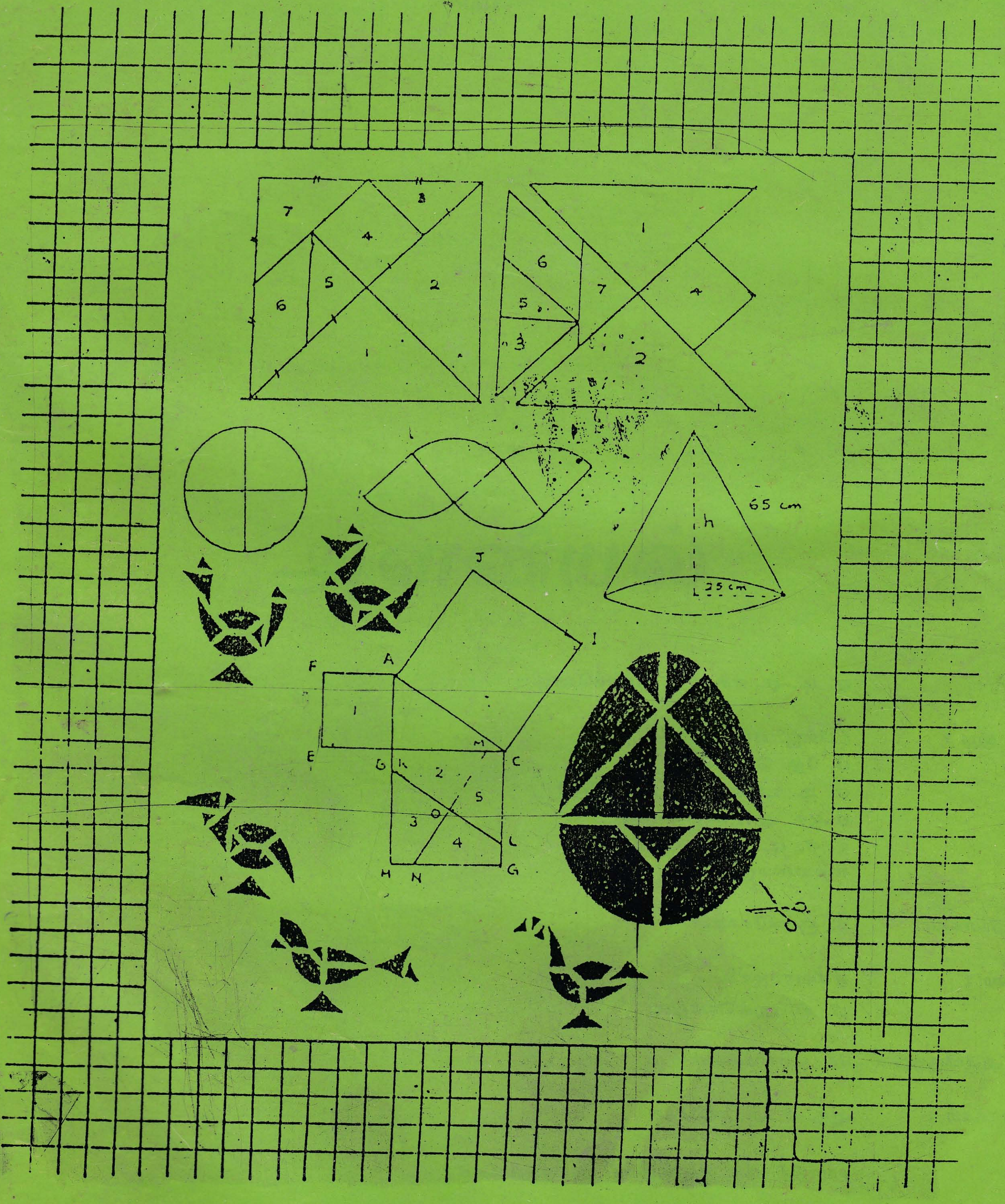
கணித எண்ணக்கரு

அளவியல்



கணித ஆசிரியர் கல்விப் பாடநெறு

எழுத்தாளர் : ஏ. டி. ஏ. எச். எல். ஜெயக்கொடி

நூலாக்கக் குழு : டபிள்யு. எம். பியதாச
பீ. ஜே. ஜெயசேன
ஏ. டி. டபிள்யு.எஸ். மணம்பேரி
ஏ.ஆர். ஆர். பெர்னாந்து
ஈ. ஏ. டி. ஏக்கநாயக்க
எஸ்.எஸ்.சருக்தீன்

தமிழ்மொழியாக்கம்: க. ஞானசேகரன்

தளக்கோலம் : ஏ.சிவராஜா
பி. சி. ஹல்லொலுவ

பாடநெறி அபிவிருத்தி : கே. ஏ. பியதிஸ்ஸ

பாடநெறியாக்கம் : ஆர். பி. ஏ. ஜயசேகர

பணிப்பு : கலாநிதி எஸ். டி. லயனல் அமரகுணசேகர

அளவியல்

தொலைக் கல்வித்துறை
தேசிய கல்வி நிறுவகம்

கணித எண்ணக்கரு 2303
அளவியல் 230313

உள்ளடக்கம் **பக்கம்**

பதிப்பு 1 : 1

0.0 அறிமுகம்

வேடுவர் காலத்தில் மனிதர்கள் தம்மிடமுள்ள விலங்குகளின் எண்ணிக்கையை அறிந்து கொள்ளத் தேவையேற்பட்டதால் எண்ணுவதற்காக எண் பெயர்களையும், அவற்றைக் குறிப்பதற்குக் குறியீடுகளையும் அவர்களாகவே அமைத்துக் கொண்டார்கள் எனக் கருதலாம். முற்காலத்தில் நைல்நதி, காலத்துக்குக் காலம் பெருக்கெடுத்து ஓடுவதன் காரணமாக காணிகளின் அளவுகள் வித்தியாசப்பட்டதால், அரசர்களுக்கு நிலவரி அறவிடுவதில் பிரச்சினை எழுந்தது. இதனால் பிரசைகளுக்கிடையே காணி பகிர்ந்தளிப்பதற்கும், காணிகளின் எல்லைகள் வித்தியாசப்படாதிருப்பதற்கும் யாதேனும் ஒரு வழிமுறை தேவைப்பட்டது. இதன் மூலமாகவே மனிதன் அளவியல் தொடர்பான விடயங்களை அறிவதற்கும் பயன்படுத்துவதற்கும் முற்பட்டான் என ஊகிக்கலாம். கேத்திர கணித எண்ணக்கருக்கள் முன்னேற்றமடைந்ததுடன் கேத்திர கணித வடிவங்களினால் அடைத்த அல்லது அடைக்கமுடியுமான காணி அளவை அறிவதற்கு ஒரு வழிமுறை தேவைப்பட்டது. பலவித உருவங்களையும் பொருட்களையும் தழுவிய அளவுகளையும் அவற்றை அடிப்படையாகக் கொண்டு கணிப்பிடலையும் கொண்ட கற்கை அளவியல் எனப்படும்.

கணிதத்தைக் கற்பிக்கும் ஆசிரியரான நீங்கள் நிபுணத்துவத்துடன் செய்ய வேண்டிய எளிய தள உருக்களினதும் ஒழுங்கான கேத்திர கணிதப் பொருட்களினதும் பலவித அளவீடுகளும், கணித்தல் முறைகளும் தொடர்பான உங்களுக்குத் தேவையான அறிவை இம் மொடியூலின் மூலம் பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

1.0 குறிக்கோள்கள்

இம் மொடியூலைக் கற்பதன் மூலம்

- ★ எளிய தள உருவங்களின் சுற்றளவையும் பரப்பளவையும் தழுவிய அளவைகளையும் கணித்தல்களையும் செய்தல்,
- ★ திண்மப் பொருட்களின் மேற்பரப்பளவுகளையும் கனவளவுகளையும் தழுவிய கணித்தல்,
- ★ அன்றாட வாழ்க்கையில் அளவியலைப் பயன்படுத்தல்,
- ★ செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்களுக்கிடையேயுள்ள தொடர்பை அறிந்து கொள்ளல்,
- ★ அளவியல் தொடர்பாக பைதகரசின் தொடர்பைப் பயன்படுத்தல்.
- ★ அளவியல் எண்ணக்கருவைக் கட்டியெழுப்பும் பொருட்டுத் தேவையான செயற்பாடுகளைத் திட்டமிடல்.
- ★ அளவியலைக் கற்றலில் ஒழுங்கு முறைகள் தொடர்பான விளக்கத்தைப் பெறல்

என்பவற்றில் ஆற்றலைப் பெறுவீர்கள்.

2.0 முற்சோதனை

இம் மொடியூலைக் கற்பதன் பொருட்டு, உங்களுக்கு சர்வதேச அலகுகள், அட்சர கணிதக்கோவைகள், கேத்திர கணித வடிவங்கள் தொடர்பான அறிவு தேவைப்படும். இவை தொடர்பான உங்கள் அறிவை மீளாய்வு செய்வதற்காகப் பின்வரும் முற்சோதனையில் ஈடுபடுக.

1. பொருத்தமான குறியீடுகளைக் கொண்டு இடை வெளிகளை நிரப்புக.

   (i) 1 m = 100 cm

   (ii) 1 km = 1000 m

   (iii) 10000 cm^2 = 1 m^2

   (iv) 1 m^2 = 100 a

   (v) 1 ha = 100 a

   (vi) 1 m^3 = … cm^3

   (vii) 1 l = … ml

   (viii) 1 ml = 1 …

3a+4b+2a+3b

3a+2a+4b+3b

a(3+2)+b(4+3)

2. சுருக்குக. 3a + 4b + 2a + 3b

   5a + 7b.

3. அடைப்பு நீக்குக. 2 (3x + 4)

   6x + 8

4. காரணி காண்க 6ab + 8b

   ~~3ab+2ab+2b+4b~~

5. $a^2 + b^2 = c^2$ ஆயின்

   (i) a = 3, b = 4 ஆகும் போது c யின் பெறுமதி என்ன?

