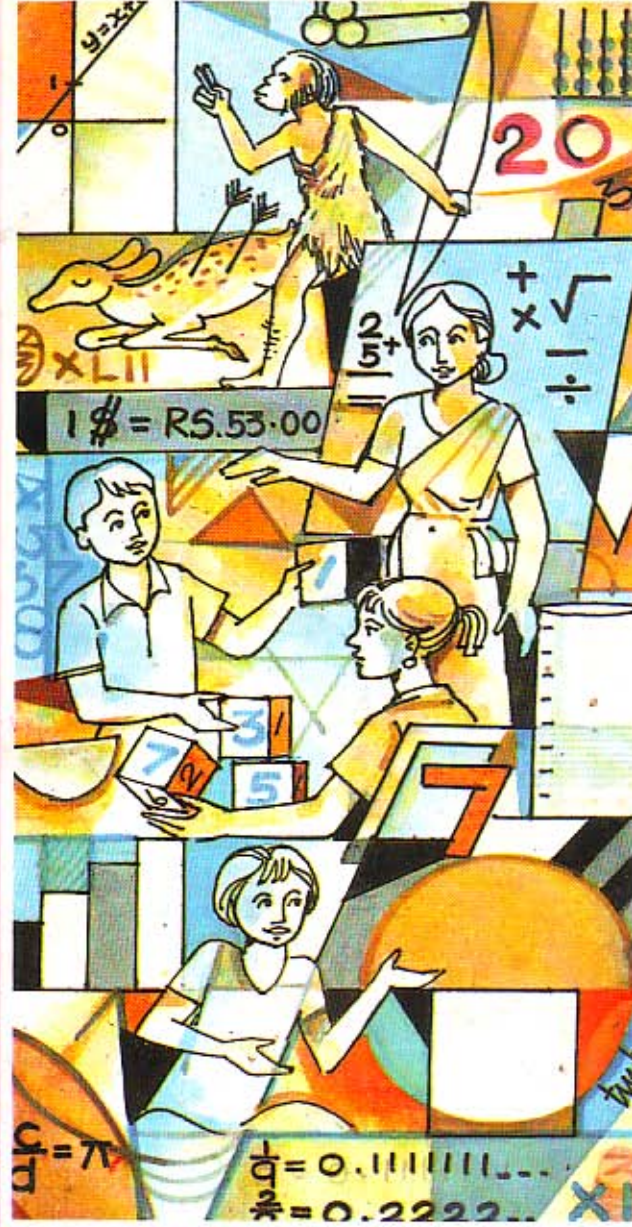




தொலைக் கல்வித் துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்

கணிதம்



எண் தொகுதியும்  
அடிப்படை கணித  
செய்கைகளும்

CEPM 203

ஆசிரியர் தொடர்கல்விப் பாடநெறி

எழுத்தாளர்

ஏ.கலபட,

ஆசிரிய ஆலோசகர்,

தொலைக் கல்வி நிலையம்,

மினுவாங்கொட.

நூலாக்கக்குழு

எம்.பி.ஏக்கநாயக்க,

செயற்றிட்ட அதிகாரி,

தொலைக் கல்வித் துறை.

எம்.கே.பீரீஸ்,

சிரேஷ்ட ஆசிரிய ஆலோசகர்,

தொலைக் கல்வி நிலையம்,

கனத்துறை.

தொழில்நுட்ப பதிப்பும் அச்சுப் பதித்தலும்

ஜி.ஹேமஜித் மஹிந்தரத்ன,

செயற்றிட்ட அதிகாரி,

தொலைக் கல்வித் துறை.

சித்திரம்

எம்.பி.ஏக்கநாயக்க,

செயற்றிட்ட அதிகாரி,

தொலைக் கல்வித் துறை.

அட்டைப்படம்

தயாகலமுல்ல,

சித்திர ஆலோசகர்,

தேஸ்ரன் கல்லூரி.

பதிப்பாசிரியர்(சிங்களம்)

எம்.பி.ஏக்கநாயக்க,

செயற்றிட்ட அதிகாரி,

தொலைக் கல்வித் துறை.

பதிப்பாசிரியர்(தமிழ்)

அ.சிவராஜா,

உதவிச் செயற்றிட்ட அதிகாரி,

தொலைக் கல்வித் துறை.

தமிழ் மொழியாக்கம்

எம்.பி.எம்.எம்.ஷிப்லி,

செயற்றிட்ட அதிகாரி,

ஆரம்பக் கல்வித் துறை.

பாடநெறித் தயாரிப்பு

ஜி.ஹேமஜித் மஹிந்தரத்ன,

செயற்றிட்ட அதிகாரி,

தொலைக் கல்வித் துறை.

பாடநெறி அபிவிருத்தி

கே.ஏ.சீ.டி.குணதிலக்க,

செயற்றிட்ட அதிகாரி,

தொலைக் கல்வித் துறை.

பாடநெறி இணைப்பாளர்

கே.ஏ.சீ.டி.குணதிலக்க,

செயற்றிட்ட அதிகாரி,

தொலைக் கல்வித் துறை.

பணிப்பு

கலாநிதி. ஹேமமாலினி பளிஹக்கார,

பணிப்பாளர்,

தொலைக் கல்வித் துறை.

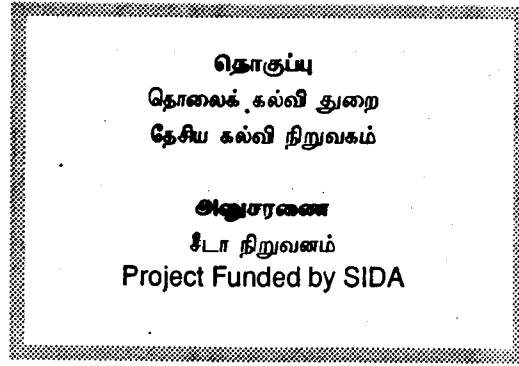
மேற்பார்வை

கலாநிதி.எஸ்.டி.எல்.அமரகுணசேகர,

பிரதிப் பணிப்பாளர் நாயகம்,

தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

# எண் தொகுதியும் அடிப்படை கணித செய்கைகளும்



ஆசிரியர் தொடர்கல்விப் பாடநெறி

உள்ளடக்கம்	பக்கம்
0.0 அறிமுகம் .....	03
1.0 குறிக்கோள்கள் .....	03
2.0 முற்சோதனை .....	04
பகுதி i	
3.0 எண் முறைமை .....	05
பகுதி ii	
4.0 எண் தொகுதிகளின் பண்புகள் .....	14
பகுதி iii	
5.0 கணிதச் செய்கைகள் .....	25
பகுதி iv	
6.0 பொழிப்பு .....	60
7.0 பிற்சோதனை .....	61
8.0 ஒப்படை .....	63
9.0 விடைகள் .....	64

© 1996 தேசிய கல்வி நிறுவகம்

பதிப்பு 1:1

## 0.0 அறிமுகம்

எண்கள் தொடர்பான கருத்து தோன்றிய காலத்தை நிச்சயப்படுத்திக் கூற முடியாது. கற்காலத்திலும் வேட்டையாடும் காலத்திலும் கூட எண்கள் தொடர்பான சில அடிப்படை கருத்துக்களை மனிதன் பயன்படுத்தியதாக நம்ப முடியும். எண்களை தொடர்பாடும் ஊடகமாக எண் பெயர்களும் எண்ச் சூழிகளும் பயன்படுத்தப்பட்டன. எண்ணும் தேவைக்காக எண்ணும் எண்கள் தொடர்பான கருத்தை உருவாக்கிய மனிதன் பின்னர் சூழலில் உள்ள பொருள்களைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் எண்களுக்கிடையே பிணைப்பொன்றைக் கட்டியெழுப்புவதில் வெற்றி கண்டான். பின்னர் மீள மீளக் கூட்டலின் சுருக்க முறையாகப் பெருக்கலையும், மீள மீளக் கழித்தலின் சுருக்க முறையாக வகுத்தலையும் இனங் கண்டான். கழித்தலுக்கும் வகுத்தலுக்கும் அதுவரை இருந்த எண்ணும், எண்கள் போதாதென உணர்ந்ததனால் மிக அர்த்தமுள்ள எண் தொகுதியைக் கண்டு பிடிப்பதற்கு மனிதனுக்கு நேரிட்டது.

எனவே கணித செய்கைகள் தொடர்பாகவும் எண் தொகுதிகளையும் அவற்றின் பல்வேறு பண்புகளையும் பற்றி கற்பது முக்கியமாகும். ஆரம்ப வகுப்புகளில் கற்பிக்கும் உங்களுக்கு எண்கள் தொடர்பான கருத்தை விரிவாக்கிக் கொள்வதற்கும் எண் தொகுதிகள், எண் தொகுதிகளின் பண்புகள், கணித செய்கைகள் என்பன தொடர்பான விளக்கத்தை மாணவருள் விருத்தி செய்யும் விதத்தை அறிந்து கொள்வதற்கு இம்மொடியூல் வழிகாட்டும்.

## 1.0 குறிக்கோள்கள்

இம்மொடியூலைக் கற்பதனால்,

- \* எண் தொகுதிகளின் கிரமமான விருத்தியை பகுப்பாய்ந்து காட்டுவதற்கும்,
- \* கணித செய்கை என்றால் என்ன என வரைவிலக்கணம் கூறுவதற்கும்,
- \* நான்கு அடிப்படை கணித செய்கைகளையும் தனித்தனியே விவரிப்பதற்கும்,
- \* அடிப்படை கணித செய்கைகளை கற்பதற்கு மாணவருக்கு உதவும் விதத்தை அறிந்து கொள்வதற்கும்,
- \* அடிப்படை கணித செய்கைகளை கற்பதற்கு பொருத்தமான கற்றல் உதவி சாதனங்களை அமைப்பதற்கும்,
- \* பல்வேறு எண் தொகுதிகளை விளங்கப்படுத்துவதற்கும்,
- \* ஒவ்வொரு எண் தொகுதியினதும் பண்புகளை விளங்கப்படுத்துவதற்கும்,
- \* பல்வேறு எண் தொகுதியின் பண்புகளை கணிதத்தில் பயன்படுத்தப்படும் விதத்தைக் காட்டுவதற்கும்,

உங்களுக்கு திறன் கிடைக்கப்பெறும் என எதிர்பார்க்கப்படுகிறது.



## 2.0 முற்சோதனை

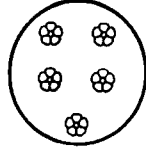
இம்மொடியூலைக் கற்பதற்கு ஆயத்தமாகும் ரீதியில் பின்வரும் முற்சோதனைக்கு விடையளியுங்கள்.

வெற்றிடங்களை நிரப்புங்கள்.

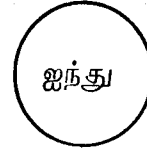
1.



(i)



(ii)



(iii)

மேலே உள்ள மூன்று உருக்களில்,

- i. "ஐந்து" எனும் எண் உள்ள உருவின் இலக்கம்.....
- ii. "ஐந்து" என்பதை வகைகுறிக்கும் எண் குறியீடுள்ள உருவின் இலக்கம் .....
- iii. "ஐந்து" என்பதை வகை குறிக்கும் எண் பெயர் உள்ள உருவின் இலக்கம் .....

2. "இன்று 4ஆம் ஆண்டு மாணவர் 5 பேர் வரவில்லை" இக்கூற்றில்

- i. .... எனும் குறியீட்டினால் வகை குறிக்கப்படுவது எண்ணொன்றின் முதலிமை பெறுமானமாகும்.
- ii. .... பெறும் குறியீட்டினால் வகை குறிக்கப்படுவது எண்ணொன்றின் ஊழிப் பெறுமானமாகும்.

3. i.  $8 + 4 + 5 = 8 + \dots = \dots$

ii.  $8 + 4 + 5 = \dots + 5 = \dots$

iii.  $(6 - 4) - 1 = \dots - 1 = \dots$

iv.  $3 \times 4 \times 8 = \dots \times 8 = \dots$

v.  $3 \times 4 \times 8 = \dots \times 32 = \dots$

4.  $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{4} \times \frac{\dots}{100} = \frac{\dots}{100} = 0.25$

5. 347 என்பதில் 4 இன் பெறுமானம் ..... ஆகும்.

6. எகிப்து, மாயா, இந்து - அராபிய, உரோமன் எனும் எண் முறைமைகளில் பிரசித்தமான எண்முறைமை ..... ஆகும்.

7. இந்து-அரேபிய எண் முறைமையில் பயன்படுத்தப்படும் குறியீடுகளின் எண்ணிக்கை ..... ஆகும்.

## பகுதி 1

### 3.0 எண் முறைமை

எண் என்றால் என்ன? எண்ணைக் காட்டுவதற்காகப் பயன்படுத்தப்படும் எகிப்து, மாயன், உரோமன், இந்து-அராபிய எண்குறியீடுகளின் பண்புகள் யாவை? என்பதை நீங்கள் எண்ணும் எண்குறியீடுகளும் தொடர்பான மொடியூலிலிருந்து இப்போது கற்றிருப்பீர்கள். இம்மொடியூலில் நாம் எண் முறைமை தொடர்பாகக் கற்போம்.

#### 3.1 கியற்கை எண்கள் (Natural Numbers)

1, 2, 3,..... என்றவாறு முடிவின்றி உள்ள எண்ணுவதற்காகப் பயன்படுத்தப்படும் எண்கள் இயற்கை எண் தொகுதி என கணிதத்தில் அழைக்கப்படும், இவை எண்ணும் எண்கள் எனவும் அழைக்கப்படும். இது  $\mathbb{N}$  எனும் குறியீட்டினால் காட்டப்படுவதோடு தொடை குறியீட்டினால் இவ்வாறு காட்டப்படும்.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

யுகங்களில் மனிதர்களுக்குத் தமது பிராணிகளின் அல்லது பொருள்களின் தொகையைக் காணும் தேவைக்கு இந்த எண் தொகுதி போதுமானதாக இருந்தது. பின்னர் மனிதனும் பல்வேறு பொருள் தொகைகளை கூட்டுவதற்கும் நீக்குவதற்குமான தேவை எழுந்தது. கூட்டுவதற்கு இயற்கையெண்கள் போதுமானவையாக இருந்த போதிலும் நீக்குவதற்கு இயற்கை எண்கள் போதுமானவையாக இல்லாத சந்தர்ப்பங்களை மனிதன் சந்திக்க நேரிட்டது.

$7 - 7 = ?$  போன்ற பிரச்சினத்திற்கு இயற்கை எண் தொகுதியில் தீர்வு இல்லை யென்பதனால் மிக விரிவான எண் முறைமையொன்றின் தேவை மேலெழுந்தது.

### 3.2 முழுவெண்கள் (Whole Numbers)

இயற்கை எண்களும் 0 (பூச்சியம்) உம் அடங்கிய எண்தொகுதி முழுவெண் தொகுதி என்றழைக்கப்படும். இது W எனும் குறியீட்டினால் காட்டப்படுவதோடு தொடை குறியீட்டினால் இவ்வாறு காட்டப்படும்.

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$7 - 7 = ?$ ,  $5 - 5 = 7$  போன்ற பிரச்சினைகளுக்கான தீர்வுகளை முழுவெண் தொகுதியிலிருந்து காணக்கூடியதாக இருந்த போதிலும்  $4 - 7 = ?$ ,  $5 - 8 = ?$  போன்ற பிரச்சினைகளுக்கு தீர்வுகளை முழுவெண் தொகுதியிலிருந்து காண முடியாததனால் மனிதரின் அன்றாட நடவடிக்கைகளுக்கு முழுவெண் தொகுதியும் போதுமானதாக இல்லாதிருந்தது. எனவே முழுவெண் தொகுதியையும் விட விரிவான எண்தொகுதியொன்றின் தேவை மேலெழுந்தது.

### 3.3 நிறைவெண்கள் (Integers)

முழுவெண் தொகுதியைக் கொண்டு பல்வேறு பிரச்சினைகளைத் தீர்க்கும் போது பின்வருமாறான பிரச்சினைகள் தொடர்பாக கணிதவியலாளர்களின் கவனம் செலுத்தப்பட்டது.

1. கிணறொன்றில் மழைக்காலத்தில் நீர் மட்டம் 5 அலகுகளினால் உயர்தலும் வரட்சி காலத்தில் நீர் மட்டம் 5 அலகுகளினால் கீழிறங்குதலும்.
2. வடக்கு திசை நோக்கி நிகழும் 4 அலகுகள் அசைவும் தெற்கு திசை நோக்கி நிகழும் 4 அலகுகள் அசைவும்.

இவ்வாறான பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வாக +, - எனும் குறியீடுகள் இடப்பட்ட எண்கள் மூலம் திசையைக் காட்டுவதற்கு அவர்கள் முற்பட்டனர். இதற்கேற்ப



வலது பக்க எண்கள் +1, +2, +3, ..... என்றாலும் இடது பக்க எண்கள் -1, -2, -3, ..... என்றவாறும் காட்டப்படும் எண் தொகுதி உருவாகியது. அது நிறையெண் தொகுதி என்றழைக்கப்படும் இது '-' எனும் குறியீட்டினால் காட்டப்படுவதோடு தொடை குறியீடுகளினால் இவ்வாறு காட்டப்படும்.

$$\mathbf{Z} = \{ \dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$$

அறிப்பு:

தொடை { 1, 2, 3, 4, ... } நேர் நிறையெண் எனவும்

தொடை { ..... -4, -3, -2, -1 } மறை நிறையெண் எனவும் அழைக்கப்படும்.

இப்பொது நீங்கள் நிறையெண்களை அறிந்து கொண்டீர்கள். நீங்கள் பெற்றுக் கொண்ட அறிவைப் பதித்துக் கொள்வதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

## செயற்பாடு 1

பின்வரும் பிரச்சினைகளுக்கான தீர்வுகளைக் குறிப்பிட்டு அவை நிறையெண்களா அல்லவா என அடைப்புக்குள் எழுதுங்கள்.

- (i)  $5 + 3 = \dots\dots\dots$  (.....)
- (ii)  $6 - 2 = \dots\dots\dots$  (.....)
- (iii)  $5 \times 3 = \dots\dots\dots$  (.....)
- (iv)  $12 \div 3 = \dots\dots\dots$  (.....)
- (v)  $8 - 8 = \dots\dots\dots$  (.....)
- (vi)  $7 - 9 = \dots\dots\dots$  (.....)
- (vii)  $(-15) + 3 = \dots\dots\dots$  (.....)
- (viii)  $8 \div (-2) = \dots\dots\dots$  (.....)
- (ix)  $5 \times (-2) = \dots\dots\dots$  (.....)
- (x)  $3 \div 4 = \dots\dots\dots$  (.....)
- (xi)  $1 \div 3 = \dots\dots\dots$  (.....)

