

புய்யியல் புள்ளியியல்

தமிழ்நாடு தாழ்வுத் திட்டம்
முதல் பருவம், கல்வியியல்
நிபந்தனை / 1986-87



க.குணராசா

புவியியல் புள்ளிவிபரவியல்

ஆக்தியோன்:

க. குணராசா B. A. Hons. (Cey.), M. A., S. L. A. S.
பிரதேசச் செயலாளர், யாழ்ப்பாணம்.

(முன்னாள்:

- o புவியியல் உதவி விரிவுரையாளர், இலங்கைப் பல்கலைக் கழகம்,
போர்தனை - கொழும்பு.
- o புவியியல் ஆசிரியர், கொக்குவில் இந்துக் கல்லூரி.
- o பகுதிநேர விரிவுரையாளர், தொழில் நுட்பக் கல்லூரி, யாழ்ப்பாணம்.
- o அதிபர் போர்தனாசிரியர், ஆசிரிய கலாசாலை, கொழும்புத்தறை.
- o ஆலோசக ஆசிரியர், 'புவியியல்'
- o காரியாதிகாரி, கண்ணியர்; உதவி அரசாங்க அதிபர், தனுக்காய்.
- o உதவி அரசாங்க அதிபர், (தலைமைப்பீடம்) கிளிநொச்சி.
- o மேலதிக அரசாங்க அதிபர், (காணி) கிளிநொச்சி.

ஸ்ரீ லங்கா புத்தகசாலை,
காங்கேசன்துறை வீதி,
யாழ்ப்பாணம்.

விலை:

40 00

முன்னுரை

அடிப்படைப் புள்ளிவிபரவியலின் எண்ணக் கருக்களை, புவியியல் புள்ளிவிபரவியல் என்ற இச் சிறு நூல் விளக்குகின்றது. ஒழுங்கற்ற தரவுகளை ஒழுங்கு படுத்தி, அவற்றை ஏற்ற வரைப்படங்களாக வரைந்து, அவற்றிலிருந்து ஏற்ற முடிவுகளைக் காண்பதற்குரிய செய்முறை களை இலகுவாக இந்நூல் விபரிக்கின்றது என நம்புகின்றேன்.

புவியியல் புள்ளிவிபரவியலில், வரைப் படங் கள் பிரதானமானவை; தரவுகளிலிருந்து முடிவு களைக் கணித முறை மூலம் பெற முடியும் என் றாலும், படவேலையின் ஓர்மசமாகக் கருதப்படும் புவியியல் புள்ளிவிபரவியலில் இறுதி முடிவுகள் வரைப்படங்களிலிருந்து பெறுவது செய்முறைக் கல்வியின் முக்கிய அம்சம். அதனால், இந்நூல் அந்த அம்சத்திற்கு முதன்மை கொடுத்து ஆக்கப் பட்டுள்ளது.

உயர்கல்வி கற்கும் மாணவர்களுக்கு இந்த நூல் பேருதவியாக அமையும்; முதலாம் பதிப்பில் சேர்க்கப்படாத சில விபரங்கள், அறிஞர்தம் ஆலோசனைப்படி, இந்த இரண்டாம் பதிப்பில் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன.

நன்றி

‘கமலம்’

82, பிறவுண் வீதி,
யாழ்ப்பாணம்.

க: குணராசா

- முதலாம் பதிப்பு: ஒகஸ்ட் 1980
- இரண்டாம் பதிப்பு: ஒகஸ்ட் 1986
- மூன்றாம் பதிப்பு: ஒகஸ்ட் 1992
(திருத்திய பதிப்பு)
- (C) V. Mahalingam, 1st Lane, Brown Road, JAFFNA.
- அச்சப்பதிவு: ஸ்ரீ காந்தா அச்சகம், யாழ்ப்பாணம்.

விற்பனையாளர்:

ஸ்ரீ லங்கா புத்தகசாலை,
234, காங்கேசன்துறை வீதி,
யாழ்ப்பாணம்.

மேற்கோள் நூல்கள் BIBLIOGRAPHY

1. R. Goodman. 'Teach Yourself Statistics'
English University Press - 1969.
2. Brookes and Dick, 'Introduction to Statistical
Method'
Heinemann, 1969.
3. W. M. Harper, 'Statistics'
M. & E. Handbooks-Third Edition-1979,
4. F. C. Mills 'Statistical Methods'
'புள்ளியியல் முறைகள் - I'
தமிழ் வெளியீட்டுக் கழகம்,
தமிழ்நாடு - 1964.
5. சு. வைத்தியநாதன் 'புள்ளியியல் - அறிமுகம்' -
தமிழ் வெளியீட்டுக் கழகம்,
தமிழ்நாடு - 1964.
6. பா. பத்மநாதன் 'புள்ளிவிபரவியல்' -
சைவப்பிரகாச அச்சியந்திரசாலை,
யாழ்ப்பாணம் - 1977.
7. ச. முத்துலிங்கம் 'கல்விப் புள்ளிவிபரவியல்' - I
கோஞ்சலி, நல்லூர் - 1974.
8. R. C. D. அலன் 'பொருளாதாரப் புள்ளிவிபரவியல்'
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்,
இலங்கை - 1967.
9. க. குணராசா 'படவரைகலையில் வரைபடங்கள்'
'அன்பு வெளியீடு' யாழ்ப்பாணம்-1965.

அடிப்படைப் புள்ளிவிபரவியல்

எண்களாகப் பெறப்பட்ட தரவுகளை ஒழுங்குபடுத்தி, ஆராய்ந்து, முடிவுகளைப் பெற்று, ஒரு நாட்டின் பல் துறை சார்ந்த அபிவிருத்திகளுக்குப் பயன்படுத்த உதவும் அறிவியல் துறையாகப் புள்ளி விபரவியல் (Statistics) விளங்குகிறது. புள்ளி விபரவியலில் தரவுகளே (Data) முதன்மையானவை; நவீன பொருளாதார அமைப்பில், தரவுகளின் எண்ணிக்கை அதிகரித்துக் கொண்டே செல்கின்றது. அதனால், அத் தரவுகளை ஒழுங்கு படுத்தி, ஆராய்ந்து, பொருத்தமான முடிவுகளை எடுக்கவேண்டியது அவசியமாகிறது. ஒரு நாடானது தனது இன்றைய நிலையைப் புரிந்துகொண்டு, எதிர்கால விருத்திக்குத் திட்டமிடுவதற்குப் புள்ளிவிபரவியலாய்வுகள் அத்தியாவசிய தேவையாகும்.

இந்த நூலில் நாம் நமக்குத் தேவையான பின்வரும் மூன்று புள்ளிவிபர வியல் நுட்பங்களைக் கற்போம்.

1. புள்ளிவிபரத் தரவுகளை ஒழுங்குபடுத்தல்.
2. ஒழுங்குபடுத்திய தரவுகளை வரைப்படங்களில் அமைத்தல்.
3. அவற்றிலிருந்து பொருத்தமான முடிவுகளைப் பெறுதல்.

அத்தியாயம்: ஒன்று

படம்: இழைவரையம்

முடிவு: வகைவகுப்பு (ஆகாரம்)

புவியியற் புள்ளி விபரவியலில் இழைவரையம் என்றொரு வரைப்படமுள்ளது; அதிலிருந்து வகை வகுப்பு (ஆகாரம்) என்றொரு முடிவினைப் பெறமுடியும். முதலில் இழை வரையம் எவ்வாறு வரைவதெனவும், அவ்வரையத்திலிருந்து வகைவகுப்பு (ஆகாரம்) என்ற முடிவினை எவ்வாறு பெறுவதெனவும் நோக்குவோம்.

1. 1. தரவுகளை ஒழுங்கு படுத்தல்

புள்ளி விபரத் தரவுகளை ஒழுங்குபடுத்திச் சீர் செய்வதை மீடிற்ன் பரம்பல்கள் (மீள்திறன் பரம்பல்கள்) (Frequency Distributions) என்பர். ஒழுங்குபடுத்தப்படாத புள்ளிவிபரத் தரவுகளை வகுப்புகளாக வகுத்து ஒழுங்கு படுத்துவதையே மீடிற்ன் பரம்பல்கள் குறிக்கும்.

40 — 45 கீழ் வகுப்பாயிடை என்பது, 40 இலிருந்து 44.999 — வரையிலான எண் பெறுமதியை அடக்கும். 45 — என்பது அடுத்த வகுப்பில் அடங்கும்.

(இ) வரவுக்குறி (படலை); வரவுக்குறி என்பது ஒவ்வொரு வகுப்பாயிடையிலும் எத்தனை இலக்கம் உண்டு என்பதன் எண்ணிக்கையை, பாடசாலை வரவு இடாப்பில் குறிப்பது போல '1' என குறிப்பதாகும். நான்கு வரவுக்குறி இட்டதும், ஐந்தாவது வரவுக்குறியை 'படலை' போல மூலைவிட்டமாக இடல் வேண்டும், ஒரு படலை ஐந்து வரவைக் குறிக்கும்.

(ஈ) மீடிறன் (அலைவெண்): ஒவ்வொரு வகுப்பிலுள்ள எண்ணிக்கையை "மீடிறன்" (அலைவெண்) குறிக்கும். எனவே, அட்டவணை - 1 உக்கு நாம் தயாரிக்கும் குறிப்புத்தான் பின்வருமாறு அமையும்:

குறிப்புத்தான்

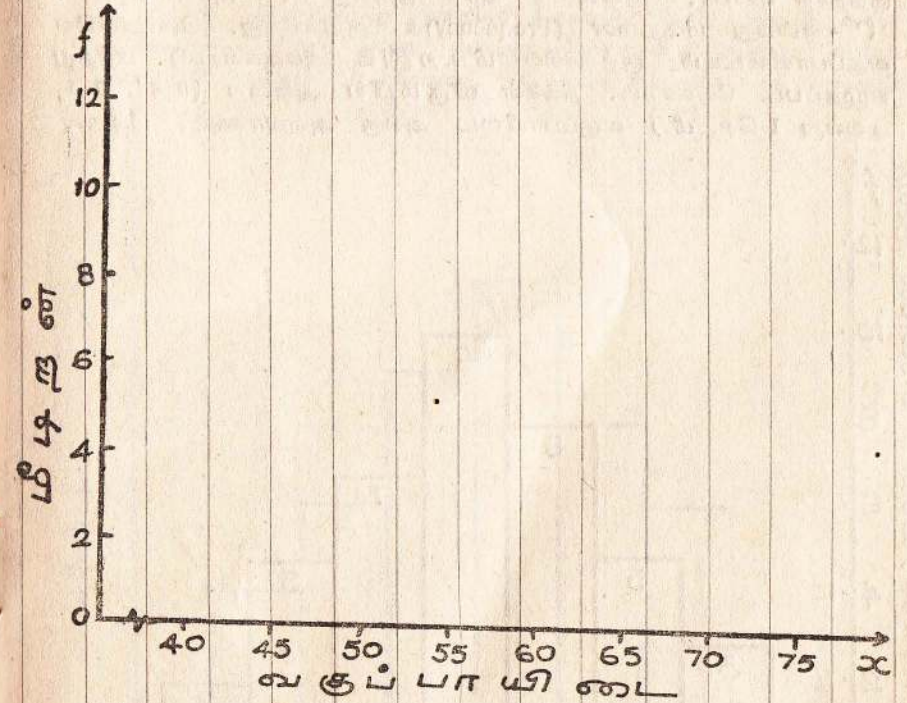
வகுப்பாயிடை	வரவுக் குறிகள் (படலை)	மீடிறன் f
40 — 45 கீழ்		3
45 — 50 „		5
50 — 55 „		8
55 — 60 „		10
60 — 65 „		7
65 — 70 „		5
70 — 75 „		2
		40

அட்டவணை: 2

இப்போது புள்ளிவிபரத் தரவுகளை நாங்கள் ஒழுங்குபடுத்தி யுள்ளோம்.

1.2. ஒழுங்குபடுத்திய தரவுகளை இழைவரையத்தில் அமைத்தல்

ஒழுங்கு படுத்திய புள்ளிவிபரத் தரவுகளை வரைப்படங்களில் அமைத்தல், புள்ளிவிபரவியலின் அடுத்த படியாகும். வகுக்கப்பட்ட மீடிறன் பரவல்களை இழைவரையம் (Histogram) என்று வழங்கப்படும் வரைப்படத்தில் எவ்வாறு அமைக்கலாம் என நோக்குவோம். செவ்வக பார்க்களை, வகுப்பாயிடைகளின் மேல், ஒன்றுக்கொன்று அருகில் பொருந்தியிருக்குமாறும், அவற்றின் உயரங்கள் மீடிறன்களுக்குத் தகுந்தவாறும் வரையப்படும் வரைப்படம் இழைவரையம் ஆகும். வகுப்பாயிடை கிடையச்சிலும் (Horizontal Axis) மீடிறன்குத்தச்சிலும் (Vertical Axis) காட்டப்பட்டிருக்கும்.



