

Cat

Chrysoberyllzwilling von Ceylon.

Von

V. Goldschmidt und **H. Preiswerk**
in Heidelberg.

Mit einer Tafel und 2 Textfiguren.

Zur Theorie der Zwillings- und Viellings-Bildung, illustriert am Chrysoberyll.

Von

V. Goldschmidt
in Heidelberg.

Mit einer Tafel und 5 Textfiguren.

(Separat-Abdruck aus: »Zeitschrift für Krystallographie etc.« XXXIII. Band, 3.—5. Heft.)



Leipzig
Wilhelm Engelmann
1900.

XVII. Chrysoberyllzwilling von Ceylon.

Von

V. Goldschmidt und H. Preiswerk in Heidelberg.

(Hierzu Taf. XV, Fig. 1—4 und 2 Textfiguren.)

Gegenstand dieser Untersuchung bildet ein von Prof. C. Schmidt in Basel aus Ceylon mitgebrachter Chrysoberyllzwilling von ausgezeichneter Ausbildung. Seine Messung brachte mehrere neue Formen, und das gnomonische Bild zeigte interessante Beziehungen zwischen den beiden Individuen, eine schöne Illustration zur Theorie der Zwillingsbildung.

Der Krystall ist von weingelber Farbe, 11 mm lang, 6 mm breit, 5 mm dick.

Beobachtete Formen in Mohs-Haidinger's Aufstellung¹⁾:

Buchst.:	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>m</i>	<i>s</i>	<i>r</i>	<i>g</i> [*]	<i>h</i> [*]	<i>i</i>
Symb. Miller:	{004}	{010}	{100}	{110}	{120}	{130}	{140}	{150}	{011}
- Gdt.:	0	0∞	∞0	∞	∞2	∞3	∞4	∞5	01
Buchst.:	<i>k</i>	<i>x</i>	<i>o</i>	<i>n</i>	<i>l</i> [*]	<i>v</i>	<i>α</i> [*]	<i>β</i> [*]	<i>q</i> [*]
Symb. Miller:	{021}	{101}	{111}	{121}	{133}	{211}	{311}	{511}	{142}
- Gdt.:	02	10	1	12	$\frac{1}{3}1$	21	31	51	$\frac{1}{2}2$

Von diesen sind die mit * bezeichneten neu und zwar *glαβq* gesichert, *h* wahrscheinlich, aber der Bestätigung bedürftig²⁾. Ausser diesen finden wir für den Chrysoberyll folgende Formen angegeben:

Buchst.:	<i>n</i>	<i>f</i>	<i>d</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	<i>w</i>	<i>p</i>
Symb. Miller:	{230}	{270}	{160}	{102}	{203}	{122}	{161}
- Gdt.:	$\infty\frac{3}{2}$	$\infty\frac{7}{2}$	∞6	$\frac{1}{2}0$	$\frac{2}{3}0$	$\frac{1}{2}1$	16

1) Vergl. Goldschmidt, Winkeltabellen. Im Index der Krystallf. wurde eine andere Aufstellung genommen.

2) Möglicherweise ist unter dem von Kretschmer (Min. petr. Mitth. 1893, 14, 186) angegebenen $P\bar{3}$ unser *l* zu verstehen; doch ist nicht zu ersehen, ob $\bar{P}3$ oder $\bar{P}3$ gemeint ist, auch fehlen Messungen und sonstige nähere Angaben.

Ausserdem $\rho = 03\{031\}$ nicht als Fläche beobachtet, sondern als Zwillingsene angegeben. Von diesen sind f und p unsicher. f von Hausmann angegeben (Handb. d. Min. 1847, 2 (4), 430) als $BB'\frac{1}{2}$. Der Ort der Beobachtung konnte nicht gefunden werden. p von Klein als fraglich bezeichnet (Jahrb. d. Min. 1871, 483) (6 \check{P} 6). y wurde an einem Fünfling von Ceylon wiedergefunden (s. unten S. 473), ebenso die neuen Formen g und q .

Zu diesen fand neuerdings Dr. G. Melzer, wie er uns gütigst mittheilte, die neuen Formen:

$$\begin{array}{ccccc} 2\infty & 4\frac{3}{2} & 4\frac{1}{3} & 4\frac{1}{5} & 4\frac{1}{10} \\ \{210\} & \{232\} & \{313\} & \{515\} & \{10\cdot4\cdot40\} \end{array}$$

sowie das von uns ebenfalls beobachtete, bisher neue $\infty 4\{440\}$.

Das **Zwillingsgesetz** ist das für Chrysoberyll gewöhnliche, das man Zwillingsene $\rho = 03\{031\}$ nennt. Es ist zuerst von Naumann (Lehrb. d. Kryst. 1830, 2, 259) so bezeichnet. Wir werden dasselbe unten näher betrachten.

Die **Ausbildung** ist in Fig. 4 und 2, Taf. XV, dargestellt und zwar in Verticalprojection auf die zwei Pinakoide $c = \infty 0\{400\}$. Der Habitus stimmt mit den Abbildungen der Chrysoberyll von Takowaja überein, wie sie Kokscharow¹⁾, Klein²⁾, Cathrein³⁾ geben.

Berechnung der Elemente, der Symbole und des Zwillingsgesetzes.

Da der Weg der Berechnung solcher Zwillinge noch nicht publicirt ist, möge das Beispiel ausführlicher gegeben werden.

Die **Messung** geschah unter Polarstellung des Pinakoids $c = \infty 0\{400\}$, also nicht in der üblichen Mohs-Haidinger'schen Aufstellung. Unsere Aufstellung wurde vorgezogen wegen guter Ausbildung der Flächen c und weil in ihr resp. im entsprechenden Projectionsbild (Fig. 3, Taf. XV) die Zwillingsbildung sich am besten übersehen und discutiren lässt. Fläche c ist beiden Individuen gemein. Es sind also hier beide Krystalle auf die gleiche Fläche projectirt. Sie zeigen das gleiche Projectionsbild nur um einen Winkel gedreht und da c wie a ein Pinakoid ist, so ergeben sich die Elemente und Symbole für Projection auf a einfach durch Vertauschung der Axen.

Die Messung wurde durchgeführt, als ob das Paar ein einzelner Krystall wäre⁴⁾; die Trennung der zu den einzelnen Individuen gehörigen Flächen wurde unter Beziehung der Skizze im Projectionsbild vollzogen. Die zum zweiten Individuen gehörigen Flächen wurden mit ' bezeichnet. Nach Mes-

1) Mat. Min. Russl. Atlas Taf. 64, Fig. 9, 40.

2) Jahrb. Min. 1869, Taf. 7, Fig. 4.

3) Diese Zeitschr. 1882, 6, 259, Fig. 4.

4) Vergl. diese Zeitschr. 1898, 30, 348.

sen der oberen Hälfte wurde der Krystall umgedreht, neu aufgeklittet, die andere Fläche *c* polar gestellt, die untere Hälfte gemessen und projectirt.

Der Krystall wurde behandelt, als wäre die Aufstellung (II) der Messung die definitive. In Bezug auf sie wurden die Elemente und Symbole bestimmt. Nachdem dies vollendet, wurden durch Vertauschung der Axen¹⁾ die Elemente und Symbole in die der Projection auf *a* (Aufstellung I) entsprechenden verwandelt.

Folgendes Schema und Beispiel im Verein mit dem Projectionsbild (Fig. 3, Taf. XV) illustriren das Verfahren. Ein Beispiel der Berechnung für das hexagonale System wurde in dieser Zeitschr. 1900, **32**, 566 gegeben.

Schema und Beispiel der Berechnung.

Obere Hälfte. Projection auf *c*. Polstellung $h_0 = 53^0 35'$. Kryst. 1: $v_0 = 242^0 25'$
 Kryst. 2: $v_0 = 302^0 0'$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Nr.	Ref.-Bild	Qualit.	Buchst.	$\frac{pq}{\text{Proj. auf } c}$	<i>v</i>	<i>h</i>	φ vom gemeins. Anf. $v = 242^0 25'$	$\varphi \varphi'$ Kryst. 1, 2 einzeln orient. $v = 242^0 25'$ $v = 302^0 0'$	$\varphi = h = 53^0 35'$	$\lg \sin \varphi$ $\lg \lg \varphi$ $\lg \cos \varphi$	$\lg p p_0$ $\lg q q_0$	$p p_0$ $q q_0$	$\frac{p_0}{q_0}$ $(p_0 : q_0)$	$\frac{p q}{\text{proj. auf } a}$
18	+	s. gt.	<i>c</i>	0	—	53 ⁰ 35'	—	—	0 ⁰ 0'	—	—	—	—	∞0
26	+	z. gt.	<i>o</i>	4	271 ⁰ 54'	96 40	29 ⁰ 29'	29 ⁰ 29'	43 5	969677	966769	0,4653	0,4653	1
			<i>o'</i>	4	272 36		30 44	29 24	„	997092	990948	0,8143	0,8143	1
										993826				
24	.	mittelmäss.	<i>o'</i>	4	332 10	96 39	89 45	30 10	43 4	970445	967182	0,4697	0,4697	1
										997067	990747	0,8081	0,8081	
										993680				
25	+	s. gt.	<i>n'</i>	24	354 21	104 44	108 56	49 24	54 6	988007	997327	0,9403	0,4704	12
										009348	990705	0,8073	0,8073	
										984387				
20	.	mittelmäss.	<i>s'</i>	20	34 58	96 53	149 33	89 58	43 18	—	997424	0,9423	0,4711	∞2
24	.	dopp.	<i>r'</i>	30	34 57	108 49	149 32	89 57	54 44	—	045048	4,4444	0,4714	∞3
44	.	schl.	<i>a'</i>	∞0	32 5	143 37	149 40	90 5	90 2	—	—	—	—	0∞
49	+	gt.	<i>m</i>	40	452 30	78 48	89 55	89 55	25 13	—	967262	0,4705	0,4705	∞
23	+	s. gt.	<i>s</i>	20	452 25	96 50	90 0	90 0	43 15	—	997345	0,9407	0,4703	∞2
38	.	mittelmäss.	<i>r</i>	30	452 30	108 23	89 55	89 55	54 48	—	045455	4,4476	0,4725	∞3
35	.	gz. schw.	<i>g</i>	40	452 28	115 26	89 57	89 57	64 54	—	027459	4,8689	0,4672	∞4
28	+	s. gt.	<i>a</i>	∞0	452 24	143 36	90 4	90 4	90 4	—	—	—	—	0∞
22	.	dopp.	<i>o</i>	4	242 48	96 44	30 7	30 7	43 6	970050	967468	0,4695	0,4695	1
										997448	990820	0,8095	0,8095	
										993702				
45	+	z. gt.	<i>k</i>	2∞	492 58	143 35	49 27	49 27	90 0	—	(006773)	(1,1688)	(0,5844)	02

