

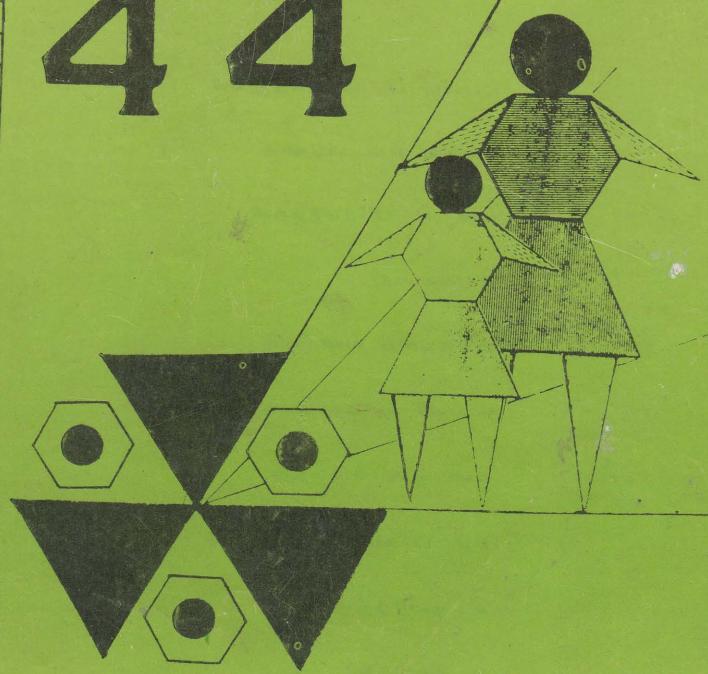
கணித எண்ணக்கரு

முக்கோணிகளின் இருந்கிசைவும் இயல்பொப்பும்

M. School
19/12/94.

44 A A
A A

44



4-5
4-5
22-5
5-5130
5-5202 5
27-5
275
30-2 5

5-5
5-5 + 9
2
20
2
5

பிரதித்தான்தி:

டப்ளியு பி. ரி. விஜேதநாக

நாயாக்காரமு:

டப்ளியு எம். பியதாச

எனி. ஏ. பிரேரமசநான

ஏ. கலபட

ஏ. ஆயசிறி வளசிங்க

ஏம். பி. ஏக்கநாயகக

எஸ். எஸ். குகுத்தோ

மொழியாகம

எம். பி. எம். எம். சிப்பி

பழப்பாச மினி:

உ. நவரத்தினம்

தாங்கோலம்:

ஏ. சிவராஜன்

பாடநெறி அமினிருத்தி :

கே. ஏ. பியதிஸ்ஸ

நெறிஆக்கம்:

ஏ. பி. ஏ. ஆயசேகர

பணிபு:

கலாநிதி எஸ். டி. எல். அமரகுணாசுர



M. Selvam.

முக்கோணிகளின் இருந்திசைவும் இயல்பொப்பும்

தொலைக் கல்வித்துறை
தேசிய கல்வி நிறுவகம்

கனித எண்ணக்கரு
முக்கோணிகளின் ஒரு நிலைசெவும்
இயல்பொப்பும்- 230319

உள்ளடக்கம்

பகுகம்

0.0	அறிமுகம்	3
1.0	குறிக்கோள்கள்	3
2.0	முற்சோதனை	4
பகுதி I		
3.0	ஓருங்கிணைவு	7
பகுதி II		
4.0	இருசமபக்க முக்கோணிகள்	30
பகுதி III		
5.0	இணைகரங்கள்	33
பகுதி IV		
6.0	இயல்பொப்பு	39
7.0	பொழிப்பு	54
8.0	பிர் சோதனை	55
9.0	ஓப்படைகள்	57
10.0	விடைகள்	63

0.0 அறிமுகம்

சான் றிதம் கள் போன்ற சில ஆவணங்களின் புகைப்பிரதியெடுப்பை நீங்கள் கண்டிருப்பீர்கள். அவ்வாறே அநேகமாக உடைகள் தைக்கும் போது முதலில் வலையுருவை வரைந்து துணியின் மீது அதைப் பிரதி செய்து வெட்டுவது உண்டு. இயந்திரங்களின் பற்சில்லுகள் போன்ற பாகங்களை ஒரே அளவிலும் வடிவத்திலும் தயாரிக்க வேண்டியிருக்கும் போது அதற்கென தயாரிக்கப்பட்ட அச்சொன்றிலிருந்து அவை உற்பத்தி செய்யப்படுகின்றன. மேற்குறித்தவாறான நிகழ்வுகளில் ஒருங்கிணைவு எனும் எண்ணக்கரு காணப்படுகிறது. முக்கோணிகளின் ஒருங்கிணைவு கேத்திரகணிதத்தில் அநேக தேற்றங்களையும் இளைத்தேற்றங்களையும் நிறுவுவதற்குப் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

புகைப்பிரதி எடுக்கும் போது முதற் பிரதிக்கு பருமனிலும் வடிவத்திலும் சமனான பிரதிகளைப் பெற முடியும். அவ்வாறே தேவைக்கேற்ப வடிவத்தை மாற்றாமல் அளவை மட்டும் பெறிதாக்கியோ. சிறிதாக்கியோ பிரதி செய்யவும் முடியும். புகைப்படம் எடுக்கும் போதும் சிறிய புகைப்படத்தை பெறிதாக்குவதற்கும், பெரிய புகைப்படத்தை சிறிதாக்குவதற்கும் முடியும். இங்கு உருவின் அளவு மாற்றமடைவதோடு வடிவம் மாற்றமடைவதில்லை. அவ்வாறான செயலை விபரிப்பதற்கு இயல்பொப்பு பயன்படுத்தப்படுகிறது. முக்கோணிகளின் பருமனும் வடிவமும் சமனாக இருக்கும் போதும் வடிவம் மாற்றமடையாமல் இருக்கும் போதும் பருமன் மட்டும் மாற்றமடையும் போதும் நிலவும் பண்புகள் பற்றி நீங்கள் இம்மொடியில் கற்பதற்கு சந்தர்ப்பம் வழங்கப்பட்டுள்ளது.

1.0 குறிக்கோள்கள்

இம் மொடியிலைக் கற்பதனால் உங்களுக்கு

★ தரப்பட்ட தளவுருக்களுக்கிணையே ஒருங்கிணை வனவற்றைத் தெரிவு செய்வதற்கும்,

★ இரு முக்கோணிகள் ஒருங்கிணையும் நான்கு சந்தர்ப்பங்களையும் தனித் தனியாக எழுதிக் காட்டுவதற்கும்,

★ தேற்றங்களை நிறுவுவதற்கும் பிரச்சினங்கள் தீர்ப்பதற்கும் முக்கோணிகளின் ஒருங்கிணைவு பற்றிய அறிவைப் பயன்படுத்துவதற்கும்

★ இரு சமபக்க முக்கோணிகள் தொடர்பான தேற்றங்களை முன்வைப்பதற்கும் அல்ல தொடர்பான உரிய பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும்

★ முக்கோணிகளின் பக்கங்களும் கோணங்களும் சமன்ற சந்தர்ப்பங்களில் அவற்றிடையே தொடர்பைக் காட்டும் தேற்றங்களை எழுதுவதற்கும், அவை தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும்

★ இணைகரங்கள் தொடர்பான தேற்றங்களை முன்வைப்பதற்கும் பிரசினங்கள் தீர்ப்பதற்கும்

★ உருப்பெருக்கத்தை இனங்களாகும் அதன் மூலம் இயல்பொத்த முக்கோணிகள் என்றால் என்ன என்பதை விளக்குவதற்கும் இயல்பொத்த முக்கோணிகளின் பக்கங்களிடையேயுள்ள தொடர்புகள் வரும் எனிய பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும் தேவையான திறன்கள் கிடைக்கப்பெறும்.

2.0 முற்சோதனை

இம் மொடியலைக் கற்பதற்குத் தயாராகும் வகையில் பின்வரும் முற்சோதனைக்கு விடையளியுங்கள்.

01. பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றிலும் உள்ள வெற்றிடத்தை நிரப்புவதற்கு சரியான சொல்லை எதிரே அடைப்புக்குறிகளுள் தரப்பட்டுள்ள சொற்களிலிருந்து தெரிவு செய்யுங்கள்.

1. முக்கோணியோன்றில் பக்கங்கள் உள்ளன. (ஒன்று, இரண்டு, மூன்று, நான்கு)
11. பக்கங்களின் நீளங்களுக்கேற்ப முக்கோணிகளை வகைப்படுத்தினால் முக்கோணி வகைகள் உள்ளன. (ஒன்று, இரண்டு, மூன்று, நான்கு)
111. முக்கோணியோன்றின் பக்கங்கள் இரண்டு சமனாகும் போது அது முக்கோணி என்றழைக்கப்படும். (சமபக்க, சூர்க்கோண, இருபக்க, சமளில்பக்க)
- IV. இணைகரம் என்பது நாற்பக்கலாகும். (எதிர்ப்பக்க சோடி ஒன்று சமாந்தரமான,

எதிர்ப்பக்க சோடிகள் சமாந்தரமான, நான்கு பக்கங்களும் சமனான, நான்கு கோணங்களும் சமனான)

2. பின்வரும் கூற்றுக்கள் ஒவ்வொன்றையும் பொருத்தமான சொல்லை வெற்றிடத்தில் இட்டு பூர்த்தி செய்யுங்கள்.
- i. கோணமொன்று 90° ஆகவுள்ள முக்கோணி முக்கோணி எனப்படும்.
 - ii. செங்கோணமொன்றுடனான முக்கோணி யொன்றில் செங்கோணத்திற்கு எதிரேயுள்ள பக்கம் எனப்படும்.
 - iii. தளவுருவொன்றை சரியாக இரண்டாகப் பிரிக்கக் கூடியவாறு நேர்கோடொன்று வரைய முடியுமெனின் அவ்வரு உரு எனப்படும்.
 - iv. பக்கங்களிரண் டு சமனாகவுள்ள முக்கோணியொன்றில் சமச்சீர் அச்சுக்களின் எண்ணிக்கை ஆகும்.
 - v. சாய்சதுரமொன்றின் சமச்சீர் அச்சுக்களின் எண்ணிக்கை ஆகும்.
3. பின்வரும் சமன்பாடுகளில் x இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$$I \frac{x}{4} = \frac{9}{12} \quad II \frac{3}{2} = \frac{6}{x} \quad III \frac{4}{3} = \frac{x}{9}$$

$$IV \frac{2}{x} = \frac{6}{15} \quad V \frac{x}{3} + 2 = 5$$

4. பின்வரும் பின்னச் சோடிகள் ஒவ்வொன்றையும் = , > , < எனும் குறியீடுகளுள் பொருத்தமான குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி தொடர்புபடுத்துங்கள்.

$$I \frac{5}{8}, \frac{15}{16} \quad II \frac{2}{3}, \frac{10}{15} \quad III \frac{3x}{7}, \frac{6x}{14}$$

$$IV \frac{7}{8}, \frac{35}{40} \quad V \frac{3}{4x}, \frac{5}{6x} \quad VI \frac{5}{6x}, \frac{20}{24x}$$

5. பின்வரும் விகித சோடிகளுள் சமவலு விகிதச் சோடிகளைத் தெரிவ செய்து அவற்றின் கீழ்க் கோடிடுங்கள்.

(1) 3:5, 5:9

(11) 4:5, 2:2 $\frac{1}{2}$

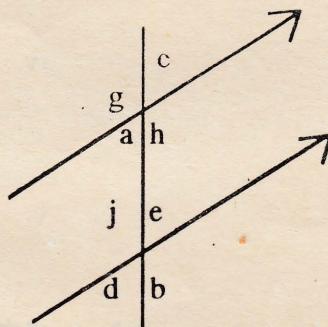
(111) x : 8, 3x : 24

(iv) 5:8, 40:64

(v) 6:1, 18:3

(vi) 3:4:6, 6:9:12

6. உரு 1 இல் உள்ள வரிப்படத்தில் சமனான கோணங்கள் கீழேகாட்டப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு கோணச்சோடியும் எவ்வகையைச் சேர்ந்தவை என அடைப்புக் குறிகளுள் எழுதுங்கள்.



உரு 1

i. $a = e$ ()

ii. $c = e$ ()

iii. $a = d$ ()

iv. $h = f$ ()

v. $g = f$ ()

vi. $h = b$ ()

உங்கள் விடைகளை மொடியுவின் இறுதியிலுள்ள விடைகளோடு ஒப்பிட்டுப் பாருங்கள்.

3.0 ஒருங்கிசைவு

ஒருங்கிசைவு என்றால் என்ன என்பது பற்றிய சிறு உணர்வைப் பெறுவதற்காகப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள். அதற்கு முன்னர் இங்கு குறிக்கப்பட்டுள்ள பொருட்களை சேகரித்துக் கொள்ளுங்கள்.

- ★ ஒரே வகையானதும் ஒரே பெறுமானம் உள்ளதுமான அஞ்சல் முத்திரைகள் இரண்டு.
- ★ ஒரே ஆண்டில் வெளியிடப்பட்ட ரூ. 2.00 நாணயங்கள் இரண்டு.
- ★ அரை அளவு வெள்ளளக் காகிதத்தாள்கள் இரண்டு.
- ★ கத்தரிக்கோல்.

செயற்பாடு 1

- (a) உங்களிடமுள்ள காகிதத்தாளை இரண்டாக மடியுங்கள். மடிக்கப்பட்ட தாளின் ஒரு பக்கத்தில் உங்களுக்கு விருப்பமான உருவொன்றை வரைந்து இரு தாள்களும் வெட்டப்படுமாறு உருவை வெட்டி எடுங்கள். உங்களுக்கு கிடைத்த உருக்களையும் தனித்தனியாக வைத்து அவற்றின் வடிவத்தையும், ஒன்றின் மேல் ஒன்றை வைப்பதனால் அளவையும், ஒன்றாகவும், தனித்தனியாகவும் வைத்து உருவிலூள் உள்ள பகுதிகளின் அமைவுகளையும் நன்றாகக் கவனியுங்கள்.
- (b) நீங்கள் சேகரித்த ஒரு முத்திரைகளையும் இரு நாணயங்களையும் மேசையின் மீது வைத்து தனித்தனியாகவும், ஒன்றன் மேல் ஒன்றை வைப்பதனால் அவற்றில் உள்ள சமதன்மையை இனங்காணுங்கள்.

மேற்குறித்த செயற்பாட்டில் நீங்கள் பயன்படுத்திய ஒவ்வொரு சோடிக்கும் உரிய தளவடிவங்கள்

1. அளவிலும்

11. வடிவத்திலும்

சமனாகும் என்பதை நீங்கள் கண்டிருப்பீர்கள். இவ்வாறு நாம் சாதாரண வாழ்க்கையில் அநேக சந்தர்ப்பங்களில்

இவ்வாறானவற்றைப் பயன்படுத்தியுள்ளோம். அலங்கரிப்பதற்காக மடிப்பதனால் சமனான உருக்களை வெட்டியுள்ளோம். பீங்கான் தட்டு, கோப்பைகள் போன்ற ஒரே அச்சிலிருந்து தயாரிக்கப்பட்ட பொருட்கள் இரண்டு, பலவேறு இயந்திரங்களில் பயன்படுத்தப்படும் பற்சில்லுகள் போன்றவை அநேகமாக அளவிலும் வடிவத்திலும் சமனானவை ஆகும்.

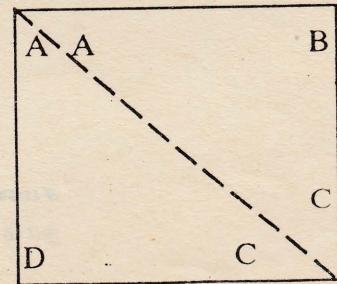
அளவுகள், வடிவங்கள் உட்பட்ட சுலப அம்சங்களிலும் சமனான பொருட்கள் இரண்டு ஒன்றுக்கொன்று ஒருங்கிணையும் எனப்படும்.

மேற்குறித்த பகுதியிலிருந்து ஒருங்கிணைவு பற்றி உங்களுக்குக் கூடியவு கருத்துக்கள் கிடைக்கப் பெற்றிருக்கும். இங்கு முக்கோணிகளின் ஒருங்கிணைவு பற்றிக் கற்பதே எமக்கு மிக முக்கியமாகும். முக்கோணியைப் பற்றியும், பலவேறு முக்கோணி வகைகள் பற்றியும் நீங்கள் இதற்கு முன்னர் கற்றுள்ளீர்கள். இனி முக்கோணிகளின் ஒருங்கிணைவு பற்றிய அறிவைப் பெற்றுக் கொள்வதற்காக பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

செயற்பாடு 2

இச்செயற்பாட்டிற்காக மூன்று அஞ்சல் உறைகள் அல்லது அவ்வாறான ஓரளவு தடித்த தாள்கள் சிலவற்றையும் கத்தரிக்கோலான்றையும் எடுங்கள்.

உங்களிடமுள்ள அஞ்சல் உறைகளுள் ஒன்றை விரித்து செவ்வகமான பக்கமொன்றை வெட்டி எடுங்கள். அதன் பின்னர் அதன் அகலப் பக்க விளிம்பொன்று நீளப்பக்க விளிம்பொன்றின் மீது படியுமாறு மடிப்பதனால் சதுர வடிவமான பகுதியொன்றைப் பெற்று அதனை உரு 2 இல் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு வெட்டியேடுத்து A B C D எனப் பெயரிடுங்கள். இனி மூலைவிட்டம் AC அல்லது BD வழியே மடியுங்கள். அப்போது உங்களுக்கு முக்கோணிகள் இரண்டு கிடைக்கப்பெறும். இரு முக்கோணிகளும் ஒன்றன் மீது ஒன்று படியுமாறு மடிப்பதனால் அவை ஒன்றோடொன்று பொருந்துகின்றனவா எனப் பாருங்கள். அவை பொருந்துகின்றன எனவும், இம் முக்கோணிகள் இரண்டும் ஒருங்கிணைவன எனவும் முடிவு செய்யலாம்.



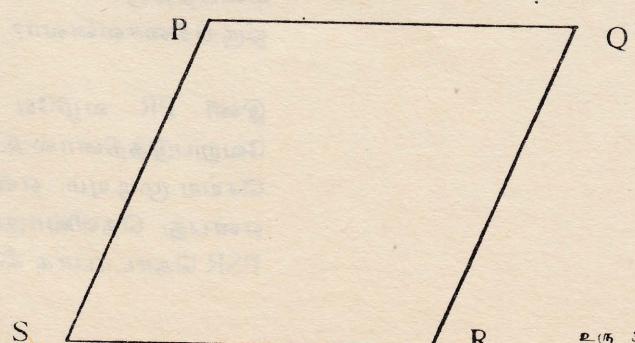
அடுத்ததாக இரு முக்கோணிகளினதும் பக்கங்களையும் கோணங்களையும் அளந்து அட்டவணை 1 ஜப் பூர்த்தி செய்யுங்கள்.

	ΔABC இல்	ΔBDC இல்
i.	$AB = \dots$	$DC = \dots$
ii.	$BC = \dots$	$AD = \dots$
iii.	$AC = \dots$	$AC = \dots$
iv.	$\hat{ABC} = \dots$	$\hat{ADC} = \dots$
v.	$\hat{BAC} = \dots$	$\hat{DAC} = \dots$
vi.	$\hat{ACB} = \dots$	$\hat{ACD} = \dots$

அட்டவணை 1

நீங்கள் செயற்பாட்டினை சரியாகச் செய்திருப்பின் மேலுள்ள அட்டவணையில் ஒரே நிறைக்காகப் பெறப்பட்ட பெறுமானங்கள் சமனாக இருக்கும். அதற்கேற்ப ஒருங்கிசையும் இரு முக்கோணிகளின் சகல ஒத்த உறுப்புகளும் சமனாகும் என்பதை நீங்கள் உணர்ந்தி ருப்பீர்கள். இங்கு முக்கோணிகள் ABC உம் ADC உம் ஒருங்கிசையும் இரு முக்கோணிகள் எனப்படும். இது $\Delta ABC \equiv \Delta ADC$ என எழுதப்படும். குறியீட்டினால் எழுதப்பட்டுள்ள கூற்றை ‘முக்கோணி ABC ஒருங்கிசையும் முக்கோணி ADC உடன்’ என எழுதலாம். இதில் உள்ள “ Δ ”, “ \equiv ” எனுமிரு குறியீடுகளினால் கருதப்படுவது யாது? என்பது உங்களுக்கு விளங்கியிருக்கும். ஒருங்கிசைவு தொடர்பாக நீங்கள் பெற்ற அறிவைப் பதித்துக் கொள்வதற்காக இன்னுமொரு செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

செயற்பாடு 3



உங்களிடமுள்ள விரிக்கப்பட்ட அஞ்சலுறையின் மீது இங்கு தரப்பட்டுள்ள உரு 3 ஜி பிரிதி செய்யுங்கள். அதனை வெட்டி வேறுபடுத்துங்கள். இதனையும் முன்பு போலவே PR வழியே அல்லது QS வழியே மடித்து பெறப்படும் இரு முக்கோணிகளையும் பொருந்தச் செய்ய முயற்சியுங்கள். ஆனால் இவற்றை மடித்து பொருந்தச் செய்ய முடியாது என்பதை நீங்கள் கண்டிருப்பீர்கள். இனி நீங்கள் பக்கங்கள் PQ, QR, RS, PS, PR, என்பவற்றை அளந்து குறித்துக் கொள்ளுங்கள். அவ்வாறே PQR, RPQ, PRQ எனும் மூன்று கோணங்களையும் P̄SR, S̄RP, R̄PS எனும் மூன்று கோணங்களையும் அளந்து குறித்துக் கொள்ளுங்கள்.

அவ்வளவைகளைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் அட்டவணை
2 ஜப் பூர்த்தி செய்யுங்கள்.

	ΔPQR	ΔPSR
1.	$PQ = \dots$	$SR = \dots$
2.	$QR = \dots$	$PS = \dots$
3.	$PR = \dots$	$PR = \dots$
4.	$P\hat{Q}R = \dots$	$P\hat{S}R = \dots$
5.	$Q\hat{R}P = \dots$	$S\hat{P}R = \dots$
6.	$Q\hat{P}R = \dots$	$P\hat{R}Q = \dots$

அட்டவணை 2

இவ்வட்டவணையிலும் ஒரே நிலையில் உள்ள அளவைகள் சமனா எனப் பாருங்கள். நீங்கள் செயற்பாட்டை சரியாகச் செய்திருப்பின், ஓவ்வொரு பகுதியிலும் இரு வெற்றிடங்களுக்கும் சமனான பெறுமானங்கள் கிடைத்திருக்க வேண்டும். இவ்விரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசைவனவா?

இனி PR வழியே வெட்டி இரு முக்கோணிகளையும் வேறுபடுத்தினால் உங்களுக்கு அவற்றை ஒன்று பொருந்தச் செய்ய முடியும். எனவே அவை பரப்பளவிலும் சமனாகும் என்பது தெளிவாகும். இதனால் முக்கோணிகள் PQR, PSR தொடர்பாக கீழே தரப்பட்டுள்ள முடிவுக்கு வரலாம்.