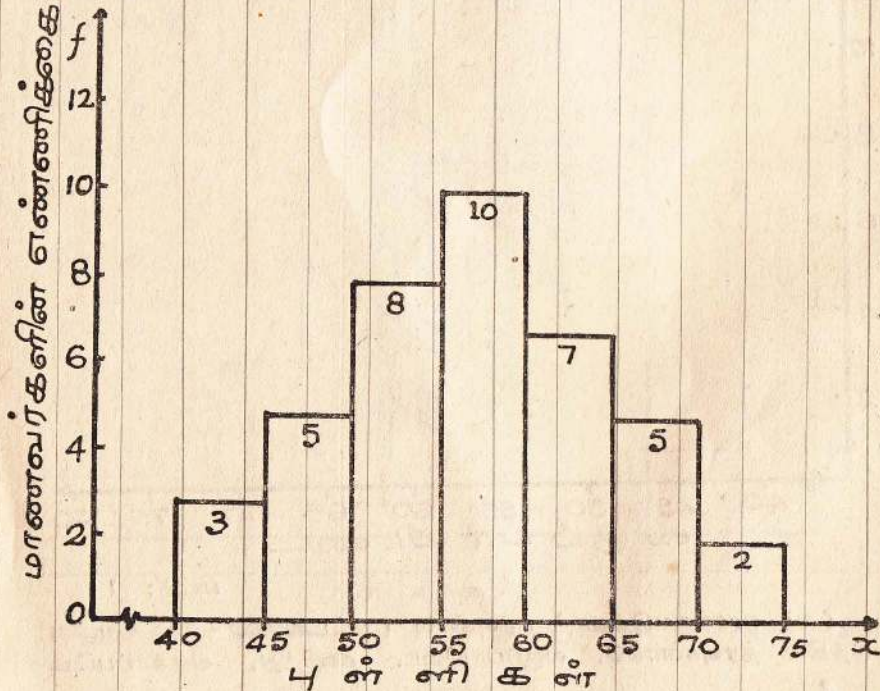
படம்: 1

(அ) ஒழுங்குபடுத்தாத தரவுகளை (அட்டவணை - 1), ஒழுங்குபடுத்திய தரவுகளாக்கி, வகுப்பாயிடை கணித்து, வகுக்கப்பட்ட

மீடறன் பரம்பலைக் குறிப்புத்தாளில் தயாரித்துக்கொள்ள வேண்டும். அதன் பின்பே இழை வரையத்தை வரைய முடியும். அட்டவணை-1 உரிய வகுக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பலை எடுத்துக் கொள்வோம்.

(அட்டவணை: 2)

(ஆ) கோட்டு வரைப் படம் வரைவீர்கள் அல்லவா? கிடை யளவில் கால ஒழுங்கும், குத்தாளில் அளவுத்திட்டமும் இட்டு வரைந் துள்ளீர்கள். அதேபோல, இழை வரையம் வரைவதற்கு, ஒரு தளத் தில் இரு செங்குத்தான நேர்கோடுகளை வரைக: அவை: ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கவேண்டும். இந்த நேர்கோடுகளில் மேற்குக் கிழக்காக வரையப்பட்ட நேர்கோட்டை கிடையச்சு என்பர். இதனை 'x' அச்சு என்பர். வடக்குத் தெற்காக அமைந்த நேர்கோட்டை குத்தச்சு என்பர். இதனை 'y' அச்சு அல்லது 'f' அச்சு என்பர். 'f' - என்பது மீடறனை (Frequency)க் குறிக்கிறது. கிடையச்சில் வகுப்பாயிடையும், குத்தச்சில் மீடறனும் அலகுகளாகப் பிரித்து எழுதப்பட வேண்டும். நீங்கள் விரும்பிய ஆளவை (0.4", 0.5" ஆல்வது 1 செ. மீ.) வகுப்பாயிடை அலகு அளவாகவும், மீடறன்



படம்: 2

அலகு அளவாகவும் எடுத்துக் கொள்ளலாம். ஆனால், அலகுகளின் இடைவெளி யாவும் ஒத்த அளவாக அமைதல் வேண்டும். (படம்-1)

(இ) படம் - 1இல் காட்டியவாறு, கிடையளவும், குத்தளவும் கணித்துக்கொண்ட பின்னர், மீடறன்களை நிரல்களாக வரைந்து கொள்ளவும். (படம்: 2)

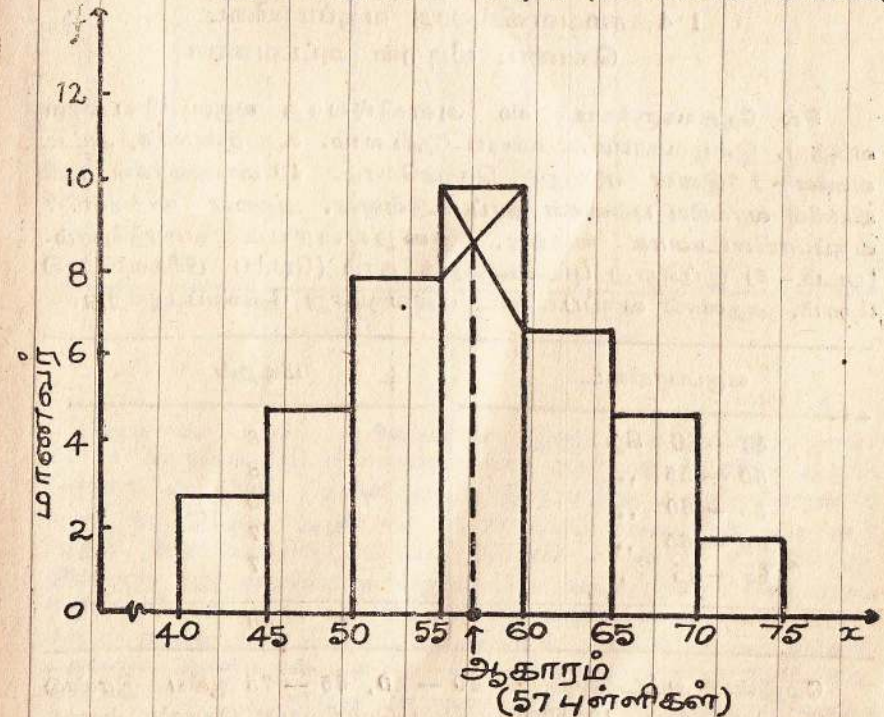
இழைவரையம்

(ஈ) அட்டவணை - 2 - ஐ இழை வரையமாக வரைவோம், வகுக்கப்பட்ட மீடறன் பரவல் வருமாறு: (படம்: 3)

1.3. வரையத்திலிருந்து முடிவைப்

பெறுதல் - வகைவகுப்பு (ஆகாரம்)

புள்ளி விபரத்தரவு ஒன்றின் (எண்தொகுதி) இடம் காணல் அளவையில் ஒன்று வகை வகுப்பு (ஆகாரம்) ஆகும். வகுப்பா யிடையில் எந்தப் பெறுமானம் கூடிய தடவைகள் காணப்படு



படம்: 3

கின்றதோ அதுவே வகைவகுப்பு (Model class) ஆகும்; அப்பெரும் பான்மையின் சராசரியே ஆகாரமாகும். (Mode).

நாம் வரைந்த இழைவரையத்திலிருந்து (படம்: 2) வகை வகுப்பு (ஆகாரம்) எவ்வாறு காண்பது எனப் பார்ப்போம்.

(அ) இழை வரையத்திலுள்ள அதி உயர்ந்த நிரலே வகை வகுப்பாகும். அதி உயர்ந்த நிரலிற்கு இருபக்கங்களிலுமுள்ள நிரல்களின் மேல்மட்டங்களிலிருந்து, அதி உயர்ந்த நிரலிற்கு மூலை விட்டங்களைக் கீறிக், இவை சந்திக்கின்ற புள்ளியிலிருந்து, X அச்சிற்கு வரையப்படுகின்ற செங்குத்துக் கோட்டின் தொடு பெறுமதியே ஆகாரமாகும்.

(ஆ) இதில் வகைவகுப்பு = 55-60. வரைந்த இழைவரையத்திலிருந்து கணிக்கப்பட்ட ஆகாரப் பெறுமதி 57 ஆகும். எனவே ஆகாரமென்பது பெரும்பான்மைச் சராசரி ஆகும்.

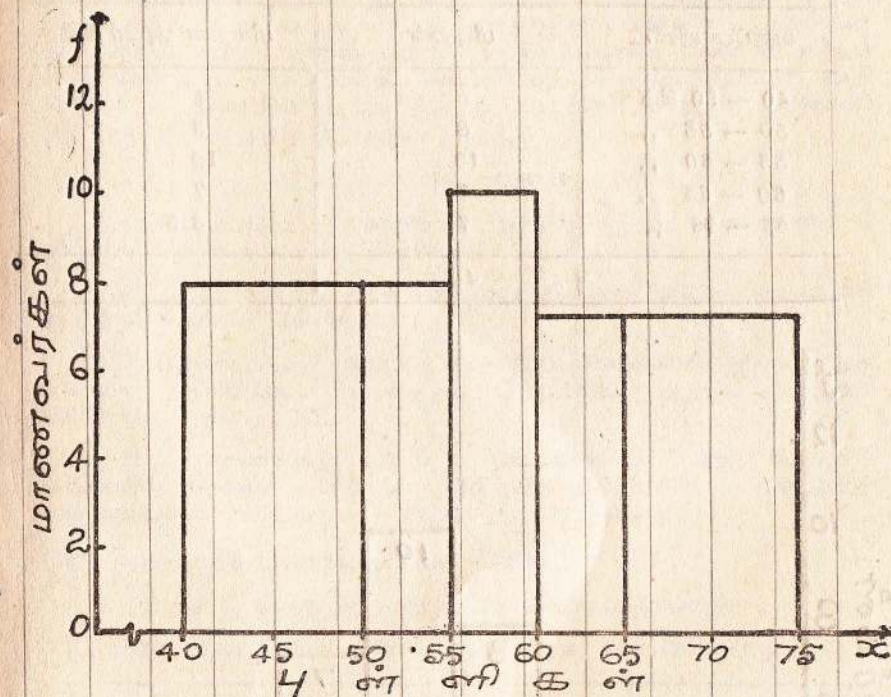
1.4. சமவளவில்லாத வகுப்பாயிடை கொண்ட மீடிற்ன் அட்டவணை

சில தேவைகளுக்காகச் சம அளவில்லாத வகுப்பாயிடைகளை வகுத்து, இழைவரையமாக வரைய நேரிடலாம். உதாரணமாக, அட்டவணை - 1 இனை எடுத்துக் கொள்வோம். 40 மாணவர்கள் புவியியலில் வாங்கிய புள்ளிகள் தரப்பட்டுள்ளன. அதனை நாங்கள் 7 வகுப்பாயிடைகளாக வகுத்து, இழைவரையம் வரைந்தோம். (படம் - 2) இப்போது புள்ளிகளுக்குத் தரம் (Grade) பிரிக்கப்போகிறோம். அதனால் வகுப்பாயிடை பின்வருமாறு தேவைப்படுகிறது.

வகுப்பாயிடை	மீடிற்ன்
40 - 50 கீழ்	8
50 - 55 „	8
55 - 60 „	10
60 - 65 „	7
65 - 75 „	7
	40

மேலுள்ள அட்டவணையில் 40 - 50, 65 - 75 ஆகிய இரண்டு வகுப்பாயிடைகளும் 10 இலக்க இடைவெளியைக் கொண்டுள்ளன.

ஏனையன 5 இலக்க இடைவெளியைக் கொண்டுள்ளன. எனவே, இது தேவைக்காக வகுக்கப்பட்ட சம அளவில்லாத வகுப்பாயிடைகளாகும். இதனை இழை வரையமாக வரையும்போது சிலவேளைகளில் படம் - 4 போன்று கீறிக்கொள்வீர்கள்.

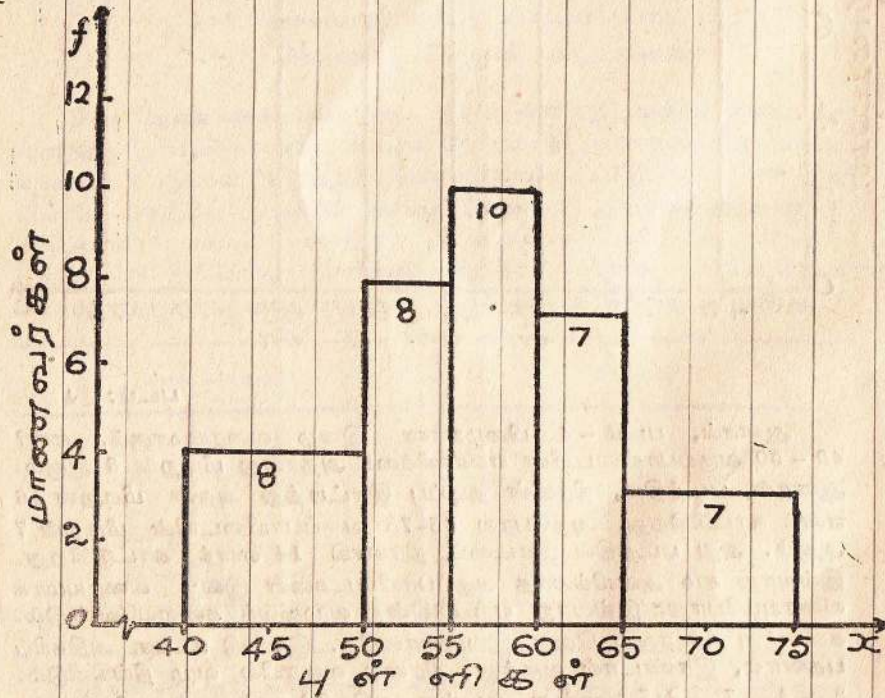


படம்: 4

ஆனால், படம் - 4 பிழையான இழை வரையமாகும். ஏன்? 40 - 50 வகுப்பாயிடையின் எண்ணிக்கை அதாவது மீடிற்ன் 8 ஆகும். ஆனால், படத்தில், நிரலின் தடிப்பு இரட்டித்து அதன் மீடிற்ன் 16 எனக் காட்டுகிறது. அதுபோல 65-75 வகுப்பாயிடையின் மீடிற்ன் 7 ஆகும். அது படத்தில் இரட்டை நிரலாகி 14 எனக் காட்டுகிறது. இவ்வாறு சம அளவில்லாத வகுப்பாயிடைகளை இழை வரையமாக வரையும்போது, இவ்வாறு ஏற்படுகின்ற வழுவைக் களையவேண்டும். களைந்து வரைவது வெகு இலகுவானதே. இரண்டு மடங்கு அதிகரிப்பதனால், இரண்டால் வகுத்து, நிரலை வரையில் வழு நீங்கிவிடும். $\frac{8}{2} = 4$. $\frac{7}{2} = 3.5$, மூன்று மடங்கு அதிகரித்தால் மூன்றால் வகுக்க வேண்டும்.