1) Vergl. Goldschmidt, Krystallogr. Winkeltabellen S. 8.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Nr.	Ref.-Bild	Qualit.	Buchst.	$\frac{pq}{\text{Proj. auf } e}$	v	h	φ vom gemeins. Anf. $v - 242^{\circ} 25'$	φ vom Kryst. 1.2. einzeln orient. $v - 242^{\circ} 25'$	$q = h - \begin{matrix} 53^{\circ} 35' \\ 302^{\circ} 0' \end{matrix}$	$\lg \sin \varphi$ $\lg \operatorname{tg} \varphi$ $\lg \cos \varphi$	$\lg pp_0$ $\lg qq_0$	pp_0 qq_0	$\frac{p_0}{(p_0 : q_0)}$	$\frac{pq}{\text{proj. auf } b}$
30	.	schl.	l'	3	332 ⁰ 49'	423 ⁰ 59'	89 ⁰ 54'	30 ⁰ 49'	70 ⁰ 24'	970340 044845 993644	045455 038459	4,4476 2,4242	0,4749 0,8084	$\frac{1}{3}$
43	.	verwasch.	q'	42	354 27	424 8	109 2	49 27	67 33	988072 038385 984299	026457 049684	4,8390 4,5734	0,4598 0,7867	$\frac{1}{2}$
32	+	z. gt.	h'	2 ∞	354 33	443 33	109 8	49 33	89 58	—	(006927)	(1,1729)	(0,5864)	02
34	.	unsich.	h'	50	32 2	420 25	449 37	90 2	66 50	—	036865	2,3370	0,4674	∞ 5
39	.	schw.	n	24	492 24	404 29	50 4	50 4	50 54	988468 009008 980746	997476 989754	0,9435 0,7898	0,4747 0,7898	42
27	+	gt.	x	04	242 25	92 34	0 0	0 0	38 56	—	990734	0,8079	0,8079	40
44	.	verwasch.	ll'	3	272 6	423 45	29 44	29 44	69 40	969479 043443 993894	042592 037004	4,3364 2,3444	0,4448 0,7845	$\frac{1}{3}$
47	+	gt.	b	0 ∞	242 24	443 49	0 4	0 4	90 44	—	—	—	—	0
42	.	verwasch.	$i'i'$	∞	274 50	444 6	29 25	29 25	90 34	—	(975117)	(0,5638)	(0,5638)	04
29	.	schw.	β'	$\frac{1}{4}$	333 24	63 42	90 56	34 24	40 7	971622 925446 993446	896768 948292	0,0928 0,4524	0,4642 0,7620	54
43	+	gt.	m'	40	32 2	78 44	449 34	90 2	25 6	—	967065	0,4684	0,4684	∞
72	.	verwasch.	i	∞	242 29	443 43	29 56	29 56	89 38	—	(976027)	(0,5758)	(0,5758)	04
73	+	z. gt.	v	$\frac{1}{2}$	242 38	78 35	29 47	29 47	25 0	969644 966867 993847	936478 960744	0,2346 0,4047	0,4632 0,8094	24
74	.	verwasch.	β	$\frac{1}{3}$	242 48	64 29	29 37	29 37	40 54	969442 928459 993942	897874 922374	0,0952 0,4673	0,4760 0,8365	54

Erläuterungen zum Schema und Beispiel.

Col. 1 giebt die Nummer der Fläche in Skizze und Beobachtungsjournal.

Col. 2 giebt eine Abbildung des Reflexbildes (hier im Druck nur angedeutet).

Col. 3 enthält Angaben über Qualität der Fläche und des Reflexes.

Col. 6 und 7 geben die Ablesungen v h am φ - und q -Kreis (Vertical- und Horizontalkreis).

Col. 10. q berechnet aus Col. 7; $q = h - h_0$; $h_0 = 53^{\circ} 35' =$ Polstellung des Instruments.

Col. 8. $\varphi = v - v_0$. Bestimmung von v_0 . Herstellung eines vorläufigen Projectionsbildes durch Auftragen der Flächenpunkte aus v und $d = 5 \operatorname{tg} \varphi$ (Grundkreis mit 5 cm Radius). In diesem vorläufigen Bild liessen sich Elemente und Symbole abmessen, das Zwillingsgesetz erkennen und der erste Meridian ($v = v_0$) wählen. Der erste Meridian wurde so gewählt, dass $msrgh$ den Meridian $\varphi = 90^{\circ}$ erhielten;

xb den Meridian $\varphi = 0^{\circ}$. Unter Ausgleich der Werthe in diesen Meridianen ergab sich der erste Meridian bei $v = 242^{\circ} 25'$. Nämlich:

Nr. 23:	$152^{\circ} 25'$	—	$v_0 = 90^{\circ}$;	$v_0 = 242^{\circ} 25'$	}	Mittel: $v_0 = 242^{\circ} 25'$.
- 38:	$152^{\circ} 30'$	—	$v_0 = 90^{\circ}$;	$v_0 = 242^{\circ} 30'$		
- 28:	$152^{\circ} 24'$	—	$v_0 = 90^{\circ}$;	$v_0 = 242^{\circ} 30'$		
- 27:	$242^{\circ} 25'$	—	$v_0 = 0^{\circ}$;	$v_0 = 242^{\circ} 25'$		
- 17:	$242^{\circ} 24'$	—	$v_0 = 0^{\circ}$;	$v_0 = 242^{\circ} 24'$		

Nun berechnen sich die φ bei gemeinsamem Anfang der Zählung für Kryst. 1 und 2 zu $\varphi = v - 242^{\circ} 25'$. Aus diesen φ (Col. 8) und den ρ (Col. 10) wurde das definitive Projectionsbild hergestellt (Fig. 3, Taf. XV). Es unterscheidet sich von dem vorläufigen nur dadurch, dass es orientirt im Zeichenblatt sitzt.

Graphische Erkennung des Zwillings und Bestimmung des Zwillinggesetzes. Wir bemerken im Projectionsbild eine Symmetrielinie¹⁾ (SS). Sie geht von c durch oo' , ll' , ii' . Jeder einem Flächenpunkt von Kryst. 1 correspondirende Punkt von Krystall 2 liegt zu ersterem symmetrisch in Bezug auf SS , z. B. m ist symmetrisch zu m' , d. h. mm' ist $\perp SS$ und wird von SS halbirt. In unserem Fall haben wir nicht nur Halbiring der Winkel, sondern zugleich Halbiring der Längen. Das ist jedes Mal der Fall, wenn SS durch den Pol geht. Dann liegt der Symmetriepunkt (Umdrehungspunkt) u , der Punkt der Zwillingsebene im Unendlichen und zwar auf einem Meridian $NN \perp SS$. u ist in dieser Projection der Punkt einer Prismenfläche, deren Position wir nun schon kennen und deren Symbol wir anschreiben können, sobald wir den anderen Flächenpunkten des Bildes Symbole gegeben haben.

Col. 5. Symbolisirung der Flächenpunkte. Wir finden das Projectionsbild (Fig. 3, Taf. XV) in zwei Hälften gespalten, deren jede einem Individuum angehört, jede ein rhombisches System bildet. Wir wählen als Elemente:

$$p_0 = cm = ms = sr = on \dots; \quad q_0 = mo = sn \dots$$

$$= cm' = m's' = s'r' = o'n' \dots; \quad = m'o' = s'n' \dots$$

und können nun jedem Punkt sein Symbol anschreiben:

$$c = 0, \quad m = \bar{1}0, \quad s = \bar{2}0, \quad o = \bar{1}1 \dots$$

$$m' = 10, \quad s' = 20, \quad o' = 1 \dots$$

Die Symbole tragen wir in Col. 5.

Graphische Bestimmung der Elemente p_0q_0 . Wir messen im Projectionsbild mit dem Zirkel aus und finden:

$p_0 = 2,35 \text{ cm}$	Somit:	$p_0 = 0,47$
$q_0 = 4,05 \text{ cm}$		$q_0 = 0,84$
für $h = r_0 = 5,00 \text{ cm}$ (Radius d. Grundkreises)		für $r_0 = 4,00$

Die Elemente zeigen, dass wir es mit Projection auf c zu thun haben, denn für diese ist aus den Elementen von Haidinger: $p_0 = 0,4700$; $q_0 = 0,8404$ (Aufst. II).

Das Symbol der Zwillingsebene (Umdrehungsebene) u können wir nun anschreiben. Ihr Punkt liegt im ∞ und dessen Meridian geht in beiden Krystallhälften von c durch den Punkt 34. Somit ist Zwillingsebene $(34\infty) = 3\infty (q)$.

