

க. பொ. த
G. C. E. A/L

உயர்தரம்

பிரயோக கணிதப்பயிற்சி

இயக்கவிசையியல்

தொகுப்பு: S. F. அசோகாந்தன் B. Tec (IIT)
S. வரதராஜன் B. Sc.

Problems & Exercises
in
Applied Mathematics
Dynamics

திருத்திய பதிப்பு
DEC. 1988

வெளியீடு
மாசில் பதிப்பகம்
வை. எம். சி. எ
கட்டிடம்
யாழ்ப்பணம்

க. பொ. த
G. C. E. A/L

உயர்தரம்



பிரயோக கணிதப்பயிற்சி

இயக்கவிசையியல்

தொகுப்பு: S. F. அசோகாந்தன் B. Tec (IIT)
S. வரதராஜன் B. Sc.

Problems & Exercises
in
Applied Mathematics
Dynamics

பதிப்புரிமையுடையது

விலை 30-00

வெளியீடு
மாசில் பதிப்பகம்
வை. எம். சி. எ
கட்டிடம்
யாழ்ப்பாணம்

இயக்கவிசையியல்.



உள்ளூறை

அலகு:-

பக்கம்

1.	கதி, வேகம், ஆர்முடுகல்.	1
2.	விசை, உந்தம், வேலை, சக்தி.	26
3.	கணத்தாக்குவிசைகள், மீள் தன்மைப் பொருள்களின் மொத்தல்.	39
4.	எறிபொருள்கள்.	54
5.	வட்டத்தின் வழியே இயக்கம்	64
6.	எளிமை இசை இயக்கம்	73
7.	காவிக்கணியம்	83
8.	தடுக்கும் ஊடகங்களில் இயக்கம்	89
9.	சடத்துவத் திருப்பம்	94
10.	திணிவு மையம் தொடர்பான இயக்கம்	
	உந்தம் சத்திச் சமன்பாடுகள்	100
	பலவினப் பயிற்சி.	103
	விடைகள்.	106
	பின்னிணைப்பு.	
	அலகு 1 தொடக்கம் அலகு 10 வரை	115
	அலகு 11 வகையீடு	147
	பின்னிணைப்பு விடைகள்.	150
	பிழை திருத்தம்	157

இயக்கவிசையியல்

அலகு 1

கதி, வேகம், ஆர்முடுகல்

1. கிழக்கு நோக்கி 12km/மணி இற செல்லும் A என்னும் கப்பலிலிருந்து B என்னும் கப்பல் $10\sqrt{2}\text{km/மணி}$ எனும் வேகத்துடன் தென்மேற்கு நோக்கிச் செல்வதுபோல் தோன்றுகிறது. B இனது வேகத்தின் பருமனையும் திசையையும் காண்க.

C எனும் மூன்றாம் கப்பல் A இலிருந்து வடக்காக 5km தூரத்தில் ஓய்விலிருந்து $t=0$ எனும் நேரத்திலாரம்பித்து வடக்கு நோக்கி 300km/மணி^2 என்னும் சீரான ஆர்முடுகலுடன் இயங்குகிறது. A தொடர்பான C இன் பாதை, ஒரு பரவளைவு எனக் காட்டுக.

2. 45km/மணி என்னும் கதியுடன் செல்லும் புகைவண்டிப் பாதை செப்பனிடப்படுவதால் தன் கதி $7\frac{1}{2}\text{km/மணி}$ ஆகக் குறையும் வரை $\frac{1}{2}\text{km/ம. /செக்.}$ என்னும் அமர்முடுகலுடன் இயங்குகின்றது. அக்கதி அடுத்த $\frac{1}{2}\text{km}$ நிலைநிறுத்தப்படுகின்றது. அதன்பின்னர் மீண்டும் 45km/மணி என்னும் கதியை அடையும் வரை வண்டி $\frac{1}{2}\text{km/செக்.}$ எனும் அமர்முடுகலுடன் இயங்கியது. வேக நேர வரைபு முறையாலோ அல்லது வேறு முறையாலோ செப்பனிடவதாலுண்டான தாமதத்தைக் காண்க.

3. M திணிவும் கோணம் α உம் உடைய ஒப்பமான ஆப் பொன்று ஒப்பமான கிடைத்தளத்திலே அசைவதற்குச் சயா தீனமுடையது. m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று சாய்வின் மத்திய உயர்சாய்வுக் கோட்டின் வழியே நேரே மேல்நோக்கிப் போகும் வேகத்துடன் எறியப்படுகின்றது. எறியப்படுள்ளிருந்த துணிக்கை நிரும்பிவர எடுக்கும் நேரமென்ன?

இயக்கத்தின்போது துணிக்கைக்கும் ஆப்பிற்கும் இடையிலிருந்த அழுக்கம் $Mm g \cos \alpha / (M+m \sin^2 \alpha)$ எனக் காட்டுக.

4. 'a' அகலமுடைய நேரான ஆறொன்று W என்னும் ஒரு மைக் கதியுடன் ஓடுகின்றது. படகொன்றிலிருக்கும் மனிதனொருவன் ஒரு கரையிலுள்ள X என்னும் புள்ளியிலிருந்து நேரெதிரே மறுகரையிலுள்ள Y எனும் புள்ளியையுடைய விகும்புகிடை நிலையான நீரிக் அலகுடைய படகின் கதி v ஆயின் $v > W$ ஆக இருந்தால் மட்டுமே அவன் Y யை அடையமுடியுமெனக் காட்டுக.

$v < W$ ஆயின் அவன் மறுகரையை Y இற்கு மிக அருகிலடைவதற்கு தன் படகைச் செலுத்தவேண்டிய திசையைக் காண்க.

$v < w$ ஆகவும், $v > w$ ஆகவும் இருக்கும்போது மறுகரையை அடைய எடுத்த நேரங்களைக் காண்க?

5. P, Q ஆகிய இரண்டு துணிக்கைகள் 'a' ஆரையுடைய ஒரே வட்டத்தை, v எனும் ஒரே ஒருமைக் கதியுடன் ஒரே போக்கிற் சுற்றுகின்றன. எந்தக் கணத்திலாவது P தொடர் பான Q வின் கதியைக் காண்க. அதன் பருமன் PQ v/a எனும் வடிவத்திலுமெழுதலாம் எனக் காட்டுக.

6. பாதை திருத்தப்படுவதால் 30km/மணி எனும் ஒருமைக்கதியுடன் செல்லும் புகைவண்டியின் கதி மந்தப்படுகின்றது. அது 10 km/மணி எனும் கதியை அடையும்வரை 1/10 km/மணி/செக். என்னும் சீரான அமர்முடுகலுடன் மந்தமடைகின்றது அதிலிருந்து அடுத்த 125mக்கு 10 km/மணி எனும் கதியுடன் சல்கின்றது. பின்னர் 1/20km/மணி/செக். எனும் சீரான ஆர்முடுகலுடன் 30km/ம எனும் கதியை அடையும்வரை செல்லுகின்றது. இதனால் விளைந்த தாமதத்தைக் காண்க?

7. 8kg திணிவுடைய அசையக்கூடிய A எனும் சிறிய கப்பியும் 8kg திணிவுடைய துணிக்கையும் சிறிய நிலைத்த கப்பியின் மேலாகச் செல்லும் இலேசான இழையொன்றின் இரு முனைகளுக்கும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. ஒரு முனையில் 1kg திணிவுடைய துணிக்கையும் மறுமுனையில் 8kg திணிவுடைய துணிக்கையும் இணைக்கப்பட்ட வேரூர் இலேசான இழை A இன் மேலாகச் செல்கின்றது. உராய்வு விசைகள் புறக்கணிக்கத்தக்கவை எனக் கொண்டு கம்பி Aயின் ஆர்முடுகலைக் காண்க. இழைகளிலுள்ள இழுவைகளைக் காண்க.

8. p, q என்பன ஒப்பமான கிடைத்தளத்தின் மேல் ஒய்வி லுள்ள இலேசான ஆப்பொன்றின் முகங்களாகும். முறையே m, km திணிவுடைய A, B ஆகிய துணிக்கைகள் முறையே p, q இன் மேல் வைக்கப்பட்டுள்ளன. A, B இன் ஊடாகச் செல்லும் நிலைக்குத்துத் தளம் ஆப்பின் மத்திய வெட்டுமுகமாயுள்ளது: (central crosssection) p, q ஆகிய முகங்கள் கிடையுடன் முறையே $\alpha\beta$ ஆகிய சாய்வுலுள்ளன. அமைப்பு ஒய்விலிருந்து அசைய ஆரம்பிக்குமாயின் $k < \{ \text{சைன் } \alpha \text{ கோசை } (\alpha + \beta) \} / \text{சைன் } \beta$ ஆயின் B முகம் q இல் மேல் நோக்கிச் செல்லுமெனக் காட்டுக.

9. ஒரு மோட்டார் கார் A என்னும் புள்ளியில் ஒய்வி லிருந்து புறப்பட்டு f_1 m/செக்² எனும் ஒருமை ஆர்முடுகலுடன் v m/செக். என்னும் உயரகதியை அடையும் வரை இயங்கிது. v m/செக். என்னும் ஒருமைக் கதியுடன் 1செக்கங்களுக்கு இயங்கியபின் f_2 m/செக்² என்னும் அமர்முடுகலுடன் இயங்கி B என்னும் புள்ளியை v m/செக். எனும் கதியுடனடைகிறது. நேர்கோட்டியக் கம் எனக் கோள்ளப்பட்ட மேற்குறிப்பிட்ட இயக்கம் AB இன் தூரம்.

$$\frac{1}{2} \left[2 \left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \right) - \frac{v^2}{f_2^2} \right] \text{ இலும்}$$

குறைவாகவிருந்தால் மட்டுமே நடைபெறுமெனக் காட்டுக.

ஒரு மோட்டார் செலுத்தி A இல் ஒய்விலிருந்து புறப்பட்டு 11 அடி/செக்² எனும் ஒருமை ஆர்முடுகலுடன் செல்கிறது. 60 மை/ம. எனும் கதியை அடையும்வரை அவன் அந்த ஆர்முடுகலை நிலைநிறுத்துகிறது. சிறிது நேரம் அவ்வொருமைக் கதியுடன் சென்றபின் 110 அடி நளமுடைய BC எனும் வீதி திருத்தப்படுகின்றது என்றும் அப்பகுதியில் செல்லக்கூடிய உயர்வுக்கதி 15 மை/மணி. என்றும் அறிகிறது. அவன் 11 அடி/செக்² எனும் அமர்முடுகலுடனியங்கி B யை மட்டு மட்டாகப் 15 மை/மணி என்ற கதியுடன் செல்கிறது. AB இன் தூரம் 8344 அடியாயும். மேற்குறிப்பிட்ட இயக்கம் நேர்கோட்டியக்கமுமாயிருந்தால் அவன் C யைக் கடக்க எடுத்த முழு நேரமென்ன?

10. A, B ஆகியன O விலே வெட்டும் இரண்டு விதிகளில்

லுள்ள இரண்டு புள்ளிகளாகும். இங்கு $\angle AOB = \alpha$ ஆகவும் $OA = a$ km ஆகவும், $OB = b$ km ஆகவுமுள்ளன, x, y ஆகிய இரண்டு மோட்டார் வண்டிகள் முறையே A, B ஆகிய புள்ளிகளில் ஒய்விலிருந்து புறப்பட்டு Oவை நோக்கி p km / மணி / நிமி/ q / km மணி/நிமி. ஆகிய ஆர்முடுகலுடன் செல்கின்றன. x தொடர் பான y இன் இயக்கம் ஓர் நேர்வரையிலுள்ளதென நிறுவுக.

$a = 3/5$ ஆகவும், $p = 24$ ஆகவும் $q = 40$ ஆகவும் $3b < 5a$ ஆகவும் இருப்பின், வண்டிகள் இயங்கத் தொடங்கிய பின்னர் ஏதோ ஒரு கணத்தில் அவை மிகக்கிட்டிய தூரத்திலுமிருப்பின் அவைக்கிடையிலுள்ள மிகக்கிட்டிய தூரம்

3

$$\frac{3}{5} (5a - 3b)$$

$$a \sqrt{10}$$

km எனக் காட்டுக, $5a < 3b$ எனவும் காட்டுக.

11. சீரான குறுக்குவெட்டுப் பரப்பும் M திணிவுமுடைய ஒப்பமான சீரான ஆப்பொன்று ஒப்பமான கிடையான மேசையின் மேல் வைக்கப்பட்டுள்ளது. முக்கோணி ABC ஆப்பின் ஈர்ப்புமையத்தினூடாக நிலைக்குத்துக் குறுக்குவெட்டினால் பெறப்பட்டது. இங்கு BC என்பன மேசையுடன் தொடுகையிலும் A மிக உயர்ந்ததாகவுமுள்ளன AB, AC என்பன மேசைக்குச் சாய்வாயுள்ள முகங்களின் உயர்சாய்வுக் கோடுகளாகும். m_1 & m_2 திணிவுடைய இரண்டு ஒப்பமான துணிக்கைகள் A இல் உள்ள சிறிய இலேசான ஒப்பமான கப்பியின் மேலாகச் செல்லும் இலேசான நீளாவிழையினூற் தொடுக்கப்பட்டு முறையே AB இலும்

AC இலும் மெதுவாக வைக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்வமைப்பு இழை இறுக்கமாயிருக்கும்படி ஒய்வில் வைக்கப்பட்டு பின் மெதுவாக விடப்பட்டது.

$m_1 : m_2 : m_3 = 1 : 2 : 5$ ஆகவும் கோண $\angle ABC = 4/5$ ஆகவும் கோண $\angle ACB = 3/5$ ஆகவுமிருப்பின் ஆப்புத் தொடர்பான ஒவ்வொரு துணிக்கையின் ஆர்முடுகளும் $3/5g$ எனக் காட்டுக. இழையின் இழுவைப் பெறுமானத்தையும் கணிக்க.

12. ஒரு கட்டிடத்தின் அடித்தளமாகிய A இல் இருந்து h உயரத்திலுள்ள Z என்ற உச்சித்தளத்திற்கு ஓர் உயர்த்தி ஏறியது இவ்வியக்கம் மூன்று நிலைகளில் நடைபெற்றது. முதல் நிலையிலே உயர்த்தி ஒய்விலிருந்து f_1 அடி/செக்². எனும் ஒருமை ஆர்முடுகலுடன் u அடி/செக் என்ற கதியை அடையும் வரை இயங்கியது. இரண்டாவது நிலையில் u அடி/செக். என்னும் ஒருமைக்கதி v செக்கன்களுக்கு நிலைநிறுத்தப்படுகின்றது. மூன்றாம் நிலையிலே உயர்த்தி Z ஒய்வுக்கு வரும்வரை f_2 அடி/செக்², என்னும் ஒருமை ஆர்முடுகலுடன் இயங்கியது. அந்த உயர்த்தி Aயிலிருந்து Zஇற்கு ஏறுவதற்கெடுத்த முழுநேரம்

$$T = \frac{u}{g} \left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \right) + \frac{h}{u} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

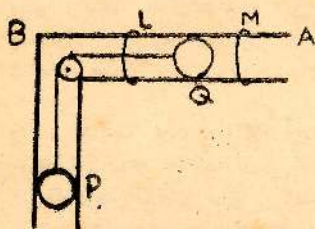
f_1, f_2 ஆகியவை f என்பதை மீறமுடியாமலும் (exceed) u எனும் வது vயை மீறமுடியாமலும் இருப்பின், $h \geq \frac{v^2}{f}$ ஆக அல்லது $h \geq \frac{v^2}{f}$ ஆக இருக்கும் போது எடுத்தமிக்ககுறைந்தநேரம் $3\sqrt{\left(\frac{h}{f}\right)}$ செக்

ஆக அல்லது $\left(\frac{v^2+fh}{fv}\right)$ செக். ஆக இருக்குமெனக் காட்டுக.

13. ஒரு நாசகாரி வடக்கு நோக்கி u நொட்டுக்கள் என்ற கதியுடன் செல்கின்றது. ஒரு நாள் தடு இரவு (θ மணி) நாசகாரிக்குக் கிழக்கே d நொட்டிக்கல் மைல்களுக்கப்பால் எதிரிக் கப்பலொன்று காணப்பட்டது. எதிரிக்கப்பல் வடக்கிலிருந்து θ° மேற்கு எனும் திசையிலே v நொட்டுக்கள் (v கோசை θ > u) என்ற கதியுடன் செல்கிறது. சார்வேகத்தைப் பாவித்து நாசகாரி தொடர்பான எதிரிக்கப்பலின் வேகத்தைக் காண்க. நாசகாரி தொடர்பான எதிரிக் கப்பலின் வேகத்தைக் காண்க. நாசகாரி தொடர்பான எதிரிக்கப்பலின் பாதையையும் வரைக.

dv சைன் $\theta/\sqrt{v^2+u^2} - 2vu$ கோசை θ) மணிக்கு எளிதிக்கப்பலிலிருந்து மிக்கிட்டிய தூரமாகிய d (v கோசை θ - v) $\sqrt{v^2+u^2}$ --

2v u (கோசை θ) கலவர் மைல்களுக்கப்பால் இருக்குமெனவும் காட்டுக.



14. M திணிவுடைய மெசிலி ய குழாயொன்று B இல் 90° இல் வளைக்கப்பட்டுள்ளது. AB என்ற பகுதி கிடையாகவும் நிலையான ஒப்பமான L, M என்ற வளையங்களுக்கிடாக சுயாதீனமாக வழக்கக் கூடியதாகவுள்ளது. BC என்

னும் பகுதி நிலைக்குத்தாயுள்ளது. AB, BC என்பவற்றுள் உராய்வில்லாமற் சுயாதீனமாக அசையக்கூடிய ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய P, Q ஆகிய இரண்டு துணிக்கைகள் B இல் உள்ள புறக்கணிக்கத்தக்க திணிவுடைய கப்பியின் மேலாகச் செல்லும் இலைசான நீளா இழையொன்றினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இழைகள் இறுக்கமாக இருக்கும்படி இவ்வமைப்பு ஒய்வில் நிறுத்தப்பட்டுப் பின் மெதுவாக விடப்பட்டது. (released)

P இன் ஆர்முடுகலின் நிலைக்குத்துக்கூறு, கிடைக்கூறு என்பன முறையே $(3m+M)g/2m+M$; $mg/(3m+2M)$ எனக் காட்டுக. இழையிலுள்ள மறுதாக்கத்தையும் காண்க.

15. ஒரு பண்பண்டி, u என்ற மாறுக்கதியுடன் நேர்ப்பாறையொன்றிற் செல்கிறது. அது வீதியிலுள்ள A என்னும் புள்ளியில் இருக்கும்போது பிரயாணி ஒருவர் a தூரம் முன்னால் இருக்கும் O என்றபஸ்தரிப்பு இடத்தில் இறங்க விரும்புகிறார். சாரதி A, B, C என்ற இடங்களில் வண்டி இருக்கும்போது வரிசையாகத் தடையைப் பிரயோகிக்கிறார். (இங்கு $AB=BC=CO=a/3$) பஸ் AB, BC, CO என்ற இடை வெளிகளில் f, 2f, 3f ஆகிய அமர் முடுகலுடன் சென்று O விடே ஓய்விற்கு வருகின்றது. வேகநேர வரைபை வரைந்து $f = u^2/4a$ என நிறுவுக. பஸ் A இல் இருந்து O வுக்கு வர எடுக்கும் முழுநேரம் $(12 - (\sqrt{30+V^2})a/3u$ செக். என நிறுவுக.

16. நேரான சமாந்தரக் கரைகளையுடைய ஓர் ஆறு x மீ செ. என்ற மாறுக்கதியுடன் பாய்கிறது. தண்ணீர் தொடர்பாக நேர்ப்பாறையில் $v(v > 4)$ என்ற கதியுடன் படகைச் செலுத்தும் ஒரு படகோட்டி ஒருவன் ஒரு கரையில் உள்ள A எனும் ஒரு புள்ளியிலிருந்து புறப்பட்டு நீரோட்டத்துக்கு எதிர்வழியாக ஆற்றைக் கடந்து மறு கரையிலுள்ள B என்ற புள்ளியை அடைய விரும்புகிறான். Aக்கும் Bக்கும் இடையிலுள்ள தூரம் cm, AB என்ற நேர்வரை ஆற்றின் கரையுடன் θ என்ற கூர்ங்கோணத்தை ஆக்கு

கிறது, படகு A, Bக்குச் சமாந்தரமான திசையை நோக்கி இருக்கும் பொருட்டு படகோட்டி தன்னைச் சீராக உயர்த்தி படகைச் செலுத்துகிறான். கரை தொடர்பான படகோட்டியின் பாதையை வரைக. அவன் எதிர்க்கரையை C என்ற புள்ளியில் அடைந்து கரை வழியே சென்று Bயை அடைந்தால் அவன் முழுப் பிரயாணத்திற்கும் எடுத்த மொத்த நேரம் $C/\sqrt{v-x}$ செக்கன் எனக் காட்டுக.

17. M திணிவுடைய வண்டி ஒன்று ஒப்பமான கிடைப் பாதையின்மேல் அசைகிறது. இலேசான ஒப்பமான கப்பி Cயையும் அதற்கு மேலாகச் செல்லும் நீளா இழையொன்றையும் வண்டி தாங்குகின்றது. இழையின் ஒரு சவரில் உள்ள D எனும் புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. D இல் இருந்து C வரைக்கும் உள்ள இழை கிடையானது. இழையின் மறுமுனை m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்றிற்குத் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது இந்த அமைப்பு இழை இறுக்கமாயிருக்கும் பொருட்டு ஓய்வில் நிறுத்தப்பட்டு மெதுவாக விடப்பட்டது தொடர்பிப்பிரிவு அசைவிலே துணிக்கைக்கும் கப்பிக்கும் இடையில் உள்ள இழையில் பகுதி நிலைக்குத்துடன் θ என்ற ஒருமைக் கோணத்தை இயற்றின்

$$\frac{\text{சை } \theta}{m} = \frac{\text{எவக் காட்டுக}}$$

$$(1 - \text{சை } \theta)^2 = M$$

இழையில் உள்ள (இழுவை சகி θ - தாள் θ) mg எனவும் காட்டுக வண்டிக்கும் பாதைக்கும் இடையில் உள்ள மறுதாக்கம் என்ன?

18. $v\sqrt{m}/\text{செ}$ எனும் கதியுடன் நேரான வீதியிற் செல்லும் மோட்டார் சைக்கிளோட்டி எதிரேயுள்ள பாலமொன்றைக் காண்கிறான். A, B எனும் பாலத்தின் நீளம் $2/m$ பாலத்தின் நடுப்புள்ளி யாகிய D அக்கணத்தில் மோட்டார் சைக்கிளின் நிலையாகிய C இல் இருந்து dm ($d > 1$) தூரத்திலுள்ளது. பாலத்தின் மேல் செல்லும் போக்குவரத்திற்குள்ள கதி எல்லை $u\sqrt{m}/\text{செ}$ ஆகும். A, B ஆகிய பாலத்தின் இரு முடிவிலும் சைக்கிளின் கதி $u\sqrt{m}/\text{செ}$. ஆயிருக்குமாறு சைக்கிளோட்டி சிதீது நேரத்திற்கு தன்வேகத்தை $\sqrt{m}/\text{செ}$ எனும் சீரான விகிதத்திற்கு குறைத்து அதே $\sqrt{m}/\text{செ}$ எனும் சீரான விகிதத்திற் கூட்டுகிறான். சைக்கிளோட்டியின் இயக்கத்திற்குரிய வேகநேர விளையினைக் கீழ்க. சைக்கிளோட்டி பாலத்தின் மேலிருக்கும் பொழுது அவனது மிசுச்சிறிய வேகத்தைக் காண்க.

$$\frac{v}{\sqrt{d}} - \frac{u}{1} = \text{ஆயிருப்பின் மாத்திரமே இயக்க}$$

இயல் தகுமெனக் காட்டுக ஆரம்ப நிலையான θ இல் இருந்து பாலத்தைக் கடப்பதற்கு எடுத்த முழுநேரத்தையும் காண்க.

19. A, B எனும் இரு விமானமிறங்கு துறைகளுக்கு இடையில் உள்ள தூரம் d km ஆகும். AB இன் திசையுடன் θ என்னும் திசையிலே u km/மணி எனும் கதியுடன் உறுதியான கிடையான காற்று வீசுகிறது. x, y ஆகிய இரண்டு விமானங்கள் முறையே A, B ஆகிய இடங்கு துறைகளிலிருந்து ஒருங்கமையப் புறப்பட்டு நேரான கிடையான பாதைகளிற் செல்கின்றன. நிலையான வளியில் ஒவ்வொரு விமானத்தினதும் கதி u km/ மணி ஆகும்.

i) $v > u$ ஆகிய விமானங்கள் x உம், y உம் முறையே AB BA வழியே பறக்கமுடியுமென்றும் அவை புறப்பட்டு $d/\sqrt{2}(v^2-u^2)$ சைன்² θ) மணியின் பின்னர் ஒன்றை ஒன்று கடக்குமென்றுக் காட்டுக.

ii) விமானங்கள் ஒன்றை ஒன்று மிகக்குறைந்த இயல்தகு நேரத்திற் சந்திக்க வேண்டுமாயின் அவை செல்ல வேண்டிய வழி உடிக் காண்க. அவை சந்திக்கும் புள்ளி A, B என்ற கோட்டிலிருந்து ud சைன் $\theta/2v$ km என்னுந் தூரத்திலிருக்குமெனவும் காட்டுக.

20. ஒரு கடுகதிப் புகையிரதம் வழக்கமாகச் சீரான வேகம் u m/செக். உடன் இரு நிலையங்கள் A, B களுக்கிடையில் ஓடுகிறது. ஒரு நாள் அது v_1 m/செக்² என்னுந் சீரான அமர்முடுகலுடன் தனது வேகத்தைக் குறைத்து, Aக்கும் Bக்குமிடையிலுள்ள ஓர் அடையாளப்புள்ளி (Signal Point) C-இல் ஓய்வுக்கு வருகிறது. C இல் அது t_0 செக்கன்களுக்குத் தங்கி நிற்கிறது அது பின்பு v_2 m செக்² என்னுந் சீரான ஆர்முடுகலுடன் தனது வேகத்தை அதிகரித்துத் தனது வழக்கமான வேகம் u m/செக்கையும் பெறுகிறது. வேகநேர வளையிபை வரைக. அடையாளப் புள்ளி C யில் தாமதித்தால் இப்புகையிரதம் ஸ்தானம் Bயை குறித்த நேரத்திற்கு T செக். பின்பு கடக்கிறது Tக்கு ஒரு கோவையைக் காண்க.

f_1, f_2 என்பன இவை அதிகரிக்காதெனின் T இன் இழிவுப் பெறுமானம் $t_0 + u/f$ என நினைவுக.

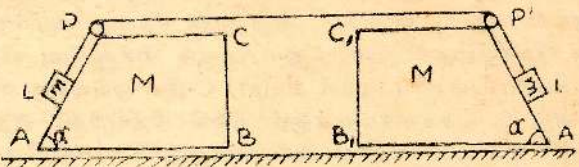
21. ஒரு நடைபாதை விளிம்பிலிருந்து d m தூரத்திலுள்ள ஒரு நேர்பாதை வழியே சீரான வேகம் u m/செக். உடன் ஒரு மோட்டார் சைக்கிளோட்டி C என்பவன் ஒரு தெருவிற் செல்கின்றான் ஒரு சனத்தில் சைக்கிளோட்டி Cக்கு முன்பாக h m தூரத்தில் நடைபாதை விளிம்பில் நிற்கும் ஒரு நடை மனிதன் P தெருவில் காலடி வைக்கிறான் (PN = d m (N = h m) Pயிலிருந்து சைக்கிளின் பாதைக்குச் செங்குத்து = Nm) அந்த நடை மனிதன் ஒரு நேர்கோட்டில் ஒரு சீரான வேகம் $v (< u)$ m/செக் உடன் நடக்கின்றான்.

சார்புவேகக் கோட்பாட்டின் மூலமாக அல்லது வேறுவழியாக அந்நடப்பவன் சைக்கிள்காரனுக்கு முன்பாக ஆபத்தின்றி தெருவைக் கடப்பதற்கு $v > ud / \sqrt{(h^2 + d^2)}$ என நினைவுக.

22. ஒரு நேர்த்தெருவில் சீரான வேகம் u வுடன் ஒரு டாக்ஸி (taxi) செல்லுகிறது. இந்த டாக்ஸி தெருவில் T என்னும் புள்ளியிற் செல்லுகின்றதில், அதற்கு முன்பாக d தூரத்திலுள்ள P எனும் புள்ளியில் நிற்குமொரு பிரயாணி அதை அழைக்கின்றான். PT இன் நீட்சியில் OT ; $OP = m$; $n(m, n < n)$ ஆகுமாறு உள்ள புள்ளி O வாகும். டாக்ஸியின் அமர்முடுகல் wx ஆகுமாறு சாரதி தடுப்புகளைப் பிரயோகிக்கின்றான். இங்கு x, O விளிருந்து டாக்ஸியின் தூரம். w ஒரு ஒருமை. டாக்ஸி P யில் ஓய்வுக்கு வருகிறது. w வின் பெறுமானத்திற்கு ஒரு கோவையைப் பெற்று, டாக்ஸி T யிலிருந்து P க்குச் செல்ல எடுத்த நேரம்.

$$\frac{d}{u} \sqrt{\frac{n+m}{n-m}} \quad \text{கோசை}^{-1} \left(\frac{m}{n} \right) \quad \text{என நினைவுக.}$$

சாரதியின் திணிவு M ஆயின் அவனிற் தாங்கும் முழுக் கிடைவிசையின் உச்சப் பெறுமானம் $u^2 M o / (n+m)d$ எனக் காட்டுக.



23. மேற்காட்டியுள்ள படம் ஒரு கோட்டை வாயிலிலுள்ள வழுவற் தனிமையுடைய கேற்றென்றின் மத்திய நிலைக்குத்தான குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பைக் காட்டுகிறது. $ABCP, A'B'C'P'$ என்பன இரு அழுத்தமான ஒவ்வொன்றும் M திணிவுடைய சமஆப்புக்கள் ஆகும். இவை ஓர் அழுத்தமான கிடைநிலத்தில் சமச்சீராக வைக்கப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொன்றும் M திணிவுடைய சமசுமைகளை L, L' ஆப்புக்களின் சாய்முக்கங்களில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. இவை ஆப்புக்களில் இறுக்கப்பட்டிருக்கும் இரு சிறு அழுத்தமான இலேசான P, P_1 என்னும் கம்பிகளின் மேலாகச் செல்லும் ஓர் இலேசான நீளா இழையினூற் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. ஆப்புக்களின் நிலைக்குத்து முக்கங்கள் CB, C_1B_1 ஒவ்வொன்றும் கேற்பாதையின் மையம் O விளிருந்து a தூரத்தில் ஓய்விளிருந்து விடப்பட்டன. கேற்பாதை முடுவதற்குச் செல்லும்

நேரம். $2 \left\{ \frac{a}{\sqrt{g \cos \theta}} \left[1 - \cos \theta + \frac{M}{2m} \right] \right\}$ என நிறுவுக.

24. ஒரு நேர் தெருவிலுள்ள A, B என்ற இரு புள்ளிகளுக்கிடையிலுள்ள தூரம் $2a$ m ஆகும். AB இனது நடுப்புள்ளியாகிய C இல் ஓர் ஒடுக்கமான அகழியுண்டு. ஒரு லொறி u m/செக்⁻¹ என்னும் கதியுடன் Aயிற் சென்றுகொண்டிருக்கிறது. அது இடைவெளி A இடில் மாறாத ஒரு வீதத்திற் கதியைக் குறைத்துக் கொண்டு சென்று Cயை v m/செக். எனும் கதியில் அடைகிறது. அகழியில் ஏற்பட்ட கணக்குலுக்கம் காரணமாக, C அதன் கதி $w (< v)$ m/செக். ஆல் திடீரென குறைகிறது. அந்த லொறி பின்னர் இடைவெளி CBயில் மாறா அமர்முடுகலுடன் சென்று Bஇல் நிிற்கிறது. அந்த லொறியின் இயக்கத்திற்கு ஒரு வேகநேர வரைபினை வரைக.

லொறி Aயிலிருந்து B இற்குச் செல்ல எடுக்கும் முழு நேரமும்

$$2a \left\{ \frac{1}{v+u} + \frac{1}{v-w} \right\} \text{ செக் எனக் காட்டுக}$$

AC, CB என்னும் இடைவெளிகளில் அந்த லொறியினுடைய அமர்முடுகல்களைக் கண்டு, $w = v - \sqrt{(u-v)^2}$ ஆயின், அவ் அமர்முடுகல்களை சமன் எனக் காட்டுக.

25. b m அகலமான நேர் கரைகளையுடைய ஓர் ஆறு w m/செக். என்ற மாறாத கதியிற் பாய்கின்றது. X என்பது ஆற்றின் கரையிலுள்ள ஒரு புள்ளியாகும். Y என்பது ஆற்றுக்கு நேரெதிரே மற்றைய கரையிலுள்ள புள்ளியாகும். நிலையான நீரில் ஒரு பையன் $v (< w)$ m/செக். என்ற கதியில் நீந்தமுடியும். ஆறு பாயும் திசைக்கு எதிர்த்திசையுடன் θ என்னும் கோணம் அமைய அவன் Xஇலிருந்து நீந்துகிறான் கரைகளுக்குச் சார்பாக அப்பையனுடைய வேகத்தைக் காண்க.

அவன் ஆறு பாயும் திசையில் எதிர்க்கரையிலுள்ள Z என்னும் புள்ளியை அடைகின்றான். அதன் கரையோரமாக ஆறு பாயும் திசைக்கு எதிர்த்திசையில் Z இலிருந்து Yக்கு u m/செக். என்னும் கதியில் ஓடுகிறான் அவன் Yஐ அடைவதற்கு எடுக்கும் முழுநேரம் T செக். பின்வரும் சமன்பாட்டினால் தரப்படும் எனக் காட்டுக.

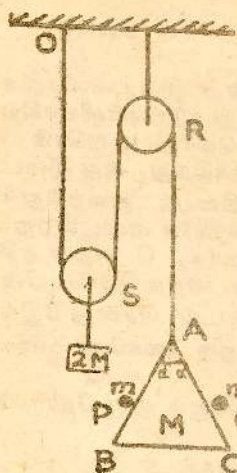
$$T = \frac{b}{uv} \left((u+w) \cos \theta - v \sin \theta \right)$$

ஆறு பாயும் எதிர்த்திசையுடன்,

கோசை⁻¹ $\left[\frac{v}{u+w} \right]$ என்னும் கோணத்தில் அவன் நீந்தினால்

Tஇன் பெறுமதி அதி குறைந்தது எனவும் காட்டுக.

19. க. 2



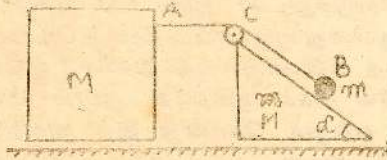
26. தரப்பட்டிருக்கும் உருவம் ஓர் ஏற்றும் பொறியைக் காட்டுகிறது. இதில் M திணிவும் அகரயுச்சிக் கோணம் α உம் உடைய ABC என்னும் ஒரே சீரான நேர் வட்டக்கம்பு வழவான ஒரு பாரம், உச்சி A யிற் கட்டப்பட்ட இலேசான விரியாதிருக்கும் ஓர் இழையினுற் சுயாதீனமாகத் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. இவ்விழை அழுத்தமான நிலையான R என்னும் ஒரு கப்பிக்கு மேலாந் சென்று, பின்னர் $2M$ திணிவுள்ள ஒரு நிறை கட்டப்பட்டிருக்கும் S என்னும் இலேசான அழுத்தமான அசையும் கப்பிக்கு கீழாந் செல்கிறது. இழையின் மற்றையநுனி O எனும் ஒரு நிலைத்த புள்ளியிற் கட்டப்பட்டிருக்கின்றது. கப்பிகளைத் தொடராத இழைகளின் எல்லாப் பகுதிகளும் நிலைக்குத்

தினிடுக்கின்றன. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுள்ள P, Q எனும் இரு சிறிய சமமான குண்டுகள் கூம்பின் அழுத்தமான மேற்பரப்பில் ஒரு சமச்சீரான நிலையில் மெதுவாக வைக்கப்பட்டுள்ளன. கம்பு ($4mgl \sec^2 \alpha$) / ($3M + mgl \sec^2 \alpha$) எனும் ஆர்முடுகவுடன் இறங்கும் எனக்காட்டுக. இழையிலுள்ள இழுவிசையையும் காண்க.

27. A, B எனும் இரு பரல்கள் (கல்லுருண்டைகள்) O எனும் ஒரு புள்ளியில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. A ஆனது ஒரு நிலைக்குத்து வேகம் u உடன் $t=0$ என்ற நேரத்தில் மேலேக்கி எறியப்படுகிறது. A தனது மிகக்கூடிய உயரத்தை அடைகையில் O விளிக்குத்து நிலைக்குத்தாய் மேலேக்கி அதே வேகம் u வுடன் B விசப்படுகிறது. $t=0$ என்ற கணத்திலிருந்து B சார்பாக A இனது இயக்கத்துக்கான வேகநேர வரைபினைப் பருமட்டாய் வரைக. அதிலிருந்து பரல்கள், நேரம் $3u/2g$ இல் மோதுவென்று காட்டுக.

28. ஒவ்வொன்றும் M திணிவுடைய ஒரு கணமும், ஆப்பும் ஒப்பமான கிடையான மேசையின்மேல் சமச்சீராக வைக்கப்பட்டுள்ளன. கணத்தினதும், ஆப்பினதும் மைய நிலைக்குத்து வெட்டு முகத்திற் கிடக்கும் AB எனும் இலேசான நீளா இழையின் ஒரு முனை கணத்திலுள்ள A எனும் ஒரு புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது

அவ்விழை கிடைக்கு α சாய்விலிருக்கும் ஆப்பின் ஒப்பமான முகத்தில் ஒய்விலிருக்கும் m திணிவுடைய துணிக்கையை மறுமுனை B இற்தாங்குகின்றது. கோடு AC கிடையாயிருக்கும்படி ஆப்பிற்குப் பொருத்தப்பட்ட C என்னும் சிறிய இலேசான ஒப்பமான கப்பியில் மேலாக இழை செல்கிறது.



இழை இறுக்கமாயிருக்க அமைப்பு ஒய்விலிருந்து விடப்படுகிறது. $\alpha < \text{கோசை}^{-1} (2 - \sqrt{3})$ ஆயின் துணிக்கையின் மேலுள்ள ஆப்பின் மறுதாக்கம் $(\text{கோசை}^2 \alpha - 4 \text{ கோசை} \alpha + 1) Mg$ கோசை $^2 \alpha + 2$ கோசை $\alpha - 5$) எனக் காட்டுக.

29. X, Y, Z, என்ற மூன்று பறவைகள் முறையே A, B, C என்ற மரவுச்சிகளிலிருக்கின்றன. A, B, C ஒரே கிடைத்தளத்திலுள்ளன $AB = BC = CA = a$ m ஒவ்வொரு பறவையின் கதியும் அசையா வளியில் v m/செக், கதியுடன், இடையம் AD யின் திசையில் வீசுகிறது. இங்கு D என்பது BCயின் நடுப்புள்ளி. பறவைகள் X, Y, Z ஒரே சமயத்தில் ($t = 0$) A, B, Cயை விட்டு நீங்கிச் சீரான கதியுடன் $\hat{A}B, \hat{B}C, \hat{C}A$ ஆகிய பாதைகளிலே பறந்து B, C, A என்பவற்றில் முறையே t_1, t_2, t_3 செக், நேரங்களின் பின்னர் அமர்கின்றன t_1, t_2, t_3 ஐக் கண்டு, (i) $t_1 < t_2 < t_3$ என்றும்

(ii) $t_3 - t_1 = (\sqrt{3} va) / (v^2 - u^2)$ என்றும் காட்டுக.

30. m, m' எனும் திணிவுள்ள இரு துணிக்கைகள் அழுத்தமான கிடைத்தளத்திலிருக்கும் M திணிவுள்ள ஓர் ஆப்பின் இரு அழுத்தமான முகங்களில் வைக்கப்படுகின்றன. ஆப்பின் முகங்கள் கிடையுடன் α, α^1 எனும் கோணங்களிற் சாய்ந்துள்ளன. இத்தொகுதி ஒய்விலிருந்து இயங்கத் தொடங்கினால்,

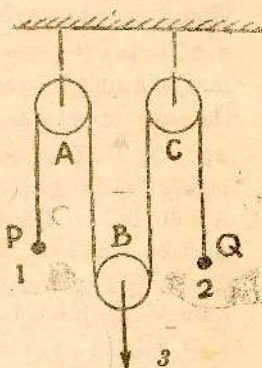
$$\alpha' = \text{தான்}^{-1} \left[\frac{m \text{ சைன் } \alpha \text{ கோசை } \alpha}{M + m' + m \text{ சைன்}^2 \alpha} \right] \text{ ஆக இருக்கும் போது } m'$$

ஆனது தானிருக்கும் முகத்தில் மேலேக்கி இயங்குமெனக் காட்டுக ஆப்பின் சார்பாக m' ஒய்விலிருந்தால் தளத்திற்கும், ஆப்புக்கு மிடையிலுள்ள எதிர்த்தாக்கம் $\{ (M + m') / (M + m' + m \text{ சைன்}^2 \alpha) \} / g$ எனக் காட்டுக.

31. தொடர்பு இடப்பெயர்ச்சி, வேகம், ஆர்முடுகல் என்பவற்றின் கோட்பாடுகளைச் சூழ்ச்சிமாத விளக்குக:

AOB, COD எனும் இரு நேர்த்தெருக்கள் O எனும் சந்தியிலே கோணம் 60° இற் சந்திக்கின்றன. $AO = CO = 10$ km, நண்பக விலே A யிலுள்ள ஒரு வண்டியின் கதி 20 km/மணி ஆகும். அது மணிக்கு 5 km/மணி. எனும் ஆர்முடுகலுடன் திசை AO விலே இயங்குகின்றது. அதே நேரத்தில் C யிலுள்ள இரண்டாம் வண்டியொன்றின் கதி 40 km/மணி. ஆகும். அது மணிக்குப் 10 km/மணி எனும் சீரான ஆர்முடுகலுடன் திசை CO விலே செல்கின்றது. இரண்டாம்வண்டியினது முதலாம் வண்டித் தொடர்மான வேகம் ஆர்முடுகல் பாதை என்பவற்றைத் துணிக. இதிவிருந்து, அவர் களுக்கிடையேயுள்ள மிகக் குறைந்த தூரம் 5 km ஆகும் எனக் காட்டுக. அவை ஒன்றுக் கொன்று இத் தூரத்திலே இருக்கும் போது நேரத்தைக் காண்க.

32. உருவத்தில் காட்டியுள்ளவாறு நீட்ட முடியாத ஒரு மெல்லிய இழை PQ, ஒரு நிலைத்த கப்பி A இன் மீதாகவும், ஓர் அசையத்தக்க கப்பி B இன் கீழாகவும், ஒரு நிலைத்த கப்பி C இன் மீதாகவும் செல்கின்றது. அவ்விழையின் சுயாதீனமான பகுதிகள் நிலைக்குத்தாகவிருக்கின்றன. அவ்விழையானது 1 kg, 2 kg, திணிவுகளை முறையே P, Q என்பவற்றிலே தாங்குகின்றது. அசையத்தக்க கப்பி B இற்கு 5 kg



திணிவொன்று தொடுக்கப்படுகின்றது: அக்கப்பிகளினது திணிவுகள் புறக்கணிக்கப்படலாம். அத்துணிக்கைகளின் ஆர்முடுகல்களையும் இவ்விழையின் இழுவையையும் துணிக.

33. ஒரு துணிக்கையானது நேரம் t_0 இலே ஒரு நிலைத்தபுள்ளி O விலே ஓய்விவிருந்து புறப்பட்டு ஒரு நேர்ப்பாதை வழியே இயங்குகின்றது. அத்துணிக்கையானது நேரம் t_1 இற்கு ஒரு சீர் ஆர்முடுகல் f_1 உடன் இயங்குகின்றது. அது அடுத்த நேரம் t_2 இற்கு ஒரு சீர் அமர்முடுகல் f_2 உடனும் அதன்பின் ஒரு சீர் ஆர்முடுகல் f_1 உடனும் இயங்குகின்றது ($f_1, f_2 > 0$)

(a) $f_2 t_2 < f_1 t_1$ (b) $f_2 t_2 = f_1 t_1$ (c) $f_2 t_2 > f_1 t_1$ எனும் வகைகளுக்கு வேறுபடுத்திக்கொண்டு அத்துணிக்கையின் இயக்கத்திற்கு கதி-நேர வரைபுகள் வரைக.

கதி-நேர வரைபுகளைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றைக் காட்டுக.

(i) $f_2 t_2 > f_1 t_1$ எனின், அத்துணிக்கையானது தளது இயக்கத்திசையை ஒருபோதும் மாற்றாது.

ii) $f_2 t_2 < f_1 t_1$ எனின் அத்துணிக்கையானது O வினாடாக ஒரு பொழுதுஞ் செல்னாது.

iii) $f_2 t_2 = f_1 t_1$ எனின், அத்துணிக்கையானது நேரம் $(2t_1 + t_2)$ இலே கணநேரம் \odot விற்குத் திரும்புகின்றது.

iv) $f_2 t_2 > 2f_1 t_1$ எனின், அத்துணிக்கையானது பின்னர் வரும் இயக்கத்திலே O வினாடாக இருமுறை செல்கின்றது.

84. AB என்னும் நேரான புகைவண்டிப் பாதையொன்று CD எனும் நேரான தெருவொன்றை O இலே இடைவெட்டுகின்றது. $\angle COA = \theta$ ஒரு புகைவண்டியும் ஒரு காரும் முறையே v_1, v_2 எனும் ஒரு சீர்க்கதிக்குடன் திசைகள் AO, CO இலே O ஐ நோக்கிச் செல்கின்றன. காரினது புகைவண்டி தொடர்பான வேகத்தின் பருமனையும் திசையையும் துணிக.

புகைவண்டியின் நீளம் l ஆகும். O இலிருந்து காரினது தூரம் d_2 ஆயிருக்கும்போது O இலிருந்து புகைவண்டியின் எஞ்சினது தூரம் d_1 ஆயிருக்க $d_1/v_2 < d_1/v_1$ அல்லது $d_2/v_2 > (d_1 + l)/v_1$ ஆயிருந்தால் காரானது புகைவண்டியுடன் மோதாதென உய்த்தறிக.

85. ஓர் ஏவுகணையானது: முதல் $3t$ செக்கனுக்கு மேன்முக ஆர்முடுகல் $g/3$ உடனும், அடுத்த $2t$ செக்கனுக்கு மேன்முக ஆர்முடுகல் $g/2$ உடனும், அடுத்த t செக்கனுக்கு மேன்முக ஆர்முடுகல் g உடனும் ஓய்விலிருந்து நிலைக்குத்தாக மேல் நோக்கி ஏவப்படுகின்றது. பின்னர் எரிபொருள் அடைக்கப்பட, ஏவுகணையானது புவியீர்ப்பின் கீழ் தரையிலே விழுகின்றது.

ஏவுகணையின் இயக்கத்திற்கும் கதி-நேர வரைபின் வரைக வரைபிலிருந்து பின்வருவனவற்றைத் துணிக.

i) ஏவுகணையானது அதன் மிகப்பெரிய உயரத்தை அடைய எடுத்த நேரம்.

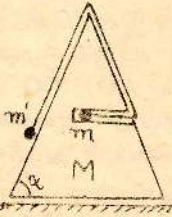
ii) அடைந்த மிகப்பெரிய உயரம்

iii) ஏவுகணை ஏவப்பட்டபின் மறுபடியும் பூமியை அடைய எடுத்த நேரம்

iv) பூமியை அடையும்போது ஏவுகணையின் கதி.

86. M திணிவுள்ள ஓர் ஒப்பமான ஆப்பின் மையக் குறுக்கு வெட்டு ABC எனும் ஒரு முக்கோணி ஆகும். அதன் உருவம் மறுபக்கத்தில் தரப்பட்டுள்ளது. அவ்வாப்பானது AB ஐக் கொண்டுள்ளதன் முகம் ஒப்பமான ஒரு கிடைமேசைமீது இருக்குமாறு ஓய்வில் இருக்கின்றது. $\angle BAC = \alpha$; தளம் ABCயிலே பக்கம் BCயிலிருந்து சிறு விட்டமுள்ள ஓர் ஒப்பமான துவாரம் ABக்குச்

சமந்ரமாகத் துணைக்கப்பட்டுள்ளது. m திணிவுள்ள துணிக்கை யொன்று, அத்துவாரத்திற்குள்ளே வைக்கப்பட்டு, பக்கம் ACயிலே யுள்ளதும் m திணிவுடையதுமான ஒரு துணிக்கையுடன் உச்சி C மீது செல்லும் ஒரு நீளாவிழையிலே தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. பின்னர் முழுத்தொகுதியும் மெதுவாக இயங்க விடப்படுகின்றது. $m > m_1$ கோசை α எனின் அவ்வாப்பானது BA இறை குறிக்கப் படும் போக்கிலுள்ள திசையிலே இயங்குமென நிறுவுக. m இன் ஆர்முடுகலைக் காண்க.



37. M திணிவுள்ள ஓர் சீர் ஆப்பின் மையைக் குறுக்கு வெட்டானது $\angle ABC = \angle ACB = \pi/4$ ஆகக் கொண்டுள்ள, ABC என்னும் இரு சமபக்க முக்கோணி ஆகும். அவ்வாப்பனது BC ஐக் கொண்டுள்ள தள முகம் மேசையைத் தொடும்படி ஒரு கிடை மேசை மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது. m , m' ($m' > m$) திணிவுகள் X , X' எனும் இரு துணிக்கைகள் முறையே AB AC மீது A

இற்கருகே வைக்கப்பட்டுள்ளது. இந்நிலையில் இத்தொகுதி பிடிக்கப்பட்டு பின்னர் மென்மையாக விடுவிக்கப்படுகின்றது. எல்லாத் தொடுகைகளும் ஒப்பமானவையென எடுத்துக்கொண்டு C யிலிருந்து B இன் போக்கில் அவ்வாப்பின் மேசை தொடர்பான ஆர்முடுகல் F ஆயிருக்க, X, X' இன் ஆப்பு தொடர்பான ஆர்முடுகல்கள் சரிவுகளில் கீழ்நோக்கும் திசைகளில் முறையே f, f' எனின் பின்வருவனவற்றைப் பெறுக.

$$\frac{2F}{m' - m} = \frac{f\sqrt{2}}{M + m} = \frac{f'\sqrt{2}}{M + m} = \frac{2g}{2M + m + m'}$$

X' ஆனது சரிவு AB இன் அடியை அடைவதற்கு முன் X ஆனது சரிவு AC இன் அடியை அடையுமெனக் காட்டுக.

X' ஆனது ஆப்பை விட்டு விலகும்பொழுது X இற்கும் ஆப்புக்குமிடையே உள்ள மறுதாக்கம் திடீர் மாற்றமடைகிறதெனக் காட்டி இம்மாற்றம் X இன் மீது ஒரு கணத்தாக்கத்தை ஏன் உண்டாக்கவில்லை என்பதை விளக்குக.

38. ஒரு கப்பல் a என்னும் ஒரு சீர்கதியுடன் வடக்கு நோக்கிச் செல்கின்றது. அக்கப்பலிலிருந்து ஒரு "திருகுவானூர்தி" (Helicopter) ஒரு சிறு திவிற்குப் பறந்து உடனே அக்கப்பலுக்குத் திரும்புகின்றது. முழுதுக்கும் அத்திருகுவானூர்தி கப்பலுக்குத் தொடர்பான ஒரு சீர்கதி u உடன் வடக்கின் தெற்கே வடக்குடன் கோணம் α ஆக்கும் நேர்க்கிடைக்கோட்டிலே செல்கின்றது. புறமுகப் பறத்தலினதும் வேக முக்கோணிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.

அதிலிருந்தோ அல்லது வேறுவிதமாகவோ திருகுவானூர்தி பறக்கும்போது அத்தீவிலிருந்து அவதானிக்கப்படும் அதன் வேகம் ஒரு செங்கோணத்தினால் திரும்புமெனக் காட்டுக.

அக்கப்பல் செல்லும் வழிக்கும் அத்தீவிற்குமிடையே உள்ள தூரம் d எனின் அத்திருகுவானூர்தி முழுப் பறக்கலுக்கும் செவ வழித்த மொத்த நேரம் $2d(u\text{சை}v)$ எனக் காட்டுக.

39. X, Y எனும் இரண்டு புனைவண்டிகள் அடையக்கூடிய உயர்கதிகள் முறையே $um/செக்$ உம் $v(<u)m/செக்$ உம் ஆகும். வண்டிகள் இரண்டும் $1m/செக்^2$ என்ற ஒரே ஒருமை ஆமர்முடுகலுடனேயே புறப்பட்டு தத்தம் உயர்வேகங்களிற் சென்று $1m/செக்^2$ என்ற ஒரே ஒருமை ஆமர்முடுகலுடனேயே ஓய்விற்கு வருகின்றன. X உம் Y உம் A எனும் நிலையத்திலிருந்து ஒரே நேரத்தில் ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு B எனும் நிலையத்தில் ஒரே நேரத்தில் ஓய்வு நிலைக்கு வருகின்றன. வண்டி X ஆனது A இற்கும் B இற்கும் இடையேயுள்ள C எனும் நிலையமொன்றில் t_0 செக்கங்களுக்கு திறுத்தப்பட்டது. அது A இற்கும் C இற்கும் இடையே t_1 செக்கங்களுக்கும், C இற்கும் B இற்கும் இடையே t_2 செக்கங்களுக்கும் தனது ஒருமை வேகத்துடன் சென்றது. Y ஆனது இடையே நிலலாத ஓடியது. X இற்கும் Y இற்கு முரிய வேகநேர வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைந்து

$$(t_1 + t_2)(u - v) = v^2 / f + t_0 v - 2(u - v) / f \text{ எனக் காட்டுக}$$

40: அமைதியான கடலொன்றிற் பாய்க்கப்பலொன்று அதன் சுக்கான்-வில் திசையில் (நீளமுக்கமாக) மட்டுமே செல்லவல்லது. இக்கடலின் மேல்வெளியில் உறுதிக் காற்றொன்று ஒருமைக்கதியுடன் வீசுகின்றது. இக்காற்று வீசும்பொழுது கடல் அமைதியாக இருக்கின்றதெனக் கொள்ளப்படுகின்றது. காற்றானது கப்பலின் சுக்கான் வில் திசையுடன் கோணம் θ ஆக்கும் திசையில் கப்பல் தொடர்பாக V எனும் கதியுடன் வீசுகின்றது. கப்பலானது kV கோசை θ எனும் கதியுடன் செல்கின்றது. இதில் OK ஆனது ஒருமையொன்றாகும். அந்த அமைதியான கடல் தொடர்பாகக் காற்றின் வேகத்தைக் கண்டு அதன் கதி u ஆனது $V = u / \{(k^2 + 1) \cos^2 \theta + 1\}^{1/2}$ என்ற சூத்திரத்தாற் தரப்படுமெனக் காட்டுக.

u ஆனது நிலையான கணியமொன்றெனின், V இன் மிகப் பெரிய பெறுமானத்தையும் அதன் மிகச்சிறிய பெறுமானத்தையும் காண்க

41. திணிவு M உள்ள ஆப்பொன்று ஓர் ஒப்பமான கிடைத்தளத்தின் மீது ஓய்விலுள்ளது. அதற்கு அத்தளத்தில் இயங்குவதற்குச் சுயாதீனமுண்டு. ஆப்பின் சாய்முக்கமானது கிடைத்தளத்

துடன் கோணம் α ஆக்குகின்றது. திணிவு m உள்ள துணிகளை யொன்றானது கிடைத்தளத்திலிருந்து h எனும் மிகக்கூடிய உயர மொன்றை அடைவதற்கு மட்டுமட்டான கதியுடன் ஆப்பின் அடியிலிருந்து ஆப்பின் சாய்முகத்தின் உயர்சாய்வுக் கோட்டின் வழியே எறியப்படுகின்றது. இக்கோடு ஆப்பின் திணிவு மைய முடான நிலைக்குத்துத்தளத்தில் அமைந்துள்ளது. துணிக்கை எவ் வேகத்துடன் எறியப்பட்டதென்பதைக் காண்க. துணிக்கையானது ஆப்பின் அடிக்குத் திரும்பி வந்ததும் ஆப்பானது, $4mh$ கோதான் $\alpha/M+m$ எனும் தூரத்தைக் கடந்திடுக்குமென காட்டுக.

42. ஒரு புகைவண்டி B ஓய்வு நிலையிலிருந்து ஓர் ஒருமை ஆர்முடுகல் f உடன் ஒரு நிலையத்திலிருந்து புறப்படும் அதே நேரத்தில் இன்னொரு புகைவண்டி A ஓர் ஒருமைக்கதி U உடன் அதே நிலையத்தினூடாகச் செல்கின்றது. அவ்விரு புகைவண்டிகளும் சமாந்தரமான பாதைகளிலே ஒரே திசையிற் செல்கின்றன. புகைவண்டி B தனக்கதி KU ($k > 1$) ஆகும்படி ஆர்முடுகலுடன் சென்று பின்னர் ஒருமை அமர்முடுகல் f உடன் இயங்குமாறு தடுப்புசீலைப் பிரயோகித்து அடுத்த நிலையத்தில் ஓய்வு நிலைக்கு வருகின்றது. அவ்விரு புகைவண்டிகளுக்கான வேக-நேர வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.

$k < 1 + (\sqrt{2})$ எனின் B இற்கு A ஐக் கடக்க இயலாது என்பதைக் காட்டுவதற்கு இவ்வரிப்படத்தைப் பயன்படுத்துக.

43. A, B எனும் இரு கப்பல்களின் கதிகள் முறையே 18 $\frac{1}{2}$ மை/ம. 2 $\frac{1}{2}$ மை/மணி ஆகும். A ஆனது வடக்கு நோக்கியும், B ஆனது தெரியாத ஓர் நேர்ப்பாதையிலும் செல்கின்றன. ஒரு குறித்த நேரத்தில் Aயிலிருந்து நோக்குபவன் ஒருவன் தெற்கை நோக்கி 3 மைல் தூரத்தில் B ஐக் கண்டு அதற்கு n மணி நேரத் திற்குப்பின் B ஐக் கிழக்கை நோக்கி 9 மைல் தூரத்தில் காண்கிறான். B இன் உண்மையான பாதையில் திசையைப் பெற்று $u = 2$ எனக் காட்டுக

இரு கப்பல்களுக்குமிடையிலுள்ள மிகக் குறுகிய தூரத்தைக் கண்டு இந்நிலையை முதலாம் நோக்கலிலிருந்து 12 நிமிடங்கள் களிக்குப்பின் அக்கப்பல்கள் அடைகின்றன எனக் காட்டுக.

44. திணிவு M உள்ளதோர் ஒப்பமான ஆப்பின் மையக் குறுக்குவெட்டு, $\angle ABC = \pi/2$ ஆயும் $\angle BCA = \alpha$ ஆயும் $AC = a$ ஆயுமுள்ள செங்கோண முக்கோணி ABC ஆகும். தவிர்க்கத்தக்க திணிவுள்ள சிறு ஒப்பமான கப்பியொன்று ஆப்பிலே A இல் நிலையாக வைக்கப்பட்டுள்ளது. அவ்வாப்பானது BC ஐக் கொண்டுள்ள தன்முகம் மேசையைத் தொடும்படி ஒரு கிடை மேசை மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது. அக்கப்பியின் மீது செல்கின்ற ஒரு நீட்டமுடியாத இழையின் ஒரு முனையில் திணிவு m உள்ள

துணிக்கையொன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் மற்றமுனை AB இன் C இற்கு எதிரான பக்கத்தில், A இன் அதே உயரத்தில் ஆப்பிலிருந்து பெருந்தூரத்தில் கட்டப்பட்டுள்ளது. அத்துணிக்கை AC இன் மீது கப்பியின் அண்மையில் நிற்கும்படியும் அவ்விழை இறுக்கமாறிருக்கும்படியும், அத்தொகுதி ஓய்வு நிலையில் பிடிக்கப்பட்டுள்ளது. பின் அது மென்மையாக விடுவிக்கப்படுகின்றது. அத்துணிக்கை C ஐ அடையும்பொழுது அவ்வாப்பின் கதி.

$$\sqrt{\frac{2amg \text{ சைன் } \alpha}{M + 2m(1 - \text{கோசை } \alpha)}} \text{ ஆகுமெனக் காட்டுக.}$$

அவ்விழையின் இழுவையைக் காண்க.