முக்கோணியான்றின் எல்லா உறுப்புக்களும் இன்னொரு முக்கோணியில் ஒத்த உறுப்புக்களுக்கு சமனாகும் போது அம் முக்கோணிகள் இரண்டும் ஒருங்கிணையும் எனப்படும்.

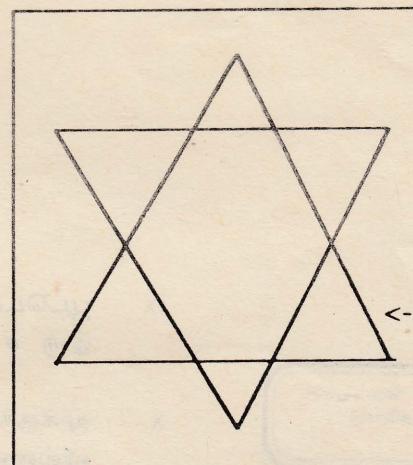
நீங்கள் இதுவரை கற்ற விடயங்கள் பற்றி மேலும் பதித்துக் கொள்வதற்காக பின்வரும் செவ்வை பார்த்தலுக்கு விடையளியுங்கள்.

செவ்வை பார்த்தல் 1

1. கீழே ஒவ்வொரு பகுதியிலும் தரப்பட்டுள்ள இரு பொருட்களும் எல்லா விதத்திலும் ஒன்றுக்கொன்று சமனென்னின் ‘சமனாகும்’ எனவும் சமனற்றவை எனின் ‘சமனற்றவை’ எனவும் வெற்றிடங்களில் எழுதுங்கள்.

1. ஓரே நாளில் அச்சிடப்பட்ட ரூ. 100.00 தான் காக்கள்

11. உரு 4 இல் தகடு A இல் பொருத்தப்பட்டுள்ள பற்ஶில்லு B காட்டப்பட்டுள்ளது. B இன் மேற்பரப்பும் A உம் ஓரே மட்டத்தில் உள்ளன. B இற்குப் பதிலாகத் தயாரிக்கப்பட்ட பற்ஶில்லு C உம் பற்ஶில்லு B உம்



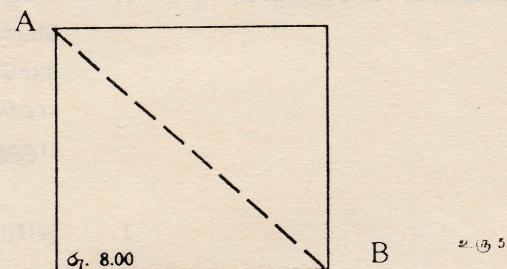
111. ஓரே நபரின் அஞ்சலக அறிமுக அட்டையிலும் ஆட்களைப் பதிவு செய்யுந் தினைக்களத்தின் அறிமுக அட்டையிலும் உள்ள புகைப்படங்கள் இரண்டும்

iv. 25 cm நீளம், 45 cm நீளம் தொலைக்காட்சிப் பெட்டிகள் இரண்டில் ஓரே கணத்தில் ஒளிபரப்பாகும் நபரொருவரின் உருவங்கள் இரண்டும்

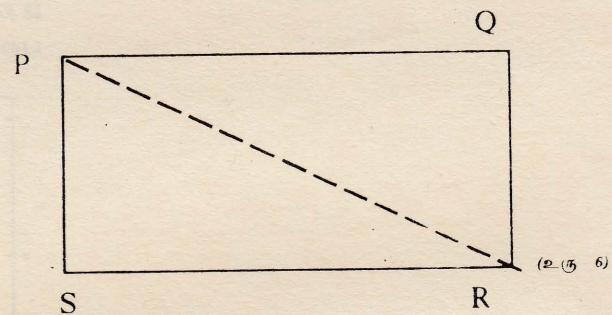
v. ஜந்து வயதில் உங்கள் உடலும், தற்போது உங்கள் உடலும்

vi. ஒரே தகட்டிலிருந்து வெட்டி யெடுக்கப்பட்ட 5 மீ ஆரையுள்ள வட்ட வடிவமான தளவடிவங்கள் இரண்டு

vii. உரு 5, ரூ. 8.00 முத்திறையொன்றைக் காட்டுகிறது. அதனை AB வழியே மடிப்பதனால் பெறப்படும் இரு முக்கோணிகளும்



viii. உரு 6 இல் காட்டப்பட்டுள்ள செவ்வக வடிவமான தளவடிவத்தில் உள்ள PQR, PSR எனுமிரு முக்கோணிகளும்



ix. பூட்டொன்றை விலைக்கு வாங்கும் போது தரப்படும் இரு சாலிகளும்

x. முக்குக் கண்ணாடி யில் உள்ள இரு கண்ணாடி விலைகளும்

உங்கள் விடைகளை மொட்டுவிடுவதை இருதிபிழுள்ள வினைகளோடு ஒப்பிடுப் பாருங்களா.

மேலே : உள்ள பகுதியில் ஒருங்கிசைவு பற்றிச் சில கருத்துக்களைப் பெற்றுக்கொண்ட உங்களுக்கு இப் பகுதியில் முக்கோணிகள் ஒழுங்கிசைதல் தொடர்பான இன்னும் சில விடயங்களைக் கற்பதற்குச் சந்தர்ப்பம் வழங்கப்பட்டுள்ளது.

முக்கோணிகளின் ஒரு நகரைச் சு

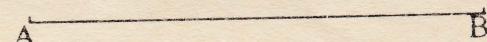
இரு முக்கோணிகள் ஒருங்கிலைச்வதற்குத் தேவையானவை யாவை என்பதை இனி நாம் ஆராய்வோம். இரு முக்கோணிகள் ஒருங்கிலைச்வனவா எனக் காண்பதற்கு மேலே செய்தவாறு எல்லா உறுப்புக்களும் சமனானவையா எனக் காண்பதோ பொருந்திப் பார்ப்பதோ எப்போதும் அவசியம் இல்லை. சில அளவைகள் சமனாகும் போது இரு முக்கோணிகள் ஒருங்கிலையும் அவ்வாறான அளவைகளை அறிந்து கொள்வதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

செயற்பாடு 4

இச் செயற்பாட்டிற்காக மூன்று ஸர்க்குத் துண்டுகளையும் குண்டுசியோன்றையும் வெள்ளைக் காகிதத் தாளொன்றையும் ஆயத்தம் செய்து கொள்ளுங்கள்.

படி 1

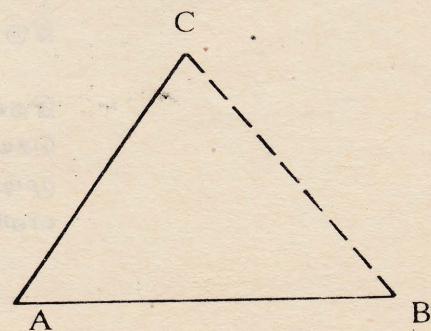
ஸர்க்குத் துண்டொன்றை எடுத்து அதன் இரு முனைகளையும் ஶீராக வெட்டி அதனை வெள்ளைக் காகிதத் தாளின் மீது வைத்து உரு 7 இல் உள்ளவாறு இரு முனைகளையும் குண்டுசியினால் குறியுங்கள். அவ்விரு முனைகளையும் எனப் பெயரிடுங்கள்.



குண 7

படி 2

அடுத்து இன்னொரு ஸர்க்குத் துண்டை எடுத்து மூன்பு போல முனைகளை வெட்டி ஒரு முனையை A இன் மீது உரு 8 இல் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு வைத்து மற்றைய முனையை குண்டுசியினால் அடையாளமிட்டு C எனப் பெயரிடுங்கள்.



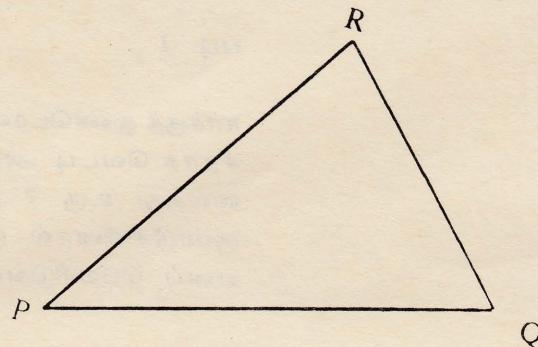
குண 8

பாடி 3

மற்றைய ஈர்க்குத் துண்டை எடுத்து அதனை BC இன் நீளத்திற்குச் சமனாகுமாறு வெட்டுங்கள். முக்கோணி ABC ஐப் பூர்த்தி செய்யுங்கள்.

பாடி 4

இனி மூன்று ஈர்க்குத் துண்டுகளையும் உரு 9 இல் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு முக்கோணியொன்றைப் பெறுமாறு காகிதத்தானின் மீது இன்னொரு இடத்தில் வையுங்கள். முக்கோணியின் மூன்று உச்சிகளையும் மிகக் கவனமாக கண்டுசியினால் குறித்து அதனை P,Q,R எனப் பெயரிட்டு முக்கோணி PQR ஐப் பூர்த்தி செய்யுங்கள்.



உரு 9

பாடி 5

உங்களுக்குக் கிடைக்கப் பெற்ற இரு முக்கோணிகள் ABC ஐயும் PQR ஐயும் வெட்டியெடுத்து ஒன்றின் மேல் ஒன்று வைத்து பொருத்திப் பாருங்கள்.

மேலே உள்ள செயற்பாட்டில் நாம் முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களினதும் நீளங்களை மட்டுமே கருதினோம். எனினும் செயற்பாட்டினை கவனத்துடன் செய்திருந்தால் இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசைய வேண்டும்.

இதனைப் பதித்துக் கொள்வதற்காக மிகவும் முறைசார்ந்த செயற்பாடோன்றை கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி செய்ய முடியும். அதற்காக கவராயம் ஒன்றையும் நேர் விளிம்பொன்றையும் ஆயத்தம் செய்து கொள்ளுங்கள்.

செயற்பாடு 5

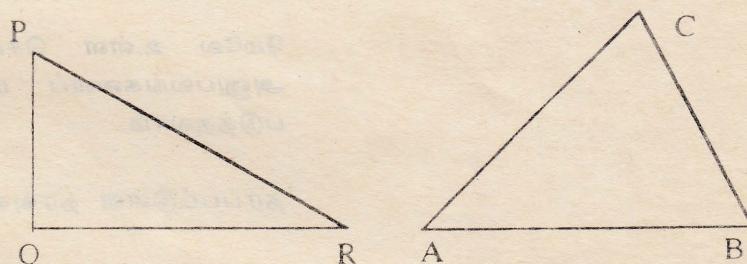
கவராயத்தையும் நேர விளிம்பையும் பயன்படுத்தி பக்கங்களின் நீளங்கள் முறையே 6cm, 4cm, 7cm ஆகவுள்ள முக்கோணியை அமையுங்கள். இதே அளவுகளைக் கொண்ட இன்னும் சில முக்கோணிகளையும் (குறைந்தது இரண்டு) அமையுங்கள். அவற்றை வெட்டி யெடுத்து ஒன்றுடனொன்று பொருத்திப் பாருங்கள். மேலுள்ள செயற்பாட்டிலிருந்து முக்கோணியொன்றின் மூன்று பக்கங்களும் முறையே இன்னொரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களுக்குச் சமனாகும் போது முக்கோணிகளிரண்டும் இயல்பாக ஒருங்கிணைவுமென முடிவு செய்யக் கூடியதாக இருந்தது. அதற்கேற்ப மூன்று பக்கங்களின் நீளங்களை மட்டும் கருத்திற் கொண்டு இரு ஒருங்கிணையும் முக்கோணிகளைப் பெற முடியும். அதைக் கூறும் தேற்றம் பின்வருமாறு:

தேற்றம் 1

முக்கோணியொன்றின் மூன்று பக்கங்களும் இன்னொரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களுக்குச் சமனாக இருக்கும் போது இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிணையும்.

இது கருக்கமாக ப. ப. ப. சந்தர்ப்பம் எனப்படும்.

இனி நாம் செயற்பாட்டிலிருந்து கண்டுபிடித்த விடயங்களை முறைப்படி இவ்வாறு எழுதுவோம்.



குறு 10

குறு 10 இல் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணிகள் ΔPQR , ΔABC என்பவற்றில் $PQ = BC$, $QR = AB$, $PR = AC$ என இருப்பின்

ΔPQR , ΔABC என்பவற்றில்

$PQ = BC$ (தரவு)

$QR = AB$ (தரவு)

$PR = AC$ (தரவு)

$\therefore \Delta PQR \cong \Delta ABC$ (ப. ப. ப.)

இங்கு “ \cong ” எனுங் குறியீட்டினால் ஒருங்கிணைவு குறிக்கப்படுகின்றது.

மேலே குறு 10 காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணிகள் ΔPQR ,

ABC என்பவற்றில் சமனாக எடுக்கப்பட்டவை மூன்று பக்கங்கள் மட்டுமேயாகும். அப்போது இரு முக்கோணங்களும் ஒருங்கிசையும் என்பது தெளிவாகியது. இவ்வாறு ஒருங்கிசையும் போது ஒத்த உறுப்புக்களை இனங்காணுதல் மிக முக்கியமாகும். அதனை இவ்வாறு செய்யலாம்:

PQ இற்கு ஒத்த பக்கம் BC

QR இற்கு ஒத்த பக்கம் AB

PR இற்கு ஒத்த பக்கம் AC

என இனங்காணப்பட்டது. அவற்றை நாம் சமனாகுமாறு வரைந்திருந்தோம். எஞ்சிய ஒத்த அம்சங்களை இவ்வாறு இனங்காணுங்கள்.

$PQ = BC$ என்பதனால் PQ இற்கு எதிர் கோணம் PRQ BC இற்கு எதிர் கோணம் BAC இற்கு ஒத்ததாகும்.

$QR = AB$ என்பதனால் $Q\hat{P}R$ இற்கு $A\hat{C}B$ ஒத்ததாகும்.

$PR = AC$ என்பதனால் $P\hat{Q}R$ இற்கு $C\hat{B}A$ ஒத்ததாகும்.

இரு முக்கோணிகள் ஒருங்கிசையும் போது இவ்வொத்த உறுப்புக்களும் சமனாகும்.

மேலே உள்ள செயற்பாட்டிலிருந்து நீங்கள் பெற்ற அனுபவங்களைப் பின்வருமாறு இன்னும் விளங்கப் படுத்தலாம்.

தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப

$\Delta PQR \equiv \Delta ABC$

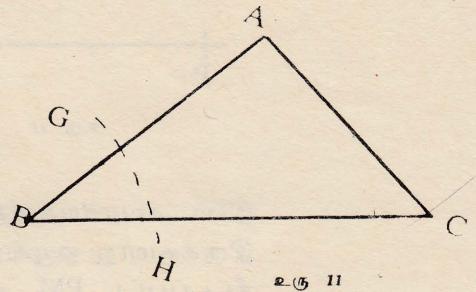
இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசைவதால் ஒத்த மூலகங்கள் சமனாகும்.

$PR = AC$ என்பதனால் PR இற்கு எதிராக அமைந்துள்ள கோணம் AC இற்கு எதிரே அமைந்துள்ள கோணத்திற்குச் சமனாகும். அதற்கேற்ப $P\hat{Q}R = A\hat{B}C$ ஆகும். அவ்வாறே $Q\hat{P}R = A\hat{C}B$, $P\hat{R}Q = C\hat{A}B$ ஆகும்.

அடுத்ததாக இரு முக்கோணிகள் ஒருங்கிசையும் வேறு விதங்களை ஆராய்வதற்காகப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

செயற்பாடு 6

உங்கள் குறிப்பேட்டில் உரு 11இல் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணி ABC இற்கு ஒருங்கிசைவான முக்கோணி யொன்றை வரைவதற்குப் பின்வரும் படிவங்களைக் கடைப்பிடியுங்கள்.



கூற 11

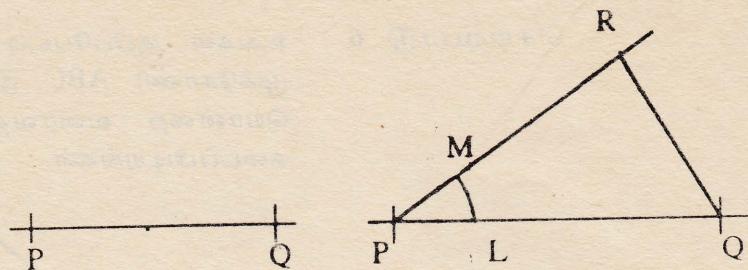
படி 1

முக்கோணி ABC இன் மூன்று பக்கங்களின் நீளங்களுக்குச் சமனான மூன்று பக்கங்களைக் கொண்ட முக்கோணி XYZ ஜ பிரிஸ்டல் அட்டையொன்றில் வரையுங்கள். அதற்கு செயற்பாடு 6 இல் உள்ள ஒழுங்கைக் கடைப்பிடியுங்கள். அப்போது முக்கோணிகள் ABC உம் XYZ உம் ஒருங்கிசையும். முக்கோணி XYZ ஜ வெட்டிடாத்து முக்கோணி ABC இன் மீது வைத்து ஒருங்கிசைவை உறுதிப் படுத்திக் கொள்ளுங்கள்.

படி 2

உங்கள் குறிப்பேட்டில் வேறொரு இடத்தில் நேர்கோடொன்றை வரையுங்கள். அதன் பின்னர் கவராயத்தில் BC இன் நீளத்தை எடுத்து வரையப்பட்ட கோட்டில் BC இற்குச் சமனான நீளத்தைக் குறியுங்கள். அதனை உரு 12 இல் உள்ளவாறு PQ எனப் பெயரிடுங்கள். மீண்டும் கவராயத்தின் முனைவை B இன் மீது வைத்து BA உம் BC உம் வெட்டப்படுமாறு வில்லொன்றை வரையுங்கள். அதே விற்தூரத்தைடுத்து கவராயத்தின் முனையை P இன் மீது வைத்து PQ வெட்டப்படுமாறு வில்லொன்றை வரையுங்கள்.

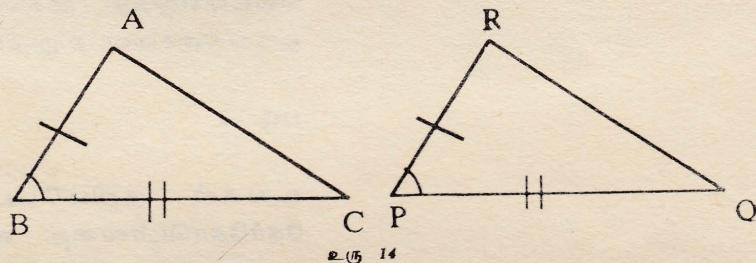
BA உம் BC உம் வெட்டப்பட்ட புள்ளிகளை முறையே G, H எனவும் PQ வெட்டப்பட்ட புள்ளியை L எனவும் பெயரிடுங்கள். கவராயத்தில் விற்தூரம் GH ஜ எடுத்து முனையை L இன் மீது வைத்து முன்னர்வரைந்த வில்லை M இல் வெட்டுமாறு வில்லொன்றை வரையுங்கள். P உம் அவ்வில்லை மூலம் வெட்டும் புள்ளி M இனாடாக நேர்கோடொன்று வரையுங்கள். இச் செயலொழுங்கில் \hat{ABC} உம் \hat{MPL} உம் சமனாகும். இங்கு நாம் கோணம் ABC இற்குச் சமனான கோணமொன்றை PQ இன் மீது பிரதி செய்தோம்.



கு 12

கு 13

இனி கவராயத்தை Δ BA இன் நீளத்திற்கு சமனாக இருக்குமாறு ஒழுங்கு செய்து அதனை P இன் மீது வைத்து நீட்டப்பட்ட PM ஜ R இல் வெட்டுமாறு வில்லோன்று வரையுங்கள். QR ஜ இணைப்பதனால் முக்கோணி Δ PQR பெறப்படும். பிரிஸ்டல் அட்டையில் வெட்டியெடுக்கப்பட்ட முக்கோணி Δ XYZ ஜ முக்கோணி Δ PQR இன் மீது வைத்து ஒருங்கிணைகின்றதா எனப் பாருங்கள். நீங்கள் செயற்பாட்டைச் சரியாகச் செய்திருந்தால் முக்கோணிகள் Δ XYZ உம் Δ PQR உம் ஒருங்கிணையும். முக்கோணிகள் Δ ABC உம் Δ XYZ உம் ஒருங்கிணைவதால் முக்கோணிகள் Δ ABC உம் Δ PQR உம் ஒருங்கிணையும். இங்கு எமக்குக் கிடைத்த அனுபவத்தை இவ்வாறு எழுதிக் காட்டலாம்.



கு 14

Δ ABC, Δ PQR என்பவற்றில்,

$$BC = PQ \quad (\text{அமைப்பு})$$

$$AB = PR \quad (\text{அமைப்பு})$$

$$\hat{A}BC = \hat{R}PQ \quad (\text{அமைப்பு})$$

இவ்வாறு வரையப்பட்ட Δ ABC உம் Δ PQR உம் ஒருங்கிணைவதால் Δ ABC \equiv Δ PQR என்பதை அறிந்து கொள்ளலாம். இப்பண்டும் இரு முக்கோணிகள் ஒருங்கிணையும் இன்னொரு சந்தர்ப்பமாக கேத்திர கணிதத்தில் காட்டப்படுகிறது. அதாவது முக்கோணி யொன்றின் இரு பக்கங்கள் இன்னொரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்களுக்குச் சமனாகி, சமனான பக்கங்களிடையே இமெந்துள்ள கொண்டும் சமனாகும் போது இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிணையும். இதனையும் இவ்வாறு தெற்றமொன்றாகக் காட்டலாம்.

தேற்றம் 2

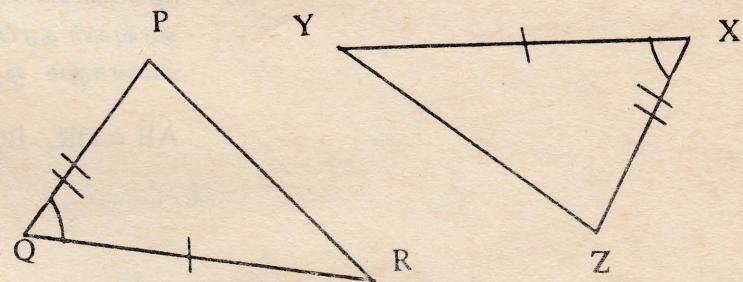
முக்கோணியோன்றின் இரு பக்கங்களும் அமைகோணமும் வேறொரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்களுக்கும் அமைகோணத்திற்கும் சமனாகும் போது இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசையும்.

இதனை கருக்கமாக ப.கோ.ப. சந்தர்ப்பம் எனப்படும்.

மேலே உள்ள தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி இரு முக்கோணிகள் ஒருங்கிசையும் என்பதை முறைசாராக நிறுவும் விதத்தை பின்வரும் உதாரணத்தை ஆராய்ந்து விளங்கிக் கொள்ளுங்கள்.

