

1960



குறியீட்டு

அளவைப்பயல்

எழுத்தா : கச்சவன்

OXFORD LIBRARY
PENNA

JPL



C1960

விலை ரூபா: 25/-

2003
M

PUBLIC LIBRARY,
JAFFNA,
25.02.1992

1960 C.C.

குறியீடு அளவையியல்

ஆசிரியர் : கேசவன்

KOHA
JPL

கலை வகையான புத்தகங்களுக்கும்
ஆல் சிலோன் டிஸ்ரிபியூட்டர்ஸ்
119-1/1, கே. கே. எஸ் வீதி
யாழ்ப்பாணம்.
போன்; 24234.

PUBLIC LIBRARY,
JAFFNA
85789

விலை ரூபா: ~~...~~

முன்னுரை

~~~~~

2

160

அளவையியல் இன்றைய கல்வி உலகில் துரிதமாக வளர்ச்சியுறும் ஒரு கலையாகும். மாணவர்கள் மனவிருப்புடன் இப்பாடத்தினைக் கற்கின்றபோதும் அவர்களின் தேவையைப் பூர்த்தி செய்ய போதுமான உதவிநூல்கள் இல்லை. இதனால் இக்குறையை ஓரளவு பூர்த்தி செய்யக்கூடியதாக அளவையியலும் விஞ்ஞான முறையும் II, குறியீட்டு அளவையியல் பயிற்சி நூல் I அளவையியல் பயிற்சி நூல், அளவையியல் வினா, விடைக்களஞ்சியம் (பகுதி II) ஆகிய நூல்கள் என்னால் வெளியிடப்பட்டது. இந்நூல்களை மாணவர்கள் நன்கு பயன்படுத்தினார்கள். அவர்களுக்கு மேலும் உதவிடும் நோக்குடன் குறியீட்டு அளவையியல் என்னும் இந்நூல் வெளிக் கொண்டு வரப்படுகிறது. முன்னைய நூல்களுக்கு இருந்த மதிப்பு இந்நூலுக்கும் கிடைக்கும் என்பது நம்பிக்கை மாணவரின் அறிவுப்பசியை ஓரளவெனும் தணிக்கமுடியுமாயின் அதுவே எனக்குக் கிடைத்த வெற்றியாகும்.

சிறந்த முறையில் அச்சவாகனமேற்றி உதவிய நித்தி அச்சகத்தாருக்கும் இந்நூல் வெளியீட்டில் துணைநின்ற யாவருக்கும் எனது நன்றிகள் என்றும் உண்டு.

S. K. கேசவதாசன்  
கம்பனை,  
சுழிபுரம்.

10 - 11 - 1989.

# 1 கணித அளவையியலின் அறிமுகமும் வளர்ச்சியும்

விஞ்ஞானம் கிரேக்கர்களோடு ஆரம்பித்தது எனவும் மறுமலர்ச்சிக் காலத்திலிருந்தே அது விருத்தியடைந்தது எனவும் வழமையாகக் கூறப்படுகின்றது. விஞ்ஞானத்தில் அனுபவ முறைகள் பேக்கன் போன்றோரால் வலியுறுத்தப்பட்டனும் அதன் வளர்ச்சிக்குக் கணிதம் உதவியது என்பது உண்மையாகும்,

அருஸ்ரோட்டலிய அளவையியல் SAP, SEP, SIP, SOP போன்ற குறியீடுகளும் X, Y, Z போன்ற குறியீடுகளும் பயன்படுத்தப்பட்டதை நாம் அறியலாம். ஆயினும் இவை குறியீட்டு அளவையியலாகக் கருதப்படவில்லை.

இரண்டாயிரம் ஆண்டுகளுக்கு மேலாக அளவையியலாளர்கள் வாய்ப்பான சிந்தனையின் இயல்பு பற்றி ஆராய்ந்துகொண்டிருக்கையில் கணித அறிஞர்கள் தமது துறைகளின் வாய்ப்பான அனுமானங்களை அமைத்துக்கொண்டிருந்தனர். அளவையியலுக்கும் கணிதத்திற்குமிடையே உள்ள தொடர்பினை முதல் முதலில் ஓரளவுக்காயினும் அறிந்துகொண்டவர் “லேபினிற்” எனலாம். கணிதத்தில் குறியீட்டு முறையை புகுத்தும் திட்டத்தோடு அவர் தமது அளவையியல் ஆய்வினை ஆரம்பித்தார். இது அளவையியல் முழுவதையும் தழுவியதாக அமைந்திருக்கவில்லை.

1847 ஆம் ஆண்டே அளவையியலில் அட்சரகணிதம் தோன்றியது எனலாம். “ஜோஜ்பூல்” (The mathematical Analysis Logic) ஓகரஸ்டிமோகன் (Formal Logic) இவர்களால் எழுதப்பட்ட இந் நூல்கள் 1847 ஆம் ஆண்டே வெளிவந்தது. இவர்கள் செய்தபணியே அளவையியலுக்கென ஒரு கணித முறையைத் தோற்றுவித்தது எனலாம். அவர்கள் அளவையியலின் அடிப்படை உண்மைகளை குறியீட்டு வாய்ப்பாட்டில் அமைக்கவும் முற்பட்டனர். “பூல்” என்பவரின் ஆய்வுகள் எடுப்புக்கள் அனைத்தும் எழுவாய் பயனிலையை ஆய்வு செய்வதற்கே இருந்தது. இவரே அளவையியலில் முதல் எடுப்பு முறையைப் பயன்படுத்த முற்பட்டவராவர்.

இவர்களைத் தொடர்ந்து G. பிரியானோய்ஸ்ஸ்ரொடர், ரூசல் போன்றவர்களால் வளர்க்கப்பட்டது. குறியீட்டு அளவையியலுக்கு மேலும் துணைபுரிந்த எலிபன்ஸ், சன்பெக் போன்ற அறிஞர்கள் குறியீட்டு மொழிக்கும் குறியீடுகளுக்கும் உள்ள தொடர்பு மொழியை எவ்வாறு குறியீட்டில் அமைக்கலாம் போன்ற ஆய்வுகளை மெற்கொண்டனர்.

பிற்பட்ட காலங்களில் ரூசல், வைற்கெட் என்பவர்கள் குறியீட்டு அளவையியல் வளர்ச்சிக்குப் பெரும் பங்காற்றியுள்ளனர். 1910ஆம் ஆண்டில் பிறின்பிப்பா மதமற்றிக்கா என்னும் நூலை எழுதினார். இவர்கள் இருமதிப்பு அளவை, பல்மதிப்பு அளவை, ஆகார அளவை போன்ற அளவை முறைகளை விருத்தி செய்தனர்.

## 2. மொழிவடிவங்களை குறியீட்டில் அமைத்தல்

மொழிமூலமான வாதம் அல்லது வாக்கியங்களைக் குறியீடுகளின் மூலம் அமைக்கும்போது அளவையியல் மாறிகள், அளவையியல் மாறிலிகள், தொடர்புகள் (அடைப்புக்குறிகள்) என்பன தேவைப்படுகின்றன.

**அளவையியல் மாறிகள் :-**

மாறும் பெறுமானமுடைய வாக்கியங்களுக்குப் பதிலாக நிற்கும் குறியீடு அளவையியல் மாறிகள் எனப்படும். அதாவது இது ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பெறுமானங்களுக்காக நிற்கக்கூடியது ஆகும். தமது பொருளனை இடத்துக்கிடம் மாற்றிக் கொள்ளும். P என்ற மாறிக்குத் தனித்துக் கருத்தில்லாமல் இவற்றின் கருத்துக்கள் எடுப்புக்களில் தங்கியிருப்பதனால் மாறிகள் எடுப்புக்களின் சார்புகள் எனவும் அழைக்கப்படும்.

A—B—C—D போன்ற ஆங்கில எழுத்துக்கள் குறியீட்டு அளவையியல் வரலாற்றிலே பயன்படுத்தப்பட்டன. ஆனால் மாணவர்கள் P, Q, R, S...Z வரையுள்ள எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்துதல் வேண்டும். இவை முடிவடைந்தால் ( $P_1 P_2 P_3 \dots p_n$ ) எனப் பயன்படுத்தலாம். மாறிகளைக் கொண்டு கருக்கத்திடம்

அமைக்கும்போது எளிய வாக்கியங்கள் அனைத்தும் விதிவாக்கியம் என்னும் நியதியைப் பின்பற்றுதல் சிறந்தது ஆகும்.

அளவையியல் மாறிலிகள்:-

மாறும் பெறுமானமுடைய ஒருவகைக் குறியீடு மாறிலிகள் எனப்படும். மாறிலிகள் தமது கருத்தை இடத்திற்கிடம் மாற்றுவதில்லை. எப்பேதும் ஒரே (மாறாத) பெறுமானத்தைக் கொண்டிருக்கும்.

மாறிகளைக் கொண்டுமட்டும் கூட்டு எடுப்புக்களை அமைக்க முடியாது. அளவையியலில் கூட்டு எடுப்புக்களை அமைத்துக் கொள்ள மாறிலிகள் வேண்டும். +, - போன்றன கணிதமாறிலிகள் ஆகும். அளவையியலில் பயன்படுத்தப்படும் உட்கிடை மாறிலி  $\rightarrow$ , எதிர் உட்கிடை மாறிலி  $\leftarrow$ , இரட்டை நிபந்தனை மாறிலி  $\leftrightarrow$ , உறழ்வு மாறிலி V, இணைப்பு மாறிலி  $\wedge$ , மறுப்புமாறிலி  $\sim$  என்பன அளவையியலில் பயன்படுத்தப்படுவதால் அளவையியல் மாறிலிகள் ஆகும்.

உட்கிடை மாறிலி:  $\rightarrow$

ஒரு உறுப்பின் உண்மை மற்றை உறுப்பின் உண்மையில் தொடருவது நிபந்தனை எடுப்பாகும். நபந்தனை எடுப்பைக் குறிக்க உட்கிடை மாறிலி பயன்படும். எடுப்புநிபந்தனைத்தன்மை உடையதாகும். இது ஈவு மாறிலி, தருகை மாறிலி, போதிய நிபந்தனை மாறிலி எனவும் அழைக்கப்படும். எனின், ஆயின், ஆல், யின், யில். னால், என்றால், என்பது உண்டானால், எனும் நிபந்தனையின் பேரில், என்று தரப்பட்டின். என எடுத்துக் கொண்டால், என எடுத்துக்கொள்ளுமிடத்து, என்பதால். என்பது உண்மையாயின் என்பவற்றுக்காக பயன்படும்.

அதாவது ஒரு காரியத்திற்கு பல காரணங்கள் உண்டானால் பயன்படும்.

மாநகர நூலக சேவை  
யாழ்ப்பாணம்.

இரட்டை நிபந்தனை மாறிலி:  $\leftrightarrow$

ஒரு கூற்றும் இன்னொரு கூற்றும் சமம் எனக்கருதும்போது பயன்படும் மாறிலி இரட்டை நிபந்தனை மாறிலி எனப்படும். இது ஆயின் ஆயினே, சமன், ஏற்ப என்பவற்றுக்காக பயன்படும்.

அதாவது ஒரு காரியத்திற்கு ஒரு காரணம் உள்ளபோது பயன்படும்.

எதிர் உட்கிடை மாறிலி:-

ஒரு காரியத்திற்கு கட்டாய காரணங்களைக் கூறும்போது பயன்படும். மாறிலி எதிர்உட்கிடை மாறிலி எனப்படும். இது மட்டுமே, மாத்திரம், ஆயினே, ஏனெனில், னால்தான், என்றால்தான், என எடுத்துக்கொண்டால்தான் என்பவற்றுக்காகப் பயன்படும்.

உ+ம் பிராணவாயு இருந்தால் மட்டுமே உயிர்வாழும்'

சு. தி: P: பிராணவாயு இருக்கிறது

Q: உயிர்வாழும்.

(P ← Q)

இவ் மாறிலியானது எமது பாடத்திட்டத்தில் அமைந்திருக்கவில்லை. எனவே உட்கிடை மாறிலியைப் பயன்படுத்தி மாறிகளை இடம்மாற்றி (Q → P) என எழுதுதல் வேண்டும்.

உறழ்வு மாறிலி:- V

உறுப்புக்களில் ஒன்று அல்லது மற்றையது உண்மை என விதிக்கும்போது உறழ்வு மாறிலி பயன்படும். இது அல்லது, அன்றேல் ஒன்றில், ஒழிய என்பவற்றுக்காகப் பயன்படும். உறழ்விலே மெல் உறழ்வு வல் உறழ்வு என இருவகை உண்டு. (சு. பொ. த.) உயர்தர வகுப்பு மாணவரைப் பொறுத்தவரை எல்லாம் மெல் உறழ்வாகவே கருதுதல் வேண்டும்.

இணைப்பு மாறிலி:- A

எல்லா உறுப்புக்களும் உண்மை என விதிக்கும்போது பயன்படும் மாறிலி இணைப்பு மாறிலி ஆகும். இது அத்துடன், என்பதோடு, ஆனால் யும், லும், எனினும், ஆயினும், என்றாலும் இருந்த பொழுதிலும் என்பவற்றுக்காகப் பயன்படும்.

மறுப்பு மாறிலி:- ~

வாக்கியங்களின் இன்மையைக் குறிப்பதற்கு மறுப்பு மாறிலி பயன்படும். இது இல்லை, அல்ல, அன்று அன்றி, தவறு, பொய் பிழை என்பவற்றுக்காகப் பயன்படும்.



3. X அழகானவள் ஆயின் பண்பானவள் என்பது அவள் வாய்க்காரி எனின் பெறப்படும், X அழகானவள் அல்லது பண்பானவள் என்பது அவள் வாய்க்காரி எனின் பெறப்படும் எனவே X அழகானவள் என்பதோடு கோபக்காரி என்பது நாட்டியக்காரி எனின் பெறப்படும்.

$$[R \rightarrow (P \rightarrow Q)] \cdot [R \rightarrow (P \vee Q)] \text{ஃ} [T \rightarrow (P \wedge S)]$$

4. X அழகானவள் ஆயின் அவள் பண்பானவள் என்பது பொய் ஆகும். X அழகானவள் என்பதோடு அவள் பண்பானவள் என்பது பொய்யாகும். X அழகானவள் என்பது உண்மையாயின் அவள் பண்பானவள் என்பது பொய்யாகும். X அழகானவள் என்பதால் அவள் பண்பானவள் என்பது பொய். ஆகவே அவள் அழகற்றவள் என்பது பொய் அல்ல.

$$\sim (P \rightarrow Q) \cdot \sim (P \wedge Q) \cdot (P \rightarrow \sim Q) \cdot (P \rightarrow \sim Q) \text{ஃ} \sim \sim \sim P$$

5. X அழகானவள் என்பதும் பண்பானவள் என்பதும் பொய் ஆகும். ஆனால் வாய்க்காரி என்பது உண்மையாகும். அவள் வாய்க்காரியாயின் அவள் நாட்டியக்காரி. ஆனால் பண்பானவள் எனவே அவள் கோபக்காரி.

$$[\sim (P \wedge Q) \wedge R] \cdot (R \rightarrow T) \cdot Q \text{ஃ} S$$

6. X அழகானவள் என்பதோடு, பண்பானவள் ஆயின் வாய்க்காரி. X அழகானவளும், பண்பானவளும் எனின் வாய்க்காரி. X அழகானவளும் இல்லை, பண்பானவளும் இல்லை. எனவே X அழகானவளாகவும் பண்பானவளாகவும் இருக்கவில்லை.

$$[P \wedge (Q \rightarrow R)] \cdot [(P \wedge Q) \rightarrow R] \cdot (\sim P \wedge \sim Q) \text{ஃ} \sim (P \wedge Q)$$

7. X அழகானவள் என்று தரப்பட்டின் பண்பானவள் ஆயின் வாய்க்காரியாயின் கோபக்காரி. X அழகானவள் ஆயின் பண்பானவள் அல்லது வாய்க்காரி அல்லது கோபக்காரி. எனவே X அழகானவள் அல்லது பண்பானவள் என்றால் வாய்க்காரி என்பதோடு அவள் கோபக்காரி.

$$\{P \rightarrow [Q \rightarrow (R \rightarrow S)]\} \cdot \{P \rightarrow [(Q \vee R) \vee S]\} \text{ஃ} [(P \vee Q) \rightarrow (R \wedge S)]$$

பின்வரும் வாதங்கள் ஒவ்வொன்றுக்கும் உமது சுருக்கத் திட்டத்தைக் கூறி குறியீட்டில் அமைக்குக?

1. தம்பி உனக்கு மண்டையிலே வருத்தம் ஆகவே தம்பி உனக்கு மண்டையிலே வருத்தம்.
2. உனக்குக் காய்ச்சல் வந்துவிட்டது எனவே நீ வறுத்த விஸ்க் கோத்து சாப்பிட வேண்டும்.
3. கமலா விவாகம் செய்வாள் ஆயின் மகிழ்ச்சி அடைவாள் என்பது பொய் ஆகும் எனவே கமலா விவாகம் செய்யாள்.
4. சுழிபுரத்தில் மழைவரும் அல்லது சுன்னாகத்தில் மழைவரும் சுன்னாகத்தில் மழைவராது. எனவே சுழிபுரத்தில் மழைவரும் என்பது பொய்யாகும்.
5. சாப்பிடுவதற்கோர் மனமிருந்தால் கிணற்றுக்குள் விழுந்து விடலாம். அப்படி நடந்தால் இறந்துவிடலாம். எனவே அவளை மறந்துவிடலாம்.
6. சுல்தான் விவாகரத்துப் பெறுவான் என்பது அவளுக்கு ஆணவம் உண்டு எனின் பெறப்படும். அவளுக்கு ஆணவம் அடங்குமெனின் சுல்தான் விவாகரத்துப் பெறுவான் எனின் பெறப்படும். ஆனால் சுல்தான் விவாகரத்துப் பெறவில்லை எனவே அவளுக்கு ஆணவம் இல்லை.
7. அவன் படித்துள்ளான் பல்கலைக்கழகம் புகுவான் என்பது உண்மை எனின், அவன் பட்டதாரி ஆவான். அவனுக்கு உத்தியோகம் கிடைக்கும் ஆயினே அவன் படிப்பான் ஆயின் பல்கலைக்கழகம் புகுவான் என்பது பொய்யாகும். எனவே அவன் பட்டதாரி ஆகவில்லை.
8. பாட்டனுக்கு இளமை பெயர்ந்தது ஆயின் பாட்டி முருக்க மரத்தில் ஏறினாள் என்பது பொய் ஆகும். பாட்டி முருங்கை மரத்தில் ஏறினாள் என்பது உண்மை எனின் பாட்டிக்கு இளமை பெயரவில்லை என்பது பொய் ஆகும். பாட்டனுக்கு இளமைபெயர்ந்தும் பாட்டி முருங்கைமரத்தில் ஏறியும் இருந்தால் முருங்கைமரம் முறிந்துள்ளது. எனவே பாட்டனுக்கு இளமை பெயரவில்லை.

9. நாதனும் ரவியும் கெட்டிக்காரர். நாதன் கெட்டிக்காரனின் ரவி சோம்பேறி. அப்படி நடந்தால் குணம் கொள்ளைக்காரன். குணம் கொள்ளைக்காரன் இல்லை எனவே நாதன் கெட்டிக்காரனில்லை.
10. பிள்ளையார் அழுதால் முருகன் சிரிப்பார், முருகன் சிரிப்பார் அல்லது பிள்ளையார் சினுங்குவார். பிள்ளையார் சினுங்குவார் என்பதோடு வயிரவர் அழுவார், அப்படி நடந்தால் முருகன் சிரிப்பார் எனவே பிள்ளையார் அழவில்லை.
11. பாணும் பட்டரும் சாப்பிடலாம் என எடுத்துக்கொண்டால் கேக்கும் சோறும் சாப்பிட முடியாது. பாண் சாப்பிடலாம் அல்லது பட்டர் சாப்பிடலாம் என்பது பொய் ஆயின் கேக்கும் சாப்பிட முடியாது சோறும் சாப்பிடமுடியாது எனவே பாண் சாப்பிடமுடியாது என்பது பொய் அல்ல.
12. காதல் கனியும் ஆயின் கலியாணம் நடக்கும் என்பது பொய் ஆயின், மகிழ்ச்சி அடையலாம் அல்லது கோபமடையலாம். மகிழ்ச்சியடைவதும் கோபமடைவதும் பொய்யாகும் கோப மடையலாம் அல்லது காதல் கனியலாம் எனவே காதல் கனியவில்லை.
13. அவன் சோம்பேறி ஆவான் என்பது பொய் ஆயின் கெட்டிக்காரனில்லை என்பது பொய்யாகும். அவன் கெட்டிக்காரனே அல்லது சோம்பேறியே இல்லை. அவன் சோம்பேறியின் கெட்டிக்காரன் என்பது அவன் பக்திமான் என்பதோடு கலைஞனெனின் பெறப்படும் எனவே அவன் சோம்பேறியில்லை.
14. A கூடும் எனின் B கூடும் அல்லது C கூடும் அல்லது D கூடும். A குறையும் அல்லது B கூடும் எனின் C கூடும் என்பதோடு D கூடும். A கூடவில்லை ஆயின் B கூடும் அல்லது C கூடும் எனின் D கூடும் எனவே A கூடும் என்பதோடு B கூடும் என்பதோடு C கூடும் என்பது D கூடுமெனின் பெறப்படும்.
15. அதை அக்கா அழுவாள் பெரியமாமி இறப்பாள் ஆயினே, பெரிய மாமி இறப்பாள் ஆயின் பெரிய மச்சாள் சிரிப்பாள். பெரியமச்சாள் சிரிப்பாள் என்பதோடு சின்ன மாமி வருவாள் என்றிருந்தால் ஒழிய எனவே அதையக்கா அழுவாள் ஆயின் பெரியமச்சாள் இறக்காள். பெரியமச்சாள் சிரிக்காள். சின்னமச்சாள் வருவாள் ஆயினே.

16. அவன் பண்புடையவன் எனினும் சீதணம் பெற்றிருக்கமாட்டான் என்று தரப்படி படித்தவன் ஆயின் கெட்டிக்காரன் என்பது பொய் ஆகும். அவன்பண்புடையவன் என்பதும் சீதணம் பெற்றிருக்கமாட்டான் என்பதும் பொய் என எடுத்துக்கொண்டால் அவன் படித்தவன் என்பதோ அல்லது கெட்டிக்காரன் என்பதோ இல்லாமல் இருக்கும் எனவே அவன் சீதணம் பெற்றிருக்கான்.
17. அவன் ஏழை என்பதும் முட்டாள் என்பதும் உண்மை என எடுத்துக்கொண்டால் நான் படித்தவனாயின் கெட்டிக்காரன் என்பது பொய்யாகும். அவன் ஏழை அல்லது முட்டாள் அல்லது படித்தவன் என்பது கெட்டிக்காரன் எனின் பெறப்படும். எனவே அவன் ஏழையில்லை.
18. நீர் உயர நெல் உயரும். நெல் உயர்ந்தால் நெல் விளையும் என்பது பொய் ஆகும். ஆகவே நீருயருமாயின் நெல்லுயருமாயினே. வரம்புயரும் எனவே வரம்புயரும் என்பதும் நெல் உயரும் என்பதும் பொய்யாயின் ஆயினே நீர் உயரும்.
19. அவன் பல்கலைக் கழகம் சென்று படித்தான் அவன் படித்திருந்து பல்கலைகளைக் கற்றான். அவன் பல்கலைகளைக் கற்கவில்லை ஆகவே அவன் பல்கலைக்கழகம் செல்லவில்லை.
20. சூரியன் உதிக்கும்போது தாமரை மலரும். காற்று அடித்தால் இலைகள் உதிரும். ஆகவே இலைகள் உதிராது இராது.
21. சூரியன் உதிக்கும்போது தாமரை மலரும். சூரியன் உதிக்கும் என்று தரப்படி பொழுது விடியும் என்பது பொய் ஆகும். ஆகவே பொழுதுவிடியும் சூரியன் உதிக்கும் ஆயினே.
22. தங்கம் உண்டு ஆயின் அம்பனை மக்கள் பணக்காரர். தங்கம் இல்லை அம்பனை மக்கள் பணக்காரர் என்பது உண்மையெனின் எனவே தங்கமுண்டு அம்பனை மக்கள் பணக்காரர் என்றிருந்தால் ஒழிய.
23. பெண்கள் முட்டாள்களாகவோ அல்லது ஆண்கள் புத்திசாலிகளாகவோ இருந்தால் பெண்கள் ஆண்களைச் சுற்றி வரா