   (ii) a = 5, c = 13 ஆகும் போது b யின் பெறுமதி என்ன?

6. சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்களிடையேயுள்ள தொடர்புகள் யாவை?

7. சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்களிடையேயுள்ள தொடர்புகள் யாவை?

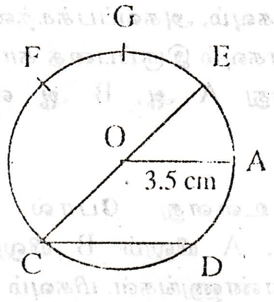
8. சரிவகம், இணைகரமாகாததன் காரணம் யாது?

9. முக்கோணத்தின் பண்புகள் எவை?

10. செங்கோண முக்கோணத்தில் மிகப் பெரிய பக்கம் எது?

11. இருசமபக்க முக்கோணம் என்றால் என்ன?

12. சமபக்க முக்கோணம் என்றால் என்ன?



உரு 1

13. வட்டத்தின் ஆரைச்சிறை என்பது எது?

14. உரு 1 இல் காட்டப்படும் வட்டத்தில்

i. ஆரையைப் பெயரிடுக.

ii. நேர்வரை CD யினால் காட்டப்படுவது வட்டத்தின் எவ்வங்கமாகும்?

iii. வில் CFG இனால் காட்டப்படுவது வட்டத்தின் எந்த அங்கமாகும்?

iv. வட்டத்தின் விட்டத்தைப் பெயரிடுக.

v. வட்டத்தின் விட்டத்தின் நீளம் என்ன?

vi. வட்டத்தின் மையம் எக்குறியீட்டால் பெயரிடப்பட்டுள்ளது?

> உங்கள் விடைகளை இம் மொடியூலின் இறுதியில் உள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிடுக

பகுதி I

3.0 ஒரு பரிமாணம், இரு பரிமாணம், முப்பரிமாணம்

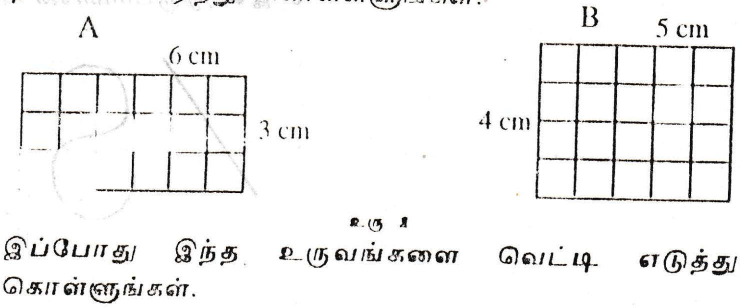
பொருளொன்று இன்னொரு பொருளுடன் ஒப்பிடப்படுவதற்கு அல்லது பொருள் எவ்வளவு பெரியது என அளவிட்டுக் கூறுவதற்கு உங்களுக்கு நேரிட்டிருக்கும். வெட்டப்பட்ட இரு ஈர்க்குத் துண்டுகளுள் எது பெரியது என்ற முடிவுக்கு நீங்கள் வருவது எவ்வாறு?

இரு ஈர்க்குத் துண்டுகளையும் அருகருகே வைத்து எது பெரியது என்பதை நீங்கள் பார்த்து தெரிந்து கொண்டிருப்பீர்கள். இவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களில் நீளத்தை மட்டும் கவனத்தில் எடுத்து பெரியது தீர்மானிக்கப்படுகிறது.

இனி நாம் இன்னொரு சந்தர்ப்பத்தை நோக்குவோம். அதன் பொருட்டு பின்வரும் செயற்பாட்டைச் செய்யவும்.

செயற்பாடு 1

உரு 2 இல் தரப்பட்டுள்ள A, B உருக்களின் அளவுகளின்படி தாளில் வரைந்து கொள்ளுங்கள்.



உரு 2

இப்போது இந்த உருவங்களை வெட்டி எடுத்துக் கொள்ளுங்கள்.

பக்கங்களின் நீளங்களை மட்டும் ஒப்பிட்டு எது பெரியது என்று அறிய முயலுங்கள். இரு உருவங்களையும் ஒன்றின் மேல் ஒன்று வைப்பதன் மூலம் நீளப்பக்கத்தை மட்டும் கவனிப்பதால் A பெரியதாகவும், அகலப்பக்கத்தை மட்டும் கவனிப்பதால் B பெரிய தாகவும் இருப்பதை காண்பீர்கள். இதன்படி மிகவும் பெரியது A ஆ, B ஆ என்பதைத் தீர்மானிப்பது சுலபமல்ல.

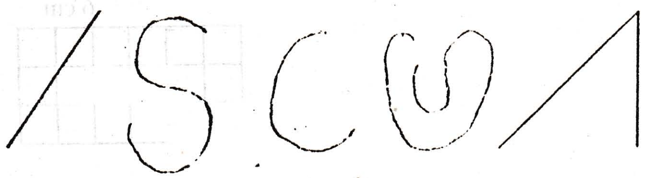
அடுத்து உருவத்தில் உள்ளது போல் சமமான கட்டங்களாகப் பிரியுங்கள். A யிலும் B யிலும் உள்ள கட்டங்களை வெவ்வேறாக எண்ணுங்கள். மிகவும் கூடியளவு கட்டங்கள் உள்ளது A யிலா அல்லது B யிலா?

உருவம் A யிலும் உருவம் B யிலும் உள்ள கட்டங்களின் எண்ணிக்கைகளுக்கும், ஒவ்வொன்றின் விளிம்புகளுக்கும் இடையில் தொடர்பேதும் உண்டா எனப் பார்க்கவும்.

மேலே உள்ள செயற்பாட்டின்படி உருவங்கள் A யினதும் B யினதும் விஸ்தீரணம் (இடத்தின் அளவு) தீர்மானிக்கப்படுவதற்கு இரண்டு நீள அளவுகள் கவனிக்கப்பட வேண்டும்.
ஒரு திசையிலுள்ள நீளம், அதற்குச் செங்குத்துத்திசையிலுள்ள நீளம் ஆகிய இரு நீளங்களுமே கவனிக்கப்பட வேண்டியவையாகும்.
(சாதாரணமாக இவை நீளம், அகலம் என அழைக்கப்படுகின்றன.)

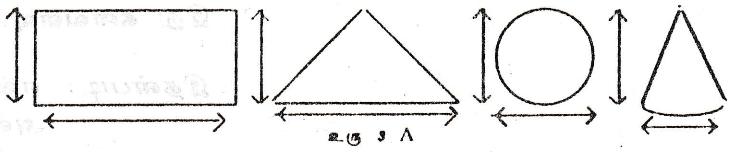
இதுவரை நாம் கலந்துரையாடிய விடயங்களின்படி A, B ஆகிய உருவங்களின் விஸ்தீரணங்களைத் தீர்மானிப்பதற்கு இரண்டு அளவீடுகள் தேவைப்படுகின்றன. அவ்வளவீடுகள் இரண்டும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்துத் திசையில் உள்ள இரு நீள அளவுகள் ஆகும். இவ் அளவீடுகள் பரிமாணம் எனப்படும். விஸ்தீரணத்தைத் தீர்மானிப்பதற்கு இரு பரிமாணமும் கவனிக்கப்பட வேண்டிய உருவங்கள் இருபரிமாண உருவங்கள் எனப்படும்.

நாம் முன்னர் ஆராய்ந்து பார்த்த ஈர்க்கில் இரண்டினை ஒப்பிடும் சந்தர்ப்பத்தில் கூடிய நீளத்தைத் தீர்மானிப்பதற்கு தேவைப்பட்டது ஒரேயொரு நீளப்பரிமாணம் ஆகும். இவை ஒரு பரிமாணப் பொருட்களாகும். பின்வரும் உரு 3 இல் ஒருபரிமாண உருவங்கள் சில உள்ளன.



உரு 3.

விஸ்தீரணம் தொடர்பாகத் தீர்மானிப்பதற்கு இரு பரிமாணங்கள் தேவைப்படும் இருபரிமாண உருவங்களை நாம் அறிவோம். இருபரிமாண உருவங்கள் சில உரு 3A யில் காட்டப்பட்டுள்ளன.


உரு 3 A

இரு பரிமாண உருவங்களுக்கு இரு பரிமாணங்கள் உள்ளன என்பதை நாம் அறிவோம். இவ்விரு பரிமாணங்களும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருப்பதையும் நாம் அறிவோம். செவ்வகத்தில் இவ்விரு பரிமாணங்களையும் இலகுவாக இருக்கும் பொருட்டு நீளம், அகலம் என அழைக்கிறோம். எனினும் இவ்விரு பரிமாணங்களும் நீளம் தொடர்பானது என்பதை மறக்கக் கூடாது. இருபரிமாணப் பொருட்களுக்கு நீளமும் அகலமும் உண்டு. ஆனால் உயரம் இல்லை. யாதேனும் ஒரு பொருளின் மேற்பரப்பிற்கு இரு பரிமாணம் உண்டு. எனினும் பொருளின் பருமனைத் தீர்மானிப்பதற்கு பரிமாணம் இரண்டு மட்டும் போதாது. மூன்றாவது பரிமாணமான உயரம் தேவைப்படும். அவ்வாறான பொருட்கள் முப்பரிமாணப் பொருட்கள் என அழைக்கப்படும்.

எல்லாப் பொருட்களும் முப்பரிமாணமுள்ளவையாகும்.