45. அசைவற்ற காற்றில் U km/ மணி கதியுடன் செல்லக் கூடிய ஒரு ஆகாயவிமானம், காற்று கி. மீ. இலிருந்து w km/ மணி வேகத்துடன் வீசும்போது, ஆரம்பம் O இலிருந்து a km கிழக்கு நோக்கி பறக்கிறது. பறப்பிற்குரிய அதிகுறைந்த நேரத்தைக் காண்டு, இருப்புநோக்கிய (Homeward) பறப்பிற்கு, குறைந்தது $aw\sqrt{2/(u^2 - w^2)}$ மணித்தியாலங்களாவது எடுக்கும் எனவும் நிறுவுக. (காற்றின் வேகம் மாறவில்லை எனக் கொள்க.)

46. A, B என்னும் இரு துணிக்கைகள் முறையே X அச்சின் வழியே U , Y அச்சின் வழியே $3U$ ஆகிய வேகங்களுடன் அசைகின்றன. ஒரு மூன்றாவது துணிக்கை அதே தளத்தில் ஒரு மாறு வேகத்துடன் அசைகிறது. A இற்குச் சார்பாக C இன் வேகம் $y = x$ இற்குச் சமாதாரமான திசையிலுள்ளது. B இற்குச் சார்பாக, C இன் வேகம் $x + y = 0$ எனும் கோட்டிற்குச் சமாதாரமான ஒரு திசையில் உள்ளது. C இன் உண்மையான வேகத்தை பருமன் திசைகளிற் காண்க.

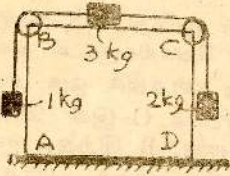
A ஆனது O இலும், B ஆனது $(O, 2a)$ எனும் புள்ளியிலும் C ஆனது (O, a) எனும் புள்ளியிலும் இருப்பின், இந்நிலையிலிருந்து மூன்று துணிக்கைகளும் ஒரே நேர்கோட்டில் வருவதற்கு ஆகும் நேரத்தைக் காண்க.

47. ஒரு புள்ளி A ஆனது, ஒரு பரப்பிலுள்ள OX எனும் நிலையான கோட்டின் வழியே f எனும் மாறு ஆர்முடுகலுடன் அசைகிறது. அத்துடன் பரப்பானது, தளத்திற்குச் செங்குத்தாக A இலாடாகச் செல்லும் அச்சுபற்றி ஒரு மாறு ஆர்முடுகல் c உடன் மணிக்கூட்டு எதிர்த்திசையில் சுழற்றப்படுகிறது, நேரம் $t = 0$ இல் தளம் ஓய்விலுள்ளது. இதற்குப் பிந்திய எந்த ஒரு கணத்திலும் பரப்பிலுள்ள ஒரு புள்ளி P ஆனது பூச்சிய ஆர்முடு

கலைக் கொண்டிருக்கும் எனவும், $AP = r$ ஆகவும் $\angle XAP = \theta$ ஆகவும் இருப்பின் $r = f$ என θ என நிறுவுக. $l = 1$ ஆகும்போது $r = 2$ ஆகவும் $f = \sqrt{2}$ ஆகவும் இருப்பின் c இன் பெறுமானம் காண்க.

48. அமைதியான காற்றில் 200 km / மணி வேகமுடைய தோர் இலேசான வானவூர்தி, வடகிழக்கில் 300 km தூரமுள்ள A, B புள்ளிகளுக்கிடையில் A யிலிருந்து B இற்கும், திரும்பி A இற்கும் பறக்க வேண்டியுள்ளது. அதன் எரிபொருட் கொள்ளளவு $3\frac{1}{2}$ மணித்தியாலம் பறப்பதற்குப் போதுமானது பிரயாண முழுவதும். 60 km / மணி வேகத்தில் காற்று வடக்கிலிருந்து வீசுமாயின், வானவூர்தியானது B இல் மீண்டும் எரிபொருள் எடுத்துக்கொள்ளாமல் A இற்கு திரும்பமுடியும் என வரைபு முறையாலோ அல்லது வேறுவழியாலோ வாய்ப்புப் பார்க்க

மூன்பறப்பிற்கு, மீன்பறப்பிற்கும் கப்பலோட்டி ஆயத்தமாகும் பாதையைக் காண்க.



49. தரை AD இல் கிடக்கும் அழுத்தமான மேசை ABCD இன் குறுக்கு வெட்டு முகத்தில் B, C இல் கொண்டுள்ள அழுத்தமான கப்பிகளை படம் காட்டுகிறது. 1, 3, 2 kg நிறைகளை உடைய துணிக்கைகள், நீட்டமுடியாத இலேசான இழைகளினால் இணைக்கப்

பட்டு படத்திற்கு காட்டியபடி கப்பிகளின் மேல் செல்கின்றது மீள் தன்மையின்றிய தரையிலிருந்து 3 kg நிறையானது 1.8 m மேலே யுள்ளபோது, இழைகள் இறுகிய நிலையில் தொகுதி சமநிலையிலிருந்து விடப்படுகிறது. தொகுதியின் ஆரம்ப ஆர்முடுகலைக் காண்க. 2 kg. நிறை தரையை அடிக்கிறது. பின்வருவனவற்றைக் காண்க

- (i) இழைகள் மீண்டும் இறுகியவுடன், தொகுதி இயங்கத் தொடங்கும் வேகம்
- (ii) இக்கணத்தில் 2 kg. திணிவுள்ள கணத்தாக்கமும் விளையும் இயக்கச்சக்தி நீட்டமும்

தொகுதி மீண்டும் கணலய்வுக்கு வரும்போது, 2 kg திணிவு தரையிலிருந்து எவ்வளவு தூரம் மேலே இருக்கும் எனக் காண்க.

(இயக்கத்தின்போது, எந்தத் துணிக்கையும், கப்பியைத் தொடவில்லையெனக் கொண்க.)

50. Bயில் செங்கோணத்தைக் கொண்ட ABC எனும் ஆப்பு, தன் முகம் AC யானது அழுத்தக் கிடைத்தளத்தில் இருக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளது. m_1, m_2 என்ற துணிக்கைகள் Bஇல் வைக்கப்பட்டு ஒரே நேரத்தில் m_1 ஆனது BA வழியேயும், m_2 ஆனது BC வழியேயும் இயங்க விடப்படுகிறது. பின் தொடரும் இயக்கத்தில் m_1, m_2 இணைக்கும் கோடு கிடையாக இருப்பதற்கு தான் $\alpha = (M+m_2) / (M+m_1)$ என நிறுவுக. இங்கு $\angle BAC = \alpha$

51. A, B எனும் இரு புகைவண்டிகள் சமாதரமான பாதைகளில் ஒரே திசையில் செல்கின்றன. Aக்கு மாறா ஆர்முடுகலும் Bக்கு மாறா அமர்முடுகலும் உள்ளன. இருவண்டிகளும் ஒன்றோடொன்று பக்கம் பக்கமாகச் செல்லும் பொழுது அவற்றின் வேகங்கள் 1: n விகிதத்திலுள்ளன. இந்நேரத்திலிருந்து a தூரம் t நேரத்தில் சென்றதும் திரும்பவும் வண்டிகள் பக்கம் பக்கமாக வரும்பொழுது அவற்றின் வேகங்களின் விகிதம் n; 1 ஆகும். Aயின் ஆர்முடுகலும் Bஇன் அமர்முடுகலும் பருமனில் $2a(n-1) / t^2(n+1)$ எனக் காட்டுக. Aயும் Bயும் தூரம் xயின் மையப்புள்ளியில் செல்லும் பொழுது இரண்டினது வேகங்களும் $a\sqrt{(2n^2+2)} / t(n+1)$ என்னும் விகிதத்தில் இருக்குமெனக் காட்டுக.

52. ஒரு கப்பலானது வடக்கு நோக்கி u வேகத்துடன் செல்கின்றது. காற்றானது கிழக்கு θ° வடக்கு என்னும் திசையிலிருந்து வீசுவது போல் தோன்றுகிறது. இங்கு $0^\circ < \theta < 45^\circ$ ஆக்கப்பலானது திரும்பி தெற்கு முகமாக அதே வேகம் u வடன் இயங்குகிறது. தற்போது காற்றானது தெற்கு θ° கிழக்கு திசையிலிருந்து வீசுவது போல் தோன்றுகிறது. காற்றின் உண்மை வேகம் u என நிறுவி அதன் திசையைக் காண்க.

53. A யிலிருந்து கிழக்கே ஒரு கடலில் 3கடல் மைல் தூரத்தில் B என்னும் புள்ளி உள்ளது. மூன்று கப்பல்கள் ஒரே நேரத்தில் புறப்படுகின்றன. முதலாவது கப்பல் A யிலிருந்து வடக்கு நோக்கி 3 கடல் மைல்/மணி வேகத்துடனும், இரண்டாவது Bயிலிருந்து கிழக்கு நோக்கி 5 கடல் மைல்/மணி வேகத்துடனும், மூன்றாவது Bயில் இருந்து வடக்கு நோக்கி ஆரம்பித்து மூன்றாம் எப்பொழுதும் ஒரே நேர் கோட்டில் செல்கின்றன t நிமிடங்களின் பின்னர் மூன்றாவது கப்பலின் வேகம் மணிக்கு $8[1 - \{144 / (12+t)^2\}]$ km என நிறுவுக.

54. ஒரு குறித்த நாட்கால 10 மணிக்கு மேற்கின் தெற்குப்புறமாக தான் $^{-1}(8/15)$ என்ற திசையில் செல்லும் கப்பல் A, மேற்கு நோக்கி 7km/மணி என்ற வேகத்துடன் செல்லும் கப்பல் B இலிருந்து வடக்கே $1\frac{1}{2}$ km தூரத்திலுள்ளது. 10-45 மணிக்கு Bஇலிருந்து பார்க்கும்போது A மேற்கின் தெற்குப்புறமாக தான் $^{-1}(3/4)$

என்ற திசையில் இருக்கக் காணப்பட்டது. சார்பு வேகத் தத்துவத்தைப் பாவித்து A இன் வேகத்தைக் கண்டு காலை 10-45க்கு AB என்பவற்றினிடையே தூரம் $7\frac{1}{2}$ km என நிறுவுக.

55. ஒரு நாசகாரி ukm/மணி வேகத்துடன் வடக்கு நோக்கிச் செல்கிறது. ஒரு நீர்மூழ்கிக் கப்பல் நீர்மட்டத்திலிருந்து சற்றுக்கீழே v. km/ மணி வேகத்துடன் வடக்கிற்கு θ மேற்கில் செல்கிறது. (v கோசை $\theta > u$) ஒரு குறித்த கணத்தில் நீர்மூழ்கிக் கப்பல் நாசகாரியிலிருந்து நேர்க்கிழக்கே a km தூரத்தில் உள்ளது. நாசகாரி சார்பான நீர்மூழ்கிக் கப்பலின் பாதையைக் கீறுக. அதி குறைந்த தூரத்தையும் காண்க.

இந்த மிகக்குறைந்த தூரம் s km ரும் நாசகாரியின் துவக்குகளின் கரும்வீச்சு (firing range) r ($> s$) km ரும் ஆனால் நீர்மூழ்கியானது நாசகாரியால் $s \sqrt{\frac{(r^2 - s^2)}{(u^2 + v^2 - 2uv \cos \theta)}}$ என்ற நேரத்திற்கு ஆபத்தான நிலையிலிருக்குமெனவும் காட்டுக.

56. காற்றின் சார்பாக U வேகத்துடன் செல்லும் ஓர் விமானம் ஒரு சமபக்க முக்கோண வடிவப் பாதையில் செல்கிறது நிலையான வளியில் இம்முக்கோண வடிவப் பாதையில் பிரயாணத்தை முடிக்க நேரம் T எனில் ஒரு பக்கத்திற்குச் சமாதாரமான V என்ற வேகத்துடன் காற்று வீசும்போது முடிக்கிற நேரம் ஆக்குவதற்கு எடுத்த நேரம் T $\left\{ \frac{1 + V(4 - 3\alpha^2)}{3(1 - \alpha^2)} \right\}$ எனக் காட்டுக. இங்கு $\alpha = v/u$

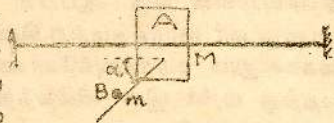
57. AB என்பது ஒரு வட்டத்தின் விட்டம். A யிலுள்ள P என்ற துணிக்கை A யிலுள்ள தொடுகோட்டின் வழியே புறப்பட்டு மாறா ஆர்முடுகவுடன் இயங்குகிறது எக்கணத்திலும் Pயின் வேகத்திற்குச் சமமான வேகத்தைக் கொள்ளும் Q எனும் துணிக்கை B யில் ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு பரிதிவழியே இயங்குகிறது. Q துணிக்கை Pயின் திசையில் இயங்க ஆரம்பிக்குமாயின் P சார்பான Q வின் வேகம் எக்கணத்திலும் OBக்குச் சமாதாரமெனக் காட்டுக. அத்துடன் $\angle BAQ = \theta$ ஆக இருக்கும்போது சார்பு வேகத்தின் பருமன் $\theta^{1/2}$ சைன் θ விற்கு விகிதசமமெனக் காட்டுக.

59. ABC ஒரு முக்கோணி. E, F என்பன முறையே AB, AC ஐ $2:1$ எனும் விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளிகள் EP சமாதாரம் BC என்கானி முறையால் காட்டுக. நேரம் t யில் துணிக்கை P புள்ளி (cc கோசை nt/b சைன் nt) யில் இருக்கின்றன. இங்கு a, b, n மாறிலிகள் வேகம் v ஆகவும் ஆர்முடுகல் f ஆகவும் கொண்டால் அவை பின்வரும் சமன்பாடுகளினால் தரப்படும் எனக் காட்டுக.

$$v^2 = n^2 (a^2 + b^2 - OP^2); f = n^2 OP$$

ஆர்முடுகல் O வை நேரக்கிழிவுகளதெனவும் காட்டுக.

59. படத்தில் காட்டியுள்ள A எனும் இரும்புத் தண்டவாளத்தில் சுயாதீனமாக வழுக்கக்கூடியது ஓர் இலை சாண பலகை C யானது அதன் நிலையைத் தேவையான போது மாற்றும் M திணிவுள்ள துரொல்வியர்



நிரம் மாற்றிக் கொள்ளக் கூடியவாறு சமச்சீராக A யுடன் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. அப்பலகையின் அதியுயர் சரிவுக்கோட்டில் ஓய்விலிருந்து B திணிவுள்ள துணிகை B வீடப்படுகிறது.

Aயினது உயர்வு ஆர்முடுகல் $mg/2 \sqrt{M(m+M)}$ எனவும், இது $\alpha = \tan^{-1} \{ (m/2(m+M))^{1/2} \}$ ஆகும்பொழுது நிகழுமெனக் காட்டுக.

60. காற்றுக்குச் சார்பாக v km/மணி வேகத்துடன் செல்லக்கூடிய ஒரு விமானம் கிழக்கிலிருந்து மேற்குநோக்கி u km/மணி வேகத்துடன் காற்றடிக்கும்போது r km ஆரையுடைய ஒரு வட்டத்தை உருவாக்குகிறது. விமானம் இம்முழுவட்டத்தையும் சுற்றி மாயின் $v > u$ என நிறுவுக. முழுவட்டத்தையும் சுற்ற எடுக்கும் நேரம் T ஆயின் T ஆனது $(v^2 - u^2) dt \cdot d\theta = R(v^2 - u^2) \cos \theta^{1/2}$ என்ற வகையீட்டுச் சமன்பாட்டால் துணியப்படும் எனக் காட்டுக

61. ஒரு கடல் விமானம் ஒரு விமானந் தாங்கிக் கப்பலிலிருந்து புறப்பட்டு எதிரித்தளத்தில் முற்றுக்கையீட்டுத் திரும்புகிறது. உள்நோக்கும் வெளிநோக்கும் பறப்புகள் (flights நேர்ப்பாதைகளில் பூமிக்குத் தொடர்பாக V என்ற வேகத்துடன் ஒரே உயரத்தில் நிகழ்ந்தது. கடல் விமானம் புறப்படும்போது விமானந்தாங்கி எதிரித் தளத்திற்கு 0° தெற்குக்கு மேற்காக உள்ளது. (தெ 0° மே): அது u என்ற சீர்கதியுடன் வடக்கு நோக்கிச் செல்கிறது. விமானம் தளத்திலிருந்து திரும்பும்போது வடக்குத் தெற்குத்திசையில் செலுத்தப்படவேண்டுமெனக் காட்டுக இதில் $\theta = \tan^{-1} \{ (v^2 - u^2) \sin \theta / 2uv - (u^2 - v^2) \cos \theta \}$ (எதிரித்தளத்தில் தாக்கும் நேரம் புறக்கணிக்கத்தக்கவை.)

62. ஒரு சமபக்க முக்கோண வடிவமான விமானக் கிடைப்பாதை ABC இல் BCக்குச் சமாதாரமாகக் காற்று u வேகத்துடன் வீசுகிறது. ஓர் விமானம் காற்றுக்கு தொடர்பாக v எனும் வேகத்துடன் அப்பாதையைச் சுற்றிவர எடுக்கும் நேரம் T ஆயின் $T = a/(v-u) + 4a/\sqrt{4v^2 - 3u^2} - u$ என நிறுவுக.

63. m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கையானது α சாய்வும் M திணிவுமுள்ள ஒரு ஆப்பின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஆப்பானது ஓர் அழுத்தமற்ற கிடைத்தளத்தில் உள்ளது இரு தொடுகைகளிலும் உராய்வுக்கோணம் λ ஆயின் ஆப்பு இயங்க ஆரம்பிப்பதற்கு m/M இன் விகிதத்தின் இழிவுப் பெறுமானம். சைன் $2\lambda / \{(\text{கோசை } \alpha + \text{சைன் } (\alpha - 2\lambda))\}$ என நிறுவுக. அத்துடன் $\alpha > 2\lambda$ எனவும் காட்டுக.

64. A யும் B யும் ஒரே நிலைக்குத்துக் கோட்டிலுள்ள இரு புள்ளிகள். B யானது A க்கு மேலே h உயரத்திலுள்ளது ஓர் துணிக்கையானது. A யிலிருந்து $2\sqrt{gh}$ வேகத்துடன் நிலைக்குத்தாக எறியப்பட்டது. அதே கணத்தில் B யிலிருந்து இன்னொரு துணிக்கை \sqrt{gh} வேகத்துடன் நிலைக்குத்தாக எறியப்பட்டது. இரு துணிக்கைகளும் A க்கு மேலே $3h/8$ உயரத்தில் மோதுமெனக் காட்டுக.

துணிக்கைகள் சமனானவை என்றும் இரண்டிற்குமிடையில் மீள்தன்மைக்குணகம் $1/2$ எனவும் கொண்டு முதலாம் துணிக்கை A ஐத் திரும்ப அடையும்போது அதன் வேகம் $7/4 \sqrt{gh}$ என நிறுவுக.

65. A, B என்னும் இரு புகையிரத நிலையங்கள் 10km இடைத்தூரத்தில் உள்ளன. A யை மணிக்கு 60 கிலோமீற்றரில் கடக்கும் ஒரு புகையிரதமானது இக்கதியை 8km தூரத்திற்குத் தொடர்ந்து பேணிப் பின்னர், சீராக அமர்முடுகி B யில் ஓய்விற்கு வருகின்றது. முதலாவது புகையிரதம் A யைக் கடப்பதற்கு 18 நிமிடத்துக்கு முன்னர் A யிலே ஓய்விலிருந்து புறப்பட்ட இரண்டாவது புகையிரதம், சிறிது நேரத்திற்கு $6\text{km}/\text{மணி}$ நிமிடம் எனும் சீரான ஆர்முடுகலுடன் இயங்கிய பின்னர் சீராக அமர்முடுகி, முதலாவது புகையிரதம் B யை அடையும் அதே நேரத்திலே B யில் ஓய்விற்கு வருகின்றது. இரண்டிற்கும் ஒரே அச்சக்கணைப் பயன்படுத்தி வேகநேர வரைபுகள் இரண்டையும் வரைக.

இப்பயணத்திற்கு இரண்டாவது புகையிரதம் 24 நிமிடங்களை எடுக்கின்றதெனக் காட்டி, அதன் அதியுயர் கதியையும் $\text{km}/\text{மணி}$ நிமிடம் என்பதில் அதன் அமர்முடுகியையும் காண்க.

66: நேர் தெற்கே 56 நொற்றுக் கதியில் ஒரு கப்பலும் நேர் கிழக்கே 24 நொற்றுக் கதியில் இரண்டாவது கப்பலொன்றும் செல்கின்றன. முதற் கப்பலிலுள்ள மாலுமிகளுக்கு மூன்றாவது கப்பலொன்று வடகிழக்குத் திசையில் செல்வதாகத் தோன்றுகையில்,

இரண்டாவது கப்பலிலுள்ள மாலுமிகளுக்கு அது தெந்கிற்கு 30° மேற்கான ஒரு திசையிற் செல்வதாகத் தோன்றுகின்றது மூன்று வது கப்பல் செல்லும் திசையையும் அதன் கதியையும் காண்க.

67. ஆற்றங்கரையொன்றில் A எனும் புள்ளியிலுள்ள ஒரு மனிதன், ஆற்றின் மேற்பாகத்தில் மறுகரையிலுள்ள B எனும் புள்ளியை அடைய விரும்புகிறான். அதன் நேரிய சமாந்தரமான கரைகளுக்கிடையே அடங்கலும். நீரானது ஒரே வேகத்துடன் பாய்கின்றது எனக் கொண்டு, A யிலிருந்து நேராக B யிற்குத் துடுப்பு வலித்துச் செல்வதற்கு அவன் படகை எத்திசையை நோக்கி வைத்திருத்தல் வேண்டும்?

அவன் துடுப்பு வலிக்கும்போது, சீராக உருற்றியும், எதிர்க்கரையை C என்னும் புள்ளியிற் சென்றடையும் வரை, தனது படகை AB யிற்குச் சமாந்தரமான ஒரு நிலையான திசையை நோக்கியவாறு வைத்தும் சென்று, பின்னர் B ஐ அடையும்வரை கரை வழியே துடுப்பு வலித்தும் சென்றால் எடுக்கும் மொத்த நேரமானது அவன் நீரோட்டத்துக்கு எதிராக AB எனும் தூரத்தைத் துடுப்பு வலித்துச் சென்றிருந்தால் எடுத்திருக்கக்கூடிய அதே நேரமாகுமெனக் காட்டுக?

68. R எனும் பக்கமுடைய சமபக்க முக்கோணியொன்றின் உச்சிகளிலே A, B, C எனும் மூன்று விமான நிலையங்கள் அமைந்துள்ளன அமைதியான நாளொன்றில் காற்று வீசாத பொழுது விமானக் கப்பலொன்று ஆகக்கூடிய கதி v உடல் செல்லவல்லது. AB எனும் திசையிலே $u < v$ எனும் கதியுடன் சீரான காற்றொன்று வீசும் பொழுது இவ்விமானக் கப்பலானது இடைவழியில் நிற்காமல், சுற்றுப்பாதை ABCA வழியே செல்வதற்கு எடுக்கும் நேரம்,

$$\left[\frac{v + \sqrt{(4v^2 - 3u^2)}}{v^2 - u^2} \right] R \text{ எனக் காட்டுக.}$$

அமைதியான நாளொன்றில் ABCA வழியே கதி v உடல் செல்வதற்கு விமானக்கப்பலானது N வீற்றர் எரிபொருளை உபயோகிக்குமாயின் காற்றோட்டமுள்ள நாளில் அதற்கு வேண்டிய எரிபொருள் எவ்வளவாகும்?

69. கப்பலொன்று நேர் வடகிழக்குத் திசையில் 24 நொற்று (கடல் மைல் / ம) கதியிற் செல்கின்றது இவ்நொறு கப்பல் 18 நொற்று கதியில் நேர் வடமேற்குத் திசையிற் செல்கின்றது. மூன்றாம் கப்பலொன்று, முதலாம் கப்பலோட்டிகளுக்கு மேற்குத் திசையிலே செல்வதைப் போலவும், இரண்டாம் கப்பலோட்டிகளுக்குக் கிழக்குக்கு 15° வடக்கான திசையிலே செல்வதைப் போலவும் தோன்றுகிறது. மூன்றாம் கப்பலின் கதியையும் செல்வழியையும் காண்க.

70. வடக்கு நோக்கில் கப்பலொன்று ஒரு நேர்பாதை வழியே u மைல்/மணி எனும் ஒருமைக் கதியுடன் செல்கிறது. நேரம் $t=0$ இல் எதிரி நீர்மூழ்கியொன்று இக்கப்பல் சார்பாக வடக்கிற்குக் கிழக்கே கோணம் θ° அமையும் திசையில், u மைல் தூரத்திலே தோன்றுகிறது. நீர்மூழ்கியின் அதி உயர்வானகதி v மைல்/மணி ஆகும் $v < u$ சைன் θ ஆயின் நீர்மூழ்கியானது கப்பலைத் தடைசெய்ய இயலாது எனக் காட்டுக.

u சைன் $\theta < v < u$ ஆயின் $t = t_1$, $t = t_2$ என்பவற்றிற் கிடையே யான எந்தவொரு தருணத்திலும் நீர்மூழ்கியானது கப்பலைத் தடை செய்யக்கூடும் எனக் காண்பித்து t_1 , t_2 என்பவற்றைக் காண்க. $t_2 - t_1$ எனும் நேர இடைவேளையைக் கணிக்க.

71. u, v, v_2, w என்பன ஒருமைகளாகவும், i, j என்பன xOy தளத்திலுள்ள Ox, Oy எனும் திசைகள் வழியேயான அலகுகள் காணிகளாவும் இருக்க, நேரம் t யில் P, Q எனும் இரு துணிக்கைகளின் தூரக் காணிகள்.

$$r_1 = uti + vtj$$

$$r_2 = (a + ut + a \text{ கோசை } wt) i + (vt + a \text{ சைன் } wt) j$$

என்பனவற்றால் தரப்படுகின்றன.

நேரம் t யில் P, Q என்பனவற்றின் வேகங்கள், ஆர்முடுகல்கள் ஆகியவற்றைக் காண்க

P தொடர்பாக Q ஒரு வட்டத்தை வரைகிறதெனவும், P, Q என்பனவற்றின் தானங்கள் ஆவர்த்தன முறையில் பொருந்துகின்றன வெனவும் நிறுவுக. P, Q ஆகியவை பொருந்துமபோது அவற்றின் இயக்கத் திசைகளுக்கு இடையிலான கோணத்தைக் காண்க.

72. M திணிவையும், m சாய்வையும் உடைய ABC எனும் ஒப்பமான ஓர் ஆப்பானது ஒப்பமானவொரு கிடைமேசைமீது கயாதினமாக இயங்கக்கூடியது. சாய்முகம் AC மீது m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை வைக்கப்பட்டு மெல்லென விடப்படுமிடத்து வெளியில் அதன் பாதையானது

$$M \text{ தான் } \theta = (M + m) \text{ தான் } \alpha$$

என்பதால் தரப்படும் θ எனுமோர் ஒருமைக் கோணத்தைக் கிடையுடன் அமைக்கின்றதெனக் காட்டுக.

73. t நேரத்தில் ஒரு துணிக்கையின் தானக் காவி $r(t)$ ஆகும் வேகக் காவி v ஐயும் ஆர்முடுகல் காவி f ஐயும் வரையறுக்க.

காவி $r = b + gt/k + ce^{-kt}$ ($k > 0$) இங்கை b, g, c என்பன ஒருமைக் காணிகள், என்பதால் ஒரு துணிக்கையின் நிலை தரப்படுகிறது t நேரத்தில் இந்தத் துணிக்கையின் வேகம் v ஐயும் ஆர்முடுகல் f ஐயும் துணிந்து $f = g - kv$ எனக் காட்டுக. இந்தச் சமன்பாடு எழக்கூடிய பெளதிகச் சூழ்நிலையை விபரிக்கவும்.

74. விமானம் ஒன்று A இல் இருந்து B இற்கு நேர் வழியில் பறந்து மீள்கின்றது. அமைதியான காலை நிலையில் கதி u ஆகவும் இரு பிரயாணிகளுக்கும் எடுத்த நேரம் T ஆகவும் அமையும். ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் காற்றின் வேகம் AB இற்குச் சாய்வாக கோணம் θ ஆக உள்ள திசையில், v ஆகும்; போகும் பிரயாணத்திலும் விமானம் AB க்குச் சாய்வாக சைன் $^{-1} \left(\frac{v}{u} \right)$ சைன் θ எனும் திசையில் செல்லவேண்டும் என நிறுவுக.

$Tu \sqrt{u^2 - v^2}$ சைன் 2θ)

இரு பிரயாணிகளுக்கும் எடுத்த நேரம் $\frac{u^2 - v^2}{u^2 - v^2}$

விமானத்தின் முழுச்செல்வழி ஒரு கிடையான ABCD எனும் சதுரமாகவும், காற்றின் திசை ஒரு முனைவிட்டத்திற்குச் சமாந்தரமாகவும் இருந்தால் சுற்றுப்பிரயாணத்துக்கு எடுத்த முழு நேரத்தையும் காண்க.

75. M திணிவும் கோணம் α உம் உள்ள ஆப்பு ஒன்று கோணம் α ஆக அமைந்த ஒப்புரவான சாய்தளத்தில், ஆப்பின் மேல்முகம் கிடையாக இருக்கும் வண்ணம் வைக்கப்படுகிறது. தொடக்கத்தில் இத்தொகுதி ஓய்வில் இருக்கும்போது m திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்று ஒப்புரவான கிடையான ஆப்பின் மேல் முகத்தில் வைக்கப்படுகிறது. ஆப்பினதும் துணிக்கையினதும் ஆர்முடுகல்களைக் காண்க. ஆப்புக்கும் தளத்துக்கும் இடையிலுள்ள மறுதாக்கம் $\frac{M(M+m)g \text{ கோசை } \alpha}{M + m \text{ சைன் }^2 \alpha}$

எனக் காட்டுக. வெளியில் இத்துணிக்கையின் பாதை என்ன?

76. OXY என்பது ஒரு செங்கோண தெக்காட்டின் மாட்டேற்றுச் சட்டம் ஆகும். i, j என்பன முறையே OX, OY எனும் அச்சங்களுக்குச் சமாந்தரமான அலகுக் காலிகளாகும். θ என்பது எண்ணி t யின் ஒரு சார்பாயிருக்க $I = \text{கோசை } \theta i + \text{சைன் } \theta j$, $m = -\text{சைன் } \theta i + \text{கோசை } \theta j$ என்பவற்றால் வரையறுக்கப்படும் I m என்பன தம்முள் செங்குத்து அலகுக் காலிகளாகுமெனக் காட்டுக.

$$\frac{dI}{dt} = \frac{d\theta}{dt} m, \quad \frac{dm}{dt} = -\frac{d\theta}{dt} I \text{ எனவும் காட்டுக}$$

உற்பத்தி O தொடக்கக்கோடு OX என்பன குறித்து நேரம் t யில் துணிக்கை P யின் தள முனைவான்கூறுகள் (r, θ) எனின் $OP = ri$ என மேலும் காட்டுக.

Pயின் ஆர்முடுகல்

$$\left\{ \frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right\} + \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(r^2 \frac{d\theta}{dt} \right) \right\} m \text{ ஆகுமென உய்த்தறிக.}$$

77. நேரிய சமநீரமை கரைகளுக்கிடையே சீரான கதி u உடன் ஒரு ஆறு பாய்கின்றது. (ஆற்றல்) நீர் தொடர்பாக v எனுமிக்கியுடன் ஒரு படகைத் துடுப்பு வலித்துச் செல்ல மனித னொருவனுக்கு முடியும். மிகக் குறுகிய பாதை வழியாக ஆற்றைக் கடப்பதற்குப் படகானது செலுத்தப்பட வேண்டிய திசையைக் காண்க.

இப்பாதையின் நீளம் $u > v$ எனில் a எனவும் $u < v$ எனில் $\frac{av}{v}$

எனவுங் காட்டுக; a என்பது ஆற்றின் அகலமாகும்.

78. விற்றற்பான கூடரொன்று தனது சொந்தக் தளத் திலே பொதுவான விதத்தில் அசைகின்றது. அடரிக் மேலுள்ள ஏதாவது இரு புள்ளிகள் A, B என்பனவற்றிற்கிடையேயான தொடர்பு வேகம் A, B க்குச் செங்கோணத்தில் இருக்குமெனக் காட்டுக.

A ஆனது O வை நோக்கிச் சீரான கதி u உடன் இயங்கும் வண்ணம் A யும் B யும் OX, OY எனும் இரு நேரான செங்குத் துக்கோடுகள் வழியே இயங்க நிர்ப்பந்திக்கப்பட்டால் OAB எனும் கோணம் θ ஆக இருக்கும்போது Bயின் வேகத்தைக் காண்க.

அலகு 2

விசை, உந்தம், வேலை, சக்தி

1. பின்வருவனவற்றை வரையறு i) வேலை ii) பரிவலு I இல் 100 எனும் சாய்விலே 200 தொன் திணிவுடைய புனை வண்டியொன்று ஏறுகின்றது. உராய்வினாலுண்டான தடை தொன்னுக்கு 15 kg நிறையாகும். கதி 85 km/மணி ஆகவும் 1000 kw வலு ஆகவும் இருக்கும்போது ஆர்முடுகலைக் காண்க:

2. M திணிவுடைய பிரங்கியொன்று கிடைத்தளத்திலே பின் னடிக்கச் சுயாதீனமுடையது. அதன் குழாய் கிடையுடன் θ கோணம் எனும் சாய்விலுள்ளது. m திணிவுடைய குண் டொன்று சுடப்பட்டது. வெடித்துச் சற்றுப்பின் (Just after) பிரங் கியினதும் குண்டினதும் இயக்கப்பண்புச்சத்தி E ஆயின் குண்டின் விசை $(4 M E \cos \theta \text{ கோண } \theta) / m(M + m \cos^2 \theta) g$ எனக் காட்டுக.

8. முறையே 1kg, $\frac{1}{2}$ kg திணிவுடைய A, B ஆகிய இரு துணிக்கைகள் நிலையான சிறிய கப்பிக்கு மேலாகச் செல்லும் 3.6m நீளமுள்ள இலேசான நீளா இழையினூற் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. அவை கப்பியின் ஒவ்வொரு பக்கத்திற்கு ஒன்றாக கப்பியின் அருகே பிடிக்கப்பட்டு ஒரே கணத்தில் விடப்பட்டன. கயிறு இறுகிச் சற்று பின், துணிக்கைகளின் கதி 2m/s எனக்காட்டி இழையிலுள்ள கணத்தாக்கத்தையும் காண்க.

துணிக்கை $B\frac{1}{5}$ செக்கனில் மீண்டும் கம்பியை அடையும் எனக் காட்டுக.

4. 800kg திணிவுடைய சிறு வண்டியொன்று 70kg நிறை எனும் தடைக் கெதிராகக் கிடையான வீதிவழியே இயங்குகின்றது. எஞ்சின் உஞற்றும் உயர்வலு 15kw ஆயின் இயல்தகு உயர்கதியைக் காண்க.

இம்மோட்டார் வண்டி 800 kg திணிவுடைய வேரேரர் வண்டியைக் கட்டி இழுக்கப் பயன்படுத்தப்படுகின்றது. மேலதிகமான தடை 70 N ஆயின் கதி 36 km/மணி ஆயும் மோட்டார்வண்டி உச்ச வலுவை உஞற்றும்போது கட்டி இழுக்கப் பயன்படும் கயிற்றிலுள்ள இழுவை என்ன?

5. பின்வருவனவற்றை வரையறுக்கவும்.

i) இயக்கப்பண்புச் சத்தி ii) வேலை iii) வலு

4m செக். என்னும் விசைத்திற்பாயும் $\frac{1}{30}$ m² குறுக்கு வெட்டி

குப் பரப்புடைய நீர் அருவியொன்று சுழல் சக்கரம் ஒன்றினூட்கெல்கின்றது. நீரின் இறுதிவேகம் புறக்கணிக்கத்தக்க அளவு சிறியதாயின் நீர் சக்தியை வெளிவிடும் விசைத்ததை கிலோவற்றில் காண்க. (1 / நீர் நிறை = 1kg)

6. ஒரு புகைவண்டித் தொடர் ஓர் எஞ்சினாலும் இரண்டு பெட்டிகளினூழாக்கப்பட்டுள்ளது. எஞ்சினின் நிறை M தொன்சனும் எஞ்சினுக்கு அடுத்த பெட்டியின் நிறை M_1 தொன்சனும் அதற்கடுத்ததின் நிறை M_2 தொன்சனும் என்கின்ற பெட்டிகளைக் கிடையுடன் 'cc' கோணத்தை அமைக்கும் சாய்விலே மேல்நோக்கி அதிகரிக்கும் வேகத்துடன் இழுக்கின்றது இயக்கத்தடைசர்ப்புத்தவிர்த்த) RN / தொன் எனும் ஒருமை விசைக்குச் சமனாகும். எஞ்சினுக்கும் முதல் பெட்டிக்குமிடையில் உள்ள இணைப்பிலுள்ள இழுவை T_1 தொன் நிறையாகவும், மற்றதிலுள்ளது T_2 தொன் நிறையாகவும் இருந்தால் T_1/T_2 ஒரு ஒருமை என நிறுவுக.

$M=500$ ஆகவும் $M_1=M_2=25$ ஆகவும் சைன் $\alpha = 1/100$ ஆகவும் $R=28$ ஆகவும், எஞ்சினின் வலு 880 kw ஆகவும், இருப்பின் புகைவண்டி அடையக்கூடிய உயர்வேகம் 15 kw/h இலும் சற்று அதிகமெனக் காட்டுக.

7. சைக்கிளோட்டி ஒருவன் Pkw. எனும் வீதத்தில் வேலை செய்கிறான். காற்று வீசாதபோது அவன் மட்டமான நிலத்திலே u_1 m/செக். எனும் உறுதியான (Steady) கதியுடனும் இடையுடன் α கோணத்தை அமைக்கும் தளத்திலே மேல்நோக்கி u_2 m/செக். எனும் உறுதியான கதியுடனும் செல்வான். K ஓர் ஒருமையாகவும் V வளி தொடர்பான மனிதனின் கதியாகவும் இருக்கையிற் காற்றின் தடை Kv^2 kg நிறை ஆகும். K கைய்யும் mu_2 சைன் α

$$P = \frac{\mu u_2 \sin \alpha}{1000[1 - (u_2/v_1)^3]}$$

எனவும் காட்டுக. இங்கு சைக்கிளோட்டியினதும் சைக்கிளினதும் நிறை m kg.

மட்டமான தரையிலே u m /செக் என்ற காற்றுக்கெதிராகச் செல்லும் சைக்கிளோட்டியின் உறுதியான கதி x m /செக் ஆயின் $(u+x)^2 - u_1^3/x$ எனக் காட்டுக.

8. M kg திணிவுடைய எஞ்சினிலும் ஒவ்வொன்றும் m kg திணிவுடைய n திறந்த பெட்டிகளாலும் ஆக்கப்பட்ட ஒரு புகையிரதம் கிடையான பாதையில் u m /செக் எனும் ஒருமைக் கதியுடன் செல்கின்றது. எந்தப் பகுதியிலுள்ள தடையும் வேகத்திற் சாராமல் நிறைக்கு விகித சமமாயுள்ளது. எஞ்சின் F நியூட்டன் விசையினால் இழுக்கப்பட்டு P எனும் kw உடன் வேலை செய்கிறது. M^1 kg நிறையுடைய பொருள் ஒன்று திறந்த பெட்டியினுள் பின்னடையாது விழுவதால் வண்டியைச் சுண்டுகிறது. (Jerks)

a) எஞ்சின் அதே ஒருமையான வலு P உடன் தொடர்ந்து செல்லுமாயின் சுண்டுதலின்பின் வண்டி $V = (M + nm) u / (M + nm + M^1)$ என்பதாற் கொடுக்கப்படும் V m/செக். எனும் ஒருமை வேகத்துடன் செல்லும் எனவும் எஞ்சினுக்கும் முதலாவது பெட்டிக்கும் இடையிலுள்ள இழுணையையும்

$$100(nm + M^1)/u (M + nm) \text{ kg எனக் காட்டுக.}$$

b) எஞ்சினைச் செலுத்தும் விசை முன்போன்று ஒருமைப் பெறு மதியுடைய F ஆக இருப்பின் வண்டி சுண்டுதலின்பின் tசெக்கனில், [இங்கு $t = (M + nm)^2 u / M^1 F$] ஓய்விற்கு வரும் எனவும் காட்டுக

9. ஒரு கப்பலினதும் படகினதும் அசைவினாலுண்டான காற்றினதும் நீரினதும் முழுத்தடைகளை முறையே k^1 , V^1 , kV^1 என்பனவாகும். இங்கு k^1 , k என்பன ஒருமைகள். V^1 , V என்பன முறையே கப்பலினதும் படகினதும் வேகங்களாகும். வேகங்கள் $m/செக்$ இக் அளக்கப்பட்டுள்ளன. H kw வலுவுடன் வேலை செய்யும் கப்பல் M kg திணிவுடைய படகை நீராடுழையொன்றினால் ஒரு கால்வாய் வழியே v $m/செக்$ எனும் சீரான வேகத்துடன் இழுக்கின்றது. பின்னர் கயிறு படகினின்றும் அவிழ்க்கப்பட படகு தடையிலே மந்தப்படுத்தப்பட்டது. தொடர்ந்து அதே H எனும் ஒருமை kw வலுவுடன் வேலை செய்யும் கப்பல் சிறிது நேரத்தின்பின் u $m/செக்$. எனும் சீரான வேகத்துடன் இயங்குகின்றது. k^3 ஐயும் k ஐயும் காண்க.

படகு தன்னிச்சைப்படி மிதந்து செல்லும்படி விடப்பட்ட பின்னர் அது x எனும் தூரம் சென்றபோது அதன் வேகம் v $m/செக்$. ஆயின் $v = a - bx$ எனும் தொடர்பு படகினியக்கத்தின் சமன்பாட்டைத் திருப்தி செய்யுமெனக் காட்டுக. இங்கு a , b என்பன இரண்டு ஒருமைகள் a ஐயும் b ஐயும் காண்டு, அதன் மூலம் படகு ஓய்விற்கு வருவதற்கு முன்னர் சென்ற முழுத்தூரமும் $Mu^2v^2/1000g (u^2 - v^2) m$ எனக் காட்டுக.

10. ஒரு போர்விமானம் அதன் மூக்கு பறப்புத் திசையை நோக்கிக் காட்ட, கவியின் சார்பாக v $m/செக்$, என்னும் வேகத்துடன் இயங்கும்போது அதிலுள்ள காற்றுத்தடை ஒரு தனி விசையாகும் விமானத்தின் மூக்கு-வால் நிலம்-சிலிங்கு நோக்கிய திசைகளில் இவ்விசையின் கூறுகள் முறையே kv^2 , k^1v^2 N (k^1k ஒருமைகள்) ஆகுமாறு விமானத்தின் வடிவம் அமைந்துள்ளது.

M kg . திணிவுடைய இப்போர்விமானம் ஒரு கிடைபான நேர் கோட்டை U $m/செக்$ என்னுஞ் சீரான வேகத்துடன் வரையிறது. அதன் எஞ்சின்கள் H kw . வலுவுடன் வேலை செய்கின்றன. k , k^1 என்பனவற்றைக் காண்க.

இப்போது அதன் எஞ்சின்கள் பழுதும் விமானம் புனியீர்ப்பினால் அதன் மூக்குக் கீழ் நோக்கி ஆழ்கிறது. சிறிது நேரத்துக்குப்பின் கிடையுடன் α கோணத்தை ஆக்கும் ஒரு நேர் கோட்டைச் சீரான வேகம் V $m/செக்$ உடன் அவ்விமானம் வரையிறது

$$\alpha = \text{தான்}^{-1} \left(\frac{1000H}{MU} \right) \text{ எனவும், } V = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{M^2U^6}{M^2u^2 + 1000^2H^2}}$$

எனவும் நிறுவுக.

11. ஒரு கடல்-விமானம் ஒரு கடலின் மேற்பரப்பில் v_m /செக் எனும் வேகத்துடன் அசைகிறது. கடல் விமானத்தினுடைய இயக்கத்திற்கு வளியினதும் நீரினதும் தடையான R N பின்வரும் சமன்பாட்டினால் தரப்பட்டிருக்கிறது.

$R = \lambda v + \mu (v_0 - v)$, ($0 < v < v_0$). இதில் λ , μ என்பன நேர் ஒருமைகள் ($\lambda < \mu$) கடல்-விமானம் கடலை விட்டுக்கிளம்பி வளியினுள் செல்லும்போது அதன் கிளம்புங்கதி v_0 m /செக். கடல் விமானம் வளியினுள் செல்லும்போது அதற்குத்தடை λv , ($v \geq v_0$) ஆகும். இதில் v அக்கடல் விமானம் வளியிற் செல்லும் (m /செக்) இல் அளக்கப்பட்ட) கதியாகும். தடை-வேக வளையியை வரைக.

அக்கடல்-விமானம் V ($< v_0$) என்ற மாறு வேகத்துடன் கடலின் மேற்பரப்பில் அசைகிறது. அதனுடைய எஞ்சின்கள் H எனும் kw வலுவில் வேலை செய்கின்றன. H என்பதை V இனது இருபடிக்கோவையிற் பெறுக.

$H - V$ வளையியை வரைந்து, $H < \frac{\mu^2 v_0^2}{4000(\mu - \lambda)}$ எனக் காட்டுக.

எஞ்சின்களின் அதிகூடிய வலுவானது $\frac{\mu^2 v_0^2}{400(\mu - \lambda)}$ kw இலும் கூடிதாது இல்லாவிடின் அக்கடல்விமானம் ஒப்பிலிருந்து கிளம்ப மாட்டாது என நிறுவுக.

12. வேலை, சக்தி, வலு என்பவற்றிற்கு வரைவிலக்கணங்கள் கூறுக.

M kg . திணிவுள்ள மோட்டார்க்காரர் ஆகக்கூடிய H kw வலு உடன் வேலைசெய்கிறது. அதனியக்கத்துக்கான தடை $a(u/u_0)^n$ N எனும் வடிவத்தினதாயின் சமதரையிற் காரின் ஆகக் கூடியகதி $\left[\frac{3600Hu_0n}{a} \right]^{1/(n+1)}$ எனக் காட்டுக. இங்கு u என்பது km /மணி இலே காரின் கதியாகும்., a , u_0 , n என்பன ஒருமைகள் $n=1$ ஆயின்,

i) கிடையுடன் α சாய்விலே அமைந்த ஒரு தெருவில் மேடுக்கிச் செல்லும்போது.

ii) அதே தெருவில் கீழ்நோக்கிச் செல்லும்போது, காரின் ஆகக்கூடிய கதியைக் காண்க.

13. ஒப்பிலிருக்கும் M kg திணிவுள்ள ஒரு புகைவண்டி யானது உயர்வுவலு H kw . உடைய ஓர் எஞ்சினால் மட்டமான பாதையிலே இழுக்கப்படுகின்றது. மொத்த இயக்கத் தடையானது

RN நிறைக்குச் சமமான ஒரு மையாகும். அவ்வெஞ்சிலானது தினது உயர்வலு kWhஐ அடையும் வரை ஒரு மாறு இழுவிசை P Nஐ உருற்றுவின்றது. அவ்வெஞ்சின் அவ்வலு Hஐ அடையும்போது நீராவி அடைக்கப்பட்டு அப்புனைவண்டியானது R N தடையின் கீழ் ஒய்வடைகின்றது. கடக்கப்பட்ட முழுத்தூரம். $(500MH^2)/PR(P-R)g km$ ஆகுமெனக் காட்டுக.

14. சைக்கிளோட்டி ஒருவன் வேலை செய்யக்கூடிய உயர் வலு H ஆகும் சைக்கிளோட்டியும் அதன் பொறியுஞ் சேர்ந்த நிறை M kg ஆகும். அவன் செக்கனுக்கு um கதியில் ஒருகின்ற போது தடை $(a+bu+(eu^2))$ ஆகும் இங்கு a, b, c என்பவை ஒரு மைகள். சைக்கிளோட்டி. α சரிவில் மேல்நோக்கிப் போகும் போது அவன் ஓடக்கூடிய உயர்கதி செக்கனுக்கு v m ஆகும். v மட்டமான தரையில் அவன் ஓடக்கூடிய உயர்கதி $2v m/\alpha^2$ ஆகும்; β சரிவுள்ள சாய்விற் கீழ்நோக்கிப் போகும்போது அவன் ஓடக்கூடிய உயர்கதி செக்கனுக்கு $3v m$ ஆகும் a, b, c என்பவற்றை V, α, β, M, H என்பவை பற்றித் துணிக.

15. வேலை, சக்தி, வலு, என்பவற்றின் பரிமாணங்களை எழுதி சர்வதேச அலகில் அவற்றின் அலகுகளை உய்த்தற்க.

H kw எனும் ஒருமை வலுவுடன் வேலை செய்யும் Mkg/ திணிவுள்ள ஒரு புனைவண்டியின் இயக்கத்தடை 3600 av N ஆகும். இங்கு a என்பது ஓர் ஒருமை v என்பது அப்புனைவண்டியின் km/ மணி; வேகம்; t செக்கனில் அப்புனைவண்டியின் கதி $v_1 km/$ மணி இலிருந்து $v_2 km/$ மணி இற்கு அதிகரித்த,

$egt = kxMmD((H - av_2^2) / (H - av_1^2))$ எனக் காட்டுக இச் சமன்பாடு பரிமாணத்திற்குத் திருத்தமானது என்பதை வரம்புப் பார்க்க. இங்கு k ஒரு மாறிலியாகும்.

16. வரைவிலக்கணம் கூறுக : வேலை, அழுத்தச்சக்தி, இயக்கப்பண்புச் சக்தி.

2m ஆழமான கிணரென்று தன் அடியில் ஒவ்வொன்றும் 15kg நிறையுள்ள மிகப்பல கற்களைக் கொண்டுள்ளதாயும் ஒரு குறித்த வகை நிரவத்தினால் நிரப்பப்பட்டுள்ளதாயும் இருக்கின்றது. ஒரு பாரந்தூக்கி அக்கற்களை ஒவ்வொன்றாக கிணற்றின் வாயில் வரை மென்மையாகத் தூக்கி, அவற்றை 18 km/மணி கதியுடன் கிடைபாக எறிகின்றது. கற்களைத் தூக்கும் வேலையில் கிணற்றின் வாயிலிருந்து கல்லின் ஆழம் x m ஆயிருக்கும் பொழுது, ஒவ்வொரு கல்லிற்கும் அத்நிரவம் $40x N$ தடையைக்

கொடுக்கின்றது. அப்பாரந்தூக்கி கல்லொன்றுக்குச் செய்யும் வேலையைக் காண்க. நிமிடத்திற்கு 20 கற்களை அப்பாரந்தூக்கி யினால் அகற்ற இயலுமானால் அது வேலை செய்யும் வீதத்தை kW அலகுகளில் காண்க.

17. வேலை, வலு என்பவற்றிற்கு வரைவிலக்கணம் கூறி அவற்றின் அலகுகளையும் பரிமாணங்களையும் தருக.

உருளையான சீமெந்துப் பலகைகளை ஒன்றின்மேல் ஒன்றாக அடுக்கி உருளை வடிவான நிலைக்குத்துக் கோபுரமொன்று கட்டப் படுகின்றது. ஒவ்வொரு பலகையும் 2m உயரமும் 2m ஆரையும் W kg நிறையுமுடையது. இப்பலகைகள் d km தூரத்திலிருக்கும் பண்டகசாலையொன்றிலிருந்து கட்டட நிலைக்குத்திற்குக் கொண்டு வரப்படுகின்றன. பண்டகசாலையும் கட்டட நிலையறும் ஒரேகிடை மட்டத்தில் இருக்கின்றன. $\frac{1}{2}$ கட்டட நிலையத்திற்குப் பலகைகளைக் கொண்டு வரும் வாகனத்தில் (ராக்டர்) உருளையொன்றிற்கு N எனும் வீதப்படியான தடை ஏற்படுகின்றது. பலகைகளை மேல்நேசக்கி ஒவ்வொன்றாக உயர்த்தும்போது பாரந்தூக்கியில் (கிரேன்) ஒவ்வொரு பலகையாலும் (புளியீர்ப்பாலாகும் விசைவைத்தவீர) 1 N தடை ஏற்படுகின்றது. 2h மீதறர் உயரமான கோபுரமொன்றைக் கட்டுவதில் செய்த வேலையின் முழுத்தொகையைக் காண்க. இதில் m ஆனது முழு எண்ணாகும்.

பாரந்தூக்கியானது இக்கட்டடத்தை 2 மணி நேரத்தில் கட்டி எழுப்பினால் அதனை வலுவைக் காண்க.

18. 3 m திணிவுடைய ஒரு குவளை, காற்றின் கிடையாக u எனும் வேகத்துடன் செல்லும்போது, உள்வெடிப்பினால் m, 2m திணிவுடைய துணிக்கைகளாகப் பிரிந்து அதே நிலைக்குத்துத் தளத்தில் கிடையாக இயங்குகிறது. வெடிப்பு மேலதிக சக்தி $12mu^2$ ஐக் கொடுப்பின் இரண்டு பகுதிகளும் 6u எனும் தொடர்பு வேகத்தில் பிரியும் என நிறுவுக.

19. v வேகத்துடன் இயங்கும் ஒரு குவளை, உள்வெடிப்பினால் இரண்டு பகுதிகளாகப் பிரிகிறது. இதனால் இயக்கச் சக்தியும் இரு மடங்காகிறது இரண்டு பகுதிகளின் திணிவுகளும் $E:u$ எனும் விகிதத்தில் உள்ளன இங்கு $E+u=i$ ஆகும் இரு பகுதிகளினதும் தொடர்பு வேகம், v இனது திசையில் இருப்பின், அதனைக் காண்க.

20. m திணிவுள்ள ஒரு குண்டு, நிலையான மரக்கட்டையை u எனும் வேகத்துடன் அடித்து c தூரத்தில் ஓய்வுக்குக் கொண்டு வரப்படுகிறது. ஊடுருவாத தடை மாறிலி எனக் கொண்டு அதனைக் காண்க.

ப வேகத்துடன் அசையும் சூண்டொன்று $3/40$ தடிப்புள்ள நிலையான ஒரு மரக்கட்டையினுள் நுழையின், சூண்டு வெளிவரும் வேகத்தைக் காண்க. [இக் குற்றியின் ஊடுருவற் தடையும் முன்னையதைப் போன்றதே] குற்றியை ஊடுருவும் நேரத்தையும் காண்க

21. 100 m நீளமும், 25 m அகலமுமுள்ள ஒரு நீச்சல் தொட்டியினுள் உள்ள நீரின் ஆழம் ஒரு முனையில் 4 மீயும், மறு முனையில் 10 மீயும் இருக்க தரை சீர்ச்சரிவாக அமைந்துள்ளது. ஆரம்ப நீர்மட்டத்திற்கு 2 m மேலேயுள்ள ஒரு பம்பியினால் 16 மீ/ச வேகத்தில் ஒரு மணித்தியாலத்தில் வெளியேற்றப்படுகிறது. முழு வேலையையும், மிகக் கூடிய வேலைவீதத்தை கிலோவாற்றிலும் காண்க. நீரின் அடர்த்தி kg/dm^3 எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

22. நிலத்திலுள்ள ஒரு பெரிய தாங்கியிலிருந்து நீர்மட்டத்திற்குமேல் 8 மீ உயரமுள்ள புள்ளியொன்றிற்கு 1.2 கன. மீ. நி. வீதத்தில் நீராணது பம்பப்படுகிறது. அது 5 சது. சமீ குறுக்கு வெட்டுள்ள குழாயிலிருந்து ஒரு கிடத்திவாலை (Horizontal jet) ஆக வெளிவருகிறது. உபகரணங்களின் வினைத்திறன் 60% ஆயின் பச்சிற்கு கொடுக்கப்படும் வலுவை கிட்டிய 1/10 kw இற்கு திருத்தமாகக் காண்க.

நீர்த்தாரையானது உடனடியாக நிலைக்குத்தான சுவருக் கெதிராக செங்குத்தாகப் பிடிக்கப்பட்டால், நீர் பின்னடிக்காத தாகக்கொண்டு சுவரில் உருநிறப்படும் விசையின் பருமனை நியூற்றனில் காண்க.

23. இருசம துணிக்கைகள் a & 2 நீளமான ஒரிழையால் தொடுக்கப்பட்டு a ஆரையுடைய நிலைக்குத்தான ஒரு அழுத்தக் குழாயின் மேற்பாகத்தில் ஒன்றாக வைக்கப்பட்டு மெதுவாக நகர்த்தப்பட்டன. இழைகள் இறுகியபின் அவற்றின் பொதுவேகம் $\sqrt{2ga\sqrt{2}}$ எனக் காட்டுக.

தாழ்வுப் புள்ளியில் அவற்றின் வேகங்களின் விகிதம் 0.6436 எனவும் காட்டுக.

24. A யானது மீள் தன்மையற்ற அழுத்தமான கிடைத்தளத்திலிருந்து h உயரமுள்ள ஓர் நிலைத்த புள்ளியாகும். ஒரு மீள் தன்மையற்ற நீட்ட முடியாத $l (> h)$ நீளமுள்ள இழையொன்றின் ஓர் முனை A க்கும் மறு முனை ஒரு பாரமான துணிக்கைக்கும் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கையானது, A யின் கிடைமட்டத்தில் இழை இறுக்கமாயிருக்கும் வண்ணம் ஓய்விலிருந்து வீடப்படுகிறது துணிக்கை-க 5

கையானது அடுத்த தளத்திலிருந்து $h^5/14$ உயரத்தில் கணநேரம் ஒய்விலிருக்கும் எனக் காட்டுக.

25. $3M$ திணிவுள்ள ஒரு பொருள் மாறாமையுடனே நேர் கோட்டில் செங்கையில் வெடித்து தன் திசைக்கு θ , $\pi/2$ — θ சாய்வுகளில் M , $2M$ திணிவுள்ள பாகங்களாகப் பிரிகிறது இவற்றின் வேகங்களைக் காண்க. உடைப்பின் பின் ஏற்பட்ட சக்தி $3/2Mv^2$ (சே θ) ஆயின், சே θ இன் உயர்வு இழிவுப் பெறுமானங்களைக் காண்க.

26. கிடைக்கு β சாய்வுள்ள தளத்தில் O இல் பொருத்தப் பட்ட துப்பாக்கி வாயொன்றின் வேகம் $\sqrt{2gh}$ மேல்நோக்கிய அதியுயர் சாய்வுக் கோட்டுடன் θ எனும் கூர்ங்கோணத்தை ஆக்கம் திசையில் OP அதியுயர் வீச்சமெனில் $OP = 2h/1 +$ சைன் θ இங்கு சைன் $\theta =$ கோணச θ சைன் β ஆகும்; கிடையுடன் $\pi/4$ எனும் கோணத்தில் சுடப்பட்ட குண்டு நீட்டப்பட்ட PO வை Q வில் $QO:OP = 17.8$ ஆகமாறு அடிக்கிறது எனின் தான் $\theta/3 = 1/5$ என நிறுவுக.

அதி குறைந்ததும் சாத்தியமானதுமான தளத்தின் சாய்வைக் காண்க.

27. l நீளமுள்ள ஒரு இழையில் ஒரு முனை ஒரு நிலையான ஒப்பமான கிடைக்கப்பியில் சுயாதீனமாக இயங்கக் கூடியதாகத் திணிவு M இதற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை மறு முனைக்கு இணைக்கப்படுகிறது. ஆரம்பத்தில் M திணிவு ஒய்விலிருக்க அதிலிருந்து துணிக்கை l தூரத்திலும் சுப்பியிலிருந்து $l/2$ ஆழத்திலும் பிடிக்கப்பட்டு விழவிடப்பட்டது. இழை நிலக்குத்தாக வரும்போது துணிக்கையின் வேகம் $(Mg/m+M)^{1/2}$ என நிறுவுக.