Col. 9. Um in Kryst. II den ersten Meridian ebenso zu legen, wie in Kryst. I, haben wir das Projectionsbild von II so zu drehen, dass $cm'r's'a'$ in die Richtung $emrsa$ fällt. Wir wollen so drehen, dass Zone $[cm'r's'a']$ den Meridian 90° erhält.

1) Vergl. diese Zeitschr. 1898, 30, 347.

Dazu haben wir den Winkel v_0' zu bestimmen, der von den Ablesungen v (Col. 6) der Flächen von Kryst. II abzuziehen ist. Zur Bestimmung von v_0' können wir in Zone $[ca']$ nur m' und s' gebrauchen, denn $r'h'a'$ sind nicht gut ausgebildet. Es ist:

$$\begin{array}{l} \text{für } s' \text{ (Nr. 20): } 34^0 58' - v_0' = 90^0; \quad v_0' = 58^0 2' \\ \text{ - } r' \text{ (Nr. 43): } 32 \quad 2 - v_0' = 90^0; \quad v_0' = 57 \quad 58 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{für } s' \text{ (Nr. 20):} \\ \text{ - } r' \text{ (Nr. 43):} \end{array}} \right\} \text{Mittel: } v_0' = 58^0 0' \\ \phantom{\text{für } s' \text{ (Nr. 20):}} \phantom{\text{ - } r' \text{ (Nr. 43):}} \phantom{\text{Mittel:}} = 302 \quad 0$$

Wir subtrahiren nun $v_0' = 302^0 0'$ von den v von Kryst. II in Col. 6 und tragen die Werthe φ' in Col. 9 zu den $\varphi = v - 242^0 25'$ des Kryst. I. Die $\varphi\varrho$ von Col. 9 sind nun als gemessene mit den gerechneten direct vergleichbar. Der Vergleich wurde S. 465 für die neuen Formen gegeben. Zu solchem Vergleich dienen die Winkeltabellen, hier eine solche für c als Pol (S. 464).

Bestimmung der Symbole aus der Winkeltabelle. Statt der graphischen Bestimmung und zu deren Controle können in der Winkeltabelle für Projection auf c (S. 464) aus den $\varphi\varrho$ der Col. 9, 10 die Symbole und Buchstabenbezeichnungen direct abgelesen werden.

Transformation der Symbole und Elemente für Projection auf a . Um die Symbole der Aufstellung II in die Aufstellung I (Projection auf a) zu bringen, haben wir zu transformiren:

$$\begin{array}{l} \text{Symbole: } pq4 \text{ (Aufst. II)} \div 4pq \text{ (Aufst. I) oder } pq \text{ (II)} \div \frac{4}{q} \frac{p}{q} \text{ (I)} \left. \vphantom{\text{Symbole:}} \right\} 1 \\ \text{Elemente: } p_0q_04 \text{ (Aufst. II)} \div 4p_0q_0 \text{ (Aufst. I) oder } p_0q_0 \text{ (II)} \div \frac{4}{q_0} \frac{p_0}{q_0} \text{ (I)} \left. \vphantom{\text{Elemente:}} \right\} \end{array}$$

Col. 15. Die so transformirten Symbole tragen wir in Col. 15 und in

Col. 4 die zugehörigen Buchstaben aus Index oder Winkeltabellen. Dabei zeigt sich, welche Formen neu sind. Diesen legen wir neue Buchstaben bei.

Die Berechnung der Zwillingssebene (u) geschah oben graphisch. Nun möge sie auch in Zahlen gegeben werden. Wir wissen, es ist für u in Projection auf $c \varrho = 90^0$, es ist nun noch φ zu bestimmen. Wir haben schematisch (Fig. 4):

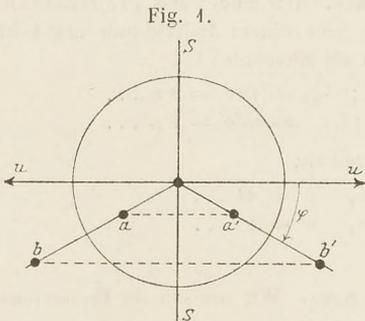
$$\begin{aligned} \varphi_s &= \frac{1}{2}(\varphi_a + \varphi_{a'}) = \frac{1}{2}(\varphi_b + \varphi_{b'}) = \dots -; \\ \varphi_u &= \varphi_s \pm 90^0. \end{aligned}$$

Wir finden den wahrscheinlichen Werth durch die folgende Durchschnittsrechnung:

Nr. 26:	oo'	$\varphi_s = \frac{1}{2}(29^0 29' + 30^0 11') = 29^0 50'$	} Mittel: $\varphi_s = 29^0 48'$
- 22, 24:	oo'	$= \frac{1}{2}(30 \quad 7 + 89 \quad 45) = 29 \quad 49$	
- 39, 25:	nn'	$= \frac{1}{2}(50 \quad 4 + 108 \quad 56) = (29 \quad 26)$	
- 44:	ll'	$= \dots \dots \dots = (29 \quad 44)$	
- 23, 20:	ss'	$= \frac{1}{2}(90^0 \quad 0' + 149^0 33') = 29 \quad 46$	
- 49, 43:	mm'	$= \frac{1}{2}(89 \quad 55 + 149 \quad 34) = 29 \quad 48$	
- 38, 24:	rr'	$= \frac{1}{2}(89 \quad 55 + 149 \quad 32) = 29 \quad 48$	
- 28, 14:	aa'	$= \frac{1}{2}(90 \quad 4 + 149 \quad 40) = 29 \quad 49$	
- 42:	ii'	$= \dots \dots \dots = (29 \quad 25)$	

Die Werthe in () wurden als minder sicher von der Durchschnittsbildung abgechieden. Die Richtung nach u giebt sich aus:

1) Vergl. Kryst. Winkeltabellen, Berlin 1897, 8.



$$\varphi_u = 29^{\circ} 48' \pm 90^{\circ} = \bar{6}0^{\circ} 42' \text{ resp. } 419^{\circ} 48'; \quad \varrho = 90^{\circ}.$$

Das stimmt gut mit $\varrho = 300(310)$,

wofür nach Haidinger's Elementen: $\varphi = 60^{\circ} 7'$, $\varrho = 90^{\circ}$

- - den Elem. uns. Kryst.: $\varphi = 60^{\circ} 42'$, $\varrho = 90$

Berechnung der Elemente. Dazu dienen die Formeln¹⁾:

$$\begin{aligned} x = pp_0 = \sin \varphi \operatorname{tg} \varrho & \left\| \begin{array}{l} \text{für Domen } p_0 \text{ ist: } pp_0 = \operatorname{tg} \varrho \\ \text{für Prismen } \frac{p}{q} \infty \text{ ist: } \frac{pp_0}{qq_0} = \operatorname{tg} \varphi. \end{array} \right. \\ y = qq_0 = \cos \varphi \operatorname{tg} \varrho & \left\| \begin{array}{l} - \quad - \quad oq - \quad qq_0 = \operatorname{tg} \varrho \end{array} \right. \end{aligned}$$

Col. 11 und 12 geben die zu diesen Rechnungen gehörigen Logarithmen aus den Winkeln $\varphi \varrho$ der Col. 9, 40; für die Prismen $\lg(pp_0 : qq_0)$ in ().

Col. 13 enthält die Numeri zu Col. 42.

Col. 14 enthält die Elemente $p_0 q_0$, erhalten durch Division von pp_0, qq_0 (Col. 43) durch die Symbolzahlen p resp. q (Col. 5); für die Prismen $p_0 : q_0$ in ().

Der wahrscheinliche Werth von p_0 und q_0 berechnet sich als Durchschnitt aus den besten Messungen. Wir haben in unserem Beispiel:

Nr.	p_0	q_0
26	0,4653	0,8448
24	0,4697	0,8084
25	0,4701	0,8073
20	0,4711	—
49	0,4705	—
23	0,4703	—
38	0,4725	—
27	—	0,8079
43	0,4684	—
73	0,4632	0,8094

$$\text{Mittel: } p_0 = 0,4690; \quad q_0 = 0,8089.$$

Es fragt sich, ob nicht statt dessen das Mittel aus den besten Messungen allein zu nehmen sei, nämlich aus Nr. 25 und 23:

$$p_0 = 0,4702; \quad q_0 = 0,8073.$$

Letzteres ziehe ich vor. Es ist auch in besserer Uebereinstimmung mit den aus der unteren Krystallhälfte gewonnenen Elementen. Als Gesamtmittel der Elemente für oben und unten wurde angenommen:

$$p_0 = 0,4704; \quad q_0 = 0,8075 \text{ (Aufstellung II).}$$

Umrechnung der Elemente in Aufstellung I erfolgt nach der Formel²⁾:

$$p_0 q_0 \text{ (II)} \div \frac{1}{q_0} \frac{p_0}{q_0} \text{ (I)}, \quad \text{also: } p_0 \text{ (I)} = \frac{1}{0,8075} = 1,2384$$

$$q_0 \text{ (I)} = \frac{0,4704}{0,8075} = 0,5826.$$

Nach Fertigstellung und Einsendung des vorliegenden Manuscriptes und des zu der folgenden Untersuchung »Zur Theorie der Zwillings- und Viellingsbildung . . .« machte uns Herr Dr. G. Melczer Mittheilung über seine Untersuchungen am Chrysoberyll von Ceylon³⁾. Von den durch ihn neu gefundenen Formen war eine {140} auch von uns beobachtet. Herr Dr. Melczer hatte zur Bezeichnung der Flächen andere Buchstaben gewählt, die er nicht ändern konnte wegen bereits erfolgter Gravirung der Tafeln, wir aber konnten leider seine Buchstaben nicht annehmen, ohne mit den Publicationen im Index und den Winkeltabellen in Widerspruch zu gerathen.