மேற்குறித்த செயற்பாட்டில் ஈடுபட்ட உங்களுக்கு (x) ஐயம் (xi) ஐயும் தவிர்ந்த மற்றைய பிரச்சினைகளுக்கு நிறையெண்கள் கிடைக்கப்பெற்றிருக்கும். (x) இற்கு 0.75 உம் (xi) இற்கு 0.33... உம் கிடைத்திருக்கும். ஆனால் அவை நிறையெண்கள் அல்ல. இனி நாம் நிறையெண் தொகுதியையும் விட விரிவான எண் தொகுதி தொடர்பாக கற்பதற்கு முன்னர் விசேட வகை எண்களை அறிந்து கொள்வதற்காக செயற்பாடொன்றில் ஈடுபடுவோம்.

## செயற்பாடு 2

பின்வரும் பின்னங்களை தசமங்களாக 6 தசம தானத்திற்கு எழுதுங்கள்.

$$(i) \frac{2}{3} = \dots\dots\dots (iv) \frac{104}{33} = \dots\dots\dots$$

$$(ii) \frac{10}{3} = \dots\dots\dots (v) \frac{35}{111} = \dots\dots\dots$$

$$(iii) \frac{5}{6} = \dots\dots\dots$$

மேலுள்ள பிரசினங்களுக்குத் தீர்வகளாக முறையே 0.666666, 3.333333, 0.833333, 3.151515, 0.315315 எனக் கிடைத்திருக்கும். இங்கு ஒரே இலக்கம் அல்லது பல இலக்கங்கள் மீள மீள வந்திருப்பதை நீங்கள் கண்டிருப்பீர்கள். அவ்வாறான தசமங்கள் மீள் தசமங்கள் என்றழைக்கப்படும். ஒரு தொகுதி இலக்கங்கள் மீளும் தசமங்கள் மடங்குகின்ற தசமங்கள் என்றழைக்கப்படும். இவை சுருக்கமாக பின்வருமாறு காட்டப்படும்.

$$0.6666666666.. = 0.\dot{6}$$

$$3.333333333.... = 3.\dot{3}$$

$$0.83333333... = 0.8\dot{3}$$

$$3.151515 = 3.\dot{1}5$$

$$0.315315 = 0.3\dot{1}5$$

இலக்கத்திற்கு அல்லது மடங்குகின்ற முதலாவது இலக்கத்திற்கும் கடைசி இலக்கத்திற்கும் மேலே புள்ளி இட்டு காட்டலாம்.

0.6	= 0.6	பூச்சியம் தசம ஆறு மடங்குகின்ற
3.3	= 3.3	பூச்சியம் தசம எட்டு மடங்குகின்ற
0.83	= 0.83	பூச்சியம் தசம எட்டு மூன்று மடங்குகின்ற
3.15	= 3.15	பூச்சியம் தசம ஒன்று ஐந்து மடங்குகின்ற
0.315	= 0.315	பூச்சியம் தசம மூன்று ஒன்று ஐந்து மடங்குகின்ற

என வாசிக்கலாம்

எந்த மடங்குகின்ற தசமத்தையும் சாதாரண பின்னமாக மாற்ற முடியும் இது தொடர்பாக உங்களுக்கு இலக்கம் 4 'பின்னங்களும் தசமங்கள்' என்னும் மொடியூலில்

கற்பதற்கு சந்தர்ப்பம் கிடைக்கும். இனி நாம் இன்னோர் எண் தொகுதி பற்றி கற்போம்.

### 3.4 விகிதமுறு எண்கள் (Rational Numbers)

விகிதமுறு எண்கள் தொடர்பாக விளக்கத்தைப் பெறுவதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

#### செயற்பாடு 3

வெற்றிடங்களில் பொருத்தமான நிறையெண்களை எழுதுங்கள்.

$$(1) 7 = \frac{7}{1} = \frac{14}{2}$$

$$(6) 0.6 = \frac{2}{3}$$

$$(2) 0.7 = \frac{7}{10}$$

$$(6) 3.3 = \frac{10}{3}$$

$$(3) 5\frac{2}{7} = \frac{37}{7}$$

$$(8) 0.8\bar{3} = \frac{5}{6}$$

$$(4) 0.75 = \frac{75}{100}$$

$$(9) 0.3\bar{15} = \frac{35}{111}$$

$$(5) 1.5 = 1\frac{5}{10} = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$(10) \sqrt{16} = 4 \text{ அல்லது } -4$$

உங்கள் விடைகளை இந்த மொடியூலின் இறுதியில் தரப்பட்டுள்ள விடைகளோடு ஒப்பிடுங்கள்.

$$\frac{p}{q} = \frac{0505}{0505} = 2151505 \quad q \neq 0 \text{ என } p$$

மேலே குறிப்பிட்ட செயற்பாட்டில் ஈடுபட்ட உங்களுக்கு அதிகம் முதலில் தரப்பட்டுள்ள எண்களையும்  $p/q$  ( $p$  உம்  $q$  உம் நிறையெண்கள்  $q \neq 0$ ) எனும் விதத்தில் எழுத முடியும் என்பது விளங்கி இருக்கும். அவாறான எண்கள் விகிதமுறு எண்கள் எனப்படும். விகிதமுறு எண்கள்  $Q$  எனும் குறியீட்டினால் குறிக்கப்படும்.

## விகிதமுறு எண்கள்

$p$  உம்  $q$  உம் எவையேனுமிரு நிறையெண்களாகவும்  $q \neq 0$  ஆகவும் இருக்கும் போது  $p/q$  எனும் விதத்தில் காட்டக் கூடிய எந்த எண்ணும் விகிதமுறு எண் என்றழைக்கப்படும். ( $p=0$  ஆக இருக்கும்போது  $0/q$  ஆக இருப்பதோடு  $q=0$  ஆகவிருக்கும் போது  $p/0$  என்பது கருத்தற்றதாகும்)

## 3.5 விகிதமுறா எண்கள் (Irrational Numbers)

விகிதமுறா எண்கள் தொடர்பாக விளக்கத்தைப் பெறுவதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

### செயற்பாடு 4

பின்வரும் எண்களின் வர்க்கமூலத்தைக் காணுங்கள். (உச்சமாக மூன்று தரம தானங்களுக்கு காணுதல் போதுமானதாகும்)

(i)  $\sqrt{625}$

(ii)  $\sqrt{11.56}$

(iii)  $\sqrt{2}$

(iv)  $\sqrt{3}$

(v)  $\sqrt{11}$

மேற்குறித்த செயற்பாட்டில் ஈடுபட்ட உங்களுக்கு விடையாக முறையே 25, 3.4, 1.414, 1.732, 3.316 எனும் எண்கள் கிடைக்கப்பெற்றிருக்கும். கணித்தல் பொறி (Calculator), கணணி (Computer) என்பவற்றைப் பயன்படுத்தி  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{11}$  ஆகியவற்றிற்கு பெறப்பட்ட பெறுமானங்கள் கிட்டிய பெறுமானங்களாக கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

	கணித்தல் பொறி	கணணி
$\sqrt{2}$	1.4142135	1.4142135624
$\sqrt{3}$	1.7320508	1.7320508676
$\sqrt{11}$	2.3166247	3.3166247904

அதாவது  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}$  போன்ற எண்களின் பெறுமானங்களை குறிப்பாகக் காண முடியாது. கிட்டிய பெறுமானத்தை மட்டுமே காண முடியும்.

$\sqrt{625} = \frac{25}{1}$  , ,  $\sqrt{11.56} = 3.4 = \frac{34}{10}$  என, அதாவது  $p/q$  ( $p$  உம்  $q$  உம் நிறை

எண்கள்,  $q \neq 0$ ) எனும் விதத்தில், காட்டப்பட முடியும். ஆனால்  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{11}$  போன்ற எண்களை அவ்விதமாய் காட்டமுடியாத. எனவே நாம் கற்ற விகிதமுறு எண்களுக்கு மேலதிகமாக விகிதமுறு விதத்தில் காட்ட முடியாத எண்களும் உண்டென்பது இப்போது உங்களுக்கு விளங்கி இருக்கும். அவ்வாறான எண்கள் விகிதமுறா எண்கள் எனப்படும். இது  $Q$  இனால் காட்டப்படும். (இது  $Q$  கோடு என வாசிக்கப்படும்.)

### 3.6 மெய்யெண்கள் (Real Number)

எல்லா விகிதமுறு எண்களையும், விகிதமுறா எண்களையும் உள்ளடக்கிய எண் தொகுதி மெய்யெண் தொகுதி எனப்படுவதோடு அது  $\mathbb{R}$  எனக் காட்டப்படும்.

நீங்கள் இப்போது சில எண் தொகுதிகளைப் பற்றி கற்றுள்ளீர்கள். எண்ணொன்றை இன்னொரு எண்ணிற்கு சார்பாக கூறுதல் சில வேளைகளில் முக்கியமாகும். அவ்வாறான எண்கள் உள்ளடங்கிய எண்தொகுதி தொட்டம் இனி கற்போம்.

எண் தொகுதி தொடர்பாக நீங்கள் பெற்ற அறிவை சோதிப்பதற்காக பின்வரும் செவ்வையார்த்தலில் இருபடுங்கள்.

#### செவ்வையார்த்தல் 1

பின்வரும் வாக்கியங்கள் கணித ரீதியாக சரியெனின்  $\checkmark$  எனவும் பிழையாயின்  $X$  என எதிரே குறியுங்கள்.

1. பூச்சியம் இயற்கை எண்ணொன்றாகும்.
2. பூச்சியம் நிறைவேண்ணாகும்.
3. பூச்சியம் விகிதமுறு எண்ணொன்றல்ல.
4. எந்தவொரு எண்ணினதும் வர்க்க மூலத்தினால் காட்டப்படுவது விகிதமுறா எண்ணாகும்.
5.  $-3.4$  என்பது நிறைவேண்ணாகும்.
6.  $\frac{22}{7}$  விகிதமுறு எண்ணாகும்.
7. இரு இயற்கை எண்களைக் கூட்டினால் எப்போது இயற்கை எண்ணொன்று பெறப்படும்.

8. இயற்கை எண்ணொன்றிலிருந்து இயற்கை எண்ணொன்றைக் கழித்தால் எப்போதும் இயற்கை எண்ணொன்று பெறப்படும்.
9. நிறையெண்ணொன்றை நிறைவேண்ணொன்றால் வகுத்தால் எப்போதும் நிறையெண்ணொன்று பெறப்படும்.
10. இரு விகிதமுறு எண்களை கூட்டில், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் எனும் கணித செய்கைகளுக்கு உட்படுத்தும்போது விகிதமுறு எண்ணொன்று பெறப்படும்.

எண்தொகுதி தொடர்பாக நீங்கள் பெற்ற அறிவைப் பதித்துக் கொள்வதற்காக பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுங்கள்.

### பயிற்சி 1

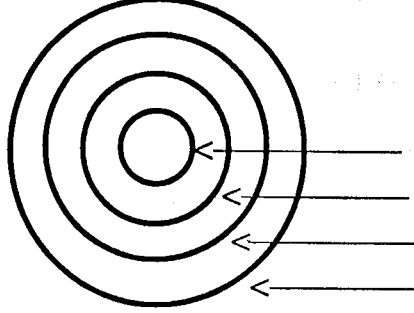
1. பின்வரும் அட்டவணையில் ஒவ்வொரு நிரலிலும் உள்ள எண்கள் ஒவ்வொரு நிரலிலும் உள்ள எண்தொகுதிக்கு உரியதெனின் "/ " எனும் அடையாளத்தை உரிய கூட்டினுள் இடுங்கள்.

தொடர் இலக்கம்	எண்	எண்தொகுதி					
		இயற்கை	முழு	நிறையெண்	விகிதமுறு	விகிதமுறா	மெய்
(i)	4	✓	✓	✓	✓		✓
(ii)	$\sqrt{36}$						
(iii)	0.142						
(iv)	$\sqrt{5}$						
(v)	$1\frac{3}{4}$						
(vi)	$\frac{2}{3}$						
(vii)	0						
(viii)	0.25						
(ix)	$\sqrt{0.16}$						
(x)	-4						
(xi)	-1.6						
(xii)	$-\frac{1}{4}$						



2. பின்வரும் எண்களை தரப்பட்ட வரிப்படத்தில் பொருத்தமாக உள்ள க்குங்கள்.

$13$ ,  $2$ ,  $\sqrt{17}$ ,  $\frac{22}{7}$ ,  $0.32$ ,  $-5$ ,  $-125$   
 $c$   $a$   $d$   $d$   $c$   $b$   $c$



இயற்கையெண்  $a$   
 நிறையெண்  $b$   
 விகிதமுறு எண்  $c$   
 விகிதமுறா எண்  $d$   
 மெய்யெண்  $e$

உரு 1

## 4.0 எண் தொகுதிகளின் பண்புகள்

பல எண்தொகுதிகளை நீங்கள் முந்திய பகுதியில் அறிந்து கொண்டீர்கள். இனி நாம் எண் தொகுதிகளில் காணக்கூடிய சில பண்புகளை இப்பகுதியில் கற்போம்.

### 4.1 அடைத்த தன்மை

அடைந்த தன்மை என்பதன் கருத்து யாதென்பதை விளங்கிக் கொள்ளவதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

#### செயற்பாடு 5

$a, b$  என்பன இயற்கையெண் தொகுதியில் இரு மூலகங்கள் எனக் கருதி பின்வரும் அட்டவணையைப் பூர்த்திசெய்யுங்கள்.

	a	b	a+b	a-b	axb	a ÷ b
1	4	5				
2	5	8				
3	12	3				
4	15	5	20	10	75	3
5	3	9				
6	4	7				
7	12	24				
8	6	15				

மேலே அட்டவணையில் பெறப்பட்ட பேறுகளுக்கு ஏற்ப பின்வரும் கூற்றுகள் சரியெனின் './' எனவும் பிழையெனின் 'x' எனவும் அடையாளமிடுங்கள்.

- i. இயற்கை எண்களைக் கூட்டும்போது விடையாக எப்போதும் இயற்கை எண்ணொன்றே பெறப்படும்.
- ii. இயற்கை எண்களைக் கழிக்கும் போது விடையாக எப்போதும் இயற்கை எண்ணொன்றே பெறப்படும்.
- iii. இயற்கை எண்களைப் பெருக்கும் போது விடையாக எப்போதும் இயற்கை எண்ணொன்றே பெறப்படும்.
- iv. இயற்கை எண்களைப் வகுக்கும் போது விடையாக எப்போதும் இயற்கை எண்ணொன்றே பெறப்படும்.

இச்செயற்பாட்டில் ஈடுபட்ட உங்களுக்கு i. உம் iii. உம் உண்மை எனவும் ii. உம் iv. உம் பொய்யெனவும் கிடைக்கப் பெற்றிருக்கும். வேறு இயற்கை எண்களை கருதினாலும் i. உம் iii. உம் மேலே உண்மையாகும்.

இவ்வாறு ஏதேனும் எண் தொகுதியின் மூலகங்கள் மீது கணித செய்கையொன்றை பிரயோகிப்பதன் மூலம் பெறப்படும் விடை அத்தொகுதியின் மூலகமொன்றாயின் அக்கணித செய்கையினால் பெறப்படும் எண் தொகுதி அமைத்தது எனப்படும்.

இதற்கேற்ப இயற்கை எண்களை கூட்டும் போதும் பெருக்கும் போதும் அடைத்த தன்மை இருப்பதோடு கழிக்கும் போதும் வகுக்கும் போதும் அடைத்த தன்மை இருப்பதில்லை.

### அடைத்த தன்மை

a, b என்பன எந்தவோர் எண் தொகுதினதும் இரு மூலகங்களும் \* என்பது ஏதேனுமொரு கணித செய்கையும் எனின், எல்லா a இற்கும் b இற்கும்  $a * b = c$  ஆகுமாறு c எனும் மூலகமொன்று அவ்வெண் தொகுதியிலேயே நிலவுமெனின் அவ்வெண்தொகுதி கணித செய்கை \* அடைத்தது எனப்படும்.

அடுத்ததாக நாம் எண் தொகுதிகளின் இன்னுமொரு பண்பைக் கருதிப் பார்ப்போம்.

### 4.2 பரிவர்த்தனை விதி

பரிவர்த்தனை விதி தொடர்பாக விளக்கத்தைப் பெறுவதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

## செயற்பாடு 6

1. பின்வரும் அட்டவணையில் வெற்றிடங்களை நிரப்புங்கள்.

	a	b	a+b	b+a	axb	bx a	a-b	b-a	a÷b	b÷a
i	2	4								
ii	3	8								
iii	5	7								
iv	12	15	27	27	180	180	-3	3	4/5	5/4

### அட்டவணை 5

2. மேலே உள்ள அட்டவணையைப் பூர்த்தி செய்ததும் பெறப்பட்ட தரவிற்கேற்ப வெற்றிடங்களில் = அல்லது ≠ எனும் குறியீட்டை இடுங்கள்.

i  $a + b$  .....  $b + a$

ii  $a \times b$  .....  $b \times a$

iii  $a - b$  .....  $b - a$

iv  $a \div b$  .....  $b \div a$

2. மேலே உள்ள அட்டவணையைப் பூர்த்தி செய்த உங்களுக்கு அதிலிருந்து பெறப்பட்ட தரவிற்கேற்ப

$$a + b = b + a$$

$$a \times b = b \times a$$

$$a - b = b - a$$

$$a \div b = b \div a$$

எனப் பெறப்பட்டிருக்கும்.

இயற்கை எண்களைக் கூட்டும் போதும் பெருக்கும்போதும் நிலவும் இப்பண்பு பரிவர்த்தனை விதி எனப்படும்.

இயற்கை எண்களைக் கழிக்கும்போதும் வகுக்கும்போதும் பரிவர்த்தனை இல்லை என உங்களுக்கு மேலுள்ள தகவல்களில் இருந்து விளங்கி இருக்கும்.

