	36

- (i) மேற்படி தரவுகளை வகைக் குறிக்கும் வலையுரு வரையத்தை வரைக.
(ii) எந்த வயதெல்லைக்கு உட்பட்டவர்கள் அதிகளவில் பயிற்சிகளில் ஈடுபட்டுள்ளனர்.

5. சைக்கிளோட்டப் போட்டியொன்றிற் கலந்து கொண்ட சைக்கிளோட்டப் போட்டியாளர்களது கதிகள் பற்றிய விபரம் கீழே வலையுரு வரையத்திற் காட்டப்பட்டுள்ளது.



இவ்வலையுரு வரையத்தைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றிற்கு விடை தருக.

- இப்போட்டியிற் கலந்து கொண்டவர்களுள் அதிகமான போட்டியாளர்கள் சென்ற கதியின் வீச்சைக் காண்க.
 - இப்போட்டியிற் கலந்து கொண்டவர்களது மொத்த எண்ணிக்கையாது?
 - இப்போட்டியில் கூடிய வெற்றி வாய்ப்பைக் கொண்டுள்ளவர்கள் எக்கதி வீச்சிலுள் செல்பவர்கள்?
 - மிகக் குறைந்தளவு வெற்றி வாய்ப்பைக் கொண்டுள்ளவர்களின் நிகழ்தகவை எழுதுக.
 - $45 \leq v < 50$ எனும் வீச்சிலுள்ள போட்டியாளர்களின் எண்ணிக்கையாது?
6. ஒரு தொழிற்சாலையில் வேலை செய்யும் தொழிலாளர்களது மாதச் சம்பளங்கள் பற்றி நடாத்தப்பட்ட ஆய்வின் விபரம் பின்வருமாறு.

மாதாந்தச் சம்பளம் (ரூபா)	$2000 \leq S < 3500$	$3500 \leq S < 4000$	$4000 \leq S < 4500$	$4500 \leq S < 5000$	$5000 \leq S < 5500$	$5500 \leq S < 6000$	$6000 \leq S < 7000$
தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை (f)	30	25	20	40	30	35	40

- இத்தரவுகளை வகை குறிக்கும் வலையுரு வரையத்தை வரைக.
 - அதிலிருந்து மீறன் பஸ்கோணியை அமைக்க.
7. விளையாட்டுக் கழகமொன்றில் 100 மல்யுத்த வீரர்களின் நிறைகள் எடுக்கப்பட்டு அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டன. அத்தேவைக்காக வகுப்பாயிடைகள் 22 அல்லது 22 இலுங் கூட ஆனால் 38 இலுங் குறைய, 38 அல்லது 38 இலுங் கூட ஆனால் 46 இலுங் குறைய, 46 அல்லது 46 இலுங் கூட ஆனால் 54 இலுங் குறைய, என்றவாறு தெரிந்தெடுக்கப்பட்டன. பொருத்தமான மீறன் பரம்பல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

நிறை (kg)	22 - 38	38 - 46	46 - 54	54 - 62	62 - 70
மீடறன், மல்யுத்த வீரர்களின் எண்ணிக்கை (f)	15	25	30	20	10

- (i) இப்பரம்பலை வகைக் குறிப்பதற்கு வலையுரு வரையம் ஒன்றை வரைக.
- (ii) அதன் மூலம் மீடறன் பல்கோணியை அமைக்க.

8. பல்கலைக் கழகம் ஒன்றின் விவசாயப் பீட மாணவர்களால் காட்டு மரங்களின் சுற்றளவு பற்றி நடாத்தப்பட்ட ஆய்வில் பெறப்பட்ட தகவல்கள் கீழே அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

மரங்களின் சுற்றளவு (cm)	60 - 66	67 - 73	74 - 80	81 - 87	88 - 94	95-101	102-108	109-115	116-122
எண்ணிக்கை (f)	20	30	38	40	45	42	35	28	15

- (i) இத்தகவல்களைக் காட்டும் வலையுரு வரையத்தை வரைக.
- (ii) அதிலிருந்து மீடறன் பல்கோணியை அமைக்க.
- (iii) வலையுரு வரையத்தினதும் மீடறன் பல்கோணியினதும் பரப்பளவுகள் பற்றி யாது கூறலாம்?

9. மாணவர்கள் தங்களது கைச் செலவிற்காக வாரந்தோறும் பெற்றோரிடமிருந்து பெறும் தொகை (ரூபாவில்) பின்வருமாறு அட்டவணைப் படுத்தப்பட்டுள்ளது.

ஒரு வாரக் கைச் செலவு (ரூபா)	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80	80 - 90	90 - 100
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை (f)	3	6	10	14	9	10	5	8

இத்தரவுகளை வகைக் குறிக்கும் மீடறன் பல்கோணியை வரைக.

10. நூலகம் ஒன்றிலுள்ள அலுவலர்களில் அடுக்கி வைக்கப்பட்டுள்ள புத்தகங்களின் எண்ணிக்கைகள் பற்றிய விபரம் அருகே மீடறன் பல்கோணியிற் காட்டப்பட்டுள்ளது.



- (i) இந்நூலகத்திலுள்ள கூடியளவு அலுமாரிகள் கொண்டுள்ள புத்தகங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- (ii) 105 புத்தகங்கள் அல்லது அதற்கு மேல் கொண்டுள்ள அலுமாரிகளின் எண்ணிக்கை யாது?
- (iii) இந்நூலகத்திலுள்ள மொத்த அலுமாரிகளின் எண்ணிக்கை யாது?

11. வாழைப்பழச் சீப்பொன்றிலுள்ள ஒவ்வொரு வாழைப்பழங்களினதும் நிறைகள் (கிராமில்) பின்வருமாறு.

30g, 30g, 15g, 18g, 50g, 30g, 24g, 40g, 20g, 30g

- (i) இப்பரம்பலின் இடையம் யாது?
- (ii) இப்பரம்பலிற்குப் பொருத்தமான வகைக்குறிப்புப் பொறுமானத்தை எழுதுக.
- (iii) முதலாம் காலணை யாது?
- (iv) மூன்றாம் காலணை யாது?
- (v) காலணை இடைவீச்சு யாது?

12. கீழே தரப்பட்டுள்ள பரம்பலின்,

ஈட்டு	25	32	40	45	49	55	60
மீடறன் (f)	7	10	15	18	16	13	11

- (i) இடையம்
- (ii) முதலாம் காலணை
- (iii) மூன்றாம் காலணை
- (iv) காலணை இடைவீச்சு
- ஆகியவற்றைக் காண்க.

13. பால் சேகரிப்பு நிலையம் ஒன்றிலே நாளொன்றிற் சேகரிக்கப்பட்ட பால் தொடர்பான பரம்பல் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

பால் வீற்றில் (l)	10-14	14-18	18-22	22-26	26-30	30-34	34-38	38-42
வழங்கியவர்களின் எண்ணிக்கை (f)	5	8	12	18	14	10	7	6

இப்பரம்பலின்,

- (i) இடையம்
- (ii) முதலாம் காலணை
- (iii) மூன்றாம் காலணை
- (iv) காலணை இடைவீச்சு
- ஆகியவற்றைக் காண்க.

14. பின்வரும் மீடறன் பரம்பலை அவதானித்துப் பின்வருவனவற்றிற்கு விடை தருக.

ஈட்டு (x)	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600
மீடறன் (f)	7	11	15	20	27	24	19	15	10	5

- (i) இடையம் (ii) முதலாம் காலணை
 (iii) மூன்றாம் காலணை (iv) காலணை இடைவீச்சு
 ஆகியவற்றைக் காண்க.

15. தொழிற்சாலையொன்றில் பணியாற்றும் தொழிலாளர்களின் வயதுகள் பற்றிய விபரம் கீழ்வரும் அட்டவணையிற் தரப்பட்டுள்ளது.

வயதுகள் (x)	18-22	22-26	26-30	30-34	34-38	38-42	42-46	46-50	50-54	54-58	58-62
மீடறன் (f)	5	8	11	12	14	13	10	8	7	4	3

- (i) திரள் மீடறன் வளையியை வரைக.
 திரள் மீடறன் வளையியிலிருந்து
 (ii) இடையத்தைக் காண்க.
 (iii) முதலாம் காலணையைக் காண்க.
 (iv) மூன்றாம் காலணையைக் காண்க.
 (v) காலணை இடைவீச்சைக் காண்க.

16. பாடசாலையொன்றின் தரம் 11 மாணவர்கள், தவணையொன்றில் பாடசாலைக்கு சமூகமளித்த நாட்களின் விபரம் கீழ்வரும் பரம்பலிற் காட்டப்பட்டுள்ளது.

சமூகமளிக்க மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	38.5 - 39.5	39.5 - 40.5	40.5 - 41.5	41.5 - 42.5	42.5 - 43.5	43.5 - 44.5	44.5 - 45.5	45.5 - 46.5	46.5 - 47.5	47.5 - 48.5
நாட்களின் எண்ணிக்கை	4	7	8	10	12	11	9	4	3	1

- (a) பரம்பலிற்கான திரள் மீடறன் வளையியை வரைக.
 (b) திரள் மீடறன் வளையியிலிருந்து,
 (i) இடையம் (ii) முதலாம் காலணை
 (iii) மூன்றாம் காலணை (iv) காலணை இடைவீச்சு
 ஆகியவற்றைக் காண்க.

17. ஒரு கடையில் மாதமொன்றில் விற்பனை செய்யப்படும் தேங்காய் எண்ணெய் பற்றிய விபரம் கீழ்வரும் பரம்பலில் காட்டப்படுகிறது.

தேங்காய் எண்ணெய் (l)	15 - 20	20 - 25	25 - 30	30 - 35	35 - 40	40 - 45	45 - 50
நாட்கள் மீடறன் (f)	2	4	7	10	5	2	1

- (a) இப்பரம்பலிற்கான திரள் மீடறன் வளையியை வரைக.
 (b) திரள் மீடறன் வளையியிலிருந்து,
 (i) இடையம் (ii) முதலாம் காலணை
 (iii) மூன்றாம் காலணை (iv) காலணை இடைவீச்சு
 ஆகியவற்றைக் காண்க.

18. முச்சக்கர வண்டிச் சாரதிகளின் நாளொன்றிற்கான வருமானம் பற்றிய பரம்பல் பின்வருமாறு. இப்பரம்பலிற்கான திரள் மீடறன் வளையியை வரைக.

நாள் வருமானம் (ரூபா)	300- 350	350- 400	400- 450	450- 500	500- 550	550- 600	600- 650	650- 700	700- 750
சாரதிகளின் எண்ணிக்கை (f)	3	4	9	7	5	5	6	2	1

- (i) இடையம் (ii) முதலாம் காலணை
(iii) மூன்றாம் காலணை (iv) காலணை இடைவீச்சு
ஆகியவற்றைக் காண்க.

19. இரத்த வங்கிக்கு இரத்தம் வழங்குவதற்காக வந்திருந்த வழங்குனர்களின் வயதுகள் பற்றி மேற்கொள்ளப்பட்ட ஆய்வின் விபரம் கீழே மீடறன் பரம்பலிற் காட்டப்படுகிறது.

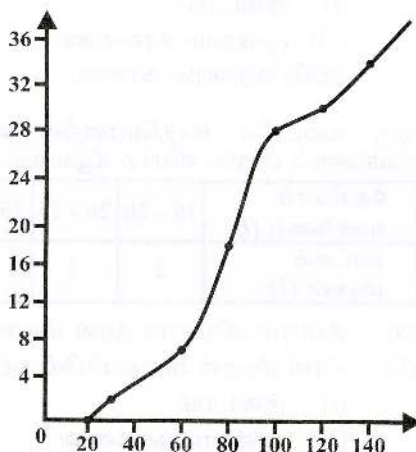
வயது	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60
வழங்கியவர்களின் எண்ணிக்கை (f)	15	23	30	45	37	35	20	10

இப்பரம்பலிற்கான,

- (i) திரள் மீடறன் வளையியை வரைக.
(ii) இடையம் (iii) முதலாம் காலணை
(iv) மூன்றாம் காலணை (v) காலணை இடைவீச்சு
ஆகியவற்றைக் காண்க.

20. கீழே தரப்பட்டுள்ள திரள் மீடறன் வளையியிலிருந்து,

- (i) இடையம் (ii) முதலாம் காலணை
(iii) காலணை இடைவீச்சு
ஆகியவற்றைக் காண்க.



அலகு 16

பெருக்கல் விருத்தி

● பெருக்கல் விருத்தி

அடுத்தடுத்துள்ள இரு உறுப்புக்களுக்கு இடையேயான விகிதம் (பொது விகிதம்) மாறாமல் இருக்கும் எண்தொடர், பெருக்கல் விருத்தி எனப்படும்.

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots, ar^{n-1}$$

a - முதலாம் உறுப்பு r - பொது விகிதம்

● பொது விகிதம்

$$\text{பொது விகிதம் } r = \frac{2\text{ம் உறுப்பு}}{1\text{ம் உறுப்பு}} = \frac{3\text{ம் உறுப்பு}}{2\text{ம் உறுப்பு}}$$

$$\text{பொது விகிதம் } r = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_3} = \frac{T_5}{T_4}$$

T - (கூறத்த உறுப்பு)

● பெருக்கல் விருத்தியின் n ஆம் உறுப்பிற்கான (பொதுச்) சூத்திரம்

$$T_n = ar^{n-1}$$

- T_n - n ஆம் உறுப்பு
- a - முதலாம் உறுப்பு
- r - பொதுவிகிதம்
- n - உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கை

● பெருக்கல் விருத்தியொன்றின் முதல் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகைக்கான (பொதுச்) சூத்திரம்

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$$

● **பெருக்கல் இடை**

பெருக்கல் விருத்தியொன்றின் அடுத்துள்ள இரு உறுப்புக்களின் நடுவில் அமையக்கூடிய உறுப்பு பெருக்கல் இடை எனப்படும்.

☞ a, b, c $-a, c$ இற்கான பெருக்கல் இடை b ஆகும்.

பெருக்கல் இடை $b = \pm \sqrt{ac}$

உதாரணங்கள்

1. பின்வரும் ஒவ்வொரு பெருக்கல் விருத்தியினதும் பொது விகிதத்தையும் முதலாம் உறுப்பையும், அடுத்து வரும் மூன்று உறுப்புக்களையும் எழுதுக.

(i) 3, 12, 48, (ii) 3645, 1215, 405,

(iii) $\frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \dots$ (iv) x^7, x^5, x^3, \dots

விடை

(i) பொது விகிதம் $r = \frac{12}{3}$

$$r = 4$$

முதலாம் உறுப்பு $a=4$

அடுத்து வரும்

3 உறுப்புக்கள்

$$48 \times 4 = 192$$

$$192 \times 4 = 768$$

$$768 \times 4 = 3072$$

$$= \underline{192, 768, 3072}$$

(ii) பொது விகிதம் $r = \frac{1215}{3645}$

$$r = \frac{1}{3}$$

முதலாம் உறுப்பு = 3645

அடுத்து வரும்

3 உறுப்புக்கள்

$$405 \times \frac{1}{3} = 135$$

$$135 \times \frac{1}{3} = 45$$

$$45 \times \frac{1}{3} = 15$$

$$\underline{135, 45, 15}$$

(iii) பொது விகிதம் $r = \frac{1}{8} \div \frac{1}{16}$

$$r = \frac{1}{8} \times \frac{16}{1}$$

$$r = 2$$

(iv) பொது விகிதம் $r = \frac{x^5}{x^7}$

$$r = x^{7-5}$$

$$r = \frac{1}{x^2}$$

முதலாம் உறுப்பு $a = \frac{1}{10}$

அடுத்து வரும்

3 உறுப்புகள்

$$\frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \times 2 = 1$$

$$1 \times 2 = 2$$

$$= \frac{1}{2}, 1, 2$$

முதலாம் உறுப்பு $= x^7$

அடுத்து வரும்

3 உறுப்புகள்

$$x^3 \times \frac{1}{x^2} = x$$

$$x \times \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x} \times \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^3}$$

$$= x, \frac{1}{x}, \frac{1}{x^3}$$

2. பின்வருவனவற்றின் n ஆம் (பொது) உறுப்பைக் காண்க.

(i) 3, 6, 24,

(ii) $\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{18}, -\frac{1}{54}, \dots$

விடை

முதலாம் உறுப்பு $a = 3$

பொது விகிதம் r

$$r = \frac{6}{3} = 2$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$T_n = 3 \times 2^{n-1}$$

முதலாம் உறுப்பு $a = \frac{1}{2}$

பொது விகிதம் r

$$r = \frac{-\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{6} \div \frac{1}{2}$$

$$r = -\frac{1}{6} \times \frac{2}{1} = -\frac{1}{3}$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$T_n = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

3. பின்வரும் பெருக்கல் விருத்திகளின் அடைப்பினுள் குறிக்கப்பட்ட உறுப்பைக் காண்க.

(i) 1, -4, 16, -64, [T_6]

(ii) 1, 0.5, 0.25, 0.125, [T_8]

விடை

(i) $a = 1, r = -\frac{4}{1} = -4, n = 6$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$T_6 = 1 \times (-4)^{6-1}$$

$$T_6 = 1 \times (-4)^5$$

$$T_6 = 1 \times (-1024)$$

$$T_6 = -1024$$

(ii) $a = 1, r = 0.5, n = 8$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$T_8 = 1 \times (0.5)^{8-1}$$

$$T_8 = 1 \times (0.5)^7$$

$$T_8 = 1 \times 0.0078125$$

$$T_8 = 0.0078125$$

4. $T_2 + T_3 = 3$, $T_4 + T_5 = 12$ ஆகவுள்ள பெருக்கல் விருத்தியின்,
 (i) பொது விகிதம் (ii) முதலாம் உறுப்பு
 ஆகியவற்றைக் காண்க.

விடை

(i) $T_2 + T_3 = 3$ ← ①

$T_4 + T_5 = 12$ ← ②

$\frac{②}{①} \Rightarrow \frac{T_4 + T_5}{T_2 + T_3} = \frac{ar^3 + ar^4}{ar + ar^2} = \frac{12}{3}$

$\frac{ar^3(1+r)}{ar(1+r)} = 4$

$r^2 = 4$

$r = \pm\sqrt{4}$

$r = \pm 2$

$r = 2$ அல்லது $r = -2$

(ii) $r = +2$ எனின்,

① $\Rightarrow T_2 + T_3 = 3$

$ar + ar^2 = 3$

$a(r+r^2) = 3$

$a(2+2^2) = 3$

$a(2+4) = 3$

$a = \frac{3}{6}$

$a = \frac{1}{2}$

$r = -2$ எனின்,

$a(r+r^2) = 3$

$a(-2+4) = 3$

$a \times 2 = 3$

$a = \frac{3}{2}$

$a = \frac{1}{2}$ அல்லது $a = \frac{3}{2}$

5. முதலாம் உறுப்பு 7 ஆகவும் முதல் மூன்று உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 49 ஆகவுமுள்ள பெருக்கல் விருத்தியின்,
 (i) பொது விகிதங்களைக் காண்க.
 (ii) இரு விருத்தியினதும் முதல் 4 உறுப்புக்களை எழுதுக.
 (iii) பொது விகிதம் மறையாகவுள்ள விருத்தியின் முதல் 7 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

விடை

(i) $a = 7$

$a + ar + ar^2 = 49$

$a(1+r+r^2) = 49$

$7(1+r+r^2) = 49$

$1+r+r^2 = \frac{49}{7} = 7$

$r^2 + r + 1 - 7 = 0$

$r^2 + r - 6 = 0$

$r^2 + 3r - 2r - 6 = 0$

$r(r+3) - 2(r+3) = 0$

$(r+3)(r-2) = 0$

$r+3=0$, $r-2=0$

$r = -3$ or $r = 2$

(ii) $a = 7, r = -3$ எனின்,

7, -21, 63, -189,

$a = 7, r = 2$ எனின்,

7, 14, 28, 56,

$$(iii) S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$a = 7, r = -3, n = 7$$

$$S_7 = \frac{7[(-3)^7 - 1]}{(-3) - 1}$$

$$S_7 = \frac{7[-2187 - 1]}{(-3) - 1}$$

$$S_7 = \frac{7 \times (-2188)}{-4}$$

$$S_7 = 3829$$

6. பெருக்கல் விருத்தியொன்றின் முதல் உறுப்பு 2 ஆகும். அதன் நான்காம் உறுப்பு -54 ஆகும். பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) பொது விகிதம்

(ii) இப்பெருக்கல் விருத்தியின் உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 1094 ஆக இருப்பதற்கு எடுத்துக்கொள்ளப்பட வேண்டிய உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கை.

விடை

(i) $a = 2$

$$T_4 = -54$$

$$ar^3 = -54$$

$$2 \times r^3 = -54$$

$$r^3 = -\frac{54}{2}$$

$$r^3 = -27$$

$$r^3 = (-3)^3$$

$$r = -3$$

(ii) $S_n = 1094, a = 2, r = -3$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$1094 = \frac{2[(-3)^n - 1]}{-3 - 1}$$

$$1094 = \frac{2[(-3)^n - 1]}{-4}$$

$$\frac{1094 \times (-4)}{2} = (-3)^n - 1$$

$$-2188 = (-3)^n - 1$$

$$-2188 + 1 = (-3)^n$$

$$-2187 = (-3)^n$$

$$(-3)^7 = (-3)^n$$

$$7 = n$$

$n = 7 \rightarrow 7$ உறுப்புக்கள்

7. $4(x - y)$ இற்கும் $9(x - y)^3$ இற்கும் இடையிலான பெருக்கல் இடையைக் காண்க.

விடை

$$\begin{aligned} \text{பெருக்கல் இடை} &= \pm \sqrt{4(x-y) \times 9(x-y)^3} \\ &= \pm \sqrt{36 \times (x-y)^4} \\ &= \pm 6(x-y)^2 = 6(x-y)^2 \text{ அல்லது } -6(x-y)^2 \end{aligned}$$

8. 27 இற்கும் $\frac{1}{27}$ இற்கும் இடையே 5 பெருக்கல் இடைகளைக் காண்க.

விடை

$$T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7$$

$$27, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots, \frac{1}{27}$$

$$(i) T_1 = a = 27 \quad \frac{1}{3}$$

$$T_7 = ar^6 = \frac{1}{27}$$

$$ar^6 = \frac{1}{27}$$

$$27 \times r^6 = \frac{1}{27}$$

$$r^6 = \frac{1}{27 \times 27}$$

$$r^6 = \frac{1}{3^3 \times 3^3}$$

$$r^6 = \left(\frac{1}{3}\right)^6$$

$$r = \frac{1}{3}$$

$$(ii) T_2 = \frac{1}{3} \times 27 = 9$$

$$T_3 = \frac{1}{3} \times 9 = 3$$

$$T_4 = \frac{1}{3} \times 3 = 1$$

$$T_5 = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$$

$$T_6 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

\therefore பெருக்கல் இடைகள் = 9, 3, 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$

பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு பெருக்கல் விருத்தியினதும் பொதுவிகிதம், முதலாம் உறுப்பு ஆகியவற்றைக் கண்டு அடுத்துவரும் மூன்று உறுப்புக்களையும் எழுதுக.

(i) 5, 10, 20, (ii) 4, 12, 36,

(iii) 512, 128, 32, (iv) 49, 7, 1,

(v) -7, -21, -63, (vi) $-\frac{1}{4}$, 1, -4,

(vii) 0.2, 0.3, 0.45, (viii) 0.85, 0.34, 0.136,

(ix) $-\frac{1}{243}$, $-\frac{1}{81}$, $-\frac{1}{27}$, (x) $-\frac{1}{12}$, $\frac{1}{60}$, $-\frac{1}{300}$,

(xi) a^7, a^4, a, \dots (xii) $(x-1)^3, (x-1)^2, (x-1)^1, \dots$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு விருத்தியினதும் முதல் ஐந்து உறுப்புக்களையும் எழுதுக.

(i) $a = 3, r = 4$ (ii) $a = -7, r = 2$

(iii) $a = 12, r = \frac{1}{3}$ (iv) $a = \frac{1}{4}, r = -\frac{1}{2}$

(v) $a = 0.7, r = 0.2$ (vi) $a = (x-3), r = x$

3. பின்வரும் பெருக்கல் விருத்திகள் ஒவ்வொன்றினதும் n ஆம் உறுப்பைக் காண்க.
- (i) 3, 9, 27, 81, (ii) 1, 0.2, 0.04, 0.008,
- (iii) 1, -4, 16, -64, (iv) $6, 2, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \dots$
4. பின்வரும் பெருக்கல் விருத்திகளின் அடைப்பினுள் தரப்பட்ட உறுப்பைக் காண்க.
- (i) 5, 10, 20, 40, [T₁₀] (ii) 243, 81, 9, 3, [T₇]
- (iii) 1, 0.3, 0.09, 0.027, [T₇] (iv) -3, 15, -75, [T₆]
- (v) $1, \frac{x}{2}, \frac{x^2}{4}, \frac{x^3}{8}, \dots$ [T₉] (vi) $\frac{-1}{y}, \frac{-2}{3y^2}, \frac{-4}{9y^3}, \frac{-8}{27y^4}, \dots$ [T₈]
5. $8, 4\sqrt{2}, 4, 2\sqrt{2}$ என்ற பெருக்கல் விருத்தியின் 8 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.
6. பின்வரும் பெருக்கல் விருத்திகளின் பொதுவிகிதம், முதலாம் உறுப்பு ஆகியவற்றைக் காண்க.
- (i) $T_1 = 3, T_7 = 192$ (ii) $T_1 = -9, T_5 = -\frac{1}{9}$
- (iii) $T_2 = \frac{1}{3}, T_4 = 5\frac{1}{3}$ (iv) $T_3 = 2.25, T_6 = -60.75$
- (v) $T_2 = 12, T_3 + T_4 = 360$ (vi) $2T_1 - T_2 = 12, T_3 : T_3 = 3:2$
7. முதலாம் உறுப்பு 256, நான்காம் உறுப்பு 32 எனின், எட்டாம் உறுப்பைக் காண்க.
8. பெருக்கல் விருத்தியொன்றின் 3 ஆம், 4 ஆம் உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 24, 5 ஆம் உறுப்பு 54 எனின், மறைப் பொது விகிதத்தைக் கொண்ட விருத்தியின் 7 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.
9. $\frac{1}{64}, \frac{1}{16}, \frac{1}{4}, \dots$, 64 எனும் பெருக்கல் தொடரிலுள்ள உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
10. $\frac{81}{x}, 27, 9x, \dots, \frac{x^4}{3}$ எனும் விருத்தியிலுள்ள உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
11. பெருக்கல் விருத்தியொன்றின் முதலாம், இரண்டாம் உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 2.5 உம் நான்காம், ஐந்தாம் உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 160 உம் எனின், அவ்விருத்தியின்,
- (i) முதலாம் உறுப்பு (ii) பொது விகிதம்
- (iii) எட்டாம் உறுப்பு
- ஆகியவற்றைக் காண்க.

12. பெருக்கல் விருத்தியொன்றின் முதலாம், மூன்றாம் உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 20 உம், இரண்டாம் உறுப்பு 8 உம் எனின், அவ்வாறான இரு விருத்தியிலும் முதல் ஐந்து உறுப்புக்களை எழுதுக.
13. 1, 2, 4, 8, எனும் பெருக்கல் விருத்தியின் முதல் 10 உறுப்புக்களினதும் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.
14. (-1), 3, (-9), 2187 என்ற விருத்தியின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.
15. இரண்டாம் உறுப்பு $\frac{1}{6}$, ஐந்தாம் உறுப்பு $\frac{1}{48}$ ஆகவுள்ள பெருக்கல் விருத்தியின் முதல் 8 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.
16. 4, 8, 16 எனும் பெருக்கல் விருத்தியில் 508 எத்தனை உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையாகும்?
17. பெருக்கல் விருத்தியொன்றின் முதல் மூன்று உறுப்புக்களும் முறையே x , $(x-3)$, $(x+3)$ எனின்,
 (i) x இன் பெறுமானம் காண்க.
 (ii) -512 எத்தனையாம் உறுப்பாகும்.
 (iii) இவ்விருத்தியின் முதல் 12 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.
18. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் 5 ஆம் உறுப்பின் வர்க்கம் 2 ஆம் உறுப்பிற்குச் சமனாகும். அதன் 4 ஆம் உறுப்பு 16 ஆயின்,
 (i) 7 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.
 (ii) முதல் 5 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.
19. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் இரண்டாம் உறுப்பினதும் மூன்றாம் உறுப்பினதும் கூட்டுத்தொகை 3 ஆகும். இப்பெருக்கல் விருத்தியின் நான்காம் உறுப்பின் 8 மடங்கு அதன் ஏழாம் உறுப்பிற்குச் சமனாகும்.
 (i) இப்பெருக்கல் விருத்தியின் முதலாம் உறுப்பையும் பொது விகிதத்தையும் காண்க.
 (ii) இப்பெருக்கல் விருத்தியின் இருபத்தேழாம் உறுப்பை 2 ஆம் வலுவில் எடுத்துரைக்க.
20. ஒரு தாங்கியில் 16000/ ரீர் உள்ளது ஒவ்வொரு நாளும் அத்தாங்கியிலுள்ள ரீரின் அரைவாசி வெளியேற்றப்படுகிறது. 7 ஆவது நாள் இறுதியில் அத்தாங்கியில் எவ்வளவு ரீர் எஞ்சியிருக்கும்?

21. ஒருவர் முதல் நாள் சேமிக்கும் தொகையின் இருமடங்கு தொகையை அடுத்த நாள் சேமித்தார். அவர் முதல் நாளில் சேமித்த தொகை ரூ. 12.50 எனின்,
 (i) ஏழாம் நாள் சேமித்த தொகையைக் காண்க.
 (ii) ஒரு கிழமையில் அவர் எவ்வளவு பணம் சேமித்தார்?
22. 7, 63 என்பவற்றின் பெருக்கல் இடையைக் காண்க.
23. 16, 36 என்பவற்றின் பெருக்கல் இடையைக் காண்க.
24. 0.45, 11.25 என்பவற்றின் பெருக்கல் இடையைக் காண்க.
25. $3\sqrt{3}$, $27\sqrt{3}$ என்பவற்றின் பெருக்கல் இடையைக் காண்க.
26. $3x^2$ இற்கும் $12x^4y^2$ இற்கும் இடையேயான பெருக்கல் இடையைக் காண்க.
27. $\frac{1}{9}$ இற்கும் 27 இற்கும் இடையே நான்கு பெருக்கல் இடைகளைக் காண்க.
28. பெருக்கல் விருத்தியொன்றின் முதல் 5 உறுப்புக்களும் முறையே $2(x+y)$, $a, b, c, 162(x+y)^9$ எனின், a, b, c , இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.
29. $\frac{1}{18}$, m எனும் எண்களுக்கிடையேயான பெருக்கல் இடை $\frac{1}{3}$ எனின், m இன் பெறுமானம் காண்க.
30. 2 இற்கும் 486 இற்கும் இடையே 4 பெருக்கல் இடைகளைக் காண்க. முதலாம் உறுப்பு 2 ஆகவுள்ள இப் பெருக்கல் விருத்தியின் முதல் உறுப்பிலிருந்து எத்தனை உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 2186 ஆகும்.
31. பெருக்கல் விருத்தியொன்றின் முதலாம் உறுப்பு 16 ஆகும். அதன் 2 ஆம் உறுப்பு முன்றாம் உறுப்பிலும் 4 ஆற கூடியதாகும்.
 (i) பொது விகிதத்தைக் காண்க.
 (ii) ஐந்தாம் உறுப்பின் பெறுமானம் ஆறாம் உறுப்பின் பெறுமானத்திலும் இருமடங்காகும் எனக் காட்டுக.
32. ஒரு இறப்பர் பந்து 486m உயரமான கட்டடத்திலிருந்து கீழே போடப்பட்டது. நிலத்தில் விழும் ஒவ்வொரு முறையும் அதன் முந்திய உயரத்தின் $\frac{1}{3}$ பங்கு உயரத்திற்கு மேலேழும்பியது.
 (i) அப்பந்து 5 ஆம் முறை நிலத்தைத் தொட்ட பின்னர் எவ்வளவு தூரம் பயணஞ் செய்து மீண்டும் நிலத்தைத் தொடும்.
 (ii) 6 ஆம் முறை அப்பந்து நிலத்தைத் தொடும் வரை பயணஞ் செய்த மொத்தத் தூரத்தைக் காண்க.

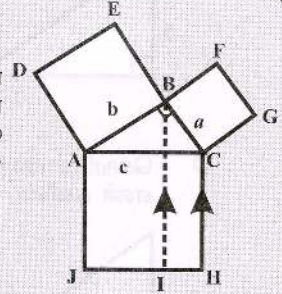
33. ரூ.550000 இற்குக் கொள்வனவு செய்யப்பட்ட கார் ஒன்றின் பெறுமதி ஒவ்வொரு வருடமும் 10% ஆல் குறைவடைகின்றது. 5 ஆம் வருட இறுதியில் அக் காரின் பெறுமதியைக் காண்க.
34. பெருக்கல் விருத்தியின் n ஆம் உறுப்பு 6144, $n - 3$ ஆம் உறுப்பு 768 ஆகும், 2 ஆம், 3 ஆம் உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 18 எனின்,
 (i) பொது விகிதம் (ii) முதலாம் உறுப்பு
 (iii) n இன் பெறுமானம்
 ஆகியவற்றைக் காண்க.
35. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் n ஆம் உறுப்பு $5 \times 3^{n-1}$ எனின்,
 (i) முதலாம் உறுப்பு (ii) பொது விகிதம்
 (iii) முதல் நான்கு உறுப்புகள் (iv) 7 ஆம் உறுப்பு
 ஆகியவற்றைக் காண்க.
36. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் முதல் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை $2^{n+1} - 2$ எனின்,
 (i) முதலாம் உறுப்பு (ii) பொது விகிதம்
 (iii) முதல் 10 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை
 (iv) முதல் 5 உறுப்புக்கள்
 (v) 12ஆம் உறுப்பு
 ஆகியவற்றைக் காண்க.
37. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் n ஆம் உறுப்பு $-3(2)^{3x-1}$, $(n+1)$ ஆம் உறுப்பு $-3(2)^{4x-1}$ எனின்,
 (i) பொது விகிதம் (ii) முதலாம் உறுப்பு
 (iii) 10 ஆம் உறுப்பு
 (iv) முதல் 10 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை ஆகியவற்றைக் காண்க.

அலகு 17

பைதகரசின் தேற்றம்

● பைதகரசின் தேற்றம்

யாதேனும் ஒரு செங்கோண முக்கோணியின் செம்பக்கத்தின் மீது வரையப்படும் சதுரத்தின் பரப்பளவு செங்கோணத்தை உள்ளடக்கும் மற்றைய பக்கங்களில் வரையப்படும் சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமனாகும்.



- ☛ □ AJHC பரப்பு =
□ ABED பரப்பு + □ BCGF பரப்பு

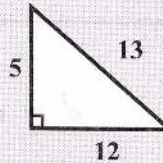
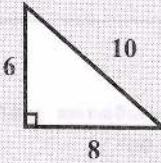
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

● பைதகரசின் மும்மை

செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கக்கூடிய மூன்று பெறுமானங்களும் பைதகரசின் மும்மை எனப்படும்.

- ☛ 6, 8, 10, 5, 12, 13



● பைதகரசின் மும்மையைக் காணும் முறைகள்

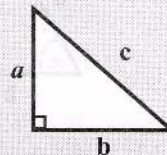
முறை 1

தரப்பட்டுள்ள செங்கோண முக்கோணியில் c செம்பக்கம் எனின்,

$$a = x^2 - y^2$$

$$b = 2xy$$

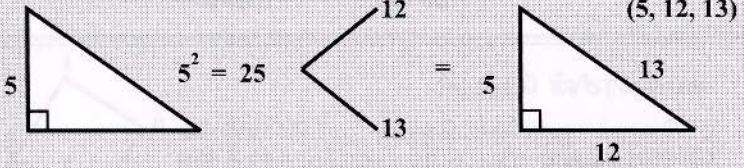
$$c = x^2 + y^2$$



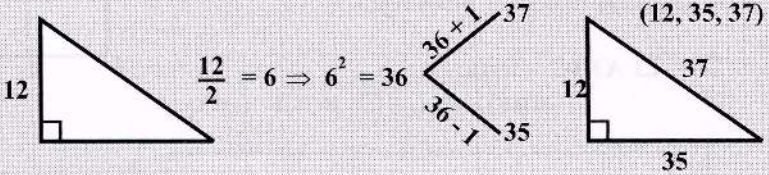
x, y யாதாயினும் இரு எண்களாகும் ($x > y$)

முறை I

- ☞ செங்கோணத்தை உள்ளடக்கும் பக்கமொன்றின் நீளம் ஒற்றை எண் எனின்,



- ☞ செங்கோணத்தை உள்ளடக்கும் பக்கமொன்றின் நீளம் இரட்டை எண் எனின்,

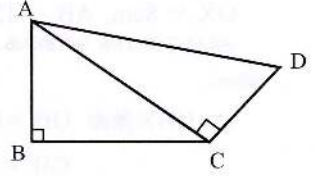


● முக்கோணிகளை இனம் காணல்

	$c^2 > a^2 + b^2 =$ விரகோண முக்கோணி $(\alpha > 90^\circ)$
	$c^2 = a^2 + b^2 =$ செங்கோண முக்கோணி $(\alpha = 90^\circ)$
	$c^2 < a^2 + b^2 =$ கூர்ங்கோண முக்கோணி $(\alpha < 90^\circ)$

2. தூரணங்கள்

1. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் $AB = 8\text{cm}$, $BC = 4\sqrt{5}\text{cm}$, $CD = 5\text{cm}$ எனின், AC, AD இன் நீளங்களைக் காண்க.



விடை

பைதகரசின் தேற்றப்படி

$$\triangle ABC \text{ இல் } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 8^2 + (4\sqrt{5})^2$$

$$AC^2 = 64 + (16 \times 5)$$

$$AC^2 = 64 + 80$$

$$AC^2 = 144$$

$$AC^2 = \sqrt{144}$$

$$AC = 12\text{cm}$$

$$\triangle ACD \text{ இல் } AD^2 = AC^2 + CD^2$$

$$AD^2 = 12^2 + 5^2$$

$$AD^2 = 144 + 25$$

$$AD^2 = 169$$

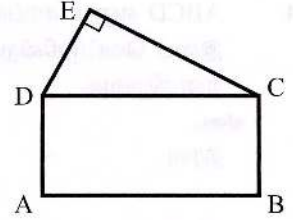
$$AD = \sqrt{169}$$

$$AD = 13\text{cm}$$

2. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் ABCD ஒரு செவ்வகம் ஆகும்.

$$\hat{D}EC = 90^\circ$$

$$AB^2 = DE^2 + EC^2 \text{ என நிறுவுக.}$$



தரவு : ABCD ஓர் செவ்வகம் : $\hat{D}EC = 90^\circ$

நிறுவ வேண்டியது: $AB^2 = DE^2 + EC^2$

நிறுவல் : $\triangle ABC$ யில் $AC^2 = AD^2 + DC^2$ (பைதகரஸ் தேற்றம்)

$\triangle DEC$ யில்

$$DC^2 = DE^2 + EC^2$$

$$AC^2 = AD^2 + DC^2$$

$$AC^2 = AD^2 + (DE^2 + EC^2)$$

ஆனால் $\triangle ABC$ இல்

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AB^2 + BC^2 = AD^2 + DE^2 + EC^2$$

ஆனால் $BC = AD$ (செவ்வக எதிர்ப் பக்கங்கள்)

$$BC^2 = AD^2$$

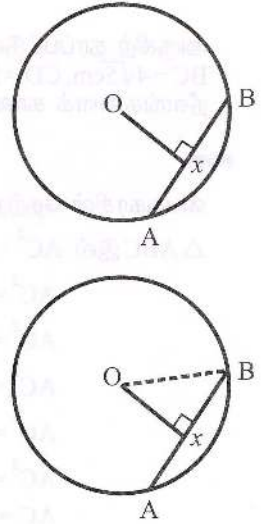
$$\therefore AB^2 + BC^2 - AD^2 = DE^2 + EC^2$$

$$AB^2 = DE^2 + EC^2$$

3. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் $OX \perp AB$,
 $OX = 8\text{cm}$, $AB = 12\text{cm}$ ஆயின், வட்டத்தின்
ஆரையைக் காண்க.

வீடை

$$\begin{aligned} \triangle OBX \text{ இல் } OB^2 &= OX^2 + XB^2 \\ OB^2 &= 8^2 + 6^2 \quad (XB = \frac{12}{2}) \\ OB^2 &= 64 + 36 \\ OB^2 &= 100 \\ OB &= \sqrt{100} \\ OB &= 10\text{cm} \\ \text{ஆகவே ஆரை} &= 10\text{cm} \end{aligned}$$



4. ABCD எனும் சாய்சதுரத்தில் AC, BD எனும் மூலைவிட்டங்கள் O வில்
இடை வெட்டுகின்றன எனின், $AC^2 + BD^2 = 4CD^2$
என நிறுவுக.

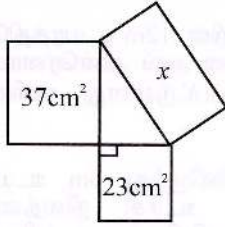
வீடை

$$\begin{aligned} \text{தரவு} &= \text{ABCD சாய்சதுரம். AC யும் BD யும் O வில்} \\ &\text{இடைவெட்டுகின்றன.} \\ \text{நி: வே} &= AC^2 + BD^2 = 4CD^2 \\ \text{நிறுவல்} &= \triangle ODC \text{ யில்} \\ &= \widehat{COD} = 90^\circ \\ &= CD^2 = DO^2 + OC^2 \text{ (பைதகரஸ் விதி)} \\ DO &= \frac{1}{2} BD \text{ (சாய்சதுர மூலை விட்டங்கள்)} \\ OC &= \frac{1}{2} AC \text{ (செங்கோணத்தில் இரு சமசூறிடும்)} \\ CD^2 &= DO^2 + OC^2 \\ CD^2 &= \left(\frac{1}{2}BD\right)^2 + \left(\frac{1}{2}AC\right)^2 \\ CD^2 &= \frac{1}{4}BD^2 + \frac{1}{4}AC^2 \\ 4CD^2 &= BD^2 + AC^2 \\ \therefore AC^2 + BD^2 &= 4CD^2 \end{aligned}$$

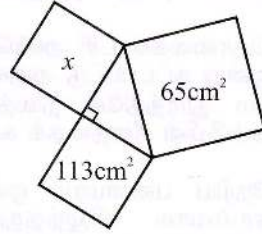
பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களில் x எனும் எழுத்தினால் குறிக்கப்படும் சதுரங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

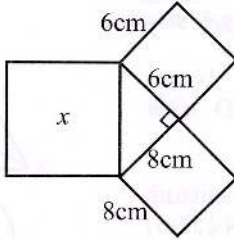
(i)



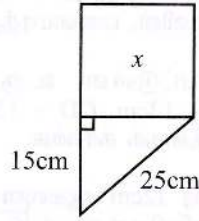
(ii)



(iii)

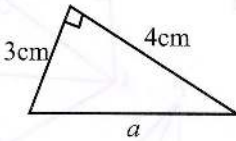


(iv)

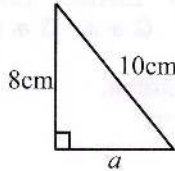


2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு செங்கோண முக்கோணியிலும் a யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

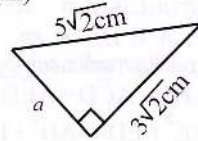
(i)



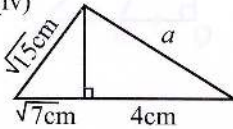
(ii)



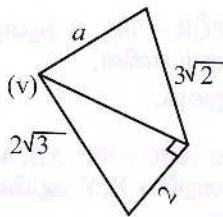
(iii)



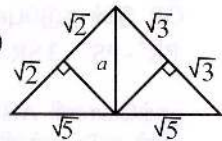
(iv)



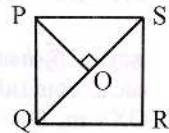
(v)



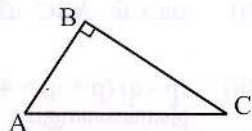
(vi)



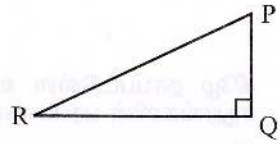
3. அருகே தரப்பட்டுள்ள சதுரம் PQRS இல் மூலைவிட்டம் QS = 18cm எனின், சதுரம் PQRS இன் பரப்பளவைக் காண்க.



4. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் AB = 20cm, BC = 15cm, $\hat{A}BC = 90^\circ$ எனின், AC யின் நீளத்தைக் காண்க.

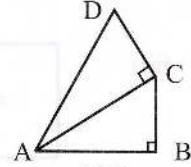


5. அருகிலுள்ள உரு PQR ஒரு செங்கோண முக்கோணியாகும் PQ = 5cm, PR = 13cm எனின், QR இன் நீளத்தைக் காண்க.

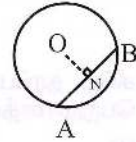


6. தொலைக்காட்சி அன்றொனா ஒன்றின் 12m உயரத்திலே ஆதாரக் கம்பி ஒன்று கட்டப்பட்டு அதன் மறுமுனை அவ் அன்றொனாவின் அடியிலிருந்து 5m தூரத்திலே நிலத்திற் கட்டப்பட்டுள்ளது எனின், அவ் ஆதாரக் கம்பியின் நீளத்தைக் காண்க.
7. நேரிய பனைமரம் ஒன்று அடியிலிருந்து 6m உயரத்திலே முறிந்து சாய்வாக விழுந்தது. அதன் உச்சி நிலத்தைத் தொடுமாறு காணப்பட்டது. பனைமரத்தின் அடியிலிருந்து உச்சிக்கான கிடைத்தூரம் 8m எனின், பனைமரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

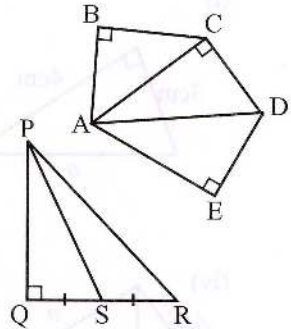
8. தரப்பட்டுள்ள உருவில் AB = 16cm, BC = 12cm, CD = 15cm எனின், AD யின் நீளத்தைக் காண்க.



9. ஆரை 12cm ஆகவுள்ள வட்டத்தின் மையம் O விலிருந்து $4\sqrt{5}$ cm (ON = $4\sqrt{5}$ cm) செங்குத்துத் தூரத்தில் அமைந்துள்ள நாண் AB யின் நீளத்தைக் காண்க.



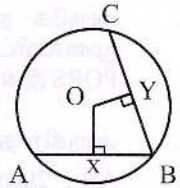
10. தரப்பட்டுள்ள உருவில் $\triangle ABC$, $\triangle ACD$, $\triangle AED$ என பன செங்கோண முக்கோணிகளாகும். $\angle B = \angle C = \angle E = 90^\circ$ எனின், $AE^2 + ED^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2$ என நிறுவுக.



11. முக்கோணி PQR இல் $\angle Q = 90^\circ$, S ஆனது QR இன் நடுப்புள்ளியாகும் எனின், $PR^2 - PS^2 = 3SR^2$ என நிறுவுக.

12. முக்கோணி ABC யிலே $\angle C = 90^\circ$, AB, AC யின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே X, Y ஆயின், $CX^2 - BY^2 = 3XY^2$ என நிறுவுக.

13. தரப்பட்டுள்ள உருவில் $OX \perp AB$, $OY \perp CB$, O வட்ட மையம், AB, BC வட்ட நாண்களாகும். $OX = m$, $OY = n$, $AB = q$, $BC = p$ எனின்,



(i) வட்டம் ABC யின் ஆரை $\frac{\sqrt{q^2 + 4m^2}}{2}$ எனவும்,

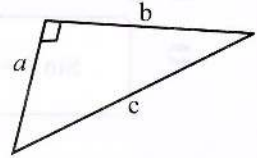
(ii) $(p - q)(p + q) = 4(m - n)(m + n)$ எனவும் நிறுவுக. (m, n, q, p என்பன நீளங்களாகும்)

14. சதுரம் ABCD யில் பக்கம் BC யின் மேல் புள்ளி E அமைந்துள்ளது. $BE = 2EC$ ஆகும். பக்கம் DC யின் மேல் புள்ளி F அமைந்துள்ளது. $DF = 2FC$ எனின், $9(AE^2 + AF^2) = 13AC^2$ என நிறுவுக.

15. இருசமபக்க முக்கோணி ABC யில் $AB = AC$ ஆகும். P ஆனது BC யில் அமைந்துள்ள யாதாயினும் ஒரு புள்ளியாகும் எனின், $AB^2 - AP^2 = BP \cdot PC$ என நிறுவுக.

16. சமபக்க முக்கோணி ABC யில் பக்கம் BC யின் நடுப்புள்ளி E எனின், $4AE^2 = 3AB^2$ என நிறுவுக.

17. அருகே தரப்பட்டுள்ள செங்கோண முக்கோணியில் $a = x^2 - y^2$, $b = 2xy$, $c = x^2 + y^2$ எனின், கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.



	x	y	a	b	c
(i)	3	2			
(ii)	5	3			
(iii)	6	5			
(iv)	7	3			
(v)	7	4			
(vi)	8	5			
(vii)	9	7			

18. பின்வரும் ஒவ்வொரு பெறுமானத்திற்குமான பைதகரஸ் மும்மையை எழுதுக.

(i) 7 (ii) 13 (iii) 10 (iv) 18 (v) 25

19. பின்வரும் ஒவ்வொரு பெறுமானத்திற்குமான பைதகரஸ் மும்மையை எழுதுக.

(i) $x, \dots\dots\dots (x - \text{இரட்டை எண்})$

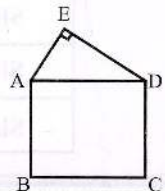
(ii) $a + 2, \dots\dots\dots (a - \text{ஒற்றை எண்})$

20. பின்வரும் அளவீடுகள் குறிக்கும் ஒவ்வொரு முக்கோணியும் எவ்வகை முக்கோணி என இனம் காண்க.

(i) 5, 12, 13 (ii) 8, 10, 12 (iii) 8, 12, 15

(iv) 19, 25, 30 (v) 15, 20, 25 (vi) 14, 34, 46

21. அருகே தரப்பட்டுள்ள சதுரம் ABC யின் பரப்பளவு 74cm^2 ஆகும். $\angle AEB = 90^\circ$, $ED = 5\text{cm}$ எனின், AE யின் நீளத்தைக் காண்க.



அலகு 18

திரிகோண கணிதம்

- திரிகோண கணிதத்தில் சைன் (Sin), கோசைன் (Cos), தான்சன் (tan) ஆகியவற்றின் அட்டவணைகளைப் பயன்படுத்தி நீள, அகல, உயரம் போன்ற நீட்டலளவைகளையும் கோண அளவீடுகளையும் இலகுவாகக் கணிக்கலாம்.



$$\text{Sin } \theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{செம்பக்கம்}}$$

$$\text{Sin } \theta = \frac{AB}{AC}$$



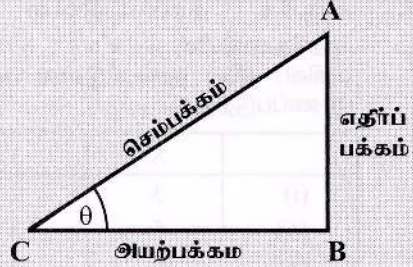
$$\text{Cos } \theta = \frac{\text{அயற்பக்கம்}}{\text{செம்பக்கம்}}$$

$$\text{Cos } \theta = \frac{BC}{AC}$$



$$\text{tan } \theta = \frac{\text{எதிர்ப்பக்கம்}}{\text{அயற்பக்கம்}}$$

$$\text{tan } \theta = \frac{AB}{BC}$$



குறிப்பு:

Sin	-	சைன்
Cos	-	கோசைன்
tan	-	தான்சன்

-

$\text{Sin } 0^\circ = 0$	$\text{Cos } 90^\circ = 0$	$\text{tan } 0^\circ = 0$
$\text{Sin } 30^\circ = \frac{1}{2}$	$\text{Cos } 60^\circ = \frac{1}{2}$	$\text{tan } 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$
$\text{Sin } 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\text{Cos } 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\text{tan } 45^\circ = 1$
$\text{Sin } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\text{Cos } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\text{tan } 60^\circ = \sqrt{3}$
$\text{Sin } 90^\circ = 1$	$\text{Cos } 0^\circ = 1$	$\text{tan } 90^\circ = \infty$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad \sin 0^\circ &= \cos 90^\circ & \sin 30^\circ &= \cos 60^\circ \\ \sin 45^\circ &= \cos 45^\circ & \sin 60^\circ &= \cos 30^\circ \\ \sin 90^\circ &= \cos 0^\circ \end{aligned}$$

$$\sin \theta = \cos (90^\circ - \theta)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad \sin 52^\circ &= \cos (90^\circ - 52^\circ) \\ \sin 52^\circ &= \cos 38^\circ \end{aligned}$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\sin 2A = 2 \sin A \cdot \cos A$$

$$\Rightarrow \quad \sin 60^\circ = 2 \sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ$$

$$\cos 2A = 2 \cos^2 A - 1$$

$$\Rightarrow \quad \cos 60^\circ = 2 \cos^2 30^\circ - 1$$

$$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

$$\Rightarrow \quad \tan 60^\circ = \frac{2 \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ}$$

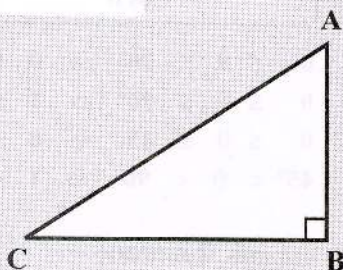
$$\sin (A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad \sin 90^\circ \\ \sin (60^\circ + 30^\circ) &= \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ \end{aligned}$$

குறிப்பு: இங்கு A, B என்பவை முக்கோண உச்சிக் கோணங்களாகும்.

● Sin, Cos வீதிகளுக்கிடையேயான தொடர்பு

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad \sin A &= \cos (90^\circ - A) \\ \cos A &= \sin (90^\circ - A) \end{aligned}$$



● Sin, Cos, tan கிடையேயான தொடர்பு

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$0 \leq \theta \leq 90^\circ \Rightarrow 0 \leq \sin \theta \leq 1$$

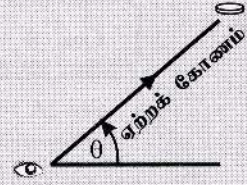
$$0 \leq \theta \leq 90^\circ \Rightarrow 1 \geq \cos \theta \geq 0$$

$$0 \leq \theta \leq 45^\circ \Rightarrow 0 \leq \tan \theta \leq 1$$

$$45^\circ < \theta < 90^\circ \Rightarrow 1 < \tan \theta < \infty \text{ (முடிவிலி)}$$

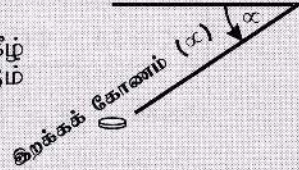
● ஏற்றக் கோணம்

கண்ணின் கிடை மட்டத்திலிருந்து மேல் நோக்கிப் பார்க்கும் போது ஏற்படும் கோணம் ஏற்றக் கோணம் எனப்படும்.



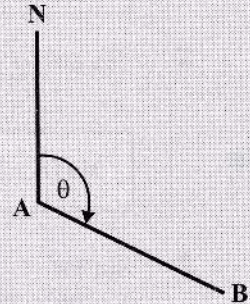
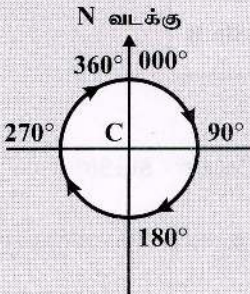
● இறக்கக் கோணம்

கண்ணின் கிடை மட்டத்திலிருந்து கீழ் நோக்கிப் பார்க்கும் போது ஏற்படும் கோணம் இறக்கக் கோணம் எனப்படும்.



● திசைகோள்

குறித்தவொரு புள்ளியின் வடக்குத் திசையிலிருந்து வலஞ்சுழியாக அசையும் சுழற்சிக் கோணம் திசைகோள் எனப்படும்.



θ - A யிலிருந்து B யிற்கான திசை கோள் எனப்படும்.

☞ திசைகோள் எப்போதும் மூன்று இலக்கங்களால் குறிக்கப்பட வேண்டும்.

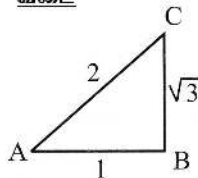
2 தூரணங்கள்

1. $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ எனின்,

(i) $\sin C \cdot \cos C$

ஆகியவற்றைக் காண்க.

விடை



(i) $\sin C \cdot \cos C$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}$$

(ii) $\frac{\tan A}{\cos A}$

$$AB^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2$$

$$= 4 - 3$$

$$AB^2 = 1$$

$$AB = \sqrt{1}$$

$$AB = 1$$

$$(ii) \frac{\tan A}{\cos A} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{1} \div \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{1} \times \frac{2}{1}$$

$$= 2\sqrt{3}$$

2. $\sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 30^\circ \cdot \cos 45^\circ$ இன் பெறுமானங்களைச் சேடுகளிற் காண்க.

விடை

$$\sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 30^\circ \cdot \cos 45^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}$$

3. $\cos 150^\circ$ இன் பெறுமானங்களைச் சேடுகளிற் காண்க.

விடை

$$\cos 150^\circ = (90^\circ + 60^\circ)$$

$$= \cos 90^\circ \cdot \cos 60^\circ - \sin 90^\circ \cdot \sin 60^\circ$$

$$= 0 \times \frac{1}{2} - 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 0 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

4. $\cos^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ = \tan 45^\circ$ என நிறுவுக.

விடை

இடது கைப் பக்கம் - Left Hand Side - L. H. S

வலது கைப் பக்கம் - Right Hand Side - R. H. S

$\cos^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ$ என்பது L.H.S

L. H. S = $\cos^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$\text{L. H. S} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\text{L. H. S} = 1$$

அதே போல்

$$\text{R. H. S} = \tan 45^\circ$$

$$\text{R. H. S} = 1$$

$$\therefore \text{L. H. S} = \text{R. H. S}$$

$$\therefore \cos^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ = \tan 45^\circ$$

5. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் h இன் பெறுமானம் காண்க.

விடை

உருவில் $\triangle ABE$ இல்

$$BE = CD \therefore BE = 24\text{cm}$$

$$\therefore \tan 45^\circ = \frac{AE}{BE}$$

$$1 = \frac{AE}{24}$$

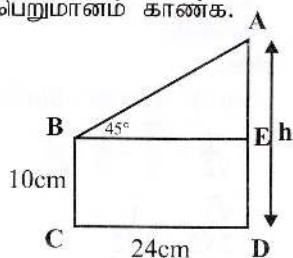
$$24 = AE$$

$$AE = 24\text{cm}$$

$$h = AE + ED$$

$$h = 24 + 10$$

$$h = 34\text{cm}$$



6. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவிலே h, x இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

விடை

$$\triangle ABC \text{ யில் } \tan 38^\circ 52' = \frac{h}{15}$$

$$\tan 38^\circ 52' \times 15 = h$$

$$0.8059 \times 15 = h$$

$$12.0885 = h$$

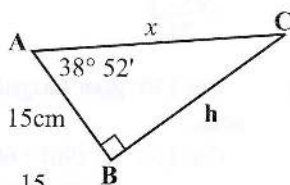
$$h = 12.09\text{cm}$$

$$\cos 38^\circ 52' = \frac{15}{x}$$

$$x = \frac{15}{\cos 38^\circ 52'}$$

$$x = \frac{15}{0.7787}$$

$$x = 19.26\text{cm}$$



7. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருவின் தரவுகளைப் பயன்படுத்தி கோணம் α வின் பருமனைக் காண்க.

