1598

2015 புதிய பாடத்திட்டத்திற்கு அமைவானது

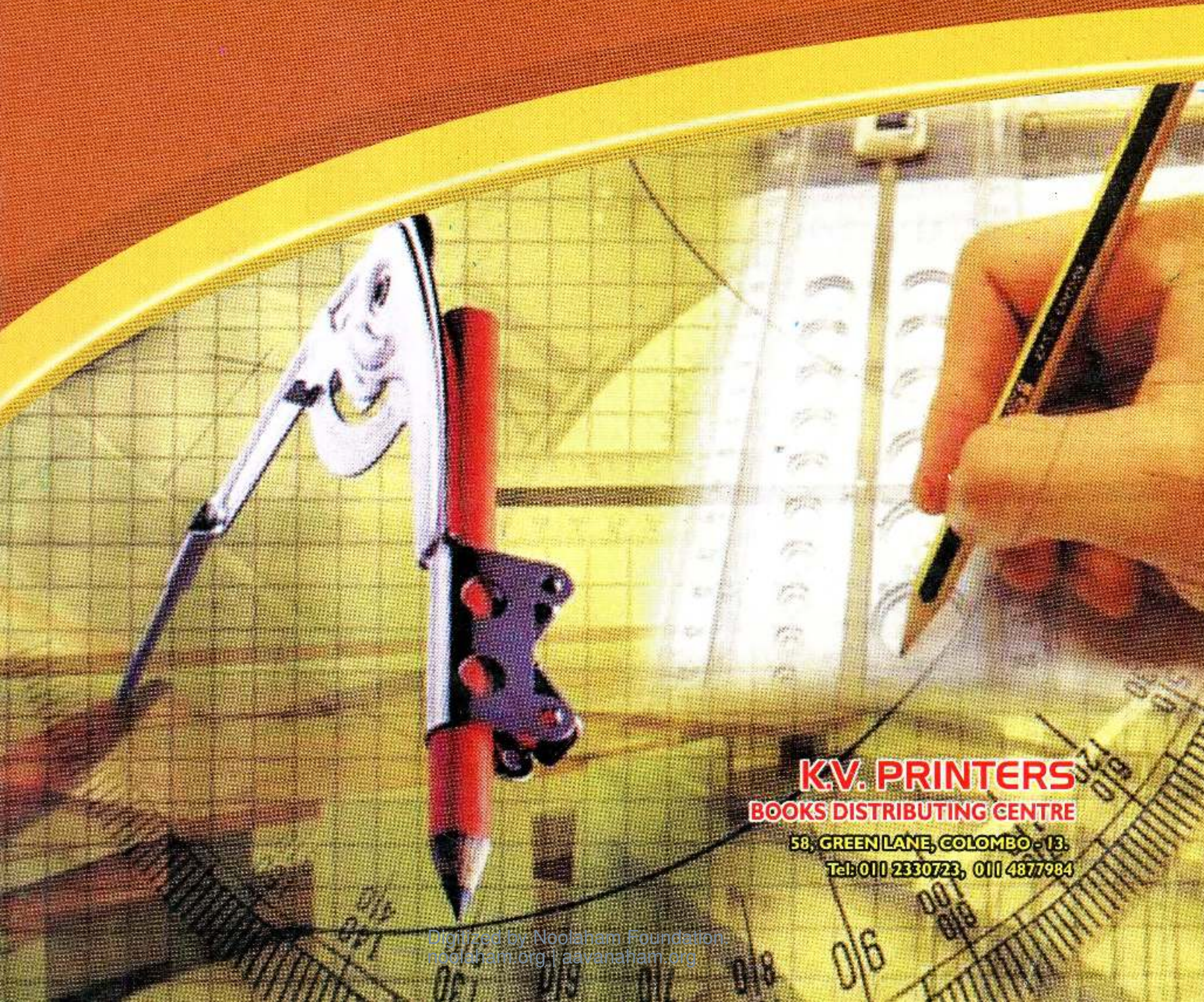
தரம் 11

கணிதம்

பகுதி I

திரு. கா. கணேசலிங்கம்
(ஓய்வு பெற்ற பிரதம செயற்றிட்டஅதிகாரி - தே.க.நி.)

திரு. ந. இரகுநாதன்
(ஓய்வு பெற்ற ஆசிரிய ஆலோசகர் - கணிதம்)



K.V. PRINTERS
BOOKS DISTRIBUTING CENTRE
58, GREEN LANE, COLOMBO - 13.
Tel: 011 2330723, 011 4877984

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

Arasady Public Library
Municipal Council
...pa.

Class No: 500
Acc No 1598

LENDING
ARASADY PUBLIC LIBRARY

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

கணிதம் 11

பகுதி I

2016 புதிய பாடத்திட்டத்திற்கு அமைவானது

ஆசிரியர் குழு :

திரு. கா. கணேசலிங்கம்

(ஓய்வு பெற்ற பிரதம செயற்றிட்டஅதிகாரி - தே.க.நி.)

திரு. ந. இரகுநாதன்

(ஓய்வு பெற்ற ஆசிரிய ஆலோசகர்)

Arasady Public Library
Municipal Council
Batticaloa.

Class No:
Acc No 1598

விலை 250/-

KV PRINTERS

Books Distributing Centre

No. 58, Green Lane, Colombo - 13.

Tel: 011 2330723, 011 4877984 Fax: 011 2434723

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

முகவுரை

பாடசலைகளில் தரம் 11 இல் 2016ஆம் ஆண்டில் இருந்து நடைமுறைப் படுத்தப்படும் புதிய பாடத்திட்டத்திற்கு அமைவாக இப்பாட நூல் எழுதப்பட்டுள்ளது. கணிதத்தின் அடிப்படை எண்ணக் கருக்களை புரிந்துகொள்ளக்கூடிய வகையில் எல்லா வகையைச் சார்ந்த உதாரணங்களும் உரிய முறையில் படிமுறைப்படுத்தப்பட்டு தரப்பட்டுள்ளன. பாடத்தை இலகுவாக விளங்கி அதில் உரிய திறமையைப் பெறுவதற்காக உரிய பயிற்சிகள் சேர்க்கப்பட்டுள்ளதுடன் க. பொ. த. உயர் தரத்தில் கணித விஞ்ஞான பிரிவுகளில் உயர் கல்வியைத் தொடர விரும்புவோர் இக் கணித பாடத்தில் மேலதிக திறன்களைப் பெற்றுக் கொள்ளக்கூடியவாறும் இப்பாட நூல் வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது.

ஒவ்வொரு பயிற்சியும் இலகுவில் இருந்து கடினத்தை நோக்கி படிமுறையாக அமைக்கப்பட்டுள்ளதுடன் இப்பயிற்சிகளின் இறுதியில் வரும் பயிற்சிகளை செய்யும் போது மாணவர்கள் கூர்ந்து சித்திக்கத் தூண்டப்படுவர்.

ஆசிரியர்களும் மாணவர்களும் இந் நூலினை உரிய முறையில் பயன்படுத்தி பயனடைவார்கள் என நம்புகிறோம்.

இந் நூல் பற்றிய உங்கள் கருத்துக்கள் எமக்குப் பெறுமதிமிக்கவையாகையால் உங்களது கருத்துக்களை நாம் வரவேற்கிறோம். உங்களது கருத்துக்கள் இத்தகைய மேலும் பல நூல்களை எதிர்காலத்தில் வெளியிடுவதற்கு எங்களுக்கு பெருந் துணையாக இருக்கும் என்பதனைத் தெரிவித்துக் கொள்கின்றோம்.

இந்நூலை எழுதுவதற்கு தூண்டுகோலாகவும் உதவியாகவும் இருந்ததுடன் சரவை பார்தலிலும் எமக்கு உதவி புரிந்த திருமதி கி. இரகுநாதன் (ஓய்வு பெற்ற ஆசிரியை), திரு. க. ரவீந்திரன் (ஓய்வு பெற்ற உப அதிபர் - சஹிரா கல்லூரி, கொழும்பு.), திரு. சு. இராஜேந்திரம் (விரிவுரையாளர் - கணிதத் துறை. தேசிய கல்வி நிறுவகம்), ஆகியோருக்கு எமது மனமார்ந்த நன்றியை தெரிவித்துக் கொள்கின்றோம்.

- ஆசிரியர் குழு -

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பொருளடக்கம்

01. மெய்யெண்கள்

02. சுட்டிகளும் மடக்கைகளும் I

03. சுட்டிகளும் மடக்கைகளும் II

04,05. திண்மங்களின் மேற்பரப்பளவும், கனவளவும்

06. ஈருறுப்புக் கோவைகள்

07. அட்சரகணிதப் பின்னங்கள்

மீட்டல் பயிற்சிகள் I , II, III

08. சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடையில் உள்ள தளவுருக்களின் பரப்பளவு

09. சதவீதம்

10. பங்குச் சந்தை

11. நடுப்புள்ளித் தேற்றம்

12. வரைபுகள்

13. சமன்பாடுகள்

14. சமகோண முக்கோணிகள்

மீட்டல் பயிற்சி IV, V, VI

விடைகள்

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

1. மெய்யெண்கள்

எண்ணும் எண்கள்

1, 2, 3, என்பவை எண்ணும் எண்களாகும்.

இவை இயற்கை எண்கள் எனவும் அழைக்கப்படும்.

இயற்கை எண்களின் தொடை $\mathbb{N}$ எனக் குறிக்கப்படும்

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$

இரட்டை எண்கள்

இரண்டால் மீதமின்றி வகுபடும் எண்கள் இரட்டை எண்களாகும்.

அவை : *2, 4, 6 ...*

பொது உறுப்பு $T_n = 2n.$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$

ஒற்றை எண்கள்

இரண்டால் வகுக்கும் போது *1* ஐ மீதியாகக் கொண்டிருக்கும் எண்கள் ஒற்றை எண்களாகும்.

அவை : *1, 3, 5 ...*

பொது உறுப்பு $T_n = 2n - 1$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$

முதன்மை எண்கள்

இரு வேறு காரணிகளை மட்டும் கொண்ட எண்கள் முதன்மை எண்களாகும்.

அவை : *2, 3, 5, 7*

சேர்த்தி எண்கள்

இரண்டிற்கு மேற்பட்ட காரணிகளைக் கொண்ட எண்கள் சேர்த்தி எண்களாகும்.

அவை : *4, 6, 8, 9 ...*

முக்கோணி எண்கள்

1, 3, 6, 10, 15 .... என்ற கோலத்தில் அமைந்தவை முக்கோணி எண்களாகும்.

பொது உறுப்பு $T_n = \dfrac{n(n+1)}{2}$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$

சதுர எண்கள்

$1^2, 2^2, 3^2$, ... என்றவாறு அமைந்தவை சதுர எண்களாகும்.

அவை : *1, 4, 9, 16 ...*

பொது உறுப்பு $Tn = n^2$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$

நிறை எண்கள்

$\ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots$ என்பவை நிறை எண்களாகும்.

நிறையெண்களின் தொடை $\mathbb{Z}$ எனக் குறிப்பிடப்படும்.

$\mathbb{Z}$ $\{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

நேர் நிறை எண்கள்

1, 2, 3, 4, ... என்பவை நேர்நிறை எண்களாகும்.

குறியீடு $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, 4, ...\}$

மறை நிறை எண்கள்

.... -4, -3, -2, -1 என்பவை மறைநிறை எண்களாகும்.

குறியீடு $\mathbb{Z}^-$, $\mathbb{Z}^- = \{... , -4, -3, -2, -1\}$

பூச்சியம் நேர் நிறை எண்ணுமன்று, மறை நிறை எண்ணுமன்று

விகிதமுறு எண்கள்

p, q நிறை எண்களாகவும் $q \neq 0$ ஆகவும் இருக்க $\frac{p}{q}$ என்னும் வடிவிலமைந்த எண்கள் விகிதமுறு எண்கள் எனப்படும்.

உதாரணம் : 1 2, -4, 0, $\frac{1}{2}$, $-\frac{2}{3}$, $\frac{8}{5}$, $5\frac{2}{3}$

0.5, 5.7, 12.564, 0.333 ...

பின்னங்களை தசமமாக எழுதுதல்

1) முடிவுறும் தசமங்கள்

உதாரணம் 1 $\frac{1}{2} = 0.5$, $\frac{3}{8} = 0.375$

$\frac{2}{25} = 0.08$, $6\frac{1}{50} = 6.02$

2) மீளும் தசமங்கள்

உதாரணம் 2 (i) $\frac{1}{3} = 0.333...$

இது $= 0.\dot{3}$ (3ன் மேல் குற்று) என எழுதப்படும்.

(ii) $\frac{4}{11} = 0.363636...$

$= 0.\dot{3}\dot{6}$ என எழுதப்படும்.

(iii) $\frac{22}{7} = 3.142857142857...$

$= 3.\dot{1}4285\dot{7}$

இங்கு ஒரு எண் அல்லது ஒரு எண்தொகுதி மீண்டும் மீண்டும் இடம் பெறுகின்றது.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

மீளும் தசமங்களை பின்னமாக மாற்றுதல் .

உதாரணம் 3

(i) $0.\dot{6}$ என்பதை பின்னமாக மாற்றுக.

$x = 0.\dot{6}$ என்க.

$x = 0.666.....$ (1)

$10x = 6.666.....$ (2) (இரு பக்கமும் 10 ஆல் பெருக்க)

$(2) - (1)\ 9x = 6$

$x = \frac{6}{9}$

$= \frac{2}{3}$

$0.\dot{6} = \frac{2}{3}$

(ii) $0.\dot{2}\dot{7}$ என்பதை பின்னமாக மாற்றுக.

$y = 0.\dot{2}\dot{7}$ என்க.

$y = 0.272727.....$ (1)

$(1) \times 100 \quad 100y = 27.272727.....$ (2)

$(2) - (1) \quad 99y = 27$

$y = \frac{27}{99}$

$y = \frac{3}{11}$

$0.\dot{2}\dot{7} = \frac{3}{11}$

விகிதமுறு எண்கள் →
- நிறை எண்கள்
- எளிய பின்னங்கள், கலப்பு எண்கள்
- முடிவுறும் தசமங்கள், மீளும் தசமங்கள்

விகித முறு எண்களின் தொடை $\mathbb{Q}$ வினால் குறிக்கப்படும்.

தொடைக் குறிப்பீட்டில்,

$$\mathbb{Q} = \{ x : x = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, b \neq o \}$$

விகிதமுறா எண்கள்

$\sqrt{2} = 1.414213562....$ $\quad \sqrt{3} = 1.732050807....$

$\sqrt{10} = 3.16227766....$ $\quad \pi = 3.1415926535....$

இங்கு தரப்பட்ட பெறுமானங்கள் முடிவுறாத தசமங்களாகும். ஆனால் மீளும் தசமங்கள் அல்ல. இவை விகிதமுறா எண்கள் என அழைக்கப்படும். இவற்றை $\frac{p}{q}$ என்னும் வடிவில் எழுத முடியாது. இதன் குறியீடு $\mathbb{Q}'$ ஆகும்.

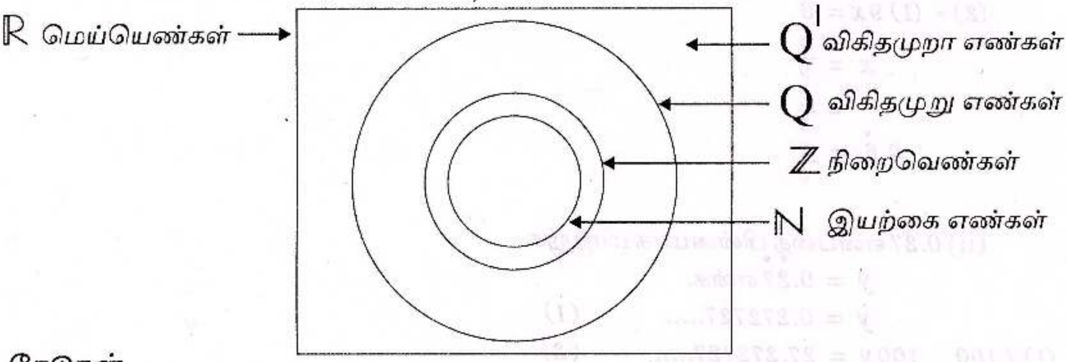
Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

மெய்யெண்கள்

விகிதமுறு எண்களினதும், விகிதமுறா எண்களினதும் தொடை மெய்யெண்களின் தொடை என வரையறுக்கப்படும். இதன் குறியீடு $\mathbb{R}$ ஆகும்.

$$\left.\begin{array}{l} Q \cup Q' = \mathbb{R} \\ Q \cap Q' = \varnothing \end{array}\right\}$$

மெய்யெண்களை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டமுடியும்.



சேடுகள்

$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{10}$ போன்ற செப்பமான பெறுமானம் ஒன்றைப் பெற முடியாத எண்களை மூல வடிவில் எழுதுதல் சேடுகள் எனப்படும்.

$\sqrt{9}$, $\sqrt{16}$, $\sqrt{25}$ என்பன சேடுகள் அல்ல. ஏனெனில் $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{25} = 5$ ஆகும்.

$\sqrt{12}$, $\sqrt{23}$, $\sqrt{50}$ என்பன முழுமைச் சேடுகள் எனப்படும். இவற்றை எளியவடிவில் காட்ட முடியும்.

உதாரணம் 4

பின்வருவனவற்றை எளிய சேடுகளாகத் தருக.

(i) $\sqrt{12}$ (ii) $\sqrt{32}$ (iii) $\sqrt{50}$ (iv) $\sqrt{200}$

(i) $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3}$
$= \sqrt{4} \times \sqrt{3}$
$= 2 \times \sqrt{3}$
$= 2\sqrt{3}$

(ii) $\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2}$
$= \sqrt{16} \times \sqrt{2}$
$= 4\sqrt{2}$

(iii) $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2}$
$= \sqrt{25} \times \sqrt{2}$
$= 5\sqrt{2}$

(iv) $\sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2}$
$= \sqrt{100} \times \sqrt{2}$
$= 10 \times \sqrt{2}$
$= 10\sqrt{2}$

உதாரணம் 5

பின்வருவனவற்றை முழுமைச் சேடுகளாகத் தருக.

(i) $2\sqrt{3}$ (ii) $5\sqrt{2}$ (iii) $3\sqrt{7}$

(i) $2\sqrt{3} = \sqrt{4 \times 3}$
$= \sqrt{12}$

(ii) $5\sqrt{2} = \sqrt{25 \times 2}$
$= \sqrt{50}$

(iii) $3\sqrt{7} = \sqrt{9 \times 7}$
$= \sqrt{63}$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

சேடுகளைக் கூட்டலும், கழித்தலும்

உதாரணம் 6

சுருக்குக.

(i) $5\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$ (ii) $4\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$ (iii) $\sqrt{5} + 4\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$

(iv) $\sqrt{50} - \sqrt{32}$ (v) $3\sqrt{54} + 2\sqrt{24}$

(i) $5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = (5+2)\sqrt{2}$

$= 7\sqrt{2}$

(ii) $4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = (4-2)\sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3}$

(iii) $\sqrt{5} + 4\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = (1+4+3)\sqrt{5}$

$= 8\sqrt{5}$

(iv) $\sqrt{50} - \sqrt{32} = \sqrt{25 \times 2} - \sqrt{16 \times 2}$

$= 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \sqrt{2}$

(v) $3\sqrt{54} + 2\sqrt{24} = 3\sqrt{9 \times 6} + 2\sqrt{6 \times 4}$

$= 9\sqrt{6} + 4\sqrt{6} = 13\sqrt{6}$

சேடுகளை பெருக்குதலும் வகுத்தலும்

உதாரணம் 7

சுருக்குக.

(i) $\sqrt{3} \times \sqrt{2}$ (ii) $\sqrt{32} \times \sqrt{8}$ (iii) $\sqrt{6} \times \sqrt{8}$

(iv) $\sqrt{75} \div \sqrt{50}$ (v) $\dfrac{4\sqrt{12}}{\sqrt{27}}$

(i) $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$ $(\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab})$

(ii) $\sqrt{32} \times \sqrt{8} = \sqrt{256}$

$= 16$

அல்லது $\sqrt{16 \times 2} \times \sqrt{4 \times 2}$

$= 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$

$= 4 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$

$= 4 \times 2 \times 2$

$= 16$

(iii) $\sqrt{6} \times \sqrt{8} = \sqrt{48}$

$= \sqrt{16 \times 3}$

$= 4\sqrt{3}$

(iv) $\sqrt{75} \div \sqrt{50} = \sqrt{\dfrac{75}{50}}$

$= \sqrt{\dfrac{3}{2}}$

(v) $\dfrac{4\sqrt{12}}{\sqrt{27}} = \dfrac{4\sqrt{4 \times 3}}{\sqrt{9 \times 3}}$

$= \dfrac{8\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}$

$= \dfrac{8}{3} = 2\dfrac{2}{3}$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பகுதியை விகிதமுறு எண்ணாக மாற்றுதல்

உதாரணம் 8

(i) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ (ii) $\frac{5}{2\sqrt{2}}$ (iii) $\frac{6\sqrt{7}}{5\sqrt{3}}$ (iv) $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ (v) $\frac{10}{11-\sqrt{7}}$

(i) $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$

$= \frac{3\sqrt{2}}{2}$

(ii) $\frac{5}{2\sqrt{2}} = \frac{5 \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$

$= \frac{5\sqrt{2}}{4}$

(iii) $\frac{6\sqrt{7}}{5\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{7} \times \sqrt{3}}{5\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$

$= \frac{6 \times \sqrt{21}}{15}$

$= \frac{2\sqrt{21}}{5}$

(iv) $\frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

$= \frac{2-\sqrt{3}}{2^2-(\sqrt{3})^2}$

$= \frac{2-\sqrt{3}}{4-3}$

$= 2-\sqrt{3}$

(v) $\frac{10}{11-\sqrt{7}} = \frac{10}{11-\sqrt{7}} \times \frac{11+\sqrt{7}}{11+\sqrt{7}}$

$= \frac{10 \times (11+\sqrt{7})}{121-7}$

$= \frac{10}{114}(11+\sqrt{7})$

$= \frac{5}{57}(11+\sqrt{7})$

சேடுகளின் அண்ணளவுப் பெறுமானங்களைக் காணல்

உதாரணம் 9

$\sqrt{5} = 2.236$ (அண்ணளவுப் பெறுமானம்) எனத் தரப்படின் பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் கணிக்க.

(i) $\sqrt{45}$ (ii) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

(i)
$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5}$

$= 3 \times \sqrt{5}$

$= 3 \times 2.236$

$= 6.708$

(ii)
$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

$= \frac{3\sqrt{5}}{5}$

$= \frac{3 \times 2.236}{5}$

$= 1.3416$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 1

1. பின்வரும் கூற்றுக்கள் உண்மை எனின் ✓ எனவும் அல்ல எனின் × எனவும் அடையாளமிடுக.

(i) ஒவ்வொரு இயற்கை எண்ணும் நிறை எண்ணாகும். ( )

(ii) எல்லா நிறை எண்களும் இயற்கை எண்களாகும். ( )

(iii) எல்லா நிறைவெண்களும் விகிதமுறு எண்களாகும். ( )

(iv) எல்லா விகிதமுறா எண்களும் மெய்யெண்களாகும். ( )

(v) $\sqrt{13}$ ஒரு மெய்யெண்ணாகும். ( )

(vi) $\pi < \frac{22}{7}$ ( )

(vii) விகிதமுறு எண்கள் விகிதமுறா எண்களின் தொடைப் பிரிவாகும். ( )

(viii) செங்கோண முக்கோணியொன்றின் செம்பக்கத்தின் நீளம் எப்பொழுதும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும். ( )

(ix) பகுதி எண்ணின் முதன்மைக் காரணிகளாக 2ஐ அல்லது 5ஐ அல்லது இரண்டையும் மட்டும் கொண்ட பின்னங்கள் மீளும் தசமங்களாகும். ( )

(x) விகிதமுறா எண்களெல்லாம் மீளும் தசமங்களாகும். ( )

2. பின்வரும் பின்னங்களை வகுக்காமல் முடிவுறும் தசமங்களைத் தெரிந்து எழுதுக.

(i) $\frac{5}{64}$ (ii) $\frac{11}{12}$ (iii) $\frac{27}{40}$ (iv) $\frac{8}{35}$ (v) $\frac{1}{18}$

3. பின்வரும் பின்னங்களை தசமங்களாக மாற்றி அவை முடிவுறும் தசமங்களா அல்லது மீளும் தசமங்களா எனக் கூறுக.

(i) $\frac{7}{8}$ (ii) $\frac{2}{3}$ (iii) $1\frac{3}{4}$ (iv) $\frac{5}{6}$ (v) $\frac{11}{25}$

4. பின்வரும் மீளும் தசமங்களை பின்னமாக மாற்றுக.

(i) $0.\dot{6}$ (ii) $0.\dot{1}\dot{8}$ (iii) $1.\dot{4}\dot{5}$ (iv) $0.\dot{0}00\dot{1}$

5. $\frac{1}{13}$ ஐ தசமமாக மாற்றுக இதில் எத்தனை இலக்கங்கள் மீண்டும் மீண்டும் தோன்றுகின்றன.

6. பின்வருவனவற்றில் விகிதமுறு எண்களையும் விகிதமுறா எண்களையும் வேறுபடுத்தி எழுதுக.

$3.5,\ 2.136587...,\ \pi,\ 3.567,\ 4.17,\ \sqrt{17},\ 2\sqrt{5},\ \sqrt{\frac{16}{64}}$

7. பின்வரும் முழுமைச் சேடுகளை எளிய வடிவில் தருக.

(i) $\sqrt{12}$ (ii) $\sqrt{32}$ (iii) $\sqrt{27}$ (iv) $\sqrt{45}$ (v) $\sqrt{50}$

(vi) $\sqrt{72}$ (vii) $\sqrt{162}$ (viii) $\sqrt{500}$ (ix) $\sqrt{252}$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

8. பின்வரும் சேடுகளை முழுமைச் சேடுகளாக மாற்றுக.

(i) $2\sqrt{7}$ (ii) $3\sqrt{5}$ (iii) $6\sqrt{7}$ (iv) $7\sqrt{2}$ (v) $2\sqrt{17}$

9. சுருக்குக.

(i) $5\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$ (ii) $3\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$ (iii) $6\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

(iv) $5\sqrt{12} + \sqrt{27}$ (v) $5\sqrt{18} - 2\sqrt{2}$ (vi) $2\sqrt{12} + 4\sqrt{48}$

(vii) $3\sqrt{20} - \sqrt{5} - 2\sqrt{45}$ (viii) $6\sqrt{12} + \sqrt{3} - 2\sqrt{48}$ (ix) $3\sqrt{54} - 9\sqrt{24} + 12\sqrt{6}$

(x) $2\sqrt{20} - 3\sqrt{45} + 5\sqrt{80}$

10. சுருககுக.

(i) $3\sqrt{7} \times 2\sqrt{7}$ (ii) $2\sqrt{3} \times 3\sqrt{5}$ (iii) $\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{16}$

(iv) $5\sqrt{2} \times 3\sqrt{12}$ (v) $3\sqrt{2} \times 5\sqrt{14}$ (vi) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ (vii) $\dfrac{4\sqrt{12}}{2\sqrt{2}}$

(viii) $4\sqrt{21} \div \sqrt{28}$ (ix) $\dfrac{\sqrt{3}}{3\sqrt{15}}$ (x) $\dfrac{\sqrt{132}}{\sqrt{22}}$

11. பின்வருவனவற்றில் பகுதி எண்களை விகிதமுறு எண்களாக மாற்றுக.

(i) $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$ (ii) $\dfrac{1}{\sqrt{7}}$ (iii) $\dfrac{5}{3\sqrt{5}}$ (iv) $\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ (v) $\dfrac{1}{\sqrt{27}}$

(vi) $\dfrac{6\sqrt{7}}{5\sqrt{2}}$ (vii) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}}$ (viii) $\dfrac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ (ix) $\dfrac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}$ (x) $\dfrac{2\sqrt{5} + 1}{2\sqrt{5} - 1}$

12. $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$, $\sqrt{6} = 2.4494$ எனும் அண்ணளவுப் பெறுமானங்கள் தரப்படுமிடத்து பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் கணிக்க.

(i) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ (ii) $\dfrac{5}{\sqrt{2}}$ (iii) $\sqrt{8} + \sqrt{18}$ (iv) $\dfrac{9}{\sqrt{48}}$ (v) $\dfrac{12\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

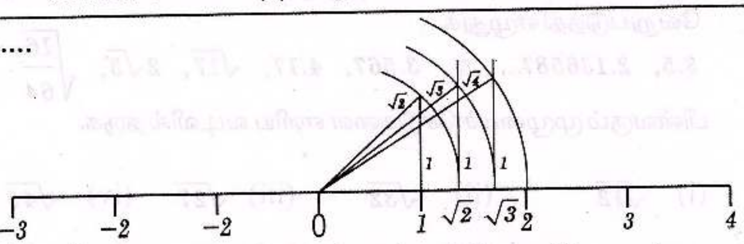
13. விரித்தெழுதிச் சுருக்குக.

(i) $\sqrt{2}\left(\sqrt{32} - \sqrt{8}\right)$ (ii) $\left(2\sqrt{7}\right)^2$ (iii) $\left(4 + \sqrt{5}\right)\left(4 - \sqrt{5}\right)$

(iv) $\left(2\sqrt{3} + 4\right)\left(2\sqrt{3} - 4\right)$ (v) $\left(\sqrt{3} + \sqrt{15}\right)^2$

14. செங்கோண முக்கோணியொன்றில் செங்கோணங்களைக் கொண்ட பக்கங்கள் $\sqrt{3} - 1$cm, $\sqrt{3} + 1$cm, எனின் செம்பக்கத்தின் நீளம் $2\sqrt{2}$ எனக் காட்டுக.

உங்கள் சிந்தனைக்கு ....
$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$
என்பவற்றை
எண் கோட்டின்
குறித்தல்.



இவ்வாறே $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$ என்பவற்றை எண் கோட்டின்மீது குறிக்கலாம்

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

2. சுட்டிகளும் மடக்கைகளும் (I)

2.1 தரம் 10ல் கற்ற சுட்டி விதிகளை மீட்டல்.

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (பெருக்கல் விதி)
2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$ (வகுத்தல் விதி)
3. $(a^m)^n = a^{mn}$ (சுட்டியின் சுட்டி)
4. $(a \times b)^m = a^m b^m, \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ (மடங்குகளின் சுட்டி)
5. $a^0 = 1$ (பூச்சியச் சுட்டி)
6. $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ (மறைச் சுட்டி)

இவற்றிற்கு மேலதிகமாக விகிதமுறு சுட்டிகள் பற்றி இங்கு கற்போம்.

7. $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ பொதுவாக $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

8. $\sqrt[q]{a^p} = (a^p)^{\frac{1}{q}} = a^{\frac{p}{q}}$ அல்லது $a^{\frac{p}{q}} = (a^{\frac{1}{q}})^p = \left(\sqrt[q]{a}\right)^p$

விகிதமுறு சுட்டிகளில் செய்கைகள்.

உதாரணம் 1

பெறுமானம் காண்க.

(i) $64^{\frac{1}{2}}$ (ii) $27^{-\frac{1}{3}}$ (iii) $\left(\frac{1}{49}\right)^{-\frac{1}{2}}$ (iv) $\left(3\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}$ (v) $\left(\frac{1}{25}\right)^{-1.5}$

(i) $64^{\frac{1}{2}} = (2^6)^{\frac{1}{2}}$
$= 2^3$
$= 8$

(ii) $27^{-\frac{1}{3}} = (3^3)^{-\frac{1}{3}}$
$= 3^{-1}$
$= \frac{1}{3}$

(iii) $\left(\frac{1}{49}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{7^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$
$= \frac{1}{7^{-1}}$
$= 7$

(iv) $\left(3\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{49}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}$
$= \left(\frac{7^2}{4^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$
$= \frac{7^{-1}}{4^{-1}} = \frac{4}{7}$

(v) $\left(\frac{1}{25}\right)^{-1.5} = \left[\left(\frac{1}{5}\right)^2\right]^{-1.5}$
$= \left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$
$= \frac{1}{5^{-3}} = 5^3 = 125$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம் 2

பெறுமானம் காண்க.

$$\left(\frac{81}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \times 8^0 \times \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= \left(\frac{9^2}{2^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \times 1 \times \left(\frac{3^3}{2^3}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{9^{-1}}{2^{-1}} \times 1 \times \frac{3^2}{2^2}$$

$$= \frac{2}{9} \times 1 \times \frac{9}{4}$$

$$= \frac{1}{2}$$

அல்லது

$$= \left[\left(\frac{9}{2}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \times 1 \times 1 \left[\left(\frac{3}{2}\right)^3\right]^{\frac{2}{3}}$$

$$= \left(\frac{9}{2}\right)^{-1} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$= \frac{2}{9} \times \frac{9}{4} = \frac{1}{2}$$

உதாரணம் 3

தீர்க்க.

(i) $4^x = 32$ (ii) $3 \times 2^x = 192$ (iii) $(3x)^{-\frac{1}{2}} = 27$

(iv) $5^{2x} = \frac{1}{125}$ (v) $4^{x-1} = \frac{1}{8}$

(i)
$$4^x = 32$$
$$(2^2)^x = 2^5$$
$$2^{2x} = 2^5$$
$$2x = 5$$
$$x = \frac{5}{2}$$

(ii)
$$3 \times 2^x = 192$$
$$2^x = 64$$
$$= 2^6$$
$$x = 6$$

(iii)
$$(3x)^{-\frac{1}{2}} = 27$$
$$\left[(3x)^{-\frac{1}{2}}\right]^2 = 27^2$$
$$(3x)^{-1} = (3^3)^2$$
$$\frac{1}{3x} = 3^6$$
$$x = \frac{1}{3^7}$$

(iv)
$$5^{2x} = \frac{1}{125}$$
$$5^{2x} = \frac{1}{5^3}$$
$$5^{2x} = 5^{-3}$$
$$2x = -3$$
$$x = -\frac{3}{2}$$

(v)
$$4^{x-1} = \frac{1}{8}$$
$$(2^2)^{x-1} = \frac{1}{2^3}$$
$$2^{2(x-1)} = 2^3$$
$$2x-2 = 3$$
$$2x = 5$$
$$x = \frac{5}{2}$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 2.1

1. பின்வருவனவற்றின் பெறுமானத்தைக் கணிக்க.

(a) (i) $16^{\frac{1}{2}}$ (ii) $125^{\frac{1}{3}}$ (iii) $512^{-\frac{1}{9}}$ (iv) $512^{\frac{1}{3}}$

(b) (i) $\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{3}{4}}$ (ii) $\left(\frac{125}{729}\right)^{\frac{2}{3}}$ (iii) $\left(\frac{125}{512}\right)^{-\frac{2}{3}}$ (iv) $\left(\frac{625}{256}\right)^{-\frac{1}{4}}$

(c) (i) $8^{\frac{1}{6}} \times 2^{-\frac{1}{2}} \times 2^{0}$

(ii) $\frac{8^{\frac{1}{2}} \times 32^{\frac{1}{2}}}{16^{\frac{1}{4}}}$

(iii) $(\sqrt{5})^{-2} \times 125^{\frac{1}{2}} \times 25^{\frac{1}{4}}$

(iv) $\left(\frac{4}{25}\right)^{\frac{1}{2}} \times 5^{0} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$

(v) $\left(\frac{125}{64}\right)^{\frac{1}{3}} \times \left(\frac{25}{64}\right)^{-\frac{1}{2}} \times 3^{0}$

(vi) $(0.25)^{2.5}$

(vii) $(0.16)^{-\frac{1}{2}}$

(viii) $\left(\frac{16}{25}\right)^{2\frac{1}{2}}$

(ix) $(0.125)^{\frac{1}{3}}$

(x) $(0.16)^{-\frac{1}{2}} \times \left(\frac{16}{25}\right)^{2\frac{1}{2}} \times (0.125)^{\frac{1}{3}}$

2. சுருக்குக. விடையை நேர்ச்சுட்டிகளில் தருக.

(i) $\left(\frac{64a^{3}}{125b^{3}}\right)^{-\frac{1}{3}}$

(ii) $\frac{\sqrt{x^{7}}}{x^{-3.5}}$

(iii) $\frac{\sqrt[3]{43 \times \frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}}$

(iv) $\frac{x^{\frac{1}{2}}\, y^{-2}}{\sqrt[3]{\frac{3}{x^{2}} \times \frac{3}{y^{2}}}}$

(v) $x^{\frac{1}{3}}\left(x^{\frac{1}{3}} - 3x^{-\frac{1}{3}} + x^{-\frac{2}{3}}\right)$

(vi) $\frac{9x^{\frac{2}{3}} + 27x}{3x^{\frac{1}{3}}}$

(vii) $\frac{4x^{2}y^{3}}{3z^{4}} \div \frac{2x^{4}y^{2}}{9yz^{2}}$

(viii) $\frac{(-2x^{3}y^{-4})^{3}\ (xy^{-1})^{-2}}{(4x^{-2}y^{-3})^{2}}$

(ix) $\left(\frac{x^{-4}y^{2}}{x^{5}y^{-3}}\right)^{-3}$

(v) $\frac{(x^{3}y^{2})^{\frac{1}{4}} \times (x^{\frac{1}{2}}y^{3})^{\frac{3}{2}} \div y^{\frac{1}{2}}}{(4x)^{-\frac{1}{2}} \times y^{-4}}$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

3. பின்வருவரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i) $4^x = 8$

(ii) $9^x = \frac{1}{27}$

(iii) $8^{2x-1} = 32$

(iv) $3^{3x-1} = 81^{\frac{x}{2}-1}$

(v) $9^{2x-5} = 1$

(vi) $9^{2x} = \sqrt{3}$

(vii) $6 \times 343^x = 294$

(ix) $\sqrt{6^{5x-1}} = (\frac{1}{36})^{2x-1}$

(x) $9^{(y+1)} \times 3^{-y} = (3^y)^y$

2.2 10ம் தரத்தில் கீழே காட்டப்பட்டுள்ள இரு மடக்கை விதிகளைக் கற்றுள்ளோம்.

1. $\log_a (MN) \Leftrightarrow \log_a M + \log_a N$

2. $\log_a \frac{M}{N} \Leftrightarrow \log_a M - \log_a N$

மேலும்

$M = a^x$ எனின் $M^n = (a^x)^n = a^{xn}$ ஆகும்

$\log_a M = x$ ஆகும் (மடக்கை வரைவிலக்கணம்)

$M^n = a^{xn}$

$\therefore \log_a M^n = nx$

$\log_a M^n = n \log_a M$

$\boxed{\log_a M^n \Leftrightarrow n\log_a M}$ 3வது விதி

மேலும் $\log_a a = 1$ம், $\log_a a^n = n\log_a a = n$ ஆகும்.

இம் மூன்று விதிகளையும் பயன்படுத்தி மடக்கைச் செய்கைகளைச் செய்வோம்..

உதாரணம் 4

பின்வரும் சுட்டிச் சமன்பாட்டை மடக்கைச் சமன்பாடாக எழுதுக.

(a) $8^{\frac{1}{3}} = 2$ (b) $4^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{8}$

(a) $8^{\frac{1}{3}} = 2$ (b) $4^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{8}$

$\log_8 2 = \frac{1}{3}$ $\log_4 \left(\frac{1}{8}\right) = -\frac{3}{2}$

பின்வரும் மடக்கைச் சமன்பாடுகளைச் சுட்டிச் சமன்பாடுகளாக மாற்றுக.

(a) $\log_{16} 2 = \frac{1}{4}$ (b) $\lg 0.1 = -1$

(a) $\log_{16} 2 = \frac{1}{4}$ (b) $\lg 0.1 = -1$

$16^{\frac{1}{4}} = 2$ $10^{-1} = 0.1$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம் 5

பின்வருவனவற்றின் பெறுமானம் காண்க.

(a) $\log_8 512$ (b) $\log_{27} 9$ (c) $\log_{16} \frac{1}{32}$

(a) $\log_8 512 = x$ என்க

$512 = 8^x$

$8^3 = 8^x$

$x = 3$

(b) $\log_{27} 9 = y$ என்க

$9 = 27^y$

$(3^2) = (3^3)^y$

$3y = 2$

$y = \frac{2}{3}$

(c) $\log_{16} \frac{1}{32} = z$ என்க

$\frac{1}{32} = 16^z$

$2^{-5} = (2^4)^z$

$4z = -5$

$z = \frac{-5}{4}$

உதாரணம் 6

பின்வரும் மடக்கைச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(a) $\log_5 x = -3$ (b) $x = \log_{\frac{1}{4}} 64$ (c) $\log_x 7^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{3}$

(a) $\log_5 x = -3$

$x = 5^{-3}$

$= \frac{1}{5^3}$

$= \frac{1}{125}$

(b) $x = \log_{\frac{1}{4}} 64$

$(\frac{1}{4})^x = 64$

$\frac{1}{4^x} = 4^3$

$4^{-x} = 4^3$

$x = -3$

(c) $\log_x 7^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{3}$

$x^{\frac{1}{3}} = 7^{\frac{1}{6}}$

$x^{\frac{1}{3}} = (7^{\frac{1}{3}})$

$x = 7^{\frac{1}{2}}$

$= \sqrt{7}$

உதாரணம் 7

(a) $\log_a 3 + 2\log_a 5$ ஐ சுருக்குக (b) $2\lg 5 + \lg 4$ ன் பெறுமானம் காண்க.