#### பரிவர்த்தனை விதி

a, b என்பன எண் தொகுதியொன்றின் இரு மூலகங்களும் \* என்பது ஏதேனுமொரு கணித செய்கையும் எனின்  $a*b = b*a$  எனும் பண்பு நிலவும் எனின் அவ்வெண் தொகுதியில் \* எனும் கணித செய்கைக்கு பரிவர்த்தனையாகும் எனப்படும்.

இனி நாம் எண்தொகுதிகளின் இன்னொரு பண்மைபக் கருதில் பார்ப்போம்.

#### 4.3 தொகுப்புவிதி (சேர்த்தி விதி)

தொகுப்பு விதியை விளங்கிக் கொள்வதற்கு பின்வரும் உதாரணங்களை ஆராய்வோம்.

உதாரணம்:

3+4+5 என்பதை சுருக்குங்கள்

இதனை சுருக்கும் இரு முறைகள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன.

$$(i) \quad (3+4) + 5 = 7 + 5 = 12$$
$$3 + (4+5) = 3 + 9 = 12$$

மேலும் இரு முறைகளிலும் ஒரே பெறுபேறு பெறப்படும் அதனை அடைப்புக்குறிகளைப் பயன்படுத்தி இவ்வாறு காட்ட முடியும்.

$$(3+4) + 5 = 3 + (4+5)$$

அதாவது மூன்று எண்களைக் கூட்டும்போது தடவையொன்றில் எவ்விரு எண்களை முதலில் எடுத்து கூட்டினாலும் பெறுபேறு மாற்றமடையாது நிலவும் இப்பண்பிற்கு எண்களைக் கூட்டும் போது தொகுப்பு விதி திருப்தி செய்யப்படுகிறது எனப்படும்.

இனி எண்களைப் பெருக்கும் போது தொகுப்பு விதி திருப்தி செய்யப்படுகின்றதா என பின்வரும் உதாரணத்தின் மூலம் பார்ப்போம்.

**உதாரணம்:**

கருக்குக.  $4 \times 5 \times 6$

$$(4 \times 5) \times 6 = 20 \times 6 = 120$$

$$4 \times (5 \times 6) = 4 \times 30 = 120$$

இவ்வாறு எவையேனும் மூன்று எண்களைப் பெருக்கும் போது தடவை யொன்றில் எவ்விரு எண்களையும் முதலில் எடுத்து பெருக்கினாலும் பெறுபேறு மாற்றமடையாது என்பது உங்களுக்கு விளங்கி இருக்கும். இப்பண்பிற்கு எண்களைப் பெருக்கும் போது தொகுப்பு விதி திருப்தி செய்யப்படுகிறது எனப்படும்.

அனேகமாக எண் தொகுதிகளில் கழித்தலின்போதும் வகுத்தலின்போதும் தொகுப்பு விதி திருப்தி செய்யப்படுவதில்லை.

நாம் இயற்கை எண் தொகுதியில் மூன்று எண்களை வகுத்து கருதிப் பார்ப்போம்.

**உதாரணம் 1**

கருக்குக:  $7 - 3 - 2$

$$(i) (7 - 3) - 2 = 4 - 2 = 2$$

$$(ii) 7 - (3 - 2) = 7 - 1 = 6$$

அதாவது  $(7 - 3) - 2 \neq 7 - (3 - 2)$  என்பது உங்களுக்கு விளங்கிக் இருக்கும்.

எனவே இயற்கை யெண்களைக் கழிக்கும் போது தொகுப்பு விதி திருப்தி செய்யப்படுவதில்லை என்பது தெளிவாகிறது.

**உதாரணம் 2**

கருக்குக:  $3 \div 4 \div 7$

இவ்வெண்களுள் எவையேனும் இரு எண்களை தடவையொன்றில் எடுத்து வகுத்துப் பார்ப்போம்.

$$(3 \div 4) \div 7 = 3/4 \div 7 = 3/28 = 0.107$$

$$3 \div (4 \div 7) = 3 \div 4/7 = 21/4 = 5.25$$

அதாவது  $(3 \div 4) \div 7 \neq 3 \div (4 \div 7)$  என்பது உங்களுக்கு விளங்கியிருக்கும்.



எனவே இயற்கையெண்களை வகுக்கும்போது தொகுப்பு விதி திருப்தி செய்யப்படுவதில்லை என்பது தெளிவாகிறது.

#### தொகுப்பு விதி

$a, b, c$  என்பன ஏதேனும் மொரு எண் தொகுதியொன்றின் மூன்று மூலகங்களும்  
 $*$  என்பது ஏதேனும் மொரு கணித செய்கையும் எனின்  $(a*b)*c = a*(b*c)$   
 எனும் பண்பு நிலவும் எனின் அவ்வெண் தொகுதியில்  $*$  எனும் கணித செய்கை தொகுப்புவிதியை திருப்தி செய்யுகிறது.

இனி நாம் எண் தொகுதிகளின் இன்னொரு பண்பைக் கருதிப் பார்ப்போம்.

#### 4.4 சர்வசமன்.

சர்வசமன் தொடர்பாக விளக்கத்தைப் பெறுவதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

#### செயற்பாடு 7

- (i)  $5 + \dots = 5$     (ii)  $\dots + 5 = 5$     (iii)  $7 + \dots = 7$     (iv)  $\dots + 7 = 7$   
 (v)  $5 \times \dots = 5$     (vi)  $\dots \times 5 = 5$     (vii)  $7 \times \dots = 7$     (viii)  $\dots \times 7 = 7$

பொருத்தமான பெறுமானத்தை இட்டு வெற்றி நிகளை நிரப்புகள்.

மேலே (i), (ii), (iii), (iv) என்பவற்றிற்கு வெற்றி த்துக்கு 0 உம் (பூச்சியமும்)  
 (v), (vi), (vii), (viii) என்பவற்றிற்கு வெற்றி த்திற்கு 1 உம் உங்களுக்கு கிடைத்திருக்கும்.

எந்த எண்தொகுதிக்கும் உரிய எண்ணொன்றிற்கு 0 ஐக் கூட்டும் போதும் 1 ஆல் பெருக்கும் போதும் அவ்வெண் மாறுவதில்லை.

எனவே 0 (பூச்சியம்) கூட்டற் சர்வசமன் எனவும் 1 பெருக்கற் சர்வசமன் எனவும் அழைக்கப்படும்.

#### சர்வசமன்

$a$  என்பது ஏதேனும் மொரு எண் தொகுதியொன்றின் ஏதேனும் மொரு மூலகமாகவும்  $*$  என்பது ஏதேனும் மொரு கணித செய்கையும் எனின்  
 $a * e = e * a = a$  என்றாகுமாறு  $e$  எனும் மூலகமாக இருக்குமெனினும் அம்மூலகம் சர்வசமன் எனப்படும்.

இனி நாம் எண் தொகுதியின் இன்னும் மொரு பண்பை எடுத்துப் பார்ப்போம்.

## 4.5 நேர்மாறு

எண்ணொன்றின் நேர்மாறு தொடர்பாக விளக்கத்தைப் பெறுவதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

### செயற்பாடு 8

வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

1. (i)  $5 + (-5) = \dots\dots\dots$
- (ii)  $-5 + (5) = \dots\dots\dots$
- (iii)  $8 + -(8) = \dots\dots\dots$
- (iv)  $-8 + (8) = \dots\dots\dots$
- (v)  $5 \times \frac{1}{5} = \dots\dots\dots$
- (vi)  $\frac{1}{5} \times 5 = \dots\dots\dots$
- (vii)  $-4 \times (-\frac{1}{4}) = \dots\dots\dots$
- (viii)  $-\frac{1}{4} \times (-4) = \dots\dots\dots$

மேலே உள்ள செயற்பாட்டில் (i), (ii), (iii), (iv) என்பவற்றிற்கு வெற்றிடத்துக்கு 0 உம் (பூச்சியமும்) (v), (vi), (vii), (viii) என்பவற்றிற்கு வெற்றிடத்திற்கு 1 உம் உங்களுக்கு கிடைத்திருக்கும். எண்களை இன்னொரு எண்ணுடன் கூட்டும் போது பெறுபேறாக கூட்டற் சர்வசமன் பெறப்படுமெனின் அப்போது அவ்வெண்களில் ஒன்றிற்கு மற்றைய எண் கூட்டல் நேர்மாறு எனப்படும்.

இதற்கேற்ப 5 இன் கூட்டல் நேர்மாறு -5 ஆக இருப்பதோடு -5 இன் கூட்டல் நேர்மாறு 5 ஆகும்.

எண்ணொன்ற இன்னொரு எண்ணாற் பெருக்கப்படும் போது பெறுபேறாக பெருக்கற் சர்வசமன் பெறப்படுமெனின், அப்போது அவ்வெண்களில் ஒன்றிற்கு மற்றைய எண் பெருக்கற் நேர்மாறு எனப்படும்.

இதற்கேற்ப 5 இன் பெருக்கற் நேர்மாறு  $\frac{1}{5}$  ஆக இருப்பதோடு  $\frac{1}{5}$  இன் பெருக்கற் நேர்மாறு 5 ஆகும்

### நேர்மாறு

a என்பது ஏதேனுமொரு எண் தொகுதியின் மூலகமாகவும் e என்பது சர்வசமனாயும் \* என்பது ஏதேனுமொரு கணித செய்கையாகவும் இருப்பின்  $a * a' = a' * a = e$  என்றாகுமாயின் a' எனும் மூலகம் a இன் நேர்மாறு எனப்படும்.

இனி நாம் எண் தொகுதிகளில் இன்னுமொரு பண்பைக் கருதிப் பார்ப்போம்.

### 4.6 பரம்பல் விதி

பரம்பல் விதி தொடர்பாக விளக்கத்தைப் பெறுவதற்கு பின்வரும் உதாரணங்களை ஆராய்வோம்

#### உதாரணம் 1

கருக்குக:

(i)  $4(5 + 2)$

(ii)  $4 \times 5 + 4 \times 2$

(iii)  $4(5 + 2) = 4 \times 7 = 28$

(iv)  $4 \times 5 + 4 \times 2 = 20 + 8 = 28$

மேலுள்ள உதாரணங்கள் (1)ஐயும் (11) ஐயும் கருக்கும்போது ஒரே பெறுபேறு கிடைக்கிறது.

$$\therefore 4(5 + 2) = 4 \times 5 + 4 \times 2$$

#### உதாரணம் 2

(i)  $6(5 - 2)$

(ii)  $6 \times 5 - 6 \times 2$

(iii)  $6(5 - 2) = 6 \times 3 = 18$

(iv)  $6 \times 5 - 6 \times 2 = 30 - 12 = 18$

மேலுள்ள உதாரணங்கள் (1)ஐயும் (11) ஐயும் கருக்கும்போது ஒரே பெறுபேறு கிடைக்கிறது.

$$\therefore 6(5 - 2) = 6 \times 5 - 6 \times 2$$

எண் தொகுதியொன்றில் மூன்று மூலகங்களிடையே நிலவும் இப்பண்பு பரம்பல் விதி எனப்படும்.

இதுவரை நாம் கருத்திற் கொண்ட எண்தொகுதிகளின் தொடர்புபட்டவை தடவையொன்றுக்கு ஒரு கணித செய்கை மட்டுமேயாகும். பரம்பல் விதிக்கு ஒரே தடவையில் இரு கணித செய்கைகள் தொடர்புபடுகின்றன.

4 (5 + 2) என்பதனை சுருக்கும் போது முதலில் 5ஐயும் 2ஐயும் கூட்டி அதன் பின்னர் 4ஆல் பெருக்கப்படும். எனவே அது கூட்டலின் மீது பெருக்கத்தின் பரம்பல் எனப்படும். 6 (5 - 2) என்பதை சுருக்கும்போது முதலில் 5 இலிருந்து 2 ஐக் கழித்து அதன் பின்னர் பெருக்கப்படும். எனவே அது கழித்தலின் மீது பெருக்கலின் பரம்பல் எனப்படும்.

எண் தொகுதிகள் தொடர்பாக நீங்கள் கற்றவை சரியானவென முடிவு செய்வதற்கு பின்வரும் செவ்வையார்த்தலில் ஈடுபடுங்கள்.

## செவ்வையார்த்தல் 2

1. பின்வரும் ஒவ்வொரு கோவை தொடர்பான எண்கள் பற்றிய பண்புகளை எதிரில் எழுதுங்கள்.

1. (i)  $3 + 105 = 105 + 3$  (.....)
- (ii)  $6 + 0 = 6$  (.....)
- (iii)  $7 \times 54 = 54 \times 7$  (.....)
- (iv)  $\frac{3}{8} \times 1 = \frac{3}{8}$  (.....)
- (v)  $5 \times \frac{1}{5} = 1$  (.....)
- (vi)  $4 + 5 + 6 = 4 + 11 = 15$  (.....)
- (vii)  $4 + (-4) = 0$  (.....)
- (viii)  $3(2 - 1) = 3 \times 2 - 3 \times 1$  (.....)

உங்கள் விடைகளை இந்த மொடியூலின் இறுதியில் தரப்பட்டுள்ள விடைகளோடு ஒப்பிடுங்கள்.

எண் தொகுதிகளின் பண்புகள் தொடர்பாக நீங்கள் பெற்ற அறிவைப் பதித்துக் கொள்வதற்கு பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்யுங்கள்.

**பயிற்சி 2**

1. பின்வரும் அட்டவணையில் ஒவ்வொரு நிரையிலும் தரப்பட்டுள்ள எண் தொகுதியிற்கு ஒவ்வொரு நிரலிலும் உள்ள பண்பு இருக்குமெனின் '✓' என குறியிடுங்கள்.

எண் தொகுதி		அடைத்ததன்மை + X - ÷	பரிவர்த்தனைவிதி + X - ÷	தொகுப்புவிதி + X - ÷	சர்வசமன் + X - ÷	நேர்மாறு + X - ÷
i.	இயற்கை					
ii.	முழுவெண்					
iii.	நேர்எண்					
iv.	விகிதமுறு எண்					

**அட்டவணை 7**

2. மேலே உள்ள அட்டவணையில் இயற்கை எண் தொகுதிகளின் உரிய பண்புகள் உள்ள அல்லது இல்லாத தன்மையைக் காட்டுவதற்கு உதாரணங்கள் தருக.
3. {1, 3, 5, 7,} எனும் எண் தொடரின்னுள் \* எனும் கணித செய்கையை கீழே உள்ள அட்டவணைக்கேற்ப கூறுக.

**இரண்டாவது எண்**

முதலாவது எண்

*	1	3	5	7
1	7	5	1	3
3	5	7	3	1
5	1	3	5	7
7	3	1	7	5

**அட்டவணை 7**

- i. பின்வருவனவற்றின் பேறுகளை அட்டவணை மூலம் காண்க  
 (a)  $3 * 5$  (b)  $5 * 3$  (c)  $1 * 7$  (d)  $5 * 5$
- ii. \* எனும் கணித செய்கையில் உள்ள எண் தொடை அடைக்கப்பட்டதா? காரணம் கூறுக.
- iii. சர்வசமன் மூலகம் எது? காரணம் கூறுக.
- iv. \* எனும் கணித செய்கையில் உள்ள எண் தொடை சர்வசமனானதா?
- v. பெறுமானம் காண்க.  
 (a)  $(1 * 3) * 5$   
 (b)  $1 * (3 * 5)$
- vi. மேலே (v) இல் (a) இனதும் (b) இனதும் பெறுமானங்கள் சமனா?
- vii. மேலே (v) இல் காட்டப்படும் பண்பு எண் தொடையில் எவையேனும் மூன்று மூலகங்களில் இருப்பின் அவ்வெண் தொடையில் உள்ள பண்பு யாது?



## 5.0 கணித செய்கைகள்

கடந்த பகுதியில் நீங்கள் எண்தொகுதிகள் தொடர்பாக விளக்கத்தைப் பெற்றிருப்பீர்கள். இனி கணித செய்கைகள் தொடர்பாக விளக்கத்தைப் பெறுவதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

### செயற்பாடு 9

பின்வரும் அட்டவணையில் நான்காவது நிரலைப் பூர்த்தி செய்யுங்கள்.

	முதல் எண்	இரண்டாவது எண்	செய்வக	பேறு
1	5	-	வர்க்கத்தைக் காணுங்கள்	
2	9	-	வர்க்க மூலத்தைக் காணுங்கள்	
3	4	3	கூட்டுங்கள்	
4	5	2	முதலாவது எண்ணை இரண்டாவது எண்ணால் வகுங்கள்	
5	3	5	முதலாவது எண்ணிலிருந்து இரண்டாவது எண்ணைக் கழியுங்கள்.	
6	2	7	பெருக்குங்கள்	
7	3	-	கூட்டல் நேர்மாறைக் காணுங்கள்	
8	7	-	பெருக்கல் நேர்மாறைக் காணுங்கள்	

### அட்டவணை 8

இச்செயற்பாட்டின் பேறுகளாக முறையே 25, 3, 7, 5/2, -2, 14, -3 என்பன உங்களுக்குக் கிடைக்கப் பெற்றிருக்கும். மேலே உள்ள அட்டவணையில் ஒவ்வொரு நிரையிலும் தரப்பட்டுள்ள ஒன்று அல்லது இரண்டு எண்களை

தரப்பட்ட கணிதரீதியான செயலுக்கேற்ற பெறுபேறாக எண்ணொன்று கிடைக்கப்பெற்றுள்ளது. பெறுபேறாகக் கிடைப்பது ஒரே பெறுமானமாகும். இச் செயற்பாட்டில் அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறான கணிதரீதியான செயல்கள் கணித செய்கை எனப்படும்.

இனி நாம் கணித செய்கைக்கு வரைவிலக்கணம் கூறுவோம்.

ஏதேனும் ஒரு தனியான பெறுபேறு கிடைக்குமாறு எண்ணொன்றின் அல்லது பல எண்களின் மீது செய்யப்படும் கணித ரீதியான செயல் கணித செய்கையாகும்.

### 5.1 தனி கணித செய்கை

மேலே செயற்பாடு 9இல் கணித செய்கைகள் 1, 2, 7, 8 என்பனவற்றிற்கு தடவையொன்றில் ஒரே மட்டுமே பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது. அவ்வாறான கணித செய்கை தனி கணித செய்கை எனப்படும்.

ஏதேனுமோர் ஒரு தனியான பெறுபேறு பெறப்படுமாறு எண்ணொன்றின் அல்லது பல எண்களின் மீது மேற்கொள்ளப்படும் கணித ரீதியான செயல் தனி கணித செய்கை எனப்படும்.