சம அளவில்லாத வகுப்பாயிடைகளால் உருவாகும், இழை வரைய வழுவை நீக்குவதற்குப் புள்ளிவிபரவியலில், 'மீடறன் அடர்த்தி' (Frequency Density) என்ற அளவு பயன்படுகிறது. சம அளவில்லாத வகுப்பாயிடை அமையும்போது, குறிப்புத்தாளைப் பின்வருமாறு அமைத்துக்கொள்ள வேண்டும்.

வகுப்பாயிடை	மீடறன்	மீடறன் அடர்த்தி
40 — 50 கீழ்	8	4
50 — 55 „	8	8
55 — 60 „	10	10
60 — 65 „	7	7
65 — 75 „	7	3.5
	40	



படம்: 5

மீடறன் அடர்த்தியைக் கொண்டு இழைவரையத்தை வரைந்து கொள்ளில், சரியான இழைவரையம் அமையும். படம்-5 சரியான இழைவரையமாகும். படம்-4ஐயும், படம்-5ஐயும் ஒப்பிட்டு நோக்குக.

1.5. மீடறன் பல்கோணி

இழை வரையம் என்பது 'படி படி'யாக அமைந்த நிரல் வரைப் படமாகும். 'படி படி'யாக அமைப்பதற்குப் பதிலாக முறிகோ டொன்றின் மூலம், இணைத்து ஏற்ற இறக்கமாகக் கோட்டு வரைப் படம் போன்று காட்டலாம். காட்டுகின்ற கோடு 'தொடர் முறி கோடாக' அமையில், அந்த வரைப் படத்தை மீடறன் பல்கோணி (Frequency polygons) என்பர்.

வரையும் முறை

(அ) தரப்பட்ட புள்ளிவிபரத் தரவை இழை வரையமாக, முதலில் வரைந்துகொள்ள வேண்டும்.

(ஆ) இழைவரைய நிரல் ஒவ்வொன்றினதும், நடுப் புள்ளிகளைக் குறித்துக்கொள்ள வேண்டும்.

(இ) தொடர்முறி கோட்டால் அப்புள்ளிகளை இணைத்துக் கொள்ள வேண்டும். இணைத்துக் கொள்ளில் அதுவே 'மீடறன் பல்கோணி' எனப்படும்.

ஒர் உதாரணத்தை எடுத்துக் கொள்வோம். ஒரு தொழிற் சாலையில் வேலை செய்யும் 120 தொழிலாளரின் வாராந்திரச் சம்பளவிபரம் அட்டவணை - 3இல் தரப்பட்டுள்ளது.

(அ) ஒழுங்குபடுத்தாத் தரவு — (Raw Data)

ஒரு தொழிற்சாலையில் வேலைசெய்யும்
120 தொழிலாளரின் வாராந்திரச் சம்பள விபரம்

203	228	240	252	265	283	207	230	241	253
266	285	286	268	253	242	230	207	208	230
242	253	268	288	289	269	254	243	231	210
212	232	244	255	270	290	293	271	255	244
232	213	213	233	245	256	271	294	295	272
257	246	233	215	216	234	247	257	273	297
298	274	258	247	235	218	219	235	247	259
274	298	300	275	259	248	236	220	221	236
249	260	276	302	302	277	260	250	236	221
223	238	250	262	278	305	308	279	262	251
238	224	224	238	251	262	281	309	311	282
263	251	239	225	226	240	252	264	282	315

அட்டவணை:

வகுக்கப்பட்ட மீடறன் பரவல்; (Grouped Frequency Distribution)

குறிப்புத்தாள்

வகுப்பாயிடை	வரவுக்குறி (படலை)	மீடறன்
200 — 220 கீழ்		12
220 — 240 „		27
240 — 260 „		34
260 — 280 „		24
280 — 300 „		15
300 — 320 „		8
		120

அட்டவணை: 4

வகுப்பாயிடை:

கூடிய பெறுமதி	= 315
குறைந்த பெறுமதி	= 203
ஃ வீச்சு	= 112

6 வகுப்புக்களாக வகுப்பதெனக் கொண்டால், $\frac{112}{6} = 18.7$

எனவே, கிட்டிய கூடிய நிறைவெண் = 20. அதையேவ குப்பாயிடையாகக் கொள்ளலாம்.

200 — 220 கீழ்
220 — 240 „
240 — 260 „
260 — 280 „
280 — 300 „
300 — 320 „

வகுக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பல் வருமாறு; (அட்டவணை: 4).
(அட்டவணையை 16-ம் பக்கம் பார்க்கவும்.)

அட்டவணை: 4ஐ இழைவரையமாக வரையில் அது படம்; 6 ஆகும்;

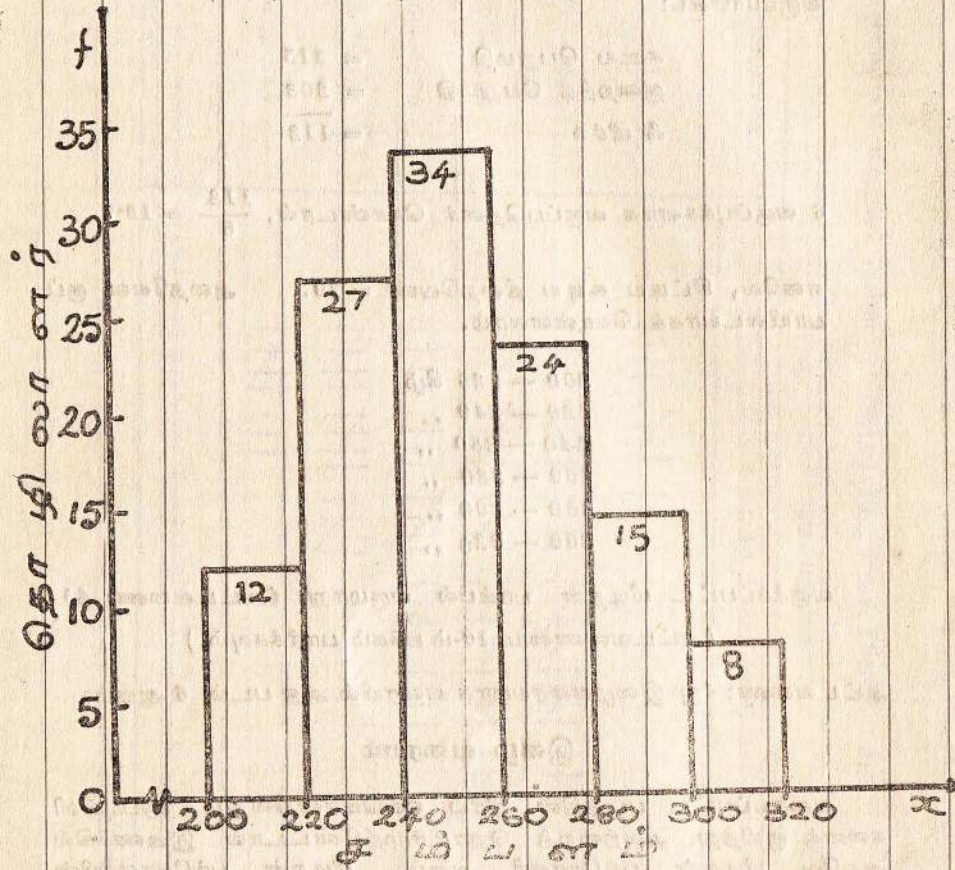
இழை வரையம்

வரையப்பட்ட படத்தின் நிரல் ஒவ்வொன்றினதும் நடுப்புள்ளிகளைக் குறித்து, அவற்றைத் தொடர்முறையோட்தான் இணைக்கில் அதுவே மீடறன் பல்கோணி ஆகும்; மீடறன் பல்கோணியின் தொடக்கப்புள்ளியும், முடிவுப்புள்ளியும் வகுப்பாயிடையின் $\frac{1}{2}$ புள்ளியாகும்.

அட்டவணை - 4 இற்குரிய மீடறன் பல்கோணியை வரைந்து கொள்வோம்.

மீடறன் பல்கோணியின் தொடக்கப் புள்ளியும், முடிவுப் புள்ளியும் கிடைச்சில் $\frac{1}{2}$ வகுப்பாயிடையில் தொடங்கி, $\frac{1}{2}$ வகுப்பாயிடையில் முடிதல் நன்று. (படம்: 6)

(படம் 6ஐ 18-ம் பக்கம் பார்க்கவும்;)

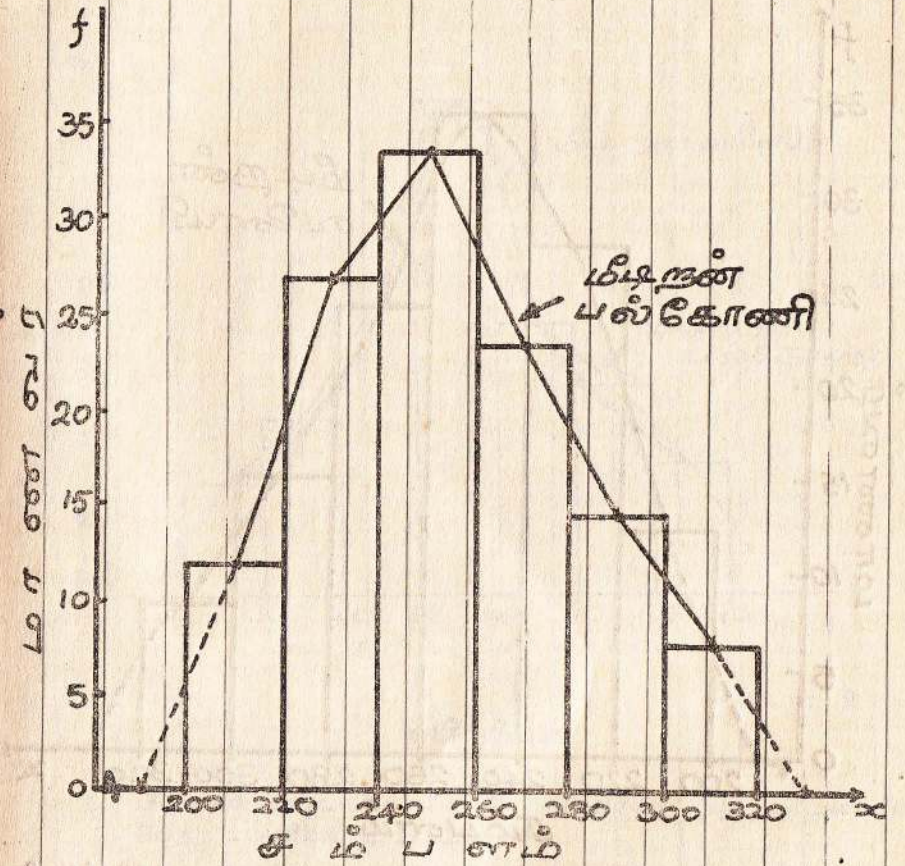


படம்: 6

1.6 மீடிற்ன் வளையி

(1) இழைவரைய நிரல்களின் நடுப் புள்ளிகளை தொடர்முறி கோடாக இணைக்கும்போது, உருவாகும் வரைப்படம் மீடிற்ன் பல் கோணி ஆகும். இழைவரைய நிரல்களின் நடுப் புள்ளிகளை தொடர் வளை கோடாக இணைக்கும்போது, உருவாகும் வரைப்படம் மீடிற்ன் வளையி (Frequency Curve) எனப்படும். அட்டவணை - 3 உக்குரிய மீடிற்ன் வளையி வருமாறு: (படம்: 8)

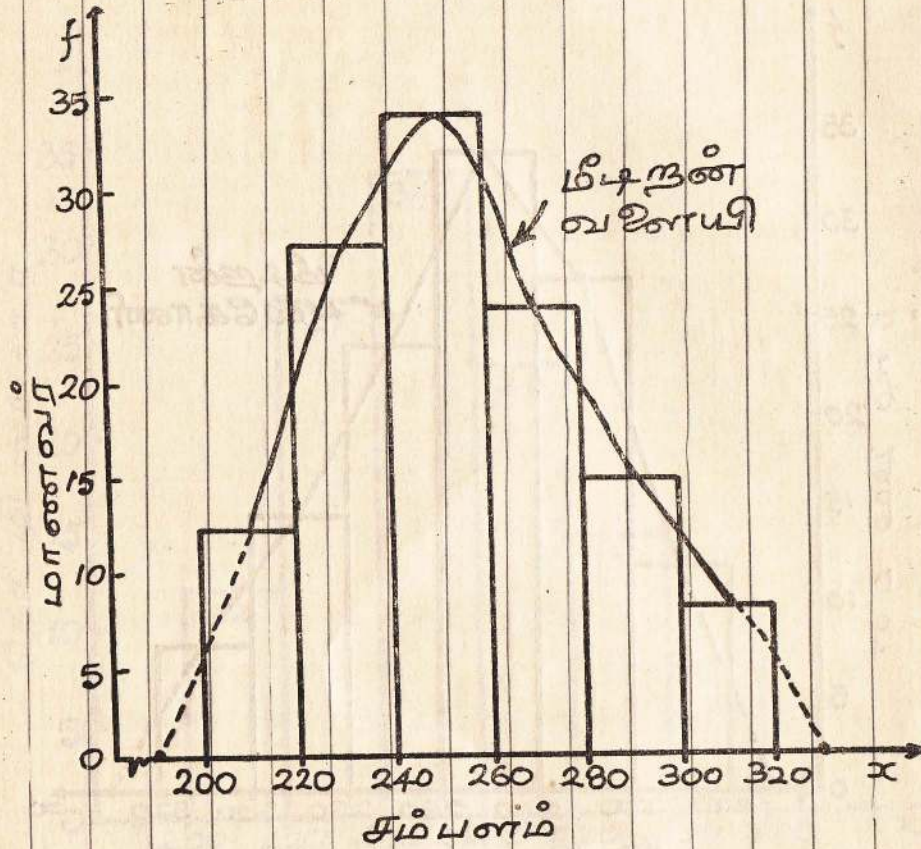
(படம் 7ஐ 19-ம் பக்கம் பார்க்கவும்.)