உதாரணம்

முக்கோணிகள் $\triangle PQR$ இலும் $\triangle XYZ$ இலும் $PQ = XZ$, $QR = XY$, $\hat{PQR} = \hat{XYZ}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசையுமென நிறுவுக.



கு. 15

நிறுவல்

$\triangle PQR$ இலும் $\triangle XYZ$ இலும்

$PQ = XZ$ (கரவு)

$\hat{PQR} = \hat{XYZ}$ (தரவு)

$QR = XY$ (தரவு)

$\therefore \triangle PQR \equiv \triangle XYZ$ (ப.கோ.ப.)

நீங்கள் கற்ற விடயங்களைப் பதித்துக் கொள்வதற்காக பின்வரும் செவ்வை பார்த்தவில் ஈடுபடுங்கள்.

செவ்வை பார்த்தல் 2

(1) உரு 15 இல் காட்டப்பட்டுள்ள ஒருங்கிசையும் முக்கோணிகள் இரண்டில் ஒத்த உறுப்புகளை இனங்கண்டு வெற்றிடங்களை நிரப்புங்கள்.

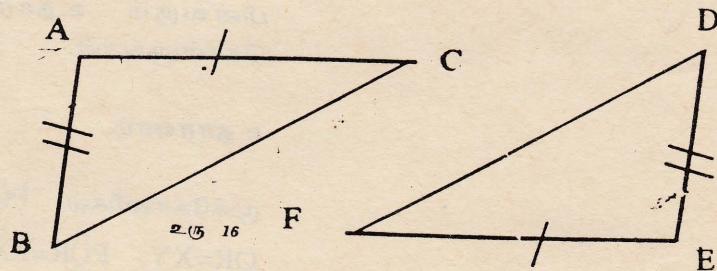
i. $PQ = \dots$ ii. $\hat{QPR} = \dots$

iii. $X\hat{Y}Z = \dots$

iv. ΔPQR இன் பரப்பளவு =

- (2) உரு 16 இற் காட்டப்பட்டுள்ள இரு முக்கோணிகளில் சம உறுப்புக்கள் ஒரே குறியீட்டினால் காட்டப்பட்டுள்ளன. அவை ஒருங்கிசைவதற்கு சமனாக இருக்க வேண்டிய இன்னொரு உறுப்பைக் குறிப்பிடுங்கள்.

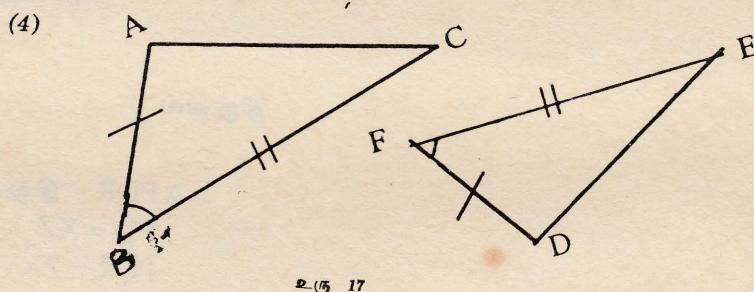
i..... அல்லது



- (3) முக்கோணிகள் ABC, PQR தொடர்பாக பின்வரும் தரவுகள் தரப்பட்டுள்ளன போது அவை ஒருங்கிசையும். சமனாகும் ஒத்த கோணச் சோடியை எழுதுங்கள்.

$$AB = QR, \quad BC = RP, \quad CA = PQ$$

i. ii. iii.



மேலே உரு 17 இல் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணிகள் ABC, DEF என்பவற்றில் $AB = DF$, $BC = FE$, $\hat{B} = \hat{F}$ ஆகும். அதற்கேற்ப பின்வரும் கூற்றுக்களில் வெற்றிடங்களை நிரப்புங்கள்.

i. $AC = \dots$ ii. $\hat{A} = \dots$

iii. $\hat{D} = \dots$

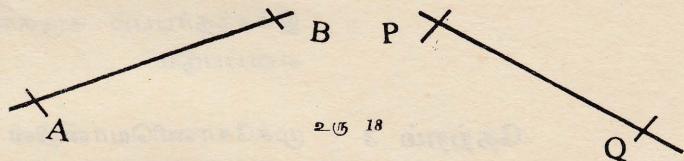
iv. ΔDEF இன் பரப்பளவு =

உங்கள் விடைகளை மொழியுவின் இறுதியிலுள்ள விடைகளோடு ஒப்பிட்டுப் பாருங்கள்.

மேலே செவ்வை பார்த்தலுக்கு விடையளிக்கும் போது உங்களுக்கு ஒருங்கிசையும் முக்கோணிகளின் ஒத்த உறுப்புக்களை இனங்காணல் நன்றாகப் பதிந்திருக்கும். மேலே பிரசினம் 4 இல் \hat{A} இற்கு சமனாவது அதற்கு ஒத்த \hat{D} என்பதை நீங்கள் கண்டிருப்பீர்கள். \hat{A} இற்கு எதிரே அமைந்துள்ள பக்கம் BC ஆகும். BC இற்கு சமனானது பக்கம் EF ஆகும். EF இற்கு எதிரே உள்ள கோணம் \hat{D} ஆகும். இவ்வாறு ஒத்த பக்கங்களையும் கண்டு பிடிக்க முடியும். இவ்வறிவு இனிவரும் பகுதிகளிலும் பயனளிக்கும். இரு முக்கோணிகள் ஒருங்கிசையும் இன்னொரு சந்தர்ப்பம் பற்றி இனி ஆராய்வோம். இதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டைச் செய்யுங்கள்.

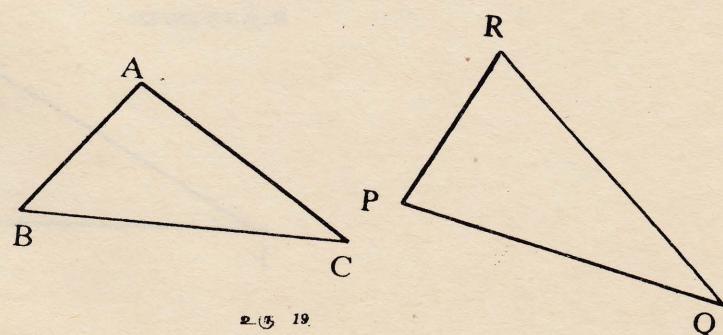
செயற்பாடு 7 படி 1

வெள்ளைக்காகிதத் தாளொன்றை எடுத்து அதன் மீது உரு 18 இல் உள்ளவாறு ஒரே நீளத்தைக் கொண்ட இருகோட்டுத்துண்டங்களை வரையுங்கள். அவற்றை AB, PQ எனப் பெயரிடுங்கள்.



படி 2

உரு 19 இல் உள்ளவாறு முக்கோணியொன்றை வரைந்து அதனை ABC எனப் பெயரிடுங்கள். அதன் பின்னர் மேலே செயற்பாடு 8 இல் செய்தவாறு \hat{A} இற்குச் சமனான கோணமொன்றை P இன் மீதும் \hat{C} இற்குச் சமனான கோணமொன்றை Q இன் மீதும் பிரதி செய்து ΔPQR ஐப் பெறுங்கள்.



முக்கோணங்களைப் பார்த்து நிறைவேற்றுவது

உங்களுக்குக் கிடைத்த இரு முக்கோணிகளையும் வெட்டியெடுத்து பொருத்திப் பாருங்கள்.

தூய்மை வழிநீர்ப்பாடு 3

மேலே உள்ள செயற்பாட்டில் நீங்கள் முக்கோணியோன்றின் இருக்கோணங்கள் இன்னொரு முக்கோணியின் இருக்கோணங்களுக்குச் சமனாகுமாறும் பக்கமொன்று மற்றைய முக்கோணியின் ஒத்த பக்கமொன்றுக்குச் சமனாகுமாறு வரையப்பட்ட இரு முக்கோணிகள் ஒருங்கிணையும் என்பதைக் கண்மர்கள். அதனாப் பின்வருமாறு குறியீடுகளினால் காட்ட முடியும்.

$\triangle ABC, \triangle PQR$ என்பவற்றில்

$$AB = PQ \quad (\text{அமைப்பு})$$

$$\hat{A} = \hat{P} \quad (\text{அமைப்பு})$$

$$\hat{C} = \hat{Q} \quad (\text{அமைப்பு})$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle PQR \quad (\text{கோ. கோ. ப.)}$$

இச்சந்தரப்பம் சுருக்கமான கோ. கோ. ப. சந்தரப்பம் எனப்படும்.

தேற்றம் 3

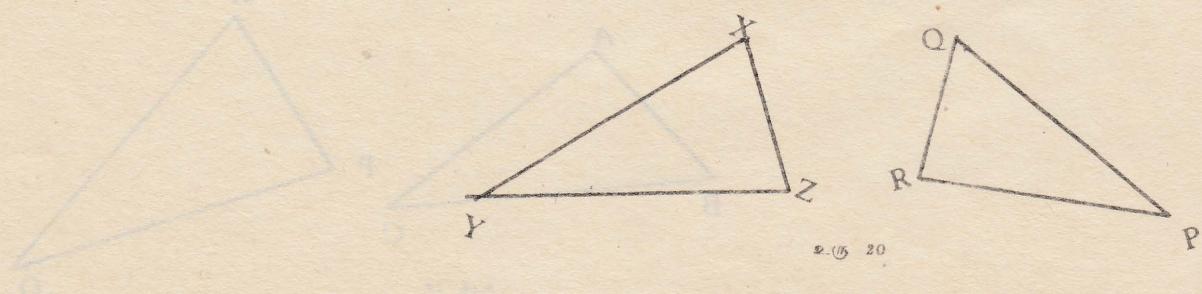
முக்கோணியோன்றின் இரு கோணங்கள் இன்னொரு முக்கோணியின் இரு கோணங்களுக்கும் சமனாகி பக்கமொன்று ஒத்த பக்கமொன்றுக்கு சமனாகும் போது இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிணையும்.

குறிப்பு:

இங்கு இரு முக்கோணிகள் ஒருங்கிணைவதற்கு முதலாவது முக்கோணியின் பக்கம் இரண்டாவதன் ஒத்த பக்கத்திற்குச் சமனாக வேண்டும்.

இதனை விளங்கிக் கொள்வதற்குப் பின்வரும் உதாரணத்தை ஆராயுங்கள்.

உதாரணம்:-



மேலே தரப்பட்டுள்ள முக்கோணிகள் XYZ, PQR என்பவற்றில் $\hat{Y} = \hat{P}, \hat{Q} = \hat{Z}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளன. இவ்விரு முக்கோணிகளும் சமனாவதற்கு பக்கம் XZ இற்கு சமனாக இருக்க வேண்டிய பக்கம் யாது? இதற்கு XZ இற்கு ஒத்த பக்கத்தைக் காணவேண்டும். XZ இற்கு எதிர்க் கோணம் \hat{Y} ஆகும். $\hat{Y} = \hat{P}$ என்பதனால் \hat{P} இற்கு எதிர்பக்கம் QR ஆகும். XZ இற்கு ஒத்தபக்கம் QR என்பதனால் $XZ = QR$ ஆக இருக்கவேண்டும்.

இனி நாம் இரு செங்கோண முக்கோணிகள் ஒருங்கிணையும் விசேட சந்தர்ப்பத்திற்கு ஆராய்வோம்.

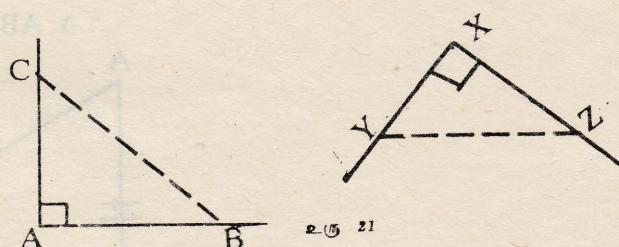
செங்கோண முக்கோணிகளின் ஒருங்கிணைவு

மேலே உள்ள பகுதியில் நீங்கள் இரு முக்கோணிகள் ஒருங்கிணையும் சந்தர்ப்பங்கள் மூன்றினை அறிந்து கொண்டார்கள். செங்கோண முக்கோணிகள் ஒருங்கிணைகின்றனவென்பதைக் காட்டுவதற்காக மேற்கூறிய சந்தர்ப்பங்கள் மூன்றினையும் பயன்படுத்த முடியும். அதற்கு மேலதிகமாக விசேட சந்தர்ப்பமொன்றையும் பயன்படுத்தலாம். இரு செங்கோண முக்கோணிகளில் செங்கோணங்கள் இரண்டும் கட்டாயம் சமனாக இருக்குமென்பதால் வேறு இரு மூலகங்கள் சமனாவதனால் இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிணையும். இது பற்றி நன்கு விளங்கிக் கொள்வதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

செயற்பாடு 8

இதற்கு வெள்ளைக் காகிதத் தாளொன்றையும் கவராயப் பெட்டியையும் ஆயத்தப்படுத்திக் கொள்ளுங்கள்.

படி 1



வெள்ளைக் காகிதத்தாளின் மீது உரு 21 இல் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு மூலை மட்டத்தின் உதவியுடன் இரு செங்கோணங்களை வரையுங்கள். செங்கோணம் அடங்கிய உச்சியை A, X எனப் பெயரிடுங்கள். கவராயத்தில் போதியளவு தூரத்தை எடுத்து, A இன் மீது வைத்து ஒரு புயம் வெட்டப்படுமாறு வில்லொன்றை வரைந்து அவ்விடத்தை B எனப் பெயரிடுங்கள்.

கவராயத்தின் விற்தூரத்தை மாற்றாமல் X இன் மீது வைத்து வில்லொன்று வரைந்து வெட்டப்படும் புள்ளியை Y எனப் பெயரிடுங்கள். இப்போது $AB = XY$ ஆகும்.

மதி 2

கவராயத்தை B இன் மீது வைத்து ஒரளவு விரித்து மற்றைய பக்கத்தை வெட்டுமாறு வில்லொன்று வரைந்து வெட்டப்படும் புள்ளியை C எனப் பெயரிடுங்கள். அந்தீளத்தை மாற்றாமல் கவராயத்தை Y, இன் மீது வைத்து வில்லொன்றை வரைந்து Z எனப் பெயரிடுங்கள். அப்போது $BC = YZ$ ஆகும். இனி CB ஜயும் YZ ஜயும் இணைத்தால் முக்கோணிகள் ABC உம் XYZ உம் பெறப்படும்.

உங்களுக்குக் கிடைத்த இரு முக்கோணிகளையும் வெட்டி எடுத்துப் பொருத்திப் பார்த்தால் அவை ஒருங்கிசைவன் என்பதைக் காணலாம். இங்கு நாம் இரு பக்கங்களும் இரு செம் பக்கங்களும் சமனாகுமாறு பெற்றோம். அப்போது பெறப்பட்ட இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசையும் இனி இதனை முறைசாராக நிறுவும் விதத்தைப் பார்ப்போம்.

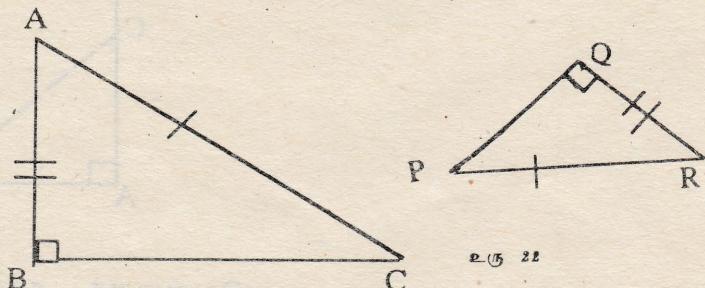
உரு 22 இல் காட்டப்பட்டுள்ள இரு செங்கோண முக்கோணிகள் ABC, PQR என்பவற்றில் B உம் Q செங்கோணமாக இருப்பதோடு $\overline{AB} = \overline{QR}$, $\overline{AC} = \overline{PR}$ ஆகும்.

செங்கோண கூகள் ABC, PQR என்பவற்றில்

$$\overline{AB} = \overline{QR} \quad (\text{தரவு})$$

$$\overline{AC} = \overline{PR} \quad (\text{தரவு})$$

$$\therefore \triangle ABC = \triangle PQR \quad (\text{ச. ப.ப.})$$



இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசைவதால் ஒத்த உறுப்புக்கள் சமனாகும்.

$$\text{அதற்கேற்ப } BC = PQ, \quad \hat{A} = \hat{R}, \quad \hat{C} = \hat{P}$$

தேற்றம் 4

இரு செங்கோண முக்கோணிகளின் இரு செம்பக்கங்களும் வேறு இரு பக்கங்களும் சமனாகும் போது இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிணையும்.

இது செம்பக்கம், பக்கம் சந்தர்ப்பம் எனப்படும்.

இரு முக்கோணிகள் ஒருங்கிணையும் நான்கு சந்தர்ப்பங்களை மீண்டும் நினைவுபடுத்துவோம்.

★ ப.ப.ப. சந்தர்ப்பம்

★ ப. கோ.ப. சந்தர்ப்பம்.

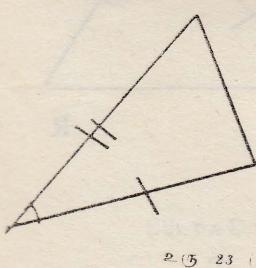
★ கோ. கோ. ப. சந்தர்ப்பம்

★ செம்பக்கம். ப. சந்தர்ப்பம்

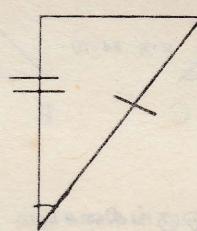
முக்கோணிகள் ஒருங்கிணைவது தொடர்பாக நீங்கள் அறிந்து கொண்ட விடயங்களைப் பதித்துக் கொள்வதற்காக பின்வரும் உதாரணத்தினை ஆராயுங்கள்.

உதாரணம் 1

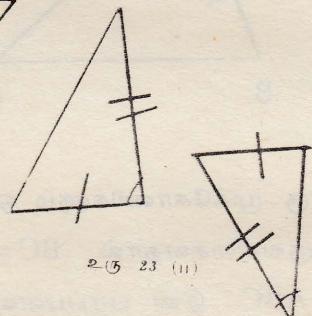
பின்வரும் உருக்களில் ஒரே மாதிரியான குறியீடுகளினால் காட்டப்பட்டுள்ள பக்கங்களையும் கோணங்களையும் கருத்திற் கொண்டு ஒவ்வொரு முக்கோணிச் சோடியும் ஒருங்கிணைகிறதா இல்லையா எனக் குறிப்பிட்டு ஒருங்கிணையுமெனின் அச் சந்தர்ப்பத்தையும் எழுதுக.



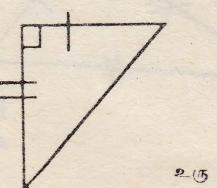
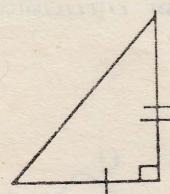
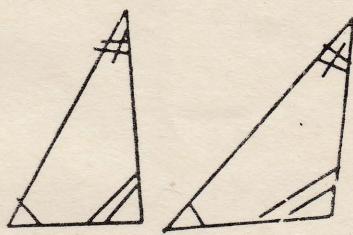
2-ர் 23 (i)



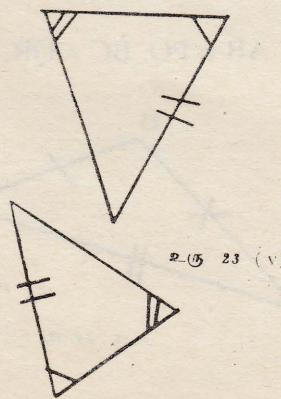
2-ர் 23 (ii)



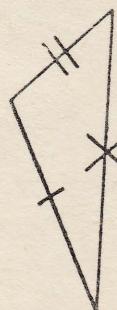
2-ர் 23 (iii)



2-ர் 23 (iv)

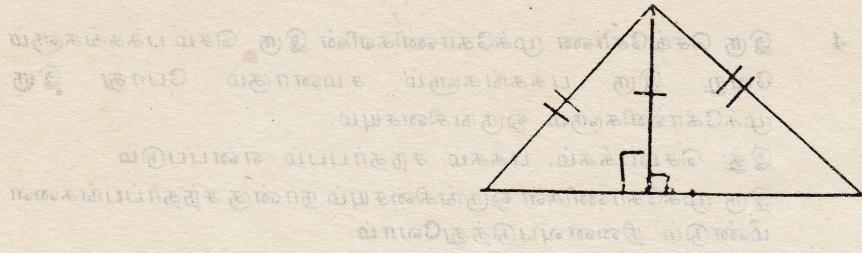


2-ர் 23 (v)

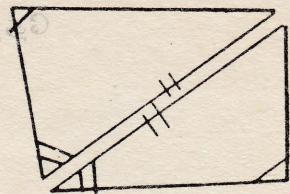


2-ர் 23 (vi)





கு 23 (VII)



கு 23 (VIII)

தீர்வு

முப்பாக்கிச் சம்பந்தம் ☆

1. ஒருங்கிசையும் (ப.கோ.ப.) V. ஒருங்கிசையும் (கோ.கோ.ப.)

II. ஒருங்கிசையாது

VI. ஒருங்கிசையும் (ப.ப.ப.)

III. ஒருங்கிசையாது

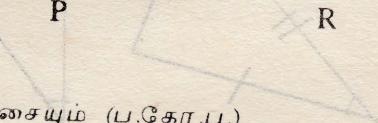
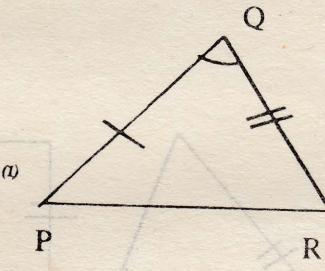
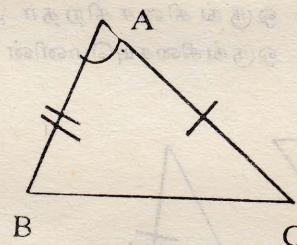
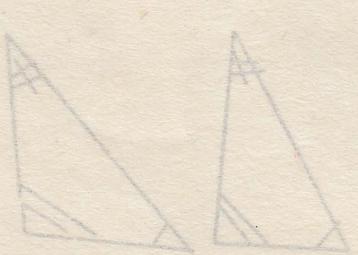
VII. ஒருங்கிசையும் (ச.ப.ப.)