(c) $\log_2 12 - \log_2 3 + \log_2 6$ ன் பெறுமானம் காண்க.

(a) $\log_a 3 + 2\log_a 5$

$= \log_a 3 + \log_a 5^2$

$= \log_a (3 \times 5^2)$

$= \log_a 75$

(b) $2\lg 5 + \lg 4$

$= \lg 5^2 + \lg 4$

$= \lg (5^2 \times 4)$

$= \lg 100$

$= 2$

(c) $\log_2 12 - 2\log_2 3 + \log_2 6$

$= \log_2 12 - \log_3 3^2 + \log_2 6$

$= \log_2 \frac{12 \times 6}{3^2}$

$= \log_2 \frac{12 \times 6}{9}$

$= \log_2 8$

$= 3$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 2.2

1. பின்வரும் சுட்டிச் சமன்பாடுகளை மடக்கை வடிவில் எழுதுக..

(i) $3^5=243$ (ii) $25^{\frac{1}{2}}=5$ (iii) $12^{-2}=\frac{1}{144}$

(iv) $8^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{4}$ (iv) $10^{-4}=0.0001$

2. பின்வரும் மடக்கைச் சமன்பாடுகளை சுட்டி வடிவில் எழுதுக.

(i) $\log_4 256=4$ (ii) $\log_3 \frac{1}{81}=-4$ (iii) $\lg 0.001=-3$

(iv) $\log_{\frac{1}{2}} 8=-3$ (iv) $\log_{64}(\frac{1}{8})=-\frac{1}{2}$

3. பின்வரும் மடக்கைச் சமன்பாடுகளை சுட்டி வடிவில் எழுதுக.

(i) $\log_3 \frac{1}{81}$ (ii) $\log_6 6^5$ (iii) $\lg\frac{1}{1000}$

(iv) $\log_{\frac{1}{3}} 27$ (iv) $\log_{\sqrt{3}} 9\sqrt{3}$

4. பின்வரும் மடக்கைச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i) $\log_3 x=-2$ (ii) $\log_x 0.001=-3$ (iii) $\log_2 x=\frac{1}{2}$

(iv) $\log_{\frac{1}{5}} x=3$ (iv) $\log_3(\log_2 x)=1$

5. சுருக்குக.

(i) $\frac{1}{3}\log_a 27$ (ii) $\log_a 3+2\log_a 4$ (iii) $\frac{2}{3}\log_a 125$

(iv) $2\log_a 5+\log_a 8-\log_a 2$ (v) $\log_a\sqrt{256}+\log_a 3-\log_a 6$

6. X இன் பெறுமானம் காண்க.

(i) $\log x+\log 4=\log 8+\log 2$

(ii) $4\log 2+2\log x+\log 5=\log 15+\log 12$

(iii) $6\log 3+4\log x-\log 9=2\log 25$

(iv) $\log_2(3x-1)-\log_2(x-2)=3$

(v) $2\log x=\log 3^2+\log(2x-3)$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

7. பெறுமானம் காண்க.

(i) $2\lg 5 - \lg 2 + \lg 8$

(ii) $\log_2 \frac{7}{3} + 2\log_2 \frac{3}{5} + \log_2 \frac{50}{21}$

(iii) $2\lg 20 - 3\lg 2 + \lg 2$

(iv) $3\lg 20 - (\lg 400 + \lg 20 + 3)$

(v) $2(\lg 4 + \lg 5 - \lg 3) - \lg 12 + 3\lg 3$

(vi) $5\lg \frac{1}{2} + \lg 40 - \lg \frac{5}{4}$

(vii) $\frac{1}{2}\lg 9 + \lg 18 - 3\lg 3 + \lg 5$

(viii) $2\lg 10 + \frac{1}{3}\lg 10\,000 - 3$

8. பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

(i) $\lg 1600 = 2 + 4\lg 2$

(ii) $\lg 2500 = 4 - 2\lg 2$

(iii) $\lg 0.16 + 2\lg 4 - 2$

(v) $\log_5 0.00125 = 3 - 5\log_5 10$

Class No:
Acc No 1598
Arasady Public Library
Municipal Council
Batticaloa.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

3. சுட்டிகளும் மடக்கைகளும் (II)

மடக்கை பற்றி 10ம் தரத்தில் கற்றவற்றை மீட்டல்.

1. (a) 10 ன் அடியிலான மடக்கை பொது மடக்கை என அழைக்கப்படும். (சரி / பிழை)

   (b) 10 ன் அடியிலான மடக்கை அட்டவணையைத் தயாரித்தவர் (ஓயிலர் / நெப்பியர்)

   (c) $lg\,27.9$ ன் மடக்கைப் பெறுமானத்தின் சிறப்பியல்பு 1 ஆகும். (சரி / பிழை)

   (d) ஒன்றிலும் பெரிதான எண்களின் 10 ன் அடியிலான மடக்கைப் பெறுமானம் எப்பொழுதும் நேராகும். (சரி / பிழை)

   (e) $31.6 = 10^{1.499}$ ஆகும்.

2. மடக்கை அட்டவணையை உபயோகித்து. பின்வருவனவற்றின் பெறுமானம் காண்க.

   (i) 816.3×37.42 (ii) 49.5×24.8 (iii) $\dfrac{44.93 \times 23.54}{8.745}$

   (iv) $\dfrac{543.7}{7.2 \times 8.37}$ (v) $\dfrac{82.35 \times 1.87}{3.5 \times 2.753}$

3.1. பூச்சியத்திலும் கூடிய ஒன்றிலும் குறைந்த எண்களின் மடக்கைப் பெறுமானங்கள்

$$100 = 10^2 \Rightarrow lg\,100 = 2$$
$$10 = 10^1 \Rightarrow lg\,10 = 1$$
$$1 = 10^0 \Rightarrow lg\,1 = 0$$
$$0.1 = \frac{1}{10} = 10^{-1} \Rightarrow lg\,0.1 = -1$$
$$0.01 = \frac{1}{100} = 10^{-2} \Rightarrow lg\,0.01 = -2$$

எனவே 1 இலும் குறைந்த எண்களின் மடக்கைப் பெறுமானம் மறையாகும் இனி, 0.35 ன் மடக்கைப் பெறுமானத்தைக் காண்போம்.

$$\begin{aligned} lg\,0.35 &= lg\,3.5 \times 10^{-1} \\ &= lg\,3.5 + lg\,10^{-1} \\ &= 0.5441 + (-1) \\ &= \overline{1}.5441 \end{aligned}$$

($lg\,3.5 = 0.5441$ மடக்கை அட்டவணையிலிருந்து)

இங்கு சிறப்பியல்பு (−1) மறையாகவும், தசமக் கூட்டு (0.5441) நேராகவும் காணப்படுகின்றது. இரண்டையும் வேறுபடுத்தி அறிவதற்காகவும், கணித்தல் வசதிக்காகவும் (−1) ஆனது $\overline{1}$ என எழுதப்படுகின்றது. இது பிரிகோடு 1 என வாசிக்கப்படும்.

Class No: Acc.No. Municipal Council Batticaloa

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

$0.35 = 3.5 \times 10^{-1}$ எனவே சிறப்பியல்பு, -1 $(1) \Rightarrow lg\ 0.35 = \bar{1}.5441$

$0.035 = 3.5 \times 10^{-2}$ எனவே சிறப்பியல்பு, -2 $(2) \Rightarrow lg\ 0.035 = \bar{2}.5441$

$0.0035 = 3.5 \times 10^{-3}$ எனவே சிறப்பியல்பு, -3 $(3) \Rightarrow lg\ 0.0035 = \bar{3}.5441$

இங்கு சிறப்பியல்பானது தசமப்புள்ளியை அடுத்துவரும் பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கையை விட ஒன்று கூடியதாகும். எனவே எண்ணைப் பரிசோதிப்பதன் மூலம் சிறப்பியல்பைத் தீர்மானிக்க முடியும். தசமக் கூட்டை வழமை போல் எழுதலாம்.

பயிற்சி 3.1

1. பின்வரும் எண்களின் மடக்கைப் பெறுமானங்களைக் காண்க.
   (i) 0.2375 (ii) 0.0756 (iii) 0.00257
   (iv) 0.0007592 (v) 0.00002375

2. பின்வரும் எண்களை பத்தின் வலுக்களாக எழுதுக.
   (i) 0.8416 (ii) 0.0745 (iii) 0.00673 (iv) 0.0007859

3. பின்வரும் எண்களை மடக்கைப் பெறுமானங்களாகக் கொண்ட எண்களைக் காண்க. (முரண் மடக்கை காண்க.)
   (i) $\bar{1}.5172$ (ii) $\bar{2}.4785$ (iii) $\bar{4}.2034$
   (iv) $\bar{3}.6037$ (v) $\bar{2}.1798$

3.2 மடக்கைப் பெறுமானங்களில் கணிதச் செய்கைகள்

உதாரணம் 1

சுருக்குக.

(a) $1.3476 + \bar{1}.2357$ (b) $0.7495 + \bar{1}.8493$

(c) $2.3475 - \bar{1}.5961$ (d) $0.7410 - \bar{2}.9431$

(e) $\bar{1}.4715 \times 3$ (f) $\bar{1}.4325 \div 2$

(a)
$$\begin{array}{r} 1.3476 \\ +\bar{1}.2357 \\ \hline 0.5833 \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{r} 0.7495 \\ +\bar{1}.8493 \\ \hline 0.5988 \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{r} 2.3475 \\ -\bar{1}.5961 \\ \hline 2.7514 \end{array}$$

(d)
$$\begin{array}{r} 0.7410 \\ -\bar{2}.9431 \\ \hline 1.7979 \end{array}$$

(e)
$$\begin{array}{r} \bar{1}.4715 \\ \times\quad 3 \\ \hline \bar{2}.4145 \end{array}$$

(f)
$$\frac{\bar{1}.4325}{2} = \frac{1 + \bar{1} + \bar{1} + 0.4325}{2}$$
$$= \frac{\bar{2} + 1.4325}{2}$$
$$= \bar{1}.71625$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம் : 2

மடக்கை வாய்பாட்டை உபயோகித்துப் பின்வருவனவற்றின் பெறுமானம் காண்க.

(a) 17.43^3 (b) $\sqrt{0.0473}$ (c) $\dfrac{0.124 \times 24.7}{0.9541}$ (d) $\dfrac{0.467 \times \sqrt{65.2}}{(2.81)^3 \times 4.23}$

(a) $x = 17.43^3$ என்க.

$$\begin{aligned} lg\,x &= lg\,17.43^3 \\ &= 3\,lg\,17.43 \\ &= 3 \times 1.2412 \\ &= 3.7236 \\ x &= anti\,lg\,3.7236 \\ &= 5291 \end{aligned}$$

(c) $x = \dfrac{0.124 \times 24.7}{0.9541}$ என்க.

$$\begin{aligned} lg &= lg\left[\frac{0.124 \times 24.7}{0.9541}\right] \\ &= lg\,0.124 + lg\,24.7 - lg\,0.954 \\ &= \bar{1}.0934 + 1.3927 - \bar{1}.9795 \\ x &= anti\,lg\,0.5066 \\ &= 3.211 \end{aligned}$$

(b) $x = \sqrt{0.0473}$ என்க.

$$\begin{aligned} &= 0.0473^{\frac{1}{2}} \\ lg\,x &= lg\,0.0473^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{2} lg\,0.0473 \\ &= \frac{1}{2} \times \bar{2}.6749 \\ &= 1.3374 \\ x &= anti\,lg\,\bar{1}.3374 \\ &= 0.2174 \end{aligned}$$

(d) $x = \dfrac{0.467 \times \sqrt{65.2}}{(2.81)^3 \times 4.23}$ என்க.

$$\begin{aligned} lg\,x &= lg\left[\frac{0.467 \times 65.2^{\frac{1}{2}}}{(2.81)^3 \times 4.23}\right] \\ &= lg\,0.467 + lg\,65.2^{\frac{1}{2}} - lg\,2.81^3 - lg\,4.23 \\ &= lg0.467 + \frac{1}{2}\,lg65.2 - 3lg2.81 - lg4.23 \\ &= 1.6693 + \frac{1}{2} \times 1.8142 - 3 \times 0.4487 - 0.6263 \\ &= \bar{2}.6040 \\ x &= anti\,lg\,\bar{2}.6040 \\ &= 0.04018 \end{aligned}$$

உதாரணம் 3

$2^x = 7$ எனின் மடக்கை வாய்பாட்டை உபயோகித்து x ன் பெறுமானம் காண்க.

$$\begin{aligned} 2^x = 7 \Rightarrow lg\,2^x &= lg\,7 \\ x\,lg2 &= lg7 \\ x &= \frac{lg7}{lg2} \\ &= \frac{0.8451}{0.3010} \\ lg\,x &= lg\,\frac{0.8451}{0.3010} \\ &= lg\,0.8451 - lg\,0.3010 \\ &= 1.9270 - 1.4786 \\ &= 0.4484 \\ x &= anti\;lg\,0.4484 \\ &= 2.808 \end{aligned}$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 3.2

1. மடக்கை அட்டவணையை உபயோகித்துப் பெறுமானம் காண்க.

(i) $(4.753)^2$ (ii) $\sqrt{247.5}$ (iii) $(50.49)^5$

(iv) $(561.4)^{\frac{2}{3}}$ (v) $\sqrt[4]{0.0025^3}$ (vi) $10g_3 7$

2. $lg\,2 = 0.3010$, $lg\,3 = 0.4771$, $lg\,5 = 0.6990$, எனத் தரப்பட்டின் பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i) $lg\sqrt{3}$ (ii) $lg\ 6^2$ (iii) $lg\ (0.002)^3$

(iv) $lg\ \frac{3}{\sqrt{2}}$ (v) $lg\sqrt{\frac{5}{3}}$

3. மடக்கை அட்டவணையை உபயோகித்துப் பெறுமானம் காண்க.

(i) $\frac{\sqrt{0.0561} \times 12.86}{1.327^3}$ (ii) $\frac{1.79^2 \times 3.78}{(0.938)^3}$ (iii) $\frac{0.34 \times 0.5683}{(5.679)^2}$

(iv) $\frac{\sqrt{178.5} \times 0.0654}{(0.986)^2}$ (v) $\frac{(0.535)^{\frac{3}{2}} \times \sqrt{0.1586}}{\sqrt[3]{0.07431}}$ (vi) $\frac{8.57^{\frac{1}{2}} \times 0.643^2 \times 0.7246}{(0.578)^{\frac{1}{3}}}$

(vii) $\frac{(76.25)^3 \times \sqrt{1.928}}{(42.25)^2 \times \sqrt{0.04623}}$ (vii) $\sqrt[3]{\frac{0.7214 \times 20.37}{69.8}}$

4. $l = 1.03$, $g = 9.81$, $\pi = 3.142$, எனின் $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

5. $v = 0.365$, $\pi = 3.142$, எனின் $\sqrt{\frac{3v}{4\pi}}$ ன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

6. $v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ல் $\pi = 3.142$, $r = 0.8$, $h = 4.7$ எனின் v ன் பெறுமானத்தை இரண்டு தசமதானங்களுக்குத் திருத்தமாக கணிக்க.

7. $v = \frac{4}{3}\pi r^3$ என்ற சூத்திரத்தில்

(i) r^3 ஐ எழுவாயாக மாற்றுக.

(ii) $v = 4851\text{cm}^3$, $\pi = 3.142$ எனத்தரப்படின் மடக்கை அட்டவணையை உபயோகித்து r இன் பெறுமானத்தை முதலாம் தசமதானத்திற்குத் திருத்தமாக காண்க.

8. மடக்கை அட்டவணையை உபயோகித்துப் பெறுமானம் காண்க.

(i) $\frac{(0.4563)^2}{0.3432} + (0.536)^{\frac{1}{3}}$ (ii) $\frac{(3.463)^2}{(0.8452)^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{(0.09723)^{\frac{1}{2}}}$

(iii) $\left(\frac{0.7253}{0.8343}\right)^2 + \frac{\sqrt[3]{(0.3648)^2}}{2.794}$ (iv) $\left(\frac{3.094}{6.479}\right)^2 + \sqrt{\frac{0.08463}{(0.6453)^2}}$

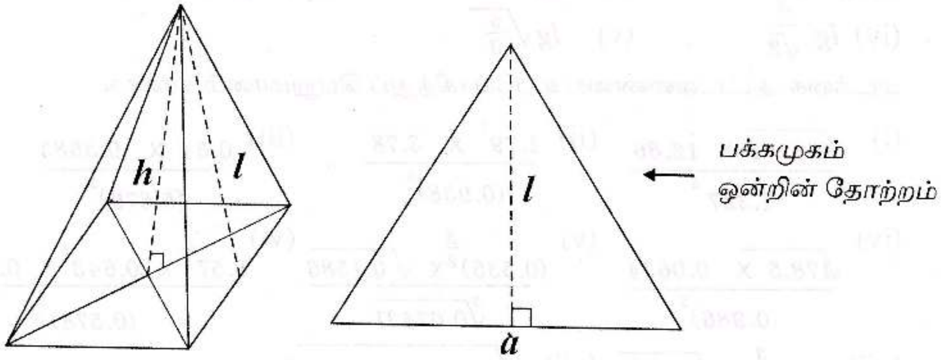
Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

4, 5. திண்மங்களின் மேற்பரப்பளவும் கனவளவும்

மீட்டல் :

பொருள்	அளவீடுகள்	மேற்பரப்பளவு	கனவளவு
சதுரமுகி	விளிம்பு நீளம் a	$6a^2$	a^3
கனவுரு	நீளம் l, அகலம் b, உயரம் h	$2(lb + bh + lh)$	$l \times b \times h$
உருளை	அடியின் ஆரை r, உயரம் h	$2\pi r^2 + 2\pi rh$	$\pi r^2 h$

சதுர அடிச் செங் கூம்பகத்தின் மேற்பரப்பளவும் கனவளவும்



அடி சதுரமாகவும், பக்கமுகங்கள் நான்கும் முக்கோண வடிவுடைய திண்மம் சதுர அடிக் கூம்பகம் எனப்படும். அடியின் மையத்திற்கு நிலைக்குத்தாக நேர்மேலே உச்சி இருக்குமாயின் அது செங்கூம்பகம் எனப்படும். (இங்கு நாம் செங்கூம்பகங்கள் பற்றியே கவனம் கொள்வோம்.)

சதுர அடியின் ஒரு பக்க நீளம் a, பக்கமுக முக்கோணியின் உயரம் l, உச்சியிலிருந்து அடியின் மையத்திற்கான உயரம் h எனக் கொள்க.

கூம்பத்தின் மேற்பரப்பளவு = அடியின் பரப்பளவு + 4 பக்கமுகங்களின் பரப்பளவு

A = சதுரத்தின் பரப்பளவு + 4 முக்கோணிகளின் பரப்பளவு

$$A = a^2 + \frac{1}{2} \times a \times l \times 4$$

$$A = a^2 + 2al$$

செங் கூம்பகத்தின் கனவளவு

செங்கூம்பகத்தின் கனவளவு $= \frac{1}{3} \times$ அடிப்பரப்பளவு $\times$ உயரம்

$$= \frac{1}{3} \times a^2 \times h$$

$$= \frac{1}{3} a^2 h$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

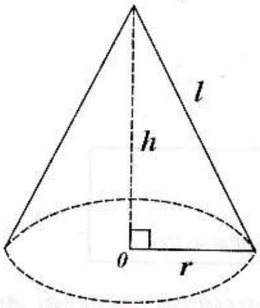
செங்கூம்பகமொன்றின்

(i) முழு மேற்பரப்பளவு $= a^2 + 2al$

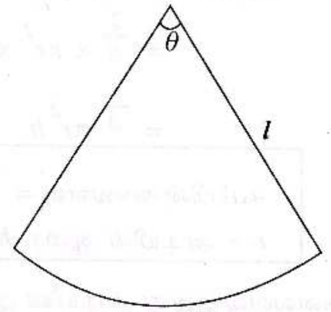
(ii) கனவளவு $= \frac{1}{3} a^2 h$

இங்கு a - சதுர அடியின் ஒரு பக்க நீளம்
l - கூம்பகத்தின் சாயுயரம்
h - கூம்பகத்தின் உயரம்

செவ்வட்டக் கூம்பொன்றின் மேற்பரப்பளவும், கனவளவும்



உரு (i)



உரு (ii)

அடி வட்டமாகவும், வட்டத்தின் மையம் 0 விற்கு நிலைக்குத்தாக நேர் மேலே உச்சியையும் கொண்ட திண்மம் செவ்வட்டக் கூம்பு எனப்படும். (இங்கு நாம் செவ்வட்டக் கூம்பு பற்றியே கவனம் கொள்வோம். உரு (i) ல் அடியின் ஆரை rம், கூம்பின் உயரம் hம், கூம்பின் சாயுயரம் lம் ஆகும்.

உரு (ii) கூம்பை விரிக்கும் போது கிடைக்கும் ஆரைச்சிறையைக் காட்டுகிறது.

கூம்பின் வளைபரப்பளவைக் காணல்

ஆரைச்சிறையின் ஆரை = கூம்பின் சாயுயரம் l
ஆரைச்சிறையின் மையைக் கோணம் θ என்க.

இங்கு
ஆரைச்சிறையின் வில்லின் நீளம் = கூம்பின் அடிவட்டத்தின் சுற்றளவு

$$\frac{\theta}{360} \times 2 \times \pi \times l = 2 \times \pi \times r$$

$$\frac{\theta}{360} = \frac{r}{l}$$

இனி
கூம்பின் வளைபரப்பளவு = ஆரைச்சிறையின் பரப்பளவு

$$= \frac{\theta}{360} \times \pi \times l^2$$

$$= \frac{r}{l} \times \pi \times l^2 \quad \left(\frac{\theta}{360} = \frac{r}{l}\right)$$

$$= \pi r l$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

கூம்பின் மொத்த மேற்பரப்பளவு = அடியின் பரப்பளவு + வளைபரப்பளவு

$$= \pi r^2 + \pi r l$$

திண்மக் கூம்பின் மொத்த மேற்பரப்பளவு = $\pi r^2 + \pi r l$
r = அடியின் ஆரை, l = சாயுயரம்

செவ்வட்டக் கூம்பின் கனவளவு

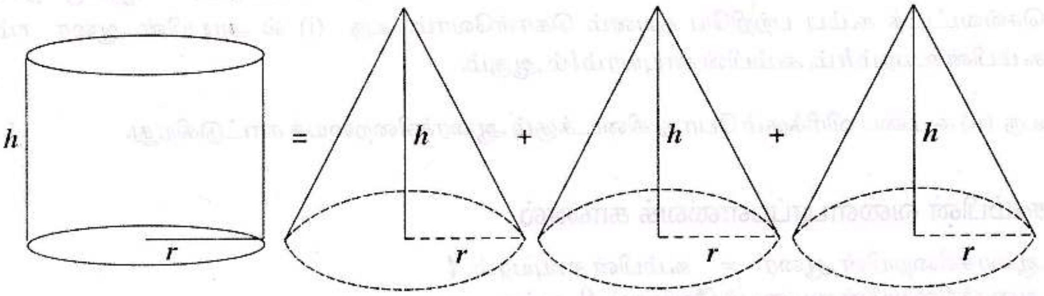
கூம்பின் கனவளவு $= \frac{1}{3} \times$ அடியின் பரப்பளவு $\times$ உயரம்

$$= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h$$

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

கூம்பின் கனவளவு = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$
r - அடியின் ஆரை, h - கூம்பின் உயரம்

கூம்பொன்றின் கனவளவு தனது அடியின் ஆரைக்குச் சமனான அடியின் ஆரையையும், கூம்பின் உயரத்திற்குச் சமனான உயரத்தையும் கொண்ட உருளையின் கனவளவின் மூன்றில் ஒரு பங்காகும்.



கோளமொன்றின் மேற்பரப்பளவும், கனவளவும்

r ஆரையுள்ள கோளமொன்றின் மேற்பரப்பளவு $= 4\pi r^2$

r ஆரையுள்ள கோளமொன்றின் கனவளவு $= \frac{4}{3} \pi r^3$ என்பவற்றினால் பெறப்படும்.

கோளமொன்றின் மேற்பரப்பளவு	$= 4\pi r^2$
கோளமொன்றின் கனவளவு	$= \frac{4}{3} \pi r^3$

கோளத்தின் விட்டத்திற்குச் சமனான அடியின் விட்டத்தையும், கோளத்தின் விட்டத்திற்குச் சமனான உயரத்தையும் கொண்ட உருளையின் வளைபரப்பளவு, கோளத்தின் மேற்பரப்பளவிற்குச் சமன் என ஆக்கிமிடீசு எடுத்துக் காட்டினார்.

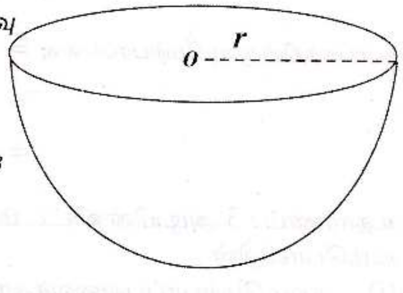
இவ்வகை உருளை அக்கோளத்தின் **சுற்றுருளை** என்னப்படும்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

அரைக் கோளமொன்றின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு

திண்ம அரைக் கோளத்தின் மேற்பரப்பளவு =

வட்ட பரப்பளவு + $\frac{1}{2}$ கோளத்தின் வளைமேற்பரப்பளவு



$= \pi r^2 + \frac{1}{2} \times 4\pi r^2 = 3\pi r^2$

திண்ம அரைச் கோளத்தின் கனவளவு $= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3}\pi r^3$

உதாரணம் 1

10cm பக்க நீளமுள்ள சதுர அடியைக் கொண்ட கூம்பகமொன்றின் சாயுயரம் 13cm ஆகும்.

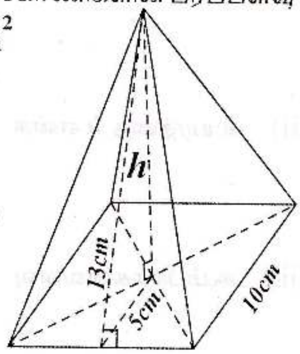
(i) கூம்பகத்தின் முழு மேற்பரப்பளவைக் காண்க.
(ii) கூம்பகத்தின் கனவளவைக் காண்க

(i) முழு மேற்பரப்பளவு = சதுர அடியின் பரப்பளவு + 4 முக்கோணிகளின் பரப்பளவு

$= 10 \times 10\text{cm}^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times 10 \times 13\text{cm}^2$

$= (100 + 260)\text{cm}^2$

$= 360\text{cm}^2$



(ii) கூம்பகத்தின் உயரத்தை h cm என்க.

$h^2 = 13^2 - 5^2$ (பைதகரசின் தொடர்பு)

$= (13+5)\ (13-5)$

$= 18 \times 8$

$= 144$

$h = 12\text{cm}$

கூம்பகத்தின் கனவளவு $= \frac{1}{3} \times$ அடிப்பரப்பு $\times h$

$= \frac{1}{3} \times 100 \times 12\text{cm}^3$

$= 400\text{cm}^3$

உதாரணம் 2

சதுர அடிக் கூம்பகமொன்றின் கனவளவு 64cm^2 ம் அதன் உயரம் 3cm ம் எனின் அதன்

(i) அடியின் ஒரு பக்க நீளத்தைக் காண்க. (ii) அதன் முழு மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

(iii) பக்க நீளத்தை a cm என்க.

கூம்பகத்தின் கனவளவு $= \frac{1}{3} \times a^2 \times 3\text{cm}^3$

$\frac{1}{3} \times a^2 \times 3\text{cm}^3 = 64\text{cm}^3$, $a^2 = 64$

$a = 8$

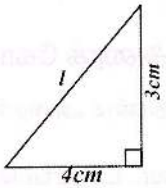
சதுர அடியின் ஒருபக்க நீளம் 8cm

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(ii) சாயுயரம் l cm எனின் $l^2 = 3^2 + 4^2$

$= 25$

$l = 5\,cm$



கூம்பகத்தின் முழு மேற்பரப்பளவு = அடியின் பரப்பளவு + 4 முக்கோணிகளின் பரப்பளவு

$= (8^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times 8 \times 5)\,cm^2$

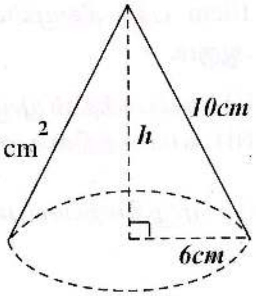
$= (64 + 80)\,cm^2$

உதாரணம் : 3 அடியின் விட்டம் 12cm கொண்டதும், சாயுயரம் 10cm கொண்டதுமான கூம்பொன்றின்

(i) முழு மேற்பரப்பளவைச் காண்க.

(ii) உயரத்தைக் காண்க.

(iii) கனவளவைக் காண்க.



(i) கூம்பின் முழு மேற்பரப்பளவு $= \pi r^2 + \pi rl$

$= \frac{22}{7} \times 6^2 + \frac{22}{7} \times 6 \times 10\,cm^2$

$= \frac{22}{7}(36 + 60)\,cm^2$

$= \frac{22}{7} \times 96\,cm^2$

(ii) உயரத்தை h என்க $h^2 = 10^2 - 6^2$

$= 64$

$h = 8\,cm$

(iii) கூம்பின் கனவளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 8$

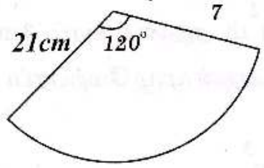
$= 301.7\,cm^3$

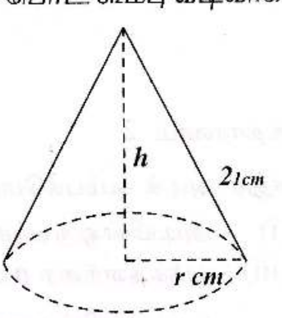
உதாரணம் : 4 21 cm ஆரையுள்ள வட்டத்தகடொன்றிலிருந்து 120° ஆரைச் சிறைச் கோணம் உடைய ஆரைச்சிறையொன்று வெட்டி எடுக்கப்பட்டு பொட் கூம்பு வடிவாக வளைக்கப்பட்டது.

(i) பொட் கூம்பின் அடியின் ஆரையைக் காண்க.

(ii) பொட் கூம்பின் வெளிவளை மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

(iii) பொட் கூம்பின் கனவளவு $\frac{2156\sqrt{2}}{7}$ எனக் காட்டுக.





(i) கூம்பின் அடியின் சுற்றளவு = ஆரைச்சிறையின் வில்லின் நீளம்

$2\pi r\,cm = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \pi \times 21\,cm$

$r = \frac{120^\circ \times 2 \times \pi \times 21}{360^\circ \times 2 \times \pi}\,cm$

$= 7\,cm$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(ii) கூம்பின் வெளிவளை மேறப்பரப்பளவு $= \pi r l$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 21 cm^2$

$= 462 cm^2$

அல்லது

கூம்பின் வெளிவளை மேற்பரப்பளவு = ஆரைச்சிறையின் பரப்பளவு

$= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 cm^2$

$= 462 cm^2$

(iii) கூம்பின் உயரம் h cm என்க.

$h^2 = 21^2 - 7^2$

$= (21 + 7)\ (21 - 7)$

$= 28 \times 14$

$= 2 \times 14 \times 14$

$h = 14 \sqrt{2}$ cm

(iv) கூம்பின் கனவளவு $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7^2 \times 14 \sqrt{2} cm^3$

$= \frac{2156\sqrt{2}}{3} cm^3$

உதாரணம் : 5

7cm ஆரையுள்ள கோளத்தின் (i) மேற்பரப்பளவு (ii) கனவளவைக் காண்க.

(i) கோளத்தின் மேற்பரப்பளவு $= 4 \pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 7^2 cm^2$

$= 616 cm^2$

(ii) கோளத்தின் கனவளவு $= \frac{4}{3} \pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7^3 cm^3$

உதாரணம் : 6 அரைக் கோளமொன்றின் மேற்பரப்பளவு $675 \pi cm^2$ எனின்

(i) கோளத்தின் ஆரை (ii) அரைக் கோளத்தின் வளை மேற்பரப்பளவு

(iii) அரைக் கோளத்தின் கனவளவு என்பவற்றை π சார்பில் காண்க.

(i) அரைக் கோளத்தின் மேற்பரப்பளவு $= 3 \pi r$

$3 \pi r^2 = 675 \pi$

$r^2 = 225$

$r = 15$ cm

(ii) அரைக் கோளத்தின் வளை மேற்பரப்பளவு $= 2 \pi r^2$

$= 2 \times \pi \times 225$

$= 450 \pi cm^2$

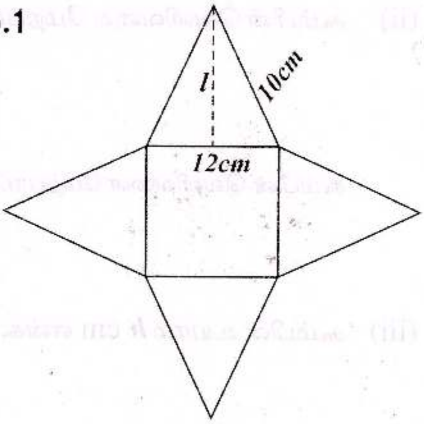
(iii) அரைக் கோளத்தின் கனவளவு $= \frac{2}{3} \pi r^3$

$= \frac{2}{3} \times \pi \times 15^3 cm^3$

$= 2250 \pi cm^3$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 4, 5.1



1. 12cm பக்க நீளம் கொண்ட சதுர அடிக் கூம்பகம் ஒன்றின் விரிப்பை உரு காட்டுகின்றது. உச்சியிலிருந்தான விளிம்பொன்றின் நீளம் 10cm எனின்

(i) சாயுயரம் l ன் நீளம்

(ii) பக்கமுகம் ஒன்றினது மேற்பரப்பளவு

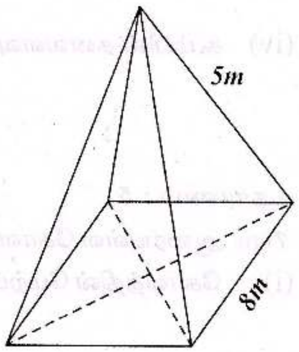
(iii) கூம்பகத்தின் முழு மேற்பரப்பளவு

2. அடியின் ஒரு பக்க நீளம் 12cm ம் சாயுயரம் 12cm ம் உடைய சதுர அடிக் கூம்பகமொன்றின்

(i) மொத்த மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

(ii) கூம்பகத்தின் உயரம் $6\sqrt{3}$ cm எனக் காட்டுக.

(iii) கனவளவைக் காண்க. (விடையை சேடு வடிவில் விடுக)



3. 5m நீளமான 4 தடிகளினால் 8m சதுரத் தளத்தைக் கொண்ட செங்கூம்பக வடிவகூடாரமொன்று படத்தில் காட்டியவாறு அமைக்கப்பட்டது. கூடாரத்தை மட்டுமட்டாக மூட தேவையான கன்வஸ் துணியின் பரப்பளவைக் காண்க.

4. அடியின் ஒரு பக்க நீளம் 30cm ஆக அமைந்த சதுர அடிக் கூம்பக மொன்றின் மொத்த மேற்பரப்பளவு $2400cm^2$ எனின்

(i) கூம்பகத்தின் சாயுயரத்தைக் காண்க.

(ii) கூம்பகத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

(iii) கூம்பகத்தின் கனவளவைக் காண்க.

5. சதுர அடிக் கூம்பகமொன்றின் கனவளவு $216cm^3$ ம், அடியின் ஒரு பக்க நீளம் 9cm எனின் அதன் உயரத்தைக் காண்க.

6. சதுர அடிக் கூம்பகமொன்றின் உயரம் 15cm ம் அதன் கனவளவு $605cm^2$ ம் எனின் அதன் அடியின் ஒரு பக்க நீளத்தைக் காண்க.

7. அடியின் ஆரை 35cm ம் சாயுயரம் 37cm ம் உடைய செங்கூம்பொன்றின் முழு மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

8. அடியின் ஆரை 20cm ம் சாயுயரம் 29cm ம் உடைய கூம்பொன்றின்

(i) முழு மேற்பரப்பளவை முதலாம் தசமதானத்திற்குத் திருத்தமாகத் தருக.

(ii) உயரத்தைக் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

9. அடியின் சுற்றளவு 44m ம் உயரம் 12m ம் உடைய செங்கூம்பு வடிவ மரக்குற்றியின்
(i) அடியின் ஆரையைக் காண்க
(ii) சாயுயரத்தை முதலாம் தசமதானத்திற்குத் திருத்தமாகத் தருக.
(iii) முழு மேற்பரப்பளவைக் காண்க.
(iv) கனவளவைக் காண்க.

10. செங்கூம்பொன்றின் கனவளவு $1056cm^3$ ம், உயரம் 7cm ம் எனின் அதன் ஆரையைக் காண்க.

11. 3.5cm ஆரையுடைய செங் கூம்பொன்றின் சாயுயரம் 12.5cm எனின் (i) முழு மேற்பரப்பளவையும் (ii) கனவளவையும் காண்க.

12. உருளை ஒன்றினதும், செங் கூம்பொன்றினதும் ஆரைகளும், உயரங்களும் முறையே சமனானவை. உருளையின் கனவளவு $120cm^3$ எனின் கூம்பின் கனவளவு யாது?

13. 21cm ஆரையுடைய அரைவட்டத் தகடொன்று விளிம்புகள் பொருந்துமாறு பொட் செங்கூம் பொன்றாகுமாறு ஒட்டப்பட்டால் கூம்பின் அடியின் ஆரையைக் காண்க.

14. செவ்வட்டத் திண்மக் கூம்பொன்றின் ஆரைக்கும் சாயுயரத்திற்குமான விகிதம் 3:5 ஆகும். கூம்பின் வளை மேற்பரப்பளவு $60\pi cm^3$ எனின் முழு மேற்பரப்பளவை π சார்பில் காண்க.

15. அடியின் ஆரை 9cm உடைய செவ்வட்டக் கூம்பொன்றின் கனவளவு $216\pi cm^3$ எனின் கூம்பின் உயரத்தைக் காண்க.

16. செவ்வட்டக் கூம்பொன்றின் அடியின் ஆரைக்கும் உயரத்திற்குமான விகிதம் 2:3 ஆகும். அதன் கனவளவு $100.48 cm^3$ எனின் அதன் சாயுயரத்தைக் காண்க.

17. 3.5cm ஆரையுடைய கோளமொன்றின் மேற்பரப்பளவையும், கனவளவையும் காண்க.

18. 10.5cm ஆரையுடைய கோளமொன்றின் மேற்பரப்பளவையும், கனவளவையும் காண்க.

19. கோளமொன்றின் மேற்பரப்பளவு $616cm^2$ அதன் ஆரையையும் கனவளவையும் காண்க.

20. திண்ம அரைக் கோளமொன்றின் மேற்பரப்பளவு $675\pi cm^2$ ஆகும். அவ்வாறான திண்ம முழுக் கோளமொன்றின் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

21. திண்ம அரைக்கோளமொன்றின் வளை மேற்பரப்பளவு $2772\pi cm^2$ எனின் கோளத்தின் முழு மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

22. திண்ம கோளமொன்றின் கனவளவு $11498\frac{2}{3} cm^3$ எனின் அதன் ஆரையைக் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

23. திண்மக் கோளமொன்றின் மேற்பரப்பளவு $36\pi cm^3$ எனின் அதன் கனவளவை π சார்பில் தருக.

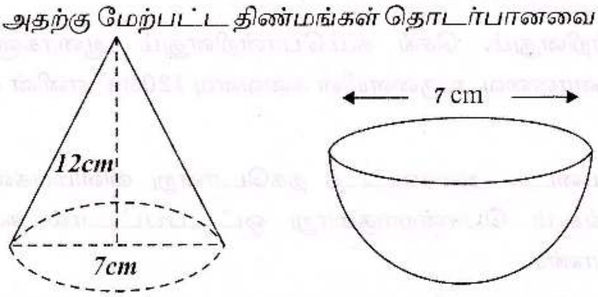
24. இரண்டு கோளங்களின் மேற்பரப்பளவுகளின் விகிதம் 9:25 எனின் அவற்றின் கனவளவுகளுக்கிடையான விகிதத்தைக் காண்க.