படம்: 7

தொடர்வளை கோட்டை வரையும்போது, வரையப்படுகின்ற மீடிற்ன் வளையி, சீரான ஏற்ற இறக்க வளையியாக அமைதல் வேண்டும். மீடிற்ன் வளையியை சீரான வளையியாக வரையும்போது சிலவேளைகளில், மீடிற்ன் பல் கோணியின் சில 'புள்ளி'கள் தவிர்ந்து வரைய நேரிடலாம். படம்: 9 இனை அவதானிக்கவும்.

(ii) மீடிற்ன் வளையி ஒன்றிலிருந்து, இடை, இடையம், ஆகாரம் என்பனவற்றை எவ்வாறு அடையாளம் காணலாம் என நோக்குவோம். மீடிற்ன் வளையி, சமச்சீரற்ற வளையியாக அமையில்

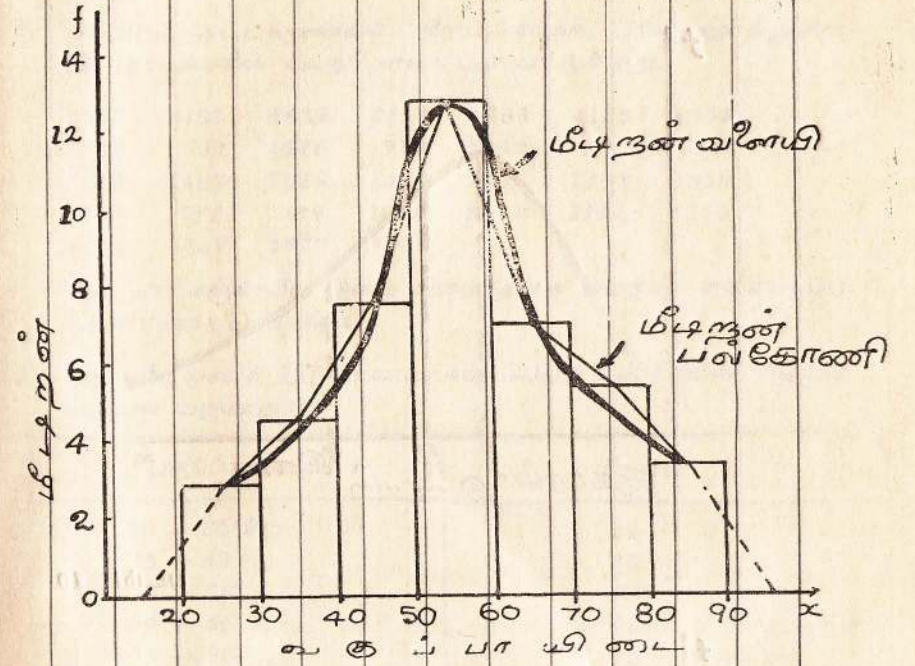


படம்: 8

(இதனை ஓராயவளையி - Skew - எனப்படும்). அந்த வளையியின் முகடு ஆகாரமாக அமையும். வளையியின் மென் சாய்வுப் பக்கத்தில் எண்கணிதச் சராசரியான இடை (Mean) அமையும். ஆகாரத்திற்கும் இடைக்கும் நடுவில் இடையம் (Medium) அமையும். (படம்: 10)

மீடினன் வளையி சமச்சீரான வளையியாக அமையில், அதில் ஆகாரம், இடையம், இடை ஆகிய மூன்றும் ஒரே கோடாக அமையும். (படம்: 11)

(படம் 10யும், 11யும் 22-ம் பக்கம் பார்க்கவும்.)



படம்: 9

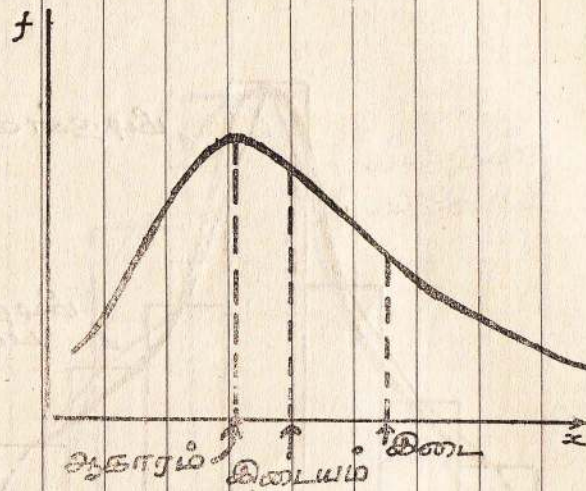
பயிற்சிகள்

1. பின்வரும் அட்டவணையில் 50 மாணவர்கள் ஒரு பரீட்சையில் பெற்ற புள்ளிகள் தரப்பட்டுள்ளன.

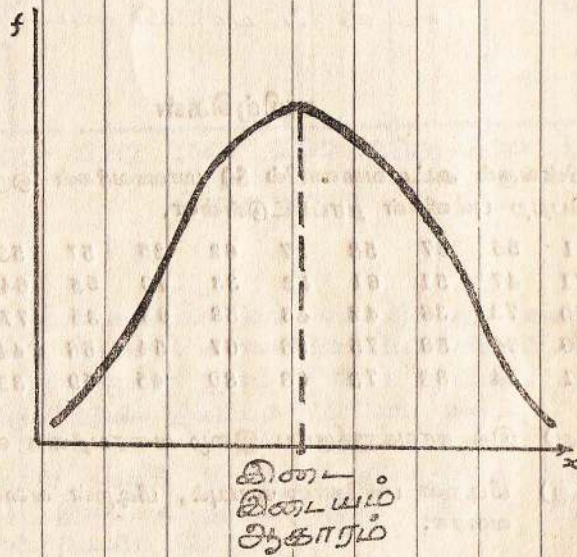
41	55	37	58	27	62	25	57	53	65
71	47	51	61	52	33	43	55	64	74
50	72	36	42	46	53	63	35	77	58
60	84	58	75	56	67	54	66	44	51
21	54	88	73	68	80	45	59	39	69

(அ) இத் தரவுகளுக்குரிய இழை வரையத்தை வரைக.

(ஆ) மீடினன் பல்கோணியையும், மீடினன் வளையியையும் வரைக.



படம்: 10



படம்: 11

2. பின்வரும் அட்டவணையில் கிராமசேவகர் பிரிவு ஒன்றிலுள்ள 32 கிராமங்களின் சனத்தொகை தரப்பட்டுள்ளது.

3577	5197	4481	2144	4758	4156	1554
1462	6689	3045	789	2740	751	5852
8319	5407	7016	1335	4516	1203	1556
518	3784	349	1662	2983	1121	4556
2115	1847	2637	7318			

இத் தரவுகளுக்குரிய இழை வரையத்தை வரைக. வகைவகுப்பு (ஆகாரத்தைக்) காண்க.

3. ஒரு பரீட்சையில் 127 மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகளின் மீடிதன் பரம்பல் வருமாறு:

வகுப்பாயிடை	மீடிதன்
30 — 35 கீழ்	21
35 — 45 „	25
45 — 50 „	30
50 — 55 „	14
55 — 60 „	10
60 — 65 „	10
65 — 75 „	9
75 — 80 „	8
	127

(அ) இந்த மீடிதன் பரம்பலுக்குரிய இழைவரையத்தை வரைக.
(ஆ) வகை வகுப்பு (ஆகாரம்) காண்க.

4. ஒரு பஸ் வண்டியில் பிரயாணம் செய்த பயணிகளின், 80 நாள் வியரம் தரப்படுகிறது.

11	12	27	57	90	72	51	76	81	71
32	66	78	80	67	48	25	61	76	78
52	26	70	53	27	67	88	67	23	96
52	51	63	60	24	57	61	87	74	59
37	82	30	76	58	33	81	55	68	91
18	43	76	99	76	64	87	12	89	38
28	87	79	90	58	29	51	45	29	84
11	78	52	59	18	28	37	82	87	43

(i) இழைவரையம் வரைக.

(ii) மீடிதன் பல்கோணி வரைக.

5. பின்வரும் அட்டவணை 545 மரங்களின் சுற்றளவுகளின் பரம்பலைத் தருகிறது.

சுற்றளவு (அங்)	மரங்களின் எண்ணிக்கை
5 — 15 கீழ்	30
15 — 25 ..	35
25 — 35 ..	25
35 — 45 ..	130
45 — 55 ..	165
55 — 65 ..	90
65 — 75 ..	55
75 — 85 ..	15
	545

(அ) மேற்படி தரவுகளுக்குரிய இழைவரையத்தை வரைக.

(ஆ) வகை வகுப்பு (ஆகாரம்) கணிக்க.

6. பின்வரும் தரவுகளை அவதானிக்கவும்; அதன் பின்னர்—
(i) இழைவரையம் வரைக. (ii) ஆகாரத்தைக் குறித்துக் காட்டுக;

50 மாணவர்கள் ஒரு தேர்வில் பெற்ற புள்ளிகள்:

52	66	48	69	38	73	36	68	64	76
82	58	62	71	63	44	54	66	75	85
61	83	47	56	57	64	34	46	88	86
71	95	69	86	67	78	65	77	54	62
34	46	89	38	87	90	55	69	49	79

அத்தியாயம் இரண்டு

ஒழுங்குபடுத்திய தரவுகள், வரைப்படங்கள் என்பனவற்றிலிருந்து பொருத்தமான முடிவுகளைப் பெறுதல்.

2.1 சராசிகள்

புள்ளிவிபரவியலில் ஒழுங்குபடுத்திய தரவுகள், வரைப்படங்கள் என்பனவற்றிலிருந்து பொருத்தமான முடிவுகளைப் பெறப் பல்வகை

யான சராசரி (Averages) ஆளவுகள் கண்டறியப்பட்டு ஆராயப்படல் வேண்டும். அவற்றில் முக்கியமானவை பின்வருவனவாகும்:

2.1.1. எண்கணிதச் சராசரி அல்லது கூட்டலிடை அல்லது இடை (Arithmetic Mean)

2.1.2. இடையமும் காலணைகளும்: (Median and Quartiles)

2.1.3. வகை வகுப்பு (ஆகாரம்) (Mode)

2.1.1. எண்கணிதச் சராசரி

எண்கணிதச் சராசரி (கூட்டலிடை) என்பது, நாம் நாளாந்தம் பல்வேறு தேவைகளுக்காகக் கணிக்கின்ற சராசரியையே கருதும். எண்கணிதச் சராசரியை இடை (Mean) எனவும் வழங்குவர்; எண்கணிதச் சராசரிக்குரிய சூத்திரம் வருமாறு.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \text{ ஆகும்.}$$

(\bar{x} —என்பது எண்கணிதச் சராசரி; \sum —என்பது கூட்டுத் தொகை; x —என்பது பரம்பல் தரவுகளின் பெறுமானம். n —என்பது மொத்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை.)

உதாரணமாக, 10 மாணவர்களின் புவியியல் பாடப் புள்ளிகள் வருமாறு:

37, 48, 36, 55, 42, 74, 82, 31, 45, 30

இம்மாணவர்களின் சராசரிப் புள்ளி யாது?

$$\bar{x} = \frac{37+48+36+55+42+74+82+31+45+30}{10}$$

$$= \frac{480}{10} = 48 \text{ புள்ளிகள்.}$$

எண்கணிதச் சராசரி 48 ஆகும்.

அட்டவணை - 1 ஐப் பாருங்கள். 40 மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகள் தரப்பட்டுள்ளன. 40 மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகளைக் கூட்டி, 40 ஆல் வகுத்தால் (பிரித்தால்) வருவது எண்கணிதச் சராசரியாகும்.

2. 1. 2. இடையமும் காலணைகளும்

இடையம் (Median)

(i) புள்ளிவிபரத் தரவுகளின், பரம்பலின், நடு இலக்கமே இடையமாகும். உதாரணமாக பின்வரும் பதின்மூன்று இலக்கங்களின் இடையம் ஏழாவது இலக்கமாகும்.

37, 38, 40, 40, 41, 44, 46, 47, 47, 48, 50, 51, 45

↑

இடையம்

இடையம் காண்பதற்கு முதலில், தரப்பட்ட தரவுகளை ஏறு வரிசையில் ஒழுங்குபடுத்திக் கொள்ளல் வேண்டும். பின்னர் சரி அரைத் தூரத்திலுள்ள நடு எண்ணைக் காணல் வேண்டும். அதவே இடையமாகும்.

(ii) சில சந்தர்ப்பங்களில் இடையம் தனி எண்ணாக வராது. இரட்டை எண்களாக வரலாம். அவ்வேளை அந்த இரு பெறுமதிகளையும் கூட்டி, இரண்டால் வகுத்து, இடையம் பெறப்படும்.

உதாரணமாகப் பின்வரும் இலக்கங்களை நோக்குக.

64 69 70 76 80 81 82 84

$$\text{இடையம்} = \frac{76 + 80}{2} = \frac{156}{2} = 78 \text{ ஆகும்.}$$

(iii) பின்வரும் அட்டவணையில் 40 புணியியல் மாணவர்கள் வாங்கிய புள்ளிகள் தரப்பட்டுள்ளன. இத்தரவுகளை ஒழுங்கு படுத்தி, இடையத்தைக் காண்க.

44 66 56 57 49 69 46 64 50 58
41 65 58 55 45 50 55 51 57 63
43 67 52 70 57 48 52 64 62 54
53 74 60 47 58 53 68 59 61 63

(அ) ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தி எழுதுக.

(ஆ) 40 தரவுகள் உள்ளன. 20வது இடமும், 21வது இடமும் நடுத்தரவுகளாகும். எனவே இடையம் 20வது இட இலக்கத்தையும், 21வது இட இலக்கத்தையும் கூட்டி, இரண்டால் வகுக்க வரும் இலக்கமாகும்.