ஒருங்கிசையும் (ப.கோ.ப.) VIII. ஒருங்கிசையும் (கோ.கோ.ப.)
ஒருங்கிசையாது கோகோப் பல்லக்கிள் ரூபாக்கி

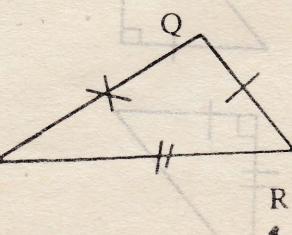
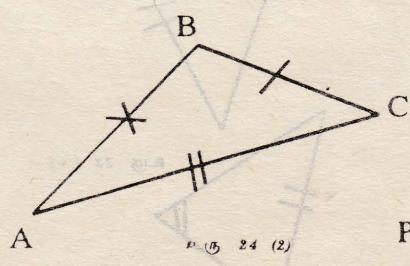
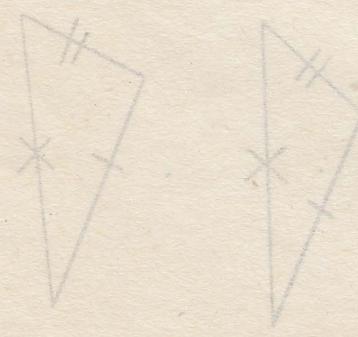
உதாரணம் 2 புதுமன்றி

பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் முக்கோணிகள் ABC, PQR என்பன ஒருங்கிசைகின்றனவா, இல்லையா என் எழுதுங்கள். ஒருங்கிசையுமெனின் ஏச்சந்தர்ப்பத்திற் வழியாகச் சொல்ல வழியாகச் சொல்ல வழியாகச் சொல்ல வழியாகச் சொல்ல வழியாகவிக்கு எழுதுங்கள்.

இப்பிப்பிடித் தகவல் பட்டினம் 1. ஒருங்கிசையும் (ப.கோ.ப.)

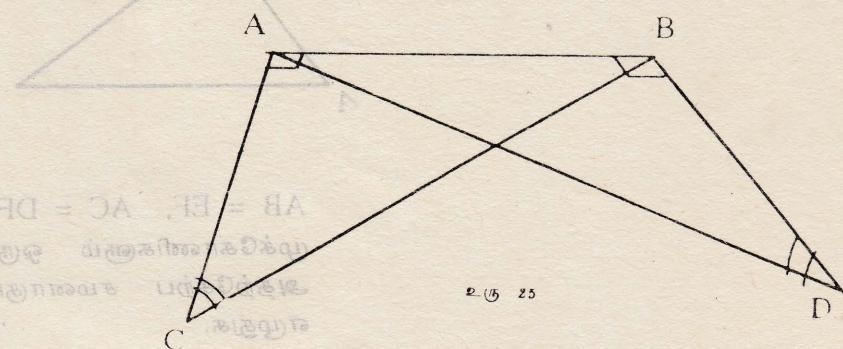


இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசையும் (ப.கோ.ப.)

ஒருங்கிசைவதால் $BC = PR$, $\hat{B} = \hat{R}$, $\hat{C} = \hat{P}$ ΔABC இன் பரப்பளவு = ΔPQR இன் பரப்பளவுII. $AB = PQ$, $BC = QR$, $AC = PR$ 

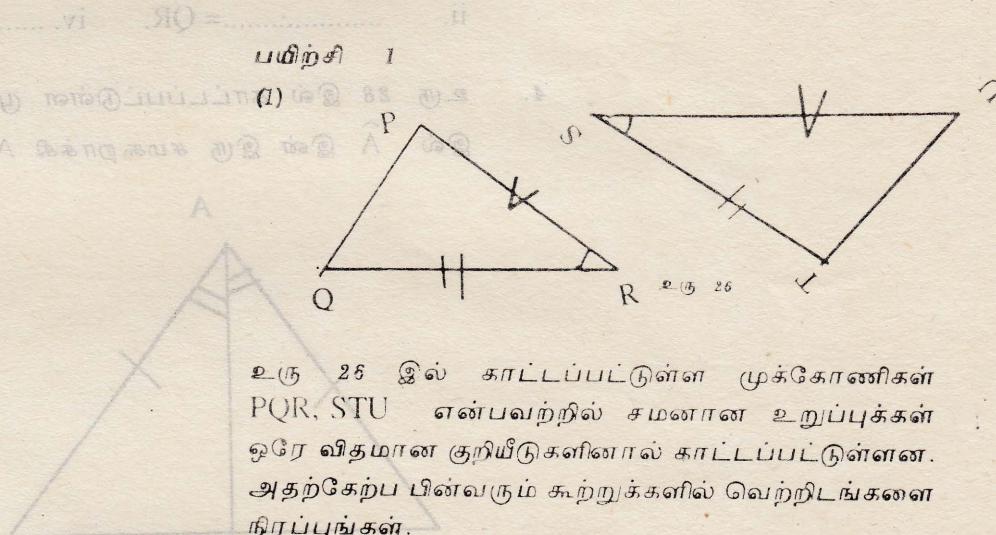
இருந்திருக்கிற சமனாகும் (P.P.P.) சமனாகும் ஓத்த மூலகங்கள்
 $\hat{A} = \hat{P}$, $\hat{B} = \hat{Q}$, $\hat{C} = \hat{R}$ ஆக இருப்பதோடு பரப்பளவுகளும்
 சமனாகும்.

தாரணம் 3



தரு 25 இல் காட்டப்பட்டுள்ள இரு முக்கோணிகள் ABC, ABD என்பவற்றில் $\hat{C} = \hat{D}$, $\hat{C}\hat{A}\hat{B} = \hat{A}\hat{B}\hat{D}$ ஆகும் போது AB பொது பக்கம் என்பதனால் கோ. கோ. ப. சந்தர்ப்பத்தின் கீழ் இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிணையும்.

முக்கோணிகளின் ஒருங்கிணைவு பற்றி நீங்கள் கற்ற விடயங்களைப் பதித்துக் கொள்வதற்கு பின்வரும் பழிந்தியில் ஈடுபடுங்கள்.

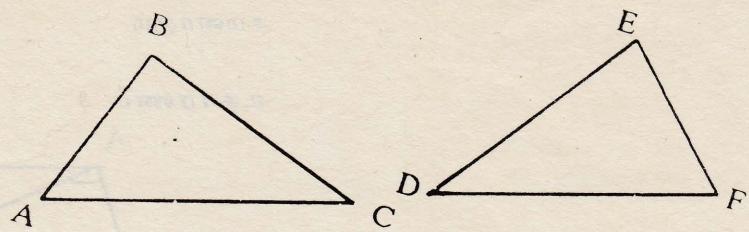


i. PO = ii. POR =

iii. = SUT

iv. APOR ഇംഗ്ലീഷ് പരമ്പരാവ് =

(2) உரு 27 இல் ABC, DEF எனும் இரு முக்கோணிகள் காட்டப்பட்டுள்ளன.



உரு 27

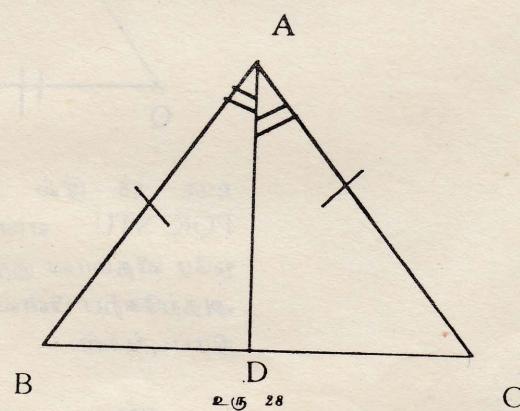
$AB = EF$, $AC = DF$, $BC = DE$ எனின் இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசையும் என நிறுவக. அதற்கேற்ப சமனாகும் எஞ்சிய உறுப்புக்களை எழுதுக.

3. ABC, PQR எனுமிரு முக்கோணிகளை வரைக. அவற்றில் $\hat{A} = \hat{R}$, $\hat{C} = \hat{Q}$ எனக் குறிக்க. அவ்விரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசையும் எனத் தரப்பட்டுள்ளது. அதற்கேற்ப பின்வரும் கூற்றுக்களில் வெற்றிடங்களைப் பூர்த்தி செய்க.

i. $AB = \dots \dots \dots$ iii. $BC = \dots \dots \dots$

ii. $\dots \dots \dots = QR$. iv. $\dots \dots \dots = \hat{P}$

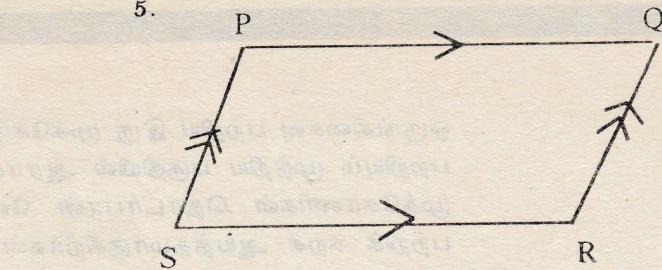
4. உரு 28 இல் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணி ABC இல் \hat{A} இன் இரு சமகூறாக்கி AD ஆகும்.



i. $\Delta ABD \cong \Delta ADC$ உம் ஒருங்கிசையும் எனக் காட்டுக.

ii. $\hat{B} = \hat{C}$ எனக் காட்டுக.

5.

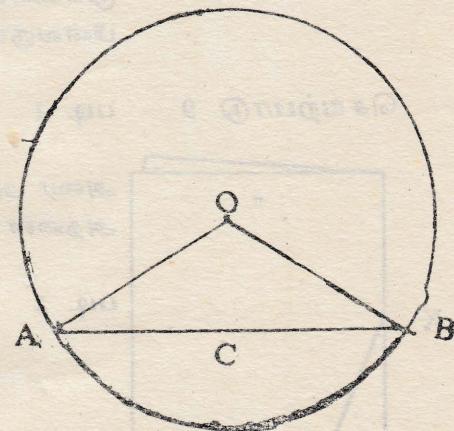


கேட்டு 29

உரு 29 இல் காட்டப்பட்டுள்ள இணைகரம் $PQRS$ இல் PQ உம் SR உம் PS உம் QR உம் சமாந்தரமாகும்.

- முக்கோணிகள் PQR , PSR என்பன ஒருங்கிணையுமென நிறுவுக.
- அதற்கேற்ப $PQ=SR$, $PS=QR$ எனவும் நிறுவுக.

6.



கேட்டு 30

உரு 30, O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டமொன்றைக் காட்டுகிறது. O இலிருந்து நான் AB இற்குச் செங்குத்தாக OC வரையப்பட்டுள்ளது.

- முக்கோணிகள் AOC உம் BOC உம் ஒருங்கிணையும் எனவும்
- $AC = CB$ எனவும் நிறுவுக.

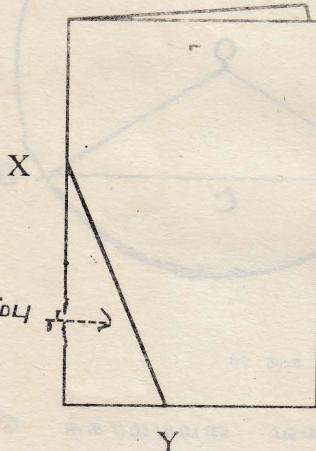
உங்கள் விளைகளை மொழியுவின் ஒருத்திலுள்ள விளைகளோடு ஒப்பிட்டுப் பாருவுள்ளன.

இருங்கிசைவு பற்றிய இரு முக்கோணிகளின் ஒருங்கிசைவு பற்றியும் முந்திய பகுதியில் ஆராய்ந்த நீங்கள் இப்போது முக்கோணிகள் தொடர்பான வேறு விசேட பண்புகள் பற்றிக் கற்க ஆயத்தமாகுகிறீர்கள்.

4.0 இரு சமபக்க முக்கோணிகள்

முக்கோணியோன்றின் மூன்று பக்கங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமனாகும் போது அது சமபக்க முக்கோணி என்று அழைக்கப்படும். இரு பக்கங்கள் மட்டும் சமனாக இருக்கும் போது அது இருசமபக்க முக்கோணி என்று அழைக்கப்படுவதும், பக்கங்கள் சமனாக இல்லாவிடில் இது சமனில்பக்க முக்கோணி என்றும் அழைக்கப்படுவதும் உங்களுக்கு நினைவில் இருக்கும். இப்பகுதியில் இருசமபக்க முக்கோணிகளின் பண்புகளை அறிந்து கொள்வதற்காகப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

செயற்பாடு 9 படி 1



அரை அளவு (A_1 அளவு) காகிதத்தாளைன்றை எடுங்கள். அதனை விரும்பிய விதத்தில் இரண்டாக மடியுங்கள்.

படி 2

உரு 31இல் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு மடித்த தாளின் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான் இரு விளிம்புகளின் X, Y எல்லாம் புள்ளிகளைக் குறித்து XY ஐ நேர்கோடைஞ்சினால் இணைத்து XY வழியே வெட்டுங்கள்.

படி 3

உங்களுக்கு கிடைத்த உருவை விரித்து அதிலிருந்து பின்வரும் கூற்றுக்களின் வெற்றிடங்களை நிரப்புங்கள்.

I. உங்களுக்குக் கிடைத்த உருவின் வடிவம் ஆகும்.

II. அதன் மூன்று பக்கங்களினதும் நீளங்களை அளந்து எழுதுங்கள்.

1. 11..... 11.....

III. அதற்கேற்ப அது முக்கோணியாகும்.

அதன் கோணங்களை அளந்து அப் பெறுமானங்களைக் குறியுங்கள்.

1..... 11..... 111.....

மேலே உள்ள செயற்பாட்டில் முக்கோணியின் இரு பக்கங்களும் இரு கோணங்களும் சமவெள்பதை நீங்கள் காண்பீர்கள். அதில் சமனாக உள்ள இரு கோணங்களும் சமனான பக்கங்களுக்கு எதிரே அமைந்துள்ளன என்பதையும் நீங்கள் காண்பீர்கள். இது முக்கோணி யொன்றின் விசேட பண்பாகும். அப்பண்பை தேற்றமொன்றாக இவ்வாறு எழுதிக் காட்டலாம்.

தேற்றம் 4 இரு சமபக்க முக்கோணியொன்றின் சமனான பக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ளகோணங்கள் சமனாகும்.

பின்வரும் உதாரணத்தைப் பாருங்கள்.

உதாரணம்

மேலே உள்ள முக்கோணி ABC இல் $AB = AC$, $\hat{B} = 70^\circ$ எனின் எஞ்சிய இரு கோணங்களையும் காண்க.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\therefore \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - 70^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{C} = 110^\circ$$

ஆனால் $\hat{B} = \hat{C}$ (ABC இரு சமபக்க முக்கோணி என்பதனால்)

$$\hat{B} + \hat{C} = 110^\circ$$

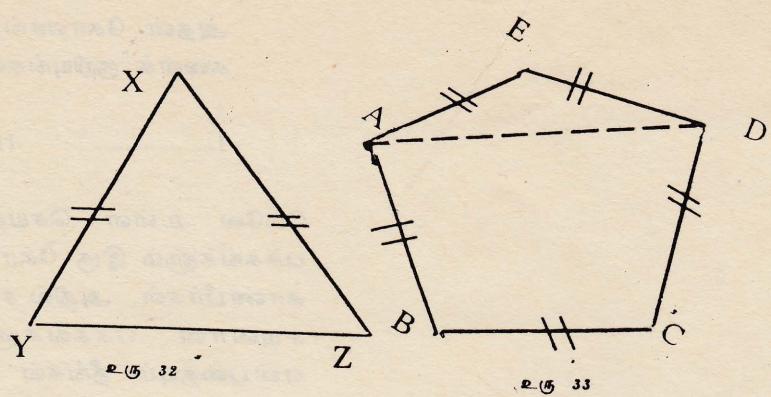
$$\hat{B} = \hat{C} = \frac{110^\circ}{2}$$

$$= 55^\circ$$

நீங்கள் பெற்றுள்ள அறிவைப் பதித்துக் கொள்வதற்காக பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்யுங்கள்.

பயிற்சி 2

1. ஒரு 32இல் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணி XYZ இல் $XY = YZ$ ஆகும். $\hat{Y} = 2\hat{X}$ எனின் முக்கோணியின் மூன்று கோணங்களினதும் பெறுமானங்களைத் தனித்தனியே காண்க.



2. உரு 33 இல் ஒழுங்கான ஜங்கோணியோன்று காட்டப்பட்டுள்ளது.

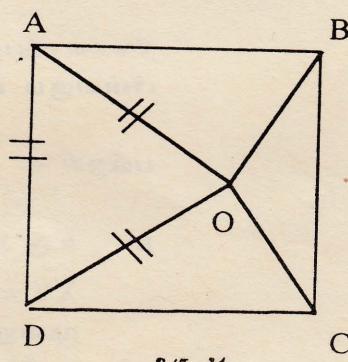
1. \widehat{AED} இன் பெறுமானத்தைக் காணக.

11. $\widehat{EAD}, \widehat{EDA}$ என்பவற்றின் பெறுமானங்களைத் தனித்தனியே காணக.

3. PQR ஒரு சமபக்க முக்கோணியாகும். அதன் கோணங்கள் ஓவ்வொன்றினதும் பெறுமானங்களைக் காணக.

4. உரு 34 இல் காட்டப்பட்டுள்ள சதுரம் ABCD இனுள் AOD சமபக்க முக்கோணியாகுமாறு புள்ளி O அமைந்துள்ளது. \widehat{DOC} இன் பெறுமானத்தைக் காணக.

5. முக்கோணியோன்றின் பக்கங்களாக இருக்கக்கூடிய பெறுமானங்கள் மூன்று வீதம் 5 முக்கோணிகளுக்கான 5 பெறுமானத் தொகுதியை எழுதுக.



உங்கள் விடைகளை மொழிலின் இறுதிபிலுள்ள விடைகளோடு ஒப்பிட்டுப் பூருங்கள்.

முக்கோணிகளின் பண்புகள் சிலவற்றைப் பற்றி ஆராய்ந்த உங்களுக்கு இப்பகுதியில் நாற்பக்கல்களின் பண்புகள் சிலவற்றை அறிந்து கொள்ள முடியும்.

5.0 இணைகரம்

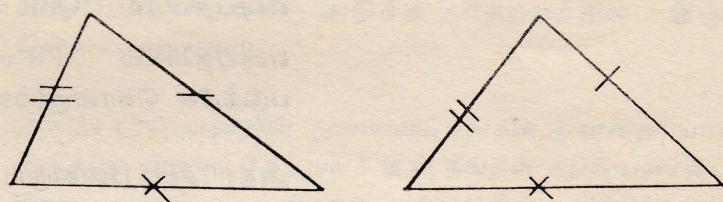
இணைகரங்களில் காணப்படும் பண்புகள் இரண்டினை அறிந்து கொள்வதற்காக பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

செயற்பாடு 10

இச் செயற்பாட்டிற்காக கத்தரிக்கோலோன்றையும் அரை அளவு காகிதத்தாளோன்று அல்லது பயிற்சிப் புத்தகத் தாளோன்றையும் சேகரித்துக் கொள்ளுங்கள்.

படி 1

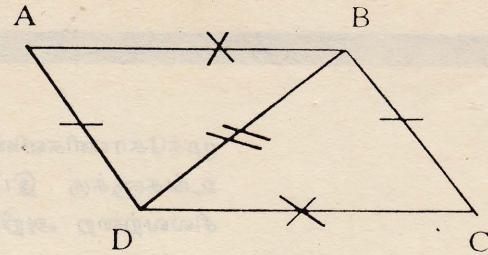
காகிதத்தாளை இரண்டாக மடித்து அதன் மீது நீங்கள் விரும்பிய முக்கோணியோன்றை வரைந்து இரு தாள்களும் வெட்டுமாறு முக்கோணிகள் இரண்டையும் வெட்டி எடுங்கள். அப்போது உங்களுக்கு உரு 35 இல் உள்ளவாறான ஒன்றோடொன்று ஒருங்கிணைச்சும் முக்கோணிச் சோடியோன்று கிடைக்கும். இனி அவற்றின் ஒத்த பக்கங்களின் மீது ஒரே விதமான அடையாளங்களை இடுங்கள். அப்பக்கங்கள் சமனாவதோடு ஒத்த கோணங்களும் சமனாகும்.



படி 2

2.5 35

உங்களுக்குக் கிடைத்த இரு முக்கோணிகளினதும் சமனான பக்கங்கள் இரண்டு ஒன்றோடொன்று பொருந்துமாறு இன்னொரு தாளின் மீது வைத்து உரு 36 இல் உள்ளவாறு ஒட்டுங்கள். பெறப்பட்ட உருவை ABCD எனப் பெயரிடுங்கள்.



க.ஞ 36

பதி 3

உங்களுக்குக் கிடைத்துள்ள உருவின் வடிவம் இணைகரமாகும். AB இற்கும் DC இற்கும் இடையிலான இடைவெளியை பல இடங்களிலிருந்து அளந்து பார்த்தால் அவை சமாந்தர கோட்டுச் சோடியாகும் என்பதை நீங்கள் காணலாம். இனி அவ்வருவிலிருந்து இணைகரம் ABCD இல் உள்ள சமனான பக்கங்களையும் கொணங்களையும் இனங்கண்டு வெற்றிடங்களை நிரப்புங்கள்.

$$\text{i. } AB = \dots \quad \text{iii. } \hat{A} = \dots$$

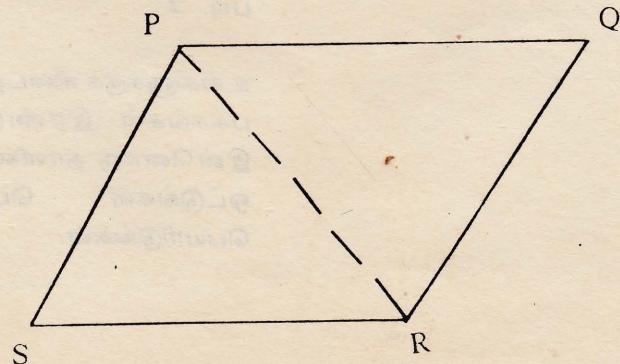
$$\text{ii. } \dots = BC \quad \text{iv. } \hat{B} = \dots$$

இணைகரம் பற்றி இன்னும் விளங்கிக் கொள்வதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

செயற்பாடு 11

உரு 37 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது PQRS எனும் இணைகரமாகும். எனவே $PQ \parallel SR$, $PS \parallel QR$ ஆகும். $PQ \parallel SR$ என்பதனால் $\hat{QPR} = \hat{PRS}$ ஆகும் எனவும் $PS \parallel QR$ என்பதனால் $\hat{SPR} = \hat{PRQ}$ ஆகும் எனவும் நினைவு படுத்திக் கொள்ளுங்கள்.

அதற்கேற்ப பின்வரும் கூற்றுக்களில் உள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புங்கள்.



க.ஞ 37

முக்கோணிகள் PQR, PSR என்பவற்றில்

1. $\widehat{QPR} = \dots$ (சமாந்தர கோடுகளினால் ஆக்கப்படும் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)
11. $\dots = \widehat{SPR}$ (சமாந்தர கோடுகளினால் ஆக்கப்படும் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்).
111. $PR = \dots$ (பொது பக்கம்).
- iv. $\Delta PQR \equiv \dots$ (கோ.கோ.ப.) இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசைவதால் $PQ = SR, PS = QR$ ஆகும்.
அவ்வாறே $\widehat{Q} = \widehat{S}$ ஆகும். $\widehat{QPR} + \widehat{RPS}$ இனால் ஆக்கப்படும் $\widehat{P} = \widehat{PRS} + \widehat{PRQ}$ இனால் ஆக்கப்படும் \widehat{R} இற்குச் சமனாகும்.

$$\therefore \widehat{P} = \widehat{R}$$

உங்கள் விடைகளை கொடுவின் இருதியிலுள்ள விடைகளோடு ஒப்பிடுப் பாருங்கள்.