தீப்பெட்டி போன்ற எளிய உதாரணத்தை எடுப்போம். அதற்கு நீளம், அகலம், உயரம் ஆகியன உள்ளன. இம் மூன்று பரிமாணங்களும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான திசையில் உள்ளன. வடிவங்களை வகைக்குறிக்க கோடுகள் உதவும். ஒரு தளத்தில் கோடுகளைக் கொண்டு வகைக்குறிக்கும் வடிவங்கள் அல்லது தள உருவங்கள் இரு வகைப்படும் என்பதை அறிவீர்கள். அவையாவன திறந்த உருக்களும் அடைத்த உருக்களும் ஆகும். திறந்த உருக்கள் தளமொன்றை இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்க மாட்டாது. ஆகையால் அதன் அளவீடுகள் கணக்கிடப்பட முடியாது. அடைத்த உருவமாயின், தளத்தை இருபகுதிகளாகப் பிரித்திருப்பதால் அதன் அளவீடுகளைக் கணிக்கலாம். அடைத்த உருவத்தின் முழு நீளம் அதன் சுற்றளவாகும். மூடிய உருவத்தினுள் அடங்கும் அல்லது அடங்கக் கூடிய அல்லது மேற்பரப்பின் அளவு இன்னுமொரு அளவீடாகும். அது பரப்பளவு எனப்படும்.

எல்லா திண்ம உருக்களுக்கும் மேற்பரப்பு ஒன்று அல்லது மேற்பரப்புகள் சில இருக்கும். எனவே திண்ம உருவின் மேற்பரப்பிற்கு பரப்பளவு உண்டு. எல்லா திண்ம உருக்களும் வெளியில் இடத்தை எடுத்துக் கொள்ளும். இது கனவளவு என அழைக்கப்படும்.

இதன்படி : எல்லா திண்மப் பொருட்களுக்கும் நீளம் அல்லது அகலம் அல்லது உயரம் உண்டு. அவ்வாறான நீளம் அல்லது அகலம் அல்லது உயரம் என்பன ஒரு பரிமாணம் ஆகும்.

: எல்லா திண்மப் பொருட்களுக்கும் மேற்பரப்பளவு உண்டு. அது இருபரிமாணமாகும்.

: எல்லாத் திண்மப் பொருட்களுக்கும் கனவளவு உண்டு. அது முப்பரிமாணமாகும்.

கோப்பை, போத்தல் போன்ற பொருளை எடுத்துக் கொள்வோம். இப்பொருளினுள் ஏதேனும் அளவை உள்ளடக்கலாம். இது இன்னுமொரு அளவீடாகும். யாதேனும் பொருளினுள் அடங்கக் கூடிய கனவளவு அந்தப் பொருளின் கொள்ளளவு எனப்படும்.

ஆரம்ப இடைநிலைப் பாடசாலைப் பருவங்களில் நாம் எளிய கேத்திர கணித உருவங்களையும், எளிய செவ்வையான திண்மப் பொருட்களையும் அளவிடும் கணிதச் செய்கைகளை மட்டுமே கவனிக்கிறோம். இதுவரை நீங்கள் அளவிடுதல் தொடர்பாகப் போதுமானவற்றைக் கற்றுவிட்டீர்கள். நீங்கள் கற்ற விடயங்கள் சரியானவையா என நீங்களாகவே அறிந்து கொள்ளும் பொருட்டு இந்தச் செவ்வைபார்த்தலைத் தருகிறோம். அதற்கு விடையளிக்கவும்.

செவ்வை பார்த்தல் 1

தேவையற்ற சொற்களை வெட்டி விடவும்.

1. இருபரிமாணப் பொருட்களின்பரிமாணங்கள் எப்போதும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக/ செங்குத்தில்லாமல் இருக்கும்.

2. முப்பரிமாணப் பொருட்களின் பரிமாணங்கள் எப்போதும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக/ செங்குத்தில்லாமல் இருக்கும்.

3. காணப்படும் எல்லாப் பொருட்களும் முப்பரிமாணமானவை/ இருபரிமாணமானவை/ ஒரு பரிமாணமானவை.

4. அடைத்த உருவத்தின் அளவீடுகள் ஒரு பரிமாணமானவை/இருபரிமாணமானவை/முப்பரிமாணமானவை

5. அடைத்த உருவத்தின் அளவீடுகள் கணிக்கப்பட முடியும்/முடியாது.

6. திறந்த உருக்களுக்கும் பரப்பளவுகள் உண்டு/இல்லை.

7. சகல பொருட்களும் வெளியில் இடத்தைப் பிடித்துக் கொள்ளும்/கொள்ளாது.

8. சகல பொருட்களுக்கும் கொள்ளளவு உண்டு/இல்லை

9. நீர் நிரப்பிய போத்தலுக்குக் கனவளவு உண்டு/இல்லை கொள்ளளவு உண்டு/இல்லை

10. கடதாசித்தாள் ஒரு திண்மப் பொருள்/திண்மப் பொருளல்ல.

உங்கள் விடைகளை இம் மொடியூலின் இறுதியில் உள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கவும்.

பகுதி II

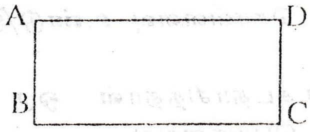
நாம் முன்னைய பகுதியில் ஒருபரிமாண, இருபரிமாண, முப்பரிமாண சந்தர்ப்பங்கள் தொடர்பாகக் கற்றோம். இப் பகுதியில் அவை தொடர்பான பருமன்கள் பற்றிக் கற்போம்.

4.0 எளிய தளவுருவங்களின் அளவியல்

நேர்வரையொன்று அதன் ஆரம்ப அமைவுக்குச் சமாந்தரமாக நேர்கோட்டின் வழியே அசையும் போது உண்டாகும் மேற்பரப்பு தளம் என அழைக்கப்படும். மேசை யொன்றின் மேற்பகுதி ஒரு தளமாகும். இங்கு எல்லாத் தளங்களும் தட்டையான தளங்கள் என அழைக்கப்படும். கனவுருவின் அல்லது சதுரமுகியின் அல்லது கூம்பகத்தின் மேற்பரப்புக்கள் தள மேற்பரப்புக்கள் ஆகும். எனினும் போத்தல் போன்ற பொருட்களின் மேற்பரப்பு தளமேற்பரப்பல்ல. அவ்வாறான மேற்பரப்பு வளை மேற்பரப்பாகும். உருளையில் தளமேற்பரப்பும் வளைமேற்பரப்பும் உண்டு. அதிலுள்ள இரு வட்ட மேற்பரப்பும் தள மேற்பரப்புகளாகும். மற்ற மேற்பரப்பு வளை மேற்பரப்பாகும். இந்தப் பகுதியில் நீங்கள் தளமொன்றிலுள்ள உருவங்களின் அளவீடுகள் தொடர்பாகக் கற்கக் கூடியதாக இருக்கும்.

4.1 செவ்வகமொன்றின் சுற்றளவு

யாதேனும் அடைத்த உருவத்தின் விளிம்பு வழியே நூலொன்றை வைத்து அதன் முழு நீளத்தையும் அளந்து அவ்வுருவத்தின் சுற்றளவை அளந்து கொள்ளலாம். மேற்கூறிய முறைப்படி எந்தவொரு எளிய உருவத்தினதும் சுற்றளவை அறிந்து கொள்ளலாம். நேர் கோட்டுத் துண்டமொன்றால் அமைக்கப்படும் தள உருவங்கள் நேர்கோட்டுருவங்கள் எனப்படும். நேர்கோட்டுருவங்களின் சுற்றளவை அறிவதற்கு விசேட முறை உண்டு. முதலில் நாம் செவ்வகம் ஒன்றின் சுற்றளவைக் கணிக்கும் முறை பற்றி ஆராய்வோம்.



உரு 4

உரு 4இல் காட்டப்பட்டுள்ள செவ்வகம் ABCD யின் சுற்றளவானது, உச்சி A யிலிருந்து புறப்படும் ஒருவன் B, C, D க் கூடாகச் சென்று மீண்டும் A ஐ அடைய எடுத்த முழுத் தூரமாகும். இது ஒரு பரிமாணமாகும். செவ்வகத்தின் பருமனைக் கவனிப்பதற்கு இரு பரிமாணம் தேவை என முன்னர் குறிப்பிட்டிருந்தோம். நீளம், அகலம் என்பன அவ்விரு பரிமாணங்கள் எனவும் குறிப்பிட்டிருந்தோம். சாதாரண வழக்கப்படி நீளம் கூடியது நீளம் எனவும், நீளம் குறைந்தது அகலம் எனவும் அழைக்கப்படுகிறது.

உரு 4 இலுள்ள ABCD என்னும் செவ்வகத்தின் சுற்றளவைக் கணிப்பதன் பொருட்டு பின்வரும் செயற்பாட்டைச் செய்யவும்.

செயற்பாடு 2

செவ்வகம் ABCD யின் பக்கங்கள் எவை?

நீளத்தைக் குறிக்கும் பக்கங்கள் எவை?

அகலத்தைக் குறிக்கும் பக்கங்கள் எவை?

செவ்வகம் ABCD யின் சுற்றளவை அறிவதற்கு பக்கங்களின் நீளங்களைத் தொடர்புபடுத்த வேண்டுமா?

AB யின் நீளம் 10 அலகுகளாகவும், BC யின் நீளம் 6 அலகுகளாகவும் இருப்பின் சுற்றளவு எவ்வளவு?

நீளம் x அலகுகளாகவும், அகலம் y அலகுகளாகவும் இருப்பின் சுற்றளவு எவ்வளவு?

மேலே நீங்கள் செய்த செயற்பாட்டின் படி பின்வரும் கூற்றுக்களிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

செவ்வகத்தின் சுற்றளவு

= நீளம் + அகலம் + ... + ...

= 2 நீளம் + 2 ....

= 2 (...... + ...)

செவ்வகத்தின் சுற்றளவு p அலகுகளாகவும், நீளம் l அலகுகளாகவும், அகலம் b அலகுகளாகவும் இருப்பின்

$$p = l + b + l + b$$

$$p = 2l + 2b$$

$$\boxed{p = 2(l + b)}$$

- செவ்வகத்தின் நீளத்தினதும் அகலத்தினதும் கூட்டுத் தொகையின் இருமடங்கு, செவ்வகத்தின் சுற்றளவாகும்.