28. M திணிவுள்ள OC இந் சாய்ந்துள்ளதும் கிடையாக உராய்வின்றி பின்னடிக்கக் கூடியதுமான துப்பாக்கியிலிருந்து m திணிவுள்ள வொரு குண்டு சுடப்பட்டது. குண்டு வெளியேற்றப்படும் வேகம் பூமிக்குச் சார்பாக v ஆகும். வேகம் v ஆனது நிலத்துடன் அமைக்கும் கோணத்தைக் கண்டு: குண்டு வெளியேற்றப்படும் கணத்தில் துப்பாக்கியினதும், குண்டினதும் மொத்த இயக்கப்பாட்டுச் சக்தி

$$1/2 m [(சைன்^2 \theta + k கோணச^2 \theta) / சைன்^2 \theta + k^2 கோணச^2 \theta] v^2$$

எனக் காட்டுக இங்கு $k = M/M+m$.

29. l எனும் நீளமும், M எனும் திணிவுமுள்ளதும், இருமுனைகளும் மூடப்பட்டுள்ளதுமான நேரீய குழாயொன்று கிடைமேசையொன்றின்மீது சுயாதீனமாய் இயங்கவல்லது: குழாயானது தன் நடுப் புள்ளியில் m எனும் திணிவுடைய துணிக்கையொன்றைக்

கொண்டுள்ளது. குழாயின் உட்பரப்பு ஒப்பமாயிருக்க, துணிக்கையானது குழாய் வழியே v எனும் வேகத்துடன் எறியப்படுகின்றது. அது(துணிக்கை) மேசை தொடர்பாக $\left(\frac{Me^2 + m}{M+m}\right) v$ எனும் வேகத்துடனும், குழாய் தொடர்பாகத் தன் தொடக்கத் திசையிலும் இயங்கி

$$\frac{1}{2v} \left(1 + \frac{1}{c} \right)^2$$

எனும் நேரத்தின் பின்னர் குழாயின்

நடுப்புள்ளியைக் கடக்குமெனக் காட்டுக; இங்கு c என்பது துணிக்கைக்கும் குழாயின் இரு முனைகளில் ஒன்றுக்குமிடையிலான மீளமைவுக் குணகமாகும், இந்நேரத்தில் குழாய் எவ்வளவு தூரம் அசைந்துள்ளது?

30. கால்வாய்யொன்றிலிருந்து அதற்கு நிலைக்குத்தாய் மேலே 35 m உயரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளிக்கு, ஒரு பம்பிமூலம் நிமிடத்துக்கு 500 லீற்றர் என்னும் வீதத்தில் நீரை உயர்த்தி, 3 சதுர cm குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பளவுள்ள ஒரு தாசியாய் மூலம் வெளியேற்றப்பட வேண்டியுள்ளது. $g = 9.8 \text{ m செக்}^{-2}$ எனவும் 1 லீற்றர் நீர் = 1 kg நிறையுள்ளதெனவும் கொண்டு, பம்பியின் பரிவலுவைக் காண்க.

31. ஓர் ஏரியில் m இரா திணிவுடைய மோட்டாரிப்படகொன்றை நேர்பாதையொன்றிலே செல்கிறது. v அடி செக்கன்⁻¹ என்பது படகின் கதியாயும் λ என்பது ஓர் ஒருமையாயும் இருக்க, படகின் இயக்கத்திற்கு நீர்த்தடையானது $m > v$ ஆகும். படகிலுள்ள எஞ்சின் ஆனது, h எனும் ஒருமையான பரிவலுடன் இயங்குகிறது.

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\mu - 9v^2}{v}$$

எனும் சமன்பாட்டைப் பெறுக; இங்கு

$$\mu = \frac{550 \text{ hg}}{m}$$

ஆகும்

அ) படகானது ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டால், t நேரத்தில் v m செக்கன்⁻¹ எனும் அதன் கதியானது

$$v^2 = \frac{M}{\lambda} \left\{ 1 - 0^{-2\lambda t} \right\}$$

என்பதனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக. படகின் ஆகக்கூடிய கதி என்ன?

ஆ) படகானது கதி v அடி செக்கன்⁻¹ உடன் செல்லும்பொழுது எஞ்சினானது நிறுத்தப்படுமாயின் ஓய்விற்கு வருமுன்னர் அப்படகு

$$\frac{v}{\lambda} M \text{ தூரம் நகருமெனக் காட்டுக.}$$

32. ஒவ்வொன்றும் m எனும் திணிவுடைய சமமான கூடைகளை இரண்டு, ஒப்பமான நிலைத்த கப்பியொன்றின்மீது செல்லும் இலோசன நீளாக் கயிறொன்றினூற் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொன்றும் M எனும் திணிவுடைய A, B எனும் இரு குரங்குகள் கூடைகளில் அமர்ந்துள்ளன. ஆரம்பத்தில் தொகுதியானது ஓய்விலுள்ளது. குரங்குகள் A யும் B யும், கயிற்றின் சார்பாக முறையே u, v எனும் ஒரு சீரான கதிகளுடன் கயிற்றில் மேலே ஏறத் தொடங்குகின்றன. i) கயிற்றின் ஆரம்பக் கதிரையும் ii) கயிற்றின் ஆரம்பகூடியும் iii) கயிற்றிலுள்ள இழுவையையும் காண்க t எனும் நேரத்தில் குரங்குகள் A, B , ஒவ்வொன்றும் செல வழித்த சக்தி எவ்வளவாகும்?

33. வடகிழக்குத் திசையிலே செக்கனுக்கு $5\sqrt{3}$ மீற்றர் கதியிற் கிடையாகச் செல்லும் 200 g திணிவுள்ள பந்து ஒன்றின் இயக்கமானது, மேற்குக் கோணம் தான் $1\left(\frac{5}{13}\right)$

தெற்கான திசையிலே செக்கனுக்கு $\frac{65}{16}$ மீற்றர் கதியில் துடுப்பொன்றி அடியினால் மாற்றியமைக்கப்படுகிறது மேற்குத் திசையிலும் தெற்குத் திசையிலுமான பந்தின் வேகமாற்றக் கூறுகளைக்காண்க.

பந்துக்கும் துடுப்புக்குமிடையிலான தொடுகை $\frac{1}{64}$ செக்கன் நேரம் நிலைத்திருந்தால், துடுப்பினூற் பந்தின்மீது செலுத்தப்பட்ட சராசரி விசையானது மேற்குக் கோணம் தான் $1\frac{1}{4}$ தெற்கான திசையிலே 14×10^5 தைன் ஆகுமெனக் காட்டுக.

34. ஒரு தீயணைக்கும் இயந்திரம் தொட்டியொன்றிலிருந்து நீரை எடுத்து, 2 ச.மீ ஆரையுள்ள ஒரு வட்டமான குழாயினூடாக, அதே மட்டத்தில், செக்கனுக்கு 70 m வேகத்துடன் செலுத்துகின்றது. நீர்த்தாரையானது அதே வேகத்துடன் ஒரு நிலைக்குத்தான கவர்மீது செங்கோணமாக மோதுகின்றது. சுவரிலிருந்து நீரானது பின்னதைக்களில்லை. இயந்திரத்தின் பயன்படு பரிவலு அவ்விசையாக 835.5 kg நினை எனவும் காட்டுக. (ஒரு கன மீற்றர் நீரின் திணிவு 62.5 kg எனக் கொள்க.)

35. m_1 m_2 எனும் திணிவுகளை உடைய இரு துணிக்கைகள் முறையே v_1 v_2 எனும் வேகங்களுடன் ஒரு தேர்கோட்டின் வழியே செல்கின்றன மொத்த இயக்கப்பாட்டுச்சக்தி E ஆகவும் மொத்த உந்தம் p ஆகவும் அமைந்துள்ளன.

$$E = \frac{p^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \times (v_2 - v_1)^2$$

ஆகுமெனக் காட்டுக. கிடைமான நிலத்திலே சுயாதீனமாகப் பின்னடிக்கக்கூடிய, திணிவு m_2 கொண்ட பிரங்கி யொன்றிலிருந்து திணிவு m_1 உடைய ஒரு குண்டு கிடைமாகச் சுடப்படுகிறது. வெடிப்பின் விளைவாக E எனும் மொத்த இயக்கப்பாட்டுச் சக்தி ஏற்படுகிறது. குண்டின் ஆரம்ப வேகம்

$$\left\{ \frac{2m_2 E}{m_1(m_1 + m_2)} \right\}^{1/2} \text{ ஆகுமெனக் காட்டுக.}$$

36. ஒப்பமான கிடை மேசையொன்றின்மீது ஒரு முகம் தொட்டவண்ணம் திணிவு M உடைய ஒது சீரான கனமொன்று சுயாதீனமாக வழக்கவல்தை ஒடுக்கமானதும் ஒப்பமானதுமான துவாரம் (சுரங்கம்) ABC ஒன்று கனத்தினூடாகத் துளைக்கப்படுகிறது. துவாரமானது நிலைக்குத்தான மையக்குறுக்கு வெட்டுத்தள மொன்றில் அமைந்துள்ளது. துவாரத்தின் இரு முனைகளான A, C என்பவை ஒரே கிடைமட்டத்திலும் தளத்தின் எதிர்முகங்களிலும் அமைந்துள்ளன. A இலும் C இலும் அமைந்துள்ள துவாரத்திற்கான தொடலிகளும் கிடைமாக உள்ளன. திணிவு M உடைய துணிக்கையொன்று A இலிருந்து துவாரத்தினுள்ளே வேகம் u உடன் செலுத்தப்படுகிறது இத்துணிக்கையானது C இல் வேகம் v உடன் கனத்திலிருந்து வெளியேறுகிறது. சக்திக்காப்பு உந்தக்காப்பு ஆகிய கோட்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி v இற்கான கோவைகளைப் பெறுக.

v இனது இரு பெறுமானங்களில் எது பொருத்தமானது? உமது தெரிவுக்கான நியாயங்கூறி நிறுவுக.

37. ஒவ்வொன்றும் $50 \times 10^3 \text{ kg}$ திணிவுடைய 6 புகையிரதப் பெட்டிகளைக் கொண்ட புகையிரதமொன்றை, $90 \times 10^3 \text{ kg}$, திணிவு உடையவொரு எஞ்சினைது, பின்புறத்திலிருந்து தள்ளுகின்ற $60 \times 10^3 \text{ kg}$ திணிவுடையமற்றுமொர் எஞ்சினின் உதவியுடன், 98 இல் 1 எனும் சாய்வுவழியே மேளேக்கி இழுத்துச் செல்கின்றது. முன்னுள்ள எஞ்சினும் பின்னுள்ள எஞ்சினும் முறையே 330 kW, 270 kW வலுவைச் சில்லுகளில் வழங்கவல்லவை. உராய்வுத் தடையும் வளித் தடையும் நிறையின் $1/147$ எனக் கொண்டு, புகையிரதத்தின் ஆர்

முடுக்கல் அதன் கதி v கிலோமீற்றர்/மணி இற் காண்க. புகையிர தத்தின் கதியானது மணிக்கு 28.8 கிலோமீற்றரை மீறமுடியா தெனக் காட்டுக.

கதியானது மணிக்கு 24 கிலோமீற்றர் ஆகநிறுக்கும்போது இரண்டாறது புகையிரதப் பெட்டிக்கும் மூன்றாவது புகையிரதப் பெட்டிக்கும் இடையிலிருக்கும் இணைப்பிலுள்ள இழுவையைக் காண்க. [புனியீர்ப்பினுலான ஆர்முடுகல் 9.8 மீற்றர்/செக்கன்/செக்கன்ஆகும்]

38. i) ஞறுக்குவெட்டு 6000 mm^2 உள்ள கிடையான நீர்த் தாரை ஒன்று 80 ms^{-1} வேகத்துடன் நிலையான திசைக்குத்தான சுவரில் சாடுகிறது a) நீரை எறிவதற்குத் தேவையான வலு b) சுவரில் இருந்து நீர் பின்னதை அடையாது எனக் கருதி சுவரின் மேல் உள்ள உறுதிவிசை ஆகியவற்றைக் காண்க.

ii) m திணிவு உள்ள ஒரு குண்டு, M திணிவு உள்ள ஒரு நிலைத்த மரக்குற்றியை d தடிப்பத்துக்கு ஊடுருவுகிறது மரக்குற்றி அசைவதற்குச் சுயாதீனமாகவும், தடை சீராகவும், குற்றி நிலையாக இருந்தபொழுது இருந்த அளவிலும் தடை இருப்பின், ஊடுருவிய தடிப்பு $Md/(M+m)$ ஆக இருக்கும் எனக் காட்டுக

39. உந்தக் காப்புக் கோட்பாட்டைக் கூறுக.

M திணிவுள்ள ஒரு வெடிகுண்டு u அளவு வேகத்தோடு சென்று இரண்டு துண்டுகளாக வெடிக்கிறது. இவற்றில், $1/3 M$ திணிவுள்ள துண்டு ஒன்று ஆரம்ப இயக்கத்தின் திசையோடு கோணம் θ கோசை $^{-1} 1/3$ அமைத்து $2u$ வேகத்தில் செல்கிறது. மற்றைய துண்டின் கதியையும் காண்க.

இந்த வெடிப்பாக வெளியிடப்பட்ட அதிசுறைந்த சக்தியின் அளவைக் காண்க.

கணத்தாக்கு விசைகள், மீள்தன்மைப்

பொருள்களின் மொத்தல்

1. ஒப்பக் கிடைத்தளத்திலே ஒர்விவிருக்கும் M திணிவுடைய ஒப்பக் கோளமொன்று அதே தளத்தில் v என்னும் வேகத்துடனியங்கும் வேறோர் ஒத்த ஆரையுடைய ஒப்பக் கோளத்தினால் சாட்டப்பட்டது. இரண்டாவது கோளம் m திணிவுடையது. மோதும் கணத்திலே இடையம் v இன் திசையுடன் θ கோணத்திலுள்ளது மீளமைவுக் குணகம் c ஆயின் இயங்கும் கோளம் செங்கோணத்தினூடாகத் திருப்பப்படுமாயின், தான் $\phi = (eM - m) / (M + m)$ எனக்காட்டுக. மோதுகையால் இழந்த இயக்கப்பண்புச் சத்தியைக் கணிக்க.

2. m திணிவுடைய ஒப்பமான A எனும் கோளம் அதே ஆரையும் ஆனால் M திணிவுமுடைய ஒப்பமான நிலையான B எனும் கோளத்தை V எனும் வேகத்துடன் சாடுகின்றது. A இன் இயக்கத்திசை இடையத்துடன் θ எனும் கோணத்தை ஆக்குகின்றது. மீளமைவுக் குணகம் c ஆயும் மோதுகைக்குப்பின் A இன் திசை இடையத்துடன் θ கோணத்தையும் ஆக்கினால் தான் $\phi /$ தான் θ வை, e, m, M என்பவற்றில் எழுதுக. மோதுகையினால் இழக்கப்பட்ட இயக்கப்பண்புச் சத்தி $\frac{1}{2} [Mm / (M + m)] (1 - e^2) v^2$ கோணை θ எனக் காட்டுக.

3. A, B, C, D என்பன ஒப்பமான அடியும் சுவர்களுமுடைய கூடத்தின் செங்கதளத்தினுள் சிகளாகும், அதன்பக்கங்களின் நீளங்கள் $AB = DC = 10m$ ஆகவும் $BC = AD = 8m$ ஆகவும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. O என்பது AB இல் A இல் இருந்து $\frac{2}{3} m$ செங்குத்து தூரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியாகும். O இல் இருந்து சிறிய கோளவடிவான துணிக்கையொன்று நீட்டப்பட்ட AO உடன் தான் $-1 (\frac{1}{3})$ எனும் கோணத்தை ஆக்கும் திசையிலே $13\frac{1}{3} m$ செக் எனும் கிடைவேகத்துடன் எறியப்படுகின்றது இத்துணிக்கை BC, CD, DA, AB என்பவற்றைக் கொண்டுள்ள சுவர்களைத் தொடர்ச்சியாக முறையே X, Y, Z, P இல் அடிக்குமாயின் OX, ZY இற்குச் சமாந்தரமாகுமென்றும் XY, PZ இற்குச் சமாந்தரமென்றும் நிறுவுக. e என்பது மீளமைவுக் குணகம் $e = \frac{1}{2}$ ஆயின், துணிக்கை P இற்குவர எடுத்த நேரம் 3 செக் எனக் காட்டுக.

4. m_1, m_2 திணிவுடைய இரண்டு துணிக்கைகளை இலேசான நீளா இழையொன்றின் முனைகளுக்கிணைக்கப்பட்டு ஒப்பமான கிடையான மேசையின்மேல் இழை இறுக்கமாயிருக்கும்படி வைக்கப்பட்டுள்ளன. m_2 எனும் துணிக்கை இழையுடன் α எனும் கூர்ங்கோணத்தை ஆக்குமாறு v எனும் கிடைவேகத்துடன் m_1 இல் இருந்து விலக்கி எறியப்பட்டது.

m_2 எனும் துணிக்கை $m_2/(m_1+m_2)/v$ கோசை α எனும் கதியுடன் இயக்கத்திற்கிழுக்கப்படுமெனவும் இழுக்கப்பட்ட இயக்கப் பண்புச்சத்தி $E_0 = (m_1 m_2 v^2 \cos^2 \alpha) / 2(m_1 + m_2)$ எனவும் காட்டுக.

துணிக்கைகளை இழையினால் இணைக்கப்படாமலிருக்க நேராக m_1 ஐ நோக்கி v எனும் அதே கதியுடன் எறியப்படுகின்றது m_1 இற்கும், m_2 இற்கும் இடையிலுள்ள மீளமைவுக் குணகம் சைன் α இலும் குறைவாகவோ அல்லது அதிகமாகவோ இருப்பின் m_2 m_1 ஐ அடித்ததாகக் இழந்த இயக்கப்பண்புச்சத்தி அதற்கேற்ப E_0 இலும் பார்த்து அதிகமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ இருக்கும் எனக் காட்டுக.

5. ஒரு மீளமைவுப் பொருள் நிலைத்த ஒப்பமான தளத்தைச் சரிவாக அடிக்கிறது. மோதுகைக்கு முன்னும், பின்னும் இயக்கத்தின் திசை தளத்துடன் அமைக்குஞ் சாய்வு α, β ஆயின், $\beta = e$ தான் α எனக் காட்டுக. இங்கு e என்பது மீளமைவுக்குணகம்.

ஒரு கிடையான வட்டத்தட்டிற்கு அதன் ஓரத்தைச் சுற்றி ஒரு நிலைக்குத்தான விளிம்புண்டு. தட்டின் வழியே அதன் விளிம்பிலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து அப்புள்ளியிலுள்ள ஆரையுடன் α எனும் கோணத்தை ஆக்கும்படி ஓர் ஒப்பமான சிறிய கோளம் எறியப்படுகின்றது. அது இரண்டு மோதுகைகளின் பின் ஆரம்பப் புள்ளிக்கு வருமாயின் தாள் $2\alpha = e/1 + e + e^2$ என நிறுவுக.

6. முறையே m_1, m, m_2 திணிவுடைய A, B, C ஆகிய மூன்று சிறிய முத்துக்கள் கழுத்தணியை (Neck lace) அமைக்குமாறு 'a' நீளமுள்ள மூன்று நீளாவிழைகளினால் ஒன்றுக்கொன்று தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இக்கழுத்தணி ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசையின் மேலே B உம், C உம், 'a' தூரத்திலும் A என்பது BC இன் நடுப்புள்ளியிலிருக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளது. A என்பது BC இற்குச் செங்குத்தான கிடைத்திசையிலே u என்னும் வேகத்துடன் எறியப்பட்டிடு, இழைகள் இறுக்கமாகும் போது B இற்கும், C இற்கும் அளிக்கப்பட்ட (imparted) வேகத்தைக் காண்க. இழுக்கப்பட்ட இயக்கப்பண்புச் சக்தி.

$3m_1 m_2 u^2 / 2(2m_1 + 3m_2)$ எனவும் காட்டுக.

சத்திச்சமன்பாட்டை உபயோகித்து தொடரிப் பிரிவுகளிலே (Subsequent Motion) B உம், C உம் மோதலுக்கும்போது அவைகளின் சார்புவேகம் $\sqrt{2} m_1 u / [(m_1 + 2m_2)]^{1/2}$ எனக்காட்டுக.

7. A, B, C என்ற மூன்று சீரான, கோள ஒரே ஆரையுள்ள பிளியட் பந்துகளின் நிறைகள் முறையே m_1, m_2, m_3 ஆகும். அவை மையங்கள் ஒரே நேர்வரையிலும், A யுக்கும், C யுக்கும் இடையில் B இருக்குமாறும் ஒப்பக்கிடை பிளியட் மேசையிலே வைக்கப்பட்டுள்ளன. பந்து A என்பது ABC என்ற திசையிலே u என்ற வேகத்துடன் நேரடியாக B உடன் மோதுமாறு எறியப்படுகிறது. பின்னர் B எனும் பந்து C ஐ அடிக்கிறது. e, e' என்பன முறையே A, B இற்கும் B, C இற்கும் இடையிலுள்ள மீளமைவுக் குணகங்களாயின் இம் மோதுகைகளின் பின் A யினதும் B யினதும் வேகங்களை காண்க.

$m_1, m_3 (1 + e' + ee') < em_2 (m_1, m_2, m_3)$ ஆயின், அப்பந்து களித்கிடையே வேறு மோதல்கள் நடைபெறுதெனவும் நிறவுக:

m, m' திணிவுடைய இரண்டு சிறிய பந்துகள் கிடையான ஒப்பமான தரையில், சமாந்தரமான இரண்டு நேர்வரைகளில் வழியே முறையே u, u' என்ற ($u > u'$) கதியுடன் ஒரே (same) திசையிற் செல்கின்றன. இரண்டு பந்துகளும் நீளா இலேசான இழையினாலே இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இழை இதற்கும் காணப் போது சமாந்தரக் கோடுகளுடன் அது α என்ற கோணத்தை ஆக்குமாறு செல்வதற்குத்தக்க நீளமுள்ளது. இழைபிலுள்ள கணத்தாக்கிமுனை $[mm' (u - u') / (m + m)]$ கோண α எனவும் இழந்த இயக்கப் பண்புச் சத்தி,

$\frac{1}{2} [mm' (u - u) \cos^2 \alpha / (m + m')]]$ எனவும் நிறவுக.

9. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய P, Q, R ஆகிய மூன்று சிறிய பந்துகளை, M திணிவுடைய C எனும் துணிக்கைக்கு மூன்று சமமான இலேசான நீளா இழைகளினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இழை இறுக்கமாயிருக்கும்படி பந்துகள் ஒப்பமான கிடையான மேசையின் மேல் உள்ள சமமான முக்கோணியின் உச்சிகளில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கை C முக்கோணியின் மையத்திலுள்ளது. R எனும் பந்திற்கு CR உட்கு α ($< \pi/2$) கோணத்தை அமைக்கும்படி, α

திசையிலே J எனும் கணத்தாக்கு பிரயோகிக்கப்பட்டது. கணத்தாக்கிற்குச் சற்றுப்பின் பந்து R இன் வேகமென்ன? கணத்தாக்கத்தினால் பிறப்பிக்கப்பட்ட இயக்கப்பண்புச் சத்தி
$$J^2/2 \times [(2m+M)சைகி^2 a/m(3m + 2k)]$$
 எனக் காட்டுக.

10. மீள்தன்மையுடல்களின் மோதுகைக்குரிய நியூட்டனின் மீளமைவு விதிகளைத் தெளிவாகக் கூறுக.

ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய இரண்டு சிறிய கோள்கள் வட்ட வடிவிலுள்ள மெல்லிய ஒப்பமான குழாயினுள்ளே அசைவதற்குச் சுயாதீனமுடையன. M திணிவுள்ள அக்குழாய், அதன் தளம் கிடையாயிருக்கும்படி ஒப்பமான தரையில் ஒய்விலுள்ளது. கோள்கள் குழாயின் விட்டமொன்றின் முனைகளில் நிறுத்தப்பட்டு u எனும் ஒரே வேகத்துடன் ஒன்றை ஒன்று நோக்கி எறியப்பட்டன. உந்தத்தின் மூலமோ, சக்திச் சமன்பாட்டின் மூலமோ, அல்லது வேறு வகையானோ கோள்கள் மட்டுமட்டாக மோதவிருக்கும் போது குழாயின் வேகத்தைக் காண்க. கோள்களுக்கிடையிலுள்ள சார்பு அணுகும் வேகம், $2u\sqrt{[M/(2m+M)]}$ எனவும் காட்டுக.

கோள்களுக்கிடையிலுள்ள மீளமைவுக்குணம் e ஆயின் மோதுகையினால் இழக்கப்பட்ட இயக்கப்பண்புச் சத்தி என்ன?

11. M திணிவுடைய ஒரு வாளியும் m திணிவுடைய ஒரு கல்லும் a நீளமுடைய ஓர் இலேசான நீளக் கயிற்றினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. a யிலும் பெரிதான ஆழத்தையுடைய ஒரு கிணற்றின் அழுத்தமான விளிம்பிற்கு அண்மையில் வாளியிருக்கும்போது இவை ஓர் அழுத்தமான கிடைநிலத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. கயிறு நேராகவும் கிணற்றின் விளிம்புக்குச் செங்குத்தாகவுமுள்ளது பின்பு வாளி மெதுவாகக் கிணற்றுக்குள் தள்ளிவிடப்படுகின்றது. கிணற்றின் சுவர்கள் அழுத்தமானவையாயின், கிணற்றின் விளிம்பை கல்லு அடையும் போது அதன் வேகம் என்ன? கிணற்றின் விளிம்பை விட்டு நீங்கும்போது கயிற்றில் ஏன் ஒரு கணத்தாக்கக் குறுக்கம் இருக்கிறதென விளக்கி குறுக்கினால் ஏற்படும் இயக்கப்பாட்டுச் சத்தி நட்டம் $(mM^2ag) / (M+m)^2$ என நிறுவுக.

12. ஒரு நீளமான செவ்வட்ட உருளை வடிவுடைய பொட்டபாண்டம் (மூடியற்ற) l நீளத்தையும் M திணிவைமுடையது. அதன் மூடியமுனை மேன்முனமாகவிருக்க ஒரு மீள்தன்மையின்றிய கிடைநிலத்தின் மேல் அது கவிழ்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்வுருளையின் கீழ்முனை மத்தியிலிருந்து $u (> \sqrt{2gl})$ எனும் வேகத்துடன் நிலைக்குத்துத் திசையில் m திணிவுடைய ஒரு சன்னம் பாண்டத்தி

ஆகக் கூடப்பட்டது. பாண்டத்திற்கும் குகன்னத்திற்கும்டையில மீள் தன்மைக்குணகம் e ஆயின் பாண்டம் நிலத்தைவிட்டுக் கிளம்பும் வேகத்தைக் காண்க.

பாண்டந் தொடர்பாகச் சன்னத்தின் இயக்கத்தை மேற் கொண்டு அல்லது வேறு வழியாக,

$$u = 2l g \left(\frac{1 + \frac{M}{m}}{1 + 4e(1+e)} \right) \text{ ஆயின், பாண்டமும் சன்னமும் ஒரே கணத்தில் மீண்டும் நிலத்தையடையு மென நிறவுக.}$$

13. A, B எனும் இரு சிறிய பந்துகள் முறையே M, m எனும் திணிவுகளையுடையன. அவை a நீளமுடைய இலேசான விரியாதிருக்கும் ஓர் இழையினால் இணைக்கப்பட்டு, ஓர் அழுத்தமான கிடைமேசையில் $1 (< a)$ இடைத்தூரத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. AB என்பவற்றை இணைக்கும் நேர்கோட்டுக்குச் செங்குத்தாக u என்னும் கிடைவேகத்துடன் பந்து B அடிக்கப்படுகிறது. இழை இறுக்கமாகும்போது, அவ்விழையிலுள்ள கணத்தாக்கிழுவையைக் காண்க.

குலுக்கினால் ஏற்பட்ட இயக்கப்பண்புச் சக்திக் குறைவு $\frac{1}{2}(Mmu^2 \text{ கோசை}^2 a) / (m+M)$ எனக் காட்டுக.

இங்கு $a = \text{சைன்}^{-1} (1/a)$ ஆகும்.

A, என்ற இரு பந்துக்களின் திணிவு மையம் G. மேசையின் மீதுள்ள ஒரு நேர்கோட்டிற்கு செல்லும் என நிறுவி அதன் வேகத்தையும் காண்க.

14. $2l$ நீளமும், M திணிவுமுள்ள ஒரு நேர்குழாய் AB இன் குறுக்குவெட்டு, ஒரு சிறிய வட்டமாகும். அதனுடைய அச்ச கிடையாயிருக்க, அது ஓர் அழுத்தமான மேசையின்மேல் ஓய்வில் கிடக்கின்றது. m திணிவுள்ள ஓர் அழுத்தமான மாபின் அக் குழாய்க்குள் பட்டும் படாமலும் அசையக்கூடியதாகவுள்ளது. அந்த மாபிடு AB இனது நடுப்புள்ளியாகிய O இல் வைக்கப்பட்டு அக்குழாயின் A, B என்ற இரு அந்தங்களும் வட்டவடிவமான மூடிகளினால் மூடப்பட்டன. மூடி A க்கு AB எனும் திசையில் I எனும் கணத்தாக்கு பிரயோகிக்கப்பட்டது குழாய்க்குச் சார்பாக மாபிளின் இயக்கத்தைக் கொண்டு அல்லது வேறுவழியாக தொகுதியினது பின் நடைபெறும் இயக்கத்தில் மாபின் மூடி A யை அடித்தபின் குழாயின் மையம் O விற்குத் திரும்பிவர எடுக்கும் மொத்த நேரம் $MI/I \times (1 + 1/e)$ எனக் காட்டுக.

இதில் e என்பது மாபிசுக்கும் மூடிக்குமிடையிலுள்ள தன்னுருவடைதற் குணகம்.

மாபிசின் O விலிருக்கும் அதே கணத்தில் அக்குழாய் அதனுடைய முன்னைய நிலையிலிருந்து $\left[\frac{(1 + 1/e)}{(1 + m/M)} \right] \times 1$ தூரத்திலிருக்கும் எனக் காட்டுக.

15. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுள்ள 3 துணிக்கைகள் AB, BC என்னும் இரு நீளா இழைகளினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இழைகள் இறுக்கமாய் அடையுமாறு துணிக்கைகள் ஓர் அழுத்தக் கிடைமேசையில் வைக்கப்படுகின்றன. A, B, C_2 என்பது $\pi - 2$ ($2 < \pi/2$) இதற்குச் சமமான விரிகோணம். திசை BA இல் ஒரு கணத்தாக்கு I, A யிற்குப் பிரயோகிக்கப்படுகிறது. கணத்தாக்குப் பிரயோகித்த பின்னர் உடனடியாக A, B என்பவற்றின் வேகங்களை நிர்ணயித்து C இன் வேகம் I கோசை e/m ($4 - கோசை^2$) ஆகுமோவென்று சரி பார்க்க.

16. A, B, C எனும் மையங்களை யுடைய 3 அழுத்தமான சீரான சமமான பிலியட்டுப் பந்துகள், ஓர் அழுத்தமான கிடைமேசையிலுள்ளன. A, B எனும் பந்துகள் மிகவும் கிட்டவுள்ளன. $\angle ABC = \pi - a$ ($a < \pi/2$) C என்ற பந்து திசை CB இலே u என்ற வேகத்துடன் விசப்படுகிறது. அது பந்து B ஐ அடிச்சு, B ஆனது அதன்பின் A ஐ அடிக்கிறது. பந்துகளுக்கிடையேயுள்ள மிள்தன்மைக்குணகம் e ($0 < e < 1$) ஆயின், இம்மோதல்களுக்குப் பின்னர் B யினதும், C யினதும் வேகங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து $a \geq \cos^{-1} \left[\frac{(1-e)}{(1+e)} \right]$ ஆயின், அடுத்தடுத்து விரைந்து நிகழும் மோதல்கள் இரண்டேயிரண்டுதான் எனக் காட்டுக.

17. ஓர் அறைக்கு $2a$ பக்கமுள்ள $ABCD$ எனும் ஒரொப் பமான சதுரத் தரையும், ஒப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவர்களுமுண்டு. ஒரு சிறு பந்து, AB இன் நடுப்புள்ளியிலிருந்து AB உடன் 45° கோணம் ஆக்கும் திசையிலே வேகம் u வோடு எறியப்படுகின்றது. அப்பந்திற்கும் அச்சுவர்களுக்குமிடையேயுள்ள மிள்தன்மைக்குணகம் $1/2$ ஆயின், அப்பந்து AB ஐ மறுபடியும் அடிக்கும் புள்ளியைத் துணிக.

அப்பந்தின் முழுப்பாதை, சமாந்தரமான நேர்கோட்டுத் தொடைகள் இரண்டினைக் கொண்டுள்ளதெனவும் காட்டுக.

18. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுள்ள A, B, C, D, E எனும் ஐந்து துணிக்கைகள் ஒரே நீளமுள்ள நீட்டமுடியாத θ மெல்லிய இழைகளினால் அவ்வொழுங்கிலே தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவ்விழைகள் ஒரொழுங்கான அறுகோணியினது நான்கு அடுத்துள்ள பக்கங்களை ஆக்கிக் கொண்டிருக்கும்படி அத்துணிக்கைகள் ஒரொப்பமான மேசைமீது கிடக்கின்றன. AB க்குச் சமாதாரமான திசையிலும் போக்கிலும் I எனும் ஒரு கணத்தாக்கு C இற்குப் பிரயோகிக்கப்படுகின்றது. அக்கணத்தாக்கு பிரயோகிக்கப்பட்ட பின்பு C இன் வேகம் u ஆயும், B இன் C தொடர்பான வேகம் v ஆயுமிருந்தால், v அளக்கப்படும் போக்கைச் சார்ந்து A இன் வேகம் $u \pm v \sin \theta / 2$ ஆகுமெனக் காட்டுக. u, v என்பவற்றையும் அவ்விழைகளின் கணத்தாக்கிழைகளையும் I, m என்பவற்றிலே துணிக.

19. ஒரு மேசைமீது u எனும் வேகத்துடன் செல்லும் m திணிவுள்ள A எனும் ஒரு சிறு சீர்க்கோளமொன்று அம்மேசைமீது ஓய்விலுள்ளது. அதே ஆரையுள்ளதும், m திணிவுள்ளதுமான B எனும் வேடுகு சிறு ஒருசீர்க் கோளத்தோடு மோதுகின்றது. மொத்தல் நேரும் கணத்தில் அவ்விரு கோளங்களினது மையக் கோடு u உடன் கோணம் α ($0 \leq \alpha < \pi/2$) ஐ ஆக்குகிறது. மொத்தலினால் A இன் இயக்கத்தினை கோணம் θ வினால் திரும்புகிறது. எல்லாத் தொடுகைகளும் ஒப்பானவை என்றும், மீளமைவுக் குணம் e ஆகுமென்றும் எடுத்துக் கொண்டு, θ வையும், மொத்தலின் பின்னர் கோளங்களின் கதிர்களையும் துணிவதற்கு வேண்டிய சமன்பாடுகளை எழுதுக உமது சமன் பாடுகளிலிருந்து பின்வருவனவற்றை உய்த்தறிக.

i) $\alpha = 0$ எனின், $m > em$ அல்லது $m > em$ என்பதற்கேற்ப $\theta = 0$ அல்லது $\theta = \pi/2$ ஆகும்.

ii) $0 < \alpha < \pi/2$ எனின்,

$$\text{தான் } \theta = \frac{\text{சைன் } 2\alpha}{2m + M - eM} \quad \text{ஆகும்?}$$

$$\frac{\text{கோசை } 2\alpha}{M(1+e)}$$

[$2m + M - eM / M(1+e) - 1 = 2(m - eM) / M(1+e)$ என்னும் சர்வ சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தியோ அல்லது வேறு விதமாகவோ, $m < em$ எனின் α ஆனது 0 இலிருந்து $\pi/2$ இற்கு அதிகரிக்கும்போது θ ஆனது π இலிருந்து 0 இற்குக் குறையுமெனக் காட்டுக

20. ஒரு கிடைமேசைமீது வேகம் u உடன் இயங்கும் m_1 திணிவுள்ள ஒரு சீர்க்கோளமொன்று அம்மேசைமீது ஓய்விலிருக்கும் m_2

திணிவும் சம ஆரையும் கொண்டுள்ளதுமான வேறொரு சீர்க்கோளத்தடன் மோதுகின்றது. மோதும் கணத்திலே மையக்கோடாந்து m_1 இன் இயங்குந் திசையுடன் கோணம் α ஐ ($0 < \alpha < \pi/2$) ஆக்குகின்றது. m_1 இன் ஆரம்பத் திசையிலிருந்து மோதுகைக்குப் பின்னர் அதன் இயக்கத் திசையினது விலகல் θ ஆகும். அக்கோணங்களுக்கிடையே தன்னுருவடைவதற் குணகம் e ஆயின் உராய்வைப் புறக்கணித்து θ ஐத் துணிதற்குச் சமன்பாடுகளை எழுதுக. $e = 1/n$, $m_2 = nm_1$ ஆயுமிருந்தால், மோதுகைக்குப்பின் அக்கோளங்கள் செங்கோணங்களில் இயங்குமெனக் காட்டுக

21. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுள்ள நான்கு துணிக்கைகள் ஒப்பமான கிடைமேமைமீது வரையப்பட்டுள்ளன. ABCD எனும் செவ்வகத்தின் நான்கு உச்சிகளில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கை A ஆனது மற்றைய துணிக்கைகள் B, C, D என்பவற்றுடன் இலேசான நீளா இழைகள் AB, AC, AD என்பவற்றுலே இணைக்கப்பட்டுள்ளன. அவ்விழைகள் சற்று இறுக்கமாகவுள்ளன. I எனும் கணத்தாக்கு CA ஆற் குறிக்கப்படும் திசையிலே A இற்கு பிரயோகிக்கப்படுகின்றது. A ஆனது அக்கணத்தாக்கின் திசையிலேயே இயங்கத் தொடங்கின்றதென நிறவுக. இழை AC இன் கணத்தாக்கு இழுவையைக் காண்க.

22. கிடையுடன் கோணம் α ஆகும் ஒரு நிலையான தளத்திற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே இருந்து கைவிடப்பட்ட ஒரு பந்து கதி u உடன் அத்தளத்தோடு மோதி பின்னடைகின்றது. மீளமைவுக் குணகம் e எனக் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால், அப்பந்தின் முதலாம் மொத்தற் புள்ளியிலிருந்து இரண்டாவதன் தூரத்தைக் காண்க.

இரண்டாவது மோதுகையினால் விளையும் இயக்கப்பாட்டுச் சத்தியின் நட்டத்தையும் காண்க.

23. நீண்ட ஒப்பமான கிடைமேசையொன்றின் மேல் ஒரே கோட்டிலுள்ள மூன்று புள்ளிகளில் A, B, C என்னும் மூன்று சிறிய சமனான கோளங்கள் வைக்கப்பட்டுள்ளன. B, C என்பவைக் கிடையே யுள்ள தூரம் a அடி ஆகும். கோளம் A ஆனது u அடி செக். என்னும் வேகத்துடன் ABC என்னும் திசையில் எறியப்படுகின்றது. கோளம் A கோளம் B ஐ அடிக்கின்றது. (முதலாம் மோதுகை) பின்னர் கோளம் C ஐ அடிக்கின்றது. (இரண்டாம் மோதுகை) மீளமைவுக் குணகம் e ஆயின் இரண்டாம் மோதுகை நிகழ்ந்த உடனே அம் மூன்று கோளங்களினதும் கதிகளைக் காண்க;

இரண்டாம் மோதுகை திகழ்ந்து $8ea / [(1+e) (1-e) u]$ செக்கன்களுக்குப்பின் A ஆனது B ஐ அடிக்குமெனக் காட்டுக.

24. a நீளமுடைய ஒரு மீள்தன்மையின்றிய இலேசான இழையின் ஒரு முனை நிலையான புள்ளி A இற்குப் பொருத்தப் பட்டு, மறு முனையில் m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை கட்டப்பட்டுள்ளது. இத் துணிக்கையானது A இன் ஒரே மட்டத்திலும் $1/2 aV$ தூரத்திலும் பிடிக்கப்பட்டு பின்னர் விடப்படுகின்றது. துணிக்கை கண ஒய்வுக்கு வரும்போது, இழையானது நிலைக்குத்துடன் கோசை⁻¹ $1/8$ என்னும் கோணத்தை ஆக்கும் எனக் காட்டுக.

துணிக்கை கண ஒய்விலுள்ளபோது, அது இழைக்குச் செங்குத்தானதும் இழையின் தளத்திலுள்ளதுமான ஒரு அடியினால் தாக்கப்படுகின்றது. துணிக்கையானது A ஐப் பற்றி ஒரு முழுவட்டம் ஆக்குவதற்குப் போதுமான அடியின் மிகக்குறைந்த சாத்தியமான கணத்தாக்கத்தைக் காண்க;

25. முறையே m_1, m_2, m_3 திணிவுள்ள A, B, C என்ற மூன்று துணிக்கைகளும் ஒரு அழுத்தமான கிடைமேசைமேல் ஒரு நேர் கோட்டில் ஒய்விலிருக்கின்றன. A ஆனது u வேகத்துடன் B ஐ நோக்கி கிடையாக விசப்படுகின்றது. மோதுகையினால் A ஒய்விற்குக் கொண்டுவரப்படுகின்றது. B, C ஐ மோதுகின்றது. இதனால் B யும் ஒய்வுக்கு வருகிறது. C ஆனது ஒரு நிலைக்குத்தான சுவரை மோதி, பின்னடிப்பினால் B ஐ மோதி, B, A ஐ மோதி மீண்டும் இயங்கச் செய்கிறது. யாதும் துணிக்கைகளுக்கும், C இதற்கும் சுவருக்கும் இடையிலுள்ள தன்னுருவடைதற் குணகம் e ஆயின், $m_1 = em_2 = e^2m_3$ எனக் காட்டுக.

இறுதியாக எல்லாம் அசைவில் இருக்கும்போது துணிக்கைகளின் வேகங்களையும் காண்க.

26. m திணிவும் O மையமுமுடைய ஒரு அழுத்தமான அரைக்கோளம் தளது தளமுகம் ஒரு அழுத்தமான கிடைத்தரையில் கிடக்க ஒய்விலிருக்கின்றது. ஒரு சிறிய அழுத்தமான, m திணிவுள்ள கோளம் நிலைக்குத்தாக u வேகத்துடன் இயங்கி, அரைக்கோளத்தை P எனும் புள்ளியில் மோதி அதனைக் கிடையாக வழக்கச் செய்கின்றது. OP நிலைக்குத்துடன் a கோணத்தை ஆக்குவதுடன் e ஆனது இரண்டு கோளங்களுக்குமிடையிலுள்ள தன்னுருவடைதற் குணகமாகவும் இருப்பின், மோதுகையின் பின்னர், அரைக்

கோளத்தின் வேகத்திற்கு கோவையொன்றைப் பெறுக மோது கையின்பின் கோளத்தின் கிடைவேகம் அரைக்கோளத்தின் வேகத்திற்குச் சமமாயின், தான் $2a < 1/2e$ ஆகவிருப்பின் கோளம், P இனது மட்டத்திலிருந்து மேலெழும்பும் எனக் காட்டுக

27. n திணிவுள்ள மோதிரமொன்று நிலைப்படுத்தப்பட்ட அழுத்தமான கிடைக்கோலொன்றின் வழியே சுயாதீனமாக வழக்கவல்லது. l நீளமுள்ள, மெல்லிய நீட்டமுடியாத இழையொன்றின் ஒரு முனை மோதிரத்தில் பொருத்தப்பட்டு மறுமுனையில் n திணிவுள்ள துணிக்கையொன்று ஓய்வில் தொங்குகிறது. மோதிரத்திற்கு கோலின் வழியே, $m\sqrt{(8gl)}$ பருமனுள்ள கணத்தாக்கொன்று கொடுக்கப்படுகிறது கோலை அடையும் கணத்தில் துணிக்கையின் வேகஆர்முடுகலின் கிடைநிலை கூறுகளைக் காண்க.

28. n திணிவுடைய ஓர் துணிக்கை l நீளமான ஓர் இழையினால் n திணிவுடைய ஓர் சிறிய மோதிரத்திற்குத் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது மோதிரம் ஓர் ஒப்பமான கிடைக்கம்பியில் அசையக் கூடியதாகச் செலுத்தப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை கம்பியுடன் மோதிரத்திலிருந்து l கோசை a தூரத்தில் ஓய்விலிருந்து விழவிடப்படுகின்றது. இழை இறுகும்போது அதிலேற்படும் கணத்தாக்கிழுவையைக் கண்டு, இதனால் ஏற்படும் சத்தி நட்டம் $(Mngl + சைன்^3 a) (M + n கோசை^2 a)$ என நிறுவுக.

29. m_1 திணிவுள்ள ஒரு வானியானது ஒரு அழுத்தமான கப்பி மீது செல்லும் இழையின் மூலம் ஓர் எதிர் நிறுத்தியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்வெதிர் நிறுத்தியின் திணிவு m_2 ; n திணிவுள்ள ஒரு பந்தானது இவ்வானியினுள் போடப்படுகிறது பந்தானது வானியினுள் $e \cdot m_1 + m_2 / (1 - e)m_2 g$ நேரத்தின் பின் ஓய்வுக்கு வருமெனக் காட்டுக. இங்கு e ஆனது முதல் மொத்த லுக்குச் சற்று முன் வானிக்குத் தொடர்பான பந்தின் வேகமாகும். e தன்னுருவடைதற் குணகம் அத்துடன் பந்து வானியில் ஓய்வடைந்ததும் உடனடியாகத் தொகுதியின் வேகம்.

$$u = \frac{m_1 m_2 + e(m m_1 + m_1^2 - m_2^2)}{(1 - e)(m + m_1 + m_2)m_2} \quad v$$

இங்கு u = முதல் மொத்தலுக்குச் சற்று முன் வானியின் வேகம்.

30. நான்கு சமதிணிவுகள் ABCD எனும் ஓரிழையில் சமதூரங்களிலிணைக்கப்பட்டுள்ளன. இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாக இருக்கும் வண்ணமும் $\angle ABC = \angle BCD = 120^\circ$ ஆகும் வண்ணமும்

ஒரழுத்தம் கிடைமேசையில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஓர் உத்தம் I ஆனது A க்கு BAயின் திசையில் கொடுபட்டது. ABயில் உள்ள கணத்தாக்கிமுனை $15/28 I$ என நிறுவுக.

31. இரு சமகோளங்கள் ஒன்றை ஒன்று தொடுமாறு தொகை விடப்பட்டுள்ளன: இவற்றின் மையங்களை ஒரே கிடைக்கோட்டில் உள்ளன ஒரு கோளமானது அந்நிலைக்குத்தித் தளத்திலே சிறிதளவு தூரம் இழுக்கப்பட்டு மறு கோளத்தை u வேகத்துடன் டிக்குமாறு விடப்படுகிறது. மூன்றாவது மொத்தலின் பின் அதன் வேகம் $(1-e^3) u/2$ என நிறுவுக.

அத்துடன் பல மொத்தல்களின் பின் உள்ள மொத்த இயக்கச் சத்தியானது முதல் மொத்தலின் முன் இருந்த இயக்கச் சத்தியின் ஆரைப்பங்கை அணுகுமென நிறுவுக. இங்கு c இரு கோளங்களுக்கிடையேயான தன்னுருவடைதற்குணகம்.

32. ஒவ்வொன்றும் M திணிவுள்ள மூன்று சமதிணிவுகளை ஓர் ஒப்பமான கிடைமேசையீது ஒய்விலுள்ளன. P, Qக்கும் Q, R க்கு மாக அவை இரு நீட்டமுடியாத நீள இழைகளினுலிணைக்கப்பட்டு அவ்விழைகளின் இடைக்கோணம் $\alpha (< \pi/2)$ ஆகுமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன. Pக்கு RQவுக்கு சமரந்தரமாக V எனும் வேகம் கொடுபட்டது. இழைகள் இறங்கும்போது R ஆனது $V/(3+4\tan^2\alpha)$ எனும் வேகத்தைப் பெறுமென நிறுவுக. இரு இழைகளிலுமுள்ள கணத்தாக்கிமுனைகளையும் காண்க.

33. ஒரே ஆரையுடைய, B எனும் இரு ஒப்பமான சீர்க் கோளங்களின் திணிவுகள் முறையே m, km ஆகும் இவை ஓர் ஒப்பக் கிடைமேசையில் ஒய்வில் உள்ளன. Bஐ மையக்கோட்டுத் திசையுடன் 60° அமைக்கும் திசையில் அடிக்கத்தக்கதாக Aயானது U என்னும் வேகத்துடன் அடிக்கப்படுகிறது. தன்னுருவடைதற்குணகம் $1/2$ ஆயின் மொத்தலின் பின்னுள்ள B இன் வேகம் $3u/4(k+1)$ எனக் காட்டி Aயின் வேகத்தையும் காண்க.

மொத்தலின் பின் Aயின் இயக்கத் திசை Bயின் திசையுடன் $\tan^{-1}(\sqrt{3})$ எனும் கூர்ங்கோணத்தை அமைத்தால் k இன் பெறுமதியைக் கண்டு மொத்தலினால் ஏற்பட்ட சத்திநட்டம் $1/32 mu^2$ எனக் காட்டுக.

பி. சு. 7.

34. 2M திணிவுடைய ஒரு வானி ஓர் இலேசான இழையின் ஓர் முனைக்குக் கட்டப்பட்டுள்ளது. இழை நிலையான ஓர் கப்பிமீது சென்று பின் 2M திணிவுடைய அசையும் கப்பிக்குக் கீழ்ச் சென்று மறுமுனை நிலையான புள்ளி O விற்குக் கட்டப்பட்டுள்ளது. கப்பியுடன் பொருந்தாத இழைகளின் பகுதிகள் நிலைக்குத்தாகவுள்ளன. தொகுதி ஓய்விலிருக்கும்போது m திணிவும் மீள்தன்மைக்குணகம் e யும் உடைய ஓர் துணிக்கை u வேகத்துடன் வானிக்குள் நிலைக்குத்தாகப் போடப்படுகின்றது. துணிக்கை u வானியை அடித்து நிலைக்குத்தாக மேல் தெறிக்குமாயின் வானிக்குக் கொடுபட்ட வேகம் $3mu(1+e)/(2m+3M)$ எனக் காட்டுக.

வானிக்கும் துணிக்கைக்கும் இடையில் சணத்தாக்கம்.

$3mM(1+e)/(2m+3M)$ எனவும் திறவுக.

35. A, B என்ற ஒவ்வொன்றும் m திணிவுள்ள சர்வசமனான சிறு கோளங்கள் ஓர் அழுத்தக்கிடைமேசையில் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் மூலைகளில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. B யும் C யும் இறுக்கமான நீளா இழையொன்றினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. A, B யை நோக்கி u என்ற வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. A க்கும் B க்கும் இடையில் மீள்தன்மைக் குணகம் e ஆயின் ஏற்படும் இயக்கப்பண்புச் சத்தி நட்பம் $4/15mu(1-e^2)u^2$ எனக் காட்டுக.

36. A, B எனும் இரு சம அழுத்தக் கோளங்கள் ஓர் மீள்தன்மையற்ற இலேசான இழையாலிணைக்கப்பட்டு இழை இறுக்கமாயிருக்கும் வண்ணம் ஓய்விலுள்ளன. அதே திணிவுடைய C என்ற மூன்றாவது கோளமொன்று AC யுடன் கூர்ங்கோணம் சுவை அமைக்குந் திசையில் u வேகத்துடன் Bஐ நேரடியாக அடிக்குமாறு எறியப்பட்டது. கணத்தாக்கத்தினால் A க்குக் கொடுக்கப்படுக வேகம் $(1+e)u \cos \theta / (3+ \sin^2 \theta)$ என திறவுக.

இங்கு e தன்னுருவடைதற் குணகம்

A, B, C என்ற மூன்று சமகோளங்கள் AB, CB என்ற சம நீள இழைகளால் இணைக்கப்பட்டு ஓரழுத்தக் கிடைமேசை மீது கிடக்கின்றன. $\angle ABC = \pi/2$ ஆகும் சமதிணிவுள்ள நான்காம் துணிக்கையொன்று Bஐ மோதுமாறு AB யுடன் α எனும் கோணம் மைக்கும் திசையில் v என்ற வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. மோதல் நிகழும்போது மையங்களை இணைக்கும் கோடு v இன் திசையில் இருந்தது. நான்காவது துணிக்கை $2/3v(e-1/2)$ என்ற வேகத்துடன் மோதித் திரும்பும் எனக் காட்டுக. இங்கு e தன்னுருவடைதற் குணகம், மோதலின் பின் மற்ற கோளங்களின் வேகங்களையும் சத்தி நட்பத்தையும் காண்க.

38. பூரண மீள்தன்மையுள்ள A, B, C என்ற மூன்று கோளங்களின் திணிவுகள் முறையே — M, M, m ஆகும். ($M > m$) கோளங்கள் ஆரம்பத்தில் அவற்றின் மையங்கள் ஒரே நேர்கோட்டில் இருக்குமாறும் C ஆனது A க்கும் B க்கும் இடையிலிருக்குமாறும் ஓய்விலிருக்கின்றன. C, க்கு A ஐ நோக்கி மையங்களை இணைக்கும் கோட்டின்வழியாக ஒரு வேகம் கொடுக்கப்பட்டால் $M < (\sqrt{5} + 2)m$ ஆயின் C A யுடன் மோதி பின் B யுடன் மோதி பின் இரண்டாவது முறையாக A யுடன் மோதாது எனக் காட்டுக.

இரண்டாவது மோதலின் பின் மூன்று கோளங்களினதும் இயக்கச் சக்தியின் விகிதத்தைக் கண்டு, சக்தியிழக்கப்படவில்லை என்பதை வாய்ப்புப் பார்க்க.

39. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுள்ள இரு சம ஒப்பமான கோளங்கள் ஒன்றையொன்று முட்டிய வண்ணமும் ஒரே கிடைமட்டத்திலிருக்கும் வண்ணமும் நிலைக்குத்தான இரு இழைகளால் தொல்கவிடப்பட்டுள்ளன. மூன்றாவது சம கோளமொன்று இரு கோளங்களையும் சமச்சீராக மோதும் வண்ணம் நிலைக்குத்தாக u எனும் வேகத்துடன் விழுகிறது. மூன்று கோளங்களின் மையங்களும் ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் உள்ளன. மூன்று கோளங்களும் பூரண மீள்தன்மையுடையனவையாயின் விழும் கோளம் $5u/7$ எனும் வேகத்துடன் மோதித் திரும்புமென்றும், மற்ற இரு கோளங்களும் $2\sqrt{3}u/7$ என்ற வெளிநோக்கிய வேகத்துடன் இயங்க ஆரம்பிக்கும் எனவும் காட்டுக.

40. P, Q என்ற துணிக்கைகள் முறையே M, m திணிவுடையவை இவை ஒரு மெல்லிய & நீளமுள்ள -நீளா இழையால் இணைக்கப்பட்டு ஓர் அழுத்தக் கிடைமேசையில் &/2 தூரத்தில் ஒய்விலுள்ள துணிக்கை Q விற்கு ஒரு கிடைக் கணத்தாக்கு I, PQ விற்குச் செங்குத்தான திசையில் பிரயோகிக்கப்பட்டது. இழை இலகும் போது

i) P நிலையாக இருந்தால்

ii) சுயாதீனமாக இயங்கக்கூடியதாக இருந்தால் இழையில் கணத்தாக்கிழுவையையும், ஒவ்வொரு சந்தரீப்பத்திலும் சத்தி நடத்தையும் காண்க.

41. m, 2m, 3m என்ற திணிவுகளுடைய மூன்று துணிக்கைகள் ABC என்ற இலேசான நீளா இழையில் முறையே A, B, C என்ற புள்ளிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இத்தொகுதி AB இறுக்கமாகும் வண்ணம் ஓரழுத்தக் கிடை மேசையிலுள்ளது. C என்ற

துணிக்கை நீட்டப்பட்ட AB யுடன் θ எனும் கூர்நீர்கோணத்தை அமைக்கும் திசையில் B யிலிருந்து கிடைபாக எறியப்பட்டது துணிக்கை B, BC யுடன் φ என்ற கோணத்தை அமைக்கும் திசையில் இயங்க ஆரம்பித்தால் $\cot \varphi = 2 \cot \theta + 3 \tan \theta$ எனக் காட்டுக.

42. ஓர் அமுத்தமான தளத்தில் ஒரே நேர்கோட்டில் ஒரு குற்றியும் M திணிவுள்ள ஆப்பும் வைக்கப்பட்டுள்ளன. குற்றியானது ஆப்புக்கு அப்பாலாக $u \cot \alpha$ என்றும் மாறு வேகத்துடன் சென்று கொண்டிருக்கிறது. m திணிவுடைய ஓர் துணிக்கையானது ஆப்பின் மேல் நிலைக்குத்தாக v வேகத்துடன் போடப்படுகிறது. பின் நடக்கும் இயக்கத்தில் ஆப்பானது குற்றியை அடிப்பதற்குத் தேவையான நிறந்தகை $M < m \sec^2 \alpha$ எனக் காட்டுக. இதில் \sec துணிக்கைக்கும் ஆப்புக்குமிடையில் உள்ள தன்னுருவடைதற் குணகம்.

43. m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை ஒரு நீளா இழையால் ஒரு நிலையான ஒப்பமான கிடைக்கம்பியில் சுயாதீனமாக இயங்கக்கூடிய திணிவு M இற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது திணிவு ஒப்பிலும், வெவ்வேறு நிலைக்குத்தாகக் கீழேயும் இருக்கும்போது திடீரென கம்பிக்குச் சமாந்தரமான வேகம் v துணிக்கைக்குக் கொடுக்கப்படுகிறது. இழை தொய்யாதெனக் கொண்டு துணிக்கை கம்பிக்கு மேலாகச் செல்லா தென்றும் அதன் ஆரம்ப நிலையிலிருந்து $\frac{v}{2g} \frac{M}{(M + m)}$ எனும் அதிகுயர் உயரத்திற்கு எழும்பும் எனவும் காட்டுக.

44. m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை I நீளமுள்ள ஒளிழையால் O என்ற புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை O இன் மட்டத்திலிருக்கும் A என்ற புள்ளியிலிருந்து வீழவிடப்படுகின்றது. இங்கு $OA = I \cos \alpha$ ஆகும். இழை இறுகும்போது இழையிலுள்ள கணத்தாக்கத்தை கண்டு அடுத்த கணத்தில் இழையினிழைவை $mg [1 + 2 \cos^2 \alpha]$ எனவும் காட்டுக. கணத்தாக்கிலுலேற்பட்ட சத்தி நடட்டத்தையும் காண்க.

45. ABCD என்ற செவ்வகத்தின் மூலைகளில் ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய 4 துணிக்கைகள் வைக்கப்பட்டுள்ளன. இறுக்கமான இலேசான நீளாவிழைகள் Aற்கு Bயையும் Cற்கு D ஐயும் தொடுக்கின்றன. M திணிவுள்ள P என்ற துணிக்கை 2a நீளமுள்ள ஒரு நீளா இழையொன்றின் நடுப்புள்ளியில் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது P என்பது AB, CD என்பவற்றிற்கு நடுவே அவ்விழை சுருங்கும் வண்ணம் வைக்கப்பட்டு V என்ற வேகத்தை அவற்றிற்குச் சமாந்

தரமாகப் பெறுகிறது. இழை BPC இறுகியபின் P இன் வேகம்

$$V \text{ எனக் காட்டுக. (இங்கு } BC = 2b)$$

$$1 + \frac{4m(a^2 - b^2)}{M(a^2 + b^2)}$$

46. m திணிவுடைய 4 துணிக்கைகள் ஒரழுத்தக் கிடைமேசையிலுள்ள செவ்வகத்தின் உச்சிகள் ABCD யில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. Aயும் Bயும் Cயும் Dயும் முறையே சமநீள இழைகளினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்விரு சமாந்தர இழைகளின் இடைத்தூரம் 2a M திணிவுடைய 5ம் துணிக்கை BC யின் நடுப்புள்ளியில் வைக்கப்பட்டு ஒவ்வொன்றும் 3a நீளமுள்ள இரு தொய்ந்த இழைகளினால் Bக்கும் Cக்கும் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இத்துணிக்கை வேகம் Vயுடன்

→ →
ABDC க்குச் சமாந்தரமான போக்கில் எறியப்பட்டால் இழைகள் BE, CE இறுகும்போது M துணிக்கையின் வேகம் 5MV / (5M + 16M) எனக் காட்டுக.