மேலே செயற்பாடு 12இல் இணைகரமொன்றின் எதிர்ப்பக்கங்களும் எதிர்க்கோணங்களும் சமனாகும் என்பதைக் காணலாம். செயற்பாடு 13 இல் அதனை நிறுவினோம். அதற்கேற்ப பின்வரும் தேற்றம் எமக்குக் கிடைக்கப்பெறும்.

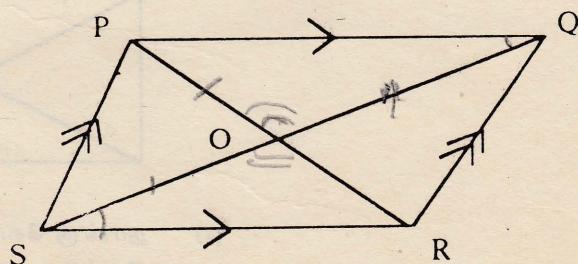
தேற்றம் 5

இணைகரமொன்றின் எதிர்ப்பக்கங்களும் எதிர்க்கோணங்களும் சமனாகும். இவ்வாறே இணைகரங்களின் வேறு பண்பொன்றையும் அடுத்த தேற்றத்தில் இருந்து இனங்காணுங்கள்.

தேற்றம் 6

இணைகரமொன்றின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசமூற்றும். தேற்றம் 6 இல் நீங்கள் கற்ற பண்பையும் நிறுவமுடியும். அதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

செயற்பாடு 12



உரு 38 இல் காட்டப்பட்டுள்ள இணைகரம் $PQRS$ இல் மூலைவிட்டங்கள் PR, QS வரையப்பட்டுள்ளன. அவை ஒன்றையொன்று O இல் வெட்டுகின்றன. நீங்கள் தேற்றம் 6 இல் கற்ற பண்பிற்கேற்ப $PQ = SR$ எனவும் $PS = QR$ எனவும் நினைவுபடுத்திக் கொள்ளுங்கள். அவ்வாறே இதில் உள்ள சமனான கோணங்களையும் இனக்காணுங்கள். அதற்கேற்ப பின்வரும் அட்டவணை 3 இல் வெற்றிடங்களை நிரப்புங்கள்.

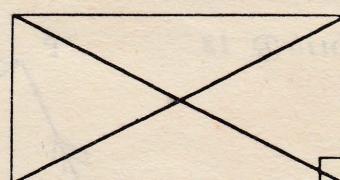
$\Delta POQ, \Delta SOR$	காரணம்
I. $PQ = SR$
II. $\widehat{PQ} = \widehat{SR}$
III. $\widehat{POQ} = \widehat{SOR}$
$\therefore \Delta POQ \equiv \Delta SOR$

அட்டவணை 3

முக்கோணிகள் POQ உம் SOR உம் ஒருங்கிணைவதால் $PO = OQ, QO = OS$ ஆகும். இதற்கேற்ப இணைகரமொன்றின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொலிய இருசமூற்றுகின்றன என்பது உங்களுக்கு விளங்கி இருக்கும்.

சில விசேட இணைகரங்களைப் பற்றியும் அவற்றில் உள்ள விசேட பண்புகளை அறிந்து கொள்வதும் உங்களுக்கு மிகவும் முக்கியமாகும். இவை இணைகரங்களாக இருக்கின்றதென்பதால் அவற்றின் பண்புகளும் உரித்தாகும் என்பதை நினைவில் வைத்திருங்கள்.

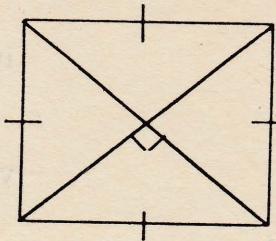
I. செவ்வகம்



உரு 39

- (1) நான்கு கோணங்களும் சமனாவதோடு அவை செங்கோணங்களாகும்.
- (2) மூலைவிட்டங்கள் நீளத்திற் சமனானவை ஆகும்.

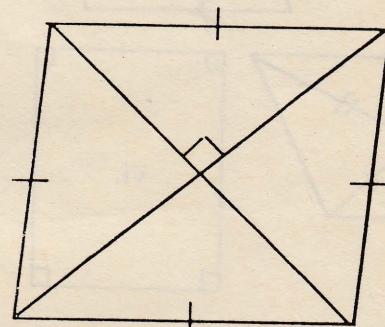
2. சதுரம்



கு 40

- (1) 4 பக்கங்களும் நீளத்திற் சமனானவை ஆகும்.
- (2) 4 கோணங்களும் சமனாவதோடு அவை செங்கோணங்களாகும்.
- (3) மூலைவிட்டங்கள் சமனானவையாகும்.
- (4) மூலைவிட்டங்கள் செங்கோணத் தின் இருசமகூறிடும்.

3. சாய்சதுரம்



கு 41

- (1) 4 பக்கங்களும் சமனானவையாகும்.
- (2) மூலைவிட்டங்கள் செங்கோணத் தில் இருசமகூறிடும்.

நீங்கள் இணைகரங்கள் பற்றிக் கற்றவற்றைப் பதித்துக் கொள்வதற்காக பின்வரும் செவ்வைபார்த்தலுக்கு விடையளியுங்கள்.

செவ்வைபார்த்தல் 3

1. பின்வரும் கூற்றுக்கள் சரியாயின் ‘✓’ எனவும் பிழையாயின் ‘✗’ எனவும் குறியிடுக.

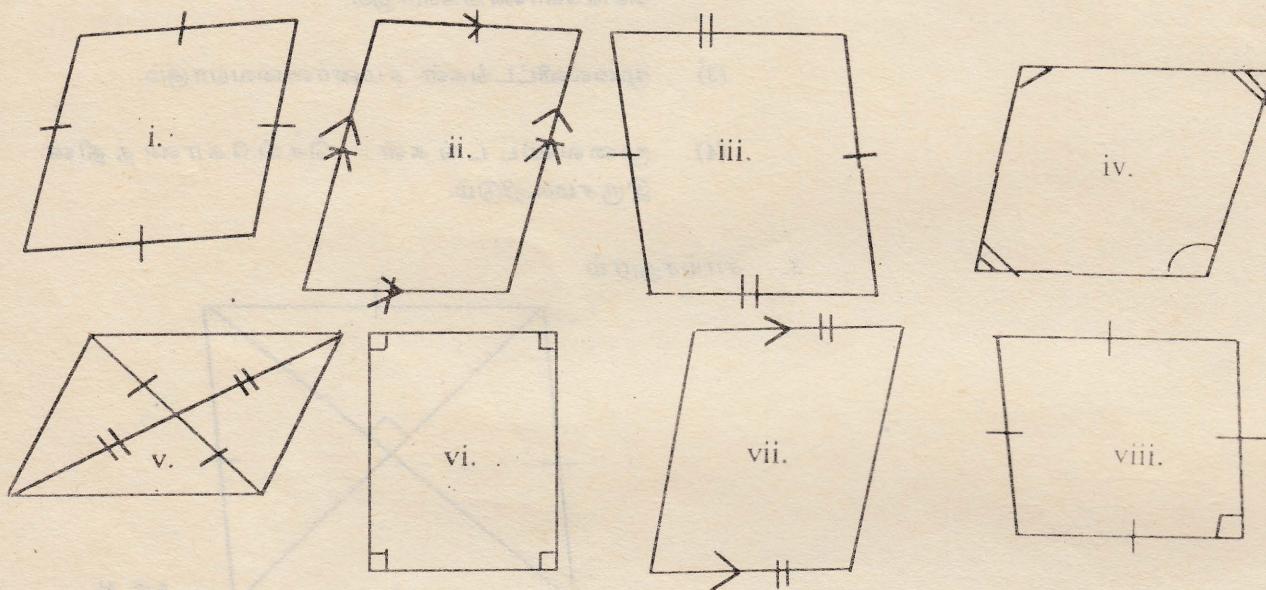
- i. இணைகரமொன்றின் எதிர்ப்பக்கங்களும் எதிர்க்கோணங்களும் சமனானவையாகும்.
- ii. இணைகரமொன்றின் எல்லாக் கோணங்களும் சமனானவையாகும்.

iii. இணைகரமொன்றின் முலைவிட்டங்கள் சமனானவையாகும்.

iv. இணைகரமொன்றின் முலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசம கூறிடும்.

v. எதிர்க்கோணங்கள் சமனான நாற்பக்கல் இணைகரமாகும்.

2. சீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களில் குறிக்கப்பட்டுள்ள பண்புகளுக்கேற்ப அவற்றுக்குப் பொருத்தமான பெயர்களை எழுதுக.



கு 42

3. வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

i. நான்கு பக்கங்களும் முறையே 6cm, 8cm, 6cm, 8cm ஆகவுள்ள நாற்பக்கல் ஆகும்.

ii. நான்கு கோணங்களும் முறையே 72° , 108° , 72° , 108° ஆகவுள்ள தளவடிவம் ஆகும்.

iii. எதிர்ப்பக்கச் சோடியொன்று சமனாகவும் ஆகவும் உள்ள நாற்பக்கல் இணைகரமொன்றாகும்.

iv. முலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசமகூறிடும் நாற்பக்கல் ஆகும்.

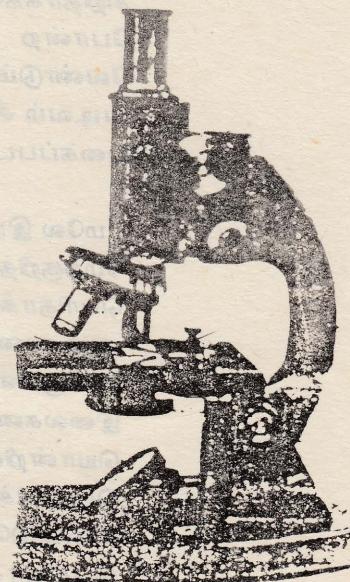
v. சதுரமொன்றின் முலைவிட்டங்கள் சமகூறிடும்.

உந்மூல் வினைகளை மொழிவிளக்கி இறுதிப்பிழுள்ள வினைகளோடு ஒப்பிட்டுப் பார்க்கவேண்டும்.

முக்கோணிகளின் ஒருங்கிசைவு, இருசமபக்க முக்கோணிகளின் பண்புகள் என்பவற்றை இம்மொடியுலின் பகுதிகள் 1, 11 இல் ஆராய்ந்தீர்கள். இயல்பொப்பு எண்ணக்கருவையும் முக்கோணிகளின் இயல்பொப்பையும் பற்றி இனி நாம் இப்பகுதியில் ஆராய்வோம்.

6.0 ഇയൽപ്പെന്ന്

இயல்பொப்பு என்றால் என்ன என அறிந்து கொள்வதற்குப் பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களின் பால் கவனத்தைச் செலுத்துங்கள்.



2(B) 43

- கமெரா ஒன்றிலுள்ள 35mm அளவு சிறிய படலநாடாவினால் பெரிய பொருட்களைப் படம் எடுத்தல்.
 - கண்ணுக்குத் தெரியாத சிறிய பொருட்களைக் கைவில்லையோன்றினால் பார்த்தல்.
 - காசித்த தாளொன்றில் தேசப்படமொன்றை வரைதல். அவற்றைப் பார்த்து நாட்டின் சிற்சில தரவு அளவைகளை சரியாக அறிந்து கொள்ளக் கூடியதாக இருத்தல்.
 - வாகனமொன்றின் பக்கக் கண்ணாடியுள்ளாக விசாலமான பிரதேசமொன்றைப் பார்க்கல்.

5. 5 வயதிலிருந்து 25 வயது வரை வளரும் போது ஒவ்வொரு கட்டத்திலும் உடலின் வடிவம் மாற்றமடைதல்.
6. வரைபடம்.

மேற்குறித்த ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்தையும் கவனித்துப் பார்ப்போம். கமேராவின் படலநாடா உண்மைப் பொருளின் சிறுத்த உருவை எடுக்கிறது. அவ்வருவை பெரிதாக்கி அவ்வடிவத்தில் தேவையான அளவுக்கு உருபெருக்கப்பட்ட உருவைப் பெற்றுமுடியும். எனின் இதில் உருக்களின் பருமன் மாற்றமடையும். உருவொன்று இவ்வாறு பெரிதாக்கப்படும் போது உருவின் சகல பகுதிகளும் ஒரே விதத்தில் பெரிதாக்கப்படுமென நீங்கள் நினைக்கின்றீர்களா? உருவரின் முகத்தை பெரிதாக்கவோ சிறிதாக்கவோ செய்யும் போது முக்கு, கண்கள், வாய் போன்ற அங்கங்கள் ஒரே விதத்தில் மாற்றமடைய வேண்டும். அவ்வாறில்லாவிடில் முகத்தின் உரிய வடிவம் கிடைக்கப் பெறாது. உருவின் வடிவம் மாறினால் புகைப்படத்திற்குப் பெறுமதி இருக்காது.

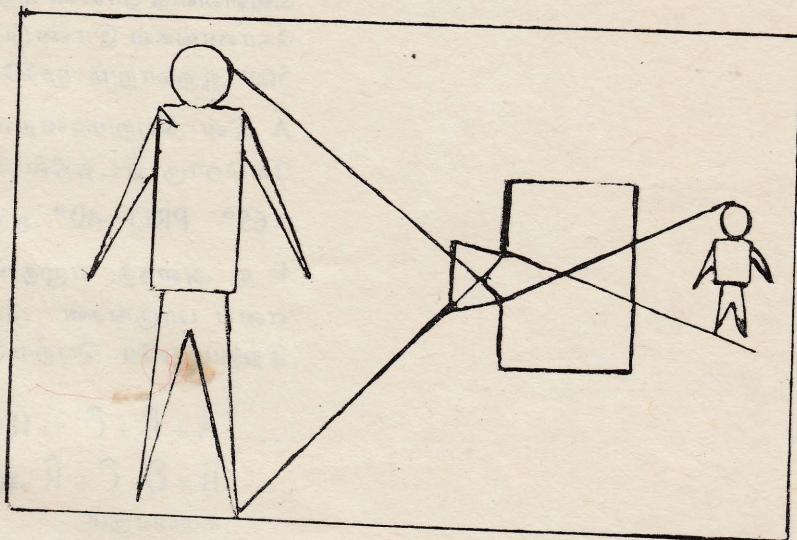
m. Selvam

மேலே இரண்டாவது சந்தர்ப்பத்தை எடுத்துக் கொண்டால் மேற்குறித்தவாறே சிறிய உருவொன்று ஒரே விதத்தினால் பெரிதாக்கல் நிகழுகிறது. உங்கள் பாடசாலைக்கு அல்லது அருகாமையில் உள்ள பாடசாலையொன்றுக்குச் சென்று அங்குள்ள ஆய்வுகூடத்தில் விழுஞ்ஞான ஆசிரியரச் சந்தித்து இலைகளையும், விலங்குப் பகுதிகளையும் கைவில்லையொன்றினால் பாருங்கள். கைவில்லை சிறிய உருக்களைப் பெரிதாக்கிக் காட்டுகிறது. உருவின் வடிவம் மாறாதிருக்க வேண்டுமெனின் உருவின் சகல பகுதிகளும் ஒரே விதத்தில் பெரிதாக்கப்படல் வேண்டும். கைவில்லைகளில் அப்பெரிதாக்கும் விதம் குறிக்கப்பட்டிருக்கும். நீங்கள் கைவில்லையினால் பார்க்கும் போது அது பற்றியும் கவனித்துப் பாருங்கள். தேசப்படம் வரையும் போதும் நாடோன்றின் பிரதேசமென்றை தேசப்படத்தைப் பார்த்து உரிய இயல்புகளை அறிந்து கொள்வதற்கும் அதன் புவியியற் பண்புகளை ஏதேனும் குறித்த விகிதத்திற்கு சிறிதாக்கி வரைய வேண்டும். இது அளவிடை என தேசப்படங்களில் குறிக்கப்படும்.

மேலே, ஜந்தாவது சந்தர்ப்பத்தில், 5 வயதுள்ள உருவர் 25 வயது வரை வளரும் போது உடலின் வளர்ச்சி மற்றைய நிகழ்வுகளை விட விதத்தியாசமானது ஆகும். சில உறுப்புக்களின் வளர்ச்சி குறைவாகவும், வேறு சில உறுப்புக்களின் வளர்ச்சி கூடுதலாகவும் நிகழும். இங்கு வடிவம் மாற்றமடைவதால் சிறிய வயதில் கண்ட உருவரை சில காலத்திற்குப் பின்னர் காணும் போது அடையாளங்

காலைவது கடினமாகும். உருவின் வடிவம் மாற்றமடையாது இருக்க வேண்டுமெனில் உருவின் சகல பகுதிகளும் பெரிதாக்கப்படும் போதோ சிறிதாக்கப்படும் போதோ ஒரே விகிதத்தில் அவ்வாறு நிகழ வேண்டும்.

எதேனுமொரு உரு பெரிதாகும் போதோ **சிறிதாகும்** போதோ அதன் சகல பகுதிகளும் ஒரே விகிதத்தில் மாற்றமடையும் போது உருவின் வடிவம் மாற்றமடையாது. இவ்வாறான இரு உருக்கள் இயல்பொத்தன என்றழைக்கப்படும். உரு மாற்றமடையும் போது இயல்பொப்பு பேணப்படும்.



2-3 44

மேலே விவரிக்கப்பட்ட உருவான்று எல்லா விதங்களிலும் ஒரே விகிதத்தினால் பெரிதாகும் போது 'உருப்பெருக்கம்' எனப்படுவதோடு அவ்வாறே சிறிதாக்கப்படும் போது 'உரு ஒடுக்கம்' எனப்படும். உருப்பெருக்கத்தின் போது உருவின் வடிவம் மாற்றமடையாதிருப்பதால் இயல்பொப்பைக் கற்கும் போது அது பற்றி அறிந்திருத்தல் மிக முக்கியமாகும். இப்பகுதியில் நாம் உருப்பெருக்கம் தொடர்பான விகிதத்தின்பால் கவனத்தைச் செலுத்த வேண்டும். கமெரா, கைவில்லை போன்ற கருவிகளில் உருப்பெருக்கப்படும் விகிதம் $1:10, 1500:1$ எனும் விதத்தில் காட்டப்பட்டிருக்கும். $1500:1$ என்பது $\frac{1500}{1}$ அதாவது $1, 1500$ மடங்காக பெரிதாக்கப்படுகிறது என்பதாகும்.

6.2 முக்கோணிகளின் இயல்பொப்பு

முக்கோணியோன்றின் கோணங்கள் இரண்டு இன்னொரு முக்கோணியின் கோணங்கள் இாண்டிற்கு சமனாகும் போது இரு முக்கோணிகளும் இயல்பொத்தனவாகும். இதனை விளக்கிக் கொள்வதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

செயற்பாடு 13 இச் செயற்பாட்டிற்காக வெள்ளைக் காகிதத் தாளொன் றையும் கவராயப் பெட்டியையும் ஆய்த்தப்படுத்திக் கொள்ளுங்கள்.

வட்டமேல் முசுடி துப்பாலை செல்களில் என் A

四〇三

வெள்ளைத் தாளின் மீது உரு 45 இல் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு கோணங்கள் இரண்டு 65° , ஒம் 40° ஒம் ஆகுமாறும் $BC = 5\text{cm}$ ஆகுமாறும் முக்கோணி ABC ஐ வரைந்து அதில் \hat{A} இன் பெறுமானத்தை அளந்து எழுதுங்கள். தாளின் வெறொரு இடத்தில் மேற்குறித்தவாகே $QR = 6\text{cm}$, $\hat{PQR} = 65^\circ$, $\hat{PRQ} = 40^\circ$ ஆகுமாறு முக்கோணி PQR ஜ வரைந்து \hat{P} ஜ அளந்து எழுதுங்கள். அப்பெறுமானங்கள் சரியா எனப் பாருங்கள். மேலே செயற்பாட்டில் \hat{A} இந்கும் \hat{P} இந்கும் ஒரே பெறுமானம் பெறப்படவேண்டும்.

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \quad \text{அவ்வாறு} \quad \widehat{P} + \widehat{Q} + \widehat{R} = 180^\circ$$

$\widehat{B} = \widehat{Q}$, $\widehat{C} = \widehat{R}$ ஆக இருக்கும் போது \widehat{A} மும் \widehat{P} மும் சமனாகும்.

இரு முக்கோணிகள் சமகோணமானவையா என முடிவு வழிக்கங்கூட என்ற நூலைச் செரு செய்வதற்கு முக்கோணியொன்றின் இரு கோணங்கள் 'ஒத்துப்பீற்றுத் தூய' என்று மற்றைய முக்கோணியின் இரு கோணங்களுக்குச் சூப்பி வடிப்பக்காத்துடி டுரிய சமனாவெனப் பார்த்தால் போதும். சமகோண முக்கோணி கூப்பி செலித்துப்பெற்று வரி இயல்பொத்தன என அறிந்து கொள்வதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

செயற்பாடு 14 இச் செயற்பாட்டிற்காக பின்வரும் பொருட்களை சேகரித்துக் கூத்துக்கொள்ளுங்கள். ஒன்று 80m அளவு நீளமுள்ள 10 மில்லிமீட்ருக் கால்பாடு முனையிலை ஸர்க்குத்துண்டுகள், இழை, பிரிஸ்டல் அட்டைத்துண்டோன்று, முக்கூட்டுக் குழாய் | 0021.01.1 வருபாறை வெள்ளைக் காசித்ததானோன்று.

25 45

இரு ஈர்க்குத் துண்டுகளை எடுத்த கோணமொன்று ஆகுமாறு இரு முனைகளையும் ஒன்றாக வைத்து இருக்கிக் கட்டுங்கள். அதன் பின்னர் உரு 46 இல் உள்ளவாறு இன்னொரு ஈர்க்கை முதலாவது ரார்க்குகள் இரண்டிற்கும் குறுக்கே கட்டி முக்கோணியொன்றைப் பெறுங்கள். அவ்வீர்க்குக்குச் சமாந்தரமாக இருக்குமாறு வேறு ஒரு ஈர்க்குகளைக் கட்டுங்கள். உங்களுக்குக் கிடைத்த என்புறுவை வெள்ளைத்தாளின் மீது வைத்து உரு 46 இல் உள்ளவாறு பெயரிடுங்கள். அப்போது ABC, ADE, AFG எனும் மூக்கோணிகள் பெறப்படும்.

BC, DE, FG என்பன சமாநத்தரமாகும்.

முக்கோணிகள் ABC, ADE என்பவற்றில்

$\triangle ABC \cong \triangle ADE$ (சமாந்தர கோடுகளினால் ஆக்சப்பட்ட ஒத்த கோணங்கள்)

எனவே முக்கோணி ABC உம் ADE உம் சமகோணிகளாகும்.

அவ்வாறே முக்கோவிகள் ABC எம் AFG எம் சமகோவிகளாகும்.

பிரதமர்களும் பாரி வெடி நால்முறையில் 11 அன்றைக்காலம் விடுமிழுமையில் அமைகின்றது.