விடை

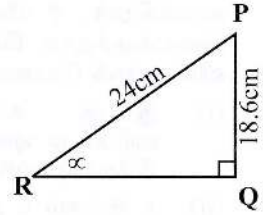
$\triangle PQR$ இல்,

$$\sin \alpha = \frac{18.6}{24}$$

$$\sin \alpha = 0.775$$

$$\alpha = \sin^{-1}(0.775)$$

$$\alpha = 50^\circ 49'$$



8. வேட்டைக்காரன் ஒருவன் மரமொன்றின் உச்சியில் இருக்கும் பறவை ஒன்றிற்கு குறிபார்க்கிறான். அவ்வேளையில் அவனது ஏற்றக் கோணம் $56^\circ 35'$ ஆகும். அவன் மரத்தின் அடியிலிருந்து 45m தூரத்தில் நிற்கிறான் எனின், மரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. (வேட்டைக்காரனின் உயரத்தைப் புறக்கணிக்க)

விடை

$$\tan 56^\circ 35' = \frac{h}{45}$$

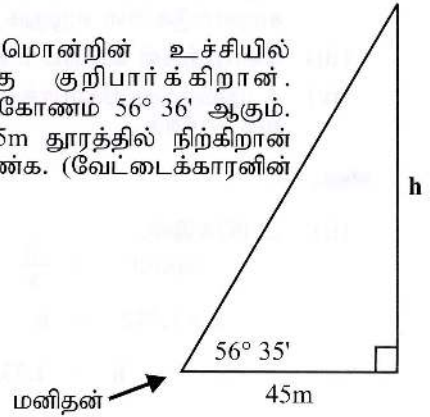
$$\tan 56^\circ 35' \times 45 = h$$

$$1.5156 \times 45 = h$$

$$68.202 = h$$

$$h = 68.20\text{m}$$

$$\therefore \text{மரத்தின் உயரம்} = 68.2\text{cm}$$



9. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள சாய்சதுரம் ABCDயில் மூலைவிட்டம் AC = 32cm, $\hat{BAD} = 50^\circ 30'$ ஆகும் எனின், சாய்சதுரத்தின் பக்க நீளத்தைக் காண்க.

விடை

$$AC = 32\text{cm எனின்,}$$

$$AO = \frac{32}{2} = 16\text{cm}$$

$$\hat{BAD} = 50^\circ 30' \text{ எனின்,}$$

$$\hat{BAO} = \frac{50^\circ 30'}{2} = 25^\circ 15'$$

$AC \perp BD$ (சாய்சதுர மூலைவிட்டங்கள்)

$$\therefore \hat{AOB} = 90^\circ$$

$\triangle PQR$ இல்,

$$\cos 25^\circ 15' = \frac{AO}{AB}$$

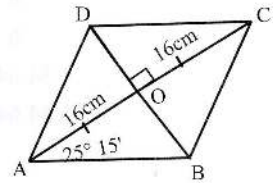
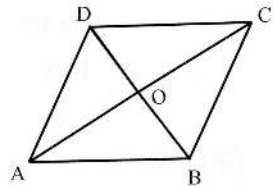
$$AB = \frac{AO}{\cos 25^\circ 15'}$$

$$AB = \frac{16}{0.9044}$$

$$AB = 17.69$$

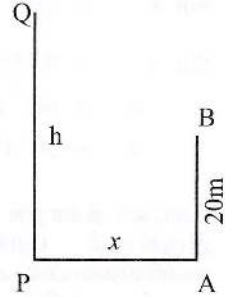
$$AB = 17.7\text{cm}$$

$$\therefore \text{சாய்சதுர பக்க நீளம்} = 17.7\text{cm}$$



10 மட்டமான தரை மீதுள்ள h மீற்றர் உயரமுடைய PQ எனும் நிலைக்குத்தான கோபுரம் ஒன்றின் மிக உயர்ந்த புள்ளி Q வை A எனும் புள்ளியில் உள்ள நோக்குனர் ஒருவர் 60° ஏற்றக் கோணத்திற்கு காண்கிறார். P யிலிருந்து A யின் தூரம் x மீற்றராகும். A யிற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே 20m தூரத்திலுள்ள புள்ளி Bயில் இருந்து Q வின் ஏற்றக் கோணம் 45° ஆகும்.

- இங்கு காட்டப்பட்டுள்ளவாறு வரிப்படம் ஒன்றை வரைந்து அதில் இத்தரவுகளைக் காட்டுக.
- x இற்கும் h இற்கும் இடையிலுள்ள தொடர்பைக் காட்டும் இரு சமன்பாடுகளை எழுதுக.
- கோபுரத்தின் உயரம் h ஐக் காண்க.
- A யிலிருந்து கோபுரத்தின் தூரம் x ஐக் காண்க.



விடை

- $\triangle PQA$ இல்,

$$\tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$x \times 1.732 = h$$

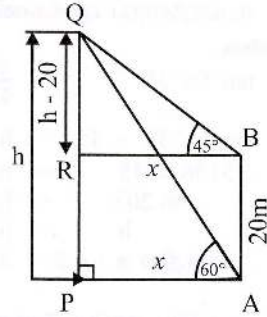
$$h = 1.732x \rightarrow \textcircled{1}$$

$\triangle RQB$ இல்,

$$\tan 45^\circ = \frac{h-20}{x}$$

$$1 \times x = h-20$$

$$x = h-20 \rightarrow \textcircled{2}$$



- $\textcircled{1}, \textcircled{2} \Rightarrow h = 1.732x$

$$h = 1.732 \times (h-20)$$

$$h = 1.732h - 34.640$$

$$34.64 = 1.732h - h$$

$$34.64 = 0.732h$$

$$h = \frac{34.64}{0.732}$$

$$h = 47.32$$

- கோபுர உயரம் = 47.32 m

$$x = h - 20$$

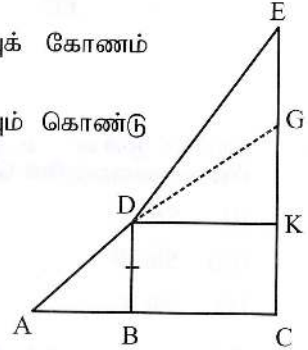
$$x = 47.32 - 20$$

$$x = 27.32\text{m}$$

A யிலிருந்து கோபுரத்தின் தூரம் = 27.32m

11. ஆகாய விமானம் ஒன்று தரையிலிருந்து பறக்கத் தொடங்கும் பாதை கணினி ஒன்றின் திரையிலே பின்வருமாறு வரப்படத்திலுள்ளவாறு தோன்றியது. ஆகாய விமானம் ஓட்டப் பாதையில் உயர்கதியிற் சென்று புள்ளி A யில் மேலே எழுந்து புள்ளி B யிற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே தரைமட்டத்தில் இருந்து 353m உயரத்தில் உள்ள புள்ளி D யை அடைவதற்கு திசை AD யிலே 500m தூரம் சென்றது. புள்ளி D யில் ஆகாய விமானம் தன் தொடக்கப் பாதையில் இருந்து விலகிச் சாய்வுக் கோணத்தை 6° இனால் அதிகரிக்கச் செய்து புள்ளி E ஐ அடைகின்றது. C என்பது E யிற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே ஓட்டப் பாதையிலுள்ள புள்ளியாகும். A, B, C ஆகியன ஒரே நேர்கோட்டிலும் A, B, C, K, G, E, D ஆகியன ஒரே நிலைக்குத்துத் தளத்திலும் உள்ளனவெனக் கொண்டு தரப்பட்ட வரிப்படத்தைப் பிரதி செய்து.

- (i) தொடக்க இயக்க திசையின் சாய்வுக் கோணம் \hat{DAB} ஐக் கணிக்க.
- (ii) $\hat{GDK} = 45^\circ$ எனவும் $EG = 60m$ எனவும் கொண்டு தூரம் DK யைக் கணிக்க.
- (iii) இதிலிருந்து ஆகாய விமானம் புள்ளி E யில் இருக்கும் போது இதன் குத்துயரத்தைக் காண்க. (உமது விடையைத் திருத்தமாக கிட்டிய மீற்றருக்குத் தருக.)



விடை

- (i) $\triangle ABC$ இல்,

$$\sin \alpha = \frac{353}{500}$$

$$\sin \alpha = 0.706$$

$$\alpha = \sin^{-1}(0.706)$$

$$\hat{DAB} \alpha = 44^\circ 54'$$

- (ii) $\triangle DGK$ இல், $GK = h$, $DK = x$ என்க.

$$\tan 45^\circ = \frac{h}{x}$$

$$x \times \tan 45^\circ = h$$

$$x = h \rightarrow \textcircled{1}$$

$\triangle DEK$ இல்,

$$\tan(45^\circ + 6^\circ) = \frac{h + 60}{x}$$

$$\tan 51^\circ = \frac{h + 60}{x}$$

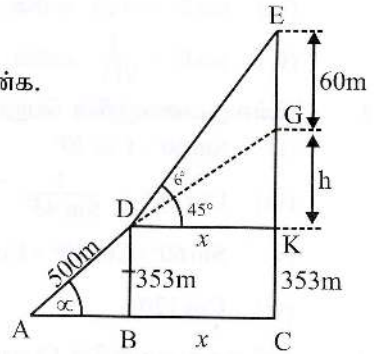
$$1.2349 = \frac{h + 60}{x}$$

$$1.2349x = h + 60 \rightarrow \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \Rightarrow 1.2349x = x + 60$$

$$1.2349x - x = 60$$

$$0.2349x = 60$$



$$x = \frac{60}{0.2349}$$

$$x = 255.43\text{m}$$

$$\therefore DK = 255.43\text{m}$$

$$(ii) \quad h = x$$

$$h = 255.43\text{m}$$

ஆகாய விமானம் E யில் இருக்கும் போது

$$\text{உயரம் EC} = (353 + h + 60)$$

$$EC = (353 + 255.43 + 60)$$

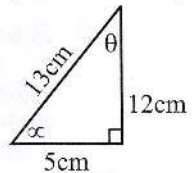
$$EC = 668.43\text{m}$$

$$= 668\text{m}$$

பயிற்சி

1. தரப்பட்டுள்ள உருவின் தரவுகளைக் கருத்திற் கொண்டு பின்வருவனவற்றின் பெறுமானம் காண்க.

- | | |
|---------------------|--------------------|
| (i) $\sin \alpha$ | (ii) $\cos \alpha$ |
| (iii) $\sin \theta$ | (iv) $\cos \theta$ |
| (v) $\tan \alpha$ | (vi) $\tan \theta$ |



2. பின்வருவனவற்றின் விடைகளைச் சேடுகளிற் தருக.

- (i) $\sin A = \frac{5}{13}$ எனின், $\cos A \cdot \tan A$
- (ii) $\cos B = \frac{7}{11}$ எனின், $\sin B \cdot \tan B$
- (iii) $\tan P = 4\sqrt{3}$ எனின், $\sin P \cdot \cos P$
- (iv) $\tan C = \frac{1}{\sqrt{11}}$ எனின், $\sin C \cdot \tan C$

3. பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

- (i) $\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ$
- (ii) $\sin 30^\circ \cdot \tan 60^\circ$
- (iii) $\cos 45^\circ \times \frac{1}{\sin 45^\circ}$
- (iv) $\cos 60^\circ \cdot \sin 60^\circ$
- (v) $\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ$
- (vi) $\cos 120^\circ$

4. பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

- (i) $\sin 30^\circ + \sin 45^\circ \cdot \cos 60^\circ$
- (ii) $\tan 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 60^\circ \times \cos 90^\circ$
- (iii) $\tan 60^\circ \cdot \sin 60^\circ - \sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ$
- (iv) $\sin 90^\circ \cdot \cos 0^\circ - \tan 45^\circ$
- (v) $\sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \tan 30^\circ + \sin 60^\circ \cdot \tan 60^\circ \cdot \cos 60^\circ$

5. பின்வரும் சமன்பாடுகள் சரியானவை என வாய்ப்புப் பார்க்க.

(i) $4\cos 30^\circ \cdot \tan 30^\circ = 2$

(ii) $\sin 60^\circ = 2 \sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ$

(iii) $2 \cos^2 45^\circ = 1 + \cos 90^\circ$

(iv) $\frac{\tan 60^\circ \cdot \cos 60^\circ}{\sin 30^\circ} = 3$

6. $\frac{\cos 60^\circ}{1 - \cos 30^\circ} = \frac{\tan 45^\circ}{2 - \tan 60^\circ}$ எனக் காட்டுக.

7. $\frac{1 - \tan 30^\circ \cdot \tan 45^\circ}{\tan 30^\circ \cdot \tan 45^\circ} = \tan 60^\circ - \tan 45^\circ$ எனக் காட்டுக.

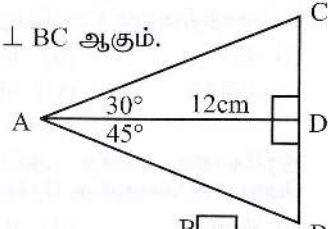
8. அருகிற் காட்டப்பட்டுள்ள உருவில் $AD \perp BC$ ஆகும்.

(i) DC யின் நீளம்

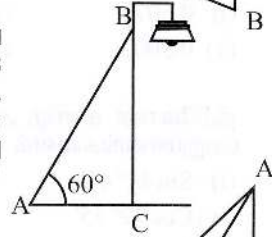
(ii) BC யின் நீளம்

(iii) AB யின் நீளம்

ஆகியவற்றைக் காண்க.



9. நிலைக்குத்தான மின்விளக்குத் தூணொன்று 9m நீளமுள்ள நேரானதொரு கம்பி AB மூலம் நிலத்துடன் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. (வரிப்படத்தைப் பார்க்க) தரையுடன் கம்பியின் சாய்வு 60° எனின், தூணுடன் கம்பி இணைக்கப்பட்டிருக்கும் புள்ளியின் உயரத்தைக் காண்க.



10. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவின் தரவுகளைக் கருத்திற் கொண்டு

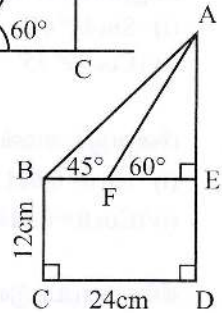
(i) AE

(ii) AD

(iii) FE

(iv) BF

ஆகியவற்றின் நீளங்களைக் காண்க.



11. திரிகோண கணித அட்டவணையை உபயோகித்து பின்வரும் ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் \tan பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $57^\circ 30'$

(ii) $38^\circ 54'$

(iii) $78^\circ 18'$

(iv) $18^\circ 46'$

(v) $40^\circ 15'$

(vi) $63^\circ 43'$

(vii) $23^\circ 37'$

(viii) $84^\circ 58'$

12. திரிகோண கணித அட்டவணையை உபயோகித்து பின்வரும் \tan பெறுமானங்களுக்கு நேரொத்த கோணங்களைக் காண்க.

(i) 0.3346

(ii) 1.160

(iii) 2.730

(iv) 0.6412

(v) 0.8342

(vi) 3.078

(vii) 5.437

(viii) 1.5093

13. திரிகோண கணித அட்டவணையை உபயோகித்து பின்வரும் ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் Sin பெறுமானத்தைக் காண்க.

- (i) $24^\circ 30'$ (ii) $42^\circ 55'$ (iii) $37^\circ 48'$ (iv) $81^\circ 58'$
 (v) $60^\circ 08'$ (vi) $43^\circ 31'$ (vii) $75^\circ 55'$ (viii) $44^\circ 44'$

14. திரிகோண கணித அட்டவணையை உபயோகித்து பின்வரும் Sin பெறுமானங்களுக்கு நேரொத்த கோணங்களைக் காண்க.

- (i) 0.5000 (ii) 0.3254 (iii) 0.7801 (iv) 0.0843
 (v) 0.8753 (vi) 0.0905 (vii) 0.7008 (viii) 0.5555

15. திரிகோண கணித அட்டவணையை உபயோகித்து பின்வரும் ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் Cos பெறுமானத்தைக் காண்க.

- (i) 45° (ii) 69° (iii) $23^\circ 45'$ (iv) $10^\circ 50'$
 (v) $47^\circ 35'$ (vi) $60^\circ 25'$ (vii) $78^\circ 54'$ (viii) $84^\circ 05'$

16. திரிகோண கணித அட்டவணையை உபயோகித்து பின்வரும் Cos பெறுமானங்களுக்கு நேரொத்த கோணங்களைக் காண்க.

- (i) 0.6072 (ii) 0.5342 (iii) 0.4957 (iv) 0.8437
 (v) 0.3002 (vi) 0.8750 (vii) 0.6904 (viii) 0.9971

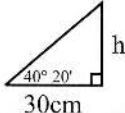
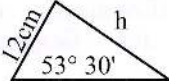
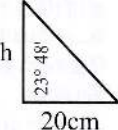
17. திரிகோண கணித அட்டவணையைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

- (i) $\sin 43^\circ 45'$ (ii) $\sin 74^\circ 10'$ (iii) $\cos 23^\circ 30'$
 (iv) $\cos 79^\circ 55'$ (v) $\sin 37^\circ 27'$ (vi) $\cos 37^\circ 27'$

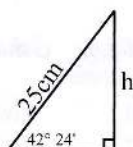
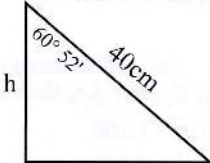
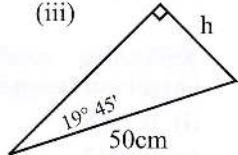
18. பின்வரும் சமன்பாடுகளிலிருந்து கோணம் θ வின் பெறுமானம் காண்க.

- (i) $\sin \theta = 0.6213$ (ii) $\sin \theta = 0.2181$ (iii) $\cos \theta = 0.7512$
 (iv) $\cos \theta = 0.1190$ (v) $\sin \theta = 0.9625$ (vi) $\cos \theta = 0.9625$

19. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களில் h இன் பெறுமதியைக் காண்க.

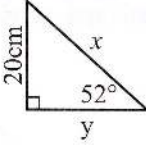
- (i)  (ii)  (iii) 

20. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களில் h இன் பெறுமதியைக் காண்க.

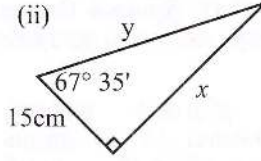
- (i)  (ii)  (iii) 

21. பின்வரும் உருக்களில் x, y இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

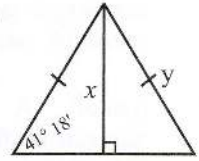
(i)



(ii)

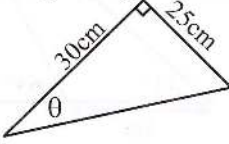


(iii)

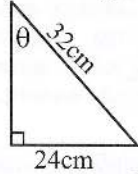


22. பின்வரும் உருக்களில் கோணம் θ வின் பருமனைக் காண்க.

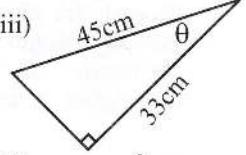
(i)



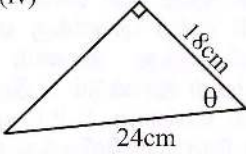
(ii)



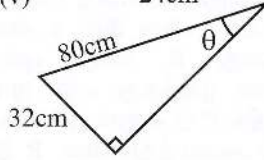
(iii)



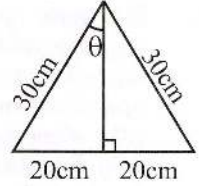
(iv)



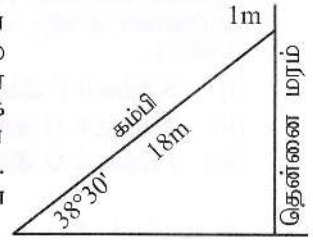
(v)



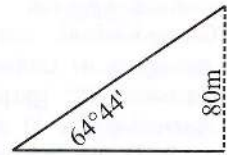
(vi)



23. நேரிய தென்னை மரமொன்று அதன் உச்சியிலிருந்து 1m கீழேயுள்ள பகுதியில் கம்பியால் பிணைக்கப்பட்டு தரை மட்டத்திலுள்ள கொங்கிறீற்றுடன் இழுத்துக் கட்டப்பட்டுள்ளது. கம்பி தரையுடன் அமைக்கும் கோணம் $38^\circ 30'$ ஆகும். கம்பியின் நீளம் 18m ஆயின், தென்னை மரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.



24. பட்டம் ஒன்று கிடைத் தரையிலிருந்து 80m உயரத்தில் பறந்து கொண்டிருக்கிறது. பட்டத்தின் நூல் தரையுடன் அமைக்கும் கோணம் $64^\circ 44'$ ஆயின், இப்பட்டத்தைப் பறக்கவிடுவதற்காகப் பயன்படுத்தப்பட்ட நூலின் நீளத்தைக் காண்க.

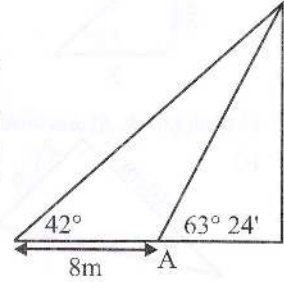


25. கடல் மட்டத்திலிருந்து 480m உயரத்திலுள்ள மலையொன்றுக்கு 120kmh^{-1} கதியுடன் நேரிய பாதையிற் செல்லும் பஸ் ஒன்று 5 மணித்தியாலங்களில் சென்றடையுமாயின், அம் மலைக்கான பாதை கடல் மட்டத்துடன் அமைக்கும் கோணத்தைக் காண்க.

26. கிடைத்தரையில் அமைந்துள்ள கட்டடமொன்றின் அடியிலிருந்து 25m தூரத்தில் நிற்கும் ஒருவர் கட்டடத்தின் உச்சியை $52^\circ 20'$ ஏற்றக் கோணத்தில் அவதானித்தார். கட்டடத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

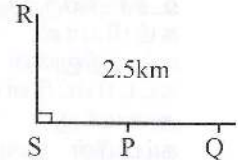
27. 9m உயரமான பனைமர உச்சியிலிருக்கும் ஒருவர் தரையிலுள்ள பனம்பழம் ஒன்றை $34^\circ 45'$ இறக்கக் கோணத்தில் அவதானித்தாரெனின், பனைமர அடியிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் பனம்பழம் உள்ளது.

28. புள்ளி A யில் நிற்கும் ஒருவர் கம்பமொன்றின் உச்சியை $63^\circ 24'$ ஏற்றக் கோணத்தில் அவதானித்தார். அவர் அக்கம்பத்திலிருந்து அதே நேர்கோட்டில் மேலும் 8m விலகிச் சென்று அக்கம்பத்தை அவதானிக்கும் போது அதன் ஏற்றக் கோணம் 42° ஆகக் காணப்பட்டது. கம்பத்தின் உயரத்தைக் காண்க.



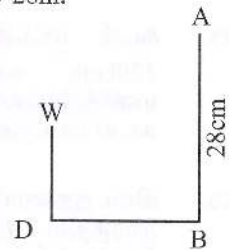
29. இராணுவ முகாம் ஒன்றின் S என்ற புள்ளியிலிருந்து நேர் மேலே சென்ற ஒரு ஹெலிகொப்டர் 2.5km இல் உள்ள R என்ற புள்ளிக்கு ஏறியது. ஹெலிகொப்டரானது R என்ற புள்ளியிலிருந்து இரண்டு எதிரி முகாம்களைக் காண முடிந்தது. எதிரி முகாம்கள் இரண்டும் S இருக்கும் ஒரே கிடைத்தளத்தில் P, Q எனும் புள்ளிகளில் உள்ளன. S, P, Q மூன்றும் ஒரே நேர்கோட்டில் அமைந்துள்ளன. R இன் தோற்றத்திலிருந்து Q வின் இறக்கக் கோணம் 12° உம் P யின் இறக்கக் கோணம் 18° உம் ஆகும். திரிகோண கணித விகிதங்களைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

- S இற்கும் P இற்கும் இடையிலான தூரம்
- S இற்கும் Q இற்கும் இடையிலான தூரம்
- P இற்கும் Q இற்கும் இடையிலான தூரம்



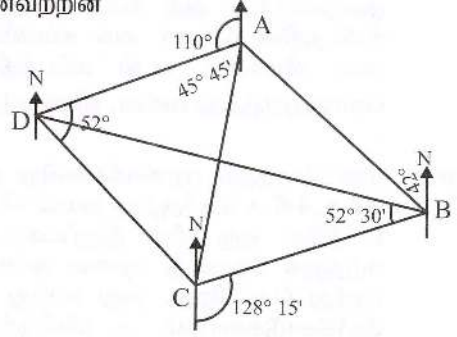
30. வீடமைப்புத் திட்டம் ஒன்றிலிருக்கும் மாடிக் கட்டிடம் ஒன்றிலிருந்து W என்னும் யன்னலினூடாக வெளியே பார்க்கும் சிறுவன். ஒரு நிலைக்குத்தான கொடிக் கம்பத்தை அவதானிக்கின்றான். அக் கொடிக் கம்பம் மாடியில் அதே கிடைத்தளத்தில் நாட்டப்பட்டுள்ளது. அவனுடைய பார்வைக்கு அக்கொடிக் கம்பத்தின் நுனி A யின் ஏற்றக் கோணம் 45° ஐயும் அதன் அடி B யின் இறக்கக் கோணம் 30° ஐயும் அமைக்கிறது. D என்பது W இற்கு நேர் கீழேயுள்ள ஒரு புள்ளியாகும். A, B, D, W என்பன ஒரே நிலைக்குத்துத் தளத்தில் அமைந்துள்ளன. (படத்தைப் பார்க்க) கொடிக் கம்பம் ABயின் உயரம் 28m.

- நிலைக்குத்து உயரம் WD ஐ y ஆகவும் கிடை நீளம் DB ஐ x ஆகவும் எடுத்து மேலே கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளைப் பயன்படுத்தி வரிப்படம் ஒன்றை வரைக.
- மேலே கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளைப் பயன்படுத்தி x, y இன் சார்பில் இரு சமன்பாடுகளை எழுதுக.
- இரு சமன்பாடுகளையும் தீர்ப்பதன் மூலம் x, y இன் பெறுமானங்களைக் கிட்டிய இருதசம தானங்களுக்குக் காண்க.



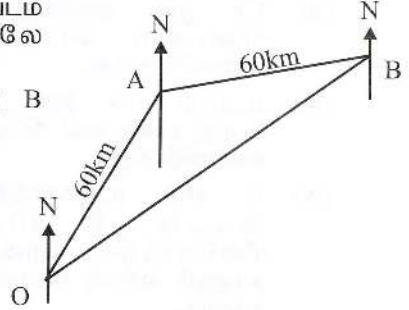
31. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவின் தகவல்களுக்கேற்ப பின்வருவனவற்றின் திசைகோள்களைக் காண்க.

- Aயிலிருந்து B யிற்கு
- Bயிலிருந்து A யிற்கு
- Aயிலிருந்து D யிற்கு
- Bயிலிருந்து C யிற்கு
- Aயிலிருந்து C யிற்கு
- Dயிலிருந்து A யிற்கு
- Cயிலிருந்து D யிற்கு
- Dயிலிருந்து B யிற்கு



32. வள்ளமொன்று O எனும் நிலையத்தை விட்டு நீங்கி 050° திசைகோள் கொண்ட திசை வழியே 60km சென்று A எனும் புள்ளியை அடைகிறது. பின்னர் A யிலிருந்து 080° திசைகோள் கொண்ட திசை வழியே இன்னுமொர் 60km சென்று படத்தில் காட்டியவாறு நிலையம் B ஐ அடைகிறது.

- இங்கு காட்டப்பட்டவாறு வரிப்படம் ஒன்றை வரைந்து அதிலே தரவைக் காட்டுக.
- O விலிருந்து பார்க்கும்போது B யின் திசைகோள் என்ன?



33. நிலையம் P யில் உள்ள வனவட்டார அலுவலர் ஒருவர் தீ ஒன்றை $025^\circ 54'$ திசைகோளில் அவதானித்தார். P யிற்கு நேர் கிழக்கே 12km இல் இருக்கும் Q வில் உள்ள வேறொரு வன வட்டார அலுவலர் அதே தீயை 292° திசைகோளில் அவதானித்தார். நிலையம் P யிற்கும் தீக்குமிடையே உள்ள தூரத்தைக் காண்க.

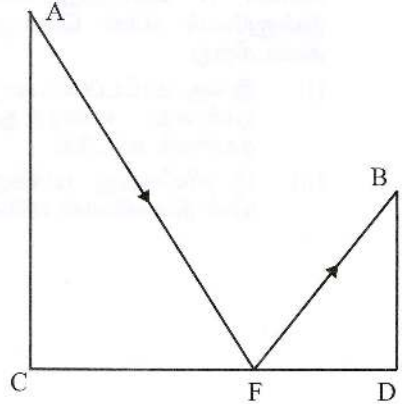
34. கடலிலே கிழக்கு நோக்கிச் சென்று கொண்டிருக்கும் கப்பல் ஒன்று புள்ளி A யில் இருக்கும்போது வெளிச்ச வீடு ஒன்றை $058^\circ 15'$ திசைகோளில் அவதானித்தது. அது மேலும் 400m கிழக்காகச் சென்று புள்ளி B யிலிருந்து அதே வெளிச்ச வீட்டை $292^\circ 40'$ திசைகோளில் அவதானித்தது எனின்,

- பொருத்தமான வரிப்படம் ஒன்றை வரைக.
- புள்ளி A யிலிருந்து வெளிச்ச வீட்டின் தூரம் யாது?
- புள்ளி B யிலிருந்து வெளிச்ச வீட்டின் தூரம் யாது?

35. கடலில் நங்கூரமிடப்பட்ட ஒரு கப்பலை நோக்கி பறக்கும் விமானம் ஒன்றிலிருந்து அக் கப்பலின் இறக்கக் கோணம் $32^\circ 45'$ ஆகும். ஒரு நிமிடத்தின் பின்னர் அக் கப்பலின் இறக்கக் கோணம் $36^\circ 30'$ ஆகும். அவ் விமானம் கடல் மட்டத்திலிருந்து 1500m உயரத்தில் பறந்து கொண்டிருந்தது எனின், விமானத்தின் கதியை kmh^{-1} இற் காண்க.

36. மீன் கொத்திப் பறவையொன்று நிலைக்குத்தான, 30m உயரமான ஒரு மர உச்சி A யிலிருந்து அயல் வீட்டு வளவிலுள்ள ஒரு குளத்தில் புள்ளி F இலே ஒரு மீன் இருப்பதை அவதானிக்கிறது. மீனைக் கொத்தி எடுத்துக் கொண்டு பறவை கூரையின் முகட்டிலுள்ள புள்ளி B யிற்குப் பறந்து செல்கிறது. அது பறந்து சென்ற பாதைகளான AF, FB என்பன நேர்கோடுகளாகும். A யிலிருந்து அவதானிக்கும் பொழுது F இன் இறக்கக் கோணம் $65^\circ 30'$ ஆகும். F இலிருந்து அவதானிக்கும் பொழுது B யின் ஏற்றக் கோணம் $39^\circ 48'$ ஆகும். நேர் கோடுகள் CFD, AF, FB என்பன ஒரே நிலைக்குத்துத் தளத்தில் உள்ளன. $FD = 12\text{m}$ ஆகும்.

- தரப்பட்ட வரிப்படத்தைப் பிரதி செய்து தரவுகளை அதிற் குறிக்க.
- CF ஐக் கணித்து உமது விடையை கிட்டிய முழு எண்ணிற் தருக.
- உயரம் DB ஐக் கணித்து உமது விடையை கிட்டிய முழு எண்ணிற் தருக.
- C யில் உட்கார்ந்திருக்கும் பையன் B யிலுள்ள மீன்கொத்திப் பறவையைக் காணும் ஏற்றக் கோணத்தைக் காண்க.



37. ஒன்றுக்கொன்று 15m இடைத்தூரத்திலுள்ள இரு மதில்களுக்கிடையே 10m உயரமான ஏணியொன்று அதன் அடி சம தரையிலும், நுனி 8m உயரமான ஒரு மதிலிலுள்ள A எனும் புள்ளியிலும் சாத்தப்பட்டுள்ளது. ஏணியினுடைய அடியின் நிலையை மாற்றாது அவ்வேணியைத் திருப்பி அதனை எதிரேயுள்ள மதிலின் B எனும் புள்ளியில் சாத்தப்படுகிறது.

- இத்தரவுகளை வரிப்படம் ஒன்றிற் குறிக்க.
- ஏணியைத் திருப்பிய கோணத்தைக் காண்க. (ஏணியின் இரு நிலைகளுக்கும் இடைப்பட்ட கோணம்)
- நேர்கோடு AB கிடையுடன் அமைக்கும் கோணம் யாது?
- AB யின் நீளத்தைக் காண்க.

38. புள்ளிகள் A, B என்பன கடலிலே 1300m தூர இடைவெளியில் நங்கூரம் இடப்பட்டிருக்கும் இரு கப்பல்களின் தானங்களைக் குறிக்கின்றன. A, B யைக் கொண்ட அதே நிலைக்குத்துத் தளத்திலே ஒரு பாதை வழியாக ஹெலிக்கொப்டரொன்று பறக்கின்றது. C என்பது குறித்தவொரு கணத்திலே ஹெலிக்கொப்டரின் பாதையில் அதன் நிலையை குறிக்கிறது. A, B, C எனும் புள்ளிகள் ஒரே நிலைக்குத்துத் தளத்தில் அமைந்துள்ளன. ஹெலிக்கொப்டரில் இருந்து பார்க்கும் ஒருவருக்கு A ஆனது 35° இறக்கக் கோணத்திலும் B ஆனது 55° இறக்கக் கோணத்திலும் தோன்றுகின்றன.

- இத்தரவுகளை வரிப்படம் ஒன்றிற் குறிக்க.
- ஹெலிக்கொப்டரானது C இலே இருக்கையில் அது பறந்து கொண்டிருந்த நிலைக்குத்து உயரத்தைக் காண்க.
- ஹெலிக்கொப்டரானது B யிற்கு மேலே நிலைக்குத்தாக 1700m இல் இருக்கையில் A யில் இருந்து பார்க்கும் ஒருவர் அதனைக் காணும் போது அவரது ஏற்றக் கோணத்தைக் காண்க.



39. பின்வருவனவற்றில் பெறுமானங்களைக் கணிகருவியைப் பயன்படுத்திப் பெறுவதற்கு இயக்க வேண்டிய சாவினைப் பாய்சர்கோட்டுப் படம் மூலம் தருக. அவற்றின் பெறுமானம் காண்க.

- | | | |
|-----------------------|------------------------|-----------------------|
| (i) $\sin 50^\circ$ | (ii) $\cos 50^\circ$ | (iii) $\tan 50^\circ$ |
| (iv) $\cos 67^\circ$ | (v) $\sin 84^\circ$ | (vi) $\tan 8^\circ$ |
| (vii) $\tan 76^\circ$ | (viii) $\cos 23^\circ$ | (ix) $\sin 9^\circ$ |

40. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொன்றிலும் α இன் பெறுமானத்தைப் பெறுவதற்கு கணிகருவியை இயக்க வேண்டிய முறையைப் பாய்ச்சர்கோட்டுப் படம் மூலம் காட்டி, α இன் பருமனைக் காண்க.

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| (i) $\sin \alpha = 0.500$ | (ii) $\cos \alpha = 0$ |
| (iii) $\cos \alpha = 0.8290$ | (iv) $\tan \alpha = 0.9325$ |
| (v) $\tan \alpha = 2.050$ | (vi) $\sin \alpha = 0.9945$ |
| (vii) $\cos \alpha = 0.0523$ | (viii) $\tan \alpha = 57.29$ |

அலகு 19

தாயங்கள்

● தாயம்

குறித்தவொரு கணியத்தின் இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட அளவு ரீதியான தகவல்களைத் தாயத்தின் மூலம் இலகுவாகக் காட்டலாம்.

☞ தாயத்தின் மூலம் இரண்டுக்கு மேற்பட்ட அளவு ரீதியான சுருக்கல்களை இலகுவாகச் சுருக்கலாம்.

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 8 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

● தாயமொன்றின் வரிசை

தாயமொன்றின் வரிசை அதன் நிரைகளினதும், நிரல்களினதும் எண்ணிக்கையின் அடிப்படையில் எழுதப்படும்.

$$\begin{array}{c} \text{நிரல்கள் (m)} \\ \text{நிரைகள் (n)} \left\{ \begin{array}{ccc} 2 & -3 & 5 \\ -4 & 5 & 1 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} 2 \text{ நிரைகள்} \\ 3 \text{ நிரல்கள்} \end{array} \end{array}$$

தாயத்தின் வரிசை 2×3 ஆகும்.

$$\text{தாயத்தின் வரிசை} = \text{நிரைகளின் எண்ணிக்கை} \times \text{நிரல்களின் எண்ணிக்கை}$$

$$\text{தாயத்தின் வரிசை} = m \times n$$

● நிரைத் தாயம்

ஒரேயொரு நிரையை மாத்திரம் கொண்டுள்ள தாயம் நிரைத் தாயம் எனப்படும்.

☞ $(-4 \ 0 \ 1)$ - நிரைத் தாயம்
தாய வரிசை = 1×3

● **நிரல்த் தாயம்**

ஒரேயொரு நிரலை மாத்திரம் கொண்டுள்ள தாயம் நிரல்த் தாயம் எனப்படும்.

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix} \leftarrow \text{நிரல்த் தாயம்}$$

தாய வரிசை = 3×1

● **சதுரத் தாயம்**

நிரைகளினதும் நிரல்களினதும் எண்ணிக்கைகள் சமனாக உள்ள தாயங்கள் சதுரத் தாயம் எனப்படும்.

⇒ $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \leftarrow \text{வரிசை} = 2 \times 2$

⇒ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} \leftarrow \text{வரிசை} = 3 \times 3$

● **அலகுத் தாயம்**

முந்துறும் (பிரதான) மூலைவிட்டத்தின் மூலகங்கள் யாவும் 1 ஆவதோடு ஏனைய மூலகங்கள் யாவும் 0 ஆகவுள்ள சதுரத் தாயங்கள், அலகுத் தாயங்கள் எனப்படும்.

⇒ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \leftarrow \text{வரிசை} = 2 \times 2$

⇒ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \leftarrow \text{வரிசை} = 3 \times 3$

அலகுத் தாயங்கள் **I** என்றால் எழுத்தால் குறிக்கப்படும்.

● **முலைவிட்டத் தாயம்**

முந்தறும் முலைவிட்டத்தில் மாத்திரம் முலகங்களைக் கொண்டு ஏனைய முலகங்கள் யாவும் 0 ஆகவுள்ள சதுரத் தாயங்கள் முலைவிட்டத் தாயங்கள் எனப்படும்.

☞
$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \leftarrow \text{வரிசை} = 3 \times 3$$

● **தாயங்களைப் பெயரிடல்**

தாயங்கள் எப்போதும் ஆங்கில பெரிய எழுத்துக்களால் (Capital Letters) ஆல் பெயரிடப்படும்.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

☞ அலகுத் தாயங்கள் எப்போதும் **I** என்ற ஆங்கிலப் பெரிய எழுத்தால் பெயரிடப்படும்.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

● **சம தாயங்கள்**

தாயங்களின் வரிசைகள் சமனாகவும் அவற்றின் ஓத்த முலகங்கள் சமனாகவும் இருப்பின் அவை சம தாயங்கள் எனப்படும்.

☞
$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \qquad \text{எனின்,}$$

$$A = B$$

☞
$$X = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} \qquad Y = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$

$X = Y$ எனின்,

$a = 2, \quad b = -1, \quad c = 3, \quad d = 1, \quad e = 4, \quad f = -2$

● **தாயங்களைக் கூட்டல்**

இரண்டு தாயங்களைக் கூட்டுவதாயின் அவற்றின் வரிசைகள் சமனாயிருக்க வேண்டும். அத்தோடு ஒத்த மூலகங்களைக் கூட்டும் போது பெறப்படும் விடை அதே வரிசையுடைய தாயமாகும்.

⇒

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 1 & -3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 2+1 & 3-1 & -2+4 \\ 1+2 & -3+0 & 0-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 3 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

● **தாயங்களைக் கழித்தல்**

சமனான வரிசையுடைய இரண்டு தாயங்களைக் கழிக்கும்போது பெறப்படும் வித்தியாசம் (விடை) அதே வரிசையுடைய தாயமாகும்.

⇒

$$P = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 4 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$P - Q = \begin{bmatrix} 3 - (-2) & -1 - (-4) \\ 2 - 4 & 3 - 3 \\ 4 - 1 & 5 - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

● **தாயத்தை முழு எண்ணால் பெருக்கல்**

தாயம் ஒன்றை முழு எண்ணால் பெருக்கும்போது அவற்றின் ஒவ்வொரு மூலகங்களையும் அம்முழு எண்ணால் பெருக்க வேண்டும்.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$4A = 4 \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \times 2 & 4 \times 3 \\ 4 \times -1 & 4 \times 1 \\ 4 \times -3 & 4 \times 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 12 \\ -4 & 4 \\ -12 & 16 \end{bmatrix}$$

2. தூரணங்கள்

1. பின்வருவனவற்றில் நிரல்த் தாயங்களையும் நிரைத் தாயங்களையும் இனம் காண்க.

(i) $(3 \ -1 \ 0)$

(ii) $\begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$

(iii) $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

விடை

(i) நிரைத் தாயம்

(ii) நிரல்த் தாயம் (iii) நிரல்த் தாயம்

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள சம தாயங்களைக் கருத்திற் கொண்டு x , y ஆகியவற்றின் பெறுமானம் காண்க.

(i) $\begin{bmatrix} x & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ y & 1 \end{bmatrix}$

(ii) $\begin{bmatrix} x-1 & 3 & -2 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 4 & y+3 & 1 \end{bmatrix}$

விடை

(i) சம தாயங்கள் எனவே

(ii) $x-1=2$

$x=2+1$

$x=3$

$0=y+3$

$y=-3$

$\begin{bmatrix} x & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ y & 1 \end{bmatrix}$
 $x = -3$
 $y = -2$

3. பின்வரும் தாயங்களைக் கூட்டுக.

(i)

$\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(ii)

$\begin{bmatrix} -1 & 5 & 0 \\ 4 & -3 & -1 \\ -2 & -1 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & -2 & -4 \\ -1 & 0 & 3 \\ 5 & 3 & 6 \end{bmatrix}$

விடை

(i)

$\begin{bmatrix} -3+1 & 2-2 \\ 0+2 & -1-3 \\ 4+0 & -2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -4 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

(ii)

$\begin{bmatrix} -1-3 & 5-2 & 0-4 \\ 4-1 & -3+0 & -1+3 \\ -2+5 & -1+3 & -4+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 3 & -4 \\ 3 & -3 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

4. பின்வரும் தாயங்களைக் கழிக்க.

(i)

$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -4 & -2 & -5 \end{bmatrix}$

(ii)

$\begin{bmatrix} 0 & -2 & -5 \\ 4 & 3 & -1 \\ -2 & -3 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & -4 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

விடை

(i)

$\begin{bmatrix} 3-2 & -2-(-1) & 1-3 \\ 0-(-4) & -1-(-2) & -4-(-5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$(ii) \begin{bmatrix} 0 - 2 & -2 - 1 & -5 - (-2) \\ 4 - 3 & 3 - (-1) & -1 - (-4) \\ -2 - 0 & -3 - (-2) & 2 - (-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -3 & -3 \\ 1 & 4 & 3 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

5. கீழே தரப்பட்டுள்ள தாயக் கூட்டலைக் கருத்திற் கொண்டு x, y, a, b, c ஆகியவற்றின் பெறுமானம் காண்க.

$$\begin{bmatrix} 3a & -3 & 2 \\ 2 & b+2 & -1 \\ -3 & 5 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 0 & -4 & x-2 \\ c-3 & 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -4 & -1 \\ 2 & 1 & -4 \\ -4 & 2y-3 & 1 \end{bmatrix}$$

விடை

$$\begin{bmatrix} 3a+2 & -3-1 & 2-3 \\ 2+0 & b+2-4 & -1+x-2 \\ -3+c-3 & 5+2 & 2-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -4 & -1 \\ 2 & 1 & -4 \\ -4 & 2y-3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$3a+2=5$$

$$b+2-4=1$$

$$-1+x-2=-4$$

$$3a=5-2$$

$$b-2=1$$

$$x-3=-4$$

$$3a=3$$

$$b=1+2$$

$$x = -4+3$$

$$a=1$$

$$b=3$$

$$x = -1$$

$$-3+c-3=-4$$

$$5+2=2y-3$$

$$c-6=-4$$

$$7+3=2y$$

$$c = -4+6$$

$$y = \frac{10}{2}$$

$$c = 2$$

$$y = 5$$

6. பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.

$$(i) 4 \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

$$(ii) -3 \begin{bmatrix} -2 & -1 & 4 \\ -5 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

விடை

- (i) 4 ஆல் ஒவ்வொரு மூலகத்தையும் பெருக்க வேண்டும்.

$$\begin{bmatrix} 4 \times (-3) & 4 \times 1 \\ 4 \times 0 & 4 \times (-2) \\ 4 \times 4 & 4 \times (-5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 & 4 \\ 0 & -8 \\ 16 & -20 \end{bmatrix}$$

- (ii) (-3) ஆல் ஒவ்வொரு மூலகத்தையும் பெருக்க வேண்டும்.

$$\begin{bmatrix} -3 \times (-2) & -3 \times (-1) & -3 \times 4 \\ -3 \times (-5) & -3 \times 2 & -3 \times (-3) \\ -3 \times 3 & -3 \times (-2) & -3 \times 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 & -12 \\ 15 & -6 & 9 \\ -9 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

பயிற்சி

1. பின்வரும் தாயங்கள் எவ்வகைத் தாயங்களென இனம் காண்க.

(i) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} -2 & -3 \end{bmatrix}$ (iii) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

(iv) $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ (v) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ (vi) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(vii) $\begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (viii) $\begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}$ (ix) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

2. கீழே சில தாயங்களின் நிரைகளினதும் நிரல்களினதும் எண்ணிக்கைகள் தரப்பட்டுள்ளன. அவை ஒவ்வொன்றினதும் மூலகங்களின் எண்ணிக்கைகளைக் காண்க.

(i) 2 நிரை, 3 நிரல் (ii) 2 நிரை, 3 நிரல்

(iii) 3 நிரை, 2 நிரல் (iv) 1 நிரை, 2 நிரல்

(v) n நிரை, n நிரல் (vi) 3 நிரை, 0 நிரல்

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள தாயங்களின் வரிசைகளை எழுதுக.

(i) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ (iii) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$

(iv) $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ (v) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$ (vi) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

4. பின்வருவனவற்றில் சம தாயங்களை இனம் காண்க.

$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$P = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ $Q = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ $R = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

$K = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ $L = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 5 & -3 & 0 \end{bmatrix}$

5. ஒரு மாணவனிற்கு மாதத்தில் முதல் நாள் ரூ.20, இரண்டாம் நாள் ரூ.10, மூன்றாம் நாள் ரூ.25 கைச் செலவிற்காகக் கிடைத்தது. இத்தகவல்களை ஒரு நிரைத் தாயமொன்றிற் காட்டுக.

6. நண்பர்களான காந்தனின் உயரம் 148.8cm, ரவியின் உயரம் 139.5cm அமானுல்லாவின் உயரம் 156cm என அளவிடப்பட்டது. இத்தகவல்களை ஒரு நிரல்த் தாயமொன்றிற் காட்டுக.

7. கவி, சாறா. நஸ்ரின் ஆகியோரது வீட்டுத் தோட்டங்களிலே வளர்க்கப்படும் மரங்கள் பற்றிய ஆய்வில் கவியினுடைய தோட்டத்திலே 5 தென்னைகளும், 2 பலாக்களும், 4 மா மரங்களும் உள்ளன. சாறாவினுடைய தோட்டத்தில் 9 தென்னைகளும், ஒரு பலாவும், 3 மா மரங்களும் உள்ளன. நஸ்ரின்னுடைய தோட்டத்திலே 7 தென்னைகளும், 3 பலாக்களும் உள்ளன.

- (i) இத்தகவல்களை ஒரு தாயத்திற் காட்டி P எனப் பெயரிடுக.
(ii) P யின் வரிசையை எழுதுக.
(iii) P எவ்வகையான தாயம்

8. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமதாயங்களைக் கருத்திற்கொண்டு a, b, c, d, x, y என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i) $\begin{bmatrix} a & 3 \\ 2 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 2 \\ y & 1 \end{bmatrix}$

(iii) $\begin{bmatrix} x-1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ y & 4 \end{bmatrix}$ (iv) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & x+y \\ -3 & 2 \\ b+1 & x-y \end{bmatrix}$

9. பின்வரும் தாயங்களைக் கூட்டுக.

(i) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}$

(iii) $(2 \ 1 \ 4) + (3 \ -1 \ -2)$ (iv) $(-3 \ -1 \ 0) + (1 \ -2 \ -3)$

(v) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (vi) $\begin{bmatrix} 3 & -3 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & -3 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

(vii) $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ (viii) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -4 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ -3 & -2 & -4 \end{bmatrix}$

10. பின்வரும் தாயங்களைக் கழிக்க.

(i) $(4 \ 3 \ 0) - (2 \ -1 \ 1)$ (ii) $(-1 \ 2 \ -3) - (-2 \ -1 \ -3)$

(iii) $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ (iv) $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$(v) \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(vi) \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(vii) \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -2 & 2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} -$$

$$(viii) \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 0 & 4 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

11.

$$P = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 4 & -3 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -1 & 4 & -3 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 5 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & 2 \\ -1 & -4 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{எனின்,}$$

பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) $P+Q$

(ii) $P+Q+R$

(iii) $Q-P$

(iv) $P+Q-R$

(v) $P-Q-R$

(vi) $P+P-Q$

(vii) $Q-P-R$

(viii) $R-P$

(ix) $R-Q-P$

12. கீழே தரப்பட்டுள்ள தாயக் கூட்டுத்தொகையைக் கருத்திற் கொண்டு a, b, c, d, x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$$\begin{bmatrix} 2 & a & -1 \\ -3 & 0 & 3 \\ -1 & 4 & b-1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 1 & -3 \\ -1 & c & 2 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -4 \\ d+3 & 3 & 5 \\ 3 & e-2 & 3 \end{bmatrix}$$

13. கீழே தரப்பட்டுள்ள தாயக் கூட்டுத்தொகையைக் கருத்திற் கொண்டு k, l, m, n, x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ y-3 & 2 & -1 \\ -2 & 6 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & k \\ -2 & -3 & 0 \\ m+2 & 4 & l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n-3 & -6 & 5 \\ -3 & x+1 & -1 \\ 4 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

14. கீழே தரப்பட்டுள்ள தாயக் கழித்தலைக் கருத்திற் கொண்டு a, b, c, d, e, f ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$$\begin{bmatrix} 2a & 2 & -1 \\ -2 & 3 & b+2 \\ 4 & -3 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & c-2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ d+3 & -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -4 \\ e-1 & 2 & -1 \\ -3 & -1 & f+3 \end{bmatrix}$$

15. கீழே தரப்பட்டுள்ள தாயச் செய்கையைக் கருத்திற் கொண்டு p, q, r, s, t, u ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & -2p-1 \\ -4 & -q & 3 \\ 2 & -4 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -r & -4 \\ -3 & 0 & 1 \\ s-3 & -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 \\ t+3 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & u \end{bmatrix}$$

16. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$ எனின், தாயம் A ஐக் காண்க.

17. $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -4 & 3 & 0 \\ -2 & -3 & 4 \end{bmatrix} - P = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ -3 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ எனின், தாயம் Pயைக் காண்க.

18. $\begin{bmatrix} 2a & 2b \\ -c & -3d \\ a+c & 2a-d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2b & a-1 \\ 3-2d & 3c- \\ 2a & c-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 6 \\ x & y \end{bmatrix}$ எனின்,

a, b, c, d, x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

19. பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.

(i) $2(-1 \ 2 \ 3)$ (ii) $-3(2 \ 1 \ -4)$ (iii) $4 \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

(iv) $-2 \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ (v) $-3 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$ (vi) $3 \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

(vii) $-4 \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$ (viii) $-5 \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & -4 & -2 \\ -2 & -4 & 1 \end{bmatrix}$

20. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & -3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 1 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ எனின்,

(i) $3A$

(ii) $-4C$

(iii) $2A+B$

(iv) $2A-3B+C$

(v) $3A+B-2C$

(vi) $A+4B-2C$

ஆகியவற்றைக் காண்க.

21. பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.

(i) $3 \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ (ii) $2 \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$

(iii) $4 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ (iv) $-3 \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -5 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

(v) $4 \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -3 & -2 & -1 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ -6 & 0 & -4 \end{bmatrix}$ (vi) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 1 & -3 & -2 \\ -6 & 3 & 5 \end{bmatrix} - \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 8 & -4 & 0 \\ -2 & 6 & 2 \\ 0 & -8 & 4 \end{bmatrix}$

22. $3p - 2 \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ எனின்,

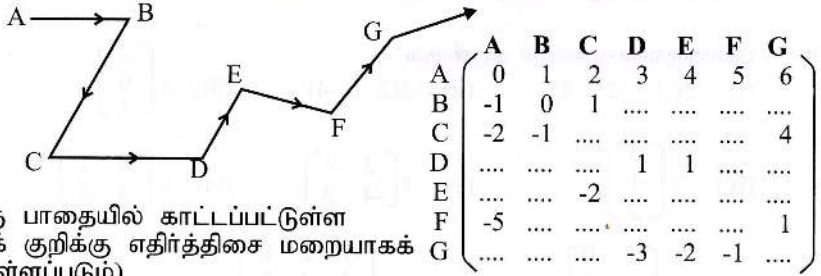
தாயம் p ஐக் காண்க.

23. $2 \begin{bmatrix} -4 & 3 & 2 \\ 5 & -3 & 0 \\ 4 & 6 & -4 \end{bmatrix} - 3M = -1 \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -4 & -3 & 6 \\ 1 & -6 & 2 \end{bmatrix}$ எனின்,

தாயம் M ஐக் காண்க.

24. $-2 \begin{bmatrix} 2a & b & -c \\ 3c & a & -b \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} a & -b+1 & c-1 \\ 2c+1 & 3b & 2a+1 \end{bmatrix} = 2D$ எனின்,
தாயம் D ஐக் காண்க.

25. கீழே காட்டப்பட்டுள்ள உரு எறும்புக் கூட்டம் ஒன்றின் அசைவுப் பாதையைக் குறிக்கிறது. இவ்வுருவில் யாதாயினும் இரு ஆங்கில எழுத்துக்களுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் ஒரு அலகு ஆகும். எனின், கீழே தரப்பட்டுள்ள இப்பாதைக்கான தாயத்தின் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.



(இங்கு பாதையில் காட்டப்பட்டுள்ள அம்புக் குறிக்கு எதிர்த்திசை மறையாகக் கொள்ளப்படும்)

26. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ எனின்,

- (i) $A+B$ (ii) AB
(iii) $A+2B$ (iv) $3A-B$
ஆகியவற்றின் தாயங்களைக் காண்க.

27. $P = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ $Q = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ எனின்,

- (i) PQ (ii) $2P+3Q$
(iii) $3P-2Q$ (iv) $2PQ+P+Q$
ஆகியவற்றின் தாயங்களைக் காண்க.

28. $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 1 \\ y & -1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & x \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ $A-B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 0 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$ எனின்,

x, y இன் பெறுமானம் காண்க.

29. $P = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 \\ 2 & -4 & -2 \end{bmatrix}$ $2Q-P = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ எனின்,

Q இன் தாயத்தைக் காண்க.

30. $AB = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -2 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ எனின்,

A யின் தாயத்தைக் காண்க.

அலகு 20

சமனிலிகள்

● சமனிலிகளின் இயல்புகள்

$$a > b \text{ எனின், } b < a \text{ ஆகும்}$$

$$a < b, b < c \text{ எனின், } a < c \text{ ஆகும்}$$

$$a > b, b > c \text{ எனின், } a > c \text{ ஆகும்}$$

$$a > b \text{ எனின், } -a < -b \text{ ஆகும்}$$

$$a > 0 \text{ எனின்}$$

$$na > nb$$

$$\frac{a}{n} > \frac{b}{n}$$

$$n < 0 \text{ எனின்}$$

$$na < nb$$

$$\frac{a}{n} < \frac{b}{n}$$

$$a > b \text{ எனின்}$$

$$a + c > b + c$$

$$a - c > b - c$$

2 தூரணங்கள்

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளை அருகே தரப்பட்டுள்ள பெறுமானங்களால் வகுப்பதன் மூலமும் பெருக்குவதன் மூலமும் சமனிலிக் குறியீடு மாறுகின்ற விதத்தைக் காண்க.

(i) $-25 < 12$ (-3) (ii) $3 > -4$ (-7)

விடை

(i) $(-25) \times (-3) < 12 \times (-3)$

$$75 < -36 \quad \times$$

ஆகவே குறியீடு மாற்றப்படும்

$$75 > -36$$

அவ்வாறே வகுக்கும் போது

$$\frac{-25}{(-3)} < \frac{12}{(-3)}$$

$$8\frac{1}{3} < -4 \quad \times \quad \text{பிழை}$$

$$8\frac{1}{3} > -4$$

(ii) $3 \times (-7) > -4 \times (-7)$

$$-21 > 28 \quad \times$$

$$\therefore -21 < 28$$

அவ்வாறே வகுக்கும் போது

$$\frac{3}{(-7)} > \frac{-4}{(-7)}$$

$$-\frac{3}{7} > \frac{4}{7} \quad \times \quad \text{பிழை}$$

$$\therefore -\frac{3}{7} < \frac{4}{7}$$

2. பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்த்து அவற்றின் தீர்வுத் தொடைகளை எண்கோடுகளிற் குறிக்க.

(i) $4x - 3 < 2x - 7$

(ii) $\frac{x}{2} - 1 \geq 2x - 7$

விடை

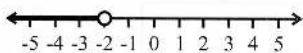
(i) $4x - 3 < 2x - 7$

$4x - 2x < -7 + 3$

$2x < -4$

$\frac{2x}{2} < \frac{-4}{2}$

$x < -2$



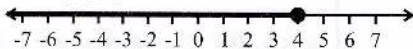
(ii) $\frac{x}{2} - 1 \geq 2x - 7$

$\frac{x}{2} - 2x \geq -7 + 1$

$-\frac{3x}{2} \geq -6$

$-\frac{3x}{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right) \geq -6 \times \left(-\frac{2}{3}\right)$

$x \leq 4$



3. ஒருவரது எழுதுகருவிப் பெட்டியில் மொத்தமாக 12 இலும் குறைவான எழுது கருவிகளை வைக்கலாம். அவர் 5 பென்சில்களையும் 6 பேனாக்களையும் வாங்குவதற்கு ரூ. 90 அல்லது ரூ. 90 இலும் குறைந்த தொகையை செலுத்த வேண்டும்.

(i) இத்தரவுகளைக் குறிக்கும் சமனிலிகளை எழுதுக.

(ii) பென்சில் ஒன்றின் விலை ரூ. 6 எனின், பேனா ஒன்றிற்கான உச்ச விலையைக் காண்க.

விடை

(i) பேனாவின் விலை = ரூ. x

பென்சிலின் விலை = ரூ. y எனின்,

$x + y < 12$

$6 \times x + 5 \times y < 90$

$6x + 5y < 90$

(ii) பென்சிலின் விலை = ரூ. 6 எனின்,

$y = 6$

$6x + 5y < 90$

$6x + 5 \times 6 < 90$

$6x + 30 < 90$

$6x + 30 - 30 < 90 - 30$

$6x < 60$

$\frac{6x}{6} < \frac{60}{6}$

$x < 10$

ஆகவே பேனா ஒன்றின் உச்ச விலை = ரூ. 10 ஆகும்.

பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளை அவற்றிற்கு அருகே தரப்பட்டுள்ள x இற்கான பெறுமானங்கள் திருப்திப்படுத்துகின்றனவா? இல்லையா? எனக் காண்க.

(i) $2x - 1 < 5, x = 2$

(ii) $3x + 1 < 5, x = 3$

(iii) $2x - 7 < 5, x = -2$

(iv) $7x - 3 < 5, x = -\frac{1}{2}$

(v) $1 - \frac{x}{2} < -3, x = -1$

(vi) $2 - 5x > -8, x = 3$

(vii) $3x - \frac{5}{2} > -7\frac{1}{2}, x = \frac{1}{2}$

(viii) $\frac{x}{3} \leq -5, x = -\frac{3}{2}$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளை அருகே தரப்பட்டுள்ள பெறுமானங்களால் பெருக்குவதன் மூலமும் வகுப்பதன் மூலமும் சமனிலிக் குறியீடு மாறுகின்ற விதத்தைக் காண்க.

(i) $-3 < 2$ (-2)

(ii) $-5 < 1$ (-3)

(iii) $7 > -1$ (-5)

(iv) $2 > -\frac{1}{2}$ ($-\frac{1}{2}$)

(v) $\frac{1}{4} > -2$ (-4)

(vi) $-\frac{3}{4} < \frac{1}{2}$ (-1)

(vii) $2\frac{1}{2} < 7$ (-3)

(viii) $-3\frac{1}{2} < -5\frac{1}{4}$ ($-\frac{1}{4}$)

3. பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்த்து அவற்றின் தீர்வுத் தொடைகளை எண் கோடுகளிற் குறிக்க.