25. திண்மக் கோளமொன்றின் மேற்பரப்பளவு $24cm^2$ அது இரண்டு அரைக் கோளங்களாக்கப்பட்டால் ஒரு அரைக் கோளத்தின் பரப்பளவு யாது?

பயிற்சி 4, 5.2

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட திண்மங்கள் தொடர்பானவை

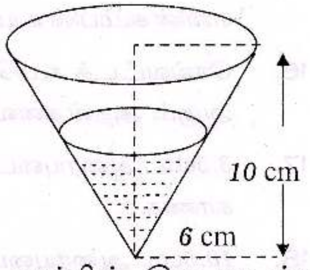
1.



7cm விட்டமும் 12cm உயரமும் கொண்ட கூம்பொன்றும் 7cm விட்டமுடைய அரைக்கோளமொன்றும் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இரண்டினதும் வட்ட மேற்பரப்புகள் ஒன்றுடன் பொருந்துமாறு விளையாட்டுப் பொருள் ஒன்று உருவாக்கப்பட்டது.

(i) விளையாட்டுப் பொருளின் மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

(ii) விளையாட்டுப் பொருளின் கனவளவைக் காண்க.



2. 6 cm ஆரையும் 10 cm உயரமுடைய கூம்பு வடிவப் பாத்திரமொன்றினுள் $129.3cm^3$ நீருண்டு

(a) விளிம்புவரை நிரப்புவதற்குத் தேவையான நீரின் கனவளவைக் காண்க.

(b) கூம்பின் வெளிவளை மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

(c) விளம்புவரை நிரப்பப்பட்ட நீரானது, கூம்பின் உயரத்தின் இரு மடங்கு உயரமானதும், கூம்பின் ஆரையின் $\frac{1}{2}$ மடங்கு ஆரை கொண்டதுமான உருளை வடிவப் பாத்திரத்தினுள் நீர் வீணாகாதவாறு ஊற்றப்பட்டது. உருளை வடிவப் பாத்தித்தினுள் நீரின் உயரத்தைக் காண்க.

3. 21 cm ஆரையுடைய பொள் அரைக் கோளமும் அதே அளவு அடியின் ஆரையைக் கொண்ட பொட் கூம்பொன்றும் வட்ட அடிகள் பொருந்துமாறும், கூம்பு மேலிருக்குமாறும் பாத்திரமொன்று ஆக்கப்பட்டது.

(i) பாத்திரத்தின் பரும்படிப்படமொன்று வரைந்து தரவுகளைக் குறிக்க.

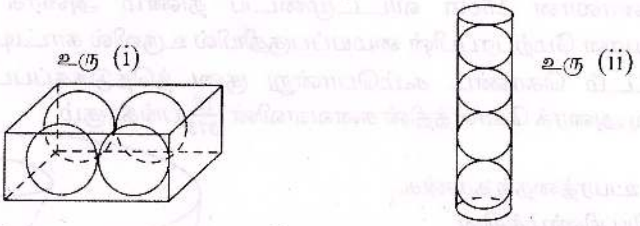
(ii) பாத்திரத்தின் கொள்ளளவு $16758\pi cm^3$ எனின் பாத்திரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

(iii) பாத்திரத்தின் வெளிமேற்பரப்பளவைக் காண்க. (பாத்திரம் எண்ணெயினால் நிரம்பியிருந்த போது கூம்பின் உச்சிக்கு நேர் கீழே சிறிய துளையிடப்பட்டு செக்கனுக்கு 65 ml எண்ணெய் சிந்துமாறு பாத்திரம் தொங்க விடப்பட்டது).

(iii) எண்ணெய் முழுவதுமாக வெளியேற எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

4.



ஒரே மாதிரியான 3cm ஆரையுடைய 4 கோளங்களை, அடி சதுர வடிவிலான பெட்டியொன்றினுள்ளும், உருளை வடிவான பாத்திரமொன்றினுள்ளும் இறுக்கமாக வைக்கக் கூடிய இரு வேறு வழிமுறைகளை முறையே உரு (i)ம் உரு (ii)ம் காட்டுகிறது. பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

(i) பெட்டியின் வெளிமேற்பரப்பளவு

(ii) உருளை வடிவப் பாத்திரத்தின் வெளிமேற்பரப்பளவு

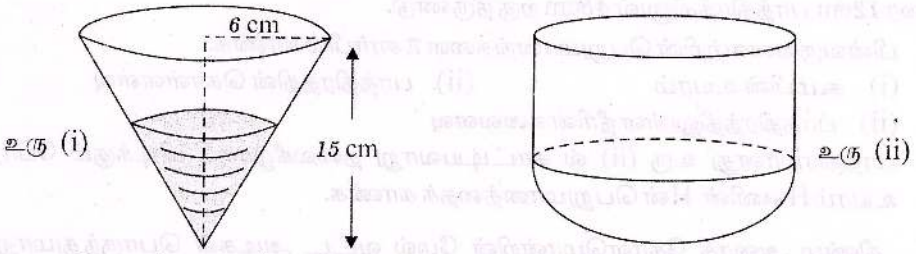
(iii) 4 கோளங்களினதும் கனவளவு

(iv) $\dfrac{\text{உருளைப் பாத்திரத்தின் கனவளவு}}{\text{பெட்டியின் கனவளவு}}$ இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு எப்பாத்திரத்தில் கூடிய வெளி இருக்கும் என உய்த்தறிக.

5. ஈயதினாலான 8cm விட்டமும் 12cm உயரமுமுடைய செவ்வட்டக் கூம்பொன்று உருக்கப்பட்டு உலோகம் வீணாகாதவாறு 4mm ஆரையுடைய கோளவடிவச் சன்னங்களாக வார்க்கப்பட்டது. வார்க்கப்பட்ட சன்னங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

6. 12cm விட்டமும் 15cm உயரமுமுடைய உருளை வடிவ பாத்திரமொன்று ஐஸ்கீறீமினால் நிரம்பியுள்ளது. இவ் ஐஸ்கீறீம் முழுவதையும் 6cm விட்டமும் 12cm உயரமுடைய கூம்புவடிவ பாத்திரங்களில் (Ice cream cones) மேல் பகுதி அரைக் கோள வடிவில் இருக்குமாறு முற்றாக நிரப்புதல் வேண்டும் எனின் எத்தனை கூம்பு வடிவப் பாத்திரங்கள் தேவைப்படும்?

7.



ஆரை 6cm ம், உயரம் 15cm ம் உடைய கவிழ்த்து வைக்கப்பட்ட பொட் கூம்பொன்றை உரு (i) காட்டுகிறது.

(a) பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

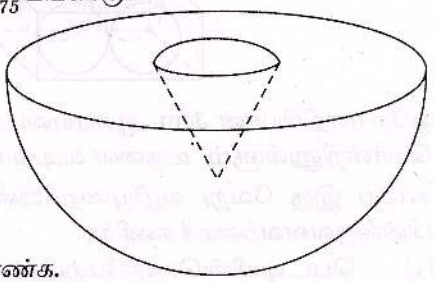
(i) கூம்பின் சாயுயரம் (ii) கூம்பின் வெளிவளை மேற்பரப்பளவு

(b) கூம்பின் கொள்ளளவின் $\frac{4}{5}$ பங்களவு நீர் கூம்பினுள் ஊற்றப்பட்டது எனின் நீரின் கனவளவை π சார்பில் காண்க.

(c) பொள் உருளையொன்றையும், பொள் அரைக் கோளமொன்றையும் இணைத்த பாத்திரமொன்றை உரு (ii) காட்டுகிறது. அரைக் கோளப்பகுதியின் உயரமும், உருளைப் பகுதியின் உயரமும் சமனாகும். கூம்பினுள் இருந்த நீர் முழுவதையும் இப்பாத்திரத்தினுள் ஊற்றிய போது விளிம்பு வரை நிறைந்தது எனின், அரைக் கோளப்பகுதியின் ஆரையைக் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

8. மெழுகினாலான 15cm விட்டமுடைய திண்ம அரைக் கோளமொன்றின் தட்டையான மேற்பரப்பின் மையப்பகுதியில் உருவில் காட்டியவாறு சமச்சீராக 6 cm விட்டம் கொண்ட கூம்பொன்று குடைந்தெடுக்கப்பட்டுள்ளது. கூம்பின் கனவளவு அரைக் கோளத்தின் கனவளவின் $\frac{16}{375}$ பங்காகும்



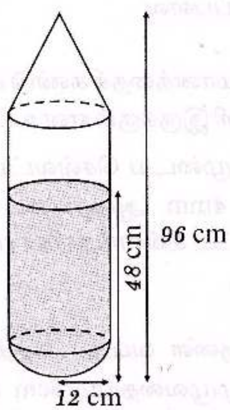
(a) கூம்பின் உயரத்தைக் காண்க.

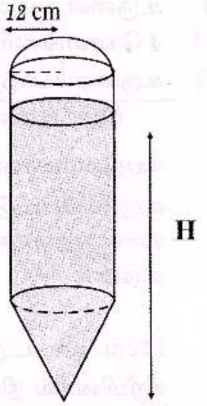
(b) மேற்கூறிய திண்மத்தின் முழு மேற்பரப்பளவைக் காண்க.

(c) திண்மத்தின் கனவளவைக் காண்க.

(d) இத் திண்மத்தை உருக்கி 12cm பக்கம் கொண்ட சதுர அடிக் கூம்பகமொன்று ஆக்கப்பட்டது எனின் அதன் உயரத்தைக் காண்க.

9.





பொட் பாத்திரமொன்று உரு (i) ல் காட்டியவாறு பொள் அரைக்கோளம், பொள் உருளை, பொட் கூம்பு என்பவற்றால் ஆக்கப்பட்டுள்ளது. கூம்பின் உயரம் உருளையின் உயரத்தின் அரை மடங்காகும். பாத்திரத்தின் முழு உயரம் 96cm அரைக் கோளத்தின் ஆரை 12cm பாத்திரத்தினுள் 48cm ற்கு நீருண்டு.

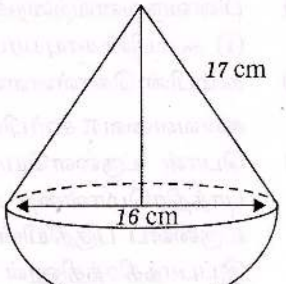
(a) பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களை π சார்பில் காண்க.

(i) கூம்பின் உயரம் (ii) பாத்திரத்தின் கொள்ளளவு

(ii) பாத்திரத்திலுள்ள நீரின் கனவளவு

(b) பாத்திரமானது உரு (ii) ல் காட்டியவாறு தலைகீழாகப் பிடிக்கும் போது நீரின் உயரம் H எனின் Hன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

10. திண்ம அரைக் கோளமொன்றின் மேல் வட்ட அடிகள் பொருந்துமாறு திண்ம செவ்வட்டக் கூம்பொன்றைப் பொருத்திய திண்மமொன்றை உரு காட்டுகிறது. கோளத்தின் விட்டம் 16cm கூம்பின் சாயுயரம் 17 cm



(i) கூம்பின் உயரத்தைக் காண்க.

(ii) திண்மத்தின் கனவளவை இரண்டு தசம தானங்களுக்குத் திருத்தமாக காண்க.

(iii) இத் திண்மத்தை உருக்கி 3 cm ஆரையுள்ளதும், $\frac{1}{5}$ cm தடிப்புள்ளதுமான உருளை வடிவ நாணயங்கள் உலோகம் வீணாகாதவாறு செய்யப்பட்டன. ஆகக் கூடியது எத்தனை நாணயங்கள் செய்யலாம் எனக் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

6. ஈருறுப்புக் கோவைகள்

6.1 அறிமுகம்

$(a+b)^2$, $(a-b)^2$ ஆகிய விரிவுகள் பற்றி தரம் 10 இல் கற்றுள்ளோம்.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$ ஆகும்.

6.2 $(a+b)^3$, $(a-b)^3$ இன் விரிவுகள்.

$(a+b)^3$, $(a-b)^3$ இன் விரிவைக் காணும் முறையைப் பார்ப்போம்.

$$(a+b)^3 = (a+b)\ (a+b)^2$$

$$= (a+b)\ [a^2 + 2ab + b^2]$$

$$= a(a^2 + 2ab + b^2)\ + b\ (a^2 + 2ab + b^2)$$

$$= a^3 + 2a^2b + ab^2\ + a^2b + 2ab^2 + b^3)$$

$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = (a-b)\ (a-b)^2$$

$$= (a-b)\ [a^2 - 2ab + b^2]$$

$$= a(a^2 - 2ab + b^2) - b\ \ a^2 - 2ab + b^2$$

$$= a^3 - 2a^2b + ab^2) - a^2b + 2ab^2 - b^3$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம் 1

பின்வருவனவற்றை விரித்து எழுதுக.

(i) $(x+1)^3$ (ii) $(2x+3)^3$ (iii) $(a+2b)^3$

(iv) $(3x-y)^3$ (v) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^3$ (vi) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^3$

(i) $(x+1)^3 = x^3 + 3 \times x^2 \times 1 + 3 \times x \times 1^2 + 1^3$

$= x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

(ii) $(2x+3)^3 = (2x)^3 + 3 \times (2x)^2 \times 3 + 3 \times (2x) \times 3^2 + 3^3$

$= 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$

(iii) $(a+2b)^3 = a^3 + 3a^2 \times 2b + 3 \times a \times (2b)^2 + (2b)^3$

$= a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3$

(iv) $(3x-y)^3 = (3x)^3 - 3 \times (3x)^2 \times y + 3 \times (3x) \times y^2 - y^3$

$= 27x^3 - 27x^2y + 9xy^2 - y^3$

(v) $(x+\frac{1}{x})^3 = x^3 + 3 \times x^2 \times \frac{1}{x} + 3 \times x \times \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$

$= x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}$

(vi) $(x-\frac{1}{x})^3 = x^3 - 3 \times x^2 \times \frac{1}{x} + 3 \times x \times \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}$

$= x^3 - 3x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$

உதாரணம் 2

$(a+b)^2$, $(a+b)^3$ என்பவற்றின் விரிவுகளை எழுதுக.
இதிலிருந்து $a+b=5$, $ab=4$ எனின், a^2+b^2, a^3+b^3, இன்

பெறுமானங்களைக் காண்க.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 1

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 2

(1) இலிருந்து $(a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$ ஆகும்.

$a+b=5, ab=4$ எனப் பிரதியிட

$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

$= 5^2 - 2 \times 4$

$= 25 - 8 = 17$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(2) இலிருந்து $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3a^2b - 3ab^2$

$= (a+b)^3 - 3ab\ (a+b)$

$= 5^3 - 3 \times 4 \times 5$

$= 125 - 60 = 65$

உதாரணம் 3

ஈருறுப்பு விரிவைப் பயன்படுத்தி 101^3, 98^3 ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$101^3 = (100+1)^3 = 100^3 + 3 \times 100^2 \times 1 + 3 \times 100 \times 1^2 + 1^3$

$= 1000000 + 30000 + 300 + 1$

$= 1030301$

$98^3 = (100-2)^3$

$= 100^3 - 3 \times 100^2 \times 2 + 3 \times 100 \times 2^2 - 2^3$

$= 1000000 - 60000 + 1200 - 8$

$= 1001200 - 60008 = 941192$

உதாரணம் 4

$(x+1)^3$, $(x-1)^3$ என்பவற்றின் விரிவுகளை எழுதுக.

$(x+1)^3 + (x-1)^3$, $(x+1)^3 - (x-1)^3$ இனைச் சுருக்குக.

இதிலிருந்து $101^3 + 99^3$, $101^3 - 99^3$ இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$(x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ .... (1)

$(x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ .... (2)

(1) +(2), $(x+1)^3 + (x-1)^3 = 2x^3 + 6x$ .... (3)

(1) – (2), $(x+1)^3 - (x-1)^3 = 6x^2 + 2$ .... (4)

(3) இல், $x = 100$ எனப் பிரதியிட,

$101^3 + 99^3 = 2 \times 100^3 + 6 \times 100$

$= 2000000 + 6000 = 2000\ 600$

(4) இல், $x = 100$ எனப் பிரதியிட,

$101^3 - 99^3 = 6 \times 100^2 + 2$

$= 60000 + 2 = 60002$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

6.3 அட்சரகணித நெடும்பிரித்தல்.

உதாரணம் 1

$x^3 - 5x^2 + 6x - 3$ ஐ $(x+2)$ ஆல் வகுக்கும் போது பெறப்படும் ஈவு, மீதி என்பவற்றைக் காண்க.

$$x^2 - 7x + 20$$

$$x+2 \overline{\big)\, x^3 - 5x^2 + 6x - 3}$$

$$\underline{x^3 + 2x^2}$$

$$-7x^2 + 6x$$

$$\underline{-7x^2 - 14x}$$

$$20x - 3$$

$$\underline{20x + 40}$$

$$-43$$

ஈவு $x^2 - 7x + 20$, மீதி $-$ 43 ஆகும்.

$x^3 - 5x^2 + 6x - 3 = (x + 2)\,(x^2 - 7x + 20) + (-43)$

$= (x + 2)\,(x^2 - 7x + 20) - 43$ என எழுதலாம்.

உதாரணம் 2

$(x^4 - 4x^3 + 8x^2 + x - 6$ ஐ $(x-1)$ ஆல் வகுக்க.

$$x^3 - 3x^2 + 5x + 6$$

$$x-2 \overline{\big)\, x^4 - 4x^3 + 8x^2 + x + 6}$$

$$\underline{x^4 - x^3}$$

$$-3x^3 + 8x^2$$

$$\underline{-3x^3 + 3x^2}$$

$$5x^2 + x$$

$$\underline{5x^2 + 5x}$$

$$6x \ -6$$

$$\underline{6x \ -6}$$

இங்கு மீதி இல்லை

$x^4 - 4x^3 + 8x^2 + x - 6 = (x - 1)\,(x^3 - 3x^2 + 5x + 6)$ என எழுதலாம்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம் 3

$6x^3 - 29x^2 + 36x - 11$ஐ $(2x-3)$ ஆல் வகுக்க.

$$\begin{array}{r|l} & 3x^2 - 10x + 3 \\ \hline 2x-3 & 6x^3 - 29x^2 + 36x - 11 \\ & 6x^3 - 9x^2 \\ \hline & -20x^2 + 36x \\ & -20x^2 + 30x \\ \hline & 6x - 11 \\ & 6x - 9 \\ \hline & -2 \end{array}$$

ஈவு $3x^2 - 10x + 3$, மீதி -2 ஆகும்.

$6x^3 - 29x^2 + 36x - 11 = (2x-3)(3x^2 - 10x + 3) - 2$ ஆகும்.

பயிற்சி 6

1. பின்வருவனவற்றின் விரிவுகளை எழுதுக.

(i) $(x+1)^3$ (ii) $(x-1)^3$ (iii) $(x+2)^3$ (iv) $(x-2)^3$

(v) $(2a+b)^3$ (vi) $(2a-b)^3$ (vii) $(3a+2b)^3$ (viii) $(3a-2b)^3$

(ix) $(3a+4b)^3$ (x) $(5-2x)^3$ (xi) $(ab+c)^3$ (xii) $(2ab-c)^3$

(xiii) $(2xy+3z)^3$ (xiv) $(ab-cd)^3$ (xv) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^3$ (xvi) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^3$

(xvi) $(a^2+b^2)^3$ (xviii) $(a^2-2b^2)^3$ (xixi) $(a^3+b^3)^3$ (xx) $(2a^3-b^3)^3$

2. $(a+b)^3$, $(a+b)^3$ என்பவற்றின் விரிவுகளை எழுதுக.

இதிலிருந்து, $a+b=9$, $ab=20$ ஆக a^2+b^2, a^3+3b என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

3. $(a-b)^2$ $(a-b)^3$ என்பவற்றின் விரிவுகளை எழுதுக,

இதிலிருந்து $(a-b)=2$, $ab=24$ ஆக a^2+b^2, a^3+b^3 என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

4. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^3$ என்பவற்றின் விரிவுகளை எழுதுக.

$x+\frac{1}{x}=3$ எனின் $x^2+\frac{1}{x^2}$, $x^3+\frac{1}{x^3}$ என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

5. $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$, $\left(x-\frac{1}{x}\right)^3$ என்பவற்றின் விரிவுகளை எழுதுக.

இதிலிருந்து $x-\frac{1}{x}=4$ எனின் $x^2+\frac{1}{x^2}$, $x^3-\frac{1}{x^3}$ என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

6. ஈருறுப்பு விரிவைப் பயன்படுத்தி $102^3, 99^3$ என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

7. $(a+b)^3+(a-b)^3$ என்பவற்றின் விரிவுகளை எழுதுக. இதிலிருந்து

$(a+b)^3+(a-b)^3$, $(a+b)^3-(a-b)^3$ ஐக் காண்க.

இதிலிருந்து 104^3+96^3, 104^3-96^3 என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

8. பெறுமானங் காண்க.

(a) $101^3+3\times101^2+99+3\times101\times99^2+99^3$

(b) $51^3-3\times51^2\times49+3\times51\times49^2-49^3$

9. $(a+b)^3$ இன் விரிவை எழுதுக.

$a+b-4=0$ எனின் a^3+b^3+12ab இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

10. அட்சர கணித நெடும்பிரித்தல் மூலம், ஈவு, மீதியைக் காண்க.

(i) $2x^3-5x^2+7x-1 \div (x-1)$

(ii) $2x^3-5x^2-7x-6 \div (2x-3)$

(iii) $2x^3-11x^2-9x-10 \div (2x-5)$

(iv) $6x^3-17x^2-4x+5 \div (3x-1)$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

7. அட்சரகணிதப்பின்னங்கள்

7.1 அறிமுகம்

அட்சரகணிதப் பின்னங்களின் கூட்டல், கழித்தல் பற்றி தரம் 10 இல் கற்றுள்ளோம். இங்கு மேலும் கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் பற்றிப் பார்ப்போம்.

7.2 அட்சரகணிதக் கூட்டல், கழித்தல்.

பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.

உதாரணம் 1

$$= \frac{3}{x^2+x-2} - \frac{2}{x^2+2x-3} + \frac{3}{x^2+5x+6}$$

$$= \frac{3}{(x+2)(x-1)} - \frac{2}{(x+3)(x-1)} + \frac{1}{(x+3)(x+2)}$$

$$= \frac{3(x+3)-2(x+2)+1(x-1)}{(x+2)(x-1)(x+3)}$$

$$= \frac{3x+9-2x-4+x-1}{(x+2)(x-1)(x+3)} = \frac{2x+4}{(x+2)(x-1)(x-3)}$$

$$= \frac{2(x+2)}{(x+2)(x-1)(x-3)} = \frac{2}{(x-2)(x-3)}$$

உதாரணம் 2

$$\frac{3}{x^2-1} - \frac{2}{x^2-2x+1}$$

$$= \frac{3}{(x-1)(x+1)} - \frac{2}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{3(x-1)-2(x+1)}{(x-1)^2(x+1)}$$

$$= \frac{3x-3-2x-2}{(x-1)^2(x+1)} = \frac{x-5}{(x-1)^2(x+1)}$$

உதாரணம் 3

$$x-1- \frac{2x-3}{x-2}$$

$$= (x-1) - \frac{2x-3}{x-2}$$

$$= \frac{(x-1)(x-2)-(2x-3)}{(x-2)}$$

$$= \frac{x^2-3x+2-2x+3}{(x-2)} = \frac{x^2-5x+5}{x-2}$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம் 4

$$\frac{x}{x-y}-\frac{y}{x+y}+\frac{y^2}{y^2-x^2}$$

$$= \frac{x}{x-y}-\frac{y}{x+y}-\frac{y^2}{x^2-y^2}$$

$$= \frac{x}{x-y}-\frac{y}{x+y}-\frac{y^2}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x(x+y)-y(x-y)-y^2}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x^2+xy-xy+y^2-y^2}{(x-y)(x+y)}=\frac{x^2}{(x-y)(x+y)}$$

7.3 **அட்சரகணிதப் பின்னங்களின் பெருக்கல், வகுத்தல்.**

உதாரணம் 5

$$\frac{x^3-9x}{x^2-3x}\div(x^2-x-12)$$

$$= \frac{x^3-9x}{x^2-3x}\times\frac{1}{x^2-x-12}$$

$$= \frac{x(x^2-9)}{x(x-3)}\times\frac{1}{(x-4)(x+3)}$$

$$= \frac{x(x-3)(x+3)}{x(x-3)}\times\frac{1}{(x-4)(x+3)}$$

$$= \frac{1}{x-4}$$

உதாரணம் 6

$$\frac{a^3b-ab^3}{a^2+2ab+b^2}\times\frac{a^2-ab-2a^2}{a^2-ab}$$

$$= \frac{ab(a^2-b^2)}{(a+b)^2}\times\frac{(a-2b)(a+b)}{a(a-b)}$$

$$= \frac{ab(a-b)(a+b)}{(a+b)\ (a+b)}\times\frac{(a-2b)(a+b)}{a(a-b)}$$

$$= b\,(a-2b)$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 7

A. பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.

1. $\frac{x+2}{x+3}-\frac{x-2}{x-3}$

2. $\frac{1}{x-1}+\frac{2x}{1-x^2}$

3. $\frac{1}{2x-2}-\frac{x}{x^2-4x+3}$

4. $\frac{2x}{x^2+x-6}+\frac{1}{x-2}$

5. $\frac{x+5}{x^2-x-6}-\frac{2}{x-3}$

6. $\frac{x-1}{x+1}-\frac{x+1}{x-1}-1$

7. $\frac{1}{(1-x)^2}-\frac{1}{1-x^2}$

8. $2-\frac{x}{x-1}-\frac{x}{x+1}$

9. $\frac{x+2}{5x-5}-\frac{x-2}{3x-3}+\frac{x}{1-x}$

10. $\frac{2}{1+x}+\frac{1}{x-1}+\frac{3x}{1-x^2}$

11. $\frac{2}{1-x}-\frac{x}{(x-1)^2}+\frac{3x}{1-x^2}$

12. $\frac{7}{x^2+3x-10}-\frac{2}{x^2+5x}-\frac{2}{x^2-2x}$

13. $\frac{x^2}{x^2+2x-10}+\frac{x-1}{3x+3}-\frac{1}{6}$

14. $\frac{2}{y+3}-\frac{1}{y-3}+\frac{2y}{y^2-9}$

15. $\frac{y}{y^2-y-2}-\frac{1}{y^2+5y-14}-\frac{2}{y^2-8y+7}$

16. $\frac{y-1}{y^2-4y+4}+\frac{y+3}{y^2-4}+\frac{2}{2-y}$

17. $\frac{2a-3}{a-3}-\frac{2a^2}{a^2-9}$

18. $a-\frac{2a}{a^2-1}+\frac{3}{a+1}$

19. $\frac{1}{a^2-b^2}+\frac{1}{a^2+2ab+a^2}$

20. $\frac{2x}{(x+1)(x^2-x+1)}+\frac{2}{x^2-1}$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

B. பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.

1. $\dfrac{12x^2y^2}{2xy^2+6xy} \times \dfrac{y^2+6y+9}{3y^3+9y^2}$

2. $\dfrac{x^2+4x+3}{x^2-4} \times \dfrac{2-x}{2x+x^2}$

3. $\dfrac{m+2}{m-3} \times \dfrac{9-m^2}{m^2+5m+6}$

4. $\dfrac{2x^2+7x+3}{4x^2-1} \div (x+3)$

5. $\dfrac{x^2+6x+9}{x^2-x-6} \div \dfrac{(x-2)}{x^2+2x}$

6. $\dfrac{x^2-16}{2x^2+10x+8} \div \dfrac{x^2-3x-4)}{x^2+2x+1}$

7. $\dfrac{2}{x+2} - \dfrac{1}{x-2} \times \dfrac{(x-2)}{(x-6)}$

8. $\dfrac{m+n}{m^2-n^2} \div \dfrac{m^2-mn}{m^2-2mn+n^2}$

9. $\dfrac{x^2-2x}{x^2-4^2+4} \div \dfrac{x^2+2x}{x^2+4x+4}$

10. $\dfrac{x^2-xy}{xy+y^2} \div \dfrac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2} \div \dfrac{x^2-2xy+y^2}{x^2+xy^2}$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

மீட்டற் பயிற்சி I

1. (a) பின்வரும் பின்னங்களை தசம எண்களாக எழுதி அவை எவ்வகை எண்கள் எனக் கூறுக.

(i) $\frac{42}{100}$ (ii) $8\frac{2}{7}$ (iii) $\frac{459}{100}$ (iv) $\frac{1}{11}$

(b) பின்வரும் தசம எண்களை பின்னமாக மாற்றுக.

(i) 0.52 (ii) 0.47 (iii) 0.57 (iv) 1.5

(c) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$ ஒரு விகிதமுறு எண் எனக் காட்டுக.

2. (a) சுருக்குக $\frac{4x^2y^3}{3z^4} \div \frac{2x^4y^2}{9yz^2}$

(b) $(9^{2x} = \sqrt{3})$ என்பதில் xன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

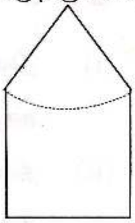
(c) மடக்கை அட்டவணையின் உதவியுடன் சுருக்குக

$$\frac{5.681 \times 0.965^2}{\sqrt{5.12}}$$

3. எறிகணை ஒன்று 21cm ஆரையும் 28cm உயரமுடைய கூம்பொன்றையும், கூம்பின் விட்டத்திற்குச் சமனான விட்டத்தையும் 112 cm உயரமுடையதுமான உருளையையும் அடிகள் பொருந்துமாறு இணைக்கப்பட்டு உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. ஏவுகணையின்

(i) மொத்த மேற்பரப்பளவையும்

(ii) கனவளவையும் காண்க.



4. (a) $(a+b)^2$, $(a+b)^3$ என்பவற்றின் விரிவுகளை எழுதுக.

இதிலிருந்து $a+b=3$, $ab=4$ எனின்

a^2+b^2, a^3+b^3 என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(b) சுருக்குக.

(i) $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + \frac{2x}{x^2-1}$

(ii) $\frac{a^2-2a}{a^2-4} \times \frac{a^2+2a}{4a^3-8a^2}$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

மீட்டற் பயிற்சி II

1. (a) சுருக்குக

(i) $10\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{32}$ (ii) $\sqrt{48} - 3\sqrt{72} - \sqrt{27} + 5\sqrt{18}$

(iii) $15\sqrt{54} \div 3\sqrt{6}$ (iv) $\dfrac{\sqrt{5} \times \sqrt{18} \times \sqrt{17}}{3\sqrt{70}}$

(b) $\sqrt{27} - \sqrt{21} \times \sqrt{7} - \dfrac{6}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$ எனக் காட்டுக.

2. (a) பின்வரும் பெறுமானம் காண்க.

(i) $\log_3 \dfrac{1}{81}$ (ii) $\lg 0.0001$ (iii) $\log_6 6^5$

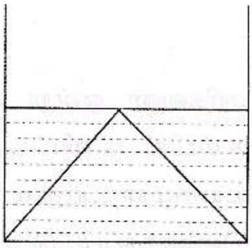
(b) பின்வரும் மடக்கைச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i) $\log_3 y = -2$ (ii) $\log_x 125\sqrt{5} = 7$

(c) மடக்கை வாய்ப்பாட்டை உபயோகித்துச் சுருக்குக.

$$= \sqrt[3]{\frac{0.7214 \times 20.37}{69.8}}$$

3. 14cm விட்டமுள்ள பொள் உருளையொன்றினுள் 7cm ஆரையும் 16cm உயரமுடைய திண்மக் கூம்பொன்று அதன் அச்சு நிலைக்குத்தாக இருக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளது.



(i) திண்மக் கூம்பு மட்டுமட்டாக அமிழுமாறு உருளையினுள் நீர் ஊற்றப்பட்டது. ஊற்றப்பட்ட நீரின் கனவளவைக் காண்க.

(ii) திண்மக் கூம்பை வெளியே எடுத்தால், நீரின் மட்டத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

4. (a) $(x - y)^3$ ன் விரிவை எழுதுக. இதிலிருந்து

(i) $(x - y) = 4$, $xy = 21$ எனின் $x^3 - y^3$ ன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) விரிவில் x, yற்குப் பொருத்தமான பெறுமானத்தைக் கொடுத்து 99^3 ன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(b) சுருக்குக.

(i) $\dfrac{a+2}{a-2} + \dfrac{4}{4-a^2} - 1$ (ii) $\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-4x-12} \times \dfrac{x^2-7x+6}{x^2-1}$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

மீட்டற் பயிற்சி III

1. (a) பின்வரும் எண் சோடிகளில் எது பெரிதெனக் காண்க.

(i) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$ (ii) $\sqrt{3}$, $\sqrt[4]{10}$

(b) $k=\frac{1}{\sqrt{3}}$ எனவும் $p=\frac{1+k}{1-k}$ எனவும் தரப்படின் பின் வருவனவற்றில் பெறுமானங்களை எளிய சேடு வடிவில் தருக.

(i) p (ii) $p-\frac{1}{p}$

2. (a) (i) $4x^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{2^5}$ எனத் தரப்டின் x ன் பெறுமானத்தைக காண்க.

(ii) $\log_3(2x+1)=1$ எனின் x ன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) $3^y=8$ எனின் மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகித்து x ன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(b) மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகித்து சுருக்குக.

$$\frac{46.7 \times \sqrt{65.2}}{2.81^3 \times 4.23}$$

3. 10cm சதுர அடியைக் கொண்டதும், 12cm, உயரமுடையதுமான கூம்பகமொன்றிலிந்து, 7cm ஆரையுடையதும் 9cm உயரமுடையதுமான செங்கூம்பகமொன்று குடைந்தெடுக்கப்பட்டது.

(i) கூம்பகத்தின் கனவளவைக் காண்க.

(ii) குடைந்தெடுக்கப்பட்ட பகுதியின் கனவளவைக் காண்க.

(iii) குடைத்தெடுக்கப்பட்ட பின் மீதியின் கனவளவைக் காண்க.

(iv) கூம்பகம் ஆக்கப்பட்ட பதார்த்தத்தின் $1cm^3$ ன் நிறை 3g எனின் மீதிப்பகுதியின் நிறையைக் காண்க.

4. (a) $(a+b)^3$ ன் விரிவை எழுதுக..

$a+b+c=0$ எனின் $a^3+b^3+c^3=3abc$ எனக் காட்டுக.

(b) சுருக்குக.

(i) $\frac{a+3}{(a-1)(a-2)}+\frac{a+2}{(a-3)(a-1)}-\frac{a-1}{(a-2)(a-3)}$

(ii) $\left(\frac{a}{(a-1)}-\frac{a+1}{a}\right)\div\left(\frac{a}{(a+1)}-\frac{a-1}{a}\right)$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

8. சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடையில் உள்ள தள உருக்களின் பரப்பளவு

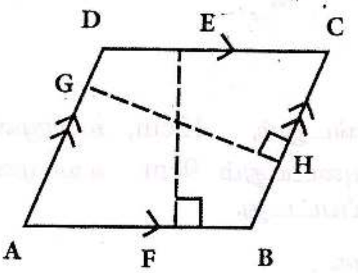
8.1 அறிமுகம்

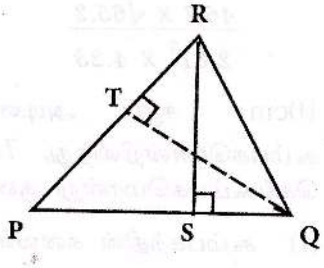
1. ஒரு தள உருவத்தின் பரப்பளவு அவ்வுருவத்தின் எல்லைகளால் அடைக்கப்பட்ட மேற்பரப்பின் வெளியாகும்.

2. ஒருங்கிசையும் உருவங்கள் பரப்பளவில் சமனானவை.

3. ஒரு இணைகரத்தின் எதாவதொரு பக்கத்தையும் அடியாகக் கொள்ளலாம். ஓர் இணைகரத்தின் அடிக்கும் அடிக்கெதிரான பக்கத்துக்குமிடையில் உள்ள செங்குத்துத் தூரம் அவ்விணைகரத்தின் உயரம் எனப்படும்.

4. ஒரு முக்கோணியின் எந்தவொரு பக்கத்தையும் அடியாகக் கொள்ளலாம். ஒரு முக்கோணியின் அடிக்கு அதற்கெதிரான உச்சியிலிருந்து வரையப்படும் செங்குத்து, அதன் உயரம் எனப்படும்.





இணைகரத்தில் ABஐ அல்லது DCஐ அடியாகக் கொண்டால் இணைகரத்தின் உயரம் EF ஆகும் BCஐ அல்லது ADஐ அடியாகக் கொண்டால் இணைகரத்தின் உயரம் GH ஆகும்.

முக்ககோணியில் PQஐ அடியாகக் கொண்டால் RS முக்கோணியின் உயரமாகும்.

PRஐ அடியாகக் கொண்டால் QT முக்கோணியின் உயரமாகும்.

இணைகரத்தின் பரப்பளவு = அடி x செங்குத்துயரம்

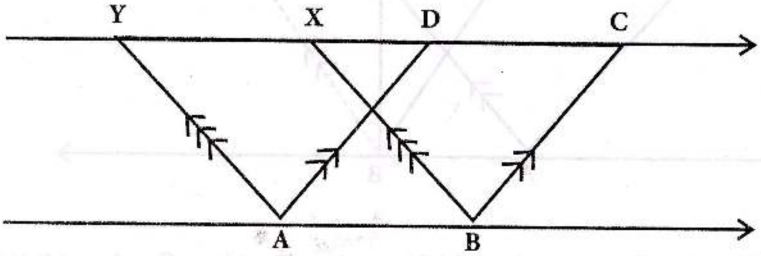
முக்கோணியின் பரப்பளவு = $\frac{1}{2}$ x அடி x செங்குத்துயரம்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

8.2 பரப்பளவு தொடர்பான தோற்றங்கள்

தேற்றம் 1

ஒரே அடியிலும் ஒரே இரு சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடையிலுமுள்ள இரண்டு இணைகரங்கள் பரப்பளவில் சமனானவை.



தரவு: ABCD,ABXY என்பன அடி AB யிலும் AB,YC என்னும் சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடையிலும் அமைந்துள்ள இணைகரங்களாகும்.

நிறுவ வேண்டியது : இணைகரம் ABCD = இணைகரம் ABXY

நிறுவல் :

$\Delta ADY, \Delta BCX$ என்பவற்றில்

$\hat{ADY} = \hat{BCD}$ (ஒ.∢)

$\hat{AYD} = \hat{BXC}$ (ஒ.∢)

$AY = BX$ (இணை.எ.ப)

$\therefore \Delta ADY \equiv \Delta BCX$ (கோ , கோ , ஓ. ப)

$\therefore \Delta ADY = \Delta BCX$

உரு $ABCY - \Delta ADY$ = உரு $ABCY - \Delta BCX$

இணை $ABCD$ = இணை $ABXY$

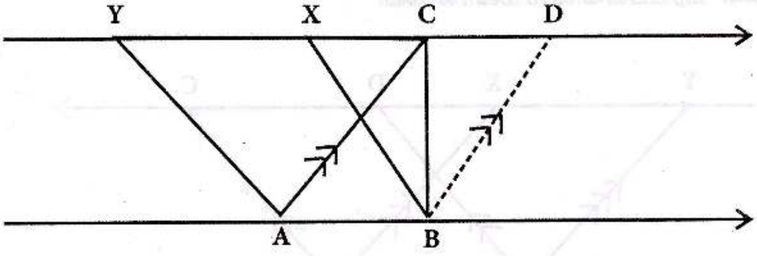
கிளைத் தேற்றம்:

சம அடிகளிலும் ஒரே இரு சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடையிலுமுள்ள இணைகரங்கள் பரப்பளவில் சமனானவை.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

தேற்றம் 2

ஒரு முக்கோணியும் ஓர் இணைகரமும் ஒரே அடியிலும் ஒரே இரு சமாந்தரக் கோடுகளுக்கும் இடையில் இருந்தால் முக்கோணியின் பரப்பளவு இணைகரத்தின் பரப்பளவின் அரைப்பங்காகும்.



தரவு: ΔABCயும் இணைகரம் ABXY உம் அடி AB யிலும், AB,YD என்னும் சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடையிலும் அமைந்துள்ளன.

நிறுவ வேண்டியது: $\Delta ABC = \frac{1}{2}$ இணை ABXY.