பரிமாணங்கள் சமமாக உள்ள செவ்வகம் சதுரமாகும். இதன்படி சதுரத்தின் சுற்றளவை அறியும் பொருட்டு செவ்வகத்தின் சுற்றளவு அறியக்கூடிய சூத்திரத்தை பின்வருமாறு அமைத்துக் கொள்ளலாம்.

நீளம் = அகலம்

ஆகவே $l = b$

சுற்றளவு = 2 (நீளம் + அகலம்)	$p = 2(l + b)$
சுற்றளவு = 2 (நீளம் + நீளம்)	$p = 2(l + l)$
சுற்றளவு = 2 (நீளம்)	$p = 2(2l)$
சுற்றளவு = 4 (நீளம்)	$p = 4l$

- சதுரத்தின் சுற்றளவானது அதன் ஒருபக்க நீளத்தின் நான்கு மடங்காகும்.

எனின் $\boxed{p = 4l}$ ஆகும்

4.2 எளிய தள உருவங்களின் பரப்பளவு

எளிய தள உருவங்களின் சுற்றளவு பற்றிய விளக்கத்தைப் பெற்ற நாம் இனி அவற்றின் பரப்பளவு பற்றி ஆலோசிப்போம். அடைத்த தள உருவத்தினுள் அடைக்கப்பட்ட இடத்தின் விஸ்தீரணமே பரப்பளவு எனப்படும். பரப்பளவு அளக்கப்படும் அலகுகள் தொடர்பான விளக்கங்களை நீங்கள் 230312 இலக்க மொடியூலைக் ற்றதனால் பெற்றிருப்பீர்கள்.

ஆதிகால மனிதன் பரப்பளவு அளப்பது தொடர்பாக எதேச்சையான அலகுகளைப் பயன்படுத்தினான். அவ்வாறான அலகுகளை நாமும் பயன்படுத்துவோம். ஆரம்பவகுப்புகளில் மாணவர்களுக்கு பரப்பளவு என்னும் எண்ணக்கருவை முன்வைப்பதற்கு நாம் பயன்படுத்துவது எதேச்சையான அலகுகளே.

யாதேனும் ஒரு உருவத்தின் பருமன் இன்னொரு உருவத்தின் பருமனின் எத்தனை மடங்கு என அறிவதில் பிள்ளையை ஈடுபடுத்துவோம். இவ்வாறுதான் அக்கால மனிதன் உத்தேசமான ஒரு முறையில் ஒரு பொருளின் பருமன் இன்னொரு பொருளின் பருமனிலும் எத்தனை மடங்கு என அறிவதற்கு முயன்றிருப்பான். இப்படி அவர்கள் பயன்படுத்திய அலகுகள் ஒவ்வொருவருக்குமிடையே வேறுபட்டிருக்கும். எப்படியிருப்பினும் எதேச்சையாக சதுர உருவொன்றின் அலகு மேற்பரப்பின் பருமனை அளவீட்டுக்காகப் பயன்படுத்தியிருப்பான் என் ஊகிக்க இடமுண்டு.

மேற்பரப்பின் பருமன் தொடர்பான கருத்தைக் கட்டியெழுப்புவது ஆண்டு 3 இல் நடைபெறுகிறது. யாதேனும் பொருளொன்றின் நீளம், அகலம், சுற்றளவு, பரப்பளவு என்னும் அளவீடு தொடர்பாகவும் அவற்றுக்கிடையேயுள்ள பிணைப்புகள் தொடர்பாகவும் சிறுபிள்ளைக்கு விளக்கமளிப்பது சிரமமாயினும் யாதேனும் பொருளொன்றின் பருமன் தொடர்பான விளக்கத்தை யளிப்பது அவ்வளவு சிரமமல்ல. மாதிரி உரு அமைத்தல், படம் வரைதல், தாள் ஒட்டுதல், பாய் விரித்தல், தானியங்களைப் பரவுதல் போன்ற செயற்பாடுகளை இதன் பொருட்டுப் பயன்படுத்தலாம்.

பரப்பளவு, இருபரிமாண அளவீடு என்பதையும், முப்பரிமாண பொருளொன்றின் ஒரு தளத்தின் பருமன் என்பதையும் உணர்ந்து கொள்ள வேண்டும். இவ்வாறான செயற்பாடொன்றை நீங்களும் செய்து பாருங்கள். இதன் பொருட்டு பின்வரும் பொருட்களைப் பெற்றுக் கொள்ளுங்கள்.

தேவையான பொருட்கள்

மரத்துண்டு, தீப்பெட்டி, சிகரட் பெட்டி, புத்தகம், கடித உறை, வாழ்த்துமடல், தபால் அட்டை போன்ற பொருட்கள் சில.

செயற்பாடு 3

மேலேயுள்ள பொருட்களை மேசையின்/வாங்கின்/கதிரையின் மேற்பகுதியை மூடுவதற்கு ஒவ்வொன்றிலும் எவ்வளவு தேவையாயிருக்கிறது எனப் பாருங்கள். எண்ணிக்கைகளை இந்த அட்டவணையில் குறியுங்கள்.

	மரத்துண்டு	தீப்பெட்டி		
மேசையின் மீது				
கதிரையின் மீது				
வாங்கின் மீது				

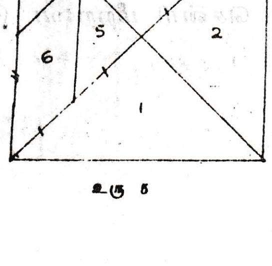
இவ்வாறு பொருட்களைப் பயன்படுத்தி பருமனை அறியும் போது அலகுகளின் எண்ணிக்கை பூரணமற்றதாக இருக்க இடமுண்டு. இப்படியான சந்தர்ப்பங்களில் அரைவாசி, சிறிதளவு என்றவாறு மிகுதிப் பகுதியை நிரப்பி விடலாம். இதனூடு உப அலகுகளின் தேவைப்பாடு தோன்றுவதற்கு வாய்ப்பளிக்கப்படுகிறது.

ஏதேனும் சந்தர்ப்பத்தில் தளத்தைப் பூரணமாக மூடுவதற்குப் போதுமான அலகுகள் இல்லாவிடின் அலகைச் சுற்றி அடையாளமிடுவதன் மூலம் முழுவதையும் மூடுவதற்கு இடப்பட வேண்டிய அடையாளங்களின் எண்ணிக்கையை அறிய வேண்டும். எனினும் ஆரம்ப சந்தர்ப்பத்தில் போதுமான அலகுகளைப் பெற்றுக் கொள்ளுதல் வசதி யானதாகும்.

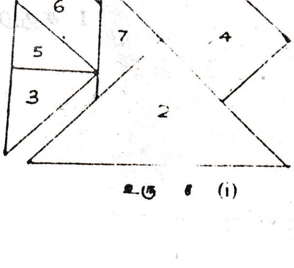
சமச்சீர் உருவங்களைக் கையாண்டு செய்யப்படும் செயற்பாடுகளில் பரப்பளவு தொடர்பான எண்ணக்கரு தோன்றும். வடிவங்கள் வெட்டுவதற்காகத் தாள்கள் விநியோகிக்கப்படுமிடத்து அத்தாள்களில் மிகக் கூடிய எண்ணிக்கையுடைய உருவங்களைப் பெறக்கூடியதாக இருப்பது எப்படி?..... போன்ற விடயங்கள் பற்றியும் கவனிக்க வேண்டும். பலவித உருவங்கள் தொடர்பான விளையாட்டுக்கள் உள. சீனக் கலாச்சார விளையாட்டான 'ரன்கிறாம்' இதற்கு மிகப் பொருத்தமான உதாரணமாகும். யாதேனும் உருவத்தைச் சிறிய வடிவில் செய்து அவ்வடிவமைப்பை பலவிதங்களில் வைப்பதனால் நானாவித உருவங்களைப் பெற்றுக் கொள்ளலாம். அவர்கள் இவ்வாறு அமைத்த உருவங்கள் சீன ரன்கிறாம் என அழைக்கப்படும். நீங்களும் அவ்வாறான செயற்பா டொன்றை செய்யவும்.

செயற்பாடு 4

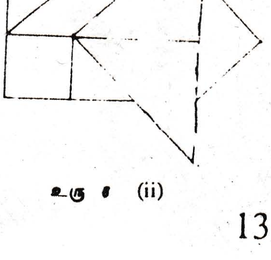
உங்களுக்கு விருப்பமான அளவுடைய சதுரமொன்று வரைந்து கொள்ளுங்கள். உரு 5 இல் காட்டப்பட்டது போல் 7 பகுதிகளாகப் பிரித்துக் கொள்ளுங்கள். அப்பகுதிகளை வெவ்வேறு விதங்களில் வைத்துப் பொருத்தி பலவித வடிவங்களைப் பெற்றுக் கொள்ளுங்கள். அவ்வாறு பெறக்கூடிய இருவடிவங்கள் உரு 6 இல் காட்டப் பட்டுள்ளது.



உரு 5



உரு 6 (i)



உரு 6 (ii)

முடியுமானால் மேலும் இதைப் போன்ற உருவங்களை அமையுங்கள். நீங்கள் பெற்ற உருவங்களினதும், முதலில் உள்ள சதுரங்களினதும் பரப்பளவுகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பு யாது? இவ்வாறான உருவத் தொகுதிகளின் பரப்பளவு மாறிலியாக இருக்கும் என்பதை பிள்ளைகளின் கவனத்திற்குக் கொண்டு வரவும்.

சீன ரன்கிறாம் அமைப்பை விளையாட்டாக ஏற்படுத்தலாம். இவ்வாறு சதுரங்களை அல்லது செவ்வகங்களை பல்வேறு வடிவங்களில் பிரித்தெடுத்து மீண்டும் சில உருவங்களைப் பெற்றுக் கொள்ளக் கூடியவாறு அமைத்துக் கொள்ளலாம். கணிதத்தைப் பிள்ளைகளிடையே பெருவிருப்புக்குரிய விடயமாக மாற்றுவதற்கு இதுபோன்றவை பயனுள்ளதாக அமையலாம்.