(i) $2x - 3 < 5$

(ii) $3x + 1 > -2$

(iii) $5x - 4 \geq 6$

(iv) $4x - 1 < -13$

(v) $3 - 2x \geq -3$

(vi) $1 - 3x \leq -7$

(vii) $\frac{x}{2} - 3 \leq -2$

(viii) $2 - \frac{x}{3} > -3$

4. கார்த்திக்கிடம் உள்ள ரூ.500 பணத்தின் மூலம் ரூ. x வீதம் 2 துடுப்புகளும், ரூ.25 வீதம் 4 பந்துகளும் வாங்கலாம். இத்தகவல்களிலிருந்து ஒரு சமனிலியை எழுதி, ஒரு துடுப்பிற்கு இருக்கக் கூடிய உச்ச விலையைக் காண்க.

5. பார ஊர்தி ஒன்றினுள்ளே 50kg நிறையுடைய 100 அரிசி மூட்டைகளையும் 40kg நிறையுடைய x பருப்பு மூட்டைகளையும் ஏற்றலாம். பார ஊர்தியில் ஏற்றக்கூடிய உச்ச நிறை 9800kg எனின், இத்தகவல்களிற்கான ஒரு சமனிலியை எழுதி, அதிலிருந்து ஏற்றக்கூடிய பருப்பு மூட்டைகளின் உயர் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

6. பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்த்து 4 நிறை எண் தீர்வுகளை எழுதுக.

(i) $2x - 3 < 3 - x$

(ii) $3x + 5 < x - 1$

(iii) $3x - 4 > x - 6$

(iv) $2x - 1 \geq 2 + x$

(v) $6 - 4x < x - 4$

(vi) $3 - 2x \geq 1 - 4x$

(vii) $3 + x > 2 - x$

(viii) $5 - 3x \leq 1 - x$

7. பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்த்து, தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறிக்க.

(i) $x - 3 > 2x - 3$

(ii) $-3 + x \leq 1 - x$

(iii) $x + \frac{1}{2} \leq 2\frac{1}{2} - x$

(iv) $2x - \frac{3}{2} > x - 3\frac{1}{2}$

(v) $2\frac{1}{4} - 2x > \frac{5}{4} - x$

(vi) $\frac{x}{2} - 3 \geq x - 1$

(vii) $1 - \frac{x}{3} \leq 2 - \frac{5x}{3}$

(viii) $2 - \frac{3x}{2} < x + 1$

8. பின்வரும் சமனிலிகள் ஒவ்வொன்றையும் திருப்தி செய்யும் x இன் குறைந்த நிறை எண் பெறுமானத்தை எழுதுக.

(i) $2x - 3 < x - 1$

(ii) $3x + 4 < 6 + x$

(iii) $x + 3 \leq 5 - x$

(iv) $2x - 1 \leq -7 - x$

(v) $3 - 5x < 5 - 6x$

(vi) $\frac{1}{2} - 2x \leq \frac{5}{2} - 4x$

9. பின்வரும் சமனிலிகள் ஒவ்வொன்றையும் திருப்தி செய்யும் x இன் ஆகக் குறைந்த நிறை எண் பெறுமானத்தை எழுதுக.

(i) $x - 3 > 1 - x$

(ii) $2x - 5 \geq x - 1$

(iii) $5 - 3x > 3 - 4x$

(iv) $2 + x \geq -2 - x$

(v) $6 + 2x \geq 3 - x$

(vi) $\frac{3x}{2} - 1 > x + 1$

10. கோபி ரூ.12 வீதம் 8 பேனாக்களையும் ரூ. x வீதம் 7 பென்சில்களையும் வாங்குவதற்குத் தீர்மானித்தான். ஆனால் கோபியிடம் இருந்த ரூ.145 போதுமானதாக இருக்கவில்லை எனின், பென்சில் ஒன்றின் ஆகக் குறைந்த விலைக்கான சமனிலியை எழுதுக.

11. ஒரு பண்ணையிலுள்ள ஆடுகளினது எண்ணிக்கை கோழிகளினது எண்ணிக்கையிலும் 10 குறைவாகும். ஆடுகளினதும் கோழிகளினதும் மொத்த எண்ணிக்கை 70 இலும் குறைவாகும். இத்தரவுகளைக் குறிக்கும் சமனிலியை எழுதுக.

12. கார் ஒன்று $(v - 10)\text{kmh}^{-1}$ எனும் கதியில் 12km தூரம் சென்றது. எஞ்சிய 8km தூரத்தையும் $(v + 10)\text{kmh}^{-1}$ எனும் கதியிலும் சென்றது. அதன் பயண நேரம் 45 நிமிடங்களிலும் கூடியது எனின், அத்தரவுகளை வகைக்குறிக்கும் சமனிலியை எழுதுக.
13. நிசாம் ரூ. x வீதம் 4 இனிப்புக்களையும், ரூ.5 வீதம் 4 அல்வாக்களையும் வாங்கினான். கரன் ரூ.7 வீதம் 2 அல்வாக்களையும், ரூ. x வீதம் 10 இனிப்புக்களையும் வாங்கினான். கரன் செலவு செய்த பணம் நிசாம் செலவு செய்த பணத்திலும் கூடியதாயின், இனிப்பு ஒன்றிற்கான ஆகக் குறைந்த விலை யாது?
14. பை A யிலே x g நிறையுள்ள 12 லட்டுக்களும், 25g நிறையுடைய 8 வடைகளும் இருந்தன. பை B யிலே x g நிறையுடைய 9 லட்டுக்களும் 30g நிறையுடைய 10 வடைகளும் இருந்தன. பை A யின் நிறை பை B யின் நிறையிலும் குறைவானது எனின், லட்டு ஒன்றின் ஆகக் குறைந்த நிறைக்கான சமனிலியை எழுதுக.
15. களஞ்சிய சாலையொன்றில் லொறியொன்றிற்கு ஏற்றுவதற்காக வைக்கப்பட்டிருந்த தேயிலைப் பெட்டிகளுள் ஒவ்வொன்றும் 50kg நிறை கொண்ட x பெட்டிகளும், ஒவ்வொன்றும் 60kg நிறை கொண்ட y பெட்டிகளும் காணப்பட்டன. லொறி ஒன்றிலே ஒரே தடவையில் இரு வகையிலுமாக ஏற்றிச் செல்லக்கூடிய அதிகூடிய பெட்டிகளின் எண்ணிக்கை 90 ஆகும். ஒரே தடவையில் ஏற்றிச் செல்லக்கூடிய அதிகூடிய நிறை 4850kg எனின், ஒரே தடவையில் ஏற்றிச் செல்லக்கூடிய 50kg பெட்டிகளினதும் 60kg பெட்டிகளினதும் எண்ணிக்கைகளுக்கான சமனிலிகளை எழுதுக.

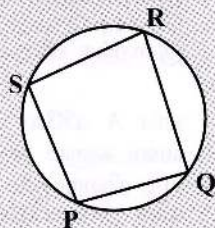
அலகு 21

வட்ட நாற்பக்கங்கள்

● வட்ட நாற்பக்கல்

யாதேனும் ஒரு நாற்பக்கலின் நான்கு உச்சிகளும் ஒரு வட்டத்தில் அமையுமாயின், அது வட்ட நாற்பக்கல் எனப்படும்.

PQRS ஒரு வட்ட நாற்பக்கலாகும்

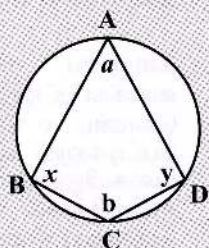


● தேற்றம்

வட்ட நாற்பக்கலின் எதிர்க் கோணங்கள் மிகை நிரப்பிகளாகும்.

$$\hat{A}BC + \hat{A}DC = 180^\circ \quad (x + y = 180^\circ)$$

$$\hat{B}AD + \hat{B}CD = 180^\circ \quad (a + b = 180^\circ)$$



● தேற்றம்

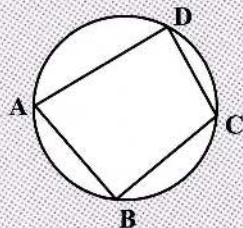
நாற்பக்கல் ஒன்றின் ஒரு சோடி எதிர்க்கோணங்கள் மிகை நிரப்பிகளாயின் அதன் உச்சிகள் ஒரே வட்டத்தில் அமையும்.

$$\hat{A}BC + \hat{CDA} = 180^\circ$$

அல்லது

$$\hat{B}AD + \hat{B}CD = 180^\circ \text{ எனின்,}$$

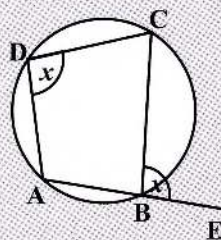
ABCD வட்ட நாற்பக்கலாகும்.



● தேற்றம்

வட்ட நாற்பக்கலின் ஒரு பக்கத்தை நீட்டுவதனால் உண்டாகும் புறக்கோணம் அகத்தெதிர்க் கோணத்திற்குச் சமனாகும்.

$$\hat{C}BE = \hat{A}DC$$

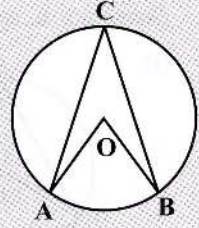


☞ தேற்றம்

வட்டம் ஒன்றின் வில்லினால் வட்டத்தின் மையத்தில் எதிரமைக்கப்படும் கோணம் அதே வில்லினால் பரிதியில் எஞ்சிய பகுதியில் எதிரமைக்கப்படும் கோணத்தின் இரு மடங்காகும்.

$\hat{A}OB$ - மையத்தில் எதிரமைக்கும் கோணம்

$\hat{A}CB$ - பரிதியில் எதிரமைக்கும் கோணம்

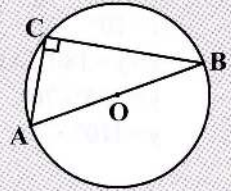


$$\hat{A}OB = 2\hat{A}CB$$

☞ தேற்றம்

அரைவட்டக் கோணம் செங்கோணமாகும்.

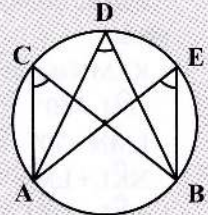
$$\hat{A}CB = 90^\circ$$



☞ தேற்றம்

வட்டத்தின் ஒரே துண்டக் கோணங்கள் சமனாகும்.

$$\hat{A}CB = \hat{A}DB = \hat{A}EB$$

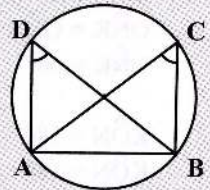


☞ தேற்றம்

இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோடானது அதற்கு ஒரே பக்கத்தில் அமைந்துள்ள வேறு இரு புள்ளிகளில் சமமான கோணங்களை எதிரமைக்குமாயின், அந்நான்கு புள்ளிகளும் ஒரு வட்டத்தில் அமையும்.

$$\hat{A}DB = \hat{A}CB \text{ எனின்,}$$

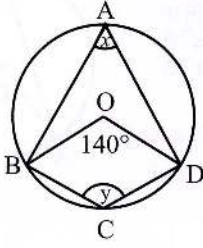
A, B, C, D ஒரு வட்டத்தில் அமையும்



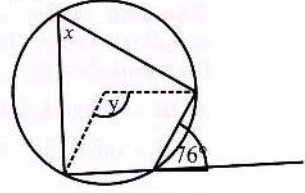
2 தூரணங்கள்

1. பின்வரும் உருக்களில் x, y, z இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i)



(ii)



விடை

(i)

$$x = \frac{140}{2} \quad (\text{பரிதிக் கோணம்} = \frac{1}{2} \text{ மையக் கோணம்})$$

$$x = 70^\circ$$

$$x + y = 180^\circ \quad (\text{ABCD வட்ட நாற்பக்கல்})$$

$$y = 180^\circ - 70^\circ$$

$$y = 110^\circ$$

(i)

$$x = 76^\circ \quad (\text{புறக்கோணம்} = \text{அகக் தெதிர்க்கோணம்})$$

$$y = 2x$$

$$y = 2 \times 76$$

$$y = 152^\circ$$

2. KLMN எனும் வட்ட நாற்பக்கலில் O மையமாகும். $\widehat{LMN} = 70^\circ$ $\widehat{OKL} = 50^\circ$ எனின், $\triangle OKN$ இன் கோணங்களைக் காண்க.

விடை

KLMN எனும் வட்ட நாற்பக்கலில்

$$\widehat{OKL} = 50^\circ$$

$$\widehat{LMN} = 70^\circ$$

$$\widehat{NKL} + \widehat{LMN} = 180^\circ$$

$$\widehat{NKL} = \widehat{OKL} + \widehat{OKN}$$

$$\widehat{OKL} + \widehat{OKN} + \widehat{LMN} = 180^\circ \quad (\text{எதிர்க்கோணங்கள் மிகை நிரப்பிகளாகும்})$$

$$50^\circ + \widehat{OKN} + 70^\circ = 180^\circ$$

$$\widehat{OKN} = 180^\circ - 120^\circ$$

$$\widehat{OKN} = 60^\circ$$

$$ON = OK \quad (\text{ஆரைகள்})$$

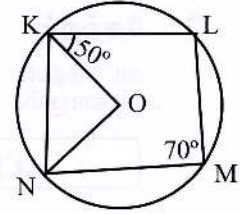
$$\widehat{ONK} = \widehat{OKN}$$

$$\widehat{ONK} = 60^\circ$$

$$\widehat{KON} = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ)$$

$$\widehat{KON} = 180^\circ - 120^\circ$$

$$\widehat{KON} = 60^\circ$$



3. வரிப்படத்திற் காட்டப்பட்டுள்ள PQRS எனும் வட்ட நாற்பக்கலில் PQ=PS, QR=SR ஆகும். PR ஆனது வட்டத்தின் ஒரு விட்டமாகும் என நிறுவுக.

விடை

தரவு : PQRS ஒரு வட்ட நாற்பக்கல்

$$PQ = PS$$

$$QR = SR$$

நி. வே : PR வட்டத்தின் விட்டம்

நிறுவல் : $\triangle PSR, \triangle PQR$ என்பவற்றில்

$$PS = PQ \text{ (தரவு)}$$

$$PR = PR \text{ (பொதுப் பக்கம்)}$$

$$SR = QR \text{ (தரவு)}$$

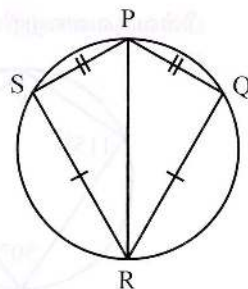
$$\therefore \triangle PSR \equiv \triangle PQR \text{ (ப.ப.ப)}$$

$$\therefore \hat{PSR} = \hat{PQR}$$

ஆனால் $\hat{PSR} + \hat{PQR} = 180^\circ$ (PQRS வட்டநாற்பக்கலின் எதிர் கோணங்கள்)

$$\therefore \hat{PSR} = \hat{PQR} = 90^\circ$$

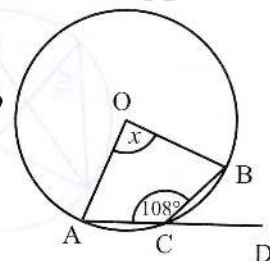
PR விட்டமாகும் (\hat{PQR}, \hat{PSR} அரைவட்டக் கோணங்களாகும்.)



4. கொடுக்கப்பட்டுள்ள வரிப்படத்திலே வட்டத்தின் மையம் O ஆகும்.

$\hat{ACB} = 108^\circ$ எனின், x இன் பெறுமானம் காண்க.

பரிதியிலுள்ள யாதாயினும் E எனும் புள்ளிக்கு A, B யிலிருந்து கோடுகள் வரைக.



விடை

$$\hat{AEB} + \hat{ACB} = 180^\circ \text{ (ACBE வட்ட நாற்பக்கல்)}$$

$$\hat{AEB} + 108^\circ = 180^\circ$$

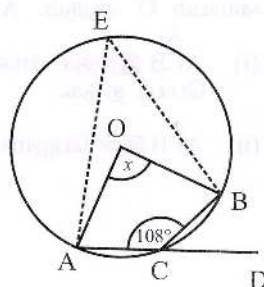
$$\hat{AEB} = 180^\circ - 108^\circ$$

$$\hat{AEB} = 72^\circ$$

$$\hat{AOB} = 2\hat{AEB}$$

$$x = 2 \times 72^\circ$$

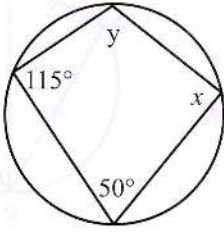
$$x = 144^\circ$$



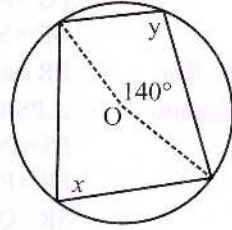
பயிற்சி

1. பின்வருவனவற்றில் x, y இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

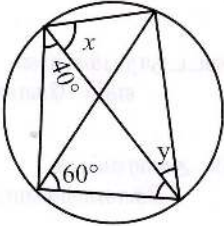
(i)



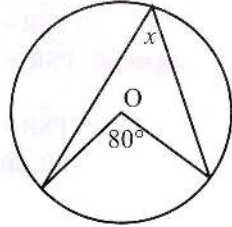
(ii)



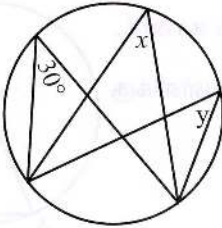
(iii)



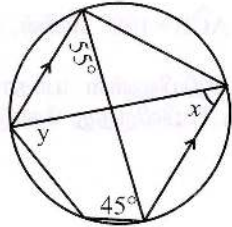
(iv)



(v)



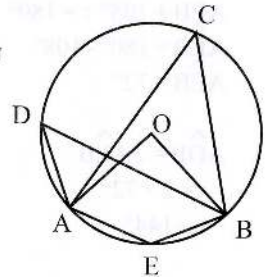
(vi)



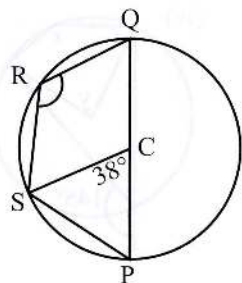
2. வரிப்படத்திலே வட்டம் AEBCE இன் மையம் O ஆகும். $\hat{AOB} = 88^\circ$ ஆகும்.

(i) \hat{ACB} இற்குச் சமனான கோணமொன்றின் பெயர் தருக.

(ii) \hat{AEB} இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



3. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ள வட்டத்தின் மையம் C ஆகும். PQ வட்டத்தின் விட்டமாகும். R உம் S உம் வட்டத்தின் இரு புள்ளிகளாகும். $\widehat{SCP} = 38^\circ$ ஆயின், \widehat{SRQ} இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

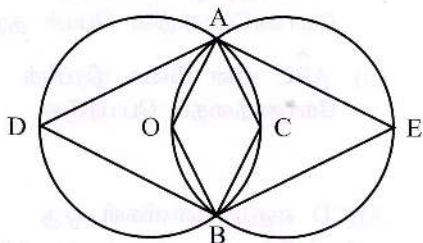


4. அருகிற் காட்டப்பட்டுள்ள வட்டங்களின் மையப் புள்ளிகள் O, C ஆகும். இவ்விரு வட்டங்களும் A, B இல் இடைவெட்டுகின்றன. ACBD, AOBE வட்ட நாற்பக்கல்களாகும்.

(i) $\widehat{AEB} = 90^\circ - \frac{1}{2}\widehat{ADB}$

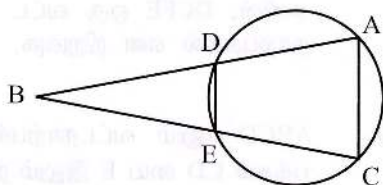
(ii) $\widehat{OAC} = \widehat{OBC}$

எனவும் நிறுவுக.



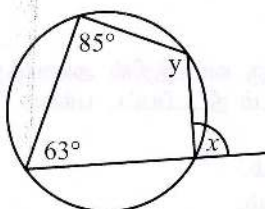
5. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் A, D, E, C ஒரு வட்டத்தில் உள்ள புள்ளிகளாகும். நீட்டப்பட்ட பக்கங்கள் AD, CE என்பன B யிற் சந்திக்கின்றன எனின்,

$\widehat{ABC} = \widehat{DEC} - \widehat{ECA}$ என நிறுவுக.

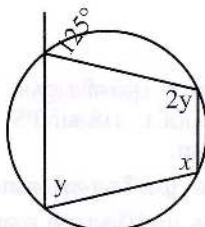


6. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களில் குறியீடுகளால் காட்டப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

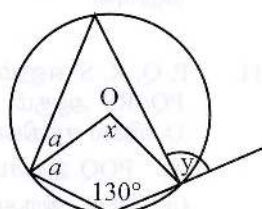
(i)

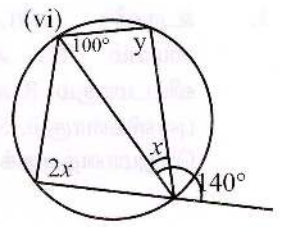
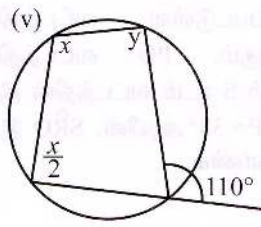
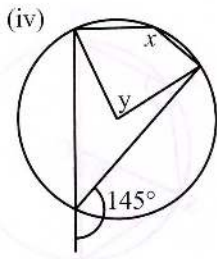


(ii)



(iii)

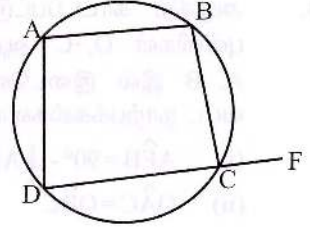




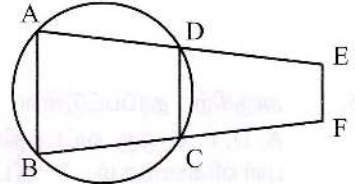
7. வரிப்படத்திலே ABCD ஒரு வட்ட நாற்பக்கமாகவும் DCF ஒரு நேர்கோடாகும்.

(i) \hat{BAD} இற்குச் சமமான கோணமொன்றின் பெயர் தருக.

(ii) \hat{ABC} யின் மிகை நிரப்புக் கோணத்தைப் பெயரிடுக.



8. ABCD எனும் புள்ளிகள் ஒரு வட்டத்தில் அமைந்துள்ளன. AB//EF எனின், DCFE ஒரு வட்ட நாற்பக்கம் என நிறுவுக.



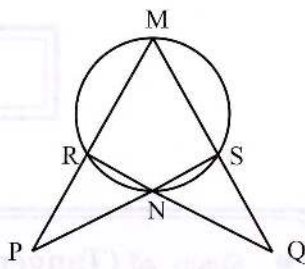
9. ABCD எனும் வட்டநாற்பக்கலில் நீட்டப்பட்ட பக்கம் BA, நீட்டப்பட்ட பக்கம் CD யை E இலும் நீட்டப்பட்ட பக்கம் AD, நீட்டப்பட்ட பக்கம் BC யை F இலும் சந்திக்கின்றன. $\hat{BEC} = 30^\circ$, $\hat{CDF} = 40^\circ$ எனின், வட்ட நாற்பக்கலின் கோணங்களைக் காண்க.

10. ABCD எனும் வட்ட நாற்பக்கலில் $AB = AC$ ஆகும். பக்கம் CD, E வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. கோடு AD யினால் \hat{BDE} இருசம கூறிடப்படுகிறது என நிறுவுக.

11. P, Q, R, S எனும் நான்கு புள்ளிகளும் ஒரு வட்டத்தில் அமைந்துள்ளன $PQ \parallel RS$ ஆகும். நீட்டப்பட்ட பக்கம் PS உம் நீட்டப்பட்ட பக்கம் QR உம் O விலே சந்திக்கின்றன.

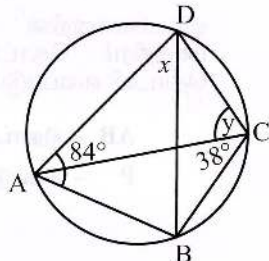
- POQ இருசமபக்க முக்கோணி எனவும்,
- SOR இருசமபக்க முக்கோணி எனவும்,
- $SP = RQ$ எனவும் நிறுவுக.

12. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் MRNS ஒரு வட்ட நாற்பக்கலாகும். பக்கம் MR, P வரையும் பக்கம் MS, Q வரையும் நீட்டப்படுகிறது. SP, RQ இணைக் கப்பட்டுள்ளன.



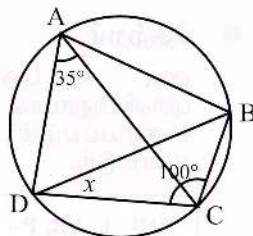
- (i) PQSR ஒரு வட்ட நாற்பக்கல் எனவும்,
(ii) $\hat{RPN} = \hat{SQN}$ எனவும் நிறுவுக.

13. தரப்பட்டுள்ள உருவில் ABCD ஒரு வட்ட நாற்பக்கல் ஆகும். உருவிற்கு குறிக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளைக் கருத்திற் கொண்டு,

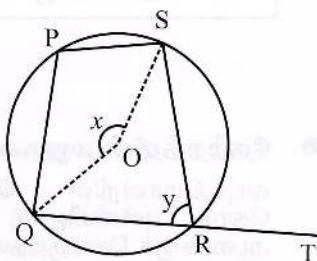


- (i) x
(ii) y
ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

14. தரப்பட்டுள்ள உருவிலே $\hat{DAC} = 35^\circ$, $\hat{BCD} = 100^\circ$ எனின், x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

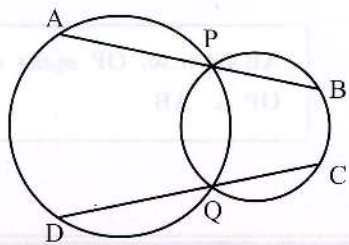


15. வட்ட நாற்பக்கல் PQRS இன் பக்கம் QR ஆனது T வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. O ஆனது வட்டத்தின் மையமாகும்.



- (i) $\hat{QOS} = x$ ஆகவும், $\hat{QRS} = y$ ஆகவும் இருப்பின் x இற்கும் y இற்கும் இடையே உள்ள தொடர்புமையை ஒன்றை எழுதுக.
(ii) $\hat{SPQ} + \hat{SRQ} = 180^\circ$ என நிறுவுக.
(iii) $\hat{SPQ} = \hat{SRT}$ என நிறுவுக.

16. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில் APB, DQC என்பன நேர்கோடுகள். இவ்வரிப்படத்தைப் பிரதி செய்து $AD \parallel BC$ என நிறுவுக.



அலகு 22

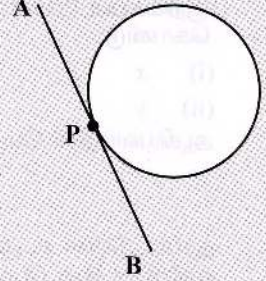
தொடலிகள்

● தொடல் (Tangent)

வட்டமொன்றின் பரிதியை ஒரு புள்ளியில் மாத்திரம் தொட்டுச் செல்லும் நேர்க்கோடு தொடலி எனப்படும்.

AB - தொடலியாகும்

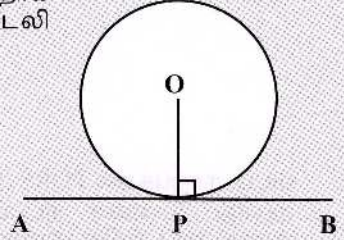
P - தொடு புள்ளியாகும்



● தேற்றம்

ஒரு வட்டத்தின் மீதுள்ள ஒரு புள்ளியினூடாக ஆரைக்குச் செங்குத்தாக வரையப்படும் நேர்க்கோடு தொடலி எனப்படும்.

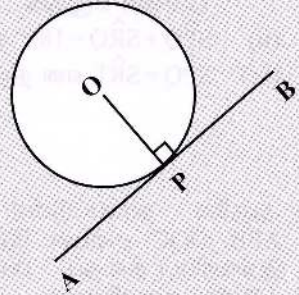
OP \perp AB, P - பரிதீப் புள்ளி எனின்,
AB - தொடலியாகும்



● தேற்றத்தின் மறுகலை

வட்டமொன்றின் தொடலியானது தொடு புள்ளியினூடு வரையப்பட்ட ஆரைக்குச் செங்குத்தாகும்.

AB தொடல், OP ஆரை எனின்,
OP \perp AB



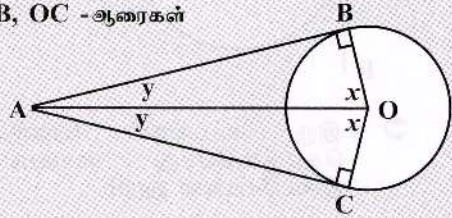
● **தேற்றம்**

வெளிப் புள்ளியிலிருந்து வட்டத்துக்கு வரையப்படும் தொடலிகள் இரண்டும்.

- (i) நீளத்தில் சமன்
- (ii) தொடலிகள் வட்டத்தின் மையத்தில் எதிரமைக்கும் கோணங்கள் சமன்
- (iii) வெளிப் புள்ளியையும் மையத்தையும் இணைக்கும் கோடு தொடலிகளுக்கு இடையே உள்ள கோணத்தை இரு சமசுறிடும்.

AB, AC - தொடலிகள் OB, OC - ஆரைகள்

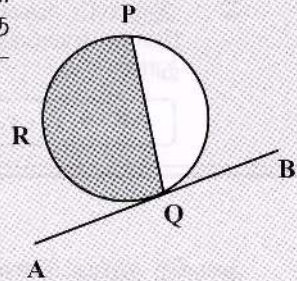
(i) $AB = AC$
(ii) $\hat{AOB} = \hat{AOC}$
(iii) $\hat{BAO} = \hat{CAO}$



● **ஒன்றுவிட்ட வட்டத்துண்டம்**

வட்டத்தின் தொடலி ஒன்றினாலும் நாண் ஒன்றினாலும் அமைக்கப்படும் கோணத்திற்கு எதிரேயுள்ள வட்டப் பகுதி ஒன்றுவிட்ட வட்டத்துண்டம் எனப்படும்.

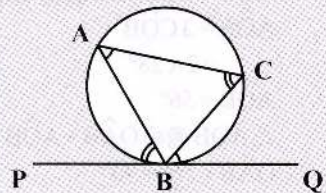
\hat{PQB} இன் ஒன்றுவிட்ட வட்டத்துண்டம் \hat{PRQ} ஆகும்.



● **தேற்றம்**

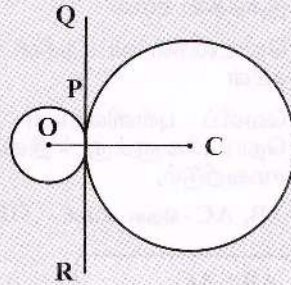
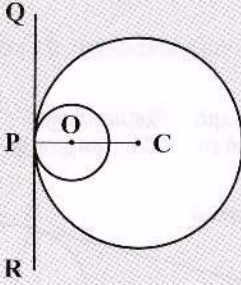
வட்டத்தின் தொடலிக்கும் தொடரு புள்ளியிலுள்ள நாணுக்கும் இடையிலுள்ள கோணமானது, ஒன்றுவிட்ட வட்டத் துண்டக் கோணத்திற்குச் சமனாகும்.

\hat{CBQ} இன் ஒன்றுவிட்ட வட்டத்துண்டக் கோணம் \hat{BAC} ஆகும்.
$\hat{CBQ} = \hat{BAC}$
அவ்வாறோ $\hat{ABP} = \hat{ACB}$



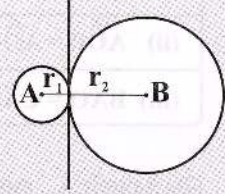
● தேற்றம்

இரு வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று தொடுமாயின், தொடு புள்ளியானது மையங்களை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் மீது அமையும்.



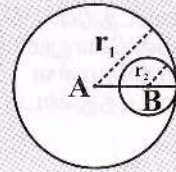
- ⇒ இரு வட்டங்கள் வெளிப்புறமாகத் தொடும்போது மையங்களுக்கு இடையேயான தூரம்.

$$AB = r_1 + r_2$$



- ⇒ இரு வட்டங்கள் உட்புறமாகத் தொடும் போது மையங்களுக்கு இடையேயான தூரம்

$$AB = r_1 - r_2 \quad r_1 > r_2$$



2. தூரணங்கள்

1. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் $\hat{COB} = 28^\circ$, \hat{AOB} யின் இரு சமகூறாக்கி OC ஆகும். OAB இன் பருமன் யாது?

விடை

$$\hat{ABO} = 90^\circ \text{ (AB தொடலி)}$$

$$\hat{COB} = 28^\circ \text{ (தரவு)}$$

$$\hat{AOC} = \hat{COB} \text{ (OC இரு கூறாக்கி)}$$

$$\hat{AOB} = 2 \hat{COB}$$

$$= 2 \times 28^\circ$$

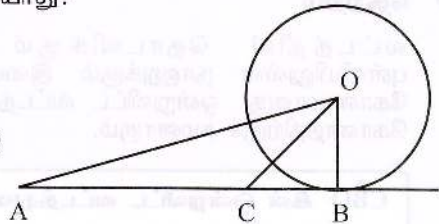
$$\hat{AOB} = 56^\circ$$

$$\triangle AOB \text{ இல் } \hat{OAB} + \hat{AOB} = 90^\circ \text{ (நிரப்புக் கோணங்கள்)}$$

$$\hat{OAB} + 56^\circ = 90^\circ$$

$$\hat{OAB} = 90^\circ - 56^\circ$$

$$\hat{OAB} = 34^\circ$$



2. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள O வை மையமாகவுடைய வட்டத்தின் தரவுகளை அவதானித்து x, y இன் பருமன்களைக் காண்க.

விடை

$$\hat{AOB} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$OA = OB \text{ (ஆரைகள்)}$$

$$\hat{OAB} = \hat{OBA} = x$$

$$\triangle AOB \text{ இல் } x + x + 130^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 130^\circ$$

$$2x = 50^\circ$$

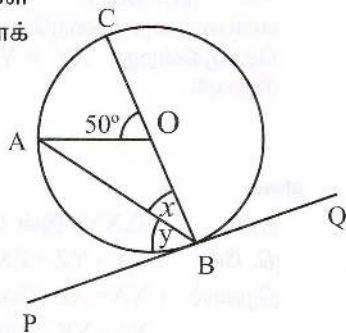
$$x = 25^\circ$$

$$x + y = 90^\circ \text{ (PQ தொடலியாகையால் } OB \perp PQ)$$

$$25 + y = 90^\circ$$

$$y = 90^\circ - 25^\circ$$

$$y = 65^\circ$$



3. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் O வை மையமாகவுடைய வட்டத்தின் தொடலிகள் $AB = 12\text{cm}$, $AO = 13\text{cm}$ எனின்,

(i) \hat{OBD} இன் பருமன் (ii) \hat{BAC} இன் பருமன்

(iii) வட்டத்தின் ஆரை ஆகியவற்றைக் காண்க.

விடை

(i) $\triangle BOD$ இல்

$$OB = OD \text{ (ஆரைகள்)}$$

$$\hat{OBD} = \hat{ODB}$$

$$\hat{OBD} + \hat{ODB} + 70^\circ = 180^\circ$$

$$2\hat{OBD} + 70^\circ = 180^\circ - 70^\circ$$

$$2\hat{OBD} = 110^\circ$$

$$\hat{OBD} = 55^\circ$$

(ii) $\triangle ABO$ வில்

$$\hat{ABO} = 90^\circ \text{ (} OB \perp AB)$$

$$\therefore \hat{BAO} + \hat{AOB} = 90^\circ \text{ (நிரப்புக் கோணம்)}$$

$$\hat{BAO} + 70^\circ = 90^\circ$$

$$\hat{BAO} = 90^\circ - 70^\circ$$

$$\hat{BAO} = 20^\circ$$

$$\hat{BAC} = 2\hat{BAO}$$

$$\hat{BAC} = 2 \times 20^\circ$$

$$= 40^\circ$$

(iii) $\triangle ABO$ வில்

$$\hat{ABO} = 90^\circ$$

$$\therefore \text{(பைதகரஸ் விதியிடி)}$$

$$OB^2 = AO^2 - AB^2$$

$$OB^2 = 13^2 - 12^2$$

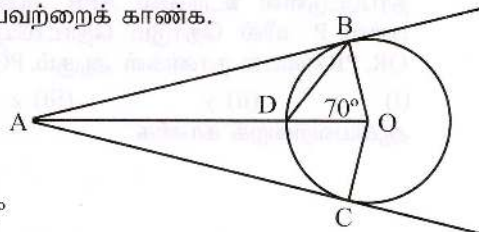
$$OB^2 = 169 - 144$$

$$OB^2 = 25$$

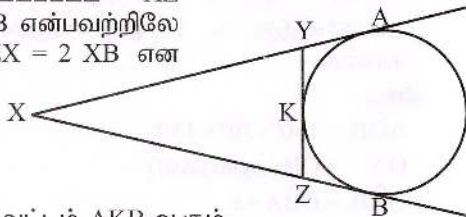
$$OB = \sqrt{25}$$

$$OB = 5$$

வட்டத்தின் ஆரை = 5cm



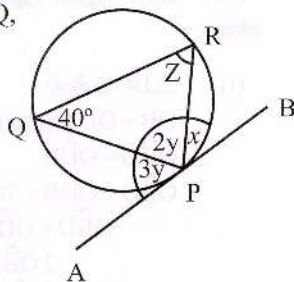
4. XYZ எனும் முக்கோணியின் வெளி வட்டம், YZ நீட்டப்பட்ட XY நீட்டப்பட்ட XZ என்பவற்றை முறையே K, A, B என்பவற்றிலே தொடுகின்றது. $XY + YZ + ZX = 2 XB$ என நிறுவுக.



விடை

- தரவு : $\triangle XYZ$ இன் வெளி வட்டம் AKB ஆகும்.
 நி. வே : $XY + YZ + ZX = 2XB$
 நிறுவல் : $XA = XB$ (வெளிப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்துக்கான தொடலி)
 $YA = YK$ (வெளிப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்துக்கான தொடலி)
 $ZK = ZB$ (வெளிப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்துக்கான தொடலி)
 $YZ = (YK + ZK)$
 $XY + YZ + ZX = XY + YK + ZK + ZX$
 $XY + YZ + ZX = (XY + YA) + (XZ + ZB)$
 $XY + YZ + ZX = XA + XB$
 ஆனால் $XA = XB$
 $\therefore XY + YZ + ZX = XB + XB$
 $XY + YZ + ZX = 2XB$

5. தரப்பட்டுள்ள உருவில் APB ஆனது பரிதிப்புள்ளி P யில் தொடும் தொடலியாகும். PQ, QR, PR என்பன நாண்கள் ஆகும். $\angle PQR = 40^\circ$
 (i) x (ii) y (iii) z
 ஆகியவற்றைக் காண்க.



விடை

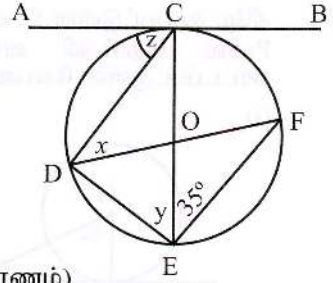
- (i) $x = 40^\circ$ (ஒன்றுவிட்ட வட்டத்துண்டக் கோணம்)
 (ii) $2y + 3y + x = 180^\circ$ (நேர்கோட்டில் அடுத்துள்ள கோணங்கள்)
 $5y + 40^\circ = 180^\circ$
 $5y = 140^\circ$
 $y = 28^\circ$
 (iii) $z = 3y$ (ஒன்றுவிட்ட வட்டத்துண்டக் கோணம்)
 $z = 3 \times 28^\circ$
 $z = 84^\circ$

6. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் O வட்டத்தின் மையம், ACB தொடலியாகும். $\angle CEF = 35^\circ$

- (i) x (ii) y (iii) z
ஆகியவற்றின் பெறுமானம் காண்க.

விடை

- (i) $x = 35^\circ$ (ஒரே துண்டக் கோணம்)
(ii) $\angle CDE = 90^\circ$ (அரை வட்டக் கோணம்)
 $y + 35^\circ = 90^\circ$
 $y = 90^\circ - 35^\circ$
 $y = 55^\circ$
(iii) $z = y$ (ஒன்று விட்ட வட்டத் துண்டக் கோணம்)
 $z = 55^\circ$



7. O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் விட்டம் AB ஆகும். AD தொடலியாகும், உருவின் தரவுகளைக் கருத்திற் கொண்டு,

- (i) $\angle CAD = \frac{1}{2} \angle AOC$ என நிறுவுக.
(ii) $\angle ADC = 90^\circ - 2\angle CAD$ என நிறுவுக.

விடை

தரவு : AB விட்டம்
AD தொடலி
A, B பரிதிப் புள்ளிகள்

நி.வே : (i) $\angle CAD = \frac{1}{2} \angle AOC$
(ii) $\angle ADC = 90^\circ - 2\angle CAD$

நிறுவல் : (i) $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$ (பரிதிக் கோணம் $= \frac{1}{2} \times$ மையக் கோணம்)
 $\angle CAD = \angle ABC$ (ஒன்றுவிட்ட வட்டத் துண்டக் கோணம்)
 $\angle CAD = \frac{1}{2} \angle AOC$

(ii) $\triangle ADO$ வில்

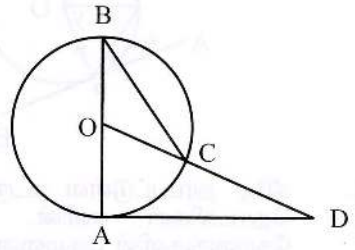
$\angle OAD = 90^\circ$ (AD தொடலி $OA \perp AD$)

$\angle AOD + \angle ADC = 90^\circ$ (நிரப்புக் கோணங்கள்)

$\angle ADC = 90^\circ - \angle AOD$

$\angle AOD = 2\angle CAD$

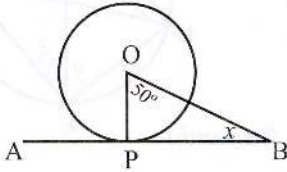
$\angle ADC = 90^\circ - 2\angle CAD$



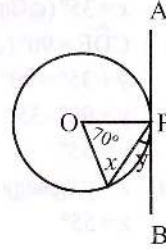
பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டங்களிற்கு புள்ளி Pயில் தொடலி வரையப்பட்டுள்ளது எனின், குறியீடுகளால் காட்டப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பருமனைக் காண்க.

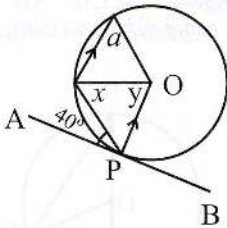
(i)



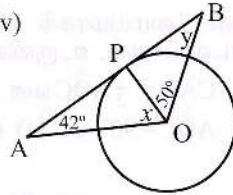
(ii)



(iii)

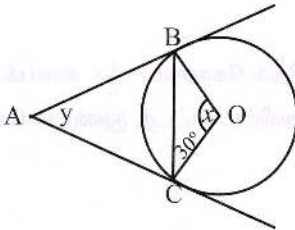


(iv)

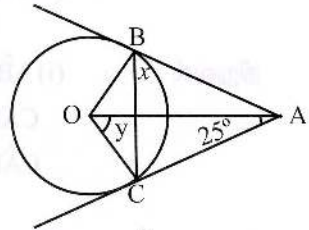


2. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களில் O வட்ட மையம், AB, AC என்பன தொடலிகள் எனின், ஆங்கிலக் குறியீடுகளால் தரப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பருமனைக் காண்க.

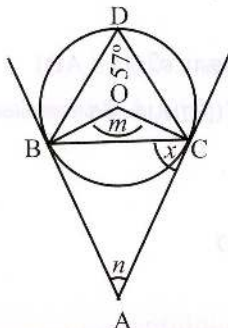
(i)



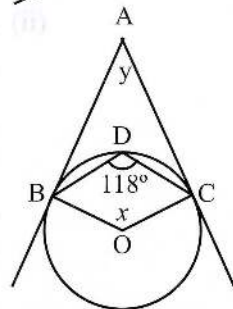
(ii)



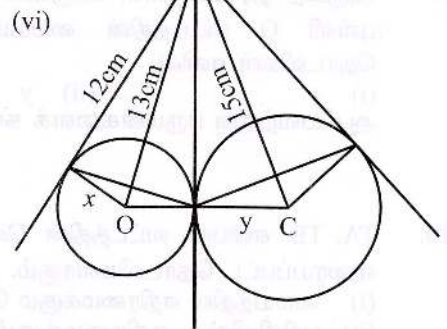
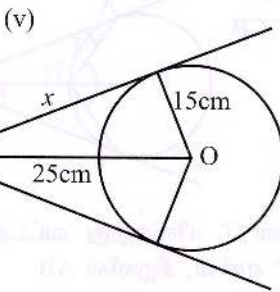
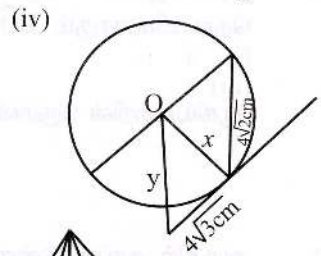
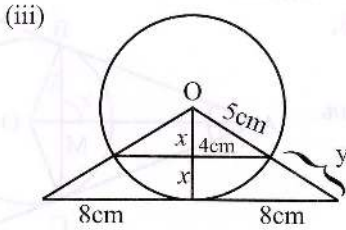
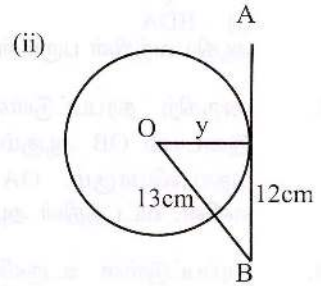
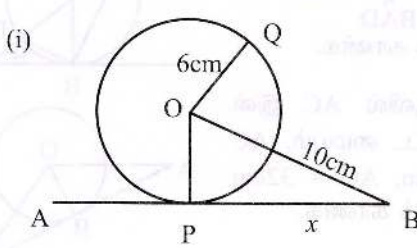
(iii)



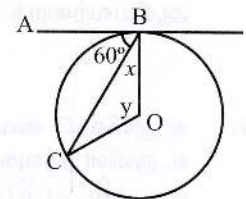
(iv)



3. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருவங்களில் ஆங்கிலக் குறியீடுகளால் குறிக்கப்பட்டுள்ள பக்கங்களின் நீளங்களைக் காண்க.

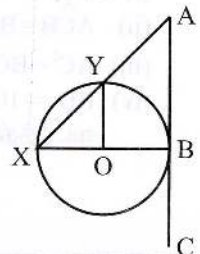


4. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் AB வட்டத்தின் தொடலியாகும். $\hat{ABC} = 60^\circ$. O வட்டத்தின் மையம் எனின்,



- (i) x (ii) y
என்பவற்றின் பருமன்களைக் காண்க.

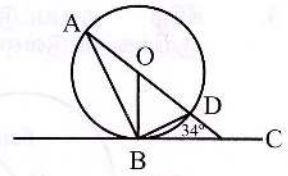
5. அருகிலுள்ள உருவில் ABC தொடலியாகும். புள்ளி O வட்டத்தின் மையம் $\hat{BAX} = 50^\circ$ எனின்,



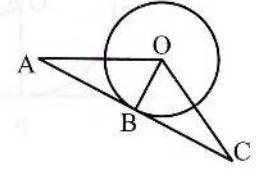
- (i) \hat{AXB} (ii) \hat{YOX}
(iii) \hat{AYO}

ஆகியவற்றின் பருமன்களைக் காண்க.

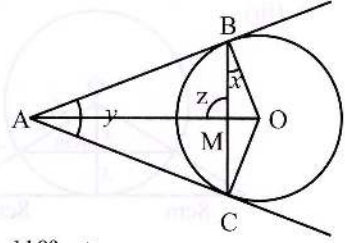
6. அருகிலுள்ள உரு O வை மையமாகவுடைய வட்டமாகும். BC தொடலி, $\hat{ACB} = 34^\circ$ ஆயின்,
 (i) \hat{BDA} (ii) \hat{BAD}
 ஆகியவற்றின் பருமன்களைக் காண்க.



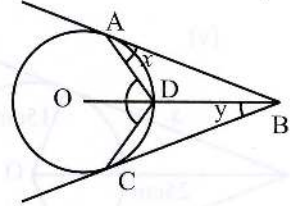
7. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் AC இன் இடையம் OB ஆகும். O வட்ட மையம், AC தொடலியாகும். $OA = 20\text{cm}$, $AC = 32\text{cm}$ எனின், வட்டத்தின் ஆரையைக் காண்க.



8. தரப்பட்டுள்ள உருவில் AB, AC வட்டத்தின் தொடலிகளாகும். $\hat{BOC} = 130^\circ$ எனின்,
 (i) x (ii) y
 (iii) z
 ஆகியவற்றின் பருமன்களைக் காண்க.

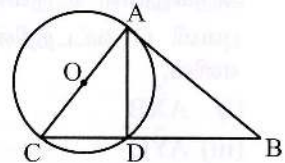


9. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் $\hat{ADC} = 110^\circ$ புள்ளி O வட்டத்தின் மையம். AB, CB தொடலிகள் எனின்,
 (i) x (ii) y
 ஆகியவற்றின் பருமன்களைக் காண்க.



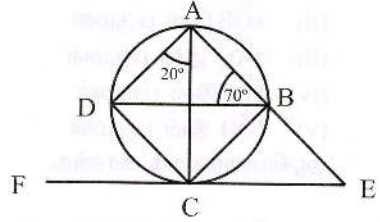
10. TA, TB என்பன வட்டத்தின் வெளிப்புள்ளி T யிலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட தொடலிகளாகும். $\hat{ATB} = 44^\circ$ எனின், சிறுவில் AB
 (i) மையத்தில் எதிரமைக்கும் கோணம்.
 (ii) பரிதியில் எதிரமைக்கும் கோணம்
 ஆகியவற்றைக் காண்க.

11. உருவில் O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் தொடலி AB ஆகும். உருவின் தரவுகளைக் கருத்திற்கொண்டு பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.
 (i) $\hat{ABC} = \hat{CAD}$
 (ii) $\hat{ACB} = \hat{BAD}$
 (iii) $AC^2 = BC \cdot CD$
 (iv) $BD = 10\text{cm}$, $CD = 8\text{cm}$ எனின், வட்டத்தின் ஆரையைக் காண்க.



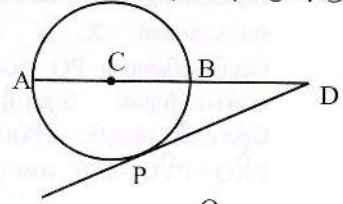
12. படத்திற் காட்டப்பட்டவாறு A, B, C, D என்பன 5cm ஆரையையுடைய வட்டம் ஒன்றின் மீதுள்ள புள்ளிகளாகும். புள்ளி C இற்கூடாக வரையப்பட்ட தொடலி FC ஆனது நீட்டப்பட்ட AB யை E யிற் சந்திக்கின்றது. $\hat{D}AC = 20^\circ$ ஆகவும், $\hat{A}BD = 70^\circ$ ஆகவும் இருப்பின், உமது காரணங்களைத் தந்து பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடை தருக.

- $\hat{C}BD$ இன் பெறுமானம் யாது?
- $\hat{A}DC$ இன் பெறுமானம் யாது?
- AC இன் நீளம் யாது?
- $\hat{D}CF$ இன் பெறுமானம் யாது?
- $AB=8\text{cm}$ எனின், BC இன் நீளத்தைக் காண்க.
- முக்கோணி ABC இற்கு இயல்பொத்த முக்கோணி ஒன்றைப் பெயரிடுக.
- $\frac{CE}{AE}$ எனும் விகிதத்தின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

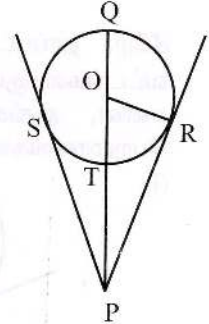


13. C யை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் விட்டம் AB ஆகும். $CB = BD$ ஆகுமாறு AB ஆனது D வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. புள்ளி D இலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட தொடலி வட்டத்தை P யிற் தொடுகிறது எனின், பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

- CD யை விட்டமாகக் கொண்ட வட்டம் P இனுடாகச் செல்லும்.
- BCP சமபக்க முக்கோணி
- $\hat{P}AC = 30^\circ$
- $PA = PD$



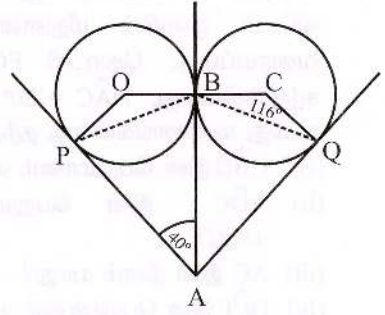
14. உருவில் SQR, O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டம் PS, PR என்பன அவ் வட்டத்தின் தொடலிகள் எனின், $PR \cdot PS = PQ \cdot PT$ என நிறுவுக.



15. AB யை விட்டமாகவுடைய வட்டத்தின் மையம் O ஆகும். P வட்டத்தின் பரிதியிலுள்ள யாதாயினும் ஒரு புள்ளியாகும். A யிலும் B யிலும் வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட தொடலிகள் P யில் வரையப்பட்ட தொடலியை முறையே S, T இல் சந்திக்கின்றது.

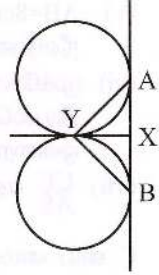
$AS \cdot BT = \frac{1}{4} AB^2$ என நிறுவுக.

16. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் AB பொதுத் தொடலி O, C வட்டங்களின் மையங்கள் ஆகும். AP, AQ என்பன தொடலிகள். $\widehat{BCQ} = 116^\circ$, $\widehat{PAB} = 40^\circ$ எனின்,



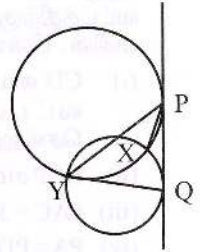
- (i) $AP=AQ$ எனக் காட்டுக.
 - (ii) \widehat{AQB} இன் பருமன்
 - (iii) \widehat{BAQ} இன் பருமன்
 - (iv) \widehat{ABP} இன் பருமன்
 - (v) \widehat{POB} இன் பருமன்
- ஆகியவற்றைக் காண்க.

17. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் AXB, XY என்பன பொதுத் தொடலிகள் ஆகும்.

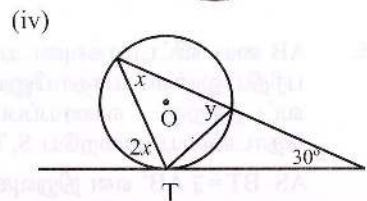
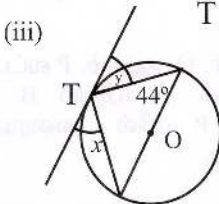
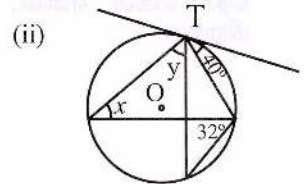
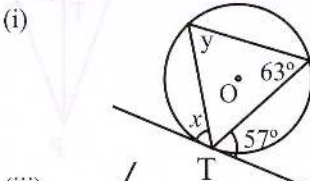


- (i) $AX=XY=XB$ என நிறுவுக.
- (ii) A, Y, B எனும் புள்ளிகளுக்கூடாகச் செல்லும் வட்டத்தின் விட்டம் AB என நிறுவுக.

18. வரிப்படத்திற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு இரு வட்டங்கள் X, Y என்பவற்றில் இடை வெட்டுகின்றன. PQ ஆனது வட்டங்களை P, Q என்பவற்றில் தொடுமாறு வரையப்பட்ட தொடலி ஆகும். வரிப்படத்தைப் பிரதி செய்து $\widehat{PXQ} + \widehat{PYQ} = 180^\circ$ என நிறுவுக.

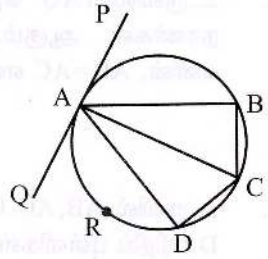


19. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்கள் O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டங்களாகும். அவற்றை T எனும் புள்ளியில் நேர்கோடு தொடுகிறது. எனின், ஆங்கிலக் குறியீடுகளால் காட்டப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

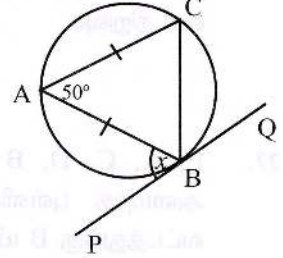


20. தரப்பட்டுள்ள உருவில் PAQ வட்டத்தை A யில் தொடும் தொடலியாகும். AB, AC, AD என்பன நாண்கள் ஆகும். பின்வரும் ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் ஒன்றுவிட்ட வட்டத் துண்டங்களை எழுதுக.

- (i) \hat{PAB} (ii) \hat{PAC}
 (iii) \hat{PAD} (iv) \hat{QAD}
 (v) \hat{QAC}

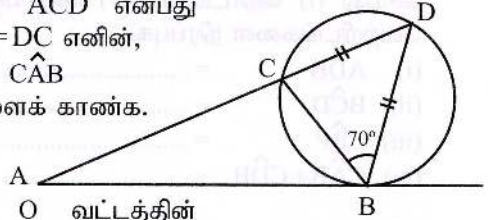


21. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் PBQ தொடலியாகும். $\hat{BAC} = 50^\circ$, $AB = AC$ எனின், x இன் பெறுமானம் காண்க.



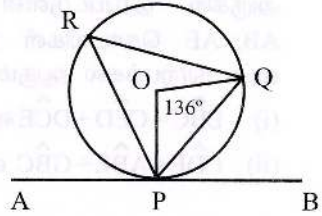
22. தரப்பட்டுள்ள உருவில் AB என்பது வட்டத்தின் தொடலியாகும். ACD என்பது ஒரு நேர்கோடு ஆகும். $DB = DC$ எனின்,

- (i) \hat{ABC} (ii) \hat{CAB}
 என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



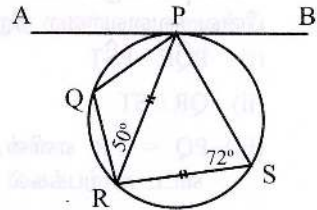
23. உருவில் APB தொடலி, O வட்டத்தின் மையம் ஆகும்.

- (i) \hat{OQP} (ii) \hat{BPQ}
 என்பவற்றின் பருமன்களைக் காண்க.

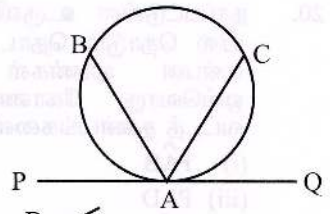


24. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் APB தொடலி P, Q, R, S வட்டத்திலுள்ள புள்ளிகளாகும், $\hat{PRQ} = 50^\circ$, $\hat{PSR} = 72^\circ$ எனின்,

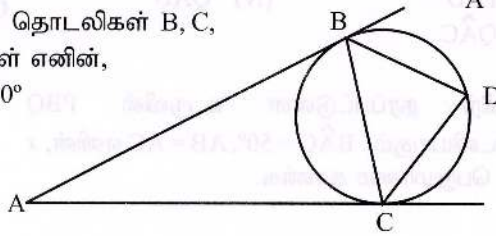
- (i) \hat{BPS} (ii) \hat{QPR}
 என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



25. உருவில் PAQ தொடலி AB, AC நாண்கள் ஆகும். $\hat{PAB} = \hat{QAC}$ எனின், $AB=AC$ என நிறுவுக.

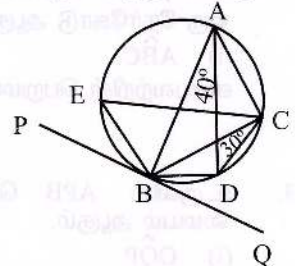


26. உருவில் AB, AC தொடலிகள் B, C, D பரிதிப் புள்ளிகள் எனின், $\hat{BAC} + 2\hat{BDC} = 180^\circ$ என நிறுவுக.