ததோடு குழந்தைகளும் பெண்களைச் சுற்றி வராதுஇரார் ஆனால் குழந்தைகள் பெண்களைச் சுற்றி வரவில்லை. ஆகவே பெண்கள் முட்டாள்கள் ஆகவும், ஆண்கள் புத்திசாலி ஆகவும் இருப்பின் பெண்கள் ஆண்களைச் சுற்றிவந்தால் சமுதாயம் திருந்தாததுடன் உலகம் அழியும்.

24. ஒன்றில் அவன் கடற்கரைக்கு காரில் சென்றான் அல்லது பிளேனில் சென்றான். அவன் நடந்து சென்றாலோ அல்லது காரில் சென்றாலோ கடற்கரைக்கு தாமதித்து சென்றதுடன் முதலாவது காட்சியையும் தவறவிட்டுவிட்டான். ஆனால் அவன் காரில் செல்லவோ அல்லது பிளேனில் செல்லவோ இல்லை எனவே அவன் கடற்கரைக்கு காரில் செல்லவில்லை என்பது தவறு இல்லை.
25. அவன் படித்து வெளிநாடு சென்றால் பணம் சம்பாதிக்கலாம். பணம் சம்பாதிப்பான் அல்லது படிப்பான் அல்லது வெளிநாடு செல்வான் ஆகவே அவன் படித்தோ அல்லது வெளிநாடு சென்றோ இல்லாமல் இருந்தால் பணம் சம்பாதிப்பது இரான்.
26. குளிர் இருக்கிறது ஆயின் கொழும்பில் ஒரு துறைமுகம் உண்டு கொழும்பில் குளிர் இருக்கிறது என்றாலும் யப்பானில் வெய்யில் இல்லை. எனவே யப்பானில் வெய்யில் இருக்கிறது குளிர் இருக்கிறது என்பதோடு.
27. அவனோ அவளோ வருவார்கள் என்பதுடன் அவன் வந்தால் ஐயர் வருவார் என்பதோடு திவசம் நடைபெறும். அவள் வருவாள் என்பதோடு அவன் வருவான் என்றால்தான் திவசமும் நடைபெறாது ஐயரும் வரமாட்டார். எனவே அவனும் அவளும் வரமாட்டார்கள்.
28. அவன் புத்தியுள்ளவன் ஆயின் அவன் படிப்பான் என்பதோடு அவன்படிப்பான். அவன் படிப்பானாயின் பல்கலைக்கழகம் புகுவான் ஆயின் பட்டதாரி ஆவான் என்பது பொய் ஆகும். அவன் பல்கலைக்கழகம் புகுவான் ஆயின் பட்டதாரியாவான் ஆயின், உத்தியோகம் கிடைக்கும் என்பது பொய் ஆகும் எனவே அவன் படிப்பான் அல்லது பல்கலைக்கழகம் புகுவான் என்பது அவன் புத்தியில்லாதவன் எனின் பெறப்படும்.

29. அவன் பணக்காரன் ஆயினே வெளிநாடு செல்வான் எனின் பணம் சம்பாதிப்பான். அவன் பணம் சம்பாதித்தால் மட்டுமே திருமணம் செய்வான் ஆயின் மகிழ்ச்சி அடைவான் எனவே அவன் பணக்காரன் என எடுத்துக்கொண்டால் வெளிநாடு செல்வான் ஆயின் பணம் சம்பாதிப்பான்.
30. A கூடும் ஆயின் B குறையும் ஆயின் ஆயினே C கூடும் A கூடவில்லை ஆயின் ஆயினே B குறையவில்லை ஆயின் C கூடவில்லை. எனவே A கூடும் ஆயின் ஆயினே C கூடினால் மட்டுமே B கூடும். B கூடினால் மட்டுமே A கூடவில்லை ஆயின் ஆயினே C கூடும்.
31. அவன் சுழிபுரத்தில் பிறந்தவன் ஆயின் புத்தியுள்ளவன் என்பது பொய் ஆயின் அவன் பணக்காரன் என எடுத்துக் கொண்டால்தான், அவன் படித்தவன் எனின் பக்குவமடைந்தவன் என்பது அவன் சுழிபுரத்தில் பிறந்தவன் எனின் பெறப்படும். ஆகவே அவன் சுழிபுரத்தில் பிறந்தவன் அவன் புத்தியுள்ளவன் ஆயின் பணக்காரன் ஆயினே.
32. நாதனும், ரவியும், சுந்தரமும் திறமைசாலிகள். நாதன் திறமைசாலி ஆயின் பூதன் புத்திசாலியாவான். பூதன் புத்திசாலியாவான் சுந்தரம் பண்பானவன் என்பது உண்மை எனின் எனவே, நாதன் திறமைசாலி ஆயின் சுந்தரம் கெட்டிக்காரன் ஆயின் ஆயினே சுந்தரம் பண்பானவன்.
33. மழை பெய்யும் அல்லது நெல் விளையும் ஆயின் தெருநனையும் மழை பெய்யும் அல்லது, நெல் விளையும் ஆயின் தெருநனையும். எனவே மழை பெய்யும் ஆயின் நெல் விளையும் அல்லது தெரு நனையும் என்பது பொய் ஆகும்.
34. வியாழராச்சி இறந்துள்ளாள் வியாழராச்சி பிறந்தது என்பது உண்மை எனின் மகராசி பிறந்தால் மக்களுக்கு நன்மை ஏற்படுமாயினே மக்கள் சந்தோஷமடைவர் ஆகவே வியாழராச்சி இறந்துள்ளாள் என்பதோடு வியாழராசி பிறந்தது என்பது மக்களுக்கு நன்மை ஏற்படும் எனின் பெறப்படும்.

35. அரசாங்கம் பயங்கரவாதத்தில் ஈடுபடுகிறது ஆயின் மக்கள் தாக்கப்படுவதும், மக்கள் கஷ்டப்படுவதும் உண்மை ஆகும். அரசாங்கம் பயங்கரவாதத்தில் ஈடுபடுகிறது ஆயின் மக்கள் தாக்கப்படுவர் என்பதோடு, மக்கள் கஷ்டப்படுவர். ஆகவே அரசாங்கம் பயங்கரவாதத்தில் ஈடுபடுவதும் மக்கள் தாக்கப்படுவதும் கஷ்டப்படுவதும் உண்மை ஆகும்.
36. ஆண்கள் கெட்டிக்காரரும் நேர்மையானவரும் பண்பானவரும் ஆவர் ஆண்கள் கெட்டிக்காரர் அல்லது நேர்மையானவர் அல்லது பண்பானவர். எனவே ஆண்கள் கெட்டிக்காரர் அவர்கள் பண்பானவர் என எடுத்துக் கொண்டால்.
37. அப்பாவின் மனோநிலை நன்றாக இருந்தாலும் அண்ணனின் மூக்கு நீளமானதாக இருந்தாலும் அம்மா மேல்லோகம் செல்லவரமாட்டா. அக்காவின் மனோநிலை நன்றாக இருந்து அத்தோடு தம்பியின் மனோநிலை நல்லாக இருக்குது என்றிருந்தால் ஒழிய எனவே அப்பாவின் மனோநிலை நன்றாகவில்லை.
38. பொய் சொல்பவர்கள் கெட்டிக்காரர்கள் ஆயின் அவர்கள் ஓர்மக்காரர். ஓர்மக்காரர் அல்லாதவர் நல்லவர்கள் எனின் அவர்கள் கெட்டிக்காரர். ஓர்மக்காரர் அல்லாதவர்கள் நல்லவரில்லை ஆயின் பொய் சொல்பவர்கள் கெட்டிக்காரர். எனவே அவர்கள் கெட்டிக்காரர் இல்லை.
39. அவன் காதலித்து திருமணம் செய்தாலோ அல்லது பெற்றோரின் விருப்பப்படி திருமணம் செய்தாலோ அவன் தனது இலட்சியத்தை நிறைவேற்றி விட்டதுடன் தனது முதலாவது தந்தையையும் தவறவிட்டுவிட்டான். அவன் காதலித்து திருமணம் செய்வானாயினே அவன் சீதனம் பெற்றிருக்கவில்லை அல்லது அவனிடம் பரம்பரைச் சொத்து உண்டு. ஆகவே அவனிடம் பரம்பரைச் சொத்து இருந்து அவன் காதலித்து திருமணம் செய்வான் ஆயின் இலட்சியத்தை நிறைவேற்றி விட்டான்.
40. கோபி வாய்க்காரியாகவோ நாட்டியக்காரியாகவோ அழகானவளாகவோ இருந்தால் அவள் பண்பானவள். அவள் அழகானவள் ஆயின் வாய்க்காரியும் நாட்டியக்காரியும் பண்பானவளும் ஆவாள். அவள் அழகானவள் ஆயின் பண்பானவள்

ஆயின் வாய்க்காரி ஆயின் நாட்டியக்காரி என்பது பொய் ஆகும். எனவே அவள் அழகானவள் ஆயின் பண்பானவள் என்று தரப்படின் வாய்க்காரி ஆயின் நாட்டியக்காரி.

41. நான் யாழ்ப்பாணம் சென்று ஐஸ்கிரீம் குடிப்பேன் ஆயின் நான் மகிழ்ச்சியடைவேன். நான் யாழ்ப்பாணம் சென்று ஐஸ்கிரீம் குடிக்கவில்லை ஆயின் நான் துக்கமடைவேன். நான் துக்கமடைவேன் மகிழ்ச்சியடையேன் ஆயினே எனவே யாழ்ப்பாணம் சென்று ஐஸ்கிரீம் குடிக்கவில்லை என்பது பொய் அல்ல என்பது தவறு இல்லை.
42. நான் யாழ்ப்பாணம் சென்று ஐஸ்கிரீம் குடிப்பேன் ஆயின் மகிழ்ச்சியடையேன். நான் ஐஸ்கிரீம் குடிக்கவில்லை ஆயின் துக்கமடைவேன் ஒன்றில் நான் துக்கமடைவேன் அல்லது மகிழ்ச்சியடைவேன் ஆயினே யாழ்ப்பாணம் செல்லமாட்டேன் என்பது ஐஸ்கிரீம் குடிப்பேன் எனின் பெறப்படும்.
43. அவன் படித்ததற்கு ஏற்ப பரீட்சைப் பெறுபேறுகளைப் பெற்றுக்கொண்டான். அவன் படிக்கவில்லையாயின் ஓர் முட்டாள் எனவே அவன் முட்டாள் இல்லை என்பது பொய் ஆகும்.
44. நண்டு இருக்கிறது ஆயின் யப்பானில் பொருட்களின் விலை அதிகம். யப்பானில் நண்டு இல்லை ஆயின் பொருட்களின் விலை அதிகம் இல்லை. நண்டு இருக்கிறது ஆயின் அமெரிக்கா மக்கள் துக்கமடைவர். எனவே பொருட்களின் விலை அதிக மில்லை.
45. நண்டு இருக்கிறது ஆயின் யப்பானில் பொருட்களின் விலை அதிகம். யப்பானில் நண்டு இல்லை ஆயின் பொருட்களின் விலை அதிகமில்லை. அமெரிக்காவில் நண்டு இருக்கிறது ஆயின் அமெரிக்கா மக்கள் துக்கமடைவர். ∴ நண்டு இருக்கிறது.

### 3. குறியீட்டு வடிவங்களை தமிழுக்கு மொழி பெயர்த்தல்

குறியீட்டில் அமைந்த வாக்கியங்களை தமிழுக்கு மொழி பெயர்ப்பதிலும் மாணவர்கள் பயிற்சி பெற்றிருத்தல் வேண்டும். குறியீட்டு வாக்கியங்களை மொழிபெயர்க்கும்போது மாணவர்கள் பின்வரும் யோசனைகளைக் கையாளுதல் வேண்டும்.



1. சுருக்கத்திட்டம் ஒன்றை அமைத்து அதனைப் பின்பற்றுதல்.
2. முதலில் குறியீட்டு வாக்கியங்களின் எளிய வாக்கியங்களைப் பெயர்த்து அவற்றின் மறுப்பைப் பெயர்க்க வேண்டும்.
3. வாதங்களினதும் அல்லது வாக்கியங்களினதும் அர்த்தம் மாறாது பல்வேறு வடிவங்களில் எழுதப்படலாம்.

உ+ம் சு. தி: P: பரீட்சை நடைபெறும்.  
 Q: ஆலயம் செல்வோம்.  
 R: கற்பூரம் எரிப்போம்.

1.  $\sim (P \rightarrow Q)$  - பரீட்சை நடைபெறும் ஆயின் ஆலயம் செல்வோம் என்பது பொய் ஆகும்.
2.  $[P \rightarrow \sim (Q \rightarrow R)]$  - பரீட்சை நடைபெறும் என்று தரப்படின் ஆலயம் செல்வோம் ஆயின் கற்பூரம் எரிப்போம் என்பது பொய் ஆகும்.
3.  $(P \wedge \sim Q)$  - பரீட்சை நடைபெறும் எனினும் ஆலயம் செல்ல மாட்டோம்.
4.  $(\sim P \rightarrow \sim \sim R)$  - பரீட்சை நடைபெறும் என்பது பொய் ஆயின் கற்பூரம் எரிக்கவில்லை என்பது பொய்யாகும்.
5.  $[(P \rightarrow Q) \wedge R] \rightarrow Q$  - பரீட்சை நடைபெறும் ஆயின் ஆலயம் செல்வோம் என்பதோடு, கற்பூரம் கொழுத்தலாம் என்பதால் ஆலயம் செல்லலாம்.
6.  $\sim [P \vee (Q \rightarrow R)]$  - பரீட்சை நடைபெறும் அல்லது, ஆலயம் செல்வோம் ஆயின் கற்பூரம் எரிக்கலாம் என்பது பொய் ஆகும்.
7.  $\sim [(P \rightarrow R) \rightarrow R]$  - பரீட்சை நடைபெறும் ஆயின் ஆலயம் செல்லலாம் ஆயின், கற்பூரம் எரிக்கலாம் என்பது பொய் ஆகும்.

பின்வரும் சுருக்கத்திட்டத்தைப் பயன்படுத்தி கீழே தரப் பட்டுள்ள குறியீட்டு வாக்கியங்களை தமிழுக்கு மொழி பெயர்க்க:-

கருக்கத்திட்டம்:- P: அந்தியேட்டிக்கு சொல்வார்கள்.  
 Q: நல்லாக சாப்பிடலாம்.  
 R: பாயாசம் சாப்பிடலாம்.  
 S: வீட்டுக்கு ஓடலாம்.

1.  $(P \wedge Q)$     2.  $(P \wedge \sim S)$     3.  $(P \leftrightarrow Q)$     4.  $(P \vee Q)$
5.  $(\sim P \wedge R)$     6.  $[(P \rightarrow Q) \rightarrow S]$     7.  $[(Q \vee Q) \rightarrow S]$
8.  $[(P \wedge Q) \rightarrow R] \rightarrow S$     9.  $\{ P \rightarrow [(Q \rightarrow R) \rightarrow S] \}$
10.  $\sim [P \rightarrow (Q \rightarrow R)]$     11.  $[P \rightarrow \sim (Q \rightarrow S)]$
12.  $(P \wedge Q) \wedge (R \vee S)$     13.  $\{ P \rightarrow \sim [Q \rightarrow (R \rightarrow S)] \}$
14.  $\{ P \rightarrow [Q \rightarrow \sim (R \rightarrow S)] \}$     15.  $\sim [P \vee (Q \rightarrow R)]$
16.  $\sim [(P \rightarrow Q) \vee R]$     17.  $\sim [p \rightarrow (Q \wedge R)]$
18.  $\sim [P \wedge (R \rightarrow R)]$     19.  $(P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow R)$
20.  $[\sim (P \rightarrow Q) \rightarrow (R \rightarrow S)]$
21.  $[\sim p \rightarrow (\sim Q \vee \sim R)] \rightarrow (Q \vee P)$
22.  $\{ [(p \wedge \sim Q) \rightarrow R] \vee S \}$

#### 4. வாதங்களின் வாய்ப்பு:-

வாதம் என்பது எடுகூற்றுக்களையும் முடிவுக் கூற்றுக்களையும் கொண்டிருக்கும். ஒரு வாதத்தின் முடிவை அதன் எடுகூற்றுக்களிலிருந்து (நியமமாய்) பெறமுடியும் எனின் அவ் வாதம் வாய்ப்பானது ஆகும். மொழிமூலமான வாதங்களை குறியீட்டில் அமைத்து அடிப்படை உண்மை அட்டவணையின் துணை கொண்டு வாதங்களின் தகுதியைச் சோதிப்பது ஆகும். வாதங்களின் வாய்ப்பை நிர்ணயிப்பதற்கு பெறுகைமுறை, அடிப்படை உண்மை அட்டவணை. நியாயத்தொடை விதிகள், அளவுபடுத்தப்பட்ட குறியீடுகள் எனும் முறைகள் உண்டு.

உண்மை அட்டவணை முறையில் அடிப்படை உண்மை அட்டவணையைக் கொண்டு வாதங்களின் வாய்ப்பை தீர்மானிக்க இரு முறைகள் உண்டு.

1. நேர்முறை
  - (அ) A நேர் முறை
  - (ஆ) B நேர் முறை

2. நேரல் முறை  
 (அ) A நேரில் முறை  
 (ஆ) B நேரில் முறை

### அடிப்படை உண்மை அட்டவணைகள்:-

அளவையியல் வாக்கியங்கள் உண்மை அல்லது பொய்ப் பெறுமானத்தைப் பெறும். ஆகவே வாக்கிய மாறிகளே முதல் உண்மை அட்டவணையைப் பெறும். வாக்கிய மாறிகளின் உண்மைப் பெறுமானம் கூட்டுவாக்கியங்களில் இடம்பெறும். இது மாறிலிகளது உண்மைப் பெறுமானத்தை நிர்ணயிப்பன ஆகும். அளவையியல் வாக்கியம் உண்மை அல்லது பொய்யாக இருப்பதினால் அதற்கு பதிலாக வரும் ஒரு வாக்கிய மாறியும் உண்மை அல்லது பொய் பெறுமானத்தைப் பெறுவதன் மூலம் முதலாவது அடிப்படை உண்மை அடிப்படை பின்வருமாறு அமையும்.

உ+ம் அவன் படிப்பான் எனும் வாக்கியத்தின் குறியீட்டு வடிவத்தை P எனக் கொள்வோம் எனவே

|   |
|---|
| P |
| T |
| F |

இதே போன்று ஒரு அளவையியல் வாக்கியத்தின் மறுப்பும் இரு உண்மை மதிப்புக்களைப் பெறும். இம் மதிப்பு அவ் வாக்கியத்தின் உடன்பாட்டில் தங்கியுள்ளது. உடன்பாட்டு வாக்கியம் உண்மையாயின் மறுப்பு வாக்கியம் பொய் ஆகும் உடன்பாட்டு வாக்கியம் பொய்யாயின் மறுப்பு வாக்கியம் உண்மையாகும்.

|   |     |
|---|-----|
| P | ~ P |
| T | F   |
| F | T   |

எனவோ

|     |     |
|-----|-----|
| T   | F   |
| P   | ~ P |
| ~ P | P   |

எனவோ

அமைத்துக்கொள்ளலாம் இவ்விரு அட்டவணைகளைக் கொண்டே ஏனைய அட்டவணைகள் தயாரிக்கப்படும்.

**உண்மைச் சார்பு:-**

- ஒரு அளவையியல் வாக்கிய மாறியின் உண்மைப் பெறுமானம் இன்னுமோர் வாக்கிய மாறியின் உண்மைப் பெறுமானத்தில் தங்கியிருக்கும்போது அது அம் முன்னைய வாக்கியமாறி பின்னைய வாக்கிய மாறியின் உண்மைச்சார்பு எனப்படும்.

உ+ம்  $\sim P$  யின் உண்மைப் பெறுமானம்  $P$  யின் உண்மைப் பெறுமானத்தில் சார்ந்திருக்கும்போது  $\sim P$ ,  $P$  யின் உண்மைச் சார்பாகும்.

- வாக்கிய மாறிகளது உண்மைப் பெறுமானத்தில் மாறிலிகளின் உண்மைப் பெறுமானம் சார்ந்திருப்பதே மாறிலிகளின் உண்மைச்சார்பு ஆகும். ஒரு கூட்டு வாக்கியத்தின் உண்மைப் பெறுமானம் மாறிகளின் இரு பக்கப் பெறுமானங்களைக் கொண்டே நிர்ணயிக்கப்படும்.

உ+ம் 1 ( $P \wedge Q$ )

TTT  
TFF  
FFT  
FFF

உ+ம் 2 ( $P \rightarrow Q$ )

TTT  
TFF  
FTT  
FTF

உ+ம் 3 ( $P \vee Q$ )

TTT  
TTF  
FTT  
FFF

உ+ம் 4 ( $P \leftrightarrow Q$ )

TTT  
TFF  
FFT  
FTF

மேலே காட்டப்பட்டுள்ள குறியீட்டு கூட்டு வாக்கியங்களுக்கு உண்மை அட்டவணைகள் இரு மாறிகளைக் கொண்டுள்ளன. அவை ஒவ்வொன்றும் நான்கு பெறுமானங்களைக் கொண்டுள்ளன. முதலாவது மாறி இரு உண்மைகளையும் இரு பொய்களையும் தொடர்ச்சியாகவும் இரண்டாவது மாறி ஒன்றைவிட்ட ஒன்று உண்மை பொய்யாகவும் நான்கு மதிப்புக்களைக் கொண்டுள்ளது. இவ் ஒழுங்கு பின்வருமாறு பெறப்படும்.

● ஒரு மாறிக்கு:-

P  
T  
F

இரு மாறிக்கு:-

P — Q  
T T  
T F  
F T  
F F

● மூன்று மாறிக்கு:-

P — Q — R  
T T T  
T T F  
T F T  
T F F  
F T T  
F T F  
F F T  
F F F

X ஒரு மாறி இருந்தால் T, F இரு பெறுமானம் அமையும். பின்னர் ஒவ்வொரு மாறியும் கூடக்கூட இரண்டால் பெருக்கி மாறிகளின் பெறுமானத்தைக் காணுதல் வேண்டும்.

அடிப்படை உண்மை அட்டவணைகள்

| P | Q | $\rightarrow$ | $\leftarrow$ | $\leftrightarrow$ | $\downarrow$ | $\wedge$ | $\vee$ | $\neg$ |
|---|---|---------------|--------------|-------------------|--------------|----------|--------|--------|
| T | T | T             | T            | T                 | F            | T        | T      | F      |
| T | F | F             | T            | F                 | F            | F        | T      | T      |
| F | T | T             | F            | F                 | F            | F        | T      | T      |
| F | F | T             | T            | T                 | T            | F        | F      | F      |

● எமக்கு தேவையானது  $\rightarrow$ ,  $\leftrightarrow$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$  எனும் மாறிலிகளின் உண்மைப் பெறுமானமே ஆகும்.

நேர்முறை வாய்ப்புப் பார்த்தல்

மொழி மூலமான வாதங்களை குறியீட்டில் அமைத்து எடுகூற்றுக்களிலிருந்து முடிவுக்கூற்றுக்குச் சென்று வாதங்களின் தகுதியைச் சோதிப்பது நேர்முறை வாய்ப்புப்பார்த்தல் எனப்படும். முதலில் வாதத்தில் உள்ள மாறியின் எண்ணிக்கையைக் கொண்டு மாறியின் உண்மை அட்டவணையை நிர்ணயித்தல் வேண்டும். பின்னர் முன்னெடுப்பு பின்னெடுப்புக்களைக் கொண்டு மாறிலியின் உண்மை அட்டவணைப் பெறுமானத்தை நிர்ணயித்தல் வேண்டும். வாதத்தின் இறுதி மாறிலியானது எல்லாம் உண்மையாக இருந்தால் வாதம் வாய்ப்பாகும் இல்லையேல் வாய்ப்பற்றது ஆகும்.