அமைப்பு: B யிற் கூடாக AC ற்குச் சமாந்தரமாக வரையப்பட்ட கோடு நீட்டப்பட்ட YC ஐ D ல் சந்திக்கிறது.

நிறுவல்: AB//CD (தரவு)

AC//BD (அமைப்பு)

∴ ABCD ஓர் இணைகரமாகும்.

BC அதன் மூலைவிட்டமாதலால் அது ABCDன் பரப்பளவை இரு கூறிடும்
$\Delta ABC = \frac{1}{2}$ இணை. ABCD.

இனி, இணைகரம் ABCD ம் இணைகரம் ABXY ம் ஒரே அடியிலும் ஒரே இரு சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடையிலும் அமைந்துள்ளன.

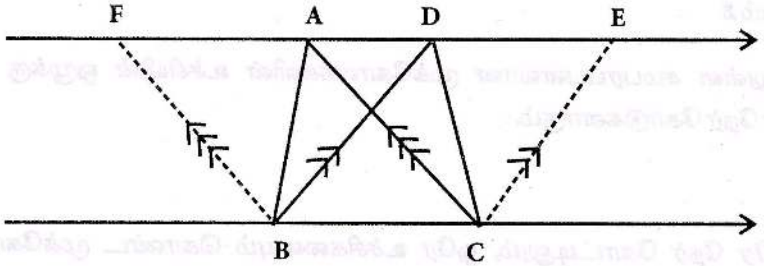
∴ இணை ABCD = இணை, ABXY

∴ $\Delta ABC = \frac{1}{2}$ இணை, ABXY

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

தேற்றம் 3

ஒரே அடியிலும் ஒரே இரு சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடையிலுமுள்ள இரு முக்கோணிகள் சமபரப்பளவுடையன.



தரவு : ABC, DBC என்பன அடி BC யிலும் BC, AD என்னும் இரு சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடையிலும் அமைந்துள்ள முக்கோணிகளாகும்.

நிறுவவேண்டியது : $\Delta ABC = \Delta DBC$

அமைப்பு : C யினூடு BD ற்குச் சமாந்தரமாக வரையப்பட்ட கோடு நீட்டப்பட்ட AD ஐ E யிலும், B யினூடாக CA ற்கு சமாந்தரமாக வரையப்பட்ட கோடு நீட்டப்பட்ட DA ஐ F இலும் சந்திக்கிறது.

நிறுவல்: BC//FA (தரவு)

BF//CA (அமைப்பு)

∴BCAF ஓர் இணைகரம்

இவ்வாறே BCED ஓர் இணைகரம்.

ஓர் இணைகரத்தின் மூலைவிட்டம் அதன் பரப்பளவை இருகூறிடும் என்பதால்

$\Delta ABC = \frac{1}{2}$ இணை BCAF

$\Delta DBC = \frac{1}{2}$ இணை BCED

ஆனால் BCAF , BCED என்பன BC அடியிலும் FE, BC என்னும் ஒரே இரு சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடையிலும் உள்ள இணைகரங்களாகும்.

∴ இணை BCAF = இணை BCED

∴ $\Delta ABC = \Delta DBC$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

கிளைத் தேற்றம் 1

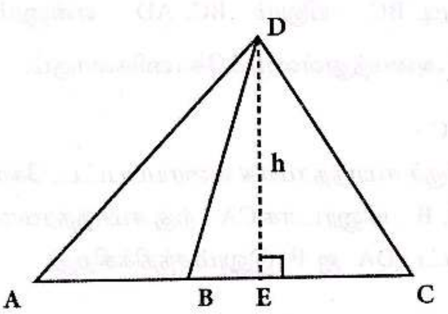
சமவடிகளிலும் ஒரே இரு சமாந்தரக் கோடுகளுக் கிடையிலுமுள்ள இரு முக்கோணிகள் சம பரப்பளவுடையன. (சம அடியிலும், ஒரே உயரத்தைக் கொண்டவையும்)

கிளைத் தேற்றம் 2

ஒரே அடியிலுள்ள சமபரப்பளவான முக்கோணிகளின் உச்சியின் ஒழுக்கு அடிக்குச் சமாந்தரமான நேர் கோடுகளாகும்.

தேற்றம்

அடிகளை ஒரே நேர் கோட்டிலும், ஒரே உச்சிகளையும் கொண்ட முக்கோணிகளின் பரப்பளவுகளின் விகிதம் அவற்றின் அடிகளின் விகிதத்திற்குச் சமன்.



தரவு: ΔABD யும். ΔBCD ம் பொது உச்சி D ஐயும், அடிகள் நேர் கோடு AC ல் அமைந்துள்ளதுமான முக்கோணிகளாகும்.

$$\frac{\Delta ABD}{\Delta BCD} = \frac{AB}{BC}$$

நிறுவ வேண்டியது : D யிலிருந்து AC ற்கான செங்குத்துயரம் h எனின்

நிறுவல் : $\Delta\ ABD$ ன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}\ x\ ABxh.$

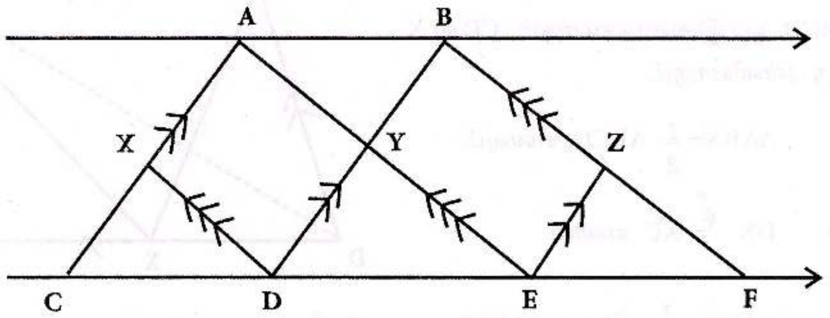
$\Delta\ BCD$ ன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}\ x\ BCxh.$

$$\therefore \frac{\Delta ABD}{\Delta BCD} = \frac{\frac{1}{2} xABxh}{\frac{1}{2} xBCxh}$$

$$\therefore \frac{\Delta ABD}{\Delta BCD} = \frac{AB}{BC}$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம் 1



AB//CF, AC//BD//ZE, XD//AE//BF எனின் பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

(i) இணைகரம் ABDC ற்குச் சமனான பரப்பளவுடைய இணைகரம் ஒன்றைப் பெயரிடுக. காரணம் தருக.

(ii) $\Delta XCD = \Delta ZEF$ எனக் காட்டுக.

(iii) இணைகரம் AYDX ம், இணைகரம் BYEZ ம் சமபரப்பளவுடையன என நிறுவுக.

(i) இணைகரம் ABDC = இணைகரம் ABFE (AB என்ற ஒரே அடியிலும், AB, CF என்ற சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடையிலும் அமைந்துள்ளது)

(ii) உருவில்

AB = CD (இணை. எ.ப)

AB = EF (இணை. எ.ப)

∴ CD = EF

ΔXCD, ΔZEF இரண்டிலும்

$X\hat{C}D = Z\hat{E}F$ (ஒத்த ∢)

$X\hat{D}C = Z\hat{F}E$ (ஒத்த ∢)

CD = EF (நிறுவப்பட்டது)

∴ $\Delta XCD \equiv \Delta ZEF$ (கோ. கோ. ஒ.ப)

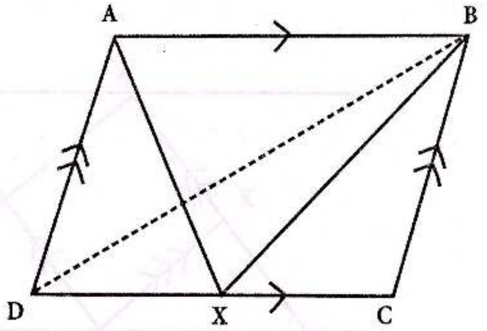
∴ $\Delta XCD = \Delta ZEF$

(iii) இணை ABDC = இணை ABFE (1 ல் நிறுவப்பட்டது)
இருபக்கமும் பொதுவான முக்கோணி ABY ஐயும் சமனான முக்கோணிகள் XCD, YEF என்பவற்றைக் கழிக்க

ABDC - ΔABY - ΔXCD = ABEF - ΔABY - ΔZEF
இணை AYDX = இணை BYEZ.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம் 2



ABCD ஓர் இணைகரமாகும். CD ல் X ஒரு புள்ளியாகும்.

(i) $\Delta ABX = \frac{1}{2}$ ABCD எனவும்

(ii) DX = XC எனின்

$\Delta ADX = \frac{1}{4}$ இணை ABCD எனவும் நிறுவுக.

தரவு : ABCD ஓர் இணைகரம். DC ல் X ஒரு புள்ளி.

நி.வே : (i) $\Delta ABX = \frac{1}{2}$ ABCD

(ii) DX = XC எனின் $\Delta ADX = \frac{1}{4}$ இணை ABCD

நிறுவல்

(i) ஒரே அடியிலும் ஒரே சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடையில் முக்கோணியும் இணைகரமும் அமைந்திருக்குமாயின் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு இணைகரத்தின் பரப்பளவின் அரைவாவாசியாகும்.

∴ $\Delta ABX = \frac{1}{2}$ இணை ABCD

(ii) $\Delta ABX = \frac{1}{2}$ இணை ABCD

∴ மிகுதி $\Delta ADX + \Delta BXC = \frac{1}{2}$ இணை ABCD

ஆனால் DX = XC (தரவு)

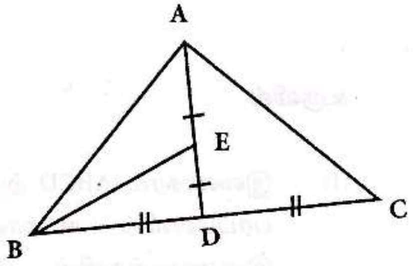
∴ $\Delta ADX = \Delta BXC$ (சம அடியிலும் ஒரே சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடையிலும் அமைந்த முக்கோணிகள்)

∴ $2\Delta ADX = \frac{1}{2}$ இணை ABCD

$\Delta ADX = \frac{1}{4}$ இணை ABCD

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம் 3



உருவில் முக்கோணம் ABC ல் BC ன் நடுப்புள்ளி D யும், AD ன் நடுப் புள்ளி E யும் ஆகும்.

$\Delta BED = \frac{1}{4} \Delta ABC$ என நிறுவுக.

நிறுவல் :

$DE = AE$ (தரவு)

$2DE = DA$

$\frac{\Delta BED}{\Delta ABD} = \frac{DE}{DA}$ (அடிகள் ஒரே நேர் கோட்டில் பொது உச்சி)

$= \frac{DE}{2DE}$

$\therefore \Delta BED = \frac{1}{2} \Delta ABD$

$BD = DC \Rightarrow 2BD = BC$

$\frac{\Delta ABD}{\Delta ABC} = \frac{BD}{BC}$

$= \frac{BD}{2BD}$

$\therefore \Delta ABD = \frac{1}{2} \Delta ABC$

ஆனால் $\Delta BED = \frac{1}{2} \Delta ABD$

$\therefore \Delta BED = \frac{1}{2} x \frac{1}{2} x \Delta ABC$

$= \frac{1}{4} \Delta ABC$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

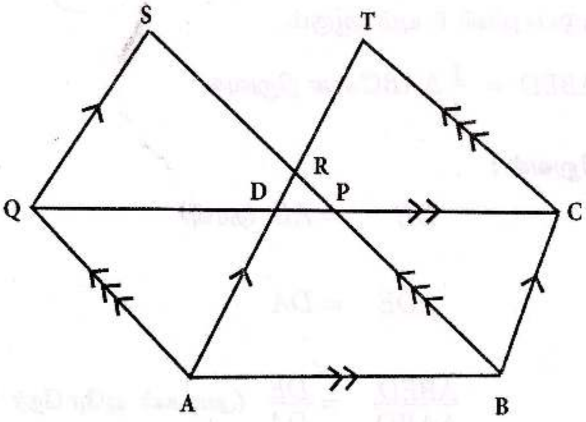
பயிற்சி 8

1.

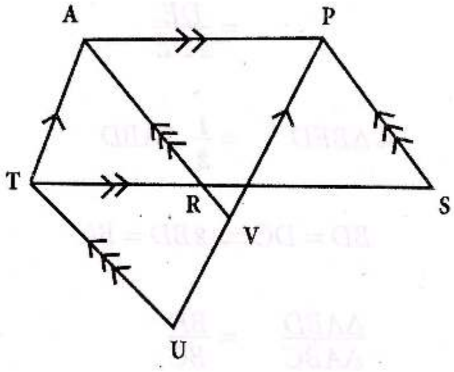
உருவில்

(I) இணைகரம் ABCD ற்கு பரப்பளவில் சமமான இணைகரங்களின் பெயர்களைத் தருக.

(ii) இணைகரம் ARSQ ம், இணைகரம் BCTR ம் பரப்பளவில் சமன் எனக் காட்டுக.

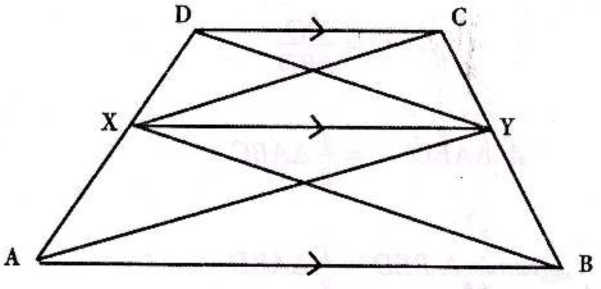


2. உருவில் இணைகரம் PQRS ம், இணைகரம் QTUV ம் பரப்பளவில் சமன் என நிறுவுக.



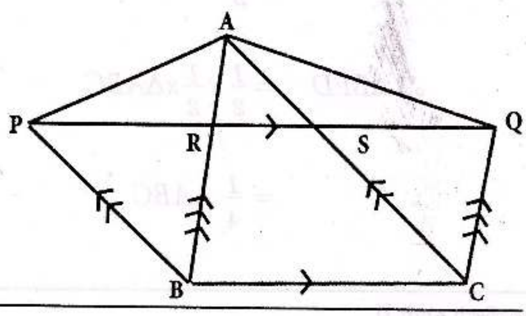
3. உருவில்

$\Delta BCX = \Delta ADY$ என நிறுவுக.



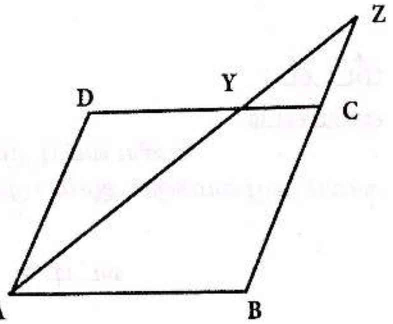
4. உருவில்

$\Delta APB = \Delta AQC$ எனக் காட்டுக



Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

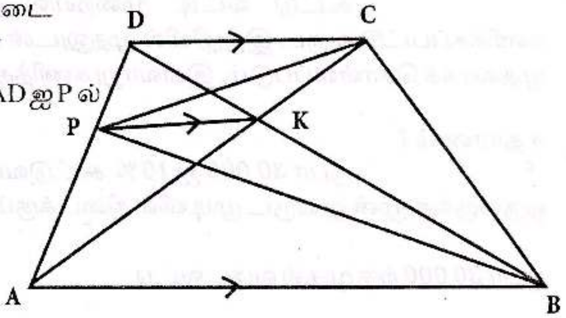
5. இணைகரம் ABCDல் A இனூடு செல்லும் கோடு DC ஐ Y இலும், நீட்டப்பட்ட BC ஐ Z இலும் சந்திக்கிறது.



(i) $\Delta DYZ = \Delta AYC$ எனவும்

(ii) $\Delta BCY = \Delta DYZ$ எனவும் காட்டுக.

6. சரிவகம் ABCDல் AB யும் DC யும் சமாந்தரப் பக்கங்கள். AC, BD என்பன K ல் இடைவெட்டுகின்றன. K இனூடு BA ற்கு சமாந்தரமாக வரையப்பட்ட கோடு AD ஐ P ல் சந்திக்கிறது.



பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

(i) $\Delta ADK = \Delta CBK$

(ii) $\Delta PBC = 2\Delta ADK$

7. இணைகரம் ABCDல் பக்கங்கள் CB,CD ல் ,P,Q என்னும் புள்ளிகள் , PQ//BD ஆகுமாறு அமைந்துள்ளன. $\Delta ABP = \Delta ADQ$ என நிறுவுக. (உதவி PD, BQ களை இணைக்க.)

8. ΔABC ன் பக்கம் BC ல் $BD:DC = 2:3$ என்னும் விகிதத்தில் அமைந்துள்ள புள்ளி D ஆகும். ΔABC ன் பரப்பளவு $35cm^2$ எனின் ΔABD ன் பரப்பளவைக் கணிக்க.

9. ஒரு முக்கோணத்தின் இடையம் அதன் பரப்பளவை இரு கூறிடும் எனக் காட்டுக.

10. இணைகரம் ABCD ன் மூலைவிட்டம் AC ல் P என்னும் புள்ளி AP:PC= 2:3 என்னும் விகிதத்தில் அமைந்துள்ளது. ΔABD ன் பரப்பளவு இணைகரம் ABCD ன் பரப்பளவின் $\frac{1}{5}$ பங்கு என நிறுவுக.

11. முக்கோணி PQR ல் QR ன் நடுப்புள்ளி S. PR ல் T என்பது யாதாவது ஒரு புள்ளி. TSற்குச் சமாந்தரமாக P யினூடு வரையப்பட்ட கோடு QR ஐ V ல் சந்திக்கிறது கோடு எனின் கோடு TV , முக்கோணத்தின் பரப்பளவை இரு சம கூறிடும் எனக் காட்டுக.

12. ΔABC ல் D என்பது AB ன் நடுப்புள்ளி. E என்பது CD ன் நடுப்புள்ளியாகும். நீட்டப்பட்ட AE ஆனது BC ஐ F ல் வெட்டினால் ΔDFB ம் ΔAFC ம் பரப்பளவில் சமம் என நிறுவுக.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

9. சதவீதம்

மீட்டல் :

எளிய வட்டி

எளிய வட்டி முறையில் வட்டி கணிக்கும் போது வட்டி கணிக்கப்படும் காலம் முழுமைக்கும் ஆரம்ப முதலுக்கே வட்டி கணிக்கப்படும்.

$$\text{வட்டி} = \frac{\text{முதல் x காலம் x வட்டிசதவீதம்}}{100}$$

9.1 கூட்டுவட்டி

கூட்டு வட்டி முறையில் ஒவ்வொரு வருட இறுதியிலும் வட்டி கணிக்கப்பட்டு வருட இறுதியில் முதலுடன் கூட்டப்படும். இத் தொகை அடுத்த வருட முதலாகக் கொள்ளப்படும். இவ்வாறு கணித்தல் தொடர்ந்து நடைபெறும்.

உதாரணம் 1

ரூபா 30 000 ஐ 10% கூட்டுவட்டிப்படி 3 வருடங்களுக்கு வைப்பிலிட்ட ஒருவருக்கு மூன்று வருட முடிவில் கிடைக்கும் தொகை யாது?

ரூபா 30 000 ற்கு முதல் வருடவட்டி $= \text{ரூபா } 30\,000 \times \frac{10}{100}$

$= \text{ரூபா } 3000$

∴ இரண்டாம் வருட முதல் $= \text{ரூபா } (30\,000 + 3000)$

$= \text{ரூபா } 33\,000$

இரண்டாம் வருட வட்டி $= \text{ரூபா } 33\,000 \times \frac{10}{100}$

$= \text{ரூபா } 3300$

மூன்றாம் வருட முதல் $= \text{ரூபா } (30\,000 + 3300)$

$= \text{ரூபா } 36\,300$

மூன்றாம் வருட வட்டி $= \text{ரூபா } 36\,300 \times \frac{10}{100}$

$= \text{ரூபா } 3630$

மூன்றாம் வருட இறுதியில் கிடைக்கும் தொகை $= \text{ரூபா } (36\,300 + 3630)$

$= \text{ரூபா } 39\,930$

அல்லது

முதலாம் வருட இறுதியில் கிடைக்கும் தொகை $= \text{ரூபா } 30\,000 \times \frac{110}{100}$

$= \text{ரூபா } 33\,000$

இரண்டாம் வருட இறுதியில் கிடைக்கும் தொகை $= \text{ரூபா } 33\,000 \times \frac{110}{100}$

$= \text{ரூபா } 36\,300$

மூன்றாம் வருட இறுதியில் கிடைக்கும் தொகை $= \text{ரூபா } 36.000 \times \frac{110}{100}$

$= \text{ரூபா } 39\,930$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம் 2

ஒரு குறித்த தொகைப் பணத்தை 8% கூட்டுவட்டிக்கு வைப்பிலிட்ட ஒருவர் மூன்று ஆண்டுகளின் முடிவில் பெற்ற மொத்தத் தொகை 18 895.68 எனின், அவர் வைப்பிலிட்ட தொகை எவ்வளவு?

அவர் வைப்பிலிட்ட தொகை $=$ ரூபா x என்க.

முதல் வருட முடிவில் தொகை $=$ ரூபா $x \times \frac{108}{100}$

இரண்டாம் முடிவில் தொகை $=$ ரூபா $\left(x \times \frac{108}{100}\right) \times \frac{108}{100}$

மூன்றாம் முடிவில் தொகை $=$ ரூபா $\left(x \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100}\right) \times \frac{108}{100}$

$$x \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100} = 18895.68$$

$$x = \frac{18895.68 \times 100 \times 100 \times 100}{108 \times 108 \times 108}$$

அவர் வைப்பிலிட்ட தொகை $=$ ரூபா 15 000

பயிற்சி 9.1

1. ஒருவர் ரூபா 50 000 ஐ 8% கூட்டுவட்டிப்படி கடனாகப் பெற்றார். இரண்டு வருட முடிவில் அவர் செலுத்த வேண்டிய மொத்தத் தொகை யாது?

2. ஒருவர் ரூபா 10 000ஐ 12% கூட்டுவட்டிப்படி வைப்பிலிட்டார்.

(i) முதலாம் வருட இறுதியில் வைப்பிலிருக்கும் தொகைக்கான கோவையொன்றைப் பெறுக. (விடையை சுருக்க வேண்டியதில்லை.)

(ii) இரண்டாம் வருட இறுதியில் வைப்பிலிருக்கும் தொகைக்கான கோவையை சுட்டிவடிவில் எழுதுக.

(iii) மூன்றாம் வருட இறுதியில் வைப்பிலிருக்கும் தொகைக்கான கோவையை சுட்டிவடிவில் எழுதுக.

(iv) ரூபா p ஐ r% கூட்டுவட்டிக்கு வைப்பிலிட்டால் n வருடங்களின் பின் வைப்பிலிருக்கும் தொகை $p \times \frac{(100+r)^n}{100}$ எனக் காட்டுக.

3. நிதி நிறுவனம் ஒன்று நிலையான வைப்புகளுக்கு 12% வருட வட்டிவழங்குகிறது. வட்டி 6 மாதத்திற்கு ஒரு தடவை கணிக்கப்பட்டு வைப்பிலுள்ள தொகையுடன் கூட்டப்படுகிறது. ரூபா 10 000 ஐ வைப்பிலிட்ட ஒருவருக்கு ஒரு வருட முடிவில் வைப்பிலுள்ள தொகையைக் காண்க.

4. ஒரு குறித்த தொகைப் பணத்தை 8% வருடாந்த கூட்டுவட்டிக்கு கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் இரண்டு வருடங்களின் பின் கடனை அடைக்கும் போது செலுத்திய தொகை ரூபா 4 665.60 எனின் அவர் கடனாகப் பெற்ற பணம் எவ்வளவு?

இப்பணத்தை 8% எளிய வட்டிக்குப் பெற்றிருப்பின் இரண்டு வருட முடிவில் அவர் செலுத்த வேண்டிய தொகை எவ்வளவு?

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

5. ஒருவர் ஒரு தொகைப் பணத்தை 14% வருடாந்த கூட்டுவட்டிக்கு நிதி நிறுவனம் ஒன்றில் வைப்பலிடுகிறார். இரண்டு வருட முடிவில் ரூபா 1797.60 ஐ வட்டியாகப் பெற்றார் எனின், அவர் வைப்பிலிட்ட தொகை யாது?

6. ரூபா 5 000 ஐ வருடாந்தம் 6% கூட்டுவட்டிப்படி கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் ரூபா 5955.08 ஐ ச் செலுத்தி கடனை அடைத்தால் அவர் எத்தனை வருடங்களின் பின் கடனை அடைத்தார்?

7. ரூபா 10 000 ஐ 5% வருடாந்த வட்டிப்படி எளிய வட்டிக்கும், கூட்டுவட்டிக்கும் கொடுத்தால் 2 வருடத்தில் கிடைக்கும் வட்டி வித்தியாசத்தைக் கணிக்க.

8. நிதி நிறுவனமொன்று ஒவ்வொரு மூன்று மாதங்களுக்கும் வட்டியைக் கணித்து முதலுடன் சேர்க்கின்றது. இத்திட்டத்தில் ரூபா 10 000 ஐ 5% வருடாந்த வட்டிக்கு வைப்பிலிடும் ஒருவருக்கு 9 மாத முடிவில் கிடைக்கும் தொகையைக் காண்க.

9. ஒருவன் 2 ஆண்டுகளின் இறுதியில் கடனைத் திருப்பிச் செலுத்துவதாக உத்தரவாதமளித்து 8% கூட்டுவட்டிக்கு ரூபா 50 000 ஐ கடனாகப் பெற்றுக் கொண்டான்.

(i) முதலாம் வருட இறுதியில் வட்டியைக் காண்க.

(ii) இரண்டாம் வருட இறுதியில் கடனைத் திருப்பிச் செலுத்துவதற்கு தேவையான தொகையைக் காண்க.

(iii) வாக்குறுதியளித்தபடி அவரால் 2 வருடங்களில் கடனைத் திருப்பிச் செலுத்த முடியவில்லை. மேலும் 6 மாதங்களின் பின் ரூபா 61 236 ஐச் செலுத்தி கடனை அடைத்தார். எனின் மேலதிக 6 மாத காலத்திற்கு அறவிடப்பட்ட வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

10. ஆண்டொன்றின் தொடக்கத்தில் ஒருவர் ரூபா 50 000ஐ 10% கூட்டுவட்டிக்கு கடனாகப் பெற்றார். முதலாம் ஆண்டின் இறுதியில் ரூபா 15 000 ஐயும் இரண்டாம் ஆண்டின் இறுதியில் ரூபா 40 000 ஐயும், மீதிப் பணத்தை மேலும் இரு ஆண்டுகளின் இறுதியில் எளிய வட்டிப்படியும் கொடுத்துக் கடனைத் தீர்ப்பதே இக் கொடுக்கல் வாங்கலின் உடன்பாடாகும். அவர் இரண்டாண்டுகளின் முடிவில் ரூபா 4960 ஐக் கொடுத்துக் கடனைத் தீர்த்தார். எனின் எளிய வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

9.2 குறைந்து செல்லும் மீதியில் வட்டியைக் கணித்தலும் தவணைக் கட்டணமும்

வங்கிகள் வழங்கும் பெரும்பாலான கடன்களும், தவணை முறையில் பொருட்களைக் கொள்வனவு செய்யும் முறையிலும் முதலின் ஒரு பகுதி மாதாமாதம் திருப்பிச் செலுத்தப்படுவதால் வட்டி கணிக்க வேண்டிய தொகை குறைந்து கொண்டே செல்கின்றது. இங்கு வட்டி கணிக்கும் முறையை பின்வரும் உதாரணத்தின் மூலம் பார்ப்போம்.

உதாரணம் 3

ஒருவர் வங்கியிலிருந்து ரூபா 10 000ஐ 12% வருட வட்டிப்படி 10 சமமான மாதத் தவணைக் கட்டணங்களாக திருப்பிச் செலுத்தவதாக கடனாகப் பெற்றார். ஒரு மாதத் தவணைக் கட்டணத்தைக் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பெற்ற கடன் $= ரூபா 10\,000$

ஒரு மாதத்தில் செலுத்தப்படும் கடன் பகுதி $= ரூபா \frac{10000}{10}$

$= ரூபா\ 1000$

இத்தவணைக் கட்டணத்திற்காக வட்டி $= ரூபா\ 1000 \times \frac{12}{100} \times \frac{1}{12}$

$= ரூபா\ 10$

ஒவ்வொரு ரூபா 1000 ற்கும் 1 மாத வட்டி ரூபா 10 ஆகும். இது ஒரு மாத அலகிற்கான வட்டி எனப்படும்.

மாதங்கள்	கடன்	வட்டி
1ம் மாதம்	ரூபா 10 000	ரூபா 10×10
2ம் மாதம்	ரூபா 9 000	ரூபா 10×9
3ம் மாதம்	ரூபா 8 000	ரூபா 10×8
"	"	"
10ம் மாதம்	ரூபா 1 000	ரூபா 10×1

∴ செலுத்த வேண்டிய வட்டி $= ரூபா\ 10 \times 10 + ரூபா\ 10 \times 9 + ரூபா\ 10 \times 1$

$= ரூபா\ 10(10 + 9 + 8 + ...1)$

$= ரூபா\ 10 \times \frac{10}{2} \times (10 + 1)$

[$10 + 9 + 8 \times ..... + 1$ என்பது ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் அமைந்துள்ளது. இக் கூட்டுத்தொகை மொத்த மாத அலகுகள் எனப்படும்.]

∴ மொத்த வட்டி $= ரூபா\ 10 \times \frac{110}{2}$

$= ரூபா\ 550$

∴ ஒரு மாதத் தவணைக் கட்டணம் $= ரூபா \frac{10000 + 550}{10}$

$= ரூபா \frac{10550}{10}$

$= ரூபா\ 1050$

இங்கு கவனிக்கப்பட வேண்டியது

தவணைக் கட்டணங்களின் எண்ணிக்கை n எனின்

மொத்த மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை $= n + (n-1) + (n-2) + ... + 1$

$= \frac{n(n+1)}{2}$

செலுத்த வேண்டிய மொத்த வட்டி = ஒரு மாதக் கடனிற்கான வட்டி X மொத்த மாத அலகுகள்

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம் 2

மோட்டார் சைக்கிளொன்றின் விலை ரூபா 125 000 ஆகும். ரூபா 35 000 ஐ முற்பணமாகச் செலுத்தி மீதியை 24 மாத சமமாதத் தவணைக் கட்டணங்களாகச் செலுத்துவதன் மூலம் கொள்வனவு செய்யமுடியும். இதற்கான வருட வட்டி 24 % அறவிடப்படும்.

(i) முற்பணம் செலுத்திய பின் கடன் தொகை எவ்வளவு?
(ii) ஒரு மாதத்திற்கான கடன் பகுதி எவ்வளவு ?
(iii) ஒரு மாதக் கடன் பகுதிக்கான வட்டி எவ்வளவு?
(iv) மொத்த மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?
(v) செலுத்த வேண்டிய மொத்த வட்டி எவ்வளவு?
(vi) செலுத்த வேண்டிய தவணைக் கட்டணம் எவ்வளவு?

(i) கடன் தொகை = ரூபா 125 000 - ரூபா 35 000
= ரூபா 90 000

(ii) ஒரு மாதத் கடன் பகுதி = ரூபா $\frac{90000}{24}$
= ரூபா 3750

(iii) ஒரு மாதக் கடன் பகுதிக்கான வட்டி = ரூபா $3750 \times \frac{24}{100} \times \frac{1}{12}$
= ரூபா 75

(iv) மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை = $\frac{24}{2}(24+1)$
= 300

(v) செலுத்த வேண்டிய மொத்த வட்டி = ரூபா 75×300
= ரூபா 22 500

(vi) ஒரு மாத தவணைக் கட்டணம் = ரூபா $\frac{(10\,000 + 22\,500)}{24}$
= ரூபா 4 687.50

உதாரணம் 5

வீட்டுபகரணம் தொகுதி ஒன்றின் விலை ரூபா 15 000 ஆகும் முதலில் ரூபா 3 000 ஐச் செலுத்தி, மீதியை ஒவ்வொன்றும் ரூபா 1266 வீதம் 10 சமமான மாதத் தவணைக் கட்டணங்களாகச் செலுத்தி வாங்க முடியும்.

(i) ஒரு மாதத்திற்கான கடன் பணம் எவ்வளவு?
(ii) செலுத்தப்படும் மொத்த வட்டி எவ்வளவு?
(iii) மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு
(iv) மாத அலகுகொன்றிற்கான வட்டி எவ்வளவு?
(v) வட்டி வீதம் யாது?

(i) ஒரு மாத கடன் பணம் = ரூபா $\frac{(15\,000 - 3\,000)}{10}$
= ரூபா 1200

(ii) செலுத்திய வட்டி = ரூபா $(1266 \times 10 - 12\,000)$
= ரூபா 660

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(iii) மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{10}{2}(10+1)$

$= 55$

(iv) ஒரு மாத அலகிற்கான வட்டி $=$ ரூபா $\frac{660}{55}$

$=$ ரூபா 12

(v) வட்டி வீதம் $= \frac{12}{1200} \times 100 \times 12$

$= 12\%$

பயிற்சி 9.2

1. கண்ணன் என்பவர் ரூபா 1 200 000 ஐ வீடமைப்பு கடனாகப் பெற்றார். அவர் இக் கடனை 18% வருட வட்டியுடன் 5 வருடங்களில் சமமான மாதத் தவணைக் கட்டணங்களாச் செலுத்த வேண்டும்.

(i) மாதம் ஒன்றிற்கான கடன் பணத்தைக் காண்க.

(ii) ஒரு மாதக் கடன் பணத்திற்குரிய ஒரு மாத வட்டியைக் காண்க.

(iii) வட்டி கணிக்கப்பட வேண்டிய மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(iv) மொத்த வட்டியைக் காண்க.

(v) தவணைக் கட்டணம் ஒன்றின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

2. காசுப் பெறுமதி ரூபா 74 500 பெறுமதியான தளபாடத் தொகுதி யொன்றை ரூபா 14500ஐ முற்பணமாகச் செலுத்தி மீதியை 33% வட்டியுடன் ஒரு வருடத்தினுள் சமமான மாதத் தவணைக் கட்டணங்களாகச் செலுத்தி வாங்க முடியும்.

(i) செலுத்த வேண்டிய மொத்த வட்டியைக் காண்க.

(ii) ஒரு மாதத் தவணைக் கட்டணத்தின் பெறுமதியைக் காண்க.

3. ரூபா 85 000 பெறுமதியான தையல் இயந்திரம் ஒன்று முதலில் ரூபா 25 000 செலுத்தப்பட்டு பின்னர் மீதி 6 சமமாதத் தவணைக் கட்டணங்களாக 18% வருட வட்டியுடன் செலுத்தவதன் மூலம் கொள்வனவு செய்யப்பட்டது. தவணைக் கட்டணம் ஒன்றன் பெறுமானம் எவ்வளவு ?

4. அரச ஊழியர் ஒருவரின் மாதச் சம்பளம் ரூபா 24 000 அவர் சம்பள முற்பணமாக 5 மாதச் சம்பளத்தை முற்பணமாகப் பெற்றுக் கொண்டு 18% வட்டிப்படி 5 வருடங்களில் சமமான தவணைக் கட்டணங்களாகச் செலுத்தினார். அவரது மாதாந்த தவணைக் கட்டணத்தைக் காண்க.

5. உடன் காசுப் பெறுமதி ரூபா 78 000 உள்ள சலவை இயந்திரம் ஒன்றை ரூபா 30 000 ஐ முற்பணமாகச் செலுத்தி மீதியை 8% வட்டியுடன் 12 சமமான மாதத் தவணைக் கட்டணமாகச் செலுத்தி கொள்வனவு செய்யமுடியும். இக் கொள்வனவுக்கான தவணைக் கட்டணம் யாது?

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

6. கைக்காசுக்கு ரூபா 15 000 ற்கு கொள்வனவு செய்யத்தக்க வானொலிப்பெட்டி ஒன்றை ரூபா 6500ஐ முற்பணமாகச் செலுத்தி மீதியை ரூ 680 கொண்ட 17 சமமாதத் தவணைத் கட்டணங்களாகச் செலுத்தி வாங்க முடியும்

(i) ஒரு மாதக் கடன் தொகை யாது?
(ii) செலுத்திய மொத்த வட்டி யாது?
(iii) மொத்த மாத அலகுகள் எத்தனை?
(iv) ஒரு மாதத்திற்கான வட்டி யாது?
(v) அறிவிடப்பட்ட ஆண்டு வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

7. ரூபா 15 000 பெறுமதியான வீட்டுப் பாவனைப் பொருட் தொகுதியொன்றை ரூபா 1830 வீதம் 10 சமமான மாதத் தவணைக் கட்டணைங்களாகச் செலுத்தி வாங்க முடியும்.

(i) ஒரு மாதக் கடன் பெறுமதி யாது?
(ii) செலுத்த வேண்டிய வட்டி யாது?
(iii) மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை எத்தனை?
(iv) மாத அலகொன்றிற்கான வட்டி யாது?
(v) வருட வட்டி வீதம் யாது?

8. ரூபா 20 000 பெறுமதியான குளிர் சாதனப் பெட்டியொன்றை ரூபா 8 000ஐ முற்பணமாகச் செலுத்தி மீதியை ரூபா 2600, ரூபா 2500, ரூபா 2400, ரூபா 2300, ரூபா 2200, ரூபா 2100 என்னும் 6 மாதத் தவணைக் கடனங்களாகச் செலுத்தி ஒருவர் வாங்கினார்.

(i) முற்பணம் செலுத்திய பின் அவர் அவர் கொடுக்க வேண்டிய கடன் தொகை எவ்வளவு?
(ii) மேலுள்ள கடன் தொகைக்காக அவர் செலுத்திய வட்டி யாது?
(iii) குறைந்து செல்லும் மீதியில் வட்டி கணிக்கப்பட்டது எனின் ஆண்டு வட்டி யாது?
(iv) இதே ஆண்டு வட்டி வீதத்தில் சமமான 6 மாதத் தவணைக் கட்டணமாகச் செலுத்த வேண்டுமாயின் தவணைக் கட்டணத்தின் பெறுமதி யாது?

9. ரூபா 27 500 பெறுமதியான தளபாடத் தொகுதியொன்றை ரூபா 9 500ஐ முற்பணமாகச் செலுத்தி மீதியை ரூபா 1857.50 கொண்ட 12 சமமாதத் தவணைக் கட்டணம் செலுத்தி வாங்க முடியும் எனின் அறவிடப்பட்ட வருட வட்டி வீதம் யாது?

10. ரூபா p பெறுமதியான பொருளொன்றை x ரூபா கொண்ட n சமமான மாதத் தவணைக் கட்டணங்களாகச் செலுத்தி வாங்க முடியும். அறவிடப்பட்ட வருட வட்டி வீதம் r எனின், $r = \dfrac{2400(p - nx)}{p(n+1)}$ என காட்டுக.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

10. பங்குச் சந்தை

10.1 அறிமுகம்

வியாபார நடவடிக்கைக்குத் தேவையான மூலதனத்தை கம்பனிகள் பொதுமக்களுக்கு பங்குகளை விற்பதன் மூலம் பெற்றுக் கொள்கின்றன. கம்பனியின் பங்குகளை வாங்கும் ஒவ்வொருவரும் அக்கம்பனியில் பங்குதாரர் ஆகின்றனர். பங்குதாரர் தமது பங்குகளின் எண்ணிக்கைக்கு விகிதசமனான உரிமைத்துவத்தைக் கொண்டிருப்பர்.

10.2 ஆரம்பநிலை பங்குச் சந்தை (Primary Market)

ஒரு நிறுவனமானது தனது வியாபாரத்தை ஆரம்பிக்கும் போது தனக்குத் தேவையான மூலதனத்தைத் திரட்டுவதற்காக எதிர்பார்க்கும் மூலதனத் தொகையை சமமாகப் பிரித்து பொதுமக்களுக்கு வழங்கும் நடவடிக்கை ஆரம்பச் சந்தை எனப்படும்.

உதாரணமாக கம்பனி A யானது மூலதனமாக ரூபா 3 000 000ஐ திரட்ட விரும்புகிறது என்போம். அது ரூபா 10 பெறுமதியான பங்குகளாக விநியோகிக்க விரும்புகிறது. எனின் கம்பனி 300 000 பங்குகளை விற்க வேண்டும்.