காலணைகள்

புள்ளிவிபரத் தரவுகளை (அதாவது மொத்த மீடிற்னை) நான்கு சம பங்குகளாகப் பிரிக்கும்போது, வரும் பெறுமானங்கள் காலணைகள் (கால் பங்குப் பகுதிகள்) எனப்படும். தரவுகளின் பரம்பலின் கால் பங்குத் தூரத்தில் இருப்பது கீழ் காலணை (Lower-Quartile) எனப்படும். இதனை முதலாம் காலணை எனவும் கூறுவர். இதற்குரிய அடையாளம் (Q_1) ஆகும். தரவு வரிசையில் நடுவில் இருப்பது இரண்டாம் காலணை (Q_2) எனப்படும்; முக்கால் பங்குத் தூரத்தில் இருப்பது மேல் காலணை (Upper Quartile) அல்லது மூன்றாம் காலணை எனப்படும் (Q_3). உண்மையில் இரண்டாம் காலணையே இடையம் ஆகும்.

(i) பின்வரும் அட்டவணையில் 15 மாணவர்களின் எடை தரப் படுகின்றது. அதிலிருந்து காலணைகளை எவ்வாறு காண்பது?

51, 65, 47, 68, 37, 72, 67, 63,
75, 80, 57, 61, 43, 70, 90

(அ) ஏறு வரிசையில் ஒழுங்கு படுத்துக. 15 மாணவர்களாதலால், 8வது இட எண் இடையம் (இரண்டாம் காலணை); 4வது இட எண் கீழ் காலணை; 12வது இட எண் மேல் காலணை ஆகும்.

37, 43, 47, 51, 57, 61, 63, 65, 67, 68.

↑

கீழ் காலணை .

↑

இடையம்

70, 72, 75, 80, 90

↑

மேல் காலணை

(ii) பின்வரும் அட்டவணையில் 18 மாணவர்களின் எடை ஏறு வரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தித் தரப்படுகின்றது. இதில் காலணைகளைக் காணும் முறையை அவதானிக்க.

31, 34, 37, 39, 41, 44, 46, 48

↑

கீழ் காலணை

$$\begin{array}{c} \boxed{52, 58} \quad 60, 61, 61 \quad \boxed{74} \quad 82, 86, 90, 92 \\ \uparrow \qquad \qquad \qquad \uparrow \\ \text{இடையம்} \qquad \qquad \text{மேல்காலணை} \\ \downarrow \\ \frac{52 + 58}{2} = \frac{110}{2} = 55 \end{array}$$

2. 1. 3. வகை வகுப்பு - (ஆகாரம்) (Mode)

புள்ளிவிபரத்தரவு ஒன்றின் (எண் தொகுதி) இடம் காணல் அளவையில் ஒன்று வகை வகுப்பு (ஆகாரம்) ஆகும். வகுப்பாயிடையில் எந்தப் பெறுமானம் கூடிய தடவைகள் காணப்படுகின்றதோ, அதுவே ஆகாரமாகும்.

உதாரணமாக:-

(i) 15 மாணவர்கள் புவியியலில் பெற்ற புள்ளிகள் வருமாறு:

$$\begin{array}{c} 20, 22, 32, 32, 44, 45, 46 \\ 48, 48, 48, 52, 54, 55, 59, 60 \\ \uparrow \\ \text{ஆகாரம்} \end{array}$$

இந்த அட்டவணையில் 48 என்ற புள்ளியே கூடிய தடவைகள் காணப்படுகிறது. எனவே, வகை வகுப்பு ஆகாரம் 48 ஆகும்.

2. 2. விலகல்கள்

எண் தொகுதிகளின் மீடிற்ன் பரம்பல்களை ஒப்பிட்டு, கணக் கிட்டு, விளக்குவதற்கு இடங்காணல் அளவைகளான இடை, இடையம், காலணைகள், ஆகாரம் என்பன மாத்திரம் போதியதாகாது. நுணுக்கமாக ஆராய்ந்து முடிவு காண்பதற்கு வேறு அளவைகளும் தேவை. அதற்கு பிரிசை அளவைகளான (Measures of Dispersion) விலகல்கள் (Deviation) பயன்படுகின்றன. விலகல்கள் பின்வரும் மதிப்புகளின் அடிப்படையில் கணிக்கப்படுகின்றன; அவை:

2. 2. 1 வீச்சு (Range)

2. 2. 2 சராசரி விலகல் (Average Deviation)

2. 2. 3 காலணை விலகல் (Quartile Deviation)

2. 2. 4 நியம விலகல் (Standard Deviation)

2. 2. 1. வீச்சு

எண் தொகுதியின் மீடிற்ன் பரம்பலின் வீச்சு என்பது, கூடிய பெறுமதிக்கும் குறைந்த பெறுமதிக்கும் இடையிலான வித்தியாசமாகும்.

வீச்சு = உயர்பெறுமதி — தாழ்பெறுமதி.

அட்டவணை - 1 இல் உயர்பெறுமதி = 74 ஆகும். தாழ்பெறுமதி = 41 ஆகும். எனவே வீச்சு = $74 - 41 = 33$ ஆகும்.

அட்டவணை - 4 இல் உயர்பெறுமதி = 315 ஆகும். தாழ்பெறுமதி = 203 ஆகும் எனவே வீச்சு = $315 - 203 = 112$ ஆகும்.

எண் தொகுதியின் சிதறலை எளிதாகக் கணக்கிட வீச்சு உதவுகிறது; அத்துடன் தெளிவாக விளக்கவும் உதவுகிறது.

வீச்சு, எண் தொகுதியின் முதல் - இறுதிப் பெறுமதிகளையே பொறுத்துள்ளது. மற்றைய மதிப்புக்களை வீச்சு விளக்குவதில்லை என்பது ஒரு குறையாகும்.

2. 2. 2. சராசரி விலகல்

எண் தொகுதியொன்றின் எண்கணிதச் சராசரி (இடைய)யிலிருந்து, எண் தொகுதியின் ஒவ்வொரு பெறுமதியும் எவ்வளவு தூரம் கூடிக் குறைகின்றது என்பதனைச் சராசரி விலகல் அளவை சுட்டுகிறது. சராசரி விலகலின் சூத்திரம் வருமாறு:

$$\text{சராசரி விலகல்} = \frac{\sum (x - \bar{x})}{n}$$

(\bar{x} - கூட்டுத்தொகை: x - எண் தொகுதியின் எண்கள்; \bar{x} - x -பார், எண்கணிதச் சராசரி (Bar x) எனப்படும். n - எண் தொகுதியின் எண்ணிக்கை)

உதாரணமாக, ஒரு தோட்டத்திலுள்ள 5 மாமரங்களின் சுற்றளவு அங்குலத்தில் தரப்படுகிறது, அவை:

70, 72, 79, 84, 85 எனக்கொள்வோம். இவற்றின் மொத்தப் பெறுமதி (Σx) =

$$70 + 72 + 79 + 84 + 85 = 390 \text{ ஆகும்.}$$

$$\text{எனவே, எண்கணிதச் சராசரி (இடை)} = \frac{390}{5} = 78 \text{ ஆகும்.}$$

78 என்ற இந்த இடையானது, தரப்பட்ட எண் தொகுதியின் ஒவ்வொரு பெறுமதியிலிருந்தும் வேறுபடுகிறது.

எவ்வாறெனில்

மரங்களின் சுற்றளவுகள்: 70, 72, 79, 84, 85

இடை : 78, 78, 78, 78, 78

விலகல் : -8, -6, +1, +6, +7

இப்போது சூத்திரப்படி விலகல்கள் அளவுகளைக் கூட்டி மொத்த மரங்களின் எண்ணிக்கையால் பிரிக்க.

$$\frac{8 + 6 + 1 + 6 + 7}{5} = \frac{28}{5} = 5.6 \text{ ஆகும்.}$$

5.6 என்ற அளவே சராசரி விலகலாகும். இவற்றைப் பின்வருமாறு எழுதிக் காண்பர்.

x	x - \bar{x} (இடை: 78)
70	70 - 78 = - 8
72	72 - 78 = - 6
79	79 - 78 = - 1
84	84 - 78 = + 6
85	85 - 78 = + 7
$\Sigma x = 390$	$\Sigma (x - \bar{x}) = 28$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{390}{5} \\ &= 78 \end{aligned}$$

$$\% \text{ சராசரி விலகல்} = \frac{28}{5} = 5.6.$$

எனவே, மரங்களின் சுற்றளவுகளிலுள்ள சராசரி விலகல் 5.6" ஆகும்.

2. 2. 3. காலணை விலகல்

தரப்பட்ட எண் தொகுதியை ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தி நான்கு சமகூறுகளாக வகுக்கும்போது, கீழ் காலணை (முதல்

காலணை Q_1), இரண்டாம் காலணை (இடையம் Q_2), மேல் காலணை (மூன்றாம் காலணை Q_3) என்பன உருவாகின்றன. காலணை விலகல் பின்வருமாறு கணிக்கப்படும்.

$$\text{காலணை விலகல்} = \frac{\text{மூன்றாம் காலணை} - \text{முதல் காலணை}}{2}$$

$$\left(\frac{Q_3 - Q_1}{2} \right)$$

உதாரணமாகப் பின்வரும் எண் தொகுதியை நோக்குவோம்.

37,	43,	47,	<u>51</u>	57,	61,	63,	<u>65</u>	67,	68,	70.
			\uparrow Q_1				\uparrow Q_2			
							<u>72</u>	75,	80,	90
							\uparrow Q_3			

$$\text{காலணை விலகல்} = \frac{72 - 51}{2} = \frac{21}{2} = 10.5 \text{ ஆகும்.}$$

காலணை விலகலை வெகு சுலபமாகக் கணித்துக்கொள்ளலாம். மீட்டர் பரம்பலில் 50 சதவீத உறுப்புகளுக்கு மதிப்பளித்துக் கணிக் கப்படுவதால் அதிக பயனுடையதாகவுள்ளது.

2. 2. 4. நியம விலகல்

எண் தொகுதியொன்றின் எண்கணிதச் சராசரி (இடை)யி லிருந்து, சராசரி விலகல் அளவைக் கணிக்கமுடியும். தரப்பட்ட எண்கணிதத் தொகுதியின் ஒவ்வொரு பெறுமதியிலிருந்தும், இடை யைக் (சராசரியை) சழித்து வரும் விலகல் அளவுகளைக் கூட்டி, மொத்த உறுப்புக்களால் வகுப்பதன்மூலம் சராசரி விலகல் பெறப் படுகின்றது. விலகல் அளவுகளை $(x - \bar{x})$, வர்க்கித்து, $(x - \bar{x})^2$, அவற்றைக் கூட்டி, மொத்த உறுப்புக்களால் வகுத்து, வர்க்கமூலம் காணில் வரும் தரவு, நியம விலகலாகும்.

$$\text{சராசரி விலகல் சூத்திரம்} = \frac{\Sigma (x - \bar{x})}{n}$$

$$\text{நியம விலகல் சூத்திரம்} = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n}}$$

சூத்திரமுறைகள் மாணவர்களுக்குச் சிரமம் தரலாம்: ஆதலால், நேரடி முறைமூலம், நியம விலகலை எவ்வாறு கணிக்கலாம் எனப் பார்ப்போம்.

(i) தோட்டத்திலுள்ள 5 மாமரங்களின் சுற்றளவு அங்குல அளவில் பின்வருமாறு:
70, 72, 79, 84, 85.

(ii) இவற்றின் மொத்தப் பெறுமதி =
70 + 72 + 79 + 84 + 85 = 390.

(iii) எனவே எண்கணிதச் சராசரி (இடை) = $\frac{390}{5} = 78$.

மரங்களின் சுற்றளவு	இடை	விலகல் அளவு
70	78	= - 8
72	78	= - 6
79	78	= + 1
84	78	= + 6
85	78	= + 7

(v) இப்போது விலகல் அளவுகளை வர்க்கித்துக் கொள்ளவும்.

8 ²	=	64
6 ²	=	36
1 ²	=	1
6 ²	=	36
7 ²	=	49

மொத்தம் = 186

(v) மொத்தப் பெறுமதியை இப்போது மொத்த உறுப்பால் பிரிக்கவும்.

$$\frac{186}{5} = 37.2.$$

(vi) இப்போது 37.2 உக்கு வர்க்கமூலம் காண்க.
 $\sqrt{37.2} = 6.1$

நியம விலகல் = 6.1 ஆகும்.

இந்த நியம விலகலைச் சூத்திரப்படி பின்வருமாறு காணலாம்:
அட்டவணை: 70, 72, 79, 84, 85

x	(x - \bar{x})	(x - \bar{x}) ²
70	70 - 78 = - 8	64
72	72 - 78 = - 6	36
79	79 - 78 = + 1	1
84	84 - 78 = + 6	36
85	85 - 78 = + 7	49
$\sum x = 390$		$\sum (x - \bar{x})^2 = 186$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{390}{5} \\ &= 78 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{நியம விலகல்} &= \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} \\ &= \sqrt{\frac{186}{5}} = \sqrt{37.2} = 6.1. \end{aligned}$$

2. 3 ஆகாரம், இடை, இடையம் என்பனவற்றின் பயன்கள்

(அ) ஆகாரம், இடை, இடையம் என்ற சராசரிகள் முழுமைத் தொகுதியைப் பற்றிச் சுருக்கமாக விளக்குவதற்கு உதவுகின்றன; ஒப்பிடுவதற்கு உதவுகின்றன. சுலபமாகவும், விரைவாகவும் கணக்கிட உதவுகின்றன.

(ஆ) சமமான பரம்பலுக்கான சராசரியைக் காண்பதற்கு இடை (எண்கணிதச் சராசரி) ஏற்றதாகவுள்ளது. எண் தொகுதியின் அரைப்

பங்குப் பெறுமதி தேவையாயின் இடையம் ஏற்ற சராசரியளவாகும். சரியான மாதிரிச் சராசரி தேவையாயின் ஆகாரம் ஏற்ற அளவாகும்.

(இ) இடை: எண் தொகுதியின் சராசரி அளவை இடை தரும். அத்துடன் மிகவும் கூடிய பெறுமதிகளால் எண்கணிதச் சராசரி சிறிது பாதிப்பும். எனினும் கணித முறையில் சிறப்பாகக் காணக்கூடிய சராசரி இடையாகும்.