47. M திணிவுள்ள α கோணமுள்ள. ஓர் ஆப்பு ஓர் அழுத்தக் கிடைத்தளத்தில் ஓய்விடுவது m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை நிலைக்குத்தாய் அதன் மேல் விழுந்து கிடையாகத் தெறிக்கிறது. தன்னுருவடைதற் குணகம் c ஆயின் $e = (1 + m/M) \tan^2 \alpha$ என நிறுவுக ஆப்பை அடிப்பதற்கு முன் H உயரம் விழுந்து ஆப்பைக் கிடைத்தளத்திலிருந்து h உயரத்தில் சந்திக்குமாயின் பின்னதைப் பின்னர் $4e^2 H > h$ ஆயின் துணிக்கை ஆப்பைத் திரும்ப அடிக்காது எனக் காட்டுக.

48. M திணிவுள்ள மூன்று சமதுணிக்கைகள் A, B, C இரு சம நீளமுள்ள இழைகளினால் இணைக்கப்பட்டு இழைகள் இறுகும் வண்ணம் கிடைத்தளத்தில் ஒரே நேர்கோட்டில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. நடுவில் உள்ள Bக்கு P என்ற கணத்தாக்கு ABC க்குச் செங்குத்தாய்க் கிடைத் திசையில் கொடுக்கப்படுகிறது. $\angle ABC = \theta$ ஆகும்போது AB அல்லது BCயின் கோண வேகம் $P/aM\sqrt{(2 + \cot^2 \theta)}$ என நிறுவுக. இங்கு α -இழைகளின் நீளம்.

49. A, B என்பன இரு ஒத்த அழுத்தமான கோளங்களின் மையங்களாகும். அவை ஓர் அழுத்தக் கிடைமேசையில் ஒன்றையொன்று தொடும் வண்ணம் வைக்கப்பட்டுள்ளன. C என்ற அவற்றை தொத்த இன்னொரு கோளம் AB இன் செங்குத்துச் சம வெட்டியின் திசையில் இயங்கி அவற்றை அடிக்கிறது. C யின் திரும்பற்கோணம் β என்பது தான் $\beta = 5(c - c') / \sqrt{3(4 - 3c - 3c')}$ என்பதாற் தரப்படுமெனக் காட்டுக. இதில் c, c' Cக்கும் மற்றக் கோளங்களுக்கும் இடையிலுள்ள தன்னுருவடைதற் குணகம்.

எறியொருள்கள்

1. கிடையுடன் θ எனும் சாய்வு கோணத்தை அமைக்கும் தளத்திலுள்ள 'O' எனும் புள்ளியிலிருந்து உயர் சாய்வுக் கோட்டி னூடாக செல்லும் நிலைக்குத்துத் தளத்திலே கிடையுடன் θ கோணத்தை அமைக்குமாறு துணிக்கையொன்று எறியப்படுகின்றது. துணிக்கை மீண்டும் தளத்தைச் செங்கோணத்திலடிப்பின் தான் $(\theta - \phi) = 1/2$ கோண ϕ எனக் காட்டுக.

தளத்தின் மாறுபாடும் சாய்விற் குத்தின் இழிவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

2. $t=0$ எனும் நேரத்தில் 'O' எனும் புள்ளியிலிருந்து கிடையுடன் α கோணம் எனும் சாய்விலுள்ள திசையிலே V எனும் கதியுடன் புளியிர்ப்பின் கீழ் துணிக்கையொன்று எறியப்பட்டது. t எனும் நேரத்திலே துணிக்கையின் நிலை P ஆயின் துணிக்கையின் பரவலைவுப் பாதைக்குப் P இல் உள்ள தொடலி O இன் ஊடாகச் செல்லும் நிலைக்குத்தை Q இலே சந்தித்தால் Q எனும் புள்ளியின் ஆர்முடுகலைக் காண்க. PQ இன் நடுப்புள்ளி அப்பரவலைவிற்கு O இலே உள்ள தொடலியிற் கிடக்கும் என்று காட்டுக.

3. ம திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை கிடைத்தளத்திலுள்ள O எனும் புள்ளியிலிருந்து 'u' தூரத்திலுள்ள $3g/4$ உயரமுள்ள சுவரைக் கடக்கும்படி O இல் இருந்து எறியப்பட்டது. எறியல் வேகத்தின் வர்க்கம் $2ga$ இலும் பாரீக்கக் குறையக் கூடாதெனக் காட்டுக.

4. l என்பது கிடையுடன் α என்ற சாய்விலிருக்கும் தளத்திலுள்ள A எனும் புள்ளிக்கூடாகச் செல்லும் மிக உயர் சாய்வுக் கோடு. (line of greatest slope) muzzle வேகம் u உடைய ஓர் ஏவுகணை சாய்தளத்தை l இலே A இற்குக் கீழேயுள்ள B என்னும் புள்ளியிற் தாக்கும்படி சுடப்பட்டது. AB இன் நீளத்தின் உச்சப் பெறுமானம் என்ன?

கடற்படைத்தளம் ஒன்று தங்கள் ஏவுகணைகளுக்கு V ($2gk$) என்ற muzzle வேகத்தைக் கொடுக்கும் பிரக்கிகளை உடையது. அப்பிரக்கிகள் கடல் மட்டத்திலிருந்து h என்ற உயரத்திற் பொருத்தப்பட்டிருப்பின் கடற்பளம் கிடைத்தளத்தோடு θ படக்கடிய உயர்விச்ச $Vk(k+h)$ எனக் காட்டுக;

5. m திணிவுடைய பேழை ஒன்று a ஆர உடைய வட்டவடிவமான ஒப்பமான குழாயினுள் சுயாதீனமாக அசையத்தக்கது, குழாய் அதன் தளம் நிலைக்குத்தாய் இருக்கும்படி வைக்கப்பட்டுள்ளது, பேழை மிகத் தாழ்ந்த புள்ளியிலிருந்து u என்ற கிடைவேகத்துடன் எறியப்படுகின்றது. $u^2 > 2ag$ எனின், பேழை குழாய் முழுவதும் சுற்றிவரும் எனக் காட்டுக. பேழையையும் குழாயின் மையத்தையும் இணைக்கும் கோடு மேன்முகநிலைக்குத்துடன் θ எனும் கோணத்தை ஆக்குப்போது பேழைக்கும், குழாய்க்கும் இடையிலுள்ள R என்ற தாக்கத்தைக் காண்க $2ag < u^2 < 5ag$ ஆயின் பேழை

$\theta = \text{கோசை}^{-1} \left[\frac{(u^2 - 2ag)}{3ag} \right]$ எனும் புள்ளியைக் கடக்கும்போது R இன் திசை மாறும் எனவும் காட்டுக.

6. பறவை ஒன்று கிடையுடன் α எனும் கோணச் சாய்வினுள்ள நேர்ப்பாதையில் u எனும் திரவ கதியுடன் வாடுகெகிப்பறக்கிறது பறவை அதன் பாதையில் A எனும் புள்ளியில் இருக்கையில் A இலிருந்து நிலைக்குத்தாக h எனும் தூரத்திலுள்ள B எனும் புள்ளியிலிருந்து கிடையுடன் θ எனும் கோணத்திலே v எனும் வேகத்திலே துப்பாக்கிக்குண்டொன்று சுடப்பட்டது. குண்டு பறவையை அடித்தால் பறவை தொடர்பான குண்டின் பாதையை அவதானிப்பதன் மூலமோ அல்லது வேறு வகையாலோ

(1) $v \text{ கோசை } \theta = u \text{ கோசை } \alpha$ (2) $\theta > \alpha$

(3) $v > \sqrt{2gh}$ கோசை α கோசை $(\theta - \alpha)$

எனக் காட்டுக. குண்டு பறவையை அடிக்கும் சார்புவேகம் என்ன?

7. h உயரமுடைய ஒரு கோபுரத்தின் உச்சியில் நிற்கும் ஒரு வேலையாள் A , ஒரு பொருளை u எனும் ஆரம்ப வேகத்துடன் கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து d தூரத்தில் நிலத்தில் நிற்கும் ஒரு வேலையாள் B க்கு எறிகிறான், u போதியளவு பெரிதாயின், அவன் அப்பொருளை இரு திசைகளில் எறியலாம் என நிறுவி, $u^2 = gd^2/h$ ஆயின், இவ்விரு திசைகளும் செங்கோணத்திலுள்ளன என நிறுவுக.

இந்நிபந்தனை திருப்தியாகும்பொழுது $d \geq \sqrt{3h}$ ஆயின், வேலையாள் B , பொருளை A க்குத் திருப்பி அதே ஆரம்ப வேகத்துடன் எறிய முடியுமென நிறுவுக.

8. ஒரு கோட்டைக்கு அணுகும் வழி, கிடையுடன் α சாய்வுடைய ஒரு சாய்தளமாகும். இச்சாய்தளத்தில் X என்ற புள்ளி ஒன்றில் ஒரு துப்பாக்கி நிலைப்பட்டிருக்கிறது. X இலிருந்து ஒரு துப்பாக்கி

கிக்குண்டு சாய்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக u வேகத்துடன் கடப் படுகிறது. துப்பாக்கிக்குண்டு சாய்தளத்தை Y என்ற புள்ளியில் அடிக்கிறது $XY = (2u^2/g)$ தான் α சீக α எனக் காட்டுக.

Y இல் வைக்கப்பட்டுள்ள அதே போன்றதொரு துப்பாக்கி அதே u என்னும் தொடக்க வேகத்துடன் எத்திசையிலும் கடக் கூடியது. $\alpha \leq \alpha_{சைன்^{-1}(1/3)}$ ஆயின் Y இலுள்ள துப்பாக்கியின் வீச்சுக்குள் X உள்ளதென நிறுவுக.

9. ஒரு செங்குத்தான நேரிய h உயரமுடைய மலைத்தொடர் ஒரு சமதரைக்குக் குறுக்கே செல்கிறது. மலைத்தொடரிலிருந்து கிடைத் தூரம் a இல் ஒரு பிரங்கியுள்ளது. பிரங்கிக்குண்டு பிரங்கி வாயிலிருந்து வெளியேறும் வேகம் u ஆயின், $(u^2 \geq g[h + \sqrt{(h^2 - a^2)}])$ ஆயின்ன்றி மலைத்தொடருக்கு மேலாகக் குண்டைச் சுடுவதற்கு அப்பிரங்கியால் இயலாதெனக் காட்டுக.

$u^2 = g[h + \sqrt{(h^2 + a^2)}]$ ஆயின், மலைத்தொடருக்கு அப்பால் பிரங்கிக்குண்டு சென்றடையக்கூடிய புள்ளி சமதரையில் ஒன்றே யொன்று மட்டுமே உண்டு எனக் காட்டி, அப்புள்ளிக்கும் பிரங்கிக்கும் இடையிலுள்ள தூரத்தைக் காண்க.

10. ஒரு சாய்தளத்தின் மீதுள்ள ஒரு புள்ளி P யிலிருந்து ஒரு துணிக்கையான அத்தளத்தின் உயர் சாய்வுக் கோடொன்றுக் கூடான ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்திலே வேகம் u உடன் எறியப்படுகின்றது. அவ்வுயர் சாய்வுக்கோட்டிலுள்ள வீச்சு P, Q வானது உயர்வாக இருத்தற்கு எறியற் கோணத்தை துணிக். அத்துணிக்கையானது அத்தளத்தை Q விலே அடிக்குப்போது அதன் வேகம் v ஆயின், புறமாற்றுத்திசையிலே அதே பரவளவுப் பாதையானது Q இலிருந்து வேகம் v யோடு எறியப்படும் ஒரு துணிக்கைக்கு அச் சாய்தளத்திலே உயர்வு வீச்சு QP ஐ தருமெனக் காட்டுக.

11. h உயரமான ஒரு நிலைக்குத்துக் கோபுரம் OA இனது உச்சி A இலிருந்து ஒரு துணிக்கையானது தரப்பட்ட ஒரு கதி v உடன் புயியீர்ப்பின் கீழ் எறியப்படுகின்றது. அத்துணிக்கையானது O இனூடான கிடைத்தளத்தை P இல் அடித்தால் $Op \leq v/g [\sqrt{v^2 + 2gh}]$ எனக் காட்டுக

Q என்பது துண்டம் OP இலுள்ள ஒரு புள்ளியாயின். Q ஐ அடைய அத்துணிக்கையானது இரு திசைகளில் எறியப்படலா மென்றும், எறியப்படக்கூடிய அவ்விரு திசைகளிடையே உள்ள கோணத்தின் இருகூறுக்கி கோணம் OAQ இன் இருகூறுக்கிச் செங்குத்தென்றும் காட்டுக.

12. O எனும் ஒரு சிறு மொருகி u எனும் வேகத்துடன் நிலைக் குத்தாய் மேல்நோக்கி எறியப்படுகின்றது. அப்பொருள்தான் அடையக்கூடிய அதி உயர்வான உயரத்தின் ஆரைவாசி உயரத்தை அடையுப்போது, வெடித்து A, B எனும் இரு சமபங்குகளாகப் பிரிகின்றது. அவ்வெடியின் வினைவினால் பாகம் A ஆனது கணநிலை ஓய்விலிருக்கின்றது. மற்றப்பாகமாகிய B இன் வேகம் இருமடங்காகின்றதெனக் காட்டுக.

பொருள் O இனதும், பாகங்கள் A, B ஆகியவற்றினதும் வேக நேர வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக. இரு பாகங்களின் வேகங்கள் சமனாகும்போது பாகம் A எறியப்பள்ளியை மட்டமாக அடையுமென உய்த்தறிக.

13. புவியிலுள்ள O என்னுமொரு புள்ளியிலிருந்து ஒரு வாணம் u எனும் கதியுடன் நிலைக்குத்தில் மேல்நோக்கிச் சுடப்படுகின்றது. அவ்வாணமானது புவியைவிட்டு எழுந்தவுடனே வெடிக்கின்றது. அதன் 'உடைபகுதிகள்' பல்வேறு திசைகளில் சிதறப்படுகின்றன. உடைபகுதிகள் எல்லாம் புவியின் மேற்பரப்புக்கு மேலே இருக்கும்வரையும் அவ்வுடை பகுதிகளின் திணிவுமையம் G ஆனது, u எனும் தொடக்க வேகத்துடன் g எனும் அமர்முடுகலுடன் நிலைக்குத்தாய் மேலே இயங்குமெனக் காட்டுக.

அவ்வாணம் வெடிக்கும்போது ஒரு உடைபகுதி மேன்முது நிலைக்குத்துடன் கோணம் θ ஆக்கும் திசையில் ($v < u$) எனும் G தொடர்பான கதியுடன் சிதறப்படுகின்றது. அதன் கிடைவிச்சக $\frac{2v}{g}$ ($u+v$ கோசை θ) சைன் எனக் காட்டுக.

$v = u/2$ ஆகிருக்க, G தொடர்பாக எல்லாத் திசையிலும் உடை பகுதிகள் சிதறப்பட்டால், வாணம் கடும் நிலையத்தில் வேலைசெய்யும் ஆட்கள் தொகுதியின் பாதுகாப்பான பிரதேசம், O எனும் மையமும் $u^2/2g$ ($2+$ கோசை ϕ) சைன் ϕ எனும் ஆரைய முடைய வட்டத்தின் புறப்பாகமாகும் எனக் காட்டுக.

இங்கு $\phi =$ கோசை $^{-1} (\sqrt{3}-1)/2$.

14. கிடையுடன் கோணம் β இல் சாய்ந்துள்ள தளமொன்றின் O எனும் புள்ளியொன்றிலிருந்து துணிக்கையொன்று நிலைக்குத்துடன் கோணம் θ ஆக்கும் திசையில் கதி u உடன் எறியப்படுகின்றது. அத்துணிக்கையானது O இற்கு மேலுள்ள P எனும் புள்ளியொன்றில் தளத்தை அடிக்கிறது. OP ஆனது தளத்தின் உயர் சாய்வுகோடொன்றாகும். OP எனும் தூரத்தைக்கண்டு u ஒரு நிலையான கணியமாக இருக்கையில் அத்தூரம் $\theta = \pi/4 - \beta/2$ ஆகும் போது மிகக்கூடியதெனக் காட்டுக.

15. நிலத்திலுள்ள O எனும் ஒரு புள்ளியிலிருந்து வேகம் v உடனும், கிடையுடன் கோணம் $(\theta < \pi/2)$ ஏற்றத்திலும், ஒரு துணிக்கை எறியப்படுகிறது. அத்துணிக்கையினது கடவையின் தளத்தில் O இலே கிடையாகவும், நிலைக்குத்தரகவும் எடுக்கப்படும் அச்சுக்கள் குறித்து அக்கடவையின் சமன்பாட்டைப் பெறுக. அதிலிருந்து உயரம் h உள்ளதும், O விலிருந்து தூரம் d உள்ளதுமான ஒரு மெல்லிய நிலைக்குத்தான நேர்ச்சுவர் ஒன்றின் மேலாகச் செல்லும்படி அத்துணிக்கையை எறிவதற்கு வேண்டிய நிபந்தனைகளைப் பெறுக.

$v^2 = 18gh/5$ ஆயுக் d ஆனது $12h/5$ இற்குப் பெரிதாயுமிருந்தால் எறியக்கோணம் எவ்வளவாயிருந்தாலும் அத்துணிக்கையை அச்சுவருக்கு மேலாகச் செல்லும்படி எறிய இயலாது எனக் காட்டுக.

16. $\sqrt{2gh}$ ஆரம்ப வேகத்துடன் வீசப்படும் பந்தொன்று எறிபுள்ளியிலிருந்து d தூரத்திலிருக்கும் நிலைக்குத்துச் சுவரை அடிக்கிறது. பந்தினால் அடிக்கப்படும் சுவர்ப்புள்ளி, எறிபுள்ளியிலிருந்து $(4h^2 - d^2)/4h$ எனும் உயரத்திற்கும் அதிகமாக இருக்க முடியாதென காட்டுக.

பந்தின் வீச்சிற்கு உள்படும் சுவர்ப்பரப்பு பரவளைவில் வரையறுக்கப்படும் எனவும் காட்டுக.

17. கிடையுடன் தான் $(\frac{1}{2})$ இல் சரிந்துள்ள கரடான சாய்தளத்தின் அதியுயர் சரிவுக் கோட்டிற்கு மேலே ஒரு துணிக்கையானது எறியப்படுகிறது. துணிக்கை எறிபுள்ளிக்குத் திரும்பும் போது அதன் வேகம் ஆரம்பவேகத்தின் அரைப்பங்காகும். தளத்திற்கும் துணிக்கைக்குமிடையிலுள்ள உராய்வுக் குணகத்தைக் காண்க.

துணிக்கை தனது முழுப்பிரயானத்திற்கும் $1\frac{1}{2}$ செக் எடுப்பின் ஆரம்ப வேகத்தைக் காண்க. [$g = 10 \text{ m/s}^2$ எனக் கொள்க.]

18. தரையிலுள்ள O இலிருந்து கிடையாக 16 m தூரத்தில் 12 m உயரமுள்ள நிலைக்குத்துச் சுவருள்ளது. சுவரை மட்டுமட்டாகக் கடக்க O இலிருந்து எறியப்பட வேண்டிய துணிக்கையின் அதிகுறைந்த வேகத்தைக் காண்க.

துணிக்கையானது இவ்வேகத்தில் எறியப்படுமாயின், அது மீண்டும் O இன் மட்டத்திற்கு வரும்போது, சுவரிலிருந்துள்ள தூரத்தைக் காண்க.

19. ஒரே நிணிவுள்ள இரு துணிக்கைகள், கிடையுடன் 30° இற் சாய்ந்துள்ள அதியுயர் சரிவுக்கோட்டில் 1 இடைத்தூரமுள்ள இரு புள்ளிகள் A, B இலிருந்து ஒரே கணத்தில் \sqrt{gl} வேகத்துடன்

எறியப்படுகின்றன. A, B க்கு மேலேயுள்ளது. A இலுள்ள துணிக்கை கிடையாக B ஐ நோக்கி வீசப்பட, B இலுள்ள துணிக்கை கிடையுடன் 60° இல் A ஐ நோக்கி வீசப்படுகிறது. துணிக்கைகள் மோது மென்றும் இரண்டும் ஒன்றாகச் சேர்ந்தால், சேர்ந்த திணிவு கிடைக்கு கீழே 30° இலுள்ள ஒரு திசையில் அசையத் தொடங்கும் எனவும் நிறவுக.

20. ஒரு துணிக்கையானது கிடைத்தரையிலுள்ள புள்ளி O இலிருந்து v எனும் வேகத்தில் ஏற்றக்கோணம் α உடன் வீசப்பட துணிக்கையானது O இலிருந்து x தூரத்திலும், தரையிலிருந்து y உயரத்திலுமுள்ள புள்ளி P இற்கூடாகச் செல்கிறது.

$$y = x \text{ தான் } \alpha - (gx^2/2v^2) \text{ சீக}^2 \alpha$$

(i) $x = 50 \text{ m}$; $y = 75 \text{ m}$; $v = 50 \text{ m/s}$ ஆயின், தான் α இன் இரண்டு சாத்தியமான பெறுமானங்களையும் காண்க. அடுத்த இரு வீசுகோடுகளுக்கூடாக அனுமதிக்கப்பட்டால், துணிக்கை நிலத்தை அடிக்கும் புள்ளிகளுக்கு கிடைப்பட்ட தூரத்தைக் காண்க.

(ii) $x = 80 \text{ m}$; $v = 8 \text{ m/s}$ ஆயின் y யின் அதியுயர் பெறுமானத்தைக் காண்க.

21. ஒரு போர்க்கப்பலானது V வேகத்துடன் முன்னேறுகிறது. ஒரு துப்பாக்கியானது கப்பலின் பின்னே எதிர்த் திசையை நோக்கி வைக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் வாய் கிடையுடன் α கோணத்தில் சாய்ந்துள்ளது. துப்பாக்கிக்குத் தொடர்பாக குண்டின் எறியல் வேகமானது v ஆயின் அதன் வீச்சு $2V/g$ சைன் α (v கோசை $\alpha - V$) எனக் காட்டுக. உயர் வீச்சுக்கான கோணத்தின் கோசைன், $[V + \sqrt{V^2 + 8v^2}] / 4v$ எனவும் காட்டுக.

22. ஒரு நிலைக்குத்தான h உயரமுள்ள ஒரு பாறை உச்சியிலிருந்து ஓர் எறியம் v என்ற வேகத்துடன் பாறையினடியிலிருந்து c தூரத்தில் கடலிலுள்ள ஒரு இனக்கை அடிக்குமாறு எறியப்படுகிறது. எறியக் கோணம் θ எனின் தான் θ இல் ஒரு சமன்பாட்டைக் காண்க.

இதிலிருந்தோ அல்லது வேறு வகையாலோ சாத்தியமான இரு திசைகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருப்பின் $h^2 = c^2$ என நிறவுக.

இச் சந்தர்ப்பத்தில் கிடைக்கு மேலாக எறியப்படும் பொழுது ஏற்றக் கோணம் தான் $-(b^2 + c^2)^{1/2} + c$ எனவும் கீழாக எறியப்படும்

h

போது இறக்கக் கோணம் தான் $\frac{1}{h}(b^2+c^2)^{1/2}-c$ எனவும் நிறுவிக்.

23. A, B என்பன வெளியில் d தூரத்திலுள்ள இரு புள்ளிகள் B யானது Aயின் மட்டத்திற்கு மேலேயுள்ளது. ஒரு துணிக்கை P, A யிலிருந்து Bஐ நோக்கி V என்ற வேகத்துடன் எறியப்படுகின்றது. அதே கணத்தில் Q என்ற சமதிணிவுள்ள துணிக்கை Bயில் ஒய்விலிருந்து விழவிடப்பட்டது. எந்த நேரத்திலும் Pயின் சார்பான Q யின் வேகத்தைக் கண்டு d/v என்ற நேரத்தில் துணிக்கைகள் மோதுமென நிறுவுக. மோதுகையின் பின்னர் துணிக்கைகள் இரண்டும் ஒன்றுக இணைந்து கிடைத்திசையில் அவை இயங்க ஆரம்பித்தால் அவ் ஆரம்ப வேகம் $\sqrt{V^4-4g^2d^2} / 2V$ எனக் காட்டுக.

24. ஒரு கல் ஒரு புள்ளியிலிருந்து $\frac{25\sqrt{2}}{8} m/s$ என்ற வேகத்துடன் மேல் நிலைக்குத்துடன் 45° கோணத்தில் எறியப்படுகிறது ஒரு செக்கனின் பின் கீழ் நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் 45° கோணத்தில் இரண்டாவது கல்லொன்று முதலாவது கல்லை அடிக்குமாறு என்ன வேகத்துடன் எறியப்பட வேண்டுமெனக் காண்க. இரண்டாவது கல் முதலாவது கல்லை $1/3$ செக்கனில் சந்திக்குமெனவும் காட்டுக.

25. கிடையுடன் α கோணமமைக்கும் தளத்திலுள்ள புள்ளி A யிலிருந்து ஒரு துணிக்கை V என்ற வேகத்துடன் எறியப்பட்டது. துணிக்கை A க்குக் கீழேயுள்ள புள்ளி B யில் விழுந்தது. AB அதிசுடிய பெறுமானத்தைப் பெறுவதற்குத் தேவையான எறியற் கோணத்தைக் காண்க. AB மிகப் பெரிதாயிருக்கும்போது துணிக்கையின் பாதையில் மிக உயர்ந்த புள்ளி H ஆகும். t_1, t_2 என்பன முறையே துணிக்கை A இலிருந்து H இற்கும் H இலிருந்து Bயிற்கும் செல்ல எடுத்த நேரங்களாயின் $2gt_1t_2 = V^2(1 + \sin \alpha)$ என நிறுவுக.

26. ஒரு பந்து α என்ற ஏற்றக்கோணத்தில் V என்ற வேகத்துடன் எறியற் புள்ளியிலிருந்து d என்ற கிடைத்தூரத்திலுள்ள அழுத்தமான ஒரு நிலைக்குத்துச் சுவரை நோக்கி எறியப்பட்டது. சுவரை அடித்த பந்து மீண்டும் எறியற் புள்ளிக்குத் திரும்பினால் தன்னுருவடைதற் குணகம் $gd / (V^2 \sin 2\alpha - d)$ என நிறுவுக.

27. ஒரு துணிக்கையானது கிடையுடன் α கோணத்தில் சாய்ந்துள்ள ஒரு தளத்தில் அடியிலிருந்து u வேகத்துடன் எறியப்படுகின்றது. இயக்கமானது அதியுயர் சரிவுக்கோடு செல்லும் தளத்தில் நிகழ்கிறது. துணிக்கை தளத்தைச் செங்கோணத்திலடிப்பின் $\tan \theta = \frac{1}{2} \cot \alpha$ என நிறுவுக.

இங்கு θ சாய்தளத்திற்கும் எறியல் திசைக்குமிடையிலுள்ள கோணம் சாய்தளத்தில் துணிக்கையின் விச்சு ($2u^2 \sec^2 \alpha$) / g ($1+3 \sec^2 \alpha$) என நிறுவுக.

28. ஒரு துணிக்கை V என்ற நிலைக்குத்து வேகத்துடன் α கோணமமைக்கும் ஒரு தளத்தின் ஒரு புள்ளியிலிருந்து எறியப்பட்டது. கீழ்க்கு விச்சு மிகப் பெரிதாயிருப்பதற்கு எறியற்கோணம் எவ்வாறிருக்க வேண்டுமெனக் காண்க இவ்வீச்சின் அந்தங்களிலுள்ள வேகங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனக் காட்டுக.

துணிக்கையின் பாதையில் அதியுயர் புள்ளியிலிருந்து கீறப்படும் நிலைக்குத்தக் கோடு இவ்வீச்சத்தை $\tan^2 \alpha / 2$; l என்ற விகிதத்தில் பிரிக்குமெனவும் காட்டுக.

29. ஒரு துணிக்கை O என்ற புள்ளியிலிருந்து θ எனும் ஏற்றக் கோணத்தில் u என்ற வேகத்துடன் எறியப்பட்டது துணிக்கை T என்ற இலக்கை அடிக்கிறது. OT என்பது கிடைக்குறேலே α இல் சாய்ந்துள்ளது.

$$u^2 \sec^2 \alpha$$

$$OT = \frac{u^2 \sec^2 \alpha}{g} [\sin(2\theta - \alpha) - \sin \alpha] \text{ என நிறுவுக.}$$

மற்றொரு துணிக்கை O விலிருந்து அதே வேகம் u உடனும் ஏற்றக்கோணம் ϕ உடனும் ($\phi > 0$), எறியப்பட்டது. இத்துணிக்கையும் Tஐ அடித்தால் $\phi = \pi / 2 + \alpha - \theta$ எனக் காட்டுக. இவ்விரு பரப்பு களுக்கிடையுள்ள நேர வித்தியாசம்,

$$2u \sec \alpha$$

$$\frac{2u \sec \alpha}{g} [\sin(\theta - \alpha) - \cos \theta] \text{ எனவும் காட்டுக.}$$

30. கிடையுடன் β கோணம் அமைக்கும் திசையில் மேல் நோக்கி u என்ற சீரான வேகத்துடன் ஒரு நேர்கோட்டில் ஒரு பறவை பறக்கிறது. பறவை கிடைத்தரையிலிருந்து நிலைக்குத்தாக h உயரத்தில் இலக்கும் போது ஒருவன் α ஏற்றக்கோணத்தில் ஒரு கல்லை எறிகிறான்.

$$\sqrt{2gh}$$

$$\tan \alpha \geq \frac{\sqrt{2gh}}{u} \sec \beta + \tan \beta \text{ ஆக இல்லாமலிருப்பின் எறியல்}$$

வேகம் யாதாயினும் கல் பறவையை அடிக்கமுடியாதெனக் காட்டுக. கல் பறவையைக் கிட்டத்தட்ட மருவிச் சென்றால் பொதுவாகப் பறவை மீண்டும் அடிபடும் எனக் காட்டுக.

31. m திணிவுள்ள ஓர் துணிக்கை ஒரு அழுத்தக் கிடைத்தளத்திலுள்ள M திணிவுடைய ஒரு கனக்குற்றியை நோக்கி V வேகத்

துடன் α ஏற்றக் கோணத்தில் எறியப்படுகிறது. அது குறிதியில் அடித்து எறியற் புள்ளிக்குத் திரும்புமாயின் எறியற் புள்ளிக்கும் குறிக்கும் ஆரம்பத்தில் இருந்த இடைத்தூரம்,

$$V^2 (Mc - m)$$

சைன் 2α என நிறுவுக:

$$g \frac{M}{1+e}$$

32. ஒரு பாரமான துணிக்கையானது P வேகத்துடனும் α சாய்விலும் O எண்ணும் ஒரு புள்ளியிலிருந்து எறியப்பட்டது. O வினாடாக கிடையாசவும் நிலைக்குத்தாசவும் ஆள்கூற்று அச்சுகள் எடுக்கப்படின் துணிக்கையின் பாதையின் சமன்பாடு,

$$(gx^2 + ky^2 = c)$$

$$y = x \text{ தான் } \alpha = \frac{c}{2u^2}$$

பாதையின் குறித்த புள்ளி (x_1, y_1) இனாடாகச் செல்லும் வண்ணம் எறியக்கூடிய கோணங்கள் α_1, α_2 ஆயின், தான் $(\alpha_1 + \alpha_2) = - (x_1/y_1)$ என நிறுவுக.

33. A, B என்பன நிலமட்டத்திற்கு மேல் a, b எனும் உயரங்களிலும் AB = c ஆகுமாறும் உள்ள இரு புள்ளிகளாகும்.

$$u^2 \geq g(a + b + c)$$

ஆயினன்றி u எனும் வேகத்துடன் நிலத்திலிருந்து AB என்பவற்றுக்கிடாகச் செல்லுமாறு ஒரு கல்லை எறிய முடியாது எனக் காட்டுக.

34. OX, OY ஐ கிடை நிலைக்குத்து அச்சுகளாகக் கொண்டால் p எனும் புள்ளியின் ஆள்கூறு (x, y) ஆகும். Oவில் இருந்து u வேகத்துடன் எறியப்படும் துணிக்கை ஒன்று P இனாடாகச் செல்லுமாறு இரண்டு பாதைகளால் எறியப்படலாம் என நிறுவி அவ்விரு பாதைகளும் Pயில் செக்குத்தில் வெட்டின் u, x, y என்பவற்றுக்கிடையில் ஒரு தொடர்பைப் பெறுக.

35. ஒரு விமானமானது v எனுஞ் சீரான வேகத்துடன் h எனும் ஒருமை உயரத்திற் பறக்கின்றது. அவ்விமானம் துப்பாக்கியொன்றுக்கு நேர்மேலாகச் சென்றபின், விமானத்தை நோக்கி நேரிலக்காக துப்பாக்கி சுடப்படுகிறது; அப்பொழுது துப்பாக்கியிலிருந்து நோக்குகையில் விமானத்தின் ஏற்றக்கோணமானது α ஆகும். குண்டின் தொடக்க வேகம் kv சேக α , ($k > 1$) எனில்,

$$\alpha \text{ தான் } -1 \left(\frac{1}{v} \sqrt{\frac{gh}{2(k-1)}} \right) \text{ என இருப்பின் குண்டானது விமானத்தைத் தாக்குமெனக் காட்டுக.}$$

36. சாய்வு α ஆகவுள்ள ஒரு சாய்தளத்தின்மீது, அதன் அடியிலிருந்து நிலைக்குத்துக்கு β எனும் கோணத்திற் சாய்ந்துள்ள திசையில், வேகம் u உடனே எறியப்பட்ட துணிக்கையின் விச்சகக் காண்க. h உயரமுடைய சுவரொன்றினால் குழப்பட்ட விளையாட்டு மைதானமொன்றிலுள், சுவரிலிருந்து θ தூரத்திலுள்ள ஒரு வெளிப் புள்ளியிலிருந்து ஒரு பந்தானது எறியப்படவுள்ளது. அது எறியப்படவேண்டிய மிகக்குறைந்த வேகம் யாது? அவ்வாறு அது எறியப்படுமிடத்து மைதானத்தினுள் எவ்வளவு தூரத்தில் அது விழும்?

37. ஒரு றப்பர்ப் பந்து ஒய்விலிருந்து z m. தூரம் நிலைக்குத் தாய் விழுந்து கிடைக்கு. — ஆரையன் கோணத்திற் சாய்ந்துள்ள

ஒரு கூரையுடன் மேதுகிறது. கூரையின் கீழ் ஓரத்திலிருந்து முதலாம் மொத்தற் புள்ளியின் தூரம் 8 மீற்றரிலும் பார்க்கக் கூடிய தாயிருப்பினும், பந்துக்கும் கூரைக்குமிடையிலான மீளமைவுக் குணகம் $\frac{1}{2}$ ஆயினும், பந்தானது முடிவிலே கூரைவழியே கீழ் நோக்கி உருளுமெனக் காட்டுக.

38. O எனும் ஒரு புள்ளியில் இருந்து கிடையுடன் சாய்வுக் கோணம் θ கொண்ட திசையிலே துணிக்கையொன்று கதி u உடன் எறியப்படுகிறது, துணிக்கையின் பாதையானது, O இனூடாக கிடையுடன் கோணம் α ($< \theta$) அமைக்கும் நேர்கோட்டை R எனும் புள்ளியொன்றில் சந்திக்கிறது. R ஆனது O இன் மட்டத்திற்கு மேலோ அல்லது கீழோ அமைகதைப் பொறுத்து, தூரம் OR ஆனது முறையே

$$\frac{2u^2 \text{ கோசை } \theta \text{ சைன் } (\theta - \alpha)}{9 \text{ கோசை}^2 \alpha} \quad \text{அல்லது} \quad \frac{2u^2 \text{ கோசை } \theta \text{ சைன் } (\theta + \alpha)}{9 \text{ கோசை}^2 \alpha}$$

இனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.

u, α என்பவை நிலையான கணியங்கொள்ளக் கொண்டு, தூரம் OR ஆனது ஆகக்கூடிய அளவினதாயிருக்க, θ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. கோட்டின் கீழ்நோக்கிய ஆகக்கூடிய தூரமானது மேல்நோக்கிய ஆகக்கூடிய தூரத்தின் மும்மடங்குக்குச் சமனாயின் α ஐக் காண்க.

39. u, v, a, w என்பன ஒருமைகளாகவும், i, j என்பன xOy தளத்திலுள்ள Ox, Oy எனும் இரு துணிக்கைகளின் தானக்காவின $r_1 = uti + vtj$,
 $r_2 = (a \times ut \times \text{கோசை } wt) i + (vt + a \text{ சைன் } wt) j$
 என்பனவறினால் தரப்படுகின்றன.

நேரம் t யில் P, Q என்பனவற்றின் வேகங்கள், ஆர்முதிகங்கள் ஆகியவற்றைக் காண்க P தொடர்பாக Q ஒரு வட்டத்தை வரைகிறதெனவும், P, Q என்பனவற்றின் தானங்கள் ஆவர்த்தன முறையில் பொருந்துகின்றவெனவும் நிறுவுக. P, Q ஆகியவை பொருந்தும் போது அவற்றின் இயக்கத் திசைகளுக்கு இடையிலான கோணத்தைக் காண்க.

40. ஒரு ஒப்புரவான சாய்தளத்தின் அடியான A இல் இருந்து ஒரு துணிக்கை அதிகூடிய சரிவுக்கோடு A இன் ஊடாகக் கொண்ட நிலைக்குத்துத் தளத்தில் v வேகத்தோடு எறியப்படுகிறது. தளம் கிடைக்கு கோணத்தினூடாகச் சாய்ந்துள்ளது துணிக்கை தளத்தை செங்குத்தாக B இல் தாக்குகிறது. தொடக்க வேகம் AB உடன் θ கோணத்தை அமைத்தால் கோண θ கோண $\alpha = ?$ எனக் காட்டுக. AB ஐக் காண்க.

இத்துணிக்கை B இல் இருந்து பின்னதை அடைந்து தளத்தை A இற்கும் B ற்தம் இடையிலுள்ள C புள்ளியில் பின்னர், தாக்குகிறது. தளத்துக்கும் துணிக்கைக்கும் இடையிலுள்ள மீளமைவுக்

BC

குணம் e எனின் $e^2 = ?$ எனக் காட்டுக.

AB

41. n எனும் பருமனுடைய ஒருமை வேகத்துடன் h எனும் ஒருமை உயரத்திற் பறக்கின்ற ஒரு விமானம் துப்பாக்கி நிலைய மொன்றை நேர் மேலாகக் கடக்கின்றது, துப்பாக்கிக் குண்டொன்று விமானத்தைத் தாக்கவேண்டுமெனில், விமானமானது துப்பாக்கி நிலையத்துக்கு நேர்மேலாகச் செல்லும் கணத்திலே சுடப்பட வேண்டிய குண்டின் இழிவான துப்பாக்கி வாய் வேகமென்ன? இதற்குப் பொருத்தமான ஏற்றக் கோணமென்ன?

அலகு 5

வட்டத்தின் வழியே இயக்கம்

✓ 1. m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று இலேசான 'a' நீளமுடைய நீள இழையொன்றின் ஒரு முனைக்கிணைக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் மற்றுமுனை O எனும் நிலையான புள்ளிக்கிணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை O இற்குக் கீழே நிலைக்குத்தாக 'a' தூரத்திலுள்ள A எனும் புள்ளியிற் சமநிலையில் இருக்கும்போது அதற்கு 'u' என்னும் கிடைவேகம் கொடுக்கப்பட்டது. $u^2 > 5ag$ ஆயின், அத்துணிக்கை நிலையான பூரணமான ஒரு வட்டத்தில் திரும்பச் சுற்றிவருமெனக் காட்டுக.

$u^2 = 7/2ag$ ஆயின், இழைமேல் நிலைக்குத்துடன் 90° கோணத்தை அமைக்கும்போது துணிக்கை மேற்குறிப்பிட்ட வட்டத்தை விட்டு நீங்கிப் பின்னர் A இலே இழையிறுகும்வரை ஒரு பரவளைவில் செல்லுமென நிறுவுக.

2. ஆரை a உடைய மெல்லிய ஒப்பமான நீலையான கோள வொட்டின் உச்சிப் புள்ளியிலே m திணிவுடைய சிறிய பேழை ஒய்வி லுள்ளது. அது கிடைத்திசையிலே மெதுவாக இடம் பெயர்க்கப் படுமாயின் தொடர்பு பிரிவரிசையிலே பேழையை ஒட்டின் மையத் திற்கு இணைக்கும்கோடு மேல் நிலைக்குத்துடன் θ என்ற கோணத்தை அமைக்கும்போது, பேழைக்கும் ஒட்டிற்கும் இடையிலுள்ள மறு தாக்கமென்ன? $\theta = \text{கோசை}^{-1} 2/3$ ஆகவிருக்கும்போது பேழை ஒட்டிலிருந்து விலகும் எனக் காட்டுக. பேழை ஒட்டினுள்ளே வைக்கப்பட்டு, உச்சிப்புள்ளியிலிருந்து u எனும் கிடைவேகத்துடன் எறியப்படுமாயின் ($u \geq \sqrt{ag}$) அது பர்ப்பை விட்டகலாது எனக் காட்டுக $u^2 < ag$ ஆயின், பேழையின் பாதை, ஒட்டின் மீண்டும் கோசை $\theta = (\frac{3u^2}{ag} - 1)$ இன்ற கொடுக்கப்படும் புள்ளியிற் சந்திக்கும் எனக் காட்டுக.

3. ஒரே கிடைமட்டத்தில் $2l$ கோசை α எனும் தூரத்திலுள்ள A, B எனும் நிலைத்த புள்ளிகளுக்கிணைக்கப்பட்ட ஒவ்வொன்றும் l நீளமுடைய CA, CB ஆகிய இரண்டு இலேசான நீளாவிழை களினால் m திணிவுடைய C எனும் வளையமொன்று தொங்க விடப்பட்டுள்ளது. வளையம் சமநிலைத்தானத்திலிருந்து A C B எனும் தளத்திற்குச் செங்குத்தான கிடைத்திசையிலே u எனும் வேகத்துடனெறியப்படுகின்றது. வளையம் l சைன் α என்னும் ஆரையுடைய நிலைக்குத்தான பூரண வட்டத்திற் சுற்றுகின்றது. C இல் இருந்து ABக்கு வரையுஞ் செங்குத்து கீழ்நோக்கிய நிலைக் குத்துடன் 0° கோணத்தை ஆக்கும்போது இழைகளிலுள்ள இழு வைகளைக் கண்டு $u^2 \geq 5gl$ சைன் α எனக் காட்டுக.

வளையம் அதன் பாதையிலுள்ள மிகத்தாழ்ந்த புள்ளிக்கருத் திருக்கும்போது இழை அறுகின்றது. $u^2 = gl$ கோதா α கோசை α ஆயின் வளையம் l கோசை α ஆரையுடைய கிடைவட்டத்திற் சுற்றுமெனக் காட்டுக.

4. ஒரு சிலிங்கிலுள்ள ஒரு சிறிய அழுத்தமான துவாரம் O வினூடாகச் செல்லும் ஓர் இலேசான நீளாவிழையில் m திணி வுடைய ஒரு சிறிய மணி B கட்டப்பட்டுச் சுயாதீனமாகத் தொங்க விடப்பட்டுள்ளது. இழையின் மறுமுனை M திணிவுடைய ஒரு சுமை பி. சு. 9

L உடல் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சுமை சீலிங்கின் சுரடான மேற்பரப்பில் O லீலிருந்து சிறு தூரத்திலுள்ளது. (OL கிடையிலுள்ளது) இழை இறுக்கமுற்றிருக்க மணி B சீலிங்கிற்கு மட்டாகக் கீழேயுள்ள ஒரு புள்ளியில் ஓய்விலிருந்து விடப்படுகிறது. மேல்வரும் B இன் இயக்கத்தில் சுமை L ஓய்விலிருந்து $OB = l$ ஆயின், கிடையுடன் OB ஆக்குங்கோணம் θ ஆகும் போது இழையிலுள்ள இழுவிசையைக் காண்க.

இதிலிருந்து அம்மணி அரைவட்ட விற்களை வரையின் $\mu > 3m/M$ என நிறுவுக இங்கு μ , சுமை M - சீலிங்கின் உராய்வுக் குணகம்.

5. ஒரு திறப்பிசின் (Trapeze) சட்டப்படல் ஒவ்வொன்றும் 22 நீளமுடைய A, B, C என்பவற்றில் அழுத்தமாகப் பொருத்தப்பட்ட BC, CA, AB என்னும் மூன்று இலேசான மெல்லிய சட்டங்களைக் கொண்டுள்ளது. ஒரு சர்க்கல் அரங்கில் A என்னும் உச்சியிலிருந்து அது கயாதினமாகத் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொன்றும் n திணிவுள்ள, P, Q என்னுமிரண்டு சிறிய பாதுகாப்புப் பிடிவளையங்கள் ஒவ்வொன்றும் $l (< a)$ நீளமுடைய மெல்லிய இலேசான விரியாக் கயிறுகளினால் B, C என்னும் உச்சிகளிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளன. P, Q என்னுமிருவளையங்களும், (கயிறு இறுக்கமாகவும் BC க்கு வெளியில் இருக்கத்தக்கதாகவும் நீட்டப்பட்ட) BC என்னும் கிடைக் கோட்டில் பிடிக்கப்பட்டு அந்நிலையிலிருந்து விடப்பட்டன. ஒவ்வொரு கயிறும் θ கோணத்துக் கூடாக ஊசலாடியபோது அதிலுள்ள இழுவிசையைக் காண்க. சட்டம் BC இலுள்ள தகைப்பு $2\sqrt{3} mg$ சைன் θ சைன் $(\theta - \theta)$ எனக்காட்டி அதனது அதிகடிய பெறுமதியைக் காண்க.

6. ஓர் ஊசல் AB எனும் l நீளமுள்ள இலேசான நீளா விசையையும், நுனி B இல் இணைக்கப்பட்ட n திணிவுள்ள சிறு குண்டொன்றையும் கொண்டது. இழையின் நுனி A ஒரு நிலைப்பட்ட புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது A யிலிருந்து l கோசை α தூரத்திலும் A இருக்கும் அதே கிடைமட்டத்திலும் குண்டு பிடிக்கப்படுகிறது. பின்னர், அது அந்நிலையிலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. இழை இறகிச் சற்றுப்பின் குண்டின் வேகத்தைக்கண்டு அவ்வசல் 2 கோசை $^{-1}$ (சைன் $^3 \alpha$) என்ற ஒரு கோணத்தினூடாக அலையும் எனக் காட்டுக.

இழையிலுள்ள இழுவிசையின் மிகக்கூடிய பெறுமானத்தையும் மிகக் குறைந்த பெறுமானத்தையும் காண்க.

7. ஒரு வட்டத்திலே இயங்குமொரு துணிக்கையின் தொடலி ஆர்முடுகல், செவ்வன் ஆர்முடுகல் என்பவற்றுக்குக் கோவை பெறுக.

பாரமான ஒரு துணிக்கையானது h ஆரையுடைய ஓர் அழுத்தமான நிலைத்த திண்மக்கோளத்தின் மிக உயர்ந்த புள்ளியிலிருந்து வேகம் $u (< \sqrt{2g})$ உடன் கிடையாக எறியப்படுகின்றது. அத்துணிக்கையின் இயக்கத்தை விபரிக்க.

$u=0$ எனின், அத்துணிக்கையானது அக் கோளத்தின் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளிக்கூடான கிடைத்தளத்தை நிலைக்குத்து விட்டத்திலிருந்து தூரம் $\frac{2}{3} \sqrt{4R^2 + \sqrt{4}g} / 2g$ இலே அடிக்குமென நிறுவுக.

8. P எனும் ஒரு துணிக்கையானது h நீளமுள்ள ஒரு இலேசான இழை OP இனது ஒரு முனையிலே தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அவ்விழையின் மற்றைய முனையானது O எனும் ஒரு நிலைத்த புள்ளியிலே கட்டப்பட்டுள்ளது. அத்துணிக்கையானது, அவ்விழை இறுக்கமாக இருக்குமாயும் OP ஆனது கீழ்க்குமாக நிலைக்குத்துடன் கோணம் 60° இலே சாய்ந்திருக்குமாயும் பிடிக்கப்பட்டு, தொடர்ப்பிரிவு இயக்கத்தில் அவ்விழை இறுக்கமாக இருக்குமாறு எறியப்படுகின்றது.

(i) P ஆனது ஒரு கிடைவட்டத்தை வரைந்தால், எறியல் வேகத்தைக் துணிக.

(ii) P ஆனது ஓரே மையமாகக் கொண்டுள்ள ஒரு முழுநிலைக்குத்து வட்டத்தை வரைந்தால், மிகச் சிறிய எறியத் கதியையும் ஒத்த திசையையும் துணிக.

9. முதையே m, M திணிவுள்ள A, B எனும் இரு துணிக்கைகள் O எனும் ஒரு சிறிய நிலையான ஒப்ப வளையத்தினூடாகச் செல்லும் l எனும் நீளமுள்ள மீள்தன்மையிலான இழையொன்றின் முனைகளில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. A ஆனது O இற்குச் சற்றுக்கீழே நிற்கத்தக்கதாயும், B ஆனது O இருக்கும் அதே கிடைமட்டத்திலே O விலிருந்து $h (< l)$ எனும் தூரத்தில் நிற்கத்தக்கதாயும், அத்தொகுதி மென்மையாக விடுவிக்கப்பட்டால், $\alpha = \frac{2gh}{(2h)/(h^2+l^2)}$ எனின், B ஆனது h கோதா α எனும் தூரத்தினால் விழுந்ததும் அவ்விழை இறுக்குமெனக் காட்டுக.

$v^2 = 2gh$ கோதா α எனின், அவ்விழை இறுசிச் சற்றுப்பின் A யினது கதி $(m-M \text{ கோசை } \alpha) v / (M+m)$ ஆகும் எனவும், கணத்தாக்கத்தில் விளைவால் இயக்கப்பண்புச் சக்தியின் நடட்டம்

$[(2Mmv^2) / (M+m)] \text{ கோசை }^4 \alpha / 2$ ஆகும் எனவும் நிறுவுக.

10. கிடையான சரடான வட்டத்தட்டொன்று அதன் மையத்தினூடு செல்லும் நிலைக்குத்து அச்சுபற்றி கோணவேகம் (ω) சுழல்கிறது. m, M திணிவுள்ள இரு துணிக்கைகள் இத்தட்டின்

ஒரு ஆரையில் a , $2a$ தூரத்தில் தட்டுக்குச் சார்பாக ஓய்வில் உள்ளன அவை a நீளமுள்ள ஒரு இழையால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கைகள் ஒவ்வொன்றிற்கும், தட்டிற்குமிடையேயுள்ள உராய்வுக் குணகம் $\mu = \frac{2}{3} \left(\frac{m + ma}{2M + m} \right)$ ஆயின் துணிக்கைகள் இரண்டும் வெளியேறா எனக் காட்டுக.

மேலும் இவ்வாறு நிகழும்போது இழையின் இழுவையையும் காண்க

11. m திணிவுள்ள சிறிய அழுத்தமான மோதிரம் C ஆனது 14 cm நீளமுள்ள நீட்டமுடியாத இழையில் புரியேறப்பட்டுள்ளது. இழையின் இரு முனைகள், 10 cm . நீளமுள்ள நிலைக்குத்துக் கம்பத்தின் இரு முனைகள் A, B இற்குப் பொருத்தப்பட்டுள்ளன. இழைகள் இறுகிய நிலையில் மோதிரம் கிடைவட்டம் ஆக்கும்வண்ணம் கம்பம் தளதச்சைப்பற்றி ஒரு மாறா வீதத்தில் சுற்றப்படுகின்றது. ABC செங்கோணமாயின், இழையிலுள்ள விசையையும், C இன் கோணவேகத்தையும் காண்க. மோதிரமானது இந்நிலையில் இழையுடன் பொருத்தப்பட்டால், அதே பாதையை தொடருவதற்குரிய அதிகுறைந்த கோணவேகத்தைக் காண்க.

முறையே $2m, m$ திணிவுடைய இருமணிகள் A, B என்பன 1.2 m ஆரையுள்ள அழுத்தமான நிலைக்குத்து வட்டக் கம்பியின் கீழ்ப்புள்ளியில் ஓய்விலிருக்க, A ஆனது வட்டமைய மட்டத்தில் பிடிக்கப்படுகிறது. A ஆனது நிலைக்குத்தாகக் கீழ்நோக்கி 3 m/s . வேகத்தில் வீசப்பட, B ஆனது A இனால் அடிப்பட்டபின் A ஆரம் பமாகிய புள்ளிக்கு விட்ட எதிராகவுள்ள புள்ளியில் ஓய்வுக்கு வருகிறது. இருமணிகளுக்கிடையிலுள்ள தன்னுருவடைதற் குணகத்தைக் காண்க.

$[g = 10 \text{ m}^2 \text{ 10 m/s}^2 \text{ எனக் கொள்க.}]$

13. m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை, இயற்கை நீளம் l உள் மட்டு 3 mg உள் உடைய மீள் தன்மையிழை PQ இன் ஒரு முனை Q இல் கட்டப்பட்டுள்ளது. இழையின் நீட்சி $2l$ இலும் அதிகமாயின் அறுத்துவிடக்கூடுமெனில், முனை P நிலைப்படுத்தப்பட, துணிக்கை கிடைவட்டம் ஆக்குவதற்குரிய அதிகுயர் மாறா கோணவேகத்தைக் காண்க;

இயக்கத்தின்போது, துணிக்கையின் இயக்கச்சக்திக்கும் இழை PQ இலுள்ள நிலைச்சக்திக்குமுள்ள விகிதத்தைக் காண்க.

14. மெல்லிய நீட்டமுடியாத, l நீளமுடைய இழையின் ஒரு முனை நிலையான புள்ளி A இற்கு இணைக்கப்பட, மற்றுள்ள m திணிவுடைய துணிக்கை B ஐ ஓய்வுநிலையில் காவுகிறது. துணிக்கையானது பின்னர் $\sqrt{(7gl/2)}$ வேகத்தில் கிடையாக வீசப்படுகிறது. இழை தொய்யும்போது, A இற்குமேல் B இன் உயரத்தைக் காண்க.

இச் செய்கை திருப்பச் செய்யப்படுகின்றது ஆனால் இம்முறை இழையானது கிடையாகும்போது முனையைத் தொடும்படி, A இன் மட்டத்தில் முனை C ஆனது வைக்கப்பட்டிருக்கிறது. (AC < l) துணிக்கை பின்னர் C ஐப்பற்றி ஒரு முழு வட்டத்தை ஆக்கின், AC இன் இழிவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க. AC இழிவுப்பெறுமானத்தில் உள்ள போது, இழைமுனையை மோத முன்னும், மோதிய பின்னும் இழையில் உள்ள இழுவிசையையும் காண்க

15. பாரமான துணிக்கை A ஆனது, α நீளமும், நிலையான புள்ளி O இற்று இணைக்கப்பட்டதுமான இலேசான நீட்டமுடியாத இழையிலை, இழை இறுகிய நிலையில், O A நிலைக்குத்தூண் $\pi/3$ கோணத்தை ஆக்கும் வண்ணம் பிடிக்கப்படுகிறது. துணிக்கை அதே மட்டத்தில் வட்டத்தை உண்டாக்க, OA இற்குச் செங்குத்தான திசையில் கிடையாக உள்ள வேகத்தில் விசப்பட வேண்டும் எனக் காண்க.

அதே ஆரம்பநிலையிலும் OA இற்கும் செங்குத்தாகவும் OA ஐக் கொண்டான நிலைக்குத்துத் தளத்திலும் மேற்படி வேகத்துடன் துணிக்கையானது விசப்பட்டால், வட்டப்பாதையில் அசையும் போது ஆரம்பநிலைக்கு மேல் அதன் உயரத்தைக் காண்க.

16. ஒரு துணிக்கையானது ஒரு நிலைத்த அழுத்தமான உள்ளீடற்ற a ஆரையுடைய கோளத்தின் அதிதாழ் புள்ளியிலிருந்து u வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. அதன் இயக்கம் கோளத்தினுட்பரப்பில் வழக்கிச் செல்லுமுகமாகவுள்ளது. $8ag > u^2 > 2ag$ என நிறுவுக.

ஆரம்பப்புள்ளியிலிருந்து $(u^2 + ga)^{1/3}g$ என்ற உயரத்தில் துணிக்கை கோளத்தை விட்டு நீங்குமென நிறுவுக.

$u = \sqrt{7ga/2}$ ஆயின் துணிக்கையானது கோளத்தை விட்டு விலகுமெனவும் அதன் ஆரம்பப்புள்ளியை அடிக்குமெனவும் காட்டுக.

17. m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கையானது ஒரு மெல்லிய இலேசான சர்க்கோலுக்கு இணைக்கப்பட்டுக் கோலானது ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் சுயாதீனமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. சமநிலையிலிருக்கும்போது துணிக்கையானது $7u$ எனும் கிடைவேகத்துடன் எறியப்பட்டு நிலைக்குத்துத்தளத்திலே ஒரு பூரண வட்டத்தை ஆக்குகிறது. அதியுயர் புள்ளியில் இத்துணிக்கையின் வேகம் $3u$ வேகம் $5u$ ஆக இருக்கும் போது கோல் நிலைக்குத்தூண் என்ன சாய்வை ஆக்கும்? கோல் கிடையாகும்போது அதிலுள்ள இழுவை $29 mg/10$ எனவும் காட்டுக.

22 ஒரு துணிக்கையானது a எனும் ஆரையுடைய ஒப்பமான நிலைக்குத்து வட்டமொன்றின் உட்பக்கத்தின்மீது இயங்குகின்றது. வட்டத்தின் அதிகீழ்ப்புள்ளியிலிருந்து $\sqrt{7ag/2}$ எனும் வேகத்துடன் அத்துணிக்கை வட்டத்தின் வழியே எறியப்பட்டால் அது வட்டத்தை விட்டு விலகுமென்று காட்டுவதோடு அவ்வாறு நிகழ்வது எவ்விடத்திலென்றுங் காண்க. அடுத்து நிகழும் அதன் இயக்கத்திலேயே அது வட்டத்தின் அதிகீழ்ப்புள்ளியினூடாகச் செல்லுமெனவும் காட்டுக.

23. ஒப்பமான, ஒடுக்கமான, ஒருசீரான மெல்லிய குழாய் ஒன்று a எனும் ஆரையும் O எனும் மையமும் உடைய வட்டவடிவத்தில் அமைந்துள்ளது m எனும் திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது இக்குழாயினுள்ளே சுயாதீனமாக இயங்க வல்லது. இக்குழாய் ஆனது அதன் தளம் நிலைக்குத்தாய் அமையுமாறு அதன் அதிகீழ்ப்புள்ளி A யிலுள்ள இறுக்கியொன்றினால் நிறுத்தப்பட்டுள்ளது. துணிக்கையானது அதியுயர்வான புள்ளி B யிலிருந்து மெல்லென இடம்பெயர்க்கப்படுகிறது A யிலுள்ள இறுக்கியினால் உகூற்றப்படும் இணையின் திருப்பம் G ஆனது $G = mgR$ சைன் θ ($2 - 3$ கோசை θ) யினால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.

இங்கு $\theta = \angle BOP$ θ விண் சார்பாக G யிற்குரிய வலையியின் பரும்படி உருவமொன்றைத் தருக.

24. m எனும் திணிவுடைய துணிக்கையொன்று, $2a$ நீளமும் $10 mg$ இறுமிழுவையுமுள்ள, மீள் தன்மையிலாத இலேசான இழையொன்றினால் A எனும் ஒரு நிலைத்த புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது ஆரம்பத்தில் துணிக்கையானது A யிற் கீழ் நிலைக்குத்தாய்த் தொங்கியபொழுது, $4\sqrt{3g}$ வேகத்துடன் கிடையாக எறியப்பட்டது. நிகழும் இயக்கத்தில் இழையானது அறுதெனக் காட்டுக.

இழை கிடையாக வரும்போது, அது A யிலிருந்து a தூரத்திலுள்ள P என்னும் நிலைத்த ஒரு முனையுடன் தொடுகையுறின், துணிக்கையானது P பற்றிச் சுமலத்தொடங்குமாயின், இழையானது முனையுடன் தொடுகையுற்றதும் அறுந்துவிடுமெனக் காட்டுக.