இக் கம்பனியில் தேவன் என்பவர் ரூ 30 000ஐ முதலிட்டார் எனின்

தேவன் வாங்கிய பங்குகளின் எண்ணிக்கை $= \dfrac{\text{ரூபா } 30\,000}{\text{ரூபா } 10}$

$= 3000$ பங்குகள்

அவருடைய பங்கிற்கான உரிமம் $= \dfrac{3000}{300\,000} \times 100\%$

$= 1\%$

10.3 பங்கிலாபம்

ஒவ்வொரு கம்பனியும் பங்கொன்றிற்கான இலாபத்தைத் தீர்மானித்து வழங்குகின்றன. மேற்படி உதாரணத்தில் கம்பனி A யானது ஒரு பங்கிற்கு ரூ 1.50 ஐ இலாபமாக வழங்குகிறது எனின்

தேவனுக்குக் கிடைக்கும் பங்கு இலாபம் = ரூபா $1.50 \times 3\,000$

= ரூபா 4500

10.4 இரண்டாம் நிலைச் சந்தை (Secondary Market)

முதலாம் நிலைச் சந்தையில் பங்குகளை விற்ற பின்னர் வியாபார நடவடிக்கை தொடர்ந்து நடைபெற்றுக் கொண்டிருக்கும் போது பங்கின் விலையானது கூடலாம் அல்லது குறையலாம். இக்கம்பனியில் முதலீடு செய்ய விரும்பும் ஒருவர் அல்லது ஏற்கனவே பங்குகளை வைத்திருக்கும் ஒருவர் இரண்டாம் நிலைப் பங்குச் சந்தையில் பங்குத் தரகர்களினூடாக தேவையான நடவடிக்கைகளை மேற்கொள்ள முடியும்.

10.5 மூலதன இலாபம்/நட்டம்

கம்பனியொன்றில் பங்குகளை வைத்திருக்கும் ஒருவர் அதனை இரண்டாம் நிலை பங்குச் சந்தையில் விற்பதனால் அவருக்கு ஏற்படும் இலாபம் அல்லது நட்டம் மூலதன இலாபம் அல்லது நட்டம் எனப்படும்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

தேவன் தனது 3000 பங்குகளையும் பங்குச்சந்தையில் ரூபா 15 ற்கு விற்றார் எனின்,

பங்குகள் விற்றதனால் பெற்ற பணம்	= ரூபா 15 x 3 000
	= ரூபா 45000
அவருக்கு ஏற்பட்ட மூலதன இலாபம்	= ரூபா 45 000 - ரூபா 30 000
	= ரூபா 15000

எதிர்காலத்தில் பங்குகளின் விலை அதிகரிக்கும் என்ற ஊகத்தின் அடிப்படையிலேயே மக்கள் பங்குகளில் முதலீடு செய்கின்றனர்.

உதாரணம் 1

பங்கொன்றிற்கு ரூபா 5 ஐ இலாபமாக வழங்கும் கம்பனியொன்றின் 10 000 பங்குகளை ரூபா 30 வீதம் ஒருவர் வாங்கினர்.

(i) அவர் கம்பனியில் முதலீடு செய்த தொகை யாது ?

(ii) அவருக்குக் கிடைக்கும் பங்கு இலாபம் எவ்வளவு ?

(i) கம்பனியில் முதலீடு	= ரூபா 30 x 10 000
	= ரூபா 300 000
(ii) அவருக்குக் கிடைக்கும் பங்கிலாபம்	= ரூபா 5 x 10 000
	= ரூபா 50 000

உதாரணம் 2

கம்பனியொன்று ரூபா 20 பெறுமதியான 1 000 000 பங்குகளை விநியோகம் செய்தது. பங்கொன்றிற்கான இலாபம் ரூபா 3 ஆகும்.

(i) இதன் மூலம் கம்பனி திரட்டிய மூலதனம் யாது?

(ii) கோபன் என்பவர் இக்கம்பனியில் ரூபா 500 000 ஐ முதலீடு செய்தார்.
  (a) அவர் எத்தனை பங்குகளை வாங்கினார் ?
  (b) அவருக்குக் கிடைக்கும் பங்கிலாபம் எவ்வளவு ?

(iii) அவர் இப் பங்குகள் முழுவதையும் பங்குச் சந்தையில் ரூ 25 வீதம் விற்றார் எனின் ஏற்பட்ட முதலீட்டு இலாபம் எவ்வளவு?

(i) கம்பனியில் திரட்டிய மூலதனம்	= ரூபா 20 x 1 000 000
	= ரூபா 20 000 000
(ii) (a) கோபன் வாங்கிய பங்குகளின் எண்ணிக்கை	= $\frac{\text{ரூபா } 500\,000}{\text{ரூபா } 20}$
	= 25 000
(b) அவருக்குக் கிடைக்கும் பங்கிலாபம்	= ரூபா 3 x 25 000
	= ரூபா 75 000
(iii) பங்குகளை விற்றுப் பெற்ற பணம்	= ரூபா 25 x 25 0000
	= ரூபா 625 000
ஏற்பட்ட மூலதன இலாபம்	= ரூபா 625 000 - ரூபா 500 000
	= ரூபா 125 000

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 10

1. ஒரு பங்கின் பெறுமானம் ரூபா 20 கொண்ட 80 000 பங்குகளை விற்பனை செய்த கம்பனியின் மூலதன திரட்சி யாது?

2. ஒரு பங்கின் பெறுமானம் ரூபா 15 கொண்ட பங்குகளில் 5000 பங்குகளைக் கொள்வனவு செய்ய எவ்வளவு முதலீடு செய்ய வேண்டும்?

3. பங்கொன்றிற்கு ரூபா 2.50ஐ இலாபமாக வழங்கும் கம்பனியொன்றில் 3 000 பங்குகளை வைத்திருக்கும் ஒருவருக்கு கிடைக்கும் பங்கிலாபம் எவ்வளவு?

4. முதல் நிலைச் சந்தையில் ரூபா 20 ற்கு 7 000 பங்குகளை ஒருவர் கொள்வனவு செய்திருந்தார். இரண்டாம் நிலைச் சந்தையில் அப்பங்கின் விலை ரூபா 25 ஆக உயர்ந்தது எனின் அவருக்குக் கிடைக்கக் கூடிய மூலதன இலாபம். எவ்வளவு?

5. ஒருவர் ரூ 108 விலையுள்ள பங்குகளில் 500 ஐ வைத்திருந்தார். இம் முதலீட்டில் அவர் 20% மூலதன இலாபம் அடைய விரும்பினால் அவர் ஒரு பங்கை என்ன விலைக்கு விற்க வேண்டும்?

6. ரூபா 50 விலையுள்ள பங்குகளில் 4 000 பங்குகளை ஒருவர் கொள்வனவு செய்தார். எதிர்காலத்தில் அப்பங்கின் விலை 8% ஆல் அதிகரிக்கும் என அவர் ஊகித்தார். அவர் ஊகம் சரியானது எனின்
   (i) 2ம் வருட முடிவில் பங்குகொன்றின் விலை யாது?
   (ii) 2ம் வருட முடிவில் அவர் தனது பங்குகளனைத்தையும் விற்றார் எனின் அவருக்குக் கிடைக்கும் மூலதன இலாபம் யாது.
   (iii) கம்பனியானது பங்கொன்றிற்கு ரூபா 4ஐ பங்கிலாபமாக வழங்கியது எனின் இம் முதலீட்டின் மூலம் அவர் பெற்றுக் கொண்ட மொத்த இலாபம் யாது?

7. கம்பனி Aல் ரூபா 60 பங்குகளில் 10 000ஐ வைத்திருந்த ஒருவர் அவற்றை விற்று கம்பனி Bன் ரூபா 75 பங்குகளில் முதலீடு செய்தார். கம்பனி Bன் பங்குகளின் விலை 20% அதிகரிக்கும் என்பது அவரது எதிர்பார்ப்பாகும்.
   (i) கம்பனி Aல் பங்குகளை விற்றுப் பெற்ற பணம் எவ்வளவு?
   (ii) கம்பனி Bல் வாங்கிய பங்குகள் எத்தனை?
   (iii) எதிர்பாராத விதமாக அவர் தனது கம்பனி Bயிலுள்ள பங்குகளை ரூபா 72ற்கு விற்க நேரிட்டது எனின் அவருக்கு ஏற்பட்ட முதலீட்டு நட்டம் எவ்வளவு?
   (iv) அவர் எதிர்பார்த்தபடி நடந்திருந்தால் அவருக்கு ஏற்படக் கூடிய முதலீட்டு இலாபம் எவ்வளவு?

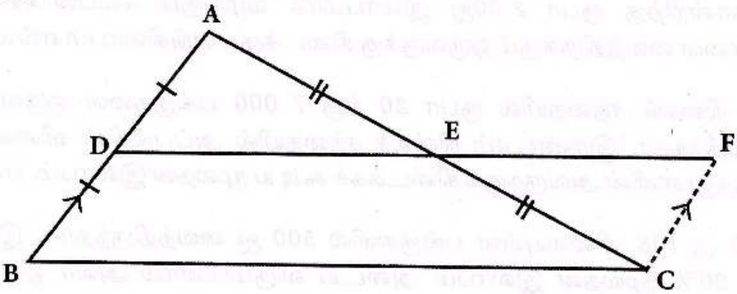
8. ஒருவர் கம்பனி X ல் 100 000 பங்குகளை ரூபா 15 வீதம் வாங்கினார். இக்கம்பனி ஒரு பங்கிற்கு ரூபா 3 ஐ பங்கிலாபமாக வழங்குகிறது.
   (i) அவர் கம்பனி X ல் முதலிட்ட தொகை யாது?
   (ii) அவருக்குக் கிடைக்கும் பங்கிலாபம் எவ்வளவு?
   இன்னொருவர் கம்பனி Yல் 75000 பங்குகளை ரூபா 50 வீதம் வாங்கினார். கம்பனி B பங்கொன்றிற்கு ரூபா 8ஐ பங்கிலாபமாக வழங்குகிறது.
   (iii) இவர் கம்பனி Bல் முதலிட்ட தொகை யாது?
   (iv) இவருக்கு கிடைக்கும் பங்கிலாபம் எவ்வளவு?
   (v) எக்கம்பனியில் முதலீடு செய்வது இலாபகமானது?

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

11. நடுப்புள்ளித் தேற்றம்

தேற்றம்

ஒரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளைத் தொடுக்கும் நேர்கோடு மூன்றாம் பக்கத்திற்குச் சமாந்தரமாயும், அதன் அரைப்பங்காயும் அமையும்.



தரவு : ABC ஒரு முக்கோணியாகும். DE என்பது AB, AC ன் நடுப்புள்ளிகளாகிய D,E என்பவற்றை தொடுக்கும் நேர் கோடாகும்.

நிறுவவேண்டியது : (I) DE//BC (ii) DE = $\frac{1}{2}$ BC

அமைப்பு : CF என்பதை BA ற்குச் சமாந்தரமாகுமாறும் நீட்டப்பட்ட DE ஐ F சந்திக்குமாறும் வரைக.

நிறுவல்:

$\Delta ADE, \Delta CFE$ என்பவற்றில்

$AE = CE$ (தரவு)

$A\hat{D}E = C\hat{F}E$ (ஒ.வி∢ $BA // CF$)

$A\hat{E}D = C\hat{E}F$ (கு.எ.∢ கள்)

$\therefore \Delta ADE \equiv \Delta CEF$ (கோ.கோ.ஓ.ப)

$\Delta ADE \equiv \Delta CFE =$ (கோ.கோ.ஓ.ப)

$\therefore AD = CF, DE = FE$

ஆனால் $AD = BD$ (தரவு)

$\therefore BD = CF$

இனி, நாற்பக்கல் $DBCF$ ல் எதிர்ப்பக்கங்கள் BD ம CF ம் ஒன்றுக்கொன்று சமனும் சமாந்தரமுமாகும்.

$\therefore DBCF$ ஓர் இணைகரம்.

$\therefore DE // BC$; $DF // BC$

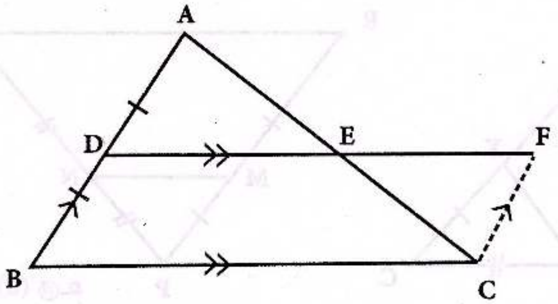
ஆனால் $DF = FE \Rightarrow DE = \frac{1}{2} DF$

$\therefore DE = \frac{1}{2} BC$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

நடுப்புள்ளித் தேற்றத்தின் மறுதலைத் தேற்றம்

ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கத்தின் நடுப்புள்ளியினூடாக வேறொரு பக்கத்திற்குச் சமாந்தரமாக வரையப்படும் நேர் கோடு மூன்றாம் பக்கத்தை இரு சம கூறாக்கும்.



தரவு : முக்கோணி ABC ல் பக்கம் AB ன் நடுப்புள்ளி D ஆகும். D யினூடாக BC ற்குச் சமாந்தரமாக வரையப்பட்ட கோடு AC யை E ல் சந்திக்கிறது.

நிறுவ வேண்டியது : AE = CE

அமைப்பு : CF என்பதை BA ற்குச் சமாந்தரமாகவும் நீட்டப் பட்ட DE ஐ F ல் சந்திக்குமாறும் வரைக.

நிறுவல்:

$DF \quad // \; BC$ (தரவு)

$BD \quad = CF$ (அமைப்பு)

∴ $BCFD$ ஓர் இணைகரமாகும்.

∴ $BD \quad = \; CF$

ஆனால் $BD \quad = AD$ (தரவு)

∴ $AD \quad = \; CF$

இனி, ΔADE, ΔCFE இரண்டிலும்,

$\hat{ADE} \quad = \hat{CEF}$ (ஒ.வி∢ , $BA//CF$)

$\hat{AEE} \quad = \hat{CEF}$ (கு.எ∢)

$\hat{AED} \quad = \hat{CEF}$ (கு.எ.∢)

$AD \quad = CF$ (நிறுவப்பட்டது)

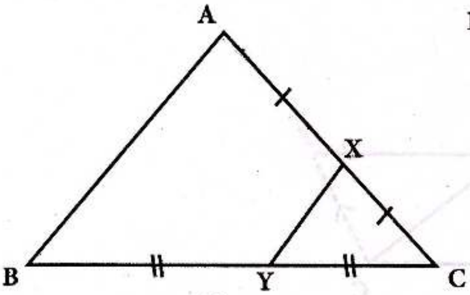
∴ $\Delta ADE \equiv \Delta CFE$ (கோ.கோ.ஒ.ப)

∴ $AE \quad = CE$

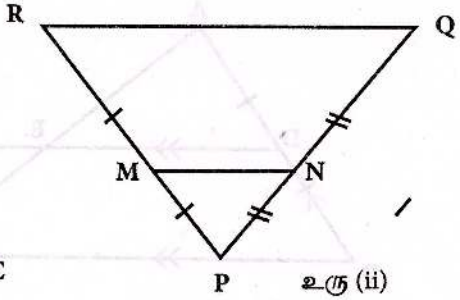
Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 11

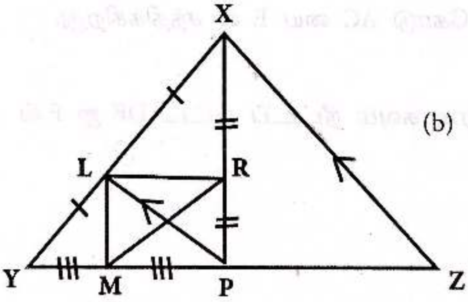
1. பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் நடுப்புள்ளித் தேற்றத்தின் தொடர்பை எழுதிக் காட்டுக.



உரு (i)



உரு (ii)



உரு (iii)

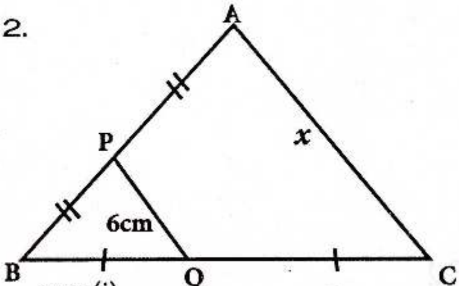
(a) உரு (i) லும் (ii) இலும் நடுப்புள்ளித் தேற்றத்தைக் கொண்டு 2 தொடர்புகளை எழுதுக.

(b) (i) உரு (ii)ல் ΔXYZ ஐ கருத்தில் கொண்டு இரு தொடர்புகளை எழுதுக.

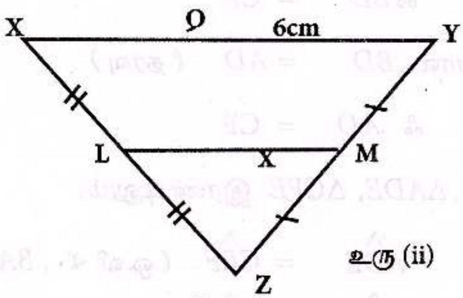
(ii) ΔXYP ஐ கருத்தில் கொண்டு 4 தொடர்புகளை எழுதுக.

(iii) நாற்பக்கல் LMPQ பற்றி யாது கூறுவீர்.

2.

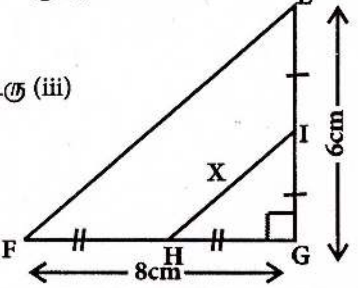


உரு (i)

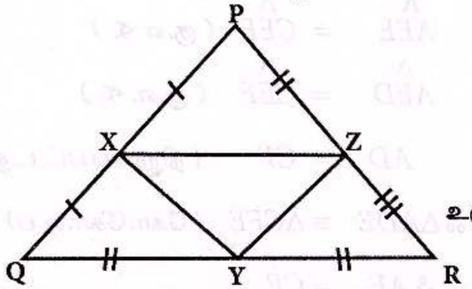


உரு (ii)

உரு (iii)



C



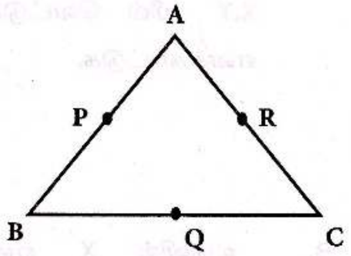
உரு (iv)

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(a) உரு (i) , (ii) , (iii) என்பவற்றில் x ன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(b) உரு (iv) ல் ΔPQR ன் சுற்றளவு 36 cm எனின் ΔXYZ ன் சுற்றளவைக் காண்க.

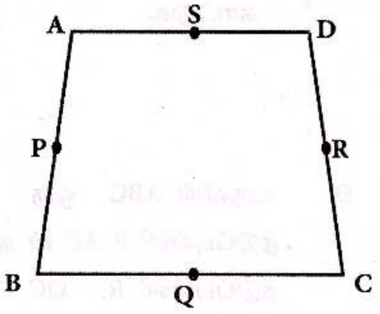
3. உருவில் சமபக்க முக்கோணி ABC ன் பக்கங்கள் AB, BC, CA ன் நடுப்புள்ளிகள் முறையே P,Q,R எனின் PQR ஓர் சமபக்க முக்கோணி எனக் காட்டுக.



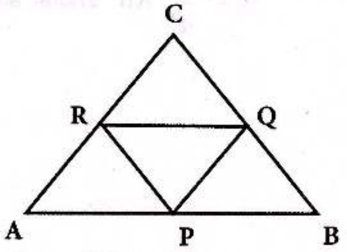
4. நாற்பக்கல் ABCD ல் AB, BC, CD, DA என்பவவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே P,Q,R,S ஆகும்.

(i) PQRS ஓர் இணைகரம் என நிறுவுக. (உதவி ; மூலைவிட்டம் ஒன்றை இணைக்க.

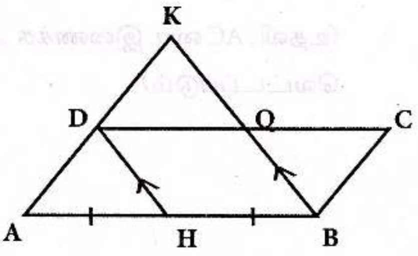
(ii) AC+BD =13 cm எனின் இணைகரம் PQRS ன் சுற்றளளவைக் காண்க.



5. உருவில் ΔABC ன் பக்கங்கள் AB, BC, CA ன் நடுப்புள்ளிகள் முறையே P, Q, R எனின் PQRA ஓர் இணைகரம் என நிறுவுக.

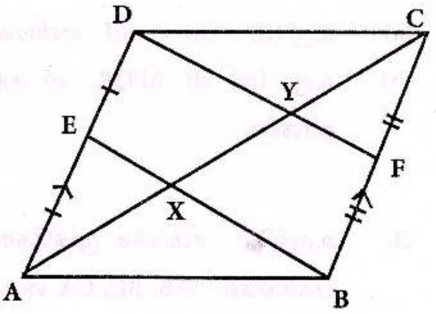


6. உருவில் ABCD ஓர் இணைகரம், ABன் நடுப்புள்ளி H. HD//BK எனின் DK = BC என நிறுவுக.

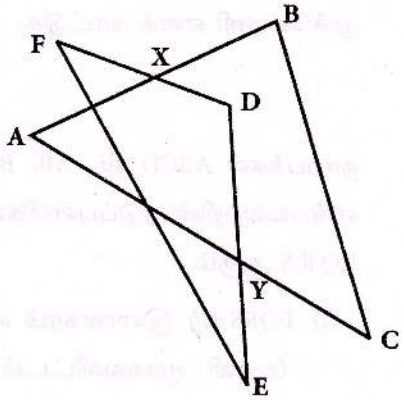


Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

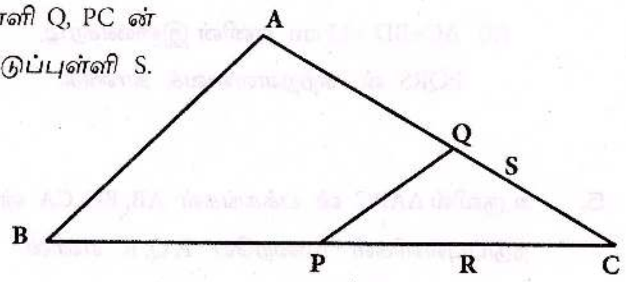
7. உருவில் ABCD ஓர் இணைகரம். AD, EF ன் நடுப்புள்ளிகள் முறையே E, F ஆகும். BE, DF என்பன AC யை முறையே X,Y யில் வெட்டுகின்றன. AX=XY=YC எனக் காட்டுக.



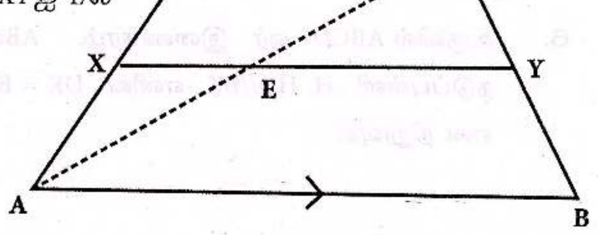
8. உருவில் X என்பது AB, DF ன் நடுப்புள்ளியாகும். Y என்பது AC, DE ன் நடுப்புள்ளியாகும். FE=BC எனக் காட்டுக.



9. உருவில் ABC ஒரு முக்கோணி BCன் நடுப்புள்ளி P, AC ன் நடுப்புள்ளி Q, PC ன் நடுப்புள்ளி R, QC ன் நடுப்புள்ளி S. RS= $\frac{1}{4}$ AB எனக் காட்டுக.



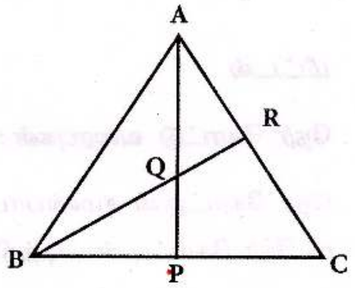
10. உருவில் ABCD ஓர் சரிவகம் - AD ன் நடுப்புள்ளி X, XY//AB எனின்
XY= $\frac{1}{2}$ (AB+DC) எனக் காட்டுக.
(உதவி ; AC யை இணைக்க அது XY ஐ E ல் வெட்டப்படும்)



Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

11. உருவில் ABC முக்கோணத்தில். BC ன் நடுப்புள்ளி P. AP ன் நடுப்புள்ளி Q. நீட்டப்பட்ட BQ ஆனது. AC யை R ல் சந்திக்கிறது.

AC = 3AR என நிறுவுக.



12. முக்கோணம் ABC ல் B ஒரு செங்கோணமாகும் ΔBCX ஒரு இருசமபக்க முக்கோணியாகுமாறு X என்பது முக்கோணிக்கு வெளியே உள்ள ஒரு புள்ளி X இலிருந்து BA ற்கு சமாந்தரமாக வரையப்படும் கோடு AC யை இருகூறிடும் என நிறுவுக.

13. நாற்பக்கலொன்றின் மூலைவிட்டங்கள் செங்கோணமாக வெட்டிக் கொள்ளும் எனின் அதனுடைய நாலுபக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளும் ஒரு செவ்வகத்தின் உச்சிகள் எனக் காட்டுக.

14. நாற்பக்கலொன்றின் மூலலைவிட்டங்கள் சமன் எனின் அதன் நான்கு பக்கங்களினதும் நடுப்புள்ளிகள் ஒரு சாய்சதுரத்தின் உச்சிகள் எனக் காட்டுக.

15. முக்கோணம் ABC ன் பக்கம் BC ன் நடுப்புள்ளி D. CA என்பது E க்கு நீட்டப்பட்டுள்ளது. $B\hat{A}E$ ன் இரு கூறாக்கிக்கு B யிலிருந்து வரையப்பட்ட செங்குத்து BR. நீட்டப்பட்ட BR நீட்டப்பட்ட CE ஐ X ல் சந்திக்கிறது. DR $\frac{1}{2}$ (AB+AC) எனக் காட்டுக.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

12. வரைபுகள்

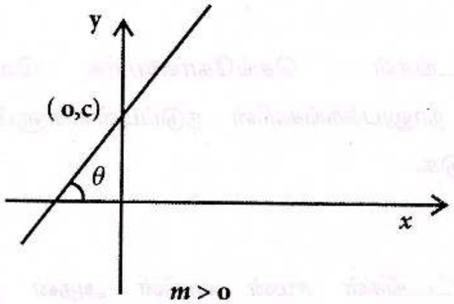
மீட்டல்

நேர் கோட்டு வரைபுகள் :

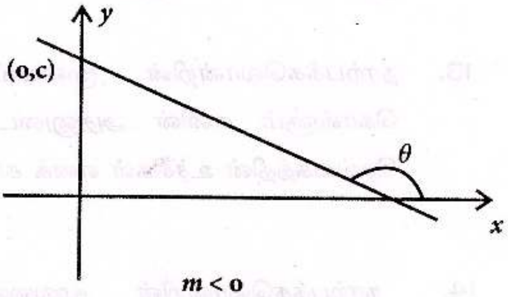
நேர் கோட்டின் சமண்பாட்டினை $y = mx + c$ எனும் வடிவில் எழுத முடியும். இங்கு m நேர் கோட்டின் படித்திறன், c, y அச்சில் அமைக்கும் வெட்டுத்துண்டாகும்.

படித்திறன் m நேராயின் நேர் கோடு, x அச்சின் நேர்த் திசையுடன் அமைக்கும் கோணம் கூர்ங்கோணமாகும்.

படித்திறன் m மறை எனின் நேர் கோடு, x அச்சின் நேர்த் திசையுடன் அமைக்கும் கோணம் விரிகோணமாகும்.



θ - **கூர்ங்கோணம்**



θ - **விரிகோணம்**

பரவளைவு வரைபுகள்

$y = ax^2$ வடிவிலானது

வகை (i) - $a > o$ எனின்

இழிவுப் பெறுமானம் o

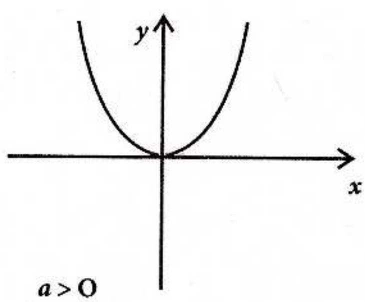
சமச்சீரச்சின் சமன்பாடு $x = o$

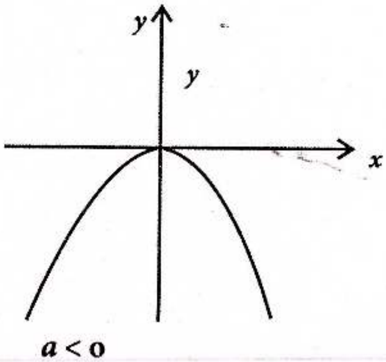
$y = ax^2$ வடிவிலானது

வகை (ii) - $a > o$ எனின்

உயர்வுப் பெறுமானம் o

சமச்சீரச்சின் சமன்பாடு $x = 0$





$a < o$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

y= $ax^2 + b$ **வடிவிலான வரைபுகள்**

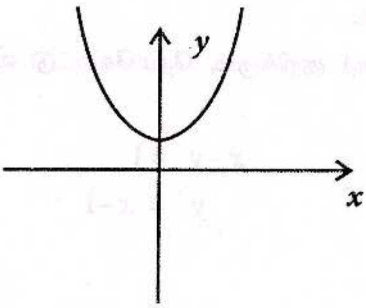
வகை (i) - $a > o$, $b > o$

இழிவுப் பெறுமானம் b

சமச்சீரச்சின் சமன்பாடு $x = o$

y= ax^2 என்னும் வளையி b அலகு

மேல் நோக்கி நகர்ந்திருக்கும்



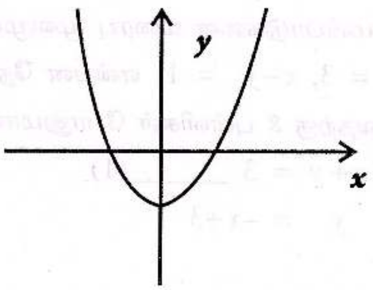
வகை (ii) - $a > o$, $b < o$

இழிவுப் பெறுமானம் b

சமச்சீரச்சின் சமன்பாடு $x = o$

y= ax^2 என்னும் வளையி b அலகு

கீழ் நோக்கி நகர்ந்திருக்கும்



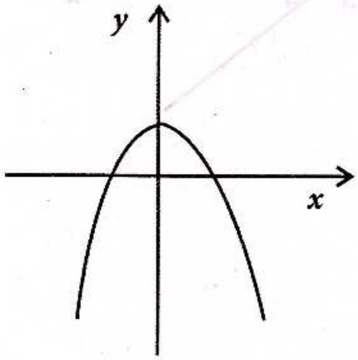
வகை (iii) - $a < o$ வடி $b > o$

உயர்வுப் பெறுமானம் b

சமச்சீரச்சின் சமன்பாடு $x = o$

y= ax^2 என்னும் வளையி b அலகு

மேல் நோக்கி நகர்ந்திருக்கும்



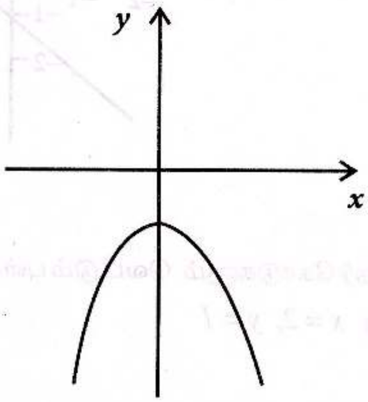
வகை (iv) - $a < o$, $b < o$

உயர்வுப் பெறுமானம் b

சமச்சீரச்சின் சமன்பாடு $x = o$

y= ax^2 என்னும் வளையி b அலகு

கீழ் நோக்கி நகர்ந்திருக்கும்



Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

12.1 **இரு மாறிகளைக் கொண்ட ஏகபரிமாணச் சமன்பாடுகளை வரைபு மூலம் தீர்த்தல்.**

உதாரணம் 1

$x+y = 3$

$x-y = 1$ என்ற இரு சமன்பாடுகளையும் கருதுக.

$x+y = 3$ ______(1)

$x-y = 1$ ______(2)

$(1)+(2) \quad 2x = 4$

$x = 2$

$x=2$ எனின்

$y=1$ ஆகும்

எனவே தீர்வு $x = 2$

$y = 1$

இச் சமன்பாடுகளை வரைபு மூலமும் தீர்க்கலாம்.

$x+y = 3, x-y = 1$ என்பன நேர்கோடுகளைக் குறிக்கும், நேர் கோட்டு வரைபை வரைவதற்கு 2 புள்ளிகள் போதுமானவை.

$x+y = 3$ ______(1)

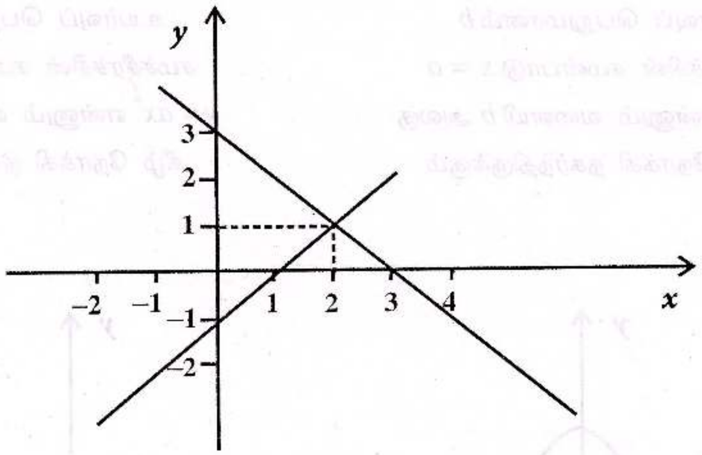
$y = -x+3$

x	-1	0	1
y	4	3	2

$x-y = 1$

$y = x-1$

x	-1	0	1
y	-2	-1	0



இரு நேர்கோடுகளும் வெட்டும் புள்ளி (2,1)

∴ தீர்வு $x=2, y=1$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம் 2

$2x+3y = 4$, $3x+2y=1$ என்னும் இரு சமன்பாடுகளையும் வரைபு மூலம் தீர்க்க.

$2x+3y = 4$ ______ (1)

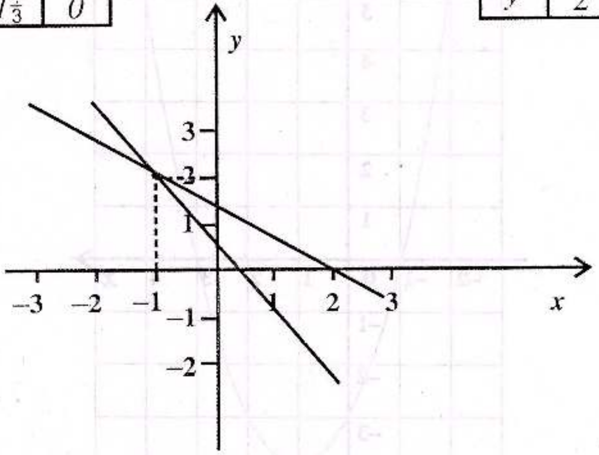
$y = \frac{1}{3}(4-2x)$

$3x+2y = 1$

$y = \frac{1}{2}(1-3x)$

x	-1	0	2
y	2	$1\frac{1}{3}$	0

x	-1	0	1
y	2	$\frac{1}{2}$	-1



இரண்டு வரைபுகளும் இடைவெட்டும் புள்ளி $(-1, 2)$ எனவே சமன்பாடுகளின் தீர்வு $x=-1$, $y=2$, ஆகும்.

12.2 $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ என்னும் வடிவிலான இருபடிச் சார்புகளின் வரைபுகள்.

வகை (i) $a > 0$

உதாரணம் 3

$y = x^2 - 2x - 3$ என்னும் சார்பின் வரைபை $2 \leq x \leq 4$ என்னும் வீச்சில் வரைக.

வரைபிலிருந்து பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடை தருக.

(i) சார்பின் சமச்சீரச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(ii) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?

(iii) சார்பின் இழிவுப் புள்ளியின் ஆள்கூற்றை எழுதுக.

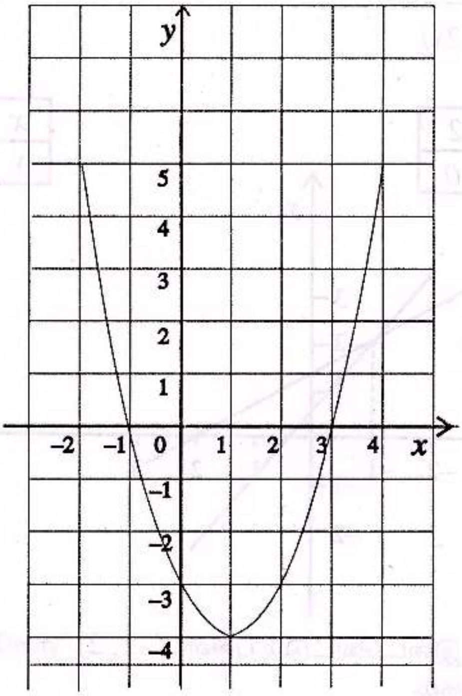
(iv) $x^2 - 2x - 3 = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க.

(v) சார்பு மறையாயிருக்கும் x ன் வீச்சைத் தருக.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(v) $y = 2$ ஆகும் போது அதற்கொத்த x ன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	5	0	-3	-4	-3	0	5



(i) சமச்சீரச்சின் சமன்பாடு $x = 1$

(ii) இழிவுப் பெறுமானம் $y = -1$

(iii) இழிவுப் புள்ளி $(1, -4)$

(iv) சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $x = -1, 3$

சார்பின் நடத்தையை இன்னொரு வடிவிலும் காட்டலாம்.

$$y = x^2 - 2x - 3$$

$$= x^2 - 2x + 1 - 1 - 3$$

$$= (x-1)^2 - 4$$

$x = 1$ ஆகும் போது $y = -4$

x ஆனது 1 இற்குச் சமனல்லாத பெறுமானங்களை எடுக்கும் போது y ன் பெறுமானம் -4 இலும் கூடவாக இருப்பதை அவதானிக்கலாம்.

∴ $x = 1$ ல் சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம் -4 ஆகும்.

∴ $y = (x-1)^2 - 4$ ல்

சமச்சீரச்சு → $x - 1 = 0$ இழிவுப் பெறுமானம் -4

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம் 4

$y = x^2 + 2x - 2$ என்னும் சார்பின் சில x ன் பெறுமானங்களுக்கு ஒத்த y ன் பெறுமானங்கள் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	6	–	-2	-3	–	1	6

(i) அட்டவணையில் இடைவெளிகளை நிரப்புக.

(ii) வரைபுகளில் இரு அலகுகளிலும் 10 சிறுபிரிவுகளை அலகாகக் கொண்டு வரைபை வரைக.

வரைபிலிருந்து

(iii) சமச்சீரச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(iv) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?

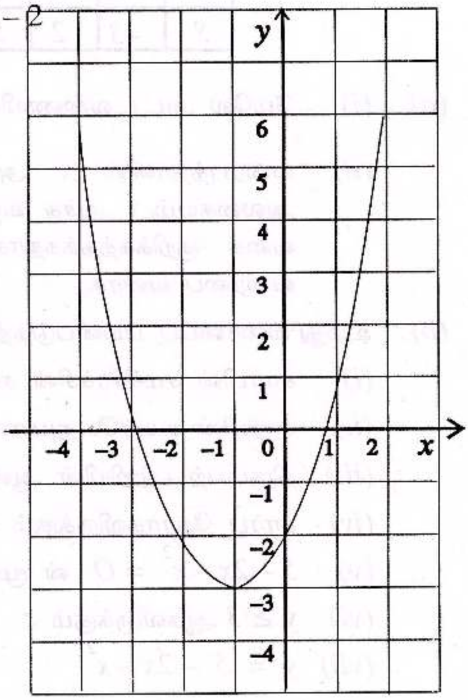
(v) $x^2 + 2x - 2 = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க.

(vi) சார்பு மறையாகவும் குறைந்து செல்வதுமான x ன் வீச்சைத் தருக.

(vii) சார்பு மறையாக அதிகரித்துச் செல்லும் x ன் வீச்சை தருக.

(i) $x = -3$ ஆக
$y = (-3)^2 + 2 \times -3 - 2$
$= 9 - 6 - 2$
$= 1$

$x = 0$ ஆக
$y = 0 - 0 - 2$
$= -2$



(ii)

(iii) இழிவுப் பெறுமானம் $x = -1$

(iv) $x^2 - 2x - 2 = 0$ என்னம்

சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $-2.7, 0.7$

(vi) $-2.7 < x < -1$

(vii) $-1 < x < 0.7$

இன்னொரு முறையில் சார்பை நோக்கினால்

$$y = x^2 + 2x - 2$$
$$= x^2 + 2x + 1 - 1 - 2$$
$$= (x+1)^2 - 3$$

சமச்சீரச்சின் சமன்பாடு $x + 1) = 0$; இழிவுப் பெறுமானம் -3

$$x = -1$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

மேலுள்ள வரைபு

(a) x அச்சின் நேரத்திசையில் 2 அலகுகள் நகர்த்தினால்

(b) y அச்சின் மறைத்திசையில் 2 அலகுகள் நகர்த்தினால்

(i) கிடைக்குச் சமன்பாட்டை ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் காண்க.