1) Vergl. diese Zeitschr. 1893, **21**, 244 und 223.

2) Vergl. Goldschmidt, Winkeltabellen 1897, S. 7.

3) S. S. 240—259 dieses Bandes.

Es gilt folgende **Identification**:

Melzer: $c \ b \ a \ l \ m \ s \ r \ q \ i \ k \ x \ n \ p \ o \ h \ g \ f$
 Gdt. u. Preisw.: $b \ a \ c \ e \ m \ s \ r \ q \ i \ k \ x \ n \ \zeta \ o \ \varepsilon \ \delta \ \gamma$

Elemente. Die von Melzer mit grosser Sorgfalt bestimmten Elemente stimmen gut mit den von uns gefundenen. Noch besser ist die Uebereinstimmung mit den Elementen, die der im folgenden Aufsatz (S. 468) beschriebene Fünfling liefert und die genauer sind, als die bei dem Zwilling gefundenen. Alle differiren wenig von Haidinger's Elementen¹⁾, die im »Index« und den »Winkeltabellen« angenommen wurden. Das zeigt folgende Zusammenstellung:

	$a : b : c$	p_0	q_0
Melzer	0,4707 : 1 : 0,5823	1,2371	0,5823
Gdt. u. Preiswerk	0,4704 : 1 : 0,5826	1,2384	0,5826
Gdt. Fünfling	0,4710 : 1 : 0,5822	1,2361	0,5822
Haidinger ¹⁾	0,4700 : 1 : 0,5800	1,2340	0,5800

Die neuen Elemente sind mit verbesserten Hilfsmitteln gewonnen, aus einer grösseren Zahl von Messungen hergeleitet und durch die unabhängige Arbeit verschiedener Beobachter gesichert. Es schien daher angezeigt, diese an Stelle der Haidinger'schen anzunehmen und trotz der Kleinheit der Differenz die Winkeltabellen neu zu berechnen.

Als wahrscheinlicher Werth kann das Mittel aus den Elementen von Melzer und denen des Fünflings gelten, nämlich:

$$a : b : c = 0,4708 : 1 : 0,5823; \quad p_0 = 1,2367, \quad q_0 = 0,5823.$$

Sie wurden den folgenden Winkeltabellen zu Grunde gelegt. In diese sind Melzer's neue Formen bereits aufgenommen.

Die **Winkeltabellen** mögen für zwei Aufstellungen gegeben werden:

Aufstellung I mit b als Polfläche, mrs als Prismenzone

Aufstellung II mit c als Polfläche, ik als Prismenzone.

Aufstellung I ist die übliche. Aufstellung II hat Vorzüge für manche Fälle der Messung und Discussion. Daher ist der Besitz einer besonderen Winkeltabelle für sie von Werth. Die Winkel $\varphi' \ \varrho' \ \xi_0' \ \eta_0' \ \xi' \ \eta'$ der Aufstellung II ergeben sich einfach aus den $\varphi \ \varrho \ \xi_0 \ \eta_0 \ \xi \ \eta$ der Aufstellung I. Denn es ist (»Winkeltabellen« S. 8):

$$\begin{array}{lll} \varphi' = \eta_0 & \xi_0' = 90^\circ - \varphi & \xi' = \eta \\ \varrho' = 90^\circ - \xi & \eta_0' = 90^\circ - \xi_0 & \eta' = 90^\circ - \varrho \end{array}$$

1) Diese Elemente, zuerst ohne Angabe der Quelle in Mohs' Grundriss 1824, 2, 348 publicirt, und deshalb meist Mohs'sche genannt, beruhen auf Messungen von Haidinger aus dem Jahr 1822, wie dieser Pogg. Ann. 1849, 77, 233 constatirt. Sein $a : b : c = 1 : \sqrt{2,9734} : \sqrt{0,6367}$ entspricht unserem $a : b : c = 0,580 : 1 : 0,470$ (vgl. Klein, Jahrb. Min. 1874, 483).

Winkeltabelle (Aufstellung I).

[Projection auf $b = 0$ der üblichen Aufstellung.]

Rhombisch.

$a = 0,4708$	$\lg a = 967289$	$\lg a_0 = 990774$	$\lg p_0 = 009226$	$a_0 = 0,8086$	$p_0 = 1,2367$
$c = 0,5823$	$\lg c = 976543$	$\lg b_0 = 023483$	$\lg q_0 = 976543$	$b_0 = 1,7173$	$q_0 = 0,5823$

Nr.	Buchstab.	Symbol	Miller	φ	ρ	ξ_0	η_0	ξ	η	x (Prismen) ($x : y$)	y	$d =$ $\lg \rho$
1	b	0	004	—	00 0'	00 0'	00 0'	00 0'	00 0'	0	0	0
2	a	00 ∞	010	00 0'	90 0	>	90 0	>	90 0	>	∞	∞
3	c	∞ 0	100	90 0	>	90 0	0 0	90 0	0 0	∞	0	>
4	e	2 ∞	210	76 43	>	>	90 0	76 43	13 15	4,2476	∞	>
5	m	∞	110	64 47	>	>	>	64 47	23 43	2,1238	>	>
6	u	$\infty \frac{3}{2}$	230	54 46	>	>	>	54 46	35 44	4,4159	>	>
7	s	∞ 2	120	46 43	>	>	>	46 43	43 17	1,0649	>	>
8	r	∞ 3	130	35 48	>	>	>	35 48	54 42	0,7079	>	>
9	? f	$\infty \frac{7}{2}$	270	34 45	>	>	>	34 45	58 45	0,6068	>	>
10	g	∞ 4	140	27 58	>	>	>	27 58	62 2	0,5309	>	>
11	? h	∞ 5	150	23 4	>	>	>	23 4	66 59	0,4248	>	>
12	d	∞ 6	160	19 29.	>	>	>	19 29.	70 30.	0,3540	>	>
13	i	04	044	0 0	30 43	0 0	30 43	0 0	30 43	0	0,5823	0,5823
14	k	02	024	>	49 24	>	49 24	>	49 24	>	1,4646	1,4646
15	[q]	03	034	>	60 42.	>	60 42.	>	60 42.	>	1,7469	1,7469
16	x	$\frac{3}{2}$ 0	203	90 0	39 30.	39 30.	0 0	39 30.	0 0	0,8245	0	0,8245
17	y	$\frac{1}{2}$ 0	402	>	34 44	34 44	>	34 44	>	0,6183	>	0,6183
18	x	40	404	>	54 2.	54 2.	>	54 2.	>	1,2367	>	1,2367
19	? p	46	464	19 29.	74 54	>	74 2	18 47.	65 34.	>	3,4939	3,7062
20	n	12	124	46 43	59 34	>	49 24	38 51.	36 43	>	1,1646	1,6988
21	ζ	$4 \frac{3}{2}$	232	54 46	56 33.	>	44 8	52 48	28 46.	>	0,8735	1,5140
22	o	4	444	64 47	53 49	>	30 43	46 54	20 6.	>	0,5823	1,3669
23	ε	$4 \frac{1}{3}$	343	84 5	54 23	>	40 59	50 34.	6 57.	>	0,1944	1,2318
24	δ	$4 \frac{1}{5}$	545	84 37	34 10	>	6 38.	50 54	4 41.	>	0,1165	1,2422
25	γ	$4 \frac{1}{10}$	10.4.10	87 18.	51 4.	>	3 20	54 0	2 6	>	0,0582	1,2384
26	l	$\frac{1}{4}$ 4	433	35 48	35 30.	22 24	30 43	49 36.	28 48	0,4422	0,5823	0,7435
27	w	$\frac{1}{2}$ 4	422	46 43	40 20.	34 44	>	28 7	26 24	0,6183	>	0,8494
28	v	24	244	76 43	68 34	67 59	>	64 56	12 49	2,4734	>	2,5440
29	α	34	344	84 5	75 5.	74 55	>	72 44	8 37	3,7404	>	3,7554
30	β	54	544	84 37	80 34	80 49	>	79 24	5 49	6,4835	>	6,2409
34	q	$\frac{1}{2}$ 2	442	27 58	52 49.	34 44	49 24	24 56.	44 43.	0,6183	1,1646	1,3486

Winkeltabelle (Aufstellung II).

[Projection auf $c = \infty$ der üblichen Aufstellung.]

Rhombisch.