உ-ம்) அவன் படிப்பான் ஆயின் பல்கலைக்கழகம் புகுவான். அவன் படிப்பான் எனவே அவன் பல்கலைக்கழகம் புகுவான்.  
சு.தி: P: அவன் படிப்பான் Q: அவன் பல்கலைக்கழகம் புகுவான்.

$$(P \rightarrow Q) \cdot P \quad \text{ஃ} \quad Q$$

$$((P \rightarrow Q) \wedge P) \rightarrow Q$$

|       |     |   |   |
|-------|-----|---|---|
| T T T | T T | T | T |
| T F F | F T | T | F |
| F T T | F F | T | T |
| F T F | F F | T | F |

↑ வாய்ப்பு

2. மழைபெய்யும் அல்லது நெல்விளையும். நெல்விளைந்தது எனவே மழை பெய்யவில்லை.

சு.தி: P: மழைபெய்யும் Q: நெல்விளையும்.

$$(P \vee Q) \cdot Q \quad \text{ஃ} \quad \sim P$$

$$[(P \vee Q) \wedge Q] \rightarrow \sim P$$

|       |     |   |     |
|-------|-----|---|-----|
| T T T | T T | F | F T |
| T T F | F F | T | F T |
| F T T | T T | T | T F |
| F F F | F F | T | T F |

↑ வாய்ப்பற்றது.

$$3. [P \rightarrow \sim (\sim P \rightarrow \sim P)]$$

|   |   |   |    |   |    |
|---|---|---|----|---|----|
| T | F | F | FT | T | FT |
| F | T | F | TF | T | TF |

↑ வாய்ப்பற்றது

$$4. \sim [\sim (P \wedge P) \wedge P]$$

|   |   |     |    |
|---|---|-----|----|
| T | F | TTT | FT |
| T | T | FFF | FF |

↑ வாய்ப்பு

பின்வரும் வாதங்களை அடிப்படை உண்மை அட்டவணை யின் நேர்முறையினைப் பயன்படுத்தி வாய்ப்பானவையோ அல்லவோ எனக்கூறுக?

- (1)  $(P \rightarrow P)$       (2)  $(P \wedge P)$       (3)  $(P \vee P)$   
 (4)  $(\sim P \wedge \sim P)$       (5)  $(P \leftrightarrow P)$       (6)  $\sim (P \leftarrow P)$   
 (7)  $\sim (P \wedge P)$       (8)  $\sim (\sim P \vee \sim P)$       (9)  $\sim (P \rightarrow \sim P)$   
 (10)  $\sim (P \wedge \sim P)$       (11)  $[P \rightarrow (P \rightarrow P)]$   
 (12)  $[(P \rightarrow P) \rightarrow P]$       (13)  $\sim [P \wedge (P \leftarrow P)]$   
 (14)  $\sim [(P \rightarrow P) \wedge \sim P]$       (15)  $\sim [(P \leftrightarrow P) \wedge \sim P]$   
 (16)  $\sim [\sim (P \rightarrow P) \rightarrow \sim P]$       (17)  $\sim [\sim (P \wedge P) \leftarrow \sim P]$   
 (18)  $[\sim (P \wedge P) \vee \sim (P \vee P)]$   
 (19)  $\sim [\sim (\sim P \rightarrow \sim P) \vee \sim (\sim P \vee \sim P)]$   
 (20)  $\sim [\sim (\sim P \wedge \sim P) \vee (\sim P \leftrightarrow \sim P)] \rightarrow \sim P$   
 (21)  $\sim \{ \sim [\sim (P \vee \sim P) \rightarrow \sim (P \wedge \sim P)] \rightarrow \sim P \}$   
 (22)  $[\sim (P \vee P) \wedge \sim (P \rightarrow P) \wedge (P \leftrightarrow P) \wedge (P \wedge \sim P)] \rightarrow \sim P$

- (23)  $(P \rightarrow Q) \cdot P \circ Q$       (24)  $(P \rightarrow Q) \cdot Q \circ P$
- (25)  $(\sim P \rightarrow Q) \cdot Q \circ \sim P$       (26)  $(\sim P \rightarrow Q) \cdot \sim Q \circ P$
- (27)  $\sim (P \rightarrow Q) \cdot (Q \vee P) \circ P$
- (28)  $\sim (P \leftrightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow P) \cdot P \circ \sim Q$
- (29)  $\sim (P \rightarrow Q) \cdot (Q \vee P) \cdot (P \leftrightarrow P) \circ \sim \sim P$
- (30)  $\sim (P \rightarrow Q) \cdot \sim (Q \vee P) \cdot \sim (P \wedge Q) \cdot \sim P \circ \sim Q$
- (31)  $(P \rightarrow Q) \cdot (Q \vee P) \cdot (P \wedge Q) \cdot (P \leftrightarrow Q) \circ \sim P$
- (32)  $\sim (P \vee Q) \cdot \sim (Q \wedge P) \cdot \sim (P \leftrightarrow Q) \cdot (P \rightarrow \sim Q) \circ \sim \sim Q$
- (33)  $[P \rightarrow \sim (P \rightarrow Q)] \cdot [(Q \vee P) \rightarrow P] \circ \sim P$
- (34)  $\sim [P \wedge \sim (P \rightarrow Q)] \cdot \sim [\sim (Q \vee P) \rightarrow \sim P] \circ Q$
- (35)  $\sim [P \rightarrow (Q \rightarrow P)] \cdot [(P \vee Q) \rightarrow \sim P] \circ P$
- (36)  $[P \rightarrow (Q \rightarrow R)] \cdot P \circ (Q \rightarrow R)$
- (37)  $[P \rightarrow (Q \rightarrow R)] \cdot \sim P \circ \sim (Q \rightarrow R)$
- (38)  $[P \rightarrow (Q \rightarrow R)] \cdot (Q \rightarrow R) \circ P$
- (39)  $[P \rightarrow (Q \rightarrow R)] \cdot \sim (Q \rightarrow R) \circ \sim P$
- (40)  $[ (P \wedge Q) \rightarrow R ] \cdot R \circ \sim (P \wedge Q)$
- (41)  $[ (P \wedge Q) \rightarrow R ] \cdot \sim R \circ \sim (P \wedge Q)$
- (42)  $[ (P \wedge Q) \rightarrow R ] \cdot (P \wedge Q) \circ R$
- (43)  $[ (P \wedge Q) \rightarrow R ] \cdot \sim (P \wedge Q) \circ \sim R$
- (44)  $\sim [ \sim (P \vee Q) \rightarrow R ] \cdot \sim [ (P \wedge Q) \rightarrow R ]$
- (45)  $\sim [ P \rightarrow (Q \rightarrow R) ] \cdot \sim [ \sim (P \wedge Q) \rightarrow R ] \cdot \sim [ \sim (P \vee Q) \rightarrow R ] \circ P$
- (46)  $(P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow R) \cdot (P \vee R) \cdot (R \vee Q) \circ \sim \sim \sim P$
- (47)  $\sim (P \vee Q) \cdot \sim (P \wedge R) \cdot \sim P \vee R \cdot \sim (P \leftrightarrow P) \circ \sim Q$
- (48)  $\sim [ (P \vee Q) \rightarrow \sim R ] \cdot \sim [ \sim (P \wedge Q) \rightarrow R ] \circ P$
- (49)  $\sim [ \sim (P \rightarrow Q) \rightarrow \sim (Q \vee P) ] \cdot \sim (P \vee Q) \circ \sim P$
- (50)  $\sim [ \sim (P \vee Q) \rightarrow (Q \wedge P) ] \cdot \sim [ \sim (P \vee Q) \wedge (Q \rightarrow R) ] \circ \sim \sim R$

$$(51) \frac{(P \rightarrow Q) \rightarrow (R \vee P) \quad [P \rightarrow (Q \rightarrow R)]}{\% (Q \rightarrow R)}$$

$$(52) \frac{[\sim (P \vee Q) \wedge \sim (Q \leftrightarrow R)] \vee [P \rightarrow (Q \wedge R)] \quad (P \leftarrow Q)}{\% R \sim \sim}$$

05: கூறியது கூறல், முரண்பாடு, பராதின உண்மை காணல்:-

வாதத்தின் முடிவு எல்லாம் உண்மையாக இருந்தால் அது கூறியது கூறல் எனப்படும், வாதத்தின் முடிவு எல்லாம் பொய்யாக இருந்தால் அது முரண்பாடு எனப்படும். வாதத்தின் முடிவு உண்மை பொய் கலந்திருந்தால் அது பராதின உண்மை எனப்படும்.

உ+ம் 1  $[(P \vee Q) \wedge \sim P] \rightarrow Q$

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | F | T | T |
| T | T | F | F | F | F |
| F | T | T | T | T | F |
| F | F | F | F | T | F |

↑  
கூறியது கூறல்

உ+ம் 2  $\sim [(P \wedge Q) \rightarrow P]$

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| F | T | T | T | T |
| F | T | F | F | T |
| F | F | F | T | T |
| F | F | F | T | F |

↑  
முரண்பாடு

உ+ம் 3

( P → Q )

|   |   |   |
|---|---|---|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | T |
| F | T | F |

↑  
பராதீன உண்மை

பின்வருவன கூறியது கூறல்களா, முரண்பாடுகளா அல்லது பராதீன உண்மைகளா எனக் கூறுக?

- (1)  $[ (\sim P \rightarrow \sim Q) \wedge \sim P ] \rightarrow \sim Q$
- (2)  $[ (\sim P \rightarrow \sim Q) \wedge \sim Q ] \rightarrow \sim P$
- (3)  $[ (P \vee Q) \wedge \sim P ] \rightarrow Q$
- (4)  $[ (P \vee Q) \wedge P ] \rightarrow \sim Q$
- (5)  $\sim [ (P \wedge Q) \rightarrow P ]$       (6)  $\sim [ P \rightarrow (P \vee Q) ]$
- (6)  $\sim [ [ (P \leftrightarrow Q) \wedge P ] \rightarrow Q ]$
- (8)  $[ (P \vee \sim Q) \wedge \sim P ] \rightarrow \sim Q$
- (9)  $[ [ (P \rightarrow Q) \rightarrow R ] \wedge \sim R ] \rightarrow \sim (P \rightarrow Q)$
- (10)  $[ [ (P \rightarrow Q) \rightarrow R ] \wedge R ] \rightarrow (P \rightarrow Q)$
- (11)  $\sim [ [ (P \wedge Q) \wedge R ] \rightarrow R ]$       (12)  $(P \rightarrow P)$
- (13)  $(P \wedge P)$       (14)  $\sim (\sim P \rightarrow \sim P)$       (15)  $(P \leftrightarrow P)$
- (16)  $[ (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \wedge P ] \rightarrow R$
- (17)  $[ (P \vee Q) \rightarrow R ]$
- (18)  $\sim [ (P \rightarrow Q) \rightarrow [ (P \rightarrow Q) \vee R ] ]$
- (19)  $[ (P \leftrightarrow Q) \wedge P ] \rightarrow Q$
- (20)  $\sim [ [ (P \wedge Q) \wedge \sim P ] \rightarrow (P \wedge Q) ]$
- (21)  $\sim [ (P \rightarrow P) \rightarrow P ]$
- (22)  $\sim (P \rightarrow Q) \rightarrow R$

$$(23) \sim [ [ (P \wedge Q) \wedge \sim R ] \rightarrow \sim R ]$$

$$(24) \sim [ P \rightarrow (Q \rightarrow R) ] \rightarrow \sim [ (P \vee Q) \rightarrow R ]$$

$$(25) \sim [ \sim [ (P \wedge Q) \rightarrow R ] \rightarrow \sim [ (P \rightarrow Q) \rightarrow R ] ]$$

06. சமன், முரண், சமனோ முரனோ அல்லாதவை காணல்:-

இரண்டு அல்லது இரண்டிற்கு மேற்பட்ட வாதம் அல்லது வாக்கியங்களின் உண்மைப் பெறுமானம் ஒரே ஒழுங்கு மாதிரியில் இருந்தால் அவை சமமாகும். ஒரு வாதம் அல்லது வாக்கியத்தின் உண்மை பெறுமானம் வேறொர் வாதம் அல்லது வாக்கியத்தின் உண்மைபெறுமானத்திற்கு எதிராக இருந்தால் அதுமுரணாகும். ஒரு வாதம் அல்லது வாக்கியம் சமன், முரண் எனும் தன்மைகள் இல்லாது இருந்தால் அது சமனோ முரனோ அல்லாதவை ஆகும்.

பின்வருவன ஒன்றிற்கொன்று சமமானவையா, முரணானவையா, சமனோ முரனோ அல்லாதவையோ என அடிப்படை உண்மை அட்டவணையின் துணைகொண்டு கூறுக?

உதம் 1:- (அ)  $\sim (P \vee Q)$

|   |   |   |
|---|---|---|
| F | T | T |
| F | T | F |
| F | F | T |
| T | F | F |

உதம் 2:- (ஆ)  $(\sim P \wedge \sim Q)$

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| F | T | F | F | T |
| F | T | F | F | T |
| T | F | F | F | T |
| T | F | T | F | T |

உ+ம் 3:- (இ)  $(\sim P \rightarrow Q)$

|    |   |   |
|----|---|---|
| FT | T | T |
| FT | T | F |
| TF | T | T |
| TF | F | F |

உ+ம் 4:- (ஈ)  $(P \vee Q)$

|   |   |   |
|---|---|---|
| T | T | T |
| T | T | F |
| F | T | T |
| F | F | F |

உ+ம் 5:- (உ)  $(P \rightarrow Q)$

|   |   |   |
|---|---|---|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | T |
| F | T | F |

1. (அ) (ஆ) ஒன்றுக்கொன்று சமமாகும்.
2. (ஆ), (ஆ) என்பவற்றுக்கு (இ) முரணாகும்.
3. (இ), (ஈ) ஒன்றுக்கொன்று சமமாகும்.
4. (உ) சமமும் இல்லை முரணும் இல்லை.

1. (அ)  $[(P \rightarrow Q) \wedge P] \rightarrow Q$

[ஆ]  $[(P \vee Q) \wedge \sim Q] \rightarrow P$

(இ)  $[(P \leftrightarrow Q) \wedge Q] \rightarrow P$

(ஈ)  $\sim [(\sim P \wedge \sim Q) \rightarrow \sim P]$

(உ)  $(P \vee Q)$       (உஊ)  $\sim [\sim P \leftrightarrow (\sim P \vee R)]$

2. (அ)  $((P \vee R) \wedge \sim R) \rightarrow P$   
 (ஆ)  $\sim((P \wedge Q) \rightarrow Q)$   
 (இ)  $\sim(((P \leftrightarrow S) \wedge P) \rightarrow S)$   
 (ஈ)  $((P \leftrightarrow R) \wedge P) \rightarrow R$   
 (உ)  $((P \vee Q) \rightarrow P)$
3. (அ)  $(P \wedge P)$       (ஆ)  $(P \rightarrow P)$       (இ)  $\sim(P \rightarrow P)$   
 (ஈ)  $((P \rightarrow P) \rightarrow P)$       (உ)  $\sim(\sim P \leftrightarrow \sim P)$
4. (அ)  $((P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \wedge P) \rightarrow (Q \rightarrow R)$   
 (ஆ)  $((P \vee Q) \rightarrow R) \wedge \sim R \rightarrow \sim(P \vee Q)$   
 (இ)  $\sim(((\sim P \wedge Q) \wedge R) \rightarrow R)$   
 (ஈ)  $[[P \wedge Q] \rightarrow R] \wedge (P \wedge Q) \rightarrow R$   
 (உ)  $[P \rightarrow (Q \rightarrow R)]$
5. (அ)  $[[P \rightarrow Q] \rightarrow R] \wedge (P \rightarrow Q) \rightarrow R$   
 (ஆ)  $\sim[P \rightarrow Q] \rightarrow [(P \rightarrow Q) \vee R]$   
 (இ)  $[[P \rightarrow Q] \rightarrow R] \wedge \sim R \rightarrow \sim(P \rightarrow Q)$   
 (ஈ)  $[\sim[(\sim P \wedge \sim Q) \wedge \sim R] \rightarrow \sim R]$   
 (உ)  $[(P \wedge Q) \rightarrow R]$
6. (அ)  $[[\sim P \rightarrow Q] \rightarrow [P \vee Q]]$   
 (ஆ)  $\sim[\sim[P \vee Q] \rightarrow [\sim P \wedge \sim Q]]$   
 (இ)  $[\sim[P \wedge Q] \rightarrow [\sim P \vee \sim Q]]$   
 (ஈ)  $[[P \rightarrow Q] \vee [Q \rightarrow P]]$   
 (உ)  $\sim[[P \rightarrow Q] \rightarrow [\sim Q \rightarrow \sim P]]$   
 (ஊ)  $[P \rightarrow Q]$
7. (அ)  $(\sim P \rightarrow Q)$       (ஆ)  $\sim(P \vee Q)$   
 (இ)  $(\sim P \wedge \sim Q)$       (ஈ)  $(\sim P \vee \sim Q)$   
 (உ)  $(P \leftrightarrow Q)$

8. (அ)  $[(\sim P \rightarrow \sim Q) \wedge \sim P] \rightarrow \sim Q$

(ஆ)  $\sim [[(P \rightarrow \sim Q) \wedge Q] \rightarrow \sim P]$

(இ)  $[(\sim P \vee \sim Q) \wedge Q] \rightarrow \sim P$

(ஈ)  $\sim [[(P \leftrightarrow Q) \wedge P] \rightarrow Q]$

(உ)  $(P \leftrightarrow Q)$

9. (அ)  $[(P \vee \sim Q) \wedge \sim P] \rightarrow \sim Q$

(ஆ)  $[(P \leftrightarrow Q) \wedge \sim P] \rightarrow \sim Q$

(இ)  $(P \rightarrow P)$  (ஈ)  $[[P \rightarrow (Q \wedge R)] \wedge P] \rightarrow (Q \wedge R)$

(உ)  $\sim (\sim P \rightarrow \sim P)$

(ஊ)  $\sim [[(\sim P \vee \sim Q) \wedge P] \rightarrow \sim Q]$

(எ)  $(P \wedge P)$

10 (அ)  $[[ (P \vee Q) \rightarrow R ] \wedge \sim R] \rightarrow \sim (P \vee Q)$

(ஆ)  $[[ (P \vee Q) \rightarrow R ] \wedge (P \vee Q)] \rightarrow R$

(இ)  $\sim [ (P \wedge Q) \rightarrow [ (P \wedge Q) \vee R ] ]$

(ஈ)  $\sim [ [ [ (P \vee Q) \rightarrow R ] \wedge \sim R ] \rightarrow \sim (P \vee Q) ]$

(உ)  $[ [ (P \wedge Q) \rightarrow S ] \wedge \sim S ] \rightarrow \sim (P \wedge Q)$

பின்வரும் சோடிகள் எவை ஒன்றுக்கொன்று சமமானவை, முரணானவை அல்லது சமனோ முரணோ அல்லாதவை எவை எனக் கூறுக?

1.  $\sim (P \vee Q),$   $(\sim P \wedge \sim Q)$

$\sim (P \vee Q) \iff (\sim P \wedge \sim Q)$

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F | T | T | T | T | F | F | F |
| F | T | T | F | T | F | F | T |
| F | F | T | T | T | T | F | F |
| T | F | F | F | T | T | T | T |

↑ வலது சமன்

2.  $[ P \rightarrow ( P \vee Q ) ], \sim [ ( P \wedge Q ) \rightarrow P ]$

|   |   |       |   |       |     |
|---|---|-------|---|-------|-----|
| T | T | T T T | F | T T T | T T |
| T | T | T T F | F | T F F | T T |
| F | T | F T T | F | F F T | T F |
| F | T | F F F | F | F F F | T F |

முரணாகும்

3.  $( P \vee Q ), ( \sim P \rightarrow Q )$

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | F | T | T |