(ii) ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் சார்புகளின் இழிவுப் பெறுமானம் காண்க. சமச்சீரச்சுக்களின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(a) (i) $y = (x-1)^2 - 3$

(ii) இழிவுப் பெறுமானம் -3, சமச்சீரச்சு $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

(a) (i) $y = (x-1)^2 - 5$, சமச்சீரச்சு $x + 1 = 0 = \Rightarrow x = -1$

(ii) இழிவுப் பெறுமானம் -5

வகை i $a < o$

உதாரணம் - 5

சார்பு $y = 5 - 2x - x^2$ இன் வரைபை வரைவதற்கான x இனதும் y இனதும் பெறுமானங்களைக் கொண்ட பூரணமற்ற அட்டவணை ஒன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	-3	2	5	6	5	$-$	$-$

(a) (i) மேலே அட்டவணையில் காணப்படும் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(ii) வரைபுத்தாளில் x அச்சு வழியே உள்ள 10 சிறு பிரிப்புகள் 1 அலகையும், y அச்சு வழியே உள்ள 10 சிறு பிரிப்புகள் 1 அலகையும் வகை குறிக்கத்தக்கதாக அளவிடைகளைத் தெரிந்தெடுத்து சார்பின் வரைபை வரைக.

(b) உமது வரைபைப் பயன்படுத்தி

(i) சார்பின் சமச்சீரச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(ii) சார்பின் உயர்பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iii) திரும்பற் புற்றியின் ஆள்கூற்றை எழுதுக.

(iv) சார்பு நேராகவிருக்கும் x ன் வீச்சை தருக.

(v) $5 - 2x - x^2 = O$ ன் மூலங்களைக் காண்க.

(vi) $y \geq 3$ ஆகவிருக்கும் x ன் பெறுமானங்களின் வீச்சைத் தருக.

(vii) $y = 5 - 2x - x^2$

$y + x = 1$ என்ற ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(i) சமச்சீரச்சின் சமன்பாடு $x = -1$

(ii) 6

(iii) $(-1, 6)$

(iv) $-3.4 < x < 1.4$

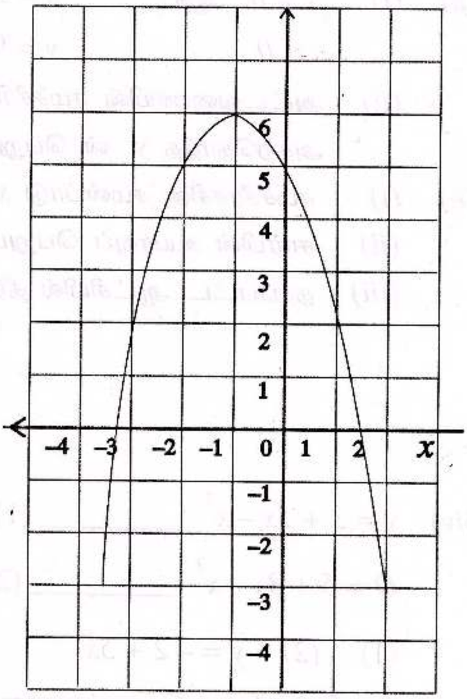
(v) $-3.4, 1.4$

(vi) $-2.7 \leq x < 0.7$

(vii) $y + x = 1$

$y = -x + 1$

x	-2.5	-1.5
y	3.5	0.5



உதாரணம் 5

சார்பு $y = 3 + 5x - x^2$ ன் வரைபை $-1 \leq x \leq 5$ என்ற ஆட்சியில் வரைவதற்குப் பொருத்தமான x இனதும் y இனதும் பெறுமானங்களைக் கொண்ட பூரணமற்ற அட்டவணை ஒன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	-3	–	7	9	3	–	3

(a) (i) மேலே அட்டவணையில் காணப்படும் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(ii) அட்டவணையின் சமச்சீரைப் பாவித்து பொருத்தமான x ன் பெறுமானத்தைத் தெரிந்து அதற்கொத்த y ன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iii) x அச்சு வழியே 10 சிறு பிரிவுகள் ஒரு அலகு, y அந்த வழியே 10 சிறு பிரிவுகள் இரு பிரிவுகளை வகை குறிக்குமாறு அளவுத்திட்டத்தை எடுத்து சார்பின் வரைபை வரைபுத்தாளில் வரைக.

(b) உமது வரைபை பயன்படுத்தி

(i) சமச்சீரச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(ii) சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iii) $3 + 5x - x^2 = 0$ ன் மூலங்களைக் காண்க.

(iv) $5 + 3x - x = 0$ ன் மூலங்களை, பொருத்தமான நேர் கோடொன்றை வரைவதன் மூலம் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(a) (i) $x = 0$ ஆக $\quad$ $x = 2$ ஆக $\quad$ $x = 4$ ஆக

$x = 0$ $\quad$ $y = 9$ $\quad$ $y = 7$

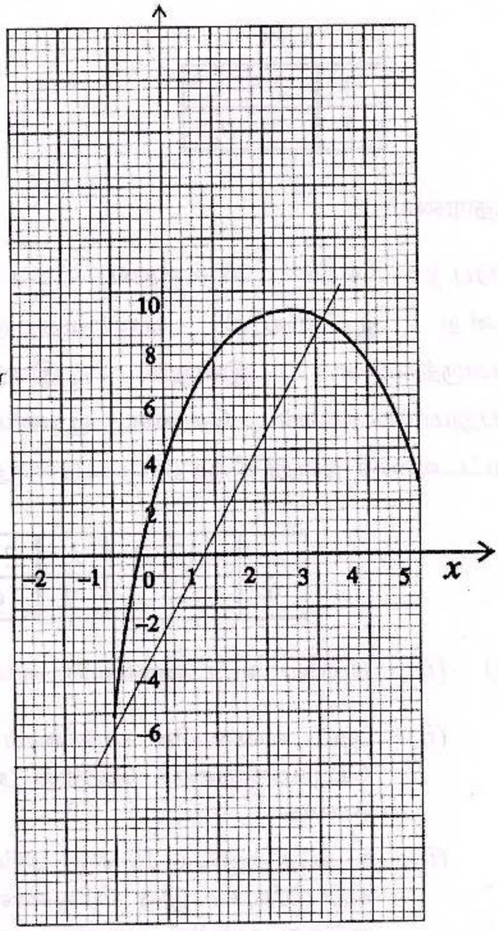
(ii) அட்டவணையின் சமச்சீரின் படி $x = 2.5$ சமச்சீரச்சாகும்.

அதற்கொத்த y ன் பெறுமானம் 9.25

(b) (i) சமச்சீரச்சின் சமன்பாடு $x = 2.5$

(ii) சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானம் 9.25

(iii) தரப்பட்ட ஆட்சியில் தீர்வு -0.4



(iv) $y = 3 + 5x - x^2$ ________ (1)

$O = 5 + 3x - x^2$ ________ (2)

$(1) - (2)$ $\quad y = -2 + 5x$

$y = -2 + 5x$ என்பது பொருத்தமான நேர் கோடுஇங்கு

$x = O$ ஆக $y = -2$ ஆக

$y = 0$ ஆக $x = 0.4$

∴ வளையிலும் நேர்கோடும் இடைவெட்டும் புள்ளியின் x ஆள்கூறுகள் சமன்பாட்டின் தீர்வுகளாகும்.

∴ தீர்வு -0.8, $+3.1$

$y = x^2 + bx + c$ என்ற சார்பில் $(a, b, c \in z)$ ஆக

$x = -\dfrac{b}{2a}$ என்பது சமச்சீரச்சின் சமன்பாடாகவும், a ன் குறி நேர் அல்லது மறை என்பதற்கேற்ப $\dfrac{4ac + b^2}{2a}$ என்ற பெறுமானம் முறையே இழிவு அல்லது உயர்வுப் பெறுமானமானய் இருக்கும்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 12

1. பின்வரும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளின் தீர்வுகளை வரைபு மூலம் காண்க.

   (i) $x - y = 0$, $x + y = 2$ (ii) $2x - 3y = 1$, $3x + 2y = -1$ (iii) $3x + y = 5$, $x + 2y = 5$ (iv) $3x + 2y = 5$, $3x + 2y = 5$

2. $y = x^2 - 4x + 3$ இன் வரைபினை $x = -1$ இலிருந்து 5 வரை வரைக.

   (a) $x^2 - 4x + 3$ இன் இழிவுப் பெறுமானம்

   (b) சமச்சீரச்சின் சமன்பாடு

   (c) $x^2 - 4x + 3 = 0$ ஆகும் x இன் பெறுமானங்கள்

   (d) $x^2 - 4x + 3 = 0$ ஆனது (i) 2 (ii) -1 (iii) 4 என்பவற்றிற்குச் சமமாகும் போது x இன் பெறுமானங்கள் என்பவற்றைக் காண்க.

3. $y = (4 + x)(1 - x)$ ன் வரைபினை $x = -5$ இலிருந்து $+2$ வரை வரைக.

   வரைபிலிருந்து

   (a) திரும்பல் புள்ளியின் ஆள்கூறு

   (b) சார்பு 1 ஆக x ன் பெறுமானங்கள்

   (c) சார்பு நேராகவிருக்கும் x ன் பெறுமானங்களின் வீச்சு என்பவற்றைக் காண்க.

4. $y = 2x^2 - 7x - 3$ இன் வரைபினை $x = -1$ இலிருந்து $+5$ வரை வரைக.

   (i) சார்பின் இழிவுப் புள்ளியின் ஆள் கூறு

   (ii) சமச்சீரச்சின் சமன்பாடு

   (iii) சார்பு மறையாகவுவம் அதிகரிப்பதுமான x ன் வீச்சுசு என்பவற்றைக் காண்க.

5. $y = 7 - 6x - 2x^2$ இன் வரைபினை $x = -4$ இலிருந்து 1 வரை வரைக.

   வரைபிலிருந்து

   (i) சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானம்

   (ii) சமச்சீரச்சின் சமன்பாடு

   (iii) சார்பு நேராகவும் குறைவடைவதுமான x இன் வீச்சு

   (iv) $y - 6x - 2x^2 = 0$ ன் தீர்வுகள் என்பவற்றைக் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

6. $y = x^2 - 4$ ஐ $x = -3$ இலிருந்து $1 - 3$ வரை வரைக.

வரைபிலிருந்து

(a) (i) சமச்சீரச்சின் சமன்பாடு

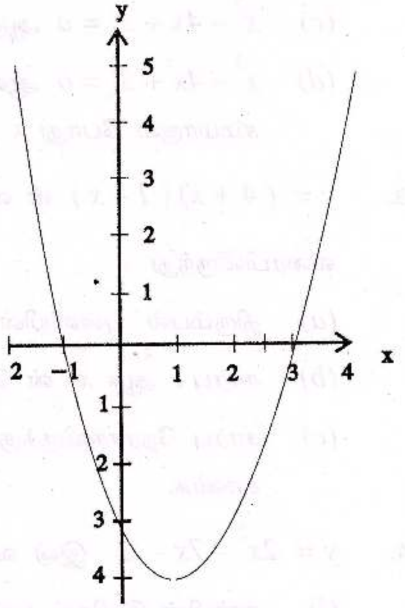
(ii) சார்பின் பெறுமானம் மறையாகும் x இன் பெறுமான வீச்சை எழுதுக.

(b) (i) மேற்குறித்த வரைபைக் கொண்டு சார்பு $y = 4 - x^2$ ன் திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

(ii) மேற்குறித்த $y = x^2 - 4$, $y = 4 - x^2$ ஆகிய சார்புகளின் இரு வரைபுகளுக்கும் பொதுவான இரு சிறப்பியல்புகளை எழுதுக.

7.

(a) ஆயிடை $-2 \leq x \leq 3$ இல் வரையப்பட்ட ஓர் இருபடிச் சார்பின் வரைபு உருவில் காணப்படுகிறது.



அவ்வரைபைக் கொண்டு,

(i) $x = 2$ ஆகும் போது சார்பின் பெறுமானத்தை எழுதுக.

(ii) வரைபின் இழிவுப் புள்ளியின் ஆள் கூறுகளை எழுதுக.

(iii) வரைபு மறையாகக் குறையும் x ன் பெறுமான ஆயிடையை எழுதுக.

(iv) இவ்விருபடிச் சார்பு $y = (x - a)(x - b)$ எனின், a யின் பெறுமானத்தையும் b ன் பெறுமானத்தையும் எழுதுக.

(b) (i) சமன்பாடு $y = 0$ இன் மூலங்கள் 0,4 ஆகவும் x^2 இன் குணகம் 1 ஆகவும் இருக்கும் இருபடிச் சார்பு y ன் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(ii) மேலே (b) (i) ல் பெற்ற சார்பை $y = (x - k)^2 + h$ என்ற வடிவில் அமைத்து சார்பின் இழிவுப் பெறுமானத்தை எழுதுக.

8. $x = -3$ இலிருந்து $+5$ வரை $y = x^2 - 2x - 6$ இன் வரைபினை வரைக.

வரைபிலிருந்து

(i) சார்பின் சமச்சீரச்சின் சமண்பாடு

(ii) சார்பு மறையாயிருக்கும் x இன் பெறுமான வீச்சு

(iii) $x^2 - 2x < 10$ ஆகவுள்ள x இன் வீச்சு

(iv) $y = 0$ இன் மூலங்கள் என்பவற்றைக் காண்க

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

9. பின்வரும் வளையிகளைப் பருமட்டாக வரைக. வளையிகளின் திரும்பல் புள்ளியின் ஆள் கூறுகளையும், அச்சுக்களை வெட்டும் (எனின்) புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளையும் குறிக்க.

(i) $y = (x+2)^2 + 3$ (ii) $y = (x-2)^2 + 3$

(iii) $y = (x+2)^2 - 3$ (iv) $y = (x-2)^2 - 3$

10. கடற்கரையிலுள்ள நிலைக்குத்தான வெளிச்ச வீடு ஒன்றின் உச்சியிலிருந்து கடலை நோக்கி கல்லொன்று எறியப்பட்டது. கடல் மட்டத்திலிருந்தான கல்லின் உயரம் h மீற்றரிற்கும், கல் எறியப்பட்டதிலிருந்தான் நேரம் t செக்கனுக்கும் இடையிலான தொடர்பு $h = 2(9 + 5t - t^2)$ இனால் தரப்பட்டுள்ளது. அத்துடன் t ன் சில பெறுமானங்களுக்கு ஒத்த h ன் பெறுமானங்கள் கொண்ட அட்டவணையொன்றுறும் தரப்பட்டுள்ளது.

t	0	1	2	3	4	5	6	7
h	18	26	30	30	26	18	6	p

(a) p ன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(b) கடல் மட்டத்திலிருந்து வெளிச்ச வீட்டின் உயரத்தைக் காண்க.

(c) (i) t ன் பெறுமானங்களின் சமச்சீரைக் கருத்திற் கொண்டு கல் அதியுயர் உயரத்தை அடைந்த நேரத்தைக் காண்க.

(ii) கல் அடைந்த அதியுயர் உயரத்தைக் காண்க.

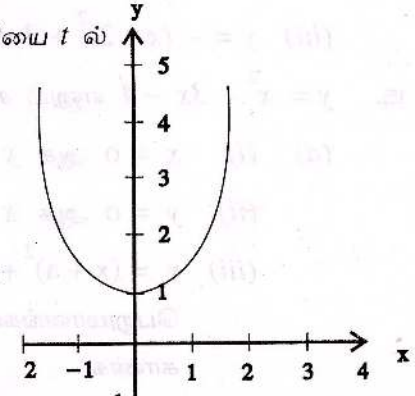
(d) x அச்சில் t ஐ $0 \leq t \leq 7$ என்ற வீச்சிலும், y அச்சில் h ஐ $-10 \leq h \leq 35$ என்ற பொருத்தமான அளவிடையைத் தெரிந்த அட்டவணையிலுள்ள பெறுமானங்களை வரைபுத் தாளொன்றில் குறித்து ஒப்பமான வளையியினால் இணைக்க.

(e) உமது வரைபைப் பயன்படுத்தி

(i) கல்லானது கடலில் மோதும் நேரத்தை கணிக்க.

(ii) கல்லானது 25m உயரத்திற்கு மேல் வானில் இருந்த நேர இடைவெளியை t ல் ஒரு சமனிலியால் குறிக்க.

11. அருகிலுள்ள வளையியின் சமன்பாடு $y = x^{n-1} + n$ இனால் தரப்பட்டுள்ளது. n இற்குப் பொருத்தமான பெறுறமானத்தைக் கண்டு புள்ளி A ன் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.



Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

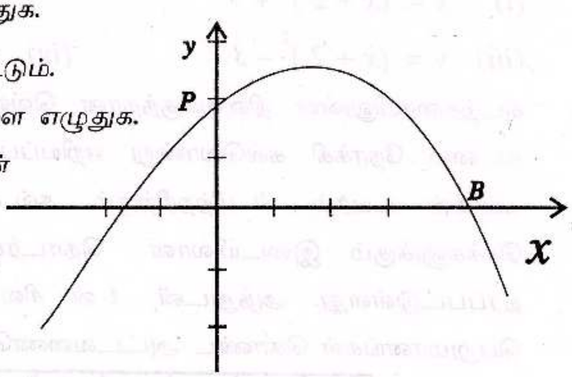
12. $y = (4 - x)(2 + x)$ என்ற சார்பின் பரும்படி வரைபை உரு காட்டுகின்றது.

(i) வளையி y அச்சை வெட்டும் புள்ளி p ன் ஆள்4றுகளை எழுதுக.

(ii) வளையி x அச்சை வெட்டும். புள்ளி p ன் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

(iii) வளையியின் சமச்சீரச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

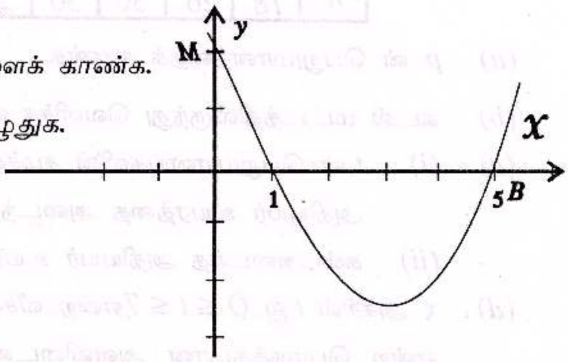
(iv) இச் சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானம் யாது?



13. $y = a + bx + x^2$ என்னும் சார்பின் வளையியை உரு குறிக்கின்றது.

(i) a, b ன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(ii) M ன் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.



14. பின்வரும் வளையிகளைப் பருமட்டாக வரைந்து, திரும்பல் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளையும், அச்சுகளை வெட்டும் (எனின்) புள்ளிகளின் ஆள் கூகறுகளையும் காண்க.

(i) $y = (x + 2)^2 + 3$ (ii) $y = (x + 2)^2 - 3$

(iii) $y = -(x - 2)^2 + 3$ (iii) $y = -(x - 2)^2 - 3$

15. $y = x^2 - 3x - 4$ எனும் சார்பில்

(a) (i) $x = 0$ ஆக y ன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) $y = 0$ ஆக x ன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iii) $y = (x + a)^2 + b$ எனும் வடிவில் எழுதுவதன் மூலம் a, b ன் பெறுமானங்களையும், y ன் இழிவுப் பெறுமானத்தையும் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(b) மேலேயுள்ள முடிவுகளைப் பயன்படுத்தி $y = x^2 - 3x - 4$ ன் வரைபினை பருமட்டாக வரைக. வரைபிலிருந்து பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) சமச்சீர்க் கோட்டின் சமன்பாடு

(ii) $x^2 - 3x - 4 < 0$ ஆக இருக்கும் x ன் பெறுமானங்கள்.

(iii) x அதிகரிக்க y மறையாகவும் அதிகரிப்பதாகவுமுள்ள x ன் பெறுமான வீச்சு

16. $y = (x - 3)^2 - 7$ என்னும் சார்பில் சில x ன் பெறுமானங்களுக்கு ஒத்த y ன் பெறுமானங்கள் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

x	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
y	9	$-$	-3	-6	$-$	-6	-3	2	9

(a) (i) $x = 0$ ஆகும் போதும் $x = 3$ ஆகும் போதும் அதற்கொத்த y ன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) x அச்சிலும் y அச்சிலும் 10 சிறு பிரிவுகளை ஒரு அலகாகக் கொண்டு மேற்படி அட்டவணையின் உதவியுடன் சார்பின் வரைபை வரைபுத்தாளில் வரைக.

வரைபின் மூலம்

(b) (i) $(x-3)^2 - 7 - 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க.

(ii) (i) ன் விடையைக் கொண்டு $\sqrt{7}$ ன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(c) (i) சார்பின் பெறுமனம் -7 இலிருந்து +4 வரை அதிகரிக்கும் x ன் பெறுமான வீச்சைத் தருக.

(ii) வளையியை x அச்சின் மறைத் திசையில் 2 அலககள் நகரத்தினனால் கிடைக்கும் புதிய வளையியின் சமன்பாட்டை எழுதக.

(iii) வளையியை y அச்சின் நேர்த்திசையில் 3 அலகுக்கள் நகர்த்தினால் கிடைக்கும் புதிய வளையியின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

17. $y = 10 + x - x^2$ என்ற சார்பின் வரைபை வரைவதற்கு தயாரிக்கப்பட்ட பூரணமற்ற அட்டவணை யொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	–	-4	8	–	10	8	4	-2

(a) அட்டவணையில் வெற்றிடங்களை நிரப்புக. இரு அச்சுக்களிலும் 10 சிறு பிரிவுகளை ஒரு அலகுகாகக் கொண்டு சார்பின் வளையியை வரைபுத்தாளில் வரைக.

(b) சமச்சீரச்சின் சமன்பாட்டைத் தருக.

(c) சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானத்தைத் தருக.

(d) திரும்பற்புள்ளியின் ஆள்கூற்றை எழுதுக.

(e) $10 + x - x^2 = 0$ ன் மூலங்களைக் காண்க.

(f) சார்பு நேராகவும் அதிகரிப்பதாயுமுள்ள x ன் வீச்சைத் தருக.

18. $y = -4$ இலிருந்து $+2$ வரைக்கும் $y = x^2 + 2x - 4$ ன் வரைபை வரைக.

வரைபிலிருந்து

(i) சமச்சீரச்சின் சமன்பாடு

(ii) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம்

(iii) சார்பின் பெறுமானம் 1 ஆகும். x ன் பெறுமானங்கள்

(iv) $x = -2\frac{1}{2}$ ஆகும் சார்பின் பெறுமானம், x ன் வேறெந்த பெறுமானத்திற்கும் சார்பு இதே பெறுமானத்தைக் கொண்டிருக்கும்.

(v) $x^2 + 2x < 6$ ஆகவுள்ள x ன் பெறுமானங்கள்

(vi) $3x^2 + 4x - 2 = 0$ இன் மூலக்கங்கள் என்பவற்றைக் காண்க.

19. பின்வரும் சமன்பாடுகளை $a(x - h)^2 + k$ என்னும் வடிவில் உணர்த்துவதன் மூலம் அவற்றின் உயர்வு அல்லது இழிவுப் பெறுமானங்களைத் தரப்பட்ட ஆட்சியினுள் காண்க.

(a) $2x^2 - 4x + 5, \ 0 \leq x \leq 3$

(vi) $5 - x - 3x^2 5, 5 \leq x \leq 3$

20. $y = (2 - x)(x + 3)$ என்னும் சார்பு நேராயிருக்கும் x ன் பெறுமான வீச்சை உய்த்தறிக.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

13. சமன்பாடுகள்

13.1 ஒருங்கமை சமன்பாடுகள்:

இரு தெரியாக் கணியங்களைக் கொண்ட இரு சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் முறையை தரம் 10 இல் கற்றுள்ளோம். இப்போது மேலும் உதாரணங்களைப் பார்ப்போம்.

உதாரணம் 1.

தீர்க்க :

$3x+2y=4$

$2x+5y=-1$

$3x+2y=4$ ------------- (1)

$2x+5y=-1$ ------------- (2)

(1) x 5 $\quad 15x+10y = 20$ ------------- (3)

(2) x 2 $\quad 4x+10y = -2$ ------------- (4)

(3) – (4) $\quad 11x \quad 22$

$$x = \frac{22}{11} = 2$$

$x=2$ என சமன்பாடு (1) இல் பிரதியிட

$$3x+2y=4$$

$$6 + 2y = 4$$

$$2y = 4-6- = -2$$

$$y = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\therefore x = 2$$

$$y = -1$$ ஆகும்.

வேறோர் முறையிலும் தீர்க்கலாம்.

சமன்பாடு (1) $3x+2y = 4$ இலிருந்து, $2y = 4-3x$,

$$y = \frac{4-3x}{2}$$ ஆகும்.

$y = \frac{4-3x}{2}$ என சமன்பாடு (2) இல் பிரதியிட

$$2x+5y = -1$$

$$2x+5 \times \left(\frac{4-3x}{2}\right) = -1$$

$$4x+5(4-3x) = -2$$

$$4x+20-15x = -2$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

$-11x = -22$

$$x = \frac{-22}{-11} = 2$$

$x = 2$ என, $y = \frac{4-3x}{2}$ இல் பிரதியிட,

$$y = \frac{4-6}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$\left.\begin{array}{l} x = 2 \\ y = -1 \end{array}\right\}$ ஆகும்

உதாரணம் 2.

தீர்க்க : $\frac{5x+2}{3y+7} = \frac{3}{4}$ ------------ (1)

$\frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{5}$ ------------ (2)

$\frac{5x+2}{3y+7} = \frac{3}{4}$: $4(5x+2) = 3(3y+7)$

$20x + 8 = 9y + 21$

$20x - 9y = 13$ ------------ (3)

$\frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{5}$; $5(x-1) = 1(y+2)$

$5x - 5 = y + 2$

$5x - y = 7$ ------------ (4)

$5x - y = 7$ ------------ (4)

(4) x 4, $20x - 4y = 28$------------ (5)

$20x - 9y = 13$ ------------ (3)

$20x - 4y = 28$ ------------ (5)

(3)-(5) $-5y = -15$

$$y = \frac{-15}{-5} = 3$$

$y = 3$ என சமன்பாடு (4) $5x - y = 7$ இல் பிரதியிட

$5x - 3 = 7$

$5x = 10$

$$x = \frac{10}{5} = 2$$

$\left.\begin{array}{l} x = 2 \\ \therefore\ y = 3 \end{array}\right\}$ ஆகும்

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம் 3

தீர்க்க :

$$\frac{x+3}{5} = \frac{8-y}{4} = \frac{3(x+y)}{8}$$

$$\frac{x+3}{5} = \frac{8-y}{4} \; ; \quad 4(x+3) = 5(8-y)$$

$$4x+12 = 40-5y$$

$$4x+5y = 28 \quad \text{------------ (1)}$$

$$\frac{8-y}{4} = \frac{3(x+y)}{8} \; ; \quad \frac{8-y}{1} = \frac{3(x+y)}{2}$$

$$2(8-y) = 3(x+y)$$

$$16-2y = 3x+3y$$

$$16 = 3x+5y \quad \text{------------ (2)}$$

$$4x+5y = 28 \quad \text{------------ (1)}$$

$$3x+5y = 16 \quad \text{------------ (2)}$$

$(1)-(2), x = 12$

$x = 12$ என சமன்பாடு (1) $4x+5y = 28$ இல் பிரதியிட

$$48+5y = 28$$

$$5y = 28-48-20$$

$$y = \frac{-20}{5} = -4$$

$$\left.\begin{array}{l} x = 12 \\ y = -4 \end{array}\right\} \text{ ஆகும்}$$

உதாரணம் 4

தீர்க்க :

$$\frac{1}{x} - \frac{7}{y} = 12$$

$$\frac{2}{x} + \frac{5}{y} = 5$$

இருமுறைகளில் தீர்க்கலாம்,

முறை 1

$\frac{1}{x} = a, \; \frac{1}{y} = b$ என்க.

$$\frac{1}{x} - \frac{7}{y} = 12, \quad a-7b = 12 \quad \text{------------(1)}$$

$$\frac{2}{x} + \frac{5}{y} = 5, \quad 2a+5b = 5 \quad \text{------------(2)}$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

$(1) \times 2, \quad 2a - 14b = 24$ ------------(3)

$\quad\quad\quad\quad 2a + 5b = 5$ ------------(2)

$(3) - (2) \quad -19b = 19$

$$b = \frac{19}{-19} = -1$$

$b = -1$ என சமன்பாடு (1) $a - 7b = 12$ இல் பிரதியிட

$$a + 7 = 12$$

$$a = 5$$

$$\left.\begin{array}{l} a = 5, \quad \frac{1}{x} = 5, \quad 5x = 1, \quad x = \frac{1}{5}, \\ b = -1, \quad \frac{1}{y} = -1, \quad 1 = -y, \quad y = -1, \end{array}\right\}$$

$\frac{1}{x} - \frac{7}{y} = 12$ ------------(1)

$\frac{2}{x} + \frac{5}{y} = 5$ ------------(2)

$(1) \times 2, \quad \frac{2}{x} - \frac{14}{y} = 24$ ------------(3)

$\frac{2}{x} + \frac{5}{y} = 5$ ------------(2)

$(3) - (2) \quad - \frac{19}{y} = 19$

$- 19 = 19y$

$y = -1$

$y = -1$ என, சமன்பாடு (1) $\frac{1}{x} - \frac{7}{y} = 2$ இல் பிரதியிட

$\frac{1}{x} + 7 = 12$

$\frac{1}{x} = 5$

$5x = 1, x = \frac{1}{5}$

$$\left.\begin{array}{l} x = \frac{1}{5} \\ y = -1 \end{array}\right\}$$

உதாரணம் 5.

தீர்க்க :

$\frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 12$

$\frac{3}{x} + \frac{5}{y} = 19$

$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 12$ -----------(1)

$\frac{3}{x} + \frac{5}{y} = 19$ ------------(2)

$(1) \times 5, \quad \frac{10}{x} + \frac{15}{y} = 60$ ------------(3)

$(2) \times 3, \quad \frac{9}{x} + \frac{15}{y} = 57$ ------------(4)

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

$(3)-(4)\ \frac{1}{x} = 3$

$1 = 3x, \quad x = \frac{1}{3}$

$x = \frac{1}{3}$ என சமன்பாடு (1) $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 12$ இல் பிரதியிட

$6 + \frac{3}{y} = 12, \quad \frac{3}{y} = 6; \quad 3 = 6y; \quad y = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\left.\begin{array}{l} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{1}{2} \end{array}\right\}$ ஆகும்

உதாரணம் 6

இரு நேர் நிறை வெண்களின் நிகர்மாறுகளின் கூட்டுத்தொகையின் நான்கு மடங்கு $\frac{3}{5}$ ஆகும். நிகர்மாறுகளின் வித்தியாசத்தின் ஐந்து மடங்கு ஆகும். $\frac{1}{12}$ அவ்வெண்களைக் காண்க.

நேர்நிறை வெண்கள் x, y என்க. அவற்றின் நிகர்மாறும் முறையே $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}$ ஆகும்.

$$4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = \frac{3}{5} \quad \text{------------(1)}$$

$$5\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = \frac{1}{12} \quad \text{------------(2)}$$

(1) இலிருந்து, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{20}$ ------------(3)

(2) இலிருந்து, $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{60}$ ------------(4)

(3)+(4) $\frac{2}{x} = \frac{3}{20} + \frac{1}{60} = \frac{9+1}{60} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$

$\frac{2}{x} = \frac{1}{6}\ ;\ x = 12$

$x = 12$ என சமன்பாடு (3), $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{20}$ இல் பிரதியிட

$\frac{1}{12} + \frac{1}{y} = \frac{3}{20}$

$\frac{1}{y} = \frac{3}{20} - \frac{1}{12} = \frac{9-5}{60} = \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$

$\frac{1}{y} = \frac{1}{15}, y = 15$

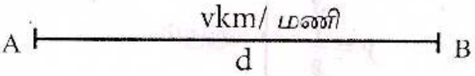
ஆகவே எண்கள் 12, 15, ஆகும்

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம் 7

சைக்கிளோட்டி ஒருவர் A எனும் நகரத்திலிருந்து B எனும் நகரத்திற்கு சீரான கதியில் பயணம் செய்கின்றார். அவர் தனது கதியை 5km/ மணியினால் அதிகரித்தால் பயணத்திற்கு எடுக்கும் நேரம் 1மணித்தியாலத்தால் குறையும். அவர் தனது கதியை 3km/ மணியினால் குறைத்தால் பயணத்துக்கான நேரம் 1 மணித்தியாலத்தால் அதிகரிக்கும் எனின், அவர் பயணம் செய்யும் தூரம் AB யை km இலும் சீரான கதியை km/ மணி இலும் காண்க.

முறை1



தூரம் AB = dkm, கதி v km/ மணி, எனக் கொள்க.

வழமையாக எடுக்கும் நேரம் $\frac{d}{v}$ மணி ________ (1)

கதி $(v+5)$ km/ மணி எனின், பயணத்திற்கான நேரம் $\frac{d}{v+5}$ மணி ________ (2)

கதி $(v-3)$ km/ மணி எனின், பயணத்திற்கான நேரம் $\frac{d}{v-3}$ மணி ________ (3)

தரவின்படி

(1),(2) இலிருந் து, $\frac{d}{v}-\frac{d}{v+5}=1$ ------------(4)

(1),(3) இலிருந் து, $\frac{d}{v-3}-\frac{d}{v}=1$ ------------(5)

(4), (5) இலிருந் து

$$\frac{d}{v}-\frac{d}{v+5}=\frac{d}{v-3}-\frac{d}{v}$$

$$\frac{1}{v}-\frac{1}{v+5}=\frac{1}{v-3}-\frac{v}{v}$$

$$\frac{v+5-v}{v(v+5)}=\frac{v-(v-3)}{v(v-3)}$$

$$\frac{5}{v(v+5)}=\frac{3}{v(v-3)}$$

$$\frac{5}{v+5}=\frac{3}{(v-3)}$$

$$5(v-3)=3(v+5)$$

$$5v-15=3v+15$$

$$2v=30$$

$$v=15$$

$v=15$ என, சமன்பாடு $\frac{d}{v}-\frac{d}{v+5}=1$ இல் பிரதியிட

$$\frac{d}{15}-\frac{d}{20}=1\ ;\ \frac{4d-3d}{60}=1$$

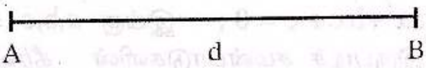
$$\frac{d}{60}=1, d=60$$

தூரம் AB = 60km, கதி 15km/ மணி

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

முறை - 2

தூரம் AB = dkm, கதி v km/ மணி, என்க. நேரம் t மணி என்க.



தூரம் = கதி X நேரம், $d = vt$ ________ *(1)*

கதி $(v+5)$ km/ மணி எனின் நேரம் $(t-1)$ மணி.

$d = (v+5)(t-1)$ ________ *(2)*

கதி $(v-3)$ km/ மணி எனின், நேரம் $(t+1)$ மணி.

$d = (v-3)(t+1)$ ________ *(3)*

$d = vt$ ________ *(1)*

$d = (v+5)(t-1)$ ________ *(2)*

$d = (v-3)(t+1)$ ________ *(3)*

மூன்று சமன்பாடுகளிலிருந்தும் d, v, t ஐக் காணலாம்.

(1), (2) இலிருந்து

$vt = (v+5)(t-1)$

$vt = vt + 5t - v - 5$

$5t - v = 5$ ________ *(4)*

(1), (3) இலிருந்து

$vt = (v-3)(t+1)$

$vt = vt - 3t + v - 3$

$-3t + v = 3$ ________ *(5)*

(4)+(5) $2t = 8, \ t = 4$

t=4 என $5t - v = 5$ இல் பிரதியிட

$20 - v = 5$

$v = 15$

$v = 15, \ t = 4$ என சமன்பாடு (1) $d = vt$, இல்பிரதியிட

$$d = 15 \times 4 = 60$$

எனவே தூரம் AB = 60 km, கதி = 15km/ மணி

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

13.2 இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்
இருபடிச் சமன்பாடுகளின் பொது வடிவம்.

$ax^2+bx+c=0$; இங்கு a,b,c மெய் ஒருமைகள் $a \neq 0$. காரணியாக்குதல் மூலம் இருபடிச் சமன்பாடுகளின் தீர்வினைக் காணும் முறையை தரம் 10 இல் கற்றுள்ளோம். இப்பொழுது நிறை வர்க்கமாக்குகூதன் மூலம் தீர்வு காணும் முறையைப் பார்ப்போம்.

உதாரணம் - 1

தீர்க்க : $x^2-4x-5=0.$

காரணியாக்கும் முறை

$x^2-4x-5=0$

$(x-5)(x+1)=0$

$x-5=0$ அல்லது $x-1=0$

$x=5$ அல்லது $x=-1$

நிறைவர்க்கமாக்குதல் மூலம் தீர்த்தல்

$x^2-4x-5=0$

$x^2-4x=5$

$x^2-4x+4=5+4$

$(x-2)^2=9$

$x-2=\pm 3$

$x-2=+3$ அல்லது $x-2=-3$

$x=5$ அல்லது $x=-1$

உதாரணம் 2

தீர்க்க :

$2x^2+5x+1=0$

$2x^2+5x=-1$

இருபக்கமும் 2 ஆல் வகுக்க

$x^2+\frac{5}{2}x=-\frac{1}{2}$

$x^2+\frac{5}{2}x+-\left(\frac{5}{4}\right)^2=\frac{1}{2}+\left(\frac{5}{4}\right)^2$

$\left(x+\frac{5}{4}\right)^2=-\frac{1}{2}+\frac{25}{16}=\frac{-8+25}{16}=\frac{17}{16}$

$x+\frac{5}{4}=\pm\sqrt{\frac{17}{16}}=\pm\frac{\sqrt{17}}{4}$

$x=\frac{-5}{4}\pm\frac{\sqrt{17}}{4}=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

ஆகவே

$$x=\frac{-5+\sqrt{17}}{4} \text{ அல்லது } x=\frac{-5-\sqrt{17}}{4}$$

$$x=\frac{-5+4.123}{4} \qquad x=\frac{-5-4.123}{4}$$

$$=\frac{-0.877}{4} \qquad x=\frac{-9.123}{4}$$

$$x=-0.21925 \qquad x=-2.28075$$

$x=-0.22$ அல்லது 2.28 (இரு தசமதானங்களுக்குத் திருத்தமாக)

உதாரணம் 3

தீர்க்க :

$$x+\frac{1}{x}=3$$

$$\frac{x^2+1}{x}=3$$

$$x^2+1=3x$$

$$x^2-3x=-1$$

$$x^2-3x+(-\frac{3}{2})^2=-1+(-\frac{3}{2})^2$$

$$(x-\frac{3}{2})^2=-1+\frac{9}{4}=\frac{-4+9}{4}=\frac{5}{4}$$

$$x-\frac{3}{2}=\pm\sqrt{\frac{5}{4}}=\pm\sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$x=\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$$

$$x=\frac{3+\sqrt{5}}{2} \text{ அல்லது } x=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$=\frac{3+2.236}{2} \text{ அல்லது } x=\frac{3-2.236}{2}$$

$=2.618$ அல்லது 0.382

$=2.62$ அல்லது 0.38(இரு தசமதானங்களக்கு திருத்தமாக)

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம் 4

தீர்க்க :

$$\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x+2} = \frac{3}{2x-1}$$

$$\frac{(x+2)-2(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{3}{2x-1}$$

$$\frac{x+2-2x+2}{(x-1)(x+2)} = \frac{3}{2x-1}$$

$$\frac{4-x}{(x-1)(x+2)} = \frac{3}{2x-1}$$

$$(4-x)(2x-1) = 3(x-1)\ (x+2)$$

$$-4+9x-2x^2 = 3(x^2+x-2)$$

$$-4+9x-2x^2 = 3x^2+3x-6$$

$$5x^2-6x-2 = 0$$

$$5x^2-6x = 2$$

$$x^2-\frac{6}{5}x = \frac{2}{5}$$

$$x^2-\frac{6}{5}x + (\frac{-3}{5})^2 = \frac{2}{5}+(\frac{-3}{5})^2$$

$$(x-\frac{3}{5})^2 = \frac{2}{5}+\frac{9}{25} = \frac{10+9}{25} = \frac{19}{25}$$

$$x-\frac{3}{5} = \pm\ \frac{\sqrt{19}}{5}$$

$$x = \frac{3\pm\sqrt{19}}{5}$$

$x = \dfrac{3+\sqrt{19}}{5}$ அல்லது $x = \dfrac{3-\sqrt{19}}{5}$

$x = \dfrac{3+4.359}{5}$ $\qquad$ $x = \dfrac{3-4.359}{5}$

$= \dfrac{7.359}{5}$ $\qquad$ $= \dfrac{-1.359}{5}$

$= 1.4718$ $\qquad$ $= -0.2718$

$= 1.47$ அல்லது -0.27 (இரு தசமதானங்களுக்குத் திருத்தமாக)

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

13.3 மூலகங்கள் தரப்படுமிடத்து சமன்பாட்டைக் காணல்

$x^2-x-2-0$ எனும் சமன்பாட்டைக் கருதுக.