### 5.2 இரட்டை கணித செய்கை

மேலே செயற்பாடு 9இல் 3, 4, 5, 6 எனும் கணித செய்கைகளுக்கு தடவையொன்றுக்கு இரண்டு எண்கள் வீதம் மட்டுமே பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன. அவ்வாறானவற்றைக் கணித செய்வக இரட்டை கணித செய்கை எனப்படும்.

ஏதேனுமோர் ஒரு தனியான பெறுபேறு காணப்படும்போது இரு எண்களின் மீது தரப்பட்ட ஒழுங்கில் மேற்கொள்ளப்படும் கணிதரீதியான செயல் இரட்டை கணித செய்கை எனப்படும்.

### குறிப்பு

இவ்வாறு ஒரு தனியான பெறு பேறொன்று பெறப்படுமாறு பல எண்களின் மீது மேற்கொள்ளப்படும் கணித செய்கைகளும் உண்டு. அவை பன்முறை கணித செய்கை எனப்படுவதோடு அவை சிக்கலானவை என்பதனால் இங்கு கலந்துரையாடப்படமாட்டாது.

ஆரம்ப வகுப்புகளில் இரட்டை கணித செய்கைகள் மட்டுமே நிகழ்த்தப்படுகின்றன. அது தொடர்பான விளக்கத்தைப் பெறுவதற்கு பின்வரும் உதாரணங்களைக் கருத்திற் கொள்வோம்.

## உதாரணம்:

கருக்குக

(i)  $5 + 3$

(ii)  $9 - 5$

(iii)  $5 \times 4$

(iv)  $12 \div 3$

மேலே உள்ள உதாரணங்களுக்கு யாருக்கும் ஒரே பெறுபேறு கிடைக்கப்பெறும். அதாவது ஒரு தனியான தீர்வுகள் பெறப்படும். இவ்வுதாரணங்கள் மூலம் தரப்பட்ட நான்கு கணித செய்கைகள், கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல், என்பன பொதுவழக்கில் அடிப்படைக் கணித செய்கைகள் எனக் கருதப்படும்.

## குறிப்பு:

கழித்தல், கூட்டலின் நேர்மாறு செய்கைகளும், வகுத்தல் பெருக்கலின் நேர்மாறு செய்கைகளும் காட்டப்பட முடியும். என்பதனால் இரு அடிப்படை கணித செய்கைகள் மட்டுமே உள்ளன என சிலர் கருதகின்றனர்.

இனி நாம் இரண்டு அடிப்படை கணித செய்கைகளையும் மாணவருக்கு முன் வைக்கும் விதத்தையும் அதற்குப் பிரயோகிக்கக் கூடிய செயற்பாடுகளையும் கவனித்துப்பார்ப்போம்.

### 5.3.1 கூட்டல்

கூட்டல் தொடர்பான விளக்கத்தைப் பெறுவதற்கு கூட்டுவதற்குப் பொருத்தமான அடிப்படை பிணைப்புகள் அல்லது கூட்டல் பிணைப்புகள் யாவையென அறிந்து கொள்ள வேண்டும்.

### கூட்டல் பிணைப்புகள்

கூட்டல் பிணைப்புகள் என்றால் என்னவென அறிந்து கொள்வதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

### செயற்பாடு 10

வெற்றிடங்களை நிரப்புகள்

(i)  $0 + 9 = 9$

(ii)  $\dots + 8 = 9$

(iii)  $\dots + 7 = 9$

(iv)  $\dots + 6 = 9$

$$(v) \quad \dots + 5 = 9$$

$$(vi) \quad \dots + 4 = 9$$

$$(vii) \quad \dots + 3 = 9$$

$$(viii) \quad \dots + 2 = 9$$

$$(ix) \quad \dots + 1 = 9$$

$$(x) \quad \dots + 0 = 9$$

மேலே உள்ள செயற்பாட்டில் ஈடுபட்ட நீங்கள் இரு எண்களைக் கூட்டுவதனால் 9 பெறக்கூடிய விதங்கள் பத்து உள்ளன எனக் கண்டிருப்பீர்கள். இவை 9இன் கூட்டப்பிணைப்புகள் எனப்படும்.

கூட்டல் பரிவர்த்தனை விதியை திருப்தி செய்வதனால் 9 இன் மூட்டல் பிணைப்பு எண்களை செயற்பாடு 10 இன் முதல் ஐந்து பிணைப்புகள் அல்லது இறுதி ஐந்து பிணைப்புகள் எனக் கொள்ளலாம். இதற்கேற்ப பரிவர்த்தனை விதியைக் கருதும் போது 9 இன் கூட்டல் பிணைப்புகள் ஐந்து என்கலாகும்.

இனி நாம் கூட்டல் பிரசினையொன்றைத் தீர்க்கும் போது கூட்டல் பிணைப்புகள் வரும் விதத்தைப் பார்ப்போம்.

உதாரணம்

$$374$$

$$+ 53$$

இப்பிரசினத்தினைத் தீர்ப்பதற்கு

$$4 + 3 = ?$$

$$7 + 5 = ?$$

$$3 + 1 = ?$$

எனும் பிணைப்புகளால் பற்றி அறிந்திருக்க வேண்டும். இக்கூட்டல் பிணைப்புகள் உங்கள் மனதில் நன்கு கட்டியெழுப்பப் பட்டிருப்பதனால் உங்களுக்கு இப்பிரசினத்தை இலகுவாக தீர்க்கக் கூடியதாக உள்ளது. ஆண்டு 5 மாணவருக்கு இப்பிரசினத்தைக் கொடுத்தால் சில மாணவர்கள் இப்பிரசினத்தை உங்களைப் போன்றே இலகுவாகத் தீர்ப்பர். ஆனால் வேறு சில மாணவர் விரல்களை அல்லது, வேற பொருள்களைப் பயன்படுத்தி அப்பிரசினத்தைத் தீர்ப்பர். சில வேளைகளில் சிலருக்கு அப்பிரசினத்தைத் தீர்க்க முடியாமல் இருக்கும். இவ்வாறு ஒரே ஆண்டில் உள்ள மாணவர் பல்வேறு மட்டங்களில் இருப்பதற்கான காரணம் அக்கூட்டல் பிணைப்புகள் மாணவர்களுள் விருத்தியடைந்துள்ள மட்டங்களில் வித்தியாசம் இருப்பதேயாகும்.

அவ்வாறே எவ்விரு எண்களையும் கூட்டுவதற்கு 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ஆகிய 10 இலக்கங்களின் எவையேனும் இரண்டிற்கிடையே உள்ள கூட்டல்

பிணைப்பை அறிந்து இருக்க வேண்டும். அப்பிணைப்புக்களைக் காண்பதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

கூட்டல் பிணைப்புகள் உள்ளடங்கிய அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

அட்டவணை 9

மேலுள்ள அட்டவணையில் உள்ள தகவல்களுக்கேற்ப வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(i)

எண்	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	கூட்டுகை
கூட்டல் பிணைப்புகளின் எண்ணிக்கை				4						10					5				1	

அட்டவணை 10

(ii)

எண்	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	கூட்டுகை
கூட்டல் பிணைப்புகளின் எண்ணிக்கை (பரிவர்த்தனை விதியைக் கருதும்போது)				2						5					5					

அட்டவணை 10

- iii. 9 அல்லது அதற்கு குறைந்த பெறுமானம் பெறப்படும் கூட்டல் பிணைப்புகளின் எண்ணிக்கை.
- iv. 10 -18 பெறுமானம் பெறப்படும் கூட்டல் பிணைப்புகளின் எண்ணிக்கை.
- v. கூட்டல் தொடர்பான பரிவர்த்தனை விதியைக் கருதும் போது 9 அல்லது அதற்குக் குறைந்த பெறுமானம் பெறப்படும் கூட்டல் பிணைப்புகளின் எண்ணிக்கை = .....
- vi. கூட்டல் தொடர்பான பரிவர்த்தனை விதியைக் கருதும் போது 10-18 பெறுமானம் பெறப்படும் கூட்டல் பிணைப்புகளின் எண்ணிக்கை = .....

உங்கள் விடைகளை இந்த மொடியூலின் இறுதியில் தரப்பட்டுள்ள வினா கவோடு ஒப்பிடுங்கள்

பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு மேலே அட்டவணையிற் காட்டப்பட்டுள்ள பிணைப்புகள் மாணவருள் கட்டியெழுப்பப்பட்டிருத்தல் வேண்டும்.

இனி நாம் மாணவருள் கூட்டல் பிணைப்புகளைக் கட்டியெழுப்பும் விதத்தைக் கவனித்துப் பார்ப்போம்.

### கூட்டல் பிணைப்புகளைக் கட்டியெழுப்புதல்

மாணவருள் கூட்டல் பிணைப்புகள் கட்டியெழுப்பப்படுதல் படிப்படியாக குறித்த கால இடைவெளியில் நிகழ்த்தப்பட வேண்டும். அது எண்ணுதலுடன் இணைந்து நிலவும் செயலொழுங்காகும். இச்செயலொழுங்கினை மூன்று மட்டங்களில் காட்டலாம்.

### ஆரம்ப மட்டம் (எண்களிடையே கூட்டல் பிணைப்புக்க் கட்டியெழுப்புதல்)

முதலில் கூட்டல் பிணைப்புகள் பொருள்கள்மூலம் கட்டியெழுப்பப்படுகின்றன. அதாவது மஞ்சாடி விதை, இறப்பர் விதை, கற்றுண்டுக்கள் போன்றவற்றைப் பயன்படுத்துவதனாலாகும். தற்போது ஆண்டு 1, 2 வகுப்புகளில் உள்ள மாணவர் அம்மட்டத்தினைச் சேர்ந்தவராவர். அதாவது வயது 7 மட்டில் உள்ள மாணவர்களாவர். பியாஜே எனும் உளவியலாளரின் அறிவு விருத்தி பருவங்களுக்கேற்ப அவர்கள் தூய சிந்தனைப் பருவத்தைக் கடக்கும் மாணவராவர். அவர்களுக்கு காண்பவை அல்லது செய்யவை மூலமே உளச்சித்திரத்தை ஏற்படுத்திக் கொள்வதன் மூலமே முடிவுகளுக்கு வர முடியும். பொருள்கள் இல்லாது சிந்திப்பதற்கான திறன் அவர்களிடம் இல்லை. எனவே தூலப் பொருள்கள் மூலமே



எண்ணக்கருக்களைக் கட்டியெழுப்ப வேண்டும். ஆரம்ப மட்டத்தில் எண்களைக் குறிக்கும் எண்குறிகள் பயன்படுத்தப்படுவதில்லை. ஆரம்ப சந்தாப்பத்தில் 9 அல்லது அதற்குக் குறைந்த கூட்டல் பிணைப்புகளைக் கட்டியெழுப்புதல் மட்டும் நிகழுவதோடு இதற்கு பின்வருமாறான செயற்பாட்டினைப் பயன்படுத்த முடியும் அதற்கு பிரம்பினால் அல்லது வேறொன்றினால் தயாரிக்கப்பட்ட 10 சென்ரிமீற்றர் மட்டில் ஆரை உள்ள வளையமொன்றும், பூக்கள் அல்லது வேறு பொருள்கள் 9 மட்டிலும், ஈர்க்கொன்றும், தேவையாகும்.

அச்செயற்பாட்டை படிமுறையாக பின்வருமாறு காட்டலாம்.

## செயற்பாடு 12

### படி 1

முதலில் வளையத்தை மேசையின் மீது வைத்து அதனை இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கும் வகையில் ஈர்க்கை வைத்தல்.

### படி 2

வளையத்தினுள் ஈர்க்கின் இரு பக்கங்களிலும் சில பூக்களை வைத்தல் (நடுப் பக்கத்தில் இரு பூக்களும் மற்ற பக்கத்தில் மூன்று பூக்களும் போன்று)

### படி 3

மாணவரைக்கொண்டு ஈர்க்கின் இரு பக்கங்களிலும் உள்ள பூக்களை வெவ்வேறாக எண்ணச் செய்தல்.

### படி 4

ஈர்க்கை அகற்றிவிட்டு எல்லாப் பூக்களையும் எண்ணுதல்

### படி 5

2 பூக்களும் 3 பூக்களும் சேர்ந்தால் 5 பூக்கள் என்றவாறு வாசித்தல்.

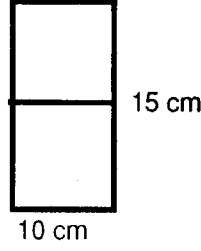
இச்செயற்பாட்டின் போது எண்களினையே கூட்டல் பிணைப்புகள் கட்டியெழுப்புதல் நிகழுவதோடு மாணவர்களுக்கு அவற்றை வாய்மொழியாகக் கூறச் செய்வதன் மூலம் எண்ணிற்கும் எண்பெயரிக்கும் இடையே தொடர்பு கட்டியெழுப்பப்படுகிறது.

## கிரண்டாவது மட்டம் (எண்ணிற்கும் எண் குறிக்கும் கிடையே கூட்டல் பிணைப்புகளைக் கட்டியெழுப்புதல்)

இதில் எண்ணும் எண்குறியும் உள்ள அட்டைகளைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் கூட்டல் பிணைப்புகளைக் கட்டியெழுப்புதல் நிகழுகிறது. இதற்கு பின்வரும்

விதமான செயற்பாட்டைப் பயன்படுத்த முடியும். அதற்கு 10 cm x 15 cm அளவுள்ள 3 பிரிஸ்டல் அட்டைத் துண்டுகளும் சில மஞ்சாடி விதைகளும் 9 வரை எண்குறிகள் உள்ள அட்டைகளும் தேயையாகும்.

அச்செயற்பாட்டை படிமுறையாக இவ்வாறு காட்டலாம்.



உரு 2

### செயற்பாடு 13

#### படி 1

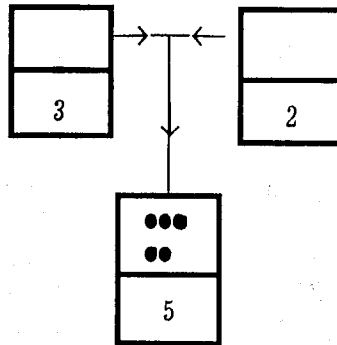
முதலில் மூன்று பிரிஸ்டல் அட்டைத் துண்டுகள் வீதம் மாணவர் குழுக்களுக்கு கொடுத்து, அவற்றுள் ஒன்றில் ஆசிரியர் கூறும் எண்களை வகைக்குறிப்பதற்காக மஞ்சாடி விதைகளை மேலே உள்ள கூட்டிலும் அதற்கு ஒத்த எண்குறி உள்ள அட்டையை கீழே உள்ள கூட்டிலும் வைக்கச் செய்தல்.

#### படி 2

மேலே படி 1 இல் உள்ளவாறே வேறு எண்ணென்றையும் ஒத்த எண்குறியையும் பிரிஸ்டல் அட்டைத் துண்டுகளில் வகைகுறித்தல்

#### படி 3

மேலே படி 1இலும் 2இலும் இரு பிரிஸ்டல் அட்டைத் துண்டுகளில் வகை குறித்த இரு எண்களையும் எண்ணி அம்மஞ்சாடி விதைகள் அனைத்தையும் மூன்றாவது பிரிஸ்டல் அட்டைத்துண்டின் மேலே உள்ள கூட்டில் வைத்து அதற்கு ஒத்த எண்குறி உள்ள அட்டையை அதன் கீழே உள்ள கூட்டில் வைக்கச் செய்தல்.



உரு 3

படி 4

மேற்குறித்த வகை குறித்தல்களினால் காட்டப்படும் எண்குறிகளை கூட்டல் குறியீட்டுடன் கரும்பலகையில் எழுதிக்காட்டுதல்

$$3 + 2 = 5$$

படி 5

கரும்பலகையில் எழுதப்பட்ட எண்குறிகளை மாணவரைக் கொண்டு வாசிக்கச்செய்தல்.

இங்கு கரும்பலகையில் எழுதிக்காட்டுவதனாலும் வாசிக்கச் செய்வதனாலும் எண்குறிகளிடையே கூட்டல் பிணைப்பும் கட்டியெழுப்பப்படுகிறது.

**மூன்றாவது மட்டம் (எண்குறிகளைப் பயன்படுத்தி கூட்டல் பிணைப்புகளைக் கட்டியெழுப்புதல்)**

இதில் எண்ணைக் காட்டும் உரு பயன்படுத்தப் படுத்தாது எண்குறிகளை மட்டும் பயன்படுத்தி கூட்டல் பிணைப்புகள் கட்டியெழுப்பப்படுகின்றன. பின்வரும் உதாரணங்களைப் பாருங்கள்.

(i)  $3 + 2 = 5$

(ii) 
$$\begin{array}{r} 6 \\ + 2 \\ \hline 8 \end{array}$$

ஆரம்பத்தில் விரல்கள். மஞ்சாடி, விதைகள், கற்றுண்டுள்ள போன்றவற்றை பயன்படுத்துவதனால் கூட்டல் பிணைப்புகள் கட்டியெழுப்பப்படுவதோடு காலத்தோடு அது வெறும் உளரீதியான செயலொழுங்காகின்றது. ஆண்டு 5 மாணவர் குழுவொன்றிடம்  $3 + 2 = ?$  என வினவும்போது அவர்களின் அநேகர் ஒரே தடவையில் 5 எனக் கூறுவர்.

உதாரணமாக, 
$$\begin{array}{r} 24 \\ + 15 \\ \hline \end{array}$$

போன்ற பிரசினத்தை மாணவர் தீர்க்கும் போது  $4 + 5 = ?$  என்பதற்கும்  $2 + 1 = ?$  என்பதற்கும் விடையளிக்கும் விதத்தை அவதானித்துப் பாருங்கள். இங்கு சில மாணவர் விரல்களைக் கொண்டு விடை காணும்போது வேறு சில மாணவர் மனதாற் விடையளிப்பர். மூன்றாவது மட்டத்தின் இறுதியில் எல்லா மாணவரையும் மனதாற் விடையைப் பெறக் கூடிய மட்டத்திற்கு கொண்டு செல்லுதல் எதிர்பார்க்கப்படுகிறது.

கூட்டல் பிணைப்புக்களை கட்டியெழுப்பும் மூன்று மட்டங்கள் தொடர்பாக இப்போது நீங்கள் விளங்கிக் கொண்டிருப்பீர்கள். அடுத்ததாக நாம் கூட்டலில் சிக்கலான சந்தர்ப்பங்கள் பற்றி கட்டியெழுப்புவோம்.