25. ஆரை a உடைய ஒப்பமான வட்டக் கம்பியொன்று அதன் தளம் நிலைக்குத்தாய் அமையுமாறு ஓரிடத்தில் பொருத்தப்பட்டுள்ளது இலேசான கோலொன்றின் முனைகளில் சுயாதீனமாக இணைக்கப்பட்ட m_1, m_2 எனும் திணிவுகள் உடைய இரு சிறு வலையங்கள் கம்பியின் மீது வழக்கிச் செங்கின்றன கோலிலுள்ள தகைப்பானது

$$2m_1 m_2$$

— g தான் ∞ கோசை θ ஆகுமெனக் காட்டுக.

$$m_1 + m_2$$

இங்கு θ ∞ என்பது கம்பியில் மையத்தில் கோலினால் எதிர் அமைக்

கப்பட்ட கோணமாகும், θ என்பது கிடைபுடன் கோல் அமைத்
கும் கோணமாகும்

வளையங்களுக்கும் சம்பிக்கும் இடையேயான மறுதாக்கங்க
ளுக்கூரிய கோவைகளை θ, θ இன் சார்பாகப் பெறுக.

26. இலேசான, நீளா இழையொன்றின் ஒரு முனையானது
நிலைப்படுத்தப்பட்டிருக்க அதன் மறுமுனையில் இணைக்கப்பட்டுள்ள
கல்லொன்று நிலைக்குந்தான வட்டத்திலே சுற்றிச் சுழலவிடப்
பட்டுள்ளது. கல்லானது விட்டம் ஒன்றின் இரு முனைகளிலும்
இருக்கும்போது, இழையிலுள்ள இழுவைகளின் கூட்டுத்தொகை
யானது, எல்லா விட்டங்களுக்கும் ஒரேயளவாகுமெனக் காட்டுக.

வட்டத்தின் ஆரை a எனத் தரப் பிடத்து, கல்லை வட்டத்
தின் வழியே கொண்டு செல்வதற்கு வட்டத்தின் மிகத் தாழ்ந்த
புள்ளியில் இருக்கவேண்டிய மிகக்குறைந்த வேகத்தைக் காண்க.

27. l நீளமுடைய, இலேசான, நீளா இழையொன்றின் ஒரு
முனையானது, நிலைப்படுத்தப்பட்ட மென்மைய நிலைக்குத்துக்
கோலொன்றின் O எனும்மார் புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது
கிடையான வட்டமொன்றில் W எனும் சீரான கோண வேகத்து
டன் சுற்றும் m திணிவுடைய குண்டொன்று இழையின் மறு
முனைக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது O விற்குக் கீழே குண்டின் ஆழத்
தைக் காண்க. இழை தாங்கக்கூடிய உயர் இழுவை 25 N எனில்,
கோலைச் சுற்றிச் செக்கனுக்கு அக்குண்டு செய்யக்கூடிய சுற்றல்
களின் உயர் எண்ணிக்கை

$$\frac{5}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$
 எனக் காட்டுக

கோலின் வழியே வருக்கக்கூடிய, அதே m திணிவையுடைய ஒப்ப
மான பொரு வளையத்துடன் குண்டானது l நீளமுடைய இன்
னொரு இலேசான நீளா இழையினால் தொடுக்கப்பட்டிருப்பின்,
குண்டு O எனும் சீரான கோண வேகத்தடன் சுற்றும்போது
இழைகள் கோலுடன் ஆக்கும் கோணம்.

$$\text{கோணம்} = \left(\frac{3g}{l\Omega^2} \right) \text{ எனக் காட்டுக}$$

28. m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை ஒரு நிலையான புள்ளியில்
இருந்து l நீளமுள்ள இழையில் ஓய்வில் தொங்குகிறது. இத்துணிக்
கைக்கு கிடைத்திசையாக u எனும் சுழிக்கொடுக்கப்படுகிறது இழை
கிழ்நோக்கும் நிலைக்குத்தோடு θ கோணம் அமைத்தால் சுழி
 V உக்கும் இழுவை T இக்கும் கோவைகளைக் காண்க.

(i) $u^2 < 2gl$ எனின், $V=0$ ஆயும் θ இன் பெறுமானம் 0 உக்கும் ∞_1 உக்கும் இடையில் இருக்கும்போது T நேராகவும் இருக்கும் மாறு $\theta = \infty_1$ எனும் பெறுமானம் உண்டு.

(ii) $2gl < u^2 < 5gl$ எனின், $T=0$ ஆகவும் θ இன் பெறுமானம் 0 உக்கும் ∞_2 உக்கும் இடையில் இருக்கும்போது V மறையாமலும் இருக்குமாறு $\theta = \infty_2$ எனும் பெறுமானம் உண்டு.

(iii) $u^2 > 5gl$ எனின் T நேராகவும், θ இன் எப்பெறுமானத்துக்கும் V மறையாமலும் இருக்கும்.

மேலுள்ள ஒவ்வொரு வகையிலும் துணிக்கையின் இயக்கத்தை விபரிக்க.

29. 5a நீளமுடைய AB எனும் இலேசான இழையொன்று A யில் நிலைத்த ஒரு புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டது; அது B யில் பாரமான திணிவொன்றைக் கொண்டுள்ளது. இழையானது கிடை நிலையில் இறுக்கமாக வைக்கப்பட்டுப் பின்னர் நுனி B விடுவிக்கப்படுகிறது. இழை நிலைக்குத்தராக வரும்போது, A இற்கு நிலைக்குத்தராகக் கீழே 3a தூரத்தில் அமைந்துள்ள ஒரு சிறிய மூளை C யுடன் தொடுகையறுகின்றது. இழையிலுள்ள இழுவையானது உடனடியாக இழுமடங்காருமெனவும், அடுத்துள்ள இயக்கத்திலே துணிக்கையானது C யை மையமாகக் கொண்ட முழு வட்டமொன்றை மட்டு மட்டாற் வரையுமெனவும் காட்டுக.

அலகு 6

எளிமை இசை இயக்கம்

1. m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று ஒரு நேர் வரையில் அசைகிறது. அது t எனும் நேரத்தில் அந்நேர்கோட்டிலுள்ள O என்ற நிலைத்த புள்ளியிலிருந்து Z என்ற தூரத்திலிருக்கிறது. $Z = a$ கோசை wt ஆகும். இங்கு a, w என்பன ஒருமைகளாகும். துணிக்கை மீது தாக்கும் விசை nW^2Z எனவும் O வை நோக்கியுள்ள தெனவும் காட்டுக.

சேக்கஸ் அரங்கு ஒன்றில் ஒரு வித்தைக்காரன் AB எனும் கடுறில் நடுப்புள்ளி P யில் நேராக நிிற்கிறான். P இற்கு அருகிலுள்ள பகுதி கிடையாகவும் நிலைக்குத்துத் திசையிலே சமநிலைத் தானத்திலிருந்து வீச்சு a உம் ஆலைவுக்காலம் $2\pi/w$ ஆகவும் இருக்கும் எனிய பி. க. 10

இசையியக்கத்தில் இயங்கும்படி கயிறு அசைக்கப்பட்டது P சம நிலைத் தானத்திற்கு மேலே Z உயரத்திலிருக்கும்போது வித்தைக் காரனுக்கும் கயிற்றுக்குமிடையிலுள்ள R என்னும் மறுதாக்க விசையென்ன? $w > \sqrt{g/a}$ ஆயின், வித்தைக்காரன் கயிற்றினின்று தூக்கி விசப்படுவான் எனக் காட்டுக.

2. மையம் O ஆகவும் ஆரை 'a' ஆகவுமுள்ள வட்டத்தின் பரிதிவழியே P எனும் புள்ளி aw எனும் ஒருமை கதிபுடனசைகிறது. N என்பது P இல் இருந்து வட்டத்தின் நிலையான விட்டத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தினடியாகும். t என்னும் நேரத்தில் O இல் இருந்து N இல் அட்சரகணிதத்தூரம் 'x' ஆயின் $[x$ குறிவழக்கில எக்கப்படுகின்றது.] $d^2x/dt^2 = -w^2x$ எனவும், இது x இன் குறியிலே தக்கியிராது எனவும் நிறுவுக.

ஒரு துணிக்கை O எனும் புள்ளியிலிருந்து ஒரு நேர்கோட்டிலே அலைவுக்காலம் 12 செக்கனும், வீச்சு 1 மீற்றருமுடைய எளிய இசையியக்கத்தில் இயங்குகின்றது துணிக்கை $t=0$ எனும் நேரத்திலே A இல் உள்ளது. இங்கு $OA = 5.0$ cm ஆகவும் துணிக்கை O இல் இருந்து விலகியுயியங்குகின்றது. துணிக்கை 4 செக்கன்களின் பின்னர் A ஐ மீண்டும் கடக்குமென நிறுவுக.

3. \sqrt{Q} என்ற புள்ளி 'a' என்ற ஆரையும் O வை மையமாகவும் உடைய வட்டத்தை $2W$ என்ற ஒருமை கதிபுடன் சுற்றுகிறது. P என்பது ஒரு நிலைத்த விட்டத்தில் Q இன் எறியமாயின் P யின் வேகம் v ஆனது $v^2 = w^2 (a^2 - x^2)$ என்பதனால் கொடுக்கப்படும் எனக் காட்டுக. இங்கு $OP = x$ P யின் ஆர்முடுகல் எப்போதும் O வை நோக்கி இருக்குமெனவும் அதன் பருமன் w^2x எனவும் காட்டுக.

m திணிவுடைய P எனும் துணிக்கை ஒப்பமான கிடையான தவாளிப்பினுள் அசைவதற்குச் சுயாதீனமுடையது இங்கு $OP = x$ ஆகவும் w ஒரு ஒருமையாகவும் உள். துணிக்கை O இலிருந்து 'a' என்ற தூரத்தில் நிலையாக வைக்கப்பட்டு பின் விடுவிக்கப்பட்டது. அது O இல் இருந்து na ($n < 1$) தூரத்தில் தவாளிப்புள் ஒய்வினுள்ள வேறொரு துணிக்கையுடன் மோதி இரண்டும் கூட்டிணைகின்றன. கூட்டிணைந்த உடலில் தாக்கும் விசை $(m + n^2)/w^2a$ ஆகவும் O வை நோக்கியும் இருப்பின் புதிய அசைவின் வீச்சம் $a\sqrt{(k^2 + 2kn + n^2)/(k + 1)}$ எனக் காட்டுக. இங்கு $k = m/n^2$ ஆகும்.

4. M திணிவுடைய P எனும் உடல் நேர்கோட்டிலசைகின்றது. அந்நேர்கோட்டிலுள்ள O எனும் நிலைத்த புள்ளியிலிருந்து அதன் தூரமாகிய x என்பது $x = at$ சைன் Wt என்பதினால் கொடுக்கப்படுகின்றது

இங்கு λ, w என்பன ஒருமைகள். P இன் மேலுள்ள விசையைக் கண்டு விசை மையத்திலுள்ள வேகம் u ஆயின் விச்சம் $\lambda = u/w$ எனக் காட்டுக.

ஒரு புகையிரத நிலையத்தில் ஒரு நேரான கிடைபான புகை ஊண்டிப்பாதை நிலையான நிலைக்குத்துச் சுவருக்கெதிராக முடிவடைகின்றது. சுவர் பாதைக்குச் செங்குத்தாகவுள்ளது. நேர்வட்டவுருளை வடிவிலுள்ள இரண்டு வில்தாங்கிகளை பாதைக்குச் சற்று மேலே அவைகளின் அச்சச் சுவருக்குச் செங்குத்தாகயிருக்கும்படி சுவரிலே நிலையாகப் பொருத்தப்பட்டுள்ளன. தாங்கியின் சுயாதீனமான முனை சுவரிலிருந்து l எனும் தூரத்திலுள்ளது இம்முனையை x எனும் தூரத்திற்கு தள்ளுவதற்குத் தேவையான, விசை λx ஆகும் இங்கு λ ஓர் ஒருமைப் பாதை வழியே v எனும் ஒருமைக் கதியுடன் சுவரின் திசையில் செல்லும் M திணிவுடைய வண்டியொன்று தாங்கிகளை அடிக்கின்றது.

$v < \sqrt{(2\lambda/M)}$ ஆயின் வண்டி சுவருடன் மோதாதென்றும் அது தாங்கியுடன் $\pi \sqrt{(M/\lambda)}$ எனும் நேரத்திற்குத் தாங்கியுடன் தொடுகையில் இருக்குமென்றும் காட்டுக.

5. ஒரு நேர்த்தெருவில் சீரான வேகம் u உடன் ஒரு டாக்ஸி, செல்கிறது. இந்த டாக்ஸி தெருவில் T எனும் புள்ளியிற் செல்லும் கணத்தில், அதற்கு முன்பாக d தூரத்திலுள்ள P எனும் புள்ளியில் நிற்குமொரு பிரயாணி அதை அழைக்கிறான் PT இன் நீட்சியில் $OT:OP = m:n$ ($m < n$) நேர் எண்கள் ($m < n$) ஆகுமாறு உள்ள புள்ளி O ஆகும். டாக்ஸியின் அமர்முடிகல் $w^2 x$ ஆகுமாறு சாரதி தடுப்புக்களைப் பிரயோகிக்கிறான். x O இலிருந்து டாக்ஸியின் தூரம்: w ஒரு ஒருமை. டாக்ஸி P யில் ஓய்வுக்கு வருகிறது. w இன் பொறுமானத்திற்கு ஒரு கோவையைப் பெற்று, டாக்ஸி T இலிருந்து P இற்குச் செல்ல எடுத்த நேரம்.

$$\frac{d}{u} \sqrt{\frac{n+m}{n-m}} \text{ கோசை}^{-1} \frac{m}{n} \text{ என நிறுவுக.}$$

சாரதியின் திணிவு M ஆயின், அவனிற் தாக்கும் முழுக்கிடை விசையின் உச்சப் பெறுமானம் $(u^2 Mn) / (n+md)$ என நிறுவுக.

6. ஒவ்வொன்றும் m திணிவும், $2h$ நீளமுள்ள ஒரு சமச் சீரான நேர்வட்ட உருளைகள், அவற்றினுடைய அச்சக்கள் ஒரே நேர்கோட்டிலிருக்காததக்கதாக ஓர் அழுத்தமான கிடைமேசையின் மேல் வைக்கப்பட்டுள்ளன. உருளைகளினுடைய அச்சக்கள் வழியே அழுத்தமான ஒருங்கிய துவாரங்கள் துளைக்கப்பட்டுள்ளன அச்சக்களினுடைய நடுப்புள்ளிகள் இயற்கை நீளம் $l (> 2h)$ உடைய மெல்லிய இலேசான விற்குருளினால், ஒரு தாங்கி அமையத்தக்கதாக தொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

ஒவ்வொரு உருளை யின் துவாரத்தினுள்ளும் சுருளின் h நீளம் இருக்கிறது. கீற்சுருளை x தூரத்திற்குச் சுருக்க அல்லது விரிக்கவேண்டிய விசை mg/l (யங்கின் குணகம் λ , mg ஆகும்) தாங்கியிருடைய இரு உருளைகளும் அவற்றினுடைய சமநிலைகளிலிருந்து ஒன்றையொன்று நோக்கி u எனும் ஒரே கதியுடன் தள்ளப்படுகின்றன.

(i) $u < (1-2h) \sqrt{g/2l}$ ஆயின், உருளைகள் ஒன்றொன்றோடொன்று மோதமாட்டாதெனக் காட்டுக.

(ii) $u \geq (1-2h) \sqrt{g/2l}$ ஆயின் உருளைகள் நிறை மீள்கத்தி உடையனவாய்மிருக்கும் பின், தாங்கியின் அதிர்வுக் காலம்,

$$\sqrt{\frac{2l}{g}} \left[\pi - \cos^{-1} \left\{ \frac{(1-2h)}{u} \sqrt{\frac{g}{2l}} \right\} \right] \text{ எனக் காட்டுக.}$$

7. m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை, இயல்பு நீளம் a யும் மீள்கத்திக்குணகம் λ யும் உள்ள OA எனும் ஓர் இழையின் நுனி A யுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. நுனி O ஆனது ஓர் அழுத்தமான கிடைமேசையிலிருக்கும் ஒரு புள்ளியுடன் நிலைப்படுத்தப்பெற்றுள்ளது. துணிக்கையானது O இடிலிருந்து ஒரு குறித்த வேகத்துடன் மேசைவழியே விசப்படுகிறது. பின்னர் நிகழும் இயக்கத்தில் இழையின் ஆக்கடிய நீளம் $2a$ ஆயின், மேற்படி வேகத்தை நிர்ணயிக்க, இயக்கம் ஆவர்த்தனமானதெனக் காட்டி, ஆவர்த்தன காலத்தையும் காண்க.

8. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய இரு சம துணிக்கைகள் ஓர் ஒப்பமான மேசை மீது ஒன்றுக்கொன்று a தூரத்திலே கிடக்கின்றன. அத்துணிக்கைகள் புறக்கணிக்கத்தக்க நிறையும், a இயற்கை நீளமும் λ மட்டுமுடைய மீள்தன்மை இழையினாலே தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அப்போது அத்துணிக்கைகளில் ஒன்று ஓர் அடியினாலே அவ்விழையினது திசைவழியே மற்றைய துணிக்கைக்கு நேராய் அப்பாலே வேகம் u வோடு இயக்கப்படுகின்றது. பின்னர் வரும் இயக்கத்திலே திணிவு மையமானது ஒரு சீர் வேகம் $u/2$ வோடு ஒரு நேர்கோட்டை வரையுமெனக் காட்டுக. அத்திணிவுமையம் தொடர்பான இயக்கத்தை ஆராய்வதிலோ அல்லது வேறு வழியினாலோ அத்துணிக்கைகள் நேரம் $\pi \sqrt{mg/2\lambda} + a/u$ இற்குப் பின்னர் மோதுமெனக் காட்டுக.

9. m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை A ஆனது, a நீளமும் mg மீள்தன்மை மட்டுமுடைய OA எனும் ஒரு மீள்தன்மை இழையினது ஒரு முனையிலே தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அவ்விழையின் மற்றைய முனை O ஆனது ஒரு நிலைத்த புள்ளியிலே இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அத்துணிக்கையானது அவ்விழை தளர்ந்திருக்குமாறு O இலே பிடிக்கப்பட்டு

வேகம் v உட்கு நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகின்றது. $v < \sqrt{2ga}$ எனும் வகைகளை வேறுபடுத்திப் பின்னர் வரும் இயக்கத்தைக் கவனமாக விளக்கிக் கூறுக.

$v = \sqrt{2ag}$ ஆயிருக்கும்போது, இயக்கக் காலத்தைத் துணிக.

10. $x + w^2x = 0$ என்னும் சமன்பாடு வரையறுக்கும் எ. இ. இ இது ஆவர்த்தன நேரம் $2\pi/w$ ஆகுமெனக் காட்டி, $x = a$ ஆகும் பொழுது $x = 0$ எனின், $x^2 = w^2(a^2 - x^2)$ ஆகுமெனக் காட்டுக.

8 எனும் இயற்கை நீளமும் mg என்னும் மீள்தன்மை மட்டும் உள்ளதுமான இலேசான மீள்தன்மை இழையொன்றின் ஒரு முனையானது ஒரு கிடையான பாவு பலகையிலுள்ள O எனும் புள்ளியிலே கட்டப்பட்டுள்ளது. மற்றைய முனையில் m திணிவுள்ள துணிக்கையை ஊவுகின்றது. அத்துணிக்கையானது புள்ளி O இலிருந்து நிலைக்குத்தாகக் கீழ்நோக்கி V எனும் கதியுடன் எறியப்படுகின்றது. இக்கீழ்நோக்கும் இயக்கத்தில் இழையின் உயர்விரிவு $a+l$ ஆகுமெனக்காட்டி அவ்வயர் விரிவை அடைவதற்கு எடுக்கும் நேரம் $\sqrt{(a/g)} [\pi - \cos^{-1} (a/l) - v/\sqrt{ag} + \sqrt{(2+v^2/ag)}]$ ஆகுமெனக் காட்டுக: இங்கு $l = \sqrt{(v^2 + 2ag)a/g}$

அத்துணிக்கைக்கும், பாவுபலகைக்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக்குணகம் c ஆகுமென எடுத்துக்கொண்டு, உயர் விரிவிலிருந்து அத்துணிக்கை மேலெழுந்து பாவு பலகைமீது மோதி, அதன் மிகக் கீழான புள்ளிக்குத் திரும்பிவர எடுக்கும் நேரத்திற்கு ஒரு கோவையை எழுதுக.

11. $f(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ என்பதால் தரப் பெற்ற (f) எனும் சார்பானது $d^2f/dt^2 + \omega^2f = 0$ எனும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைத் திருப்தியாக்கும் எனக் காட்டுக. இங்கே A, B, ω ஆனவை ஒருமைகளாகும்.

திணிவு m உள்ள P எனும் துணிக்கையொன்று $m\omega^2, PO$ எனும் விசையொன்றின் கீழ் தளமொன்றில் இயங்குகிறது. விசையானது இத்தளத்திலுள்ள O எனும் புள்ளியொன்றை நோக்கியுள்ளது. புள்ளி O இல் செங்கோண அச்சுக்கள் Ox, Oy என்பவற்றை தளத்தின் மீது எடுத்துச் இயக்கச் சமன்பாடுகளை $d^2x/dt^2 + \omega^2x = 0, d^2y/dt^2 + \omega^2y = 0$ என்ற வகையிற் பெறுக $P \equiv (x, y)$.

துணிக்கையானது $A \equiv (a, 0)$ இலிருந்து u எனும் வேகத்துடன் OA இற்குச் செங்குத்தாக எறியப்பட்டால் அதன் பாதை ஒரு நீள்வட்டையமாகுமென நிறுவி $u > \omega a$ ஆயின் OA ஆனது அரைச்சீறியச் சாகுமெனக் காட்டுக.

12. திணிவு m உள்ள ஒரு துணிக்கை ஒரு நேர்கோட்டிலே, அக்கோட்டிலுள்ள ஒரு புள்ளி O இன் திசையில் தாக்கும் கவர்ச்சி விசை $m\omega^2 x$ இன் கீழ் இயங்குகின்றது. இங்கு x என்பது O இலிருந்து அத்துணிக்கையின் இடப்பெயர்ச்சியாகும். O ஆனது ஓர் ஒருமையாகும்! O இலே இத்துணிக்கையின் கதி $\propto y$ ஆயிருந்தால் x ஆனது— a இற்கும் a இற்குமிடையிலிருக்குமெனக் காட்டி $x = b$ ($>a$) ஆகும்பொழுது அதன் வேகம் u ஐக் காண்க.

அத்துணிக்கை $x = a$ எனும் நிலையை அடையும் பொழுது O ஐ நோக்கி அதற்கு ஒரு வேகம் v கொடுக்கப்படுகின்றது. நேரம் t இல் அது O ஐ அடைந்தால் $v = u (1 - b^2/a^2)^{-1/2}$ கோதா ωt எனக் காட்டுக.

மேலும், $x = b$ ஆகும் பொழுது அத்துணிக்கையின் வேகத்தை u, v ஆனவை பற்றிக் காண்க.

13. இயற்கை நீளம் 4 m மீள்தன்மைக் குணகம் 2 நியூட்டனு முடைய ஒரு இலேசான மீள்தன்மை இழையொன்றின் ஒரு முனையில் $125g$ திணிவுடைய துணிக்கையொன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் மறுமுனை ஒரு அழுத்தமான கிடைத்தளத்திலுள்ள நிலையான புள்ளி O இற்குப் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. துணிக்கையானது O இலிருந்து 5 m/s வேகத்தில் தளத்தின் வழியே விசைப்படுகின்றது. தொடர்ந்து வரும் இயக்கத்தில், O இலிருந்து துணிக்கை அடையும் மிகக்கூடிய தூரத்தைக் காண்டு, $(16 + 5\pi) / 10$ செக். இன் பின்னர் அது O ஐத் திரும்பவும் அடையும் எனவும் நிறுவுக.

14. m கிராம் திணிவுடைய துணிக்கையொன்று, இயற்கை நீளம் 1 cm . உம் மட்டு 2 m g கைகளும் உடைய இலேசான மீள்தன்மை இழையொன்றின் ஒரு முனையில் கட்டப்பட்டு ஓய்வி லிருக்க இழையின் மறுமுனை நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. துணிக்கைக்கு நிலைக்குத்தாக கீழ்நோக்கி $2\sqrt{g}$ cm/s எனும் வேகம் கொடுக்கப்பட்டால், இயக்கம் எ. இ. இ. என்றும், ஆனால் தொடர்ந்து இழை தொய்கிறது என்றும் நிறுவுக.

எ. இ. இ. இன் அலைவுகாலம் 1 செக், ஆயின் இழையின் இயற்கை நீளத்தைக் கிட்டிய சதம மீற்றரில் தருக. சமநிலை நிலைக்குக் கீழ் துணிக்கையின் அதியுயர் ஆழத்தையும், முதலில் இழை தொய்யும்போது துணிக்கையின் வேகத்தையும் காண்க.

15. m திணிவுடைய சீரான மெல்லிய கிடைவட்டத்தட்டு A என்ற நிலையான புள்ளிக்கு தட்டின் மேல்முகமையத்தில் இணைக்கப்பட்ட, இயற்கை நீளம் \propto யும் மட்டு 4 m g உம் உடைய இலேசான மீள்தன்மை இழையினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. கீழ்முகத்தில் உரு

வொத்த தட்டொன்று முகங்கள் பொருந்தத் தொடும்படி ஒட்டப் பட்டிருக்கிறது. இயற்கை நீளம் α உம் மட்டு 8 மீட்டர் உம் உடைய இன்னுமொரு மெல்லிய மீள்தன்மையிழை இரண்டாவது தட்டின் கீழ்முக மையத்தில் ஒரு முனையும் மறுமுனை A இற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழேயுள்ள B எனும் புள்ளிக்குத் தொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. $AB = 3a$ எனத் தரப்பட்டால், தட்டுக்கள் ஒய்வில் இருக்கும் போது ஒவ்வொரு இழையினதும் நீட்சிகளைக் காண்க.

பின்னர், தட்டுகளுக்கு V எனும் நிலைக்குத்துவகம் கொடுக்கப்பட தட்டுகள் பிரிதடைவாது, இழைகள் தொய்யாமலும் அலைகிறது. v இன் மிகக்கூடிய சாத்தியமான பெறுமானத்தையும் இச்சந்தர்ப்பத்தில், அலைவின்போது தட்டுகளுக்கிடையிலுள்ள மிகக்கூடிய ஒட்டல் விசையையும் காண்க.

16. மதினிவுள்ள ஒரு துணிக்கை, இயற்கை நீளம் $2a$ யும் π மட்டு mg உம் உடைய ஒரு இலேசான மீள்தன்மை இழையின் நடுப் புள்ளிக்குக் கட்டப்பட்டிருக்கிறது. இழையின் முனைகளிடு நிலைத்த புள்ளிகளை A, B இற்கு இணைக்கப்பட்டிருக்கின்றன. இங்கு AB இற்கு நிலைக்குத்தாக $2a$ மேலே உள்ளது. துணிக்கையானது A இற்குக் கீழே $5a/8$ எனும் ஆழத்தில் ஒய்விருக்குமென நிறுவ்க. நிலைக்குத் துத்திசையில் துணிக்கை சிறிது கீட்டம் பெயர்க்கப்பட்டால், அலைவு காலத்தைக் காண்க.

17. இயற்கை நீளம் l உம், மட்டு λ உம் உடைய ஓர் மீள்தன்மையிழையம் $(1+x)$ இற்கு நீட்டுவதற்கு செய்யப்படும் வேலை $\lambda x^2(21)$ என நிறுவுக.

8 Kg திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை இயற்கை நீளம் $31^{1/4}$ cm மட்டு 75 நியூட்டனுமுடைய ஓர் மீள்தன்மை இழையின் ஒரு முனையில் கட்டப்பட்டுள்ளது. இழையின் மறுமுனை O எனும் புள்ளியில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை இழையின் முனையில் சமநிலையில் தொங்கிக்கொண்டிருப்பின், O விவிருந்து கீழே இப்புள்ளி A இன் தூரத்தைக் காண்க.

துணிக்கை O இல் பிடிக்கப்பட்டுப் பின்னர் விடப்படுகின்றது. துணிக்கை கண ஒய்வுக்கு வரும்வரை எவ்வளவு தூரம் வீழும் எனக் காண்க.

துணிக்கை A ஐக் கடக்கும்போது உள்ள வேகத்தைக் காண்க. O விவிருந்து A இற்கு விழ எடுத்தும்நேரம் $1/72(\pi\sqrt{3} + 13)$ செக் எனக் காட்டுக.

18. 2a நீளமுள்ள ஓர் இலேசான இழை W விசை தாக்கும் போது l நீளத்தால் விரிவடையும் இவ்விழையின் ஓர்முனை ஓர் மலை உச்சியில் உள்ள நிலைத்த புள்ளி A க்குக் கட்டப்பட்டு மறுமுனை A க்குக் கீழ் சுயாதீனமாகத் தொங்குகிறது W நிறையுடைய ஓர் மனிதன் மலை உச்சி A யிலிருந்து வழக்கி விழுகிறான். அவன் 2a தூரம் விழுந்ததும் முனை B ஐப் பிடித்துக் கொள்கிறான் இழை அவன் கைக்குள் வழக்கவில்லை, எனக் கொண்டு அவன் உச்சி A ஐத் திரும்பவும் அடைய எடுக்கும் நேரம் T ஆயின்

$$T = 2 \sqrt{\frac{wl}{2wa}} \left\{ \pi \cot^{-1} \sqrt{\frac{lw}{4aw}} \right\} + 4 \sqrt{\frac{a}{g}} \quad \text{எனக் காட்டுக.}$$

19 இயற்கை நீளம் l உம் மீள்தன்மை மட்டு λ உம் உள்ள ஓர் இழையானது அதன் நீளம் l + c ஆகும்போது ஆதில் சேமிக்கப்பட்டிருக்கும் சத்திக்கு ஒரு கோவையைப் பெறுக.

இயற்கை நீளம் 2a உம் மீள்தன்மை மட்டு λ உள்ள ஓர் இழையானது ஓர் அழுத்தமான கிடைமேசையில் 2a இடைத்தூரத்தில் இருக்கும் A, B எனும் இரு புள்ளிகளுக்குத் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இ துணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை P, AB யின் நடுப்புள்ளியில் தொடுக்கப்பட்டு AB க்கு செங்குத்தாகவும் கிடையாகவும் இழுக்கப்பட்டு விடப்படுகின்றது. AB யில் இருந்து P யின் இடப்பெயர்ச்சி x ஆகும் போது இழையில் உள்ள சக்தி $\{x^2 - 2a(2a^2 - x^2)^{1/2}\} \lambda / a +$ மாநிலி எனக் காட்டு. இவ்வினைவைப் பயன்படுத்தி துணிக்கையின் வேக வளர்ச்சியை x இன் சார்பில் காண்க. x ஆனது 2 உடன் ஒப்பிடும் போது தயிர்த்தத்தக்கநாயின் இவ்வியக்கம் $2\pi (na/\lambda)^{1/2}$ என்றும் அலைவு காலத்தை உடைய அண்ணளவான எளிய இசை இயக்கத்தில் துருக்குமேனக் காட்டுக.

20. 6a நீளமுள்ள இலேசான ஓர் மீள்தன்மையுள்ள இழை 6a இடைத்தூரத்திலுள்ள இரு நிலைத்த புள்ளிகள் AB க்குக் கட்டப்பட்டுள்ளன. A, B கிடைக்கோட்டிலுள்ளது ஒரு பாரமான துணிக்கை இழையின் நடுப்புள்ளிக்குக் கட்டப்பட்டு AB யின் நடுப்புள்ளியிலிருந்து ஒய்விருந்து விடப்படுகிறது. அத்துணிக்கையானது AB க்குக் கீழே 4a தூரத்தில் கணப்போது ஒய்வுக்கு வருமாயின் இழையின் மீள்தன்மை மட்டானது துணிக்கையின் நிறையின் மும்மடங்கு எனக் காட்டுக.

துணிக்கையானது AB க்குக் கீழே 8a தூரத்திலிருக்கும்போது அதன் வேகம் v ஆயின் அது $v^2 = 16(3\sqrt{2}-4)g$ ஆல் தரப்படும் எனக் காட்டுக.

21. ஒரு நேரிய கோட்டிலே துணிக்கையொன்று, தன் ஆர் முடுகலானது அக்கோட்டிலுள்ள O எனும் ஒரு நிலைத்த புள்ளியை நோக்கிய திசைகொண்டதாயும், W என்பது ஓர் ஒருமையாயிருக்க, O விவிருந்து தன் தூரத்தின் W^2 மடங்குக்குச் சமமானதாயும் இருக்குமாறு இயங்குகிறது இயக்கம் அலைவானதெனவும், முற்றானவொரு அலைவின் நேரம் $2\pi/W$ ஆகுமெனவும் காட்டுக.

அம்மாதிரியானவொரு துணிக்கை, O விவிருந்து தன் தூரம் 14 cm ஆயிருக்கையில் தன் கதி செக்கனுக்கு 96 cm ஆகவும் O விவிருந்து தன் தூரம் 30 cm ஆயிருக்கையில் தன் கதி செக்கனுக்கு 80 cm ஆகவும் இருக்குமாறு இயங்குகின்றது. (i) முற்றானவொரு அலைவின் காலத்தையும் (ii) O விவிருந்து 40 cm தூரத்தில் துணிக்கை இருக்கையில் அதன் கதியையும் காண்க.

22. I எனும் இயற்கை நீளத்தையுடைய, இலேசான, மீள் தன்மையிழையொன்றின் சுயாதீனமான முனைக்கு ஒரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் மறுமுனை நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. நிலைத்த புள்ளிக்குக் கீழே $1+2$ எனும் ஆழத்தில் துணிக்கையிருக்கும்போது அது ஓய்வில் இருக்கின்றது. துணிக்கையானது 2 இலுஞ் சிறியவோர் தூரத்திற்கு இன்னும் கீழே இழுக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடப்பட்டால் அது, 2 நீளமுடைய எளிய ஊசலொன்று அலைவுக்காலத்தைக் கொண்டவோர் எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றும்மெனக் காட்டுக.

1 > $\frac{3a}{2}$ எனில், துணிக்கையானது அதன் சமநிலைத் தானத்திலிருந்து 2a எனும் தூரத்திற்குக் கீழே இழுக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடப்பட்டால், யாது நிகழுமென விவரிக்க.

✓ 32. I எனும் இயற்கை நீளத்தையும் λ எனும் மீள்தன்மை மட்டையும் கொண்ட இலேசான மீள்தன்மையிழை ஒன்றின் ஒரு முனையிலே m எனும் திணிவுடைய துணிக்கையொன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது இழையின் மற்ற முனையானது ஓர் உட்கரையிலுள்ள O எனும் நிலைத்த புள்ளியொன்றிற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கையானது O விவிருந்து விழவிடப்படுகிறது.

$$2 \left[\sqrt{\frac{2l}{g}} + \sqrt{\frac{ml}{\lambda}} \left(\pi - \tan^{-1} \sqrt{\frac{2\lambda}{mg}} \right) \right]$$

எனும் நேரத்தின் பின்னர் அது O விவிருத்த திரும்பி வருமெனக் காட்டுக, $\lambda \rightarrow \infty$ ஆகும் பொழுது இந்நேரத்தின் எல்லை காண்க. பி. க. 11

24. O என்னும் நிலைத்த புள்ளியொன்றுக்குச் செலுத்தப் பட்ட $W^2(OP)$ பருமன் கொண்ட விசையொன்றின் தாக்கத்தின் கீழ், m திணிவுடைய P எனும் துணிக்கையொன்று ஒரு நேர் கோட்டில் இயங்குகின்றது. இங்கு w ஆனது ஓர் ஒருமையாகும். துணிக்கையானது A எனும் புள்ளியில் ஓய்விலிருந்து புறப்படு மாயின், அது O விலிருந்து x தூரத்தில் இருக்கும்பொழுது அதன் கதி v ஆயினும், $v^2 = W^2(x^2 - r^2)$ ஆகுமெனக் காட்டுக இங்கு $a = OA$

ஒப்பமான கிடைமேனையொன்றிலே, ஒன்றுக்கொன்று $9a$ தூரத்திலுள்ள A, B என்னும் இரு புள்ளிகளுக்கிடையே $9a$ என் னும் இயற்கை நீளம் கொண்ட மீள்தன்மையுள்ள இழையொன்று ஈர்க்கப்பட்டுள்ளது. இழையை முக்கூறிடுவதாய் A யிற்குக் கிட்ட வுள்ள புள்ளியில் m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று இணைக்கப் பட்டுள்ளது. கோடு AB யிலே A யிலிருந்து 2 தூரத்திலுள்ள P எனும் புள்ளிக்குத் துணிக்கை இடம் பெயர்க்கப்பட்டு, ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது கோடு AB யிலே A யில் இருந்து

$\left(\frac{9 + \sqrt{30}}{3} \right) a$ தூரத்திலுள்ள புள்ளியை அடையும் பொழுது துணிக்கையானது கணநிலை ஓய்விற்கு வருமெனக்காட்டுக.

25. இயற்கைநீளம் l உம் மீள்தன்மை மட்டு λ உம் உடைய ஒரு இலேசான சுருளில்லின் முனைகளான A, B என்பவற்றில் முறையே m_1, m_2 என்னும் திணிவுகள் கொண்ட இரு துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. A ஆனது ஓரிடத்தில் நிலையாக வைத்திருக்கப்பட்ட பொழுது B ஆனது T_2 எனும் அலைவுக்காலத் துடன் அலைகிறது. B ஆனது ஓரிடத்தில் நிலையாக வைத்திருக்கப் பட்டால் $T_1 = T_2 \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$ இவை தரப்படும் T_1 எனும் அலைவுக் காலத்துடன் A ஆனது அலையுமெனக் காட்டுக. துணிக்கைகள் இரண்டும் சுயாதீனமாய் இயங்கத் தக்கனவாக இருக்குமி பொழுது வில்லின் அலைவுக்காலத்தைக் காண்க.

26. a எனும் இயற்கை நீளத்தை யுடைய இலேசான வில் (சுருள்வில்) லொன்று அதன் கீழ்முனை நிலைப்படுத்தப்பட்டு நிலைக் குத்தாக நிற்கின்றது. m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று வில்லின் மேல் முனையுடன் பொருத்தப்படுப்போது, வில்லானது $\frac{a}{8}$ இடை நெருக்கப்படுகிறது. இத்துணிக்கையானது சமநிலையிலே ஓய்வில் இருக்கும்போது, m திணிவையுடைய இரண்டாவது துணிக்கைக்கு மேல் $3a/8$ உயரத்தில் ஓய்விலிருந்து விழவிடப்படுகிறது. மொத்த வில்லோது இத் துணிக்கைகள் ஒன்றுசேருமாயின், வில்லையும் இயக் கத்தின் அலைவுக் காலம், வீச்சம் என்பவற்றைக் காண்க.

27. இயற்கை நீளம் a உம் மட்டு m உம் கொண்ட மீள் தன்மையுடைய இலேசான இழையின் ஒரு முனை, கிடையான ஒப்புரவான மேசைமேல் O எனும் புள்ளியில் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. மற்றைய முனையில் m திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. தொடக்கத்தில் இத்துணிக்கை மேசைமீது O இல் இருந்து $(a + b)$ தூரத்தில் ஓய்வில் பிடிக்கப்பட்டுள்ளது.

இத்துணிக்கை விடுவிக்கப்பட்டால், $\left(\frac{\pi}{2} + \frac{a}{b} \right) \sqrt{a/g}$

எனும் நேரத்துக்குப்பின் O ஐ அடையும் எனக் காட்டுக.

இத்துணிக்கை O ஐ கடக்கும்போது, O இல் ஓய்வில் இருந்த கிண்திணிவுள்ள துணிக்கையோடு இணைகிறது இந்தச் சேர்த்தித்துணிக்கை O க்கு மீழ்வதற்கு எவ்வளவு நேரம் எடுக்கும் என்று காண்க

28. இலேசான, மீள் தன்மையிழையொன்றில் ஓய்வில் தொங்கும் ஒரு துணிக்கை இழையை R ஊடாக ஈர்க்கின்றது. துணிக்கையானது மேலும் $c (> R)$ என்னும் தூரத்திலுடாகக் கீழே இழுக்கப்பட்டு விடப்படுகின்றது. இழையானது சற்றே தொய்ந்திருக்கும் நிலையில் துணிக்கையின் வேகத்தையும், அதன்பின்னர் துணிக்கை எழும்பும் உயரத்தையும் காண்க

அலகு 7

காவிக்கணியம்

1. AB இன் நிலைக்காவிதன் முறையே a, b ஆயின், $AC = 2CB$ ஆகும் வண்ணம், AB இலுள்ள ஒரு புள்ளி C இன் நிலைக்காவியக் காண்க.

2. விசைகள் 2, 3, 4 நியூட்டன் ஒரு கனத்தின் ஒரு முலை O இற் சந்திக்கும் முலைவிட்டங்கள் வழியே தாக்குகின்றன. விளவின் பருமனையும் O இற் சந்திக்கும் ஒவ்வொரு விளிம்புடன் அமைக்கும் சாய்வையும் காண்க.

3. P, Q இன் நிலைக்காவிதன் முறையே $i - 3j - 4k$ உம் $4i - 5j - 2k$ உம் ஆயின், PQ இன் நீளத்தையும், அதனுடைய, திசைக்கோசையினையும் காண்க.

4. ABC இன் நிலைக்காணிகள் ஒன்றையே $2i-3j+4k$, $4i-2j+3k$ $3i-4j+2k$ ஆகும். AB இதற்கும் BC இதற்கும் இடையிலுள்ள கோணத்தைக் காண்க.

5. $a=a_1i+a_2j+a_3k$ ஆகவும், $b=b_1i+b_2j+b_3k$ ஆகவும் இருப்பின், கூறுகளான a_1, b_1 ஆகியவற்றைத் தனித்திற அலகுகளாகக் கொண்டு, (i) எண்ணிப்பெறுக்கம் a, b க்கும்

(ii) காவியப்பெறுக்கம் $a \times b$ இதற்கும் உரிய கோணங்களைத் தருக. i, j, k என்பன நிமிர்கோண அலகு காவிகளாம்.

6. ஒரு தெக்காட்டின் சட்டமான $(0 \ i \ j \ k)$ யில் A, B, C, D என்ற புள்ளிகள் முறையே $(-3, -2, 5)$, $(-2, 1, 3)$, $(-1, 0, 1)$ $(2, 3, 4)$, என்ற ஆள்கூறுகளைக் கொண்டுள்ளன.

(i) AB, CD இற்கு இடைப்பட்ட கூர்ங்கோணத்தையும்;

(ii) AB வழியே தாக்கும் பருமன் P ஐயுடைய விசையின் CD பற்றித் திருப்பத்தையும் காண்க.

7. தளமொன்றில் அசையும் புள்ளியான P, தளத்திலுள்ள நிலைத்த புள்ளி O வையும், OX என்ற நிலைத்த கோட்டையும் குறித்து (r, θ) என்ற முனைவு ஆள்கூறுகளை t என்ற நேரத்திற் கொண்டுள்ளது. வேகம் v யும், ஆர்முடுகல் a யும்,

$$v = r \dot{\theta} \mathbf{i}_r + r \ddot{\theta} \mathbf{i}_\theta \quad a = (r - r\dot{\theta}^2) \mathbf{i}_r + (r\ddot{\theta} + 2r\dot{\theta}) \mathbf{i}_\theta$$

என்பவற்றால் தரப்படுமெனக் காட்டுக. இதில் $\mathbf{i}_r, \mathbf{i}_\theta$ என்பன

ஆரை குறித்திசைகளிலுள்ள அலகு காவிகளாம்.

$r(1 + e \cos \theta) = c$ என்பதை மூலக்வுச் சமன்பாடாகவுடைய நீள்வட்டமொன்றில் துணிக்கையொன்று, முனையை (உற்பத்தியை) நோக்கிக் கட்டுப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஒரு விசைக்குட்பட்டு அசையும், r, θ ஆகியவற்றிற்கிடையே உள்ள தொடர்பொன்றைப் பெறுவதுடன் விசையின் பருமன் $1/r^2$ இற்கு விசை சமமெனக் காட்டுக.

8. a ஆரையுடைய ஓர் சில்லு O எனும் மாருக்கோண வேகத்துடன் சுழலுகின்றது. ஓர் பூச்சி சில்லின் விளிப்பிலுள்ள ஒரு புள்ளி A யிலிருந்து நேரம் $t=0$ இல், கட்டத்தின் வழியே u எனும் மாருவேகத்துடன் ஊரத்தொடங்குகிறது.

Oxy என்பதை, சில்லின் தளத்திலுள்ள மையம் O இனூடாகச் செல்லும் நிலைத்த அச்சக்களாகவும், $t=0$ OA வழியே Ox ஐயும் கொண்டு, நேரம் t இல் பூச்சியின் நிலைக்காணி,

$r = (a - ut) \cos \theta i + (a - ut) \sin \theta j$ ஆற்ற தரப்படுமெனக் காட்டுக.

பூச்சியின் வேகம், ஆர்முடுகல் என்பவற்றிற்கும் கோவைகளைப்பெறுக. பூச்சி, சில்லின் மையத்தைக் கடக்கும்போது பூச்சியின் ஆர்முடுகல் $2u$ எனக் காட்டுக.

9. நிலைத்த புள்ளி O ஐக் குறித்து ஒரு தளத்தில் அசையும்

புள்ளி P இனது நிலைக்காணி OP ஆனது சிக்கலெண் $z = z(t)$ ($t =$ நேரம்) என்பதாற் தரப்பட்டின்பு, P யினது வேக ஆர்முடுகலுக்கான காணிக்கை எழுதுக. (சிக்கல் எண்களில்) வேக ஆர்முடுகலுக்கான கோவைகளைமுனைவு ஆள்கூறுகள் (r, θ) இல் துணிக.

10. ஒரு தெக்காட்டின் சட்டமான $Oijk$ இல் $(0, 0, 0)$ ($2, 1, 1$), $(1, 2, 2)$, $(0, 0, 3)$ என்னும் ஆள்கூறுகையுடைய புள்ளிகள் தவறு உச்சிகளைக் கொண்ட OABC என்னும் நான் முகியில்

(i) OAB, OBC என்ற தளங்களுக்கிடையிலுள்ள கோணத்தையும்

(ii) தளம் ABC க்கு O இலிருந்து வரையப்படும் செங்குத்துத் தூரத்தையும், காவிமுறையாலோ அல்லது வேறு வழியாலோ காண்க.

11. ஒரு நிலைத்த புள்ளியை குறித்து, துணிக்கை P இனது நிலை, நேரம் t இல், $r = (t^4 + 2t^2 + 1) i + (1 + 4t - t^4) j$ ஆற் தரப்படுகின்றது. இங்கு i உம் j உம் இரு செங்குத்தான அலகுக்காணிகளாகும். P இலுள்ள வேகம், r இற்குச் சமாந்தரமாக உள்ளபோது

புள்ளி P இன் ஆர்முடுகல், காவி நிலைக்காணி OP உடன் அமைக்கும் கோணத்தைக் காண்க.

12. λ, μ என்பன எண்ணிப் பரமானங்களாயும், a, b என்பன குணியமல்லாத யாதொரு சோடிக் காணிகளாயுமிருந்தால், $\lambda a + \mu b$ என்பது குணியக்காணி O இற்கு எந்நிபந்தனைகளின் கீழ் ஒருங்குமெனக் கூறுக.

OACB என்பது ஓர் இணைகரம். D என்பது பக்கம் AC இன் நடுப்புள்ளி. E என்பது மூலைவிட்டம் AB இனதும், கோடு OD இனதும்

வெட்டுப்புள்ளி, $OA = a$ ஆயும் $OB = b$ ஆயுமிருந்தால் OD, ஐ a, b இல் ஒரு கோவையாக உணர்த்தி, $AE = \frac{1}{2} AB$ எனக் காட்டுக.

13. ஒரு செகிகோண ஆள்கூற்றுத்தொகுதியின் அச்சுக்கள் Ox, Oy இற்குச் சமாந்தரமான அலகுக்காணிகள் முறையே i, j ஆல் குறிக்கப்படுமின்றன. $-6i - i - 4j, i + 2j, 2i + 8j$ என்பவற்றைத் தானக்

காலிகளாகக் கொண்டுள்ள புள்ளிகளிலே முறையே $3+j$, $2i+4j$, $i+5j$ P_i+O_j எனும் விசைகள் தாக்குகின்றன. பின்வரும் வசைகளிலே P , O ஆனவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(அ) அவ்விசைத்தொகுதி ஓர் இணை G இற்கு ஒருங்கும்.

(ஆ) அவ்விசைத்தொகுதி புள்ளி $i+j$ இலே ஒரு தனிவிசை Y_j இற்கு ஒருங்கும், G , Y ஆனவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

14. புள்ளிகள் A, B, C என்பன உற்பத்தி O இலிருந்து நிலைக்காலிகள் a, b, c என்பனவற்றைக் கொண்டிருப்பின், சமன்பாடு $r=(a+(1-t)b)$ என்பது நேர்வரை AB ஐக்குறிக்கின்றதெனக் காட்டி BC இன் சமன்பாட்டையும் காண்க. இங்கு t ஒரு சாராமாறியாகும்.

O இன் நடுப்புள்ளி L ஐயும், BC இன் நடுப்புள்ளி M ஐயும் இணைக்கும் கோட்டின் சமன்பாட்டையும் காண்க. OB இன் நடுப்புள்ளியையும் AC இன் நடுப்புள்ளியையும் இணைக்கும் கோடு LM ஐ சந்திக்கும் புள்ளியின் நிலைக்காலியையும் காண்க.

15. $u = 3i+3j+5k$ என்பது புள்ளி P இன் நிலைக்காலியின் u இன் பருமனைக் காண்க. u இல் அவகுக்காலியின் i, j, k உடனடி அமைக்கும் கோணங்களை கிட்டிய கலையிற் தருக. u இன் திசையிலுள்ள அவகுக் காலியையும் காண்க.

சமன்பாடு $r=4$ (i கோசை $P+j$ சைன் p) ஆனது ஒரு வட்டத்தைக் குறிக்கின்றதெனக் காட்டுக. இங்கு P ஒரு சாராமாறி, புள்ளி p இலிருந்து இவ்வட்டத்தில் உள்ள மிகக்கிட்டிய புள்ளியினதும் மிகத் தூரப் புள்ளியினதும் நிலைக்காலிகளைக் காண்க.

16. துணிக்கை P இன் பசுறையின் சமன்பாடு $a = i+12k$ ஆகும் இங்கு t நேரமாகும். P இன் ஆர்முடுகல் ஓர் ஒருமை எனக் காட்டுக. P இற்குச் சார்பாக இன்றுமொரு துணிக்கை Q இன்

வேகம் $(i-j)$ ஆகும் அத்துடன் $t=0$ இல் $PQ = jQ$ இன் பாதையின் சமன்பாட்டையும் Q, P இற்குச் சமீபத்திலுள்ள போது நேரத்தையுங் காண்க.

17. நேரம் t இல் புள்ளி P இன் நிலைக்காலி a நான் $(i+4k)$ சீக $1k$ இங்கு a ஒரு நேர் ஒருமை; $0 \leq t < \pi/2$, $t=0$ ஆகுமீபோது, P இன் வேகமும் ஆர்முடுகலும் செங்குத்தாக உள்ளன எனக் காட்டுக.

புள்ளி A என்பது நிலைக்காலி a_j ஐக் கொண்டிருப்பின். நேரம் t இல் நேரவரை AP இன் காலீச்சமன்பாட்டைக் காண்க. புள்ளி Q ஆனது AP ஐ உட்புறமாக கோசை t : (i கோசை t) எனும் விசைத்தில் பிரிக்கிறது. Q இன் ஆர்முடுகல் பருமனில் ஓர் ஒருமை எனவும் எப்போதும் ஒரு நிலைப்புள்ளியை நோக்கியிருக்கும் எனவும் காட்டுக.

18. துணிக்கைகள் P_1, P_2 இன் வேகக் காணிகள் முறையே $u_1 i + v_1 j, u_2 i + v_2 j$ ஆகும்.

இவற்றின் சார்பு வேகம். P_1 இன் வேகத்தின் பருமனையே கொண்டுள்ளது ஒரு துணிக்கையின் வேகத்தைத் திருப்பினால் சார்புவேகத்தின் பருமன் இரட்டிக்கப்படுகின்றது P_1, P_2 இவற்றின் திசைகளுக்கிடையிட்ட கோணத்தின் சைன் என்பவற்றின் விகிதங்களைக் காண்க.

19. 3 அவகு திணிவுடைய துணிக்கையானது $F_1 = 2i + 3j$, $F_2 = 3j + 4k$, $F_3 = i + 2k$ எனும் விசைகளாற் தாக்கப்படுவதுடன், ஆரம்பத்தில் துணிக்கையானது $i - j - k$ எனும் புள்ளியில் ஒய்வினிகுக்கின்றது. 2 செக்கனுக்குப் பின்னர் துணிக்கையின் நிலையையும் திணிவு வேகத்தையும் காண்க. இந்நேரத்தில் துணிக்கையில் செய்யப்பட்ட வேலையையும் காண்க.

20. உற்பத்தி O ஐக் குறித்து. முறையே நிலைக்காணிகள் r_1, r_2, \dots, r_n என்பவற்றையுமுடைய m_1, m_2, \dots, m_n என்னும் n

துணிக்கைகளினது திணிவு மையத்தை வரையறுக்க. இது உற்பத்தியின் தேர்வைச் சாராது எனவும் காட்டுக.

முறையே $i + j; 2i - j; 2i + i; 2i + 3j$ எனும் புள்ளிகள் ஒய்வினிகுக்கும் 4, 3, 2, 4 அவகுகள் திணிவுள்ள துணிக்கைகளின் திணிவு மையத்தின் நிலைக்காணியைக் காண்க.

ஒவ்வொரு திணிவும், உற்பத்தியை நோக்கியதும், உற்பத்தியிலிருந்துள்ள தூரவர்க்கத்தின் பருமனையுடையதுமான விசைகளாற் தாக்கப்பட்டால், திணிவுமையத்தின் ஆரம்ப ஆர்முடுகளின் திசையைக் காண்க.

21. நிலைப்புள்ளி O ஐக் குறித்து புள்ளிகள் A, B, C இன் நிலைக்காணிகள் முறையே $i + j + k; i + 2k; 3i + 3j + 3k$ ஆகும். P எனும் துணிக்கை $t = 0$ நேரத்தில் B இலிருந்து புறப்பட்ட C ஐ நோக்கி BC வழியே l அவகு/செக். எனும் மாறா வேகத்தில் அசைகிறது t செக்கன்களுக்குப் பின்னர், P இன் நிலைக்காணியை (2) O இற்குச் சார்பாகக் காண்க $\angle PAB = \theta$ ஆயின் கோசை θ ஐ t இன் சார்பில் காண்க.

22. $0 < \alpha < \pi/2$ ஆகும் வண்ணம் α ஆனது ஒருமையாகவும், θ ஒரு சாராமாறியாகவும் இருப்பின், வளைிகள்

$r = b$ கோசை $\theta i +$ சைன் $\theta j + b$ கோசை θ தாண் sk

$r = b$ கோசை $\theta i + b$ சைன் $\theta j + (2h - b$ கோசை θ தாண் $\alpha)k$

இரண்டும் மையவகநிதித்திறன் சைன் α ஐக் கொண்ட நீள்வளை யங்கள் எனக் காட்டுக

$h^2 < b^2$ தான் α எனத் தரப்பட்டால் $2(b^2 - h^2 \sec^2 \alpha)^{1/2}$ இடைத்தூரமுள்ள இரு புள்ளிகளில் நீள்வளையங்கள் வெட்டும் எனக் காட்டுக.

23. முறையே $3m, m$ இணிவுகளையுடைய இரு அழுத்தமான கோளங்கள் A B என்பன தமது மையங்களின் இணைகோடு அலகுக்காவீ i இற்குச் சமாந்தரமாக மோதும்போது, அவற்றின் வேகக் காணிகள் முறையே $3u_i + 4v_j; -4u_i + 3v_j$ ஆகும்; மோதலையின் சக்தியிழப்பு கோணம் B இன் ஆரம்ப இயக்கச் சக்திக்குச் சமராயின், கோளங்களுக்கிடையிலுள்ள தன்னுருவடை தற்குணகம் $\sqrt{(23/98)}$ என நிறுவுக.

24. ஒரு துணிக்கையின் இடப்பெயர்ச்சி (t செக்கனில்) பின் வரும் காவியால் குறிக்கப்படும் $2ti + 4(t-t^2)j$ துணிக்கையின் இடப் பெயர்ச்சி எப்போது X அச்சின் திசையில் மட்டும் இருக்கும். அப் போது உற்பத்தியிலிருந்து துணிக்கையின் தூரம் என்ன?

இன்னும் எவ்வளவு நேரத்தின்பின் துணிக்கையின் நிலையை உற்பத்தியுடன் இணைக்கும் கோடு X அச்சுடன் 45° கோணமமைக்கும்.

25. a நீளமுடைய ஒரு கோல் AB ஒருதளத்தில் ஊசலிற்று. $AB = b$ ஆக C கோலில் ஒரு புள்ளி ஒரு கணத்தில் A, B, C இன் வேகங்கள் முறையே u, v, w காவிகளால் குறிக்கப்படுகின்றன. காவி ($w-u$) உம் ($v-u$) உம் கோலுக்குச் செங்குத்து என நிறுவுக. இதிலிருந்தோ வேறு வழியாலோ w ஐ a, v, a, b இல் காண்க.

தடுக்கும் ஊடகங்களில் இயக்கம்

1. திணிவு m உள்ள துணிக்கையொன்று ஒய்வு நிலையிலிருந்து ஊடகமொன்றினுள் புவியீர்ப்பின் கீழ் விழுகின்றது. ஊடகமானது துணிக்கையின் இயக்கத்திற்கு kmv^2 எனும் தடையை விளைவிக்கின்றது. இதில் v ஆனது துணிக்கையின் கதியும், k ஆனது ஒருமை யொன்றாமாகும். நேரம் t இன் பின் துணிக்கையின் கதியானது,

$$v = \sqrt{\frac{g}{k} \left(\frac{e^{2\sqrt{gkt}} - 1}{e^{2\sqrt{gkt}} + 1} \right)}$$

என்பதால் தரப்படுமெனக் காட்டுக. துணிக்கையின் முடிவு வேகம் என்ன? அதன் விளைவு சரியான பரிமாணக்கணியுடைய தாலென வாய்ப்புப் பார்க்க.

2. ஓர் எறிபடை, புவியீர்ப்பின் கீழ் தொடக்க வேகம் U உடன் நிலைக்குத்தாக மேலே கடப்படுகின்றது. உளிமண்டலமானது திணிவலகுக்கு k தரம் கதி அளவு தடையைக் கொடுக்கின்றது. அவ்வியக்கத்தின் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டை எழுதுக. அவ்வெறி

படை தன் உயர்வான உயரத்தை $\frac{KT}{c} = \frac{KU + g}{g}$ ஆல் கொடுக்கப் படும் நேரம் T இல் அடையும் எனவும், இவ்வயர்வான உயரம் $\frac{U}{k} - \frac{g}{k^2} \ln \left(\frac{g + Uk}{g} \right)$ எனவும் காட்டுக.

3. m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கையானது mkv^2 எனும் தடை விசைக்கு உட்படுத்தப்படுகிறது. இங்கு v , துணிக்கையின் வேகம், k ஓர் ஒருமை துணிக்கையானது, நிலத்திலுள்ள புள்ளி யொன்றிலிருந்து, நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி $(3g/k)^{1/2}$ என்னும் வேகத்துடன் விசப்படுகிறது. அது தரைக்குமேலே அதியுயர் உயரம் $1/k$ மட e^{2g} அடையும் எனக்காட்டுக. திரும்பவும் தரைக்கு வரும்போது அதன் வேகத்தையும் காண்க. துணிக்கை தரைக்கு திரும்புவதற்கு மூன்றா தடைவிசைக்கெதிராகச் செய்த முழு வேலை $9mg/(k)$ எனக் காட்டுக.