(ஈ) இடையம்: எண்தொகுதி வரிசையின் நடு எண் இடையமாகும். மிகக் கூடிய பெறுமதிகளால் இடையம் பாதிப்படைவதில்லை.

(உ) ஆகாரம்: எண் தொகுதியின் மிகச் சிறிய, மிகப் பெரிய எண் மதிப்புகளால் ஆகாரம் பாதிக்கப்படுவதில்லை.

பயிற்சிகள்

1. பின்வரும் தரவு, யாழ்ப்பாண ஆஸ்பத்திரியில் 15 நாட்கள் அனுமதிக்கப்பட்ட நோயாளிகளின் எண்ணிக்கையாகும்.
42, 28, 30, 36, 26, 24, 14, 40,
74, 47, 49, 60, 72, 63, 29.
(i) வீச்சைக் காண்க.
(ii) சராசரி விலகலைக் கணிக்க.
(iii) காலணை விலகலைக் காண்க.
(iv) நியம விலகலைக் கணிக்க.
2. பின்வரும் தரவுகளை அவதானிக்கவும்: அதன் கீழுள்ள வினாக்களுக்கு விடை தருக.
9, 15, 30, 21, 15, 18, 6, 15, 3, 18, 18, 12, 15, 12
(i) எண் கணிதச் சராசரியைக் காண்க.
(ii) இடையம், கீழ்காலணை, மேல்காலணை என்பனவற்றைக் காண்க.
3. பின்வரும் தரவுகளுக்குரிய எண்கணிதச் சராசரி, காலணைகள் என்பனவற்றைக் காண்க.
981, 1001, 989, 985, 1020, 993, 1028,
1101, 1089, 1068, 1036, 1025, 965, 938,
927, 865, 989, 985, 1081, 1084, 965, 962, 967

4. 20 மாணவர்கள் கணித பாடத்தில் பெற்ற புள்ளிகள் தரப்பட்டுள்ளன. ஏறுவரிசைப் படுத்தியபின், இத்தரவின் ஆகாரத்தைக் காண்க.
34, 43, 52, 33, 34, 60, 62, 54, 43, 24,
75, 16, 54, 56, 34, 43, 34, 52, 34, 61.

5. ஒரு தொழிற்சாலையில் வேலைசெய்யும் 14 தொழிலாளர்களின் சம்பளம் தரப்பட்டுள்ளது. ஆகாரத்தைக் காண்க.
260, 298, 285, 235, 268, 360, 268,
250, 244, 263, 267, 268, 250, 275.

அத்தியாயம்; மூன்று

படம்: பிரிக்கை வரைப்படம்

முடிவு: காலணைகள்.

புள்ளி விபரவியலில் காலணைகள் என்ற முடிவுப் பெறுமானத்தைக் காண்பதற்குத் தவம் பிரிக்கை வரைப்படங்கள் இரு வகைப்படும். அவை

3. 1. திரட்டு மீடிறன் வளையி

3. 2. சிதறல் வரைப்படம்

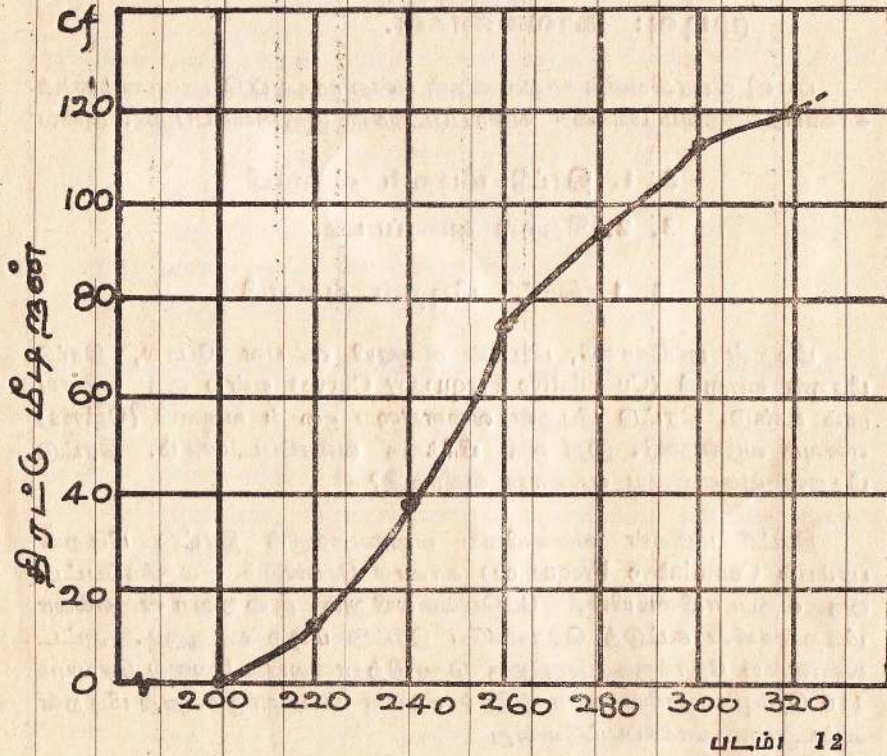
3. 1. திரட்டு மீடிறன் வளையி

மீடிறன் பல்கோணி, மீடிறன் வளையி என்பன போல, திரட்டு மீடிறன் வளையி (Cumulative Frequency Curve) என்ற ஒரு வரையமும் உண்டு. திரட்டு மீடிறன் வளையியை ஒகைவ் வளையி (Ogives) எனவும் வழங்குவர். இது ஒரு பிரிக்கை வரைப்படமாகும். திரட்டு மீடிறன் வளையியை எவ்வாறு வரைவது?

திரட்டு மீடிறன் வளையியை வரைவதற்குத் திரட்டு மீடிறன் பரம்பல் Cumulative Frequency) காணல் வேண்டும். வகுக்கப்பட்ட ஒரு வகுப்பாயிடையின், மேலெல்லையிலும் குறைவான எல்லா மீடிறன்களின் கூட்டுத் தொகையே திரட்டு மீடிறன் ஆகும். அட்டவணையை நோக்குக. அது ஒரு தொழிற்சாலையில் வேலை செய்யும் 120 தொழிலாளரின் வாராந்திரச் சம்பள விபரமாகும். அது மீடிறன் அட்டவணையாக்கப்பட்டுள்ளது.

வகுப்பாயிடை	மீடறன்,	திரட்டு மீடறன்
200 — 220 கீழ்	12	12
220 — 240 „	27	39
240 — 260 „	34	73
260 — 280 „	24	97
280 — 300 „	15	112
300 — 320 „	8	120
	120	

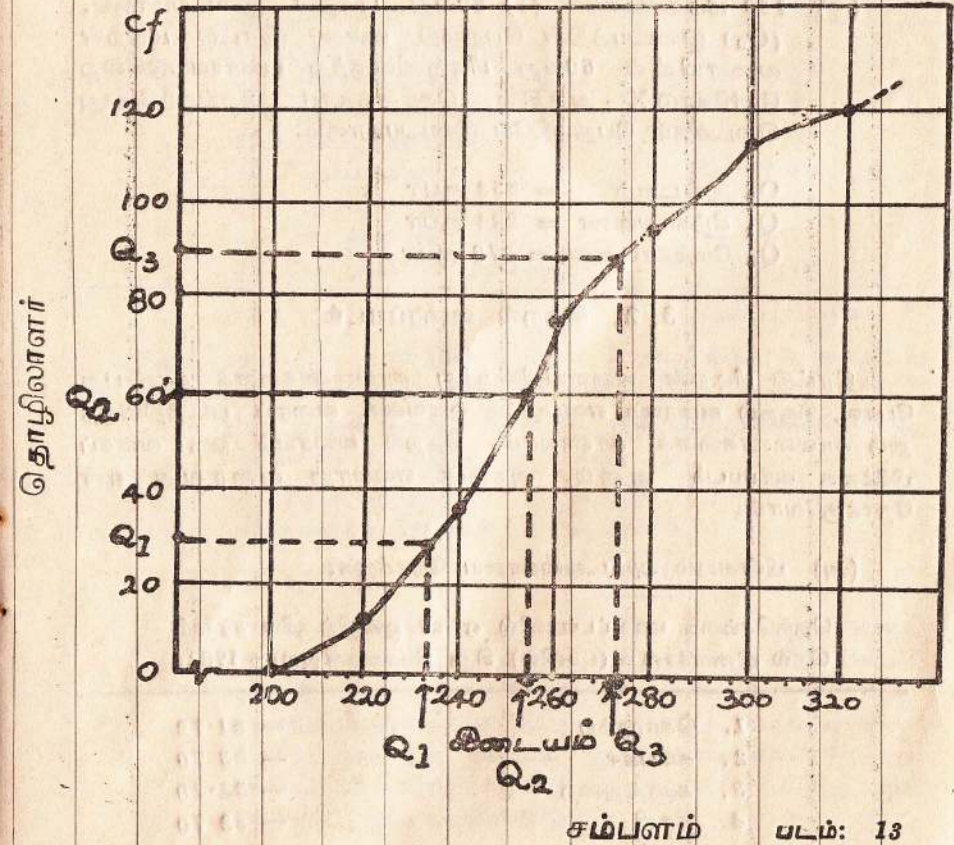
200 — 220 கீழ் வகுப்பாயிடையின் மீடறன் 12 ஆகும்; திரட்டு மீடறனும் 12 ஆகும். 220 — 240 வகுப்பாயிடையின் மீடறன் 27; திரட்டு மீடறன் $12 + 27 = 39$ ஆகும். இவ்விடத்தில், குறைந்த வகுப்பாயிடை மீடறன் கூட்டப்பட்டிருக்கின்றது. அதேபோல 240—260



வகுப்பாயிடையின் மீடறன் 34 ஆகும். அதன் திரட்டு மீடறன் $12 + 27 + 34 = 73$ ஆகும். இவ்வாறே ஏனைய திரட்டு மீடறன்களும் கணிக்கப்பட்டுள்ளன.

திரட்டு மீடறனைக் கொண்டு, திரட்டு மீடறன் வளையியை வரையலாம். வரையும் முறை: (படம் 12-ஐப் பார்க்கவும்)

- x-அச்சில் வழக்கம்போல வகுப்பாயிடைகளைக் குறிக்க
- y-அச்சில், திரட்டு மீடறன்களைக் கணித்துக் குறிக்க.
- திரட்டு மீடறன்களின் எண்ணிக்கைக்குரிய புள்ளிகளை இட்டு, தொடர் வளைகோடாக அப்புள்ளிகளை இணைக்கவும்; அதுவே திரட்டு மீடறன் வளையியாகும். (படம்; 12)



இத்திரட்டு மீடிறன் வளையியிலிருந்து காலணைகளை எவ்வாறு காண்பதெனப் பார்ப்போம்.

(அ) திரட்டு மீடிறன் வளையியை வரைந்து கொள்ளவும்.
(படம்: 112)

(ஆ) அப்படத்தில் காலணைகளைக் குறிக்கவும். குத்தளவில் (cf) மீடிறன்களை நான்கு சம பங்குகளாக வகுத்து, திரட்டு மீடிறன் வளையிக்கு நேர்கோடு வரைந்து பின்னர், அவை X அச்சுக்கு நேர்கோடாக வரையப்படும்போது காலணைகள் பெறப்படும். (படம்: 13) Q₁, Q₂, Q₃ - என்பனவற்றின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(இ) 120 மீடிறன்களின் (f) 60வது மீடிறன் இடையமாகும். (Q₂) இடையத்தின் பெறுமதி என்ன? திரட்டு மீடிறன் வளையியில் 60வது மீடிறனிலிருந்து வரையப்படுகின்ற நேர்கோடு X - அச்சில் செங்குத்தாக இறங்கும்போது கிடைக்கும் பெறுமதியே இடையமாகும்.

Q₂ இடையம் = 252 ரூபா

Q₁ கீழ்காலணை = 234 ரூபா

Q₃ மேல்காலணை = 276 ரூபா

3. 2. சிதறல் வரைப்படம்

திரட்டு மீடிறன் வளையியிலிருந்து காலணைகளைக் காண்பது போல, சிதறல் வரையம் எனப்படும் ஒருவகை வரைப் படத்திலிருந்தும் காலணைகளைக் காணலாம். சிதறல் வரையம் ஒரு வகைப் பிரிக்கை வரிப்படம் ஆகும்; அதனை எவ்வாறு வரைவது என நோக்குவோம்;

(அ) பின்வரும் அட்டவணையை நோக்குக;

நெற்செய்கை மாவட்டங்களில் ஏக்கர் ஒன்றிற்குரிய சராசரி நெல் விளைச்சல் - (புசலில்) சிறு போகம் (ஜல) - 1982.