மேலே செயற்பாடு 11இல் கூட்டுத்தொகை 10 - 18 இற்கு இடையே பெறுமானத்தைப்பெறும் கூட்டல் பிணைப்புகளின் எண்ணிக்கை 45 எனவும் கூட்டல் தொடர்பாக பரிவர்த்தனை விதியைக் கருதும் போது கூட்டல் பிணைப்புகளின் எண்ணிக்கை 25 எனவும் உங்களுக்குக் கிடைத்தது. இனி இக்கூட்டல் பிணைப்புகள் 25 ஐயும் மாணவருள் கட்டியெழுப்பும் விதத்தைப் பார்ப்போம். இப்பிணைப்புகளைக் கட்டியெழுப்பும்போது எண்களின் இலக்கங்களின் இடப்பெறுமானத்தைக் கவனத்திற் கொள்ள வேண்டும். எனவே தொடர்பாடப் படுத்தப்படக் கூடியவையாக அவை இருத்தல் வேண்டும். அதாவது,

- i. 1 கள் - ஈர்க்குகள், 10 - ஈர்க்குகளின் கட்டு
- ii. எண் சட்டம்.

இடப்பெறுமான அட்டையைப் பயன்படுத்தவும் முடியும். இனி கூட்டல் பிணைப்புகளைக் கட்டியெழுப்புவதற்கு மேற்கூறப்பட்ட துணை சாதனங்களைப் பயன்படுத்தும் விதத்தைப் பார்ப்போம்.

உதாரணம்

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$$

மேலுள்ள உதாரணத்தை ஈர்க்குக் கட்டுகளைக் கொண்டு தீர்ப்பதற்கான படிகள் கிழே தரப்பட்டுள்ளன.

படி 1

8ஐயும் 9ஐயும் ஈர்க்குகளினால் வகை குறித்தல்.

படி 2

எல்லா ஈர்க்குகளையும் ஒரே குவியலில் இருதலும் அதன் பின்னர் அவற்றை எண்ணி 10 ஐப் பெறும் போது கட்டாகக் கட்டலும்.

படி 3

பெறுபேற்றை எழுதிக் காட்டுதல்

இதற்கு இடப்பெறுமான அட்டையையும் உதவியாகக் கொள்ளலாம்

	பத்துக்கள்	ஒன்றுகள்
படி 1		//////// ////////
படி 2	ஈ	////////
படி 3	1	7

அட்டவணை 11

படி 1

8 ஐயும் 9 ஐயும் இரு எண்சட்டங்களில் வகை குறித்தல்.

படி 2

ஓர் எண்சட்டத்தில் உள்ள எண்ணிகளை ஒவ்வொன்றாக மற்றைய எண் சட்டத்தில் ஒன்றிவிடத்து கூரில் இடுதல். அக்கூரில் இடக்கூடிய ஆகக் கூடிய எண்ணிகளின் எண்ணிக்கை 9 என்பதனால் 10 எண்ணிகளுக்குப் பதிலாக 10 இனிவிடத்து கூரில் ஓர் எண்ணியை இடுதல். இவ்வாற ஓர் எண் சட்டத்தில் உள்ள எல்லா எண்ணிகளையும் மற்றைய எண் சட்டத்தில் இடுதல்.

மேற்குறித்த விதத்தில் 10 - 18 இடையிலான கூட்டல் பிணைப்புகள் 25களும் கட்டியெழுப்ப முடியும். இனி கொண்டு செல்லல் இல்லாத கூட்டல் பிரசினைமொன்றை தீர்க்கும் விதத்தைப் பார்ப்போம்.

கொண்டு செல்லுதல் இன்றி கூட்டல்

உதாரணம்

$$\begin{array}{r} 24 \\ + 35 \\ \hline \end{array}$$

இவ்வதாரணத்தை ஈர்க்கக் கட்டுகள் மூலம் தீர்க்கும் விதம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

படி 1

ஒன்றுகள் ஈர்க்குகள், 10 இன் கட்டு என்பவற்றின் மூலம் 24, 35 எனும் இரு எண்களையும் வகை குறித்தல்.

படி 2

24 ஐ வகை குறிப்பதில் உள்ள 4 ஈர்க்குகளையும் 35 ஐ வகை குறிப்பதில் உள்ள 5 ஈர்க்குகளையும் ஒரே குவியலில் இட்டு அவற்றை மீண்டும் எண்ணுதல்.

படி 3

10இன் கட்டுகள் 2ஐயும் 3ஐயும் ஒரே குவியலில் இட்டு அவற்றை மீண்டும் எண்ணுதல்.

படி 4

பெறுபேற்றை இலக்கங்களில் காட்டுதல்

	பத்துக்கள்	ஒன்றுகள்
படி 1		
படி 2+3		
படி 4	5	9

அட்டவணை 12

இனி அகிலஉதாரணத்தை எண் கூட்டத்தின் மூலம் தீர்க்கும் விதத்தைப் பார்ப்போம். இதற்கு இரு எண் சட்டங்கள் தேவையாகும். தீர்ப்பதற்கான படி.களைப் பின்வருமாறு காட்டலாம்.

#### படி 1

24 ஐயும் 35ஐயும் இரு எண்சட்டங்களில் காட்டுதல்

#### படி 2

ஒர் எண் சட்டத்தின் ஒன்றினிடத்தில் உள்ள எண்ணிகளை ஒவ்வொன்றாக மற்றைய எண் சட்டத்தின் ஒன்றினிடத்தில் உள்ள கூறில் இடுதல்.

#### படி 3

அவ்வெண் சட்டத்தில் பத்தினிடத்தில் உள்ள எண்ணிகளை ஒவ்வொன்றாக மற்றைய எண் சட்டத்தின் பத்தினிடத்து கூறில் இடுதல்.

#### படி 4

பெறுபேற்றை எழுதிக் காட்டுதல்

இனி நாம் கொண்டு செல்லலுடனான பிரசினத்தைத் தீர்ப்பதற்கு ஈர்க்குக் கட்டுகளையும் எண் சட்டத்தையும் பயன்படுத்தும் விதத்தைப் பார்ப்போம்.

கொண்டு செல்லலுடன் கூட்டல்

உதாரணம்

$$\begin{array}{r} 48 \\ + 35 \\ \hline \end{array}$$

இவ்வதாரணத்தை ஈர்க்குக் கட்டுகள் மூலம் தீர்ப்பதற்கான படிகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

#### படி 1

ஈர்க்குகளும் ஈர்க்குக் கட்டுகளையும் கொண்ட 48 ஐயும் 35 ஐயும் வகை குறித்தல்.

**படி 2**

8 ஈர்க்குகளையும் 5 ஈர்க்குகளையும் ஒரே குவியலில் இடுதலும் அவற்றை மீண்டும் எண்ணி 10 இன் கட்டாகக் கட்டுதலும்.

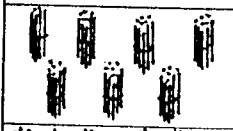



**படி 3**

எல்லாப்பத்தின் கட்டுகளையும் ஒரே குவியலில் இடுதலும் அவற்றை மீண்டும் எண்ணுதலும்.

**படி 4**

பெறுபேற்றை இலக்கங்களில் எழுதிக்காட்டுதல்

இதற்கு இடப்பெறுமான அட்டையையும் துணையாகக் கொள்ளலாம்.

	பத்துக்கள்	ஒன்றுகள்
படி 1		
படி 2		
	8	3

அட்டவணை 12

இவ்வதாரணத்தை எண் சட்டத்தின் மூலம் தீர்ப்பதற்கான படிகளை இனி பார்ப்போம். இதற்கு இரு எண் சட்டங்கள் தேவையாகும்.

**படி 1**

48 ஐயம் 35 ஐயம் இரு எண் சட்டங்களில் காட்டுதல்

**படி 2**

ஒர் எண் சட்டத்தில் ஒன்றினிடத்து கூறில் உள்ள எண்ணிகளை ஒவ்வொன்றாக மற்றைய எண் சட்டத்தின் ஒன்றினிடத்து கூறில் இடுதல். அதில் 10 எண்ணிகளை இட நேர்ந்தாலும் அவ்வாறு செய்ய முடியாததனால் அவ்வெண்ணிகள் 10 இற்குப் பதிலாக 10 இனிடத்து கூறில் 1 ஐ இடுதல். மீண்டும் எஞ்சியவற்றை ஒவ்வொன்றாக மற்றைய எண் சட்டத்தின் ஒன்றினிடத்துக் கூறில் இடுதல்.

**படி 3**

10 இனிடத்துக் கூறில் உள்ள எண்ணிகளை ஒவ்வொன்றாக மற்றைய எண் சட்டத்தின் பத்தினிடத்துக் கூறில் இடுதல்.

**படி 4**

பெறுபேற்றை இலக்கங்களில் எழுதிக்காட்டுதல்.

இவ்வதாரணத்தை இடப்பெறுமான அட்டையிலும் இவ்வாறு விளங்கப்படுத்த முடியும்.

	பத்துக்கள்	ஒன்றுகள்
படி 1	4	8
படி 2	3	5
படி 3	8	3

அட்டவணை 14

இனி மூன்று எண்களை கூட்டும் விதத்தை பின்வரும் உதாரணம் மூலம் ஆராய்வோம்.

**உதாரணம்**

$$\begin{array}{r}
 58 \\
 25 \\
 + 14 \\
 \hline
 \end{array}$$

செயலொழுங்கு

1. (i)  $8 + 5 = 13$

(ii)  $13 + 4 = 17$

(iii) 17 என்பதில், பத்துக்கள் ஒன்றும், ஒன்றுகள் ஏழும் என்பதனால் ஒன்றுகள் 7ஐ ஒன்றின் இடத்தின் கீழ் எழுதி, பத்துக்கள் 1ஐ பத்தினிடத்தில் சேர்த்தல்

(iv)  $1 + 5 = 6$

(v)  $6 + 2 = 8$

(vi)  $8 + 1 = 9$

(vii) பத்தினிடத்தில் 9ஐ எழுதிக் காட்டுதல்.

அத்தீர்வை இடப்பெறுமான அட்டையில் பின்வருமாறு காட்டலாம்



	பத்துக்கள்	ஒன்றுகள்
	5	8
	2	5
	1	4
படி i + ii		8+5=13 13+4=17 17= <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">10</span> + 7
படி iii	1	7
படி iv + v + vi	1+5=6 6+2=8 8+1=9	
படி vii	9	7

அட்டவணை 14

மனதாற் செய்தலை ழற்றப்பட்டுள்ளன.

கூட்டல் தொடர்பாக நீங்கள் பெற்ற அறிவைப் பதித்துக் கொள்வதற்கு பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுங்கள்.

- (1) 11இன் கூட்டல் பிணைப்புகள் அனைத்தையும் எழுதிக்காட்டுக.  
(11) பரிவர்த்தனை விதியைக் கருதும் போது 11இன் கூட்டல் பிணைப்புகளின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?
- 586 + 35 ஐக் காண்பதற்கு அறிந்திருக்க வேண்டிய கூட்டல் பிணைப்புகளை எழுதிக் காட்டுக.
- 23 + 38 ஐ மாணவருக்கு விளங்கப்படுத்துவதற்குப் பயன்படுத்தக் கூடிய பொருத்தமான கற்றல் துணையாது? காரணங் கூறுக.
- பின்வரும் பிரசினங்களை மாணவருக்கு முன்னளிக்க வேண்டிய தொடரொழுங்கைக் குறிக்குக.

(i)	12	(ii)	24	(iii)	67	(iv)	107	(v)	8
	+ 19		+ 35		+ 38		+ 48		+ 23
	_____		_____		_____		_____		_____

$$\begin{array}{r} 5. \quad (i) \quad 208 \\ + 125 \\ \hline 323 \end{array}$$

என மாணவனொருவன் கூட்டி இருந்தான்.

- (i) இதில் உள்ள வழு யாது?  
(ii) வழுவிற்கான காரணம் யாது?  
(iii) அதனைத் திருத்துவதற்கு எடுக்கக் கூடிய படிமுறைகளை எழுதுக.

இப்போது நீங்கள் எண்களின் கூட்டல் தொடர்பாக விளக்கத்தை பெற்றுள்ளீர்கள். அடுத்ததாக எண்களைக் கழித்தல் தொடர்பாக ஆராய்வோம்.

### 5.3.2 கழித்தல்

கழித்தல் தொடர்பான விளக்கத்தைப் பெறுவதற்கு பின்வரும் உதாரணங்களைப் பாருங்கள்.

#### உதாரணம்

- 8இலிருந்து 5ஐக் கழிக்குக.
- 8ஆக ஆவதற்கு 5 உடன் எத்தனையை கூட்ட வேண்டும்?

இவ்விரு பிரச்சினைகளுக்கும் விடையாக 3 பெறப்படும்.

இதனை

$$\begin{array}{r} (i) \quad 8 \\ - 5 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} (ii) \quad 5 \\ + \dots \\ \hline 8 \end{array}$$

எனும் விதத்தில் காட்டலாம். இவ்விரு பிரச்சினைகளையும் தீர்ப்பதற்கு நாம் செய்ய வேண்டியது 8 இற்கும் 5இற்கும் இடையே வித்தியாசத்தைக் காண்பதேயாகும். அதாவது அவை கழித்தலில் இரு பிரச்சினைகளாகும். இரண்டாம் பிரச்சினம் நிரப்பி கூட்டலாகக் காட்டப்பட்டுள்ளது.

கழித்தல் தொடர்பான கற்கைக்கு முன்னர் பின்வரும் பிரச்சினைத்தைத் தீர்க்கும் விதத்தை ஆராய்வோம்.

$$\begin{array}{r} 254 \\ - 139 \\ \hline \end{array}$$

இதனைத் தீர்ப்பதற்கு  $14 - 9 = ?$   
 $4 - 3 = ?$   
 $2 - 1 = ?$  எனும் பிணைப்புகளின் விடைகளை அறிந்திருக்க வேண்டும்.  $14 - 9 = 5$  இது 5 ஐப் பெறக் கூடியவாறு இரு எண்களிடையே உள்ள கழித்தல் பிணைப்பாகும்.

இவ்விதமாக எந்த கழித்தலுக்கும் அறிந்திருக்க வேண்டிய பிணைப்பின் எண்ணிக்கையை ஆராய்ந்து பார்ப்போம். எந்த கழித்தலுக்கும்.

$$\begin{array}{ll}
 18 - 9 = ? & \dots\dots\dots \\
 17 - 9 = ? & 2 - 2 = ? \\
 17 - 8 = ? & 2 - 1 = ? \\
 16 - 9 = ? & 1 - 1 = ? \\
 16 - 8 = ? & 1 - 0 = ? \\
 17 - 7 = ? & 0 - 0 = ? \\
 \dots\dots\dots & \\
 \dots\dots\dots & 
 \end{array}$$

என்றவாறு உள்ள கழித்தல் பிணைப்புகள் அனைத்தையும் அறிந்திருக்க வேண்டும். இவ்வாறு மாணவருள் கட்டியெழுப்பப்பட வேண்டிய எல்லா பிணைப்புகளையும் அறிந்து கொள்வதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள். இதற்கு செயற்பாடு 11இல் தரப்பட்டுள்ள கூட்டல் பிணைப்பு அட்டவணையைப் பயன்படுத்தவும்.

### செயற்பாடு 14

பின்வரும் அட்டவணையைப் பூர்த்தி செய்யுங்கள். செயற்பாடு 11 இல் உள்ள கூட்டல் பிணைப்பு அட்டவணையைப் பயன்படுத்துங்கள்.

வித்தியாசம்	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
கழித்தல் பிணைப்புகளின் எண்ணிக்கை										

அட்டவணை 16

மேலுள்ள செயற்பாட்டில் ஈடுபட்ட உங்களுக்கு ஒவ்வொரு எண்ணும் வித்தியாசமாக வரும் கழித்தல் பிணைப்புகளின் எண்ணிக்கை 10 எனவும் கழித்தல் பிணைப்புகளின் மொத்த எண்ணிக்கை 100 எனவும் கிடைக்கப்பெற்றிருக்கும் இக் கழித்தல் பிணைப்புகள் 100 இற்கிடையே 9 அல்லது அதற்குக் குறைந்த எண்களை ஆண்டு 2 இன் இறுதியில் மாணவர் கட்டியெழுப்புவதற்கு சந்தர்ப்பம் அளிக்கப்படல் வேண்டும்.

### கழித்தல் பிணைப்புகளைக் கட்டியெழுப்பதல்

கூட்டல் பிணைப்புகளை மூன்று மட்டங்களில் கட்டியெழுப்பியது போன்றே கழித்தல் பிணைப்புகளைக் கட்டியெழுப்பும் போதும் அது மூன்று மட்டங்களில்

செய்யப்படும். ஆரம்ப மட்டத்தில் உண்மைப் பொருள்களைப் (எண்ணிகளை) பயன்படுத்தியும் இரண்டாவது மட்டத்தில் எண்களையும் எண்குறிகளையும் கொண்ட அட்டைகளைப் பயன்படுத்தியும் மூன்றாவது மட்டத்தில் எண் குறிகளை மட்டும் பயன்படுத்தியும் கழித்தல் பிணைப்புகளைக் கட்டியெழுப்ப முடியும்.

ஆரம்ப மட்டத்தில் பயன்படுத்தக் கூடிய செயற்பாடொன்றைக் கருதிப் பார்ப்போம். இதற்கு மணற் பாத்திரமொன்றில் பொருத்தப்பட்ட இலைகள் இல்லாத கிளையொன்றும் அதில் தொங்கவிடக் கூடியவாறான சில குருவி உருக்களும் அவசியமாகும்.

## செயற்பாடு 15

### செயலொழுங்கு

- i. முதலில் கிளையுடனான மணற் பாத்திரத்தில் 5 குருவி உருக்கள் மட்டில் தொங்கவிட்ட மாணவரிடம் எண்ணை விசாரித்தல்.
- ii. அதன் பின்னர் இரு குருவிகள் பறந்து விட்டன எனக் கூறி 2 உருக்களை அகற்றி விட்டு, அகற்றப்பட்ட எண்ணிக்கையை மாணவரிடம் விசாரித்தல்.
- iii. கிளையில் எஞ்சியுள்ள குருவிகளின் எண்ணிக்கையை மாணவரிடம் விசாரித்தல்.  
  