ପରିବହିତ କାମକାଳୀଙ୍କ କାମକାଳୀଙ୍କ କାମକାଳୀଙ୍କ କାମକାଳୀଙ୍କ
କାମକାଳୀଙ୍କ କାମକାଳୀଙ୍କ କାମକାଳୀଙ୍କ କାମକାଳୀଙ୍କ

ପାଇଁ କିମ୍ବା କିମ୍ବା କିମ୍ବା କିମ୍ବା କିମ୍ବା କିମ୍ବା କିମ୍ବା କିମ୍ବା

ମୁଖରେ ପାଇଲା କେତେ କଥା କହିଲା - କହିଲା -

மீண்டும் உங்களிடம் உள்ள

அட்டையின் மீது வைத்து

AFC என்பவற்றை முன்
வரைந்து அவற்றை A

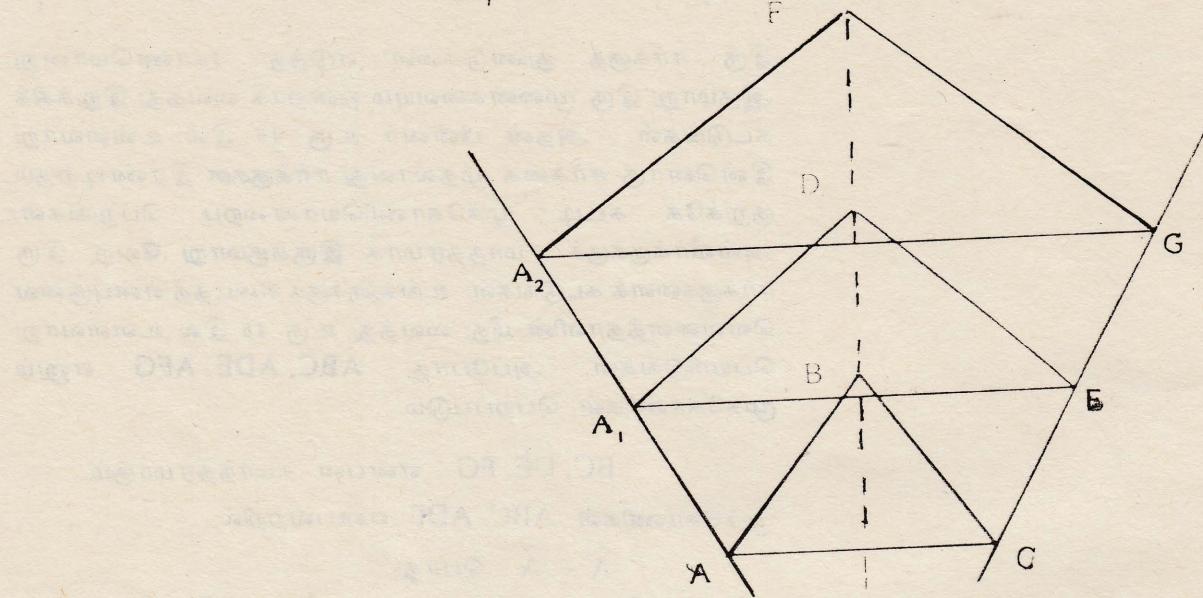
பெயரிடுங்கள். அம் (

மேசையின் மீது முதலில்
ஜெயம் அதன் மீது ABC ஜெய

இருக்குமாறு வையுங்கள்.

உருப்பெருக்கமாக Δ A
பெறப்பட்டிரண்டாகத் தா.

மீண்டும் உங்களிடம் உள்ள ராக்கு என்புருவ பிரிஸ்டல் அட்டையின் மீது வைத்து முக்கோணிகள் ABC, ADE, AFG என்பவற்றை முன்று வெவ்வேறு இடங்களில் வரைந்து அவற்றை ABC, A₁DE, A₂FG எனப் பெயரிடுங்கள். அம் முக்கோணிகள் மூன்றினையும் வெட்டி வேறுபடுத்துங்கள். உரு 47 இல் உள்ளவாறு மேசையின் மீது முதலில் A₂FG ஜியும் அதன்மீது A₁ED ஜியும் அதன் மீது ABC ஜியும் ஒத்த பக்கங்கள் சமாந்தரமாக இருக்குமாறு வையுங்கள். அப்போது அவை ΔABC இன் உருப்பெருக்கமாக ΔA_1DE , ΔA_2FG என்பன பெறப்பட்டுள்ளதாகக் காட்டும்.

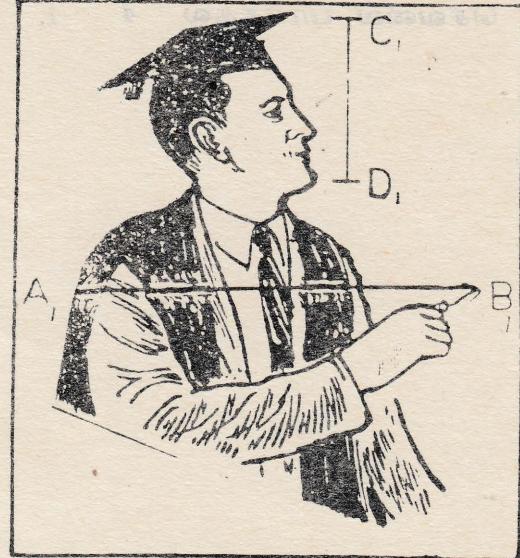


25 48

மேலே படி 11 இல் உங்களுக்குக் கிடைத்த பிரிஸ்டல் அட்டையிலிருந்து வெட்டப்பட்ட மூன்று அடர்களிலும் ஒவ்வொரு உச்சிக்கும் அருகாமையில் துளைகள் இருங்கள். அதன் பின்னர் உச்சிகள் A, A₁, A₂ என்பவற்றினாடாக ஈர்க்கொன்றைச் செலுத்துங்கள். அவ்வாறே B, D, F; C, E, G எனும் உச்சிகளினாடாகவும் ஈர்க்கொள்ளச் செலுத்துவதனால் உரு 48 இல் உள்ளவாறான என்புருவொன்றைப் பெறுங்கள். மிகச் சிறிய முக்கோணி மூன்னால் இருக்குமாறு வைத்துப்பார்ப்பதன் மூலம் மூன்று முக்கோணிகளின் உருக்களும் வடிவத்தில் சமனென்பதை அறிந்து கொள்ளலாம். அதற்கேற்ப சமகோணிகள் இயல்பொத்தன என்பதை விளங்கிக் கொள்ளலாம். மேலுள்ள செயற்பாட்டிலிருந்து உருப்பெருக்கமடைந்த உரு இயல்பொத்தன என்பதையும் சமகோண முக்கோணிகள் இயல்பொத்தன என்பதையும் எடுத்துக் காட்டலாம். அடுத்ததாக இயல்பொத்த உருக்களின் முக்கிய பண்பொன்றைக் கற்பதற்காக பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.



25 49



25 50

உரு 50 இல் உரு 49 ஜி உருப்பெருக்குவதனால் பெறப்பட்ட புகைப்படமொன்று காட்டப்பட்டுள்ளது. இதனால் இவ்விரு உருக்களும் ஒன்றுக்கொன்று இயல்பொத்தவையாகும். உரு 49 இல் தூரங்கள் AB, CD என்பவற்றை அளப்பதனாலும் உரு 50 இல் தூரங்கள் A₁B₁; C₁D₁ என்பவற்றை அளப்பதனாலும் பின்வரும் வெற்றிடங்களைப் பூர்த்தி செய்யுங்கள்.

1. AB = CD =

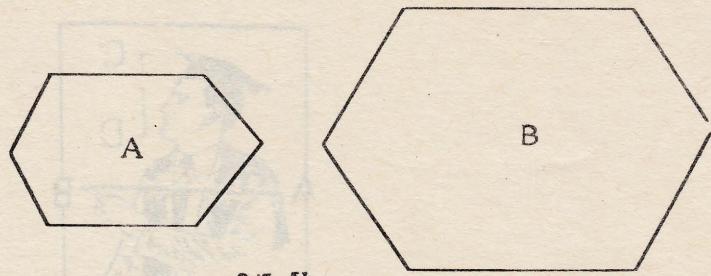
$$11. A_1 B_1 = \dots \quad C_1 D_1 = \dots$$

அதற்கேற்ப பின்வரும் கூற்றுக்களில் உள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புங்கள்.

$$111. \quad \frac{AB}{A_1 B_1} = \dots \quad \frac{CD}{C_1 D_1} = \dots$$

மேலே 111 இலும் IV இலும் வெற்றிடங்களுக்காக உங்களுக்கு ஒரே பெறுமானம் கிடைக்கப் பெற்றிருக்கும். அதிலிருந்து இயல்பொத்த இரு உருக்களின் ஒத்த நீளங்களுக்கிடையில் உள்ள விகிதம் சமன் என்பது உங்களுக்கு விளங்கி இருக்கும். இயல்பொப்பு பற்றி நீங்கள் கற்ற விடயங்களைப் பதித்துக் கொள்வதற்காக பின்வரும் செவ்வைபார்த்தவில் சடிப்படுங்கள்.

பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றிலும் உள்ள பொருத்தமற்ற சொல்லை வெட்டி விடுக.



1. உரு A இன் இருமடங்கு உருப்பெருக்கத்தினால் உரு B பெறப்பட்டுள்ளது. உருக்கள் A உம் B உம் (இருங்கிசையம்/இயல்பொத்தனவாகும்).

11. உருப்பெருக்கத்தின்போது உருவொன்றின் (பருமன்/வடிவம்) மட்டும் மாற்றமடையும்.

111. ஒருங்கிசையும்/இரு முக்கோணிகள் எப்போதும் (இயல்பொத்தனவாகும்/இயல்பொத்தன அல்ல)

iv. முக்கோணியோன்றின் கோணங்களிரண்டு இன்னொரு முக்கோணியின் கோணங்களிரண்டிற்குச் சமனாகும் போது அம்முக்கோணிகள் இரண்டும் (இயல்பொத்தனவாகும்/இருங்கிசையும்).

v. இயல்பொத்த இரு முக்கோணிகளின் வடிவங்கள் (சமனானவை/வித்தியாசமானவை) ஆகும்.

(2) அடைப்புக்குறிக்குள் உள்ள பொருத்தமான சொல்லைத் தெரிவு செய்து வெற்றிடங்களை நிரப்புங்கள்.

1. உருவொன்று உருப்பெருக்கமடையும் போது அதன் எல்லா உறுப்புக்களும் மாற்றமடையும். (ஓரே விகிதத்தில்/இழுங்கற்று).

11. P உம் Q உம் இரு வட்டங்கள் எனின், $\frac{P \text{ இன் பரிதி}}{Q \text{ இன்}} = \frac{P \text{ இன் ஆரை}}{Q \text{ இன்}}$ (பரிதி/ஆரை)

111. தேசப்படமொன்றின் அளவிடை 1: 100,000 எனத் தரப்பட்டுள்ளது. நகரங்கள் X இற்கும் Y இற்கும் இடைத்தூரம் 5km எனின் தேசப்படத்தில் அந்நகரங்களுக்கிடையே உள்ள தூரம் ஆகும். (500000/5).

உருக்கள் போதுமான மூலப்படிகள் என்று அழைகின்ற ஒரு குறுப்பாக இரண்டு மூலப்படிகளை கொள்ள வேண்டும்.

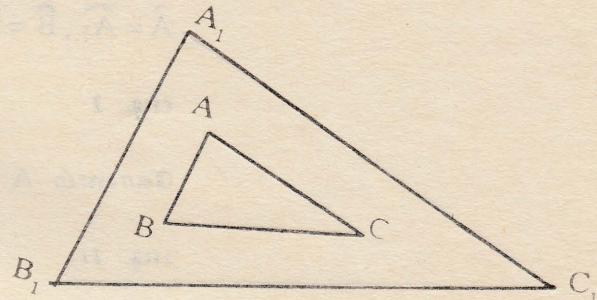
உங்கள் விளா கணா மொதியுவின்
இறுதியிலுள்ள விடைகளோடு
ஒப்பிட்டுப் பாருக்கள்.

iv. சமகோண முக்கோணிகள் இரண்டு எப்போதும்
..... (இயல்பொத்தனஞ்சுநங்கிசைவன) ஆகும்.

v. திரைப்பட தயாரிப்பின் போது 35 mm படலச்
சுருளினால் 70mm படங்கள் எடுக்கப்படு
கின்றன. இவை இரண்டினதும் உருக்கள்
..... ஆகும். (ஒருங்கிசைவன /
இயல்பொத்தன)

6.3 இயல்பொத்த முக்கோணிகளின் ஒத்த பக்கங்களிடையே உள்ள விகிதம்

இப்பகுதியைக் கற்பதற்கு முக்கோணிகள் இரண்டின் ஒத்த
பக்கங்களை அறிந்து கொள்ளுதல் முக்கியமாகும். இது
பற்றி இம்மொடியூலில் செயற்பாடு 7 இல் கற்றது
உங்களுக்கு நினைவிலிருக்கும். அது பற்றி இன்னும்
தெளிவுபடுத்திக் கொள்வதற்குப் பின்வரும் பகுதியை
ஆராய்யுங்கள்.



கு 52.

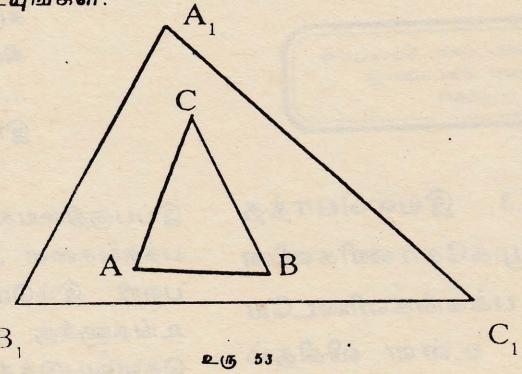
உரு 52 இல் முக்கோணி ABC இன் உருப்பெருகத்தினால்
முக்கோணி $A_1B_1C_1$ பெறப்பட்டுள்ளது எனக் கருதுங்கள்.
அப் போது அவ் வரு முக்கோணிகளும்
இயல்பொத்தனவாகும்.

$$\begin{array}{ccc} AB & \xrightarrow{\quad} & A_1B_1 \\ BC & \xrightarrow{\quad} & B_1C_1 \\ AC & \xrightarrow{\quad} & A_1C_1 \\ \Delta ABC & \xrightarrow{\quad} & \Delta A_1B_1C_1 \end{array}$$

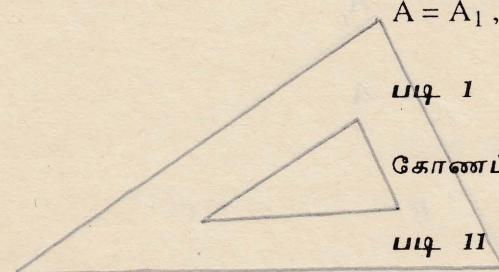
எனக் காட்டினால், AB இற்கு ஒத்தது A_1B_1 என்றவாறு
மற்றைய ஒவ்வொரு பக்கத்திற்கும் ஒத்த பக்கங்களை
இனங்காண முடியும். அவ்வாறே AB இற்கு எதிரே
உள்ள \hat{C}, A_1B_1 இற்கு எதிரே உள்ள \hat{C}_1 இற்கு ஒத்த
கோணமாகும் என்பதையும் விளங்கிக் கொள்ளுங்கள்.

இரு உருக்கள் இவ்விதத்தில் இருக்கும் போது ஒத்த
அம்சங்களை இனங்காண்பது இலகுவாக இருப்பினும்
உரு 53 இல் உள்ளவாறு முக்கோணியொன்று
சம்ரூபியடைந்து இருக்கும் போது ஒத்த பக்கங்களே

இனங்காண்பது ஓரளவு கடினமாகும். அப்போது நாம் முதலில் இரு முக்கோணிகளினதும் சமனான கோணங்களைப் பற்றி எமது கவனத்தைச் செலுத்த வேண்டும். அதற்கேற்ப பின்வரும் செயலொழுங்கைக் கடைப்பிடியுங்கள்.



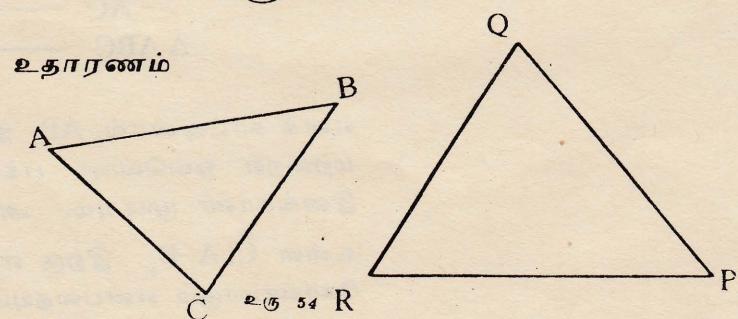
$\hat{A} = \hat{A}_1, \hat{B} = \hat{B}_1$ எனத் தரப்பட்டிருப்பின் $\hat{C} = \hat{C}_1$ ஆகும்.



\hat{A} இற்கு சமனான முக்கோணி $A_1 B_1 C_1$ இன் கோணம் \hat{A}_1 ஆகும்.

படி III

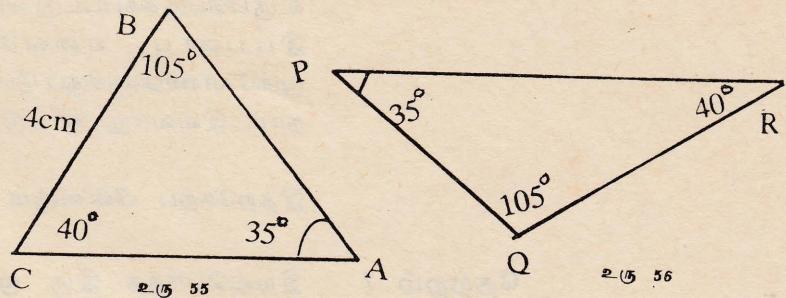
\hat{A}_1 இற்கு எதிரே உள்ள பக்கம் $B_1 C_1$ ஆகும். அதற்கேற்ப ஒத்த பக்கம் $B_1 C_1$ ஆகும். இவ்வொழுங்கைக் கடைப்பிடித்து பக்கங்கள் AC இனதும் AB ஒத்த பக்கங்களைக் காணுங்கள்.



உரு 54 இல் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணிகள் ABC, PQR என்பவற்றில் $\hat{A} = \hat{R}, \hat{C} = \hat{Q}$ எனத் தரப்பட்டிருந்தால் $\hat{B} = \hat{P}$ எனவும் எமக்கு முடிபு செய்ய முடியும். இனி

சமகோணங்களுக்கு எதிரே உள்ள பக்கங்களைக் கருதினால், AB, PQ இற்கும் AC, QR இற்கும் BC, PR இற்கும் ஒத்தனவாகும். இயல்பொத்த முக்கோணிகளின் ஒத்த பக்கங்களுக்கிடையே உள்ள தொடர்பைப் பதித்துக் கொள்வதற்காக பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

செயற்பாடு 16



படி 1

உரு 55 இல் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணியில் தரப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணியோன்றை வெள்ளளக் காசித்த தாளொன்றில் வரையுங்கள். அதன் பின்னர் BC இற்கு ஒத்த பக்கத்தை 8 cm என எடுத்து முதலாவது உருவில் உள்ள கோணங்களின் பெறுமானத்திற்கு சமபெறுமானங்கள் உள்ள கோணங்களைக் கொண்ட உரு 56 இல் உள்ளவாறான இன்னொரு முக்கோணியை வரையுங்கள். அம் முக்கோணிகளின் பக்கங்களின் நீளங்களை அளந்து பின்வரும் அட்டவணையைப் பூர்த்தி செய்யுங்கள்.

முக்கோணி	35° கோணத்திற்கு எதிர்ப்பக்கம்	105° முக்கோணத்திற்கு எதிர்ப்பக்கம்	40° கோணத்திற்கு எதிர்ப்பக்கம்.
ABC	4 cm
PQR	8 cm

படி 11

மேலே உள்ள அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் அட்டவணையைப் பூர்த்தி செய்யுங்கள்.

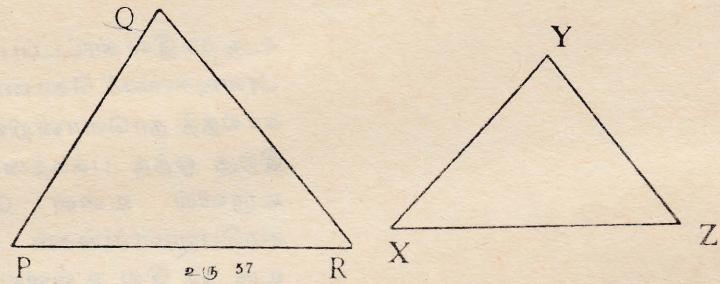
$\frac{QR}{BC}$	$\frac{PQ}{AB}$	$\frac{PR}{AC}$
$\frac{8}{4}$

நீங்கள் செயற்பாட்டை சரியாக செய்திருப்பின் இரண்டாவது அட்டவணையின் இறுதி வெற்றிடத்திற்கு ஒரே பெறுமானம் கிடைக்கப் பெற்றிருக்கும் அதிலிருந்து நாம் தெரிவு செய்த இயல் பொத்த இரு முக்கோணிகளில் ஒத்த பக்கங்களுக்கிடையே உள்ள விகிதம் சமன் எனக் காணலாம். சிறிய முக்கோணியின் பக்கங்கள் இரு மடங்காக உருப்பெருக்கப்பட்டு பெரிய முக்கோணி பெறப்பட்டுள்ளது. இப்பண்பு எவ்வேலும் இரு இயல் பொத்த முக்கோணித்துறுப்பு பொதுவான பண்பாகும். அப் பண்பை நாம் இவ்வாறு காட்டுவோம்.

இதற்கேற்ப பின்வரும் தேற்றத்தைக் கூறலாம்.

தேற்றம் 7

இயல்பொத்த இரு முக்கோணிகளின் ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமனாகும். இப்பண்பை உருப்படம் மூலம் இவ்வாறு விளக்கலாம்.



உரு 57 இல் தரப்பட்டுள்ள இரு முக்கோணிகள் $\triangle PQR$, $\triangle XYZ$ என்பவற்றில் $\widehat{PQR} = \widehat{XYZ}$, $\widehat{QRP} = \widehat{XZY}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

முக்கோணிகள் $\triangle PQR$, $\triangle XYZ$ என்பற்றில்

$\widehat{PQR} = \widehat{XYZ}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

$\widehat{QRP} = \widehat{YZX}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

எனவே $\widehat{QPR} = \widehat{ZXY}$ ஆகும்.

$\therefore \triangle PQR, \triangle XYZ$ உடன் இயல்பொத்தாகும்

சமகோண முக்கோணிகள் இயல்பொத்தனவாகும்.