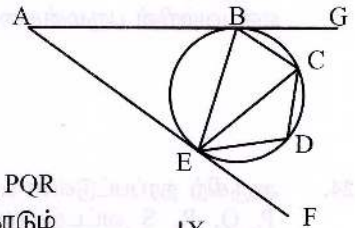
27. E, A, C, D, B என்பன வரிப்படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள வட்டத்தில் அமைந்த புள்ளிகள் ஆகும். AB ஒரு வட்டமாகும். PBQ என்பது வட்டத்துக்கு B யில் வரையப்பட்ட தொடலியாகும் $\hat{BAD} = 40^\circ$, $\hat{ADC} = 30^\circ$ ஆகும். தரப்பட்டுள்ள வரிப்படத்தை உமது விடைத் தாளில் பிரதி செய்து (i) தொடக்கம் (iv) வரையிலான பின்வரும் கூற்றுக்களிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

- (i) $\hat{ADB} = \dots\dots\dots$
(ii) $\hat{BCD} = \dots\dots\dots$
(iii) $\hat{CBP} = \dots\dots\dots$
(iv) $\hat{CAB} + \hat{CDB} = \dots\dots\dots$



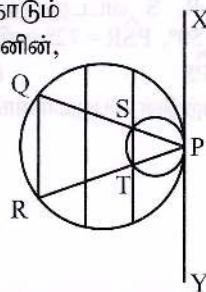
28. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் AB, AE தொடலிகள் BCDE ஒரு வட்ட நாற்பக்கல் ஆகும்.

- (i) $\hat{EBC} = \hat{CED} + \hat{DCE}$ என நிறுவுக.
(ii) $\hat{CDE} = \hat{ABE} + \hat{GBC}$ என நிறுவுக.



29. அருகிற் காட்டப்பட்டுள்ள உருவில் PST, PQR என்பன புள்ளி P யில் உட்புறமாகத் தொடும் வட்டங்களாகும். XPY தொடலியாகும் எனின், பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

- (i) $\hat{PQR} = \hat{PST}$
(ii) $QR \parallel ST$
(iii) $PQ = PR$ எனின், SQRT ஒரு வட்ட நாற்பக்கல்



அலகு 23

அமைப்புகள்

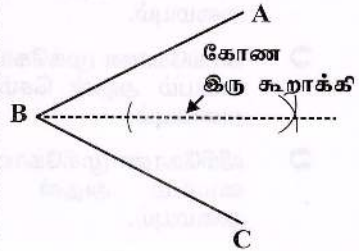
- ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டத்தின் செங்குத்து இரு கூறாக்கியை அமைத்தல்

நிலைத்த இரு புள்ளிகளுக்கு சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு, அப்புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோட்டின் செங்குத்து இரு கூறாக்கியாகும்.

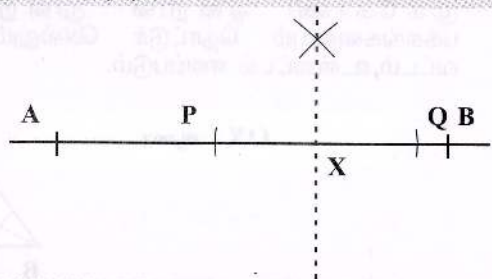


- கோணம் ஒன்றில் இரு கூறாக்கியை அமைத்தல்

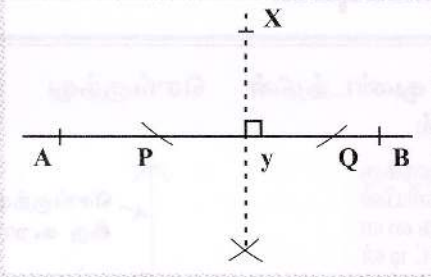
ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் இரு நேர்கோடுகளுக்குச் சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு, அந் நேர்கோடுகளால் அமையும் கோணத்தின் கோண இரு கூறாக்கியாகும்.



- நேர்கோட்டுத் துண்டமொன்றில் அமைந்துள்ள ஒரு புள்ளியில் செங்குத்தை அமைத்தல்.



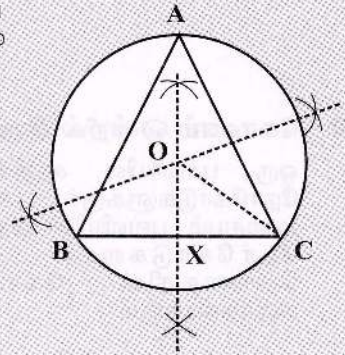
- ஒரு நேர்கோட்டிற்கு வெளியே அமைந்துள்ள புள்ளியிலிருந்து அந்நேர்கோட்டிற்கு செங்குத்தை அமைத்தல்.



● சுற்றுவட்டம்

முக்கோணியொன்றின் உச்சிப் புள்ளிகளினூடாகச் செல்லும் வட்டம் சுற்று வட்டம் எனப்படும்.

- ☞ கூர்ங்கோண முக்கோணியின் மையம் அதன் உள்ளே அமையும்.
- ☞ செங்கோண முக்கோணியின் மையம் அதன் செம்பக்கத்தில் அமையும்.
- ☞ விரிகோண முக்கோணியின் மையம் அதன் வெளியே அமையும்.

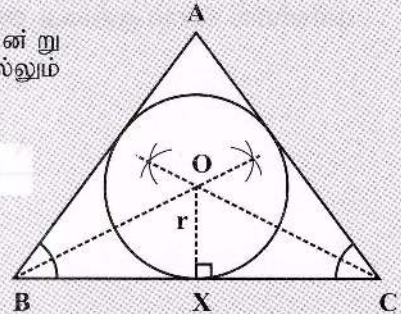


OX - ஆரை

● உள்வட்டம்

முக்கோணி ஒன்றின் மூன்று பக்கங்களையும் தொட்டுச் செல்லும் வட்டம் உள்வட்டம் எனப்படும்.

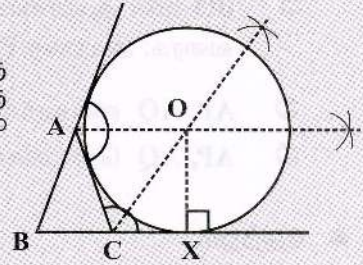
OX - ஆரை



● வெளி வட்டம்

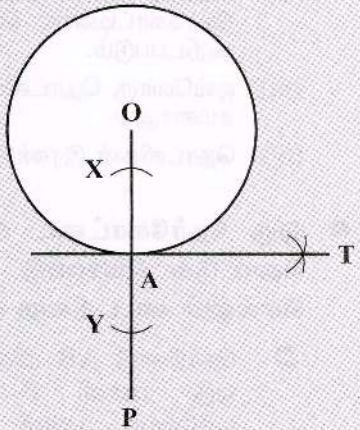
முக்கோணியொன்றின் ஒரு பக்கத்தையும் நீட்டப்பட்ட இரு பக்கங்களையும் தொட்டுச் செல்லும் வட்டம் வெளி வட்டம் எனப்படும்.

OX - ஆரை



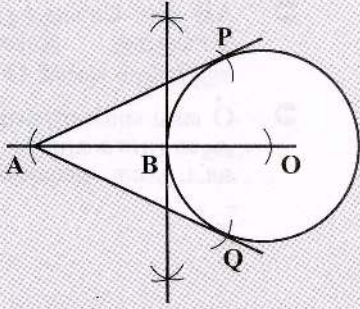
● ஒரு வட்டத்தின் பரிதியில் அமைந்துள்ள ஒரு புள்ளியில் வட்டத்திற்கு ஒரு தொடலியை அமைத்தல்.

- ☞ O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் பரிதியில் A அமைந்துள்ளது.
- ☞ OA எனும் நேர்கோட்டை வரைந்து P வரை நீட்டுக.
- ☞ புள்ளி A யிலிருந்து கவராயத்தால் A இற்கு இரு புறமும் நேர்கோடு OP யில் இரு விற்களை வெட்டி X, Y எனப் பெயரிடுக.
- ☞ அவ்விற்கள் X, Y யிலிருந்து வட்டத்திற்கு வெளியே ஒரே ஆரையில் இரு விற்களை வரைக. (அப்புள்ளியை T என்க.)
- ☞ AT யை இணைக்க. AT ஒரு தொடலியாகும்.



● புறத்தேயுள்ள (வெளி) புள்ளி ஒன்றிலிருந்து வட்டத்திற்கு தொடலிகள் அமைத்தல்.

- ☞ O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் வெளியே புள்ளி A அமைந்துள்ளது.
- ☞ OA யை இணைத்து அதற்கு செங்குத்து இரு கூறாக்கியை அமைக்க.
- ☞ செங்குத்து இரு கூறாக்கி OA யை வெட்டும் புள்ளியை B என்க.



- ☞ BO வின் ஆரையை அளந்து வட்டத்தின் பரிதியில் இரு விற்கள் வரைக. அவற்றை P, Q என்க.
- ☞ AP, AQ என்பவற்றை இணைக்க.
- ☞ AP, AQ தொடலிகளாகும்.

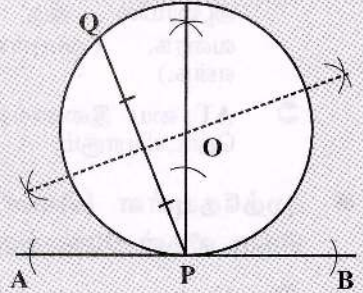
● தேற்றம்

வெளிப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு இரு தொடலிகள் வரையப்பட்டுள்ளன எனின்,

- (i) தொடலிகள் இரண்டும் நீளத்தில் சமன்.
- (ii) வெளிப்புள்ளியையும் வட்ட மையத்தையும் இணைக்கும் நேர்கோட்டினால் தொடலிகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் இரு கூறிடப்படும்.
- (iii) ஒவ்வொரு தொடலியும் வட்டத்தில் எதிரமைக்கும் கோணங்கள் சமனாகும்.
- (iv) தொடலிகள் இரண்டும் நீளத்தில் சமன்.

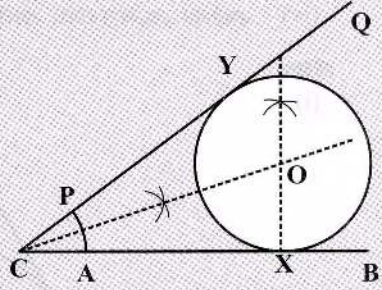
● ஒரு நேர்கோட்டை அதன் மீதுள்ள தரப்பட்ட புள்ளியில் தொட்டுக் கொண்டு தரப்பட்ட மற்றொரு புள்ளியினூடாக செல்லும் வட்டத்தை அமைத்தல்.

- ☞ நேர்கோடு AB யில் தரப்பட்ட ஒரு புள்ளி P தரப்பட்ட மற்றொரு புள்ளி Q வும் ஆகும்.
- ☞ புள்ளி P யில் AB யிற்கு செங்குத்து அமைக்க.
- ☞ P, Q வை இணைத்து PQ விற்கு செங்குத்து இரு கூறாக்கியை அமைக்க.
- ☞ AB யின் செங்குத்தும் PQ வின் செங்குத்து இருகூறாக்கியும் சந்திக்கும் புள்ளி O என்க.
- ☞ O வை மையமாகவும் OP யை ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டத்தை அமைக்க.



- ஒரு நேர்கோட்டை அதன் மீதுள்ள தரப்பட்ட புள்ளியில் தொட்டுக் கொண்டு தரப்பட்ட மற்றொரு நேர்கோட்டையும் தொடும் வட்டத்தை அமைத்தல்.

- ⊙ நேர்கோடு AB யிற்கு புள்ளி X இல் செங்குத்தை அமைக்க.
- ⊙ நீட்டப்பட்ட BA யும் QP யும் சந்திக்கும் புள்ளியை C என்க.
- ⊙ \widehat{BCQ} வின் கோண இரு கூறாக்கியை அமைக்க.
- ⊙ AB யின் செங்குத்தும் \widehat{BCQ} வின் கோண இரு கூறாக்கியும் சந்திக்கும் புள்ளியை O என்க.
- ⊙ O வை மையமாகவும் OX ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டத்தை அமைக்க.

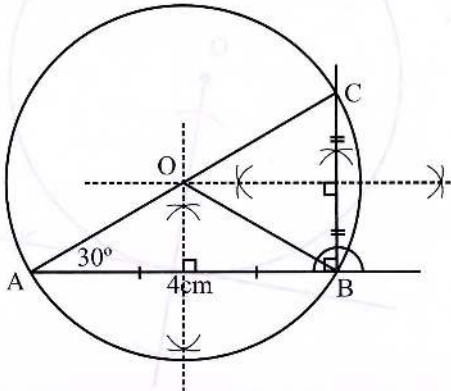


2 தூரணங்கள்

1. $AB = 4\text{cm}$, $\widehat{BAC} = 30^\circ$, $\widehat{ABC} = 90^\circ$ ஆகவுள்ள,
 - (i) முக்கோணி ABC யை அமைக்க.
 - (ii) இம்முக்கோணியின் சுற்றுவட்டத்தை அமைக்க.
 - (iii) அதன் ஆரையை அளந்து எழுதுக.
 - (iv) புள்ளி B யிலிருந்து AC இன் நடுப்புள்ளிக்கு வரையப்பட்ட கோட்டின் நீளத்தை அளந்து எழுதுக.
 - (v) AC பற்றி யாது கூறலாம்?

விடை

(i), (ii)



(iii) 2.3cm

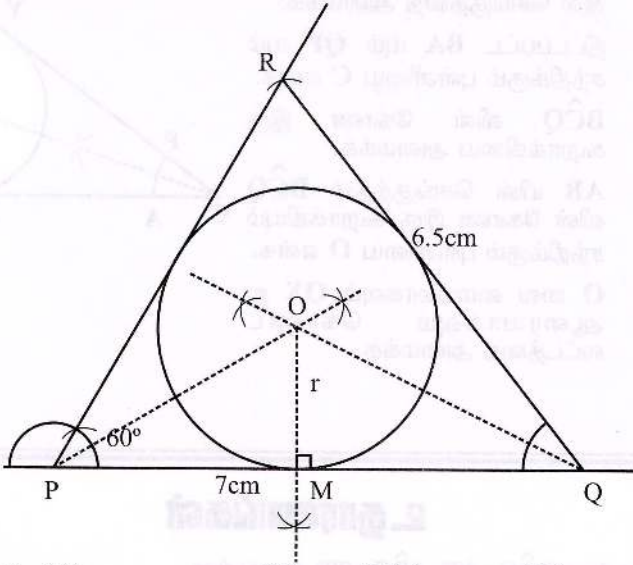
(iv) 2.3cm

(v) AC இச் சுற்று வட்டத்தின் விட்டமாகும்.

2. $PQ = 7\text{cm}$, $QR = 6.5\text{cm}$, $\hat{Q}PR = 60^\circ$ ஆகவுள்ள,
 (i) முக்கோணி PQR ஐ அமைக்க.
 (ii) PR இன் நீளத்தை அளந்து எழுதுக.
 (iii) அதன் பக்கங்கள் PQ, QR, PR என்பவற்றை தொட்டுச் செல்லும் (உள்வட்டம்) வட்டத்தை அமைக்க.
 (iv) அதன் ஆரையை அளந்து எழுதுக.

விடை

(i)



(ii) $PR = 5.8\text{cm}$

(iii) படத்தில்

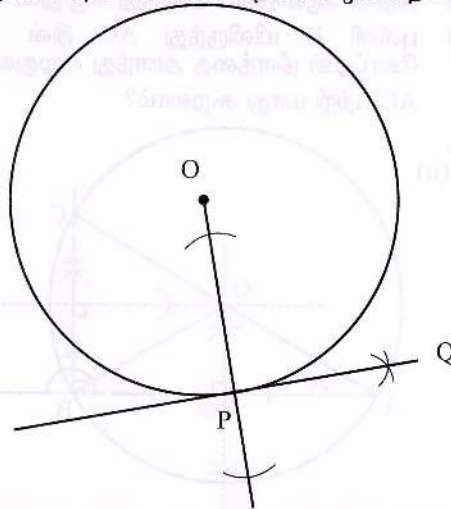
(iv) ஆரை = 1.8cm

3. O வை மையமாகவும் 2.5cm ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டம் ஒன்றை வரைக. அதன் பரிதியிலுள்ள புள்ளி P யிலே தொடலி ஒன்றை வரைக.

விடை

$OP \perp PQ$

PQ - தொடலியாகும்.



4. O வை மையமாகவும் ஆரை 2cm ஆகவுமுள்ள வட்டம் ஒன்றை அமைக்க. அவ்வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 4cm தூரத்திலுள்ள வெளிப்புள்ளி P யிலிருந்து தொடலிகள் இரண்டை அமைக்க.
- (i) தொடலிகள் PX, PY இன் நீளங்களை அளந்து எழுதுக.
(ii) அத்தொடலிகள் பற்றி யாது கூறலாம்?
(iii) பைதகரசின் தொடர்பு மூலம் தொடலி $PX = 2\sqrt{3}$ எனக் காட்டுக.
(iv) மேலே பெற்ற விடைகள் மூலம் $\sqrt{3}$ இன் பெறுமானம் காண்க.

விடை

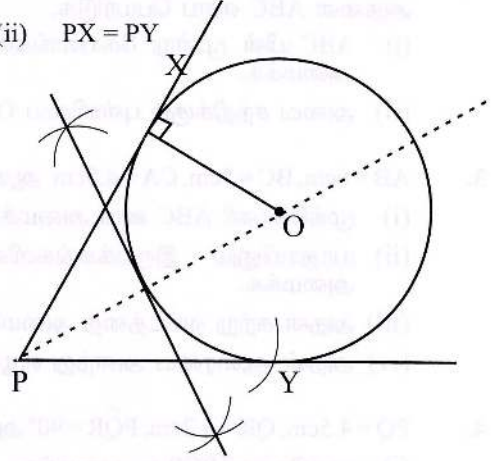
(i) $PX = 3.4\text{cm}$
 $PY = 3.4\text{cm}$

(ii) $PX = PY$

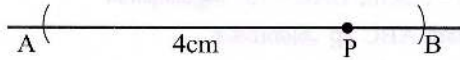
(iii) $PX^2 = PO^2 - OX^2$
 $= 4^2 - 2^2$
 $= 16 - 4$

$PX^2 = 12$
 $PX = \sqrt{12\text{cm}}$
 $PX = 2\sqrt{3}\text{cm}$

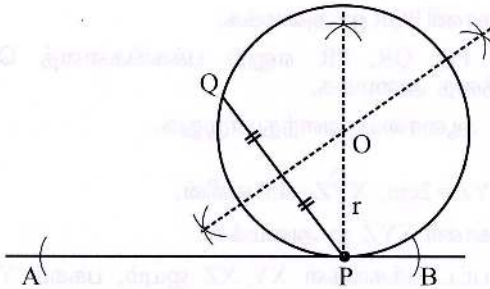
(iv) $PX = 2\sqrt{3}$, $PX = 3.4$
 $2\sqrt{3} = 3.4$
 $\sqrt{3} = \frac{3.4}{2}$
 $\sqrt{3} = 1.7\text{cm}$



5. $AB = 5\text{cm}$ ஆன நேர்கோட்டை புள்ளி P யில் தொட்டுக் கொண்டு வேறொரு புள்ளி Q வினூடாகச் செல்லும் வட்டத்தை வரைக.



விடை

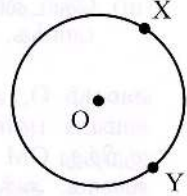


பயிற்சி

1. $PQ = 6.8\text{cm}$ ஆகுமாறு நேர்கோடு PQ வை அமைத்து அதன் செங்குத்து இருசம கூறாக்கியை அமைக்க.
2. பக்க நீளம் 4.3cm ஆகவுள்ள சமபக்க முக்கோணி ஒன்றை அமைத்து அதனை ABC எனப் பெயரிடுக.
 - (i) ABC யின் மூன்று கோணங்களினதும் கோண இரு கூறாக்கிகளை அமைக்க.
 - (ii) அவை சந்திக்கும் புள்ளியை O எனக் குறிக்க.
3. $AB = 6\text{cm}, BC = 5\text{cm}, CA = 4.5\text{cm}$ ஆகவுள்ள,
 - (i) முக்கோணி ABC யை அமைக்க.
 - (ii) யாதாயினும் இருபக்கங்களின் செங்குத்து இருகூறாக்கிகளை அமைக்க.
 - (iii) அதன் சுற்று வட்டத்தை அமைக்க.
 - (iv) அதன் ஆரையை அளந்து எழுதுக.
4. $PQ = 4.5\text{cm}, QR = 3.2\text{cm}, \hat{PQR} = 90^\circ$ ஆகவுள்ள,
 - (i) முக்கோணி PQR ஐ அமைக்க.
 - (ii) அதன் புள்ளிகள் P, Q, R இனூடாகச் செல்லும் வட்டத்தை அமைக்க.
 - (iii) அதன் ஆரையை அளந்து எழுதுக.
5. $AB = 5\text{cm}, BC = 5.5\text{cm}, \hat{BAC} = 75^\circ$ ஆகவுள்ள
 - (i) முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.
 - (ii) அதன் உள் வட்டத்தை அமைக்க.
 - (iii) அதன் ஆரையை அளந்து எழுதுக.
6. $PQ = 4\text{cm}, \hat{PQR} = 60^\circ, \hat{QPR} = 75^\circ$ ஆகவுள்ள.
 - (i) முக்கோணி PQR ஐ அமைக்க.
 - (ii) அதன் PQ, QR, PR எனும் பக்கங்களைத் தொட்டுச் செல்லும் வட்டத்தை அமைக்க.
 - (iii) அதன் ஆரையை அளந்து எழுதுக.
7. $XY = 4\text{cm}, YZ = 2\text{cm}, \hat{XYZ} = 45^\circ$ எனின்,
 - (i) முக்கோணி XYZ ஐ அமைக்க.
 - (ii) நீட்டப்பட்ட பக்கங்கள் XY, XZ ஐயும், பக்கம் YZ ஐயும் தொட்டுச் செல்லும் வட்டத்தை அமைக்க.
 - (iii) அதன் ஆரையை அளந்து எழுதுக.

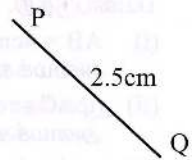
8. அருகே காட்டப்பட்டுள்ள புள்ளிகள் L, M, N என்பவற்றிற்கு, L •
- (i) சமதாரத்திலுள்ள புள்ளி O வைக் காண்க.
- (ii) L, M, N எனும் மூன்று புள்ளிகளின் M • • N
ஊடாகவும் செல்லும் வட்டத்தை வரைக.
9. O வை மையமாகவும், ஆரை 2.5cm ஆகவுமுள்ள வட்டத்தை அமைக்க. அவ்வட்டத்தின் பரிதிப் புள்ளி P யிலே தொடலி ஒன்றை அமைக்க.

10. அருகே தரப்பட்டுள்ள வட்டத்தின் மையம் O ஆரை 2cm ஆகும். பரிதிப் புள்ளிகள் X, Y இல் இரு தொடலிகளை வரைக. அத்தொடலிகள் இரண்டும் வெட்டும் புள்ளியை M எனக் குறிக்க. XM, YM இன் நீளங்களை அளந்து எழுதுக.

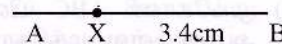


11. C யை மையமாகவும் ஆரை 3cm ஆகவும் உள்ள வட்டத்தை அமைக்க. அவ்வட்டத்தில் பரிதிப் புள்ளி P யில் ஒரு தொடலியை அமைத்து நீட்டுக.
- (i) $CQ = 5\text{cm}$ ஆகுமாறு புள்ளி Q வை தொடலி மீது குறிக்க.
- (ii) PQ வின் நீளத்தை அளந்து எழுதுக.
- (iii) பைதகரசின் தொடர்பு மூலம் PQ வின் நீளத்தை கணித்து உங்கள் விடையை வாய்ப்புப் பார்க்க.
12. O வை மையமாகவும், ஆரை 4cm ஆகவுமுள்ள வட்டம் ஒன்றை அமைக்க. அவ்வட்டத்தின் பரிதிப் புள்ளி A யில் தொடலி ஒன்றை அமைத்து $AB = 4.5\text{cm}$ ஆகுமாறு புள்ளி B யை அத்தொடலியில் குறிக்க.
- (i) OB யின் நீளத்தை அளந்து எழுதுக.
- (ii) பைதகரசின் தொடர்பு மூலம் OB யின் நீளத்தைக் கணித்து உமது விடையை வாய்ப்புப் பார்க்க.

13. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் $AB = 3.4\text{cm}$
 $PQ = 2.5\text{cm}$ ஆகும்.

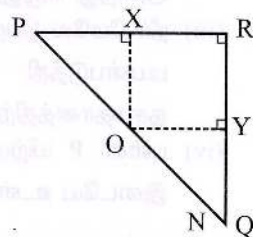


- (i) நேர்க்கோடு AB யை X இலும் PQ வை எவ்வாறாயினும் தொட்டுச் செல்லும் வட்டத்தை வரைக.



14. O வை மையமாகவும் ஆரை 3cm ஆகவுமுள்ள வட்டம் ஒன்றை வரைக. OP=7.4cm ஆகுமாறு புள்ளி P யை வட்டத்திற்கு வெளியே குறிக்க.
- புள்ளி P யிலிருந்து வட்டத்திற்கு இரு தொடலிகள் வரைக.
 - அவை வட்டத்தைத் தொடும் புள்ளிகளை A, B எனக் குறிக்க.
 - PA, PB யின் நீளங்களை அளந்து எழுதுக.
15. மையம் C, ஆரை 2.4cm ஆகவுள்ள வட்டத்தை வரைக. அதன் பரிதியிலிருந்து 3.6cm தூரத்தில் வெளியே அமைந்துள்ள புள்ளி P யிலிருந்து வட்டத்திற்கு இரு தொடலிகளை அமைக்க.
- அத்தொடலிகளின் நீளங்களை அளந்து எழுதுக.
 - அத்தொடலிகள் பற்றி யாது கூறலாம்?
 - தொடலியின் நீளத்தை பைதகரசின் தொடர்பு மூலம் வாய்ப்புப் பார்க்க.
16. மையம் O, ஆரை 4cm ஆகவுள்ள வட்டம் ஒன்றை அமைக்க. அதன் மையப் புள்ளி O விலிருந்து 8cm தூரத்திலே வெளிப்புள்ளி M ஐக் குறித்து OM ஐ இணைக்க. M இலிருந்து வட்டத்திற்கு இரு தொடலிகள் வரைக. அத்தொடலிகள் வட்டத்தைத் தொடும் புள்ளிகளை P, Q எனக் குறிக்க.
- தொடலிகள் MP, MQ வை அளந்து எழுதுக.
 - $\angle MOP = 60^\circ$ என அளக்காது நிறுவுக.
 - பைதகரசின் தொடர்பு மூலம் $MQ = 3\sqrt{5}$ cm எனக் காட்டுக.
 - மேலே பெற்ற விடைகளின் மூலம் $\sqrt{5}$ இன் பெறுமானத்தை மூன்று தசமதானங்களிற் காண்க.
17. மையம் O ஆரை 4cm ஆகவுள்ள வட்டம் ஒன்றை அமைக்க. அவ்வட்டத்தின் பரிதிப் புள்ளி A யிலே தொடலி ஒன்றை அமைத்து அதை யாதாயினும் ஒரு திசையில் 6cm நீளத்திற்கு நீட்டி B எனக் குறிக்க.
- $\angle ABO$ வை அளந்து எழுதுக.
 - BO வின் நீளத்தை அளந்து எழுதுக.
 - பைதகரசின் தொடர்பு மூலம் BO வின் நீளத்தை சேடு வடிவிற கணிக்க.
 - மேலே பெறப்பட்ட விடைகளை ஒப்பிட்டு $\sqrt{13}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
18. கவராயம், நேர்விளிம்பு cm/mm அளவுகோல் ஆகியவற்றை மாத்திரம் பயன்படுத்தி,
- $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm, $\angle BAC = 45^\circ$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC யை அமைக்க.
 - முக்கோணி ABC யின் உச்சிகளுக்கிடாகச் செல்லும் வட்டத்தை அமைக்க.
 - அவ்வட்டத்தின் ஆரையை அளந்து எழுதுக.
 - முக்கோணி ABC யின் பரப்பளவிற்குச் சமனானதும் $BX = 4.5$ cm ஆகவுமுள்ள முக்கோணி ABX ஐ அமைக்க.

19. கவராயம், நேர்விளிம்பு cm/mm அளவுகோல் ஆகியவற்றை மாத்திரம் பயன்படுத்தி $AB = 3.5cm$, $\hat{ABC} = 60^\circ$, $BC = 3cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC யை அமைக்க.
- A, B, C எனும் புள்ளிகளுக்கிடாகச் செல்லும் வட்டத்தை அமைக்க.
 - அவ்வட்டத்தின் ஆரையை அளந்து எழுதுக.
 - அவ்வட்டத்தின் A, B, C எனும் புள்ளிகளில் மூன்று தொடலிகளை அமைக்க.
 - அத்தொடலிகள் சந்திக்கும் புள்ளிகளை P, Q, R எனக் குறிக்க.
 - PQ, QR, PR இன் நீளங்களை அளந்து எழுதுக.
20. $AB = 4cm$, $BC = 5cm$, $AC = 8cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC யை அமைக்க.
- நேர்கோடு AC யில் மையத்தைக் கொண்டதும் AB யை அதன் நடுப்புள்ளி X இல் தொடுவதுமான வட்டத்தை அமைக்க. அதன் மையத்தை O எனக் குறிக்க.
 - வட்டத்தின் ஆரையை அளந்து எழுதுக.
 - மையம் O விலிருந்து புள்ளி A யிற்கான தூரத்தை அளந்து எழுதுக.
 - புள்ளி C யிலிருந்து இவ்வட்டத்திற்கு ஒரு தொடலியை அமைக்க.
21. கவராயம் நேர்விளிம்பு cm/mm அளவுகோல் ஆகியவற்றை மாத்திரம் பயன்படுத்தி,
- $BC = 7cm$, $\hat{ABC} = 60^\circ$, $AB = 5cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC யை அமைக்க.
 - \hat{ACB} யின் பெறுமானத்தை அளந்து எழுதுக.
 - $BP = 4cm$ ஆகுமாறு புள்ளி P நேர்கோடு BC யில் அமைந்துள்ளது. புள்ளி P யில் BC யைத் தொடுவதும், AC யில் மையத்தைக் கொண்டதுமான வட்டத்தை அமைக்க.
 - இவ்வட்டத்தின் ஆரையை அளந்து எழுதுக.
22. அருகீற் தரப்பட்டுள்ள உருவில் $PR = RQ$, PQ இன் நடுப்புள்ளி O ஆகும். $OX \perp PR$, $OY \perp QR$ எனின்,
- OX ஐ ஆரையாகக் கொண்டு வட்டம் ஒன்றை வரைக.
 - $OX = OY$ என நிறுவுக.
 - மேலே வரைந்த வட்டம் PQ வை வெட்டும் புள்ளிகளை M, N எனக் கருதுக.
 - $PM = QN$ என நிறுவுக.



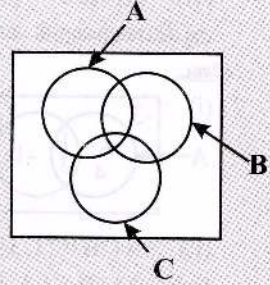
23. $AB = 5.5\text{cm}$, $BC + CA = 8\text{cm}$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.
- புள்ளி C யை மையமாகவும் AB யை தொடலியாகவும் கொண்ட ஒரு வட்டத்தை அமைக்க.
 - அதன் ஆரையை அளந்து எழுதுக.
 - அவ்வட்டத்திற்கு புள்ளி A யிலிருந்து வேறொரு தொடலியை அமைக்க. அத்தொடலி நீட்டப்பட்ட BC யை D தொடும் புள்ளியை D எனக் குறிக்க.
 - $\frac{\triangle ABC \text{ பரப்பளவு}}{\triangle ABD \text{ பரப்பளவு}} = \frac{1}{2}$ எனக் காட்டுக.
24. நேர்விளிம்பு, கவராயம் cm/mm அளவுகருவி ஆகியவற்றை மட்டும் உபயோகித்தும் அமைப்புக் கோடுகள் யாவற்றையும் தெளிவாகக் காட்டியும்,
- $AB = 8.5\text{cm}$, $AD = 4.8\text{cm}$, $\hat{DAB} = 75^\circ$ உம் கொண்ட இணைகரம் ABCD ஐ வரைக.
 - $BE = 6\text{cm}$, $CP = 5\text{cm}$ ஆகுமாறு DB ஐ E வரையும் DC ஐ P வரையும் நீட்டுக. நேர்கோடுகள் PC, CB, BE என்பவற்றைத் தொடுமாறு வட்டம் ஒன்றை அமைக்க. அதன் மையத்தை O எனக் குறிக்க.
 - நீர் வரைந்த வட்டத்தின் ஆரையை அளந்து எழுதுக.
 - CDB என்ற முக்கோணத்தில் நீர் வரைந்த வட்டத்தைப் பெயரிடுக.
25. (a) நேர்விளிம்பு, கவராயம் cm/mm அளவுகருவி ஆகியவற்றை மட்டும் பயன்படுத்தி அமைப்புக் கோடுகளைத் தெளிவாகக் காட்டி
- $AB = 7.5\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$, $\hat{ABC} = 120^\circ$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC யை அமைக்க.
 - நீட்டப்பட்ட AB யிற்குப் புள்ளி C யிலிருந்து ஒரு செங்குத்தை அமைக்க. அது நீட்டப்பட்ட AB யை சந்திக்கும் புள்ளியை D எனப் பெயரிடுக.
 - பக்கம் AD யில் ஒரு செங்குத்து இருகூறாக்கியை வரைக. அது பக்கம் AC யை இடைவெட்டும் புள்ளியை P எனப் பெயரிடுக.
 - புள்ளி P யிற்கும் முக்கோணி ADC யின் சுற்று வட்டத்துக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பை எழுதுக.
- (b)(i) பாகை மானியைப் பயன்படுத்தி \hat{CAB} யின் பருமனை அளந்து எழுதுக.
- பக்கம் CD யின் நீளத்தை ஒரு தசமதானத்திற்கு சென்ரிமீற்றரில் அளந்து எழுதுக.
 - நீர் மேலே பெற்ற பக்கம் CD யின் நீளத்தை $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ஐயும் பயன்படுத்தி $\sqrt{3}$ இன் பெறுமானத்தைக் கிட்டிய ஒரு தசமதானத்திற்குக் காண்க.
 - புள்ளி P யிற்கும் முக்கோணி ADC யின் சுற்று வட்டத்துக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பை எழுதுக.

அலகு 24

தொடைகள்

- தொடையின் வடிவங்கள்

$A \cap (B \cap C)$	$=$	$(A \cap B) \cap C$
$A \cup (B \cup C)$	$=$	$(A \cup B) \cup C$
$A \cap (B \cup C)$	$=$	$(A \cap B) \cup (A \cap C)$
$A \cup (B \cap C)$	$=$	$(A \cup B) \cap (A \cup C)$
$A' \cap B' \cap C'$	$=$	$(A \cup B \cup C)'$
$A' \cup B' \cup C'$	$=$	$(A \cap B \cap C)'$



- தொடையின் கூற்றுக்களும் அவற்றின் குறியீடுகளும்

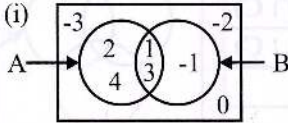
	கூற்று / சொல்	குறியீடு	உதாரணம்
(i)	கியற்கை எண்கள்	N	1, 2, 3, 4,
(ii)	நிறை எண்கள்	Z	.. -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3
(iii)	நேர் நிறை எண்கள்	Z^+	1, 2, 3, 4, 5
(iv)	மறை நிறை எண்கள்	Z^- -4, -3, -2, -1.
(v)	அகிலத் தொடை	ξ	$\xi = \{\text{நிறை எண்கள்}\}$
(vi)	முலகம்	\in	$3 \in \{\text{ஒற்றை எண்களின்}\}$
(vii)	உப தொடை	\subset	$\{3\} \subset \{\text{ஒற்றை எண்களின்}\}$
(viii)	கிடைவெட்டு	\cap	$A \cap B = \{2, 4\}$
(ix)	ஒன்றிப்பு	\cup	$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
(x)	குனியத் தொடை	$\phi / \{\}$	$P = \{\}$ or ϕ

2. தூரணங்கள்

1. $\xi = \{x: -3 \leq x < 5; x \in \mathbb{Z}\}$
 $A = \{x: -3 < x \leq 4; x \in \mathbb{N}\}$
 $B = \{x: -3 < x \leq 5; x \text{ ஒற்றை எண்கள்}\}$

- (i) மேலே தரப்பட்டுள்ள தரவுகளை வென்வரிப் படத்திற் குறிக்க.
 (ii) $A \cap B$ (iii) $n(A \cap B)$ (iv) $A \cup B$ (v) $n(A \cup B)$
 (vi) $A \cap B'$ (vii) $A' \cap B'$ (viii) $A' \cup B'$
 ஆகியவற்றைக் காண்க.

விடை



$$\xi = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

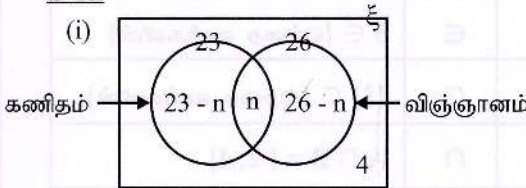
$$B = \{-1, 1, 3\}$$

- (ii) $A \cap B = \{1, 3\}$ (iii) $n(A \cap B) = 2$
 (iv) $A \cup B = \{-1, 1, 2, 3, 4\}$ (v) $n(A \cup B) = 5$
 (vi) $A \cap B' = \{2, 4\}$ (vii) $A' \cap B' = (A \cup B)'$
 $A' \cap B' = \{-3, -2, 0\}$
 (viii) $A' \cup B' = (A \cap B)'$
 $A' \cup B' = \{-3, -2, -1, 0, 2, 4\}$

2. ஒரு வகுப்பில் கல்வி கற்கும் 44 மாணவர்களுள் 23 பேர் கணிதத்தையும், 26 பேர் விஞ்ஞானத்தையும் விரும்பிப் படிக்கின்றனர். 4 பேர் இவ்விரண்டு பாடங்களையுமே விரும்பவில்லை.

- (i) இவ்விரண்டு பாடங்களையும் விரும்பிப் படிப்பவர்களின் எண்ணிக்கையை n எனக் கொண்டு n ஐக் காண்க.
 (ii) பொருத்தமான வென்னுருவை வரைக.
 (iii) கணிதம் அல்லது விஞ்ஞானத்தை விரும்பிப் படிப்பவர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

விடை

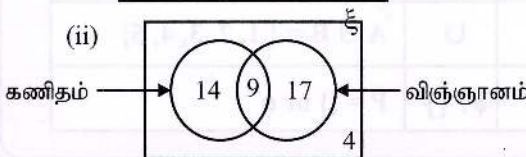


$$23 - n + n + 26 - n + 4 = 44$$

$$53 - n = 44$$

$$-n = -9$$

$$n = 9$$



$$(iii) 44 - 4 = 40$$

அல்லது

$$14 + 9 + 17 = 40$$

3. $\xi = \{x: -2 < x < 10; x \in \mathbb{Z}\}$
 $P = \{x: -2 < x < 7; x \in \mathbb{N}\}$
 $Q = \{x: -3 < x \leq 7; x \text{ முதன்மை எண்கள்}\}$
 $R = \{x: 1 < x \leq 9; x \text{ இரட்டை எண்கள்}\}$

- (i) இத்தரவுகளைப் பொருத்தமான வென்வரிப் படத்திற் குறித்துக் காட்டுக.
(ii) $P \cap Q$ (iii) $P \cap Q \cap R$ (iv) $P \cap (Q \cup R)$
(v) $P \cup (Q \cap R)$ (vi) $P' \cap (Q \cup R)$ (vii) $P' \cap Q' \cap R'$
(viii) $P' \cap (Q \cap R)$
ஆகியவற்றைக் காண்க.
(ix) $(P' \cap Q) \cup R'$ ஐ தனி வென்னுருவில் நிழற்றுக.
(x) $P' \cup Q' \cup R'$ ஐ தனி வென்னுருவில் நிழற்றுக.

விடை

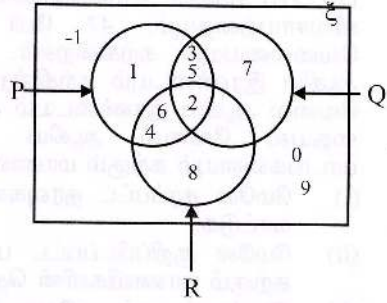
- (i) $\xi = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$$P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

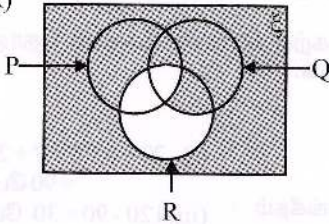
$$Q = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$R = \{2, 4, 6, 8\}$$

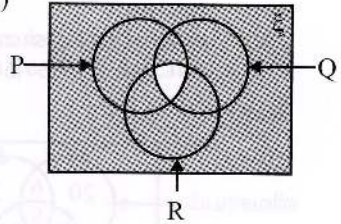
- (ii) $P \cap Q = \{2, 3, 5\}$
(iii) $P \cap Q \cap R = \{2\}$
(iv) $P \cap (Q \cup R) = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
(v) $P \cup (Q \cap R) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 $P \cup (Q \cap R) = P$
(vi) $P' \cap (Q \cup R) = \{7, 8\}$
(vii) $P' \cap Q' \cap R' = (P \cup Q \cup R)'$
 $= \{-1, 0, 9\}$
(viii) $P' \cap (Q \cap R) = \{7\}$



- (ix)

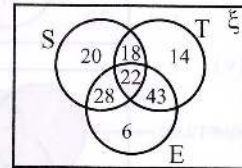


- (x)



4. ஸ்ரீ லங்கன் விமானம் ஒன்றில் பயணஞ் செய்த 180 பயணிகளுக்குத் தெரிந்த மொழிகள் பற்றி நடாத்திய ஆய்வின் விபரம் பின்வருமாறு.

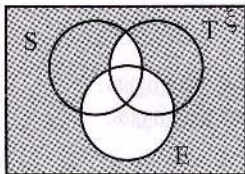
- $\xi = \{\text{விமானத்தில் பயணித்தவர்கள்}\}$
 $P = \{\text{சிங்கள மொழி தெரிந்தவர்கள்}\}$
 $Q = \{\text{தமிழ் மொழி தெரிந்தவர்கள்}\}$
 $R = \{\text{ஆங்கில மொழி தெரிந்தவர்கள்}\}$



- (i) தமிழ் மொழி தெரிந்தவர்கள் எத்தனை பேர்?
(ii) சிங்கள அல்லது ஆங்கில மொழி தெரிந்தவர்கள் எத்தனை பேர்?
(iii) இம்மூன்று மொழிகளுமே தெரியாதவர்கள் எத்தனை பேர்?
(iv) $n[S \cap T] \cap E'$ ஐக் காண்க.
(v) $(S \cap T) \cap E'$ ஐ மேற்போந்த வென்னுருவில் நிழற்றுக.

விடை

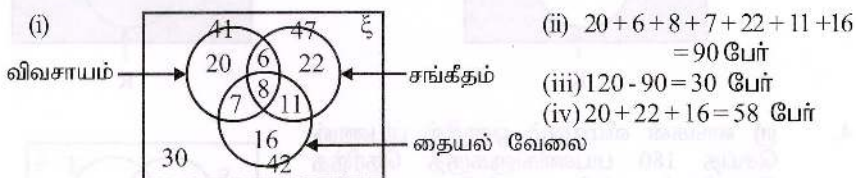
- (i) $14 + 18 + 22 + 43 = 97$ பேர் (ii) $20 + 18 + 22 + 28 + 43 + 6 = 137$ பேர்
(iii) $180 - 151 = 29$ பேர் (iv) $n[S \cap T] \cap E'$
= $20 + 14 + 29$
= 63



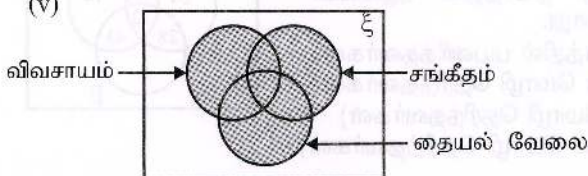
5. 120 பாடசாலை மாணவிகளைக் கொண்ட ஒரு குழுவில் 41 பேர் விவசாயத்தையும், 47 பேர் சங்கீதத்தையும் 42 பேர் தையல் வேலையையும் கற்கின்றனர். 14 மாணவிகள் விவசாயம், சங்கீதம் ஆகிய இரண்டையும் கற்கின்றனர், 19 மாணவிகள் சங்கீதம், தையல் வேலை ஆகிய இரண்டையும் கற்கின்றனர், 15 மாணவிகள் விவசாயம், தையல் வேலை ஆகிய இரண்டையும் கற்கின்றனர், மூன்று பாடங்களையும் கற்கும் மாணவிகளின் தொகை 8 ஆகும்.

- (i) மேலே தரப்பட்ட தரவுகளை வென்வரிப் படம் ஒன்றிற் குறித்துக் காட்டுக.
(ii) மேலே குறிப்பிடப்பட்ட பாடங்களுள் குறைந்தது ஒன்றையேனும் கற்கும் மாணவிகளின் தொகையைக் காண்க.
(iii) இவற்றுள் ஒன்றையேனும் கற்காத மாணவிகளின் தொகையைக் காண்க.
(iv) ஒரு பாடத்தை மட்டும் கற்கும் மாணவிகளின் தொகையைக் காண்க.
(v) குறைந்தது ஒன்றையேனும் கற்கும் மாணவிகளின் தொகுதியைக் காட்டும் பிரதேசத்தை நிழற்றுக.

விடை

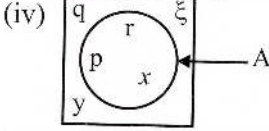


(v)



பயிற்சி

1. பின்வரும் தொடைகளை வேறு முறைகளில் எழுதுக.
 - (i) $A = \{5 \text{ இலும் கூடிய } 20 \text{ இலும் குறைந்த இரட்டை எண்கள்}\}$
 - (ii) $B = \{x : x \text{ சதுர எண்கள், } x \leq 25\}$
 - (iii) $C = \{a, e, i, o, u\}$



2. பின்வருவன ஒவ்வொன்றினதும் தொடைப் பிரிவுகளின் எண்ணிக்கையைக் கண்டு அதன் தொடைப் பிரிவுகளை எழுதுக.

(i) $P = \{a\}$ (ii) $Q = \{1, 3\}$ (iii) $R = \{k, l, m\}$

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள தொடைகளுக்கு ஒவ்வொரு அகிலத் தொடை வீதம் எழுதுக.

- (i) $C = \{1, 3, 6, 10, 15\}$
- (ii) $D = \{s, m, n, t, o\}$
- (iii) $E = \{\text{நாய், ஆடு, மான், பூனை, மாடு}\}$
- (iv) $F = \{\Delta, \square, \circ, \text{கீழ்க்கண்டவற்றில் ஒன்று}, \diamond\}$

4. $\xi = \{x : 0 < x \leq 10; x \in \mathbb{Z}\}$
 $A = \{x : 2 < x \leq 10; x \text{ இரட்டை எண்கள்}\}$
 $B = \{\text{முக்கோண எண்கள்}\}$

- (i) மேலே தரப்பட்ட தரவுகளை வென்வரிப் படத்திற் குறிக்க.
- (ii) $A \cap B$ (iii) $A \cup B$ (iv) $n(A \cup B)$
- (v) $A' \cap B$ (vi) $A \cup B'$ (vii) $A' \cap B'$
- (viii) $n(A' \cap B')$ (ix) $A' \cup B'$ (x) $n(A' \cup B')$
- (xi) $A \cap B'$ ஐ மேற்போந்த வென்னுருவில் நிழற்றுக்க.
- (xii) $(A \cap B) \cup (A' \cap B')$ ஐ மேற்போந்த வென்னுருவில் நிழற்றுக்க.

ஆகியவற்றைக் காண்க.

5. $n(A) = 17, n(A') = 21, n(B') = 18, n(A \cup B)' = 8$ ஆயின்,
 - (i) இத்தரவுகளை வென்வரிப் படத்திற் குறிக்க.
 - (ii) $n(B)$ (iii) $n(A \cap B)$ (iv) $n(A \cup B)$ (v) $n(\xi)$
 ஆகியவற்றைக் காண்க.

6. விருந்தொன்றில் கலந்து கொண்டவர்களுள் 100 பேர் உணவு உண்டனர். அவர்களுள் 58 பேர் மீனையும், 43 பேர் இறைச்சியையும் உண்டனர். 92 பேர் மீன் அல்லது இறைச்சியை உண்டனர்.

- (i) மீன், இறைச்சி இரண்டையும் உண்டோர் எத்தனை பேர்?
(ii) பொருத்தமான வென்வரிப் படம் வரைக.
(iii) இவ்விரண்டையுமே உண்ணாதவர்கள் எத்தனை பேர்?

7. $\xi = \{x: -3 < x \leq 9; x \in \mathbb{Z}\}$

$A = \{x: -2 < x \leq 7; x \in \mathbb{Z}\}$

$B = \{x: 0 < x \leq 9; \text{ஒற்றை எண்கள்}\}$

$C = \{-1, 0, 2, 3, 5, 7\}$

(i) மேலே தரப்பட்ட தரவுகளை வென்வரிப் படத்திற் குறிக்க.

(ii) $A \cap B \cap C$ (iii) $A \cup B \cup C$ (iv) $A \cap (B \cup C)$

(v) $A \cap (B \cup C)'$ (vi) $A' \cap (B \cup C)$ (vii) $A' \cap B' \cap C$

(viii) $n(A' \cap B' \cap C)$ (ix) $n(A' \cup B' \cup C)$

ஆகியவற்றைக் காண்க.

(x) $A' \cap (B \cap C)'$ ஐ வென்வரிப்படம் ஒன்றில் நிழற்றுக.

8. $n(\xi) = 50, n(P) = 26, n(Q) = 29, n(R) = 21, n(P \cup Q \cup R) = 46, n(P \cap Q) = 12, n(P \cap R) = 9, n[(Q \cup R) \cap P] = 10, n(P' \cap R') = 12$ ஆயின் இத்தரவுகளைப் பயன்படுத்தி,

(i) பொருத்தமான வென்வரிப் படத்தை வரைக.

(ii) $n(P \cap Q)$ (iii) $n[(P \cap Q) \cup (P \cap R) \cup (Q \cap R)]$

(iv) $n(P' \cap Q' \cap R')$ (v) $n(P' \cap Q \cap R)$

ஆகியவற்றைக் காண்க.

9. அருகிற் தரப்பட்டுள்ள வென்னுருவின் உதவியுடன் பின்வருவனவற்றிற்கு விடை தருக.

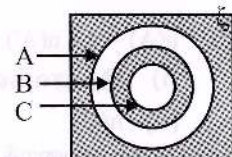
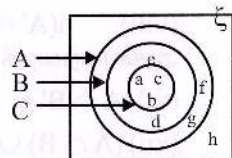
(i) A, B, C இற்கான தொடர்பை தொடை வடிவிற் தருக.

(ii) $(A \cap B)$ (iii) $A \cap B \cap C$

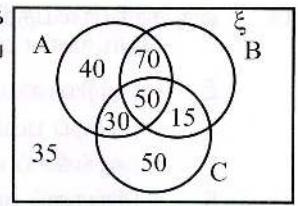
(iv) $A' \cap (B \cup C)'$ என்பவற்றின் தொடையை எழுதுக.

(v) $A \cap B \cap C, A \cup B \cup C$ எனும் தொடைகளுக்குச் சமமான இன்னொரு தொடையை எழுதுக.

(vi) நிழற்றிய பகுதியின் பெயரை எழுதுக.



10. விவசாயக் கழகமொன்றில் அங்கத்தவர்களாக உள்ள 350 விவசாயிகளின் உற்பத்தி பற்றிய விபரம் பின்வருமாறு.



A = {மரக்கறி உற்பத்தி செய்பவர்கள்}

B = {மிளகாய் உற்பத்தி செய்பவர்கள்}

C = {நெல் உற்பத்தி செய்பவர்கள்}

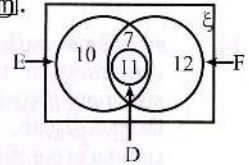
- (i) மிளகாய் உற்பத்தி செய்பவர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
(ii) இம்மூன்று பயிர்களில் குறைந்த பட்சம் ஒன்றையேனும் உற்பத்தி செய்பவர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
(iii) $n[(A \cap B) \cap C]$ இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.
(iv) $(A \cup C) \cap B$ யை மேற்போந்த வென்னுருவில் நிழற்றிக் காட்டுக.
11. உல்லாசப் பிரயாண விடுதியொன்றிலிருந்து சுற்றுலாச் சென்ற 42 உல்லாசப் பிரயாணிகள் பற்றிய விபரம் பின்வருமாறு.

ξ = {சுற்றுலாச் சென்ற பிரயாணிகள்}

E = {ஆங்கில மொழியில் கதைக்கக் கூடியோர்}

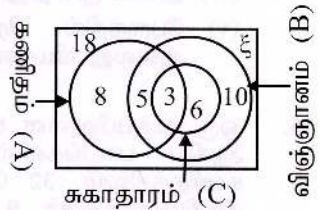
F = {பிரெஞ்சு மொழியில் கதைக்கக் கூடியோர்}

D = {டச்சு மொழியில் கதைக்கக் கூடியோர்}



- (i) இம்மூன்று மொழிகளிலும் கதைக்கக் கூடியோர் எத்தனை பேர்?
(ii) ஆங்கிலம், பிரெஞ்சு இரண்டையும் மாத்திரம் கதைக்கக் கூடியோர் எத்தனை பேர்?
(iii) ஆங்கில மொழியில் கதைக்கக் கூடியோர் எத்தனை பேர்
(iv) $n[E \cap F] \cup D$ இன் பெறுமானம் காண்க.
(v) $[(E \cap F) \cap D]$ யை மேற்போந்த வென்னுருவில் நிழற்றிக் காட்டுக.

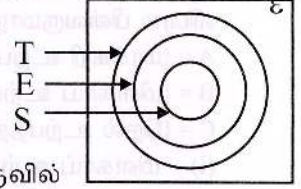
12. கருத்தரங்கு ஒன்றிற் கலந்து கொள்ள வந்திருந்த ஆசிரியர்கள் கற்பிக்கும் பாடங்கள் தொடர்பான விபரம் அருகே வென்னுருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளது. இவ் வென்னுருவில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கமைய பின்வருவனவற்றிற்கு விடை தருக.



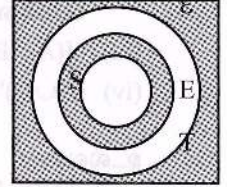
- (i) விஞ்ஞான பாடம் கற்பிக்கக்கூடிய ஆசிரியர்களின் எண்ணிக்கை யாது?
(ii) கணித பாடம் கற்பிப்பவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?
(iii) கணிதமும் சுகாதாரமும் கற்பிக்கக்கூடியவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?
(iv) விஞ்ஞானமும் சுகாதாரமும் மாத்திரம் கற்பிக்கக் கூடியவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?
(v) ஏதாவது இரண்டையேனும் கற்பிக்கக் கூடியவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?
(vi) மூன்றையும் கற்பிக்க முடியாத ஆனால் ஏதாவது இரண்டை மாத்திரம் கற்பிக்கக் கூடியவர்களின் பிரதேசத்தை நிழற்றுக.

13. ஒரு காரியாலயத்தில் தொழில் புரிபவர்கள் விரும்பிப் பார்க்கும் படங்கள் தொடர்பான விபரம் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

ξ = {காரியாலயத்தில் தொழில் புரிபவர்கள்}
 T = {தமிழ்ப் படம் பார்ப்பவர்கள்}
 E = {ஆங்கிலப் படம் பார்ப்பவர்கள்}
 S = {சிங்களப் படம் பார்ப்பவர்கள்}



- (i) அருகிற் தரப்பட்டுள்ள வென்னுருவில் இம்மூன்று படங்களையும் பார்ப்பவர்களின் பகுதியை நிழற்றிக் காட்டுக.
 (ii) தமிழ்ப் படத்தை மாத்திரம் பார்ப்பவர்களின் பகுதியை நிழற்றிக் காட்டுக.
 (iii) அருகிற் தரப்பட்டுள்ள வென்னுருவில், நிழற்றிய பகுதியின் பெயரை தொடைக் குறியீட்டிலும் கூற்று வடிவத்திலும் எழுதுக.



14. சர்வதேச தமிழ் ஆராய்ச்சி மகாநாட்டிற்கு 240 பேர் அழைக்கப்பட்டனர். அவர்களுள் 142 பேர் பேருந்திலும், 82 பேர் புகையிரதத்திலும், 68 பேர் விமானத்திலும் பிரயாணம் செய்தனர். அவர்களுள் 56 பேர் பேருந்திலும், புகையிரதத்திலும் பிரயாணஞ் செய்தனர். 33 பேர் புகையிரதத்திலும், விமானத்திலும் பிரயாணஞ் செய்தனர். 49 பேர் பேருந்திலும், விமானத்திலும் பிரயாணஞ் செய்தனர். இவர்களுள் 18 பேர் இம்மூன்றிலும் பிரயாணஞ் செய்தனர்.

- (i) மேலே தரப்பட்ட தரவுகளை வென்வரிப் படம் ஒன்றிற் காட்டுக.
 (ii) விமானத்தில் மாத்திரம் பிரயாணஞ் செய்தவர்கள் எத்தனை பேர்?
 (iii) பேருந்திலும் புகையிரதத்திலும் மாத்திரம் பிரயாணஞ் செய்தவர்கள் எத்தனை பேர்?
 (iv) இவை மூன்றிலுமே பிரயாணஞ் செய்யாதவர்கள் எத்தனை பேர்?
 (v) பேருந்தில் பிரயாணஞ் செய்யாத ஆனால் புகையிரதத்தில் அல்லது விமானத்தில் பிரயாணஞ் செய்தவர்கள் எத்தனை பேர்?

15. ஒரு வகுப்பிலுள்ள 60 மாணவர்கள் கணிதம், விஞ்ஞானம், ஆங்கிலம் ஆகிய பாடங்களில் சித்தியடைந்த விபரம் வருமாறு, 28 பேர் கணிதத்திலும், 32 பேர் விஞ்ஞானத்திலும், 35 பேர் ஆங்கிலத்திலும் சித்தியடைந்தனர், 9 பேர் இம்மூன்று பாடங்களிலும் சித்தியடைந்தனர். 15 பேர் கணிதத்திலும் விஞ்ஞானத்திலும் சித்தியடைந்தனர், 20 பேர் கணிதத்திலும் ஆங்கிலத்திலும் சித்தியடைந்தனர். 10 பேர் விஞ்ஞானத்தில் மாத்திரம் சித்தியடைந்தனர்.

- (i) மேற்போந்த தரவுகளை வென்னுருவிற் குறித்துக் காட்டுக.
 (ii) கணிதம் மாத்திரம் சித்தியடைந்தோர் எத்தனை பேர்?
 (iii) ஆங்கிலம் மாத்திரம் சித்தியடைந்தோர் எத்தனை பேர்?
 (iv) இவற்றுள் ஏதாவது இரண்டில் மாத்திரம் சித்தியடைந்தோர் எத்தனை பேர்?
 (v) இம்மூன்று பாடங்களில் எதிலுமே சித்தியடையாதோர் எத்தனை பேர்?

16. குறித்த ஒரு பாடசாலையில் விளையாட்டுப் பயிற்சிகளுக்கு வரும் மாணவர்கள் காற்பந்தாட்டம், படமின்டன், கிரிக்கட் எனும் விளையாட்டுக்களுள் ஒன்றிலோ, அதற்கு மேற்பட்டவற்றிலோ பங்குபற்றினர், பங்குபற்றும் மாணவர்களுள் காற்பந்தாட்டம் மட்டும் விளையாடுபவர்கள் 20 பேர், படமின்டன் மட்டும் விளையாடுபவர்கள் 4 பேர், கிரிக்கட் மட்டும் விளையாடுபவர்கள் 10 பேர் ஆவர். 15 பேர் கிரிக்கட்டும், காற்பந்தாட்டமும் விளையாடுவர், 18 பேர் காற்பந்தாட்டமும், படமின்டனும் விளையாடுவர், 12 பேர் கிரிக்கட்டும், படமின்டனும் விளையாடுவர். காற்பந்தாட்டத்தில் பங்குபற்றும் மாணவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை 45 ஆகும். n எண்ணிக்கையான மாணவர்கள் மூன்று விளையாட்டிலும் பங்குபற்றுவர் எனக் கருதி.
- மேற்போந்த தகவல்களை ஒரு வென்வரிப் படத்திற் காட்டுக.
 - இரு விளையாட்டுக்களில் மட்டும் பங்குபற்றும் மாணவர்களின் தொகுதியைக் காட்டும் பிரதேசத்தை நிழற்றுக.
 - n இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
 - அவர்களுள் எத்தனை பேர் படமின்டன் விளையாட்டிற் பங்குபற்றுவர்?
 - விளையாட்டுப் பயிற்சிகளுக்கு வந்த மாணவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் காண்க.