5 இலிருந்து 2ஐக் கழித்தால் 3 என மாணவரைக் கொண்டு கூறச் செய்தல்
- iv. இவ்வாறு பல தடவைகள் குருவி உருக்களின் எண்ணிக்கையை மாற்றி செயற்பாட்டை செய்தல்.

இரண்டாவது மட்டத்தில் மேற்குறித்த செயற்பாடு 15ஐ எண்குறிகளுடனான அட்டைகளைப் பயன்படுத்தி செய்யலாம். முதலில் இருந்த எண்ணிக்கையையும் நீங்கிச் சென்ற எண்ணிக்கையையும் எஞ்சிய எண்ணிக்கையையும் காட்டும் எண்குறிகளைக் கொண்ட அட்டைகளை கம்பளிப் பலகையில் காட்சிப்படுத்த முடியும். அதன் பின்னர் எண்குறிகளை கழித்தல் குறியீட்டுடன் முன்னளிக்க முடியும். குழுச் செயற்பாடாக பின்வரும் உதாரணத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள செயற்பாட்டை மாணவருக்கு முன்வைக்க முடியும். இதற்கு ஒவ்வொரு குழுவிற்கும் 9 சோகிகள் மட்டில் அவசியமாகும்.

உதாரணம்:

சர்தர்ப்பம்	சோகிகளின் எண்ணிக்கை	குப்புறவுள்ள எண்ணிக்கை	மல்லாந்துள்ள எண்ணிக்கை
1			
2			
3			
4			
..			
..			
..			
..			
..			
..			

அட்டவணை 17

செயலொழுங்கு

- i. முதலில் 3 சோகிகளை எடுத்து அவற்றை மேசையின் மீது போட்டு பெறுபேற்றை அட்டவணையில் உள்ளடக்குதல்.
- ii. மேலே உள்ளவாறு பல தடவைகள் செய்து பெறுபேற்றுகளை அட்டவணையில் உள்ளடக்குதல்.
- iii. ஒவ்வொரு குழுவிற்கும் பெறப்பட்டுள்ள ஒன்றுக் கொன்று வித்தியாசமான பெறுபேறுகளை கரும்பலகையில் எழுதிக் காட்டுதல்.
- iv. அப்பெறுபேறுகளை கழித்தல் குறியீட்டுடன் எழுதுதல்.

இவ்வாறு சோகிகளின் எண்ணிக்கையை மாற்றுவதன் மூலம் கழித்தல் பிணைப்புபளைக் கட்டியெழுப்ப முடியும்.

அடுத்ததாக கொண்டு வருதல் இல்லாத கழித்தலைப் பார்ப்போம்.

**கொண்டு வருதல் கின்றி கழித்தல்.**

உதாரணம்: 34

-21

இங்கு இலக்கங்களின் இடப்பெறுமானத்தைக் கவனத்திற் கொள்ள வேண்டும் என்பதனைக் கற்றல் துணையாக ஈர்க்குக் கட்டுகள், எண் சட்டம், எண்

அட்டை என்பவற்றால் பயன்படுத்த முடியும். இக் கழித்தலைக் கற்றிக்கும் போதும் கற்கும் போதும் பிரச்சினைகள் எழுவதில்லை.

### கொண்டு வருதலுடனான கழித்தல்

உதாரணம்:

58

-39

மேலே உள்ள பிரசினத்தைத் தீர்ப்பதற்கு ஈர்க்குக் கட்டுகளைப் பயன்படுத்துவதற்கான செயலொழுங்கு கீழே உள்ளவாறு காட்டப்படலாம்.

- i. 58 ஐ பத்தின் ஈர்க்குக்கட்டுகளாலும் ஈர்க்குகளாலும் வகைக்குறித்தல்.
- ii. 8 ஈர்க்குகளில் இருந்து 9 ஈர்க்குகளைக் கழிக்குமாறு கூறுதல்.
- iii. அதனை செய்ய முடியாததனால் 10 இன் ஈர்க்குக் கட்டுவொன்றை அவிழ்த்து ஒன்றின் ஈர்க்குக் குவியலில் இருதல்.
- iv. இனி அவற்றிலிருந்து 9 ஐ அகற்றுதல்.  
அதன் பின்னர் எஞ்சிய பத்தின் ஈர்க்குக் கட்டுகள் 4 இலிருந்து 3ஐ நீக்குதல்.  
பெறுபேற்றை மாணவரிடமிருந்து பெறுதல்.  
பெறுபேற்றை கரும்பலகையில் எழுதிக் காட்டுதல்.

மேற்குறித்த பிரசினத்தைத் தீர்ப்பதற்கு எண் சட்டத்தையும் பயன்படுத்த முடியும் ஆனால், இங்கு பிரச்சினை தோன்றலாம் என்பதனால் அதனை கவனத்துடன் செய்ய வேண்டும். இதற்கு 18 எண்ணிகளை இடக் கூடியவாறாக கூர் தீட்டப்படக்கூடிய எண் சட்டத்தைப் பயன்படுத்த நேரிடும்.

கொண்டு வருதலுடனான கழித்தலில் மிகச் சிக்கலான சந்தர்ப்பமொன்று இரு இடங்களில் இருந்து கொண்டு வருதலுடனான கழித்தலாகும். அது பற்றி இனி விளக்கத்தைப் பெற்றுக் கொள்வோம்.

கிரு கிடங்களில் கிருந்து, கொண்டு வருதலுடனான கழித்தல்

உதாரணம்:

302

-145

இவ்வாறான பிரதிபலிப்பை சர்க்குக் கட்டுகளைப் பயன்படுத்தி முதலில் மாணவருக்கு விளங்கப்படுத்த முடியும். அதற்கான படிமுறைகளை இனி கவனித்துப் பார்ப்போம்.

- i. 302 ஐ 100இன் சர்க்குக் கட்டுகளினாலும் தனி சர்க்குகளாலும் வகை குறித்தல்.
- ii. 2 தனி சர்க்குகளில் இருந்து 5 ஐக் கழிக்க முடியாததனாலும் 10இன் கூட்டெண்ணை எடுத்து ஒன்றின் குவியலில் இட்டு 12 இலிருந்து 5 ஐ அகற்றுதல்.
- iii. அதன் பின்னர் 10இன் சர்க்குக் கட்டுக்கள் 9இல் இருந்து 4 கட்டுக்களை அகற்றுதல்.
- vi. 100 இன் சர்க்குக் கட்டுக்கள் 2 இலிருந்து 1 கட்டை அகற்றுதல்
- v. பெறுபெற்ற மாணவரைக் கொண்டு எழுதுவித்தல்.

மேலுள்ள உதாரணத்தில் உள்ளவாறான கழித்தலை இடப்பெறுமான அட்டை யின் உதவியுடனும் செய்யலாம்.

	நூறுகள்	பத்துக்கள்	ஒன்றுகள்
	3	0	2
	1	4	5
படி 1	$\begin{array}{r} \overline{3-1=2} \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} \downarrow \\ 10 \\ 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ 5 \end{array}$
படி 2	$\begin{array}{r} 2 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} \overline{10-1=9} \\ 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} \downarrow \\ 10+2 \\ 5 \end{array}$
படி 3			$12-5=7$
படி 4		$9-4=5$	
படி 5	$2-1=1$		
	1	5	7

அட்டவணை 18

எண் கூட்டத்தின் மூலமும் மேலே உள்ள உதாரணத்தை விளங்கப்படுத்த முடியும் இதற்கு 18 எண்ணிகள் இடக்கூடியவாறாக நீட்டக்கூடிய கூர் உள்ள எண் சட்டம் அவசியமாகும்.

கழித்தல் தொடர்பாக நீங்கள் பெற்ற அறிவைப்பதித்துக் கொள்ளுவதற்கு பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுங்கள்

#### பயிற்சி 4

- 10இலும் குறைந்த எண்களிலிருந்து 5 ஐப் பெறக் கூடிய 'கழித்தல்' பிணைப்புகள் அனைத்தையும் எழுதிக் காட்டுக.
- 486 - 95 ஐக் காண்பதற்கு அறிந்திருக்க வேண்டிய கழித்தல் பிணைப்புகளை எழுதிக் காட்டுக.
- பின்வரும் பிரசினங்களை மாணவருக்கு முன்வைக்க வேண்டிய தொடரொழுங்கைக் குறிப்பிடுக.

(i)	37	(ii)	30	(iii)	300	(iv)	175	(v)	104
	- 23		- 14		- 28		- 67		- 97
	_____		_____		_____		_____		_____

- மாணவனொருவன் கழித்துள்ள விதம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

$$\begin{array}{r} 305 \\ - 106 \\ \hline 109 \end{array}$$

- இதில் உள்ள வழு யாது?
- வழுவிற்கான காரணம் யாது?
- அதனைத் திருத்துவதற்கு எடுக்கக் கூடிய படிமுறைகளை எழுதுக.

இனி நாம் பெருக்கல் தொடர்பான விளக்கத்தைப் பெறுவோம்.

#### 5.3.3 பெருக்கல்

பெருக்கல் விளக்கத்தை வழங்குதலையும் மூன்று மட்டங்களாக வேறுபடுத்த முடியும்.

##### ஆரம்ப மட்டம்

பொருள்கள், உருக்கள் ஆகியவற்றின் குவியல்களை வேறுபடுத்துதல் மூலம் பெருக்கலுக்கு வழிப்படுத்துதல்.



### இரண்டாவது மட்டம்

உருக்களையும் எண்குறிகளையும் பயன்படுத்தி பெருக்கல் பிணைப்புகளைக் கட்டியெழுப்புவதல்.

### முன்றாவது மட்டம்

எண் குறிகளை மட்டும் கொண்டு பெருக்கல் (மனதாற் பெருக்கல்).

பெருக்கல் தொடர்பாகக் கற்பதற்கு முன்னர் அது தொடர்பான நியமங்களை விளங்கிக் கொள்வோம்.

$$3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3 \quad \text{எனக் காட்டப்படும்}$$

அவ்வாறே

$$x + x + x + x = 4 \times x \quad \text{எனக் காட்டப்படும்.}$$

இங்கு மீள மீளக் கூட்டல், பெருக்கல் எனக் காட்டுதல் நியமமொன்றாகும்.

மீளமீளக் கூட்டும் பெருக்கல் எனக் காட்டும் இன்னொரு நியமம் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

அதாவது  $3 + 3 + 3 + 3 = 3 \times 4$  என எழுதப்படும். அதாவது எண் கூட்டப்படும் தடவைகளின் எண்ணிக்கை (பெருக்குமெண்) எண்ணிற்கு (பெருக்கப்படுமென்) பின்னர் எழுதப்படும்.

இம்மொடியூலில் பெருக்கல் தொடர்பாக முதலில் காட்டப்பட்ட நியமத்தில் அதாவது மீள மீள கூட்டுவதை பெருக்கலாக எழுதும் போது பெருக்குமெண் எண்ணிற்கு முன்னர் எழுதுதல் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

பெருக்கல் என்பது எண்ணொன்றை மீள மீளக் கூட்டலை வேறு விதத்தில் காட்டுதலாகும் என இப்போது உங்களுக்கு விளங்கி இருக்கும்.

பெருக்கல் தொடர்பாக மாணவருள் விளக்கத்தை ஏற்படுத்தும் விதத்தை இனி பார்ப்போம்.

ஆரம்பக் கட்டத்திற்கு மஞ்சாடி விதைகள் அல்லது கற்கள் போன்ற பொருட்களைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் குழுச் செயற்பாடாக மாணவருக்கு அட்டவணையொன்றைக் கட்டியெழுப்புவதற்கு சந்தர்ப்பமளிக்க முடியும்.

## உதாரணம்

மஞ்சாடி விதைகளை இரண்டிரண்டாக எடுப்பதன் மூலம் பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புதல்

○○	இரண்டு ஒரு தரம்	○○
○○ ○○	இரண்டு இரு தரம்	○○ ○○
○○ ○○ ○○		
○○ ○○ ○○ ○○		

அட்டவணை 19

இரண்டாவது மட்டத்திற்கு பொருள்களையும் எண்குறிகளாகக் கொண்ட அட்டைகளையும் பயன்படுத்தி பெருக்கல் பிணைப்புகளை கட்டியெழுப்ப முடியும். அதற்கு குழுச் செயற்பாடாக பின்வருமாறான அட்டவணையொன்றை நிரப்புவதற்குக் கொடுக்கலாம். இதற்கு பெண்களும் எண்குறிகளும் கொண்ட சில அட்டைகளைத் தயாரித்துக் கொள்ள முடியும்.

○○ 2	இரண்டு ஒரு தரம்	○○ 2
○○ ○○ 2 2	இரண்டு இரு தரம்	○○○○ 4
○○ ○○ ○○ 2 2 2	இரண்டு மூன்று தரம்	○○○○○○ 6

அட்டவணை 20

அதன் பின்னர் பிரசினமொன்றாக முன்வைத்து பெருக்கல் குறியீட்டை எழுதிக் காட்ட முடியும்.

## உதாரணம்

ஒரு பிள்ளைக்கு 2 கைகள் வீதம் ஒரு பிள்ளையின்

$$\text{கைகளின் எண்ணிக்கை} = 2$$

ஒரு பிள்ளைக்கு 2 கைகள் வீதம் இரு பிள்ளையின்

$$\text{கைகளின் எண்ணிக்கை} = 4$$

ஒரு பிள்ளைக்கு 2 கைகள் வீதம் 4 பிள்ளையின்

$$\text{கைகளின் எண்ணிக்கை} = 8$$

அதாவது  $2 + 2 + 2 + 2 = 8$

2, 4 தரம் = 8

$4 \times 2 = 8$

இது 4 பெருக்கல் 2 சமன் 8 அல்லது இரண்டுக்கள் நான்கு என்றவாறு வாசிக்கப்படும்.

மூன்றாவது மட்டத்தில்  $1 \times 2 = 2$

$2 \times 2 = 4$

$3 \times 2 = 6$

.....

.....

என்றவாறு எண்குறிகளை மட்டும் பயன்படுத்துவதன் மூலம் பெருக்கலை மனதால் செய்வதற்கு சந்தர்ப்பமளிக்கப்படும் இதற்கு இலக்கம் 2 எழுதப்பட்ட சில அட்டைகளையும் பிரிஸ்டல் அட்டையில் பின்வரும் உதாரணத்தில் உள்ளவாறு தயாரிக்கப்பட்ட அட்டவணையையும் பயன்படுத்த முடியும்.

**உதாரணம்**

(1) பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புங்கள்.

A			B	
2	1			
2 2	2			
2 2 2	3	$3 \times 2$	3 மூன்று தரம்	6
	4			
	5			
	6			
	7			
	8			
	9			
	10			

(11) பகுதி 11 மாணவரைக் கொண்ட கூறச்செய்தல்

இவ்வாறான செயற்பாடுகள் மூலம் 2 இன் பெருக்கல் பிணைப்புகளை மாணவர்கள் கட்டியெழுப்புவதோடு அவற்றை மாணவரைக் கொண்டு கூறச் செய்வதன் மூலம் பெருக்கல் பிணைப்புகளைக் கட்டியெழுப்பதல் இலகுவாகும்.

இவ்விதமாக வேறு மாணவர் செயற்பாடுகளை நீங்கள் தயாரித்துக் கொள்ள முடியும்.

எந்தவொரு பெருக்கலுக்கும் எத்தனை பெருக்கல் பிணைப்புகளை அறிந்திருக்க வேண்டும் என இனி ஆராய்வோம். இப்பெருக்கல் பிணைப்புகளை அறிந்த கொள்வதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் இடுபடுங்கள்.

### செயற்பாடு 16

பின்வரும் பெருக்கல் அட்டவணை மூலம் வினவப்பட்டுள்ள வினாக்களுக்கு விடையளியுங்கள்.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

அட்டவணை 22

i.  $4 \times 5 = 20$  இது 20 இன் பெருக்கல் பிணைப்பொன்றாகும். இவ்விதமாக மேலே உள்ள அட்டவணையில் காட்டப்படும் பெருக்கல் பிணைப்புகளின் எண்ணிக்கை = .....

ii. பெருக்கல் பரிவர்த்தனை செய்யப்படும். எனவே பரிவர்த்தனை விதியைக் கருதும் போது மேலே உள்ள பெருக்கல் பிணைப்புகளின் எண்ணிக்கை = .....

மேலே செயற்பாடு 16 இல் ஈடுபட்ட உங்களுக்கு பெருக்கல் பிணைப்புகள் எண்ணிக்கை 100 எனவும், பரிவர்த்தனை விதியைக் கருதும் போது பிணைப்புகளின் எண்ணிக்கை 55 எனவும் கிடைத்திருக்கும். பெருக்கல் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு மாணவருள் இப்பிணைப்புகள் 55 உம் கட்டியெழுப்பப்பட்டிருத்தல் வேண்டும்.

இனி நாம் பெருக்கல் பிணைப்புகளைப் பயன்படுத்தி எண்களால் பெருக்கும் விதத்தைப் பார்ப்போம்.

உதாரணம் 1

$$\begin{array}{r} \text{பெருக்குக} \\ 321 \times 3 \\ \hline 321 \\ \times \quad 3 \\ \hline 963 \end{array}$$

இங்குபின்வரும் 3 பெருக்கல் பிணைப்புகள் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

$$\begin{array}{l} 3 \times 1 = ? \\ 3 \times 2 = ? \\ 3 \times 3 = ? \end{array}$$

$321 \times 3$ ஐ சுருக்கமாக மேலுள்ளவாறு பெருக்கிய போதிலும் அச்செயலொழுங்கை இவ்வாறு பகுத்துக் காட்ட முடியும்.

$$\begin{array}{l} 321 \quad = 100 \times 3 + 10 \times 2 + 1 \times 1 \\ 321 \times 3 \quad = 300 \times 3 + 20 \times 3 + 1 \times 3 \\ \quad = 900 + 60 + 3 \\ \quad = 963 \end{array}$$

அதாவது  $321$ ஐ 3 ஆல் பெருக்கும் போது அதில் ஒவ்வொரு இலக்கத்தினதும் இடப்பெறுமானத்தைக் கருதி பெருக்கப்படும்.

## உதாரணம் 2

பெருக்குக

$$321 \times 32$$

இதனைத் தீர்க்கும் விதம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

$$\begin{array}{r} 321 \\ \times 32 \\ \hline 642 \\ 9630 \\ \hline 10272 \end{array}$$

இங்கு இலக்கங்களின் இடப்பெறுமானம் கருதப்பட்டு பெருக்கப்பட்டுள்ளது.