$(x-2)\ (x+1)=0$

$x=2,\ ^{-}1$ என்பன சமன்பாட்டின் மூலங்கள் ஆகும்.

மறுதலையாக, 2, − 1 என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டைக் காண்போம்.

$x=2$ அல்லது $x=-1$

$(x-2)=0$ அல்லது $(x+1)=0$

$(x-2)\ (x+1)=0$

$x^2-x-2=0$

எனவே 2,-1 என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாடு $x^2-x-2=0$ ஆகும்.

a,b என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்டு சமன்பாடு

$(x-a)\ (x-b)=0$ ஆகும்.

$x^2-(a+b)x+ab=0$ ஆகும்.

உதாரணம் 5

(i) $\frac{2}{3},\frac{-3}{4}$ என்பவற்றை மூலகங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(ii) $2x^2+ax-6=0$ எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் -2 எனின் a யின் பெறுமானத்தைக் காண்க. இதிலிருந்து சமன்பாட்டைத் தீர்த்து மற்றைய மூலத்தைக் காண்க.

(i) $x=\frac{2}{3}$ அல்லது $x=\frac{-3}{4}$

$(x-\frac{2}{3})=0$ அல்லது $(x+\frac{3}{4})=0$

$$(x-\frac{2}{3})(x+\frac{3}{4})=0$$

$$(\frac{3x-2}{3})(\frac{4x+3}{4})=0$$

$$\frac{(3x-2)\ (4x+3)}{12}=0$$

$$(3x-2)(4x+3)=0$$

$$3x(4x+3)-2(4x+3)=0$$

$$12x^2+9x-8x-6=0$$

$$12x^2+x-6=0$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(ii) $2x^2 + ax - 6 = 0$ இன் ஒரு மூலம் -2 ஆகும். $x = -2$ ஒரு தீர்வு.

$x = -2$ என சமன்பாட்டில் பிரதியிட

$2 \times (-2)^2 + a \times (-2) - 6 = 0$

$8 - 2a - 6 = 0$

$2a = 2$; $a = 1$

சமன்பாடு

$2x^2 + x - 6 = 0$

$2x^2 + 4x - 3x - 6 = 0$

$2x^2 + 4x - 3x - 6 = 0$

$2x(x + 2) - 3(x + 2) = 0$

$(x + 2)(2x - 3) = 0$

$x = -2$ அல்லது $x = \frac{3}{2}$

எனவே மற்றைய மூலம் $\frac{3}{2}$ ஆகும்.

13.4 சூத்திரத்தை உபயோகித்து இருபடிச் சமன்பாட்டினைத் தீர்த்தல்

இருபடிச்சமன்பாடு : $ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + bx = -c$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + = -\frac{c}{a} \quad \text{(இருபக்கமும் } a \text{ ஆல் பிரிக்க)}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \qquad = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ அல்லது } \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம் $2x^2-3x-5=0$ என்ற சமன்பாட்டினை சூத்திரத்தை உபயோகித்து தீர்க்க.

$2x^2-3x-5=0$; இங்கு $a=2,\ b=-3,\ c=-5$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$=\frac{3\pm\sqrt{9-4\times2\times(-5)}}{2\times2}$$

$$=\frac{3\pm\sqrt{9+40}}{4}$$

$$=\frac{3\pm\sqrt{49}}{4}=\frac{3\pm7}{4}=\frac{3+7}{4}\text{ அல்லது }\frac{3-7}{4}$$

$$=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}\text{ அல்லது }\frac{-4}{4}=-1$$

$$x=\frac{5}{2}\text{ அல்லது }-1$$

உதாரணம் 6

இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 22. அவற்றின் பெருக்குத்தொகை 117 எனின், அவ்வெண்களைக் காண்க.

எண்கள் : $x,\ 22-x$ என்க

$x(22-x)=117$

$22x-x^2=117$

$x^2-22x+117=0$

$(x-13)(x-9)=0$

$x=13,\ x=9$

$x=13$ எனின $22-x=9$

$x=9$ எனின் $22-x=13$

எண்கள் $9, 13$

உதாரணம் 7

புகையிரதம் ஒன்று 210km தூரத்தை சீரான கதியில் பயணம் செய்கிறது. அது தன் கதியை 5km/ மணி ஆல் அதிகரிப்பின் பயணத்திற்கு எடுக்கும் நேரம் 1 மணித்தியாலத்தால் குறையும். வழமையாகப் பயணத்திற்கு எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

பயணம் செய்யும் தூரம் = 210km.

எடுக்கும் நேரம் = t மணி என்க.

210 km

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

கதி = $\frac{210}{t}$ km/ மணி

வேகம் அதிகரிப்பின் எடுக்கும் நேரம் $(t-1)$ மணி

கதி = $\frac{210}{t-1}$ km / மணி

$$\frac{210}{t-1} - \frac{210}{t} = 5$$

$$\frac{210t - 210\,(t-1)}{t(t-1)} = 5$$

$$\frac{210 - 210t + 210}{t(t-1)} = = 5$$

$$\frac{210}{t(t-1)} = 5$$

$$5t(t-1) = 210$$

$$t(t-1) = 42$$

$$t^2 - t - 42 = 0$$

$$(t-7)(t+6) = 0$$

$t = -6$ அல்லது 7

$t > 0$ என்பதால் $t = 7$ மணித்தியாலங்கள்.

பயணத்திற்கு எடுக்கும் நேரம் 7 மணித்தியாலங்கள்

உதாரணம் 8

தொட்டி ஒன்றினை இருகுழாய்கள் ஒருமித்து 3 மணித்தியாலத்தில் நிரப்பும், ஒவ்வொரு குழாயும் தனித்தனியே நிரப்ப ஒரு குழாயிற்கு மற்றையதிலும் 2 மணித்தியாலங்கள் கூடுதலாகத் தேவை. ஒவ்வொரு குழாயும் தனித்தனியே நிரப்ப எடுக்கும் நேரங்களைக் காண்க.

முதலாவது குழாய் தொட்டியை நிரப்ப எடுக்கும் நேரம் = x மணித்தியாலங்கள்.

இரண்டாவது குழாய் தொட்டியை நிரப்ப எடுக்கும் நேரம் = $(x+2)$ மணித்தியாலங்கள்.

முதலாவது குழாய் 1 மணித்தியாலத்தில் நிரப்புவது = தொட்டியின் $\frac{1}{x}$ பங்கு.

இரண்டாவது குழாய் 1 மணித்தியாலத்தில் நிரப்புவது = தொட்டியின் $\frac{1}{x+2}$ பங்கு.

இரண்டும் சேர்ந்து 1 மணித்தியாலத்தில் நிரப்புவது = $\frac{1}{3}$ பங்கு.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{(x+2)+x}{x(x+2)} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2x+2+x}{x(x+2)} = \frac{1}{3}$$

$$x(x+2) = 3(2x+2)$$

$$x^2+2x = 6x+6$$

$$x^2-4x-6 = 0$$

$$x^2-4x = 6$$

$$x^2-4x+4 = 6+4$$

$$(x-2)^2 = 10$$

$$x-2 = \pm\sqrt{10}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{10}$$

$2-\sqrt{10} < 0$ என்பதால் $x = 2-\sqrt{10}$ பொருந்தாது $(x > 0)$

ஆகவே $x = 2+\sqrt{10} = 2+3.162 = 5.162$

குழாய்கள் எடுக்கும் நேரம் 5.162 மணி , 7.162 மணி

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 13.1

A. **பின்வரும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.**

1. $2x + y = 5$
   $3x + 4y = 10$

2. $3x + 7y = 19$
   $7x + 8y = 11$

3. $3x + 2y - 8 = 0$
   $4x - 5y - 26 = 0$

4. $\frac{x + y + 5}{x + 2y} = \frac{5}{3}$
   $\frac{x + 5y}{7y - x} = 3$

5. $\frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1$
   $\frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 0$

6. $\frac{6}{x} - \frac{7}{y} = 2$
   $\frac{2}{x} - \frac{14}{y} = 3$

7. $\frac{5}{x} + \frac{6}{y} = 3$
   $\frac{15}{x} - \frac{3}{y} = 4$

8. $\frac{8}{x} - \frac{9}{y} = 1$
   $\frac{10}{x} + \frac{6}{y} = 7$

9. $\frac{5}{x} + \frac{3}{y} = 30$
   $\frac{9}{x} - \frac{5}{y} = 2$

10. $\frac{8}{x} - \frac{9}{y} = 7$
    $6(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) = 1$

11. $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 0$
    $\frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 13$

12. $\frac{1}{3x} + \frac{1}{4y} = 2$
    $\frac{1}{x} - \frac{1}{2y} = 1$

13. $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1$
    $\frac{4}{x} - \frac{9}{y} = \frac{5}{2}$

14. $\frac{8}{x} + \frac{2}{y} = 1$
    $\frac{14}{x} - \frac{5}{y} = 6$

15. $\frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 4$
    $\frac{3}{x} - \frac{4}{y} = -9$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

16. இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகையின் மூன்றில் ஒரு பங்கு 14 உம் அவ்வெண்களின் வித்தியாசத்தின் அரைப்பங்கு 4 எனின் அவ்வெண்களைக் காண்க.

17. 4 மேசைகளினதும் 7 கதிரைகளினதும் விலை ரூபா 8300 உம் 7 மேசைகளினதும் 4 கதிரைகளினதும் விலை ரூபா 10400 உம் ஆகும். மேசை ஒன்றின், விலை கதிரை ஒன்றின் விலை ஆகியவற்றைக் காண்க.

18. தந்தையின் தற்போதைய வயது மகனின் வயதின் 3 மடங்கிலும் 3 வருடங்கள் கூடுதலானது. இன்னும் மூன்று வருடங்களின் பின், தந்தையின் வயது மகனின் வயதின் இரு மடங்கிலும் 10 வருடங்கள் கூடியதாகும். தந்தை, மகன் ஆகியோரின் தற்போதைய வயதுகளைக் காண்க.

19. பின்னம் ஒன்றின் தொகுதி எண்ணை 2 இனாலும், பகுதி எண்ணை 1 ஆலும் அதிகரிப்பின் பெறப்படும் பின்னம் $\frac{1}{2}$ க்கு சமமாகும். தொகுதி எண்ணை 1 ஆல் அதிகரித்துப் பகுதி எண்ணை 3 ஆல் குறைத்தால் பெறப்படும் பின்னம் $\frac{3}{5}$ இற்கு சமமாகும். பின்னத்தைக் காண்க.

20. இரு இலக்கங்களான எண் ஒன்றின் இலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை 13 ஆகும். இலக்கங்களை முன் பின்னாக மாற்றவரும் புதிய எண், தரப்பட்ட எண்ணிலும் பார்க்க 27 கூடவாகும். அவ்வெண் யாது?

21. இரு இலக்கங்களாலான எண் ஒன்றின் இலக்கங்களின் வித்தியாசம் 6 ஆகும். இவ்வெண்ணினதும், இலக்கங்களை முன்பின்னாக மாற்றவரும் எண்ணினதும் கூட்டுத்தொகை 110 ஆகும். அவ்வெண்ணைக் காண்க.

22. இரு இலக்கங்களாலான எண், அவ்விலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகையின் மூன்று மடங்காகும். அவ்வெண்ணிற்கு 45 கூட்டப்படப் பெறப்படும் எண், தரப்பட்ட எண்ணின் இலக்கங்களை முன்பின்னாக மாற்றுவதால் பெறப்படும் எண்ணுக்கு சமமாகும். அவ்வெண் யாது?

23. நீளமான நேரான தெருவொன்றில் A,B 70km இடைத்தூரத்திலுள்ள இரு நகரங்களாகும். இரு கார்கள் X,Y முறையே A,B யிலிருந்து ஒரே நேரத்தில் புறப்படுகின்றன. அவை ஒரே திசையில் சீரான கதிகளில் பயணம் செய்யும் எனின் அவை 7 மணித்தியாலங்களில் சந்திக்கும். எதிர்த் திசைகளில் (ஒன்றையொன்று நோக்கி) பயணம் செய்யும் எனின் 1 மணித்தியாலத்தில் சந்திக்கும். கார்கள் X,Y இன் கதிகளைக் காண்க.

24. A,B எனுமிருவர் 24km தூரத்திற்கு பயணம் செய்கின்றனர். A,B இருவரும் வேறு வேறான சீரான கதிகளுடன் பயணம் செய்கின்றனர். பயணத்திற்கு A யிற்கு B யை விட 1 மணித்தியாலம் கூடுதலாகத் தேவைப்படுகிறது. A தனது கதியை இருமடங்காக்கினால் B யிலும் பார்க்க 1 மணித்தியாலம் குறைவாக தனது பயணத்தை முடிக்கலாம். A,B யின் கதிகளைக் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 13.2

பின்வரும் சமன்பாடுகளை (1 இலிருந்து 12 வரை) நிறைவர்க்கமாக்குதல் மூலம் தீர்க்க.

1. $x^2 - 10x - 3 = 0$
2. $y^2 = 1 - y$
3. $2x^2 + 1 = 4x$
4. $(2x-3)^2 = 5$
5. $x^2 - 6x = 3$
6. $2y^2 - 6y + 3 = 0$
7. $3x^2 - 2x - 2 = 0$
8. $3x + 2x^2 = 1$
9. $\frac{2}{x-2} = \frac{4}{x-3} - \frac{1}{1+x}$
10. $\frac{x+2}{x-3} - \frac{x^2}{x^2-9} = 1 - \frac{x-1}{3+x}$
11. $\frac{24}{10+x} + 1 = \frac{24}{10-x}$
12. $2y = \frac{2}{y} + 3$
13. எண் ஒன்றினதும் அதன் நிகர்மாறினதும் கூட்டுத்தொகை $\frac{13}{6}$ ஆகும். அவ்வெண்ணைக் காண்க.
14. இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 23, அவ்வெண்களின் பெருக்குத் தொகை 132. அவ்வெண்களைக் காண்க.
15. P எனும் ஒரு துறைமுகத்திலிருந்து இரு கப்பல்கள் A, B ஒரே நேரத்தில் புறப்பட்டு முறையே வடக்கு, கிழக்கு திசைகளில் சீரான கதிகளில் செல்கின்றன. B யின் கதி, A யின் கதியிலும் 5km/ மணி குறைவானதாகும். 1 மணித்தியாலத்தின் பின்னர் இரு கப்பல்களுக்கும் இடைத்தூரம் 25km எனின், A,B யின் கதிகளை km/ மணியில் காண்க.
16. அடுத்துவரும் இரு எண்களின் நிகர் மாற்றுக்களின் கூட்டுத் தொகை $\frac{15}{56}$ எனின் அவ்வெண்களைக் காண்க.
17. இரு எண்களின் வித்தியாசம் 2. அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை 74 அவ்வெண்களைக் காண்க.
18. செவ்வக வடிவ காணி ஒன்றின் சுற்றளவு 500 மீற்றர், அதன் பரப்பளவு $14400m^2$ எனின் காணியின் நீள அகலம் யாது?
19. புகையிரதம் ஒன்று 300km தூரத்தை சீரான கதியில் பயணம் செய்கிறது. அதன் கதி 5km/ மணியால் அதிகரித்தால் பயணத்திற்கு எடுக்கும் நேரம் 2 மணித்தியாலங்கள் குறைவாகும் புகையிரதத்தின் கதி யாது?
20. 50m நீளமும் 34m அகலமும் உடைய செவ்வக வடிவ காணி ஒன்றைச் சுற்றிவர சீரான அகலமான பாதை ஒன்று உண்டு. பாதையின் பரப்பு $540m^2$ எனின், பாதையின் அகலம் யாது?

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

21. மண்டபம் ஒன்றின் தரைக்கு குறித்த அளவுடைய 200 சதுரக்கற்கள் பதிக்கப்பட்டுள்ளன. சதுரக்கற்கள் ஒவ்வொன்றினதும் நீளம் 5cm கூட இருப்பின் 128 சதுரக் கற்கள் போதுமானவை ஆகும். சதுரக் கல் ஒன்றின் ஒரு பக்க நீளம் யாது?

22. தொட்டி ஒன்றினை நீரால் A,B எனும் இரண்டு குழாய்கள் மூலம் நிரப்பலாம். இரு குழாய்களும் சேர்ந்து தொட்டியை 6 மணித்தியாலங்களில் நிரப்பும் A தனித்து நிரப்புவதற்கு, B தனித்து நிரப்புவதற்கு எடுக்கும் நேரத்திலும் 5 மணித்தியாலங்கள் கூடுதலாகத் தேவை. A.B ஒவ்வொன்றும் தனித்து தொட்டியை நிரப்புவதற்கு எடுக்கும் நேரங்களைக் காண்க.

23. அடுத்து வரும் நான்கு நிறையெண்கள் ஏறுவரிசையில் உள்ளன. முதல் இரண்டினதும் பெருக்குத் தொகை, கடைசி இரண்டினதும் பெருக்குத் தொகையின் மூன்றில் இரண்டிலும் பார்க்க 36 அதிகமானது. நான்கு நேர் நிறையெண்களையுங் காண்க.

24. பின்வருவனவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(i) $4, 3$ (ii) $-\frac{1}{2}, -5$ (iii) $-\frac{2}{3}, \frac{5}{3}$

(iv) $a, -a$ (v) $a, \frac{1}{a}$ (vi) $p, p+2$

25. (a) $ax^2 + x + 2 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் $-\frac{2}{3}$ எனின் a யின் பெறுமானத்தையும், மற்றைய மூலத்தையுங் காண்க.

(b) $bx^2 + mx - 3 = 0$ இன் மூலங்கள் $-\frac{1}{2}$, 3 எனின் b, m இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

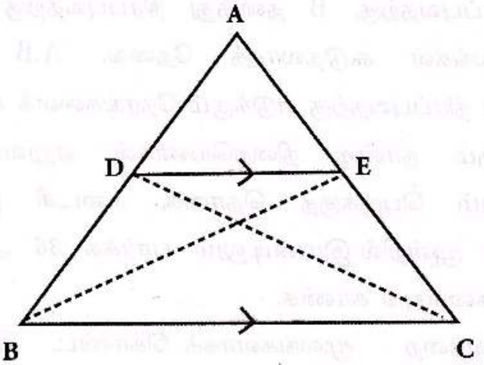
Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

14. சம கோண முக்கோணிகள்

14.1 முக்கோணிகளின் பக்கங்களின் வகித சமப் பிரிப்பு.

தேற்றம் :

முக்கோணி ஒன்றின் ஒரு பக்கத்திற்குச் சமாந்தரமாக வரையப்படும் நேர்கோடு அடுத்த இருபக்கங்களையும் விதித சமமாகப் பிரிக்கும்.



தரவு : ΔABC, ல் $DE // BC$

நிறுவவேண்டியது : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

அமைப்பு : BE, CD என்பவற்றை இணைக்க.

நிறுவல் : $\frac{\Delta AED}{\Delta DEC} = \frac{AD}{DB}$ (E பொது உச்சி, AB நேர் கோடு)

$\frac{\Delta AED}{\Delta DEC} = \frac{AD}{EC}$ (D பொது உச்சி, AC நேர் கோடு)

ஆனால் $\Delta DEB = \Delta DEC$ (ஒரே அடி, ஒரே சமாந்தரக் கோடு)

$\therefore \frac{\Delta AED}{\Delta DEB} = \frac{\Delta AED}{\Delta DEC}$

$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

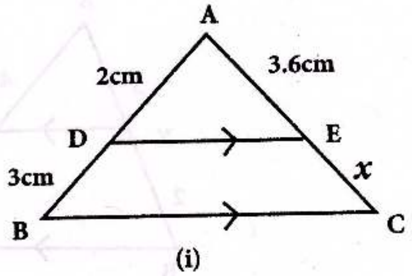
இதன் மறுதலைத் தேற்றம்:

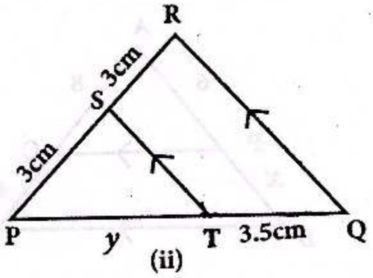
ஒரு நேர் கோடானது முக்கோணி ஒன்றினது இரு பக்கங்ளை விகிதசமமாகப் பிரிக்கும் எனின், அந்நேர்கோடு மூன்றாம் பக்கத்திற்குச் சமாந்தரமாகும்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம்

பின்வரும் உருக்களில் ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப் பட்ட பக்கங்களின் நீளங்களைக் காண்க.





உரு (i) ல் $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (விகித சம தேற்றம்)

$\frac{2}{3} = \frac{3.6}{x}$

$\therefore x = \frac{3.6 \times 3}{2}$

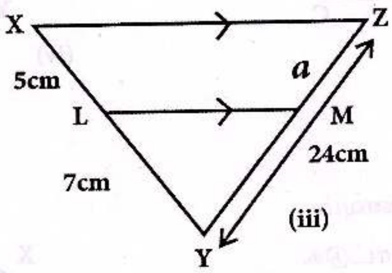
$= 5.4cm$

உரு (ii) ல் $\frac{PS}{SR} = \frac{PT}{TQ}$

$\frac{3}{5} = \frac{y}{3.5}$

$\therefore y = \frac{3 \times 3.5}{5}$

$= 2.1cm$



உரு (iii)ல் $\frac{YL}{LX} = \frac{YM}{MZ}$

$\frac{7}{5} = \frac{24-a}{a}$

$7a = 120 - 5a$

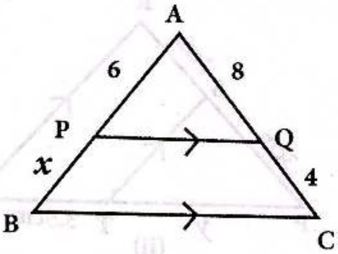
$12a = 120$

$a = 10cm$

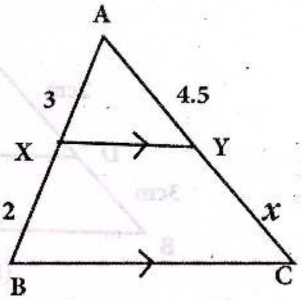
Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 14.1

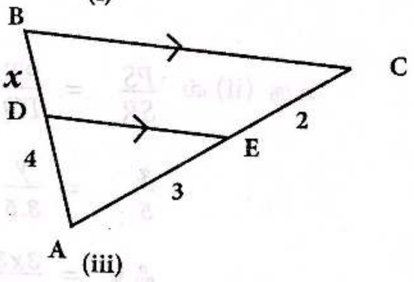
1. பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் x ஆல் குறிக்கப்படும் நீளத்தின் பெறுமானத்தைக் காண்க.



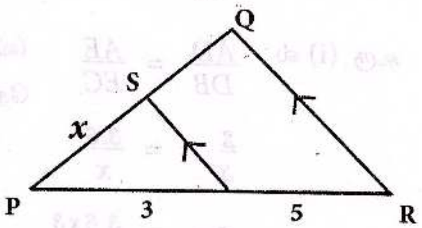
(i)



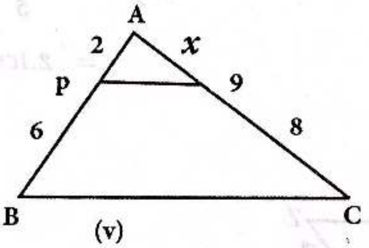
(ii)



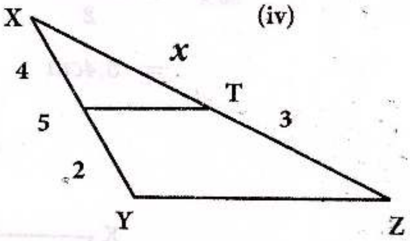
(iii)



(iv)



(v)



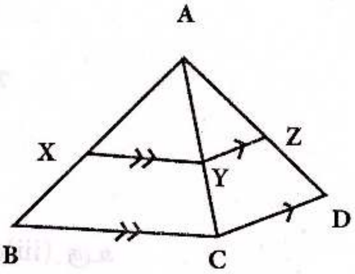
(iv)

2. உருவில்

(i) AX : XB = AZ : ZD எனவும்

(ii) XZ// BD எனவும் காட்டுக.

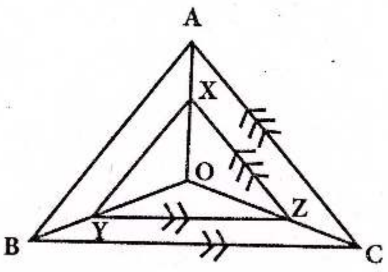
(iii) AB=4cm, AX=2.5cm,



3. உருவில்

(i) OY : YB = OX : XA எனவும்

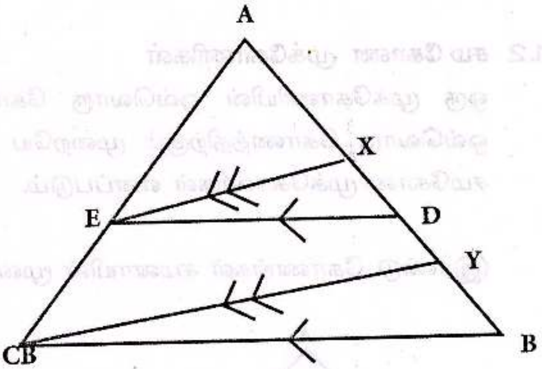
(ii) XY // AB எனவும் நிறுவுக.



Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

4. உருவில்

AX : XY = AD : DB என நிறுவுக.



5. PQRS எனும் சரிவகத்தில் PQ//SR ஆகும். அதன் மூலம் விட்டங்கள் T ல் இடைவெட்டின் PT : TR = QR : TX என நிறுவுக.

6. ABC என்பது ஒரு முக்கோணியாகும். AB யிலுள்ள P என்னும் புள்ளியினூடாக BC ற்குச் சமாந்தரமாக வரையும் கோடு பக்கம் AC ஐ Q வில் சந்திக்கிறது. QB ற்கு சமாந்தரமாக C யினூடாக வரையும் கோடு

7. ABC முக்கோணியில் D என்பது பக்கம் BC ன் நடுப்புள்ளியாகும். E என்பது பக்கம் AD ன் நடுப்புள்ளியாகும். நீட்டப்பட்ட BE, AC ஐ F ல் சந்திக்கிறது. BE:EF=3:1 என நிறுவுக.

8. ABC முக்கோணத்தின் பக்கம் AB ல் D என்னும் புள்ளி AD : DB = 2:1 ஆக அமைந்துள்ளத. BC ல் E என்னும் புள்ளி BE:EC=3:5 ஆக அமைந்துள்ளது. AE, CD என்பன F ல் இடைவெட்டின் CF= $\frac{5}{7}$CD என நிறுவுக. (உதவி : AE ற்குச் சமாந்தரமாக, D இனூடாக வரையும் கோடு BC ஐ G இல் சந்திக்கட்டும்.

9. முக்கோணி ABC ன் பக்கம் BC ல் D என்னும் புள்ளி BD :DC=2:3 ஆகுமாறும், CA ல் E என்னும் புள்ளி CE : EA=1:2 ஆகுமாறும் அமைந்துள்ளன. AD, BE என்பன F ல் சந்திப்பின் BF =FE என நிறுவுக.

10. ABC ஒரு முக்கோணியாகும் P என்பது BC ன் நடுப்புள்ளி AC ல் Q என்னும் புள்ளி AQ : QC : 1:2 ஆகுமாறு உள்ளது. AP ; BQ என்பன R ல் சந்திக்கின்றன.

(i) AR = RP எனவும்

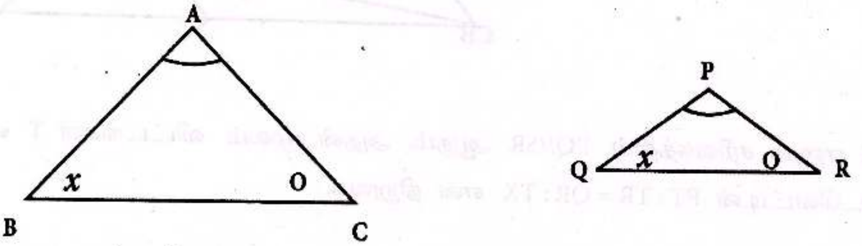
(ii) RQ : BQ = 1 : 4 எனவும் நிறுவுக

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

31.2 சம கோண முக்கோணிகள்

ஒரு முக்கோணியின் ஒவ்வொரு கோணமும், மற்றுமொரு முக்கோணியின் ஒவ்வொரு கோணத்திற்கும் முறையே சமனாயின் அவ்விரு முக்கோணிகளும் சமகோண முக்கோணிகள் எனப்படும்.

(இரண்டு கோணங்கள் சமனாயின் மூன்றாங்கோணமும் சமனாகவே இருக்கும்)



இங்கு $\hat{A} = \hat{P}$, $\hat{B} = \hat{Q}$, $\hat{C} = \hat{R}$ எனவே ΔABC யும் ΔPQR ம் சமகோண முக்கோணிகளாகும். சம கோணங்களுக்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்கள் ஒத்த பக்கங்கள் எனப்படும்.

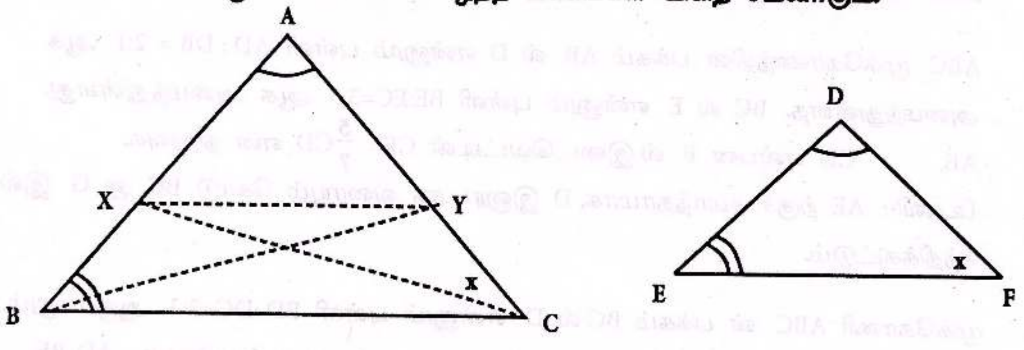
AB ற்கு ஒத்த பக்கம் PQ ம்

BC ற்கு ஒத்த பக்கம் QR ம்

AC ற்கு ஒத்த பக்கம் PR ம் ஆகும்.

தேற்றம்

சம கோண முக்கோணிகளின் ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமனாகும்.



தரவு : ABC, DEF என்பன இரு சமகோண முக்கோணிகளாகும்.

$\hat{A} = \hat{D}$, $\hat{B} = \hat{E}$, $\hat{C} = \hat{F}$

நிறுவ வேண்டியது : $\dfrac{DE}{AB} = \dfrac{DF}{AC} = \dfrac{EF}{BC}$

அமைப்பு :

AB, AC, என்பவற்றில் DE =AX ஆகுமாறும், DF = AY ஆகுமாறும் X, Y என்னும் புள்ளிகளைக் குறிக்க. XYXC, YB என்பவற்றை இணைக்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

நிறுவல் :

$\Delta AXY, \Delta DEF$ என்பவற்றில்

$AX = DE$ (அமைப்பு)

$AY = DF$ (அமைப்பு)

$X\hat{A}Y = E\hat{D}F$ (தரவு)

$\therefore \Delta AXY \equiv \Delta DEF$ (ப, அடை, ∡, ப)

$\therefore A\hat{X}Y = D\hat{E}F,\ A\hat{Y}X = D\hat{F}E$

ஆனால் $D\hat{E}F = A\hat{B}C,\ D\hat{F}E = A\hat{C}B$ (தரவு)

$A\hat{X}Y = A\hat{B}C,\ A\hat{Y}X = A\hat{C}B$

இவை ஒத்த கோணங்களாகும்.

$\therefore XY = BC$

எனவே $\frac{AX}{XB} = \frac{AY}{YC}$ (விகிதசமத் தேற்றம்)

$\Rightarrow \frac{XB}{AX} = \frac{YC}{AY}$

இருபக்கமும் ஒன்றை கூட்ட

$$\frac{XB}{AX} + 1 = \frac{YC}{AY} + 1$$

$$\frac{XB + AX}{AX} = \frac{YC + AY}{AY}$$

$$\frac{AB}{AX} = \frac{AC}{AY}$$

$$\Rightarrow \frac{AX}{AB} = \frac{AY}{AC}$$

ஆனால் $AX = DE,\ AY = DF$ (அமைப்பு)

$$\therefore \frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC}$$

இவ்வாறே

$\frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC} = \frac{EF}{BC}$ என நிறுவலாம்

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

மறுதலைத் தேற்றம் :

ஒரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களும், மற்றுமொரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களுக்கு விகித சமனாயின் அம் முக்கோணிகள் இரண்டும் சமகோணமானவை எனப்படும்.

இயல்பொத்த உருவங்கள் :-

இரண்டு முக்கோணிகளின்

(i) ஒவ்வொரு கோணமும் மற்றையதிற்குச் சமனாயின் **அல்லது**

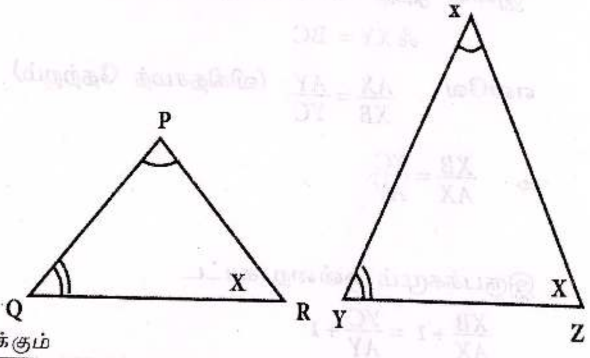
(ii) ஒத்த பக்கங்களின் நீளங்கள் விகித சமனாயிருப்பின் அவ்விரு முக்கோணிகளும் இயல்பொத்த முக்கோணிகள் எனப்படும்.

$\hat{P} = \hat{X},\ \hat{Q} = \hat{Y},\ \hat{R} = \hat{Z}$ ஆயின்

அல்லது

$\frac{PQ}{XY} = \frac{QR}{YZ} = \frac{PR}{XZ}$ எனின்

$\Delta PQR \sim \Delta XYZ$ ஆகும்

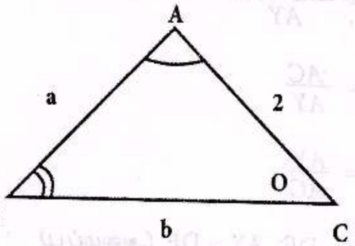


$\sim$ என்பது இயல்பொப்பைக் குறிக்கும்

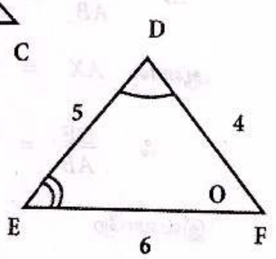
முக்கோணி தவிர்ந்த ஏனைய உருவங்களுக்கு இரண்டு நிபந்தனைகளும் ஒருங்கே பொருந்தினால் மட்டுமே அவை இயல்பொத்தவை எனப்படும்.

உதாரணம் 1

உருவில் எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பட்ட நீளங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



இரண்டு கோணங்கள் சமன் ஆகையால் மூன்றாம் கொணமும் சமனாகும்.



∴ ΔABCயும் ΔDEFம் சம கோணமானவை

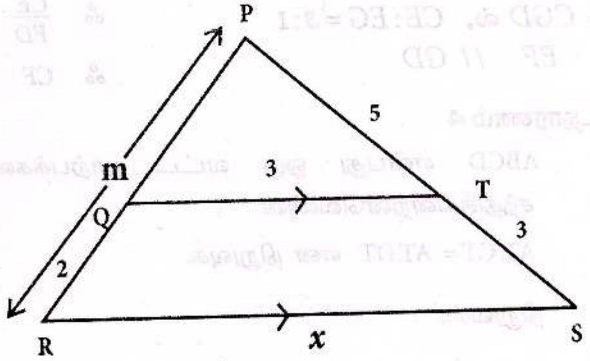
∴ $\frac{a}{5} = \frac{2}{4} = \frac{b}{6}$

∴ $a = \frac{10}{4} = b = \frac{12}{4}$

$a = 2.5 = b = 3$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உதாரணம் 2



உருவில் QT//RS எனின்

(i) ΔPQT ம் ΔPRS ம் சமகோணமானவை எனக் காட்டுக.

(ii) ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பட்ட நீளங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$\Delta\ PQT,\ \ \Delta PRS$ இரண்டிலும்

$P\hat{Q}T = P\hat{R}S$ (ஒ.∡ QT//RS)

$P\hat{T}Q = P\hat{S}R$ (ஒ.∡ QT//RS)

$Q\hat{P}T = R\hat{P}S$ (பொது கோணம்)

∴ Δ PQT, Δ PRS இரண்டும் சம கோணமானவை.

$\therefore \frac{m-2}{m} = \frac{3}{x} = \frac{5}{8}$

$\frac{m-2}{m} = \frac{5}{8}$

$8m - 16 = 5m$

$3m = 16$

$m = 5.3$

$\frac{3}{x} = \frac{5}{8}$

$x = \frac{8x3}{5}$

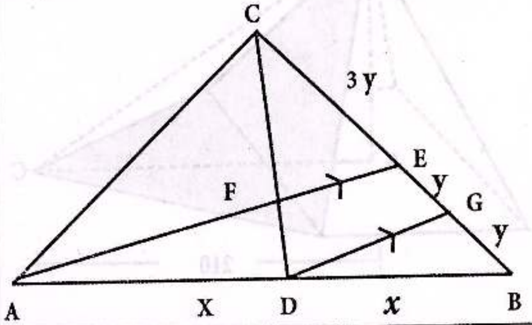
$= 4.8$

உதாரணம் 3

முக்கோணி ABC யின் பக்கம் AB ன் நடுப்புள்ளி D ஆகும். BC யில் E என்னும் புள்ளி BE:EC=2:3 ஆகுமாறு உள்ளது.

AE, CD என்பன F ல் சந்திக்கின்றன. CF= $\frac{3}{4}$ CD என நிறுவுக.

அமைப்பு : AE குச் சமாந்தரமாக D யினூடு வரையப்படும் கோடு BC ஐ G ல் சந்திக்கிறது.



நிறுவல்.

ΔAEBல்

$AD = BD$

$AD = DB$

$DG\ //\ AE$

$\therefore\ EG = GB$

$EG = GB = y$ என்க

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

∴ $EB = 2y$

∴ $EC = 3y$

$\Delta\ CGD$ ல், $CE : EG = 3:1$

$EF \ // \ GD$

∴ $CF : FD = 3:1$

$CF : CD = 3:4$

∴ $\frac{CE}{FD} = \frac{3}{4}$

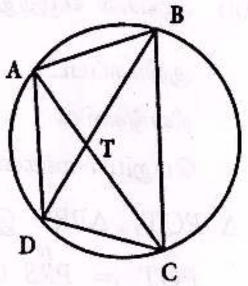
∴ $CF = \frac{3}{4}$ CD

உதாரணம் 4

ABCD என்பது ஒரு வட்ட நாற்பக்களாகும் AC, BD என்பன T ல் சந்திக்கின்றனவெனின்

AT, CT = AT.DT என நிறுவுக.

நிறுவல்:



$\Delta\ ADT,\ \Delta BCT$ இரண்டிலும்

$DAC = DBC$ (ஒரே.து.∡)

$ADB = ACB$ (ஒரே.து.∡)

$ATD = BTC$ (கு.எ.∡)

∴ $\Delta\ ADT$ ம், $\Delta\ BCT$ ம் சமகோணமானவை.