17. கொழும்பு நோக்கிச் சென்று கொண்டிருந்த புகையிரதத்திலுள்ள 119 பிரயாணிகள், தாம் கொழும்பு சென்றவுடன் என்ன செய்யப் போகிறோம் என்பதைப் பற்றித் தங்களுக்குள் கதைத்துக் கொண்டனர். அவர்களுள் 60 பேர் உதைபந்தாட்டப் போட்டியைக் காண்டுகளிக்கச் செல்லப் போவதாகவும், 55 பேர் மாலைப் படக்காட்சிக்குச் செல்லப் போவதாகவும், 90 பேர் இரவு உணவிற்காக வெளியே செல்லப் போவதாகவும் கூறினார்கள், அவர்களுள் 48 பேர் படக்காட்சிக்கும், இரவு உணவிற்கும் செல்லப் போவதாகவும், 10 பேர் இம்மூன்று நிகழ்ச்சிகளுக்கும் செல்லப் போவதாகவும் கூறினார்கள். 4 பேர் இவற்றில் ஒன்றிற்கேனும் செல்லப் போவதில்லை என்றும் கூறினார்கள்.
- பொருத்தமான வென்வரிப் படத்தை வரைக.
 - உதைபந்தாட்டப் போட்டிக்கு மாத்திரம் செல்லவுள்ளவர்கள் எத்தனை பேர்?
 - உதைபந்தாட்டப் போட்டிக்கும், படக்காட்சிக்கும் செல்லவுள்ளவர்கள் ஆனால் இரவு உணவிற்குச் செல்லாதவர்கள் எத்தனை பேர்?
 - ஏதாவது ஒரு நிகழ்ச்சிக்கு மட்டும் செல்பவர்கள் எத்தனை பேர்?

18. பாடசாலை ஒன்றின் இல்ல விளையாட்டுப் போட்டியில் துரையப்பா இல்லத்திலுள்ள 120 மேற்பிரிவு மாணவர்களிடம் மேற்கொண்ட ஆய்வில் $\frac{7}{10}$ பங்கு மாணவர்கள் ஓட்டப் போட்டியிலும், 35 மாணவர்கள் உயரம் பாய்தலிலும், 42 மாணவர்கள் நீளம் பாய்தலிலும் பங்குபற்றுகின்றனர். $\frac{3}{10}$ பங்கு மாணவர்கள் ஓட்டத்திலும், நீளம் பாய்தலிலும் பங்குபற்றுகின்றனர். 17 மாணவர்கள் இம்மூன்று போட்டிகளிலும் பங்குபற்றுகின்றனர். 4 மாணவர்கள் நீளம் பாய்தலில் மாத்திரம் பங்குபற்றுகின்றனர்.

Class No:

Acc No

362

- (i) பொருத்தமான வென்னுருவிற காட்டுக.
- (ii) ஓட்டப் போட்டியில் மட்டும் பங்குபற்றுவோர் எத்தனை பேர்?
- (iii) உயரம் பாய்தலிலும், நீளம் பாய்தலிலும் பங்குபற்றுவோர் எத்தனை பேர்?
- (iv) இப்போட்டிகளுள் ஒன்றிலேனும் பங்குபற்றாதோர் எத்தனை பேர்?
- (v) ஓட்டத்திலும், உயரம் பாய்தலிலும் பங்குபற்றும் ஆனால் நீளம் பாய்தலில் பங்குபற்றாத மாணவர்களின் பிரதேசத்தை தனி வென்னுருவில் நிழற்றிக் காட்டுக.

19. கொடுக்கப்பட்ட வென்வரிப்படம் பின்வரும் தொடைகளை வகைக் குறிக்கிறது.

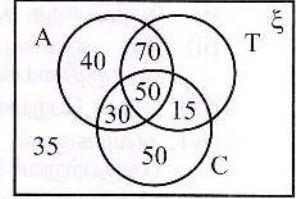
$\xi = \{ \text{பஸ் வண்டியிலுள்ள பயணிகள்} \}$

$S = \{ \text{பஸ் வண்டியிலுள்ள சிங்கள மொழி பேசும் பயணிகள்} \}$

$T = \{ \text{பஸ் வண்டியிலுள்ள தமிழ் மொழி பேசும் பயணிகள்} \}$

$E = \{ \text{பஸ் வண்டியிலுள்ள ஆங்கில மொழி பேசும் பயணிகள்} \}$

அவ்வப் பிரதேசங்களிலுள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கையை வென்வரிப் படத்திற் காட்டப்பட்டுள்ள எண்கள் வகைக் குறிக்கின்றன.



$n(\xi) = 48$, $n(E \cap T) = 9$ ஆங்கிலத்தில் மாத்திரம் பேசக்கூடிய ஒரு பயணியேனும் அங்கிருக்கவில்லை. அத்துடன் எல்லாப் பயணிகளும் இவற்றில் குறைந்த பட்சம் ஒரு மொழியிலேனும் பேசக்கூடியவர்கள் ஆவர்.

- (i) ஆங்கிலத்திலும் தமிழிலும் மாத்திரம் பேசக்கூடிய பயணிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- (ii) $n(T)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
- (iii) $n[S \cap (T \cup E)]$ இன் பெறுமானம் காண்க.
- (iv) வென்வரிப் படத்தைப் பிரதி செய்து மேலே (iii) இற் குறிப்பிட்ட பிரதேசத்தை நிழற்றுக்க.
- (v) இந்த பஸ் வண்டியிலிருந்து, வழியில் ஒரு பயணி இறங்கியிருந்தால் அவர் சிங்களம் பேசுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

20. அருகே தரப்பட்டுள்ள வென்வரிப் படத்தின் தரவுகளுக்கு அமையப் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) $A \cap B$

(ii) $B \cap C$

(iii) $A' \cap C$

(iv) $A \cup B \cap C$

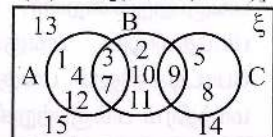
(v) $A' \cap B' \cap C'$

(vi) $n(B' \cap A)$

(vii) $n(A' \cup B' \cup C')$

(viii) $n(A \cup B)'$

(ix) $n[(A \cap B) \cap C']$



அலகு 25

நிகழ்தகவு

● நிகழ்தகவு

குறித்தவொரு நிகழ்ச்சி நடைபெறக்கூடிய வாய்ப்பின் அளவுக்கு பெறுமானம் கொடுத்தலே நிகழ்தகவு எனப்படும். நிகழ்தகவு P யினால் குறிக்கப்படும்.

⇒ நாணயம் ஒன்றைச் சுண்டும்போது தலை விழுதல்

$$\text{நிகழ்தகவு } P_{(H)} = \frac{1}{2}$$

● சாரா நிகழ்ச்சிகள்

ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட நிகழ்ச்சிகளுள், ஒன்று மற்ற நிகழ்ச்சிகளில் எவ்வித தாக்கத்தையும் செலுத்தாதிருப்பின் குறிப்பிட்ட நிகழ்ச்சிகள் சாரா நிகழ்ச்சிகள் எனப்படும்.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

● சார் நிகழ்ச்சிகள்

இரண்டு நிகழ்ச்சிகளுள் ஒன்று மற்றய நிகழ்ச்சியில் தாக்கத்தை ஏற்படுத்துமெனின், அவை சார் நிகழ்ச்சிகள் எனப்படும்.

● தம்முள் புறநீங்கும் நிகழ்ச்சிகள்

மாதிரி வெளியின் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட நிகழ்ச்சிகளில் பொதுவான மூலகங்கள் அல்லது நிகழ்ச்சி இல்லை எனின், அவை தம்முள் புறநீங்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனப்படும்.

$$P = \{ 2, 3, 5, 7 \}$$

$$Q = \{ 1, 4, 9, 16, 25 \}$$

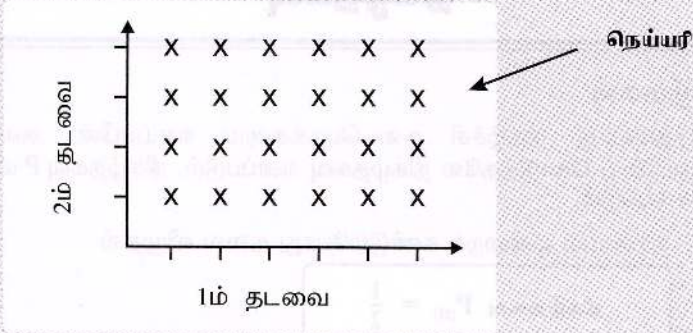
பொதுவான நிகழ்ச்சிகள் இல்லை.

$$P \cap Q = \phi$$

ஆகவே P, Q தம்முள் புறநீங்கும் நிகழ்ச்சிகள்.

● **நெய்யரி**

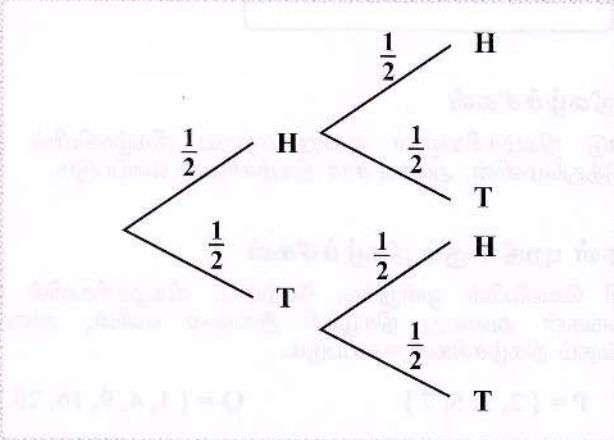
இரு நிகழ்ச்சிகளைத் தேக்காட்டின் தளத்திற் குறித்துக் காட்டுதல் நெய்யரி எனப்படும்.



● **மரவரிப்படம்**

அடுத்தடுத்து வரும் நிகழ்ச்சிகளைக் காட்டுவதற்கு மரக் கிளைகள் வடிவில் வரையப்படும் உரு மரவரிப்படம் அல்லது தருவரு எனப்படும்.

☞ நிகழ்தகவுக் கேள்விகளை மரவரிப்படம் மூலம் இலகுவாகத் தீர்க்கலாம்.



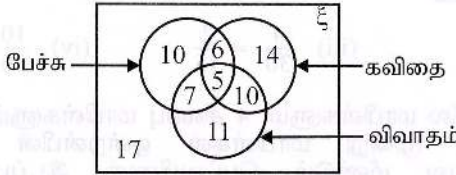
$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$
$P(A') = 1 - P(A)$

2. தூரணங்கள்

1. மாவட்டத் தமிழ்த் தினப் போட்டியொன்றிற் பங்குபற்றிய 80 மாணவர்களுள் 28 பேர் பேச்சுப் போட்டியிலும், 35 பேர் கவிதைப் போட்டியிலும், 33 பேர் விவாதப் போட்டியிலும் பங்குபற்றினர். இவர்களுள் 12 பேர் பேச்சு, விவாதப் போட்டி ஆகிய இரண்டிலும் பங்குபற்றினர். 15 பேர் கவிதை, விவாதப் போட்டி ஆகிய இரண்டிலும் பங்குபற்றினர். 10 பேர் பேச்சுப் போட்டியில் மாத்திரம் பங்குபற்றினர். 5 பேர் இம்மூன்றிலும் பங்குபற்றினர்.

- (a) இத்தரவுகளை ஒரு வென்னுருவிற் குறிக்க.
 (b) இம்மாணவர்களுள் ஒருவர் எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்யப்பட்டால் அவர்
 (i) பேச்சு, கவிதை ஆகிய இரு போட்டிகளிலும் பங்குபற்றுபவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
 (ii) கவிதைப் போட்டியில் மாத்திரம் பங்குபற்றுபவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
 (iii) குறைந்தபட்சம் இரு போட்டிகளிலாவது பங்குபற்றுபவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
 (iv) இம்மூன்று போட்டிகளுள் ஒன்றிலேனும் பங்குபற்றாதவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

(a) விடை



(b) (i) $n(X) = 6 + 5 = 11$
 $n(\xi) = 80$
 $P(X) = \frac{n(X)}{n(\xi)}$
 $P(X) = \frac{11}{80}$

(ii) $n(Y) = 14$

(iii) $n(R) = 28$

(iv) $n(T) = 17$

$n(\xi) = 80$

$n(\xi) = 80$

$n(\xi) = 80$

$P(Y) = \frac{n(Y)}{n(\xi)}$

$P(R) = \frac{n(R)}{n(\xi)}$

$P(T) = \frac{n(T)}{n(\xi)}$

$P(Y) = \frac{14}{80} = \frac{7}{40}$

$P(R) = \frac{28}{80} = \frac{7}{20}$

$P(T) = \frac{17}{80}$

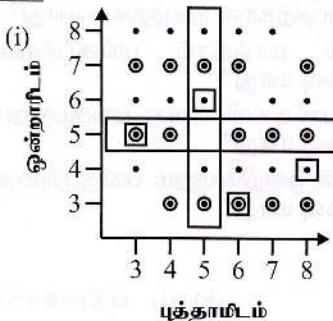
(இங்கு X, Y, R, T என்பன அவ்வவ் நிகழ்ச்சிகளுக்கான தொடைகள் எனக் கருதப்பட்டது)

2. {3, 4, 5, 6, 7, 8} என்ற தொடையிலிருந்து இரு இலக்கங்களைக் கொண்ட ஓர் எண்ணை உருவாக்கும் பொருட்டு எழுமாற்றாக இரு இலக்கங்கள் எடுக்கப்பட்டன.

(இந்த எண்ணிலே ஒரே இலக்கம் இரு முறை தோன்றக் கூடாது)

- மாதிரி வெளியைப் புள்ளி வரைபொன்றில் எடுத்துக் காட்டுக. இவ்வாறு உருவாக்கப்பட்ட எண்ணானது,
- ஒற்றை எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
- ஏழின் ஒரு மடங்காக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
- அதன் இலக்கங்களுள் ஒன்றை 5 ஆகக் கொண்டிருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

விடை

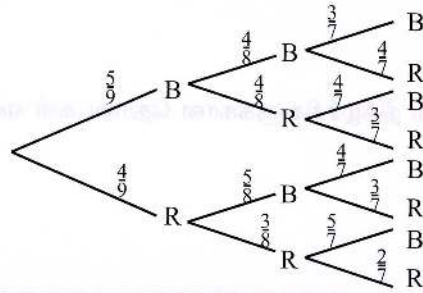


○ ஒற்றை எண்
 □ 7 இன் மடங்கு
 + 5ஐ ஓர் இலக்கமாகக் கொண்ட எண்

(ii) $\frac{15}{30} = \frac{1}{2}$ (iii) $\frac{4}{30} = \frac{2}{15}$ (iv) $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

2. ஒரு பெட்டியில் 5 நீல மாபிள்களும், 4 சிவப்பு மாபிள்களும் உள்ளன. அப்பெட்டியிலிருந்து மூன்று மாபிள்கள் ஒன்றன்பின் ஒன்றாகப் பெறப்பட்டன. அவை மீண்டும் பெட்டியினுள் இடப்படவில்லை. இந்நிகழ்ச்சியைக் குறிக்கும் மரவரிப்படம் ஒன்றை வரைக. அதிலிருந்து பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

- மூன்று மாபிள்களும் நீலமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
- குறைந்தது ஒரு மாபிளேனும் சிவப்பாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
- முதலாவது மாபிள் சிவப்பாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
- இரண்டாவது மாபிள் நீலமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?



B → நீலம்
 R → சிவப்பு

(i) $(B, B, B) = \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{60}{504}$

- (ii) இதற்கு மூன்றுமே நீல மாபிள்கள் தவிர்ந்த ஏனையவை அனைத்தும் பெறப்படும்.

$$\begin{aligned} \therefore 1 - \frac{60}{504} \\ &= \frac{504}{504} - \frac{60}{504} \\ &= \frac{444}{504} \end{aligned}$$

- (iii) (R, B, B) (R, B, R) (R, R, B) (R, R, R)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{4}{9} \times \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} \right) + \left(\frac{4}{9} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} \right) + \left(\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} \right) + \left(\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} \right) \\ &= \frac{80}{504} + \frac{60}{504} + \frac{60}{504} + \frac{24}{504} \\ &= \frac{224}{504} \end{aligned}$$

- (iv) (B, B, B) (B, B, R) (R, B, B) (R, B, R)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{7} \right) + \left(\frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{4}{7} \right) + \left(\frac{4}{9} \times \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} \right) + \left(\frac{4}{9} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} \right) \\ &= \frac{60}{504} + \frac{80}{504} + \frac{80}{504} + \frac{60}{504} \\ &= \frac{280}{504} \end{aligned}$$

4. ஒரு மாணவன் 70 பக்கங்கள் கொண்ட புத்தகமொன்றைப் புரட்டும்போது எழுமாற்றாக ஒரு பக்கம் பெறப்படுகிறது. அப்பக்க எண் முதன்மை எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

1 முதல் 70 வரையுள்ள முதன்மை எண்கள்

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67

விடை

$$\text{நிகழ்தகவு} = \frac{19}{70}$$

1. க.பொ.த உயர்தர விஞ்ஞானப் பிரிவில் மொத்தமாக 4 பாடங்கள் உள்ளன அவையாவன கணிதம், பௌதீகவியல், இரசாயனவியல், உயிரியல் ஆகும். இவற்றுள் எப்பாடங்களை விரும்புகிறீர்கள் என 78 உயர்தர விஞ்ஞானப் பிரிவு மாணவர்களிடம் விசாரிக்கப்பட்டது. இந்நாலு பாடங்களுள் அனைவரும் ஏதாவது ஒரு பாடத்தை விரும்புகின்றனர். அவர்களுள் 28 பேர் கணிதத்தையும் 37 பேர் பௌதீகவியலையும், 33 பேர் இரசாயனவியலையும் விரும்புகின்றனர். 19 பேர் கணிதம், பௌதீகவியல் இரண்டையும் விரும்புகின்றனர். 13 பேர் கணிதம், இரசாயனவியல் இரண்டையும் விரும்புகின்றனர். 14 பேர் பௌதீகவியலை மாத்திரம் விரும்புகின்றனர். கணிதம், பௌதீகவியல், இரசாயனவியல் ஆகிய மூன்று பாடங்களையும் விரும்புகிறவர்களின் எண்ணிக்கை 9 எனின,

- பொருத்தமான வென்னுருவை வரைக.
- கணிதத்தை மாத்திரம் விரும்புவர்களின் நிகழ்தகவைக் காண்க.
- பௌதீகவியல், இரசாயனவியல் இரண்டையும் விரும்புவர்களின் நிகழ்தகவு யாது?
- கணிதம், பௌதீகவியல், இரசாயனவியல் என்பவற்றில் ஏதாவது இரு பாடங்களை மாத்திரம் விரும்புவர்களின் நிகழ்தகவைக் காண்க.
- உயிரியலை மாத்திரம் விரும்புவர்களின் நிகழ்தகவைக் காண்க.
- பௌதீகவியல், இரசாயனவியல் இரண்டையும் விரும்புவர்களின் நிகழ்தகவைக் காண்க.

2. பெட்டியொன்றினுள் ஒரேயளவான 3 கறுப்புப் பேனாக்களும், 2 பச்சைப் பேனாக்களும் உள்ளன. அப்பெட்டியிலிருந்து எழுமாற்றாக ஒரு பேனா எடுக்கப்படும் அதே வேளை முகங்களில் 1, 2, 3, 4, 5, 6 எனக் குறிக்கப்பட்ட சதுரமுகித் தாயக்கட்டை ஒன்றும் உருட்டப்படுகிறது.

- சாத்தியமான நிகழ்தகவைக் காட்டும் புள்ளிவரைபைத் தெக்காட்டின் தளத்திற் குறிக்க.
- பெட்டியிலிருந்து கறுப்புப் பேனா பெறப்படுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
- பெட்டியிலிருந்து கறுப்புப் பேனா பெறப்படும் போது தாயக்கட்டையில் இரட்டை எண் விழுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
- தாயக்கட்டையில் ஒற்றை எண் விழுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
- தாயக்கட்டையில் முக்கோண எண் விழும் போது பெட்டியிலிருந்து பச்சைப் பேனா பெறப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

3. தமிழ்ச் சங்கக் கூட்டத்திற்கு 90 பேர் வந்திருந்தனர். இவர்களுள் செயற்குழுவின் புதிய உறுப்பினர்களாக ஒரு ஆணும், ஒரு பெண்ணும் தெரிவு செய்யப்பட வேண்டும். கூட்டத்திற்கு வந்தவர்களில் 60% ஆணோர் ஆண்கள் எனின், செயற்குழுவிற்கு,

- ஆண்கள் தெரிவு செய்யப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
- பெண்கள் தெரிவு செய்யப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

4. குறித்தவொரு பெருந் தெருவில் அமைந்துள்ள வேகக் கணிப்புக் கம்பம் ஒன்றைக் கடந்து செல்லும் கார்களுள் 45% ஆனவை 75kmh^{-1} இலும் கூடிய கதியிற் சென்றன. வேகக் கணிப்புக் கம்பத்தைக் கடந்து சென்ற இரு கார்கள் எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்யப்பட்டன. அவற்றில் முதலாவது கார் 75kmh^{-1} இலும் கூடிய கதியிலும் இரண்டாவது கார் 75kmh^{-1} இலும் குறைந்த கதியிலும் சென்றமைக்கான நிகழ்தகவு யாது?
5. கோடாத நாணயம் ஒன்றையும் முகங்களில் 1, 2, 3, 4, எனக் குறிக்கப்பட்ட நான்முகித் தாயக் கட்டை ஒன்றையும் ஒருமித்து சுண்டும் போது பெறப்படும் மாதிரி வெளியைப் புள்ளி வரைபிற் காட்டுக.
- (i) நாணயத்தில் தலை விழுவதற்கான நிகழ்தகவு A யைக் காண்க.
- (ii) சதுரமுகித் தாயக்கட்டையில் 3 உம் நாணயத்தில் பூவும் விழுவதற்கான நிகழ்தகவு B யைக் காண்க.
- (iii) சதுரமுகித் தாயக் கட்டையில் இரட்டை எண் விழுவதற்கான நிகழ்தகவு C யைக் காண்க.
- (iv) நிகழ்ச்சிகள் A, B, C என்பவற்றில் எவை சாரா நிகழ்ச்சிகளென இனம் காண்க.
6. பெட்டி ஒன்றிலே ஓரேயளவான 3 வெள்ளைப் பந்துகளும், 4 சிவப்புப் பந்துகளும் உள்ளன. அப்பெட்டியிலிருந்து பந்து ஒன்று எழுமாற்றாக எடுக்கப்பட்டு அதன் நிறத்தைக் குறித்த பின்னர் மீண்டும் பெட்டியினுள் இடப்பட்டு வேறொரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது எனின், பின்வருவனவற்றைக் காண்க.
- (i) இத்தகவல்களுக்கான மாதிரி வெளியை நெய்யரியிற் குறிக்க.
- (ii) இரண்டு பந்துகளும் வெள்ளையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(A)$ யைக் காண்க.
- (iii) முதலாவது சிவப்பாகவும், இரண்டாவது வெள்ளையாகவும் இருத்தற்கான நிகழ்தகவு $P(B)$ யாது?
- (iv) இரண்டு பந்துகளும் சிவப்பாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(C)$ யாது?
- (v) ஏதாவது ஒன்று வெள்ளையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $P(D)$ யாது?
- (vi) நிகழ்ச்சி A, B, C, D என்பற்றில் சாரா நிகழ்ச்சிகளை இனம் காண்க.
7. கூடைப் பந்தாட்டப் போட்டியொன்றில் வீரர்கள் X, Y, Z ஆகியோர் பந்துகளை கூடைக்குள் இடுவதற்கான நிகழ்தகவு பின்வருமாறு.
- $$P(X) = \frac{1}{4} \quad P(Y) = \frac{1}{5} \quad P(Z) = \frac{1}{3}$$
- ஆகும் எனின், பின்வருவனவற்றைக் காண்க.
- (i) X, Y இருவரும் பந்துகளை இடுவதற்கான நிகழ்தகவு.
- (ii) X, Z இருவரும் பந்துகளை இடுவதற்கான நிகழ்தகவு.
- (iii) Y, Z இருவரும் பந்துகளை இடுவதற்கான நிகழ்தகவு.
- (iv) X, Y, Z மூவரும் பந்துகளை இடுவதற்கான நிகழ்தகவு.

8. நடைபெறவுள்ள கணிதப் பரீட்சைகளிலே K, L, M ஆகிய மாணவர்கள் அதிகூடிய புள்ளிகளைப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு பின்வருமாறு.

$$P(K) = \frac{1}{2}$$

$$P(L) = \frac{5}{6}$$

$$P(M) = \frac{3}{4} \text{ ஆகும்}$$

இப்பரீட்சைகள் அடுத்தடுத்து இரு தடவைகள் நடைபெறும்.

KK - இரு தடவைகளும் கூடிய புள்ளிகளைப் பெறல்.

KL- முதற்தடவை K யும் இரண்டாம் தடவை L உம் கூடிய புள்ளிகளைப் பெறல்.

(i) $P(KK)$

(ii) $P(KL)$

(iii) $P(KM)$

(iv) $P(ML)$

(v) $P(MM)$

(vi) $P(LK)$

9. பாடசாலை உபகரணப் பெட்டி ஒன்றிலே 4 நீலப் பேனாக்களும் 5 சிவப்புப் பேனாக்களும் உள்ளன. பெட்டியிலிருந்து ஒன்றன்பின் ஒன்றாக இரு பேனாக்கள் எடுக்கப்பட்டன. இத்தகவல்களைக் காட்டும் மாதிரி வெளியை தெக்காட்டின் தளத்திற் குறிக்க.

(i) இரண்டு பேனாக்களும் சிவப்பாக இருத்தல்.

(ii) இரண்டு பேனாக்களும் நீலமாக இருத்தல்.

(iii) முதலாவது நீலமாகவும் இரண்டாவது சிவப்பாகவும் இருத்தல்.

(iv) இரண்டும் ஒரே நிறமாக இருத்தல்.

(v) இரண்டும் வெவ்வேறு நிறமாக இருத்தல்.

ஆகியவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

10. ஒருவரிடம் ஒரேயளவான மூன்று சாவிகள் அடங்கிய சாவிக் கொத்தொன்றுள்ளது. அச் சாவிகளுள் ஒன்று அவரது வீட்டின் நுழைவாயிற் கதவுச் சாவியாகும். அவர் இரவு நேரத்தில் வீட்டிற்கு வரும் போது எழுமாற்றாகச் சாவிகளைத் தெரிவு செய்து கதவைத் திறக்க முயல்வார்.

(a) குறித்தவொரு நாளில் முதலாவதாகத் தெரிவு செய்து திறக்க முயன்ற சாவி தவறானதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

(b) இருநாட்கள் இவ்வாறு திறக்க முயன்றார் எனின்,

(i) இந்நிகழ்ச்சிகளைக் காட்டும் மரவரிப் படம் ஒன்றைக் காட்டுக.

(ii) இரு நாட்களிலும் சாவி சரியானதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(iii) ஏதாவதொரு நாளில் மாத்திரம் சாவி தவறாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

(iv) குறைந்தது ஏதாவது ஒரு நாளிலேனும் சரியான சாவியைத் தெரிவு செய்வதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

11. நேர்முகப் பரீட்சையொன்றிற்கு வந்திருந்த விண்ணப்பதாரிகளுள் A என்பவர் தெரிவு செய்யப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{2}{5}$ ஆகும். B என்பவர் தெரிவு செய்யப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{4}$ ஆகும்.
- இந்நிகழ்ச்சிகளைக் காட்டும் மரவரிப் படம் ஒன்றை வரைக.
 - A, B இருவரும் தெரிவு செய்யப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
 - A, B இருவரும் தெரிவு செய்யப்படாமைக்கான நிகழ்தகவு யாது?
 - குறைந்தபட்சம் இருவரும் ஒருவரேனும் தெரிவு செய்யப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
 - B தெரிவு செய்யப்படாமைக்கான நிகழ்தகவு யாது?
12. பை ஒன்றினுள் ஒரேயளவான 4 வெள்ளை மாபிள்களும், 3 சிவப்பு மாபிள்களும் உள்ளன. பையிலிருந்து ஒரு மாபிள் எழுமாற்றாகப் பெறப்பட்டு அதன் நிறம் குறிக்கப்பட்ட பின்னர் மீண்டும் பையினுள் இடப்பட்டது. அதன் பின்னர் மீண்டும் ஒரு மாபிள் பையிலிருந்து பெறப்பட்டது.
- இந்நிகழ்ச்சிகளைக் காட்டும் மரவரிப் படம் ஒன்றை வரைக.
 - பெறப்பட்ட இரு மாபிள்களும் வெள்ளையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு.
 - குறைந்தது ஒரு மாபிளேனும் சிவப்பாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு.
 - இரண்டாவதாகப் பெறப்பட்ட மாபிள் வெள்ளையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு.
- ஆகியவற்றைக் காண்க.
13. கீழே தரப்பட்டுள்ள இரு பெட்டிகளுள் பெட்டி P - 3 சிவப்புப் பந்துகளையும், 7 நீலப் பந்துகளையும் கொண்டுள்ளது. பெட்டி Q - 4 சிவப்புப் பந்துகளையும் 6 நீலப் பந்துகளையும் கொண்டுள்ளது.

Red - 3
Blue - 7

Box P

Red - 4
Blue - 6

Box Q

இரு பெட்டிகளிலிருந்தும் எழுமாற்றாக ஒவ்வொரு பந்துகள் வீதம் எடுக்கப்பட்டன எனின்,

- பொருத்தமான தள உருவை வரைக.
 - இரு பந்துகளும் நீலமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு.
 - குறைந்தது ஒன்றேனும் சிவப்பாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு.
 - ஏதாவது ஒரு பந்து நீலமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு.
 - இரு பந்துகளுமே ஒரே நிறமாகப் பெறப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு.
 - எவ்வாறெனினும் இரு பந்துகள் பெறப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு.
- ஆகியவற்றைக் காண்க

14. பெட்டியொன்றினுள் ஒரேயளவான 3 நீலப் பவளங்களும், 4 வெள்ளைப் பவளங்களும் உள்ளன. அதிலிருந்து எழுமாற்றாக மூன்று பவளங்கள் ஒன்றன் பின் ஒன்றாகப் பெறப்பட்டன. அவை மீண்டும் பெட்டியினுள் இடப்படவில்லை.
- சாத்தியமான மரவரிப் படத்தை வரைக.
 - மூன்று பவளங்களும் வெளையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு.
 - குறைந்த பட்சம் ஒரு பவளமேனும் நீலமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு.
 - மூன்று பவளங்களும் ஒரே நிறமுடையனவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு.
 - இரு பவளங்கள் மாத்திரம் நீலமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு. ஆகியவற்றைக் காண்க.
15. பை ஒன்றிலே பழுதுள்ள 3 மின்குமிழ்களும் பழுதற்ற 2 மின்குமிழ்களும் உள்ளன. இம் மின்குமிழ்கள் யாவும் ஒரே வடிவத்தையும் பருமனையும் உடையவை. முதலில் மின்குமிழ் ஒன்று எழுமாற்றாக எடுக்கப்பட்டு அதனைத் திரும்பப் பையினுள் இடாமல் பின்னர் இரண்டாம் மின்குமிழ் ஒன்று எடுக்கப்பட்டது.
- இயல்தகு நிகழ்ச்சிகள் யாவற்றையும் குறிப்பதற்கு மரவரிப் படம் ஒன்றை வரைக.
 - உமது மரவரிப் படத்தைப் பயன்படுத்தி
 - இரு மின்குமிழ்களும் பழுதற்றவையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
 - அம் மின்குமிழ்களில் ஒன்று பழுதற்றதாகவும் மற்றயது பழுதுள்ளதாகவும் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
 - பழுதுள்ள மின்குமிழ்களை தான் அடுத்தடுத்து எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு 20% ஆகுமென ஒருவர் கூறுகின்றார். அவர் இச் செயலை நிறைவேற்றுவதற்கான நேர்தகவுகளைப் (காரணங்கள் தந்து) பரிசீலிக்க.
16. உயர் ஈரலிப்பு உள்ளடக்கத்தைக் கொண்ட ஓரிடத்திலுள்ள களஞ்சியத்திலிருந்து எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட வெடிகளின் மாதிரியொன்றின் மீது நடத்தப்பட்ட சோதனைகளில், ஒரு வெடியானது வெடிப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{2}{5}$ எனக் கொண்டு,
- நிமல் வெடியொன்றை வாங்குகிறான். அது வெடிப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காட்டுவதற்கு மரவரிப் படம் ஒன்றை வரைக.
 - நிமல் மேலும் 2 வெடிகளை வாங்குகிறான். மேற்போந்த மரவரிப் படத்தை புதிய நிலமையின் நிகழ்தகவைக் காட்டுவதற்கு விரிவாக்குக.
 - உமது மரவரிப் படத்தைப் பின்வருவனவற்றைக் கணிப்பதற்குப் பயன்படுத்துக.
 - மூன்று வெடிகளும் வெடிப்பதற்கான நிகழ்தகவு.
 - முதலாவது வெடி வெடிக்காதிருக்க அடுத்து ஏனைய இரு வெடிகளும் வெடிப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
 - குறைந்த பட்சம் இரு வெடிகளேனும் வெடிப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

- (d) கடைக்காரன் நிமலிடம் வெடிகளைக் கையளித்த பின்னர் குறைந்தது இரு வெடிகளேனும் வெடிக்குமெனத் தான் 95% இற்கு மேல் நம்பிக்கை கொண்டிருப்பதாகக் (நிகழ்தகவு ≥ 0.95) குறிப்பிட்டான். இக்கூற்று சரியா, பிழையா என நியாயங்களைத் தந்து கூறுக.

17. நாணயமொன்றும் முகங்களில் 1, 2, 3, 4 என எழுதப்பட்ட நான்முகித் தாயக்கட்டை ஒன்றும் ஒருமித்து உருட்டப்பட்டன.

- (i) பொருத்தமான மரவரிப் படத்தை வரைக.
(ii) நாணயத்தில் தலையும், தாயக்கட்டையில் ஒற்றை எண்ணும் விழுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
(iii) நாணயத்தில் பூவும், தாயக்கட்டையில் முதன்மை எண்ணும் விழுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
(iv) தாயக்கட்டையில் சதுர எண் விழுவதற்கான சாத்தியக்கூறு 50% எனக் காட்டுக.

18. A, B, C ஆகியோர் குறித்தவொரு பாடசாலையிலிருந்து தரம் 5 புலமைப் பரிசிற்பரீட்சைக்குத் தோற்றும் 3 மாணவர்களாவர். பிரபல பாடசாலை ஒன்றுக்கான அனுமதி இப்பரீட்சையின் பேறுகளிலே தங்கியிருக்கின்றது. அவர்களுடைய வகுப்பு ஆசிரியர், அவர்கள் பரீட்சையிலே தேறுவதற்கான நேர்தகவுகளைப் பின்வருமாறு மதிப்பிடுகின்றார். பிரபல பாடசாலை ஒன்றின் தரம் 6 வகுப்புக்கு A அனுமதி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 60% உம், B அனுமதி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 70% உம், C அனுமதி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 80% உம் ஆகும்.

- (a) A, B, C ஆகிய மூவரும் பிரபல பாடசாலை ஒன்றுக்கு அனுமதி பெறுவதுடன் தொடர்புபட்ட நிகழ்ச்சிகளைக் காட்டும் மரவரிப் படத்தை வரைக.
(b) உங்கள் மரவரிப் படத்தைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.
(i) மூவரும் பிரபல பாடசாலை ஒன்றுக்கு அனுமதி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு.
(ii) B, C ஆகியோர் மட்டும் பிரபல பாடசாலை ஒன்றுக்கு அனுமதி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு.
(iii) அவர்களுள் குறைந்தபட்சம் ஒருவரேனும் பிரபல பாடசாலை ஒன்றுக்கு அனுமதி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு.
(c) அப்பாடசாலையின் அதிபர் அம்மூன்று மாணவர்களுள் குறைந்தபட்சம் ஒருவரேனும் பிரபல பாடசாலை ஒன்றுக்கு அனுமதி பெறுவார் என்பதிலே தமக்கு 99% இற்கு மேற்பட்ட நம்பிக்கை இருப்பதாகக் குறிப்பிட்டுள்ளார். இக்கூற்று உண்மையானதா, இல்லையா எனக் காரணங்கள் தந்து ஆராய்க.

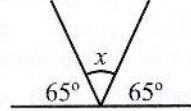
19. X, Y எனும் இரு சாரா நிகழ்ச்சிகளுள் $P(X) = \frac{5}{12}$, $P(Y) = \frac{4}{15}$ எனின்,

- (i) $P(X \cap Y)$ (ii) $P(X \cup Y)$ (iii) $P(X)$

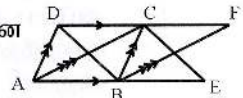
ஆகியவற்றைக் காண்க.

Part / பகுதி I எவ்வா வினாக்களுக்கும் விடை தருக.

- 15 தேங்காய்களின் விலை ரூ. 600 எனின், ஒரு தேங்காயின் விலையைக் காண்க.
- பெறுமானம் காண்க. $13.31 - 9.75$
- சுருக்குக. $2\sqrt{5} \times \sqrt{5}$
- உருவில் x இன் பெறுமானம் காண்க.



- தீர்க்க. $\frac{2x}{3} = 4$
- பெறுமானம் காண்க. $\sqrt{32}$
- $x = 3$ எனின், $3x - 5$ இன் பெறுமானம் காண்க.
- 1.24 kg எத்தனை கிராம்?
- தரப்பட்டுள்ள சமனிலியை எண்கோட்டில் குறிக்க. $x \leq -1$
- $3^4 = 81$ எனின், $\log_3 81$ இன் பெறுமானம் யாது?
- ஒரு வீட்டை 8 மனிதர்களால் 15 நாட்களில் கட்ட முடியும் எனின், 12 மனிதர்களால் எத்தனை நாட்களில் கட்ட முடியும்?
- $a^2 - b^2 = 35$ ($a - b = 5$) எனின், $(a + b)$ இன் பெறுமானம் காண்க.
- சுருக்குக. $\frac{5}{y-3} + \frac{3}{3-y}$
- $\lg 25 + \lg 4$ இன் பெறுமானம் காண்க.
- ஒரு திண்மக் கோளத்தின் மேற்பரப்பளவு 120cm^2 ஆகும். அதன் 1cm^2 இற்கு வெண்கல முலாம் பூச ரூ.75 செலவாகும் எனின், அக்கோளத்திற்கு முலாம் பூச எவ்வளவு செலவாகும்?
- $2y = 6x - 4$ எனும் நேர்கோட்டின்,
 - (i) படித்திறன் யாது?
 - (ii) வெட்டுத்துண்டு யாது?
- அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில் பரப்பளவில் சமனான இணைகரங்களைப் பெயரிடுக.
- $\lg 54.51 = 1.7365$ எனின், $10^{0.7365}$ இன் பெறுமானம் காண்க.
- செங்கும்பு ஒன்றின் கனவளவு 240cm^3 , அதன் குறுக்குவெட்டு அடியின் பரப்பு 72cm^2 எனின், அதன் உயரத்தைக் காண்க.



- சுருக்குக. $\frac{2}{x^2 - 3x - 10} - \frac{1}{x^2 - 4}$

1. (a) சுருக்குக.

(i) $\frac{15\sqrt{3}}{3\sqrt{5}}$

(ii) $3\sqrt{2} \times 4\sqrt{6} - 6\sqrt{9} \div 2\sqrt{3}$

(b) ரம்யாவின் வயது அவளது தாயின் வயதின் $\frac{1}{2}$ ஆகும். 15 வருடங்களுக்கு முன்னர் ரம்யாவின் வயது, தாயின் வயதில் $\frac{1}{3}$ எனின், தற்போது

(i) ரம்யாவின் வயது யாது?

(ii) தாயின் வயது யாது?

2. (a) சுருக்குக.

(i) $\frac{3a^2b \times 4ab^3 \times ab}{6a^3b^2 \times b^3}$

(ii) $\frac{\sqrt{0.027} \times 32^{\frac{1}{3}}}{36^{\frac{1}{2}} \times \sqrt{0.25}}$

(b) தீர்க்க. $4\lg 3 - \lg x = 2\lg\left(\frac{18}{3}\right) - 3\lg x$

(c) மடக்கை அட்டவணையை உபயோகித்துச் சுருக்கு.

$$\frac{67.45 \times \sqrt{0.008435}}{\sqrt[3]{19.64 \times 8.695^2}}$$

3. (a) 50 மாணவர்களைக் கொண்ட வகுப்பு ஒன்றிலே 32 பேர் காற்பந்தாட்டமும், 29 பேர் கிரிக்கட்டும் விளையாடுவர். 5 பேர் இவற்றில் ஒன்றையேனும் விளையாடுவதில்லை.

(i) இத்தரவுகளைப் பொருத்தமான வென்வரிப் படத்திற் குறிக்க.

(ii) காற்பந்து மாத்திரம் விளையாடுவோர் எத்தனை பேர்?

(iii) கிரிக்கட் மாத்திரம் விளையாடுவோர் எத்தனை பேர்?

(iv) காற்பந்து, கிரிக்கட் இரண்டையும் விளையாடுவோர் எத்தனை பேர்?

3. சுரேன் தனக்கும் தனது தம்பிக்குமாக இரண்டு கணிப்பான்களை வாங்கினான். கணிப்பான் வேலை செய்வதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{9}{10}$ என வியாபாரி உறுதியளித்தார் எனின்,
- இத்தரவுகளைப் பொருத்தமான மரவரிப் படத்திற் குறிக்க.
 - இரு கணிப்பான்களும் வேலை செய்வதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
 - இரண்டில் ஒன்றேனும் வேலை செய்யாமைக்கான நிகழ்தகவு யாது?
 - குறைந்தது ஒரு கணிப்பானேனும் வேலை செய்வதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

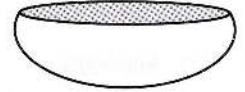
4. (a) சதுர அடியின் பக்க நீளம் 10cm, உயரம் 12cm ஆகவுள்ள செங்கும்பகத்தின்,

- முக்கோண முகம் ஒன்றின் செங்குத்துயரத்தைக் காண்க.
- மொத்த மேற்பரப்பளவைக் காண்க.
- கனவளவைக் காண்க.

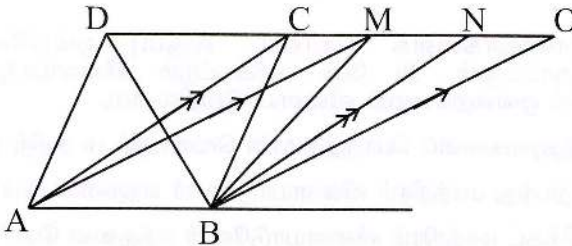


- (b) தரப்பட்டுள்ள உலோகத் திண்ம அரைக்கோளத்தின் விட்டம் 21cm எனின்,

- மேற்பரப்பளவைக் காண்க.
- கனவளவைக் காண்க.
- 10cm^3 உலோகத்தின் நிறை 15g எனின், இவ் அரைக்கோளத் திண்மத்தின் நிறையைக் காண்க.



5. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருவில் ABCD ஓர் இணைகரம் பக்கம் DC ஆனது O வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. பக்கம் AC ஆனது BN இற்குச் சமாந்தரம், பக்கம் AM ஆனது பக்கம் BO விற்கு சமாந்தரம் எனின்

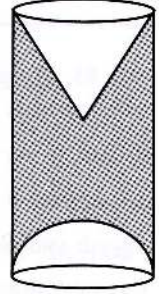


- இணைகரம் ABCD யின் பரப்பளவு நாற்பக்கல் ABOM இன் பரப்பளவிற்குச் சமன் என நிறுவுக.
- முக்கோணி ABM இன் பரப்பளவு இணைகரம் ABNC இன் பரப்பளவில் அரை மடங்கு என நிறுவுக.

(iii) முக்கோணிகள் ABD யும், BOM உம் பரப்பளவிற்கு சமன் என நிறுவுக.

(iv) $CM=NO$ என நிறுவுக.

6. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில் உயரம் 40cm விட்டம் 28cm ஆகவுள்ள செவ்வருளை திண்மம் ஒன்றிலிருந்து அரைகோளமும், செங்கும்பும் வெட்டி அகற்றப்படுகிறது. அவற்றின் விட்டங்கள் உருளையின் விட்டத்திற்கு சமனாகவும் செங்கும்பின் உயரம் 12cm உம் எனின்,



(i) வெட்டியகற்றிய செங்கும்பின் கனவளவு யாது?

(ii) உருவிலுள்ள உலோகத் திண்மத்தின் கனவளவு யாது?

(iii) இத்திண்மத்தின் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

7. $AB = 5\text{cm}$, $\hat{BAD} = 60^\circ$, $BD = 4.5\text{cm}$ ஆகவுள்ள இணைகரம் ABCD யை அமைக்க

(i) $DE = 8\text{cm}$ ஆகவும் இணைகரத்தின் பரப்பளவில் அரைவாசியாகவும் உள்ள முக்கோணி DCE யை அமைக்க.

(ii) பக்கம் AE யின் நீளம் யாது?

(iii) $\triangle ABD$ பரப்பளவு = $\triangle DCE$ பரப்பளவு என நிறுவுக.

8. சுருக்குக.

(a) சுருக்குக.

(i)
$$\frac{x+3}{x^2+3x+2} - \frac{1}{x+1}$$

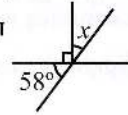
(ii)
$$\frac{a^2-1}{a^2+2a+1} \div \frac{2a^2-2a}{3a}$$

(b) $x-y=5$, $xy=1$ எனின்,

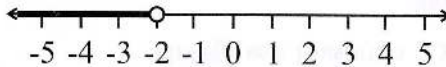
x^2+y^2 இன் பெறுமானம் காண்க.

Part / பகுதி A எவ்வா வினாக்களுக்கும் விடை தருக.

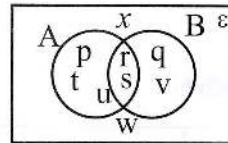
1. ரூ. 85 இற்கு 5 பேனாக்களை வாங்க முடியும் எனின், ஒரு பேனாவின் விலையைக் காண்க.
2. தீர்க்க. $4x = 18 + x$
3. சுருக்குக. 0.8×20
4. சதுரம் ஒன்றின் பக்க நீளம் 12cm எனின், அதன் சுற்றளவைக் காண்க.
5. தரப்பட்டுள்ள உருவின் தரவுகளுக்கமைய x இன் பெறுமானம் காண்க.



6. சுருக்குக. $x(x-1)$
7. 1.6 மீற்றரை மில்லி மீற்றரிற் தருக.
8. கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்கோட்டில் வகைக் குறிக் கப்பட்டுள்ள சமனிலியை எழுதுக.



9. தரப்பட்டுள்ள வென்வரிப்படத்தின் தரவுகளுக்கமைய $A \cap B'$ ஐ எழுதுக.

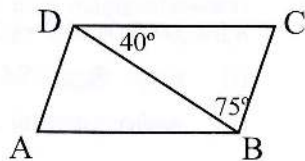


10. கீழே வரவுக் குறியினால் காட்டப்படும் எண்ணை எழுதுக.

அப்பிள்	777	///
---------	-----	-----	-------

11. $(x^2)^3 = 64$ எனின், x இன் பெறுமானம் காண்க.
12. சூத்திரம் $S = ut + ft^2$ இல் f ஐ எழுவாயாக்குக.
13. வீடொன்றை 15 மனிதர்கள் 12 நாட்களில் கட்டி முடிப்பர் எனின், 9 நாட்களில் கட்டி முடிக்க எத்தனை மனிதர்கள் தேவை?

14. அருகே தரப்பட்டுள்ள இணைகரம் ABCD யில் $\widehat{DBC} = 75^\circ$ $\widehat{BDC} = 40^\circ$ எனின், \widehat{BAD} யின் பருமன் யாது?



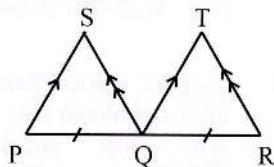
15. சுருக்குக. $4 \lg 10 - \lg 8 - 3 \lg 5$

16. $2y - 3x + 4 = 0$ எனும் நேர்கோட்டின்,

- (i) படித்திறன் யாது? (ii) வெட்டுத்துண்டு யாது?

17. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில் $PQ = QR$, $PS \parallel QT$, $QS \parallel RT$ எனின்,

- (i) $\triangle PQS \equiv \triangle QRT$ எனக் காட்டுக.
(ii) பக்கம் PS இற்கு சமனான பக்கத்தை எழுதுக.



18. பரீட்சை ஒன்றிலே மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

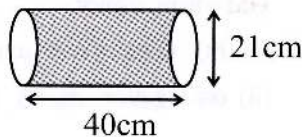
15, 18, 7, 5, 14, 19, 15, 11, 10, 15, 11

இப்புள்ளிகளின்,

- (i) ஆகாரம் யாது?
(ii) இடையம் யாது?

19. 54km/h எனும் கதியில் பயணிக்கும் கார் 4 மணித்தியாலங்கள் 40 நிமிடங்களில் செல்லும். தூரத்தைக் காண்க.

20. அருகே தரப்பட்டுள்ள செவ்வருளைக் குளாயின் புற மேற்பரப்பைக் காண்க.



21. $a - b = 5$, $ab = 14$ எனின், $a^2 + b^2$ இன் பெறுமானம் காண்க.

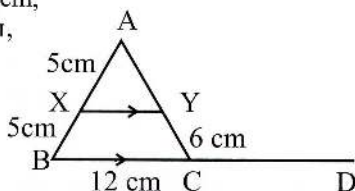
22. முதலாம் உறுப்பு a , பொதுவிகிதம் r ஆகவுள்ள பெருக்கல் விருத்தியில் $n - 2$ ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

23. $x^2 - 5x + 6$, $x^2 - 9$ எனும் அட்சர கணிதக் கோவைகளில்

- (i) பொது மடங்கிற் பெரியது யாது?
(ii) பொது மடங்குகளிற் சிறியது யாது?

24. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில் $BC = 12\text{cm}$, $AX = XB = 5\text{cm}$, $CY = 6\text{cm}$, $BC \parallel XY$ எனின்,

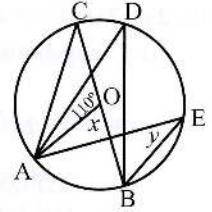
- (i) XY இன் நீளம் யாது?
(ii) AY இன் நீளம் யாது?



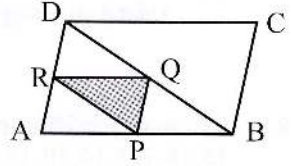
25. பங்கொன்றிற்கு ரூ.6 பங்கிலாபம் வழங்கும் கம்பனியில் 500 பங்குகளை சந்தைப் பெறுமதி ரூ.25 இற்குக் கொள்வனவு செய்யும் நேரன்
- (i) வருட இறுதியில் பெறும் வருமானம் யாது?
- (ii) அவ்வருமானம் அவனது முதலீட்டின் என்ன சதவீதமாகும்?

26. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவின் தரவுகளுக்கமைய

- (i) x இன் பெறுமானம் யாது?
- (ii) y இன் பெறுமானம் யாது?
- (iii) உருவில் சமனான கோணங்களைப் பெயரிடுக.

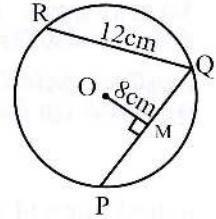


27. அருகே தரப்பட்டுள்ள சாய்சதுரம் ABCD யில் புள்ளிகள் P, Q, R முறையே AB, BD, DA யின் நடுப்புள்ளிகள் எனின், நிழற்றப்பட்ட பகுதி சாய்சதுரத்தின் என்ன பின்னமாகும்.?



28. உருவில் PQ, RQ மையத்திலிருந்து சமதூரத்திலுள்ள நாண்களாகும். பக்கம் OM ஆனது PQ வின் செங்குத்தாகும். OM=8cm எனின்,

- (i) PQ வின் நீளம் யாது?
- (ii) வட்டத்தின் ஆரை யாது?



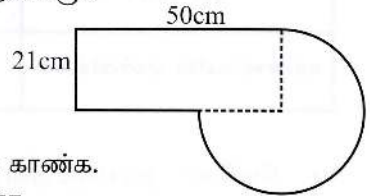
29. சுருக்குக. $\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{2}}{2}$

30. $x + y - 1 = xy = 15$ எனின், x, y இற்கு சாத்தியமான நேர் நிறை எண்களைக் காண்க.

1. (a)(i) $1\frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right)$ (ii) $\frac{1 - 0.06}{4 + 0.7}$

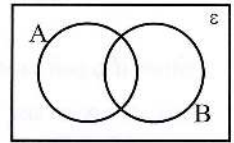
- (b) காதிரீ தான் வைத்திருந்த பணத்தில் $\frac{1}{3}$ ஐத் தம்பிக்கும் மீதிப் பணத்தில் $\frac{2}{3}$ ஐத் தங்கைக்கும் மீதியைத் தாயிற்கும் கொடுத்தான். தாயிற்குக் கொடுத்த பணம் ரூ. 6000 எனின்,
 (i) தங்கைக்குக் கொடுத்த பணம் எவ்வளவு?
 (ii) தம்பிக்குக் கொடுத்த பணம் எவ்வளவு?
 (iii) காதிரீடமிருந்த மொத்தப் பணம் எவ்வளவு?

2. தரப்பட்டுள்ள உருவின் நீளம், அகலம் முறையே 50cm, 21cm ஆகவுள்ள செவ்வகப் பகுதியையும், அதன் அகலத்தை ஆரையாகவும் கொண்ட ஆரைச் சிறையையும் கொண்டுள்ள ஒரு வெள்ளித் தகடாகும்



- (i) இத்தகட்டின் சுற்றளவைக் காண்க.
 (ii) ஆரைச்சிறைப் பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.
 (iii) வெள்ளித் தகட்டின் பரப்பளவைக் காண்க.
 (iv) இத்தகட்டின் ஒரு கனசென்றிமீற்றரின் நிறை 7 கிராம் எனில், இத்தகட்டின் நிறையை கிலோகிராமிற் தருக.

3. ஒரு மெய்வல்லுனர் போட்டியில் கலந்து கொண்ட 40 மாணவர்களுள் 15 பேர் உயரம் பாய்தலிலும் 12 பேர் நீளம் பாய்தலிலும் பங்குபற்றினர். 18 பேர் இவற்றுள் ஒன்றிலேனும் பங்குபற்றவில்லை. அருகே தரப்பட்டுள்ள வென்வரிப்படத்தில்



- A - உயரம் பாய்தல் B - நீளம் பாய்தல்
 ஆகியவற்றைக் குறிக்கிறது எனின், பின்வருவனவற்றைக் காண்க.
 (i) இவ்விரு போட்டிகளிலும் கலந்து கொண்டவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?
 (ii) வென்வரிப்படத்தில் தரவுகளைக் குறிக்க
 (iii) நீளம் பாய்தலில் மாத்திரம் கலந்து கொண்டவர்கள் எத்தனை பேர்?
 (iv) ஏதாவது ஒரு விளையாட்டில் மாத்திரம் கலந்து கொண்டவர்கள் எத்தனை பேர்?
 (v) $n(A \cup B)$ யாது? (vi) $n(A \cap B)$ யாது?
 (vii) $(A \cap B) \cup (A \cap B)$ யை தரப்பட்ட வென்னுருவில் நிழற்றுக.

4. விஜேன் ரூ.300000 ஐ முதலிட்டு வருட ஆரம்பத்தில் வியாபாரம் ஒன்றை ஆரம்பித்தான். 3 மாதங்களின் பின்னர் கவீன் ரூ.500000 ஐ முதலிட்டு அவ்வியாபாரத்தில் இணைந்து கொண்டான். வருட இறுதியில் ரூ.144000 இலாபம் பெறப்பட்டது. எனின்,

- இருவரிடையேயும் இலாபம் பங்கிடப்பட வேண்டிய விகிதத்தைக் காண்க.
- விஜேன் பெற்ற இலாபம் எவ்வளவு?
- கவீன் பெற்ற இலாபம் எவ்வளவு?
- இருவரும் இணைந்தே மேற்குறித்த முதலீடுகளுடன் வியாபாரத்தை ஆரம்பித்திருந்தால் இலாபம் பகிரப்பட வேண்டிய விகிதத்தைக் காண்க.

5. தரம் 11 வகுப்பிலுள்ள மாணவர்கள் கணிதப் பரீட்சையிலே பெற்ற புள்ளிகள் பின்வரும் அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

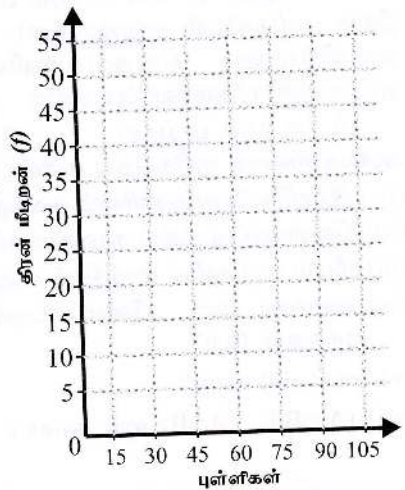
புள்ளிகள்	0-15	16-30	31-45	46-60	61-75	76-90	91-100
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	3	7	12	15	10	8	0

- மேலே தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப திரள் மீடறன் அட்டவணையைத் தயாரிக்க.
- கீழே தரப்பட்டுள்ள ஆள்கூற்றுத்தளத்தில் திரள் மீடறன் வளையியை வரைக.

திரள் மீடறன் வளையியிலிருந்து

(iii) காலணை இடைவீச்சைக் காண்க.

(iv) புள்ளிகள் > 30 ஐப் பெற்ற மாணவர்களே சித்தியடைந்தனர் எனின், இப்பரீட்சையிலே சித்தியடைந்த மாணவர்களின் சதவீதத்தைக் காண்க.



எவ்வா வினாக்களுக்கும் விடை தருக.

1. (a) தீர்க்க. $(\sqrt{2})^{x-1} \times 4^x = 128$

(b) சுருக்குக. $2 \lg \frac{1}{3} + \lg 0.18 - \lg \frac{1}{5}$

(c) மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

$$\frac{23.76}{3.08^2 \times \sqrt{0.00394}}$$

2. (a) ரூ. 3200 விலை குறிக்கப்பட்ட காற்சட்டையை குமார் விலைக்கழிவுடன் ரூ. 2800 இற்கு வாங்கினான் எனின், அவன் பெற்ற விலைக் கழிவின் சதவீதத்தைக் காண்க.

(b) லக்ஷமி ரூ. 3,400,000 பெறுமதியான கார் ஒன்றை முதலில் ரூ. 1,000,000 ஐச் செலுத்தியும் மீதியை 4 வருடங்களில் சமமாதத் தவணைக் கட்டணங்களாகவும் செலுத்தி முடிப்பதாகப் பெற்றுள்ளார். குறைந்து செல்லும் மீதி முறையின் கீழ் வட்டி கணிக்கப்படுகிறது. ஒரு மாதத்திற்கான தவணைக் கட்டணம் ரூ. 83,000 எனின்,

(i) ஒரு மாதத்திற்கான கடன் பகுதியைக் காண்க.

(ii) செலுத்த வேண்டிய மொத்த வட்டியைக் காண்க.

(iii) மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை யாது?

(iv) ஆண்டு வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

3. (a) காரணிகளைக் காண்க.

$$12x^4y - 4x^2y^2 - 8y^3$$

(b) தீர்க்க. $\frac{x-3}{8} - \frac{x-1}{6} = 1$

(c) சீதாவினதும் அவளது தங்கையினதும் வயதுகளுக்கு இடையேயான வித்தியாசம் 5 ஆகும். தங்கையின் வயதின் மூன்று மடங்கிலிருந்து சீதாவின் வயதின் இரண்டு மடங்கைக் கழித்தால் 1 பெறப்படும் எனின், சீதாவின் வயதை x எனவும், தங்கையின் வயதை y எனவும் கொண்டு x, y இலான இரு சமன்பாடுகளை அமைத்து அவர்கள் இருவரினதும் வயதுகளைக் காண்க.