குறிப்பு: 9630 இல் 0 கீழ்தல் அவசியமில்லை என பின்னர் விளங்கப்படுத்தவும்.

$$\begin{aligned} 321 &= 300 + 20 + 1 \\ 32 &= 30 + 2 \end{aligned}$$

321 ஐ 32 ஆல் பெருக்குதலை பின்வருமாறு காட்டலாம்.

$$\begin{aligned} 300 \times 2 &= 600 \\ 20 \times 2 &= 40 \\ 1 \times 2 &= \underline{1} \\ &642 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 300 \times 30 &= 9000 \\ 20 \times 30 &= 600 \\ 1 \times 30 &= \underline{30} \\ &9630 \end{aligned}$$

அதாவது

$$\begin{aligned} 321 \times 2 &= 642 \\ 321 \times 30 &= \underline{9630} \\ 321 \times 32 &= \underline{10272} \end{aligned}$$

உதாரணம்

$$\begin{array}{r} 320 \\ \times 160 \\ \hline \end{array}$$

இதனை இடப்பெறுமான அட்டையில் எழுதிப் பெறுவானத்தைக் காண்க.  
அதன் தீர்வைப் பின்வருமாறு காட்டலாம்.

10000ங்கள்	1000ங்கள்	100கள்	10கள்	1கள்	
		3	2	0	
		1	6	0	
		0	0	0	320 x 0
1	9	2	0	0	320 x 60
3	2	0	0	0	320 x 100
5	1	2	0	0	320 x 160

$$320 \times 160 = 51200$$

அட்டவணை 23

பெருக்கல் தொடர்பாக நீங்கள் பெற்ற அறிவைப் பதித்துக் கொள்வதற்கு பின்வரும் பயிற்சியில் இடுபடுங்கள்.

### பயிற்சி 5

- 5 x 8 என்பதை எண்களின் கூட்டலாகக் காட்டுக.
- பின்வரும் பெருக்கல்களை மாணவருக்குக் கற்பிப்பதற்குப் பொருத்தமான தொடரொழுங்கில் ஒழுங்குபடுத்தி எழுதுக.
  - 20 x 30
  - 32 x 3
  - 25 x 3
  - 3 x 5
  - 35 x 17
  - 203 x 23

3. மாணவனொருவன் பெருக்கியுள்ள விதம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

$$\begin{array}{r} 132 \\ \times 103 \\ \hline 396 \\ 132 \\ \hline 1716 \end{array}$$

- (i) இதில் உள்ள வழு யாது?
- (ii) வழுவிற்கான காரணம் யாது?
- (iii) அதனைத் திருத்துவதற்கு எடுக்கக் கூடிய படமுறைகளை எழுதுக.

அடுத்ததாக நாம் வகுத்தல் தொடர்பாக கற்போம்.

### 5.3.4 வகுத்தல்

வகுத்தல் தொடர்பான விளக்கத்தைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு பின்வரும் இரு பிரசினங்களையும் ஆண்டு 3 மாணர்களுக்கு கொடுத்தால் அவர்கள் அவற்றைத் தீர்க்கும் விதத்தைப் பார்ப்போம்.

- i. 6 மாம்பழங்களை மாணவனுக்கு கொடுத்து அவற்றை இருவரிடையே சமனாகப் பகிர்ந்தளிக்குமாறு கூறுதலும் அதன் பின்னர் ஒருவருக்கு கிடைக்கும் அளவை விசாரித்தலும்.
- ii. 6 மாம்பழங்களை மாணவனுக்கு கொடுத்து அவற்றை இரண்டு வீதம் பகிர்ந்தளிக்குமாறு கூறுதலும் பகிர்ந்தளிக்கக் கூடிய மாணவரின் எண்ணிக்கையையும் விசாரித்தல்.

முதலாவது பிரசினத்தைத் தீர்க்கும் போது தடவையொன்றுக்கு 1 வீதம் எடுத்து இருவரிடையே பகிர்ந்து கொள்வதை எதிர்பார்க்கலாம். அப்போது ஒருவருக்கு 3 வீதம் கிடைக்கும் என மாணவன் கூறுவான்.

இரண்டாவது பிரசினத்தைத் தீர்க்கும் போது மாணவன் மாம்பழங்களை இரண்டின் குவியல்களாக வேறுபடுத்துதலை எதிர்பார்க்கலாம். (அதாவது 6 இலிருந்து தடவை ஒன்றுக்கு 2 வீதம் மீள மீளக் கழித்தல் நிகழும்) அதன் பின்னர் அவர் 3 மாணவருக்கு பகிர்ந்தளிக்கலாம் எனக்கூறுவான்.

மேலுள்ள இரு பிரசினங்களிலும் விடையாக 3 பெறப்படுகின்றது. அல்லது பிரசினங்களையும் நாம் தீர்க்கும் விதம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.



(i) மாம்பழங்களின் எண்ணிக்கை = 6  
ஒருவருக்குக் கிடைக்கும் எண்ணிக்கை =  $6/2 = 3$

(ii) மாம்பழங்களின் எண்ணிக்கை = 6  
பகிர்ந்தளிக்கக் கூடிய மாணவர் தொகை =  $6/2 = 3$

இதில் ஒரே கணித கொள்கையே செய்யப்பட்டுள்ளது. அதாவது 2 ஆல் வகுத்தல் என்பது உங்களுக்கு விளங்கி இருக்கும். ஆனால் இவ்விரு பிரசினங்களிலும் இரு எண்ணக்கருக்கள் உள்ளன என ஆண்டு 3 மாணவர்களின் எதிர்பார்த்த தீர்வுகளிலிருந்து தெளிவாகிறது.

பிரசினம் (1) இல் தரப்பட்ட அளவொன்றை தரப்பட்ட பகுதிகளின் எண்ணிக்கைக்கு வேறுபடுத்தியுள்ளது.

பிரசினம் (11) தரப்பட்ட அளவொன்றில் தரப்பட்ட அளவொன்று எத்தனை தடவைகள் அடங்கும் எனக் காணப்பட்டுள்ளது.

i. ஒரே வகையான பொருள் கூட்டத்தை குறித்த அளவொன்றிற்கு ஏற்ப குவியல்களாக வகுத்தல். அதாவது அடங்கல் எண்ணக்கருவாகும்.

i. ஒரே வகையான பொருள்கூட்டத்தை குறித்த சமனான குவியல்களின் எண்ணிக்கைக்கு வகுத்தல். அதாவது பகுதியாக்கல் எண்ணக்கருவாகும்.

மாணவர்களுக்காக பிரசினங்களை தெரிவுசெய்யும் போது மேற்குறித்த இரு எண்ணக்கருக்கள் பற்றி நீங்கள் கவனஞ் செலுத்த வேண்டும்.

கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் என்பவற்றை மாணவருக்கு மூன்று மட்டங்களில் முன்வைத்ததைப் போன்றே வகுத்தலையும் மூன்று மட்டங்களில் காட்டலாம்.

#### ஆரம்ப மட்டம்

இதில் உண்மைப் பொருள்களை மட்டும் பயன்படுத்தி இரு வகுத்தல் எண்ணக்கருக்களும் மாணவருக்கு வழங்கப்படும்.

#### இரண்டாவது மட்டம்

இதில் உண்மைப் பொருள்களைக் கொண்டு வகுத்து அதன் பின்னர் வகுத்தல் குறியீட்டெண் எண்கள் மூலம் அது காட்டப்படும்.

#### மூன்றாவது மட்டம்

இதில் பெருக்கல் பிணைப்புகளின் நேர்மாற்றைப் பயன்படுத்தி வகுக்கப்படும். உதாரணமாக:  $8 \div 2$  என்பதற்கு எத்தனை தடவை  $2 = 8$  என்பதைப் பயன்படுத்தி 4ஐக் காணல்.

இனி நாம் மேற்குறித்த மூன்று மட்டங்களுக்கும் பயன்படுத்தக்கூடிய மாணவர் செயற்பாடுகளுக்கான சில உதாரணங்களைப் பார்ப்போம்.

## ஆரம்ப மட்டம்

### உதாரணம்1

இங்கு தரப்பட்டுள்ள நெல்லிக்கனிகளை 00000000 முரளிக்கும் ரவிக்கும் இடையே சமமாக வகுங்கள். ஒருவருக்குக் கிடைக்கும் நெல்லிக்கனிகளின் எண்ணிக்கை யாது?

இவ்வாறான செயற்பாட்டை உண்மைப் பொருள்களைக் கொடுத்து குழுக்களாக செய்விக்கலாம். செயற்பாட்டின் பின்னர் பெறப்பட்ட பெறுபேறை வாய்மொழியாக "முரளிக்கு நான்கு நெல்லிக்கனிகள்", "ரவிக்கு நான்கு நெல்லிக்கனிகள்" என்றவாறு கூறி அவ்வகுத்தலை

00  
00

00  
00

என்றவாறு வரையவும் முடியும். இதில் பகுதியாக்கல் எண்ணக்கரு காட்டப்படுகிறது.

### உதாரணம்2

இங்கு தரப்பட்டுள்ள நெல்லிக்கனிகளை 00000000 இரண்டின் குவியல்களை வேறுபடுத்துங்கள். அப்போது எத்தை இரண்டின் குவியல்கள் பெறப்படும்?

இதனையும் குழுச் செயற்பாடாக மாணவருக்கு முன்னளிக்க முடிவதோடு மேலே உதாரணம் 1ல் உள்ளவாறு பெறுபேற்றை "நான்கு குவியல்கள்" என்றவாறு கூறவும், வரையவும் வேண்டும்.

00

00

00

00

நான்கு இரண்டின் குவியல்கள்.

## கிரண்டாவது மட்டம்

இங்கு ஆரம்ப மட்டத்திற்குப் பயன்படுத்திய விதமான செயற்பாடுகளை பயன்படுத்த முடியும். செயற்பாடு முடிந்த பின்னர்  $8 \div 2 = 4$  எனக் கரும்பலகையில் எழுதிக் காட்டுதல் அவசியமாகும். அவ்வாறே 8 வகுத்தல் 2 சமன் "நான்கு" என மாணவரைக் கொண்டு கூறச் செய்ய வேண்டும்.

## முன்றாவது மட்டம்

இதற்கு, பின்வருமாறான எண்சார் பிரசினங்களைப் பயன்படுத்த முடியும்.

உதாரணம்:

பெறுமானங் காண்க -

(i)  $10 \div 2$

(ii)  $12 \div 3$

இதில் எத்தனை தரம்  $2 = 10$ , எத்தனை தரம்  $3 = 12$  என்றவாறு பெருக்கல் பிணைப்புகளின் நேர்மாறைப் பயன்படுத்துவதற்கு மாணவருக்கு சந்தர்ப்பமளிக்க வேண்டும். அவ்வாறே அவற்றை

$2 \overline{)10}$ ,  $3 \overline{)12}$  அல்லது  $2 \overline{)10}$ ,  $2 \overline{)12}$  என்றவாறு

வகுத்தல் செயலொழுங்கு எழுதிக் காட்டப்படும் என விளங்கப்படுத்த வேண்டும்.

வகுத்தல் என்பது பெருக்களின் நேர்மாறு கணித செய்கை என இப்போது உங்களுக்கு விளங்கி இருக்கும். ஆரம்பத்தில் வகுத்தலை மீளமீளக் கழித்தலாக மாணவருக்கு அறிமுகப்படுத்தலாம். மூன்றாவது மட்டத்தின் இறுதியில் பெருக்கல் பிணைப்புகளை நேர்மாறு பிணைப்புகளை மாற்றக் கூடிய மட்டத்திற்கு மாணவரை வழிப்படுத்த வேண்டும்.

இனி நாம் கணித செய்கை வகுத்தலை மாணவருக்கு முன்வைக்கும் விதத்தை உதாரணங்கள் மூலம் பார்ப்போம்.

### கொண்டு வருதல் இல்லாத வகுத்தல்

உதாரணம் 1

பெறுமானங் காண்க

$39 \div 3 = ?$

இதனை  $3 \overline{)39}$  அல்லது  $\begin{array}{r} 13 \\ 3 \overline{)39} \\ \underline{3} \\ 9 \\ \underline{9} \\ 0 \end{array}$  எனக் காட்டலாம்.

$39 = 30 + 9$  என்பதனால்  
 $39 \div 3 = (30 \div 3) + (9 \div 3)$   
 $= 10 + 3$   
 $= 13$

## கொண்டு வருதலுடன் கழித்தல்

உதாரணம்

பெறுமானங் காண்க

$$7435 \div 6$$

இதனை இடப்பெறுமான அட்டையைப்பயன்படுத்தி தீர்க்கும் விதத்தைப் பார்ப்போம்.

1000ங்கள்	100கள்	10கள்	1கள்
$\begin{array}{r} 6 \overline{) 7} \\ 1 - 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ 6 \overline{) 10} \\ 2 - 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ 6 \overline{) 23} \\ 3 - 5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ 6 \overline{) 50} \\ 9 - 1 \end{array}$

அட்டவணை 24

$$7435 \div 6 = 1239 \text{ மீதி } 1$$

மேலே இடப்பெறுமான அட்டை மூலம் காட்டப்பட்ட வகுத்தல் செயலொழுங்கு பொதுவாக பின்வருமாறு எழுதப்படும்.

$$\begin{array}{r} 1239 \\ 6 \overline{) 7435} \\ \underline{6} \phantom{00} \\ 14 \phantom{00} \\ \underline{12} \phantom{00} \\ 23 \phantom{00} \\ \underline{18} \phantom{00} \\ 55 \phantom{00} \\ \underline{54} \phantom{00} \\ 1 \phantom{00} \end{array}$$

இதில் 7435 - வகுபடுமென்

6 - வகுக்குமென்

1239 - ஈவு

1 - மீதி எனப்படும்

இப்பொழுது உங்களுக்கு கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் எனும் நான்கு கணித செய்கைகள் தொடர்பாக விளக்கம் கிடைக்கப்பெற்றுள்ளது. இந்நான்கு கணித செய்கைகளுள் வகுத்தலின் போது அநேக வேளைகளின் மாணவர்களுக்கு பிரச்சினை ஏற்படும். 2, 3 இலக்கங்களைக் கொண்டு வகுக்குமென்களால் வகுக்கும் போது வகுபடுமெண்ணில் வகுக்குமெண் எத்தனை தடவைகள் அடங்குமென அண்ணளவாக முடிவு செய்வதற்கு மாணவரைப் பழக்குவிக்க வேண்டும்.

உதாரணம்:

(i)  $6138 \div 71$

(ii)  $6138 \div 51$

உதாரணம் (1) இல் 61 இல் 71 கள் இல்லை என்பதனால் வகுபடுமெண் 613 இல் 71 கள் எத்தனை என முடிவு செய்ய நேரிடும். இங்க 61இல் 71கள் எத்தனை என முடிவு செய்ய நேரிடும். இங்கு 61 இல் 7கள் எத்தனை எனப் பருமட்டாக முடிவு செய்ய முடியும். உதாரணம் (11) இல் 61 இல் 51கள் இருப்பதனால் இரண்டாவது பிரசினத்தைத் தீர்த்தல் இலகுவாகும். மாணவருக்காக பிரசினங்களைத் தெரிவு செய்யும் போது இந்நிலையை தெளிவாக விளங்கிக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.

வகுத்தல் தொடர்பாக நீங்கள் பெற்ற அறிவைப்பதித்துக் கொள்வதற்கு பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுங்கள்.

### பயிற்சி 6

1. வகுத்தல் எண்ணக்கருக்கள் இரண்டு உள்ளன. அவ்விரு எண்ணக்கருக்களையும் எழுதிக்காட்டுக. ஒவ்வொரு எண்ணக்கருகளையும் வகை குறிக்கும் பிரசினமொன்று வீதம் தருக.

2. பின்வரும் பிரசினங்களை மாணவருக்குக் கற்பிப்பதற்குப் பொருத்தமான தொடரொழுங்கில் எழுதுக.

(i)  $107 \div 7$                       (ii)  $32 \div 4$                       (iii)  $40 \div 20$

(iv)  $1056 \div 11$                       (v)  $42 \div 2$                       (vi)  $124 \div 4$

3. மாணவனொருவன் வகுத்தல் பிரசினமொன்றை தீர்த்துள்ள விதம் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)5410} \\ \underline{18} \end{array}$$

- (i) இதில் உள்ள வழு யாது?
- (ii) வழுவிற்கான காரணம் யாது?
- (iii) வழுவைத் தவிர்த்துக் கொள்ளும் விதத்தை எழுதுக.

இப்போது நீங்கள் இம்மொடியுலைக் கற்று முடித்துவிட்டீர்கள். நீங்கள் இம்மொடியுலில் கற்ற விடயங்களை பொழித்துக் காட்டுவோம்.

## 6.0 பொழிப்பு

இயற்கை எண் -  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

முழு எண் -  $\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

நிறை எண் -  $\mathbb{Z} = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

விகிதமுறு எண் -  $\mathbb{Q} = \{p \text{ உம் } q \text{ உம் நிறையெண்களாகவும் } p/q (q \neq 0) \text{ என்றவாறு கட்டக்கூடிய எண்கள்}\}$

விகிதமுறா எண் -  $\mathbb{Q}' = \{\text{விகிதமுறு எண்ணாகக் காட்ட முடியாத எண்கள்}\}$

எண் தொகுதியில் அடைத்த தன்மை, பரிவர்த்தனைத் தன்மை, தொகுப்புத் தன்மை, சர்வசமன் தன்மை, நேர்மாறு, பரம்பல் தன்மை எனும் எல்லா பண்புகளும் அல்லது சில பண்புகள் நிலவுகின்றன.

கணித செய்கைகளை தனித்த, இரட்டை, பன்மடங்கு என்றவாறு காட்டலாம். ஆரம்ப ஆண்டுகளில் பயன்படுத்தப்படும் நான்கு இரட்டைக் கணித செய்கைகளான கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் என்பன 4 அடிப்படை கணித செய்கைகளாகக் கருதப்படும்.

4 அடிப்படை கணித செய்கைகளும் பிரதானமாக மூன்று மட்டங்களில் காட்டப்படக் கூடியதோடு மாணவருக்கு அவற்றைக் கற்பிற்கும்போது பொருத்தமான கட்டில் சாதனங்கள் தெரிவு செய்யப்படல் வேண்டும்.