$\alpha = 4,7473$	$\lg a = 023485$	$\lg \alpha_0 = 032741$	$\lg p_0 = 967289$	$\alpha_0 = 2,4238$	$p_0 = 0,4708$
$c = 0,8086$	$\lg c = 990774$	$\lg b_0 = 009226$	$\lg q_0 = 990774$	$b_0 = 4,2367$	$q_0 = 0,8086$

Nr.	Buchstab.	Symbol	Miller	φ'	ϱ'	ξ_0'	η_0'	ξ'	η'	x' (Prismen) ($x':y'$)	y'	$d' =$ $\text{tg } \varrho$
1	<i>b</i>	0∞	010	0° 0'	90° 0'	0° 0'	90° 0'	0° 0'	90° 0'	0	∞	∞
2	<i>a</i>	∞0	100	90 0	»	90 0	»	90 0	0 0	∞	0	0
3	<i>c</i>	0	001	—	0 0	0 0	0 0	0 0	»	0	»	»
4	<i>e</i>	$\frac{1}{2}0$	102	90 0	43 45	43 45	»	43 45	»	0,2354	»	0,2354
5	<i>m</i>	10	104	»	25 43	25 43	»	25 43	»	0,4708.	»	0,4708.
6	<i>u</i>	$\frac{3}{2}0$	302	»	35 44	35 44	»	35 44	»	0,7062	»	0,7062
7	<i>s</i>	20	204	»	43 47	43 47	»	43 47	»	0,9447	»	0,9447
8	<i>r</i>	30	304	»	54 42	54 42	»	54 42	»	4,4125	»	4,4125
9	? <i>f</i>	$\frac{7}{2}0$	702	»	58 45	58 45	»	58 45	»	1,6479	»	1,6479
10	<i>g</i>	40	404	»	62 2	62 2	»	62 2	»	1,8834	»	1,8834
11	? <i>h</i>	50	504	»	66 59	66 59	»	66 59	»	2,3542	»	2,3542
12	<i>d</i>	60	604	»	70 30.	70 30.	»	70 30.	»	2,8254	»	2,8254
13	<i>i</i>	∞	410	30 43	90 0	90 0	90 0	30 43	59 47	0,5823	∞	∞
14	<i>k</i>	2∞	210	49 24	»	»	»	49 24	40 39	1,1646	»	»
15	[<i>q</i>]	3∞	340	60 42.	»	»	»	60 42.	29 47.	1,7469	»	»
16	<i>x</i>	$0\frac{3}{2}$	032	0 0	50 29.	0 0	50 29.	0 0	50 29.	0	1,2129	1,2129
17	<i>y</i>	02	024	»	58 46	»	58 46	»	58 46	0	1,6172	1,6172
18	<i>x</i>	04	044	»	38 57.	»	38 57.	»	38 57.	0	0,8086	0,8086
19	? <i>p</i>	64	644	74 2	74 42.	70 30.	»	65 31.	45 6	2,8254	»	2,9389
20	<i>n</i>	24	244	49 24	54 8.	43 47	»	36 43	30 29	0,9447	»	1,2442
21	ζ	$\frac{3}{2}4$	322	44 8	37 42	35 44	»	28 46.	33 26.	0,7062	»	0,7594
22	<i>o</i>	4	411	30 43	43 6	25 43	»	20 6.	36 44	0,4708.	»	0,9358
23	ε	$\frac{1}{2}4$	433	40 59	39 28.	8 55	»	6 57.	38 37	0,1570	»	0,8236
24	δ	$\frac{1}{5}4$	455	6 38.	39 9	5 23	»	4 44.	38 50	0,0942	»	0,8444
25	γ	$\frac{1}{10}4$	410.40	3 20	39 0	2 44.	»	2 6	38 55.	0,0474	»	0,8098
26	<i>l</i>	3	334	30 43	70 23.	54 42	67 36	28 48	54 29.	1,4125	2,4258	2,8072
27	<i>w</i>	2	224	»	64 53	43 47	58 46	26 24	49 39.	0,9447	1,6172	1,8745
28	<i>v</i>	$\frac{1}{2}$	442	»	25 4	43 45	22 44	42 49	21 29	0,2354	0,4043	0,4678
29	α	$\frac{1}{3}$	443	»	47 49	8 55	45 5	8 37	44 54.	0,1570	0,2699	0,3448
30	β	$\frac{1}{5}$	445	»	40 36	5 23	9 44	5 49	9 9	0,0942	0,1617	0,1874
34	<i>q</i>	42	424	49 24	68 3.	62 2	58 46	44 43.	37 40.	1,8834	1,6172	2,4823

Charakterisirung der neuen Formen. Messungen. Die Resultate der Messung sind im Folgenden in der umgerechneten Form der Col. 9 und 10 des Schemas neben die berechneten Werthe aus Haidinger's Elementen und die aus den an unseren Krystallen gefundenen Elementen gestellt (vergl. Winkeltabelle S. 464). Die Flächen von Krystall 2 mit ' bezeichnet.

Buchstab.	Krystall-hälfte	Gemessen		Berechnet aus Haidinger's Elem.		Berechnet aus unsern Elem.		Bemerkungen
		φ	ϱ	φ	ϱ	φ	ϱ	
g	ob.	89° 37'	64° 54'	90° 0'	62° 0'	90° 0'	62° 2'	schmal, Refl. gut.
h'	ob.	90 2	66 50	90 0	66 57	90 0	66 59	schmal, Refl. verwaschen.
11'	ob.	29 44	69 40	} 30 7 70 25	} 30 43 70 23.	}	}	2 schm. Fl., Refl. zus.fall. verw. schmal, Refl. verwaschen.
1'	ob.	30 49	70 24					
11'	unt.	30 40	69 23					
1	unt.	30 3	70 45					
α	unt.	30 6	17 43	30 7	17 20	30 43	17 49	schmal, Refl. gut.
β	ob.	29 58	10 54	} 30 7 10 37	} 30 43 10 36	}	}	schmal. zieml. breite Fl. schmal.
β'	ob.	31 24	10 7					
β	unt.	30 39	9 44					
q'	ob.	49 27	67 33	} 49 44 68 4	} 49 24 68 3.	}	}	schmal, Refl. verwaschen. guter Refl. schmal, Refl. verwaschen
q	unt.	49 33	68 0					
q'	unt.	48 54	67 24					

Von diesen sind 1q wichtig, β schwach, aber mit drei Flächen beobachtet, von denen eine ziemlich breit. $gh\alpha$ sind schwache Formen. $g\alpha$ können als gesichert gelten, h ist mit Wahrscheinlichkeit nachgewiesen, doch wäre eine Bestätigung zu wünschen. Es wurde in der Winkeltabelle mit ? bezeichnet.

Entwicklung der Formen.

Discussion der Zahlenreihen. Wir finden im Gesamtbild der beobachteten Chrysoberyll-Formen drei Hauptzonen (Taf. XV, Fig. 4):

Zone p (Aufst. II).

$$\begin{matrix} \text{Buchst.:} & e & \beta & \alpha & v & o & w & l & i \\ pq \text{ (Aufst. II)} & = 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 4 & 2 & 3 & \infty \end{matrix}$$

Die Reihe klärt sich, wenn wir o als Primärknoten ansehen. Wir haben dann: Inneres Stück.

$$\begin{matrix} \text{Buchst.:} & o & v & \alpha & \beta & e & \beta & \alpha & v & o \\ pq & = 4 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 4 \\ \frac{4-p}{4+p} & = 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{2}{3} & 4 & \frac{3}{2} & 2 & 3 & \infty \end{matrix} \quad (\text{Symmetr. Form})$$

Das ist die reine Normalreihe N_3 (diese Zeitschr. 1897, 28, 46).

Aeusseres Stück.

Buchst.:	<i>o</i>	<i>w</i>	<i>l</i>	<i>i</i>	<i>l</i>	<i>w</i>	<i>o</i>
$p q$	= 4	2	3	∞	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{1}$
$\frac{p-4}{p+4}$	= 0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	4	2	3	∞

Das ist die Normalreihe N_2 mit Anfang von N_3 . Entfällt das von uns nicht beobachtete *w*, so haben wir $N_2 = 0 \frac{1}{2} 4 2 \infty$.

Wir schliessen, dass die Entwicklung in dieser Zone von *o* ausgeht und stärker nach innen ist, als nach aussen. Die innere Dominante *e* ist wichtiger als die äussere *i*.

Zone p0 (Aufst. II).

Buchst.:	<i>e</i>	<i>e</i>	<i>m</i>	<i>u</i>	<i>s</i>	<i>r</i>	<i>(f)</i>	<i>g</i>	<i>(h)</i>	<i>d</i>	<i>a</i>
$p q$ (Aufst. II)	= 0	$\frac{1}{2} 0$	4 0	$\frac{3}{2} 0$	2 0	3 0	$\frac{7}{2} 0$	4 0	5 0	6 0	$\infty 0$
p	= 0	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{3}{2}$	2	3	$(\frac{7}{2})$	4	(5)	6	∞

In dieser Reihe sind *fh* unsicher, *ud* von uns nicht beobachtet. Die Reihe klärt sich durch Division durch 2, d. h. Verlegung der Dominante nach *s*. Wir erhalten:

$$\frac{1}{2} p = 0 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \quad 4 \quad \frac{3}{2} \quad (\frac{7}{2}) \quad 2 \quad (\frac{5}{2}) \quad 3 \quad \infty$$

Die zwei Hälften sind ungleich. Die Entwicklung nach aussen stärker als nach innen. Wir spalten bei *s* und erhalten:

$$\begin{aligned} \frac{p}{4-p} &= 0 \quad \frac{1}{3} \quad 4 \quad 3 \quad \infty \quad . \\ p-4 &= . \quad . \quad . \quad 0 \quad \frac{1}{2} \quad (\frac{3}{4}) \quad 4 \quad (\frac{3}{2}) \quad 2 \quad \infty \end{aligned}$$

Die Reihe klärt sich, wenn wir die unsicheren *fh* weglassen. Wir haben dann im äusseren Stück die Normalreihe $N_2 = 0 \frac{1}{2} 4 2 \infty$ mit den Endknoten *sa*. *h* = $\frac{3}{2}$ erscheint als Anfang der Entwicklung N_3 . Im inneren Stück schwache Entwicklung. *u*, von uns nicht beobachtet, jedenfalls eine schwache Form. *e* von Melzer angegeben, passt gut in die Reihe.

Zone p1 (Aufst. II) ist durch Melzer's Messungen in reicherer Entwicklung bekannt geworden.

Inneres Stück.