4. சார்பு $y = 5 - (x - 2)^2$ இன் வரைபை வரைவதற்கு பூரணமற்ற அட்டவணை ஒன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

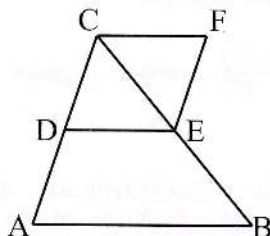
x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	-11	-4	4	5	-4	-11

- (i) அட்டவணையின் வெற்றிடங்களைப் பூரணப்படுத்துக.
- (ii) x அச்ச வழியே 10 சிறு பிரிவுகள் ஓர் அலகையும் y அச்ச வழியே 10 சிறு பிரிவுகள் இரு அலகுகளையும் குறிக்கும் வண்ணம் வரைபை வரைக.
- (iii) சார்பின் சமச்சீர் அச்சை வரைக.
- (iv) சார்பின் இழிவு / உயர்வுப் பெறுமானத்தை எழுதுக.
- (v) சார்பின் பெறுமானம் மறையாகக் குறையும் x இன் பெறுமான வீச்சை எழுதுக.
- (vi) $x^2 = 4x$ எனும் சார்பின் மூலகங்களை மேலே உள்ள வரைபிலிருந்து காண்க.
- (vii) சார்பை y அச்சின் நேர்த் திசையில் 2 அலகுகளினால் இடம் பெயர்த்தால் பெறப்படும் சார்பின் சமன்பாட்டை எழுதுக.
5. ஒரு வாகனத் தரிப்பிடத்தில் நாளாந்த அடிப்படையில் வாகனங்களின் எண்ணிக்கை தொடர்பான தரவு ஒரு மாதத்திற்கு சேகரிக்கப்பட்டு கீழே அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

வாகனங்களின் எண்ணிக்கை	61-75	76-90	91-105	106-120	121-135	136-150	151-170
நாட்களின் எண்ணிக்கை	3	5	8	7	4	2	1

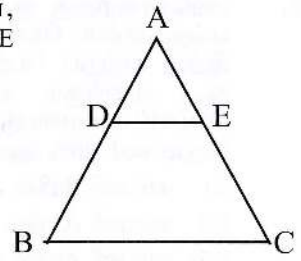
- (i) இப்பரம்பலின் ஆகார வகுப்பைக் காண்க.
- (ii) இத்தரவுகளை ஒரு வலையுரு வரையத்திற் குறிக்க.
- (iii) இப்பரம்பலின் இடைய வகுப்பை உத்தேச இடையாகக் கொண்டு ஒரு நாளில் நிறுத்தப்படும் வாகனங்களின் இடையைக் காண்க.
- (iv) இத் தரிப்பிடத்தின் மாத வருமானம் ரூ.236 250 எனின், ஒரு வாகனத்திற்கான நாளாந்தக் கட்டணமாக அறவிடப்படும் தொகையைக் காண்க.

6. பங்கொன்றிற்கு ரூ. 8 ஐ பங்கிலாபமாகச் செலுத்தும் கம்பனி A யில் பங்குகளைக் கொண்டுள்ள மகா அப்பங்குகளை சந்தை விலை ரூ.50 இற்கு விற்றுப் பெற்ற பணத்தை, ஆண்டுப் பங்கிலாபமாகப் பங்கிற்கு ரூ.5 வழங்கும் கம்பனி B யில் 12 000 பங்குகளைக் கொள்வனவு செய்யப் பயன்படுத்தினார். இவ்வியாபாரத்தால் அவரது ஆண்டு வருமானம் 20% ஆல் அதிகரித்தது எனின்,
- கம்பனி B யில் ஆண்டு வருமானம் யாது?
 - கம்பனி A யில் பெற்ற ஆண்டு வருமானம் யாது?
 - கம்பனி A யில் பங்குகளின் எண்ணிக்கை யாது?
 - கம்பனி B யில் முதலிட்ட பணம் யாது?
 - கம்பனி B யின் ஒரு பங்கின் சந்தை விலை யாது?
7. தப்பட்டுள்ள உருவில் DEFC ஓர் இணைகரமாகும். $AD = EF$, $AB \parallel CF$ எனின்,

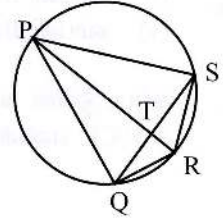


- $AD = DC$
 - $BE = EC$
 - இணைகரம் DEFC இன் சுற்றளவு = முக்கோணி ABC இன் சுற்றளவு - 2 BE என நிறுவுக.
8. (a) ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் 3ம் உறுப்பு 12, 8ம் உறுப்பு -384 எனின்,
- முதலாம் உறுப்பு
 - பொது விகிதம்
 - 10ம் உறுப்பு
 - முதல் 10 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை ஆகியவற்றைக் காண்க.
- (b) கூட்டல் விருத்தி ஒன்றின் n ம் உறுப்பு $3n - 7$ எனின், முதல் 15 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

9. (a) தரப்பட்டுள்ள உருவில் DE//BC எனின், முக்கோணி ABC, முக்கோணி ADE இயல்பொத்தவை என நிறுவுக.



- (b) தரப்பட்டுள்ள உருவில் P,Q,R,S என்பன வட்டத்தின் பரிதியில் உள்ள புள்ளிகளாகும் எனின்,

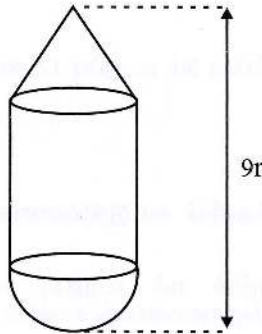


- (i) PQT, SRT இயல்பொத்த முக்கோணிகள் எனக் காட்டுக.
(ii) $PQ:PT=SR:ST$ என நிறுவுக.

(iii) $\frac{PR - TR}{SQ - TQ} = \frac{SQ - TQ}{PR - PT}$ எனவும் நிறுவுக.

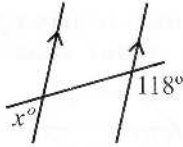
10. தரப்பட்டுள்ள உரு சம ஆரையுடைய அரைக்கோளம், உருளை, கூம்பியினால் ஆன கூட்டுத் திண்மம் ஆகும். அரைக்கோள ஆரை $2r$ ஆகவுள்ள உருளையின் உயரம் $4r$ எனின்,

- (i) இத்திண்மத்தின் மொத்த மேற்பரப்பளவை r சார்பாகத் தருக.
(ii) திண்மத்தின் கனவளவை r சார்பாகத் தருக.
(iii) இதன் கனவளவு $2149 \frac{5}{7} \text{ cm}^3$ எனின், திண்மத்தின் உயரத்தைக் கணிக்க.



Part / பகுதி A எவ்வா வினாக்களுக்கும் விடை தருக.

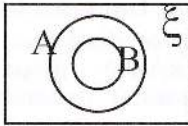
- $4\frac{1}{2}$ லீற்றர் பாலைப் பெறுவதற்கு எத்தனை 500ml பாற் போத்தல்களை வாங்க வேண்டும்?
- சுருக்குக. $5ab - 2b - ab + b$
- தீர்க்க. $3x + 3 = 3$
- பெறுமானம் காண்க. $0.5 + 0.3 \times 4$
-



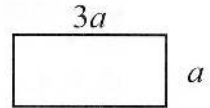
உருவில் x இன் பெறுமானம் காண்க.

- சுருக்குக. $(x^{-1}) \times x^2 \times x$
- $\frac{2}{3}$ இன் $\frac{1}{4}$ என்ன பின்னமாகும்?

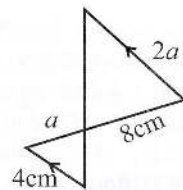
- உருவில் $A \cap B$ ஐ நிழற்றுக.



- தரப்பட்டுள்ள செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 144cm எனின், a இன் பெறுமானம் காண்க.
- தரப்பட்டுள்ள எண் பரம்பலின் இடையத்தைக் காண்க.
13, 7, 15, 13, 16, 5, 4, 10, 12, 8
- சுருக்குக. $2\sqrt{6} \times \sqrt{24}$



- கார் ஒன்றிற்கு சுங்க வரியாக 90% படி ரூ. 3 600 000 செலுத்தப்பட்டது. எனின், அக்காரின் கொள்விலையைக் காண்க.
- தரப்பட்டுள்ள உருவில் a இன் பெறுமானம் காண்க.

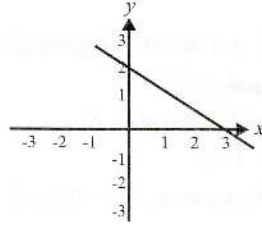


14. சுருக்குக. $2\lg 5 + \frac{1}{2} \lg 16 - \lg 10$ இன் பெறுமானம் காண்க.

15. $\begin{bmatrix} a & 2 \\ 3 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & b \\ -2 & -1 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ எனின், a, b இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

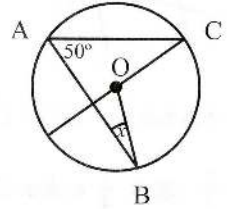
16. $x^2 + xy = 6, x - y = \frac{1}{2}$ எனின் $x^3 - xy^2$ இன் பெறுமானம் காண்க.

17. தரப்பட்டுள்ள நேர்கோட்டின்
(i) படித்திறனைக் காண்க.
(ii) சமன்பாட்டை எழுதுக.



18. நீர் இறைக்கும் இயந்திரம் $9m^3h^{-1}$ எனும் வீதத்தில் நீரைப் பாய்ச்சுகிறது. எனின், $1500l$ கொள்ளளவுடைய ஒரு தாங்கியை நிரப்ப எவ்வளவு நேரமாகும்?

19. தரப்பட்டுள்ள உருவில் AB, AC சம நாண்கள், O மையப் புள்ளி எனின், x இன் பெறுமானம் காண்க.

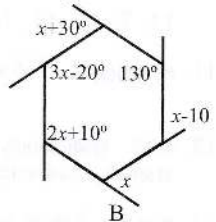


20. ஓட்டப் பந்தயம் ஒன்றில் இறுதிச்சுற்றில் சாரா கலந்து கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு 65% எனவும். சீலா கலந்துகொள்வதற்கான நிகழ்தகவு 0.7 எனவும் காணப்பட்டது எனில், இவ்இறுதிச் சுற்றில் இருவரில் ஒருவரேனும் கலந்து கொள்ளாமல்க்கான நிகழ்தகவைப் பின்னமாகத் தருக.

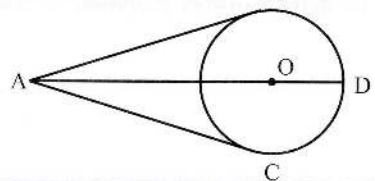
21. 12, 9, 6,..... எனும் விருத்தியின் n ஆம் உறுப்பை எழுதுக.

22. $-2 < x \leq 1$ எனும் சமனிலியை எண்கோட்டிற் குறித்துக் காட்டுக.

23. தரப்பட்டுள்ள அறுகோணியில் x இன் பருமனைக் காண்க.



24. உருவில் நேர்கோடு AD வட்டத்தின் மையத்தினூடாகக் செல்கிறது. வட்டத்தின் ஆரை $\sqrt{10}cm$ பக்கம் $AD = \sqrt{90}cm$ எனின், வட்டத்தில் AB, AC யின் பெருக்கத்தைக் காண்க.

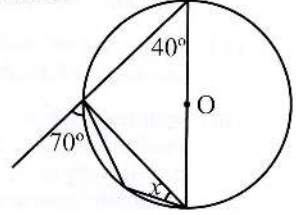


25. ஒரு பங்கிற்கு ரூ.5.50 பங்கிலாபம் வழங்கும் கம்பனி ஒன்றில் பங்கு ஒன்றை ரூ.18 வீதம் கொள்வனவு செய்ய ரூ.27 000 ஐ முதலிட்டார் ராஜா.

- (i) கொள்வனவு செய்த பங்குகளின் எண்ணிக்கை யாது?
(ii) ஆண்டிறுதியில் பெறும் வருமானம் யாது?

26. தீர்க்க. $3x = \frac{x^2}{2} + 4$

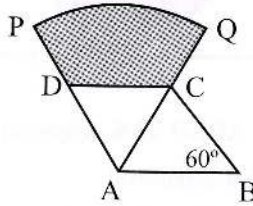
27. தரப்பட்டுள்ள O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள தரவுகளைக் கொண்டு x இன் பெறுமானம் காண்க.



28. சில்லின் பரிதி 220cm ஆகவுள்ள சைக்கிள் ஒன்று 2km தூரம் பயணித்தது. அச்சைக்கிள் சில்லின் வளைவில் அமர்ந்திருந்த புழுவின்

- (i) ஒழுக்கு யாது?
(ii) அப்புழு அசைந்த தூரம் யாது?

29. விட்டம் 21cm ஆகவுள்ள வட்டத்தின் ஆரைச்சிறை APQ வும் பரப்பளவு 70.5cm^2 ஆகவுள்ள சாய்சதுரம் ABCD யும் உருவிற் காட்டப்பட்டவாறு இணைக்கப்பட்டுள்ளன எனின், நிழற்றிய பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.



30. $a + b + c = 4, abc = -48$ எனின், a, b, c எனும் எண்களில் ஒரு எண் மாத்திரம் மறை நிறை எண் எனக் காட்டுக.

1. (a) சுருக்குக.

(i) $1\frac{1}{2}$ இன் $4 \div 4\frac{1}{2}$

(ii) $3\frac{1}{3} \div (2 - 1\frac{7}{11}) - 2\frac{1}{3}$

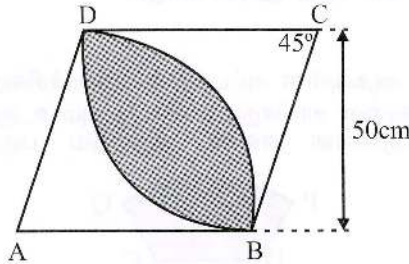
(b) ஒரு ஆடைத் தொழிற்சாலை மாதமொன்றில் உற்பத்தி செய்யும் ஆடைகளில் $\frac{3}{5}$ ஐ ஐரோப்பாவிற்கும் மீதியில் $\frac{3}{4}$ ஐ அமெரிக்காவிற்கும் மீதியை மத்திய கிழக்கிற்கும் ஏற்றுமதி செய்கிறது எனின்,

(i) முழு ஆடைகளினதும் என்ன பின்னம் அமெரிக்காவிற்கு ஏற்றுமதி செய்யப்படுகிறது?

(ii) முழு ஆடைகளில் என்ன பின்னம் மத்திய கிழக்கிற்கு ஏற்றுமதி செய்யப்படுகிறது?

(iii) அம்மாதத்தில் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட முழு ஆடைகளின் எண்ணிக்கை 300 000 எனின், அமெரிக்கா தவிர்ந்த ஏனைய நாடுகளுக்கு ஏற்றுமதி செய்யப்பட்ட ஆடைகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

2. தரப்பட்டுள்ள உரு நட்சத்திர விடுதி ஒன்றின் முகப்பு அலங்காரத்தைக் குறிக்கிறது. இங்கே ABCD 0.7m பக்க நீளம் கொண்ட சாய் சதுரமாகும். உருவின் தரவுகளை அவதானித்துப் பின்வருவனவற்றிற்கு விடை தருக.



(i) சாய்சதுரப் பகுதி ABCD யின் சுற்றளவு

(ii) நிழற்றிய பகுதியின் சுற்றளவு

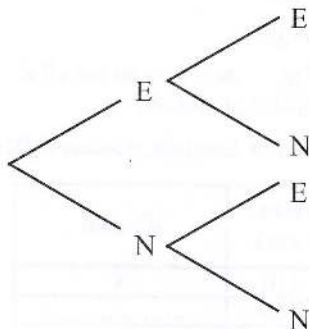
(iii) சாய்சதுரப் பகுதி ABCD யின் பரப்பளவு

(iv) நிழற்றிய அலங்காரப் பகுதியின் பரப்பளவு

(v) நிழற்றிய பகுதி சாய்சதுரம் ABCD யின் என்ன பின்னமாகும்?

3. (a) தேனீர் தயாரிப்பதற்கான பால்மா, சீனி என்பவற்றின் நிறைகள் 3:5 என்ற விகிதத்திற் கலக்கப்படுகிறது. அவற்றின் விலைகளுக்கு இடையேயான விகிதம் முறையே 8 : 3 ஆகும். இவ்வாறான 1kg பால்மாச் சீனிக் கலவையின் விலை ரூ.97.50 எனின்,
- (i) 1kg பால்மாவின் விலையைக் காண்க.
- (ii) 1kg சீனியின் விலையைக் காண்க.
- (b) ஆண்டிற்கு 15% எளிய வட்டிக்கு ஒரு தொகைப் பணத்தைப் பெற்ற துசான் 1 வருடம் 8 மாதங்களின் பின்னர் ரூ.31250 ஐச் செலுத்தி கடனிலிருந்து விடுபட்டார் எனின், துசான் பெற்ற கடன் தொகையைக் காண்க.

4. (a) ஒரு மாந்தோப்பிலிருந்து நாளாந்தம் பெறப்படும் மாம்பழங்களுள் 90% ஆனவை உண்பதற்கு உகந்தவை என மதிப்பிடப்படுகிறது. குறித்தவொரு நாளிலே பெறப்பட்ட மாம்பழங்களுள் இரண்டு மாம்பழங்கள் ஒன்றன் பின் ஒன்றாக எடுக்கப்படுகிறது.



- (i) இந்த எழுமாற்றுப் பரிசோதனைக்குரிய மரவரிப்படத்தைப் பூரணப்படுத்துக.
 E - உண்பதற்கு உகந்தது
 N - உண்பதற்கு உகந்ததல்ல
- (ii) பெறப்பட்ட இரு மாம்பழங்களும் உண்பதற்கு உகந்ததாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
- (iii) பெறப்பட்ட இரு மாம்பழங்களுமே உண்பதற்கு உகந்ததல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
- (iv) பெறப்பட்டவற்றுள் ஒரு மாம்பழம் மாத்திரமே உண்பதற்கு உகந்ததாக இருத்தற்கான நிகழ்தகவு யாது?
- (v) பெறப்பட்டவற்றுள் குறைந்தது ஒரு மாம்பழமேனும் உண்பதற்கு உகந்ததாக இருத்தற்கான நிகழ்தகவு யாது?

- (b) 1, 2, 3, 4 என எழுதப்பட்டுள்ள நான்முகித் தாயக்கட்டைகள் இரண்டு ஒரே நேரத்தில் உருட்டப்படும் போது பெறப்படும் மாதிரி வெளியை
- நெய்யரியிற் குறித்துக் காட்டுக.
 - இரு தாயக்கட்டைகளிலும் ஒன்றை எண்கள் பெறப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
 - ஒரு தாயக்கட்டையிலேனும் முதன்மை எண் பெறப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

5. (a) ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களின் உயரங்கள் சென்ரிமீற்றரிற் (cm) தரப்பட்டுள்ளது.

132 120 163 127 125 132 132 138 151 165 124 147 132 147 158 138
153 159 129

இம் மாணவர்களது உயரங்களின்

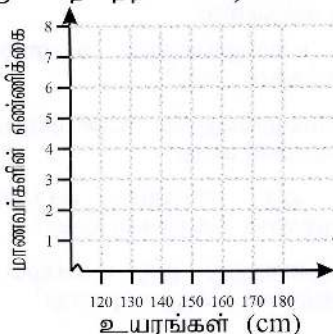
- ஆகாரம் யாது?
- இடையம் யாது?

இத் தரவு கீழே அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு கூட்டமாக்கப்பட்டுள்ளது எனின்,

(iii) அட்டவணையின் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

வகுப்பாயிடை (உயரம் cm)	மீடறன்
120 - 130	5
130 - 140
140 - 150
150 - 160
160 - 170	2

(iv) மேலே அட்டவணைக்குரிய வலையுரு வரையத்தை கீழே தரப்பட்டுள்ள தளத்தில் வரைக.

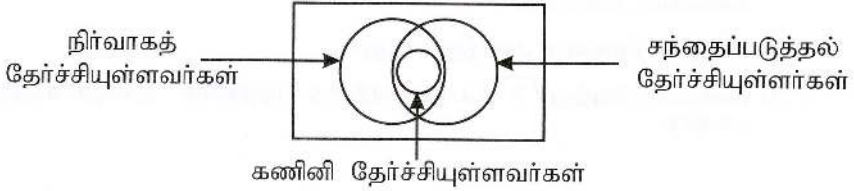


(v) மேலே வரைந்த வலையுரு வரையத்தில் (iii) இல் பெற்ற அட்டவணைக்கான மீடறன் பல்கோணியை வரைக.

Part / பகுதி A 5 வினாக்களுக்கு விடை தருக.

1. நேர்முகத் தேர்வு ஒன்றிற்கு சமூகமளித்த 40 விண்ணப்பதாரிகளுள் 24 பேர் சந்தைப்படுத்தலில் தேர்ச்சியுள்ளவர்கள், 20 பேர் நிர்வாகத்தில் தேர்ச்சியுள்ளவர்கள், 10 பேர் கணினியில் தேர்ச்சியுள்ளவர்கள், 18 பேர் சந்தைப்படுத்தலிலும், நிர்வாகத்திலும் தேர்ச்சியுள்ளவர்கள்.

- (i) பின்வரும் வென்வரிப்படத்தில் மேலே தரப்பட்ட தரவுகளைக் குறிக்க.



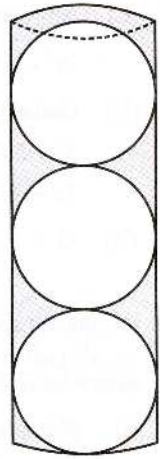
- (ii) இம்மூன்றிலும் தேர்ச்சி பெற்றவர்கள் எத்தனை பேர்?
 (iii) நிர்வாகத்தில் மாத்திரம் தேர்ச்சி பெற்றவர்கள் எத்தனை பேர்?
 (iv) இம்மூன்றில் ஒன்றிலேனும் தேர்ச்சி அற்றவர்கள் எத்தனை பேர்?
 (v) நிர்வாகம், சந்தைப்படுத்தல் இரண்டிலும் தேர்ச்சி உள்ள ஆனால் கணினியில் தேர்ச்சி அற்றவர்களுக்கான பிரதேசத்தை மேற்படி வென் உருவிலி நிழற்றுக்க.
2. சார்பு $y = 5 - 2x - x^2$ இன் வரைபை வரைவதற்கான x, y இலான பூரணமற்ற அட்டவணை ஒன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	-3	2	5	2	-3

- (i) $x = -2, -1$ ஆகும் போது y இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.
 (ii) x அச்ச வழியேயும் y அச்ச வழியேயும் 10 சிறு பிரிப்புக்களினால் ஓர் அலகைக் குறிக்கும் வண்ணம் வரையுத் தாளிலே வரைபை வரைக. உமது வரைபிலிருந்து பின்வருவனவற்றிற்கு விடை தருக.
 (iii) சார்பின் சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.
 (iv) சார்பு நேராக அதிகரிக்கும் x இன் பெறுமான வீச்சைக் காண்க.
 (v) உமது வரைபிலிருந்து $x^2 + 2x - 3 = 0$ இன் மூலங்களைக் காண்க.
 (vi) வரைபிலிருந்து $\sqrt{6}$ இன் பெறுமானத்தை முதலாம் தசம தானத்திற்குக் காண்க.

3. கவராயம், cm/mm அளவிடை நேர்விளிம்பு ஆகியவற்றை மாத்திரம் பயன்படுத்தி அமைப்புக் கோடுகளைத் தெளிவாகக் காட்டி பின்வரும் அமைப்பை அமைக்க.
- ஆரை 2cm ஆகவுள்ள வட்டம் ஒன்றை அமைத்து மையத்தை O எனக் குறிக்க.
 - அவ்வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 4cm தூரத்தில் புள்ளி P யைக் குறிக்க.
 - புள்ளி P யிலிருந்து வட்டத்திற்கு இரு தொடலிகளை அமைத்து, அவை Q, R எனக் குறிக்க.
 - அமைப்பிலிருந்து PQ=PR எனக் காட்டுக.
 - இரு சமபக்க முக்கோணி QRS ஐ வட்டத்தின் பரிதியில் S அமையும் வண்ணம் அமைக்க.
 - QS இன் நீளத்தை அளந்து எழுதுக.
 - அமைப்பிலிருந்து $\sqrt{3}$ பெறுமானத்தை முதலாம் தசமதானத்திற்குக் காண்க.
4. பெருந்தெரு ஒன்றிலே பொருத்தப்பட்டுள்ள வேகக் கணிப்பாளிலே நாள் ஒன்றிலே பதியப்பட்ட 60 கார்களின் வேகம் தொடர்பான அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.
- | வேகம் (kmph) | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 | 90-100 |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| கார்களின் எண்ணிக்கை | 3 | 8 | 9 | 15 | 10 | 8 | 7 |
- இப்பரம்பலின் இடைய வகுப்பைக் காண்க.
 - இடைய வகுப்பை உத்தேச இடையாகக் கொண்டு கார் ஒன்றின் இடை வேகத்தைக் கணிக்க.
 - இத்தெருவில் மிகக்குறைந்த வேகம் 40kmph எனின், மிகக் குறைந்த வேகத்தில் பயணம் செய்த கார்களின் சதவீதத்தைக் காண்க.
 - இத்தெருவில் அதிகூடிய வேகத்தில் பயணம் செய்தமைக்காக தலா ஒரு கார் சாரதியிடமிருந்து ரூ. 2000 வீதம் ரூ. 30 000 அந்நாளிலே அறவிடப்பட்டது எனின், அத்தெருவிற்கான அதி கூடிய வேக எல்லையைக் காண்க.
5. ஒரு சலவை இயந்திரத்தின் உடன் காசுக் கொள்வனவு விலை ரூ. 80 000 ஆகும். அதை ரூ. 20 000 முற்பணமாகச் செலுத்தி மீதியை ரூ. 2248 வீதம் 30 சமமாதத் தவணைக் கட்டணங்களாகவும் செலுத்தி வாங்கலாம். இக்கொடுப்பனவிற்காக மீதி குறைந்து செல்லும் வட்டி முறை மூலம் வட்டி கணிக்கப்படுகிறது எனின், ஆண்டு வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

6. அருகே தரப்பட்டுள்ள உருவில் சம ஆரை 3.5cm ஆகவுள்ள 3 உலோகத் திண்மக் கோளங்கள் செவ்வருளைக் குளாய் ஒன்றினுள் இடப்பட்டுள்ளன. மேலே உள்ள கோளம் குளாயின் மேல் விளிம்புவரை உள்ளது எனின்,



- (i) கோளமொன்றின் கனவளவைக் காண்க.
(ii) இக்குளாயினுள் கோளங்களுக்கு மேல் ஊற்றக் கூடிய நீரின் கொள்ளளவைக் காண்க.

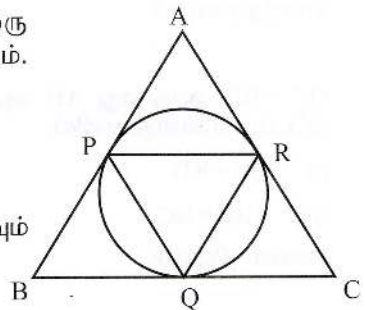
Part / பகுதி B 5 வினாக்களுக்கு விடை தருக.

7. (a) ஒரு கூட்டல் விருத்தியின் n ஆம் உறுப்பு $17 - 3n$ எனின், இவ்விருத்தியின்
(i) முதலாம் உறுப்பு (ii) பொதுவித்தியாசம்
(iii) 17 ஆம் உறுப்பு
(iv) முதல் 17 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை ஆகியவற்றைக் காண்க.
- (b) a, ar, ar^2, ar^3, \dots ஆகவுள்ள பெருக்கல் விருத்தியின் முதலாம் உறுப்பினதும் இரண்டாம் உறுப்பினதும் கூட்டுத்தொகை 5, மூன்றாம் உறுப்பினதும் நான்காம் உறுப்பினதும் கூட்டுத்தொகை 20 உம் எனின், இவ்விருத்தியின்
(i) நேர்ப் பொது விகிதத்தைக் காண்க.
(ii) பொது விகிதம் நேராகவுள்ள விருத்தியில் 425 எத்தனை உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை?

8. தரப்பட்டுள்ள உருவில் P, Q, R ஒரு வட்டத்தின் பரிதியில் உள்ள புள்ளிகளாகும். AB, BC, CA வட்டத்தின் தொடலிகளாகும்.

$PQ = PR = QR$ எனின்,

- (i) $\hat{BAC} = \hat{QPR}$
(ii) பக்கம் AC யின் நடுப்புள்ளி R எனவும் நிறுவுக.



9. (a) காரணியாக்குக.

$$2x^3 - 3x^2 - 5x$$

(b) பின்வரும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

$$3a + 2b = 13$$

$$2a + 5b = 27$$

(b) $-3 < x \leq 2$ எனும் சமனிலியை எண் கோட்டிற் குறிக்க.

10. கடற்கரையில் கிடைத் தரையிலே ஒரே நேர்கோட்டில் நிற்கும் குமாரிற்கு கடலிலுள்ள கப்பல் 300 m தூரத்திலும் 065° திசைகோளிலும் நசீரிற்கு 320° திசைகோளிலும் தென்பட்டது.

(i) இத்தரவுகளைக் காட்டும் பரும்படிப் படம் ஒன்றை வரைக.

(ii) கப்பலிற்கும் இவர்கள் இருவரும் நிற்கும் கிடைத்தரை நேர்கோட்டிற்கும் இடையேயான மிகக் குறுகிய தூரத்தைத் திரிகோண கணித அட்டவணையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

(iii) நசீர் எவ்வளவு தூரத்தில் கப்பலை அவதானித்தான்?

(iv) குமார், நசீர் இருவருக்கும் இடையேயான தூரத்தைத் திரிகோண கணித அட்டவணையின் உதவியுடன் காண்க.

11. (a) தீர்க்க

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}, \quad B - 2A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \text{ எனின்,}$$

B இன் தாயத்தைக் காண்க.

(b) மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

$$\frac{\sqrt{6.378} \times 0.0432}{12.53}$$

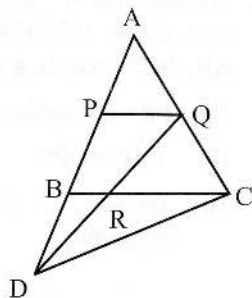
12. தரப்பட்டுள்ள உருவில் இருசமபக்க முக்கோணி ABC யில் $AB = AC$, புள்ளி Q ஆனது AC யின் நடுப்புள்ளியாகும். நேர்கோடுகள் PQ வும் BC யும் சமாந்தரமாகும்.

$QC = BD$ ஆகுமாறு AB ஆனது D வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது எனின்,

(i) $QR = RD$

(ii) $4BR = BC$

எனவும் நிறுவுக.



விடைகள் 1

1. (i) 0.35 (ii) $0.7777 = 0.7$ (iii) 3.4
(iv) 2.153846 (v) $1.818181 = 1.81$ (vi) 0.625
(vii) $1.2727 = 1.27$ (viii) 1.57142
முடிவுறும் தசமங்கள் (i), (iii), (vi), மடங்குத் தசமங்கள் (ii), (iv), (v), (vii), (viii)
2. முடிவுறும் தசமங்கள் - (i), (iv), (vi)
மடங்குத் தசமங்கள் - (ii), (iii), (v), (vii), (viii)
3. (i) $\sqrt{16} = 4$ விகிதமுறும் எண் (ii) $\sqrt{11} = .3316624$ விகிதமுறா எண்
(iii) $\sqrt{23} = 4.79531$ விகிதமுறா எண்
(iv) $\sqrt{2.25} = 1.5 = \frac{3}{2}$ விகிதமுறும் எண்
(v) $\sqrt{5\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3} =$ விகிதமுறும் எண்
(vi) $\sqrt{110.25} = 10.5$ விகிதமுறும் எண்
(vii) $\sqrt{37} = 6.082762$ விகிதமுறா எண்
(viii) 1.51185 விகிதமுறா எண்
4. விகிதமுறும் எண் (i), (iv), (v) - இவை மடங்குத் தசமங்களாகும்.
விகிதமுறா எண் (ii), (iii), (vi) - இவை மடங்குத் தசமம் அல்லாதவை.
5. ஆம், அவற்றை இரு நிறை எண்களின் பின்னமாக எழுத முடியும்.
6. விகிதமுறும் எண்
7. விகிதமுறா எண்
8. விகிதமுறா எண்
9. (i) $2\sqrt{7}$ (ii) $3\sqrt{3}$ (iii) $7\sqrt{5}$ (iv) $20\sqrt{7}$
(v) $8\sqrt{3}$ (vi) $50\sqrt{2}$ (vii) $\frac{5}{3}\sqrt{2}$ (viii) $\frac{\sqrt{6}}{5} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$
10. (i) $\sqrt{28}$ (ii) $\sqrt{75}$ (iii) $\sqrt{242}$ (iv) $\sqrt{135}$
(v) $\sqrt{384}$ (vi) $\sqrt{720}$ (vii) $\sqrt{4725}$ (viii) $\sqrt{6875}$
11. (i) $10\sqrt{3}$ (ii) $16\sqrt{5}$ (iii) $9\sqrt{6}$ (iv) $8\sqrt{2}$
(v) 0 (vi) $\frac{5}{2}\sqrt{3}$
12. (i) $\frac{3}{2}\sqrt{5}$ (ii) $\frac{10\sqrt{7}}{3}$ (iii) $\frac{23}{30}\sqrt{3}$ (iv) $8\sqrt{5}$
13. (i) 30 (ii) 288 (iii) 216 (iv) 1
(v) $\frac{2}{3}\sqrt{5}$ (vi) 15 (vii) $2\sqrt{5}$ (viii) $2\frac{1}{4}$

14. (i) $4\sqrt{2}$ (ii) $36\sqrt{3}$ (iii) $8\sqrt{3}$ (iv) $15\sqrt{5}$
 (v) 2 (vi) $1\frac{1}{2}$
15. (i) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ (ii) $\frac{9\sqrt{7}}{7}$ (iii) $\sqrt{10}$ (iv) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$
 (v) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ (vi) 1 (vii) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (viii) $\frac{8}{3}$
16. (i) $2\sqrt{2}$ (ii) $4\sqrt{3}$ (iii) $\frac{\sqrt{5}}{1}$ (iv) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$
 (v) $\frac{3\sqrt{7}}{7}$ (vi) $\frac{10\sqrt{3}}{9}$ (vii) $\frac{11}{3}\sqrt{5}$ (viii) $\frac{2\sqrt{3}}{1}$
 (ix) $4\sqrt{5}$ (x) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ (xi) $6\sqrt{6}$ (xii) $\frac{7}{29}\sqrt{87}$
17. (i) $3\sqrt{3}$ (ii) $\frac{30}{7}\sqrt{7}$ (iii) $12\sqrt{5}$ (iv) $2\sqrt{3}$
 (v) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (vi) $2\sqrt{5}$
18. (i) 3.464 (ii) 5.59 (iii) 2.412 (iv) 0.472
 (v) 0.589 (vi) 0.121
19. (i) 9 (ii) $15\sqrt{2}$ 20. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 21. $2\sqrt{7}$

விடைகள் 2

1. (i) x^{11} (ii) y (iii) $a^6 b^4$
 (iv) $a^5 b^5$ (v) $\sqrt{\frac{x^7}{y}}$ (vi) m^5
2. (i) $a^7 b^4$ (ii) $x^6 y^5$ (iii) $m^2 n^{\frac{1}{4}}$ (iv) $p^3 q^3$
 (v) $x^3 y^5$ (vi) $a^6 b^2$ (vii) $m^{\frac{2}{3}} n$ (viii) $ab^2 c^{\frac{2}{3}}$
 (ix) $ab\sqrt{c}$ (x) $\sqrt{\frac{y^5}{\frac{x}{3}}}$
3. (i) $\sqrt{5}$ (ii) $\sqrt{11^2}$ (iii) $\sqrt{x^3}$ (iv) $\frac{1}{\sqrt[4]{y}}$
 (v) $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$ (vi) $\sqrt[4]{10^5}$ (vii) $\sqrt[4]{x^{10}}$ (viii) $\frac{1}{\sqrt[3]{m^{13}}}$
4. (i) 5 (ii) $\frac{1}{4} = 0.25$ (iii) $9x^4 y^2$
 (iv) 1.25 (v) $\frac{27}{1000} = 0.027$ (vi) $25x^2$
 (vii) $\frac{5}{8}xy^2 = 0.625xy^2$ (viii) $1\frac{1}{4} = 1.25$ (ix) $\frac{5}{3}$

5. (i) $\frac{16}{25}$ (ii) $\frac{8}{27}$ (iii) $2\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{27}{125}$
 (v) $\frac{1}{27x^3}$ (vi) $\frac{-7x^2y^2}{8}$ (vii) $0.09a^4$ (viii) 0.04
6. (i) y (ii) $\frac{x^3}{6y}$ (iii) $\frac{b}{8a}$ (iv) $9a^3b^6$
 (v) $\frac{8b^{\frac{5}{2}}}{7a^{\frac{11}{2}}}$ (vi) $m^3n^{\frac{11}{2}}$
7. (i) 6 (ii) 1 (iii) $45x^2$ (iv) a^4 (v) $\frac{16}{25y^2}$
8. (i) $1\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$
 (iii) $(x^4 + x + y)$ (iv) $m^2n^{\frac{4}{3}} - m^{\frac{3}{5}}n^2$
 (v) $\frac{3ax}{2}$ (vi) $\frac{1}{(x^{\frac{2}{3}} + y^2)^{\frac{1}{2}}}$
9. (i) $x = 3$ (ii) $x = 1$ (iii) $x = 1$ (iv) $x = 5$
 (v) $x = 2$ (vi) $x = \frac{3}{7}$ (vii) $x = -1\frac{1}{2}$ (viii) $x = 2\frac{1}{2}$
 (ix) $x = -\frac{1}{2}$ (x) $x = 16$ (xi) $x = 1$ (xii) $x = 2$
10. (i) 5 (ii) -7 (iii) 3 (iv) 0
 (v) 5 (vi) -7 (vii) -1 (viii) -1
11. (i) 3 (ii) 2 (iii) 2 (iv) $-\frac{1}{2}$
 (v) 9 (vi) -7
12. (i) 2 (ii) -1 (iii) 2 (iv) 0
 (v) 2 (vi) 2 (vii) 5 (viii) $1\frac{1}{2}$
13. (i) 9 (ii) 5 (iii) 2
14. (i) $x = 1$ (ii) $x = 6$ (iii) $x = 5$ (iv) $x = 2$
 (v) $x = 1$ (vi) $m = 1$ (vii) $p = 4$
15. (i) 1.1761 (ii) 1.6532 (iii) 1.6990 (iv) -1.4771
 (v) -1.8751 (vi) 0.5229 (vii) 0.2219 (viii) 0.3010
16. (i) $2x + y$ (ii) $3x + 2y$ (iii) $2x + 2y - 1$ (iv) $2x - 2y$
17. (i) $\frac{q^2}{3}$ (ii) $\frac{9}{16}$ (iii) 32
18. (i) $\frac{p}{x} = 5$ (ii) $x = 4$ (iii) $y = 81$ (iv) $x = 2$
19. (i) 2 (ii) 2 20. $x = \frac{2}{3}$

விடைகள் 3

1. (i) 1 (ii) 0 (iii) 2 (iv) 3 (v) 4
(vi) $\bar{1}$ (vii) $\bar{3}$ (viii) $\bar{6}$ (ix) $\bar{4}$
2. (i) 0, 0.8711 (ii) 2, 0.7053 (iii) 5, 0.0092 (iv) $\bar{1}$, 0.9931
(v) $\bar{3}$, 0.0212 (vi) $\bar{4}$, 0.9800
3. (i) 0.5781 (ii) 1.7523 (iii) 2.8942 (iv) 3.9868
(v) $\bar{2}$.8667 (vi) $\bar{6}$.6797 (vii) $\bar{1}$.7664 (viii) $\bar{3}$.0021
4. (i) 3.774 (ii) 70.63 (iii) 8505 (iv) 0.2738
(v) 0.00877 (vi) 0.05776 (vii) 208.4 (viii) 0.0001014
5. (i) 119.5 (ii) 36230 (iii) 36.63 (iv) 22.91
(v) 162.8 (vi) 38.31
6. (i) 2.8486 (ii) 0.2926 (iii) $\bar{2}$.231 (iv) $\bar{1}$.9305
(v) 0.5975 (vi) $\bar{1}$.9335 (vii) 0.2081 (viii) 2.7677
7. (i) 0.8419 (ii) 1.5576 (iii) 0.6296 (iv) 3.4253
(v) $\bar{3}$.1410 (vi) $\bar{4}$.9164 (vii) $\bar{3}$.2228 (viii) 0.2611
8. (i) 3.2170 (ii) 3.4888 (iii) $\bar{5}$.6908 (iv) $\bar{7}$.7314
9. (i) 88.18 (ii) 4.782 (iii) 0.9367 (iv) 0.005268
(v) 0.0007157 (vi) 7.260 (vii) 1.890 (viii) 4.178
10. (i) 4.3149 (ii) $\bar{2}$.7894 (iii) $\bar{1}$.3514 (iv) $\bar{3}$.1134
(v) $\bar{9}$.3740 (vi) $\bar{6}$.0213 (vii) $\bar{7}$.7802 (viii) $\bar{5}$.303
11. (i) 0.2391 (ii) 0.9039 (iii) $\bar{1}$.2490 (iv) $\bar{1}$.9649
(v) $\bar{2}$.8190 (vi) $\bar{2}$.6913 (vii) $\bar{1}$.6003 (viii) $\bar{1}$.5149
12. (i) 0.7721 (ii) 30.15 (iii) 0.6862 (iv) 878.8
(v) 3.491 (vi) 0.1493
13. (i) 45.96 (ii) 18.82 (iii) 494.2 (iv) 31.76
(v) 2.519 (vi) 11.19 (vii) 1.730 (viii) 88.16
(ix) 19.13 (x) 63.78
14. (i) 10, 9.618 (ii) 7, 7.358 (iii) 10, 9.649
(iv) 0.1, 0.1000 (v) 0.3, 0.3041 (vi) 0.35, 0.3511
15. (i) $f = \frac{1}{2 \times 3.456} \sqrt{\frac{0.9251}{2.478}}$ (ii) $f = 0.08838$
16. (i) $P = 4.563^2 + 2 \times 0.8543 \times 0.532$ (ii) $P = 20.91$
17. (i) $x = 49$ (ii) $x = 9$ (iii) 0.01946
18. (i) $x = 5$ (ii) $2x - 3y$ (iii) 61.93
19. (i) 1.456 (ii) 2.309 20. 0.7346

விடைகள் 4

1. 350cm^2
2. 249.4cm^2
3. (i) 15cm (ii) 13cm
4. 297cm^2
5. 1120cm^2
6. (i) $h = 25\text{cm}$ (ii) 2400cm^2
7. 96m^2
8. 30cm
9. (i) 24cm (ii) 16cm
10. (i) $6\sqrt{2}\text{cm}$ (ii) 10cm (iii) 443.62cm^2
11. 1912cm^2
12. கூம்பு
13. 1760cm^2
14. 682cm^2
15. 990cm^2
16. (i) 25cm (ii) 1885.71cm^2
17. (i) 14cm (ii) 25cm
18. (i) 20cm (ii) 754.28cm^2 (iii) 565.71cm^2 (iv) 678.85cm^2
19. (i) 20cm (ii) 15cm
20. 616cm^2
21. 1386cm^2
22. $11\ 550\text{cm}^2$
23. 10.5cm
24. 10.5cm
25. 36074.5cm^2
26. (i) 25cm (ii) 3175.06cm^2
27. 2592.86cm^2

விடைகள் 5

1. கூம்பக கனவளவு = $\frac{1}{3} \times$ கனவுரு கனவளவு
2. 2250cm^3
3. 396cm^3
4. 4400cm^3
5. 2000cm^3
6. 6400cm^3
7. $750\sqrt{3}\text{cm}^3$
8. $21\sqrt{3}\text{cm}$
9. 15cm
10. (i) 9cm^3 (ii) 315g
11. 61600cm^3
12. 2310cm^3
13. 9625cm^3
14. 147840m^3
15. $14\sqrt{3}\text{cm}$
16. 90cm
17. 10.5cm
18. (i) 3118.5cm^3 (ii) 115.5cm^3 (iii) 3003cm^3
19. 565.7cm^3
20. 179.66cm^3
21. $38\ 808\text{cm}^3$
22. 5749cm^3
23. 21cm
24. 252cm
25. 28.346m^3
26. 0.15cm
27. (i) 4312cm^3 (ii) 718.67cm^3 (iii) 86.24kg
28. (i) 3696cm^3 (ii) 7cm
29. (a) (i) $2r$ (ii) $3r$ (b) (i) கூம்பு $\frac{2}{3} \pi r^3$ கோளம் $\frac{2}{3} \pi r^3$
 (ii) இரண்டினதும் கனவளவுகள் சமன் (iii) $\frac{4}{3} \pi r^3$ (iv) 2571.14cm^3
 (c) 8.5cm
30. 2156cm^3
31. (i) $2\pi x^3$ (ii) 96 (iii) $\frac{\pi x^3}{48}$

விடைகள் 6

1. (i) $x^2 + 2xy + y^2$ (ii) $m^2 - 2mn + n^2$ (iii) $a^2 + 4ab + 4b^2$
 (iv) $4x^2 - 12x + 9$ (v) $9x^2 + 12xy + 4y^2$ (vi) $y^2 - 2y + \frac{1}{4}$
 (vii) $4a^2 - a + \frac{1}{16}$ (viii) $1 - \frac{2}{m} + \frac{1}{m^2}$ (ix) $9 + \frac{12}{a} + \frac{4}{a^2}$
2. (i) $(20+4)^2 = 20^2 + 2 \times 20 \times 4 + 4^2 = 400 + 160 + 16 = 576$
 (ii) $(100-3)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 3 + 3^2 = 10000 - 600 + 9 = 9409$
 (iii) $(200+2)^2 = 200^2 + 2 \times 200 \times 2 + 2^2 = 40000 + 800 + 4 = 40804$
3. (i) $m^2 + 2 + \frac{1}{m^2}$ (ii) $x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}$ (iii) $a^2 - 6 + \frac{1}{a^2}$
4. (i) 1 (ii) 3 (iii) 3 (iv) $3(y^3)$
5. (i) $3(m)^3$ (ii) -3 (iii) 3 (iv) -1
6. (i) $c^3 + 3c^2d + 3cd^2 + d^3$ (ii) $\frac{p^3}{3} - \frac{3p^2q}{4} + 3pq^2 - q^3$
 (iii) $a^3 + \frac{6a^2}{2} + \frac{12a}{3} + 8$ (iv) $\frac{x^3}{3} - 9x^3 + \frac{27x}{2} - 27$
 (v) $1 - 3y + 3y^2 - y^3$
7. (i) $a^3 + \frac{9a^2}{2} + \frac{27a}{3} + 27$ (ii) $\frac{27a^3}{3} - \frac{27a^2}{2} + 9a - 1$
 (iii) $\frac{8}{3} - 12y + 6y^2 - y^3$ (iv) $\frac{x^3}{8} + \frac{3x^2}{4} + \frac{3x}{2} + 1$
8. (i) $k^3 + 3k^2\ell + 3k\ell^2 + \ell^3$ (ii) $t^3 - 3t^2u + 3tu^2 - u^3$
 (iii) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ (iv) $a^3 + 9a^2 + 27a + 27$
 (v) $8 - 12y + 6y^2 - y^3$ (vi) $x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8}$
 (vii) $8m^3 - 12m^2 + 6m - 1$ (viii) $27a^3 + 54a^2 + 36a + 8$
9. (i) $8m^3 + 36m^2 + 54m + 27$ (ii) $p^3 - 2p^2 + \frac{4}{3}p - \frac{8}{27}$
 (iii) $\frac{n^3}{8} - 6n^2 + 96n - 512$ (iv) $1 + 6y + 12y^2 + 8y^3$
 (v) $\frac{1}{8} - \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}x^2 - x^3$ (vi) $\frac{8}{27}x^3 + \frac{2}{3}x^2y + \frac{1}{2}xy^2 + \frac{1}{8}y^3$

10. (i) 185193 (ii) 6751269 (iii) 1295029 (iv) 59776471

11. $(1 - 3x)^3 = (1 - 9x + 27x^2 - 27x^3) \text{cm}^3$

12. (i) $\frac{1}{27}$ (ii) $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{1}{8}$ (iv) $\frac{1}{6}$

13. (i) $(n + 2)(n^2 - 2n + 4)$ (ii) $(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)$

(iii) $4(1 - 3xy)(1 + 3xy + 9x^2y^2)$ (iv) $x^2(4x - 1)(16x^2 + 4x + 1)$

(v) $(1 - 2x^2)(1 + 2x^2 + 4x^4)$ (vi) $(4 + \frac{x}{3})(16 - \frac{4x}{3} + \frac{x^2}{9})$

(vii) $x^5y(5x^3y - 3)(25x^6y^2 + 15x^3y + 9)$

(viii) $\frac{4x}{5}(6x + 1)(36x^2 - 6x + 1)$

(ix) $9(a^2 + a + 3)$ (x) $2(3x^2 + 1)$

14. 730000 (ii) 7973000

15. $= \pi R^2 h - \pi r^2 h$
 $= \frac{22}{7} \times 14^2 \times 28 - \frac{22}{7} \times 7^2 \times 28$
 $= 12936 \text{cm}^3$

16. 117 17. 91 18. $\frac{4097}{64}$ 19. $\frac{1270}{27}$

20. (i) $(x+y)^3$ (ii) $(a-3)^3$ (iii) $(2m-1)^3$

(iv) $(5+2n)^3$ (v) $(x - \frac{1}{3y})^3$ (vi) $(\frac{1}{2} + 2a)^3$

21. (i) $(2+5)^3 = 343$ (ii) $(1-6)^3 = -125$
 (iii) $(7-3)^3 = 64$

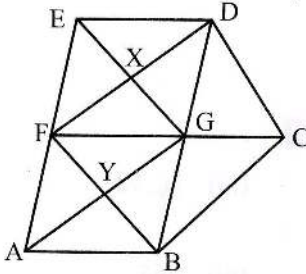
விடைகள் 7

1. (i) $x(x - 2)$ (ii) $3x(x + 2y)$ (iii) $ab(ab - 1)$
 (iv) $a(a - 1)(a + 1)$ (v) $y(y + 2)(y - 2)^2$ (vi) $(y + 3)(y - 3)(y + 4)$
 (vii) $(m - 5)(m + 4)$ (viii) $(m - 3)(m + 1)(m + 3)$
2. (i) $(2p - 3q)(2p + 3q)(p + q)$ (ii) $(p + 4)(p - 2)(p + 3)$
 (iii) $(2x - 5)(x + 1)(x - 4)$ (iv) $(3y - 4)(y + 2)(1 - y)$
 (v) $-(2a + 7)(a - 2)(3a + 2)$ (vi) $(a - b)(a + b)(7a + 3b)$
3. (i) $(x - 1)(x + 1)(x + 2)(x - 5)$ (ii) $-y(y - 3)(y + 3)(y + 7)$
 (iii) $2ab(a - 2b)^2(3a + 5b)$ (iv) $3mn^2(m - 2n)(2m + 3n)$
 (v) $b(a - b)(a + b)(ab + 1)(2ab - 3)$
4. (i) $\frac{2x + 19}{15}$ (ii) $\frac{5x - 1}{8}$ (iii) $\frac{7}{6(a - 4)}$
 (iv) $\frac{x}{x - 2}$ (v) $\frac{(m + 6)(m - 2)}{m(m + 1)}$ (vi) $\frac{1}{(x + 1)(x + 2)}$
 (vii) $\frac{-1}{n(n + 1)}$ (viii) $\frac{3y}{(y - 3)(y + 1)(2y + 1)}$
5. (i) $\frac{1 - 5P}{P(P + 1)(P - 1)^2}$ (ii) $\frac{-1}{x + 2}$
 (iii) $\frac{m^2 + 3m + 6}{(m - 1)(m + 1)(m + 2)}$
6. (i) $\frac{-2x}{(x - 1)(x + 1)(x - 3)}$ (ii) $\frac{y - 4}{y + 1}$
7. (i) 6 (ii) $(y + 1)$ (iii) $\frac{3x^3}{(x - 1)}$
 (iv) $2n$ (v) $\frac{1}{2}(m - 1)$ (vi) $x(x - y)$
 (vii) $(x + 1)$ (viii) $\frac{y}{(y + 1)}$ (ix) $2(2 - b)$
8. (i) 0 (ii) $\frac{m - 2}{(m - 1)^2}$
9. (i) $\frac{1}{x + 1}$ (ii) $\frac{x + 1}{2x}$ (iii) $\frac{1}{2x}$

விடைகள் 8

1. (i) $AB \times MD$ (ii) $\frac{1}{2} \times PQ \times SR$ (iii) $ON \times XY$
2. (i) 180cm^2 (ii) $h = 12\text{cm}$
3. $ABEC, ACFD, BCGH$ 4. $ABDI, ABFC, BCHK, BCGD$
5. (i) 252cm^2 (ii) 252cm^2
- (iii) $OD = 21\text{cm}$ (iv) 252cm^2
- (v) $CD = 42\text{cm}$
- (vi) $\square AMOC = \square AMDO = \square MNOC = \square NBDO$ பரப்பளவு

7. (i) தரவு :- $AB//FG//ED, AE//BD, BC//AG//FD, BE//GE//CD$
 நிறுவ வேண்டியது :- (i) $\square ABGF = \square BGEF$
 (ii) $\square ABCG = \square GCDE$
 $BG//AE$ (தரவு)



$\square ABGF = \square BGEF$ என்பவற்றில்,
 பொதுப் பக்கம் BG
 $\therefore BG$ இவற்றின் ஒரே அடி
 ஆனால் இவ்விரு இணைகரங்களும் BG, AE
 எனும் சமாந்தரப் பக்கங்களுக்கு இடையே
 அமைந்துள்ளன.
 $\therefore \square ABGF = \square BGEF$

- (ii) $\square ABCG, \square GCDE$ என்பவற்றில்,
 $\square ABCG = \square ABGF$ (அடி AB, $AB//FC$)
 $\square ABGF = \square AGDF$ (அடி AF, $AF//BD$)
 $\square AGDF = \square EDGF$ (அடி GD, $AE//GD$)
 ஆனால் $\square EDGF = \square GCDE$ (அடி ED, $ED//FC$)

$$\begin{aligned} \therefore \square GCDE &= \square AGDF \\ \square GCDE &= \square ABGF \\ \square ABCG &= \square ABGF \\ \square ABCG &= \square GCDE \end{aligned}$$

8. $\square PQRS = \square TURS$ (ஒரே அடி SR, $SR//PU$)
 $\triangle SOR = \triangle TOR$ (பொது)
 $\square PQRS - \triangle SOR = \square TURS - \triangle TOR$
 நா.ப PQOS = நா.ப UTOR

11. (i) தரவு :- $SR = RT, ST//PQ$
 நிறுவ வேண்டியது :- (i) $\triangle QRT = \frac{1}{2} PQRS$ (ஒரே அடி PQ, $ST//PR$)
 $2QRT = PQRS$
 இரு புறமும் QRT ஐக் கூட்டுக.
 $2QRT + QRT = PQRS + QRT$
 $3QRT = PQRS$
 $\triangle QRT = \frac{1}{3} PQRS$ சரிவகம்

12. (i) தரவு :- PQ // ST, PS // QR
 நிறுவ வேண்டியது :- (i) $\triangle QRT = \frac{1}{2}$ PQRS (ஒரே அடி PQ, ST//PR)

$$\triangle PQT = \frac{1}{2} PQRS$$

$$\triangle PQT = \frac{1}{2} (PQS + QRS)$$

$$\triangle PQS = \triangle QRS \text{ (SQ இணைகர மூலைவிட்டம்)}$$

$$\therefore \triangle PQT = \frac{1}{2} (PQS + PQS)$$

$$\triangle PQT = \frac{1}{2} \times 2PQS$$

$$\triangle PQS = \triangle PQT$$

விடைகள் 9

- | | | |
|---------------------|--------------------------|----------------------|
| 1. (i) ரூ. 750 | (ii) ரூ. 11.25 | (iii) ரூ. 78 |
| (iv) ரூ. 887.50 | (v) ரூ. 823.12 | |
| 2. (i) ரூ. 2000 | (ii) ரூ. 50 | (iii) 465 |
| (iv) ரூ. 23 250 | (v) ரூ. 2775 | |
| 3. (i) 120 | (ii) ரூ. 2400 | (iii) ரூ. 1760 |
| 4. (i) ரூ. 1560 | (ii) ரூ. 530 | |
| 5. (i) ரூ. 7800 | (ii) 325 | (iii) ரூ. 24 |
| (iv) ரூ. 1600 | (v) 18% | |
| 6. (i) ரூ. 10 | (ii) 15% | 7. ரூ. 600 |
| 8. (i) ரூ. 1875 | (ii) ரூ. 31.25 | (iii) 300 |
| (iv) ரூ. 9375 | (v) ரூ. 54 375 | (vi) ரூ. 2265.62 |
| 9. ரூ. 3500 | 10. ரூ. 60835, ரூ. 20835 | |
| 11. ரூ. 76 230 | | |
| 12. ரூ. 25 194.24 | | |
| 13. (i) ரூ. 4000 | (ii) ரூ. 58 320 | (iii) 10% |
| 14. ரூ. 35 000 | | |
| 15. (i) ரூ. 101 000 | (ii) ரூ. 102 060 | (iii) ரூ. 103 183.60 |
| 16. (i) ரூ. 6600 | (ii) ரூ. 66 600 | (iii) ரூ. 73 926 |
| 17. ரூ. 20 886 | | |

விடைகள் 10

1. ரூ. 11250
2. ரூ. 45000
3. ரூ. 14
4. ரூ. 16
5. ரூ. 5400
6. ரூ. 120 645
7. ரூ. 3
8. ரூ. 4
9. (i) ரூ. 200 000 (ii) ரூ. 60 000 (iii) 30%
10. (i) 8000 (ii) ரூ. 280 000 11. (i) 2500 (ii) ரூ. 18
12. (i) 6250 (ii) ரூ. 37 500 (iii) ரூ. 250 000 (iv) ரூ. 25 000
- (v) கம்பனியின் பங்குகள் கொள்வனவு
13. (i) ரூ. 45 000 (ii) ரூ. 60 000 (iii) ரூ. 15 000 (iv) ரூ. $33\frac{1}{3}$ %
14. (i) ரூ. 30 000 (ii) ரூ. 20 000 (iii) ரூ. 4 (iv) ரூ. $52\frac{12}{19}$ %
15. (i) ரூ. 18 (ii) ரூ. 48 16. (i) ரூ. 15 (ii) ரூ. 40
17. (i) ரூ. 50 (ii) ரூ. 7 (iii) ரூ. 58 (iv) ரூ. 24 000
- (v) ரூ. 45 000 (vi) 30%
18. முதலாவது கம்பனியில் ரூ. 190 000 இரண்டாவது கம்பனியில் ரூ. 110 000
19. (i) ரூ. 90 000 (ii) ரூ. 80 000
- (iii) ரூ. 40
20. (i) ரூ. 24 000 (ii) 3000 (iii) ரூ. 28
21. (i) A- ரூ. 18000 B- ரூ. 22500 (ii) A- ரூ. 54000 B- ரூ. 60000
22. (i) $9000 : 12000 = 3 : 4$ (ii) கம்பனிப் பங்குகள்
23. (i) ரூ. 25 (ii) ரூ. 30000

விடைகள் 11

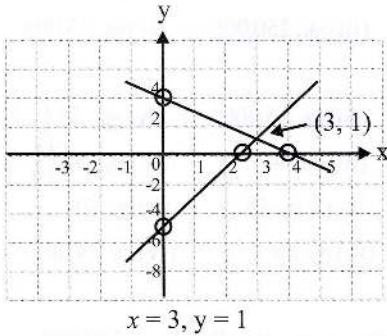
1. DE = 6cm
2. (i) PQ = 12cm (ii) QR = 10cm (iii) MN = 7cm
3. AB = 8cm, BC = 9.6cm, AC = 9cm
4. (i) BC = 16cm (ii) CF = 4cm

விடைகள் 12

1. (i) $x = 3, y = 1$
 $2x - y = 5$ $x = y = 4$

x	0	2.5
y	-5	0

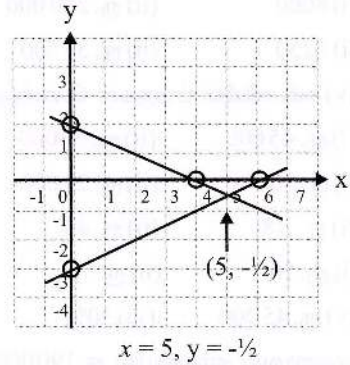
x	0	4
y	4	0



(ii) $x = 5, y = -\frac{1}{2}$
 $x = 2y + 6$ $x = 4 - 2y$

x	0	6
y	-3	0

x	0	4
y	2	0

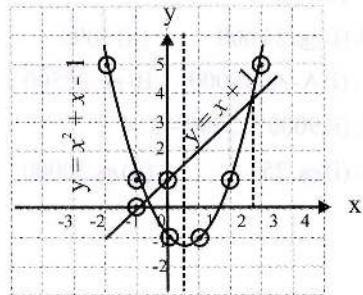


(iii) $x = -1, y = -1$
 (v) $x = 1, y = 3$

(iv) $x = 4, y = -1$
 (vi) $x = 3\frac{1}{2}, y = 2$

2. $y = x^2 - x - 1$

x	-2	-1	0	1	2	3
x^2	4	1	0	1	4	9
$-x$	+2	+1	0	-1	-2	-3
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
y	5	1	-1	-1	1	5