1. கொழும்பு	— 51.72
2. கம்பகா	— 53.70
3. களுத்துறை	— 34.40
4. காலி	— 32.70

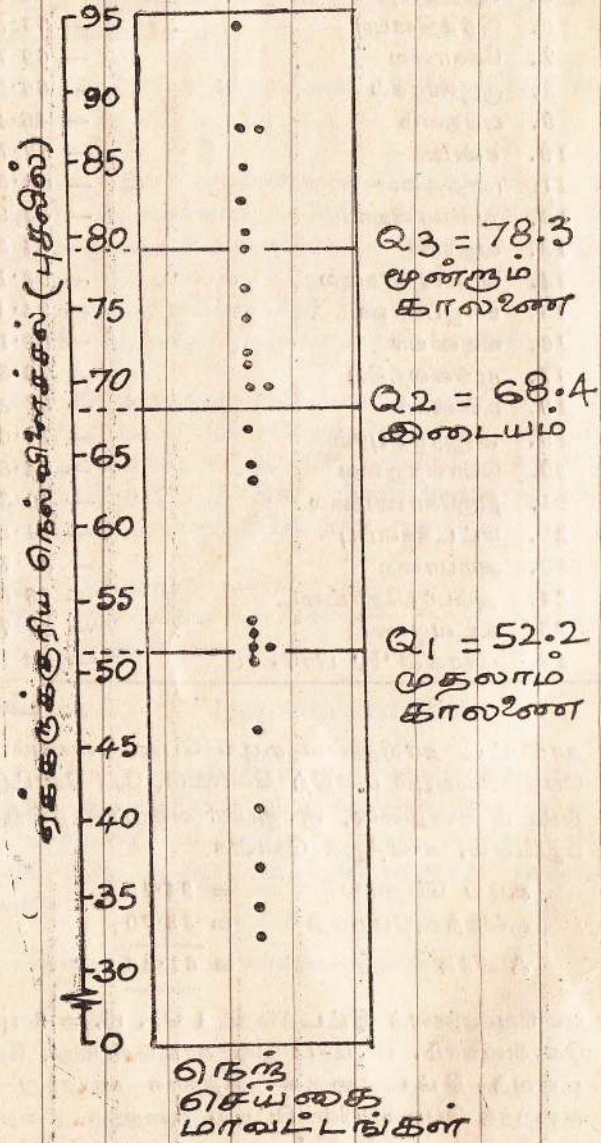
5. மாத்தறை	— 40.95
6. இரத்தினபுரி	— 53.37
7. கேகாலை	— 69.70
8. குருணாகல்	— 66.98
9. புத்தளம்	— 46.47
10. கண்டி	— 69.70
11. மாத்தளை	— 63.56
12. நுவரெலியா	— 84.97
13. வதுளை	— 64.27
14. மொனறாகலை	— 52.16
15. யாழ்ப்பாணம்	— 94.15
16. வவுனியா	— 82.10
17. முல்லைத்தீவு	— 78.30
18. மன்னார்	— 37.33
19. அனுராதபுரம்	— 71.65
20. பொலநறுவை	— 74.89
21. திருகோணமலை	— 80.32
22. மட்டக்களப்பு	— 71.53
23. அம்பாறை	— 87.70
24. அம்பாந்தோட்டை	— 76.51
25. உடவளவை	— 87.70
26. மகாவலி 'H' பிரதேசம்	— 52.16

அட்டவணை: 3

(ஆ) தரப்பட்ட தரவிலுள்ள கூடிய பெறுமதியையும், குறைந்த பெறுமதியையும் மனதில் கொண்டு, நேர் கோட்டு அளவுத் திட்டம் ஒன்றினை, குத்துபார் வரைப்படத்திற்குக் கணிப்பதுபோல, கணித்துக் கொள்க.

கூடிய பெறுமதி	= 94.15
குறைந்த பெறுமதி	= 32.70
ஃ வீச்சு	= 61.45

எனவே அளவுத் திட்டத்தை 1 செ. மீ. = 5 புசல் எனக் கொள்ளலாம். படம்-14 இல் காட்டியவாறு, நேர் கோட்டளவுத் திட்டத்தைக் குத்தாக வரைந்து கொள்க. குறைந்த பெறுமதியின் கிட்டிய குறைந்த நிறைவேண்ணிலிருந்து, அளவுத் திட்டம் ஆரம்பமாவதால், 0 பெறுமதிக்கும் 30 பெறுமதிக்கும் இடையில், 'விரிவைக் குறுக்கும் முறிக்கோடு' இடப்படவேண்டும்.



(இ) அளவுத்திட்டக் கோட்டிற்கு அருகில், நிரல் ஒன்றினை (குத்துபார்) வரைந்து கொள்க. அது விரும்பிய தடிப்பில் இருக்கலாம்.

(ஈ) இனி, அட்டவணையிலுள்ள தரவுகள் ஒவ்வொன்றையும், சீரான புள்ளிகளாக, அளவுத் திட்டத்திற்கு இணங்க, நிரலினுள் இடுக. (படம் 11) ஒரேயளவில் இரு தரவுகள் வரில், வலமாயும், மூன்றுதரவுகள் வரில் இடமாயும் புள்ளிகளை இடுதல் வேண்டும். உதாரணமாக, தரப்பட்ட அட்டவணையில் கேகாலை, கண்டி ஆகிய இரு நெற் செய்கை மாவட்டங்களினதும் விளைச்சல் 69.70 ஆகும். எனவே படத்தில் இரண்டாவது புள்ளி வலமாக இடப்பட்டுள்ளது.

(உ) இனிக் காலணைகளைக் குறிப்போம். படத்தில் 26 புள்ளிகள் இடப்பட்டுள்ளன. இப் புள்ளிகள் தாமதமே ஏறு வரிசையில் அல்லது இறங்கு வரிசையில் தம்மை ஒழுங்கு படுத்தியுள்ளன. 26 புள்ளிகளில் கீழிருந்து 13வது புள்ளிக்கும், மேலிருந்து 13வது புள்ளிக்கும் இடையில் இடையம் (Q_2) உள்ளது. கீழிருந்து 7வது புள்ளியாக முதலாம் காலணையும் (Q_1), மேலிருந்து 7வது புள்ளியாக மூன்றாம் காலணையும் (Q_3) அமைந்துள்ளன. அவற்றைப் படத்தில் காட்டியவாறு பிரிக்கை செய்து, அவற்றின் பெறுமதியை அளவுத் திட்டக்கோட்டிலிருந்து கணித்து எழுதிக் கொள்க.

$$Q_1 = 52.2$$

$$Q_2 = 68.4$$

$$Q_3 = 78.3$$

கணித முறையில் கணிக்கில் பின்வருமாறு வரும்.

$$Q_1 = 52.16$$

$$Q_2 = 68.34$$

$$Q_3 = 78.30$$

பயிற்சிகள்

1. பின்வரும் தரவுகளைக் கொண்டு, (i) திரட்டிய மீடினைக் கண்டு, (ii) திரட்டிய மீடிற்ன் வளையியை வரைந்து, (iii) இடையம், கீழ்க்காலணை, மேற்காலணை என்பவற்றைக் குறிக்க.

ஒரு வகுப்பிலுள்ள நாற்பது மாணவர்களின் எடை இறாத்தலில் தரப்படுகின்றது.

115, 66, 74, 76, 80, 94, 101, 97, 96, 116,
73, 82, 60, 72, 111, 81, 67, 79, 83, 81,
64, 69, 70, 84, 102, 104, 106, 72, 74, 83,
72, 76, 112, 112, 112, 100, 92, 91, 73, 76.

2. பின்வரும் அட்டவணையிலுள்ள தரவுகளைப் பயன்படுத்தி,

- திருத்தமான ஒரு சிதறல் வரிப்படம் அமைக்குக.
- வரிப்படத்தில் இடையத்தையும் காலணைகளையும் குறிக்குக.

இலங்கையின் சில மாவட்டங்களின் பருமன் (சதுர கிலோ மீற்றரில்)

மாவட்டம்	பருமன்
கட்பகா	1399
மாத்தறை	1246
நுவரெலியா	1437
களுத்துறை	1616
கேகாலை	1633
முல்லைத்தீவு	2066
மன்னார்	2013
யாழ்ப்பாணம்	2158
மட்டக்களப்பு	2633
வதுளை	2822
திருகோணமலை	2714
வவுனியா	2645
புத்தளம்	3036
இரத்தினபுரி	3239
பொலநறுவை	3449

அத்யாயம்: நான்கு

சராசரி விலகல் வரைப்படம்

தரப்பட்ட தரவுகளின் சராசரி விலகலைக் கணித்து, அவற்றை ஆதாரமாகக் கொண்டு, சராசரி விலகல் வரைப்படம் (Average Deviation Diagram) ஒன்றினை வரைந்து கொள்ள முடியும்.

பயிற்சி - 1

கம்பனை - மே மாத மழை வீழ்ச்சி (அங்)

1901 - 1930

ஆண்டு	ம. வீ.	ஆண்டு	ம. வீ.
1901	5.1	1916	11.6
1902	9.8	1917	11.5
1903	10.3	1918	13.8
1904	20.0	1919	14.4
1905	16.1	1920	9.7
1906	3.4	1921	2.9
1907	1.6	1922	5.9
1908	7.3	1923	1.7
1909	4.3	1924	4.1
1910	4.5	1925	12.2
1911	2.6	1926	26.6
1912	8.2	1927	19.7
1913	7.7	1928	2.1
1914	5.6	1929	4.0
1915	6.7	1930	20.2

1901-1930 சராசரி மழைவீழ்ச்சி = 9.7"

செய்கை முறை:

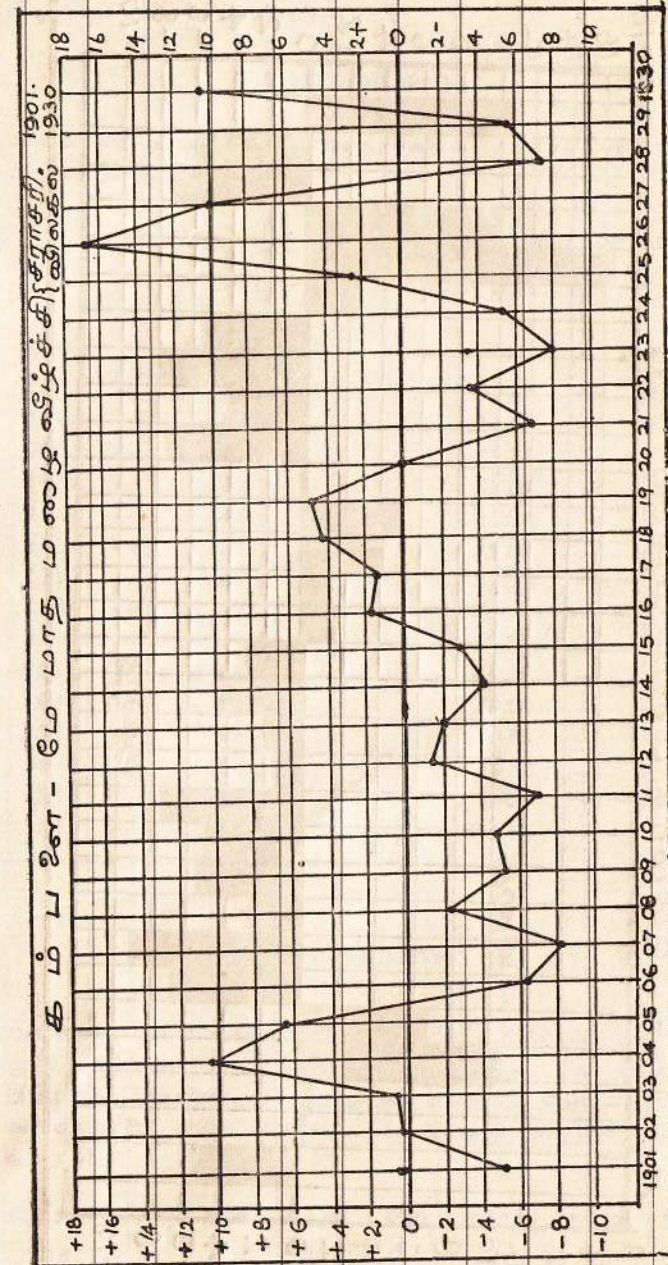
- 1901-1930 மொத்த மழைவீழ்ச்சியைக் கண்டு, சராசரி மழை வீழ்ச்சியளவைப் பெறவேண்டும். சராசரி மழைவீழ்ச்சி 9.7" எனத் தரப்பட்டிருப்பதால் நமது செயல் இலகுவாகிறது.
- சராசரி விலகல் அட்டவணை தயாரித்துக்கொள்ள வேண்டும்.
- கிடைசில் (x) கால ஒழுங்கைக் குறித்துக் கொள்க. குத்தத்தில் (y) சராசரி விலகல் அளவைக் குறித்துக் கொள்க; சராசரி விலகலில் மிகக்குறைந்த பெறுமதி -8.1 ஆகும்; கூடிய பெறுமதி +16.9 ஆகும். -8.1 இற்கும் +16.9 இற்கும் இடையில் 0 பெறுமதி வரும். (படம்: 13-இல் அவதானிக்கவும்)

சராசரி விலகல் அட்டவணை பின்வருமாறு:

ஆண்டு	மழைவீழ்ச்சி (x)	சராசரி விலகல் ($x - \bar{x}$)
1901	5.1 (9.7 - 5.1 = 4.6)	- 4.6
1902	9.8	+ 0.1
1903	10.3	+ 0.6
1904	20.0	+ 10.3
1905	16.1	+ 6.4
1906	3.4	- 6.3
1907	1.6	- 8.1
1908	7.3	- 2.4
1909	4.3	- 5.4
1910	4.5	- 5.2
1911	2.6	- 7.1
1912	8.2	- 1.5
1913	7.7	- 2.0
1914	5.6	- 4.1
1915	6.7	- 3.0
1916	11.6	+ 1.9
1917	11.5	+ 1.8
1918	13.8	+ 4.1
1919	14.4	+ 4.7
1920	9.7	0.0
1921	2.9	- 6.8
1922	5.9	- 3.8
1923	1.7	- 8.0
1924	4.1	- 5.6
1925	12.3	+ 2.5
1926	26.6	+ 16.9
1927	19.7	+ 10.0
1928	2.1	- 7.6
1929	4.0	- 5.7
1930	20.2	+ 10.5

(iv) சராசரி விலகல் அளவுகளைக் குறித்துப் புள்ளிகள் இட்டு, தொடர்முறை கோட்டால் இணைத்துவிடுக. அதுவே சராசரி விலகல் வரைப்படமாகும். (படம்: 15)

(v) சராசரி விலகல் படம்: 15இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. இந்த வரைப் படம் சராசரி விலகல் கோட்டு வரைப்படமாகும். இதனை நிரல்களாக அல்லது பார்களாக வரையில் அது சராசரி விலகல் நிரல் வரைப்படமாகும். படம்: 16-ஐ அவதானிக்கவும்.