∴ $\frac{AD}{CB} = \frac{AT}{BT} = \frac{DT}{CT}$

$\frac{AT}{BT} = \frac{DT}{CT}$

∴ $AT.CTE = DT.BT$

உதாரணம் 5

பிரமிட் ஒன்றின் அருகில் 1.8m உயரமான மனிதனொருவன் நிற்கின்றான். ஒரே கணத்தில் மனிதனின் நிழலின் நீளம் 2.7m ஆகவும், பிரமிட்டின் நிழலின் நீளம் 210 m ஆகவும் இருந்தது. எனின் பிரமிட்டின் உயரத்தைக் காண்க.

AB, பிரமிட்டின் உயரத்தையும், DE, மனிதனின் உயரத்தையும் குறிக்கிறதென்க.

உருவில் $\Delta\ ABC,\ \Delta\ DEF$ ல்

$A\hat{B}C = D\hat{E}F = 90^o$

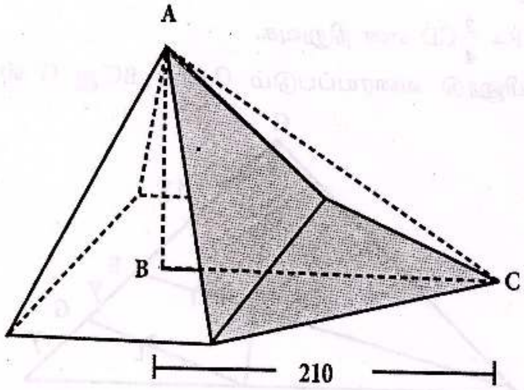
$B\hat{C}A = E\hat{F}D$

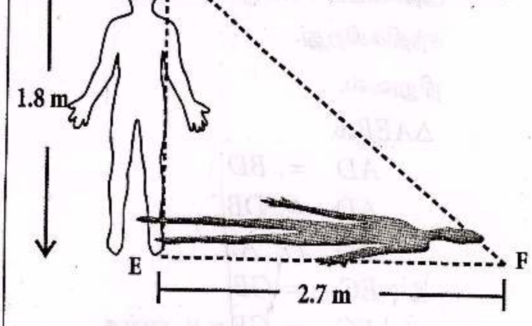
$\Delta\ ABC \sim \Delta\ DEF$

$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} \Rightarrow \frac{AB}{1.8} = \frac{210}{2.7}$

∴ $AB - 140m$

∴ பிரமிட்டின் உயரம் 140m

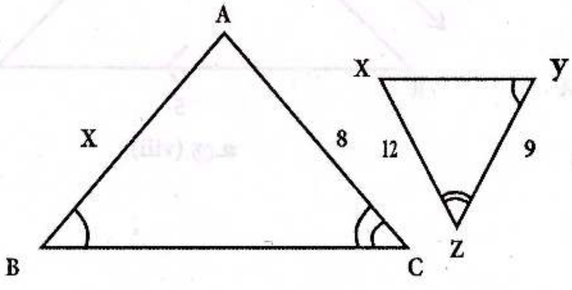




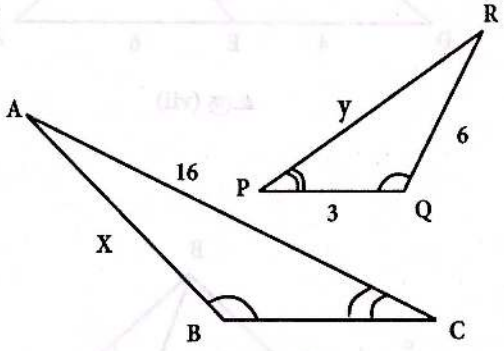
Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 14.2

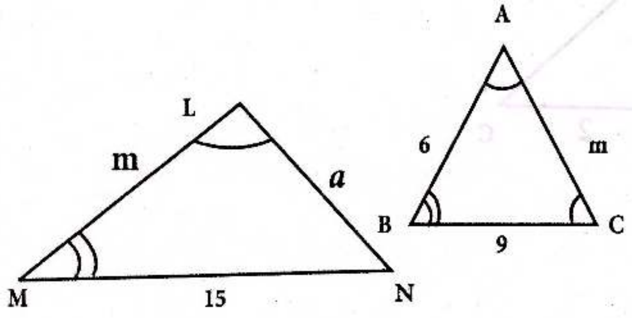
1. கீழே உள்ள உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பட்ட நீளங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



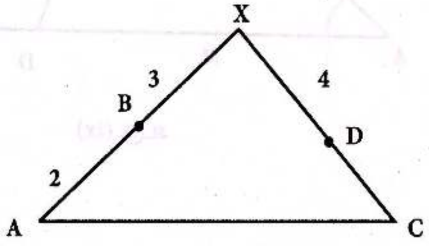
உரு (i)



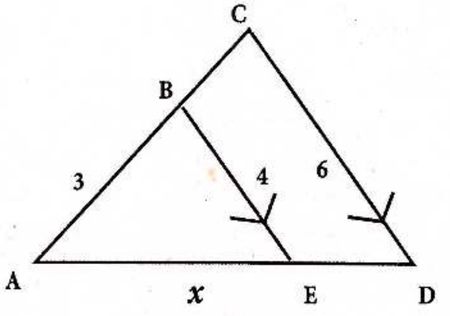
உரு (ii)



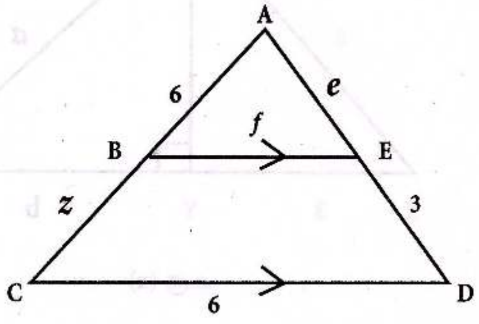
உரு (iii)



உரு (iv)

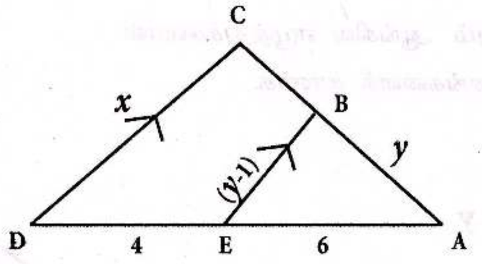


உரு (v)

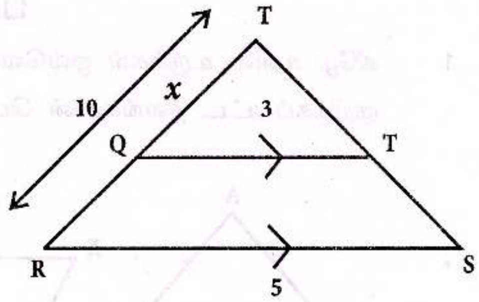


உரு (vi)

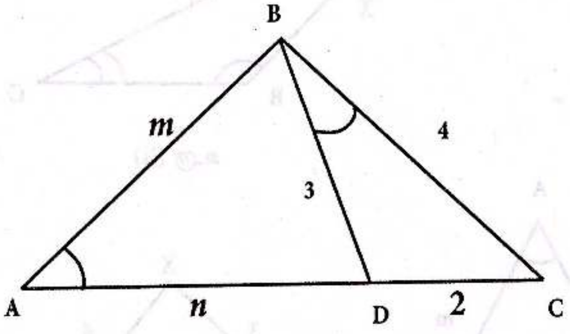
Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org



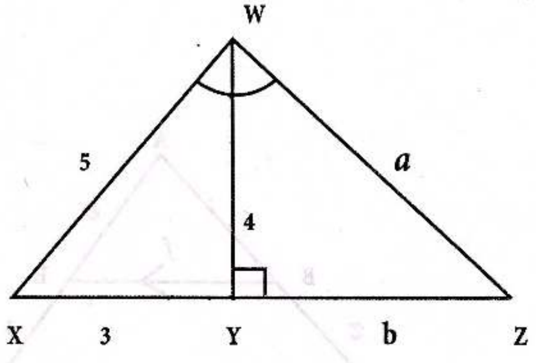
உரு (vii)



உரு (viii)



உரு (ix)



உரு (x)

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

2. ABCD என்னும் இணைகரத்தின் பக்கம் CD ன் நடுப்பள்ளி E ஆகும். AC, BE என்பன ஒன்றையொன்று F ல் இடைவெட்டுகின்றன.

(i) ΔABF, ΔECF என்பவை இயல்பொத்தவை என நிறுவுக.

(ii) $AF = \frac{2}{3}$ AC என நிறுவுக.

Arasady Public Library
Municipal Council
Batticaloa.

3. முக்கோணி AB ன் பக்கம் AB ல் AP = 3cm ஆகுமாறும் PB = 6 cm ஆகுமாறும் P என்னும் புள்ளி உள்ளது. பக்கம் AC ல் AQ = 5cm ஆகுமாறும் QC = 10 cm ஆகுமாறும் Q என்னும் புள்ளி உள்ளது.

(i) PQ//BC எனவும்

(ii) BC = 3PQ எனவும் நிறுவுக.

4. வட்டம் ஒன்றின் நாண்கள் AB, CD என்பன வட்டத்தினுள் M என்னும் புள்ளியில் இடைவெட்டுகின்றன.

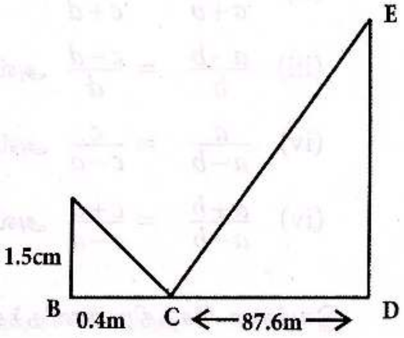
(i) ΔAMD, ΔBMD என்பவை இயல்பொத்தவை என நிறுவுக.

(ii) MA MB = MC . MD என நிறுவுக.

5. வட்டம் ஒன்றின் இரு நாண்கள் BA ம் DC ம் நீட்டப்படும் போது O வில் சந்திக்கின்றன.

(i) ΔOCB,, ΔOAD இயல்பொத்தவை என நிறுவுக.

6. BCD எனும் கிடை நிலத்தில் நிலைக்குத்தாக நிற்கம் கோபுரம் DE ஆகும். B ல் 1.5m உயரமான மனிதனொருவன் நிற்கிறான். கிடை நிலத்தில் C என்னும் புள்ளியில் கண்ணாடியொன்று மேல் நோக்கியிருக்கின்றது. CB = =0.4m, CD = 87. 6m எனின் கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.



7. 1.8m உயரமான மனிதனொருவனின் நிழற்படத்தில் அவனின் உயரம் 1.5cm ஆகவிருந்தது. புககப்படக் கருவியின் வில்லைக்கும் படச்சுருளுக்குமான தூரம் 3cm எனின் புகைப்படக் கருவியிலிருந்து மனிதனின் தூரத்தைக் காண்க.

8. முக்கோணி ABC யின் உச்சிகளினூடு செல்லும் வட்டத்தை, $\hat{A}$ ன் இரு கூறாக்கி E இலும், பக்கம் BC ஐ D யிலும் வெட்டுகிறது.

(i) ΔABD, ΔAEC என்பன இயல்பொத்தவை எனவும்.

(i) AB. AC = AE. AD எனவும் நிறுவுக.

Class No:
Acc No

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

9. ABCD என்பது ஓர் இணைகரமாகும். A யினூடாகச் செல்லும் யாதுமொரு கோடு BC ஐ X இலும், நீட்டப்பட்ட DC ஐ Y இலும் வெட்டுகிறது. BX, DY ஒரு மாறிலி எனக் காட்டுக.

10. ABCD ஓர் இணைகரமாகும். A ற் கூடாகச் செல்லும் AXYZ, என்னும் கோடு BD ஐ X இலும் BC ஐ Y இலும், நீட்டப்பட்ட DC ஐ Z இலும் வெட்டுகிறது.

(i) $\Delta AXB \sim \Delta ZXD$ எனவும்

(ii) $\Delta AYB \sim \Delta ADZ$ எனவும்

(iii) இவற்றிலிருந்து $AX : XZ = AY : AZ$ எனவும் காட்டுக.

மேலதிக கவனத்திற்கு :

விகிதமும், விகித சமன் சம்மந்தமான அட்சர கணிதத் தேற்றங்கள்.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ எனின்

(i) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

(ii) $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$

(iii) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ அல்லது $\frac{b-a}{b} = \frac{d-c}{c}$

(iv) $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-a}$ அல்லது $\frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$

(iv) $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ அல்லது $\frac{b+a}{b-a} = \frac{d+c}{d-c}$

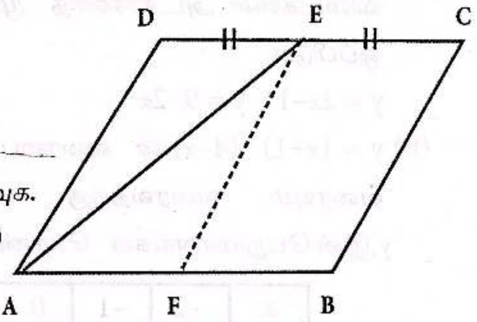
இவற்றை கேத்திர கணிதத்திலும் பயன்படுத்த முடியும்.

Class No
Acc No

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

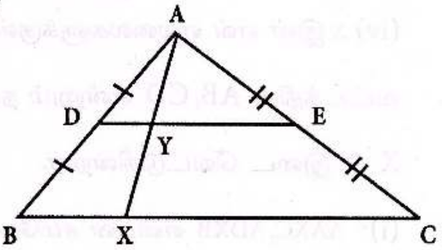
மீட்டற் பயிற்சி IV

1. அருகிலுள்ள உருவில் ABCD ஓர் இணைகரமாகும். E என்பது CD ன் நடுப்புள்ளியாகும்.
$\Delta ADE = \frac{1}{4}$ இணைகரம் ABCD என நிறுவுக.
(உதவி EF//CB ஆகுமாறு EF ஐ வரைக)



2. (a) ரூபா 75 000 ஐ வருடத்திற்கு 7.5 % கூட்டுவட்டிப் படி 3 வருடங்களுக்கு வைப்பிலிட்டால்
   (i) 1ம் வருடத்திற்கான வட்டி எவ்வளவு?
   (ii) 2ம் வருடத்தின் ஆரம்பத்தில் முதல் எவ்வளவு?
   (iii) 2ம் வருடத்திற்கான வட்டி எவ்வளவு?
   (iv) 3ம் வருடத்தின் ஆரம்பத்தில் முதல் எவ்வளவு?
   (v) 3ம் வருட இறுதியில் கிடைக்கும் தொகை எவ்வளவு?
   (b) கம்பனி ஒன்றில் 3000 பங்குகளை வைத்திருக்கும் ஒருவருக்கு, கம்பனி பங்கொன்றிற்கு ரூபா 2 ஐ பங்கிலாபமாக வழங்குமெனின், கிடைக்கும் பங்கிலாபம் எவ்வளவு?

3. உருவில் ΔABC ன் பக்கங்கள் AB, AC ன் நடுப்புள்ளிகள் முறையே D, E ஆகும். BC ல் X யாதேனும் ஒரு புள்ளி. AX ம் DE யும் Y ல் இடை வெட்டுகின்றன. AY = YX என நிறுவுக.



4. (a) பின்வரும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.
$\frac{2}{u}+\frac{1}{v}=5$; $\frac{1}{u}+\frac{2}{v}=7$
   (b) $(x+3)^2 = 10$ ன் தீர்வுகளைக் காண்க.
   ($\sqrt{10} = 3.16$)

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

5. (a) பின்வரும் ஒருங்கமை சமன்பாட்டை வரைபை வரைவதன் மூலம் தீர்த்து, விடைகளை அட்சரகணித முறைப்படி தீர்த்து வரும் விடைகளுடன் ஒப்பிடுக.

$y = 2x-1$; $y = 9-2x$

(b) $y = (x+1)\ (4-x)$ ன் வரைபை x ன் பெறுமானங்கள் -3, தொடங்கி $+6$ வரையும் வரைவதற்கு x ன் சில பெறுமானங்களுக்கு ஒத்த y இன் பெறுமானங்கள் கொண்ட அட்டவணை தரப்பட்டுள்ளது.

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	-6	0	–	–	6	4	0	-6

(a) அட்டவணையில் இடைவெளிகளை நிரப்புக.

(b) (i) அட்டவணையில் உள்ள பெறுமானங்களின் சமச்சீரைக் கருத்திற் கொண்டு சமச்சீரச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(ii) சார்பின் மிகப் பெரிய பெறுமானத்தைக் காண்க.

(c) இரு அச்சுகளிலும் 10 சிறுபிரிவுகளை ஒரு அலகாகக் கொண்டு வளையியை வரைக.

வரைபிலிருந்து

(i) திரும்பற்புள்ளியின் ஆள் கூற்றை எழுதுக.

(ii) $(x+1)\ (4-x)=3$ ஆகும் x ன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

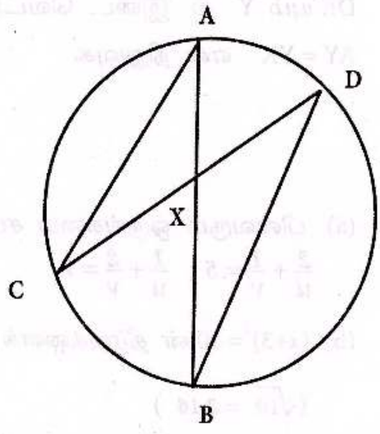
(iii) $(x+1)\ (4-x)=0$ ஐத் தீர்க்க.

(iv) x இன் எவ் எலலைகளுக்குள் $(x+1)\ (x-1)$ ஒரு நேரெண்ணாயிருக்கும்?

6. வட்டத்தின் AB, CD என்னும் நாண்கள் X ல் இடை வெட்டுகின்றன.

(i) $\Delta AXC, \Delta DXB$ என்பன சமகோண முக்கோணிகள் எனக் காட்டுக.

(ii) $AX.XB = CX.XD$ எனவும் காட்டுக

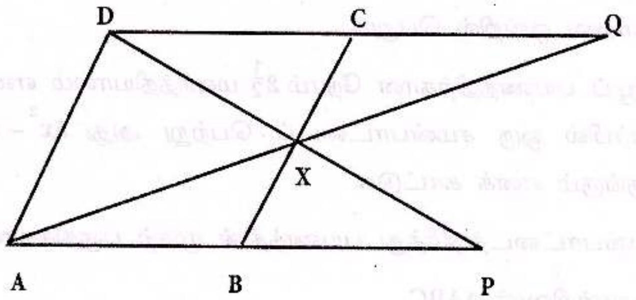


Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

மீட்டற் பயிற்சி V

1. உருவில் ABCD ஓர் இணைகரம். பக்கம் BC ல் யாதேனும் ஒரு புள்ளி X நீட்டப்பட்ட DX நீட்டப்பட்ட AB யை P ல் சந்திக்கிறது.

நீட்டப்பட்ட AX நீட்டப்பட்ட DC ஐ Q வில் சந்திக்கிறது. எனின் $\Delta PXQ = \frac{1}{2}$ இணைகரம் ABCD நிறுவுக.



2. ரூபா 170 000 பெறுமதியான தொலைக்காட்சிப் பெட்டியொன்றை ரூபா 50 000 முற்பணமாகச் செலுத்தி மீதியை 12 சமமான மாதாந்த தவணைக் கட்டணங்களாக 18% ஆண்டு வட்டியுடன் செலுத்தி வாங்க முடியும்.

(i) முற்பணத்திற்குப் பின் அவரது கடன் எவ்வளவு?

(ii) வட்டி செலுத்த வேண்டிய மாத அலகுகள் எத்தனை?

(iii) செலுத்த வேண்டிய மொத்த வட்டி எவ்வளவு?

3. முக்கோணம் PQR ல் QR ன் நடுப்புள்ளி S ஆகும். T என்பது PS ன் நடுப்புள்ளியாகும். PQ விற்கு T இனூடாக வரையுஞ் சமாந்தரம் PR, QR என்பவற்றை முறையே X, Y ல் சந்திப்பின் $XY = \frac{3}{4}$ PQ என நிறுவுக.

4. $y = 2x^2 - 7x + 3$ என்ற சார்பின் வரைபை வரைவதற்கு $x = -1$ இலிருந்து $4\frac{1}{2}$ வரையான அட்டவனை ஒன்றை தயாரிக்குக.

(i) பொருத்தமான அளவிடையைத் தெரிந்து சார்பின் வரைபை வரைக. வரைபைப் பயன்படுத்தி பின் வருவனவற்றைக் காண்க.

(ii) சமச்சீரச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(iii) $y < 2$ ஆகவிருக்கும் x ன் வீச்சை எழுதுக.

(iv) $2x^2 - 7x + 3 = 0$ ன் மூலகங்கள்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

5. சைக்கிளோட்டி ஒருவன் தனது 36km பயணத்தின் முதல் $\frac{5}{6}$ பகுதியை $x$km/h கதியில் பயணம் செய்தான்.

(a) இப்பணத்திற்கான நேரத்தை மணித்தியாலங்களில் x ன் சார்பிலான கோவையில் பெறுக.

மீதிப் பயணத்தை, கதியை 5km/h இனால் குறைத்து பயணம் செய்தான்.

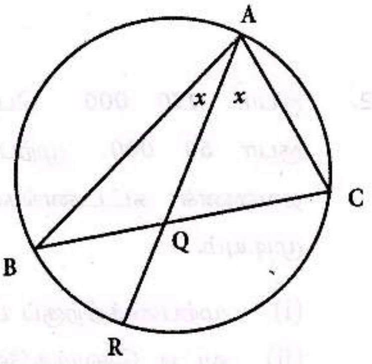
(b) மீதிப் பயணத்திற்கான நேரத்தை மணித்தியாலங்களில் x சார்பான கோவை ஒன்றில் பெறுக.

(c) முழுப் பயணத்திற்கான நேரம் $2\frac{1}{2}$ மணித்தியாலம் எனத் தரப்படின் xன் சார்பில் ஒரு சமன்பாட்டைப் பெற்று அது $5x^2 - 97x+300 = 0$ இற்கு சுருங்கும் எனக் காட்டுக.

(d) சமன்பாட்டைத் தீர்த்து பயணத்தின் முதற் பகுதிக்கான கதியை காண்க.

6. வட்டமொன்றினுள் ΔABC உள்ளடக்கப்பட்டுள்ளது. $B\hat{A}C$ ன் இரு கூறாக்கி BC ஐ Q விலும் வட்டத்தை P இலும் வெட்டுகிறது.

$\frac{AC}{AQ} = \frac{AP}{PB}$ எனக் காட்டுக



Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

மீட்டற் பயிற்சி VI

1. ABCD என்பது ஓர் இணைகரமாகும். M எனபது AD ன் நடுப்புள்ளியாகும். M ற்கூடாக DB ற்கு வரையும் சமாந்தரம் AC ஐ H ல் சந்திக்கிறது. M ற் கூடாக AC ற்கு வரையும் சமாந்தரம் DB ஐ K ல் சந்திக்கிறது.
இணைகரம் MHOK $=\frac{1}{8}$ இணைகரம் ABCD என நிறுவுக.

2. (a) ரூபா 41 00 பெறுமதியான வீட்டுத்தளபாடத் தொகுதியொன்று முதலில் ரூபா 5000 ஐச் செலுத்தி மீதியை ஒவ்வொன்றும் ரூபா 3 390 கொண்ட சமமானத் தவணைக் கட்டணங்களாகச் செலுத்தி ஒரு வருடத்தில் பெற்றுக் கொள்ளளாலம். அறவிடப்படும் வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

(b) பங்கொன்றுக்கு ரூபா 1.50 ஐ பங்கிலாபமாக வழங்கும் கம்பனியொன்றின் 5000 பங்குகளை ஒருவர் ரூபா 12.50 சந்தை விலையில் வாங்கினார். வருட இறுதியில் பங்கின் சந்தை விலை ரூபா 15 ஆக உயர்ந்தது.

(i) ஒருவருடத்தில் அவர் பெற்ற பங்கிலாபம் எவ்வளவு?

(ii) அவருக்குக் கிடைத்த மூலதன இலாபம் எவ்வளவு?

3. ABCD சரிவகத்தில் AB//DC. AD ன் நடுப்புள்ளி E, BC ன் நடுப்புள்ளி F ஆகும்.

(i) EF// AB எனவும்

(ii) EF $=\frac{1}{2}$ (AB+DC) எனவும் காட்டுக.

(உதவி BD ஐ இணைத்து BC ன் நடுப்புள்ளி G எனகுறிக்குக.

4. $y= 4-(x-2)^2$ என்னும் சார்பின் x ன் சில பெறுமானங்களுக்கு ஒத்த y ன் சில பெறுமானங்கள் கொண்ட அட்டவணையொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	−1	0	1	2	3	4	5
y	−5	0	3	4	3	−	−5

(a) (i) அட்டவணையிலுள்ள இடைவெளியை நிரப்புக.

(ii) ஒவ்வொரு அச்சிலும் 10 சிறு பிரிவுகளை ஒரு அலகாகக் கொண்டு சார்பின் வரைபை வரைக.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(b) வரைபைப் பயன்படுத்தி

(i) $y = 1$ ற்கு ஒத்த x ன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(ii) சமச்சீரச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(iii) திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூற்றை எழுதுக.

(iv) சார்பு நேராகக் குறைவடையும் x ன் வீச்சை எழுதுக.

(v) $4-(x-2)^2=0$ ன் மூலகங்களை காண்க.

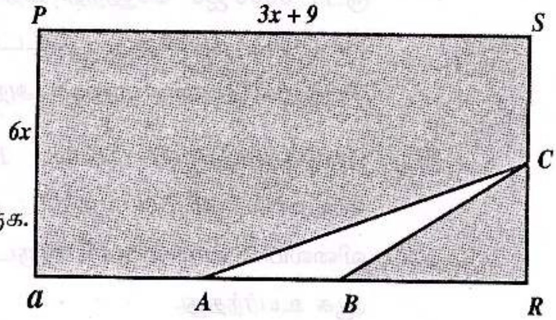
(vi) $y=a-(x-b)^2$ என்னும் சார்பின் திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறு $(3,5)$ எனின் a, b ன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

5. உருவில் $PQRS$ ஓர் செவ்வகம்

$PQ = 6x cm$

$QA = AB = BR$ ம்

$RC = \frac{2}{3}RS$ ம் எனின்



(i) AB ன் நீளத்தை x சார்பில் தருக.

(ii) RC ன் நீளத்தை x சார்பில் தருக.

(iii) ΔABC ன் பரப்பளவை x சார்பில் தருக.

(iv) நிழற்றிய பகுதியின் பரப்பளவு $152 cm^2$ எனின் x ல் $2x^2+6x-1920$ எனும் சமன்பாடு பெறப்படும் எனக் காட்டுக.

(v) மேலுள்ள சமன்பாட்டைத் தீர்த்து செவ்வகத்தின் சுற்றளவை இரு தசமதானங்களுக்குத் திருத்தமாகத் தருக. $(\sqrt{47}=6.86)$

6. ABCD என்பது AB>BC ஆகவுள்ள ஒரு செவ்வகமாகும். BC = BE ஆகுமாறு AB ஐ E வரை நீட்டுக. AE ஐ விட்டமாகக் கொண்டு செவ்வகத்திற்கு வெளியே வரையப்பட்ட அரைவட்டத்தை நீட்டப்பட்ட CB ஆனது F ல் சந்திக்கிறது.

(i) ΔAFB ம் ΔFBE ம் சமகோண முக்கோணிகள் எனக் காட்டுக.

(ii) $AB . BC = BF^2$ என நிறுவுக.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

விடைகள்

பயிற்சி I

1. (i) ✓ (ii) × (iii) ✓ (iv) ✓ (v) ✓
   (vi) ✓ (vii) × (viii) × (ix) × (x) ✓

2. (i), (ii)

3. (i) 0.875 - முடிவுறும் தசமம் (ii) 0.66.... - மீளும் தசமம்
   (iii) 1.75 - முடிவுறும் தசமம் (iv) 0.8333.... - மீளும் தசமம்
   (v) 0.44 - முடிவுறும் தசமம்

4. (i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{2}{11}$ (iii) $1\frac{5}{11}$ (iv) $\frac{1}{9999}$

5. $0.\dot{0}7692\dot{3}$

7. (i) $2\sqrt{3}$ (ii) $4\sqrt{2}$ (iii) $3\sqrt{3}$ (iv) $3\sqrt{5}$ (v) $5\sqrt{2}$
   (vi) $6\sqrt{2}$ (vii) $9\sqrt{2}$ (viii) $10\sqrt{5}$ (ix) $6\sqrt{7}$

8. (i) $\sqrt{28}$ (ii) $\sqrt{45}$ (iii) $\sqrt{252}$ (iv) $\sqrt{98}$ (v) $\sqrt{68}$

9. (i) $7\sqrt{2}$ (ii) O (iii) $8\sqrt{3}$ (iv) $13\sqrt{3}$ (v) $13\sqrt{2}$
   (vi) $20\sqrt{3}$ (vii) $-\sqrt{5}$ (viii) $5\sqrt{3}$ (ix) $3\sqrt{6}$ (x) $15\sqrt{5}$

10. (i) 42 (ii) $6\sqrt{15}$ (iii) 8 (iv) $30\sqrt{16}$ (v) $30\sqrt{7}$
    (vi) 2 (vii) $4\sqrt{\frac{3}{2}}$ (viii) $2\sqrt{3}$ (ix) $\frac{1}{3\sqrt{5}}$ (x) $2\sqrt{\frac{3}{2}}$

11. (i) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (ii) $\frac{\sqrt{7}}{7}$ (iii) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (iv) $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ (v) $\frac{\sqrt{3}}{9}$
    (vi) $\frac{3\sqrt{14}}{5}$ (vii) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (viii) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ (ix) $\left(\sqrt{2}+1\right)^2$ (x) $\frac{(2\sqrt{5}+1)^2}{19}$

12. (i) 0.707 (ii) 3.535 (iii) 7.071 (iv) 1.299 (v) 9.798

13. (i) 14 (ii) 28 (iv) −4 (v) $18+6\sqrt{5}$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 4, 5.1

1. (i) 8cm (ii) $48cm^2$ (iii) $336cm^2$
2. (i) $432cm^2$ (ii) (iii) $432cm^2$
3. (i) $112m^2$
4. (i) $25cm^2$ (ii) 20cm (iii) $6000cm^3$
5. (i) 8cm
6. (i) 11cm
7. (i) $7920cm^2$
8. (i) $3080cm^3$ (ii) 21cm (iii) $26400cm^3$
9. (i) 7cm (ii) 13.9 (iii) 459.8 (iv) 616
10. (i) 12
11. (i) 176 (ii) 154
12. (i) 40
13. (i) 10.5
14. (i) 96π
15. (i) 8
16. $2\sqrt{13}$
17. 154, 359.3
18. 1386, 4851
19. 7
20. 900π
21. 5544π
22. 14
23. 36π
24. 27 :125
25. 18

பயிற்சி 4, 5. 2

1. (i) 221.5 (ii) 243.8
2. (a) 337.8 (b) 218.7 (c) 13.3
3. (i) 93 (ii) 7720 (iii) 1நிமி 21 செக்
4. (i) 576 (ii) 509 (iii) 452
5. (i) 750
6. (i) 10
7. (a) (i) 16.2 (ii) 305 (b) 144π (c) 4.42
8. (a) 6.25 (b) 567 (c) 825 (d) 17.2
9. (a) (i) 15 (ii) 2078 (iii) 367

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 6

1

(i) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

(ii) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

(iii) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

(iv) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

(v) $8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3$

(vi) $8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3$

(vii) $27a^3 + 54a^2b + 36ab^2 + 8b^3$

(viii) $27a^3 - 54a^2b + 36ab^2 - 8b^3$

(ix) $27a^3 + 108a^2b + 144ab^2 + 64b^3$

(x) $125 - 150x + 60x^2 + 8x^3$

(xi) $a^3b^3 + 3a^2b^2c + 3abc^2 + c^3$

(xii) $8a^3b^3 - 12a^2b^2c + 6abc^2 - c^3$

(xiii) $8x^3y^3 + 36x^2y^2z + 54xyz^2 + 27z^3$

(xiv) $a^3b^3 - 3a^2b^2cd + 3abc^2d^2 - c^3d^3$

(xv) $x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}$

(xvi) $x^3 - 3x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$

(xvii) $a^6 + 3a^4b^2 + 3a^2b^4 + b^6$

(xviii) $a^6 - 6a^4b^2 + 12a^2b^2 - 8b^3$

(xix) $a^9 + 3a^6b^3 + 3a^3b^6 + b^9$

(xx) $8a^9 - 12a^{b}b^3 + 6a^3b^6 - b^9$

2. 41, 189

3. 52, 152

4. 7, 18

5. 18, 76

6. 1060208, 970299

7. $2a^3 + 6ab^2, 6a^3b + 2b^3$

8. 8000000 , 8

9. 64

10. (i) $2x^2 - 3x + 4$, மீதி - 3 (ii) $x^2 - x - 5$, மீதி - 21

(iii) $x^2 - 3x - 12$, மீதி - 70 (ii) $2x^2 - 5x - 3$, மீதி - 2

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 7

A

(1) $\frac{-2x}{(x+3)(x-3)}$

(2) $\frac{-1}{x+1}$

(3) $\frac{-3(x+1)}{(x-1)(x-3)}$

(4) $\frac{3(x+1)}{(x+3)(x-2)}$

(5) $\frac{1-x}{(x-3)(x+2)}$

(6) $\frac{1-4x-x^2}{(x+1)(x-1)}$

(7) $\frac{2x}{(1-x)^2(1+x)}$

(8) $\frac{-2}{(x-1)\ (x+1)}$

(9) $\frac{16-17x}{15(x-1)}$

(10) $\frac{1+2x}{(1+x)(1-x)}$

(11) $\frac{2-4x}{(1-x)^2(1+x)}$

(12) $\frac{3}{x(x+5)}$

(13) $\frac{7x^2-2x-3}{6(x+1)^2}$

(14) $\frac{3}{y+3}$

(15) $\frac{y+3}{(y-2)(y+7)}$

(16) $\frac{12-4y}{(y+2)^2(y+2)}$

(17) $\frac{3}{a+3}$

(18) $\frac{a^3-3}{(a-1)\ (a+1)}$

(19) $\frac{2a}{(a+b)^2(a-b)}$

(20) $\frac{-2}{(x-1)(x+1)(x^2+x+1)}$

B

(1) $\frac{2x}{y}$

(2) $-\frac{1}{x}$

(3) -1

(4) $\frac{1}{2x-1}$

(5) $\frac{x}{x+5}$

(6) $\frac{1}{2}$

(7) $\frac{1}{x+2}$

(8) $\frac{1}{m}$

(9) $\frac{x+2}{x-2}$

(10) $\frac{(x-y)^2}{y(x+y)}$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 9.1

1. (i) ரூபா 58 320

2. (i) ரூபா $10\,000 \times \frac{112}{100}$ (ii) ரூபா $10000 \times \frac{112}{100} \times \frac{112}{100}$ (iii) ரூபா $10000 \times \left(\frac{112}{100}\right)^3$

3. (i) ரூபா 15 735.19

4. ரூபா 4 000

5. ரூபா 6 000

6. 3

7. ரூபா 25

8. ரூபா 10 609

9. (i) ரூபா 4 000 (ii) ரூபா 58 320 (iii) 10 %

10. 24%

பயிற்சி 9.2

1. (i) ரூபா 20 000 (ii) ரூபா 30 (iii) 930
   (iv) ரூபா 27 900 (iv) ரூபா 20 435

2. (i) ரூபா 10 725 (ii) ரூபா 5 893.75

3. ரூபா 10 525

4. ரூபா 2 465

5. ரூபா 4 173.33

6. (i) ரூபா500 (ii) 3 060 (iii) 153 (iv) 20 (v) 48%

7. (i) ரூபா 1 500 (ii) ரூபா 3 300 (iii) 55 (iv) ரூபா 60 (v) 48 %

8. (i) ரூபா 1 200 (ii) ரூபா 2 100 (iii) 60 % (iv) ரூபா 2 350

9. 44 %

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 10

1. 1 600 000
2. ரூபா 75 000
3. ரூபா 7 500
4. ரூபா 35 000
5. ரூபா 129.60
6. (i) ரூபா 54 (ii) ரூபா 16 000 (iii) ரூபா 48 000
7. (i) ரூபா 600 000 (ii) 8 000 (iii) ரூபா 24 000 (iv) ரூபா 40 000
8. (i) ரூபா 1 500 000 (ii) ரூபா 300 000 (iii) ரூபா 3 750 000 (iv) ரூபா 600 000 (v) கம்பனி x ல்

பயிற்சி 13.1

1. $x = 2$, $y = 1$
2. $x = -3$, $y = 4$
3. $x = 4$, $y = -2$
4. $x = 4$, $y = 1$
5. $x = 3$, $y = 2$
6. $x = 2$, $y = 7$
7. $x = 5$, $y = 3$
8. $x = 2$, $y = 3$
9. $x = \frac{1}{3}$, $y = \frac{1}{5}$
10. $x = 2$, $y = -3$
11. $x = \frac{1}{3}$, $y = -\frac{1}{2}$
12. $x = \frac{1}{3}$, $y = \frac{1}{4}$
13. $x = 4$, $y = 6$
14. $x = 4$, $y = -2$
15. $x = \frac{1}{5}$, $y = \frac{1}{6}$
16. 25,17
17. ரூபா1200, ரூபா700,
18. 33,10
19. $\frac{5}{13}$
20. 85
21. 82 அல்லது 28
22. 27
23. $40kmh^{-1}, 30kmh^{-1}$
24. $8kmh^{-1}$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 13.2

(1) 10.292, −0.292

(2) −1.618, 0.618

(3) 2.25, −0.25

(4) 2.168, 0.382

(5) 6.464, −0.464

(6) 2.366, 0−0.634

(7) 1.215, −0.548

(8) −1.781, 0.281

(9) 6.275, −1.275

(10) 1.5, −2

(11) −50, 2

(12) −0.5, 2

(13) $\frac{2}{3}$ அல்லது $\frac{3}{2}$

(14) 11, 12

(15) $20kmh^{-1}$, $15kmh^{-1}$

(16) 7, 8

(17) 7, 5

(18) 160m, 90m

(19) $25kmh^{-1}$

(20) 3m

(21) 20cm

(22) 15h, 10h

(23) 15, 16, 17, 18

(24) $x^2-7x+12=0,$

$2x^2+11x+5=0,$

$9x^2-9x-10=0,$

$x^2-a^2=0,$

$ax^2-(a^2+)x+4=0,$

$x^2-(2p+2)x+(p^2+2p)=0$

(25) (a) $a=-3, 1$

(b) $a=2, b=-5$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

Class No
Acc No 1598

① ලඝුගණක மடக்கைகள் LOGRITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Differences இடை வித்தியாசங்கள் මධ්‍යනය අන්තරය 1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Municipal Public Library
Municipal Council
Batticaloa.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

Class No: 1598

											Mean Differences இடை வித்தியாசங்கள் මධ්‍යනය අන්තරය								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Arasady Public Library
Municipal Council
Batticaloa.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

Arasady Public Library
Municipal Council
Batticaloa.

Class No.
Acc No 1598

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

1598

Class No:
Acc No

Arasady Public Library
Municipal Council
Batticaloa.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

இந்நூலின் சிறப்பு அம்சங்கள்

- கணித எண்ணக்கருக்கள் உதாரணங்களுடன் படிமுறைப்படுத்தித் தரப்பட்டுள்ளன.
- இலகுவாக விளங்கி உரிய திறன்பெறப் பொருத்தமான பயிற்சிகள் தரப்பட்டுள்ளன.
- க. பொ. த உயர்தரத்தில் கணித, விஞ்ஞானப் பிரிவில் கற்பதற்கு மேலதிக திறமையைப் பெறமுடியும்.
- இலகுவான பயிற்சிகளில் தொடங்கிப் படிப்படியாக சவால் மிகுந்த பயிற்சிகளை நோக்கி மாணவர் நகர முடியும்.
- இறுதியில் வரும் பயிற்சிகள் மாணவர்களைக் கூர்ந்து சிந்திக்கத் தூண்டுவனவாக அமைந்துள்ளன.
- எந்தப் பரீட்சைக்கும் மாணவர் தங்களைத் தயார்படுத்தக் கூடிய விதமாகப் பயிற்சிகள் அமைந்துள்ளன.

K.V. PRINTERS
BOOKS DISTRIBUTING CENTRE
58, GREEN LANE, COLOMBO - 13.
Tel: 011 2330723, 011 4877984

PBD
201006991
KANITHAM G 11 P-I
28 August 2016
Rs. 250.00

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org