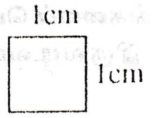
முட்டை வடிவமுள்ள உருவத்திலிருந்து பெறக்கூடிய சில பறவைகளின் உருக்கள் இம் மொடியூலின் இறுதியில் நீங்கள் பயன்படுத்துவதற்காகத் தரப்பட்டுள்ளது.

உத்தேச எதேச்சையான அலகுகளின் மாறுந்தன்மை தொடர்பான விளக்கத்தை நீங்கள் பெற்றிருக்கிறீர்கள். நியம அலகின் தேவையை இப்போது நீங்கள் உணர்ந் திருப்பீர்கள். எனவே பரப்பளவை அளப்பதற்குரிய நியம அலகையும், அதைப் பயன்படுத்தும் முறைபற்றியும் இனி அவதானிப்போம்.

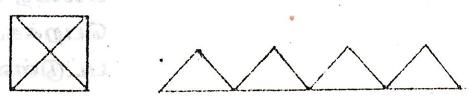
அளவிடை அலகுகள் முன்னேற்றமடைந்ததுடனே பரப்ப ளவை அளக்கும் அலகுகளும் உருவாகின.

அவ்வாறான இரு அலகுகள் தான் சதுர சென்ரி மீற்றரும் சதுர மீற்றரும் ஆகும்.

ஒரு பக்க நீளம் ஒரு சென்ரிமீற்றர் ஆகவுள்ள சதுரத்தினால் உள்ளடக்கப்பட்ட பரப்பளவு ஒரு சதுர சென்ரி மீற்றராகும் எனக் கருதப்படுகிறது. உரு 7 இல் 1 சதுர சென்ரி மீற்றர் காட்டப்பட்டுள்ளது.



உரு 7



உரு 7 A

1 சதுர சென்ரி மீற்றரை இவ்வாறும் காட்டலாம்

4.3 செவ்வகமொன்றின் பரப்பளவு

செவ்வகமொன்றின் பரப்பளவை அறிவது தொடர்பான விளக்கத்தைப் பெறும் பொருட்டு பின்வரும் செயற்பாட்டைச் செய்யவும்.

செயற்பாடு 5

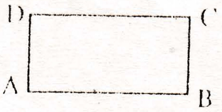
5 சென்ரி மீற்றர் நீளமும் 3 சென்ரி மீற்றர் அகலமுமுள்ள செவ்வகமொன்றின் பரப்பளவு எவ்வளவு என்பதைக் கணிப்போம். உரு 8 இலுள்ளதன்படி பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்குக.

1. தரப்பட்ட செவ்வகத்தின் நீளமும் அகலமும் எந்த அலகில் உள்ளன?

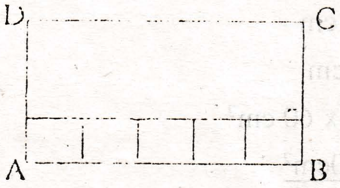
2. இதன்படி பரப்பளவு அளக்க வேண்டியது எந்த அலகில்?

   (மேலேயுள்ள அலகுக்குச் சமனான 25 கடதாசித் துண்டுகள் பெற்றுக் கொள்ளவும்)

3. செவ்வகத்தின் நீளப் பக்கமாக (AB) அவ்வாறான எத்தனை துண்டுகள் (அலகுகள்) வைக்கலாம்? உரு ஐப் பார்க்கவும்.

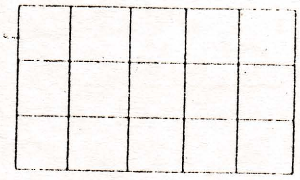


உரு 8



உரு 9

4. அவ்வாறான எத்தனை நிரைகளைச் செவ்வகத்தினுள் வைக்கலாம்? (உரு 10ஐப் பார்க்கவும்)



உரு 10

5. செவ்வகத்தினுள் ஒரு சதுர சென்ரி மீற்றருடைய எத்தனை சதுரங்களை வைக்கலாம்?

ஒரு நிரைக்கு 1 சதுர சென்ரி மீற்றர் சதுரங்கள் 5 வீதம் மூன்று நிரைக்கும் செவ்வகத்தினுள் அடங்கக் கூடியதாக இருப்பதால் அது 15 சதுர சென்ரி மீற்றரை உள்ளடக்குகிறது.

நீள அலகினதும், அகல அலகினதும் பெருக்கமும் 15 ஆகும். $5 \times 3 = 15$

இதன்படி செவ்வகமொன்றின் பரப்பளவை அறிவதற்கான சூத்திரமொன்றை அமைத்துக்கொள்ளலாம்.

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளப்பக்கமாக அலகுகளின் எண்ணிக்கை X அகலப்பக்கமாக அலகுகளின் எண்ணிக்கை.

இதை நாம் சூத்திரமாகப் பயன்படுத்தலாம்.

நீள அலகை l ஆகவும், அகல அலகை b ஆகவும் உள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பளவு A சதுர அலகு ஆயின்

$A = l \times b$ ஆகும்.

அதாவது $\boxed{A = lb}$ ஆகும்.

பரப்பளவு கணிக்கப்படுவதற்கு நீளம் ஒரே அலகிலேயே அளக்கப்பட வேண்டும். அப்போது பரப்பளவு அந்த அலகின் சதுர அலகில் குறிக்கப்படும்.

உதாரணம் 1

நீளம் 1 m 20cm ஆகவும் அகலம் 60 cm ஆகவும் உள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பளவை அறிக.

அங்கு நீளம் இரு அலகுகளில் தரப்பட்டுள்ளன. அதாவது மீற்றரும் சென்ரி மீற்றருமாகும். அகலம் சென்ரி மீற்றரில் தரப்பட்டுள்ளது. எனவே நீளத்தையும் சென்ரி மீற்றரில் கொடுப்பது மிகவும் பொருத்தமாகும்.

நீளம் $= 1\text{m } 20 \text{ cm}$

$= 120 \text{ cm}$

அகலம் $= 60 \text{ cm}$

பரப்பளவு $= 120 \times 60 \text{ cm}^2$

$= \underline{\underline{7200\text{cm}^2}}$

நீளத்தையும் அகலத்தையும் மீற்றரில் மாற்றியும் இப் பிரசினத்தைத் தீர்த்துக் கொள்ளலாம்.

நீளம் $= 1\text{m } 20 \text{ cm}$

$= 1.2 \text{ m}$

அகலம் $= 60 \text{ cm}$

$= 0.6 \text{ m}$

பரப்பளவு $= 1.2 \times 0.6 \text{ m}^2$

$= \underline{\underline{0.72 \text{ m}^2}}$

பக்கங்கள் சமமாகவுள்ள செவ்வகம் சதுரமாகையால் செவ்வகத்தின் பரப்பள்வு துணியும் முறையிலேயே சதுரத்தின் பரப்பளவையும் அறியலாம்.

சதுரத்தின் நீளம் = அகலம்

$l = b$

ஆகவே $A = l \times l$

$\boxed{A = l^2}$

சதுரத்தின் பக்கமொன்றின் நீளத்தை அறிவதன் பொருட்டுப் பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தலாம்.

$A = l^2$ ஆகையால்

$l = \sqrt{A}$ ஆகும்

உதாரணம் 2

சதுர வடிவிலமைந்த இடமொன்றின் பரப்பளவு $225\ m^2$ ஆகும் இடத்தின் சுற்றளவு எவ்வளவு?

பரப்பளவு $= 225\ m^2$

$A = l^2$

$l = \sqrt{A}$

$l = \sqrt{225\ m^2} = \underline{\underline{15m}}$

சுற்றளவு $p = 4l$

" $p = 4 \times 15m$

$p = \underline{\underline{60m}}$

சுட்டிகளைப் பயன்படுத்தியும் இவ்வாறான பயிற்சிகளை இலகுவாகச் செய்யலாம்.

$A = l^2$

$225 = l^2$

$l^2 = 15^2$

$l = 15m$

$p = 4l$

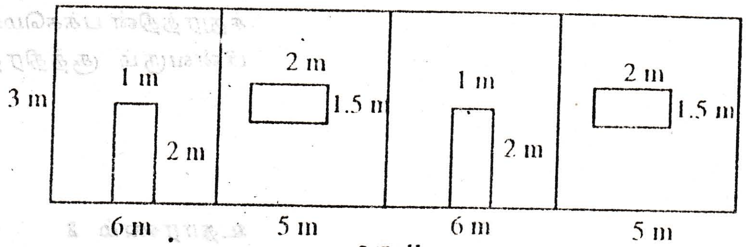
$\therefore p = 4 \times 15m$

$= \underline{\underline{60m}}$

தள உருவத்தினால் காட்டப்படக் கூடிய செவ்வக இடத்தின் பரப்பளவைக் கணித்த நாம் அறையொன்றின் சுவர்களின் பரப்பளவை அறியும் முறை பற்றி ஆலோசிப்போம்.

உதாரணம் 3

6m நீளமும் 5m அகலமும் உடைய அறையொன்றின் சுவரின் உயரம் 3m ஆகும். இவ்வறையில் $2m \times 1m$ அளவுடைய கதவுகள் 2 உம் $1.5m \times 2m$ அளவுடைய பெரிய யன்னல்கள் இரண்டும் உள்ளன. அறையின் உட்பகுதிக்கு மை பூசுவதற்கு சதுர மீற்றருக்கான செலவு 25 ரூபா ஆயின் முழுச் செலவையும் கணிக்கவும்.
(நான்கு சுவர்களையும் ஒரே நிரையில் வைத்தால் அவை இருக்கும் முறையைக் காட்டும் உரு 11 ஐப் பார்க்கவும்.)



உரு 11

அறையில் நீளப்பக்கச் சுவர்கள் இரண்டும் அகலப்பக்கச் சுவர்கள் இரண்டும் உள்ளன. அவ்வாறே இரண்டு கதவுகளும் இரண்டு யன்னல்களும் உள்ளன. சுவர்களுக்கு மட்டுமே மை பூசுவதனால் முழுச் சுவர்களின் பரப்பளவிலிருந்து கதவுகளினதும், யன்னல்களினதும் பரப்பளவுகளைக் கழித்துவிட வேண்டும்.