(i) $x = 0.5$ (ii) y இழவு = -1.25

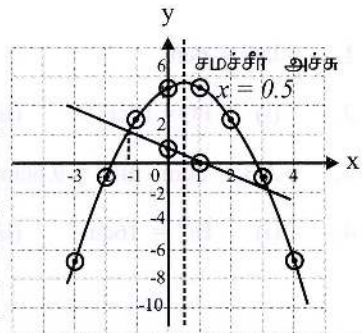
(iii) $0.6 > x > 2.6$
 (iv) $y = x^2 - x - 1$ ← ①
 $0 - x^2 - 2x - 2$ ← ②

x	-1	0
y	0	1

① - ② ⇒ $y - 0 = -x + 2x - 1 + 2$
 $y = x + 1$
 $x = -0.7$ or $x = 2.7$

3. (i) $y = 5 + x - x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$-x^2$	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9	-16
+x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
+5	+5	+5	+5	+5	+5	+5	+5	+5
y	-7	-1	3	5	5	3	-1	-7



$$(ii) y_{உயர்வு} = 5.25$$

$$(iv) -1.8 < x < 2.8$$

$$(iv) y = 5 + x - x^2$$
$$+ 0 = x^2 - 2x - 4$$

$$y + 0 = 5 - 4 + x - 2x$$

$$y = 1 - x$$

$$(iii) x = 0.5$$

$$y = 1 - x$$

x	0	1
y	1	0

$$x = -1.2 \text{ அல்லது } x = 3.2$$

$$(x = -1.25 \text{ or } x = 3.25 \text{ ஆகலாம்})$$

$$4. (i) y = 2x^2 + 3x - 5$$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
x^2	16	9	4	1	0	1	4
$2x^2$	32	18	8	2	0	2	8
$3x$	-12	-9	-6	-3	0	3	6
-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5
y	15	4	-3	-6	-5	0	9

$$(iii) (-1, -6)$$

$$(iv) -3 < x < -1.5$$

$$(iv) 2x^2 + 3x - 5 < 2$$

$$y < 2$$

$$-2.75 < x < 1.25$$

$$(v) 2x(x+2) = 6$$

$$2x^2 + 4x - 6 = 0 \quad \leftarrow \textcircled{1}$$

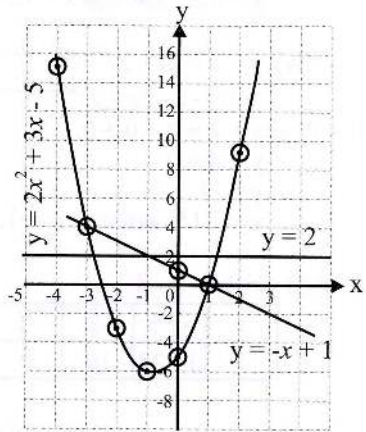
$$2x^2 + 3x - 5 = y \quad \leftarrow \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \Rightarrow 4x - 3x - 6 + 5 = 0 - y$$

$$x - 1 = -y$$

$$y = -x + 1$$

$$x = -3 \text{ அல்லது } 1$$



$$y = -x + 1$$

x	0	1
y	1	0

$$5. a) (i) y = 1 + 2x - 2x^2$$

$$x = -0.5$$

$$y = 1 + 2 \times (-0.5) - 2 \times (-0.5)^2$$

$$y = 1 - 1.0 - 2 \times 0.25$$

$$y = 0 - 0.5$$

$$y = -0.5$$

$$x = 0$$

$$y = 1 + 2 \times 0 - 2 \times 0^2$$

$$y = 1 + 0 - 0$$

$$y = 1$$

$$x = 1$$

$$y = 1 + 2 \times 1 - 2 \times 1^2$$

$$y = 1 + 2 - 2 = 1$$

$$y = 1 + 2x - 2x^2$$

x	-2.5	-2	-1	-0.5	0	1	2	3
y	-16.5	-11	-3	-0.5	1	1	-3	-11

b) (i) $y_{\text{உயர்வு}} = 1.5$

(ii) $-0.35 < x < 0.5$

(iii) $y = 1 + 2x - 2x^2$ ← ①

$0 = 1 + 2x - 2x^2$ ← ②

① - ② $\Rightarrow y - 0 = 0$

$y = 0$ (x அச்சு)

$x = 0.35$ அல்லது $x = 1.35$

(iv) $y = 1 + 2x - 2x^2$ ← ①

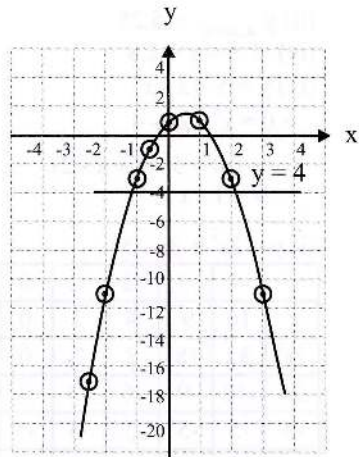
$+4 = -1 - 2x + 2x^2$ ← ②

① + ② $\Rightarrow y + 4 = 0 + 0 + 0$

$y + 4 = 0$

$y = -4$

$x = 2.15$ அல்லது $x = -1.15$



6. a) (i) $y = 3x^2 - x - 4$

x	-2.5	-2	-1	0	1	2	3
y	17.25	10	0	-4	-2	6	20

b) (i) (0, -4)

(ii) $x = 1.8$

(iii) $x = 1.8$ அல்லது $x = -1.1$

7. (i) a) இழிவு -1

b) $x = 4$

c) (4, -1)

(ii) a) இழிவு 3

b) $x = -\frac{1}{2}$

c) $(-\frac{1}{2}, 3)$

(iii) a) உயர்வு 5

b) $x = -3$

c) (-3, 5)

(iv) a) உயர்வு -

b) $x = \frac{3}{4}$

c) $(\frac{3}{4}, -\frac{1}{2})$

(v) a) இழிவு $-1\frac{1}{2}$

b) $x = \frac{3}{2}$

c) $(\frac{3}{2}, -1\frac{1}{4})$

(vi) a) உயர்வு -2

b) $x = -\frac{2}{3}$

c) $(-\frac{2}{3}, -2\frac{1}{3})$

(vii) a) உயர்வு $7\frac{1}{4}$

b) $x = \frac{2}{5}$

c) $(\frac{2}{5}, 7)$

(viii) a) இழிவு $-2\frac{2}{3}$

b) $x = \frac{4}{3}$

c) $(\frac{4}{3}, -2\frac{2}{3})$

8. (i) a) இழிவு $-\frac{3}{2}$

b) $x = 4$

c) $(4, -\frac{3}{2})$

(ii) a) இழிவு $-\frac{8}{3}$

b) $x = \frac{9}{2}$

c) $(\frac{9}{2}, -\frac{8}{3})$

(iii) a) இழிவு 2

b) $x = -\frac{1}{3}$

c) $(-\frac{1}{3}, 2)$

(iv) a) உயர்வு -3

b) $x = \frac{1}{2}$

c) $(\frac{1}{2}, -3)$

(v) a) இழிவு -4

b) $x = 0$

c) (0, -4)

(vi) a) உயர்வு 2

b) $x = 0$

c) (0, 2)

9. (i) $y = (x - 2)^2 + 1$

(ii) $y = -(x + 3)^2 + 2$

(iii) $y = -(x - \frac{1}{2})^2 - 4$

(iv) $y = (x + \frac{3}{2})^2 - 2\frac{1}{2}$

(v) $y = (x + 1\frac{1}{4})^2 + 3\frac{1}{4}$

10. (i) $y = (x - 3)^2 + 7$

(ii) $y = (x - 2)^2 - \frac{1}{3}$

(iii) $y = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{2}{3}$

(iv) $y = x^2 - \frac{7}{4}$

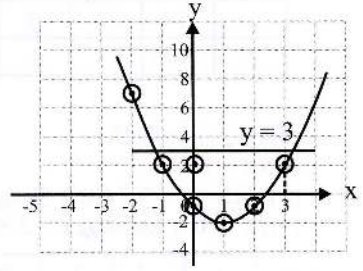
(v) $y = (x + \frac{5}{2})^2$

(vi) $y = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{2}{3}$

11. (i) (1, -2) (ii) $x = 1$

(iii)

x	-2	-1	0	1	2	3
$(x-1)$	-3	-2	-1	0	1	2
$(x-1)^2$	9	4	1	0	1	4
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
y	7	2	-1	-2	-1	2



- (iv) $-0.4 < x < 2.4$
 (v) $y = (x-1)^2 - 2$
 $0 = (x-1)^2 - 5$
 $y - 0 = -2 - (-5)$
 $y = -2 + 5$
 $y = 3$
 $x = -1.2$ அல்லது $x = 3.2$

12. a) (i)

x	-2	-1	0	0.5	1	1.5	2	3	4
y	-6	0	4	5.25	6	6.25	6	4	0

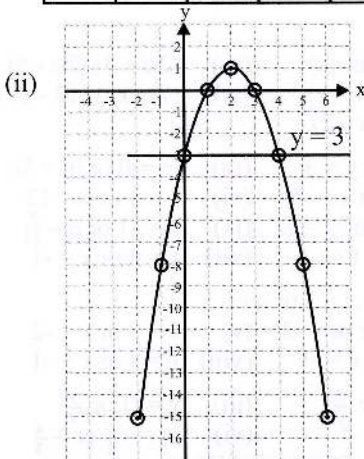
- b) (i) $2.25 < y < 5.25$ (ii) (1.5, 6.25) (iii) (1.5, 9.75)
 c) (i) $x = 2y \rightarrow y = \frac{1}{2}x$ (ii) (-1.2, -0.6) (3.6, 1.8)

13. (i) a) இழிவு b) (-4, -9) c) y இழிவு = -9 d) $x = -4$
 (ii) a) உயர்வு b) (-1, 16) c) y உயர்வு = 16 d) $x = -1$
 (iii) a) இழிவு b) (-1, -6¼) c) y இழிவு = -6¼ d) $x = -1$
 (iv) a) உயர்வு b) (1, 4) c) y உயர்வு = 4 d) $x = 1$

14. $y = (x-1)(3-x)$

(i)

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	-15	-8	-3	0	1	0	-3	-8	-15



- (iii) (2, 1)
 (iv) y உயர்வு = 1
 (v) $x = 2$
 (vi) $-2 < x < 1, 3 < x < 6$
 (vii) $0 \leq x \leq 4$
 (viii) $x = 0.3$ அல்லது 3.7
 (ix) y உயர்வு = 6

15. (i)

x	-1.5	-1	0	1	1.5	2	3	4	4.5
y	-5.75	-3	1	3	3.25	3	1	-3	-5.75

(iii) $y_{\text{உயர்வு}} = 3.25$

(iv) $x = 1.5$

(v) $-0.3 < x < 3.3$ (-0.3 இலிருந்து 3.3 வரை)

(vi) $x = -0.8$ அல்லது $x = 3.8$

16.a) (i)

x	-2	1	2
y	3	3	11

b) (i) $(-0.5, -1.5)$

(ii) $x = -0.8$ அல்லது $x = 1.8$

(iii) $-1.4 < x < 0.9$

17. (i) $(3, -4)$

(ii) $(-\frac{3}{2}, \frac{7}{4})$

(iii) $(-\frac{5}{2}, -\frac{35}{4})$

(iv) $(1, -1)$

18. (i) $y = -6$

(ii) $y = 6$

(iii) $(0.5, -6.25)$

(iv) $x = 0.5$

(v) $-2 < x < 3$

(vi) $3 < x < 5$

(vii) $y = (x + 2)(x - 3)$

(viii) $-3 \leq x \leq 4$

(ix) $y = x^2 + 3x - 4$

(x) $y_{\text{இழவு}} = 6\frac{1}{4}$

விடைகள் 13

1. (i) $x = -1$
 $y = 1$

(ii) $x = -3$
 $y = -3$

(iii) $a = 12$
 $b = 6$

(iv) $x = 6\frac{1}{4}$
 $y = -4\frac{1}{8}$

(v) $a = 6$
 $b = 6\frac{2}{3}$

(vi) $m = \frac{5}{6}$
 $n = 1\frac{2}{3}$

(vii) $x = 2$
 $y = 1$

(viii) $a = -6$
 $b = -9$

2. (i) $(m + 8)(m - 7)$

(ii) $(n - 8)(n - 7)$

(iii) $(2a + 3)(2a - 5)$

(iv) $(b - 1)(7b + 10)$

(v) $(8 - x)(9 + x)$

(vi) $(7 + xy)(12 - xy)$

(vii) $3(2m - n)(2m + n)$

(viii) $(x - 4)(x - 2)$

3. (i) $x = 0$ or $x = 2$

(ii) $y = 0$ or $y = 3$

(iii) $m = 0$ or $m = \frac{3}{4}$

(iv) $n = 0$ or $n = -\frac{1}{2}$

(v) $x = -6$ or $x = -5$

(vi) $x = 1$ or $x = 12$

(vii) $y = 2$ or $y = -1$

(viii) $y = -11$ or $y = 8$

(ix) $a = -1$ or $a = \frac{8}{13}$

(x) $a = -1$ or $a = \frac{11}{8}$

(xi) $b = 7$ or $b = -5$

(xii) $x = 4$ or $x = -1$

4. (i) $a = 3$ or $a = -3$

(ii) $a = 0$ or $a = 3$ or $a = -3$

(iii) $m = 4$ or $m = -4$

(iv) $m = 3$ or $m = -3$

(v) $x = 0$ or $x = -2$

(vi) $x = 3$ or $x = 1$

(vii) $x = 1$ or $x = -1$

(viii) $x = 4$ or $x = -1$

5. (i) $x = -\frac{3}{5}$ or $-\frac{5}{3}$

(ii) $x = -1$ or $\frac{5}{3}$

(iii) $x = -1$ or $\frac{3}{2}$

(iv) $n = \frac{1}{3}$ or $-\frac{7}{6}$

(v) $y = 4$ or -6

(vi) $m = -\frac{5}{2}$ or $-\frac{4}{3}$

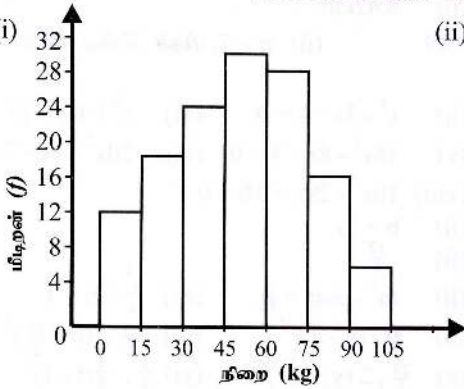
6. -1, -3
7. (i) $h = 2.14\text{cm}$ (ii) 8.42cm
8. (i) $(n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 = 49$ (ii) $n = 7$, மிகக் சிறிய எண் = 6
9. -21, -9 அல்லது 9, 21
10. (i) $x^2 - 5x + 6 = 0$ (ii) $x^2 - 3x - 4 = 0$ (iii) $x^2 + 8x + 15 = 0$
 (iv) $2x^2 + x - 1 = 0$ (v) $16x^2 - 8x - 3 = 0$ (vi) $20x^2 - 4x - 7 = 0$
 (vii) $30x^2 - 19x + 3 = 0$ (viii) $10x^2 - 29x + 10 = 0$
11. (i) $2\frac{1}{2}$ (ii) $b = \frac{1}{2}$
12. (i) $c = \frac{34}{3}$ (ii) $-\frac{17}{3}$
13. (i) $x^2 + 8x + 16$ (ii) $m^2 - \frac{1}{2}m + \frac{1}{16}$ (iii) $\frac{n^2}{4} + n + 1$
14. (i) $36, (x+6)^2$ (ii) $\frac{49}{4}, (n-\frac{7}{2})^2$ (iii) $\frac{121}{4}, (a+\frac{11}{2})^2$
 (iv) $-\frac{1}{4}, -(\frac{1}{2}-b)^2$ (v) $\frac{25}{2}, 2(y+\frac{5}{2})^2$ (vi) $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}(t-1)^2$
15. (i) $b = 7, a = 49$ (ii) $b = -3\frac{1}{2}, a = 12\frac{1}{4}$
 (iii) $b = 1\frac{1}{3}, a = 1\frac{7}{9}$ (iv) $b = \frac{5}{8}, a = \frac{25}{32}$
16. (i) $x = 0.59$ or $x = 3.41$ (ii) $y = 0.30$ or $y = -3.30$
 (iii) $p = 6.46$ or $p = -0.46$ (iv) $x = 5.24$ or $x = 0.76$
 (v) $x = 4.41$ or $x = 1.59$ (vi) $m = 3.73$ or $m = 0.27$
 (vii) $x = 2.28$ or $x = 0.22$ (viii) $p = 0.58$ or $p = -1.72$
 (ix) $y = 1.22$ or $y = -0.55$ (x) $m = -3$ or $m = 2$
17. (i) $x = 3.44$ or $x = -0.44$ (ii) $y = 1.78$ or $y = -0.28$
 (iii) $k = 1.72$ or $k = -0.38$ (iv) $x = 0.78$ or $x = -1.28$
18. (i) $x = 0.46$ or $x = -6.46$ (ii) $x = 11.1$ or $a = 0.9$
 (iii) $b = -1.19$ or $b = 4.19$ (iv) $n = 1.78$ or $n = -0.28$
 (v) $y = -3.56$ or $x = 0.56$ (vi) $x = 1$ or $x = \frac{1}{3}$
 (vii) $x = 1.28$ or $x = -0.78$ (viii) $m = 0.46$ or $m = -6.46$
19. (i) $x = 2$ or $x = 6$ (ii) $x = 3$ or $x = -1$
20. (i) $x(x+4) = 480$ (ii) $x = 20$
 $x^2 + 4x - 480 = 0$ அகலம் = 20m
 நீளம் = 24m

விடைகள் 14

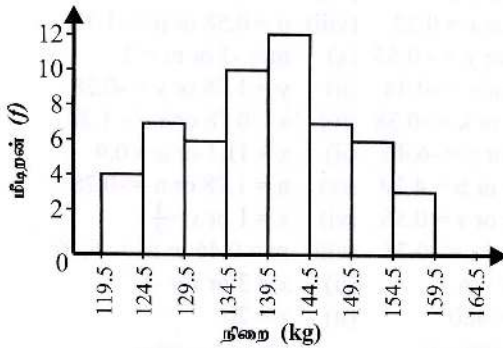
1. (i) $x = 8.4\text{cm}$ (ii) $x = 5\text{cm}$ (iii) $x = 10\text{cm}$ (iv) $x = 15\text{cm}$
2. $x = 3\text{cm}$
3. (i) $x = 4.5\text{cm}$ (ii) $x = 9\text{cm}$ (iii) $y = 3\text{cm}$ (iv) $y = 2\text{cm}, x = 10\text{cm}$
4. $\frac{AB}{XY} = \frac{AC}{XZ}$ $\frac{YZ}{BC} = \frac{XY}{AB}$ $\frac{XZ}{AC} = \frac{YZ}{BC}$
5. (i) $x = 6\text{cm}$ (ii) $y = 9\text{cm}$ (iii) $x = 12\text{m}$ (iv) $x = 4.5\text{cm}$
6. (ii) $x = 9\text{cm}$ (iii) $y = 10\text{cm}$
7. $FC = 5\text{cm}$
8. (i) $AE = 10\text{cm}$ (ii) $BD = 15\text{cm}$
9. விட்டம் = 24cm
10. (i) $\frac{AD}{AB} = \frac{AC}{BC}$ or $\frac{DC}{AC}$ (ii) $AD = 15.36\text{cm}$

விடைகள் 15

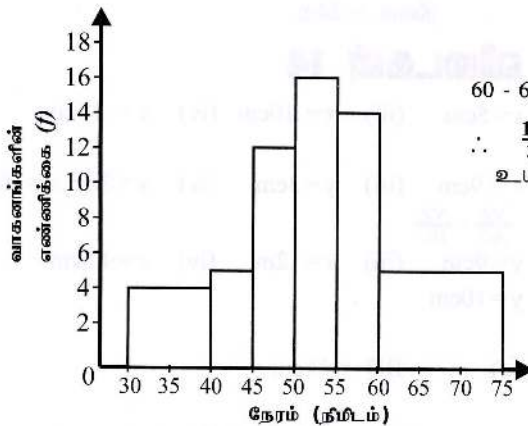
1. (i) (ii) 45 - 60



2. (i) 140 - 144 (ii) 140 - 144
 (iii) இங்கு வகுப்பாயிடைகள் 120 - 124, 125 - 129, 130 - 134 என்றவாறு அமைந்துள்ளபடியால் வகுப்பு எல்லைகளை 119.5 - 124.5, 124.5 - 129.5, 129.5 - 134.5 என்றவாறு பெறலாம்



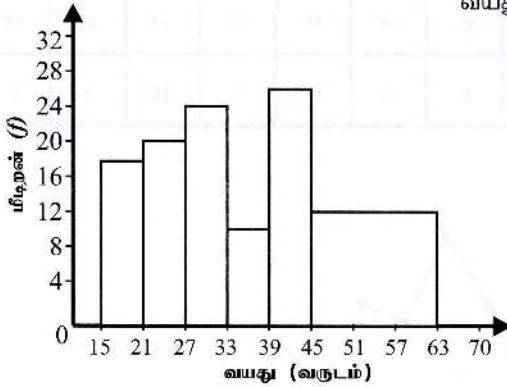
3. 60 - 65 வகுப்பில் 3 அலகுகள்



$$\therefore \frac{15}{3} = 5$$

உயரம் = 5

4. (i)



(ii)

$39 \leq x < 45$, 39 வயதிலிருந்து 45 வயதுக்கு உட்பட்டோர்.

5. (i) $40 \leq v < 45 \rightarrow 40 \text{ kmh}^{-1} - 45 \text{ kmh}^{-1}$

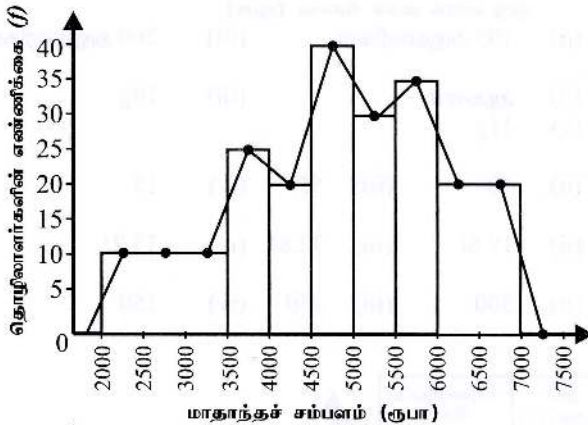
(ii) 150 பேர்

(iii) $55 \leq v < 65 \text{ kmh}^{-1} \rightarrow 55 \text{ kmh}^{-1} - 65 \text{ kmh}^{-1}$

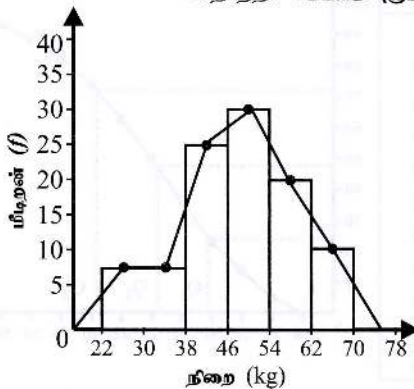
(iv) $\frac{24}{150}$

(v) 14 பேர்

6.

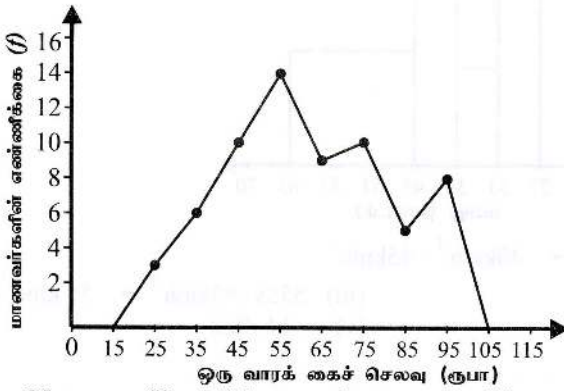


7.



9.

நடுப்பெறுமானம் (x)	25	35	45	55	65	75	85	95
மீழறன் (f)	3	6	10	14	9	10	5	8



10. (i) 85 (ii) 105 அலுமாரிகள் (iii) 260 அலுமாரிகள்

11. (i) 30g (ii) ஆகாரம் (iii) 19g
(iv) 30g (v) 11g

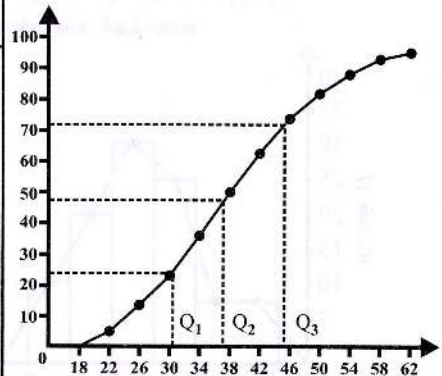
12. (i) 45 (ii) 40 (iii) 55 (iv) 15

13. (i) 22l (ii) 19.6l (iii) 32.8l (iv) 13.2l

14. (i) 350 (ii) 300 (iii) 450 (iv) 150

15. (i)

வயது c	மீழறன் (f)	தீர்ள் மீழறன் (Cf)	வரிசைப்பட்ட சோடி
18 - 22	5	5	(22, 5)
22 - 26	8	13	(26, 13)
26 - 30	11	24	(30, 24)
30 - 34	12	36	(34, 36)
34 - 38	14	50	(38, 50)
38 - 42	13	63	(42, 63)
42 - 46	10	73	(46, 73)
46 - 50	8	81	(50, 81)
50 - 54	7	88	(54, 88)
54 - 58	4	92	(58, 92)
58 - 62	3	95	(62, 95)



$$(ii) \text{ இடையம்} = \frac{1}{2} \times 95$$

$$= 47.5 \text{ வது}$$

$$= 37$$

$$(iii) \text{ முதலாம் காலணை} = \frac{1}{4} \times 95$$

$$= 23\frac{3}{4} \text{ வது}$$

$$= 31$$

$$(iv) \text{ மூன்றாம் காலணை } Q_3 = \frac{3}{4} \times 95$$

$$= 71\frac{1}{4}$$

$$= 45$$

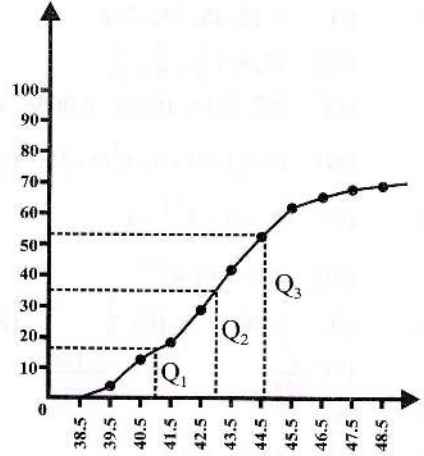
$$(v) \text{ காலணை இடைவீச்சு} = Q_3 - Q_1$$

$$= 45 - 31$$

$$= 14$$

16. a)

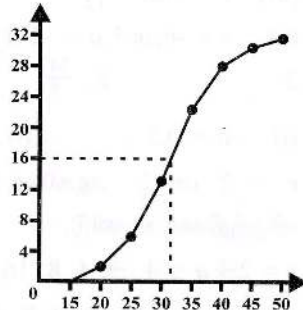
சமூகமளித்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	மீழ்மண் (f)	திரள் மீழ்மண் (Cf)	வரிசைப்பட்ட கோடி
38.5 - 39.5	4	4	(39.5, 4)
39.5 - 40.5	7	11	(40.5, 11)
40.5 - 41.5	8	19	(41.5, 19)
41.5 - 42.5	10	29	(42.5, 29)
42.5 - 43.5	12	41	(43.5, 41)
43.5 - 44.5	11	52	(44.5, 52)
44.5 - 45.5	9	61	(45.5, 61)
45.5 - 46.5	4	65	(46.5, 65)
46.5 - 47.5	3	68	(47.5, 68)
47.5 - 48.5	1	69	(48.5, 69)



b) (i) 43 (ii) 41.2 (iii) 44.5 (iv) 3.3

17. (a)

வகுப்பாய்வு	மீழ்மண் (f)	திரள் மீழ்மண் (Cf)
15 - 20	2	2
20 - 25	4	6
25 - 30	7	13
30 - 35	10	23
35 - 40	5	28
40 - 45	2	30
45 - 50	1	31



$$b) (i) \text{ இடையம்} = \frac{31+1}{2} = \frac{32}{2} = 16 \text{ வது} = 31.5$$

$$(ii) 27 (iii) 35 (iv) 36 - 27 = 9$$

20. (i) 78 (ii) 63 (iii) 97 - 63 = 34

விடைகள் 16

1. (i) 40, 80, 160 (ii) 108, 324, 972
 (iii) $8, 2, \frac{1}{2}$ (iv) $\frac{1}{7}, \frac{1}{49}, \frac{1}{343}$
 (v) -189, -567, -1701 (vi) 16, -64, 256
 (vii) 0.675, 1.0125, 1.51875 (viii) -0.0544, 0.02176, -0.008704
 (ix) $-\frac{1}{9}, -\frac{1}{3}, -1$ (x) $-\frac{1}{1500}, -\frac{1}{7500}, -\frac{1}{37500}$
 (xi) a^{-2}, a^{-5}, a^{-8} (xii) $1, (x-1), (x-1)^2$
2. (i) 3, 12, 48, 192, 768 (ii) -7, -14, -28, -56, -112
 (iii) $12, 4, 1\frac{1}{3}, \frac{4}{9}, \frac{4}{27}$ (iv) $\frac{1}{4}, \frac{-1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{-1}{32}, \frac{1}{64}$
 (v) 0.7, 0.14, 0.028, 0.0056, 0.00112
 (vi) $(x-3), x(x-3), x^2(x-3), x^3(x-3), x^4(x-3)$
3. (i) $T_n = 3 \times 3^{n-1} = 3$ (ii) $T_n = 1 \times (0.2)^{n-1}$
 (iii) $T_n = 1 \times (-4)^{n-1}$ (iv) $T_n = 6 \times (\frac{1}{3})^{n-1}$
4. (i) 2560 (ii) $\frac{1}{3}$ (iii) 0.000729 (iv) 9375
 (v) $\frac{x^8}{256}$ (vi) $\frac{-128}{2187y}$
5. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
6. (i) $r = 2, a = 3$ (ii) $r = \frac{1}{3}, a = -9$
 (iii) $r = 4, a = \frac{1}{12}$ (iv) $r = -3, a = 0.25$
 (v) $r = -6, \text{ or } 5, a = -2 \text{ or } 2\frac{2}{5}$ (vi) $r = \frac{2}{3}, a = 9$
7. 2 8. $\frac{243}{8}$ 9. $n = 7$ 10. $n = 6$
11. (i) $a = 0.5$ (ii) $r = 4$ (iii) $T_8 = 16384$
12. $r = 2$ or $\frac{1}{2}$ ஆகவே பொது விகிதம் இரண்டு ஆகையால் இரண்டு விருத்திகள் உண்டு.
 $r = 2 \rightarrow a = 4 \rightarrow 4, 8, 16, 32, 64$
 $r = \frac{1}{2} \rightarrow a = 16 \rightarrow 16, 8, 4, 2, 1$
13. 1023 14. 1640 15. $\frac{85}{128}$ 16. $n = 7$
17. (i) $x = 1$ (ii) 10 (iii) -1365
18. (i) 2 (ii) -8
19. (i) $r = 2, a = \frac{1}{2}$ (ii) 2^{25} 20. 250/

21. (i) ரூ. 800 (ii) ரூ. 1587.50
 22. 21 or -21 23. 24 or -24
 24. ± 2.25 25. $9\sqrt{3}$ or $-9\sqrt{3}$
 26. $\pm 6x^3y$ 27. $\frac{1}{3}, 1, 3, 9$
 28. $6(x+y)^3, 18(x+y)^5, 54(x+y)^7$ 29. $m = 2$
 30. 6, 18, 54, 162, $n = 7$
 31. (i) $r = 2$ (ii) $T_5 = 1, T_6 = \frac{1}{2}, T_5 = 2T_6$
 32. (i) $4m$ (ii) 970m
 33. ரூ. 324769.50
 34. (i) $r = 2$ (ii) $a = 3$ (iii) $n = 12$
 35. (i) 5 (ii) 3 (iii) 5, 15, 45, 180 (iv) 3645
 36. (i) 2 (ii) 2 (iii) 2046 (iv) 2,4,8,16,32
 (v) 4096
 37. (i) 2^x (ii) -3 (iii) $-3(2)^{9x}$ or -3×2^{9x}
 (iv) $-3 \left(\frac{2^{10x} - 1}{2^x - 1} \right)$

விடைகள் 17

1. (i) $x=60\text{cm}^2$ (ii) $x=48\text{cm}^2$ (iii) $x=100\text{cm}^2$
 (iv) 400cm^2
 2. (i) $a=5\text{cm}$ (ii) $a=6\text{cm}$ (iii) $a=4\sqrt{2}\text{cm}$
 (iv) $a=2\sqrt{3}$ (v) $a=\sqrt{10}$ (vi) $a=\sqrt{5}$
 3. 162cm^2 4. $AC=25$ 5. $QR=12\text{cm}$
 6. 13m 7. 16m 8. 25cm
 9. 16cm

17.

	x	y	a	b	c
(i)	3	2	$\frac{5}{2}$	$\frac{12}{5}$	$\frac{13}{31}$
(ii)	5	3	$\frac{16}{5}$	$\frac{30}{42}$	$\frac{31}{58}$
(iii)	6	5	$\frac{11}{6}$	$\frac{60}{42}$	$\frac{61}{58}$
(iv)	7	3	$\frac{40}{7}$	$\frac{42}{56}$	$\frac{58}{65}$
(v)	7	4	$\frac{33}{7}$	$\frac{56}{80}$	$\frac{65}{89}$
(vi)	8	5	$\frac{39}{8}$	$\frac{80}{126}$	$\frac{89}{130}$
(vii)	9	7	$\frac{32}{9}$	$\frac{126}{130}$	

 18. (i) 7, 24, 25 (ii) 13, 84, 85 (iii) 10, 24, 26
 (iv) 18, 80, 82 (v) 25, 312, 313
 19. (i) $x \left(\frac{x}{4} - 1 \right) \left(\frac{x}{4} + 1 \right)$ (ii) $(a+1)^2, \frac{(a+2)^2 - 1}{2}, \frac{(a+2)^2 + 1}{2}$
 20. செங்கோண முக்கோணிகள் (i), (v)
 கூர்ங்கோண முக்கோணிகள் (ii), (iv)
 விரிகோண முக்கோணிகள் (iii), (vi)

விடைகள் 18

1. (i) $\frac{12}{13} = 0.9231$ (ii) $\frac{5}{15} = 0.3846$ (iii) $\frac{5}{13} = 0.3846$
 (iv) $\frac{12}{13} = 0.9231$ (v) $\frac{12}{5} = 2.4$ (vi) $\frac{5}{12} = 0.4167$
2. (i) $\cos A = \frac{12}{13}, \tan A = \frac{5}{12}$ (ii) $\sin B = \frac{6\sqrt{2}}{11}, \tan B = \frac{6\sqrt{2}}{7}$
 (iii) $\sin P = \frac{4\sqrt{3}}{7}, \cos P = \frac{1}{7}$ (iv) $\sin C = \frac{1}{2\sqrt{3}}, \cos C = \frac{11}{2\sqrt{3}}$
3. (i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (iii) 1
 (iv) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (v) 1 (vi) $-\frac{1}{2}$
4. (i) $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$ (ii) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (iii) $\frac{6-\sqrt{3}}{4}$ (iv) 0 (v) 1
8. (i) $DC = 4\sqrt{3}\text{cm}$ (ii) $BC = 12 + 4\sqrt{3} = 12 + 6.9 = 18.9\text{cm}$
 (iii) $AB = 12\sqrt{2}\text{cm}$
9. $\frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ m}$
10. (i) $AE = 24\text{m}$ (ii) $AD = 36\text{cm}$
 (iii) $FE = 8\sqrt{3}\text{cm}$ (iv) $(24 - 8\sqrt{3})\text{cm} = 10.16\text{cm}$
11. (i) 1.5697 (ii) 0.8069 (iii) 4.8288 (iv) 0.3398
 (v) 0.8466 (vi) 2.0248 (vii) 0.4372 (viii) 11.20
12. (i) $18^\circ 30'$ (ii) $49^\circ 14'$ (iii) $69^\circ 53'$ (iv) $32^\circ 40'$
 (v) $39^\circ 50'$ (vi) 72° (vii) $79^\circ 34'$ (viii) $56^\circ 28'$
13. (i) 0.4147 (ii) 0.6810 (iii) 0.6129 (iv) 0.9902
 (v) 0.8672 (vi) 0.6886 (vii) 0.97 (viii) 0.7038
14. (i) 30° (ii) $48^\circ 59'$ (iii) $51^\circ 16'$ (iv) $4^\circ 50'$
 (v) $61^\circ 05'$ (vi) $5^\circ 11'$ (vii) $44^\circ 29'$ (viii) $33^\circ 45'$
15. (i) 0.7071 (ii) 0.3584 (iii) 0.916 (iv) 0.9824
 (v) 0.6767 (vi) 0.4942 (vii) 0.1925 (viii) 0.1059
16. (i) $52^\circ 37'$ (ii) $57^\circ 43'$ (iii) $60^\circ 17'$ (iv) $32^\circ 28'$
 (v) $72^\circ 32'$ (vi) $28^\circ 57'$ (vii) $46^\circ 20'$ (viii) $4^\circ 24'$
17. (i) 0.6915 (ii) 0.9620 (iii) 0.9171 (iv) 0.1751
 (v) 0.6081 (vi) 0.7939

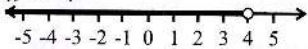
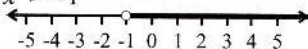
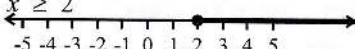
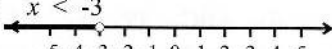
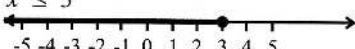
18. (i) $38^\circ 25'$ (ii) $12^\circ 36'$ (iii) $41^\circ 19'$ (iv) $83^\circ 10'$
 (v) $74^\circ 16'$ (vi) $15^\circ 44'$
19. (i) 25.47cm (ii) 16.22cm (iii) 45.34cm
20. (i) $h = 16.86\text{cm}$ (ii) $h = 19.48\text{cm}$ (iii) $h = 16.9\text{cm}$
21. (i) $x = 25.38\text{cm}$, $y = 15.63\text{cm}$ (ii) $x = 36.36\text{cm}$, $y = 39.33\text{cm}$
 (iii) $x = 14.05\text{cm}$, $y = 21.3\text{cm}$
22. (i) $\theta = 39^\circ 48'$ (ii) $\theta = 48^\circ 35'$ (iii) $\theta = 42^\circ 50'$
 (iv) $\theta = 41^\circ 25'$ (v) $\theta = 23^\circ 34'$ (vi) $\theta = 41^\circ 48'$
23. (i) 12.21m 24. 88.47m 25. $53^\circ 08'$
26. (i) 32.39m 27. 12.97m 28. 13.12m
29. (i) 7.69km (ii) 11.76km (iii) 4.07km
30. (ii) $\tan 45^\circ = \frac{28-y}{x}$, $\tan 30^\circ = \frac{y}{x}$ (ii) $x = 17.75\text{m}$, $y = 10.25\text{m}$
31. (i) 138° (ii) 318° (iii) 250° (iv) $231^\circ 45'$
 (v) $204^\circ 15'$ (vi) 70° (vii) 302° (viii) $104^\circ 15'$
32. (ii) 065° 33. 4.50km 34. (ii) 189.55m (iii) 258.57m
35. 18.3kmh^{-1} 36. (i) $13.67 = 14\text{m}$ (ii) $9.98 = 10\text{m}$ (iii) $21^\circ 02'$
37. (i) $101^\circ 01'$ (ii) $13^\circ 40'$ (iii) $AB = 15.44\text{m}$
39. (i) ON/AC — 5 — 0 — Sin — = — 0.7660
 (ii) ON/AC — 5 — 0 — Cos — = — 0.6428
 (iii) ON/AC — 5 — 0 — tan — = — 1.1917
 (iv) ON/AC — 6 — 7 — Cos — = — 0.3907
 (v) ON/AC — 8 — 4 — Sin — = — 0.9945
 (vi) ON/AC — 8 — tan — = — 0.1405
40. (i) ON/AC — 0 — . — 5 — 0 — 0 — SHIFT — Sin — = — 30°
 (ii) ON/AC — 0 — SHIFT — Cos — = — 90°
 (iii) ON/AC — 0 — . — 8 — 1 — 9 — 0 — SHIFT — Cos — = — 34°
 (iv) ON/AC — 0 — . — 9 — 3 — 2 — 5 — SHIFT — tan — = — 43°

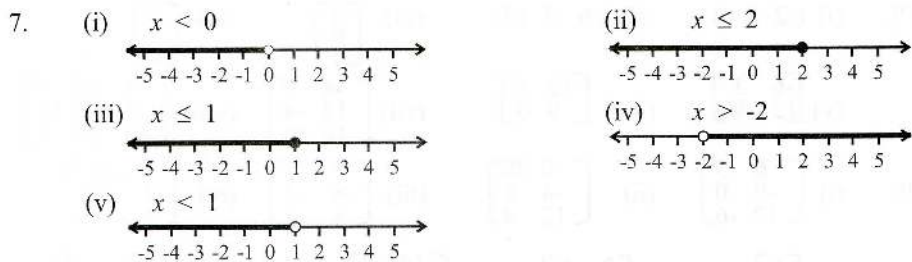
விடைகள் 19

1. (i) நிரைத் தாயம் (ii) நிரைத் தாயம் (iii) சதுரத் தாயம்
 (iv) நிரல்த் தாயம் (v) சதுரத் தாயம் (vi) அலகுத் தாயம்
 (vii) மூலைவிட்டத் தாயம் (viii) நிரல்த் தாயம் (ix) அலகுத் தாயம்
2. (i) 6 (ii) 9 (iii) 6 (vi) 2 (v) $m \times n$
3. (i) 2×2 (ii) 1×3 (iii) 2×3 (vi) 3×1 (v) 3×2
 (vi) 3×3
4. (i) $A=C, B=R, Q=K, P \neq L$ 5. (20 10 25) 6. $\begin{bmatrix} 148.8 \\ 139.5 \\ 156 \end{bmatrix}$ காந்தன்
 ரவி
 அமரானுல்லாஹ்
7. (i) $P = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 4 \\ 9 & 1 & 3 \\ 7 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ கவி
 சாறு
 நஸ்ரின் (ii) வரிசை 3×3
 (iii) சதுரத் தாயம்
8. (i) $a = -1, b = 5$ (ii) $x = 0, y = -3$
 (iii) $x = 0, y = 4$ (iv) $a = 5, b = 3, x = 1, y = 2$
9. (i) $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} -5 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ (iii) (5 0 2) (iv) (-2 -3 -3)
- (v) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ (vi) $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 3 \\ 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ (vii) $\begin{bmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 7 & 3 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ (viii) $\begin{bmatrix} -3 & -3 & -2 \\ -5 & 3 & -2 \\ -4 & 0 & -4 \end{bmatrix}$
10. (i) (2 4 -1) (ii) (1 3 0) (iii) $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}$ (iv) $\begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ (v) $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$
- (vi) $\begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$ (vii) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 5 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$ (viii) $\begin{bmatrix} -3 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$
11. (i) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} 6 & -2 & -5 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ (iii) $\begin{bmatrix} 5 & -4 & -1 \\ -5 & 7 & -5 \\ -1 & 2 & -7 \end{bmatrix}$
- (iv) $\begin{bmatrix} -4 & 6 & -1 \\ 5 & -2 & -3 \\ 2 & 6 & 2 \end{bmatrix}$ (v) $\begin{bmatrix} -10 & 8 & 3 \\ 7 & -10 & 3 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}$ (vi) $\begin{bmatrix} -7 & 7 & 0 \\ 9 & -10 & 7 \\ 2 & -2 & 12 \end{bmatrix}$
12. $a = -3, b = 4, c = 3, d = -7, e = 4$
13. $k = -5, l = 2, m = -8, n = 0, x = 4, y = -2$
14. $a = 1, b = -4, c = 2, d = 4, e = -1, f = -9$
15. $p = 0, q = 1, r = -1, s = 5, t = -2, u = 4$
16. $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -4 & 2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ 17. $P = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$
18. $a = 2, b = \frac{1}{2}, c = -3, d = 1, x = -5, y = 8$

19. (i) $(-2 \ 4 \ 6)$ (ii) $(-6 \ -3 \ 12)$ (iii) $\begin{bmatrix} -8 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ (iv) $\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}$
 (v) $\begin{bmatrix} -6 & 3 \\ 12 & -9 \end{bmatrix}$ (vi) $\begin{bmatrix} -12 & 6 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$ (vii) $\begin{bmatrix} -8 & 0 \\ 12 & -4 \\ -16 & 20 \end{bmatrix}$ (viii) $\begin{bmatrix} 5 & -10 & 0 \\ -15 & 20 & 10 \\ 10 & 20 & -5 \end{bmatrix}$
20. (i) $\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -9 & 0 \\ 12 & -6 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} 0 & 20 \\ -4 & 8 \\ 12 & 4 \end{bmatrix}$ (iii) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \\ 8 & -2 \end{bmatrix}$ (iv) $\begin{bmatrix} 7 & -16 \\ 1 & 7 \\ 5 & -11 \end{bmatrix}$
21. (i) $\begin{bmatrix} 8 \\ -9 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & -6 \end{bmatrix}$ (iii) $\begin{bmatrix} 14 & -2 \\ -12 & 4 \\ -10 & -2 \end{bmatrix}$ (iv) $\begin{bmatrix} -17 & 9 \\ 0 & 13 \\ 5 & -14 \end{bmatrix}$
 (v) $\begin{bmatrix} -9 & 3 & -2 \\ 9 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ (vi) $\begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & -\frac{3}{2} \\ -3 & \frac{7}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$
22. $P = \begin{bmatrix} -7 & -2 \\ 3 & -\frac{1}{3} \\ 2 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$ 23. $\begin{bmatrix} -3 & 3 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 3 & 2 & -2 \end{bmatrix}$
26. (i) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ (iii) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ (iv) $\begin{bmatrix} 8 & 6 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$
27. (i) $\begin{bmatrix} -5 & -8 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} 2 & 9 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ (iii) $\begin{bmatrix} -10 & -6 \\ 5 & 13 \end{bmatrix}$ (iv) $\begin{bmatrix} -10 & -13 \\ -2 & -5 \end{bmatrix}$
28. $x = 1, y = 2$ 29. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$ 30. $\begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

விடைகள் 20

1. (i) சரி (ii) இல்லை (iii) சரி (iv) சரி
 (v) இல்லை (vi) இல்லை (vii) சரி (viii) இல்லை
2. (i) $6 > -4$ (ii) $12 > -3$ (iii) $-35 < 5$ (iv) $-1 < \frac{1}{4}$
 (v) $-1 < 8$ (vi) $\frac{3}{4} > -\frac{1}{2}$ (vii) $-7\frac{1}{2} > -21$ (viii) $\frac{7}{8} > 1\frac{5}{16}$
3. (i) $x < 4$  (ii) $x > -1$ 
- (iii) $x \geq 2$  (iv) $x < -3$ 
- (v) $x \leq 3$ 
4. $2x + 4 \times 25 < 500$ (5) $50x + 100 + 10 \times x < 9800$
 $2x < 400$
 $x < 200$
 ரூ. 200 $x < 120$
 120 முட்டைகள்
6. (i) 1, 0, -1, -2 (ii) -4, -5, -6, -7 (iii) 0, 1, 2, 3
 (iv) 3, 4, 5, 6 (v) 3, 4, 5, 6 (vi) -1, 0, 1, 2



8. (i) 1 (ii) 0 (iii) 1 (iv) -1 (v) 1 (vi) 1

9. (i) 3 (ii) 4 (iii) -1 (iv) -2 (v) -1 (vi) 5

10. $x > 7$ 11. $x + (x - 10) < 70 \Rightarrow x < 40$

12. $\frac{12}{v-10} + \frac{8}{v+10} \Rightarrow 3v^2 - 80v < 460$

13. $x > 1$, ரூ. 1

14. $x > 33\frac{1}{2}$

15. $x + y \leq 90$

$50x + 60y \leq 4850$

$5x + 6y \leq 485$

$y = 35, x = 55$

50kg பெட்டிகளின் எண்ணிக்கை = 55

60kg பெட்டிகளின் எண்ணிக்கை = 35

விடைகள் 21

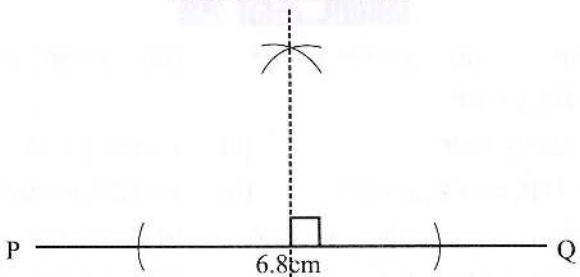
1. (i) $x=65^\circ, y=130^\circ$ (ii) $x=70^\circ, y=110^\circ$ (iii) $x=60, y=80^\circ$
 (iv) $x=40^\circ$ (v) $x=30^\circ, y=30^\circ$ (vi) $x=55^\circ, y=80^\circ$
2. (i) $\hat{A}DB$ (ii) 136° 3. $\hat{S}RQ = 109^\circ$
6. (i) $x=85^\circ, y=117^\circ$ (ii) $x=125^\circ, y=60^\circ$ (iii) $x=100^\circ, y=130^\circ$
 (iv) $x=145^\circ, y=70^\circ$ (v) $x=110^\circ, y=125^\circ$ (vi) $x=40^\circ, y=100^\circ$
7. $\hat{B}CF, \hat{A}DC$ (ii) $\hat{B}AD = \hat{B}CF$ (iii) $\hat{A}DC$
9. (i) $\hat{A}BC = 55^\circ, \hat{A}DC = 125^\circ, \hat{B}CD = 95^\circ, \hat{B}AD = 85^\circ$
13. (i) $x = 38^\circ$ (ii) $y = 58^\circ$
14. $x = 45^\circ$

விடைகள் 22

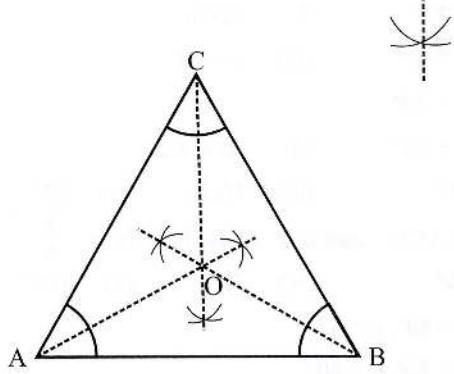
1. (i) $x=40^\circ$ (ii) $x = 55^\circ, y = 35^\circ$ (iii) $x = 50^\circ, y = 80^\circ, a = 80^\circ$
(iv) $x = 48^\circ, y = 40^\circ$
2. (i) $x = 120^\circ, y = 60^\circ$ (ii) $x = 65^\circ, y = 65^\circ$
(iii) $m = 114^\circ, n = 66^\circ, x = 57^\circ$ (iv) $x = 124^\circ, y = 56^\circ$
3. (i) $x = 8\text{cm}$ (ii) $y = 5\text{cm}$ (iii) $x = 3\text{cm}, y = 5\text{cm}$
(iv) $x = 4\text{cm}, y = 8\text{cm}$ (v) $x = 20\text{cm}$ (vi) $x = 5\text{cm}, y = 9\text{cm}$
4. (i) $x = 30^\circ$ (ii) $y = 120^\circ$
5. (i) 40° (ii) 100° (iii) 140°
6. (i) 62° (ii) 28° 7. 12cm
8. (i) $x = 25^\circ$ (ii) $y = 50^\circ$ (iii) $z = 90^\circ$
9. (i) $x = 35^\circ$ (ii) $y = 20^\circ$
10. (i) 136° (ii) $y = 68^\circ$ 11. (iv) 6cm
12. (i) 20° (ii) 90° (iii) 10cm (iv) 20°
(v) 6cm (vi) $\triangle ACE$ அல்லது $\triangle BCE$ (vii) $\frac{3}{5}$
16. (ii) 58° (iii) 64° (iv) 70° (v) 140°
19. (i) $x = 63^\circ, y = 57^\circ$ (ii) $x = 40^\circ, y = 32^\circ$
(iii) $x = 44^\circ, y = 46^\circ$ (iv) $x = 30^\circ, y = 60^\circ$
20. (i) ARDB (ii) ARDC (iii) ARD (iv) ABCD
(v) ABC
21. (i) $x = 65^\circ$
22. (i) 40° (ii) 30°
23. (i) 36° (ii) 68°
24. (i) 36° (ii) 22°
27. (i) 90° (ii) 40° (iii) 120° (iv) 180°

விடைகள் 23

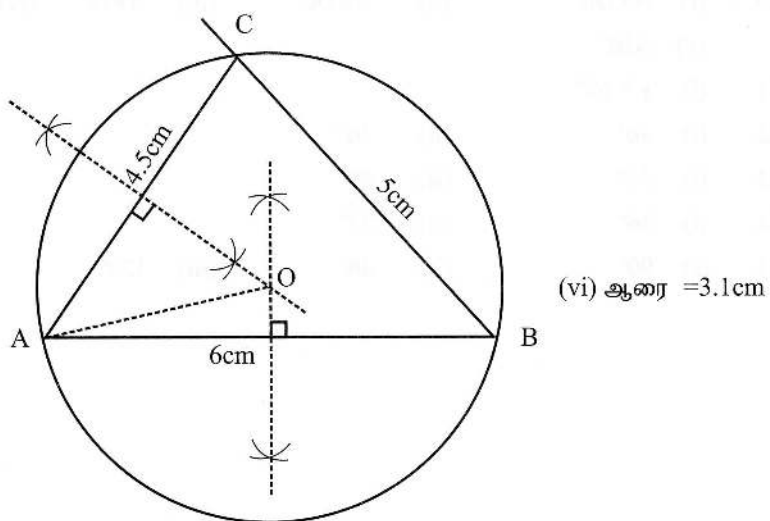
1.



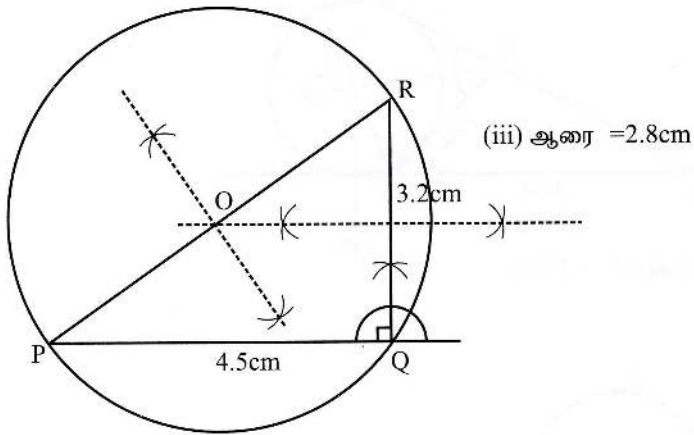
2.



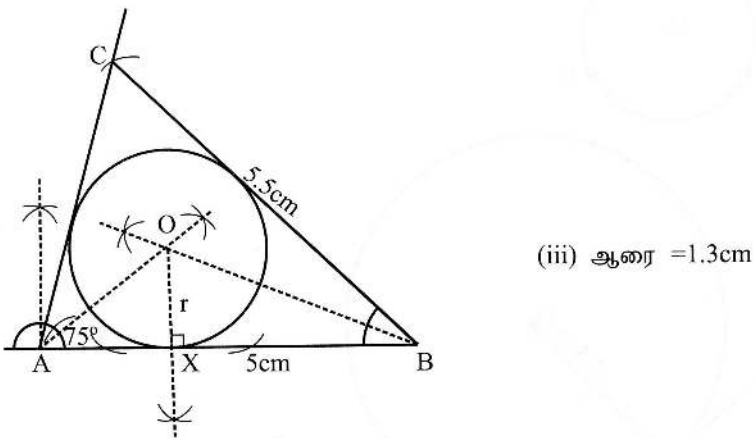
3.



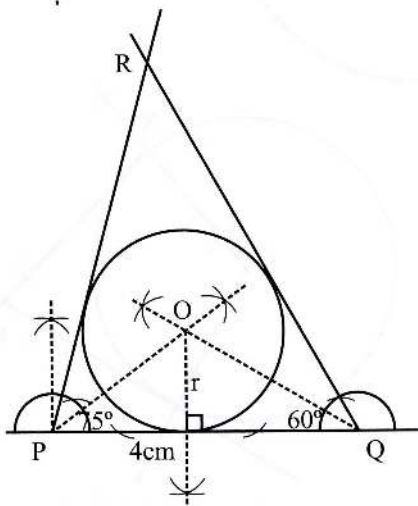
4.



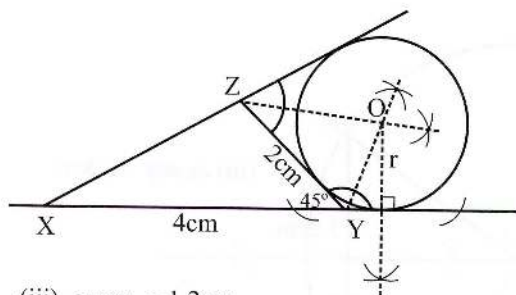
5.



6.

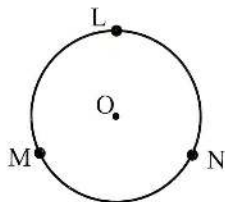


7.

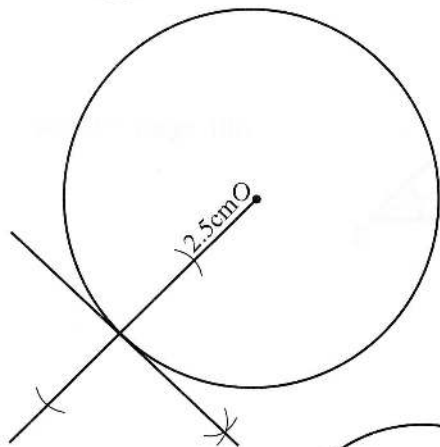


(iii) ஆரை = 1.2cm

8.

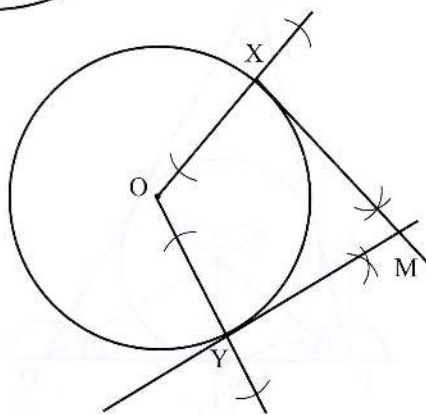


9.

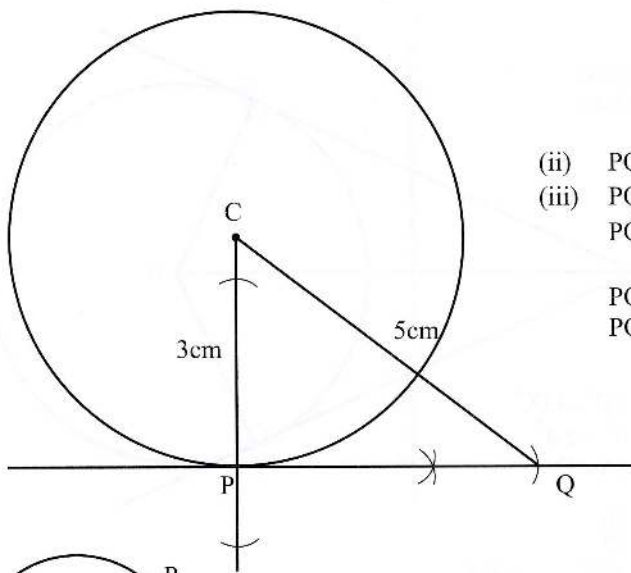


10.