| T | T | F | F | T | F |
| F | T | T | T | T | T |
| F | F | F | T | F | F |

சமமாகும்

4.  $( P \rightarrow Q ), ( P \vee Q )$

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | T |
| T | F | F | T | T | F |
| F | T | T | F | T | T |
| F | T | F | F | F | F |

சமமும் இல்லை முரணும் இல்லை

1.  $( P \rightarrow P ) , ( P \leftrightarrow P )$
2.  $\sim ( \sim P \rightarrow \sim P ) , ( \sim P \leftrightarrow \sim P )$
3.  $( P \wedge P ) , ( P \vee P )$
4.  $[ ( P \wedge Q ) \rightarrow P ] , [ P \rightarrow ( P \vee Q ) ]$
5.  $\sim [ ( \sim P \wedge \sim Q ) \rightarrow \sim P ] , \sim [ \sim P \rightarrow ( \sim P \vee Q ) ]$
6.  $[ P \rightarrow ( Q \wedge R ) ] \wedge P ] \rightarrow ( Q \wedge R ) , [ [ ( P \rightarrow Q ) \rightarrow R ] \wedge \sim R ] \rightarrow \sim ( P \rightarrow Q )$
7.  $[ ( P \vee Q ) \wedge \sim P ] \rightarrow Q , [ ( P \leftrightarrow \sim Q ) \wedge P ] \rightarrow \sim Q$

8.  $\sim [ [ (P \rightarrow Q) \wedge \sim Q ] \rightarrow \sim P ] , [ ( \sim P \vee \sim Q ) \wedge P ] \rightarrow \sim Q$
9.  $[ (P \rightarrow \sim Q) \wedge Q ] \rightarrow \sim P , (P \rightarrow Q) \rightarrow R$
10.  $\sim (P \wedge Q) \rightarrow R , (P \vee Q) \rightarrow R$
11.  $[ P \rightarrow (Q \rightarrow R) ] , [ (P \wedge Q) \rightarrow R ]$
12.  $\sim [ [ ( \sim P \rightarrow Q ) \wedge \sim Q ] \rightarrow P ] , [ (P \vee \sim Q) \wedge \sim P ] \rightarrow \sim Q$
13.  $[ [ ( \sim P \wedge \sim Q ) \rightarrow R ] \wedge \sim R ] \rightarrow \sim ( \sim P \wedge \sim Q ) , [ [ P \rightarrow (Q \vee R) ] \wedge P ] \rightarrow (Q \vee R)$
14.  $[ ( \sim P \rightarrow \sim Q ) \wedge Q ] \rightarrow P , \sim [ [ ( \sim P \rightarrow \sim Q ) \wedge Q ] \rightarrow P ]$
15.  $\sim (P \vee Q) \rightarrow R , \sim (P \wedge Q) \rightarrow R$
16.  $[ ( \sim P \wedge \sim Q ) \rightarrow \sim P ] , [ \sim P \rightarrow ( \sim P \vee Q ) ]$
17.  $(P \rightarrow P) , \sim (P \wedge P)$

பின்வருவனவற்றின் மறுதலைகள் சமமானவையா, சமமற்றவையா எனக் கூறுக?

1.  $(P \wedge Q) , (Q \wedge P)$

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
|   | P | Q |   | P | Q |
| T | T | T | T | T | T |
| T | F | F | F | F | T |
| F | F | T | T | F | F |
| F | F | F | F | F | F |

சமமானது

2.  $(P \rightarrow Q) , (Q \rightarrow P)$

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
|   | P | Q |   | P | Q |
| T | T | T | T | T | T |
| T | F | F | F | T | T |
| F | T | T | T | F | F |
| F | T | F | F | T | F |

சமமற்றது

PUBLIC LIBRARY  
JAFANA

1.  $(P \rightarrow Q)$
2.  $(Q \wedge P)$
3.  $(\sim P \rightarrow \sim Q)$
4.  $(P \leftrightarrow Q)$
5.  $(P \vee Q)$
6.  $(\sim P \wedge \sim Q)$
7.  $P \vee (Q \rightarrow R)$
8.  $(P \wedge Q) \leftrightarrow (R \rightarrow S)$
9.  $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$
10.  $(P \rightarrow Q) \rightarrow (R \rightarrow S)$
11.  $(P \wedge Q) \vee R$
12.  $(P \rightarrow Q) \wedge R$
13.  $(P \wedge Q) \wedge R$
14.  $\sim (P \rightarrow Q) \rightarrow R$
15.  $\sim [(P \rightarrow Q) \rightarrow R] \rightarrow (P \rightarrow Q)$
16.  $(P \rightarrow Q) \vee R$
17.  $(P \wedge Q) \leftrightarrow R$
18.  $\sim P \vee (Q \wedge R)$

07. உண்மை அட்டவணை வரையாமல் நற்கூத்திரங்களின் உண்மைப் பெறுமானத்தை அறிதல்:-

முதலாவதாக நற்கூத்திரத்தின் இறுதி மாறிலி என்ன உண்மைப் பெறுமானத்தைப் பெறுகின்றதோ அதுவே நற்கூத்திரத்தின் உண்மைப் பெறுமானமாகும். எனவே முதலில் நற்கூத்திரத்தின் இறுதி மாறிலி எதுவென அறிதல் வேண்டும். இரண்டாவது நற்கூத்திரத்தின் இறுதி மாறிலியின் முற்கூற்று பிற்கூற்றைக் கொண்டு உண்மைப் பெறுமானத்தை அறியலாம். இறுதி மாறிலியின் முற்கூற்று பிற்கூற்று உண்மைப் பெறுமானம் தந்திருப்பின் உடனே இறுதி மாறிலியின் உண்மைப் பெறுமானத்தை அறியலாம். இறுதி மாறிலியின் முற்கூற்று பிற்கூற்று பெறுமானம் தராதவிடம் ஏனைய மாறி மாறிலியின் உண்மைப் பெறுமானத்தைக் கொண்டு இறுதி மாறிலியின் முற்கூற்று பிற்கூற்றை அறிந்து இறுதி மாறிலியின் உண்மைப் பெறுமானத்தை அறியலாம். மூன்றாவது நற்கூத்திரத்தின் உண்மைப் பெறுமானம் அறிந்தபின் எக்காரண அடிப்படையில் விடையைக் கண்டிர் என்பதைக் கூற வேண்டும் நான்காவது உண்மைப் பெறுமானத்தை காண முடியாது விட்டால் நிச்சயிக்கமுடியாது எனக் கூறுக?

உ + ம் P உண்மை எனின் பின்வரும் சூத்திரங்களின் ஒவ்வொன்றினதும் பெறுமானம் உண்மையோ பொய்யோ அல்ல நிச்சயிக்க முடியாததோ எனக் கூறு ?

உ+ம் 1:-  $[ ( P \wedge Q ) \rightarrow R ] \vee ( P \vee Q )$

P உண்மை எனின்  $( P \vee Q )$  வில் Q எதுவாயினும் V மாறிலி உண்மையாகும்.  $( P \vee Q )$  உண்மை எனின் இச் சூத்திரத்தின் பிரதான தர்க்க மாறிலி V மாறிலியும் உண்மை ஆகும். எனவே இச் சூத்திரத்தின் உண்மைப் பெறுமானம் உண்மை ஆகும்.

உ+ம் 2:-  $[ ( P \wedge Q ) \rightarrow R ] \rightarrow Q$

P உண்மை எனின்  $( P \wedge Q )$  வின் உண்மைப் பெறுமானத்தை நிட்சயிக்க முடியாது. எனவே பிரதான தர்க்க மாறிலியின் உண்மைப் பெறுமானத்தையும் நிட்சயிக்க முடியாது.

உ+ம் P உண்மை எனின் Q பொய் எனின் R உண்மை எனின் பின்வரும் சூத்திரங்களின் உண்மைப் பெறுமானம் என்ன?

$[ [ ( P \vee Q ) \rightarrow R ] \wedge Q ]$

P உண்மை Q பொய்யாக இருந்தால்  $( P \vee Q )$  உண்மை ஆகும்.  $( P \vee Q )$  உண்மை R உண்மையாக இருந்தால்  $( P \vee Q ) \rightarrow R$  உண்மையாகும்.  $( P \vee Q ) \rightarrow R$  உண்மை Q பொய்யாக இருந்தால் இச் சூத்திரத்தின் பிரதான தர்க்க மாறிலி  $\wedge$  பொய் ஆகும். எனவே இச் சூத்திரத்தின் உண்மைப் பெறுமானம் பொய் ஆகும்.

(அ) P உண்மை எனின் பின்வரும் சூத்திரங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் பெறுமானம் உண்மையோ, பொய்யோ அல்லது நிட்சயிக்க முடியாததா எனக் கூறுக?

1.  $( P \vee Q )$
2.  $\sim ( P \vee Q ) \wedge R$
3.  $( \sim P \wedge Q ) \rightarrow R$
4.  $( P \vee Q ) \wedge ( \sim P \wedge R )$
5.  $( Q \rightarrow P ) \vee ( R \rightarrow P )$
6.  $( Q \rightarrow P ) \wedge ( R \rightarrow S )$
7.  $[ ( P \vee Q ) \vee R ] \vee [ ( P \wedge Q ) \wedge ( R \wedge P ) ]$
8.  $[ ( P \rightarrow Q ) \vee ( Q \wedge P ) ] \vee ( P \vee Q )$
9.  $[ ( \sim P \wedge Q ) \wedge P ]$
10.  $[ ( Q \rightarrow P ) \vee ( R \rightarrow P ) ] \wedge ( \sim P \wedge Q )$

11.  $[ [ ( \sim P \wedge Q ) \rightarrow R ] \vee S ]$       12.  $[ ( P \wedge Q ) \rightarrow R ]$   
 13.  $[ ( P \vee Q ) \vee ( R \vee P ) ] \vee ( P \wedge Q )$   
 14.  $[ [ \sim \sim ( P \vee Q ) \wedge ( R \rightarrow P ) ] \wedge P ]$   
 15.  $( P \wedge Q )$

(ஆ)  $P$  பொய் எனின் பின்வரும் சூத்திரங்களின் உண்மைப் பெறுமானம் என்ன?

1.  $[ ( P \wedge Q ) \wedge ( R \wedge P ) ] \wedge ( P \vee Q )$
2.  $[ ( \sim P \vee Q ) \vee R ]$
3.  $[ ( P \vee Q ) \rightarrow ( Q \vee P ) ] \wedge ( P \wedge Q )$
4.  $[ \sim ( P \wedge Q ) \vee R ]$
5.  $[ [ \sim ( P \wedge Q ) \vee R ] \vee P ]$
6.  $[ [ ( P \wedge Q ) \wedge ( R \wedge P ) ] \wedge P ]$
7.  $\sim [ [ ( P \wedge Q ) \rightarrow R ] \vee R ]$
8.  $[ [ \sim ( \sim P \vee Q ) \wedge R ] \wedge S ]$

(இ)  $P$  உண்மை எனின்  $Q$  பொய் எனின்  $R$  உண்மை எனின் பின்வரும் சூத்திரங்களின் உண்மைப் பெறுமானம் என்ன?

1.  $[ ( P \vee Q ) \rightarrow R ] \vee P$       2.  $[ ( P \wedge Q ) \wedge R ] \vee \sim Q$
3.  $\sim \sim P \leftrightarrow \sim \sim ( P \vee Q ) \vee ( P \wedge R )$
4.  $( \sim P \vee Q ) \rightarrow \sim ( R \vee P )$
5.  $[ [ ( P \wedge Q ) \rightarrow R ] \vee S ]$
6.  $( P \rightarrow Q ) \wedge ( P \leftrightarrow R )$
7.  $\sim ( P \vee Q ) \wedge \sim ( P \wedge Q )$
8.  $\sim ( P \rightarrow Q ) \wedge ( Q \wedge R )$
9.  $[ [ ( P \rightarrow Q ) \wedge R ] \rightarrow S ]$
10.  $[ [ \sim ( P \vee Q ) \rightarrow R ] \vee Q ]$

(ஈ)  $\mathcal{Q}$  உண்மை எனின் பின்வருவன ஒவ்வொன்றும் உண்மையா, பொய்யா அல்லது நிச்சயிக்க முடியாததா எனக் கூறுக?

1.  $[ \sim ( P \vee Q ) \wedge R ]$
2.  $[ [ ( Q \rightarrow P ) \vee ( R \rightarrow S ) ] \vee Q ]$
3.  $[ [ ( P \rightarrow Q ) \vee R ] \vee S ]$
4.  $[ ( Q \vee R ) \vee S ]$
5.  $[ ( P \vee Q ) \vee ( R \wedge S ) ] \vee [ ( S \wedge T ) \wedge ( R \wedge Q ) ]$
6.  $[ ( P \wedge Q ) \wedge ( R \wedge S ) ] \vee [ ( S \vee T ) \wedge ( R \vee Q ) ]$

(8) குறியீட்டு அளவையியல் நற்கூத்திரங்கள்:-

எமது குறியீட்டு மொழியின் வாக்கியங்கள் (எமது குறியீட்டு முறையின் நற்கூத்திரங்கள்) பின்வருமாறு அமையும்.

(A) P, Q, R, S .... Z என வரும் வாக்கிய எழுத்துக்கள் குறியீட்டு வாக்கியங்கள் ஆகும்.

(B)  $O/$  ஒரே குறியீட்டு வாக்கியமாயின்  $\sim O/$  ஒரு குறியீட்டு வாக்கியம்.

(C)  $O/$  உம்  $\psi$  உம் குறியீட்டு வாக்கியங்களாயின்  $( O/ \rightarrow \psi )$  ஒரு குறியீட்டு வாக்கியம் ஆகும்.

குறிப்பு:  $O/$  உம்  $\psi$  உம் எமது குறியீட்டு மொழியைப் பற்றி பேசவும் அதில் இடம்பெறும் வாக்கியங்களை காட்டவும் பயன்படுமேயன்றி இவை எமது மொழியில் குறியீட்டு வாக்கியம் அல்ல.

உதும்

1.  $O/$  — இது குறியீட்டு வாக்கியம் அல்ல. ஏனெனில் P...Z வரையுள்ள எழுத்துக்களே குறியீட்டு வாக்கியம். எனவே  $O/$  குறியீட்டு வாக்கியம் அல்ல.
2.  $P \sim$  — குறியீட்டு வாக்கியம் அல்ல. ஏனெனில் மறுப்பு மாறிவி பிழையாகப் பிரயோகிக்கப்பட்டுள்ளது.
3.  $P \wedge Q$  — குறியீட்டு வாக்கியம் அல்ல ஏனெனில் அடைப்புக் குறி இடப்படவில்லை.
4.  $R$  — குறியீட்டு வாக்கியம்.

பின்வருவன குறியீட்டு வாக்கியமோ அல்லவோ? எனக் கூறுக.  
குறியீட்டு வாக்கியம் அல்ல எனின் காரணம் தருக.

1. P            2.  $\sim R$             3. A            4.  $\psi$             5. O/
6. மழை பெய்யும்            7. S            8.  $\sim R$             9.  $\sim Y$
10. T  $\sim$             11.  $\sim$  அவன் படிப்பான்            12.  $(P \rightarrow Q)$
13.  $(P \vee Q)$             14.  $P \wedge Q$             15.  $(P \longleftrightarrow Q) \sim$
16.  $[(P \rightarrow Q) \rightarrow T]$             17.  $(P \vee Q)$             18.  $P \wedge$
19.  $(P \rightarrow S)$             20. மழை பெய்யும்  $\rightarrow$  நெல் விளையும்
21.  $(O/ \rightarrow \psi)$             22.  $\wedge \sim Q$             23.  $P \wedge Q \rightarrow R$
24.  $\sim O/$             25.  $(P \rightarrow Q) \rightarrow R$             26.  $\sim P \rightarrow Q \wedge R$
27.  $\sim \psi \rightarrow O/$             28.  $\sim S \sim$             29. அவன் படிப்பான்
30.  $\sim \sim P \rightarrow Q$

### 09 நேரல் முறை வாய்ப்புப் பார்த்தல்:-

முடிவுக் கூற்றிலிருந்து எடு கூற்றுக்கு சென்று வாதங்களின் வாய்ப்பை தீர்மானிப்பது நேரல்முறை வாய்ப்புப் பார்த்தல் எனப்படும். இறுதி மாறிலியை பொய் எனக்கொண்டு அதனை நிறுவுவதற்காக ஏற்கனவேயுள்ள விதிகளுக்கமைய மாறிகளுக்கும் மாறிலிகளுக்கும் முழுமையாகப் பெறுமானம் கொடுக்கப்படும். முடிவில் இறுதி மாறிலியைப் பொய் எனக்கொண்டு ஏனையவற்றுக்கு பெறுமானங்களைக் கொடுத்தமையால் ஏதாவது ஒரு மாறி முரணாக உண்மைப் பெறுமானத்தைப் பெறுமாயின் அல்லது ஏதாவது ஒரு மாறிலி விதிக்கு முரணாக ஒரு பெறுமானத்தைப் பெறுமாயின் நாம் இறுதி மாறிலியைப் பொய் எனக் கொண்டது தவறாகும். எனவே குறிக்கப்பட்ட வாதத்தை பொய் எனக்காட்ட முயற்சிக்கையில் நாம் வெற்றியடையவில்லை. எனவே வாதம் வலிதானது என முடிவு செய்யலாம்.

மாறிலி நேரல் முறை:-

இம் முறையில் ஏற்கனவே ஒரு மாறிக்கு பெறுமானம் கொடுத்தால் அப் பெறுமானத்தையே அம் மாறிக்கு திருப்பவும் கொடுத்தல் வேண்டும். வாதத்தின் ஏதாவது ஒரு மாறிலி விதிக்கு முரணாக இருந்தால் வாதம் வாய்ப்பாகும், மாறிலி விதிக்கு முரணாக இல்லை எனின் வாதம் வாய்ப்பற்றதாகும்.

உ+ம்

$$1. (P \rightarrow Q) \cdot P \quad \text{ஃ} \quad Q$$

$$[(P \rightarrow Q) \wedge P] \rightarrow Q$$

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | T | T | F | F |
|---|---|---|---|---|---|---|

மாறிலி முரண்வாய்ப்பு.

$$2. (P \wedge Q) \rightarrow P$$

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| F | T | T | F | F |
|---|---|---|---|---|

மாறிலி முரண்வாய்ப்பு

$$3. (P \vee Q) \rightarrow P$$

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| F | T | T | F | F |
|---|---|---|---|---|

மாறிலி முரணில்லை எனவே வாய்ப்பில்லை.

$$4. (P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow R) \cdot R \quad \text{ஃ} \quad P$$

$$[(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \wedge R] \rightarrow P$$

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F | T | T | T | T | T | T | F | F |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

மாறிலி முரண் இல்லை எனவே வாய்ப்பில்லை.

மாறி நேரல் முறை:-

இம் முறையில் வாய்ப்பற்ற வாதம் எனின் ஏற்கனவே ஒரு மாறிக்கு பெறுமானம் இருந்தால் அப்பெறுமானமே திரும்பவும் வரும். ஆனால் வாய்ப்பான வாதம் எனின் ஏற்கனவே கொடுக்கப்பட்ட எல்லா மாறிகளின் பெறுமானமும் அவ் மாறிக்கு திரும்பவும் வராது. சில மாறியின் பெறுமானம் திரும்பவரும் சிலமாறியின் பெறுமானம் திரும்பவராது. வாதத்தின் ஒரே மாறி முரண்படுமெனின் வாதம் வாய்ப்பாகும். வாதத்தின் மாறிகள் முரண்படவில்லை எனின் வாதம் வாய்ப்பற்றது ஆகும்.

உ+ம்

$$1. (P \rightarrow Q) \cdot P \quad \text{ஃ} \quad Q$$

$$[(P \rightarrow Q) \wedge P] \rightarrow Q$$

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| F | T | F | T | T | F | F |
|---|---|---|---|---|---|---|

|-----|  
          X

மாறி முரண் வாய்ப்பு

$$2. (P \wedge Q) \rightarrow P$$

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| T | T | T | F | F |
|---|---|---|---|---|

|-----|  
          X

மாறி முரண் வாய்ப்பு

$$3. (P \vee Q) \rightarrow P$$

$$F T T \quad F F$$

மாறிகள் முரண்படவில்லை எனவே வாய்ப்பற்றது.

$$4. (P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow R) \cdot R \text{ ஃ } P$$

$$[(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \wedge R] \rightarrow P$$

$$F T T \quad T T T \quad T T \quad F F$$

மாறிகள் முரண்படவில்லை எனவே வாய்ப்பற்றது.

மாறி முறை, மாறிலி முறை எனும் இரண்டும் வாய்ப்பற்ற வடிவங்கள் ஒன்றே ஆகும், இரண்டு முறைகளும் சொல்லும் முறைகளிலே வேறுபடும்.