4. ஒரு துணிக்கை வெற்றிடத்தில் உற்பத்தியை அலைவு மையமாகக் கொண்டு x -அச்சின் வழியே அலைவுகாலம் $2\pi/n$ உடன் எ. இ இயக்கத்தை ஆற்றுகிறது. வெற்றிடம் அமர்முறை கல் kv^2 ஐக் கொடுக்கும் தடையூடகத்தால் நிரப்பப்பட்டால். இயக்கச்சமன்பாடு $d/dx (\frac{1}{2}v^2) \pm kv^2 = -n^2x$ ஆகுமென நிறுவுக. இங்கு v , துணிக்கையின் வேகம் k ஓர் ஒருமை மாறுபட்ட அடையாளங்களுக்கு உரிய காரணங்களைத் தெளிவாக விளக்குக. துணிக்கை, O இலிருந்து வேகம் u உடன் x -அச்சில் நேர்த்திசையில் வீசப்படுகிறது. துணிக்கை முதலில் ஓய்வுக்கு வருமுன்னர்,

$$v^2 = \frac{n^2}{2k^2} (1 - 2kx) + \left(u^2 - \frac{n^2}{2k^2} \right) e^{-2kx} \quad \text{என நிறுவுக.}$$

5. m திணிவுடைய துணிக்கை கிடைநேர்கோடு Ox இன் வழியே அசைகிறது. உற்பத்தியிலிருந்து நேரம் t இல் அதன் இடப் பெயர்ச்சி x ஆகும். அது O ஐ நோக்கி $mp^2 / |x|$ பருமனுள்ள விசையினால் இழுக்கப்படுகிறது. அதன் இயக்கம் $2mk \left| \ddot{x} \right|$; இங்கு ($k > 0$)

பருமனுள்ள விசையினால் தடுக்கப்படுகின்றது. x ஆனது $x + 2kx + p^2x = 0$ எனும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைச் திருப்திப்படுத்தும் என நிறுவுக.

துணிக்கை நேரம் t இல் O இலூடாக வேகம் u உடன் செல்கிறது. $k > p$ எனில் அது O இற்கு ஒருபோதும் மீளாதெனவும், $k < p$ எனில் அது அடுத்து O இற்கூடாக நேரம் $t = \pi/n$ இற்கு பின்னர் செல்லும் எனவும் நிறுவுக. இங்கு $n^2 = p^2 - k^2$ ஆகும்.

பிந்திய சந்தர்ப்பத்தில் $0 \leq t \leq \pi/n$ எனும் நேர இடைவெளியில் விசைகளுக்கெதிராகச் செய்யப்பட்ட முழு வேலையும்

$$\frac{1}{2} m u^2 \left(\frac{-2kx/n}{1 - e} \right) \quad \text{எனக் காட்டுக.}$$

6. ஒரு துணிக்கையானது, புவியீர்ப்புக்கெதிராக நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி u ஆரம்ப வேகத்துடன் வீசப்படுகிறது. வளித்தடை ஓரலகு திணிவிற்கு $\rho v/V$ ஆகும். இங்கு V ஏதாவது நேரத்திலுள்ள வேகம், V ஓர் ஒருமை. அடைந்த அதியுயர் உயரம்

$$\frac{V}{g} \left(u - V \text{ மட } \frac{V + U}{V} \right) \quad \text{எனக் காட்டுக. இவ்வுயரத்தை}$$

அடைய எடுக்கும் நேரத்தையும் காண்க.

துணிக்கையானது பின்னர் கீழ்நோக்கி விழுகிறது. அதன் வேகம் ஒருபோதும் V இலும் அதிகரிக்காதெனக் காட்டுக;

7. m திணிவுடைய துணிக்கை P ஆனது நிலைத்த புள்ளி O இலிருந்து x தூரத்தில் உள்ளபோது mk^2/x^5 விசையினால் O ஐ நோக்கிக் கவர்ப்படுகிறது இங்கு k ஓர் ஒருமை P ஆரம்பத்தில் O இலிருந்து a தூரத்தில் O இற்கு நேர் எதிரே வேகம் u உடன் விசப்படுகிறது. $u^2 < k^2 / (2a^4)$ எனத்தரப்பட்டால், துணிக்கை கண ஓய்வுக்கு வரும் புள்ளியானது $x^4 = k^2 a^4 / (k^2 - 2a^4 u^2)$ இதனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக

$u^2 > k^2 / (2a^4)$ எனில் துணிக்கை மெதுவாகுமே தவிர ஓய்வுக்கு வராதினவும் O இலிருந்து அதியுயர் தூரத்தில் இருக்கும்போது, அதன்வேகம் v ஆனது $v^2 = u^2 - k^2 / (2a^4)$ இதனை தரப்படுமெனக் காட்டுக.

$u^2 = k^2 / (2a^4)$ ஆயின் நேரம் t இற்குப்பின் இடப்பெயர்ச்சி x இற்கும் கோவையைப் பெறுக.

8. ஓர் துணிக்கையின் இயக்கத்திற்கு வளியின்தடை அதன் வேகத்தின் வர்க்கத்திற்கு நேர்விசை சமமானது. நிலைக்குத்தாக விழும்பொழுது ஓர் துணிக்கையின் எல்லை வேகம் U துணிக்கை நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி V வேகத்துடன் எறியப்பட்டால் அது எறியற் புள்ளியை $uv/\sqrt{u^2+v^2}$ வேகத்துடன் திரும்ப அடைய மெனக் காட்டுக. அதியுயர் புள்ளியை அடைய எடுக்கும் நேரம்.

u/g தான் $-1 (v/u)$ எனவும் காட்டுக.

9. m திணிவுள்ள ஓர் துணிக்கையானது u வேகத்துடன் ஓர் அழுத்தமான மேசையின் மேற்பரப்பின் வழியே எறியப்பட்டது. இயக்கத்திற்கான வளித்தடை mkv ஆகும். இங்கு k ஒரு மாறிவி $v =$ துணிக்கையின் யாதுமொரு நிலையிலுள்ள வேகம். நேரமானது முடிவில்லாது அதிகரிக்கும்போது துணிக்கை கடந்ததூரம் u/k ஐ முடிவாக அணுகும் என நிறுவுக. இத்துவாரத்தின் அரைப்பங்கைத் துணிக்கை கடக்க எடுத்த நேரம் $1/k$ மட e^{-2} எனவும் நிறுவுக.

10. k என்பது ஒருமையாகவும் v என்பது கதியாகவும் இருக்க mkv^2 எனும் தடையையுடைய ஊடகம் ஒன்றில் m எனும் திணிவுடைய துணிக்கையொன்று u எனும் கதியுடன் நிலைக்குத்தாய் மேல் நோக்கி எறியப்படுகிறது. துணிக்கை அடைந்த ஆகக்கூடிய உயரம்

$$\frac{1}{2k} \text{ மட } \left(1 + \frac{ku^2}{g} \right) \text{ ஆகுமெனக் காட்டுக.}$$

துணிக்கையானது எறியற் புள்ளிக்கு

$$u \sqrt{1 + \frac{ku^2}{g}} \text{ எனும் கதியுடன் மீள்கின்றதெனவும் காட்டுக.}$$

11. v என்பது துணிக்கையின் வேகத்தின் கிடைக்கூறியிருக்க தடையின் கிடைக்கூறு mkv ஆகவும் புலியீர்ப்புடன் ஒப்பிடுகையில் தடையின் நிலைக்குத்துக் கூறு புறக்கணிக்கத்தக்கதாகவும் உள்ள ஊடகமொன்றில் m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று u பருமனுடைய ஒரு வேகத்துடன் கிடைக்கு α எனும் கோணத்தில் சாய்ந்த வாறு எறியப்படுகின்றது. எறியற் புள்ளியூடான கிடைத்தளத்தின் மீது இத் துணிக்கையின் வீச்சு

$$\frac{u \text{ கோசை } \alpha}{k} \left(1 - e^{-\frac{2ku}{g} \text{சைன் } \alpha} \right) \text{ எனக் காட்டுக.}$$

வீச்சானது R இறை குறிக்கப்படின் துணிக்கை தனது பாதையின் அதியுயர் புள்ளியை அடையுமுன்னர் சென்றுள்ளகிடைத்தரபானது

$$\frac{R}{2} \text{ இலும் பெரிதாகுமெனக் காட்டுக.}$$

12. m எனும் திணிவுடைய குண்டொன்று கிடைக்கு α எனும் கோணத்தில் u எனும் வேகத்துடன் கடப்படுகிறது. v என்பது குண்டின் வேகக்காவியாயும் $k (> 0)$ என்பது ஓர் ஒருமையாகவும் மிருக்க குண்டின் இயக்கத்திற்கு வளிமண்டலத்தின் தடையானது $-mkv$ எனும் ஒரு விசையாகும். t எனும் நேரத்தில் இக்குண்டு சென்ற கிடையான தூரமும் நிலைக்குத்தான தூரமும் முறையே x, y ஆயின் t யின் சார்புகளாக x இற்கும் y இற்குமுரிய வகையீட்டுச் சமன் பாடுகளைப் பெறுக.

$$\text{தீர்வானது } x = \frac{u \text{ கோசை } \alpha}{k} \left(1 - e^{-kt} \right)$$

$$y = \left[\frac{u \text{சைன் } \alpha}{k^2} + \frac{g}{k} \right] \left(1 - e^{-kt} \right) - \frac{g}{k} t$$

ஆகும் என வாய்ப்புப் பார்க்க.

$k \rightarrow 0$ ஆகும்பொழுது $x = ut$ கோசை α , $y = ut$ சைன் $\alpha - \frac{1}{2}gt^2$ எனும் முடிவுகளை உய்த்தறிக.

13. μ ஆனது ஓர் ஒருமையாகவும், v ஆனது கதியாயிருக்க, μv^2 எனும் தடை விளைவிக்கும் ஊடகமொன்றில் அவகுத் திணிவுடைய துணிக்கையொன்று u என்னும் கதியுடன் நிலைக்குத்தாய் மேலே எறியப்படுகிறது. அது அடைந்த ஆகக் கூடிய உயரம்

$$\frac{u^2}{2g} (1 + \lambda) \text{ ஆகுமெனக் காட்டுக. இக்கு } \lambda = \mu u^2 / g$$

துணிக்கை யானது எறியற் புள்ளிக்கு $u / \sqrt{1 + \lambda}$ எனும் கதியுடன் திரும்பி வருமெனக் காட்டுக.

14. ஊடகமொன்றினுள்ளே திணிவு ρ உடைய துணிக்கை யொன்று வேகம் u உடன் நிலைக்குத்தாய் மேலே எறியப்படுகிறது. துணிக்கையின் இயக்கத்திற்கு ஊடகமானது $\rho g v^4 / u^4$ எனும் தடைவிசையை விளைவிக்கிறது இங்கு v ஆனது துணிக்கை வேகமாகும் துணிக்கையின் உயரம் x இதற்கும் அதன் வேகம் v இதற்கும் இடையேயான தொடர்பைக் கணித்து இதிலிருந்து துணிக்கை அடைந்த ஆகக்கூடிய உயரம் $\pi u^2 / 8g$ ஆகுமெனக் காட்டுக

இவ்உயரத்தை அடைவதற்குத் துணிக்கை எடுத்த நேரமானது.

$$\frac{u}{2g} \int \frac{\pi}{4} \frac{d\theta}{(\tan \theta)^{1/2}} \quad \text{எனும் வரையறுத்த தொகையிட}$$

பினால் தரப்படுமென நிறுவுக. இத்தொகையிடு சாத்தியமாகுமா உமது விடை சரியென நியாயங் கூறி நிறுவுக.

15. விழுகின்ற தேங்காயொன்றின் மீதான வளித் தடை யானது வேகத்துடன் நோய் மாறக் காணப்பட்டது வழக்கமான குறிப்பீட்டுடன், விழுகின்ற தேங்காயொன்றுக்கான இயக்கச்

$$\frac{dv}{dt} = g - kv \quad \text{எனக் காட்டுக. } k \text{ ஒரு ஒருமையாகும்?}$$

தேங்காய், மரத்திலிருந்து நிலைக்குத்து வீழ்வதற்கு எடுக்கும் நேரம் T என அவதானிக்கப்படுகிறது. தரையுடனான மொத்தலுக்குச் சற்று முன்னர், தேங்காயின் வேகத்தையும் மரத்தின் உயரத்தையும் காண்க. தரையுடன் தேங்காய்களின் மொத்தலுக்குள்ள மீளமைவுக்குணகம் $1/n$ எனில் தேங்காய் பின்னதைக்கும் உயரத்தைக் காண்க.

16. k என்பது ஓர் ஒருமையாயிருக்க வேகத்தின் mk மடங்கு எனும் தடையையுடைய வளியில் m எனும் திணிவுடைய துணிக்கை யொன்று u எனும் கதியுடன் நிலைக்குத்தாய் மேல்நோக்கி எறியப்படுகிறது துணிக்கை அடைந்த ஆகக்கூடிய உயரம் $gk^{-2} [g^{-1}ku - m(1 + g^{-1}ku)]$ ஆகுமெனக் காட்டுக.

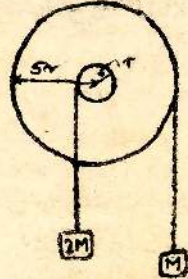
சடத்துவத் திருப்பம்

1. M எனும் திணிவும் & எனும் ஆரையுமுடையதான வட்டமான சீரான தட்டொன்றின் அச்சப்பற்றி அதத்தட்டின் சடத்துவத் திருப்பத்தைக் காண்க.

M எனும் திணிவும் & ஆரையுமுடையான வட்டமான ஒரு சீர்த்தட்டின் வடிவிலமைந்த கம்பியொன்றிற்கு அதன் அச்சப்பற்றிச் சுழலச் சுயாதீனமுண்டு இக்கம்பியின் அச்சாவது கிடைநிலையாக அமர்த்தப்பட்டுள்ளது. கரடானதும் இலேசானதும் நீட்டமுடியாததுமான இழையொன்று கம்பியின்மேல் சென்று தன்முனைகளில் m, m' எனும் திணிவுள்ள நிறைகள் இரண்டைத் தாங்குகிறது. இழையின் நிலைக்குத்தான பகுதிகளின் இழுவைகளையும் கம்பியின் கோண ஆர்முடுகளையும் துணிவதற்குப் போதிய சமன்பாடுகளைப் பெறக் கம்பியின் அச்சில் மறுதாக்கம் $(M+m+m') g [(m'-m)^2/(M/2+m+m')]$ ஆகுமெனக் காட்டுக

2. M திணிவுள்ள ஒரு அடருக்குச் செங்குத்தான ஒரு கோல் l பற்றி அவ்வடரின் சடத்துவத்திருப்பத்துக்கு வரைவிலக்கணம் கூறுக.

நீளம் 2cc ஆயும் திணிவு M உள்ள ஒரு துணிக்கை பொருத்தப்பட்டுள்ளது அக்கோலுக்கு முனை A பற்றிச் சுழலச் சுயாதீனமுண்டு B ஆனது A இற்கு மேலே நிற்கும்படி அக்கோல் ஒரு நிலைக்குத்து நிலையில் பிடிக்கப்பட்டுப் பின்னர் மென்மையாக இடம்பெயர்த்த கப்படுகின்றது அக்கோலின் கோண வேகத்திற்கான ஒரு கோவையை அக்கோல் நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் சாய்வுக் கோணத்தின் சார்பாகப் பெற்க. அக்கோல் கிடையாயிருக்கும் போது முனை A யிலுள்ள மறுதாக்கத்தைக் காண்க.



5. ஒரு சில்லு ρ அச்சாணியும் (படம்) உராய்வின்றித் தனது நிலையான கிடைப்பைப் பற்றிச் சுழலவல்லது. சில்லினதும் அச்சாணியினதும் சட்டத்துவத்திருப்பம் $3Mr^2$ ஆகும். இவ்வேசான, நீட்ட முடியாத இழைகள் சில்லு, அச்சாணி என்பவற்றிற்குடாகச் சென்று படத்தில் காட்டியபடி தனது முனைகளில் திணிவுகளைக் காவுகிறது தொகுதி சமநிலையிலிருந்து விடப்படுகின்றது. 3 தூரம் சென்றபின் சிறிய திணிவின் வேகத்தைக் காண்க சில்லு அச்சாணியினது கோண ஆர்முடுகலையும் காண்க.

சில்லு, அச்சாணி என்பன கோணவேகம் W ஐக் கொண்டிருக்கும்போது தடுப்பு முறகுத்திறன் G ஆனது பிரயோகிக்கப்படுகின்றது சில்லும் அச்சாணியும் n பூரண முழுச்சுழற்சிகளை ஆக்கிய பின்னர் தொகுதி ஓய்வுக்குக் கொண்டுவரப்படுகின்றது G இன், பருமனைக் காண்க.

4. ஒரு மெல்லிய பொன்றோள பாத்திரத்தின் ஆரை a ஆகும். ஒரு விட்டம்பற்றி இதன் சட்டத்துவத் திருப்புத்திறன் $2/3Ma^2$ என நிறுவுக. இங்கு M பாத்திரத்தின் திணிவாகும்.

பாத்திரமானது கிடையுடன் சைன் $^{-1}1/12$ இல் சாய்ந்துள்ள கரடான சாய்தளத்தில் கீழ்தோக்கி ஓய்விலிருந்து வழுக்காமல் உருளுகிறது. அதன்மையம் 5a தூரம் அசைந்த பின்னர் அதன் கோண வேகத்தைக் காண்க. இத்தூரத்தைச் செல்ல எடுக்கும் நேரத்தையும் காண்க.

5. M திணிவுடைய ஒரு சில்லு நிலையான தனது கிடையச்சுப் பற்றிச் சுயாதீனமாகத் திரும்பக்கூடியது. அச்சுப்பற்றி அதன் சுழிப்பாரை (Radius of gyration k ஆகும். கோண வேகத்தின் உயர்வு இழிவுப் பெறுமானத்தின் விகிதம் $41: 40$ ஆகும் ஒரு சந்தர்ப்பத்தில் ஒவ்வொரு சுழற்சியின்போதும் சில்லிற்கும் அச்சிற்குமிடையிலுள்ள எதிர் தாக்கம் பூச்சியமாகும். சில்லு ஒருமாரு கோணவேகத்தில் சுழலுவதற்கு n திணிவுடைய துணிக்கை யொன்று அச்சிலிருந்து a தூரத்தில் சில்லிற் பொருத்தப்படவேண்டும். தேவையான a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

6. $2l$ நீளமும் a ஆரையுமுடைய திண்மவுருவியின் ஒரு முனையிலுள்ள விட்டம் AB பற்றி அதன் சுழிப்பாரை k ஆனது $k^2 = (6l^2 + 3a^2) / 12$ இன்ற தரப்படுமெனக் காட்டுக.

AB யுடன் பொருந்தும் நிலையான கிடையச்சுப்பற்றி உருவானது சுயாதீனமாகத் திரும்பக்கூடியதாயின் சிற்றலைவுகள் இழிவாக இருப்பதற்கு l இற்கும் a இற்குமுள்ள விகிதத்தைக் காண்க.

உருளையின் கனவளவு ஒருமையாக வைக்கப்பட்டுள்ளதெனத் தரப்பட்டுள்ளது.

7. தனது பர்திவிலுள்ள புள்வியொன்றினூடாகச் செல்லும் நிலையான நிலைக்குத்தச்சுப்பற்றி தட்டானது கிடைத்தளத்தில் சுயாதீனமாகச் சுழலவல்லது ஒய்விருந்து t செக்கவில் 3 பூரண சுழற்சிகளை ஆக்குவதற்குத் தேவையான ஒருமை இணையின் (Constant couple திருப்பத்தின் பெறுமானத்தைக் காண்க இந் நேரமுடிவில் அச்சுப்பற்றி தட்டின் திணிவுவேகத்தின் திருப்பத்தை (moment of the momentum) யும் காண்க.

8. m திணிவும் $2a$ பக்கமுடைய ஒருசீர் சதுரத்தில் சடத்து வத்திருப்பம் அதன் ஒரு விளிம்புபற்றி $4ma^2/3$ எனக் காட்டுக.

தவிர்க்கக்கூடிய தடிப்புடைய ஒரு சீர் உலோகத் தகட்டிலிருந்து $2a$ விளிம்பும் 6 பக்கங்களும் கொண்ட பொள்கனமொன்று ஆக்கப்படுகிறது ஒரு பக்கத்தின் இரு எதிர் விளிம்புகளை இருசம கூறிலும் நிலையான கிடையச்சுப்பற்றி கனமானது சுயாதீனமாகத் திரும்பவல்லது. கனத்தின் அதியுயர்கோண ஆர்முடுகைக் காண்க

9. α ஆரையும் m திணிவையுமுடைய ஒரு மெல்லிய வட்டக்கம்பிக்கு ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய மூன்று துணிக்கைகள் ஒருசமபக்க முக்கோணம் ABC இன் உச்சிகளில் ஒட்டப்பட்டிருக்கின்றன. வட்டத்திற்கு A இலுள்ள தொடலியைப்பற்றி தொகுதியின் சடத்துவத்திருப்பத்தைக் காண்க

வில் AP ஆனது மையத்தில் O கோணத்தை எதிரமைக்குக் வண்ணம் P என்பது வட்டத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியாயின் P இலுள்ள தொடலிபற்றி தொகுதியின் சடத்துவத்திருப்பம் சிவைச் சாராது எனக்காட்டுக.

10. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய திணிவுகள் M திணிவுள்ள ஒரு வட்டத்தின் பர்திவிலில் ஓர் சதுரத்தின் உச்சிகளாகுமாது வைக்கப்பட்டுள்ளன. இத்தொகுதியானது பர்திவிலுள்ள யாது மொரு நிலைத்த புள்வி பற்றிச் சுயாதீனமாகத் திரும்ப வல்லதாயின் சிறு அலைவுகளுக்கான

காலம் $2\pi \sqrt{\left\{ \frac{(3M + 16m) \alpha}{(2M + 8m) g} \right\}}$ எனவும் நிறுவுக, $\alpha =$ ஆரை

11. ஒரு வட்டத்தட்டானது அதன் விளிம்பிலுள்ள ஓர்புள்ளி பற்றிச் சுயாதீனமாகத் தொங்கும்போது ஒரு கிடை அடியினால்

இயக்கத்திலீடுபடுத்தப்படுகிறது. இவ்வாடியானது இவ்வட்டத் தட்டை ஓர் கால்வட்டத்தினூடாக மட்டுமட்டாக உயர்த்த வல்லதாயின் கொடுபட்ட ஆரம்பக் கோணவேகம் $\sqrt{2g/3\alpha}$ எனக் காட்டுக. இங்கு α வட்டத்தட்டின் ஆரை.

12. 2α நீளமும் m திணிவுமுள்ள ஒரு சீர்கோல், AB யின் ஒரு முனை A ஒரு நிலைத்த புள்ளிக்குச் சுயாதீனமாக இணைக்கப்பட்டுள்ளது கோலானது ஒரு கிடைநிலையில் பிடிக்கப்பட்டுள்ளபோது M திணிவுள்ள ஒரு கரடான துணிக்கை P , A யிலிருந்து b தூரத்திலே வைக்கப்பட்டது. பின் தொகுதி மெதுவாக விடப்பட்டது. பின்வரும் இயக்கத்திலே P யானது கோலுடன் அதே தூரம் b யில் தொடுகையுடன் இருக்குமாயின் கோல் θ கோணத்தால் சுழன்றபோது அதன் கோண

$$6g(m\alpha + Mb)$$

$$\text{வேகம் } \theta, \theta^2 = \frac{\text{சைன் } \theta \text{ என்பதால் தரப்}}{4m\alpha^2 + 3Mb^2}$$

படும் எனக் காட்டுக.

13. m திணிவுள்ளதும் $2a$ நீளமுள்ளதுமான AB என்னும் ஒரு சீர்க்கோலின் சடத்துவத்திருப்பத்தை அக்கோலுக்குச் செங்குத்தாக A இனூடாகச் செல்லும் ஓர் அச்சப்பற்றிக் காண்க.

நிலையாயுள்ள முனை A பற்றிச்சுழல அக்கோலுக்குச் சுயாதீன முண்டு. அக்கோலானது கிடையான நிலையில் பிடிக்கப்பட்டு மென்மையாக விடுவிக்கப்படுகிறது. அது நிலைக்குத்தாகும்போது அதன் கோணவேகம் $\sqrt{3g/2a}$ எனக்காட்டி a இலுள்ள மறுதாக்கத்தின் பருமலையும் திசையையும் காண்க.

14. பக்கம் $2a$ யையும் திணிவு m லுயும் உடைய சீரான சதுரவடிவ அடரொன்றின் தளத்துக்குச் செங்குத்தாக அதன் மையம் O வினூடு செல்கின்ற ஒரு அச்ச பற்றி, அவ்வடரின் சடத்துவத் திருப்பத்தைக் காண்க.

இவ்வடரானது, அதன் தளத்துக்குச் செங்குத்தாக O இலிருந்து

4a
—எனும் தூரத்தில் அடரின் மீதுள்ள P எனும் ஒரு புள்ளியினூடு

3
செல்கின்றவொரு கிடையச்சு பற்றி, ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்திலே சுயாதீனமாகச் சுழலக்கூடியதாயுள்ளது. உறுதிச் சமநிலைத் தானம் பற்றி இவ்வடரின் சிறிய அலைவுகளின் காலம் $2\pi\sqrt{11a/6g}$ எனக் காட்டுக. இதே காலத்தைத் தருகின்ற O விற்கு அண்மித்த P யின் வேறொரு தானம் உண்டெனவும் காட்டுக.

15. m எனுந் திணிவும், a எனும் ஆரையும், O எனும் மைய

முழுடைய சீரான வட்டத் தட்டொன்று, அதன் பரிதியிலுள்ள C எனும் புள்ளிபற்றி நிலைக்குத்துத் தளமொன்றிலே சுயாதீனமாகச் சுழலக் கூடியதாயுள்ளது. C இற்று நிலைக்குத்தாக மேலே O இருக்க ஓய்விலிருந்து தட்டு விடுவிக்கப்படுகிறது கோடு CO ஆனது மேலேக்கிய நிலைக்குத்துடன் கோணம் θ யை அமைக்கையிலே

$$\theta^2 = \frac{4g}{3a} (1 - \text{கோசை } \theta) \text{ எனக் காட்டுக.}$$

அத்துடன் C யிலுள்ள மறுதாக்கத்தின் பருமன் $11mg/3$ இலும் அதிகரிக்க இயலாதெனவுங் காட்டுக.

16. m எனும் திணிவும் 2a எனும் நீளமும் கொண்ட AB எனும் ஒரு சீரான கோலொன்று அதன் நிலைத்த முனை A யின் சுயாதீனமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. M எனும் திணிவுடைய துணிக்கையொன்று அதன் மற்றமுனை B யில் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. கோலானது கிடைநிலையிலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது இக் கோல் நிலைக்குத்தாய் இருக்கும்பொழுது அதன் கோண வேகத்தைக் காண்க.

கோலானது நிலைக்குத்தாய் இருக்கும் பொழுது துணிக்கையானது முனை B யிலிருந்து தானாகவே மெக்லென் அகன்று விடுகின்றது தொடர்ந்து நடைபெறும் இயக்கத்திலே கோலானது

$$2 \text{ கோசை }^{-1} \left\{ \frac{M}{m + 3M} \right\} \text{ எனும் கோணத்தினூடாக}$$

அலைவுறுமெனக் காட்டுக.

M உடன் ஒப்பிடுதம்போது m ஆனது சிதீயதாயிருக்கையில் இக் கோணத்தின் பெறுமானம் என்ன?

17. a எனும் ஆரையும், m எனும் திணிவுமுடைய சீரான வட்ட அடரொன்றின் தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும், மையத்தினூடாகவும் செல்லும் அச்சு பற்றிய அதன் சடத்துவத் தீருப் பமானது $ma^2/2$ ஆகுமெனக் காட்டுக

அடரானது அதன் பரிதியிலுள்ள ஒரு புள்ளியினூடாக, அதன் தளத்திற்குச் செங்குத்தாய் அமைந்த கிடையான ஓர் அச்சு பற்றி நிலைக்குத்தான தளமொன்றில் சுயாதீனமாகச் சுழலவல்லது சுழற்சியச்சை சந்திக்கும் விட்டம் கிடையாய் இருக்குமாறு அது பிடிக்கப்பட்டு, பின்பு விடுவிக்கப்படுகிறது அடரானது θ கோணத்தினூடாகச் சுழன்றபின் அதன் மையத்தின் வேகம்

$$\left(\frac{4ag \text{ சை } \theta}{3} \right)^{1/2} \text{ ஆகுமெனக் காட்டுக.}$$



18. திணிவு ன் கொண்ட உடலொன்றின் திணிவு மையத்தினூடாகச் செல்லும் l எனும் ஒரு அச்சு பற்றிய சடத்துவ திருப்பமானது II ஆகும். l இற்குச் சமாந்தரமான l^1 எனும் ஓர் அச்சு பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் II^1 ஆனது, $II^1 = II + md^2$ இனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக. இங்கு d ஆனது l, l^1 என்பவற்றிற்கிடையையான தூரமாகும்.

a எனும் ஆரையொன்றை ஒரு சீரான வட்ட அடரொன்றில் b எனும் ஆரை உடைய ஒரு துவாரம் (ஒட்டை) உள்ளது. துவாரத்தின் மையமானது அடரின் மையத்திலிருந்து $c (< a - b)$ எனும் தூரத்தில் உள்ளது. துவாரத்தினூடாகச் செல்லும் b எனும் ஆரை கொண்ட ஒப்பமான நிலைத்த கிடை உருளைக் கோலொன்று பற்றி அடரானது நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் சுயாதீனமாக அலையவில்லது. சிறு ஆலைவு

காலமானது $2\pi \left\{ \frac{a^4 - b^4 + 2a^2c^2}{2a^2cg} \right\}^{1/2}$ ஆகுமெனக் காட்டுக

திணிவு மையம் தொடர்பான இயக்கம் உந்தம் சத்திச் சமன்பாடுகள்

1. இரு சம துணிக்கைகள் A, B என்பன ஒரு இலேசான & நீளமுள்ள இழையாலிணைக்கப்பெற்று A, B ஒரு மேசையின் விளிம்பிற்குச் செங்குத்தாகவும் B யானது மேசை விளிம்பு மீது வெளியே சற்றுத் தொங்கிக் கொண்டிருக்கத் தக்கதாகவும் பிடிக்கப்பட்டு விடப்படுகிறது. பின் நடக்கும் இயக்கத்தில் இழையானது கிடை யாக வரும்போது மேசையின் விளிம்பிலூடாகச் செல்லும் நிலைக் குத்திலிருந்து B யின் தூரம் $\frac{1}{2}g(\pi - 2)$ என நிறுவுக. இழையிலுள்ள இழுவையைக் காண்க.

2. A, B என்னும் m திணிவுடைய இரு துணிக்கைகள் | நீளமுள்ள மீள்தன்மையற்ற இழையின் அந்தங்களில் இணைக்கப்பட்டு AB ஒரு மேசை விளிம்பிற்குச் செவ்வாக இருக்குமாறும் AB = l ஆகுமாறும் B மேசை விளிம்பிலிருக்கக் கிடைமேசை மீது வைக்கப்பட்டுள்ள B ஆனது மெதுவாகத் தள்ளப்படுகின்றது. A ஆனது மேசையை விட்டு நீங்கும்போது ஏற்படும் கணத்தாக்கு $\frac{1}{2}m \sqrt{gl}$ எனக் காட்டுக

இரண்டும் $\frac{1}{8}(4 + 2\pi + \pi^2)$ என்ற நிலைக்குத்துத் தூரத்திலூடாக விழுந்தபின் கணப்போது ஒரே கிடைமட்டத்திலிருக்கும் என நிறுவுக.

3. m_1, m_2 திணிவுள்ள A, B என்னும் இரு துணிக்கைகள் இயற்கை நீளம் l உம் மீள்தன்மை மட்டு l உம் உள்ள 'ஒரிழையின் முனைகளுக்குக் கட்டப்பட்டு l இடைத்தூரத்தில் ஒரே அழுத்தக்

கிடைமேசைமீது ஒய்விலுள்ளன. A யானது u வேகத்துடன் BA நேர்கோட்டுத் திசையில் எறியப்படுகிறது. இழையானது உயர்வு நீட்சியில் இருக்கும்போது யானுமோர் துணிக்கையின் வேகம்

$\frac{m_1 u}{m_1 + m_2}$ எனக் காட்டுக; அத்துடன் இழைகளின் உயர்வு

நீட்சி $\left\{ \frac{m_1 m_2 l u^2}{(m_1 + m_2) \lambda} \right\}$ எனவுநி காட்டுக.

4. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய 3 துணிக்கைகள் ABCD என்னும் சாய்தூரத்தின் உச்சிகளில் வைக்கப்பட்டு AB, BC, CD, DA என்பன இலேசான சமநீள இழைகளினால் இறுக்கமாக இணைக்கப்பட்டு ஒரு கிடைமேசையில் ஒய்விலுள்ளன. $\angle BAD = \alpha$

($\alpha < \pi/4$) M திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை C யிலிருந்து CA திசையில் வேகம் u வுடன் சென்று A ஐ அடிக்கின்றது. M இற்கும் துணிக்கை A யிற்கும் இடையேயுள்ள கணத்தாக்கு

$$\frac{4Mmu(1+e)}{4m+M(1+2\sin^2\alpha)} \text{ என நிறுவி குறுக்கறினால்}$$

$$\text{ஏற்படும் இயக்கச் சத்தி நடட்டம் } \frac{2(1-e^2)Mmu^2}{M+4m+2M\sin^2\alpha} \text{ எனவும்}$$

நிறுவுக. இங்கு e மீளமைவுக் குணகம்.

5. 2a நீளமுள்ள M திணிவுமுள்ள மெல்லிய அழுத்தமான நேர்க்குழாயொன்று நில மட்டத்திலிருந்து h உயரத்தில் நிலைக்குத் தாகப் பிடிக்கப்பட்டுள்ளது. m திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்று அதன் நடுப்புள்ளி O யிலிருந்து மேல்நோக்கி u என்ற வேகத்துடன் எறியப்படுங் கணத்தில் குழாய் விடப்படுகின்றது.

$u^2 < 2ag(1+M/m)$ ஆயின் மூன்றுவது முறையாகத் துணிக்கை O ஐக் கடக்கும் போது குழாய் அதன் ஆரம்ப நிலையிலிருந்து கீழே இறங்கியிருக்கும் எனக் காட்டுக.

$u^2 = 2ag$ ஆயின் துணிக்கை மூன்றுவது முறையாக O ஐக் கடக்கும் கணத்தில் குழாய் நிலத்தை அடையுமெனவும்

$$h = \frac{4aM}{m+M} \text{ எனவும் காட்டுக.}$$

6. இரு திணிவுகள் m_1, m_2 என்பன சமாந்தர திசைகளில் u என்ற சார் வேகத்துடன் செல்கின்றன. அவற்றின் திணிவு மையத்தின் வேகம் v. மொத்த இயக்கப் பண்புச்சத்தி

$$\left(\frac{1}{2}m_1 + \frac{1}{2}m_2\right)v^2 + \frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} u^2 \text{ என நிறுவுக.}$$

M திணிவுள்ள ஒரு குண்டு தன் அதியுயர் புள்ளியில் கூறுகளாகக் கிடைத்திசையில் சிதறப்படுகிறது. கூறுகளின் விகிதம் n : 1. வெடித்தவினால் பெற்ற சத்தி E ஆனால் கூறுகளின் தரையில் வீழும்

$$\text{புள்ளிகளுக்குக்கிடைத்தூரம் } 2(n+1) \left[\frac{hE}{Mgn} \right]^{1/2}$$

இங்கு h — அதியுயர் உயரம்

7. AB எனும் இரு கோளவடிவத் துணிக்கைகள் $4 < \theta < 31$ நீளமான நீளா இழையொன்றால் தொடுக்கப்பட்டு ஓர் அழுத்தக் கிடைத்தளத்தில் இழை இறகும் வண்ணம் வைக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்வொரு சமதுணிக்கை C, AB க்குச் சமாந்திரமாக v எனும் வேகத்துடன் இயங்கி B ஐ நோதுகிறது. மோதுங் கணத்தில் BC

யின் மையக்கோடு AB உடன் 30° ஐ ஆக்குகிறது B க்கும் C க்கும் இடையேயுள்ள தன்னுருவடைதற் குணகம் $\frac{1}{2}$ ஆயின் பின்னடிக்கும் இயக்கத்தில் C யிற்கும் இழையின் நடுப்புள்ளிக்குமிடையேயுள்ள மிகக்கிட்டிய தூரம் 91 எனக் காட்டுக.

8 முறையே m. M. m திணிவுள்ள A, B, C எனும் துணிக்கைகள் AB, BC எனும் சமநீள நீளா இழைகளினால் இணைக்கப்பட்டு ABC ஒரு நேர்கோடாகவும் இழைகள் இறுக்கமாகவும் இருக்கத்தக்கதாக ஒர் அழுத்தக்கிடை மேசையில் ஒய்விலுள்ளன. ABC யிற்குச் செங்குத்தாக B யானது u எனும் வேகத்துடன் அடிக்கப்பட்டால் A யும் C யும் மோதும்போது அவற்றின் வேகங்களைக் காண்க.

A க்கும் C க்கும் இடையேயான தன்னுருவடைதற் குணகம் e ஆயின் ABC மீண்டும் நேர்கோடாகும் போது A, C யின் வேகங்களைக் காண்க.

9. மூன்று சமதிணிவுள்ள துணிக்கைகள் இரு இழைகளினால் தொடுக்கப்பட்டு இழைகள் இறுக்கமாக இருக்கும் வண்ணம் ஒர் நேர்கோட்டுத் திசையில் அழுத்தமான மேசைமீது ஒய்விலுள்ளன. நடுவிலிருக்கும் துணிக்கைக்கு இழைக்குச் செங்குத்தாக வேகம் u கொடுபட்டது இழைகள் ஆரம்ப நிலையிலிருந்து θ கோணத்தி னூடாகச் சுழன்றின் ஒவ்வொரு இழையினதும் கோணவேகம் $u/\alpha < (2 \sin^2 \theta + 1)$ என நிறுவுக.

10. ABC எனும் மூன்று சமதிணிவுகள் A, B யும் B, C யும் சமநீள இழையால் தொடுக்கப்பட்டு இழைகள் இறுக்கமாக இருக்கும் வண்ணம் ABC எனும் நேர்கோட்டிலுள்ளன. ABC க்குச் செங்குத்தாக B க்குக் கிடைவேகம் V கொடுக்கப்படுகின்றது. பின் A யும் C யும் அடிப்பட்டு மீண்டும் நேராக வரும்போது A, C, B என்பனவற்றின்

வேகங்கள் $\frac{V}{3} (1+e)$, $\frac{V}{3} (1+e)$, $\frac{V}{3} (1-2e)$ என நிறுவுக.

11. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய துணிக்கைகள் A, B என்பன ஒரு இலேசான நீட்டமுடியாத இழையினால் ஒவ்வொரு முனைக்கும் கட்டப்பட்டுள்ளன 2m திணிவுடைய மூன்றாவதொரு துணிக்கை C ஆனது இழையின் நடுப்புள்ளியில் கட்டப்பட்டுள்ளது. A, B, C என்பன நேர்கோட்டில் இருக்கும் வண்ணம் இழை மட்டுமட்டாக இறுகிய நிலையில் இருக்கிறது. துணிக்கை C இற்கு

AB இற்குச் செங்குத்தாக கிடைத்திசையில் V வேகம் திடீரெனக் கொடுக்கப்படுகிறது. A, B என்பன முதலில் மோதுப்போது, மூன்று துணிக்கைகளினது வேகங்களையும், சக்தி, திணிவுவேகக் காப்புவிதிகளைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

A, B என்பன நிறைமீள்தன்மையுடையனவாயின் மூன்று துணிக்கைகளும் மீண்டும் நேர்கோட்டில் இருக்கும்போது அவற்றின் வேகங்களைக் காண்க.

பலவினப் பயிற்சி

1. ஒரு துணிக்கை கிடைத்தளமொன்றில் கிடைபுடன் ($90^\circ - \alpha$) கோணத்துடன் u ஏறியல் வேகத்தில் வீசப்படுகின்றது. அது t நேரத்தில் (x, y) என்ற தளத்தின் மேல் உள்ள புள்ளியைக் கடக்கின்றது. இங்கு $g =$ புளியீர்ப்பு ஆர்முடுகல்

(a) அப்பாதையை வரைக

(b) புளியீர்ப்பு ஆர்முடுகல் சமன்பாடுகளை பிரயோகித்து பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

$$(1) u > \sqrt{gx}$$

$$(2) x^2 + y^2 = t^2 (u^2 - gy - \frac{1}{2}gt^2)$$

(c) $t = \frac{2}{g} \sqrt{u^2 - gy}$ ஆயின் துணிக்கை எங்கே இருக்கும்.

2. நிலைக்குத்தாக ஒரு கிடைமட்டத்தில் இரு நிலைக்குத்தான பனை தென்னை மரங்கள் உள்ளன. H, h என்பன பனை தென்னை என்பனவற்றின், உயரங்கள் ஆகும். $H < h$ பனையின் உச்சியில் ஏறிய ஒருவர் கிடைபுடன் α கோணத்தில் ஒரு கல்லை வீசுகின்றார். அது தென்னையை மட்டு மட்டாக கிடைமாக கடந்து சென்றது. பனைக்கும் தென்னைக்கும் இடையில் உள்ள தூரம் $2(h-H) \cot \alpha$ எனக் காட்டுக.

3. கிடைபுடன் α சாய்ந்துள்ள ஒரு ஒய்பமானசாய்தளம் a என்ற செங்குத்து உயரத்தை உடையது அதன் அதிஉயர்வு சாய்வுக் கோட்டின்வழியே அடியில் உள்ள புள்ளியில் இருந்து தளத்துடன் θ கோணத்தில் ஒரு கல் ஏறியப்பட அது சாய்தளத்தின் உச்சியை மட்டு மட்டாக தளத்துக்கு செங்குத்தாக அடிக்கின்றது.

$$(2ga)^{1/2}$$

$\theta = \cos^{-1} \frac{(2ga)^{1/2}}{u}$ என நிறுவுக இதில் இருந்து பறப்பு நேரம் u

$$T > \frac{2}{g} \sqrt{u^2 - 2ga}$$

மேற்கூறிய முடிவுகளில் இருந்து கிடைத்தளத்தில் இருந்து அதி உயரம்

$\frac{1}{2g} \left[u^2 - u \sqrt{2ag} \cos(\theta + 2\alpha) \right]$ என்ற வடிவத்தில் எழுதலாம் எனக் காட்டுக. இங்கு u எறியல் வேகம்

4. ஒரு கிடையான எறியப் பாதையொன்றில் இரு சுவர்களின் உயரங்கள் $\lambda h, \mu h$ ஆக இருக்கும் பொழுது ($\lambda < \mu$) ஆரம்பப்புவிளியில் இருந்து அதிநீர்ன் உச்சிசீக்கைச்சுடச்சிற்றநேரங்கள் $T, 2T$ ஆகும் இதில் இருந்து பின்வரும் முடிவுகளைப் பெறுக

$$(1) T = \left[\frac{h}{g} (2\lambda - \mu) \right]^{1/2}$$

(2) $\lambda < y < 2\lambda$ என்பதனை வாய்ப்புப்பார்க்க

(3) முதலாவது இரண்டாவது சுவர்கள் 0 இருந்து x_1, x_2 தூரத்தில் இருப்பின் $x_2 = 2x_1$ எனவும் எதிர்க்கோணம் θ ஆனது

$$\tan^{-1} \frac{\lambda h + 2gT^2}{x_1} \text{ or } \tan^{-1} \frac{\lambda h + 2gT^2}{x_2} \text{ எனவும் நினைவுக.}$$

$$(4) \theta \text{ இல் இருந்தும் } T = \left[\frac{h}{g} (2\lambda - \mu) \right]^{1/2} \text{ சரியாக}$$

இருக்கின்றதா என வாய்ப்புப் பார்க்க.

எறியப்பாதை பரவலாயுப்பாதை ஆது பின்வருமான வரையப்படும்

5. ஒரு துணிக்கையானது ஒரு குறிப்பிட்ட புள்ளி 0 இல் இருந்து கிடைத்தளமொன்றில் கிடைபுடன் α கோணத்தில் u வேகத்துடன் எறியப்படுகின்றது T நேரத்தில் அத்துணிக்கை UT உயரமுடைய சுவரைக்கடக்க முடியாது எனக் காட்டுக. அச்சுவரின் கிடைத் தூரம் UT இலும் சிறியது எனக் காட்டுக.

$$\text{ஆள் கூறு } (x, y) \text{ ஆரின் } x^2 + y^2 > T^2 [u^2 + gt(\frac{1}{2}gt - u)]$$

6. $\sqrt{2g}$ எனும் சமவேகங்களுடன் A, B எனும் இரு துணிக்கைகள் முறையே α, β எனும் சாய்வுக் கோணங்களில் எறியப்படுகின்றன தான் α தான் $\beta > 1$ ஆயின் அவற்றின் பொதுப்புவிளியை தரைக்கு மேலமைந்துள்ளது எனக் காட்டுக.

7. d விட்ட மூளை ஒரு கரடான வட்ட உருளை சம கரடான கிடைத்தனம் மீது நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. $2l$ நீளச் சிர்க்கோவொன்று அதன் ஒரு முனைகிடைத்தளத்திற்பொருந்துமாறு உருளை யின் அச்சிற்கு செங்குத்தான நிலைக்குத்து தளத்தில் உருளைமீது தொடரிலழியே சாய்ந்திருக்கிறது. கோலின் இரு முனைகளிலும் உராய்வு எக்லை உராய்வாகின், கோல் கிடைக்கு 60° இந் சாய்ந்

திருக்கும் போது உராய்வுக் கோணம் $1/2$ சைன்⁻¹ $\left(\frac{l}{d}\right)$ என நிறுவுக.

8. ஒரு துணிக்கை μ எனும் வேகத்துடன் ஒரு ஊடகத்தினுள் கிடையாக எறியப்பட்டது. ஓர் அலகு திணிவிற்கு ஊடகத்தின் தடை துணிக்கையின் வேகத்தின் கனத்தின் μ மடங்கு ஆகும் நேரம் t இல் அத்துணிக்கை அடைந்த தூரம்

$$\frac{1}{\mu u} \left\{ \sqrt{1 + 2\mu u^2 t} - 1 \right\} \text{ எனக் காட்டி. இக்கணத்தில்}$$

அதன் வேகத்தினைக் காண்க.

9. ஒரு புகையிரதம் A ஆனது Ku ($k < 1$) உடனும் சீரான ஆர் முடுகலுடன் t_0 நேரம் இயங்கி வேகம் u ஐ அடைந்து மாறாக் கதியில் இயங்கிக்கொண்டிருக்கிறது. A ஆனது u ஐ அடையும் இந் நேரர் புகையிரதம், B ஆனது ஓய்விலிருந்து மாறா ஆர்முடுகல் v உடன் இயங்கி ($v > u$) வேகத்தினை அடைந்து பின் மாறா வேகத்துடன் இயங்குகிறது. B ஆனது புறப்பட்டு t நேரத்தில் A ஐ கடக்குமெனில்

$$u(1+k)t_0 - 2(v-u)t + \frac{v^2}{t} = 0 \text{ எனக் காட்டுக.}$$

[A, B என்பன அவை மாறா வேகங்களுடன் இயங்கும்போதே இரண்டும் சந்தித்தன எனக் கொள்க.]

விடைகள்

அலகு 1

1. கிழக்குடன் தான்⁻¹ 1/5 கோணத்தில் $2\sqrt{26}$ km/ம வேகம்

2. 3 நிமி. $18\frac{3}{4}$ செக்.

$$3. t = \frac{2u(M+m) \text{ சைன் } \alpha}{(M+m)g \text{ சைன் } \alpha}$$

$$4. T = \frac{a}{\sqrt{(v^2 - w^2)}} \quad T = \frac{aw}{v\sqrt{(w^2 - v^2)}}$$

5. O வட்டத்தில் மையமாகவும், $\angle POQ = 2\theta$ ஆகவும் கொண்டு P தொடர்பாக, Q இன் வேகம் $2v$ சைன் θ , PQக்குச் செங்குத்தாக,

6. தாமதம் 3 நிமி. 50 செக்.

7. முதலாவது இழையில் = $64/47g$
இரண்டாவது இழையில் = $318/47g$ $g/47$

9. $49\frac{1}{4}$ செக். 1 வரிசை 1 ஐ t எனத் திருத்து 11, 110 அடியை 2.4, 50m ஆகவும் 60, 15 என்பதை 90, 36 km ஆகவும் 3144 அடியை 860 m ஆகவும் மாற்றுக.

$$11. T = \frac{23mg}{25}$$

12. திருத்தம் அடியை n என மாற்றுக.

13. நாசகாரி தொடர்புள்ள எதிரிக் கப்பலின் வேகம்
= $\sqrt{(u^2 + v^2 - 2uv \text{ சைன் } \theta)}$ நோட்டுக்கள்.

$$14. T = \frac{M(m+m)}{(2M+3m)} g \quad R = \frac{m^2}{2M+3m} g$$

16. படகின் கதி $V \sin \theta$ என்க.

17. $R = g[M+m - \text{சைன் } \theta]$ நோட்டுக்கள்

18. $y = \sqrt{(u^2 - 2gl)}$ $t = v + u - 2\sqrt{(u^2 - 2ft.)}$

19. XAB உடன் தான்⁻¹ $\left(\frac{u \text{ சைன் } \theta}{v+u \text{ கோசை } \theta} \right)$ திசையில்

$Y = AB$ உடன் தான்⁻¹ $\left(\frac{u \text{ சைன் } \theta}{v+u \text{ கோசை } \theta} \right)$ திசையில்

20. $\frac{u}{z} \left[\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \right] + t_0 = T$
24. $f_{AC} = (u^2 - v^2) / 2a; f_{CB} = (v-w)^2 / 8a.$
25. $\sqrt{(v^2 + w^2 - 2vw \cos \theta)}$ ம/செக்
26. $T = \frac{3Mg M + 2m \text{ சென்}^2 \text{cc}}{(3M + 4M \text{ சென்}^2 \text{cc})}$
29. $t_1 = 2a / \sqrt{3} + \sqrt{(4u^2 - v^2)}$
 $t_2 = a / \sqrt{(u^2 - v^2)}$
 $t_3 = 2a / \sqrt{(4u^2 - v^2)} - \sqrt{(3v)}$
31. $20\sqrt{3}$ km/மணி. $5\sqrt{3}$ km/மணி.
 AB க்குச் செங்குத்தாக 0.242 மணி.
32. P யின் ஆர்முடுகல் $7g/17$, Q இன் ஆர்முடுகல் $34g/17$,
 C யின் ஆர்முடுகல் $f/17$. $T = 24/17g$
34. $\sqrt{v_1^2 + v_3^2 - 2v_1v_3 \cos \theta}$. $v_1 \text{ சென்} \theta / v_2 - v_1$ கோசை θ
35. (i) $9t$ (ii) $11\frac{1}{2}gt^2$ (iii) $t(8 + \sqrt{23})$ (iv) $\sqrt{23}gt$
 m^2g சென் cc ($M + m^1 - m$ கோசை cc)
36. $\frac{(m + m^1) [m + m^1 \text{ சென்}^2 \text{cc}]}{}$
45. $a / \{ (u^2 - \frac{1}{2}w^2)^{1/2} + w / \sqrt{2} \}$
46. $u\sqrt{5}$, x அச்சுக்கு தான் $-1\frac{1}{2}$ இல்; $3a/4u$
47. $C = 1\sqrt{2}$
48. ஆரம்பம் v , 33° கி மீட்கி தெ 57° மே
49. $f = 10/6 \text{ms}^{-2}$ (i) $1/\sqrt{6} \text{ms}^{-1}$
 (ii) $7\sqrt{6}/3$ சக்திநட்டம் $35/6$ (iii) $1/20$ m
52. கிழக்கு 2θ வடக்கு இலிருந்து.
66. $12\sqrt{6}$ நொற்று 15°
67. மேற்குடன் $\cos^{-1} v/u$ வடக்கு நோக்கி
 $uv[v + \sqrt{(v^2 - 3u^2)}]$
68. $\frac{uv[v + \sqrt{(v^2 - 3u^2)}]}{3(v^2 - u^2)}$
69. $8\sqrt{6}$ நொற்றுக்கதியில் கிழக்குக்கு 60° வடக்கில்
 $2d v(v^2 - u^2 \sin^2 \theta)$
70. $\frac{uv[v + \sqrt{(v^2 - 3u^2)}]}{u^2 - v^2}$

71. $v_1 = \sqrt{u^2 + v^2}$ $v_2 = v\sqrt{u^2 + v^2} - 2vwa \sin wt + 2awv \cos wt + a^2w^2$
 74. P தொடர்பான Q இன் இயக்கம் ஒருவட்டம்
 75. $\theta = \tan^{-1}(\cot \alpha)$
 77. ஆரம்ப திசைக்கு \pm ஆக விருக்கும்போது $u/2$ வேகத்துடன் நிலைக்குத்தாக இழையின் திசையில்
 78. $u \cot \theta$

அலகு 2

1. $\frac{117}{200} \text{ m செக்}^2$

3. பிழை திருத்தம் $1 \frac{1}{5}$ ஐ $\frac{3}{5}$ என்க. கதி 2m/செகண்டத்தாக்கம் 4

4. $V = 31.42 \text{ m/s}$ $T = 140 \frac{5}{8} 80 \text{ N}$

5. 1.4 ப. வ.

7. $K = \frac{1000P}{U_1^3}$

9. $K = \frac{1000H}{U^2}$; $K_1 = \frac{1000H}{V^2 U^2}$ ($U^2 - V^2$)

$a = v : b = \frac{kg}{M}$

10. $K = \frac{1000H}{U^3}$; $K_1 = \frac{M}{U^2}$

11. $H = \frac{\mu^2 v_0^2}{4000(\mu - \lambda)} - \frac{\mu - \lambda}{1000} \left[v - \frac{\mu v_0}{2(\mu - \lambda)} \right]$

12. (i) $v = \sqrt{\left(m^2 g^2 \text{சைன்}^2 \alpha + \frac{14400}{u_0} aH - mg \text{சைன்} \alpha \right)}$

(ii) $v = \sqrt{\left(m^2 g^2 \text{சைன்}^2 \alpha + \frac{14400}{u_0} aA + mg \text{சைன்} \alpha \right)}$
 $\frac{2a/u_0}{2a/u_0}$

19. $v/\sqrt{\lambda\mu}$

20. $\frac{\mu u^2}{2c}, \frac{u}{2}, \frac{c}{u}$

21. $3 \cdot 1 \times 10^6 \text{ s}; 8 \cdot 5 \times 10^2 \text{ W}$

22. 29.3 கி. உவரநீர்; 800 நியூற்றன்சுள்.

30. 15

31. $\sqrt{\mu/\lambda}$ அடி / செக்

32. A செலவழித்த சக்தி Mgv B செலவழித்தது $mgvt$

33. $v = \left(\frac{m-M}{m+M} \right) v$ ஆல்வது $v=u$ பொருத்தமானது முதலாவது

37. $1/30 \text{ ms}^{-2} \quad T = 115 \times 10^2 \text{ N}$

38. 470 4N

39. $v = 3/2u \quad 11/12 Mu^2$ அலகு

$\tan^{-1} \left(\frac{4v^2}{7} \right)$ கோணம் ஆரம்பநிலையுடன் அமைந்து இயங்கும்

அலகு 3

1. $1/2 mv^2 (1-e)$

2. $\frac{\text{தான் } \phi}{\text{தான் } \theta} = \frac{M+m}{M-em}$

6. $U \sqrt{s} = \frac{m_1 m_2}{2m_1 + 3m_2}$

7. A இன் வேகம் $u (m_1 - em_2) / (m_1 + m_2)$

8. B இன் வேகம் $\frac{(m_2 - em_3)}{(m_2 + m_3)} \frac{m_1 - u (1 + e)}{(m_1 + m_2)}$

9. $J / (3m + 2M) \sqrt{[4 + (3m + 2M + 2) - n \text{ சென்}^2 \text{ cc}]}$

10. $Mm (1 - e^2) u^2 / (2m + M)$

11. $\sqrt{I (2aMg) / (M + m)}$

12. $m (1 + e) u_1 / (M + m)$

13. $mu / (M + m)$

15. $(1-e^2/4)u$ கோசை $\propto (1-e)u/2$
16. B யின் வேகம்
 $u/4 \sqrt{(1-e^2)^2 கோசை^2 \propto 44 சைன்^2 \propto (1+e)^2}$
 C யின் வேகம்: $1/2u(1-e)$
17. B யினிருந்து $a/4$ எனும் தூரத்தில்
18. கணத்தாக்கு இழுவைகள் $4I/15$ உம், $I/15$
 $u = 7I/15m; v = 7I/30m$
19. A யின் வேகம் $\rightarrow \frac{u}{2}$ கோசை $\propto (1-e)$; $\downarrow u$ சைன் \propto
 B யின் வேகம்: $\rightarrow \frac{u}{2}$ கோசை $\propto (1+e)$;

$$\text{தான் } \theta = \frac{\text{சைன் } \propto \text{ கோசை } \propto (1+e)}{(1-e) கோசை^2 \propto + 2சைன்^2 \propto}$$
20. $\text{தான்}(\theta + \alpha) = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2 e} \right) \text{தான்} \propto$
21. $I/3$
22. $\frac{1}{2} m \sqrt{(13ag)}$
23. $e^3 u; (1-e)e^3 u; (1-e)e^3 u$
 $(1+e)mu$ சைன் $2 \propto$
24. $\frac{2(M+m சைன்^2 \propto)}{2(M+m சைன்^2 \propto)}$
25. கிடைவேகம் $= \sqrt{(2gl)}$, நிலை வேகம் $= \sqrt{(2gl)}$
 கிடை ஆர்முடுகல் $= g$; நிலை ஆர்முடுகல் $= g$

அலகு 4

1. θ வின் இ. பெ. $= \text{தான்}^{-1}(\sqrt{5})$
2. ஆர்முடுகல் $= g$
4. $R = U^3 / (1 - \text{சைன்} \propto g)$
5. $R = m/a (u^2 - 2ag - 3ag கோசை \theta)$
6. $\sqrt{I v^2 சைன்^2(\theta - \alpha) - 2g கோசை^2 \propto} / கோசை \propto$
7. $2ag/a^2 + [1/h + \sqrt{(h^2 + a^2)}]^2$
17. 0.384 km
18. 2.88m
20. $\tan \propto 2$ or 8m 138.4 m
- 24: $\frac{25\sqrt{2}}{2} \text{ m/s}$

அலகு 5

2. $u = \sqrt{2g\lambda (1 - \cos \theta)}$
3. இழையிலுள்ள இழுவை

$$= \frac{m}{2 \text{ சைன் } \alpha} \left[\frac{u^2}{1 \text{ சைன் } \alpha} - 2g - 3g \cos \theta \right]$$
4. இழுவிசை = $3mg \text{ சைன் } \theta$
5. இழுவிசை = $3mg \text{ சைன் } \theta$
 அதிகடியான பெறுமானம். (BC இல்) = $(2\sqrt{3}) / 2mg$
6. வேகம் $\sqrt{2gl}$ சைன் α கோசை α
 அதிகடியான இழுவை = $mg (3 - 2 \text{ சைன்}^3 \alpha)$
 அதிகுறைந்த இழுவை = $mg \text{ சைன்}^3 \alpha$
8. எறியல் வேகம் $\sqrt{(3/2) ag}$
10. $4/3 ma^2$ நிலைக்குத்தாக $5/2 mg$
11. $5mg; [(35/25) g]^{1/2}; [(5/32) g]^{1/2}$
12. $1/5$
13. $\left(\frac{2g}{1} \right)^{1/2}; 35:24$
14. $1/2; 1/2 \text{ } 3/2 mg; 3mg$
15. $U = \left(\frac{3ga}{2} \right)^{1/2}; h = 2/3 a$
17. கோசை⁻¹ $1/5$ மே நிலைக்குத்துடன்
18. OA— $(m_1 + m_2) aw^2$
 OB— $(m_2 + m_3) aw^2$
 BC— $m_3 aw^2$
 AC— $m_3 aw^2$
 AB— $m_3 aw^2$
 AB உதைப்பு மற்றக் கோண்களில் இழுவை
22. வேகம் $\sqrt{ag/2}$ ஆளும்போது கிடைபுடன் 60° கோணத்தில் புளியீர்ப்பில் இயங்கும்
23. θ_1 இழிவு θ_2 உயர்வு

25. பிழை திருத்தம் θ, θ என்பதை θ, α இன் சார்பில்
 $\frac{2m_1 m_2 g \tan \alpha \cos \theta}{(m_1 + m_2)}$; $\frac{2m_1 m_2 g \sin^2 \alpha \cos \theta}{m_1 + m_2 \cos \alpha}$

$\frac{2m_1 m_2 g \sin^2 \alpha \cos \theta}{(m_1 + m_2) \cos \alpha}$

26. $\sqrt{(8ag)}$

அலகு 6

1. $R = m(g - w^2 z)$

4. விசை: Maw^2 சைன் $w t$

10. வேரம் $= 2\sqrt{a/g}$

$$\left\{ 2\pi - \cos^{-1} \left(\frac{a}{e} \right) - \cos^{-1} \left(\frac{a}{l^1} \right) - \frac{v}{\sqrt{ag}} (1+e) \right.$$

$$\left. \sqrt{\frac{(2+v)^2}{2g}} - \sqrt{\frac{2+e^2 v^2}{2g}} \right.$$

இங்கு $l^1 = \sqrt{(e^2 v^2 + 8ag)} a/g$

13. $10^{1/2}$ மீந்

14. 50 cm 70 cm; 420 cm/செக்

15. $\frac{5a}{6}$; $\frac{a}{6} \sqrt{\left(\frac{ag}{6} \right)}$; $\frac{8mg}{8}$

16. $\pi \sqrt{ag}$

17. $\frac{3}{24} m$, $\frac{15}{16} m$; 2.88m/s

21. $R\pi/w$, 60 cm/s

23. $2\sqrt{2l/g}$

25. $2\pi \sqrt{\frac{m_1 m_2 l}{\lambda(m_1 + m_2)}}$

26. அலைவகாலம் $2\pi \sqrt{a/g}$ வீச்சம் $\sqrt{\frac{15}{8}} a$

27. $\left(\frac{\pi}{2} + \frac{3a}{b} \right) 2\sqrt{\frac{a}{g}}$

28. $\sqrt{\frac{g}{a} (c^2 - a^2)}$; $(a + c)^2 / 2a$

அலகு 7

14. $r = \frac{1}{2}ta + \frac{1}{2}(1-t)(b+c)$ 15: $\pm(12i+16j)/5$
 16. $r = 2ti + (1-t)j + t^2k; t = \frac{1}{2}$
 17. $r = \lambda a + \mu b + \nu c$
 18. $\sqrt{2} : \sqrt{3} : \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$
 19. $3i + 3j + k; 6i + 12j + 12k; 54$ அலகுகள்
 20. $(\frac{5}{3})i + j - 7i - 4j$ இன் திசையினை
 21. (a) $(1 + \frac{2}{3}t)i + (\frac{2}{3}t)j + (2 + \frac{1}{3}t)k$
 (b) $(\frac{2}{3}t)i + (\frac{2}{3}t - 1)j + (\frac{1}{3}t + 1)k$
 கோணம் $\theta = (6-t) / 16\sqrt{(3t^2 - 2t + 6)}$

அலகு 8

3. $\left(\frac{3g}{4h}\right)^{\frac{1}{2}}$
 7. $x^3 = \frac{3}{3}(\sqrt{2kt}) + a^3$
 12. $x = ut \cos \alpha; y = ut \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2$
 15. $\frac{g}{k^2} \log \left[\frac{gn}{g(l + n - e^{-kt})} \right] + \frac{1}{n}(1 - e^{-kt})$

அலகு 9

3. $\sqrt{\frac{gs}{10r}}; \frac{(15Mr^2w^2 + 6Mgnr\pi)}{2n\pi}$
 4. $\theta = \left(\frac{9}{2a}\right)^{\frac{1}{2}}; t = 10 \left(\frac{2a}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$
 5. $a = \frac{9Mk}{80m}$
 6. $\frac{1}{a} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}}$
 19. க. 15

7. இணையின் திருப்பம் = $18\pi ma^2/t^2$
 திணிவு வேகத்தின் திருப்பம் = $18\pi ma^2/t$
8. $9g/19a$
9. $6ma^2$

அலகு 10

1. இழுவை யாதுமொரு துணிக்கையின் நிறையின் அரைப்பங்கு:
11. (i) $V_A = V_B = \frac{V\sqrt{3}}{2}$; $V_C = V/2$
- (ii) $V_A = V_B = V$; $V_C = 0$
16. $w = \frac{3g(2M + m)}{\sqrt{2a(3M + m)}} ; 2 \cos^{-1} \left(\frac{1}{3} \right)$
-

இயக்க விசையியல் பின்னிணைப்பு

அலகு 1 கதி, வேகம், ஆர்முடுகல்.