	<i>o</i>	<i>ε</i>	<i>δ</i>	<i>γ</i>	<i>x</i>	<i>γ</i>	<i>δ</i>	<i>ε</i>	<i>o</i>
$p q$ (Aufst. II)	= 4	$\frac{1}{3} 4$	$\frac{1}{5} 4$	$\frac{1}{10} 4$	0 4	$\frac{1}{10} 4$	$\frac{1}{5} 4$	$\frac{1}{3} 4$	$\frac{1}{1} 4$
$\frac{4-p}{4+p}$	= 0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{9}{11}$	4	$\frac{11}{9}$	$\frac{3}{2}$	2	∞

$\frac{9}{11}$, $\frac{11}{9}$ entsprechend $\gamma = \frac{1}{10} 4$ passen schlecht in die Reihe. Die Form dürfte als Vicinale zu *x* anzusehen sein.

Aeusseres Stück.

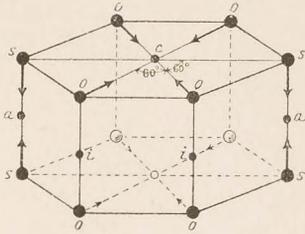
	<i>o</i>	<i>ζ</i>	<i>n</i>	<i>?p</i>	<i>a</i>
$p q$ (Aufst. II)	= 4	$\frac{3}{2} 4$	2 4	6 4	$\infty 0$
$p-4$	= 0	$\frac{1}{2}$	4	5	∞

5 entsprechend dem fraglichen *p* passt nicht in die Reihe.

Anlage und Bau der Chrysoberyllpartikel können wir auf Grund obiger Discussion der Reihen folgendermassen deuten (Fig. 2, S. 467): Anlage

hexagonal. Zwölf Primärknoten mit dem gleichen Molekül besetzt. Aber von diesen acht (o) mit einer Vorzugsrichtung gegen den Pol e , die vier anderen (s) mit Vorzugsrichtung gegen den Aequator (a). Die Vorzugsrichtungen in der Figur durch \rightarrow angedeutet. Durch diese Verschiedenheit entsteht die rhombische Symmetrie.

Fig. 2.



Entwicklung der Formen durch die Primärknoten (vgl. beist. Fig. 2 m. Fig. 4 Taf. XV).

Primärzonen. 1. $[oco]$ mit der Primärdominante e nach innen; $[oio]$ schwach mit Primärdominante i nach aussen. e verstärkt durch den Schnitt der drei Primärzonen.

2. $[oxo]$ mit der Primärdominante x nach innen. Das äussere Stück $[ona]$ dürfte als Secundärzone anzusehen sein, d. h. als Zone zwischen dem Primärknoten o und der Primärdominante a .

3. $[sas]$ stark nach aussen mit der Primärdominante a ; $[ses]$ schwach nach innen. Vielleicht ist a ein selbständiger Primärknoten.

Beachtenswerth für die Anlage sind die Winkel ii , ia nahe 60° ; oo , ss nahe 90° . Eine speciellere Discussion der Entwicklung wird möglich sein, wenn mehr Formen des Chrysoberyll sichergestellt sein werden.

**XVIII. Zur Theorie der Zwillings- und Viellingsbildung,
illustriert am Chrysoberyll.**

Von

V. Goldschmidt in Heidelberg.

(Hierzu Taf. XV Fig. 3—12 und 5 Textfiguren.)

In einer Abhandlung »über nicht parallele Verknüpfung der Krystallpartikel«¹⁾ hat der Verfasser versucht, eine genetische Erklärung der Zwillings- und Viellingsbildung zu geben. Zu den dort entwickelten Anschauungen geben die Chrysoberyll eine interessante Illustration, die besonders klar ist wegen der vortrefflichen Ausbildung der Krystalle.

Formell ist das Zwillingsgesetz beim Chrysoberyll ausgedrückt durch: Zwillingsebene (Umdrehungsebene) = Grenzfläche: $\varrho = 03(034)$ (Aufst. I) = $3\infty(340)$ (Aufst. II).

Genetisch ist diese Angabe unbefriedigend. Man sieht nicht ein, wieso ϱ , formell Zwillingsebene und Grenzfläche, genetisch die Rolle der Verwachsungsebene spielen soll, d. h. wieso ϱ die gegenseitige Richtung und Verknüpfung der Partikel beider Individuen bestimmen soll, da ja ϱ eine schwache Form ist, die am Chrysoberyll bisher nie beobachtet wurde. Auch das Freisein der Zone $e\varrho$ von Punkten (im Gesamtbild der Formen des Chrysoberyll, Fig. 4, Taf. XV) zeigt die Schwäche von ϱ . Es wurde aber gezeigt, dass die Verwachsung der Embryonalpartikel, deren Grenzfläche zur Verwachsungsebene des Zwillings wird, stattfindet durch Einrichten von besonders wichtigen Krafrichtungen (Primärknoten) der Partikel. Ein solcher Primärknoten ist ϱ entschieden nicht. In der That ist nicht eine Partikelkraft ϱ als Ursache der Verknüpfung der Embryonalpartikel zur Zwillingsbildung anzusehen, diese ist vielmehr anders zu erklären, wie wir im Folgenden darlegen wollen.

1) Diese Zeitschr. 1898, 29, 361.

Das Gesamtbild der Formen des Chrysoberyll projectirt auf c (Taf. XV, Fig. 4) zeigt die fast genau hexagonale Symmetrie der Elemente des Minerals. Die Meridianwinkel $ai = 59^{\circ} 53'$, $ii = 60^{\circ} 7'$ nahezu 60° . Die Poldistanzen $cs = 43^{\circ} 17'$, $co = 43^{\circ} 6'$ nach der Winkeltabelle S. 464; nach der Messung $cs = 43^{\circ} 18'$, $43^{\circ} 15'$, $43^{\circ} 17'$. . .

$$co = 43 \ 5, 43 \ 7, 43 \ 8 \ . . .$$

Also cs von co nur um Minuten verschieden. Die Elemente in dieser Aufstellung $p_0 : q_0 = 0,4708 : 0,8086 = 1 : 1,717$, nahezu $1 : \sqrt{3} = 1 : 1,732$. Wir haben die starken pseudohexagonalen Axenzonen $[coi]$ und $[csa]$ und die schwachen Zwischenachsen $[cb]$ und $[c\varrho]$. Die starken sind die genetisch wirksamen, in dem Sinne, dass bei Verknüpfung zweier freier Partikel (Embryonalpartikel) I und II Hauptrichtungen dieser sich parallel richten.

Den Vorgang der Verknüpfung der zwei Embryonalpartikel unseres Chrysoberyllzwillings können wir uns folgendermassen vorstellen. Die zwei Partikel nähern sich und richten einander ein im Momente der Anheftung, so zwar, dass sich die Flächen einer der beiden stärksten Primärzonen $[i\varrho c]$ z. B. $[i_2\varrho_2c]$ parallel richten. Das kann auf zwei Arten geschehen:

1. Auch die andere Zone $[oc\varrho]$ richtet sich ein. Dann decken sich alle gleichwerthigen Punkte und wir haben parallele Verwachsung (Fig. 1).

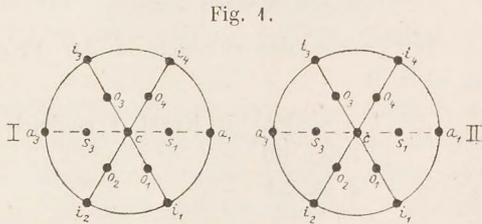
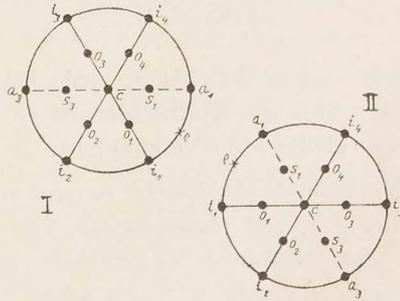


Fig. 1.

2. Die andere Zone $[oc\varrho]$ von II richtet sich fast genau auf Zone $[scs]$ von I (Fig. 2), wobei die Zonenebenen $[i\varrho i]$ in I und II zusammenfallen. Ein solches Einrichten ist möglich, weil die Winkel ia und ii fast genau 60° , die Winkel cs und co fast gleich sind. Das ist unsere Zwillingverwachsung.

Fig. 2.



I

II

Die Zonenebene $[o_2co_4]$ richtet sich mit allen Flächen ein, ihre Zonenebene ($\perp \varrho$) ist Symmetrieebene der Gruppe, ϱ oder i kann als Zwillingsebene (Umdrehungsebene) angesehen werden.

Warum ϱ d. h. die Zonenebene $[o_2co_4]$ vor i als Grenzfläche, das ist Verknüpfungsfläche der Embryonalpartikel, den Vorzug hat¹⁾, lässt sich

1) Quenstedt bildet einen Drilling ab mit i als Grenzfläche (Handb. 1863, 305) doch zweifelt Hessenberg (Senckenb. Abh. 1863, 4, 27), ob hier Beobachtung vorliegt oder nur eine zum Zweck der Erläuterung construirte Figur.

nicht mit Sicherheit sagen. Es liegt aber die Vermuthung nahe, dass wenn die Zwillingsene nicht eine Primärfläche ist, sondern eine Primärzonenebene, deren Flächen sich parallel richten, diese Zonenebene die Verwachsungsebene der Embryonalpartikel und dadurch Grenzfläche ist. Es bleibt zu untersuchen, ob dies allgemein gilt.

Wir haben bei unserem Zwillingengesetz:

1. Deckung der Zone $[o_2co_4]$ mit allen Flächen.
2. Decken der Zonenebene $[i^4ai_4]$ mit fast genauer Einrichtung aller Flächen.
3. Symmetrische Verwachsung in Bezug auf ρ = Zonenebene $[o_2co_4]$.
4. Heteroaxiale oder schiefe Verwachsung. Es decken sich fast genau die ungleichwerthigen Primärzonen $[oco]$ und $[ses]$ mit allen ihren Punkten. Aber auch jede Fläche mit rationalen Indices von Kryst. I deckt sich fast genau mit einer ebensolchen in Kryst. II, so dass jeder Flächenpunkt rational auf die Elemente des einen wie des anderen Individuums bezogen werden kann.