உ+ம் 3, 4, என்பன வாய்ப்பற்றவை ஆகும். இரண்டும் ஒரே வடிவம் ஆகும். ஆனால் மாறிலி முரண்படவில்லை. மாறிகள் முரண்படவில்லை சொல்லும் முறைகளிலே வேறுபடும். நேரல் முறைகளில் ஒருமுறை முரண்படாது விட்டாலே வாதம் வாய்ப்பற்றதாகும்.

$$உ+ம் \quad (P \rightarrow Q) \cdot \sim P \text{ ஃ } \sim Q$$

$$[(P \rightarrow Q) \wedge \sim P] \rightarrow \sim Q$$

$$T T T \quad T T F \quad F F T$$

$$\boxed{F T T \quad T T F \quad F F T} \rightarrow \text{வாய்ப்பற்றது}$$

$$F T F \quad T T F \quad F F T$$

பின்வரும் குறியீட்டு வாதங்களை அடிப்படை உண்மை அட்டவணை நேரல் முறை மூலம் வாய்ப்பானவையோ அல்லவோ எனக் கூறுக? (மாணவர்கள் பயிற்சிக்காக மாறி, மாறிலி எனும் இரு முறைகளிலும் செய்க)

$$1. (P \rightarrow Q) \cdot P \text{ ஃ } Q$$

$$2. (P \rightarrow Q) \cdot Q \text{ ஃ } P$$

$$3. (P \rightarrow Q) \cdot \sim P \text{ ஃ } \sim Q$$

$$4. (P \rightarrow Q) \cdot \sim Q \text{ ஃ } \sim P$$

$$5. (\sim P \rightarrow \sim Q) \cdot \sim P \text{ ஃ } \sim Q$$

$$6. (\sim P \rightarrow \sim Q) \cdot \sim Q \text{ ஃ } \sim P$$

7.  $(\sim P \rightarrow \sim Q) . P \circ Q$   
 8.  $(\sim P \rightarrow \sim Q) . Q \circ P$   
 9.  $(P \rightarrow \sim Q) . P \circ \sim Q$   
 10.  $(P \rightarrow \sim Q) . \sim P \circ Q$   
 11.  $(P \rightarrow \sim Q) . Q \circ P$       12.  $(P \rightarrow \sim Q) . \sim Q \circ P$   
 13.  $(\sim P \rightarrow Q) . \sim P \circ Q$   
 14.  $(\sim P \rightarrow Q) . P \circ \sim Q$       15.  $(\sim P \rightarrow Q) . Q \circ \sim P$   
 16.  $(\sim P \rightarrow Q) . \sim Q \circ P$       17.  $(P \vee Q) . \sim Q \circ P$   
 18.  $(P \vee Q) . Q \circ \sim P$       19.  $(P \vee Q) . \sim P \circ Q$   
 20.  $(P \vee Q) . P \circ \sim Q$       21.  $(\sim P \vee \sim Q) . Q \circ \sim P$   
 21.  $(\sim P \vee \sim Q) . \sim Q \circ P$   
 23.  $(\sim P \vee \sim Q) . P \circ \sim Q$   
 24.  $(\sim P \vee \sim Q) . \sim P \circ Q$   
 25.  $(P \leftrightarrow Q) . P \circ Q$       26.  $(P \leftrightarrow Q) . Q \circ P$   
 27.  $(P \leftrightarrow Q) . \sim P \circ \sim Q$   
 28.  $(P \leftrightarrow Q) . \sim Q \circ \sim P$   
 29.  $P \rightarrow (Q \rightarrow R) . P \circ (Q \rightarrow R)$   
 30.  $P \rightarrow (Q \rightarrow R) . \sim P \circ \sim (Q \rightarrow R)$   
 31.  $P \rightarrow (Q \rightarrow R) . (Q \rightarrow R) \circ P$   
 32.  $P \rightarrow (Q \rightarrow R) . \sim (Q \rightarrow R) \circ \sim P$   
 33.  $(P \wedge Q) \rightarrow R . (P \wedge Q) \circ R$   
 34.  $(P \wedge Q) \rightarrow R . \sim (P \wedge Q) \circ \sim R$   
 35.  $(P \wedge Q) \rightarrow R . \sim R \circ \sim (P \wedge Q)$

UBLIC LIBRARY,  
 JAFFNA.

36.  $(P \wedge Q) \rightarrow R . R \circ (P \wedge Q)$
37.  $P \rightarrow (Q \wedge R) . P \circ (Q \wedge R)$
38.  $P \rightarrow (Q \wedge R) . \sim P \circ \sim (Q \wedge R)$
39.  $P \rightarrow (Q \wedge R) . (Q \wedge R) \circ P$
40.  $P \rightarrow (Q \wedge R) . \sim (Q \wedge R) \circ \sim P$
41.  $(\sim P \wedge \sim Q) \rightarrow \sim R . R \circ \sim (\sim P \wedge \sim Q)$
42.  $(\sim P \wedge \sim Q) \rightarrow \sim R . \sim R \circ (\sim P \wedge \sim Q)$
43.  $(P \rightarrow Q) \rightarrow R . R \circ (P \rightarrow Q)$
44.  $(P \rightarrow Q) \rightarrow R . \sim R \circ \sim (P \rightarrow Q)$
45.  $(P \rightarrow Q) \rightarrow R . (P \rightarrow Q) \circ R$
46.  $(P \rightarrow Q) \rightarrow R . \sim (P \rightarrow Q) \circ \sim R$
47.  $[(P \rightarrow Q) \vee (R \vee S)] . \sim (P \rightarrow Q) \circ (R \vee S)$
48.  $[(P \rightarrow Q) \vee (R \vee S)] . (R \vee S) \circ \sim (P \rightarrow Q)$
49.  $[ (P \wedge Q) \rightarrow (R \vee S) ] \rightarrow (S \rightarrow Q) . (S \rightarrow Q) \circ [ (P \wedge Q) \rightarrow (R \vee S) ]$
50.  $[(P \wedge Q) \rightarrow (R \vee S)] \rightarrow (S \rightarrow Q) . \sim (S \rightarrow Q) \circ \sim [ (P \wedge Q) \rightarrow (R \vee S) ]$
51.  $[(P \wedge Q) \rightarrow (R \vee S)] \rightarrow (S \rightarrow Q) . [ (P \wedge Q) \rightarrow (R \vee S) ] \circ (S \rightarrow Q)$
52.  $[ (P \wedge Q) \rightarrow (R \vee S) ] \rightarrow (S \rightarrow Q) . \sim [ (P \wedge Q) \rightarrow (R \vee S) ] \circ \sim (S \rightarrow Q)$
53.  $[ (P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow R) ] \rightarrow (P \rightarrow Q) . (P \rightarrow Q) \circ [ (P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow R) ]$
54.  $[ (P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow R) ] \rightarrow (P \rightarrow Q) . \sim (P \rightarrow Q) \circ \sim [ (P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow R) ]$

55.  $[ ( P \leftrightarrow Q ) \rightarrow ( R \vee S ) ] \vee T . \sim T \circ ([ P \leftrightarrow Q ) \rightarrow ( R \vee S ) ]$
56.  $[ ( P \leftrightarrow Q ) \rightarrow ( R \vee S ) ] \vee T . [ ( P \leftrightarrow Q ) \rightarrow ( R \vee S ) ] \circ \sim T$
57.  $[ ( P \wedge Q ) \rightarrow ( R \vee S ) ] \wedge [ ( S \wedge T ) \wedge ( Q \wedge R ) ] \circ [ ( P \wedge Q ) \rightarrow ( R \vee S ) ]$
58.  $\sim [ P \rightarrow ( Q \rightarrow R ) ] \rightarrow ( R \rightarrow S ) . \sim ( R \rightarrow S ) \circ [ P \rightarrow ( Q \rightarrow R ) ]$
59.  $( P \rightarrow Q ) . ( Q \rightarrow R ) . ( R \rightarrow S ) . ( S \rightarrow T ) . P \circ T$
60.  $( P \rightarrow Q ) . ( Q \rightarrow R ) . ( R \rightarrow S ) . ( S \rightarrow T ) . \sim P \circ \sim T$
61.  $\sim ( P \vee Q ) . \sim ( P \leftrightarrow Q ) . \sim ( P \wedge Q ) . \sim ( P \rightarrow Q ) \circ ( P \wedge Q )$
62.  $[ P \rightarrow ( Q \rightarrow R ) ] \rightarrow [ ( R \rightarrow S ) \vee T ] \rightarrow ( P \rightarrow R )$   
 $\sim ( P \rightarrow R )$   
 $\circ \sim [ P \rightarrow ( Q \rightarrow R ) ] \rightarrow [ ( R \rightarrow S ) \vee T ]$
63.  $[ ( P \vee Q ) \vee ( R \vee S ) ] \rightarrow ( R \rightarrow Q )$   
 $( R \rightarrow Q )$   
 $\circ [ ( P \vee Q ) \vee ( R \vee S ) ]$
64.  $( ( ( P \vee Q ) \wedge ( R \vee S ) ) \rightarrow ( R \rightarrow P ) )$   
 $( R \rightarrow P )$   
 $\circ ( ( P \vee Q ) \wedge ( R \vee S ) )$
65.  $P \rightarrow ( Q \rightarrow R )$   
 $R \rightarrow ( S \rightarrow T )$   
 $( Q \vee S )$   


---

 $\circ ( P \vee T )$

$$66 \quad (P \rightarrow Q) \cdot (R \rightarrow S) \cdot (S \rightarrow T) T \rightarrow U \text{ } \text{ஃ} \text{ } U$$

$$67 \quad (((P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S)) \wedge (\wedge (S \wedge Q))) \cdot (R \vee S) \text{ } \text{ஃ} \text{ } (Q \vee P)$$

பிரதான தர்க்க மாறிலி காணல் :-

ஒரு குறியீட்டு வாக்கியம் ஒன்றின் முழுப்பெறுமானங்களையும் நிர்ணயிக்கும் மாறிலி பிரதான தர்க்க மாறிலி எனப்படும். பிரதான தர்க்க மாறிலியைக்காண அடைப்புக் குறிகள் தெளிவாக இருத்தல் வேண்டும்.

(உ+ம்)

$$1 \quad \sim [(P \leftrightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S) \wedge \sim (R \vee P)]$$

கோடிடப்பட்ட  $\sim$  மறுப்பு மாறிலி பிரதான தர்க்க மாறிலி ஆகும்.

$$2. \quad [(P \leftrightarrow Q) \vee (Q \rightarrow R) \vee (T \vee \sim S)]$$

இங்கு பிரதான தர்க்க மாறிலி இல்லை.

பின்வரும் குறியீட்டு வாக்கியங்களில் ஒர் பிரதான தர்க்க மாறிலி இருந்தால் அதனை சுற்றிவட்டமிடுக

$$1. \quad \sim P \rightarrow Q \quad 2. \quad \sim (P \rightarrow Q) \quad 3. \quad (P \vee Q)$$

$$4. \quad P \wedge Q \quad 5. \quad \sim P \leftrightarrow Q \quad 6. \quad \sim (P \rightarrow Q) \rightarrow R$$

$$7. \quad \sim [(P \vee Q) \rightarrow R]$$

$$8. \quad \sim (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \wedge (R \rightarrow S)$$

$$9. \quad \sim [(P \rightarrow Q) \wedge (R \vee S)]$$

$$10. \quad [(P \wedge Q) \wedge (R \wedge S) \vee (S \vee T)]$$

$$11. \quad \sim [(P \wedge Q) \wedge (R \wedge S) \vee (S \vee T)]$$

$$12. \quad (P \rightarrow Q) \vee R$$

$$13. \quad \sim (P \vee Q) \wedge R$$

$$14. \quad (P \leftrightarrow Q) \wedge R$$

$$15. \quad \sim P \wedge Q$$

பெறுகை முறை

எடுகூற்றுக்களிலிருந்து முடிபை ஏற்க எம்மை இட்டுச் செல்லும் படித் தொடரே பெறுகை முறை எனப்படும். அதாவது வாய்ப்பான வாதங்களை எவ் அனுமான விதியால் வாய்ப்பு எனக் கண்டு நிறுவும் ஒரு முறையாகும். வாய்ப்பான வாதங்கள் ஒரு அனுமான விதியாலோ அல்லது ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட அனுமான விதியாலோ வாய்ப்பு என நிறுவப்படலாம். இங்கு பயன்படுத்தும் ஒவ்வொரு படியும் நாம் ஏலவே ஒப்புக் கொண்ட ஏதோ ஒரு நியாயத்தின்படி அமையும்.

பெறுகை முறையில் ஆராயப்படும் உய்தறிவு முறையை இயற்கை உய்தறிவு முறை என்பர். இயற்கை உய்தறிவினால் நிறுவப்படும் வாதங்களே தேற்றங்களாக அமையும்.

பெறுகை முறை அனுமான விதிகள்:-

1. விதித்து விதித்தல்:

|                                         |
|-----------------------------------------|
| வி.வி<br>( P → Q )<br>P<br>-----<br>∴ Q |
|-----------------------------------------|

நிபந்தனை எடுப்பொன்றின் முன்னெடுப்பு தரப்படுமாயின் பின்னெடுப்பை முடிவாகப் பெறலாம் என்பது விதித்து விதித்தல் எனப்படும்.

2. மறுத்து மறுத்தல்:-

|                                           |
|-------------------------------------------|
| ம.ம<br>( P → Q )<br>~ Q<br>-----<br>∴ ~ P |
|-------------------------------------------|

நிபந்தனை எடுப்பொன்றின் பின்னெடுப்பின் மறுப்பு தரப்படுமாயின் முன்னெடுப்பின் மறுப்பை முடிவாகப் பெறலாம் என்பது மறுத்து மறுத்தல் எனப்படும்

3. மீட்டல் விதி:-

|                            |
|----------------------------|
| மீ.வி<br>P<br>-----<br>∴ P |
|----------------------------|

பெறுகையில் ஒரு முறை கூறப்பட்ட வரி மீண்டும் பெறுகையில் முடிவாகப் பெறலாம் என்பது மீட்டல் விதி எனப்படும்.

## 4. இரட்டை மறுப்பு விதி:-

|                          |                   |
|--------------------------|-------------------|
| இ.ம.வி                   |                   |
| (1) P                    | (2) $\sim \sim P$ |
| $\circ\circ \sim \sim P$ | $\circ\circ P$    |

பெறுகையில் உள்ள வரியோடு இரண்டு மறுப்பைக் கூட்டி முடிவைப் பெறலாம் என்பதும் இரண்டு மறுப்பை குறைத்து முடிவைப் பெறலாம் என்பதும் இரட்டை மறுப்பு விதி எனப்படும்.

## 5. எளிமையாக்கல் விதி:-

|                  |  |
|------------------|--|
| எ.வி             |  |
| ( P $\wedge$ Q ) |  |
| $\circ\circ P$   |  |
| $\circ\circ Q$   |  |

பெறுகையிலுள்ள இணைப்பெடுப்பிலிருந்து தேவையானவற்றை முடிவாக எளிமைப்படுத்தலாம் என்பது எளிமையாக்கல் விதி எனப்படும்.

## 6. இணைப்பு விதி:-

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| இ.வி                        |  |
| P                           |  |
| Q                           |  |
| $\circ\circ ( P \wedge Q )$ |  |
| $\circ\circ ( Q \wedge P )$ |  |

பெறுகையில் உள்ள இரண்டு அல்லது இரண்டிற்கு மேற்பட்ட வாக்கியங்களில் இருந்து இணைப்பெடுப்பை முடிவாகப் பெறலாம் என்பது இணைப்பு விதி எனப்படும்.

## 7. கூட்டல் விதி:-

|                           |  |
|---------------------------|--|
| கூ.வி                     |  |
| P                         |  |
| Q                         |  |
| $\circ\circ ( P \vee Q )$ |  |

பெறுகையில் உள்ள வாக்கியத்திலிருந்து எதையும் கூட்டி உறழ்வெடுப்பை முடிவாகப் பெறலாம் என்பது கூட்டல் விதி அல்லது சேர்த்தல் விதி எனப்படும்.

## 8. மறுத்து விதித்தல்:-

|                |                |
|----------------|----------------|
| ம.வி           |                |
| (1) (PVQ)      | (2) (PVQ)      |
| $\sim P$       | $\sim Q$       |
| $\circ\circ Q$ | $\circ\circ P$ |

உறழ்வு எடுப்பில் அவ் மாற்றுக்களில் மறுப்புப்பு தரப்பட்டால் மற்றைய மாற்றை விதித்து முடிவாகப் பெறலாம் என்பது மறுத்து விதித்தல் எனப்படும்.

9. இருபால் நிபந்தனை நிபந்தனை விதி

இ.நி.நி.வி  
 $(P \leftrightarrow Q)$   
 $\circ (P \rightarrow Q)$   
 $\circ (Q \rightarrow P)$

இரட்டை நிபந்தனை எடுப்பிலிருந்து நிபந்தனை எடுப்புக்களை முடிவாகப் பெறலாம் என்பது இருபால் நிபந்தனை நிபந்தனை விதி எனப்படும்.

10. நிபந்தனை நிபந்தனை இருபால் நிபந்தனை விதி:-

நி.நி.இ.நி.வி  
 $(P \rightarrow Q)$   
 $(Q \rightarrow P)$   
 $\circ (P \leftrightarrow Q)$

இரண்டு நிபந்தனை எடுப்பிலிருந்து இரட்டை நிபந்தனை எடுப்பை முடிவாகப் பெறலாம் என்பது நிபந்தனை நிபந்தனை இருபால் நிபந்தனை விதி எனப்படும்.

மாணவர் குறிப்பு:-

நீங்கள் வாதங்களை நிறுவும் போது உங்கள் பெறுகை முறை வினாவின் எடுப்புக்கள் நிபந்தனை எடுப்பா, இணைப்பெடுப்பா, உறழ்வெடுப்பா, இரட்டை நிபந்தனை எடுப்பா என அறிந்து அதற்கேற்ப அவ்வெடுப்புக்களின் விதிகளை பிரயோகித்தல் வேண்டும்.

பெறுகை முறைகள்:-

மேலே கூறப்பட்ட அனுமான விதிகளைப் பயன்படுத்தி ஒரு குறியீட்டு வாதத்தின் முடிபை அதன் எடுகூற்றுக்களிலிருந்து பெறுவதற்கு மூன்று முறைகளை நாம் கையாளலாம். இம் முறைகள் முறையே நேர் பெறுகை, நேரல் பெறுகை, நிபந்தனைப் பெறுகை என வழங்கும்

நேர் பெறுகை:-

வாதம் ஒன்றின் முடிவினை நேரடியாக நிறுவலாம் என புலப்பட்டால் பயன்படும் பெறுகை நேர்பெறுகை எனப்படும். இங்கு மேலதிகமாக எடுகோள் ஒன்றும் பயன்படுத்தப்படுவதில்லை.

பெறுகையில் வாதத்தின் முடிபு முதலாவது வரியில் எனக்காட்டுக என அமையும் எடுகூற்றுக்களின் உதவியோடும் அனுமான விதிகளின் உதவியோடும் எனக்காட்டுக என்பவற்றுடன் எழுதப்பட்ட குறியீட்டு வாக்கியம் பெறப்பட்டவுடன் நேர் பெறுகை முற்றுப்பெறும். பெறுகை முற்றுப் பெற்றவுடன் எனக்காட்டுக என்ற வரியை வெட்டி ஏனைய பகுதிகள் யாவற்றையும் ஓர் சதுர அடைப்புக் குறியுள் அடைக்கப்படல் வேண்டும்.

மாணவர் குறிப்பு:- நிறுவப்பட்ட பெறுகையில் எனக்காட்டுக வரி வெட்டப்பட வேண்டும். அச்ச பிரச்சனை காரணமாக கீழ் வரும் (உ - ம்) களில் வெட்டப்படவில்லை நீங்கள் வெட்டியதாக கருதுக

(உ - ம் 1)

அவன் படிப்பான் ஆயின் பல்கலைக்கழகம் புகுவான்  