$XM = 2.7\text{cm}$
 $YM = 2.7\text{cm}$

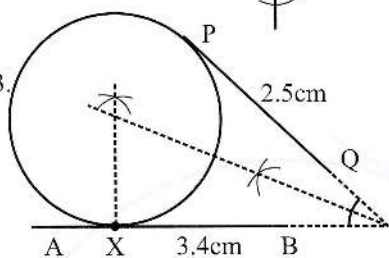


11.



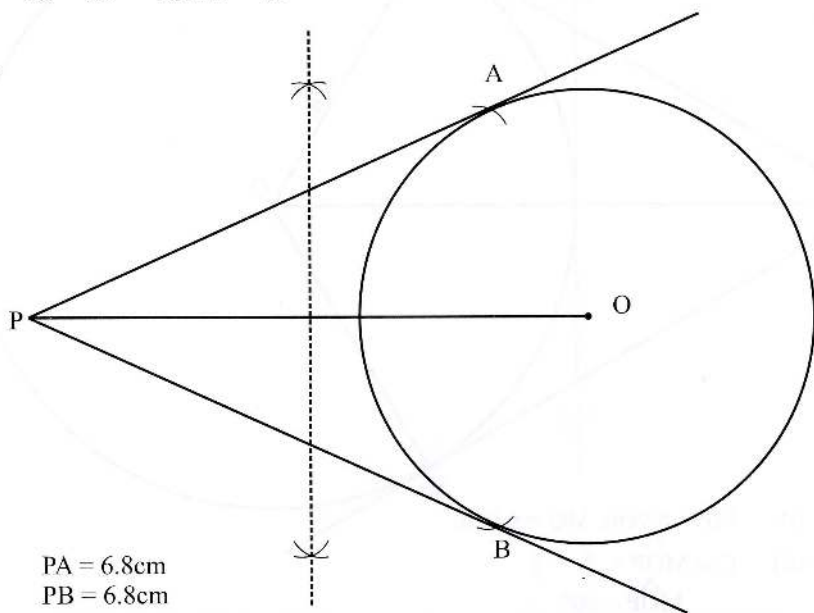
(ii) $PQ = 4\text{cm}$
 (iii) $PQ^2 = CQ^2 - CP^2$
 $PQ^2 = 5^2 - 3^2$
 $= 25 - 9$
 $PQ^2 = 16$
 $PQ = 4\text{cm}$

13.



(iii) ஆரை $r = 1.4\text{cm}$

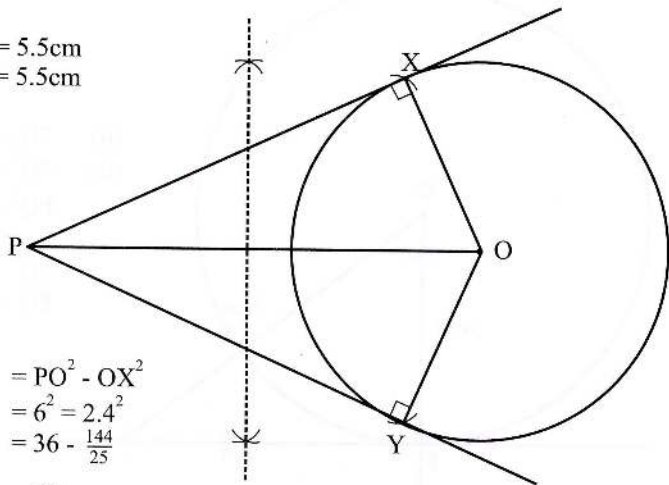
14.



$PA = 6.8\text{cm}$
 $PB = 6.8\text{cm}$

15.

- (i) $PX = 5.5\text{cm}$
 $PY = 5.5\text{cm}$



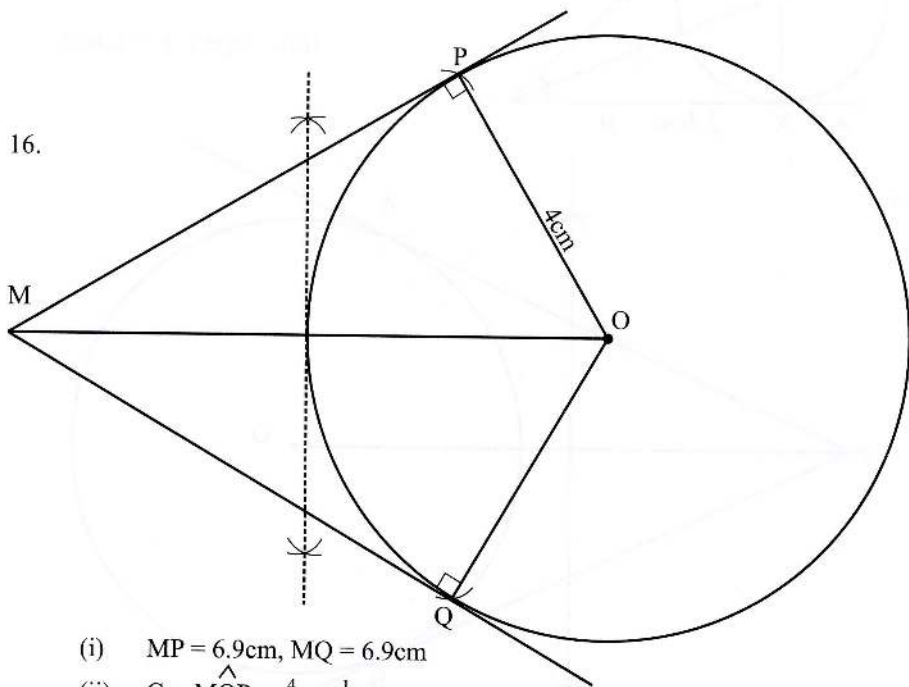
(ii) $PX^2 = PO^2 - OX^2$
 $= 6^2 - 2.4^2$
 $= 36 - \frac{144}{25}$

$$PX^2 = \frac{756}{25}$$

$$PX^2 = \sqrt{\frac{756}{25}} = \frac{27.5}{5}$$

$$PX = 5.5\text{cm} \quad PY = 5.5\text{cm}$$

16.



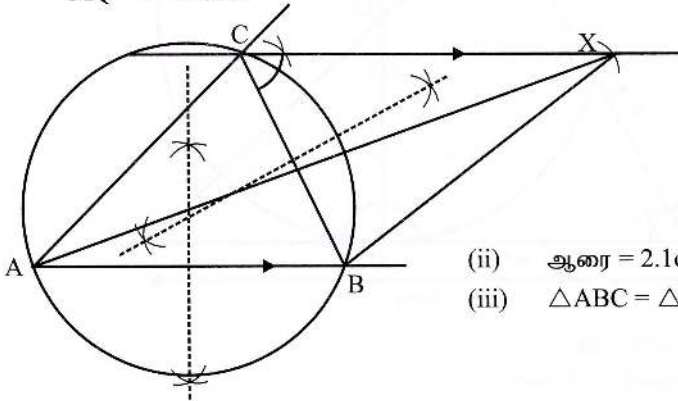
(i) $MP = 6.9\text{cm}, MQ = 6.9\text{cm}$

(ii) $\cos \hat{MOP} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
 $\hat{MOP} = 60^\circ$

$$\begin{aligned}
 \text{(iii)} \quad MQ^2 &= MO^2 - OQ^2 \\
 &= 8^2 - 4^2 \\
 &= 64 - 16 \\
 MQ^2 &= 48 \\
 MQ &= \sqrt{48}\text{cm} \\
 MQ &= 4\sqrt{3}\text{cm}
 \end{aligned}$$

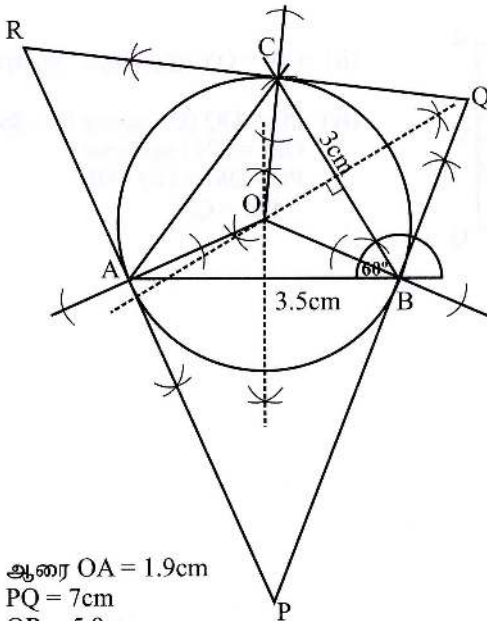
$$\begin{aligned}
 \text{(iv)} \quad MQ &= 6.9\text{cm} \\
 MQ &= 4\sqrt{3}\text{cm} \\
 4\sqrt{3} &= 6.9 \\
 \sqrt{3} &= \frac{6.9}{4} \\
 \sqrt{3} &= 1.725
 \end{aligned}$$

18.



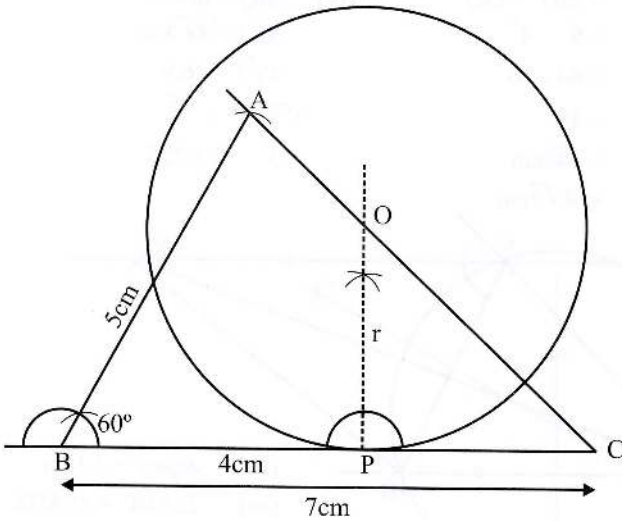
- (ii) ஆரை = 2.1cm
 (iii) $\triangle ABC = \triangle ABX$

19.



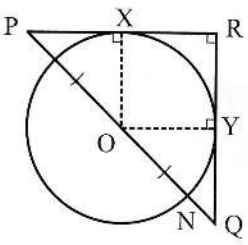
- (ii) ஆரை OA = 1.9cm
 (v) PQ = 7cm
 QR = 5.9cm
 PR = 7.9cm

21.



(iii) $\angle ACB = 44^\circ$
 ஆரை $r = 2.9\text{cm}$

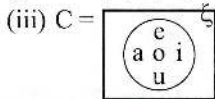
22.



- (ii) $OX = OY$ (இரண்டும் ஆரைகள்)
- (iv) $PO = OQ$ (O ஆனது PR இன் நடுப்புள்ளி)
 $OM = ON$ (ஆரைகள்)
 $PO - OM = OQ - ON$
 $\therefore PM = QN$

விடைகள் 24

1. (i) $A = \{6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$ (ii) $\{1, 4, 9, 16, 25\}$

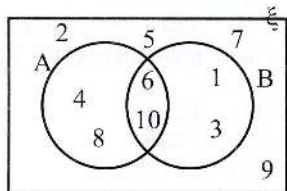


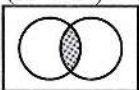
(iv) $A = \{p, r, x\}$
 $\xi = \{p, r, x, q, y\}$

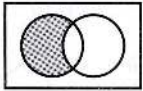
2. (i) $S = 2^n$ (ii) $S = 2^2 = 4$ (iii) $S = 2^3 = 8$
 $S = 2^1 = 2$ $\{ \}, \{1\}, \{3\}$ $\{ \}, \{k\}, \{l\}, \{m\}$
 $\{ \}, \{2\}$ $\{1, 3\}$ $\{k, l\}, \{l, m\}, \{k, m\}$
 $\{k, l, m\}$

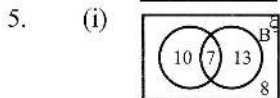
3. (i) $\xi = \{x : x \text{ இயற்கை எண்கள்; } x \leq 15\}$
 $\xi = \{a, c, e, f, m, n, k, l, o, s, t, u\}$
 $\xi = \{\text{விலங்குகள்}\}$
 $\xi = \{\text{தளவுருக்கள்}\}$

4. (i) $\xi = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $A = \{4, 6, 8, 10\}$
 $B = \{1, 3, 6, 10\}$



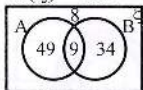
(ii) $A \cap B = \{6, 10\}$
 (iii) $A \cup B = \{1, 3, 4, 6, 8, 10\}$
 (iv) $n(A \cup B) = 6$
 (v) $A' \cap B = \{1, 3\}$
 (vi) $A \cup B' = \{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 (viii) $n(A' \cap B') = 4$
 (x) $n(A' \cup B') = 8$
 (xii) 

(vii) $A' \cap B' = \{2, 5, 7, 9\}$
 (ix) $A' \cup B' = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}$
 (xi) 

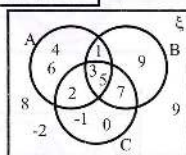


(ii) $n(B) = 20$
 (iii) $n(A \cap B) = 7$
 (iv) $n(A \cup B) = 30$
 (v) $n(\xi) = 38$

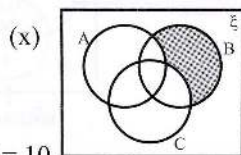
6. (i) $= (58+43) - 92$
 $= 101 - 92$
 $= 9$ பேர்

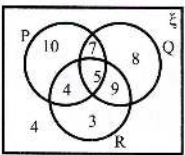
(ii)  (iii) 8 பேர்

7. (i) $\xi = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 $C = \{-1, 0, 2, 3, 5, 7\}$



(ii) $A \cap B \cap C = \{6, 10\}$
 (iii) $A \cup B \cup C = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$
 (iv) $A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3, 5\}$
 (v) $A \cap (B \cup C)' = \{4, 6\}$
 (vi) $A' \cap (B \cup C) = \{-1, 0, 7, 9\}$
 (vii) $A' \cap B' \cap C = \{-1, 0\}$
 (viii) $n(A' \cap B' \cap C) = 2$ (ix) $n(A' \cup B' \cup C) = 10$

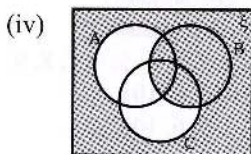


8. (i)  $10 + 12 - x + x + 9 - x = 26$
 $31 - x = 26$
 $-x = 26 - 31$
 $-x = -5$
 $x = 5$

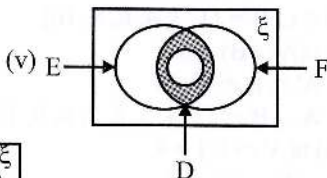
(ii) $n(P \cap R') = 10 + 7 = 17$ (iii) $n[(P \cap Q) \cup (P \cap R) \cup (Q \cap R)] = 4 + 5 + 7 + 9 = 25$
 (iv) $n(P' \cap Q' \cap R') = 4$
 (v) $n(P' \cap Q \cap R) = 9$

9. (i) $C \subset B \subset A$ (ii) $A \cap B = \{a, b, c, d, e\}$
 (iii) $A \cap B \cap C = \{a, b, c\}$ (iv) $A' \cap (B \cap C)' = \{h\}$
 (v) $A \cap B \cap C = C, A \cup B \cup C = A$ (vi) $A' \cup (B \cap C)$

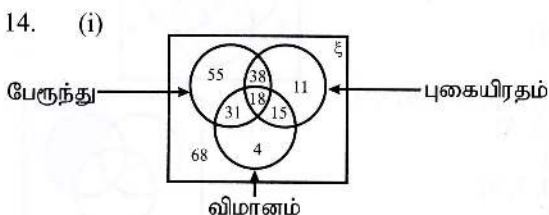
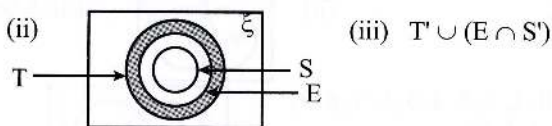
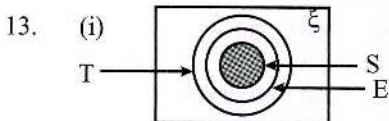
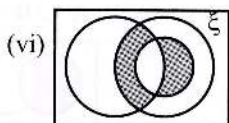
10. (i) 195 பேர்
 (ii) $350 - 35 = 315$ பேர்
 (iii) $n[(A \cap B) \cup C] = 70$ பேர்

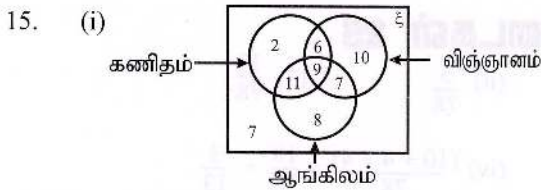


11. (i) 11 பேர்
 (ii) 7 பேர்
 (iii) 28 பேர்
 (iv) $n[(E \cap F') \cup D] = 21$

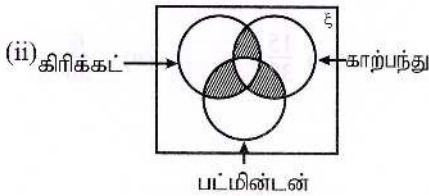
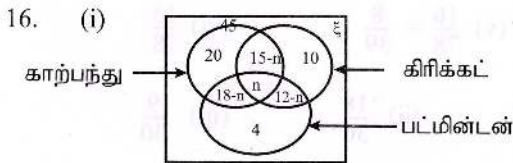


12. (i) 24 பேர்
 (ii) 16 பேர்
 (iii) 8 பேர்
 (iv) 6 பேர்
 (v) 14 பேர்



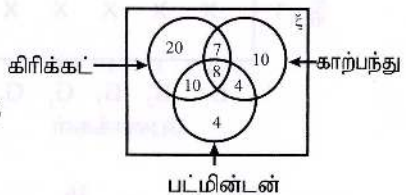


- (ii) 2 பேர்
- (iii) 8 பேர்
- (iv) 24 பேர்
- (v) 7 பேர்

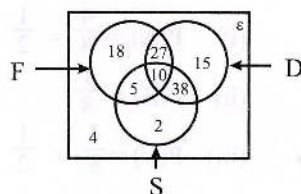
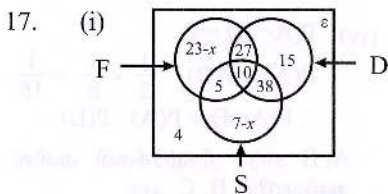


(iii)

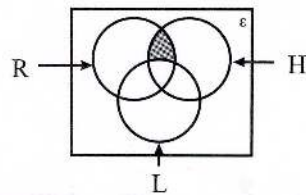
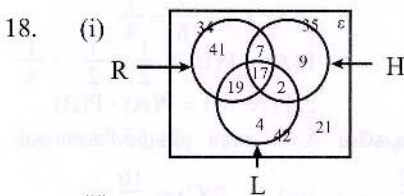
$$\begin{aligned}
 20 + 15 - n + n + 18 - n &= 45 \\
 53 - n &= 45 \\
 -n &= 45 - 53 \\
 -n &= -8 \\
 n &= 8
 \end{aligned}$$



- (iv) 26 பேர்
- (v) 63 பேர்



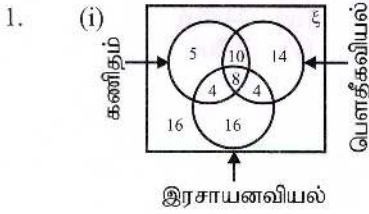
- (ii) 18 பேர்
- (iii) 5 பேர்
- (iv) $18 + 15 + 2 = 35$ பேர்



- (ii) 41 பேர்
- (iii) 19 பேர்
- (iv) 21 பேர்

19. (i) $9 - 4 = 5$ (ii) $n(T) = 14$ (iii) $n[S \cap (T \cup E)] = 23$
 (iv) $\frac{40}{48} = \frac{5}{6}$

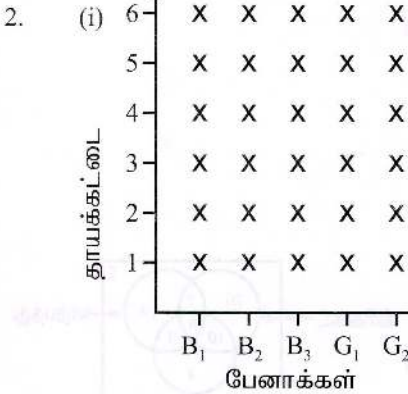
விடைகள் 25



(ii) $\frac{5}{78}$ (iii) $\frac{13}{78}$

(iv) $\frac{(10 + 4 \div 4)}{78} = \frac{18}{78} = \frac{3}{13}$

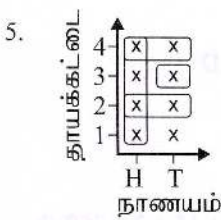
(v) $\frac{16}{78} = \frac{8}{39}$ (vi) $\frac{13}{78}$



(ii) $\frac{18}{30}$ (iii) $\frac{9}{30}$

(iv) $\frac{15}{30}$ (v) $\frac{6}{30}$

3. (i) $\frac{54}{90}$ (ii) $\frac{36}{90}$ 4. $\frac{45}{100} \times \frac{55}{100} = \frac{2475}{10000} = \frac{99}{400}$



(i) $P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

(ii) $P(B) = \frac{1}{8}$

(iii) $P(C) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

(iv) $P(A \cap B) = 0$

$P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$

$\therefore P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$

A, B சாரா நிகழ்ச்சிகள் அல்ல. அல்வாறே B, C யும் ஆனால் A, C இல்

$P(A \cap C) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$P(A) \times P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$\therefore P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C)$

ஆகவே A, C சாரா நிகழ்ச்சிகளாகும்.

6. (ii) $P(A) = \frac{9}{49}$ (iii) $P(B) = \frac{12}{49}$ (iv) $P(C) = \frac{16}{49}$

(v) $P(D) = \frac{24}{49}$ (vi) A, B, C, D சாரா நிகழ்ச்சிகள் அல்ல.

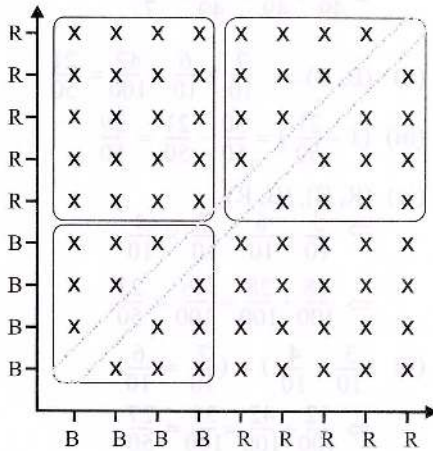
7. (i) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$ (ii) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$ (iii) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$

(iv) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{60}$

8. (i) $P(K K) = \frac{1}{4}$ (ii) $P(K L) = \frac{5}{12}$ (iii) $P(K M) = \frac{3}{8}$

(iv) $P(M L) = \frac{5}{8}$ (v) $P(M M) = \frac{9}{16}$ (vi) $P(L K) = \frac{5}{12}$

9.



(i) $\frac{20}{72}$

(ii) $\frac{12}{72}$

(iii) $\frac{20}{72}$

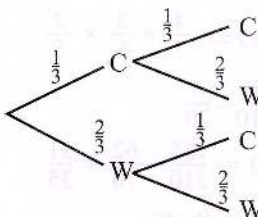
(iv) $\frac{32}{72}$

(v) $\frac{40}{72}$

10. (a) $\frac{2}{3}$

(b) சரியான சாவி C, தவறான சாவி W என்க.

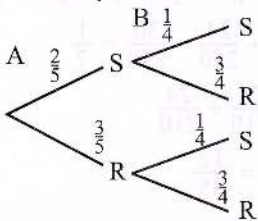
(i) $\frac{1}{3}$ C (ii) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$



(iii) $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$

(iv) $1 - (\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}) = \frac{9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$

11. (i) தெரிவு செய்யப்படுதல் - S எனவும், தெரிவு செய்யப்படாமை - R எனவும் கொள்க.

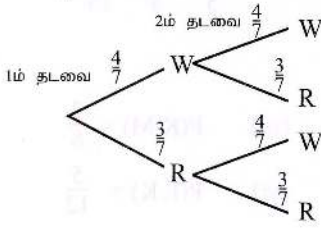


(ii) $(S, S) \Rightarrow \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

(iii) $(R, R) \Rightarrow \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$

(iv) $1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$ (v) $\frac{3}{4}$

12. (i) வெள்ளை மாபிள் - W, சிவப்பு மாபிள் - R எனின்,

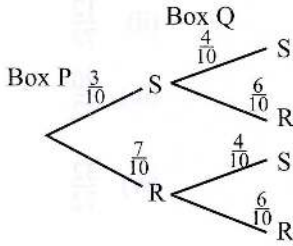


(ii) $(W, W) \Rightarrow \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{16}{49}$

(iii) $1 - \frac{16}{49} = \frac{49}{49} - \frac{16}{49} = \frac{33}{49}$

(iv) $\frac{4}{7} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{7} \times \frac{4}{7}$
 $= \frac{16}{49} + \frac{12}{49} = \frac{28}{49} = \frac{4}{7}$

13. (i)



(ii) $(B, B) \Rightarrow \frac{7}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{42}{100} = \frac{21}{50}$

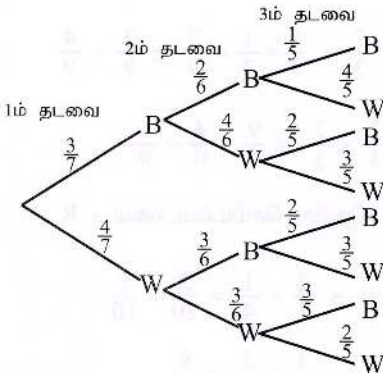
(iii) $(1 - \frac{21}{50}) = \frac{50}{50} - \frac{21}{50} = \frac{29}{50}$

(iv) $(R, B), (B, R)$
 $\Rightarrow \frac{3}{10} \times \frac{6}{10} + \frac{7}{10} \times \frac{4}{10}$
 $\Rightarrow \frac{18}{100} + \frac{28}{100} = \frac{46}{100} = \frac{23}{50}$

(v) $(\frac{3}{10} \times \frac{4}{10}) + (\frac{7}{10} \times \frac{6}{10})$
 $\Rightarrow \frac{12}{100} + \frac{42}{100} = \frac{54}{100} = \frac{27}{50}$

(vi) $\frac{100}{100} = 1$

14. (i) நீலப் பவளம் - B, வெள்ளைப் பவளம் - W



(ii) $(W W W) \Rightarrow \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{5}$

$\Rightarrow \frac{24}{210} = \frac{8}{70}$

(iii) $(1 - \frac{24}{210}) = \frac{186}{210} = \frac{62}{70} = \frac{31}{35}$

(iv) $(B B B) (W W W)$

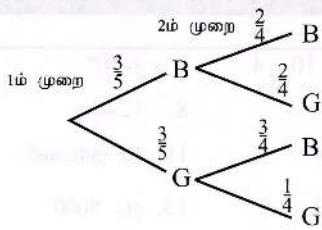
$\Rightarrow \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{5}$

$\Rightarrow \frac{6}{210} + \frac{24}{210} = \frac{30}{210} = \frac{1}{7}$

(v) $\frac{24}{210} + \frac{24}{210} + \frac{24}{210}$

$\Rightarrow \frac{72}{210} = \frac{12}{35}$

15. (a) பழுதானவை - B, பழுதற்றவை - G என்க.



(b) (i) $(G G) \Rightarrow \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

(ii) $(B G) (G B)$
 $\Rightarrow \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$
 $\Rightarrow \frac{6}{20} + \frac{6}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

(iii) $(B B) \Rightarrow \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

சதவீதம் = $\frac{3}{10} \times 100\% = 30\%$

∴ அவரது கூற்றுப் பிழையாகும்.

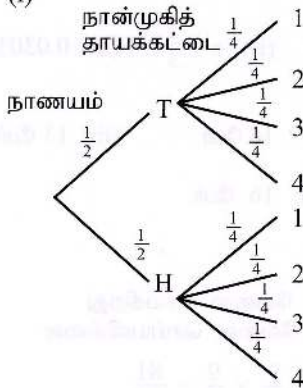
16. (c) (i) $\frac{64}{125}$

(ii) $\frac{16}{125}$

(iii) $\frac{112}{125}$

(d) 89.6% பிழை

17. (i)

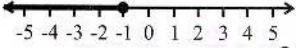


(ii) $\frac{1}{4}$

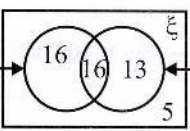
(iii) $\frac{1}{4}$

(iv) $\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \times 100\% = 50\%$

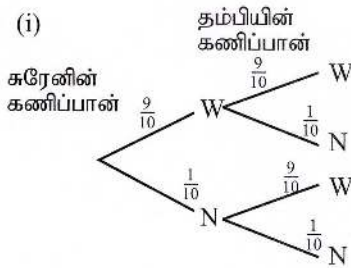
Part / பகுதி I

- | | | | |
|--|-----------------------------------|-----------|-------------------|
| 1. 40 | 2. 3.56 | 3. 10 | 4. $x = 50^\circ$ |
| 5. $x = 6$ | 6. 2 | 7. 4 | 8. 1240g |
| 9.  | | 10. 4 | 11. 10 நாட்கள் |
| 12. 7 | 13. $\frac{2}{y-3}$ | 14. 2 | 15. ரூ. 9000 |
| 16. (i) $m = 3$ | (ii) $c = -2$ | | |
| 17. ABCD = ABFC = BEDC | | 18. 5.451 | |
| 19. 10cm | 20. $\frac{x+1}{(x-5)(x-2)(x+2)}$ | | |

Part / பகுதி II

- | | | | |
|------------------------|---|---------------------------|---------------|
| 1. (a) (i) $\sqrt{15}$ | (ii) $21\sqrt{3}$ | (b) (i) 30 | (ii) 60 |
| 2. (a) (i) 2a | (ii) 1.8 | (b) (i) $x = \frac{2}{3}$ | (ii) 0.03037 |
| 3. (a) (i) காற்பந்து |  | (ii) 16 பேர் | (iii) 13 பேர் |
| | கிரிக்கட் | (iv) 16 பேர் | |

(b) (i)



W - வேலை செய்கிறது
N - வேலை செய்யவில்லை

(ii) $\frac{9}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{81}{100}$

(iii) $\frac{81}{100}$

(iv) $\frac{100}{100} - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$

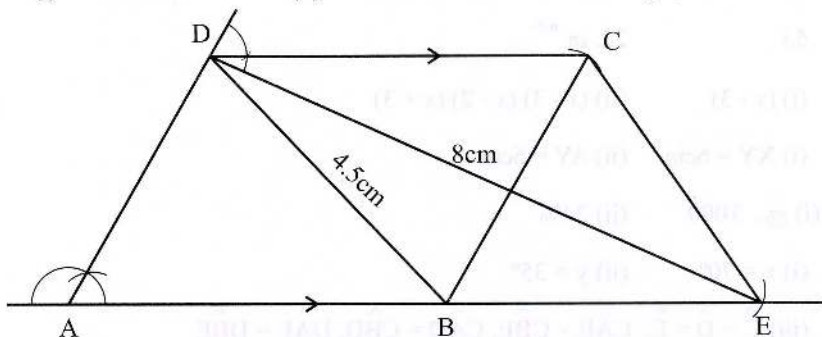
- | | | |
|-----------------|-----------------------|------------------------|
| 4. (a) (i) 13cm | (ii) 360cm^2 | (iii) 400cm^3 |
|-----------------|-----------------------|------------------------|

- | | | |
|-----------------------------|--------------------------|----------------|
| (b) (i) 1039.5cm^2 | (ii) 2425.5cm^3 | (iii) 36.383kg |
|-----------------------------|--------------------------|----------------|

5. (i) $\square ABCD$, $\square ABOM$ இல்
 $AB = AB$ (பொது அடி)
 $AB \parallel DC$, $AB \parallel DO$
 $\therefore \square ABCD = \square ABOM$ பரப்பளவில் (ஒரே அடி, ஒரே சமாந்தரக்கோடுகள்)
- (ii) $\triangle ABD = \frac{1}{2} \square ABOM$ (ஒரே அடி, ஒரே //)
ஆனால் $\square ABOM = \square ABNC$ (ஒரே அடி, ஒரே //)
 $\therefore \triangle ABM = \frac{1}{2} \square ABNC$
- (iii) $\square ABCD = \square ABOM$
 $\triangle ABD = \frac{1}{2} \square ABCD$
 $\triangle BOM = \frac{1}{2} \square ABOM$
 $\therefore \triangle ABD = \triangle BOM$
- (iv) $\square ABNC = \square ABOM$ (இணைகரம்)
 $\therefore AB = CN$
 $AB = MO$
 $\therefore CN = MO$
 $(CM + MN) = (MN + NO)$
 $CM + MN - MN = NO$
 $CM = NO$

6. (i) 2464cm^3 (ii) 16426.67cm^3 (iii) 5563.36cm^2

7.



- (ii) $AE = 9.2 \text{ cm}$ (iii) $\triangle ABD = \frac{1}{2} \square ABCD$
 $\triangle DEC = \frac{1}{2} \square ABCD$ (அடி DC)
 $\therefore \triangle ABD = \triangle DCE$

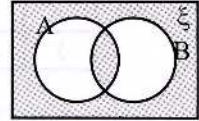
8. (a) (i) $\frac{1}{(x+2)(x+1)}$ (ii) $\frac{3}{2(a+1)}$ (b) 27

1. ரூ. 17
2. $x = 6$
3. 16
4. 48cm
5. $x = 32^\circ$
6. $x^2 - x$
7. 1600mm
8. $x < -2$
9. $A \cap B' = \{p, t, u\}$
10. 8
11. $x = 2$
12. $f = \frac{S - ut}{t^2}$
13. 20
14. 65°
15. 1
16. $m = \frac{3}{2}, c = -2$
17. (i) $\hat{S}PQ = \hat{T}QR, \hat{S}QP = \hat{TR}Q \therefore \triangle PQS = \triangle QRT$ (கோ. கோ. ப)
(ii) $PS = QT$
18. (i) 15
19. 252 km
20. 2640 cm^2
21. 53
22. ar^{n-3}
23. (i) $(x - 3)$
- (ii) $(x - 3)(x - 2)(x + 3)$
24. (i) $XY = 6\text{cm}$
- (ii) $AY = 6\text{cm}$
25. (i) ரூ. 3000
- (ii) 24%
26. (i) $x = 70^\circ$
- (ii) $y = 35^\circ$
- (iii) $\hat{C} = \hat{D} = \hat{E}, \hat{CAE} = \hat{CBE}, \hat{CAD} = \hat{CBD}, \hat{DAE} = \hat{DBE}$
27. $\frac{1}{8}$
28. (i) $PQ = 12\text{cm}$
- (ii) $r = 10\text{cm}$
29. 0
30. 15, 1

1. (a) (i) $\frac{11}{12}$ (ii) 0.2
 (b) (i) ரூ. 12000 (ii) ரூ. 9000 (iii) ரூ. 27000

2. (i) 199cm (ii) 2079cm² (iii) 3129cm² (iv) 21.903kg

3. (i) 5 (ii)  (iii) 7 (iv) 17



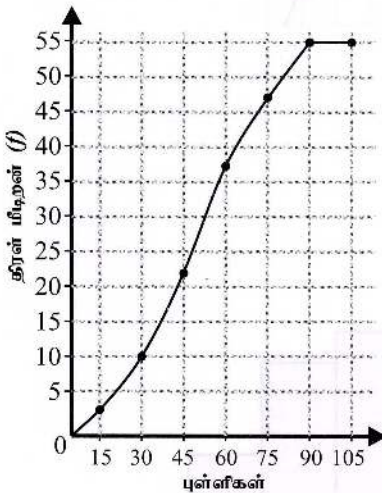
- (v) $n(A' \cup B') = 35$ (vi) $n(A \cap B) = 10$ (vii)

4. (i) 4 : 5 (ii) ரூ. 64000 (iii) ரூ. 80000 (iv) 3 : 5

5. (i)

புள்ளிகள்	0-15	16-30	31-45	46-60	61-75	76-90	91-100
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	3	7	12	15	10	8	0
திரள் மீறல் Σf	3	10	22	37	47	55	55

- (ii)



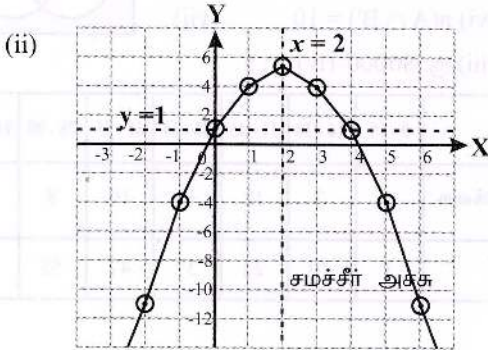
- (iii) $Q_3 - Q_1$
 $68 - 37 = 31$

- (iv) $76 \frac{4}{11} \%$

1. (a) $x = 3$ (b) -1 (c) 15.85
 2. (a) 12.5%
 (b) (i) ரூ. 50000 (ii) ரூ. 1104000 (iii) 1176 (iv) 22.53%
 3. (a) $4y(3x^2 + 2y)(x^2 - y)$ (b) $x = -29$ (c) சீதா = 16 வயது, தங்கை = 11 வயது

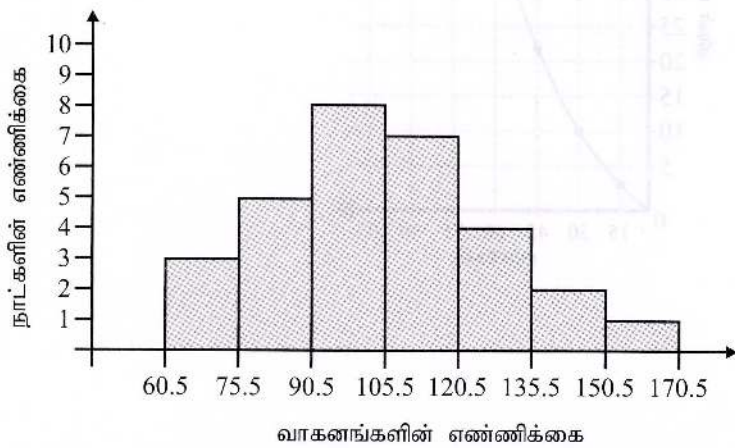
4. (i)

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	-11	-4	...1...	4	5	...4...	...1...	-4	-11



- (iv) $y_{உயர்வு} = 5$
 (v) $-4 < x < 6$
 (vi) 0, 4
 (vii) $y = 7 - (x - 2)^2$

5. (i) 91 - 105
 (ii)



(iii) வகுப்பு	நடுப்பெறுமானம்	மீழறன்(f)	விலகல்(d)	fd
61 - 75	68	3	-30	-90
76 - 90	83	5	-15	-75
91 - 105	98	8	0	0
106 - 120	113	7	15	105
121 - 135	128	4	30	120
136 - 150	143	2	45	90
151 - 170	158	1	60	60
		30		375-165 210

$$\begin{aligned} \text{இடை} &= 98 + \frac{210}{30} \\ &= 98 + 7 \\ &= 105 \end{aligned}$$

(iv) ரூ. 75

6. (i) ரூ. 60000 (ii) ரூ. 50000 (iii) 6250
(iv) ரூ. 312500 (v) ரூ. 28.04

7. தரவு : DEFC இணைகரம்
AB // CF

- (i) நி. வே : AD = DC
நிறுவல் : DE // CF
AB // CF (தரவு)
∴ DE // AB

$$\begin{aligned} \therefore DC &= EF \text{ (இ.க எதிர்ப்பக்கங்கள்)} \\ AD &= EF \text{ (தரவு)} \\ \therefore AD &= DC \end{aligned}$$

- (ii) AD = DC (நிறுவல்)
AB // DE (நிறுவல்)
∴ BE = EC (நடுப்புள்ளி தேற்றம்)

- (iii) DEFC இணைகர சுற்றளவு = 2CD + 2DC
△ABC சுற்றளவு = AB + BC + CA
= 2DE + 2BE + 2CD
△ABC சுற்றளவு - 2BE = 2CD + 2DE
△ABC சுற்றளவு - 2BE = □ DEFC சுற்றளவு

8. (a) (i) $a = 3$ (ii) $r = -2$ (iii) -1536 (iv) -1023
(b) 255

9. (a) தரவு = DE // BC
 நிறுவே = $\triangle ABC \text{ /// } \triangle ADE$
 நிறுவல் = $\triangle ABC, \triangle ADE$ இல்
 $\hat{A} = \hat{A}$
 $\hat{B} = \hat{D}$
 $\hat{C} = \hat{E}$
 $\therefore \triangle ABC \text{ /// } \triangle ADE$

(b) (i) நி. வே : $\triangle PQT \text{ /// } \triangle SRT$
 நிறுவல் : $\hat{PQT} = \hat{SRT}$ (ஒரே துண்டக் கோணங்கள்)
 $\hat{QPT} = \hat{RST}$ (ஒரே துண்டக் கோணங்கள்)
 $\hat{PTQ} = \hat{STR}$ (கு.எ. கோணங்கள்)
 $\therefore \triangle PQT \text{ /// } \triangle SRT$

(ii) நி. வே : $PQ : PT = SR : ST$
 $\frac{PQ}{SR} = \frac{PT}{ST}$
 $PQ \cdot ST = PT \cdot SR$
 $\frac{PR}{PT} = \frac{SR}{ST}$
 $PQ : PT = SR : ST$

10. (i) $98.12r^2$

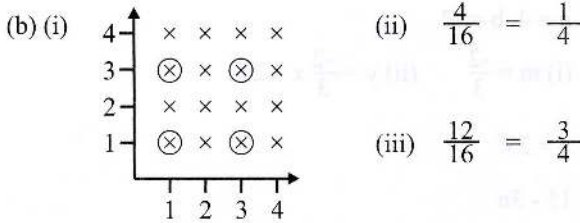
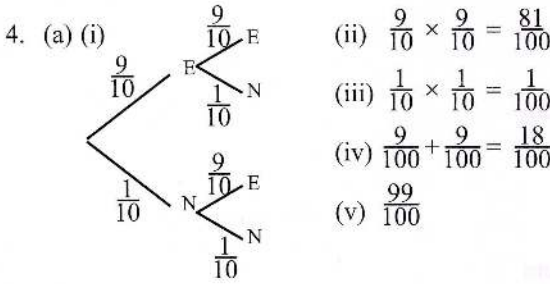
(ii) $\frac{1672}{21} r^3$

(iii) 27cm

1. (a) (i) $1\frac{1}{3}$ (ii) $6\frac{5}{6}$ (b) (i) $\frac{3}{10}$ (ii) $\frac{1}{10}$ (iii) 210000

2. (i) 280cm (ii) 330cm (iii) 3500cm^2 (iv) 350cm^2 (v) $\frac{1}{10}$

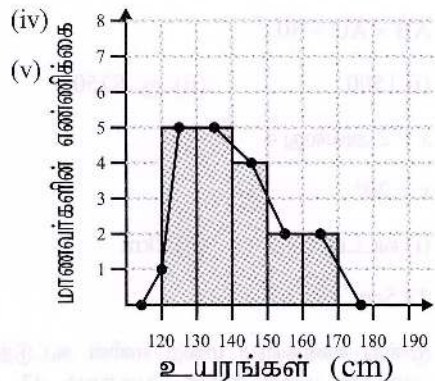
3. (a) (i) ரூ. 60 (ii) ரூ. 37.50 (b) ரூ. 25000



5. (i) 147 (ii) 138

(iii)

வகுப்பு	மீட்டர்கள்
120 - 130	5
130 - 140	5
140 - 150	4
150 - 160	2
160 - 170	2



1. (i)

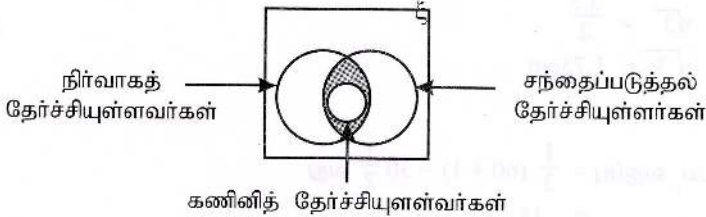


(ii) 10 பேர்

(ii) 2 பேர்

(iv) 14 பேர்

(v)



2. (i) $x = -2 \rightarrow y = 5$, $x = -1 \rightarrow y = 6$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	-3	2	5	6	5	2	-3

(iii) $x = -1$

(iv) $-3.5 < x < -1$

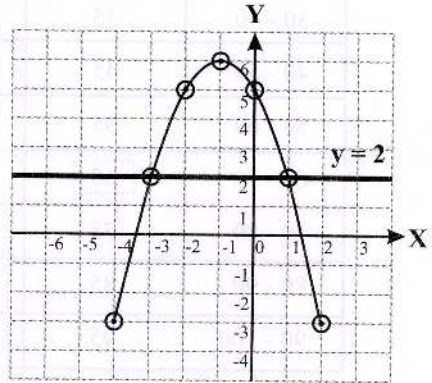
$$y = 5 - 2x - x^2$$

$$0 = -3 + 2x + x^2$$

$$y + 0 = 5 - 3$$

$$y = 2$$

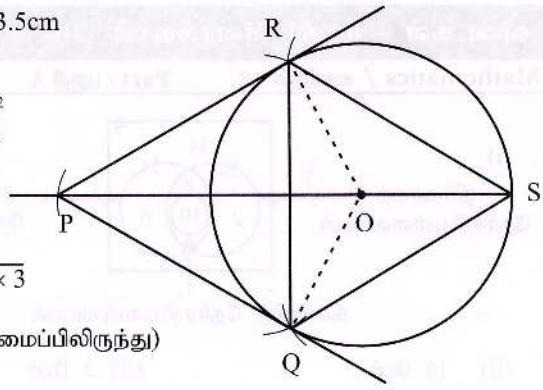
$\therefore x = -3$ அல்லது 1



(vi) $\sqrt{6} = 2.4$ அல்லது 2.5

3. (iv) $PQ = 3.5\text{cm}$, $PR = 3.5\text{cm}$
 $\therefore PQ = PR$

(vii) $PO^2 = OR^2 + PR^2$
 $PR^2 = PO^2 - OQ^2$
 $= 4^2 - 2^2$
 $= 16 - 4$
 $= 12$
 $PQ = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3}$
 $PQ = 2\sqrt{3}$
 $PQ = 3.5\text{cm}$ (அமைப்பிலிருந்து)
 $\therefore 2\sqrt{3} = 3.5\text{cm}$
 $\sqrt{3} = \frac{3.5}{2}$
 $\sqrt{3} = 1.75\text{cm}$



4. (i) இடைய வகுப்பு = $\frac{1}{2} (60 + 1) = 30 \frac{1}{2}$ வது
 $= 15$

(ii)

வகுப்பு	நடுப் பெறுமானம்	மீழறன் (f)	விலகல் (d)	$f \times d$
30 - 40	35	3	-30	- 90
40 - 50	45	8	-20	- 160
50 - 60	55	9	-10	- 90
60 - 70	65	15	0	0
70 - 80	75	10	10	100
80 - 90	85	8	20	160
90 - 100	95	7	30	210
		60		470 - 340 = 130

இடை = $65 + \frac{130}{60}$
 $= 65 + 2.16$
 $= 67.16 \text{ kmph}$

(iii) $\frac{3}{60} \times 100\% = 5\%$

(iv) $\frac{30000}{2000} = 15$ கார் சாரதிகள்

ஆகவே அதி கூடிய வேக எல்லை = 80 kmph

$$\begin{aligned}
5. \text{ உடன் காசு விலை} &= \text{ரூ. } 80000 \\
\text{முற்பணம்} &= \text{ரூ. } 20000 \\
\text{எஞ்சிய கடன் தொகை} &= \text{ரூ. } 80000 - 20000 \\
&= \text{ரூ. } 60000 \\
\text{மாதக் கடன் பகுதி} &= \text{ரூ. } \frac{60000}{30} \\
&= \text{ரூ. } 2000 \\
\text{மாத அலகுகள்} &= \text{ரூ. } \frac{30}{2} (30 + 1) \\
&= 465 \\
\text{தவணைக் கட்டணம்} &= \text{ரூ. } 2248 \\
\text{மாத வட்டி} &= \text{ரூ. } 2248 - 2000 \\
&= \text{ரூ. } 248 \\
\text{மொத்த வட்டி} &= \text{ரூ. } 248 \times 30 \\
&= \text{ரூ. } 7440 \\
\text{மாத அலகிற்கான வட்டி} &= \text{ரூ. } \frac{7440}{465} \\
&= \text{ரூ. } 16 \\
\text{ஆண்டு வட்டி வீதம்} &= \text{ரூ. } \frac{16}{2000} \times 100 \times 12 \\
&= 9.6\%
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6. \text{ (i) திண்மக்கோள கனவளவு} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\
&= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \\
&= 179.67 \text{cm}^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(ii) உருளையின் கனவளவு} &= \pi r^2 h \\
&= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 21 \\
&= 808.5 \text{cm}^3
\end{aligned}$$

ஊற்றக் கூடிய நீரின்

$$\text{கனவளவு} = 808.5 - 179.67$$

$$= 628.83 \text{cm}^3$$

கொள்ளளவு

$$= 628.83 \text{ml}$$

$$7. (a) \quad \begin{aligned} 17 - 3 \times 1 &= 14 \\ 17 - 3 \times 2 &= 11 \\ 17 - 3 \times 3 &= 8 \end{aligned}$$

$$(i) \quad a = 14$$

$$(iii) \quad 17 - 3 \times 17 = 17 - 51 = -34$$

$$(ii) \quad d = 11 - 14 = -3$$

$$(iv) \quad S_{17} = \frac{n}{2} (a + l)$$

$$S_{17} = \frac{17}{2} (14 - 34)$$

$$= \frac{17}{2} \times -20$$

$$= -170$$

$$(b) \quad a + ar = 5, \quad ar^2 + ar^3 = 20$$

$$a(1+r) = 5, \quad ar^2(1+r) = 20$$

$$\frac{ar^2(1+r)}{a(1+r)} = \frac{20}{5}$$

$$r^2 = 4$$

$$r = \pm 2$$

$$(i) \quad \text{நேர் பொது விகிதம் } r = 2$$

$$(ii) \quad a(1+r) = 5$$

$$a(1+2) = 5$$

$$a = \frac{5}{3}$$

$$S_n = \frac{a[r^n - 1]}{r - 1}$$

$$425 = \frac{\frac{5}{3}[2^n - 1]}{2 - 1}$$

$$425 \times \frac{3}{5} = 2^n - 1$$

$$85 \times 3 = 2^n - 1$$

$$255 = 2^n - 1$$

$$2^n = 255 + 1 = 256$$

$$2^n = 2^8$$

$$n = 8$$

425 ஆனது முதல் 8 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையாகும்.

8. (i) $\hat{PQR} = \hat{APR} = \hat{ARP}$ (ஒன்று விட்ட வட்ட துணிக் கோணங்கள்)

ஆனால் $PQ = PR$

$$\hat{PQR} = x \text{ என்க.}$$

$$\hat{BAC} = 180^\circ - (\hat{APR} + \hat{ARP})$$

$$= 180^\circ - (x + x)$$

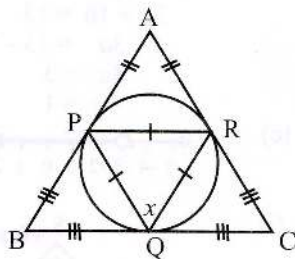
$$\hat{BAC} = 180^\circ - 2x$$

$$\hat{QPR} = 180^\circ - (\hat{PQR} + \hat{PRQ})$$

$$= 180^\circ - (x + x)$$

$$= 180^\circ - 2x$$

$$\hat{BAC} = \hat{QPR}$$



- (ii) அவ்வாறே

$$\therefore \hat{BAC} = \hat{BCA}$$

$$AB = BC \text{ (இரு சம.ப.மு)}$$

$$AP + PB = BQ + QC$$

$$AP = AR$$

$$QC = RC$$

$$PB = BQ$$

$$AR + PB = PB + RC$$

$$AR = RC$$

\therefore பக்கம் AC யின் நடுப்புள்ளி R

9. (a) $2x^3 - 3x^2 - 5x$

$$x [2x^2 - 3x - 5]$$

$$x [2x^2 - 5x + 2x - 5]$$

$$x [x(2x - 5) + 1(2x - 5)]$$

$$x(x+1) (2x - 5)$$

(b) $3a + 2b = 13 \rightarrow \textcircled{1}$

$$2a + 5b = 27 \rightarrow \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \times 2 \Rightarrow 6a + 4b = 26 \rightarrow \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \times 3 \Rightarrow 6a + 15b = 81 \rightarrow \textcircled{4}$$

$$\textcircled{4} - \textcircled{3} \Rightarrow 15b - 4b = 81 - 26$$

$$11b = 55$$

$$b = \frac{55}{11}$$

$$b = 5$$

$b = 5$ ஐ சமன்பாடு ① இல் பிரதியிடுக.

$$3a + 2 \times 5 = 13$$

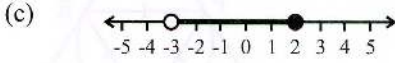
$$3a + 10 = 13$$

$$3a = 13 - 10$$

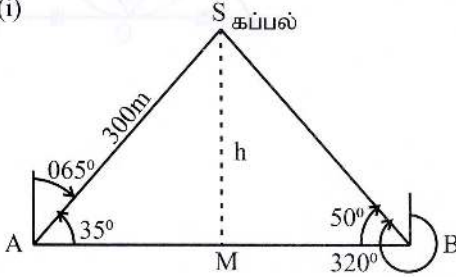
$$3a = 3$$

$$a = 1$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \end{cases}$$



10. (i)



(ii) $\tan 35^\circ = \frac{MS}{AS}$

$$0.7002 = \frac{h}{300}$$

$$h = 300 \times 0.7002$$

குறுகிய தூரம் $h = 210.06\text{m}$

(iii) நகீரிற்ும் கப்பலிற்குமான தூரம் BS

$$\sin 50^\circ = \frac{h}{BS}$$

$$0.7660 = \frac{210.06}{BS}$$

$$BS = \frac{210.06}{0.7660}$$

$$= 274.23$$

(iv) $\cos 35^\circ = \frac{AM}{AS}$

$$0.8192 = \frac{AM}{300}$$

$$AM = 300 \times 0.8192$$

$$AM = 245.76\text{m}$$

$$\tan 50 = \frac{h}{MB}$$

$$1.1918 = \frac{210.06}{MB}$$

$$MB = 176.25$$

குமாரிற்கும் நசீரிற்கும் இடையேயான தூரம்

$$AB = AM + MB = 245.76 + 176.25$$

$$= 422.01$$

$$= 422\text{m}$$

11. (a)

$$B - 2 \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$B - \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -4 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

(b) $\lg \left[\frac{1}{2} \times 0.8046 + \bar{2}.6355 \right] - 1.0979$

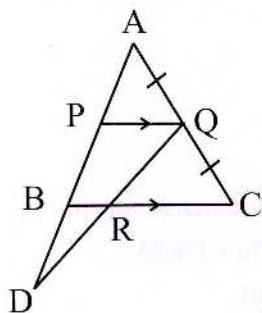
$$\lg \left[0.4023 + \bar{2}.6355 \right] - 1.0979$$

$$\lg \bar{1}.0378 - 1.0979$$

$$\lg \bar{3}.9399$$

$$10^{-3} \times 8.708$$

$$= 0.008708$$



(i) $AQ = RC$ (தரவு)

ஆனால் $AP = PB$ (நடுப்புள்ளி தேற்றம்)

$AB = AC$ (தரவு)

$PB = QC$

$QC = BD$

$\therefore PB = BD$

ஆகவே B ஆனது PD யின் நடுப்புள்ளி

$PQ \parallel BR$

$\therefore R$ ஆனது QD இன் நடுப்புள்ளி

$\therefore QR = RD$

(ii) $BR = \frac{1}{2} PQ$ (ந.ப.தே $\triangle PDR$)

ஆனால் $PQ = \frac{1}{2} BC$ (ந.ப.தே $\triangle ABC$)

$BR = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} BC$

$BR = \frac{1}{4} BC$

$4BR = BC$

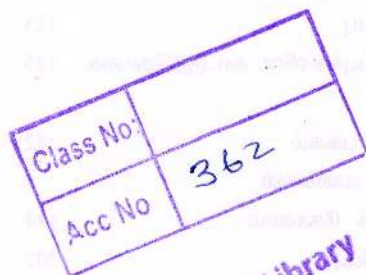
Index - அட்டவணை

அகிலத் தொடை	207
அட்சரகணிதக் கோவைகளின் (பொ.ம.சி)	49
அட்சரகணிதப் பின்னங்கள்	49
அமைப்புகள்	195
அயற் பக்கம்	142
இடையம்	117
இடைவெட்டு	207
இணைகரம்	54, 55
இணைகரப் பரப்பளவு	54
இயல்பொத்த முக்கோணிகள்	105
இருபடிச் சமன்பாடுகள்	96, 97
இழிவுப் புள்ளி	84
இழிவுப் பெறுமானம்	84
இறக்கக் கோணம்	144
ஈருறுப்புக் கோவைகள்	43
உபதொடை	207
உருளை	28
உயர்வுப் புள்ளி	84
உயர்வுப் பெறுமானம்	84
உள் வட்டம்	196
உறுப்பு	125
உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை	125
எதிர் பக்கம்	142
எண் வகைகள்	1
ஏற்றக் கோணம்	144
ஒன்றிப்பு	207
கனவளவு	35, 36
கூட்டு வட்டி	63
கூம்பகம்	27, 35

கூம்பு	35
கோண இருகூறாக்கி	195
கோளம்	36
சதவீதம்	63
சமச்சீர் அச்சு	84
சமன்பாடுகள்	96, 97
சமனிலிகள்	169
சமாந்தரக் கோடுகள்	54, 55
சார் நிகழ்ச்சிகள்	217
சாரா நிகழ்ச்சிகள்	217
கட்டிகள்	9
சுற்று வட்டம்	196
சூத்திரங்கள்	125
சூனியத்தொடை	207
செங்குத்து	195, 196
செம்பக்கம்	142
தசமக் கூட்டு	19
தம்முள் புறநீக்கும் நிகழ்ச்சி	217
தரவுகளை வகைக்குறித்தல்	113
தாயம்	158, 159
திசைகோள்	144
திரிகோண கணிதம்	142
தொடலி	182, 183
தொடை	207
நடுப்புள்ளித் தேற்றம்	78
நான்முகி	27, 35
நிகழ்தகவு	217
நிறை எண்	1
நெய்யரி	218
நேர்கோடு	83

Index - அட்டவணை

பங்கிலாபம்	71
பங்குகள்	71
பங்குச் சந்தை	71
பரப்பளவு	27, 54
பிரிகோடு	20
பைதகரசின் தேற்றம்	135
பைதகரசின் மும்மை	135
பெருக்கல் இடை	126
பெருக்கல் விருத்தி	125
பொது விகிதம்	125
மடக்கை	10, 19
மடக்கை விதிகள்	10
மரவரிப் படம்	218
மாத அலகுகள்	63
மாதிரி வினாத்தாள்	241
மாதிரி வெளி	217
மீட்டல் வினாத்தாள்	228, 232
மீழன் பல்கோணி	113
முக்கோணி	54, 105
முக்கோணியின் பரப்பளவு	54
முரண் மடக்கை	20
மூலதன இலாபம்	71
மெய் எண்கள்	1
வரைபு	83
வட்ட நாற்பக்கல்	174
வட்டத் துண்டம்	183
வலையுரு வரையம்	113
விகிதமுறா எண்கள்	1, 2
விகிதமுறும் எண்கள்	1, 2
வெட்டுத்துண்டு	83
வெளி வட்டம்	197



Arasady Public Library
Municipal Council
Batticaloa

362

Class No:	510
Acc No	362

Arasady Public Library
Municipal Council
Batticaloa



இந்நூலாசிரியரின் வெளியீடுகள்...

கணிதம் - தரம் 11

கணிதம் - தரம் 10

கணிதம் - தரம் 9

கணிதம் - தரம் 8

கணிதம் - தரம் 7

கணிதம் - தரம் 6

குறியீடுகள், உதாரணங்கள், பயிற்சிகள், வினாத்தாள்கள், விடைகள்

MATHEMATICS - Grade 11

MATHEMATICS - Grade 10

MATHEMATICS - Grade 9

MATHEMATICS - Grade 8

MATHEMATICS - Grade 7

MATHEMATICS - Grade 6

Notes, Examples, Exercises, Practice Papers & Answers

Rs. 490.00

Loyal Publication

125, New Moor Street, Colombo 12.

Tel: 011 2433874 / 0777 556 277