நீங்கள், மேலே உள்ள பகுதியில், இயல்பொத்த முக்கோணிகளின் ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமனாகும் எனக் கற்றீர்கள். அதற்கேற்ப

$$\frac{PQ}{XY} = \frac{QR}{YZ} = \frac{RP}{ZY} \text{ ஆகும்.}$$

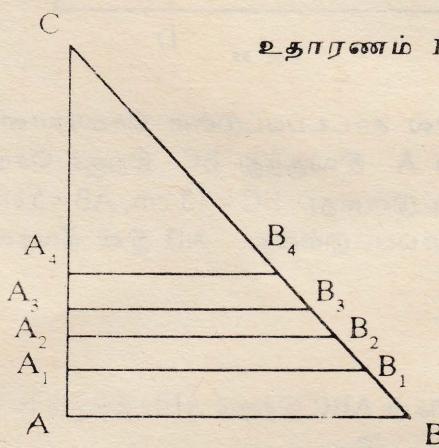
இப்போது நாம் பகுதி ஈல் பின்வரும் விடயங்களைக் கற்றுள்ளோம்.

உருவொன்றின் எல்லாப் பகுதிகளும் ஒரே விகிதத்தினால் பெரிதாக்கப்படுவது உருப்பெருக்கம் எனப்படும்.

உருப்பெருக்கத்தின் போது உருவொன்றின் வடிவம் மாற்றமடையாது. சமகோண முக்கோணிகள் இயல்பொத்தனவாகும்.

இயல்பொத்த முக்கோணிகளின் ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமனானவை ஆகும்.

நீங்கள் பெற்றுக் கொண்ட அறிவைப் பதித்துக் கொள்வதற்காகப் பின்வரும் உதாரணங்களை ஆராயுங்கள்.



உரு 58 இல் கூறையொன்றின் பகுதியொன்று காட்டப்பட்டுள்ளது. AB , A_1B_1 , A_2B_2 , A_3B_3 , A_4B_4 எனும் கோடுகளுள் இரண்டிற்கு இடையே இடைவெளி 28cm ஆகுமாறு பொருத்தப் பட்ட 5 நிறை மரக்கீலங்களைக் காட்டுகிறது. $AB=4\text{ m}$, $AC=6\text{ m}$ எனின் $A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, A_4B_4$ ஆகிய மரக்கீலங்களின் நீங்களைக் காணக.

குறு 58

தீர்வு

உரு 58 இல் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணி ABC இறு முக்கோணி $A_1B_1C_1$ இற்கும் \widehat{C} பொதுவானதாகும்.

$\widehat{CAB} = \widehat{C}A_1B_1$ (சமாந்தர கோடுகள் AB, A_1B_1 இனால் ஆக்கப்பட்ட ஒத்த கோணங்கள்)

$\Delta ABC, \Delta A_1B_1C$ இற்கு சமகோணமானதாகும்.

$\Delta ABC, \Delta A_1B_1C$ இற்கு இயல்பொத்ததாகும்.

இயல்பொத்த முக்கோணிகளில் ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமனானவை ஆகும். அதற்கேற்ப $\frac{AC}{A_1C} = \frac{AB}{A_1B_1}$

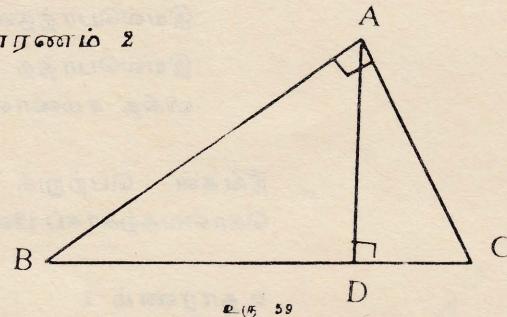
$$\frac{6}{5.72} = \frac{4}{A_1B_1}$$

$$A_1B_1 = \frac{4 \times 5.72}{6}$$

$$= 3.8 \text{ m}$$

இவ்விதமாக முக்கோணிகள் ABC, A_2B_2C என்பவற்றைக் கருதி A_2B_2 ஐயும் A_3B_3 ஐயும் A_4B_4 ஐயும் கணிக்க.

உதாரணம் 2



ஒரு 59 இல் காட்டப்பட்டுள்ள செங்கோண முக்கோண ABC இல் A இலிருந்து BC இறஞுச் செங்குத்தாக AD வரையப்பட்டுள்ளது. $BC = 13 \text{ cm}$, $AB = 5 \text{ cm}$, $AC = 12 \text{ cm}$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. AD இன் நீளத்தைக் கணிக்க.

தீர்வு

முக்கோணிகள் ABC இறஞும் ABD இறஞும் \widehat{B} பொதுவாகும்.

$$\widehat{BAC} = \widehat{ADC} \text{ (செங்கோணங்கள்)}$$

$\therefore \Delta ABC, \Delta ABD$ இற்கு சமகோலைமானதாகும்.

எனவே $\Delta ABC, \Delta ABD$ இற்கு இயல்பொத்தாகும்.

ஃ ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமனானவை ஆகும்.

$$\frac{BC}{AB} = \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{BD}$$

$$\frac{13}{5} = \frac{12}{AD}$$

$$AD = \frac{5 \times 12}{13}$$

$$= \frac{60}{13}$$

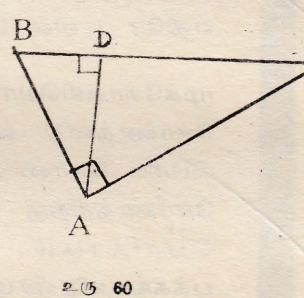
$$= 4 \frac{8}{13} \text{ cm}$$

இயல்பொத்த முக்கோணிகளின் ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமனாகும் எனும் பண்பைப் பயன்படுத்துந் திறனை விருத்தி செய்து கொள்வதற்குப் பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுங்கள்.

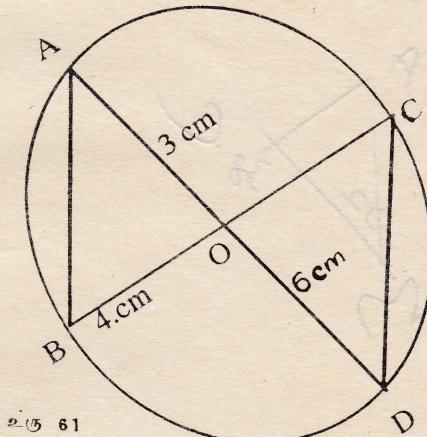
பயிற்சி 3

1. $AB = 2\text{cm}$, $BC = 3.5\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$ ஆகவுள்ள ΔABC ஐ வரைக. அம் கோணியின் பக்கங்களை மும்மடங்காக உருப்பெருக்கிப் பெறப்படும் முக்கோணியை வரைக. இரு முக்கோணிகளினதும் கோணங்களை அளந்து குறிக்க.
2. முக்கோணிகள் ABC , PQR என்பவற்றில் $\hat{BAC} = \hat{PQR}$, $\hat{ACB} = \hat{QPR}$ எனின் பக்கங்கள் AB , BC , CA என்பவற்றிற்கு ஒத்தனவான முக்கோணி PQR இன் பக்கங்களை எழுதுக.

3.



குற 60



குற 61

குற 60 இல் ABC எனும் செங்கோண முக்கோணி காட்டப்பட்டுள்ளது. அதில் A இலிருந்து BC இறங்கச் செங்குத்தாக AD வரையப்பட்டுள்ளது.

- முக்கோணிகள்:
- i. ABC உம் ABD உம்
 - ii. ABC உம் ADC உம்
 - iii. ABD உம் ADC உம்

சமமீதானமானவை எனக் காட்டுக.

4. மேலே உள்ள பயிற்சியில் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணிச் சோடிகளின் ஒத்த பக்கங்களிடையே உள்ள விகிதங்களை எழுதுக.
5. குற 61 இல் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணிகளில் $\hat{BAO} = \hat{OCD}$, $\hat{AOB} = \hat{COD}$ எனின் OC இன் நீளத்தைக் கணிக்க.

உங்கள் விண்டகளை மொழியுவிட இயுதியிலுள்ள விண்டகளோடு ஒப்பிடுப் பாருங்கள்

இப்போது நீங்கள் இம்மொடியுலைக் கற்று முடித்து விட்டார்கள். அதில் நாம் கலந்துரையாடிய விடயங்கள் சுருக்கமாகக் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

7.0 பொழிப்பு

இருங்கிசைவு என்பது எல்லா மூலகங்களும் சமனாக இருத்தல். இரு முக்கோணிகள் ஒருங்கிசையும் சந்தர்ப்பங்கள் நான்கு உள்ளன.

இருசமபக்க முக்கோணியோன்றின் சமபக்கங்களுக்கு எதிரே உள்ள கோணங்கள் சமனாகும்.

முக்கோணியோன்றில் கோணங்களிரண்டு சமனாகும் போது சமகோணங்களுக்கு எதிரே உள்ள பக்கங்கள் சமனாகும்.

முக்கோணியோன்றின் பக்கமொன்று இன்னொரு பக்கத்தை விடப் பெரிதாக இருக்கும் போது பெரிய பக்கத்திற்கு எதிரே உள்ள கோணம் சிறிய பக்கத்திற்கு எதிரே உள்ள கோணத்திலும் பெரிதாகும்.

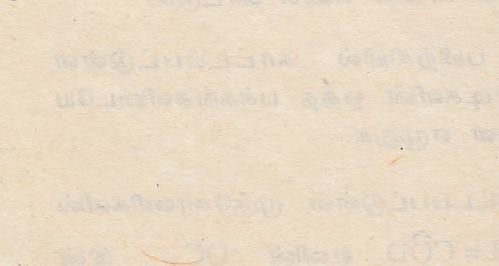
முக்கோணியோன்றில் கோணமொன்று இன்னொரு கோணத்தை விடப் பெரிதாக இருக்கும் போது பெரிய கோணத்திற்கு எதிரே உள்ள பக்கம் சிறிய கோணத்திற்கு எதிரே உள்ள பக்கத்தை விடப் பெரிதாகும். முக்கோணியோன்றின் பக்கங்களிரண்டின் கூட்டுத்தொகை மூன்றாவது பக்கத்தை விடப் பெரிதாகும்.

இணைகரமொன்றின் எதிர்ப்பக்கங்களும் கோணங்களும் சமனானவையாகும். இணைகரமொன்றின் மூலை விட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசமகூறிகிறும்.

நாற்பக்கல் ஒன்றில், எதிர்ப்பக்கங்கள் சமனாகும் போது, எதிர்க்கோணங்கள் சமனாகும் போது, மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசமகூறிகிறும் போது, எதிர்ப்பக்கச் சோடியோன்று சமனாகவும் சமாந்தரமாகவும் இருக்கும்போது, அந் நாற்பக்கல் இணைகரமாகும்.

உருப்பெருக்கத்தின் போது உருவொன்றின் வடிவம் மாறாமல் பருமன் மாற்றமடையும்.

இயல்பொத்த முக்கோணிகளின் ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமனானவை ஆகும்.



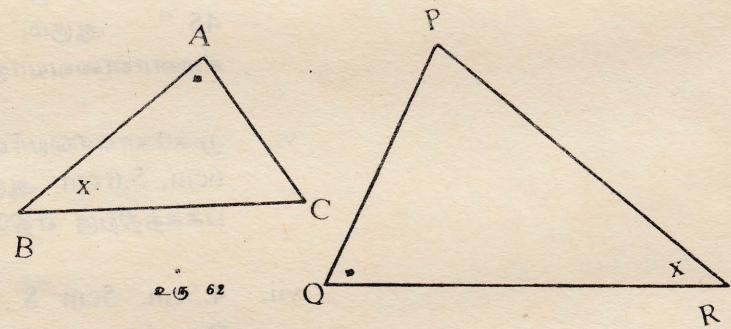
இம் மொடியுலில் நீங்கள் கற்றவற்றை நீங்களே பரீட்சித்துப் பார்ப்பதற்கு பின்வரும் பிற்சோதனைக்கு விடையளியுங்கள்.

8.0 பிற்சோதனை

1. பின்வரும் கூற்றுக்கள் சரியெனின் '✓' எனவும், பிழையெனின் '✗' எனவும் எதிரே உள்ள கூடுகளில் குறிக்க.
1. இரு முக்கோணிகள் ஒருங்கிசைவதற்கு ஒன்றன் பக்கங்கள் மூன்றும் மற்றையதன் மூன்று பக்கங்களுக்கு சமனாக இருத்தல் போதுமானதாகும்.
11. முக்கோணியோன் நின் மூன்று கோணங்கள் இன்னொரு முக்கோணியின் மூன்று கோணங்களுக்கு சமனாகும் போது அம் முக்கோணிகள் இரண்டும் ஒருங்கிசையும்.
111. ஒருங்கிசையும் இரு முக்கோணிகள் இயல் பொத்தனவாகும்.
- iv. இயல்பொத்த இரு முக்கோணிகள் எப்போதும் ஒருங்கிசையும்.
- v. செங்கோண முக்கோணியோன்றின் கோணமொன்று 45° ஆகும். அதில் பக்கங்கள் இரண்டு சமனானவையாகும்.
- vi. முக்கோணியோன்றின் பக்கங்கள் மூன்று 8.5 cm, 6cm, 5.6 cm ஆகும். இதில் பெரிய கோணம் 6cm பக்கத்திற்கு எதிரே அமைந்திருக்கும்.
- vii. 4.5cm, 5cm 8 .5cm நீளங்களை பக்கங்களாகக் கொண்ட முக்கோணியை வரைய முடியும்.
- viii. இணைகரமொன்றில் இருசோடி சமாந்தரப் பக்கங்கள் உள்ளன.
- x1. சமகோண முக்கோணிகள் இயல்பொத்தனவாகும்.
- x. முக்கோணியோன்று உருப்பெருக்கப்படுகையில் பக்கமொன்றின் நீளம் இருமடங்காகும் போது இன்னொரு பக்கத்தின் நீளம் மும்மடங்காகும்.

2) பின்வரும் கூற்றுக்களில் வெற்றிடங்களைப் பூர்த்தி செய்க.

1. முக்கோணியோன்றின் பக்கங்கள் இரண்டும் கோணமும் இன்னொரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்களுக்கும் கோணத்திற்கும் சமனாகும் போது இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிணையும்.
- ii. இரு செங்கோண முக்கோணிகளில் இரு பக்கங்கள் சமனாகி இரண்டும் சமனாகும் போது முக்கோணிகள் இரண்டும் ஒருங்கிணையும்.
- iii. உருவொன்று அதன் வடிவம் மாறாமல் இருக்குமாறு பெரிதாக்கவோ ஒடுக்கவோ எனப்படும்.
- iv. இரு சமகோண முக்கோணிகள் எப்போதும் ஆகும்.
- v. இரு இயல்பொத்த முக்கோணிகளில் இரண்டு வீதம் எப்போதும் சமனானவையாகும்.
- vi. ABC, PQR எனும் முக்கோணிகளில்
 $\hat{A} = \hat{Q}$, $\hat{B} = \hat{R}$ எனின்
 பக்கம் AB இற்கு ஒத்த பக்கம்,
 பக்கம் PQ இற்கு ஒத்த பக்கம் ஆகும்.



vii. மேலே உள்ள முக்கோணிகளில் $\frac{AB}{QR} = \dots = \dots$

- viii. இரு வட்டங்கள் எப்போதும் ஆகும்.
- ix. இணைகரமொன்றின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று
- x. சாய்சதுரமொன்றின் எல்லாப் பக்கங்களும் ஆகும்.

உங்கள் விடைகளை மொழியல்லே
 இறுதியிலுள்ள விடைகளோடு
 ஒப்பிட்டுப் பாருங்கள்.

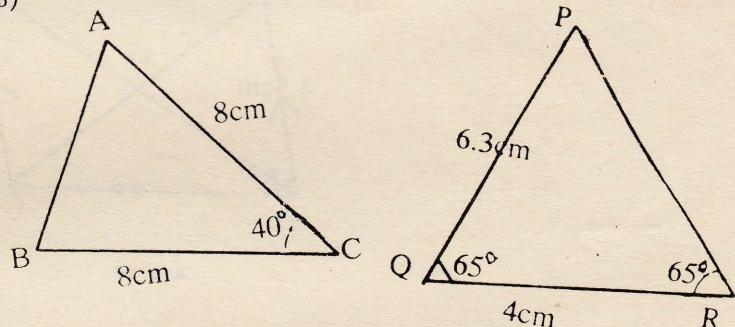
நீங்கள் இப்போது இந்த மொழியிலைச் சுற்று முடிக்கு வீட்டுமரிசு. அதுபற்றிய ஒவ்வொரு அறிவு நீங்கள் வழங்கும் ஒப்படைக்களை என்றிய மூலம் மத்தியிடு செய்யப்படுகின்றது. இதோடு ஒப்படைகள் தரப்பட்டுள்ளன. முதல் மத்திய நிலைத் தேர்தலாக ஆசிரியர் மேற்படித்து ஒப்படைக்கு விடை செய்திர் கண்ணிக்கு.

9.0 ஒப்படைகள்

ஒப்படை I

- 1) 1. நீங்கள் அன்றாட வாழ்க்கையில் காணும், எல்லா விதங்களிலும் சமனெனக் கருதக் கூடிய 5 தளவுருக்களின் பெயர்களைக் கூறுக.
11. சூழலில் ஒருங்கிசைவன எனக் கருதக்கூடிய முக்கோணியான இடங்கள் அல்லது பொருட்கள் இரண்டினைக் குறிப்பிட்டுவரிப்படங்கள் மூலம் அம் முக்கோணிகளைப் பெயர் குறிக்க.
- 2) இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பக்கங்கள் சமனாவதால் இரு முக்கோணிகள் ஒருங்கிசையும் சந்தர்ப்பங்கள் எத்தனை? அச் சந்தர்ப்பங்கள் ஒவ்வொன்றையும் எழுதுக.

3)



உரு 63 (a)

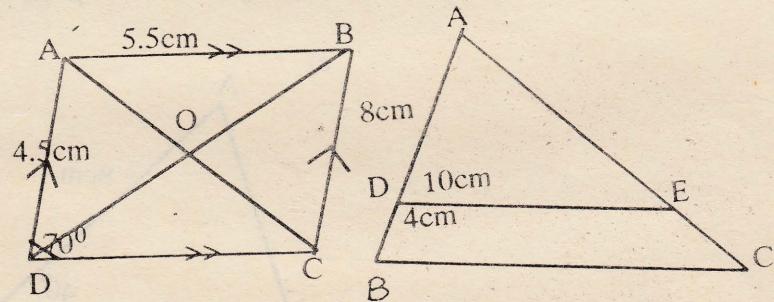
உரு 63 (b)

1. மேலே உரு 63 (a) இல் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணியின் எஞ்சிய கோணங்களைக் காட்டுங்காட்டி கணிக்க.
11. உரு 63 (b) இல் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணியின் எஞ்சிய பக்கங்களைக் கணிக்க. நீங்கள் தீர்வைப் பெற்ற விதத்தை விளக்குக.

4) பின்வரும் அட்டவணையில் முக்கோணிகளின் பெயர்கள், அம் முக்கோணிகளில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகள், எடுக்கக் கூடிய முடிவுகள் என்றவாறு மூன்று நிரல்கள் உள்ளன. தரப்பட்டுள்ள தரவுகளை இனங்கண்டு எடுக்கக்கூடிய முடிவுகளுக்கான வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

முக்கோணி	தரப்பட்ட தரவுகள்	எடுக்கக் கூடிய முடிவு
(i) ΔPQR	$PQ = 5\text{cm}$, $QR = 7\text{ cm}$	இதற்கேற்ப பெரிய கோணம்.....
(ii) ΔABC	$\hat{B} = 32^\circ$, $\hat{C} = 38^\circ$	இதற்கேற்ப பெரிய பக்கம்
(iii) ΔXYZ	$XY = 3\text{ cm}$, $YZ = 5\text{ cm}$ $ZX = 6\text{ cm}$	முக்கோணியொன்று இருக்கும் போது எவ்வாறிருக்கும்?
(iv) ΔABC	$AC = 7\text{ cm}$, $cm = 4.5\text{ cm}$ முக்கோணியொன்று இருப்பதற்கு AB எடுக்கக்கூடிய பெறுமானம்.

5) உரு 64 இல் தரப்பட்டுள்ள இணைகரம் $ABCD$ இல் சில பக்கங்களினதும் கோணங்களினதும் பெறுமானங்கள் தரப்பட்டுள்ளன. அதற்கேற்ப,



i. \overline{AB} ii. \overline{BC} iii. \overline{AO} iv. \widehat{DAB}

v. ΔABC இன் பக்கங்களினதும் கோணங்களினதும் பெறுமானங்களைக் காண்க.

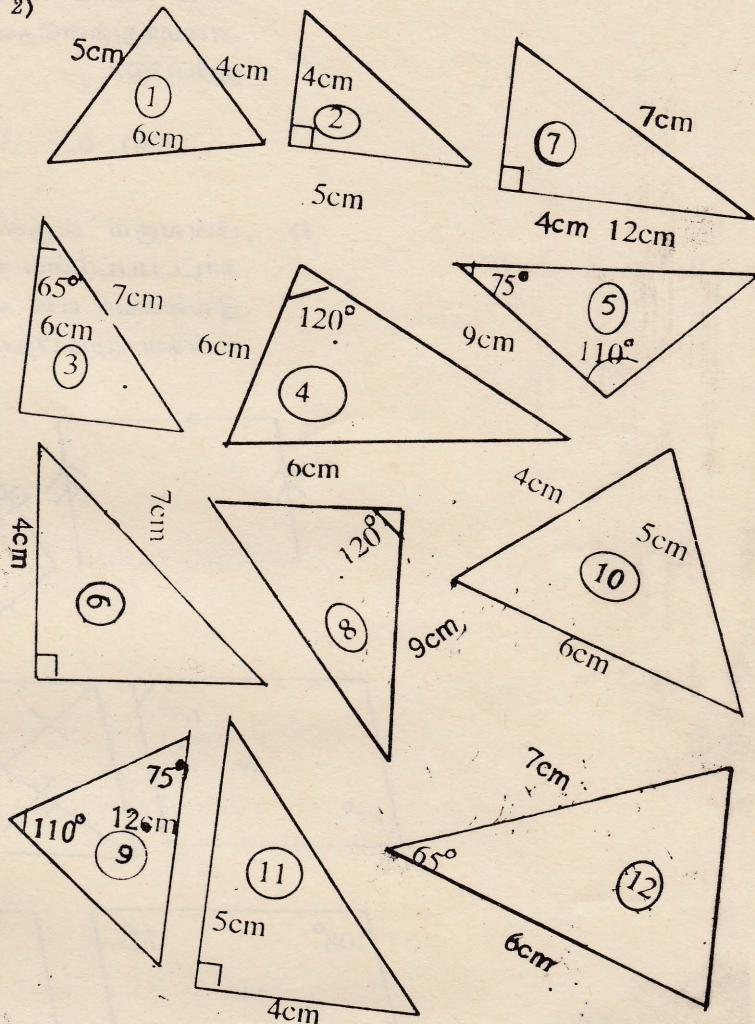
உரு 65 இல் தரப்பட்டுள்ள முக்கோணி ABC இல் BC இற்குச் சமாந் தரமாக DE வரையப்பட்டுள்ளது. $DE = 10\text{ cm}$, $AD = 8\text{ cm}$, $DB = 4\text{cm}$ எனின் பக்கம் BC இன் நீளத்தைக் கணிக்க.

இப்படை 2

- 1) எல்லா வகையிலும் சமனான ஜந்து தள உருச் சோடிகளைவெட்டி எடுக்க.