79. ஒரு மோட்டார் வண்டிப் போட்டி ஒன்றில் X எனும் வண்டி முடிவுநிலையிலிருந்து 1100 m தூரத்திலிருக்கும்போது 38.5 m s^{-1} எனும் வேகத்துடன் 0.44 m s^{-2} எனும் ஒரு சீரான ஆர்முடுகலுடனும் செல்கிறது. அதே நேரத்தில் Y எனும் வண்டி X இற்கு பின்னே 220 m தூரத்தில் 49.4 m s^{-1} எனும் வேகத்துடனும் 0.55 m s^{-2} எனும் ஒரு சீரான ஆர்முடுகலுடனும் செல்கிறது. முடிவு நிலையிற்கு முன்னே 242 m தூரத்தில் Y ஆனது X ஐ முந்தும் எனக் காட்டுக? X ஆனது முடிவு நிலையை அடைய 1 செக்கனிற்கு முன்னர் Y ஆனது அந்நிலையை அடையும் எனக் காட்டுக?

80. "1" நேரத்தில் p ஆகிய புள்ளியின் தானக்காவியான r என்பது $r = X\mathbf{i} + Y\mathbf{j}$ என்பதால் தரப்படுகிறது. இங்கே X உம் Y உம் OX, OY ஆகிய அச்சுகளுக்கேற்ப செவ்வகத் தெக்காட்டின் ஆள்கூறுகள் ஆகும். i உம், j உம் முறையே OX, OY ஆகிய வற்றின் வழியிலுள்ள அலகுக் காவிகளாகும்.

(அ) V எனும் வேகக்காவியை எழுதுக?

(ஆ) F எனும் ஆர்முடுகல் காவியை எழுதுக?

p எனும் புள்ளி a எனும் ஆரையையும் O எனும் மையத்தையும் கொண்ட வட்டத்தில் நகர்கிறது.

$X = a \cos \theta$, $Y = a \sin \theta$ எனும் உருமாற்றத்தால் OP என்னும் ஆரைக்காவி வழியாகவும் அதற்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ள l இனது கூறுகளைக் காண்க. இங்கே O என்பது OX, OP என்பவற்றுக்கிடையிலுள்ள கோணமாகும்.

ஆர்முடுகுக் காவியான l என்பது PO உடன் α எனும் ஒருமையான கோணம் அமைக்கும் வண்ணம் P இனது இயக்கம் அமைந்துள்ளது. t எனும் நேரத்தில் v எனும் கதி

$$1/v = 1/v_0 - 1/a \tan \alpha$$

$1/v = 1/v_0 + 1/a \tan \alpha$ என்பவற்றால் தரப்படுகிறது எனக் காட்டுக. இங்கே v_0 என்பது தொடக்கத்திலுள்ள கதியாகும். ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் $v-t$ வளையியைப் பருமட்டாக வரையவும்.

81. முறையே $3 f \text{ ms}^{-2}$ உம் $f \text{ ms}^{-2}$ உமான ஒருமையான ஆர்முடுகல்களோடு நகரும் A உம், B உம் ஆன இரு புகைவண்டிகள் s_1 எனும் நிலையத்தை ஒரே வேளையில் நேரம் t_1 , செக்கனில் கடந்து செல்கையில் நேரான சமாந்தரப் பாதைகளில் ஒரே திசையாக முறையே $u \text{ ms}^{-1}$, $2u \text{ ms}^{-1}$ ஆகிய கதிகளில் செல்கின்றன. $3 f \text{ ms}^{-2}$ எனும் ஒருமையான ஆர்முடுகலை ($t_2 - t_1$) செக்கன்களுக்கு மேலும் A எனும் புகைவண்டி s_1 எனும் நிலையத்தைக் கடந்து சென்றபின் t_2 செக்கனிலே A உம், B உம் ஆகிய புகைவண்டிகள் இரண்டாவது நிலையமான s_2 வைக் கடந்து சென்று அதன்பின் மீண்டும் நேரம் t_3 செக்கனில் மூன்றாவது நிலையமான s_3 ஐ இரு புகைவண்டிகளும் கடந்து செல்கின்றன. நிலையங்கள் s_1 உக்கும் s_3 உக்கும் இடையில் A உம், B உம் ஆன இரு புகைவண்டிகளின் இயக்கங்களுக்கு வேக - நேர வளைவிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் பகுமட்டாக வரைக?

வேக - நேர வளைவிகளை உபயோகித்துப் பின்வருவனவற்றைக் காட்டுக.

(1) $t_2 - t_1 = u/f \text{ s}$

(2) நேரம் t_2 செக்கனிலே A இனதும், B இனதும் கதிகள் முறையே $4u \text{ ms}^{-1}$ உம் $3u \text{ ms}^{-1}$ ஆகும்.

(3) $t_3 - t_2 = 2u/f \text{ s}$

(4) நேரம் t_3 செக்கனில் B இனதும் கதி $5u \text{ ms}^{-1}$

(5) நிலையங்கள் s_1 உம் s_3 உம் ஆகியவற்றுக்கு இடையிலுள்ள தூரம் $21 u^2/2f \text{ m}$

82. நேரம் $t = 0$ இல் m திணிவுள்ள ஒரு சிறிய மாபின் P நிலத்தின் மீதுள்ள ஒரு புள்ளி A யிலிருந்து கதி u வுடன் நிலைக்குத்தாக எறியப்படுகிறது. அதே நேரத்தில் m திணிவுடைய இன்ஜெர் சிறிய மாபிள் Q, A யிற்கு நிலைக்குத்தாக மேலாக h உயரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளி B யில் ஒய்விருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. மாபின்களும் நிலமும் பூரணமான மீள்தன்மையுடையன. AB யின் மீது C எனும் புள்ளியில் அவைகளுடைய கதிகள் சமமாகும் போது இரு மாபின்களும் மோதுகின்றன.

(1) $AC ; CB = 3 ; 1$

(2) $u^2 = 2gh$

எனக் காட்டுக.

$0 < t < \frac{5h}{u}$ எனும் ஆயிடைக்கான, மாபிள்கள் P யினதும் Q யினதும் வேக - நேர வளையிகளை அதே வரிப்படத்தில் பருமட்டாக வரைக அவற்றை முறையே (——) எனும் தொடர்ச்சியான கோட்டாலும் (. . .) எனும் புள்ளிக் கோட்டாலும் குறித்துக் காட்டுக. P தொடர்பான Q வின் இயக்கத்துக்கான வேக - நேர வளையியைப் புறம்பாக ஒரு வரிப்படத்தில் வரைக?

83. AB என்னுமிரு புகையிரதங்கள் X, Y என்னுமிரு புகையிரத நிலையங்களுக்கிடையே நேரிய சமாந்தரப்பாதையின் வழியே ஓடுகின்றன. அவை, நிலையம் X ஐ ஒரே நேரத்தில் விட்டு நீங்கி Y ஐ t சேக்கன் பிந்தி அடைகின்றன. புகையிரதம் A ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு, அதன் கதி $u \text{ ms}^{-1}$ ஆகும்வரை $f \text{ ms}^{-2}$ எனும் சீரான வீதத்தில் ஆர்முடுகிச் செக்கிறது. அது பின்னர், பாதையின் ஒரு பகுதிவழியே $u \text{ ms}^{-1}$ என்னும் சீரான கதியுடன் ஓடி இறுதியாக $f \text{ ms}^{-2}$ என்னும் அதே சீரான வீதத்தில் அமர்முடுகி நிலையம் Y இல் ஓய்வில் வந்தடைகிறது. புகையிரதம் B ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு, சிறிது நேரத்திற்கு $f' \text{ ms}^{-2}$ என்னும் ஒரு சீரான வீதத்தில் சென்று கதியைப் பெறுகிறது. பின்னர் நிலையம் Y இல் ஓய்வுக்கு வருமுன்னர் $f' \text{ ms}^{-2}$ என்னும் சீரான வீதத்தில் அமர்முடுகிச் செல்கிறது. புகையிரதங்கள் A யினதும் B யினதும் இயக்கங்களுக்கான வேக - நேர வளையிகளை ஒரே படத்தில் வரைந்து

$$u(t - u/f) = \frac{1}{2} f' t^2 \text{ எனக் காட்டுக.}$$

B தொடர்பான A யின் இயக்கத்திற்கான வேக - நேர வளையியை வேறொரு படத்தில் வரைக. ஒவ்வொரு படத்திலும் வேக - நேர வளையிகளின் பருமையும் வடிவத்தையும் நீர் தெளிவாகக் குறித்துக் காட்ட வேண்டும்?

84. u, v, w என்பன ஒருமைகளாகவும், i, j என்பன xOy தளத்திலுள்ள Ox, Oy எனும் திசைகள் வழியேயான அலகுக் காவிகளாகவும் இருக்க நேரம் t இல் P, Q எனும் இரு துணிக்கைகளின் தானக்காவிகள்

$r_1 = uti + vtj, r_2 = (a + ut + a \cos wt) i + (vt + a \sin wt) j$ நேரம் t இல் P, Q என்பனவற்றின் வேகங்கள், ஆர்முடுகல்கள் என்பவற்றைக் காண்க?

P தொடர்பாக Q ஒரு வட்டத்தை வரைகிறது எனவும், P, Q எப்பவற்றின் தானங்கள் ஆவர்த்தன முறையில் பொருந்துகின்றன எனவும் நிறுவுக? P, Q ஆகியவை பொருந்துமோது அவற்றின் இயக்க திசைகளுக்கு இடையிலான கோணத்தைக் காண்க?

85 கட்டடம் ஒன்றிலிருந்து இலிபீர் ஒன்று இறங்கிச் செல்கிறது. முதல் மூன்றிலொரு தூரத்தை ஒய்விலிருந்து ஒருமையான ஆர்முடுகலோடும், அடுத்த மூன்றிலொரு தூரத்தை சீரான வேகத்தோடும், இறுதியான மூன்றிலொரு தூரத்தை ஒருமையான அமர்முடுகலோடும் சென்று அடித்தளத்தை அடையுமோது ஒய்விற்கு கொண்டுவரப்படுகின்றது இது இறங்குவதற்கு எடுக்கப்பட்ட நேரம் ஒரு துணிக்கை சுபாதீனமாக விழும்மோது இலிபீர் சென்ற தூரத்தைப்போல் நான்கு மடங்கு தூரத்தை அடைவதற்கு எடுக்கும் நேரத்துக்குச் சமமாகும். இலிபீரின் இயக்கத்துக்கான வேக — நேர வகையியைப் பரும்படியாக வரைந்து இந்த இலிபீற்றில் ஒரு மனிதன் நின்றால் அவனது பாதத்தில் பட்டறியும் ஆரம்ப அமுக்கம் அவனது நிறையில் $\frac{23}{48}$ பங்கு. என நிறுவுக. இறக்கத்தின் இறுதியில் அம்மனிதனிலுள்ள அமுக்கத்தைக் காண்க?

அலகு 2: விசை, உந்தம், வேலை, சக்தி

40. (a) M எனும் திணிவுடைய ரயில் பாரக்கட்டை வண்டியொன்று ஒப்பமான நேரான கிடைத்தண்டவாளம் மீது ஒய்விலுள்ளது. அவ்வண்டியின் ஒரு விளிம்பில் நிற்கும் m எனும் திணிவுடைய ஒருமனிதன், தண்டவாளத்திற்குச் சமாந்தரமான கிடைத்திசையிலே வண்டியின் சார்பாக u எனும் வேகத்துடன் வெளியே குதிக்கின்றான். வண்டியின் வேகத்தைக் காண்க.

(b) ஒவ்வொருவரும் M எனும் திணிவுடைய n எண்ணிக்கை கொண்ட ஒரு மக்கள் குழு ஒய்விலுள்ள வண்டியின் விளிம்பில் நிற்கின்றது.

1. எல்லோரும் ஒரே நேரத்தில் வண்டியின் சார்பாக u எனும் வேகத்துடன் (a) இல் கூறியவாறு குதித்தால் வண்டியின் வேகத்தைக் காண்க.
2. ஒவ்வொருவரும் அடுத்தடுத்து வண்டியின் சார்பாக u எனும் வேகத்துடன் (a) இல் கூறியவாறு குதித்தால் வண்டியின் முடிவு வேகமானது,

$$n \quad MV$$

$$r = 1 \quad M + nm \quad \text{ஆகுமெனக் காட்டுக.}$$

1. இலுள்ள முடிவானது (8) இலுள்ள முடிவிலும் பெரிதா குமா? உமது விடைக்குக் காரணங்காட்டி விளக்குக.

41. m திணிவுடைய ABC எனும் குழாய் ஒன்று B இல் செந் கோண வடிவத்தில் வளைக்கப்பட்டுள்ளது. பகுதி AB இற்கு இரு நிலைத்த வளையங்களினூடாக இடையாய் வழுக்கிச் செல்லகயா தீன்முண்டு. பகுதி BC நிலைக்குத்தாய் உள்ளது. B இலுள்ள புற கணிக்கத்தக்க திணிவுடைய ஒப்பமான கப்பி ஒன்றின் மீது செல்லும் நீட்ட முடியாத இழை ஒன்று, ஒவ்வொன்றும் m எனும் திணிவுடைய P, Q எனும் இரு துணிக்கைகளை தொடுகிறது? P, Q என்பன முறையே AB, BC இல் உராய்வின்றிச் செல்கின்றன. தொகுதியானது ஓய்விவிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. உந்தக் காப்புக் கோட்பாட்டையும், சக்திக்காப்புக் கோட்பாட்டையும் பயன்படுத்தி Q ஆனது தொடக்க நிலையிலிருந்து Y தூரம் விழுந்த பொழுது அதன் வேகத்தின் நிலைக்குத்துக் கூறு Y ஆனது $Y^2 = 6gy/5$ இனால் தரப்படும் எனக் காட்டுக?

இதிலிருந்தோ அல்லது வேறு வழியாகவோ Q இன் ஆர்முடு கலின் கூறுகளை காண்க? இழையிலுள்ள இழுவையைக் கண்டு துணிக்கை Q இற்கும் குழாயிற்கும் இடையிலான மறுதாக்கம் $mg/5$ எனக் காட்டுக?

42. M திணிவுள்ள வாணம் ஒன்று V வேகத்தில் நேர்கோட்டி ஓ செல்கிறது. M உம் V உம் நேரம் t இன் சார்புகள், வாணம் $M (= -dm/dt)$ எனும் ஒருமையான வீதத்தில் U எனும் சீரான சுதியில் வாணத்துக்குத் தொடர்பாக வாயுக்களைப் பிள்திசையில் வெளிவிடுகிறது. t நேரத்தில் வாணத்தின் உந்தம் வெளிப்படையாக Mv ஆகும். உள்ளே ஏற்பட்ட எரிவின் காரணமாக M எனும் திணிவு st எனும் நேரத்தில் $M - mst$, mst எனும் இரு திணிவுப்பகுதிகளாகப் பிரிகிறது. வாணத்தின் வேகம் $v + 8v$ ஆக இருக்கும்போது $t + st$ நேரத்தில் இவ்விரு துண்டுகளின் உந்தங்களை எழுதுக?

இந்த சிளவு சடப்பொருளில் ஏற்பட்ட உந்தத்தின் மாற்றத்தைக் காண்க. இதிலிருந்து $F = mu - M dv/dt$ எனும் இயக்கத்துக்குரிய சமன்பாட்டைப் பெறுக. இங்கே F என்பது வாணத்தின் இயக்கத்தை ஏதிரீக்கும் விசையாகும்.

வாணம் பூமியின் வளிமண்டலத்துக்குச் சற்று வெளியே நிலைக்குத்தாக மேலே $F = Mg = (M_0 - mt)g$ ஆகுமாறு செல்கிறது. M_0 வாணத்தின் தொடக்கத் திணிவாக இருக்கிறது.

$V = V_0 - gt \log Mo/M$ எனக் காட்டுக? இங்கு V_0 என்பது தொடக்கக் கதியாகும்.

43. சூழக்கு வெட்டுப்பரப்பு 1000mm^2 ஆகவுள்ள குழாயினூடாக ஒரு நீமிடத்திற்கு 1.2m^3 நீரை 1.5m உயரத்திற்கு ஒரு பம்பியினால் உயர்த்த வேண்டியுள்ளது. 1m^3 நீரின் நிறை 1000kg எனவும் $g = 9.81 \text{ms}^{-2}$ எனவும் கருதி பம்பியின் வலுவைக் காண்க?

44. பொறியியல் பயன்படுத்தப்படும் (அ) நியூட்டன் (ஆ) யூல் (இ) வாற்று என்னும் அலகுகளை வரையறுக்க.

அவற்றின் பெளதிகப் பரிமாணங்களைக் கூறுக? ஒரு துறைமுகத்தில் 10^5kg திணிவுடைய மோட்டார் படகொன்று $4 \times 10^5 \text{kg}$ திணிவுடைய அடிதட்டையான படகொன்றை நீளாக்கியறி ஒன்றினால் இழுக்கிறது. மோட்டார்ப் படகிலுள்ள எஞ்சின் 400kW இல் வேலை செய்யும்போது, மோட்டார்ப்படகும், அடிதட்டையான படகும் 38kmh^{-1} என்னும் வேகத்துடனும் 0.06ms^{-2} எனும் ஆர்முடுகலுடனும் இயங்குகின்றன மோட்டார்ப்படகு, அடிதட்டையான படகு ஆகிய இரண்டினதும் இயக்கத்துக்கான மொத்த வளி - நீர்த்தடையைக் காண்க?

மோட்டார்ப் படகினதும், அடிதட்டையான படகினதும் இயக்கத்துக்கான வளி - நீர்த்தடைகள் அவற்றின் திணிவுகளுக்கு விசைமன் எனின், கயிற்றிலுள்ள இழுவையைக் காண்க?

45. ஒவ்வொன்றும் $50 \times 10^3 \text{kg}$ திணிவுடைய 6 புகையிரதப் பெட்டிகளைக் கொண்ட புகையிரதமொன்றை, $90 \times 10^3 \text{kg}$ திணிவுடைய எஞ்சின் ஆனது பின்புறத்திலிருந்து தள்ளுகின்ற $60 \times 10^3 \text{kg}$ திணிவுடைய மற்றமோர் எஞ்சினின் உதவியுடன் 98 இல் 1 என்னும் சாய்வு வழியே மேலேக்கி இழுத்துச் செல்லுகின்றது, முன்னுள்ள எஞ்சினும், பின்னுள்ள எஞ்சினும் முறையே 330kW , 270kW வலுவை சில்லுகளில் வழங்கவல்லன. உராய்வுத் தடையும், வழித்தடையும் நிறையின் $1/147$ எனக் கொண்டு புகையிரதத்தின் ஆர்முடுகல் அதன் கதி $V \text{kmh}^{-1}$ இல் காண்க? புகையிரதத்தின் கதியானது மணிக்கு 28.8km ஐ மீறமுடியாது எனக் காட்டுக?

கதியானது மணிக்கு 24km ஆகவிருக்கும்போது இரண்டாவது புகையிரதப் பெட்டிக்கும் முன்னரவது புகையிரதப் பெட்டிக்கும் இடையில் இருக்கும் இணைப்பிலுள்ள இழுவையைக் காண்க? (புவியீர்ப்பிலான ஆர்முடுகல் 9.8ms^{-2} ஆகும்)

46. வேலை, வலு ஆகியவைகளை வரையறுத்து அவற்றின் அலகு களையும் குறிப்பிடுக?

0.004 m^2 குறுக்கு வெட்டுள்ள நாசியையுடைய சூழாயினூடாக நிமிடத்துக்கு 2.4 கனமீற்றர் வீதம் 12 மீற்றர் ஆழத்திலிருந்து 80% திறனுள்ள எஞ்சின் நீரிறைக்க வேண்டுமெனின் அதன்வலு எவ்வளவாய் இருக்க வேண்டும்?

நீர்த்தாரை, நிலைக்குத்தான சுவருக்குச் செங்குத்தாகச் செலுத்தப்பட்டால் நீர் பின்னதைக்காது எனக்கொண்டு சுவரில் உருற்றப்பட்ட விசையைக் காண்க? (ஒரு கனமீற்றர் நீரினு திணிவு 10^3 கிலோ கிராம் $g=10 \text{ m/s}^2$)

அலகு 3 கனத்தாக்குவிசை மீள்தன்மைப் பொருள் மொத்தல்

50. ஒவ்வொன்றும் திணிவு m உடைய X, Y எனும் இரு குரங்குகள் P எனும் ஒப்பமான நிலைத்த சப்பி ஒன்றின் மீது செல்லும் இசைான நீட்டமுடியாத கயிறொன்றின் முனைகளைப் பிடித்துக் கொள்கின்றன குரங்கு X ஆனது கயிற்றின் சார்பாக u எனும் ஒரு சீரான வேகத்துடன் கயிற்றில் ஏறத் தொடங்குகிறது.

தொடர்ந்து நடைபெறும் இயக்கத்திலே குரங்குகள் X உம் Y உம் ஒரே ஒருமை வேகம் $u/2$ உடன் கம்பி P ஐ அணுகுகின்றன எனக்காட்டுக.

1. குரங்கு X இனாலும் 2. குரங்கு Y இனாலும் செய்யப்படும் வேலைவீதம் யாது? உமது விடைக்குக் காரணம் காட்டி விளக்குக.

51. மீள்சக்தி மோதுகையை வரையறுக்க.

m எனும் திணிவும் a எனும் ஆரையும் கொண்ட A எனும் உதைபந்தொன்று ஒப்பமான கிடை நிலத்தில் ஓய்விலுள்ளது; அதே திணிவு m உம் ஆனால் $b (< a)$ எனும் ஆரையுடைய B எனும் இன்னொரு பந்து தரத்திலே u எனும் கிடைவேகத்துடன் சென்று உதைபந்து A ஐ அடிக்கிறது இரு பந்துகளின் மையங்களைத் தொடுக்கும் கோடும் காவி U உம் ஒரே நிலைக்குத்துத் தளத்தி

லுள்ளன. மோதலானது மீள்சக்தியுடையதென எடுத்துக் கொண்டு உதைபந்து A பெறும் வேகமானது $2u \cos \alpha / 1 + \cos^2 \alpha$

ஆகுமெனக் காட்டுக. இங்கே $\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{a-b}{a+b} \right)$ ஆகும்.

பந்திற்கும் நிலத்திற்கும் இடையிலான மீளமைவுக் குணகம் e ஆயின் நிலத்தின் மீதான உதைபந்து A இன் கிடைவீச்சைக் காண்க.

52. நிறை மீள்சக்தி மோதுகை என்பதை வரையறை செய்ய்க.

நிலையான m திணிவுள்ள அணுவுடன் u கதியில் அசையும் M திணிவுள்ள நியூற்றன் ஒன்று மோதுகிறது மோதுகை நிறை மீள்சக்தி உடையது எனக் கருதி மோதுகைக்குப் பின் அணுவின் உயர்வுக் கதியான v என்பது $v = 2Mu / M + m$ என்பதால் தரப் படுகிறது எனக் காட்டுக?

U எனும் ஒரே கதியுடைய நியூற்றன்கள் ஐதரசன் அணுவு டனும் நைதரசன் அணுவுடனும் மோதினால்,

$$V_N | V_H = \frac{1 + M/m_H}{M/m_H + m_N/m_H} \quad \text{எனக் காட்டுக?}$$

இங்கே V_N உம் V_H உம் நைதரசன் அணுவினுடைய உயர்வுக் கதியும் ஐதரசன் அணுவினுடைய உயர்வுக் கதியும் ஆகும் நியூற்றனும் அணுவும் ஒரு சரிவான மோதுகையிலுள்ள துணிக் கைகளாகக் கருதப்படுகின்றன.

53. அசைந்து செல்லும் ஒப்பமான A எனும் கோளம் நிலையான தும் சர்வ சமநிலைமான B எனும் கோளத்துடன் மோதுகிறது. கோளங்களின் இடையேயுள்ள தன்னுருவடைதற் குணகம் e ஆகும் A இனது இயக்க திசைக்கும், மோதுகைக்குச் சற்று முன், மையநிலையின் கோட்டுக்கும் இடையேயுள்ள கோணம் α ஆகும். மோதுகையினால் A இனது இயக்கத் திசை $\tan^{-1} [(1+e) \tan \alpha / 1 - e + 2 \tan^2 \alpha]$ என்னும் கோளத்தினுடாக விலகிச் செல்லுமெனக் காட்டுக?

மோதுகையினால் இழந்த இயக்கப்பண்புச் சக்தியின் பின்னம் $\frac{1}{2} (1 - e^2)$ இலும் அதிகரிக்க முடியாது எனவும் காட்டுக?

54. M திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை C ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய இரு சம துணிக்கைகள் Aயிற்கும் Bயிற்கும் ஒவ்வொன்றும் l நீளமான இரு இலேசான நீளா இழைகளினால்

இணைக்கப்பட்டுள்ளது. ஆரம்பத்தில் $AC=CB= l \sin \theta$ ஆக மாறு Aஐயும் Bஐயும் தொடுக்கும் கோட்டின் மீது C கிடக்கும்படியாக ஒரு கிடைநிலத்தின் மீது A, B, C ஒய்விலுள்ளன. துணிக்கை C வேகம் u வுடன் நிலைக்குத்தாக மேலேக்கி எறியப்படுகிறது. இழை இறுக்கமாகும்போது Aயிற்கும் பகிரப்பட்ட வேகங்களைக் கண்டு, குலுக்கத்தின் காரணமாக இயக்கசக்தியில் இழப்பு $mMu^2 \cos^2 \theta (1-\lambda \cos \theta) / M+2m \cos^2 \theta$ எனக் காட்டுக. இங்கு $\lambda = \frac{2lg}{u^2} < 1$ $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ஆகவும் $M=m$ ஆகவுமியுப்பின் இயக்க சக்தியின் இழப்பு $\theta = \pi/4$ ஆகும்போது மிகப்பெரிதாகும் எனக் காட்டுக.

55. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய மூன்று கோளங்கள் A, B, C என்பன அவற்றின் மையங்கள் ஒரு நேர்கோட்டில் வழியே இருக்கும் வண்ணம் ஒய்வில் உள்ளன. கோளங்கள் Aயிற்கும் Bயிற்குமிடையேயான மீளமைவுக் குணகம் e யும் Bயிற்கும் Cயிற்குமிடையேயான மீளமைவுக்குணகம் e^1 உம் ஆகும். கோளம் Aஆனது u வேகத்துடன் நேரடியாக Bயை நோக்கி எறியப்படுகிறது. முதலாவது மோதுகையில் A, Bயை அடிக்கிறது. இரண்டாவது மோதுகையில் B, Cஐ அடிக்கிறது. இரண்டாம் மோதுகையில் சற்றுப் பின்னர் A யினதும் B யினதும் வேகங்களைக் காண்க? $\frac{1}{3} \leq e \leq 1$ ஆயிருக்கையில் $e^1 < \frac{3e-1}{e+1}$ எனின்.

இரண்டே இரண்டு மோதுகைகள் மட்டுமே உண்டு என இதிலிருந்து காட்டுக.

56. M திணிவுடைய A என்னும் துணிக்கையும் ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய B, C எனும் இரு துணிக்கைகளும் ஒப்பமான கிடை மேசையொன்றின் மீது ஒய்விலுள்ளன. இழைகள் இறுக்கமாகவும் கோணம் $ABC = 135^\circ$ ஆகவும் இருக்குமாறு சமமான இலேசான நீளா இழைகள் Aஐ B உடனும் Bஐ C உடனும் தொடுகின்றன. ABக்கு செங்குத்தாகவும் மேசைக்குச் சமாந்தரமாகவும் துணிக்கை Cஇற்கு I எனும் ஓர் கனத்தாக்கு கொடுக்கப்படுகிறது. கருதப்படவேண்டிய வகைகள் இரண்டு உள்ளன எனக் காட்டி ஒவ்வொரு வகையிலும் Aயின் தொடக்க வேகத்தையும் Cஇன் இயக்க திசையையும் காண்க?

57. நிறை மீள்தன்மையுள்ள கோளம் ஒன்று விறைப்பான கிடையான தரையிலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து நிலைக்குத்தாக u வேகத்தோடு எறியப்படுகிறது. இதனுடைய வேகம் v ஆக

இருக்கும்போது இதைப்போன்ற இன்னுமோர் கோளம் இதே புள்ளியில் இருந்து u வேகத்தோடு எறியப்படுகிறது. மொத்தலுக்குச் சற்றுமுன் இரண்டின் கதிகளும் சமன் என்றும் மொத்தலால் இரண்டின் வேகங்களும் புறமாற்றுச் செய்யப்பட்டுள்ளன எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து வேக - நேர வரிப்படத்தாலோ அல்லது வேறு வழியாகவோ இந்த இரு கோளங்களின் அடுத்து அடுத்து வரும் மொத்தல்களுக்கு இடையிற் செல்லும் நேரம் u/g எனக் காட்டுக? இவை நிகழும் உயரங்களையும் காண்க.

அலகு 4]

எறிபொருள்

42. a எனும் ஆரையும் h எனும் ஆழமும் கொண்ட வட்டமான கிணடுன்றின் அடியின் மையத்திலே ஒரு தவளை அமர்ந்திருக்கிறது. தவளை எத்திசையிலும் உச்சகதி u உடன்தேர்வால் நோக்கிக் குதிக்க வல்லமையுடையது.

$$U^2 \geq g[h + \sqrt{h^2 + a^2}]$$

ஆயின் தவளைக்கு கிணற்றை விட்டு வெளியே குதிக்க முடியுமெனக் காட்டுக.

இந்த நிபந்தனை திருத்தி செய்யப்பட்டால், கிணற்றினது அடியின் எந்தவொரு புள்ளியிலிருந்தும் கிணற்றைவிட்டு வெளியே குதிக்கத் தவளைக்கு இயலுமென அதிலிருந்து உய்த்தறிக.

43. கிரிக்கட் ஆட்டக்காரர் ஒருவர் பந்தொன்றை நிலமட்டத்திலிருந்து நீண்ட திடல்வழியே எறிந்தார். அப்பந்து Rm தூரத்திலுள்ள விக்கட்காவலரின் பாதத்தில் வீழ்ந்தது. பந்தின் தொடக்க வேகத்தின் கிடையானதும் திசைக்குத்தானதுமான கூறுகள் முறையே $U \text{ mS}^{-1}$, $V \text{ mS}^{-1}$ எனின் $uV = Rg/2$ எனக் காட்டுக? இங்கு $g, \text{ mS}^{-2}$ இல் புறியீர்ப்பு ஆர்முடுகல். விக்கட்காவலரின் திடலிலுள்ள கிரிக்கட் ஆட்டக்காரரை நோக்கி $x \text{ m}$ தூரம் சென்றிருந்தால் அவர் அப்பந்தை நிலத்திலிருந்து hm உயரத்தில் பிடித்திருக்கலாம் பந்தானது விக்கட்காவலரின் பாதத்தை அடைய எடுத்த நேரம் $R\sqrt{\frac{2h}{gx(R-x)}}$ என்காட்டுக

44. ஒரு போர்க்கப்பல் V வேகத்தோடு முன் நோக்கிச் செல்பிறகு, பின்னோக்கிக் குறிப்பாக்கக் கூடியவாறு துப்பாக்கி ஒன்று இக்கப்பலில் α எனும் ஏற்றக் கோணத்தில் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. துப்பாக்கிக்குச் சார்பு வேகமாக ஒட்டின் எறிய வேகம் $u (> V)$ என அமைந்தால் வீச்சு $2u/g \sin \alpha (\cos \alpha - V)$ எனக் காட்டுக? ஏற்றக் கோணம் $\cos^{-1} \{ V + V^2 + 8u^2 / 4u \}$ ஆக இருந்தால் வீச்சு உயர்வாக இருக்கும் என்றும் காட்டுக.

45. கடல் மட்டத்திலிருந்து h உயரத்திலுள்ள மலையுச்சியின் விளிம்பில் ஒரு கோட்டை அமைந்துள்ளது. கோட்டையிலிருந்து $\sqrt{2\lambda gh}$ கதையில் ஓர் ஒரு நங்கூரமிடப்பட்டுள்ள கப்பலை தாக்குவதற்காக செலுத்தப்படுகிறது. இதற்குப் பிரதீயீடாகக் கப்பலில் இருந்து $\sqrt{2\mu gh}$ கதையில் $\mu > 1$ கோட்டையைத் தாக்குவதற்கு ஓர் ஒரு செலுத்தப்படுகிறது, முதலாவது ஓடும் இரண்டாவது ஓடும் தங்கள் குறி இலக்குகளைத் தாக்கக் கூடிய அதி பெரிய கிடையான வீச்சுகளான R_1 இனதும் R_2 இனதும் விதிம

$$R_1 / R_2 = \frac{\sqrt{\lambda(\lambda + 1)}}{\sqrt{\mu(\mu + 1)}} \text{ எனக் காட்டுக?}$$

46. கிடைக்கு α கோணத்தில் சாய்ந்துள்ள ஒரு தளத்தின் மீதுள்ள ஒரு புள்ளி O விவிலிருந்து டென்ஷீஸ் பந்தொன்று வேகம் u வுடன் எறியப்படுகிறது. O வினூடாகவுள்ள மிகப்பெரிய சரிவுக் கோட்டின் மீது ஒரு புள்ளி Pயில் தறத்தைப் பந்து அடிக்குமாறு மேனோக்கிய நிலைக்குத்துடன் கோணம் θ வை எறியத்திசை அமைக்கிறது. P, O வின் மட்டத்திற்கு மேலாக இருக்கும் ஆகில்

$$OP = \frac{2u^2 \sin^2 \theta \cos(\theta + \alpha)}{g \cos^2 \alpha} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

OPயின் மிகப்பெரிய பெறுமானம் $\theta = \pi/4 - \alpha/2$ ஆகும்போது திகழும் எனவும், θ வின் இப்பெறுமானத்திற்கு Oவிவிந்து Pயிற்குப் பறப்பு நேரம் $u/g \sec(\pi/4 - \alpha/2)$ எனவும் காட்டுக.

47. XY என்னும் இரு புள்ளிகள் ஒரே கிடை மட்டத்திலும் d இடைத்தூரத்திலும் உள்ளன. இரண்டு சிறிய கோளங்கள்

A யும் B யும் மூன்றையே XY இதிலிருந்து ஒருங்கே எறியப்படுகின்றது கோளம் A கதி u உடன் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகிறது. கோளம் B யும் மேல்நோக்கி அதே கதி u யுடன் எறியப்படுகிறது. ஆனால் அதன் எறியத் திசை xy ஊடாகவுள்ள நிலைக்குத்துத் தளத்திற் கிடக்கும் வண்ணமும் yx உடன் ஏற்றக் கோணம் α ($< \pi/2$)வை அமைக்கும் வண்ணமும் உள்ளது A தொடர்பான B யின் கதிஒர் ஒருமை எனக்காட்டுக? அதன் பெறுமானத்தைக் காண்க? இதிலிருந்தோ, வேறு வழியாகவோ $\frac{d}{2u} \tan \left(\pi/4 + \frac{\alpha}{2} \right)$ எனும் நேரத்தில் இரு கோளங்களும் இழுவத் தூரத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக? இத்தூரத்தைக் காண்க?

48. மட்டமான தரையிலுள்ள P எனும் புள்ளியிலிருந்து 45° சாய்வில் V எனும் வேகத்துடன் ஒரு வெடிகுண்டு சுடப்படுகிறது. வெடிகுண்டின் பாதையானது $y = x - gx^2 / V^2$ எனும் எனும் சமன்பாட்டினால் தரப்படும் என நிறுவுக? இங்கு x, y என்பன முறையே p யிலிருந்தான கிடை, நிலைக்குத்துத் தூரங்களாகும்.

X=a ஆக உள்ள ஒரு புள்ளி Q இல் இவ்வெடிகுண்டு நிலத்தைத் தாக்குகிறது. P யிலிருந்து 45° சாய்வில் வேகம் u உடன் சுடப்பட்ட இரண்டாவது வெடிகுண்டு Q இற்கு நிலைக்குத்தாய் மேலே h தூரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளியூடாகச் செல்லுகிறது. $U^2 = V^4 / V^2 - gh$ என நிறுவுக?

49. மலை உச்சியில் நிற்கும் ஒரு மனிதன் ஒரு கல்லை u வேகத்தோடு மேல் நோக்கும் நிலைக்குத்தோடு α கோணம் அமையும் திசையில் எறிந்தான் T நேர இடைவெளிக்குப் பின் அதே இடத்திலிருந்து இன்னுமொர் கல்லை V வேகத்தோடு மேல் நோக்கும் நிலைக்குத்தோடு $\alpha + \pi/2 + \theta$ கோணம் அமையும் திசையில் முன் எறிந்த கல் நகரும் தளத்தில் எறிந்தான் இரண்டு கற்களும் மோதினால் $u \sin \alpha < v \cos (\theta + \alpha)$ என இருப்பின்

$$T = \frac{2 uv \cos \theta}{g(V \cos(\theta + \alpha) + u \sin \alpha)} \text{ எனக் காட்டுக?}$$

50. m திணிவுள்ள செல் மேல்நோக்கி நிலைக்குத்தாக u வேகத்தில் தரையிலிருந்து சுடப்படுகிறது. ஒரு அதியுயர் உயரத்தை அடைந்தவுடன் E அளவுள்ள உட்சக்தியினால் இது m_1, m_2 ஆகிய திணிவுகளைக் கொண்ட இரு துண்டுகளாக வெடிக்கிறது; இரு

துண்டுகளினதும் தொடர்பு வேகம் கிடையான திசையில் அமைந்துள்ளது. இரு துண்டுகளும் ஒரே தோற்றத்தில் தரையில் மோதும் என்றும் அவற்றின் இடைத்தூரம் $\frac{u}{g} \left\{ \frac{2E(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} \right\}^{\frac{1}{2}}$ எனக் காட்டுக.

சுடப்பட்டவுடன் ஒரு நிலமட்டத்திலேயே வெடித்திருந்தால் இரு துண்டுகளுக்கும் இடையிலுள்ள தூரம் என்னவாக இருக்கும்?

அலகு 5 வட்டத்தின் வழியே இயக்கம்

30. M எனும் திணிவுடைய R எனும் சிறு வளையமொன்று கிடையாய் நிலைப்படுத்தப்பட ஓர் ஒப்பமான நேர் கம்பியில் ஒய்விலுள்ளது l எனும் நீளமுடைய இலேசான நீட்டமுடியாத இழையொன்றின் ஒரு முனை R இற்குப் பிணைக்கப்பட்டு மற்றைய முனை M எனும் திணிவுடைய P எனும் துணிச்சையொன்றைத் தாங்குகின்றது. $RP=1$ ஆகுமாறு P ஆனது கம்பிக்கு அண்மையில் பிடிக்கப்பட்டு, பின்னர் விடுவிக்கப்படுகின்றது.

i. வளையம் R ஆனது கம்பியின் ஒரு புள்ளியில் நிலையாய் நிறுத்தப்பட்டால், RP நிலைக்குத்தாக அமையும் பொழுது இழையிலுள்ள இழுவையைக் காண்க.

i வளையம் R இற்குக் கம்பியில் செல்லச் சுயாதீனம் உண்டெனின் RP நிலைக்குத்தாக அமையும் பொழுது இழையிலுள்ள இழுவையானது,

$$\frac{m}{M} (2m + 3M)g \text{ ஆகுமெனக் காட்டுக.}$$

(1) இலுள்ள முடிவை (2) இலுள்ள முடிவினிருந்து எவ்வாறு உய்த்தறியலாம்?

31. நீட்டமுடியாத இழையொன்றினால் இணைக்கப்பட்ட இரு மணிகளுக்கு, நிலைக்குத்துத்தளம் ஒன்றில் நிறுவப்பட்ட ஒப்பமான வட்டக்கம்பி ஒன்றின் மீது வழக்கிச் செல்ல சுயாதீனமுண்டு. அம்மணிகளின் திணிவுகள் $m, M (> m)$ ஆகும். இழையானது இறுக்கமாய் இருக்கும்பொழுது மையத்தில் கோணம் 2α ஐ அமைக்கிறது. தொடக்கத்தில் இழையானது மையத்திற்கு

மேலே கிடையாய் அமையும்படி மணிகள் ஓய்வில்பிடிக்கப்பட்டு பின்னர் விடுவிக்கப்படுகின்றன. இழையானது கிடையின் கோணம் θ ஆகும்போது,

$\theta = 2$ $= 2g/a (\cos\alpha - M \cos(\theta + \alpha) + m \cos(\theta - \alpha)) / (M + m)$ எனக் காட்டுக?

இங்கே a வட்டக் கம்பியின் ஆரையாகும். இதிலிருந்தோ அல்லது வேறு வழியாகவோ இழை நிலைக்குத்தாச வரமுன் அதன் இழுவை $2Mg \tan\alpha \cdot \cos\theta / (M + m)$ எனக் காட்டுக?

32. A என்பது நிலையான கிடையான வட்ட உருளையொன்றின் அழுத்தமான வெளி மேற்பரப்பிலுள்ள ஒரு புள்ளி ஆகும். A யிலுள்ள ஒரு துணிக்கை, அச்சுக்குச் செங்குத்தான தளத்தில் உருளைக்குத் தொடரவியாக அமையும் வழியிலே u எனும் வேகத்துடன் மிக உயர்ந்த புள்ளிக்குத் தொலைவில் கீழ் நோக்கி எறியப்படுகிறது. A ஆனது அச்சின் மட்டத்துக்கு மேலே h உயரத்தில் உள்ளது.

$u^2 > gh$ எனின் துணிக்கை உடனே மேற்பரப்பை விட்டுச் செல்கிறது என்றும் ஆனால் $u^2 < gh$ எனின் இன் மட்டத்துக்கு $1/3g (gh - u^2)$ எனும் ஆழத்தில் விட்டுச் செல்கிறது என்றும் காட்டுக?

மேலும், மேற்பரப்பை விட்டுச் செல்லும் நேரத்தில் துணிக்கையின் வேகம் $\sqrt{1/3 (2gh + u^2)}$ எனக் காட்டுக?

33. சமமான இரண்டு இலேசான கோல்கள் AC, CB என்பன C யில் சுயாதீனமாக மூடப்பட்டுள்ளன. முனைகள் A யும் B யும் $\angle ACB = \pi/2$ ஆகுமாறு மூட்டு C, AB யிற்கு நிலைக்குத்தாச கீழே யிருக்குமாறும். ஒரே கிடைமட்டத்திலுள்ள இரண்டு நிலையான புள்ளிக்கு ஒப்பமாகப் பினைக்கப்பட்டுள்ளன. m திணிவுடைய ஒரு சிறிய வளையம் P இலேசான a நீளமுள்ள ஒரு நீளா இழையினால் C யிலிருந்து தொங்க விடப்படுகிறது. ஆரம்பத்தில் வளையம் P இழை இறுக்கமாகவும், AB யிற்கு சமாந்தரமாகவும் AC / BP இருக்குமாறு ஓய்வில் பேணப்பட்டுள்ளது வளையம் பின்னர் இந் நிலையிலிருந்து மெதுவாக விடுவிக்கப்படுகிறது. θ கோணத்தூடாக வளையம் அலைந்தபோது இழையிலுள்ள இழுவையைக் காண்க. கோல் AC யிலுள்ள- தகைப்பு (இழுவை) $3mg \sin\theta \cos(\pi/4 - \theta)$ எனக் காட்டுக? அதன் அதியுயர்ந்த பெறுமதியைக் காண்க?

34. இலேசான நீளா இழையொன்றின் ஒரு முனையானது நிலைப்படுத்தப்பட்டு இருக்க, அதன் மறுமுனையில் இணைக்கப்பட்டுள்ள கல்லொன்று நிலைக்குத்தான வட்டத்திலே சுற்றிச் சுழலவிடப்பட்டுள்ளது. கல்லானது விட்டமொன்றின் இருமுனைகளிலும் இருக்கும்போது இழையிலுள்ள இழுவைகளின் கூட்டுத்தொகை எல்லா விட்டங்களுக்கும் ஒரே அளவாகும் எனக்காட்டுக?

வட்டத்தின் ஆரை OC எனத் தரப்படுமிடத்து, கல்லை வட்டத்தின் வழியே கொண்டு செல்வதற்கு வட்டத்தின் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளியில் இருக்க வேண்டிய மிகக்குறைந்த வேகத்தைக் காண்க?

35. l நீளமுடைய இலேசான நீளா இழையொன்றின் ஒரு முனையானது நிலைப்படுத்தப்பட்ட மெல்லிய நிலைக்குத்துக் கோடுமொன்றின் O என்னும் ஓர் புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. கிடையான வட்டமொன்றில் W என்னும் சீரான கோண வேகத்துடன் சுற்றும் m திணிவுடைய குண்டொன்று இழையின் மறுமுனைக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. O இற்குக் கீழே குண்டின் ஆழத்தைக் காண்க? இழை தாங்கக்கூடிய உயர் இழுவை 25 lkg எனில் கோலைச் சுற்றி செக்கனுக்கு அக்குண்டு செய்யக்கூடிய சுற்றில் களின் உயர் எண்ணிக்கை $5/2\pi \sqrt{gl}$ எனக் காட்டுக? கோலின் வழியே வழக்கக்கூடிய அதே திணிவுடைய ஒப்பமான ஒரு வளையத்துடன் குண்டானது L_3 நீளமுடைய இன்னுமொரு இலேசான நீளா இழையால் தொடுக்கப்பட்டிருப்பின், குண்டு Ω எனும் சீரான கோண வேகத்துடன் சுற்றும்போது இழைகள் கோலுடன் ஆக்கும் கோணம் $\cos^{-1} (3gl/L\Omega^2)$ எனக் காட்டுக?

36. P எனும் துணிக்கை O எனும் நிலைத்த புள்ளியோடு நீட்டமுடியாத R நீளமுள்ள மெல்லிய இழையால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. O இற்கு மேலே நிலைக்குத்தாக R உயரத்தில் P பிடித்து வைக்கப்பட்டு u வேகத்தில் கிடையாக எறியப்படுகிறது.

1. $u^2 \geq ag$ எனின் P முழு வட்டங்களை அமைக்கும் எனக் காட்டுக?
2. $u^2 < ag$ எனின் $2\left\{ (u/g) - u^2/ag \right\}^{1/2}$ எனும் நேரத்துக்கு கயாதினமாக புறியிர்ப்பின் கீழ் நகரும் எனக்காட்டுக?

அலகு 6 எளிமை இசை இயக்கம்

29. M எனும் திணிவுடைய P எனும் துணிக்கையொன்று L எனும் இயற்கை நீளமுடைய இலேசான மீள்தன்மை இழை யொன்றினால் O எனும் நிலைத்த புள்ளி ஒன்றிலிருந்து தொங்க விடப்படுகிறது. ஆரம்பத்தில் துணிக்கை P ஆனது O வில் ஓய்வி லிருந்து விழுகிறது. தொடர்ந்து நடைபெறும் இயக்கத்திலே O விவிருந்து கீழே துணிக்கை P இன் மிகக்கூடிய ஆழம் 3L ஆயின் இழையின் மீள்தன்மை மட்டானது $\frac{3}{2} Mg$ ஆகுமெனக் காட்டுக. துணிக்கை P ஆனது மிகக்கூடிய ஆழத்திலுள்ள புள்ளியை

$$\sqrt{\frac{2L}{g}} \left[1 + \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \right]$$

நேரத்தில் அடையுமெனக் காட்டுக.

30. வீச்சம் 1 m உம் காலம் 8s உம் கொண்ட எளிய இசை இயக்கத்தில் துணிக்கை ஒன்று ஒரு நேர்கோட்டில் இயங்குகிறது. துணிக்கையின் அதி உயர்வான கதியை $m s^{-1}$ இலும் அதன் அதி உயர்வான ஆர்முழுகலை $m s^{-2}$ இலும் காண்க?

துணிக்கையானது மைய நிலையிலிருந்து $\frac{1}{2} m$ தூரத்திலிருக்கும்போது அதன் கதியை $m s^{-1}$ இல் காண்க?

இரு கணங்களில் துணிக்கையின் கதியானது அதன் அதி உயர்வான கதியின் அரைவாசியாக உள்ளது அவ்வாறான இரு கணங்களுக்கு இடையிலான அதி குறைந்த நேரம் $\frac{4}{3} s$ ஆகும் எனக் காட்டுக?

31. ஒப்பமான கிடையான மேசையின் விளிம்பின் மேலே செல்லும் இலேசான நீட்ட முடியாத இழையின் நுனிகளில் ஒவ்வொன்றும் m திணிவுள்ள A, B என்னும் இரு துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. 1 இயற்கை நீளமும் மட்டு mg உம் கொண்ட மீள்தன்மையுள்ள இழையினால் A என்னும் துணிக்கை மேசை மேலே உள்ள O எனும் நிலையான புள்ளியில் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. விதன்மையில்லாத இழை இறுக்கமாகவும் மேசையின் விளிம்புக்குச் செங்குத்தாகவும் இருக்க துணிக்கை A ஆனது O எனும் புள்ளியில் பிடிக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை B நிலைக்குத்தாகத் தொங்குகிறது. பின்னர் ஓய்விவிருந்து A ஆனது விடுவிக்கப்படுகிறது. அடுத்த இயக்கத்தில் துணிக்கை A மேசையின் விளிம்பை அடையாவிட்டால்:

1. O இலிருந்து மேசையின் விளிம்பின் தூரம் $l(2 + 3)$ இலும் பெரியது என்று காட்டுக?

2. $2\sqrt{2l/g} \left\{ \pi + 2 - \tan^{-1} \sqrt{2} \right\}$ எனும் நேரத்துக்குப் பின் துணிக்கை O உக்கு மீண்டும் எனக் காட்டுக.

32. M திணிவுள்ள மாபிள் ஒன்று L ஆன இயற்கை நீளமும் உள்ள இலேசான மீள்தன்மை இழையால் A எனும் நிலையான புள்ளியில் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இது ஓய்வில் இருந்து A இல் விடுவிக்கப்படுகிறது. கனநிலையான ஓய்வுக்கு வருமுன் இது 2l தூரம் விழுகிறது இழையின் மீள்தன்மை மட்டு $4mg$

என்றும் மாபிள் $\frac{1}{g} \left\{ 2\sqrt{2} + \pi - \cos^{-1}(1/3) \right\}$

எனும் நேரத்தின் பின் A ஐ திரும்பியடையும் என்றும் காட்டுக?

33. இயற்கை நீளம் $2a$ யும் மீள்தன்மை மட்டு Mg யுமுடைய ஒரு இலேசான மீள்தன்மையுள்ள இழையின் முனைகள் கரடான கிடைமேசை மீது ஓய்வில் இருக்கும் M திணிவுடைய ஒரு சுமை A யிற்கும் m திணிவுடைய துணிக்கை B யிற்கும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. மேசைக்கும் சுமை A யிற்குமிடையேயான உராய்வுக் குணகம் μ ஆகும். மேசைக்கும் துணிக்கைக்குமிடையேயான உராய்வுக் குணகமும் μ ஆகும். ஆரம்பத்தில் துணிக்கை B யானது A யிலிருந்து a தூரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளி L இல் பிடிக்கப்பட்டுள்ளது. இது பின்னர், மேசை வழியே AL இன் திசையில்

$\sqrt{8\mu ag}$ வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. சுமை A மேசைமீது ஓய்விலுள்ளது எனக்கொண்டு இழையின் உயர் விரிவைக் காண்க? $M \geq 2m$ எனக் காட்டுக. $\left\{ \pi + \cos^{-1}(1/3) \right\} a/g$ எனும் நேரத்தின் பின்னர் துணிக்கை B இறுதியாக அதன் ஆரம்பப் புள்ளி A இல் திரந்தரமான ஓய்விற்கு வரும் எனவும் காட்டுக.

34. கரிச்சுரங்கமொன்றினுள் ஓர் உயர்த்தி $2h$ ஆழமான வெரு நிலைக்குத்தான தண்டு AB வழியே கீழ்நோக்கி இயங்குகிறது. A பூமியின் மேற்பரப்பிலும் B கரிச்சுரங்கத்தின் அடியிலும் உள்ளன. உயர்த்தியானது, AB யின் நடுப்புள்ளி O வை நோக்கிய திசையில் w^2x எனும் ஆர்முடுகலுடன் இயங்குகிறது. இங்கு w ஒரு ஒருமையும் x ஆனது O விலிருந்து உயர்த்தியின் தரையின் தூரமும் ஆகும். உயர்த்தியின் தரை A யிலும் B யிலும் ஓய்வுக்கு

வருகிறது. உயர்த்தி A யிலிருந்து B இற்கு இயங்க எடுத்த நேரத்தை முதற்றத்துவங்களிலிருந்து காண்க.

m திணிவுடைய சுரங்கமறுப்போன் ஒருவன் உயர்த்தியில் நிற்கிறான். அவனுடைய அடிகளின் மீது தரையின் மறுதாக்கத்தின் அதிகடிய, அதிகுறைந்த பெறுமானங்களைக் காண்டு

$$w < \sqrt{\frac{g}{h}} \text{ என உய்த்தறிக. } w > \sqrt{\frac{g}{h}} \text{ எனின் பிரயாணதின்}$$

ஆரம்பத்தில் $1/w \cos^{-1} \left(\frac{g}{hw^2} \right)$ என்னும் நேரத்திற்குச் சுரங்க

மறுப்போன், உயர்த்தியிலுள்ள பாதுகாப்பு பிடிவளையங்களைப் பிடித்துக்கொள்ள வேண்டும் எனக் காட்டுக?

35. L எனும் இயந்தகை நீளத்தையுடைய இலேசான வில் (சுருணவில்) லொன்று அதன் கீழ் நிலைப்படுத்தப்பட்டு நிலைக்குத்தாக நிற்கிறது. m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று வில்லின் மேல்முனையுடன் பொருத்தப்படும்போது, வில்லானது $2/8$ இனால் நெடுக்கப்படுகிறது. இத்துணிக்கையானது சமநிலையில் ஓய்வில் இருக்கும்போது m திணிவுடைய இரண்டாவது துணிக்கை முதலாவது துணிக்கைக்கு மேலே $3a/8$ உயரத்தில் ஓய்விலிருந்து விழவிடப்படுகின்றது. மொத்தவில்போது இந்தத் துணிக்கைகளை ஒன்று சேருமாயின் விலையும் இயக்கத்தின் அலைவுகாலம், வீச்சம் என்பனவற்றைக் காண்க?

36. O, A, B, C ஆகிய நான்கு நிலைத்த புள்ளிகள் ஒரு நேர்கோட்டில் இருக்கின்றன. $OA = AB = BC = a$ ஆகும்

துண்டம் OA இல் P இருக்கும்போது $X = -w^2 a$

துண்டம் AB இல் P இருக்கும்போது $X = 0$

துண்டம் BC இல் P இருக்கும்போது $X = w^2 a$

என ஆர்முடுகலானது அமையும் வண்ணம் p எனும் துணிக்கை நேர்கோட்டில் நகர்கிறது. இங்கே $X = op$ w ஓர் ஒருமை இந்தத் துணிக்கை $\sqrt{3} w^2$ வேகத்தோடு OA = C இன் திசையாக O இலிருந்து எறியப்படுகிறது. C இலுள்ள வேகம் பூச்சியம் எனக் காட்டுக? துணிக்கை O ஐ திரும்பி அடைவதற்கு எடுத்த முழு நேரத்தையும் காண்க?

அலகு 7 காவிக்கணியம்

26. ஓர் உற்பத்தி O குறித்து p, q என்பன முறையே P, Q எனும் இரு புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் ஆகும். கோடு p, Q இவள்ள யாதேனும் ஒரு மாதும் புள்ளி R இன் தானக்காவி r ஐ

$$OACB \quad r = p + \lambda (q - p)$$

எனும் வடிவத்தில் எழுதலாமெனக் காட்டுக. இங்கே λ ஆனது ஒரு பரமானமாகும்.

OACB எனும் ஓர் இணைகரத்தில் பக்கங்களான CA, OB என் பவை முறையே a, b என்னும் காவிக்களைக் குறிக்கின்றன. LM என்பன முறையே AC, CB என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகளாகும். OL, AM ஆனவை X இல் இடைவெட்டுகின்றன,

$$\rightarrow OX = \frac{4}{5} \left(a + \frac{1}{2} b \right) \quad \text{ஆகுமெனக் காட்டுக.}$$

CX ஆனது OA ஐ N இல் சந்திக்கின்றன. $ON = \frac{2}{3} a$ ஆகுமெனக் காட்டுக.