Wir sehen das deutlich in der Projection auf e (Taf. XV, Fig. 3). Da ist z. B.

$$\begin{array}{rcccccccc} v & = & \bar{1} & \frac{1}{2} & \text{für Kryst. I} & \text{zugleich} & = & \bar{1}0 & \text{für Kryst. II.} \\ v' & = & 60 & - & - & - & = & 3 & - & - & - \\ q' & = & 5\bar{1} & - & - & - & = & 42 & - & - & - \end{array}$$

Es gilt allgemein die Transformation:

$$pq \text{ (Kryst. I)} \div \frac{p-3q}{2} \frac{p+q}{2} \text{ (Kryst. II).}$$

Da nach unserer Anschauung jede Flächennormale eine Krafrichtung ist, so decken sich alle Krafrichtungen an Kryst. I mit solchen von Kryst. II. Das bewirkt die feste Verknüpfung.

Wir könnten als Ursache unserer regelmässigen Verwachsung **Drehung um Axe $\perp c$** und **heteroaxiale Verwachsung** der Partikel annehmen. Gegen diese Auffassung als genetische spricht bei unserem Zwilling die Verwachsungsebene. Es wäre als solche e zu erwarten und ein Vertauschen der Richtungen innerhalb eines scheinbar einheitlichen Krystalles. Das dürfte in der That häufig vorkommen. Dafür spricht das optische Verhalten wie es Mallard (Bull. soc. franç. 1882, 5, 237, Cymophane; diese Zeitschr. 9, 404) beschreibt und deutet.

Viellinge beim Chrysoberyll sind von Verschiedenen beschrieben worden. Der Thatbestand ist klargestellt, doch möge hier eine genetische Erklärung der verschiedenen Arten versucht werden. Zur Illustration

mögen die Figg. 5—8, Taf. XV dienen. Sie geben projectirt auf e den gewöhnlichen Zwilling, dann die Vierlinge, wie sie Hessenberg Taf. 2, Fig. 27—30 nach J. D. Dana abbildet. Jede Krystallfigur umgeben von den Chrysoberyll-Partikeln in stereographischer Projection, so orientirt, wie sie sich zu dem betreffenden Vielling zusammenlegen. Neben jedem Krystalltheil steht die Partikel von gleicher Orientirung. Als Anhalt für die Orientirung der Individuen im Zwilling dient die Streifung. Sie geht stets parallel der Kante ac und steht daher senkrecht auf der Zonenlinie aca in der Partikel.

Anmerkung. Die Projection einer Krystallpartikel mit ihren Knoten ist die gleiche, wie die Projection eines aus solchen gebauten Krystalles mit seinen Flächen. Wir können also ein solches Projectionsbild zugleich und abwechselnd als Bild der Partikel oder des Krystalles ansehen. Die Zusammenstellung der Partikelbilder giebt ein Bild der Verwachsung mehrerer Individuen.

Wir sehen, dass bei allen abgebildeten Viellingen nur Partikel von drei Orientirungen auftreten, jedes gegen das benachbarte um 60° um die e -Axe gedreht.

Taf. XV, Fig. 5. Zwilling bildet sich so, dass zwei Embryonalpartikel (I und II) sich in Orientirung 1, 2 in einem Punkte der Grenzlinie verknüpfen und weiter wachsen, indem an I und II weitere Partikel sich parallel anlegen.

Taf. XV, Fig. 6. Sechs Partikel (1—6) treten zu einer ringförmigen Embryonalgruppe¹⁾ zusammen im Anfangspunkt (Mittelpunkt) des Gebildes. Durch parallele Anlegung an die sechs embryonalen Partikel wächst jede derselben zu einem Krystall aus. Es bildet sich der Sechsling. Die Partikel 1 und 4, 2 und 5, 3 und 6 sind gleich orientirt.

Taf. XV, Fig. 7. Hier zeigen sich ausser der zarten Streifung parallel Kante ea sechs starke Fugen (in der Figur stärker ausgezogen). Es ist eine Gruppe von zwölf Individuen. Die Partikel aber auch nur in den drei Orientirungen von Fig. 6. Die Bildung können wir uns folgendermassen vorstellen: Im Anfangspunkt tritt ein Embryonalring aus sechs Pärchen zusammen. Jedes der Pärchen (1.2) (2.3) (3.4) (4.5) (5.6) vereinigt wie beim Zwilling Fig. 5. Jedes durch parallele Anlagerung zu einem Zwilling auswachsend. Nun ist der Winkel an der inneren Spitze der Zwillinge nicht genau 60° , sondern kleiner. Bei dem oben beschriebenen Zwilling wurde der äussere Winkel an der Spitze zu $59^\circ 34'$ bestimmt, wenn sich die Partikel in den Pärchen genau orientiren. Es entsteht ein Grenzconflict betreffs Ausfüllung des Winkelraumes von 360° um den Embryonalpunkt, den Fig. 3 und 4 (S. 472) darstellen mögen. Wären die Winkel der inneren Spitzen genau 60° , so legten sich die Flächen aa glatt aneinander. Es entstände ein Verschmelzen der parallel orientirten Nachbarindividuen

1) Vergl. diese Zeitschr. 1898, 29, 365.

(Fig. 3). Ist der Winkel, wie hier, kleiner als 60° , so entsteht ein Klaffen, eine Grenzfläche, die sich unregelmässig mit der Substanz beider Nachbarn füllt und leicht als Rinne bemerkbar bleibt. Auch entsteht ein Schwanken in Orientierung der Pärchen gegen einander. Wäre der Winkel grösser als

Fig. 3.

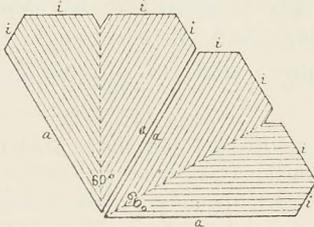
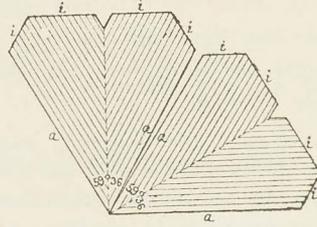


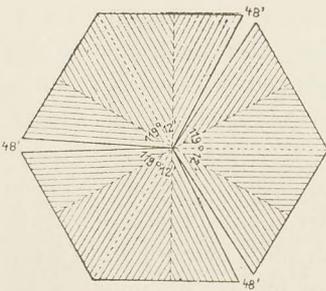
Fig. 4.



60° , so entstände ein Ueberschieben in die gegenseitigen Gebiete. Ob unter solchen Umständen Sechslinge zu Stande kommen, wäre zu untersuchen. Ich weiss nicht, ob es schon geschehen ist.

Taf. XV, Fig. 8. Neun Individuen bilden die Gruppe. Je drei Partikel sind in engeren Verband getreten: (2.3.4) (4.5.6) (6.4.2). Sie bilden je eine Embryonalgruppe, aus der durch parallele Anlagerung weiterer Partikel je ein Drilling erwächst. Der Winkel an der inneren Spitze jeder dieser Drillingse ist nicht genau 120° , sondern kleiner. (Nach obiger Messung $2 \times 59^\circ 36' = 119^\circ 12'$.) Es entsteht ein Schwanken beim Auftheilen des Winkelraumes von 360° um den Embryonalpunkt, daher die dreimalige Fuge von im Mittel circa $48'$ Winkel.

Fig. 5.



Wir können es auch so auffassen: Zwölf Individuen bilden engere Verbände von je zwei Zwillingspärchen nach Fig. 5 Taf. XV. Je zwei Pärchen legen sich glatt aneinander zu einem Doppelpärchen, wobei ihre inneren Individuen durch genaues Parallel-Legen in eins verschmelzen; wie nebensteh. Fig. 5 übertrieben und schematisch darstellt. Die Fuge ist die Grenze zwischen den einzelnen engeren Verbänden. Letztere Deutung scheint mir die bessere.

Nicht wesentlich verschieden aber historisch (d. h. der Folge der Vorgänge nach) präziser, ist folgende Auffassung. Es vollzieht sich zuerst die Vereinigung der freien Embryonalpartikel zum engeren Verband; diese Verbände, so lange sie klein und beweglich (embryonal) sind, legen sich aneinander, oder es rückt der eine in den Winkelraum des anderen ein. Jedes Individuum wächst dann für sich durch paralleles Anlagern weiter.

Die ganze Fuge erscheint dann als die Linie des nachträglichen Zusammenrückens.

Illustriert wird diese Deutung durch eine Gruppe von Greenfield, welche Hessenberg abbildet¹⁾ und die hier reproducirt werden möge, da Hessenberg's Abhandlung Vielen nicht zugänglich ist (Taf. XV, Fig. 9).

Wir sehen da von einem Punkt ausgehend, der durch die Streifung angezeigt ist, zwei engere Verbände; oben von drei, unten von vier Individuen (oder auch oben von zwei, unten von drei Pärchen). An der Grenze der engeren Verbände erscheint rechts eine starke Fuge, links ist ein Winkelraum von ca. 60° offen geblieben. Die fertige obere Gruppe hat sich vermuthlich an die fertige untere angelegt und beide sind so weiter gewachsen. Zur Ausfüllung des Winkelraumes links hat sich zur Zeit der Anfangsbildung eine passende Zwillinggruppe nicht gefunden.

Chrysoberyllfünfling von Ceylon.