முறை 1

நீளப்பக்க சுவரொன்றின் பரப்பளவு $= 6 \times 3 \text{ m}^2$

நீளப்பக்க சுவர்கள் இரண்டின் பரப்பளவு $= 2(6 \times 3) \text{ m}^2$

நீளப்பக்க சுவர்கள் இரண்டின் பரப்பளவு $= 36 \text{ m}^2$

அகலப்பக்க சுவரொன்றின் பரப்பளவு $= 5 \times 3 \text{ m}^2$

அகலப்பக்க சுவர்கள் இரண்டின் பரப்பளவு

$= 2(5 \times 3) \text{ m}^2$

அகலப்பக்க சுவர்கள் இரண்டின் பரப்பளவு

$= 30 \text{ m}^2$

சுவர்களின் மொத்தப் பரப்பளவு $= 36 + 30 \text{ m}^2$

$= 66 \text{ m}^2$

கதவுகள் இரண்டின் பரப்பளவு $= 2(1 \times 2) \text{m}^2$

$= 4 \text{ m}^2$

யன்னல்கள் இரண்டின் பரப்பளவு $= 2(1.5 \times 2) \text{m}^2$

$= 6 \text{ m}^2$

கதவுகளினதும் யன்னல்களினதும் பரப்பளவு

$= 4\text{m}^2 + 6\text{m}^2$

$= 10 \text{ m}^2$

கதவுகள் யன்னல்கள் தவிர்ந்த சுவரின்
எஞ்சிய பகுதியின் பரப்பளவு $= 66\text{m}^2 - 10\text{m}^2$

$= 56 \text{ m}^2$

மைபூசுவதற்கான செலவு $= 56 \times 25$ ரூபா

$= 1400$ ரூபா

முறை 11

அறையின் சுற்றளவு $= 6\text{m} + 5\text{m} + 6\text{m} + 5\text{m} = 22 \text{ m}$

சுவரின் உயரம் $= 3 \text{ m}$

சுவர்களின் பரப்பளவு $= 22 \times 3 \text{ m}^2 = 66 \text{ m}^2$

இரு கதவுகளினதும்
பரப்பளவு $= 2(1 \times 2) \text{ m}^2$

$= 4\text{m}^2$

இரு யன்னல்களினதும்
பரப்பளவு $= 2\,(1.5 \times 2)\ m^2$

கதவு யன்னல்களின்
பரப்பளவு $= (4 + 6)\ m^2$
$= 10\ m^2$

கதவு யன்னல் தவிர
சுவரின் பரப்பளவு $= (66\ m^2 - 10\ m^2) = 56\ m^2$

மைபூசுவதற்கான செலவு $= 56 \times 25$ ரூபா
$= 1400$ ரூபா

நீங்கள் பெற்ற அறிவைப் பதித்துக் கொள்வதன் பொருட்டு பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்யவும்.

பயிற்சி 1

(1) செவ்வக வடிவிலமைந்த மலர்ப்பாத்தியொன்றின் நீள அகலம் முறையே 6m உம் 5m உம் ஆகும். இதன் சுற்றளவையும் பரப்பளவையும் கணிக்க.

(2) 8m நீளத்தைக் கொண்ட சதுரத்தின் சுற்றளவையும் பரப்பளவையும் கணிக்க.

(3) 12 cm x 8 cm செவ்வகத்தின் சுற்றளவையும் பரப்பளவையும் கணிக்க.

(4) செவ்வக உருவிலமைந்த காணியொன்றின் நீளம் அதன் அகலத்தின் மூன்று மடங்காகும். காணியின் அகலம் 50m ஆயின் காணியின் சுற்றளவையும் பரப்பளவையும் காண்க.

(5) செவ்வகக் காணியொன்றின் நீளத்திற்கும் அகலத்திற்கும் இடையேயுள்ள விகிதம் 3 : 2 ஆகும். இதன் சுற்றளவு 200 m ஆயின் இதன் பரப்பளவை அறிக.

(6) சதுர வடிவக் காணியொன்றின் ஒருபக்க நீளம் 150m ஆகும். இதன் பரப்பளவை ஹெக்டேயரில் காண்க.

(7) செவ்வக வடிவிலான காணியின் பரப்பளவு 12.6 ha ஆகும். இக் காணியின் நீளம் 420 m ஆயின் அகலத்தை அறிக.

(8) 6 ha 25 a விஸ்தீரணமுள்ள சதுர வடிவக் காணியின் சுற்றளவையறிக.

(9) 6m x 5m அளவுள்ள அறையின் நிலத்திற்குப் பதிப்பதற்குத் தேவையான 20cm பக்கமுடைய சதுரப் பளிங்குக் கற்களின் எண்ணிக்கையை அறிக.

(10) 9m x 8m பரிமாணமுள்ள அறையின் நிலத்தை மூடுவதற்குத் தேவையான 60m அகலமுடைய கயிற்றுப் பாயின் நீளம் எவ்வளவு?

(11) செவ்வக வடிவான மைதானத்தின் நீளம் 150m அகலம் 120m இம் மைதானத்தைச் சுற்றி 5m அகல மான பாதையொன்றுண்டு.

i. பாதை, மைதானத்திற்குள்ளே இருக்கும் போது
ii. பாதை மைதானத்திற்கு வெளியே இருக்கும் போது

அதன் பரப்பளவை அறிக.

(12) மண்டபமொன்றின் நீளம் 20m அகலம் 10m உயரம் 5m ஆகும். இம் மண்டபத்தில் 2m x 2.5m கதவுகள் நான்கும் 1.5m x 2.5 m யன்னல்கள் 6உம் உள்ளன. கதவுகள் யன்னல்கள் தவிர்ந்த சுவரின் பரப்பளவை அறிக.

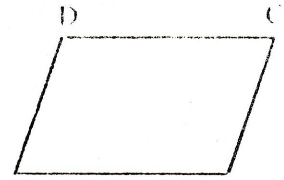
உங்கள் விடைகளை இம் மொடியூலின் இறுதியில் உள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கவும்.

4.4 சாய் இணைகரங்கள்

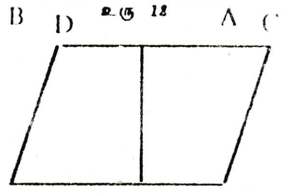
நீங்கள் இதுவரை கற்ற செவ்வகங்களும் சதுரங்களும் இணைகரங்களாகும் இவை செவ்வக இணைகரங்களாகும். இனி நாம் சாய் இணைகரங்களின் பரப்பளவுகளை அறியும் முறையைப் பார்ப்போம். சாய் இணைகரங்களின் அயல் பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இல்லாததால் பரப்பளவை அறிவது ஓரளவு சிரமம். எனவே சாய் இணைகரத்தின் பரப்பளவை அறியும் பொருட்டுப் பின்வரும் செயற்பாட்டைச் செய்யவும்.

செயற்பாடு 6

உரு 12 இல் காட்டப்பட்டுள்ள சாய் இணைகரத்தைத் தாள் ஒன்றில் பிரதிபண்ணுங்கள். அதன் புறஉருவின் வழியே வெட்டி எடுக்கவும். AB க்கிடையில் B இருக்குமாறும், DC க்கிடையில் C இருக்குமாறும் தாளை மடிக்கவும். உரு 13ஐப் பார்க்க.

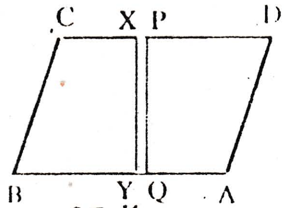


உரு 12

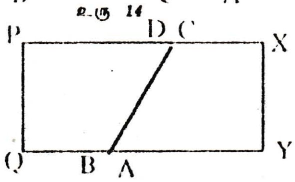


உரு 13

மடித்த கோட்டின் வழியே வெட்டுங்கள். அப்போது உரு 14 இல் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு BYXC, ADPQ என்ற இரு உருவங்கள் உங்களுக்குக் கிடைக்கும். உரு 15 இல் காட்டப்பட்டுள்ள வாறு அவ்வடிவங்களை CB உம் DA உம் ஒரே பக்கமாக அமையுமாறு வையுங்கள் (இணைக்கவும்)



உரு 14



உரு 15

நீங்கள் பெற்ற நாற்பக்கல் ஒரு செவ்வகமாக அமையும். இச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவும் முன்னைய இணைகரத்தின் பரப்பளவும் சமமானவை.

செவ்வகம் PXYQ இன் பரப்பளவை அறிவோம்.

QY = BQ + AY = AB

PQ = XY = AB க்கும் CD க்கும் இடையேயுள்ள செங்குத்துத்தூரம்

PQYX = QY x PQ

PQYX = ABCD

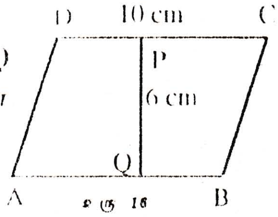
∴ ABCD = AB x AB க்கும் CD க்கும் இடையேயுள்ள செங்குத்துத் தூரம்

பக்கமொன்றின் நீள அலகுகளின் எண்ணிக்கையை அப் பக்கத்திற்கும், எதிர்ப்பக்கத்திற்கும் இடைப்பட்ட செங்குத்துத் தூரத்தின் அலகுகளின் எண்ணிக்கையால் பெருக்கி சாய் இணைகரத்தின் பரப்பளவை அறியலாம். (ஆரம்பத்தில் எடுக்கப்படும் பக்கம் 'அடி' எனவும் அழைக்கப்படும்.

உதாரணம் I

இணைகரம் ABCD யில் AB = 10 cm, AB க்கும் CD க்கும் இடையே உள்ள செங்குத்துத்தூரம் 6m ஆகும். இணைகரம் ABCD யின் பரப்பளவையறிக.