27. 1. a, b என்பன தரப்பட்ட காவிக்களாகும். அவற்றின் எண்ணிப் பெருக்கம் $a \times b$ காவிப் பெருக்கம் $a \times b$ ஆகிய வற்றை வரையறுக்க.

2. a, b, c என்பன பூச்சியமற்ற மூன்று காவிக்களாகும், $a \times b = a \times c$ எனின், $b = c + \lambda a$ ஆகுமெனக் காட்டுக. இங்கே λ ஆனது யாதொரு எண்ணி, மேலும் $a \cdot b = a \cdot c$ ஆயின் $b = c$ எனவும் காட்டுக.

3. பின்வரும் முடிவுகளை நிறுவுக.

$$(\alpha) (a-b), (a+b) = a^2 - b^2$$

$$(\beta) (a-b) \times (a+b) = 2a \times b$$

$$(\gamma) (a \times b)^2 + (a, b)^2 = a^2 b^2$$

28. a, b என்பன பூச்சியமற்ற சமாந்தரமற்ற காவிக்களாகவும்

x, y என்பன எண்ணிக்களாகும். $xa + yb = 0$ ஆயும் இருப்பின்

$xX = 0, Y = 0$ எனக் காட்டுக.

O, A, B என்பன ஒரே கோட்டில் அமையாத புள்ளிகளாகும் O A

$\vec{OA} = a$, $\vec{OB} = b$ என்க. C என்பது $\vec{OC} = a + b$ ஆயுள்ள புள்ளியாகும். P என்பது BC இன் நடுப்புள்ளியாகவும் இருப்பின் $\vec{OP} = \frac{1}{2}(a + 2b)$ எனக் காட்டுக.

OP ஆனது AB ஐ R இல் சந்திக்குமாயின் $\vec{RB} = b - K(a + 2b)$ எனவும் காட்டுக? இங்கு K ஆனது ஒரு எண்ணியாகும். RB உம் AB உம் ஒரே திசையுடையன என்பதை பயன்படுத்தியோ அல்லது வேறொரு முறையாலோ AR; RB = 2 : 1 எனக் காட்டுக?

29. a, b எனும் காவிகளில் காவிப்பெருக்கம் aXb ஐ வரையறுக்க? ஒரே கோட்டிலுள்ள மூன்று புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் a, b, c ஆகும். $b-c, c-a$ என்பவற்றின் காவிப்பெருக்கத்தை

பயன்படுத்தியோ அல்லது வேறொரு வழியாலோ $bXc + cXa + aXb = 0$ எனக் காட்டுக? P, Q, R, S எனும் புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே P, q, 2P, 3q ஆகும் இங்கே P, q என்பன பூச்சி

யமற்ற சமாந்தரமில்லாத காவிகள் PQ, RS என்பன $Xp + yq$ எனும் தானக் காவியினால் குறிக்கப்படும் புள்ளியில் சந்திக்குமாயின் X, Y என்பவற்றைக் காண்க. மேலும் PS, QR என்பவற்றின் இடைவெட்டுப் புள்ளியின் தானக்காவி $x'P + y'q$ ஆயின்

$Xy' + p'y = 0$ எனக் காட்டுக?

30. a எனும் புள்ளியில் தாக்கும் விசை F ஒன்று r எனும் புள்ளி தாக்கும் ஒரு விசை F இற்கு இனையொன்றுடன் சமவலு என காட்டுக? $F_1 = i + 2j + 2k$, $F_2 = -3i + j - 4k$

$F_3 = 2i - 3j + k$ என்பவற்றினால் தரப்பட்ட விசைகள் F_1, F_2

F_3 என்பவை முறையே r_1, r_2, r_3 எனும் புள்ளிகளினூடாக தாக்குகின்றன இங்கே $r_1 = i + 2j + 3k, r_2 = 2i + 3j + k, r_3 = 3i + j + 2k$ ஆகும். விசைகள் ஓர் இணையிறகு சமவலு உடையன எனக் காட்டுக? இவ் இணையின் காலத்திருப்பத்தையும் காண்க?

31 உற்பத்தி O ஐக் குறிப்பிடும் $A\frac{1}{2}$ உம் B உம் ஆன புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே a உம் b உம் ஆகும்.

R என்பது AB இலுள்ள ஒரு புள்ளி, A ஐயும், B ஐயும் OR இலுள்ள புள்ளி C உடன் தொடுக்கும் நேர்கோடுகளை OB ஐயும் OA ஐயும் முறையே T இலும் S இலும் வெட்டுகின்றன.
 $AR / RB = p, BS / SO = q, OT / TA = r$ எனின்

$$\rightarrow (a+pb) \text{ எனவும் } \rightarrow$$

$$OR = \frac{a+pb}{1+p} \quad OR = \frac{qra + b}{1+q+qr} \quad \text{எனவும்}$$

காட்டுக.

$pqr = 1$ என உய்த்தறிக.

32. a, b ஆகிய காவிகளின் காவிப்பெருக்கம் $a \times b$ ஐ a. b ஆகியவற்றிலும் காவிகளுக்கு இடையிலுள்ள O என்னும் கோணத்திலும் கையாளப்படும் யாதாயினும் குறியீட்டு வழக்குகளை விளக்கி வரையறை செய்க

$a \neq 0$ உம் $a \times b = 3a \times c$ எனும் வகையில் காவிகள் a உம் b உம் அமைந்துள்ளன. $b = 3c + \lambda a$ எனக் காட்டுக. இங்கே λ என்பது ஓர் எண்ணியாகும்.

$|a| = 5, |b| = 3, |c| = \sqrt{3}, b, c = 0$ எனத் தரப்படின் $\lambda = -6/5$ அல்லது $6/5$ எனக்காட்டுக. இங்கே இவை ஒவ்வொன்றும் c உக்கும் a உக்கும் இடையிலுள்ள கோணங்களைக் காண்க.

33. i, j என்பன தளமீடான்றிலுள்ள திமிர்கோண அலகுக் காவிகள் ஆகும். உற்பத்தி O குறித்து $r = Xi + Yj$ எனும்

தானக் காவிகளினூற் குறிக்கப்படும் தளத்திலுள்ள புள்ளி p யில் $F = Xi + Yj$ எனும் விசை தாக்குகிறது.

P இலுள்ள F எனும் விசை O இலுள்ள சமவிசைக்கு இணையொன்றுடன் சமவலுவுடையதாகும் எனக்காட்டுக? $i + 2j$, $2j + j$, $3i + 2j$ எனும் தானக்காவிகளினூற் குறிக்கப்படும் புள்ளிகளில் முறையே F_1, F_2, F_3 எனும் மாறும் விசைகள் தாக்குகின்றன.

நேரம் t இல்

$$F_1 = i \cos t + j \sin t$$

$$F_2 = i \sin t - 2j \cos t$$

$$F_3 = j \cos t \text{ ஆகும்.}$$

இத்தொகுதி O இல் F எனும் தனிவிசையாகவும் G எனும் இணையாகவும் ஒடுக்கப்பட்டால் F இனதும் G இனதும் பெறுமானங்களைக் காண்க? வினாயுளின் தாக்கக்கோட்டின் சமன்பாட்டை உய்த்தறிந்து t ஐச் சாராத நிலையான ஒரு புள்ளியினூடாக இக்கோடு செல்கிறது எனக்காட்டுக?

34. U என்பது ஓர் அலகுக்காவி எனினும் கூற்றால் கருதப்படுவது யாதென வினக்குக? யாதேனும் a எனும் காவிக்கு $a = \alpha u$ எனக் காட்டுக? இங்கே U என்பது a இன் திசையிலும் போக்கிலும் அமைந்துள்ள அலகுக்காவியாகும். α ஓர் எண்ணியாகும்.

P_1, P_2, P_3, P_4 ஆகிய நான்கு புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே r_1, r_2, r_3, r_4 ஆகும். r_1, r_2 ஆகிய பூச்சியம் அல்லாத காவிகளாகவும் $r_3 = \beta r_1$ ஆகவும் $r_4 = r_2 / \beta$ ஆகவுமிருப்பின் p_1, p_2, p_3, p_4 ஆகியன ஒரு வட்டத்தில் அமையும் எனக்காட்டுக?

இங்கே $\beta = \frac{|r^2|}{|r_4|}$ ஓர் அலகு பருமனுள்ளதும், ஓர் திசையுடையதும், கூட்டல் விதியைத் திருப்தி செய்யவும் ஆகிய ஓர் கணியம் அணுகக்காவி எனப்படும்.

35. α, β, γ ஆகியவ மூன்றும் ஒரு தளமல்லாத காவிகள் எனின் $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$ எனும் தொடர்பு α, β, γ ஆகியவ எண்ணியாக இருக்க, $\alpha = \beta = \gamma = 0$ எனக் கருதப்படுமெனக் காட்டுக?

$e \cdot x = 0$ ஆகிய காவிகள் $e \cdot kx + e \cdot x \cdot X = 0$ என்பதால்

தொடர்புபடுத்தப்படுகிறது இங்கே k என்பது பூச்சியமில்லாத ஒருமை எண்ணியாகும்.

$e \cdot x = 0$ என்றும் $e \cdot X = \frac{|e^2|}{k}$ என்றும் காட்டுக?

36. ABC என்னும் முக்கோணியின் தளத்தில் O எனும் புள்ளி அமைந்துள்ளது முறையே A, B, C ஆகியவற்றில் வைக்கப்பட்ட m_1, m_2, m_3 ஆகிய நிணிவுள்ள துணிக்கைகளின் திணிவுமையம் G ஆகும்.

$$m_1 \vec{OA} + m_2 \vec{OB} + m_3 \vec{OC} = (m_1 + m_2 + m_3) \vec{OG}$$

எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்தோ அல்லது வேறு வழியாகவோ $m_1 : m_2 : m_3 = \tan A :$

$\tan B ; \tan C$ எனின் $m, OA, m_2 OB, m_3 OC$ ஆகியவற்றின் விளையுள் முக்கோணி ABC இன் நிமிர்மையத்தினூடாகச் சென்றால் $m_1 : m_2 : m_3$ எனும் விகிதங்களைக் காண்க?

37. OA, OB, OC என்பன தம்முள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான மூன்று அலகுக்காவிகள்.

$OD = \lambda OA + \mu OB + (1 - \lambda - \mu) OC$ இங்கு λ வும், μ வும் எண்ணிகள். A, B, C, D என்பன ஒரு தளமானவை எனக் காட்டுக? O விளிருந்து தளம் ABC யிற்குள்ள செங்குத்தின்

அடி M எனின் $3 OM = OA + OB + OC$ என உய்த்தறிக. இதிலிருந்து முக்கோணி ABC யின் பரப்பளவைக் காண்க?

38. u வும் v யும் பூச்சியமற்ற இரு காவிகள் $u, v \neq 0$ எனின் $w = vxu$ வினால் வரையறுக்கப்படும். காவி W வீன் பருமலையும் திசையையும் காண்க? இதிலிருந்து $u \times (vxu) = u^2v$ எனக்காட்டுக. இங்கு $u \times (vxu)$ என்பது $u \times w$ வைக் குறிக்கும்? $OBAC$ எனும் தள நாற்பக்கவொன்றில் $OA = OC, AB = BC$ $\angle AOC = 90^\circ \angle ABC = 60^\circ$ $\vec{OA} = a \vec{OC} = c$ ஆகும் \vec{OB} a யை c யினதும் a யினதும் உறுப்புக்களில் எடுத்துரைக்க.

இதிலிருந்தோ வேறுவழியாகவோ $\vec{OC} \times (\vec{OA} \times \vec{OB}) = (\sqrt{3} + 1) a^2 g/2$ எனக் காட்டுக.

39. O, A, B என்பன மேற்கோட்டில்லாத மூன்று புள்ளிகள் ஆகும். $\vec{OA} = a$ யும் $\vec{OB} = b$ யும் ஆகும்.

(1) $\alpha a + \beta b = 0$ எனின் $\alpha = 0$ எனவும் $\beta = 0$ எனவும் காட்டுக?

(2) P AB மீதுள்ள ஒரு புள்ளியாகவும் $\vec{OP} = r$ ஆகவுமிருப்பின், $r = (1-t)a + tb$ எனக் காட்டுக? $0 \leq t \leq 1$ இதிலிருந்து இணைகரமொன்றின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இரு சமகூறிடும் எனக் காட்டுக.

40. (1) காணிகள் a யும் b யும் இணைகரமொன்றின் மூலைவிட்டங்களைக் குறிக்கின்றன. இணைகரத்தின் கோணங்களிலொன்று கோணை -1 $\frac{a^2 - b^2}{|a-b||a+b|}$ எனக் காட்டுக?

(2) O, P, Q, R என்பன ஒரு தளத்திலில்லாத நான்கு புள்ளிகளாகும். $\vec{OP} = p, \vec{OQ} = q, \vec{OR} = r$ S என்பது தளம் p, q, r இல் மீதுள்ள ஒரு புள்ளியாகவும் $\vec{OS} = \lambda p + \mu q + \gamma r$ ஆகவும் இருப்பின் $\lambda + \mu + \gamma = 1$ எனக்காட்டுக

41. O என்னும் உற்பத்தி குறித்து A, B எனும் இரு புள்ளிகளின் தூண்க்காணிகள் a, b ஆகும். P என்பது AB ஐ $n:m$ என்ற விகித்தில் பிரிக்கிறது $\vec{OP} = \frac{Ma + nb}{M + n}$ எனக் காட்டுக?

OABC என்பது ஒரு இணைகரமாகும். M என்பது OA யின் நடுப் புள்ளி காவினைப் பயன்படுத்தி OB, CM என்பன ஒன்றை ஒன்று முக்கூறிடும் எனக் காட்டுக?

42. தளமொன்றிலே தாக்குகின்ற சமமும் எதிருமான திருப்பங்களையுடைய இணைகள் சமனிலையில் உள்ளன எனக் காட்டுக?

PQ, PR என்னும் இரு நேர்கோடுகள் P இல் இடைவெட்டுகின்றன

AA', BB' என்பன AA' = BB' ஆகுமாறு PQ மீதுள்ள புள்ளிகளாகும்

CC', DD' என்பன CC' = DD' ஆகுமாறு PR இலுள்ள புள்ளிகளாகும்.

AC, C' A', CB, B' C', BD, D' B', DA, A' D', என்பவற்றால் முற்றாக குறிப்பிடப்படும் விசைகள் சமனிலையில் உள்ளன எனக் காட்டுக?

43. a, b ஆகியன முறையே A, B ஆகிய இரு புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் எனின் A B ஐ m:n எனும் விகிதத்தில் உட்கூறுக்கும் P எனும் புள்ளி $\frac{(na + mb)}{m + n}$ ஆகிய தானக் காவியைக் கொண்டுள்ளது எனக் காட்டுக?

P ஆனது AB யை வெளிப் பிரிப்புச் செய்தாலும் இக்கோவை பொருத்தமானது என்று காட்டுக

தரப்பட்ட யாதேனுமோர் முக்கோணியின் இடையங்களுக்குச் சமாந்தரமான சமமான பக்கங்களையுடைய முக்கோணி ஒன்று உண்டென்பதைக் காவி முறைகளை உபயோகித்துக் காட்டுக?

44. a, b ஆகிய இரு காவிகளில் எண்ணிப் பெருக்கமான a, b யையும் காவிப் பெருக்கமான a x b ஐயும் வரையறுக்க | a, (b x c) என்பது a, b, c ஆகியவற்றை அடுத்துள்ள ஓரங்களாகக் கொண்ட

இணைகரப்பரவையின் கனவளவுக்கு சமமெனக் காட்டுக?

a, b ஆகிய காவிகள் ஒரு தளமானவையாக இருப்பதற்கு a, (b x c)

= 0 என்பது தேவையானதும் போதுமானதுமான நிபந்தனை என்பதை உய்த்தறிக?

a, b தரப்பட்ட இரு காவிகள் அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட கோணம்

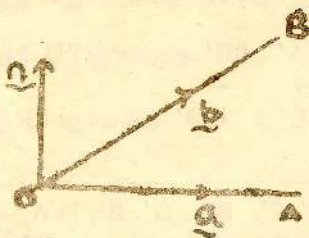
0, அவற்றின் தளத்துக்கு செங்குத்தான அலகுக் காவி n என்க.

எனவே அவற்றின் எண்ணிப் பெருக்கம் a, b ஆனது $|a||b|\cos\theta$

இனால் வரையறுக்கப்படும்.

அவற்றின் காவிப்பெருக்கம் $a \times b$ ஆனது $|a||b|\sin\theta$

இனால் வரையறுக்கப்படும்.



45. α BC, β CA, γ AB ஆகிய மூன்று விசைகள் ABC எனும் முக்கோணியின் BC, CA, AB ஆகிய பக்கங்களின் வழியே தாக்குகின்றன, $\alpha = \beta = \gamma$ என அமைந்தால், மாத்திரம் இவை ஓர் இணையாக ஒடுங்கும் எனக் காட்டுக?

ABC எனும் முக்கோணியில் P, Q, R, என்பன முறையே

பக்கங்கள் BC, CA, AB ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளியாகும். BC, CA

AB, λ QR, λ RP, λ PQ ஆகியவற்றின் பருமன், திசை, தானம் ஆகியவை குறிப்பிடப்படும் விசைகள் சமநிலையில் இருப்பின் $\lambda = -4$ எனக் காட்டுக?

அலகு 8. தடுக்கும் ஊடகங்களில் இயக்கம்

17. M க்கு திணிவுடைய நீர்மூழ்கியீயர்ந்து நீரினுள்ளே ஒரு சீரான வேகம் v ms^{-1} உடன் கிடைத்திசையில் நகர்ந்து செல்கிறது நீர்மூழ்கியின் இயக்கத்திற்கு நீர்த்தடைவிசை $-mkv$ N ஆகும் இங்கே K ஓர் ஒருமையாகவும் v ms^{-1} நீர்மூழ்கியின் வேகமாகவும் உள்ளன. நீர்மூழ்கியின் எஞ்சின்களினால் பிறப்பிக்கப்படும் வலுவை உவாற்றில் காண்க. எஞ்சின்கள் நிறுத்தப்பட்டால் நீர்மூழ்கி சென்ற கிடைத்தாரமானது v/k m இனம் பெரிதாயிராதெனக் காட்டுக.

எஞ்சின்கள் நிறுத்தப்பட்ட பின்னர் நீர்மூழ்கி இறங்குகிறதா? உமது விடைக்குக் காரணங் காட்டி விளக்குக.

18. n திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்று A என்னும் புள்ளியின் ருந்து நிலைக்குத்தாய் மேலே u எனும் வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. வளித்தடை mkv^2 ஆகும். இங்கே v ஆனது துணிக்கையின் வேகமும் k ஆனது ஒருமையாகவும் உள்ளன. துணிக்கையானது A யிலிருந்து X உயரத்திலிருக்கும் போது இயக்கச் சமன்பாட்டை

$$\muதுக? துணிக்கையானது h = 1/2k \log \left| \frac{g+ku^2}{g} \right| \text{ இறை}$$

தரப்படும் h எனும் அதி உயர்வான தூரத்திற்கு ஏழும்பும் என காட்டுக? துணிக்கையானது $1/v^2 = 1/u^2 + k/g$ இறை தரப்பட்ட V எனும் வேகத்துடன் A யிற்கு திரும்பி வரும் எனவும் காட்டுக? $V < u$ ஆகுமா? உமது விடைக்கு காரணம் கூறி விளக்குக?

19 நிலைக்குத்துக்கு α கோணத்தில் சாய்ந்துள்ள அழுத்தமான நிலையான தளத்தில் m என்னும் திணிவுடைய துணிக்கையொன்று கீழ்நோக்கி வழங்குகிறது.

துணிக்கையின் இயக்கத்துக்குரிய வளித்தடை mkv ஆகும். இங்கே v என்பது கதி, k என்பது ஒரு ஒருமை. துணிக்கை ஓய்விருந்து ஆரம்பித்தால் t எனும் நேரத்தில் சென்ற தூரமான x என்பது $X = g/k^2 \cos \alpha (kt + e^{kt} - 1)$ என்பதால் தரப்படுகிறது. என்று காட்டுக.

$X = 2a \cos \alpha$ ஆக இருந்தால் t ஐ எவ்வாறு வரைப்படமுறையில் காண்பீர் எனக் காட்டுக. இங்கே a என்பது ஓர் ஒருமை ஆகும். அது α வைச் சார்ந்துள்ளதா?

20. O, A, B என்பன நேரானவொரு தெருவின் மீதுள்ள மூன்று புள்ளிகளாகும். நேரம் $t = 0$ இல் M kg திணிவுடைய ஒரு கார் O வில் ஓய்விருந்து புறப்பட்டுப் புள்ளி A யிற்கு ஒரு சீரான உருற்று விசை F நியூற்றனின் கீழ் இயங்குகிறது. A யில் காரின் வேகம் U_B ms⁻¹ ஆகும். A யிலிருந்து B யிற்குக் கார், அதன் வலு ஓர் ஒருமையாகுமாறு இயங்குகிறது. இவ்வலு Fu_A உவாற்றுக்களுக்கு சமமானது. B யில் காரின் வேகம் U_B ms⁻¹ ஆகும். காரின் இயக்குத்துக்கான தடை புறக்கணிக்கப்படத் தக்கது t செக்கனில் காரின் வேகம் v ms⁻¹ என எடுத்துக் கொண்டு OA, AB எனும் இது நிலைகளுக்குமான இயக்கச் சமன்பாடுகளை எழுதுக? வகையீட்டுச் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து O விலிருந்து B இற்கு எடுத்த மொத்த நேரம் $\frac{1}{2} \times M/H (u_A^2 + u_B^2) S$ ஆகும் எனக் காட்டுக $H = Fu_A$ O விலிருந்து B யிற்கு காரின் இயக்கத்துக்கான வேக - நேர வலியியைப்பகுமட்டாக வரைக. இதிலிருந்து

$$\text{தோ வேறுவழியாகவோ தூரம் } OB = \frac{M}{gH} \left(\frac{u_A^3}{2} + u_B^3 \right) m$$

ஆகுமெனக் காட்டுக.

21. விழுகின்ற தேங்காயொன்றின் மீதான வளித்தடையானது வேகத்துடன் நேர் மாறாகக் காணப்பட்டது. வழக்கமான குறியீட்டுடன், விழுகின்ற தேங்காய் ஒன்றுக்கான இயக்கச் சமன்பாடு $\frac{dv}{dt} = g - kv$ எனக் காட்டுக? இங்கு k ஒரு ஒருமையாகும். தேங்காய் மரத்திலிருந்து நிலத்திற்கு விழ எடுக்கும் நேரம் T என அவதானிக்கப்பட்டது. தரையுடனான மொத்தலுக்கு சற்று முன் தேங்காயின் வேகத்தையும் மரத்தின் உயரத்தையும் காண்க? தரையுடன் தேங்காயின் மொத்தலுக்கான மீளமைவுக் குணகம் $1/n$ எனில் தேங்காய் பின்வதைக்கும் உயரத்தைக் காண்க?

22. ஒருமையான செலுத்து விசை mf உடனும் mkv^2 ஆன தடைக்கு எதிராகவும் m திணிவுள்ள கப்பல் ஒன்று ஓய்விலிருந்து நகர்கிறது. இங்கே v கதியாகவும் k ஒருமையாகவும் அமைந்துள்ளது. கப்பல் a தூரம் பிரயாணம் செய்த பின் இதன் கதியானது v ஆனது $kv^2 = f(1 - e^{-2ka})$ என்பதால் தரப்படும் என நிறுவுக?

இப்பொழுது எஞ்சின்கள் புறமாற்றுச் செய்யப்பட்டால், கப்பல் ஓய்வு நிலை அடைவதற்கு முன் பிரயாணம் செய்த மேலதிக தூரம் b ஆனது $e^{2kb} + e^{-2ka} = 2$ என்பதால் தரப்படுகிறது என்பதைக் காட்டுக?

அலகு 9 சடத்துவத் திருப்பம்.

19. m எனும் திணிவும் $2a$ எனும் நீளமும் கொண்ட AB எனும் ஒரு சீரான கோலொன்று அதன் முனை A ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் சுயாதீனமாய்ப் பிணைக்கப்பட்டு நிலைக்குத்தாகத் தொங்கிறது. அதே திணிவு m கொண்ட துணிக்கையொன்று U எனும் வேகத்துடன் கிடைமாய்ச் சென்று கோலை அதன் நடுப்புள்ளியில் அடித்ததும் V எனும் வேகத்துடன் பின்னதைக்கின்றது. மோதலினால் இயக்கப்பாட்டுச் சக்தியில் இழப்பு எதுவும் இல்லாவிடின் $V = u/7$ எனக் காட்டுக.

$$u^2 > \frac{49}{12} ag \text{ ஆயின் கோலானது } A \text{ பற்றி முற்றான சுற்ற}$$

லில் இயங்குமென நிறுவுக.

20. m திணிவும் $2a$ என்னும் நீளமும் உடைய AB என்னும் ஒரு சீரான கோலொன்று அதன் நிலைத்த முனை A பற்றி ஒரு சீரான கோண வேகம் W உடன் ஒரு ஒப்பமான கிடை மேசை

மீது சுழலுகிறது. A யிலிருந்து தூரம் C யிலுள்ள புள்ளி C யில் ஓய்விலுள்ள m எனும் திணிவுடைய துணிக்கையொன்றை அக்கோல் அடிக்கிறது துணிக்கையானது கோலில் பதிந்து இருக்கிறது. மொத்தலுக்குப் பின்னர் கோலின் கோண வேகம் ω ஐ காண்க.

தொடக்கத்தில் A நிலைத்த புள்ளியாகவும், கோல் ஓய்விலும் இருக்க, துணிக்கையானது வேகம் u உடன் கோலிற்கு செங்குத்தாய் சென்று கோலை அதே புள்ளி C இல் அடிக்கிறது.

$U = 4 M a^2/3 \pi c W$ எனின் கோலானது மொத்தலுக்குப் பின்னர் அதே கோணவேகம் ω ஐ எடுக்கும் எனக் காட்டுக?

$M < 3m$ ஆக இருக்க $C = 2a\sqrt{M/3m}$ எனின் இருவகைகளிலும் இயக்கப்பாட்டு சக்திகளி சமன் என காட்டுக?

21. m திணிவும் a ஆரையும் கொண்ட சீரான வட்டத்தட்டினது, தொடலிக் கோட்டைப் பற்றிய சடத்துவ திருப்பம் $5/4 ma^2$ எனக் காட்டுக?

குறிப்பலகை ஒன்று m திணிவும் a ஆரையும் கொண்ட சீரான வட்டத்தட்டு அமைப்பிலுள்ளது. இந்தப் பலகை அதன் பரிதியிலுள்ள A எனும் புள்ளியிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. அது A இனூடாகச் செல்லும் கிடையான தொடலியைப் பற்றி சுதந்திரமாகச் சுழலக் கூடியது தொடக்கத்தில் ω எனும் மையம் நிலைக்குத்தாக A உக்குக் கீழே இருக்கக் கூடியதாக இப்பலகை ஓய்விலிருக்கிறது. u எனும் வேகத்தில் கிடையாக பலகைக்குச் செங்குத்தாக நகரும் $m/4$ திணிவினைக் கொண்ட ஒரு குண்டினால் பலகையானது ω இல் தாக்கப்படுகிறது. ω இல் சுண்டு பதிந்திருக்கிறது தாக்கத்துக்கு உடன் பின்னதாக பலகையின் கோண வேகம் $u/6a$ என நிறுவுக?

$u^2 < 120 ag$ என இருப்பின் பலகை கோணம் α இனூடாக ஆடியபின் இத்தொகுதி கணநிலையில் ஓய்வை அடையும் என்று மேலும் காட்டுக. இங்கு $\cos \alpha = 1 - u^2/60 ga$

22. m திணிவும் $2a$ நீளமும் உள்ள சீரான கோல் ஒன்று A ஆன ஒரு முனையில் இருந்து சுயாதீனமாக தொங்குகிறது. u வேகத்தில் கிடையாக இயங்கும் $m/3$ திணிவுள்ள குண்டு B எனும் புள்ளியில் கோலைத் தாக்கி அதனுள் பதிக்கிறது. கோல் கணநிலை ஓய்வுக்கு வருமுன் α ($< \pi$) எனும் கோணத்தின் ஊடாக ஊசலாடுகிறது. $AB = b$ எனின் மோதுகையின் சற்றுப் பின் கோலின் கோண வேகத்தைக் காண்க.

$u^2 = 2gb^2(4a^2 + b^2)(3a + b)(1 - \cos \alpha)$ எனக் காட்டுக.

$U < 4a/b \sqrt{3ag}$ என்று அமந்தால் அடுத்த நிலைக்குத்து நிலையில்

கோல் இருக்கும் போது குண்டு விடுவிக்கப்பட்டால் கோல் $u^2 = 24 g/b^2 a^3 (1 - \cos \beta)$ என்பதால் தரப்படும் கோணம் β இனூடாக ஊசலாடும் எனக் காட்டுக.

23. m திணிவும் a ஆரையும் மையம் O வுடைய ஒரு சீரான வட்டவடிவ நாணயமொன்று அதன் விளிம்பின் மீதுள்ள ஒரு புள்ளி A இனூடாகச் செல்லும் ஒரு நிலைத்த கிடையான அக்கப் பற்றி தனது தளத்திலே இயங்கச் சுயாதீனமாகவுள்ளது. ஆரம் பத்தில் நாணயம் அதன் மையம் O வானது A யிற்கு நிலைக்குத் தாகக் கீழேயிருக்கும் வண்ணம் ஒய்விலுள்ளது. நாணயத்தின் தளத்திலே u எனும் வேகத்துடன் கிடையாக இயங்கும் $3m$ திணிவுடைய ஒரு சன்னம் நாணயத்தின் விளிம்பை ஒரு புள்ளி C யில் அடக்கிறது. இப்புள்ளி O வைப் போன்று அதே கிடை மட்டத்தில் உள்ளது. சன்னம் C யிற் பதிந்து தங்கிவிடுகிறது. மொத்தலுக்குச் சற்றுப் பின்னர் நாணயத்தின் கோண வேகம் $2u/5a$ எனக் காட்டுக? $u^2 > 15 g$ எனின், நாணயம் அதன் அச்சப்பற்றிப் பூரணசுற்றுக்களை ஆக்கும் எனக் காட்டுக.

கோணவுத்தக் காப்பு விதியைப் பாவிக்க.

24. ஆரை a ஐயும் மையம் O வைமுடைய ஒரு சீரான வட்டத் தட்டு வடிவிலுள்ள நாணயம் C மையாமாகவும் $a/2$ ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட வட்ட வடிவான துவாரத்தைக் கொண்டுள்ளது. இங்கு $OC = a/2$ துவாரமிடப்பட்ட நாணயத்தின் திணிவு M ஆகும். O வினூடாகத் தளத்துக்குச் செங்குத்தான அச்சப்பற்றி நாணயத்தின் சடத்துவ திருப்புநிலைக் காண்க.

O வினூடாகச் செல்லும் ஒரு நிலைத்த கிடையான அச்சப்பற்றி நாணயம். அதன் தளத்தில் சிறிய அலைவுகளை மேற்கொள்கிறது அலைவுகாலம் $\pi \sqrt{\frac{13a}{g}}$ எனக் காட்டுக.

25. M திணிவும் $2a$ நீளமும் உள்ள சீரானகோல் ஒன்றின் ஒரு நுனியானது O எனும் நிலைத்த புள்ளியில் சுயாதீனமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. A ஆகிய சுயாதீனமான நுனி O எனும் புள்ளிக்குக் கீழே அமையக்கூடியதாகக் கோல் நிலைக்குத்தாகத் தாங்குகிறது. கிடையாக u வேகத்தில் நகரும் m திணிவுள்ள சன்னம் கோலை A யில்தாக்கி அதனுட்பதிந்து விடுகிறது. இந்த மொத்தலுக்குச் சற்று பின், கோலின் கோண வேகத்தைக் காண்க.

$u^2 = 4/3 (2 + 1/m) (3 + M/m)$ ag எனின் O இற்கு மேலே நிலைக்குத்தாக A அமையக்கூடியதாக கோல் மீண்டும் ஓய்வுக்கு வரும் எனக் காட்டுக.

அலகு 10. திணிவுமையம் தொடர்பான இயக்கம், உந்தம், சக்தி, சமன்பாடு.

12. O எனும் மையமும் r எனும் ஆரையும் α எனும் கோணமும் கொண்ட வட்ட ஆரைச்சிறை வடிவத்திலுள்ள ஒரு தாள் துண்டு AOB இன் ஓரம் OA ஆனது OB உடன பொருத்தப்பட்டு செவ்வட்டக் கூம்பு ஒன்று உருவாக்கப்படுகிறது.

கூம்பினது திணிவு மையமானது O விளிருந்து $\frac{2}{3} r \cos \theta$ எனும் தூரத்திலுள்ளது என நிறுவுக. இங்கே $\sin \theta = \alpha/2r$ ஆகும். மேற்குறிப்பிடப்பட்ட கூம்பியின் அதே திணிவும் வட்ட வடிவமும் கொண்ட தாள் ஒன்று கூம்பியின் அடியில் பொருத்தப்பட்டு கூம்பியானது மூடப்படுகிறது. மூடப்பட்ட கூம்பியின் திணிவு மையமானது O விளிருந்து $5/6 r \cos \theta$ தூரத்தில் உள்ளது என நிறுவுக

13. சீரான h உயரமான திணிம செவ்வட்டக் கூம்பின் திணிவு மையம் அடியின் மையத்திலிருந்து $h/4$ தூரத்திலிருக்கும் என்பதைத் தொகையீடு மூலம் காட்டுக.

தள அடி கொண்ட சீரான கூம்பு வடிவான ஒடி ஒன்றின் புற மேற்பரப்பும் உள்ளேற்பரப்பும் பொது அச்சைக் கொண்ட செவ்வட்டக் கூம்புகளாகவும் புறமேற்பரப்பினது உயரமும் அடியின் ஆரையும் முறையே 117 cm உம் 30 cm உம் ஆகும். உள்ளேற்பரப்பின் உயரமும் ஆரையும் முறையே 39 cm உம் 10 cm உம் ஆகும். ஒட்டின் புறமேற்பரப்பின் அடியின் AB எனும் விட்டமொன்றின் மையம் O ஆகும். ஒரு நுனி புள்ளி A இலும் மற்றைய நுனி ஒரு நிலையான புள்ளியிலும் தொடுக்கப்பட்ட நீட்டமுடியாத இழையொன்றினால் ஓடானது தொங்கவிடப்படுகிறது. ஒரு சமநிலையில் தொங்கினால் AB என்பது நிலைக்குத் தோடு கோணம் 45° அமைக்குமி எனக் காட்டுக.

14. M திணிவும் g ஆரையும் உடைய ஒரு பாரமான வட்டவடிவான வளையும் நிலைக்குத்துத் தளத்திலுள்ள கரடான முனையில் தொங்குகிறது. ஒரு பூச்சி வளையத்தின் மிகக் கீழான புள்ளியிலிருந்து மெதுவாக மேல் நோக்கி நகர்கிறது. பூச்சியினு
பி. க. 19

டைய திணிவு $\frac{M \sin \lambda}{1 - \sin \lambda}$ இலும் குறைவாக இருப்பின் பூச்சிமுனையை

அடைய முடியுமென காட்டுக? இங்கே λ என்பது வளையத்திற்கும் மூளைக்குமிடையிலுள்ள உராய்வுக் கோணம். பூச்சியின் திணிவு $\frac{M \sin \lambda}{1 - \sin \lambda}$ இலும் கூட இருந்தால், வளையம் மூளையில் வழக்கு

முன் பூச்சி வளையத்தின் வழியே நகரக் கூடிய தூரத்தைக் காண்க?

15. திணிவுகள் M உம், m உம் ($M > m$) கொண்ட இரு துணிக்கைகள் நிலையான, ஒப்பமான கப்பியிற் மேலால் செல்லும் நீட்டமுடியாத இலேசான இழையால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன நிலையான, ஒப்பமான கிடையான, மீள்தன்மையற்ற மேசையினால் இதன் மேல் சாடக் கூடியவாறு M இனது இயக்கம் தடுப்புடையது மேசையிற் மேலே H உயரத்தில் M இருக்கும்போது இத் தொகுதி ஓய்விருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. M என்பது கண நிலை ஓய்விற் வரும் அடுத்தடுத்த உயரங்கள் $(m/M+m)^2$ என்பதைப் பொது விகிதமாகக் கொண்ட பெருக்கல் விசுத்தியாக அமையும் எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து M பிரயாணம் செய்த மொத்த தூரம் $H \left\{ (M+m)^2 + m^2 / (M+m)^2 - m^2 \right\}$ எனக் காட்டுக?

16. a நீளமான இலேசான நீளா இழையொன்றின் ஒரு முனை பூரணமான கரடான கிடைமேசைமீது ஓய்ந்திருக்கும். M திணிவுடைய ஒரு சுமையிற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் மற்றமுனை A யிலிருந்து a தூரத்தில் பிடிக்கப்பட்டுள்ளன m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை B யிற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது இத் துணிக்கை மேசையிலிருந்து u ($3 \leq u^2/ag \leq 6$) எனும் வேகத்துடன் நிலைக்குத்தாக மேலேக்கி எறியப்படுகிறது. சுமை A ஓய்விவ்வுள்ளது. எனக் கொண்டு AB கிடையுடன் θ கோணத்தை ஆக்கும் போது இழையிலுள்ள இழுவையைக் காண்க. சுமை A மீதான மேசையின் செவ்வன் மறுதாக்கம் $Mg' (1 - m/M \sin \theta) (u^2/ag - 3 \sin \theta)$ எனக் காட்டுக?

இக்கோவையின் மிகக்குறைந்த பெறுமதியைக் கண்டு இதிலிருந்து ஒரு அரை வட்டத்தில் இயங்கும்போது $M/m > 1/12 (u^2/ag)^2$ எனின், சுமை A மேசையுடன் தொடுகையிலிருக்கும் எனக் காட்டுக.

17. 2a நீளமும் M திணிவுமுள்ள ஒரு சீரான கோல் A, B நிலைப்படுத்திய முனை A பற்றி சுயாதீனமாகச் சுழல வல்லது.

$m \left(\geq \frac{M}{3} \right)$ திணிவுள்ளதும் AB யிற்குச் செங்குத்தாக

வேகம் u வுடன் இயங்குவதுமான சிறிய, ஒப்பமான பூரண மீள்தன்மையுள்ள பந்தொன்று. கோலை A யிலிருந்து x' தூரத்திலுள்ளவொரு புள்ளி C யில் அடிக்கிறது. மோதுகையின் பின்னர் பந்து, வேகம் v யுடன் இயங்குகிறது. கோல், கோண வேகம் ω வுடன் இயக்கத்தை ஆரம்பிக்கிறது. சக்திக்காப்புக்கானதும் கோண உந்தக் காப்புக்கானதுமான விதிகளை எழுதுக?

இதிலிருந்து அல்லது வேறுவழியாலோ
$$\omega = \frac{2ux}{\frac{4M}{3m} a^2 + x^2}$$

எனக் காட்டுக?

$0 < x < 2a$ எனும் வீச்சில் W வீண் அதிக கூடிய பெறுமானத்தைக் காண்க?

அலகு 11 வகையீடு.

1. (1) u என்பது X இன் சார்பாக இருக்க, $u = 2x + Y - 1$

எனும் பிரதியீட்டை பயன்படுத்தி $\frac{dy}{dx} = c$ $2x + y - 1$ எனும்

சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(2) v என்பது X இன் சார்பாக இருக்க, $y = vx$ எனும் பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி

$\frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{x + 3y}$ எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க:

$X = -1, y = 1$ ஆயிரப்பதற்கான தீர்வையும் காண்க.

(3) oxy எனும் தளத்திலே C எனும் வளையிலுள்ள $P(X, Y)$ என்னும் புள்ளியிலான செவ்வன் ஆனது $x - அச்சை N$ இல் சந்திக்கின்றது. $OP = PN$ ஆயின்,

(a) N ஆனது O ஐ விடவேருளது.

(b) N ஆனது O உடன் பொருந்துகிறது.

என்பவற்றை வேறுபடுத்தி ஒவ்வொன்றுக்குமுரிய வளையின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

2. (1) $X = 2$ உம் $X = 6$ உம் ஆகும்போது $y = 0$ எனவும் $X^3 \frac{dy}{dx} = X - C$ எனவும் தரப்பட்டதெனக் கொண்டு, C இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(2) $\sqrt{1-X^2} \cot y. dy/dx - X \cot^2 y = x$

எனும் சமன்பாட்டை தீர்க்க?

(3) V ஆனது X இன் சார்பாக இருக்க $Y = V_x$ எனும் பிரதியீட்டினால் $xy dy/dx = X^2 - Xy + y^2$ எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க?

3. (1) $y - x = u$ என்பதைப் பிரதியீடு செய்வதன் மூலம் $dy/dx = y-x+1/y-x+3$ எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(2) $y = Vx$ என்பதை பிரதியீடு செய்வதன் மூலம் $dy/dx = y/x (1 + \log Y - \log x)$ எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(3) $(x-y)$ தளத்திலுள்ள வளைவியில் $P(x, y)$ புள்ளியிலான தொடலி x -அச்சை Q இலும் y அச்சை R இலும் இடை வெட்டுகிறது. $QP/PR = \lambda$ எனின் இவ்வளைவியின் சமன்பாட்டைக் காண்க?

இது $(1,1)$ எனும் புள்ளியின் ஊடாகக் செல்கிறது என்று தரப்பட்டுள்ளது. இங்கே λ ஓர் ஒருமையாகும். $\lambda = 1, -1, -2$ ஆக இருக்கும்பொழுது வளைவிகளை இனங் காண்க?

4. 1. $dy/dx - Y \sin x = \sin x - \tan^2 Y$ எனும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க $x = 0$ ஆக இருக்கும்போது $Y = 0$ என்று தரப்பட்டுள்ளது.

2. $Y = vx$ என்பதைப் பிரதியீடு செய்வதன் மூலம் $2x^2 dy/dx = xy + y^2$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க. இங்கே v என்பது x இன் சார்பு.

3. oxy தளத்திலுள்ள வளைவியின் $P(x, y)$ எனும் புள்ளியிலுள்ள தொடலி x அச்சை $T(kx, 0)$ எனும் புள்ளியில் சந்திக்கிறது. இங்கே k என்பது ஒருமை வளைவி $A(a, b)$ எனும் புள்ளியினூடாகச் செல்கிறது. எனத்தரப்பட்டால் வளைவியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. $K = 0, 2, -1$ என்பவற்றுக்கு வளைவியை இனங் காண்க?

5. (அ) (1) $dy/dx = e^{x+y}$

என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

$x = 0$ ஆகும்போது $y = 0$ ஆவதற்கான தீர்வைக் காண்க.

(2) $X + Y = v$ எனும் பிரதியீட்டினால்

$dy/dx = \cos(x+y)$ எனும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

பாட்டைத் தீர்க்க: இங்கு v, x இன் ஒரு சார்பாகும்

(ஆ) OXY தளத்திலுள்ள ஒரு வளையின் மீதுள்ள புள்ளி P (x, y) யிலுள்ள தொடலி, அச்ச OY ஐ $= L$ இல் சந்திக்கிறது. $PL = OL$ எனின், வளையின் வகையீட்டுச்

$$\frac{dy}{dx} = y^2 - x^2 / 2xy \text{ எனக்காட்டுக.}$$

$y = vx$ எனும் பிரதியீட்டினால் இவ்வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க. இங்கு v, x இன் சார்பாகும், இதிலிருந்து இவ்வளயி ஒரு வட்டம் எனக் காட்டுக.

6. பின்வரும் ஒவ்வொரு வகையிலும், நேரொத்த வகையீட்டுச் சமன்பாடுகளை, மாறிகளை x ஐயும் y ஐயும் கொண்டுள்ளன. சமன்பாடுகளாகச் சூடுக்குவதற்கு தரப்பட்ட உருமாற்றத்தையோ, பிரதியீட்டையோ பயன்படுத்தி, இதிலிருந்து ஆரம்ப வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் பொதுத்தீர்வைக் காண்க? இங்கு v, x இல் மட்டுமுள்ள ஒரு சார்பாகும்.

$$\begin{aligned} (1) \quad X + Y &= V & (X + Y)^2 \frac{dy}{dx} &= 1 \\ (2) \quad Y &= VX & Y^2 + X^2 \frac{dy}{dx} &= xy \frac{dy}{dx} \\ (3) \quad V &= \text{Sec} Y & \tan Y \frac{dy}{dx} &= 1 + x \text{Cos} y \end{aligned}$$

7. பின்வரும் வகையீட்டு சமன்பாடுகளை தீர்க்க. இங்கு a என்பது ஒரு ஒருமையும், n என்பன ஒரு முழுவெண்ணுமாகும்.

$$\begin{aligned} 1. \quad \frac{dy}{dx} &= ax^n \\ 2. \quad \frac{dy}{dx} &= \{ a + \text{Cos} (\text{Log} x) + \text{Sin} (\text{Log} x) \} \\ 3. \quad X \cdot \frac{dy}{dx} &= Y - x \tan Y/X \end{aligned}$$

$$8. \quad 1. \quad \frac{dy}{dx} = (a+px)^m (b+qy)^n, \quad m \neq -1, n \neq 1$$

எனும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டை தீர்க்க.

இக்கே a, b, p, q ஆகியவை ஒருமைகளாகும். $pq \neq 0$

a) $m \neq -1, n = 1$

b) $m = -1, n \neq 1$

c) $m = -1, n = 1$

ஆகியவாறு இருக்கும்போது

தீர்வுகளைப் பெறுக?

$$2. \quad \frac{dy}{dx} = x - xy^4 \text{ எனும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைத்}$$

தீர்த்து $X = 0$ ஆக இருக்கும்போது $y = 0$ எனத் தரப்பட்ட x ஐ y இல் காண்க.

பின்னிணைப்பு விடைகள்

இயக்க விசையியல்

அலகு 1 கதி, வேகம், ஆர்முடுகல்

$$(80) \quad (அ) \quad \vec{V} = x \vec{i} + y \vec{j}$$

$$(ஆ) \quad \vec{F} = z \vec{i} + y \vec{j}$$

$$(84) \quad \vec{V}_1 = u \vec{i} + v \vec{j}, \quad f_1 = 0$$

$$\vec{V}_2 = (u - aw \sin wt) \vec{i} + (v + aw \sin wt) \vec{j}$$

$$\vec{F}_2 = -aw^2 \cos wt \vec{i} + aw^2 \cos wt \vec{j}$$

$$\tan \theta_1 = \frac{v}{u}, \quad \tan \theta_2 = \frac{v + a \sin wt}{u + w t + a \cos wt} = \frac{v}{u}$$

இரண்டும் ஒரே திசையில் இயங்கும்.

$$(85) \quad \frac{73w}{18}$$

அலகு 2 விசை, உந்தம், வேலை, சக்தி

$$(40) \quad (a) = \frac{Mu}{(M+m)}$$

$$(b) \quad (i) \quad V = \frac{(nm)u}{(M+nm)}$$

$$r = 1 \text{ தவிர } \quad r = \frac{n}{1} \frac{Mu}{(M+rm)} \quad \text{இன் ஒவ்வொரு உறுப்பும்}$$

$$\frac{mV}{(M+m)} \text{ இலும் பெரிதானது.}$$

$$41. \quad x = -\frac{g}{15}, \quad y = \frac{3g}{5}, \quad T = \frac{8mg}{5}$$

$$42. \quad t = t_1 \text{ லில் உந்தம்} = Mv$$

$$t = t_1 + 8t_2 \text{ லில் உந்தம்} = (m - m_2 t) (V + 8v) + mft \times (V + 8V - u)$$

$$43. \quad 6.943 \text{ kul.}$$

$$44. \quad 3.2 \times 10^4 \text{ N}$$

$$45. \quad V = 28.8 \text{ km h}^{-1}$$

$$46. \quad 8.5 \text{ kw, } 400 \text{ N}$$

அலகு 3 கணத்தாக்குவிசை, மீள்தன்மைப் பொருள் மொத்தல்.

$$50. \quad A \text{ யில் செய்த வேலை} = Mgu$$

$$B \text{ யில் செய்த வேலை} = 0$$

$$51. \quad \frac{V^2 \sin 2\alpha}{g(1-e)}$$

$$54. \quad V = \frac{M(u_c - v)}{2m \cos^2\theta}, \quad V = \frac{Mu_c}{M + 2m \cos^2\theta}$$

$$\text{சக்தி இழப்பு} = \frac{Mm \cos^2\theta (u^2 - 2gl \cos\theta)}{M + 2m \cos^2\theta}$$

$$(55) \quad A \text{ யின் வேகம்} = \frac{u}{2} (1-e)$$

$$B \text{ யின் வேகம்} = \frac{u}{4} (1-e^1) (1+e)$$

$$(56) \quad A \text{ யின் தொடக்க வேகம்} = \frac{I(2m + M)}{2m(4m + 3M)}$$

$$\text{கோணம் } \theta = \tan^{-1} \left[\frac{-(4m + 3m)}{(2m + m)} \right]$$

57. நிலத்திலிருந்து உயரங்கள்

$$(i) \frac{1}{2} \frac{u^2}{g} - \frac{1}{2} \left(u - \frac{v}{g} \right)^2 g$$

$$(ii) u \left(u - \frac{v}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left(u - \frac{v}{g} \right)^2$$

அலகு 4 எறிபொருள்.

$$47. O, d \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$50. \frac{2u}{g} \left[\frac{2(m_1 + m_2) E}{m_1 + m_2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

அலகு 5 வட்டத்தின் வழியே இயக்கம்.

$$30. T = 3Mg$$

$$33. T = 3Mg \sin \theta, T_1 = \frac{3Mg}{2} \left\{ \sin \left(2\theta - \frac{\pi}{4} \right) + \sin \frac{\pi}{4} \right\}$$

$$T_1 \text{ உயர்வு} = \frac{3Mg}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$$

$$34. V = \sqrt{5ga}$$

$$35. \frac{g}{w^2 \cos \theta}$$

அலகு 6 எளிமை இசை இயக்கம்.

$$30. V \text{ உயர்வு} = aw$$

$$f \text{ உயர்வு} = w^2 a$$

$$V = \sqrt{\frac{3\pi}{6}} \text{ m/s}$$

$$34. \quad t = \frac{\pi}{w}$$

$$35. \quad \pi \sqrt{\frac{a}{g}} \quad , \quad \frac{a}{4}$$

$$36. \quad \frac{2}{w} \left\{ \sin^{-1} \sqrt{\frac{2}{s}} + \frac{3}{\sqrt{2}} \right\}$$

அலகு - 7 காவிக்கணியம்.

(29) $x = 4, y = -3$

(30) $6(i - j)$

(32) $\pi/6$ அல்லது $\frac{5\pi}{6}$

(33) $F = 0, G = (a - c) \times (b - a)$

(36) $\sin 2A : \sin 2B : \sin 2C$

(37) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ சதுர அலகு

அலகு - 8 தடுக்கும் ஊடகங்களில் இயக்கம்.

(17) mkv^2 , ஆம்

(18) $-(1 + kv^2) = \frac{dv}{dt}$

(21) $V = \frac{1}{k} (1 - e^{-kt})$, $h = \frac{1}{k^2} (kT + e^{-kT} - 1)$

$$H = \frac{g}{k^2} \left[1 - e^{-\frac{kT}{n}} - \log \left(1 + \frac{1 - e^{-kT}}{n} \right) \right]$$

அலகு - 9 சடத்துவத் திருப்பம்.

$$(20) \Omega = 4Ma^2 \omega$$

$$(22) \omega = \frac{bu}{4a^2} + b^2$$

$$(24) I = \frac{13Ma^2}{24}$$

$$(25) \theta = \frac{3mu}{2a(M+3m)}$$

அலகு 10 திணிவு மையம் தொடர்பான இயக்கம், உந்தம், சக்திச் சமன்பாடு.

$$(14) d = a \left\{ \lambda \sin^{-1} \left(\frac{m + M \sin \lambda}{m} \right) \right\}$$

$$(16) T = \frac{m}{a} (u - 3ag \sin \theta)$$

$$R \text{ இழிவு} = 3Mg \left[\frac{M}{3m} - \frac{u^4}{36} a^2 g \right]$$

$$; \omega = \frac{u}{2ag} \sqrt{\frac{3M}{m}}$$

அலகு - 11 வகைபீடு.

$$(1) (i) y = 1 - 2x - \log |c - x| \rightarrow c - \text{மாறிலி}$$

$$(ii) (3y - x)(y + x) = 0; y + x = 0$$

$$(iii) x^2 + y^2 = \text{மாறிலி}$$

$$(2) (i) c = 3$$

$$(ii) \cos 2y = \sqrt{1 - x^2} + k \text{ (மாறிலி)}$$

$$(iii) \log \left| \frac{x-y}{x^2} \right| - \left(\frac{g}{x} \right) + C = 0$$

$$(3) (i) (y-x)^2 + 6y - 2x = 2c$$

$$(ii) y = x e^{cx}$$

$$(iii) xy = 1, \lambda = 1$$

$$y = x \quad \lambda = -1$$

$$y^2 = x \quad \lambda = -2$$

$$(4) (i) 2y + \sin 2y = 4(1 - \cos x)$$

$$(ii) \frac{(y-x)^2}{y} = \pi c$$

$$(iii) (1-k) \log \left(\frac{y}{b} \right)^{1-k} = \frac{x}{a}$$

$$k = 0 \quad \frac{y}{b} = \frac{x}{a}$$

$$k = 2 \quad xy = ab$$

$$k = -1 \quad \frac{y^2}{b^2} = \frac{x}{a}$$

$$(5) (i) e^x + e^{-y} - 2 = 0$$

$$(ii) \tan \frac{(x+y)}{2} = x + c$$

$$(iii) C = x(1 + v^2)$$

$$(6) (i) x + y - \tan^{-1}(x+y) = x + C$$

$$(ii) -1 \cdot g \left| x \right| = \log \left| \frac{y}{x} \right| - \frac{y}{x} + C$$

$$(iii) \log | 1 + x + \text{Secy} | = x + C$$

$$(7) (i) \log y = \frac{a}{(n+1)x^{n+1}} + C$$

$$(ii) y = ax + x \sin(\log x) + C$$

$$(iii) \sin \frac{y}{x} = C \cdot x$$

$$(8) (i) (a) \frac{1}{q} = \frac{1}{p} (a + px)^{m+1} + C$$

$$(b) \frac{1}{q} (b + qy)^{1-n} = \frac{1}{p} + C$$

$$(c) \frac{1}{q} = \frac{1}{p} = C$$

$$(ii) x = \left\{ \tan^{-1} y + \frac{1}{2} \log \frac{(1+y)}{(1-y)} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

- 03 01 $\frac{1}{3} \left[v^2 \left(\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} \right) - \frac{u^2}{F_2^2} \right]$ இலும்
- 05 29 $[12 - (\sqrt{30} + \sqrt{2})] a/3u$ செக்.
- 06 19 சைன் $\theta / (1 - \text{சைன் } \theta)^2 = \frac{m}{M}$ எனக் காட்டுக.
- 06 24 2 l m.
- 03 08 OT:OP = min (m,u நேர் எண்கள்)
- 08 23 L, L'
- 12 37 $F_2 t_2 \leq F_1 t_1$
- 13 13 புகைவண்டியின் நீளம் l ஆகும்
- 13 15 $\frac{d_2}{v_2} < \frac{d_1}{v_1}$
- 14 03 m, திணிவுடையதுமான
- 14 25 $\frac{2F}{m'-m} = \frac{F\sqrt{2}}{M+m} = \frac{F'\sqrt{2}}{M+m} = \frac{2g}{2M+m+m'}$
- 15 06 $2d / (u \text{ சைன் } \alpha)$
- 15 30 இதில் K ஆனது ஒருமையொன்றாகும்.
- 18 24 நிறையானது 1.8 m மேலே
- 19 15 $2a(n-1) / t^2(n+1)$
- 20 29 $\angle BAQ = \theta$
- 20 30 $\theta^{\frac{1}{2}}$ சைன் θ
- 21 18 $(v^2 - u^2) dt \cdot d\theta = R \{v^2 - u^2 \text{ கோசை } \theta\}^{\frac{1}{2}}$
- 22 06 $2\lambda / \{(\text{கோசை } \alpha \text{ சைன் } (\alpha - 2\lambda))\}$
- 25 29 $dl/dt = d\theta/dt m, dm/dt = -d\theta/dt l$
- 29 02 K', v', kv
- 30 05 $(0 < v \leq v_0)$
- 30 15 $H \leq \mu^2 v_0^2 / 1000 (\mu - \lambda)$
- 31 24 $agt = k \times M \text{ மட } (H - av_1^2) / (H - av_2^2)$

- 36 03 $\frac{u}{\lambda}$ m தூரம்
- 41 25 $[m m^1 (u - u^1 / m + m^1)]$ கோசை a
- 41 27 $\frac{1}{2} [m m^1 (u - u^1) கோசை^2 a / (m + m^1)]$
- 44 18 $\angle ABC = \pi - \alpha (\alpha < \frac{\pi}{2})$
- 44 23 $\alpha \geq$ சைன்⁻¹ $[(1 - e) / (1 + e)]$
- 45 25 $m > em$ அல்லது $m < em$ என்பதற்கேற்ப
- 48 34 $\angle ABC = \angle BCD = 120^\circ$
- 52 21 $V^2 / 2g = M / (M + m)$
- 58 20 தான்⁻¹ $(\frac{1}{4})$
- 63 24 $\frac{2u^2 கோசை \theta சைன் (\theta - \alpha)}{9 கோசை^2 \alpha}$ அல்லது
- 64 10 கிடைக்கு \propto கோணத்தினூடாக.
- 67 07 $5(4\sqrt{2} + \sqrt{4}) a / 27$
- 68 04 $nw^2 = ng (m + \frac{m}{a}) (2M + m)$
- 68 25 $[g = 10m / s^2]$ எனக் கொள்க
- 70 09 பக்க நீளம் 2a உம்
- 80 22 $2\pi (ma / \lambda)^{\frac{1}{2}}$
- 86 36 கோசை t: $(1 - கோசை t)$
- 87 02 $u_1 i + V_1 j, u_2 i + V_2 j$
- 87 09 $F_2 = 3j + 4k, F_3 = j + 2k.$
- 87 34 $r = b கோசை \phi_i + b சைன் \phi_j + b கோசை \phi$ தான் αk
- 88 14 $2ti + 4(t - t^2) j$
- 88 21 u, v w காவிகளால்.
- 92 20 $x = u கோசை \alpha / k (1 - e^{-kt})$
- 92 21 $y = [u சைன் \alpha / k + g / k^2] (1 - e^{-kt}) - g / k t$
- 93 13 நேராய் மாறக் காணப்பட்டது,
- 93 15 $dv/dt = g - kv$
- 101 21 $\frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 + \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} u^2$

- 101 27 $l < \left(\frac{6l}{31} \right)$
- 103 16 $t = \frac{2}{g} \sqrt{u^2 - gy}$
- 104 11 $\lambda < \mu < 2\lambda$
- 104 14 or $\tan^{-1} \frac{\mu h + 2gT^2}{x_2}$
- 118 26 $\sum_{r=1}^n \frac{\mu r}{M + rM}$
- 119 26 Δt எனும் நேரத்தில் $m - m\Delta t, m\Delta t$
- 119 27 வேகம் $V + \Delta t$
- 119 28 $t + \Delta t$
- 120 06 $\cos^{-1} \left\{ v \div v^2 + \frac{8u^2}{4v} \right\}$
- 128 17 $u^2 < gh$ எனின் A இன்
- 128 29 $AC \parallel BP$
- 131 01 தூரம் $l(2 + \sqrt{3})$
- 131 21 $\sqrt{8\mu^2 ag}$
- 132 27 $\sqrt{3a}$ w^2 வேகத்தோடு OABC இன் திசையாக
- 133 15 எண்ணிப் பெருக்கம் $a \cdot b$ காவிப்பெருக்கம் $a \times b$
- 136 05 $\sim 2i + j, \sim 3i + 3j$
- 137 01 $\beta = \frac{|r_2|}{|r_4|}$

அச்சுப்பதிப்பு:-

சுவர்ணா பிரிண்டர்ஸ், கே. கே. என். வீதி, யாழ்ப்பாணம்.