பொருத்தமான கட்டில் சாதனங்களைப் பயன்படுத்தி மாணவர் கணித பிரச்சினைகளைத் தீர்க்கும்போது ஏற்படுத்தும் அநேகமான வழக்களைத் தவிர்த்துக் கொள்ள முடியும்.

இம்மொடியுலில் நீங்கள் பெற்ற அறிவை சோதித்துப்பாற்பதற்கு இப்பிற்சோதனையில் ஈடுபடுங்கள்.

## 7.0 பிற்சோதனை

1. கீழே உள்ள அட்டவணையில் ஒவ்வொரு நிரையிலும் காட்டப்பட்டுள்ள கூற்றில்  $n$  இனால் பெறுப்படும் எண்ணை அட்டவணையின் ஒவ்வொரு நிரலிலும் காட்டப்பட்டுள்ள எண் தொகுதிக்கு உரியதெனில்  $"/$  என அடையாளமிடுக.

கூற்று	இயற்கை எண்	முழு எண்	நீளஎண்	விகிதமுறு எண்	விகிதமுறா எண்
$n - 3 = 0$ $n + 3 = 0$ $n + 3 = 0$ $3n = 5$ $n^2 = 2$					

அட்டவணை 25

- { 1, 4, 7, 9 } எனும் எண் தொடையின் வரும் கணித செய்கை பின்வரும் அட்டவணைக்கேற்ப காட்டப்பட்டுள்ளது

*	1	4	7	9
1	9	7	1	4
4	7	9	4	1
7	1	4	7	9
9	4	1	9	4

அட்டவணை 26

- i. பின்வருவனவற்றின் பெறுபேறுகளை மேலுள்ள அட்டவணையைக் கொண்டு காண்க.
- (a)  $7 * 4$                       (b)  $9 * 1$   
(c)  $1 * 7$                         (d)  $9 * 9$
- ii. கணிதச்செய்கை  $*$  இல் உள்ள எண் தொடை அடைத்த தன்மையானதா? காரணங்காட்டுக.

- iii. சர்வசமன் மூலகங்கள் எவை? காரணங்காட்டுக.
- iv. கணித செய்கை \* இல் உள்ள எண் தொடை பரிவர்த்தனை தன்மையுள்ளதா?
- v. பெறுமானங்காண்க?
- (a)  $(7 * 4) * 1$       (b)  $7 * (4 * 1)$
- vi. மேலே (v) இல் (a) இனதும் (b) இனதும் பெறுமானங்கள் சமனா?
- vii. மேலே (v) இல் காட்டப்பட்டுள்ள பண்பு எண் தொடையின் எவையேனும் மூன்று மூலகங்கள் இருப்பின் அவ்வெண் தொடையின் பண்பு யாது?

பின்வரும் உதவிச்சாதனத்தை எண்மட்டத்தின் செயற்பாட்டு முறையைப் பயன்படுத்தக் கூடியதாக இருந்ததாயின் "/ " எனும் அடையாளத்தை இட்டு காட்டுக.

உதவிச் சாதனம்	ஆரம்ப மட்டம்	2வது மட்டம்	3வது மட்டம்
i. எண் அட்டை			
ii. மஞ்சாடி விதை			
iii. எண்ணும் எண் குறிகளும் உள்ள அட்டைகள்			
iv. எண் குறி அட்டைகள்			
v. ஈர்க்குக் கட்டுக்கள்			
vii. எண் சட்டம்			
vii. எண் கீலம்			
ix. கூட்டல் அட்டவணை			
x. எண் அட்டை			

அட்டவணை 27

4. இலக்கங்களைக் கொண்ட எண்களின் கூட்டலுக்கும் கழித்தலுக்கும் பயன்படுத்தக் கூடிய பொருத்தமான கற்றல் துணைகளின் மூன்றின் பெயர்களைக் குறிக்குக.
5. பெருக்கலினதும் வகுத்தலினதும் போது நிகழும் அநேகமான வழக்களைத் தவிர்த்துக் கொள்வதற்குப் பொருத்தமான கற்றல் துணைகளைப் பெயர் குறிக்குக.
6.  $153 \div 8$  ஐ இடப்பெறுமான அட்டையில் எழுதி வகுக்குக.

உங்கள் விடைகளை இந்த மொடியூலின் இறுதியில் தரப்பட்டுள்ள விடைகளோடு ஒப்பிடுங்கள்.



இப்போது மொடியூலைக் கற்று முடித்துவிட்டோம். நீங்க... பெற்ற அறிவை சோதிப்பதற்கு பின்வரும் ஒப்படைக்கு விடையளியுங்கள்.

## 8.0 ஒப்படை

1.
  - i. விகிதமுறு எண்ணுக்கு வரைவிலக்கணம் கூறுக
  - ii. பின்வரும் எண்களை விகிதமுறு எண்களாக வரைவிலக்கணம் கூறுமாறு காட்டுக.
 

(a) 0.5	(b) 5	(c) 4.3	(d) 2.5
(e) $5.3\bar{1}$	(f) $3\bar{7}$	(g) 0	
2. நிறைஎண் தொகுதி தொடர்பாக பின்வரும் பண்புகள் என்பதை உதாரணங்கள் வீதம் தந்து காட்டுக.
 

i. அடைத்தல் தன்மை	ii. பரிவர்த்தனை தன்மை
iii. தொகுப்புத் தன்மை	iv. சர்வசமன்
v. நேர்மாறு	vi. கூட்டல் மீது கழித்தல்
3. ஆண்டு 3 மாணவருக்கு
 

43	
+ 29	ஐ ஈர்க்குக் கட்டுகள் மூலம்

 விளங்கப்படுத்தும் விதத்தைக் காட்டுக.
4. ஆண்டு 3 மாணவருக்கு
 

34	
- 15	ஐ எண் சட்டம் மூலம்

 விளங்கப்படுத்தும் விதத்தை காட்டுக.
5. ஆண்டு 3 மாணவனொருவன் பிரசினங்களைத் தீர்த்துள்ள விதம் கிழே காட்டப்பட்டுள்ளது.
 

(a) <table style="margin-left: 20px; border: none;"> <tr> <td style="text-align: right;">239</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">x 3</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">697</td> <td></td> </tr> </table>	239		x 3		697		(b) <table style="margin-left: 20px; border: none;"> <tr> <td style="text-align: right;">2   154</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">72</td> <td></td> </tr> </table>	2   154		72	
239											
x 3											
697											
2   154											
72											

  - (i) இவற்றில் உள்ள வழு யாது?
  - (ii) வழுக்கள் நிகழ்வதற்கான காரணம் யாது?
  - (iii) வழுக்களைத் தவிர்த்துக் கொள்ளும் விதத்தை எழுதுக.

## 9.0 விடைகள்

### முற்சோதனை

- (1) (a) iii (b) i (c) iii  
(2) (i) 5 (ii) 4  
(3) (i) 9,17 (ii) 12,17 (iii) 2,1 (iv) 12,96 (v) 3,96  
(4) 100, 25  
(5) 40  
(6) இந்து அராபி  
(7) 10

### செயற்பாடு 3

- (1) 1,2 (6) 3  
(2) 10 (7) 10  
(3) 37 (8) 6  
(4) 100 (9) 111  
(5) 5, 1, 3 (10) 4 அல்லது -4

### செவ்வை பார்த்தல்

- (1) x (6) ✓  
(2) ✓ (7) ✓  
(3) x (8) x  
(4) x (9) x  
(5) x (10) ✓

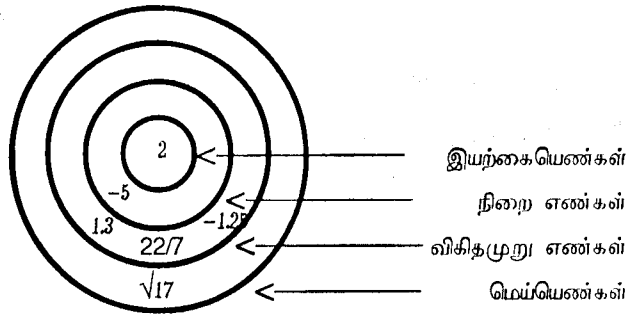
பயிற்சி 1

1.

தொடர் இலக்கம்	எண்	எண் தொகுதி					
		இயற்கை	முழு	நிறையெண்	விகிதமுறு	விகிதமுறா	மெய்
(i)	4	./	./	./	./		./
(ii)	$\sqrt{36}$				./		./
(iii)	0.142				./		./
(iv)	$\sqrt{5}$					./	./
(v)	$1\frac{3}{4}$				./		./
(vi)	$\frac{2}{3}$				./		./
(vii)	0		./	./	./		./
(viii)	0.25				./		./
(ix)	$\sqrt{0.16}$				./		./
(x)	-4			./	./		./
(xi)	-1.6				./		./
(xii)	$-\frac{1}{4}$				./		./

அட்டவணை 25

2.



செவ்வை பார்த்தல் 2

1. i. கூட்டல் தொடர்பான பரிவர்த்தனை விதி
- ii. கூட்டல் சர்வசமன்
- iii. பெருக்கல் தொடர்பான பரிவர்த்தனை விதி
- iv. பெருக்கல் சர்வசமன்
- v. பெருக்கல் நேர்மாறு
- vi. தொகுப்பு விதி
- vii. கூட்டல் நேர்மாறு
- viii. கழித்தலின் மீது பரம்பல் விதி

பயிற்சி 2

எண் தொகுதி		அடைத்தன்மை				பரிவர்த்தனைவிதி				தொகுப்புவிதி				சர்வசமன்				நேர்மாறு			
+ X - ÷		+	X	-	÷	+	X	-	÷	+	X	-	÷	+	X	-	÷	+	X	-	÷
i.	இயற்கை	/	/			/	/			/	/			/	/						
ii	முழுவெண்	/	/			/	/			/	/			/	/						
iii	நேர்எண்	/	/	/		/	/			/	/			/	/			/	/		
iv	விகிதமுறு எண்	/	/	/	/	/	/			/	/			/	/			/	/		

அட்டவணை 29

2. பின்வருமாறான உதாரணங்களைக் கொடுக்கலாம்.

- \*  $4-5 = -1, -1$  இயற்கை யெண்ணல்ல என்பதனால் இயற்கை எண்களைக் கழிக்கும் போது அடைந்த தன்மை இல்லை
- \*  $4 \div 5 = 0.8, 0.8$  இயற்கை யெண்ணல்ல என்பதனால் இயற்கை எண்களை வகுக்கும் போது அடைந்த தன்மை இல்லை.
- \*  $8-7 \neq 7-8$  என்பதனால் இயற்கை யெண்களாலால் கழிக்கும்போது பரிவர்த்தனை தன்மை இல்லை.
- \*  $4 \div 2 \neq 2 \div 4$  என்பதனால் இயற்கையெண்களை வகுக்கும் போது பரிவர்த்தனை தன்மை இல்லை.
- \*  $7 - 5 - 2$  ஐ சுருக்கும் போது தடவையொன்றுக்கு எவையேனும் இரு எண்களைச் சுருக்கும் போது ஒரே விடை பெறப்படாததனால் கழித்தலில் தொகுப்புத் தன்மை இல்லை.
- \*  $7 \div 5 \div 3$  ஐச் சுருக்கும் போது தடவை யொன்றிற்கு எவையேனும் இரு எண்களைச் சுருக்கும் போது ஒரே விடை பெறப்படாததனால் வகுத்தலில் தொகுப்புத் தன்மை இல்லை.
- \*  $4+?=4$  ஆகுமாறான எண்ணொன்று இயற்கை எண் தொகுதியில் இல்லை.
- \* 5இன் கூட்டல் நேர்மாறு இயற்கை எண் தொகுதியில் இல்லை.
- \* 5இன் பெருக்கல் நேர்மாறு இயற்கை எண் தொகுதியில் இல்லை

3. i. (a)3 (b) 3 (c) 3 (d) 3

i.i. அடைந்தது. எவையேனும் இரு எண்கள் மீது \* எனும் கணித செய்கையை செலுத்துவதனால் அத்தொடையிலேயே உள்ள எண்ணொன்று பெறப்படும்.

iii. 5, எந்தவோர் எண் 5 எனும் எண்ணுடன் \* எனும் கணித செய்கையை செலுத்துவதனால் அவ்வெண்ணின் பெறுமானம் மாறுவதில்லை.

iv.. பரிவர்த்தனையடையும்

v. (a) 5 (b) 5

vi. சமனாகும்.

vii தொகுப்பு விதியை திருப்தி செய்யும்

### பயிற்சி 3

1. i. 11+0, 10+1, 9+2, 8+3, 7+4, 6+5, 5+6, 4+7, 3+8, 2+9, 1+10, 0+11

2. ii. 6+5, 1+8, 9+3, 1+5

3. ஈர்க்குக் கட்டுகளினால் கொண்டு செல்லுதலைத் தெளிவாகக் காட்ட முடியுமென்பதனால் இலகுவாகப் பெறக்கூடியமை

4. (ii), (i), (iv), (iii), (v)

5. i. பத்தினிடத்தில் 3 இற்குப் பதிலாக 2 எழுதப்பட்டுள்ளது.

ii. 0 இற்கு கொண்டு செல்லத் தெரியாமை

iii. ஈர்க்குக் கட்டுகளைப் பயன்படுத்துதல், இடப்பெறுமான அட்டையில் எழுதிக் காட்டல், எண் சட்டத்தைப் பயன்படுத்தல்.

### செயற்பாடு 11

(i)

எண்	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	கூ.தொகை
கூட்டல் பிணைப்புகளின் எண்ணிக்கை		2	3	4	5	6	7	8	9	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	100

அட்டவணை 30

(ii)

எண்	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	கூடுதலாக
கூட்டல் பிணைப்புகளின் எண்ணிக்கை (பரிவர்த்தனை விதியைக் கருதும்போது)	1	1	1	2	3	3	4	4	5	5	5	4	4	3	3	2	2	1	1	55

அட்டவணை 31

(iii) 55 (iv) 45 (v) 30 (vi) 25

செயற்பாடு 14

வித்தியாசம்	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
கழித்தல் பிணைப்புகளின் எண்ணிக்கை	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

அட்டவணை 32

பயிற்சி 4

- 9-4, 8-3, 7-2, 6-1, 5-0
- 6-5, 5-1, 4-0
- i, iv, ii, v, iii
- பத்திடத்தில் 9ற்குப் பதிலாக 0 எழுதப்பட்டுள்ளது.
  - 0இற்குப் கொண்டு செல்லத் தெரியாமை
  - ஈர்க்கக் கட்டுகளைப் பயன்படுத்துதல், இடப்பெறுமான அட்டையில் கழித்தல், எண் சட்டத்தைப் பயன்படுத்துதல்

பயிற்சி 5

- 8+8+8+8+8
- iv, ii, iii, i, v, vi
- 132 இடப்பெறுமானத்தைக் கருதாமல் எழுதப்பட்டுள்ளது.
  - 100 பெருக்கப்படுகின்றதென அறிந்திராமை. 10 ஆல் பெருக்கப்படுமெக் கருதுதல்
  - இடப்பெறுமான அட்டையில் எழுதிப் பெருக்கல்

**பயிற்சி 6**

1. அடங்கல் கணக்கு  
25 மாம்பழங்களை ஒருவருக்கு 5 வீதம் எத்தனை பேருக்குப் பகிர்ந்தளிக்க முடியும்?  
பகுதியாக்கல் எண்ணக்கரு  
25 மாம்பழங்களை 5 பேரிடையே பகிர்ந்தளிக்கும் போது ஒருவருக்கு எத்தனை கிடைக்கும்.
2. ii, v, vi, iii, i, iv
3. i. 108 ற்குப் பதிலாக 18 எழுதப்பட்டுள்ளது.  
ii. இடப்பெறுமானத்தைக் காப்பதற்கு 0 அவசியம் என அறிந்திராமை. இடப்பெறுமானம் தொடர்பான பயன்பாட்டு விளக்கம் இல்லாமை.  
iii. (a) இடப்பெறுமான அட்டையில் எழுதிக் காட்டுதல்  
(b) விடையை முடிவு செய்ய பழக்குதல்

**பிற்சோதனை**

1

கூற்று	இயற்கை எண்	முழு எண்	நீளஎண்	சவிகிதமுறு எண்	விகிதமுறா எண்
$n - 3 = 0$	✓	✓	✓	✓	
$n + 3 = 3$		✓	✓	✓	
$n + 3 = 0$			✓	✓	
$3n = 5$				✓	
$n^2 = 2$					✓

அட்டவணை 25

2. i. (a) 4 (b) 4 (c) 1 (d) 7  
i.i. அடைந்தது. எவையேனும் இரு எண்கள் மீது \* எனும் கணித செய்கையை செலுத்துவதனால் அத்தொடையிலேயே உள்ள எண்ணொன்று பெறப்படும்.  
iii. 7, எந்தவோர் எண் 7 எனும் எண்ணுடன் \* எனும் கணித செய்கையை செலுத்துவதனால் அவ்வெண்ணின் பெறுமானம் மாறுவதில்லை.  
iv.. பரிவர்த்தனையடையும்  
v. (a) 7 (b) 7  
vi. சமனாகும்.  
vii தொகுப்பு விதியை திருப்தி செய்யும்

3.

உதவிச் சாதனம்	ஆரம்ப மட்டம்	2வது மட்டம்	3வது மட்டம்
i. எண் அட்டை	✓		
ii. மஞ்சாடி விதை	✓		
iii. எண்ணும் எண் குறிகளும் உள்ள அட்டைகள்		✓	
iv. எண் குறி அட்டைகள்			✓
v. ஈர்க்குக் கட்டுக்கள்	✓	✓	
vi. எண் சட்டம்			✓
vii. எண் கீலம்			✓
viii. கூட்டல் அட்டவணை			✓
ix. எண் அட்டை			✓

அட்டவணை 34

4. ஈர்க்குக் கட்டுகள், எண்சட்டம், இடப்பெறுமான அட்டை.

5. இடப்பெறுமான அட்டை

6.

1000ங்கள்	100கள்	10கள்	1கள்
8   1 0 - 1	5 8   10 15	3 8   70 73	5
	1 - 7	9 - 1	

அட்டவணை 35

19 மீதி 1



ஆசிரியர் தொடர் கல்விப் பாடநெறி

OFFSET BY THE PACIFIC PRESS (PVT) LTD. COLOMBO-13.