அவன் படிக்கவில்லை எனின். அவன் பட்டதாரியாவன்.  
அவன் பல்கலைக்கழகம் புகான். அவன் பட்டதாரியாவான்.  
ஆயினும் பல்கலைக்கழகம் புகுவான் ஆயின் ஆயினே உத்தியோகம் கிடைக்கும் அல்லது அவன் படிப்பான். அவனுக்கு உத்தியோகம் கிடைக்கும் அல்லது வெளிநாடு செல்வானாயின் பணக்காரனாவான் எனவே பணக்காரன் இல்லை என்பது பொய் ஆகும்.

சு.தி:-

P: அவன் படிப்பான் Q: அவன் பல்கலைக்கழகம் புகுவான்  
R: பட்டதாரியாவான் S: உத்தியோகம் கிடைக்கும்  
T: வெளிநாடுசெல்வான் U: பணக்காரனாவான்

$(P \rightarrow Q) \cdot (\sim P \rightarrow R) \cdot \sim Q \cdot (R \wedge \sim Q) \leftrightarrow (S \vee P)$   
 $\cdot (S \vee T) \rightarrow U \text{ ஃ } \sim \sim U$

|     |                                           |                    |
|-----|-------------------------------------------|--------------------|
| 1.  | எனக்காட்டுக $\sim \sim U$                 |                    |
| 2.  | $(P \rightarrow Q)$                       | (எ.கூ 1)           |
| 3.  | $(\sim P \rightarrow R)$                  | (எ.கூ 2)           |
| 4.  | $\sim Q$                                  | (எ.கூ 3)           |
| 5.  | $(R \wedge \sim Q) \leftrightarrow (SVP)$ | (எ.கூ 4)           |
| 6.  | $(SVT) \rightarrow U$                     | (எ.கூ 5)           |
| 7.  | $\sim P$                                  | (4, 2 ம. ம)        |
| 8.  | R                                         | (3, 7 வி. வி)      |
| 9.  | $(R \wedge \sim Q) \rightarrow (SVP)$     | (5, இ. நி. நி. வி) |
| 10. | $(R \wedge \sim Q)$                       | (8, 4 இ. வி)       |
| 11. | (SVP)                                     | (9, 10 வி. வி)     |
| 12. | S                                         | (7, 11 ம. வி)      |
| 13. | (SVT)                                     | (12 கூ. வி)        |
| 14. | U                                         | (6, 13 வி. வி)     |
| 15. | $\sim \sim U$                             | (14. இ. ம. வி)     |

**நேரல் பெறுகை:-**

வாதம் ஒன்றின் முடிவினை நேரடியாக நிறுவலாம் என புலப்படாவிட்டால் பயன்படும் பெறுகை நேரல் பெறுகை எனப்படும்.

வாதத்தின் முடிவு பெறுகையில் முதலாவது வரியாக எனக்காட்டுக என அமையும். இரண்டாம் வரியில் முடிவின் மறுப்பு எடுகோளாக அமையும். பெறுகையில் உள்ள வாக்கியமும் அவற்றின் மறுப்பும் பெறப்பட்டவுடன் நேரல் பெறுகை முற்றுப் பெறும். பெறுகை முற்றுப் பெற்றவுடன் எனக்காட்டுக என்ற வரிவெட்டப்பட்டு ஏனைய பகுதிகள் யாவும் ஓர் சதுர அடைப்புக்குறிக்குள் அடைக்கப்படல் வேண்டும்.

(உ - ம் 1)  $(P \rightarrow Q) \cdot (P \rightarrow \sim Q) \text{ஃ} \sim P$

|    |                          |               |
|----|--------------------------|---------------|
| 1. | எனக்காட்டுக $\sim P$     |               |
| 2. | P                        | (நே. பெ. எ)   |
| 3. | $(P \rightarrow Q)$      | (எ.கூ 1)      |
| 4. | Q                        | (2, 3 வி. வி) |
| 5. | $(P \rightarrow \sim Q)$ | (எ.கூ. 2)     |
| 6. | $\sim Q$                 | (2, 5 வி. வி) |

$$(P \rightarrow Q) \cdot (P \rightarrow \sim Q) \text{ஃ} \sim P$$

1. எனக்காட்டுக  $\sim P$

|    |                          |                |
|----|--------------------------|----------------|
| 2. | P                        | (நே . பெ . எ)  |
| 3. | $(P \rightarrow Q)$      | (எ . கூ 1)     |
| 4. | $(P \rightarrow \sim Q)$ | (எ . கூ 2)     |
| 5. | Q                        | (2, 3 வி . வி) |
| 6. | $\sim P$                 | (4, 5 ம . ம)   |

$$(உ-ம் 2) P \rightarrow (Q \rightarrow R) \cdot \sim R \cdot Q \text{ஃ} \sim P$$

1. எனக்காட்டுக  $\sim P$

|    |                                     |                |
|----|-------------------------------------|----------------|
| 2. | P                                   | (நே . பெ . எ)  |
| 3. | $(P \rightarrow (Q \rightarrow R))$ | (எ . கூ 1)     |
| 4. | $Q \rightarrow R$                   | (2, 3 வி . வி) |
| 5. | Q                                   | (எ . கூ 3)     |
| 6. | R                                   | (4, 5 வி . வி) |
| 7. | $\sim R$                            | (எ . கூ 2)     |

$$(உ-ம் 3) (P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow R) \cdot \sim (S \rightarrow R) \text{ஃ} \sim P$$

1. எனக்காட்டுக  $\sim P$

|     |                                 |                |
|-----|---------------------------------|----------------|
| 2.  | P                               | (நே . பெ . எ)  |
| 3.  | $(P \rightarrow Q)$             | (எ . கூ 1)     |
| 4.  | Q                               | (2, 3 வி . வி) |
| 5.  | $(Q \rightarrow R)$             | (எ . கூ 2)     |
| 6.  | R                               | (4, 5 வி . வி) |
| 7.  | $\sim (S \rightarrow R)$        | (எ . கூ 3)     |
| 8.  | எனக்காட்டுக $(S \rightarrow R)$ |                |
| 9.  | S                               | (நி . பெ . எ)  |
| 10. | R                               | (6, மீ . வி)   |

(உ-ம் 4)  $(P \rightarrow Q) \rightarrow R \text{ ஃ } Q \text{ ஃ } R$

1. எனக்காட்டுக R

|    |                                   |              |
|----|-----------------------------------|--------------|
| 2. | $\sim R$                          | (நே. பெ. எ)  |
| 3. | $(P \rightarrow Q) \rightarrow R$ | (எ. கூ 1)    |
| 4. | $\sim (P \rightarrow Q)$          | (2, 3, ம. ம) |
| 5. | எனக்காட்டுக $(P \rightarrow Q)$   |              |
| 6. | P                                 | (நி. பெ. எ)  |
| 7. | Q                                 | (எ. கூ 2)    |

(உ-ம் 5)  $(P \vee \sim Q) \cdot Q \rightarrow (R \wedge \sim P) \text{ ஃ } (\sim Q \vee \sim R)$

|     |                                     |               |
|-----|-------------------------------------|---------------|
| 1.  | எனக்காட்டுக $(\sim Q \vee \sim R)$  |               |
| 2.  | $\sim (\sim Q \vee \sim R)$         | (நே. பெ. எ)   |
| 3.  | எனக்காட்டுக Q                       |               |
| 4.  | $\sim Q$                            | (நே. பெ. எ)   |
| 5.  | $(\sim Q \vee \sim R)$              | (4, கூ. வி)   |
| 6.  | $\sim (\sim Q \vee \sim R)$         | (2, மீ. வி)   |
| 7.  | $(Q \rightarrow (R \wedge \sim P))$ | (எ. கூ 2)     |
| 8.  | $(R \wedge \sim P)$                 | (3, 7 வி. வி) |
| 9.  | $\sim P$                            | (8, எ. வி)    |
| 10. | $(P \vee \sim Q)$                   | (எ. கூ 1)     |
| 11. | $\sim Q$                            | (9, 10 ம. வி) |
| 12. | $(\sim Q \vee \sim R)$              | (11, கூ. வி)  |

[உ-ம் 6]  $[P \vee \sim Q] Q \rightarrow [R \wedge \sim P] \text{ ஃ } [\sim Q \vee \sim R]$

1. எனக்காட்டுக  $[\sim Q \vee \sim R]$

|     |                                      |              |
|-----|--------------------------------------|--------------|
| 2.  | $\sim [\sim Q \vee \sim R]$          | [நே. பெ. எ]  |
| 3.  | எனக்காட்டுக $\sim [R \wedge \sim P]$ |              |
| 4.  | $[R \wedge \sim P]$                  | [நே. பெ. எ]  |
| 5.  | $\sim P$                             | [4, எ. வி]   |
| 6.  | $[P \vee \sim Q]$                    | [எ. கூ 1]    |
| 7.  | $\sim Q$                             | [5, 6 ம. வி] |
| 8.  | $[\sim Q \vee \sim R]$               | [7, கூ. வி]  |
| 9.  | $\sim [\sim Q \vee \sim R]$          | [2, மீ. வி]  |
| 10. | $Q \rightarrow [R \wedge \sim P]$    | [எ. கூ 1]    |
| 11. | $\sim Q$                             | [3, 10 ம. ம] |
| 12. | $[\sim Q \vee \sim R]$               | [11, கூ. வி] |

### நிபந்தனைப் பெறுகை :-

வாதத்தின் முடிவு நிபந்தனை எடுப்பாக அமைந்தால் பயன்படும் பெறுகை நிபந்தனைப் பெறுகை எனப்படும்.

வாதத்தின் முடிவு முதலாவது வரியில் எனக்காட்டுக எனும் வரியாக அமையும், இரண்டாவது வரியில் முடிவின் முன்னெடுப்பு எடுக்கோளாக அமையும், முடிவின் பின்னெடுப்பு பெறப்பட்டவுடன் நிபந்தனைப்பெறுகை முற்றுப்பெறும். பெறுகை முற்றுப்பெற்றவுடன் எனக்காட்டுக என்றவரிவெட்டப்பட்டு ஏனைய பகுதிகள் யாவும் ஒரு சதுர அடைப்புக்குறியுள் அடைக்கப்படல் வேண்டும்.

[ உ - ம் 1 ] [ P → Q ] . [ Q → R ] . [ R → S ] ∴ [ P → S ]

1. எனக் காட்டுக ( P → S )

|    |           |                   |
|----|-----------|-------------------|
| 2. | P         | [ நி . பெ . எ ]   |
| 3. | [ P → Q ] | [ எ . கூ 1 ]      |
| 4. | Q         | [ 2 , 3 வி . வி ] |
| 5. | [ Q → R ] | [ எ . கூ 2 ]      |
| 6. | R         | [ 4 , 5 வி . வி ] |
| 7. | [ R → S ] | [ எ . கூ 3 ]      |
| 8. | S         | [ 6 , 7 வி . வி ] |

( உ-ம் 2 ) [ P → Q ] . [ Q → ~ P ] ∴ [ P → R ]

1. எனக் காட்டுக [ P → R ]

|    |                |                   |
|----|----------------|-------------------|
| 2. | P              | [ நி . பெ . எ ]   |
| 3. | எனக் காட்டுக R |                   |
| 4. | ~ R            | [ நே . பெ . எ ]   |
| 5. | [ P → Q ]      | [ எ . கூ 1 ]      |
| 6. | P              | [ 2 , மீ . வி ]   |
| 7. | Q              | [ 5 , 6 வி . வி ] |
| 8. | [ Q → ~ P ]    | [ எ . கூ 2 ]      |
| 9. | ~ P            | [ 7 , 8 வி . வி ] |

[ உ-ம் 3 ]  $P \rightarrow [ R \rightarrow Q ] . \sim Q \circ [ R \rightarrow \sim P ]$

1. எனக்காட்டுக  $[ R \rightarrow \sim P ]$

|    |                                     |                   |
|----|-------------------------------------|-------------------|
| 2. | $R$                                 | [ நி . பெ . எ ]   |
| 3. | எனக்காட்டுக $\sim P$                |                   |
| 4. | $P$                                 | [ நே . பெ . எ ]   |
| 5. | $P \rightarrow [ R \rightarrow Q ]$ | [ எ . கூ 1 ]      |
| 6. | $( R \rightarrow Q )$               | [ 4 , 5 வி . வி ] |
| 7. | $R$                                 | [ 2 , மீ . வி ]   |
| 8. | $Q$                                 | ( 6 , 7 வி . வி ) |
| 9. | $\sim Q$                            | [ எ . கூ 2 ]      |

[ உ - ம் 4 ]  $P \rightarrow [ Q \rightarrow R ] . P \rightarrow [ R \rightarrow S ] \circ P \rightarrow [ Q \rightarrow S ]$

1. எனக் காட்டுக  $P \rightarrow [ Q \rightarrow S ]$

|     |                                     |                    |
|-----|-------------------------------------|--------------------|
| 2.  | $P$                                 | [ நி . பெ . எ ]    |
| 3.  | எனக் காட்டுக $[ Q \rightarrow S ]$  |                    |
| 4.  | $Q$                                 | [ நி . பெ . எ ]    |
| 5.  | $P \rightarrow [ Q \rightarrow R ]$ | [ எ . கூ 1 ]       |
| 6.  | $P$                                 | [ 2 , மீ . வி ]    |
| 7.  | $[ Q \rightarrow R ]$               | [ 5 , 6 வி . வி ]  |
| 8.  | $P \rightarrow [ R \rightarrow S ]$ | [ எ . கூ 2 ]       |
| 9.  | $[ R \rightarrow S ]$               | [ 6 , 8 வி . வி ]  |
| 10. | $R$                                 | [ 4 , 7 வி . வி ]  |
| 11. | $S$                                 | [ 9 , 10 வி . வி ] |

[உ - ம் 5]  $[P \rightarrow Q] \rightarrow R \text{ ஃ } [\sim R \rightarrow \sim Q]$

1. எனக் காட்டுக  $[\sim R \rightarrow \sim Q]$

|     |                                   |               |
|-----|-----------------------------------|---------------|
| 2.  | $\sim R$                          | [நி . பெ . எ] |
| 3.  | எனக் காட்டுக $\sim Q$             |               |
| 4.  | $Q$                               | [நே . பெ . எ] |
| 5.  | $[P \rightarrow Q] \rightarrow R$ | [எ . கூ 1]    |
| 6.  | $\sim R$                          | [2, மீ . வி]  |
| 7.  | $\sim [P \rightarrow Q]$          | [5, 6 ம . ம]  |
| 8.  | எனக் காட்டுக $(P \rightarrow Q)$  |               |
| 9.  | $P$                               | [நி . பெ . எ] |
| 10. | $Q$                               | [4, மீ . வி]  |

(உ-ம் 6)

$(Q \rightarrow P) \cdot R \rightarrow (P \vee S) \text{ ஃ } (\sim P \wedge \sim S) \rightarrow (\sim R \wedge \sim Q)$

1.  $(\sim P \wedge \sim S) \rightarrow (\sim R \wedge \sim Q)$  எனக்காட்டுக

|     |                              |                  |
|-----|------------------------------|------------------|
| 2.  | $(\sim P \wedge \sim S)$     | (நி . பெ . எ)    |
| 3.  | $\sim P$                     | (2 . எ . வி)     |
| 4.  | $\sim S$                     | (2 . எ , வி)     |
| 5.  | $\sim R$ எனக்காட்டுக         |                  |
| 6.  | $R$                          | (நே . பெ . எ)    |
| 7.  | $(R \rightarrow (P \vee S))$ | (எ . கூ . 2)     |
| 8.  | $(P \vee S)$                 | (6, 7 வி . வி)   |
| 9.  | $\sim P$                     | (3, மீ . வி)     |
| 10. | $S$                          | (8, 9 ம . வி)    |
| 11. | $\sim S$                     | (4, மீ . வி)     |
| 12. | $\sim Q$ எனக்காட்டுக         |                  |
| 13. | $Q$                          | (நே . பெ . எ)    |
| 14. | $Q \rightarrow P$            | (எ , கூ 1)       |
| 15. | $P$                          | (13, 14 வி . வி) |
| 16. | $\sim P$                     | (3, மீ . வி)     |
| 17. | $(\sim R \wedge \sim Q)$     | (5, 12 இ . வி)   |

(உ - ம் 7)  $R \rightarrow (P \wedge Q) \cdot Q \rightarrow (S \wedge R) \text{ ஃ } (S \wedge \sim P \rightarrow (R \leftrightarrow Q))$

|     |                                                       |                           |
|-----|-------------------------------------------------------|---------------------------|
| 1.  | $(S \wedge \sim P) \rightarrow (R \leftrightarrow Q)$ | எனக் காட்டுக              |
| 2.  | $(S \wedge \sim P)$                                   | (நி. பெ. எ)               |
| 3.  | S                                                     | (2, எ. வி)                |