வரிப்படம் வரைந்து தரப்பட்ட தரவுகளைக் குறிக்கவும்.



உரு 16

பரப்பளவு = அடியின் நீளம் x PQ

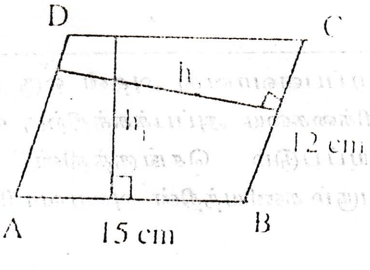
ABCD = AB x PQ சதுர அலகுகள்

ABCD = 10 x 6 cm^2

= 60 cm^2

உதாரணம் II

இணைகரம் ABCD யில் AB = 15 cm, BC = 12 cm ஆகும். AB க்கும் CD க்கும் இடையேயுள்ள தூரம் 8cm ஆயின் AD க்கும் BC க்கும் இடையேயுள்ள தூரத்தை அறிக. தரவுகளை வரிப்படத்தில் குறிப்போம்.



சமாந்தர பக்கங்களுக்கிடையேயுள்ள தூரங்களை முறையே h_1, h_2 எனக் குறிப்போம்.

ABCD யின் பரப்பளவு = AB x h_1 சதுர அலகுகள்

= 15 x 8 cm^2

= 120 cm^2

ABCD யின் பரப்பளவு = BC x h, எனும் அலகுகள்

$120\ cm^2 = 12 \times h_2$

$120/12\ cm = h_2$

$10\ cm = h_2$

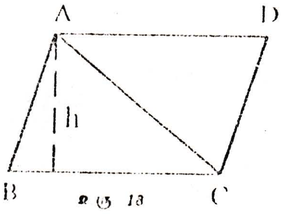
$h_2 = \underline{10cm}$

4.6 முக்கோணங்கள்

இணைகரமொன்றை அதன் மூலைவிட்டம் வழியே இரு ஒருங்கிசையும் முக்கோணிகளாகப் பிரித்து முக்கோணமொன்றின் பரப்பளவை அறியப் பயன்படுத்துவோம். இதன் பொருட்டு பின்வரும் செயற்பாட்டைச் செய்யவும்.

செயற்பாடு 7 தாளொன்றை இரண்டாக மடிக்கவும். அதன் நடுவே முக்கோணி ஒன்றை வரையவும். இம் முக்கோணியின் விளிம்பு வழியே இரு தாளையும் வெட்டி முக்கோணியை எடுக்கவும். உங்களுக்கு ஒருங்கிசையும் முக்கோணிச் சோடி ஒன்று கிடைத்திருக்கும். இணைகரமொன்றைப் பெறும் வகையில் உரு 18இல் காட்டியவாறு இரு முக்கோணிகளையும் வரையுங்கள்.

இணைகரம் ABCD யின் பரப்பளவு முக்கோணம் ABC யின் பரப்பளவின் இருமடங்காகும். நீங்கள் இணைகரத்தின் பரப்பளவை அறியும் முறையைக் கற்றுள்ளீர்கள். அதன்படி முக்கோணம் ABC யின் பரப்பளவை அறியுங்கள்.



உரு 18

இணைகரத்தின் பரப்பளவு = அடியின் நீளம் x உயரம்

$$ABCD = BC \times h$$
$$ABCD = 2A\ ABC$$
$$ABCD = ABCD / 2$$
$$= \frac{BC \times h}{2}$$

BC என்பது முக்கோணி ABC யின் அடியாகவும் h என்பது முக்கோணியின் குத்துயரமாகவும் (குத்துயரம் என்பது உச்சியிலிருந்து எதிர்ப்பக்கத்துக்கான செங்குத்துத் தூரமாகும்) உள்ளன.

முக்கோணியொன்றின் பரப்பளவானது அதன் ஒரு பக்க நீள அலகுகளின் எண்ணிக்கையை அப்பக்கத்திற்கு எதிர் உச்சியிலிருந்து வரையப்படும் செங்குத்தின் நீள அலகுகளினால் பெருக்க வரும் கணியத்தின் அரைவாசிக்குச் சமனாகும்.

இதன்படி முக்கோணியொன்றின் பரப்பளவு

$$= \frac{\text{பக்கம் x அப்பக்கத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்துயரம்.}}{2}$$

$$= \frac{\text{அடி x குத்துயரம்}}{2}$$

உதாரணம் 1

60cm² பரப்பளவுடைய முக்கோணி PQR யில் QR = 12 cm ஆயின் P யிலிருந்து QR இற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளத்தை அறிக.

உரு 19 இன் படி.

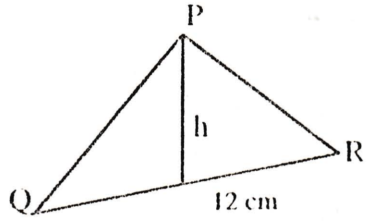
$\Delta PQR = h \times QR/2$

$\Delta PQR = 60cm^2$

$60 = h \times 12/2$

$60 = 6h$

$\therefore h = \underline{10cm}$

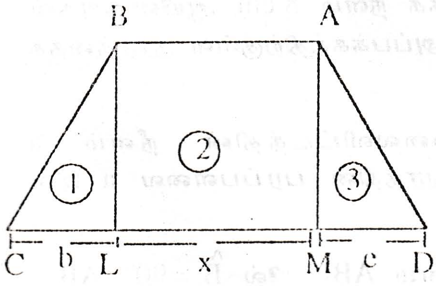


உரு 19

உதாரணம் 11

சரிவகமொன்றின் சமாந்தர பக்கங்களின் நீளங்கள் x, y அலகுகளாகவும் அவற்றிற்கிடையேயுள்ள தூரம் h அலகுகளாகவும் அதன் பரப்பளவு A சதுர அலகுகளாகவும் இருப்பின் A யின் பெறுமானத்தை x, y என்பவற்றில் காண்க. இதன் மூலம் சரிவகத்தின் பரப்பளவை அறிவதற்கான சூத்திரமொன்றைப் பெறுக.

தரப்பட்ட தரவுகளை உருவத்தில் குறிப்போம். உரு 20 இலுள்ளவாறு சரிவகத்தை இரு முக்கோணிகளாகவும் செவ்வகமாகவும் பிரித்துக்கொள்க.



உரு 20

CL= b அலகுகள்

ML = BA = x அலகுகள்

MD= e அலகுகள்

y= b + x + e அலகுகள்

$\Delta BCL = bh/2$ சதுர அலகுகள்

BAML= x.h சதுர அலகுகள்

$\Delta AMD = e.h/2$ சதுர அலகுகள்

$ABCD = \Delta BCL + BAML + \Delta AMD$

$= \frac{b.h}{2} + x.h + \frac{e.h}{2}$ சதுர அலகுகள்

$= \frac{b.h}{2} + \frac{2.x.h}{2} + \frac{e.h}{2}$ சதுர அலகுகள்

$= \frac{h}{2}(b + 2x + e)$ சதுர அலகுகள்

$= \frac{h}{2}(b + x + e + x)$ சதுர அலகுகள்

$= \frac{h}{2}(y + x)$ சதுர அலகுகள்

x, y என்பன சமாந்தர பக்கங்களின் நீளங்கள் h என்பது அவ்விரு பக்கங்களுக்கிடையேயுள்ள தூரம்

சரிவகத்தின் பரப்பளவு

$$= \frac{\text{சமாந்தர பக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை} \times \text{அவ்விரு பக்கங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரம்}}{2}$$

பயிற்சி 2

1. இணைகரம் ABCD யில் BC = 12 cm. AD க்கும் BC க்கும் இடையேயுள்ள தூரம் 6cm. இணைகரம் ABCD யின் பரப்பளவை அறிக.

2. இணைகரம் PQRS இன் பரப்பளவு $150cm^2$. PQ விற்கும் RS இற்கும் இடையேயுள்ள தூரம் 10cm ஆயின் PQ யின் நீளத்தைக் கணிக்கவும்.

3. இணைகரம் LMNO வில் LM = 12cm, LM இற்கும் ON இற்கும் இடையேயுள்ள தூரம் 15 cm. LO இற்கும் MN இற்கும் இடையேயுள்ள தூரம் 9cm ஆயின் MN இன் நீளத்தைக் கணிக்கவும்.

4. ΔABC யில் BC = 12cm. A யிலிருந்து BC க்குள்ள குத்துயரம் 6cm. ΔABC யின் பரப்பளவைக் கணிக்கவும்.

5. முக்கோணத் திட்டப்படமொன்றின் பரப்பளவு $40 cm^2$ ஆகும். அதில் ஒரு பக்க நீளம் 8 cm ஆயின் அதன் எதிர் உச்சியிலிருந்து அப்பக்கத்திற்குள்ள தூரத்தைக் கணிக்க.

6. சதுரமொன்றின் மூலைவிட்டத்தின் நீளம் a அலகுகளாயின் அச்சதுரத்தின் பரப்பளவை a இல் அறிக.

7. செங்கோண முக்கோணம் ABC யில் $\hat{B} = 90^0$, AB = 4 cm, BC = 3 cm ஆயின் AC யின் நீளத்தை அறிக.

4.6 பைதகரஸ் தொடர்பு

செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்களுக்கிடையே தொடர்பேதும் உண்டா என அறிந்து கொள்வதன் பொருட்டுப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடவும்.

செயற்பாடு 8

AB = 3 cm, BC = 4 cm, AC = 5cm அளவுள்ள முக்கோணி ABC யை அமைக்குக.

முக்கோணியின் கோணங்களை அளக்கவும். மிகப் பெரிய கோணத்தின் பருமன் என்ன?

Δ ABC எவ்வகையான முக்கோணி?