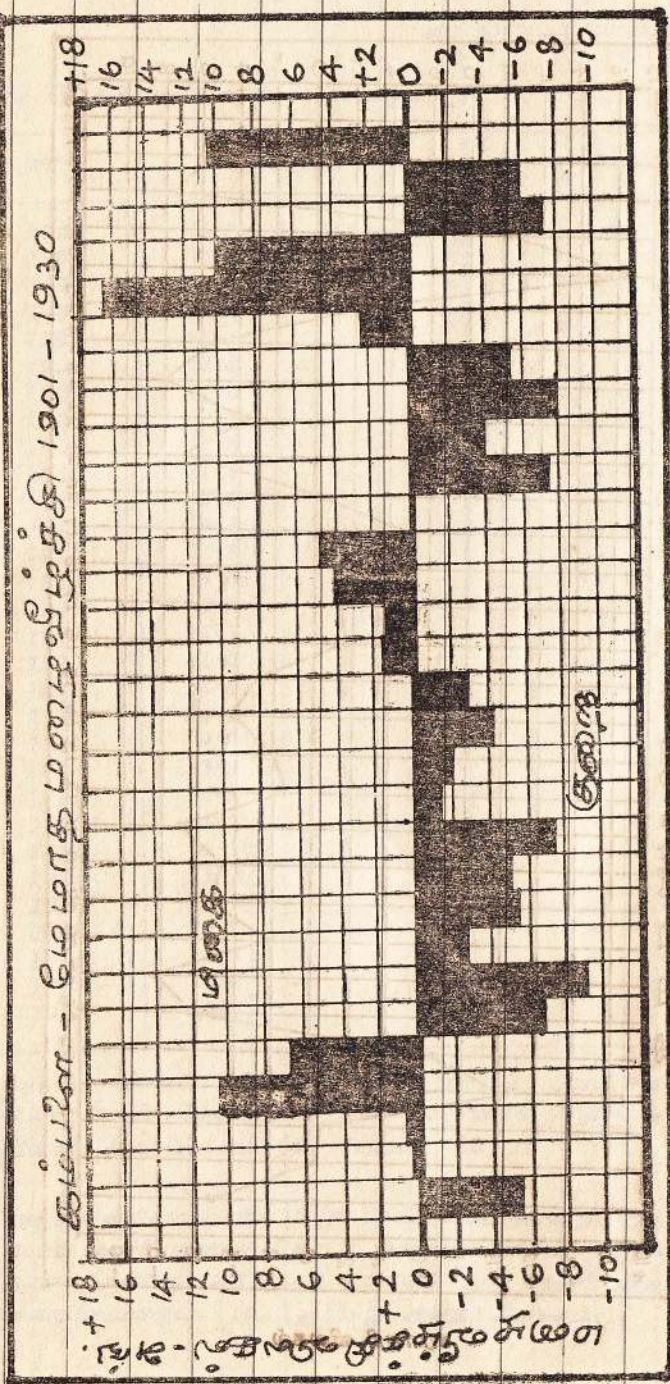


சராசரி விலகல்

ஆண்டுகள்

சராசரி விலகல் வரையம் (சராசரி விலகல் கோட்டுவரைப்படம்)

படம்: 15



ஆண்டுகள்

படம்: 16

சராசரி விலகல் நிரல் வரைப்படம்

அடிப்படைப் புள்ளிவிபரவியல்

பயிற்சிகள்

1. பின்வரும் தரவுகளைப் பயன்படுத்திச் சராசரி விலகல் வரைப் படம் ஒன்றினை வரைக.

குறிப்பிட்ட ஒரு பிரதேசத்தின் முப்பதாண்டு
(1901 - 1930) மழைவீழ்ச்சி.

ஆண்டு	மழைவீழ்ச்சி	ஆண்டு	மழைவீழ்ச்சி
1901	10	1916	35
1902	15	1917	26
1903	26	1918	37
1904	34	1919	35
1905	42	1920	46
1906	37	1921	47
1907	48	1922	36
1908	39	1923	45
1909	45	1924	37
1910	47	1925	42
1911	57	1926	39
1912	55	1927	41
1913	56	1928	36
1914	47	1929	35
1915	46	1930	34

பயிற்சிகள்

1. பின்வரும் அட்டவணையில் 22 மாவட்டங்களின் சதுர மைலிற் குரிய குடிசை அடர்த்தி தரப்படுகின்றது. வகுப்பாயிடையை 200 ஆகக் கொண்டு, (i) இழை வரையத்தை வரைக (ii) மீடிற் வளையியை அதில் கீழ்க். iii) திரட்டு மீடிற் வளையியை வரைக.

1374, 1177, 1301, 410, 950, 1138, 1219, 340,
728, 81, 67, 270, 237, 186, 557, 329,
141, 125, 566, 70, 529, 1029.

2. ஒரு பாடசாலை விடுதியிலிருக்கும் 115 மாணவர்களின் வயது விபரம் வருமாறு.

வயது	மாணவர் தொகை
14 — 16	4
16 — 18	15
18 — 20	24
20 — 22	32
22 — 24	27
26 — 28	13
	115

(i) இழை வரையத்தை வரைக.

(ii) மீடிற்ன் பல்கோணியைக் குறிக்க.

(iii) ஆகாரத்தை (வகை வகுப்பு)க் காண்க.

3. பின்வரும் அட்டவணையிலுள்ள எண்களின் எண்கணிதச் சர சரியைக் காண்க.

39, 18, 67, 23, 52, 16, 71,
103, 48, 42, 40, 61, 75.

4. பின்வரும் அட்டவணையிலுள்ள எண்களின் இடையம் காலணை களைக் காண்க.

49, 57, 40, 62, 71, 69, 72, 74,
32, 62, 64, 66, 68, 70, 72

5. பின்வரும் தரவினை நன்கு அவதானித்த பின்னர், அதன் கீழுள்ள வினாக்களுக்கு விடை தருக.

கிராமசேவகர் பிரிவு அடிப்படையில் திருகோணமலை மாவட்டத்தின் கிராமக் குடிசனத் தொகை — 1971

பிரிவு	குடிசனத் தொகை
சச்சிலம்பத்தை	3577
செருவில்	519
டெகிவத்தை	4481

டெகிவத்தை இ. க. 2	2144
தோப்பூர்	4758
மல்லிகைத்தீவு	4156
பள்ளிக்குடியிருப்பு	1554
சாம்பூர்	1464
கூனித்தீவு	689
கூட்டைப்பறிச்சான்	3045
கிண்ணியா கிழக்கு	789
கிண்ணியா மேற்கு	2740
பெரிய கிண்ணியா	751
குறிஞ்சாக்கேணி	5852
தம்பலகாமம் வடக்கு	8319
தம்பலகாமம் தெற்கு	5407
கந்தளாய்	20569
பறிக்கட்டியாவா	1335
கோமரன்கடவல	4516
கட்கடவில	1203
மதவாச்சிய	1556
தென்னமரணி	518
புல்மோட்டை	3784
பறன மதவாச்சி	349
திரியாய்	1662
குச்சுவெளி	2983
கும்புறுப்பிட்டி	1121
நிலாவெளி	4556
வெள்ளைமணல்	2115
சீனன்குடா	1847
சாம்பல்தீவு	2637
உப்புமெளி	11532

மூலம்: இலங்கைக் குடிசன மதிப்பு — 1971

(i) இழைவரையம் ஒன்றைக் கீறி, அதில் வகை வகுப்பை (ஆகாரம்)க் காட்டுக.

(ii) சிதறல் வரைப்படம் (திரட்டு மீடிற்ன் வளையி) ஒன்று வரைந்து அதில் இடையம், காலணைகளை அடையாளம் செய்க.

குறிப்பு: கிராமத்தின் பெயரும் குடிசனமும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன. பிரமிக்க வேண்டாம். குடிசனத் தரவுகளை மட்டும், ஒழுங்குபடுத்தி, குறிப்புத்தாள் தயாரித்து, வழமை போல வரைப் படங்களை வரைக.)

6. பின்வரும் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி.

(i) இலங்கையின் கிழக்கு மாகாணத்தின் உதவி அரசாங்க அதிபர் பிரிவுகளின் பரப்பளவுப் பரம்பலுக்கு இழை வரையம் ஒன்று கீறி. அதில் வகை வகுப்பையும் (Model Class - ஆகாரம்) குறிக்க.

(ii) எண்கணிதச் சராசரியை (இடை-கூட்டலிடை)க் கணிக்குக. இரண்டு முறைகள் மூலம் பெற்ற விடைகளைச் சுருக்கமாக ஒப்பிடுக.

உதவி அரசாங்க அதிபர் பிரிவுகளின் பரப்பளவு பிரிவின் பெயர்	பரப்பளவு (சதுரமைல்)
ஏறாலூர் பற்று	227
மண்முனைப்பற்று தெற்கு	17
மண்முனைப்பற்று வடக்கு	27
கோறளைப்பற்று	298
கோறளைப்பற்று வடக்கு	162
மண்முனைப்பற்று மேற்கு	107
மண்முனைப்பற்று தெ. மே.	112
பொத்துவில் பற்று	101
அக்கரைப்பற்று	115
அட்டாளைச் சேனை	30
கரவாகுப்பற்று	09
சம்மாந்துறைப்பற்று	139
வெலகம்பற்று வடக்கு	216
வெலகம்பற்று தெற்கு	155
பர்னமைப்பற்று	368
நிந்தாலூர்ப்பற்று	18
மூதூர்ப்பற்று	68
கூட்டுக்குளம்பற்று கிழக்கு	205
கூட்டுக்குளம்பற்று மேற்கு	179

பிரிவின் பெயர்	பரப்பளவு (சதுரமைல்)
திருகோணமலை நகர்	89
கின்னியா	82
கந்தளாய்	130
சேருவில்	147
தம்பலகாமம்	101
படியத்தலாவ	305
மகாலயா	295

7. பின்வரும் அட்டவணைக்குரிய இழை வரையத்தைக் கீறி, வகை வகுப்பையும் (ஆகாரம்) விவரிக்க.

திருகோணமலை மாவட்டத்தில் சிறு குளங்களின் பருமன்
(ஏக்கர் அடி)

தோப்பூர்	584
இலங்கந்தை	560
மணியரசன் குளம்	480
உல்லைக்குளம்	529
பெரியநாயந்தை	356
கட்டைக்கூட்டுக்குளம்	112
இத்திக்குளம்	162
இச்சான் குளம்	108
காயவந்தான்குளம்	180
காயன்குளம்	144
கேயன் வழந்தான்	240
சின்னக்குளம்	129
மகமாம்குளம்	152
நடுத்திக்குளம்	300
பட்டியனாத்துக்குளம்	210
கங்கண்குளக்குளம்	465
கண்கணக்குளம்	290
மடுவாக்குளம்	483
பள்ளச்சேனை	180
சாகரன்குளம்	260
சிரப்பட்டிக்குளம்	240
வேல்வளக்குளம்	261
வண்ணாத்திக்குளம்	152
பெற்றவக்குளம்	360
பனிக்கட்டியாவா	560
பன் மதவாச்சிய	755
கோமரன்கடவல	600
பன்குளம்	312

8. கிரிக்கெட் ஆட்டத்தில் பதினொரு வீரர்கள் பெற்ற ஓட்டங்கள் வருமாறு:

57, 41, 49, 37, 44, 32, 44, 32, 60, 20, 62

- வீச்சைக் கணிக்க.
- சராசரி விலகலைக் கணித்துக் கூறுக.
- காலணை விலகலை அளவிடுக.
- நியம விலகல் யாது?

9. 60 தொழிலாளர்களின் வாராந்தர வருமானம் வருமாறு:

வருமானம்	தொழிலாளர் எண்ணிக்கை
30 — 50 ரூப	7
50 — 60 „	12
60 — 70 „	15
70 — 80 „	20
80 — 100 „	6
	60

- இழைவரையத்தை வரைக.
- ஆகாரத்தைக் குறிக்க.

10. துணுக்காய்க் கிராமத்தில் வாழும் 40 விவசாயிகளின், நெல் விளைச்சல் ஏக்கருக்குரியது பின்வருமாறு:

66, 54, 32, 44, 72, 81, 89, 32, 36, 44,
53, 56, 57, 57, 30, 32, 44, 80, 74, 69,
34, 36, 42, 44, 56, 58, 60, 72, 74, 38,
43, 44, 37, 56, 57, 60, 72, 74, 33, 44,

- இழை வரையம் ஒன்றினை வரைக.
- வகை வகுப்பைக் குறிப்பிடுக.
- திரட்டு மீட்டறன் வளையியை வரைந்து, காலணைகளைக் குறித்துக் காட்டுக.



உயர் வகுப்புக்குரிய புவியியல் நூல்கள்

- இலங்கையின் புவிச்சரிதவியல்
- சமவுயரக்கோட்டுப்பட விளக்கம்
- விமானப் படங்கள்
- புவிவெளியுருவவியல்
- அபிவிருத்திப் புவியியல் - இந்தியா
- அபிவிருத்திப் புவியியல் - ஐக்கிய இராச்சியம்
- அபிவிருத்திப் புவியியல் - உலகப் பாங்கு
- இலங்கைப் புவியியல்
- படம்வரைகலையில் வரைப் படங்கள்
- படம்வரைகலையில் எறியங்கள்
- படம்வரைகலை
- பொருளாதாரப் புவியியல்
- பௌதிகச் சூழல் - நிலவுருவங்கள்
- பௌதிகச் சூழல் - காலநிலையியல்
- ஞாயிற்றுத்தொகுதி
- சந்திரத் தரையியல்
- பௌதிகப் புவியியல் (வினாவிடை)
- புவியியல் புள்ளிவிபரவியல்
- மரணிடப் புவியியல்
- இடவிளக்கவியற் பயிற்சிகள்
- ஐக்கிய அமெரிக்கா

விற்பனையாளர்:

ஸ்ரீ லங்கா புத்தகசாலை,
234, காங்கேசன்துறை வீதி, யாழ்ப்பாணம்.

ஸ்ரீ காந்தா புத்தகசாலை,
330, காங்கேசன்துறை வீதி, யாழ்ப்பாணம்.