| 4.  | $\sim P$                                              | (2, எ. வி)                |
| 5.  | $(R \rightarrow Q)$                                   | எனக் காட்டுக              |
| 6.  | R                                                     | (நி. பெ. எ)               |
| 7.  | $R \rightarrow (P \wedge Q)$                          | (எ. கூ 1)                 |
| 8.  | $P \wedge Q$                                          | (6, 7 வி. வி)             |
| 9.  | Q                                                     | (8, எ. வி)                |
| 10. | $Q \rightarrow R$                                     | எனக் காட்டுக              |
| 11. | Q                                                     | (நி. பெ. எ)               |
| 12. | $Q \rightarrow (S \wedge R)$                          | (எ. கூ 2)                 |
| 13. | $S \wedge R$                                          | (11, 12 வி. வி)           |
| 14. | R                                                     | (13, எ. வி)               |
| 15. | $(R \leftrightarrow Q)$                               | (5, 10 நி. நி. இ. நி. வி) |

பின்வரும் குறியீட்டு வாதங்களை அவை எடுகூற்றுக்களில் இருந்து முடிவினைப் பெறுவதன் மூலம் அவை வாய்ப்பானவை எனக்காட்டுக?

1.  $(P \rightarrow Q) \cdot P \text{ ஃ } Q$
2.  $(\sim P \rightarrow \sim Q) \cdot \sim P \text{ ஃ } \sim Q$
3.  $(P \rightarrow \sim Q) \cdot P \text{ ஃ } \sim Q$
4.  $(\sim P \rightarrow Q) \cdot \sim P \text{ ஃ } Q$
5.  $P \rightarrow (Q \vee R) \cdot P \text{ ஃ } (Q \vee R)$

6.  $(P \wedge Q) \rightarrow R \cdot (P \wedge Q) \circ R$

7.  $(P \vee Q) \rightarrow (R \wedge S) \cdot (P \vee Q) \circ (R \wedge S)$

8.  $(P \rightarrow Q) \cdot \sim Q \circ \sim P$

9.  $(\sim P \rightarrow \sim Q) \cdot Q \circ P$

10.  $(P \rightarrow \sim Q) \cdot Q \circ \sim P$

11.  $(\sim P \rightarrow Q) \cdot \sim Q \circ P$

12.  $(P \wedge Q) \rightarrow R \cdot \sim R \circ \sim (P \wedge Q)$

13.  $P \rightarrow (Q \vee R) \cdot \sim (Q \vee R) \circ \sim P$

14.  $(P \wedge Q) \rightarrow (R \wedge S) \cdot \sim (R \wedge S) \circ \sim (P \wedge Q)$

15.  $P \circ P$

16.  $\sim P \circ \sim P$

17.  $R \circ R$

18.  $(P \wedge Q) \circ (P \wedge Q)$

19.  $P \circ \sim \sim P$

20.  $\sim \sim P \circ P$

21.  $\sim P \circ \sim \sim \sim P$

22.  $\sim \sim \sim \sim \sim P \circ \sim P$

23.  $\sim P \circ \sim \sim \sim \sim \sim P$

24.  $(P \rightarrow \sim \sim Q) \cdot P \circ Q$

25.  $(\sim \sim P \rightarrow Q) \cdot P \circ \sim \sim Q$

26.  $(P \rightarrow Q) \cdot \sim Q \circ \sim \sim \sim P$

27.  $(\sim P \rightarrow \sim Q) \cdot \sim \sim Q \circ \sim \sim P$

28.  $P \cdot Q \circ (P \wedge Q)$

29.  $P \cdot \sim Q \circ (\sim Q \wedge P)$

30.  $P \cdot (Q \rightarrow R) \circ P \wedge (Q \rightarrow R)$
31.  $(P \vee Q) \cdot R \circ (R \wedge (P \vee Q))$
32.  $(P \wedge Q) \circ P$                       33.  $(P \wedge \sim Q) \circ \sim Q$
34.  $P \wedge (R \vee S) \circ (R \vee S)$
35.  $(P \rightarrow Q) \wedge R \circ R$
36.  $(P \rightarrow Q) \cdot (R \wedge P) \circ \sim \sim Q$
37.  $(P \rightarrow \sim \sim Q) \cdot \sim \sim (P \wedge R) \circ (Q \wedge R)$
38.  $(P \rightarrow Q) \cdot (\rightarrow R P) \cdot (\sim Q \wedge S) \circ \sim \sim (S \wedge \sim R)$
39.  $(P \wedge Q) \rightarrow R \cdot P \cdot Q \circ \sim \sim (R \wedge Q)$
40.  $(P \rightarrow Q) \cdot (R \rightarrow P) \cdot \sim Q \cdot (\sim Q \wedge \sim R) \rightarrow S$   
 $\circ \sim \sim (S \wedge \sim Q)$
41.  $P \rightarrow (Q \rightarrow R) \cdot (\sim \sim P \wedge Q) \circ (\sim \sim R \wedge Q)$
42.  $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \cdot P \circ R$
43.  $(P \rightarrow Q) \cdot (P \wedge R) \circ \sim \sim ((R \sim \wedge P) \wedge Q)$
44.  $(P \rightarrow Q) \cdot P \wedge (R \rightarrow \sim Q) \circ \sim \sim (\sim R \wedge Q)$
45.  $(P \wedge \sim Q) \cdot (R \rightarrow Q) \cdot (\sim R \rightarrow \sim S) \circ \sim \sim$   
 $((\sim S \wedge \sim R) \wedge P)$
46.  $(P \rightarrow \sim Q) \cdot (P \wedge R) \cdot (S \rightarrow Q) \circ \sim \sim ((\sim Q \wedge R) \wedge \sim S)$
47.  $P \circ (P \vee Q)$                       48.  $P \circ (Q \vee P)$
49.  $P \circ (P \vee R)$                       50.  $P \circ P \vee (P \wedge R)$
51.  $Q \circ (Q \vee R)$                       52.  $(P \vee Q) \cdot \sim P \circ Q$
53.  $(P \vee Q) \cdot \sim Q \circ P$
54.  $(\sim P \vee \sim Q) \cdot P \circ \sim Q$
55.  $(P \vee \sim Q) \cdot \sim P \circ \sim Q$

56.  $(\sim P \vee \sim Q) \cdot Q \circ P$
57.  $(P \vee \sim Q) \cdot Q \circ P$
58.  $(P \vee Q) \rightarrow (R \wedge S) \cdot P \circ \sim \sim (S \vee T)$
59.  $(R \vee S) \rightarrow (P \wedge Q) \cdot R \circ \sim \sim (R \wedge (P \wedge Q))$
60.  $(P \vee Q) \rightarrow (R \vee S) \cdot \sim \sim (P \wedge \sim R) \circ ((S \vee T) \wedge \sim R)$
61.  $(P \leftrightarrow Q) \cdot P \circ Q$       62.  $(P \leftrightarrow Q) \cdot Q \circ P$
63.  $(P \leftrightarrow Q) \cdot \sim P \circ \sim Q$
64.  $(P \leftrightarrow Q) \cdot \sim Q \circ \sim P$
65.  $(\sim P \leftrightarrow \sim Q) \cdot \sim P \circ \sim Q$
66.  $(\sim P \leftrightarrow \sim Q) \cdot P \circ Q$
67.  $(\sim P \leftrightarrow \sim Q) \cdot Q \circ P$
68.  $(P \leftrightarrow \sim Q) \cdot \sim Q \circ P$
69.  $(P \leftrightarrow \sim Q) \cdot Q \circ \sim P$
70.  $(\sim P \leftrightarrow Q) \cdot Q \circ \sim P$
71.  $(P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow P) \circ (P \leftrightarrow Q)$
72.  $(\sim P \leftarrow Q) \cdot (Q \rightarrow \sim P) \circ (\sim P \leftrightarrow Q)$
73.  $(P \rightarrow \sim Q) \cdot (\sim Q \rightarrow P) \circ (P \leftrightarrow \sim Q)$
74.  $(\sim P \sim Q) \cdot Q \circ (P \vee R)$
75.  $(P \vee Q) \leftrightarrow (R \wedge S) \circ (S \vee T)$
76.  $(P \leftrightarrow \sim \sim Q) \cdot (\sim \sim P \wedge \sim Q) \circ (R \wedge P)$
77.  $(\sim P \leftrightarrow \sim Q) \cdot Q \circ (P \vee (Q \rightarrow R))$
78.  $(P \vee Q) \leftrightarrow (R \wedge S) \cdot P \circ (S \vee T)$
79.  $(P \vee Q) \leftrightarrow (R \wedge S) \cdot (\sim \sim P \wedge T) \circ ((S \vee T) \wedge (P \vee Q))$

80.  $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) . \sim R \circ \sim P$
81.  $(P \vee Q) \leftrightarrow (R \wedge S) . R . (S \wedge \sim P) \circ \sim \sim$   
 $((Q \vee R) \wedge \sim P)$
82.  $(P \rightarrow Q) . P \wedge (R \rightarrow \sim Q) . (\sim R \wedge Q) \leftrightarrow$   
 $(\sim P \vee S) \circ \sim \sim (S \vee T)$
83.  $(\sim P \wedge \sim Q) . (\sim Q \vee R) \leftrightarrow (S \vee P) \circ \sim \sim$   
 $((S \vee T) \wedge \sim Q)$
84.  $(\sim P \rightarrow \sim Q) . (\sim P \wedge Q) . (\sim Q \vee R) \leftrightarrow$   
 $(S \vee P) \circ \sim \sim ((S \vee T) \wedge \sim P)$
85.  $[\sim P \leftrightarrow Q . [ \sim P \wedge \sim Q ] . [R \vee S] \rightarrow T \circ T$
86.  $(\sim P \wedge Q) \leftrightarrow (R \wedge S) . \sim P . Q \circ \sim \sim [ [S$   
 $\vee T] \wedge Q ]$
87.  $[P \vee Q] \leftrightarrow [R \vee S] . [R \wedge \sim P] \circ \sim \sim [ [S \wedge$   
 $\sim R] \vee T ]$
88.  $[P \vee Q] \leftrightarrow [R \vee S] . [R \wedge \sim P] \circ [ [Q \vee R] \wedge P ]$
89.  $[P \leftrightarrow Q] . [ \sim \sim R \wedge \sim Q ] . [R \wedge \sim P] \rightarrow$   
 $[S \vee Q] \circ [S \vee T]$
90.  $[P \wedge \sim P] . [Q \vee R] \leftrightarrow [S \vee P] \circ [ [S \vee T] \wedge P ]$
91.  $[P \leftrightarrow Q] . [ \sim \sim P \wedge Q ] . [R \vee S] \rightarrow U \circ U$
92.  $[P \wedge Q] \leftrightarrow [R \vee S] . [R \wedge \sim T] \circ \sim \sim [ [ [P$   
 $\wedge Q] \vee R ] \wedge \sim T ]$
93.  $[P \vee Q] \rightarrow [R \wedge S] . [S \vee T] \rightarrow U \circ U$
94.  $[P \vee \sim Q] . Q \rightarrow [R \wedge \sim P] \circ [ \sim Q \vee \sim R ]$
95.  $[ \sim P \vee Q ] . \sim Q \rightarrow [ \sim R \wedge P ] \circ [Q \vee R]$
96.  $\sim R \rightarrow [Q \wedge \sim P] \circ [Q \vee R]$
97.  $R \rightarrow [Q \wedge P] \circ [Q \vee \sim R]$
98.  $[P \rightarrow Q] . [R \rightarrow S] . [ \sim Q \vee \sim S ] \circ (\sim P \vee \sim R)$

99.  $[P \rightarrow Q] \cdot [P \rightarrow \sim Q] \circ \sim P$
100.  $[P \rightarrow Q] \cdot [P \wedge \sim Q] \circ R$
101.  $[P \rightarrow Q] \cdot [Q \rightarrow R] \cdot [\sim R \wedge P] \circ S$
102.  $[P \rightarrow \sim Q] \cdot [\sim Q \rightarrow \sim R] \cdot [P \wedge R] \circ S$
103.  $[P \rightarrow Q] \cdot [Q \rightarrow R] \cdot [R \rightarrow \sim P] \circ \sim P$
104.  $[\sim P \rightarrow \sim Q] \cdot [Q \leftrightarrow R] \cdot [R \vee P] \circ P$
105.  $[P \rightarrow Q] \cdot [Q \rightarrow R] \cdot [R \rightarrow S] \cdot [P \wedge \sim S] \circ T$
106.  $[P \vee Q] \cdot [Q \rightarrow R] \cdot [R \rightarrow S] \cdot [\sim P \wedge \sim S] \circ T$
107.  $[\sim P \rightarrow Q] \cdot [Q \rightarrow R] \cdot \sim [S \rightarrow R] \circ P$
108.  $(P \vee Q) \cdot (Q \rightarrow R) \cdot ((P \rightarrow R) \rightarrow P) \circ P$
109.  $(P \rightarrow Q) \rightarrow R \cdot Q \circ R$
110.  $(P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow R) \cdot ((P \rightarrow R) \rightarrow S) \circ S$
111.  $(\sim P \wedge Q) \cdot ((R \rightarrow S) \rightarrow P) \circ \sim S$
112.  $(P \wedge Q) \cdot ((Q \rightarrow \sim R) \rightarrow \sim P) \circ R$
113.  $(P \rightarrow Q) \rightarrow R \cdot (\sim R \wedge Q) \circ S$
114.  $((P \rightarrow Q) \rightarrow R) \rightarrow S \cdot (\sim S \wedge R) \circ T$
115.  $(P \vee Q) \cdot (P \rightarrow R) \cdot (R \rightarrow S) \cdot (\sim Q \wedge \sim S) \circ T$
116.  $P \cdot P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow S) \cdot (\sim S \wedge R) \circ T$
117.  $(P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow R) \cdot (R \rightarrow S) \cdot (S \rightarrow T) \cdot$   
 $(P \wedge \sim T) \circ U$
118.  $(P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow R) \cdot (R \rightarrow S) \cdot (S \rightarrow U) \cdot$   
 $\sim (T \rightarrow U) \circ \sim P$
119.  $P \rightarrow (Q \rightarrow R) \cdot P \rightarrow (R \rightarrow S) \cdot (P \rightarrow S) \rightarrow \sim Q$   
 $\circ \sim Q$
120.  $P \wedge (Q \rightarrow R) \cdot ((P \rightarrow Q) \rightarrow R) \rightarrow S \circ S$

121.  $(P \wedge \sim Q) \leftrightarrow (R \vee S) \cdot (\sim \sim P \wedge \sim R) \cdot$   
 $(R \rightarrow \sim Q) \rightarrow \sim S \circ Q$
122.  $(P \wedge \sim Q) \leftrightarrow R \cdot (\sim \sim P \wedge \sim R) \circ Q$
123.  $(P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow R) \circ (P \rightarrow R)$
124.  $(\sim P \rightarrow \sim Q) \cdot (\sim Q \leftrightarrow \sim R) \circ (\sim P \rightarrow \sim R)$
125.  $(P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow R) \circ (\sim R \rightarrow \sim P)$
126.  $(\sim P \rightarrow \sim Q) \cdot (\sim Q \rightarrow \sim R) \circ (R \rightarrow P)$
127.  $(\sim P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow R) \circ (\sim R \rightarrow P)$
128.  $(\sim P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow R) \circ (\sim P \rightarrow R)$
129.  $(\sim P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow R) \circ (\sim R \rightarrow P)$
130.  $(P \rightarrow \sim Q) \cdot (\sim Q \rightarrow P) \circ (\sim P \rightarrow \sim P)$
131.  $(P \rightarrow Q) \cdot (R \rightarrow S) \circ (\sim S \rightarrow \sim P)$
132.  $(P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow R) \cdot (R \rightarrow S) \circ (\sim S \rightarrow \sim P)$
133.  $(P \vee Q) \cdot (Q \rightarrow R) \cdot (R \rightarrow S) \circ (\sim P \rightarrow S)$
134.  $(P \vee Q) \cdot (Q \rightarrow R) (\sim P \wedge S) \circ (S \rightarrow R)$
135.  $(P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow R) \circ (P \wedge S) \rightarrow R$
136.  $(P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow R) \cdot (R \rightarrow S) \cdot (S \rightarrow T) \circ (P \rightarrow T)$
137.  $P \rightarrow (Q \rightarrow R) \cdot P \rightarrow (R \rightarrow S) \circ P \rightarrow (Q \rightarrow S)$
138.  $P \rightarrow (Q \rightarrow R) \cdot P \rightarrow (R \rightarrow S) \cdot P \rightarrow (S \rightarrow T)$   
 $\circ P \rightarrow (Q \rightarrow T)$
139.  $P \rightarrow (\sim Q \wedge R) \cdot S \rightarrow (Q \wedge S) \circ P \rightarrow (S \rightarrow T)$
140.  $(P \vee Q) \cdot (Q \rightarrow R) \cdot (\sim R \wedge \sim P) \circ (S \rightarrow T)$
141.  $[P \rightarrow \sim Q] \circ P \rightarrow [Q \rightarrow [R \rightarrow S]]$
142.  $[P \wedge \sim S] \circ [P \rightarrow Q] \rightarrow [R \rightarrow [S \rightarrow [T \rightarrow U]]]$
143.  $[P \vee Q] \leftrightarrow [\sim P \wedge S] \cdot [S \wedge Q] \rightarrow R \circ [P \rightarrow T]$
144.  $[P \rightarrow Q] \cdot [Q \vee R] \leftrightarrow [S \wedge T] \circ [P \rightarrow T]$

145.  $[P \vee Q] \leftrightarrow [R \wedge S] . [S \vee T] \rightarrow U \circ [P \rightarrow U]$   