Es erschien wichtig, die oben gegebenen Schlüsse über Viellingsbildung im Allgemeinen und speciell am Chrysoberyll an einem neuen Beispiel zu prüfen und dabei gerade auf die Punkte zu achten, die für die gegebene Auffassung charakteristisch sind. So auf die Frage: Welche Flächen der vereinigten Individuen haben den gleichen Projectionspunkt oder fallen gar in dieselbe Ebene? Sind es gerade die stärksten Flächen, die Primärknoten oder Primärdominanten, die das thun?

Ein solches Beispiel bot ein vortrefflich ausgebildeter flächenreicher Vielling, den der Verfasser 1894 aus Ceylon mitgebracht hat. Der Krystall ist von grünlichgelber Farbe, seine Länge ist 18 mm, die Breite 14 mm, die Dicke 10 mm. Fig. 10, Taf. XV giebt das Kopfbild der oberen, Fig. 11 das der unteren Hälfte; die Grössenverhältnisse möglichst genau nach der Natur. Er ist nach dem gewöhnlichen Alexandrit-Gesetz gebildet. Sechs Individuen mit *c* deckend, um die *c*-Axe um je 60° gedreht, wie oben beschrieben. Eines der Individuen (6) fehlt. Es ist ausgebrochen oder nicht entwickelt. Es fanden sich folgende Flächen:

Kryst.	Oben	Unten
1	<i>c b a i . x m s . . . o .</i>	<i>c b a i . x . . . s r . . o . .</i>
2	<i>c b a i k x . s r g (d) o .</i>	<i>c b a i k x . m s r g . o n q</i>
3	<i>c b a i k x m s r g . o n</i>	<i>. b a i k x . m s r g . o n .</i>
4	<i>. b . i . x o .</i>	<i>. b . i . x y (d) o . .</i>
5	<i>c . a i . x o n</i>	<i>. b a i</i>

1) Senckenb. Abh. 1863, 4, Taf. II, Fig. 23.

Von den neuen Flächen des S. 455 beschriebenen Zwillings fanden sich hier:

- g mit vier scharfen Flächen. Das bestätigt die Wichtigkeit von g , die aus der Discussion der Zahlenreihe hervorgeht (S. 466),
 q mit einer schwachen aber sicheren Fläche.

Von Formen die am obigen Zwilling fehlen, aber von anderen Autoren angegeben sind:

- y mit einer sehr guten Fläche,
 d? fraglich, schwach, $4-2^0$ von der berechneten Position abweichend.

Die **Elemente** liessen sich dank dem Flächenreichtum und der Güte der Reflexe noch genauer bestimmen, als bei dem obigen Zwilling. Sie ergaben als Mittel aus den 35 besten Messungen:

$$\left. \begin{array}{l} p_0 = 0,4710 \\ q_0 = 0,8090 \end{array} \right\} \text{ (Aufst. II), } \quad \text{oder: } \left. \begin{array}{l} p_0 = 1,2361 \\ q_0 = 0,5822 \end{array} \right\} \text{ (Aufst. I).}$$

Ich halte diese Elementbestimmung noch für etwas genauer, als die an dem Zwilling S. 464.

Das **Projectionsbild** Taf. XV, Fig. 12 zeigt die Projectionspunkte der oberen Krystallhälfte für c als Polfläche, und zwar so, wie es unmittelbar durch Auftragen der Flächenpunkte aus den gemessenen Positionswinkeln ($\varphi\varrho$) der als einheitlicher Krystall behandelten Gruppe erhalten ist. Es ist das genaue Abbild der Beobachtung ohne Idealisierung.

Das gnomonische Bild der unteren Fläche wurde nicht abgedruckt, um Raum zu sparen, es zeigt die gleichen Erscheinungen.

Im Projectionsbild trägt der Buchstabe der Fläche die Nummer des Krystall-individuums, an dem die Fläche sitzt, ebenso in den Kopfbildern (Taf. XV, Fig. 40 und 44). So bedeute s_3 eine Fläche s am Individuum 3.

Die Gruppe bildet ein **zusammengesetztes System** von hexagonaler Symmetrie. Die Punkte weichen von den dem hexagonalen System entsprechenden Orten nur wenig ab, so wenig, dass es bei den kleinen Dimensionen der Figur fast nicht zu sehen ist. Aber auch in den Originalbildern mit 5 cm Radius des Grundkreises sind die Abweichungen unbedeutend. Sie bewegen sich in Grenzen wie bei einem gut ausgebildeten einfachen hexagonalen Krystall. Wenn man die Einzelindividuen des Chrysoberyll nicht kenne, nicht die einspringenden Winkel und die Eigenthümlichkeit der Flächenbeschaffenheit, sowie die physikalischen Verhältnisse (Spaltung, Optik), aus dem Projectionsbild allein würde man die Gruppe für einen hexagonalen Krystall halten.

Das **Zusammenfallen von Punkten** mehrerer Krystalle entsprechend den Parallelstellen mehrerer Flächen beobachten wir an mehreren Stellen. Wir finden im Projectionsbild folgende Punkte zusammenfallend:

In der oberen Hälfte: $(o_1 o_2)$; $(o_3 o_4 s_2)$; $(o_4 o_5 s_3)$; $(o_3 s_1)$; $(e_1 e_2 e_3 e_5)$
 - - unteren - : $(o_1 o_2)$; $(o_3 o_4 s_2)$; . . . $(e_1 e_2)$
 am Rand : $(a_2 a_3 i_3 i_4)$; $(i_1 i_2)$; $(i_2 i_3 a_4)$; $(a_1 i_5)$.

Von diesen sind nicht nur parallel, sondern fallen in dieselbe Ebene:

oben die Flächen: $(e_1 e_2 e_3 e_5)$; $(o_1 o_2)$; $(s_2 o_3)$; $(s_3 o_4)$
 unten - - : $(e_1 e_2)$; $(o_1 o_2)$; . $(s_3 o_4)$
 am Rand : $(i_1 i_2)$?

Die Gleichheit der Richtungen ist keine absolute. Die Reflexe weichen um eine Anzahl Minuten ab. So z. B.:

oben bei $(o_1 o_2)$ um $41'$, bei $(o_4 o_5 s_3)$ um $40'$ resp. $32'$ } in Bezug auf φ .
 unten bei $(o_1 o_2)$ um $52'$, bei $(o_3 s_2)$ um $8'$

Solche Abweichung ist aber auch bei paralleler Verwachsung mehrerer Individuen die gewöhnliche Erscheinung.

Interessant und genetisch wichtig ist bei den heterogenen Flächen $(s_2 o_3)$ und $(s_3 o_4)$ oben sowie $(s_3 o_4)$ unten das Decken nicht nur der Projectionspunkte, sondern das **Zusammenfallen in eine Ebene**. Dass hier nicht ein Zufall waltet, zeigt die Wiederholung der gleichen Erscheinung oben und unten und mit den entsprechenden Flächen; sowie die Vollkommenheit der Coincidenz. Es ist ferner hervorzuheben, dass ausser e gerade o und s zusammenfallen, die wir aus der Formenentwicklung als Primärknoten und somit als Träger der Hauptattractionskräfte kennen gelernt haben.

Dies Zusammenfallen heterogener Flächen zeigt ein gemeinsames gleichmässiges Fortwachsen. Aus diesem ist man geneigt zu schliessen, dass die Intensität der Attraction, d. h. die Kraft ihrer Normalen nahezu gleich ist für diese heterogenen Flächen¹⁾, sonst bliebe die eine beim Wachsen hinter der anderen zurück. Zeigt sich dieser Schluss als zuverlässig, so ist er wichtig, denn es ist unsere nicht leichte Aufgabe, die Intensität der krystallbauenden Kräfte, zunächst die relative, zu ermitteln.

Analogon. Wir finden das Analoge bei anderen Krystallarten, z. B. beim **Orthoklas**. Als Hauptprimärknoten erscheinen da $\mathbf{P} = 0(004)$ und $\mathbf{M} = 0\infty(040)$. Eine Discussion der Zwillinggesetze¹⁾ bei den Feldspäthen zeigte \mathbf{P} und \mathbf{M} als ausschliessliche Verwachsungsebenen. Beim Bavenoer Gesetz P und M mit Vorliebe in eine Ebene fallend. Beim Karlsbader Gesetz fallen $P = 0(004)$ und $x = -10(\bar{1}04)$ fast genau in gleiche Richtung, und wir haben viele Zwillinge (Striegau, Baveno, . . .), bei denen die P - und x -Flächen in eine zusammenfallen, so zwar, dass nur an Zeichnungen oder Färbungen die Gebiete beider unterschieden werden.

Quarz. Verwachsung nach der Hauptaxe. Drehung 60° . Die primären nicht ganz gleichwerthigen Rhomboëder r und $\rho = \pm 40$ richten sich parallel und fallen in

1) Vergl. diese Zeitschr. 4898, 29, 374 und 378.

eine Ebene, so dass nur Oberflächenzeichnungen die Gebietsgrenzen erkennen lassen. Es sind aber $\gamma_0 = \pm 40$ (wie so beim Chrysoberyll) die Primärknoten, von denen die Formenentwicklung des Quarz ausgeht, die Träger seiner Hauptprimärkräfte¹⁾.

Ich zweifle nicht, dass die Untersuchung von Zwillingen und Viellingen anderer Krystallarten dieselbe Thatsache zu Tage bringen wird, dass es die Primärknoten sind, die sich einrichten. Bestätigt sich dieses Gesetz, so haben wir im Decken der Flächen bei Zwillingsbildung ein Kennzeichen für die Primärknoten, das besonders dann von Werth ist, wenn Armuth an Formen eine Herleitung der Primärknoten aus der Formenentwicklung nicht gestattet.

1) Vergl. diese Zeitschr. 1898, **30**, 257; 1899, **32**, 64 u. 65; 1896, **26**, 44; 1897, **28**, 448.