வேறுபட்ட ஒவ்வொர் உருச்சோடியினதும் சம தன்மையைப் பேணுவதற்காக நீங்கள் கைக்கொண்ட உபாயத்தைக் கூறுக.

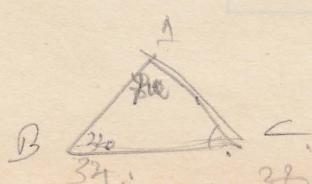
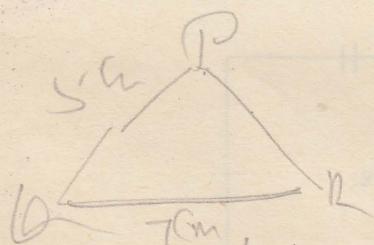
2)



உரு 66

மேலே உரு 66 இலுள்ள முக்கோணிகளுள் ஒருங் கிசையும் முக்கோணிச் சோடிகளை எழுதிஓருங்கிசையும் சந்தர்ப்பங்களையும் எழுதுக

- 3) 1. கீழே தரப்பட்டுள்ளவை கிரு முக்கோணிகளின் பக்கங்களின் நீளங்களாகும். அம் முக்கோணிகள் ஒவ்வொன்றினதும் மிகப் பெரிய கோணம் எப்பக்கத்திற்கு எதிரே உள்ளதென்பதை எழுதுக. காரணம்க்கணக்கு குறிப்பிடுக.



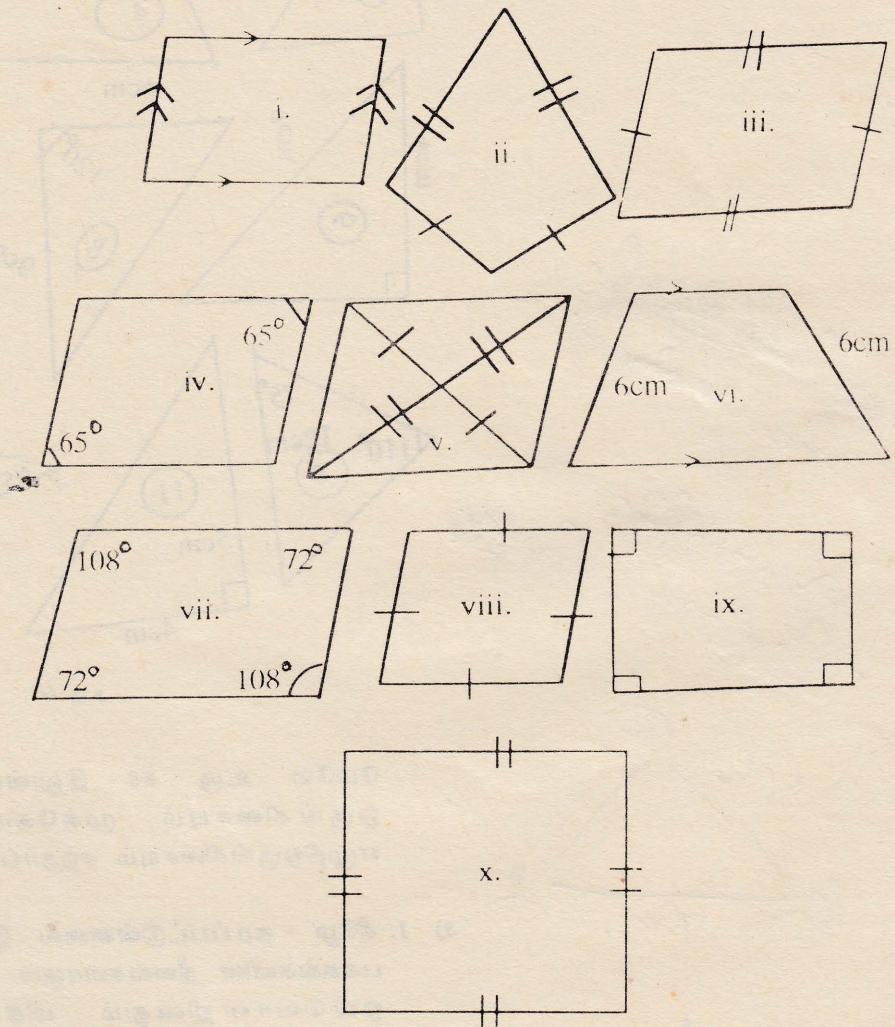
அ. 7.3m, 5.8m, 7.15 m

ஆ. 12cm, 13cm, 11 cm

11. கீழே தரப்பட்டுள்ளவை இரு முக்கோணிகளின் கோணங்கள் இரண்டின் பெறுமானங்களாகும். எஞ்சிய கோணத்தின் பெறுமானத்தைக் கண்டு மிகப் பெரிய பக்கம் எந்தக் கோணத்திற்கு எதிரே அமைந்துள்ளதென எழுதுக. காரணங்களைக் குறிப்பிடுக.

(அ) $62^\circ, 38^\circ$, (ஆ) $24^\circ, 45^\circ$

4) பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் அவற்றில் காட்டப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப இணைக்கரமாகுமா இல்லையா என எழுதுக. இணைக்கரமாகும் போது உங்கள் முடிபிற்கான காரணங்களைக் காட்டுக.

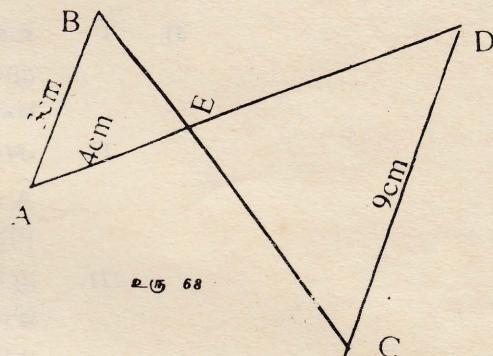


05) 1. பின்வரும் ஒவ்வொரு உருவினதும் வித்தியாசமான அளவுகளுள்ள சோடியோன்று வீதம் எடுக்கும் போது இயல்பொத்த உருக்களைத் தெரிவு செய்து எழுதுக.

- அ) சதுர சோடியோன்று
- ஆ) செவ்வக சோடியோன்று
- இ) வட்டச் சோடியோன்று
- ஈ) ஒழுங்கான ஐங்கோணி சோடியோன்று

11. உரு 68 இல் இரு இயல்பொத்த முக்கோணிகள் ABE ஜியும்

ECD ஜியும் காட்டுகின்றதெனின் பக்கம் ED இன் நீளத்தைக் காணக.



ஓப்படை 3

1) முக்கோணிகள் ABC, PQR என்பவற்றில் சில கங்களினதும் கோணங்களினதும் பெறுமானங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. அத் தரவுகளுக்கேற்ப முக்கோணிகள் ஒருங்கிணைவனவா அல்லவா என்பதை எழுதி ஒருங்கிணையும் காரணங்களையும் எழுதுக.

$$1. \ AB = PQ, BC = QR, CA = RP$$

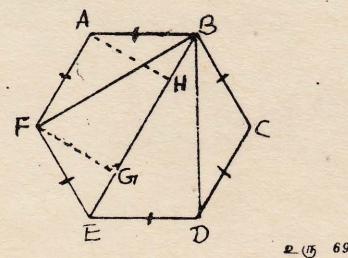
$$11. \ AB = QR, \widehat{BAC} = \widehat{PQR}, \widehat{CBA} = \widehat{QPR}$$

$$111. \ CA = QR, BC = PR, \widehat{C} = \widehat{R}$$

$$IV. \ \widehat{BAC} = \widehat{RPQ}, \ BC = QR, \widehat{ABC} = \widehat{PRQ}$$

$$V. \ \widehat{B} = \widehat{Q}, \widehat{A} = \widehat{P}, \widehat{C} = \widehat{R}$$

02)



உரு 69 இல், ABCDEF எனும் ஒழுங்கான அறுகோணி காட்டப்பட்டுள்ளது.

1. அசக்கோணமொன்றின் பெறுமானத்தைக் காணக.
- II. முக்கோணிகள் ABF உம் BCD உம் ஒருங்கிசைவன என நிறுவுக.
- III. ABF இனதும் \widehat{DBC} இனதும் பெறுமானங்களைக் காணக.
- IV. முக்கோணிகள் FBE உம் EBD உம் ஒருங்கிசைவன என நிறுவுக.
- V. முக்கோணி FBE இல் மிகப் பெரிய பக்கத்தைக் காணக. உங்கள் முடிவுக்கான காரணத்தைக் காட்டுக.

- 3) I. உங்களுக்கு விருப்பமான நீளங்களைக் கொண்ட முக்கோணியொன்றை வரைக. அதற்கு ABC எனப் பெயரிடுக.
- II. அம் முக்கோணிக்கு சமகோணமாகுமாறும் $\hat{A} = \hat{P}$, $\hat{B} = \hat{Q}$ ஆகவும் உள்ள முக்கோணி PRQ ஐ வரைக.
- III. முக்கோணிகள் ABC இனதும் PQR இனதும் பக்கங்களை அளந்து குறிக்க.
- IV. $\frac{AB}{PQ}, \frac{BC}{QR}, \frac{AC}{PR}$ எனும் விகிதங்களைக் காணக.
- V. அவ் விகிதங்களுக்கு இடையிலுள்ள தொடர்பைப் பெறுக.

10.0 விடைகள்

முற்சோதனை

- 1) I. முன்று, முன்று, முன்று II. முன்று
 III. இருசம பக்க IV. எதிர்ப்பக்கச் சோடிகள்

- 2) I. செங்கோண II. மூலவிட்டம்
 III. சமச்சீரான IV. ஒன்று V. இரண்டு

- 3) I 3 II 4 III 12 IV 5 V 9

4) I $\frac{5}{8} < \frac{15}{16}$ II $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ III $\frac{3x}{7} = \frac{6x}{14}$

IV $\frac{7}{8} = \frac{35}{40}$ V $\frac{3}{4x} < \frac{5}{6x}$ VI $\frac{5}{6x} = \frac{20}{24x}$

- 5) II. III. IV. V

- 6) I. ஒன்றுவிட்ட கோணம். II. ஒத்த கோணம்
 III. ஒத்த கோணம். IV. ஒன்றுவிட்ட கோணம்
 V. ஒத்த கோணம்.

செவ்வை பார்த்தல் 1

- I. சமனாகும். IV. சமன்
 II. சமனாகும். V. இல்லை.
 III. சமன்றந்து VIII. சமன்
 IV. சமனாகும் IX. சமன்
 V. சமனாகும் X. இல்லை

செவ்வை பார்த்தல் 2

- 1) I. YZ II. \widehat{YZX} III. \widehat{QPR} IV. ΔXYZ
 2) $AB = DE$ அல்லது $A\widehat{C}B = D\widehat{F}E$
 3) $\widehat{A} = \widehat{Q}, \widehat{B} = \widehat{R}, \widehat{C} = \widehat{P}$
 4) I. $AC = DE$ II. $\widehat{A} = \widehat{D}$ III. $\widehat{D} = \widehat{A}$
 IV. $\Delta DEF = \Delta ABC$

பயிற்சி 1

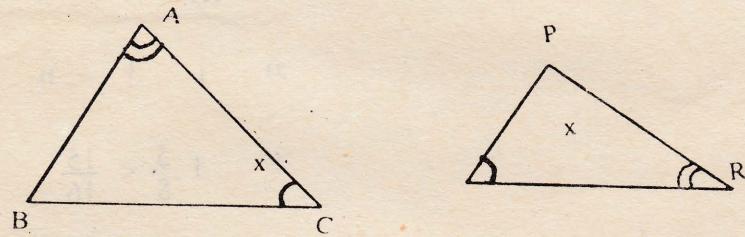
- 1) I. TU II. \widehat{T} III. \widehat{QPR} IV. ΔSTU

- 2) ABC, DEF என்பவற்றில்
 $AB = EF$ (தரவு) சமனான எஞ்சிய அம்சங்கள்.
 $AC = DF$ (தரவு)
 $BC = DC$ (தரவு)
 $\widehat{A} = \widehat{F}, \widehat{B} = \widehat{E}, \widehat{C} = \widehat{D}$



கு 70

- 3) 1. $AB = PR$ 2. $AC = QR$ 3. $BC = PQ$ 4. $\hat{P} = \hat{B}$



கு 71

- 4) $\Delta ABC, ADC$ என்பவற்றில்
 $AB = AC$ (தரவு)
 $\hat{B}\hat{A}\hat{D} = \hat{D}\hat{A}\hat{C}$ (இரு சமவெட்டி)
 $AD = AD$ (பொது பக்கம்)
 $\therefore \Delta ABC \equiv \Delta ADC$ (ப. கோ. ப.)

- 5) PQR, PSR என்பவற்றில்
 $PR = PR$ (பொது பக்கம்)
 $\hat{R}\hat{P}\hat{Q} = \hat{P}\hat{R}\hat{S}$ (\parallel கோடுகளினால் ஆக்கப்பட்ட ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)
 $\hat{P}\hat{R}\hat{Q} = \hat{R}\hat{P}\hat{S}$ (\parallel கோடுகளினால் ஆக்கப்பட்ட ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)
 $\Delta PQR \equiv \Delta PSR$ (கோ. ப.கோ.)
 $\therefore PQ = SR, PS = QR$

- 6) $\Delta AOC, \Delta BDC$ என்பவற்றில்
 $AO = OB$ (ஒரே வட்டத்தின் ஆரைகள்)
 $OC = OC$ (பொது பக்கம்)
 $AC = CB$ (செம்ப. ப.)
 $\therefore \Delta AOC = \Delta BDC$

பயிற்சி 2 1) கணித்தல்

$$XY = XZ \text{ என்பதனால் தேற்றத்திற்கேற்ப \(\hat{Y} = \hat{Z}\)}$$

ஆனால் $\hat{Y} = \hat{Z}$ என்பதனால் $2X + 2X + X = 180^\circ$
 $5X = 180^\circ$
 $X = 36^\circ, Y = 72^\circ, Z = 72^\circ$ $X = 36^\circ$

2) $\widehat{AED} = 108^\circ$

$\widehat{EAD} = \widehat{EDA} = 36^\circ$

3) 60°

4) $\widehat{DOC} = 75^\circ$

5) $\Delta PST, \Delta PTR$ என்பவற்றில்,

$\widehat{PQS} = \widehat{PRT}$ (தரவு)

$PQ = PR$ (ΔPQR இல் எதிர்கோணங்கள் சமன் என்பதால்)

$QS = TR$ (தரவு)

$\therefore \Delta PQS \equiv \Delta PTR$

$\therefore PS = PT$

முக்கோணி PST இல் $PS = PT$ என்பதால்
எதிர்கோணங்களாகிய $\widehat{PST} = \widehat{PTS}$

6) சிறிய பக்கங்களிரண்டினதும் கூட்டுத்தொகை பெரிய
பக்கத்தை விட கூடியதாகும். எனவே பொருந்தும்.

7) \widehat{RPQ}

8) XZ

செயற்பாடு 11

1. \widehat{PRS} 11. \widehat{PRG} 111. PR IV. ΔPSR

செயற்பாடு 12

1. SR இணைகரத்தின் எதிர்ப்பக்கம்

11. \widehat{PQO} சமாந்தர கோடுகளினால் ஆக்கப்படும் ஒன்றுவிட்டகோணம்.

111. \widehat{SOR}

IV. ΔSOR

செவ்வை பார்த்தல் 3

1) 1. ✓ 11. ✗ 111. ✗ 1V. ✓ V. ✓

2) 1. சாய்சதுரம் 11. இணைகரம் 111. இணைகரம்
1V. இணைகரம் V. இணைகரம் VI. செவ்வகம்
VII. இணைகரம் VIII. சதுரம்

3) 1. இணைகரம் 11. இணைகரம் 111. சமாந்தரம்
1V. இணைகரம் V. செங்கோணத்தில்

செவ்வை பார்த்தல் 4

1. பொருந்தாத சொற்கள்

1. ஒருங்கிசைதல் 11. வடிவம் 111. இயல்பொத்தன
அல்ல IV. சமகோணமான V. வித்தியாசமான

2. 1. ஒரே விகிதத்தில் 11. பரிதி, ஆரை 111. 5 cm
IV. இயல்பொத்த வ. இயல்பொத்த

பயிற்சி 3

1. முதல் முக்கோணியின் மூன்று கோணங்களினதும்
பெறுமானங்கள் பெறப்படும்.

2. AB, QR இற்கு ஒத்தது; BC, PR இற்கு ஒத்தது;
CA, PQ இற்கு ஒத்தது.

3. I. ABC உம் ABD உம்

$$\widehat{B} = \widehat{B} \quad (\text{பொது})$$

$$B\widehat{A}C = A\widehat{D}C \quad (\text{செங்கோணங்கள்})$$

II. ABC உம் ADC உம்

$$B\widehat{A}C = A\widehat{D}C \quad (\text{செங்கோணங்கள்})$$

$$\widehat{C} = \widehat{C} \quad (\text{பொது})$$

III. ABD உம் ADC உம்

$$B\widehat{D}A = A\widehat{D}C \quad (\text{செங்கோணங்கள்})$$

$$B\widehat{A}D = A\widehat{C}D \quad (B\widehat{A}C = 90^\circ \text{ என்பதால்})$$

4. I. $\frac{AB}{BC} = \frac{BD}{AB} = \frac{AD}{AC}$

II. $\frac{AC}{BC} = \frac{DC}{AC} = \frac{AD}{AB}$

III. $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{AD} = \frac{AD}{DC}$.

5. ΔABO உம் ΔDOC உம்

ஃ இரு முக்கோணிகளும் சமகோணமானவை. ஒத்த
பக்கங்கள் விகித சமனானவை.

$$\frac{BO}{OC} = \frac{OA}{OD}$$

$$\frac{4}{OC} = \frac{3}{6}$$

$$OC = 8 \text{ cm}$$

விற்சோதனை01.

I.	✓	vi.	✗
ii.	✗	vii.	✓
iii.	✓	viii.	✓
iv.	✗	ix.	✓
v.	✓	x.	✗

2. 1. அமை.

II. முலைவிட்டம்

III. உருப்பொக்கம்

IV. இயல்பொத்த

V. கோணம்

VI. QR, AC

$$VII. \frac{AB}{QR} = \frac{AC}{PQ} = \frac{BC}{PR}$$

VIII. இயல்பொத்த

IX. இருசமகூறாக்கி

X. சமனாகும்

கறிப்பு

தோன்றும் நிலை கணக்குகளை
உடல் விரைவாக விடுவது

(2) $\underline{125}, \underline{216}, \underline{5^3}, \underline{6^3}$

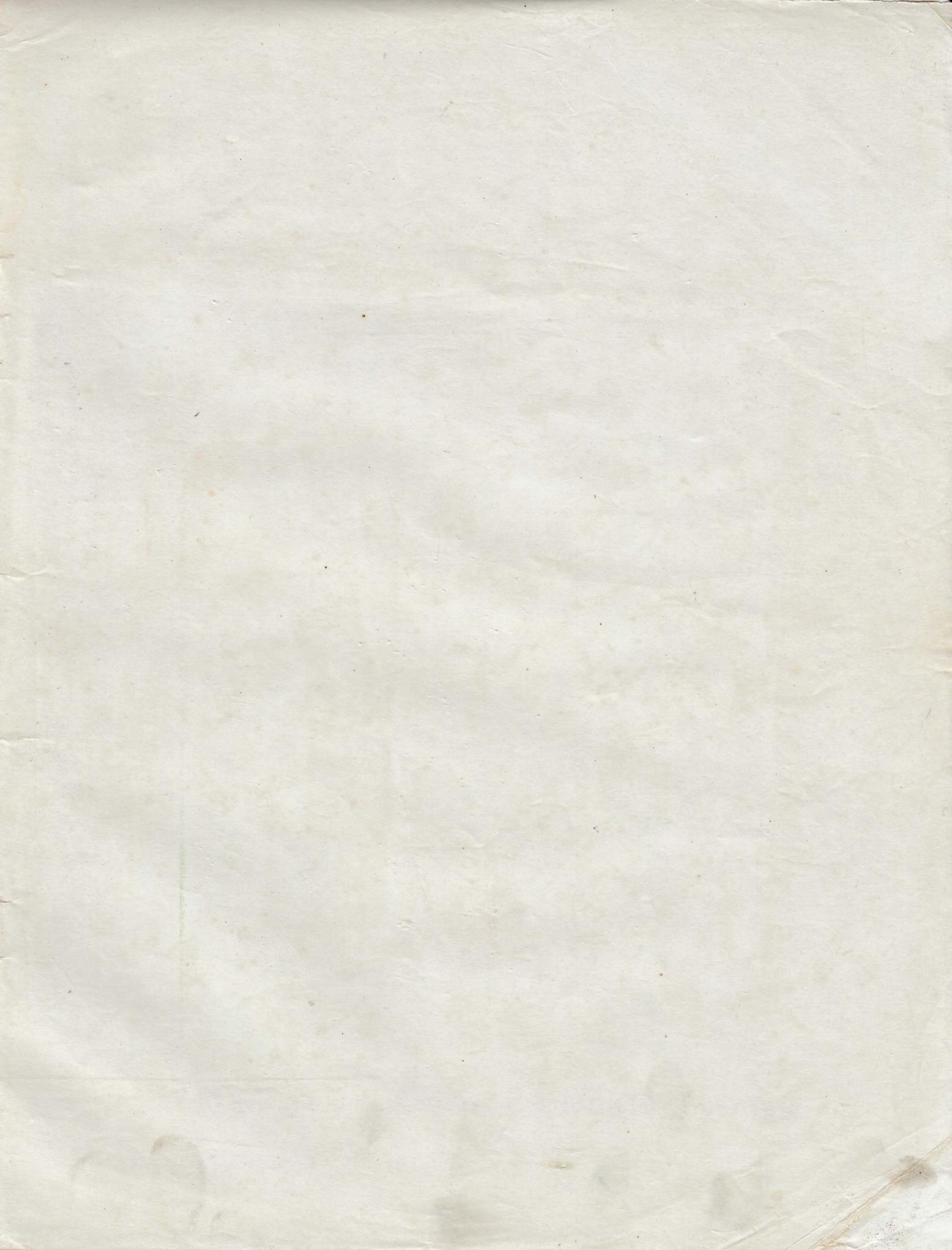
(3) $\underline{49}, \underline{71}, \dots \quad (+4)$

(4)

$(-8+7) \quad (10+9) \quad (30+7) \quad (60+9) \quad (100+7) \quad (150+9)$

$(210+7) \quad (280+9)$

$$\begin{array}{cccccc} 3, & 10, & 29, & 66 & \underline{\underline{127}} & \underline{\underline{118}} \\ \overleftarrow{\overrightarrow{7}} & \overleftarrow{\overrightarrow{19}} & \overleftarrow{\overrightarrow{37}} & \overleftarrow{\overrightarrow{61}} & \overleftarrow{\overrightarrow{91}} & \\ \overline{\overline{12}} & \overline{\overline{18}} & \overline{\overline{24}} & \overline{\overline{36}} & & \end{array}$$



ஆசிரியர் தொலைக் கல்விப் பாடநெறி

Printed by: P & A Printers & Publishers (Pvt) Ltd