 146.  $\sim P \rightarrow [\sim Q \rightarrow \sim R] . R \circ [\sim Q \rightarrow P]$   
 147.  $[P \vee Q] \leftrightarrow [R \wedge S] . [\sim S \vee \sim Q] \circ [Q \rightarrow \sim P]$   
 148.  $[P \rightarrow Q] \rightarrow R \circ [\sim R \rightarrow \sim Q]$   
 149.  $[\sim P \rightarrow \sim Q] \rightarrow \sim R \circ [R \rightarrow Q]$   
 150.  $[P \rightarrow [Q \rightarrow R]] \rightarrow S \circ [\sim S \rightarrow \sim R]$   
 151.  $[P \vee Q] \leftrightarrow [R \wedge \sim S] \circ [R \rightarrow [S \rightarrow [T \rightarrow \sim P]]]$   
 152.  $(\sim P \rightarrow (\sim Q \rightarrow \sim R)) \rightarrow \sim S \circ (S \rightarrow R)$   
 153.  $P \rightarrow (Q \wedge \sim R) \circ (Q \rightarrow R) \rightarrow \sim P$   
 154.  $(P \vee Q) \leftrightarrow (R \wedge S) . (S \vee T) \rightarrow U \circ U$   
 155.  $(P \rightarrow Q) . Q \rightarrow (R \vee S) \circ (\sim R \wedge \sim S) \rightarrow (\sim P \wedge \sim Q)$   
 156.  $(Q \rightarrow P) . R \rightarrow (P \vee S) \circ (\sim P \wedge \sim S) \rightarrow (\sim R \wedge \sim Q)$   
 157.  $(P \rightarrow Q) . R \rightarrow (S \vee P) \circ (\sim Q \wedge \sim P) \rightarrow (\sim R \vee S)$   
 158.  $R \rightarrow (P \wedge Q) . Q \rightarrow (S \wedge R) \circ (S \wedge \sim P) \rightarrow (R \leftrightarrow Q)$   
 159.  $P \rightarrow (R \wedge Q) . Q \rightarrow (R \wedge S) \circ P \rightarrow (S \leftrightarrow Q)$

### துணைப்பெறுகை:-

வாதங்களின் முடிவைப் பெறமுயல்கையில் இப்பிரதான பெறுகைக்கு உதவியாக ஒரு துணைப்பெறுகையை அல்லது பல துணைப்பெறுகைகளை நிறைவேற்ற வேண்டி ஏற்படுவதுண்டு. பிரதான பெறுகையை முடித்தற்கு அனுசரணையாக அதனுள் இடம் பெறும் ஒரு பெறுகையே துணைப்பெறுகை எனப்படுவது.

(உ - ம்)  $P \rightarrow (Q \rightarrow R) . P \rightarrow (R \rightarrow S) \circ P \rightarrow (Q \rightarrow S)$   
 இவ்வாதத்தினை நிறுவ ஒரு நிபந்தனைப் பெறுகையை ஆரம்பிப்போம்.

|     |                                   |                |
|-----|-----------------------------------|----------------|
| 1.  | $P \rightarrow (Q \rightarrow S)$ | எனக்காட்டுக    |
| 2.  | P                                 | (நி. பெ. எ)    |
| 3.  | $(Q \rightarrow S)$               | எனக்காட்டுக    |
| 4.  | Q                                 | (நி. பெ. எ)    |
| 5.  | $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ | (எ. கூ 1)      |
| 6.  | $P \rightarrow (R \rightarrow S)$ | (எ. கூ 2)      |
| 7.  | P                                 | (2, மீ. வி)    |
| 8.  | $(Q \rightarrow R)$               | (5, 7 வி. வி)  |
| 9.  | $(R \rightarrow S)$               | (6, 7 வி. வி)  |
| 10. | R                                 | (4, 8 வி. வி)  |
| 11. | S                                 | (9, 10 வி. வி) |

தேற்றம் :-

பொதுவாக வாதம் எடுகூற்றுக்களையும் முடிவுக் கூற்றுக்களையும் கொண்டிருக்கும். தேற்றம் ஒன்றிற்கு எடுகூற்று இல்லை முடிவு மாதிரிமே உண்டு. ஒரு தேற்றம் அளவையியல் ரீதியாக வலிதானது. அதனாலேயே அது உண்மையான குறியீட்டு வாக்கியம் ஆகும். ஒரு வெறிய எடுகூற்று தொடரையுடைய ஒரு வாய்ப்பான வாதத்தின் முடிவே தேற்றம் எனப்படும்.

(உ.ம்) 1 :-  $P \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow Q)$

|    |                                                   |               |
|----|---------------------------------------------------|---------------|
| 1. | $P \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow Q)$ | எனக்காட்டுக   |
| 2. | P                                                 | (நி. பெ. எ)   |
| 3. | $(P \rightarrow Q) \rightarrow Q$                 | எனக்காட்டுக   |
| 4. | $(P \rightarrow Q)$                               | (நி. பெ. எ)   |
| 5. | P                                                 | (2, மீ. வி)   |
| 6. | Q                                                 | (4, 5 வி. வி) |

(உ - ம்) 2 :-  $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \sim (P \wedge \sim Q)$

1.  $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \sim (P \wedge \sim Q)$  எனக் காட்டுக

|     |                                                            |                               |
|-----|------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| 2.  | $(P \rightarrow Q) \rightarrow \sim (P \wedge \sim Q)$     | எனக் காட்டுக                  |
| 3.  | $(P \rightarrow Q)$                                        | (நி . பெ . எ)                 |
| 4.  | $\sim (P \wedge \sim Q)$                                   | எனக் காட்டுக                  |
| 5.  | $(P \wedge \sim Q)$                                        | (நே . பெ . எ)                 |
| 6.  | P                                                          | (5, எ, வி)                    |
| 7.  | $\sim Q$                                                   | (5, எ . வி)                   |
| 8.  | $(P \rightarrow Q)$                                        | (3, மீ . வி)                  |
| 9.  | $\sim P$                                                   | (7, 8 ம . ம)                  |
| 10. | $\sim (P \wedge \sim Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)$     | எனக் காட்டுக                  |
| 11. | $\sim (P \wedge \sim Q)$                                   | (நி . பெ . எ)                 |
| 12. | $(P \rightarrow Q)$                                        | எனக் காட்டுக                  |
| 13. | P                                                          | (நி . பெ . எ)                 |
| 14. | Q                                                          | எனக் காட்டுக                  |
| 15. | $\sim Q$                                                   | (நே . பெ . எ)                 |
| 16. | P                                                          | (13 மீ . வி)                  |
| 17. | $(P \wedge \sim Q)$                                        | (16, 15 இ . வி)               |
| 18. | $\sim (P \wedge \sim Q)$                                   | (11, மீ . வி)                 |
| 19. | $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \sim (P \wedge \sim Q)$ | (2, 10 நி . நி . இ . நி . வி) |

பின்வரும் தேற்றங்களை பெறுகை முறைமூலம் நிறுவுக?

1.  $\sim (P \rightarrow Q) \rightarrow P$
2.  $\sim (P \rightarrow Q) \rightarrow Q$
3.  $\sim P \rightarrow (P \rightarrow Q)$
4.  $(P \rightarrow P)$
5.  $(P \rightarrow \sim \sim P)$
6.  $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow (Q \rightarrow (P \rightarrow R))$
7.  $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow (P \rightarrow R)))$

- 8.  $[ [ P \rightarrow [ Q \rightarrow R ] ] \rightarrow S ] \rightarrow ( \sim S \rightarrow \sim R )$
- 9.  $[ [ P \wedge \sim Q ] \rightarrow [ \sim Q \rightarrow R ] \leftrightarrow [ P \rightarrow [ \sim Q \rightarrow R ] ]$
- 10.  $[ ( P \vee Q ) \rightarrow [ R \rightarrow S ] ] \rightarrow [ Q \rightarrow [ R \rightarrow [ P \rightarrow S ] ] ]$
- 11.  $[ ( P \wedge Q ) \rightarrow [ R \vee S ] ] \rightarrow [ P \rightarrow [ Q \rightarrow [ \sim R \rightarrow S ] ] ]$
- 12.  $[ P \rightarrow [ Q \rightarrow R ] ] \leftrightarrow [ Q \rightarrow ( P \rightarrow R ) ]$
- 13.  $[ P \rightarrow [ Q \rightarrow [ R \rightarrow S ] ] \leftrightarrow [ R \rightarrow [ P \rightarrow [ Q \rightarrow S ] ] ]$
- 14.  $[ \sim P \rightarrow [ Q \rightarrow ( R \vee P ) ] ] \leftrightarrow [ Q \rightarrow ( \sim P \rightarrow R ) ]$
- 15.  $[ P \rightarrow Q ] \rightarrow [ Q \rightarrow R ] \rightarrow [ P \rightarrow R ]$

பெறுகைமுறை பயிற்சி தொடர்ச்சி

- 160  $( P \rightarrow Q ) . ( R \rightarrow Q ) . ( P \vee R ) \circ ( Q \vee S )$
- 161  $( \sim P \rightarrow \sim Q ) . ( \sim R \rightarrow \sim S ) . ( Q \vee S ) \circ ( P \vee R )$
- 162  $P \rightarrow ( Q \rightarrow R ) . \sim R \circ ( \sim P \vee \sim Q )$
- 163  $( \sim P \vee Q ) \rightarrow R \circ ( R \vee P )$
- 164  $\sim ( P \wedge Q ) \circ ( \sim P \vee \sim Q )$
- 165  $\sim ( P \vee Q ) \circ ( \sim P \wedge \sim Q )$
- 166  $( P \vee Q ) . ( P \rightarrow R ) . ( Q \rightarrow S ) \circ ( S \vee R )$
- 167  $\sim P \rightarrow ( \sim Q \rightarrow P ) . ( R \wedge \sim Q ) \circ ( P \vee R )$
- 168  $P \rightarrow ( Q \wedge R ) . ( R \rightarrow S ) . ( P \vee R ) \circ ( S \vee Q )$
- 169  $( P \rightarrow Q ) \circ ( Q \vee \sim P )$
- 170  $( P \rightarrow Q ] \rightarrow ( R \rightarrow S ] . \sim ( \sim Q \vee S ) \circ \sim ( P \wedge R )$
- 171  $\sim ( P \wedge Q ) . Q \circ \sim P$
- 172  $( P \rightarrow Q ] . ( Q \rightarrow R ) \circ ( ( P \rightarrow R ] \vee S )$
- 173  $\sim ( P \vee Q ) . ( R \rightarrow Q ) \circ ( \sim R \wedge \sim P )$
- 174  $( P \rightarrow Q ) . ( R \rightarrow Q ) . \sim Q \circ \sim ( P \vee Q )$
- 175  $P \rightarrow ( Q \rightarrow R ) \circ \sim R \rightarrow ( \sim P \vee \sim Q )$
- 176  $( \sim P \rightarrow Q ) \rightarrow ( \sim R \rightarrow S ) \circ ( \sim S \wedge \sim Q ) \rightarrow ( \sim R \rightarrow \sim P )$
- 177  $( P \rightarrow Q ) \rightarrow ( R \rightarrow S ) \circ ( P \wedge R ) \rightarrow ( Q \rightarrow S )$
- 178  $( P \rightarrow Q ) \rightarrow ( R \rightarrow S ) \circ ( R \wedge P ) \rightarrow ( \sim Q \vee S )$
- 179  $( \sim P \rightarrow Q ) \rightarrow ( \sim R \rightarrow S ] \circ ( \sim Q \wedge \sim S ) \rightarrow ( P \rightarrow R )$
- 180  $( \sim P \rightarrow \sim Q ) \rightarrow ( R \rightarrow S ) \circ ( \sim P \wedge R ] \rightarrow ( \sim Q \rightarrow S )$
- 181  $( P \rightarrow Q ) \rightarrow R . Q \circ ( R \wedge Q )$
- 182  $( P \rightarrow Q ) \rightarrow R \circ ( Q \rightarrow R ]$
- 183  $\sim ( \sim P \rightarrow Q ) . Q \circ R$
- 184  $( P \vee Q ) \leftrightarrow ( R \vee S ] . \sim \sim ( \sim S \wedge P ) . ( U \rightarrow \sim R ) \circ ( ( \sim U \wedge P ) \wedge ( R \leftrightarrow P ) )$

## பொதுவான வினாக்கள்

1. உப்பு களவெடுத்தவர் என அலவாங்கு, தேவாங்கு, பல்லாங்கு எனும் மூவர் சந்தேகிக்கப்பட்டனர். குற்ற புலனாய்வுத்துறை அதிகாரி ஒவ்வொருவரையும் விசாரித்த போது அவர்கள் பின்வரும் விடைகளை வழங்கினர்.  
அலவாங்கு : ஐ யா, தேவாங்கு குற்றவாளி பல்லாங்கு களவெடுக்கவில்லை.

தேவாங்கு : அலவாங்கு குற்றவாளி எனின் பல்லாங்கும் அவ்விதமே

பல்லாங்கு : நான் களவெடுக்கவில்லை ஆனால் ஏனையோருள் ஒருவராவது களவெடுத்துள்ளார்.

ஒருவர் களவெடுத்தால் அவர் குற்றவாளி என்பதை எடு கோளாகக் கொண்டு பொருத்தமான சுருக்கத்திட்டத் தைப் பயன்படுத்தி ஒவ்வொருவரினதும் விடைகளையும் குறியீடாக்குக.

உண்மைப் பெறுமானங்களைப் பயன்படுத்தி கீழ்வரும் வினாக்களுக்கு விடை தருக?

[அ] மூன்று விடைகளுமே பொய்யாதல் சாத்தியமா?

[ஆ] மூன்று விடைகளுமே உண்மையாதல் சாத்தியமா?

[இ] அலவாங்கு, தேவாங்கு இருவரினதும் விடைகள் பொய்யாவதற்கு சாத்தியமுண்டா?

[ஈ] தேவாங்கு, பல்லாங்கு இருவரினதும் விடைகள் பொய்யாவதற்கு சாத்தியமுண்டா?

[உ] ஒரு சந்தேக நபரின் விடை இன்னொருவருடையதில் இருந்து பெறப்படுகிறது. யாருடையது யாருடையதிலிருந்து?

[ஊ] அனைவரது விடைகளுமே உண்மையெனக் கொண்டால் யார் களவெடுக்கவில்லை? யார் குற்றவாளி?

[எ] ஒருவரும் களவெடுக்கவில்லை எனக் கொண்டால் யார் கூறுவது பொய்?

ஏ) களவெடுக்காதவர் உண்மை கூறுகிறார் குற்றவாளி பொய் கூறுகிறார் எனின் களவெடுக்காதவர்தான்? குற்றவாளியார்?



தேசிய நூலகப் பிரிவு  
மாநகர நூலக சேவை  
யாழ்ப்பாணம்.

பிழைதிருத்தம்

| பக்கம் | வரி | பிழை                                                           | திருத்தம்                                                  |
|--------|-----|----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| 04     | 16  | அன்றேல் ஒன்றில்                                                | அன்றேல், ஒன்றில்                                           |
| 04     | 23  | ஆனாலும்                                                        | ஆனால், யும்                                                |
| 04     | 27  | பொய்பிழை                                                       | பொய், பிழை                                                 |
| 05     | 25  | ஃ [ [ P → Q ] → T ]                                            | ஃ [ ( P → Q ) → ~ T ]                                      |
| 06     | 15  | ஆகும். ஆனால்<br>வாய்க்காரி                                     | ஆகும் ஆனால் வாய்க்காரி                                     |
| 06     | 29  | [ P → [ Q V R ]<br>V S ] ]                                     | [ P → [ Q V R V S ] ]                                      |
| 13     | 02  | எனின்                                                          | எனின்                                                      |
| 44     | 14  | அவன்பட்டதாரியா<br>வான். ஆயினும்<br>பல்கலைக்கழகம் புகு<br>வான். | அவன் பட்டதாரி<br>யாவான் ஆயினும் பல<br>கலைக்கழகம் புகுவான். |

● 55ம் பக்கம் 93ம் வினாவில் P என்ற எடுகூற்றை சேர்க்கவும்.

குறிப்பு : மேலே உள்ள 6ம் பக்க 15ம் வரி ; 44ம் பக்க 14ம் வரி முற்றுப்புள்ளி (.) இருப்பதே பிழை ஆகும். முற்றும் புள்ளியை நீக்கி வாதத்தை நோக்கவும்.

● 5ம் பக்கம் தொடக்கம் 6ம் பக்கவரை அடைப்புக்குறி செய்கையில் எடுகூற்றையும் முடிவையும் வேறுபடுத்த இன்னுமோர் அடைப்புக்குறி போடவும்.

1960C







# New Science Academy

Jaffna.

## G.C.E. A/L

பகல் நேர வகுப்புக்களும், சனி, ஞாயிறு வகுப்புக்களும் நடைபெறுகின்றன

பௌதீகவியல்

மணியம்  
சோதிவிங்கம்

இரசாயனவியல்

சண்முக -  
சுந்தரம்

தாவரவியல்

குணசீலன்  
ஐங்கரநேசன்

விலங்கியல்

தம்பிராஜா  
பரந்தாமன்

தாய, பிரயோக கணிதம்

வெக்டர் வேலாயுதபிள்ளை  
பிரேம்நாத்