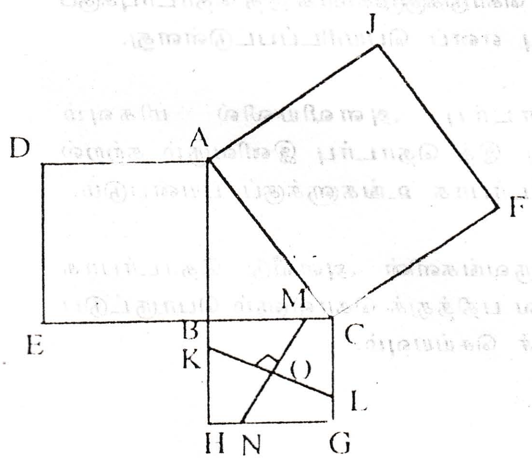
பக்கம் AB யின் நீளத்தின் வர்க்கத்தைக் காணுங்கள்.
பக்கம் BC யின் நீளத்தின் வர்க்கத்தைக் காணுங்கள்.

$AB^2 + BC^2$ இன் பெறுமதியை அறியுங்கள்.
AC^2 ஐக் காணுங்கள்
$AB^2 + BC^2$ க்கும் AC^2 க்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பு யாது?

முக்கோணம் ABC ஒரு செங்கோணமுக்கோணி என்பதையும் அதில் $AB^2 + BC^2 = AC^2$ என்பதையும் நீங்கள் புரிந்து கொண்டிருப்பீர்கள்.
செயற்பாடு 8 இல் பெற்றுக் கொண்ட விடையை வேறு முறையில் பெற்றுக் கொள்வதன் பொருட்டு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுக.

செயற்பாடு 8 (அ)

$\hat{B} = 90^0$ ஆகவுள்ள முக்கோணம் ABC யை வரைக. $BC > AB$ ஆகுமாறு பக்கங்களை அமைத்துக் கொண்டால் மிகவும் வசதியானதாகும்.

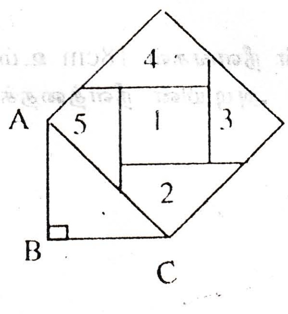


AB யில் சதுரம் ABED ஐயும்
BC யில் சதுரம் BCGH ஐயும்
AC யில் சதுரம் ACFJ ஐயும் வரைக.

BCGH இன் மையம் 'O' வைக் குறித்துக் கொள்ளுங்கள் BH ஐ K இலும் CG ஐ L இலும் வெட்டும்படியும் AC // KOL ஆக இருக்கும் படியும் O வினூடாக நேர்கோடு KL ஐ வரைக.

BC ஐ M இலும் HG ஐ N இலும் சந்திக்கும் படியும் KL உடன் செங்கோணத்தையாக்கும் (செங்குத்து) MON நேர்வரையை O இனூடு வரைக. (உரு 21 ஐப் பார்க்கவும்)

ABED, BKOM, KONH, NGLO, LCMO என்னும் புற உருவங்களை வெட்டி எடுக்க. இவ்வைந்து புற உருக்களையும் சதுரம் ACFJ இனுள் வைக்கவும். (செம்பக்கத்தின் மேலுள்ள சதுரத்தினுள்)
செங்கோண முக்கோணத்தின் செங்கோணத்திற் கெதிரான பக்கம் செம்பக்கம் என்பதை நீங்கள் அறிவீர்கள்.



உரு 21

உரு 21 இல் காட்டியவாறு இப்புறவடிவங்களை வைக்கக்கூடியதாகவுள்ளதா எனப்பார்த்துக் கொள்ளுங்கள்.

இவ்வைந்து உருக்களும் சதுரம் ACFJ இனுள் வைக்க முடியும் என்பதை இப்போது விளங்கிக் கொண்டிருப்பீர்கள். (இது 'பெரிகல்' இன் பகுப்பு எனப்படும்)

ABED $= AB^2$ ஆகும்.
BCGH $= BC^2$ ஆகும்.
ACFJ $= AC^2$ ஆகும்

இதன்படி $ACFJ = ABED + BCGH$ ஆகும்.
ஆகவே $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ஆகும்.

இது எந்தவொரு செங்கோண முக்கோணத்திற்கும் உண்மையாகும்.
இதன்படி நாம் பின்வரும் முடிவுக்கு வரலாம்.

செங்கோண முக்கோணியொன்றின் செம்பக்கத்தில் அமைக்கப்படும் சதுரத்தின் பரப்பளவு அம் முக்கோணியின் மற்றிரு பக்கங்களின் மேல் அமைக்கப்படும் சதுரங்களின் பரப்புகளின் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமனாகும்.

மேற்படி தொடர்பை கி.மு. 6ம் நூற்றாண்டில் கிறீசில் வாழ்ந்த தத்துவஞானியும் சங்கீத வித்துவானும், பிரபல கணிதவியலாளருமான பைதகரஸ் என்பவர் முதன் முதலாக வெளிப்படுத்தினார் எனக் கருதப்படுகிறது. அவருக்குக் கௌரவம் கொடுக்குமுகமாக இத் தொடர்புக்குப் 'பைதகரஸ்' தொடர்பு எனப் பெயரிடப்பட்டுள்ளது.

பைதகரசின் தொடர்பு அளவியலில் மிகவும் உபயோகமாகவுள்ளது. இத் தொடர்பு இனிவரும் கற்றல் நடவடிக்கைகள் தொடர்பாக உங்களுக்குப் பயன்படும்.

தளநேர் கோட்டு உருவங்களின் அளவீடு தொடர்பாக நீங்கள் பெற்ற அறிவை பதித்துக் கொள்ளும் பொருட்டுப் பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்யவும்.

பயிற்சி 2 (A)

1. செவ்வகம் PQRS இல் PQ = 12cm, PR = 13 cm ஆகும். PS இன் நீளத்தைக் கணிக்க.

2. செவ்வகம் ABCD யில் AB = 7cm, BC = 24 cm ஆகும். செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டத்தின் நீளத்தையறிக.

3. சரிவகத்தின் மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் 18cm உம் 24cm உம் ஆகும். சரிவகத்தின் அடியின் நீளத்தைக் கணிக்க.

உங்கள் விடைகளை இம் மொடியூலின் இறுதியில் உள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கவும்.

5.0 வட்ட அளவியல்

இது வரை நாம் நேர்வரைகளினால் அமைக்கப்பட்ட அடைத்த உருவங்களின் அளவீடுகள் பற்றிக் கற்றோம். இனி நாம் வட்டத்தின் அளவியல் தொடர்பாகக் கற்போம்.

5.1 வட்டத்தின் பரிதி

வட்டத்தின் பரிதிக்கும் விட்டத்திற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பை அறியும் பொருட்டுப் பின்வரும் செயற்பாட்டைச் செய்யவும்.

செயற்பாடு 9

வட்டமான நாணயமொன்றின் விளிம்பில் ஒரு புள்ளியைக் குறித்துக்கொள்ளுங்கள். தாளொன்றில் நேர்வரை ஒன்று வரைந்து அதில் ஒரு புள்ளியைக் குறித்துக் கொள்ளுங்கள். நேர் வரையின் மீது நாணயத்தின் விளிம்பை வையுங்கள். நேர்வரையிலுள்ள புள்ளியும், நாணயத்திலுள்ள புள்ளியும் ஒன்றுடன் ஒன்று பொருந்துமாறு வைத்து அந் நேர்வரை வழியே நாணயத்தை உருட்டிச் செல்லுங்கள். நாணயம் இழுபடக் கூடாது. இவ்வாறு உருட்டிச் செல்லும் போது நாணயத்திலுள்ள புள்ளி மீண்டும் நேர்கோட்டின் மேல் வரும் போது நேர்கோட்டில் அப்புள்ளியைக் குறித்துக் கொள்ளுங்கள். இவ்வாறு நாணயத்தின் பரிதியை நேர்வரையொன்றில் வகைக்குறித்துக் காட்ட இயலும்.

நாணயத்தின் விட்டத்தை அளந்து கொள்ளுங்கள். நேர் கோட்டிலுள்ள இரு புள்ளிகளுக்கிடையேயுள்ள தூரத்தையும் அளந்து கொள்ளுங்கள்.

விட்டத்திற்கும் பரிதிக்கும் இடையே ஏதாவது தொடர்புண்டா எனப் பரிசீலிப்பதற்கு இவ்வாறான செயற்பாட்டை பல அளவுகளிலுள்ள வட்ட வடிவான பொருட்களுக்கும் செய்து பாருங்கள். நீங்கள் பெற்ற பேறுகளைப் பின்வரும் அட்டவணையில் உள்ளடக்குங்கள். இது தொடர்பாக கீழே சில பொருட்கள் உங்களுக்குத் தரப்பட்டுள்ளன.

பால்மாப்பேணி, ஜாம்ரின், காப்பு, ரின்மூடி.

பொருள்	விட்டம்	பரிதி	பரிதி விட்டம்
நாணயம்			
பால்மாப்பேணி			
ரின்மூடி			
ஜாம்ரின்			
காப்பு			
முற்சோதனையில் தரப்பட்ட வட்டம்.			

அட்டவணை. 1

இறுதி நிரலில் உங்களுக்குக் கிடைக்கும் பெறுமானம் அண்ணளவாக 3ஐ விட சிறிது கூடியதாகும். மிகக் கவனமாக அளவிட்டால் மேலும் திருத்தமான பெறுமானத்தைப் பெற்றுக்கொள்ளலாம். அது கிட்டத்தட்ட 3.1 ஆக இருக்கலாம். கணிதவியலாளர்களினால் செய்யப்பட்ட கணிதச் செய்கைகளின் மூலம் இப் பெறுமானம் எட்டுத் தசமதானத்திற்குக் கணிக்கப் பட்டுள்ளது. அப்பெறுமானம் 3.14159265 ஆகும். இதனை இலகுவாக எழுதுவதன் பொருட்டு π (பை) என்ற குறியீடு பயன்படுத்தப்படுகிறது. கணிதச் செய்கைகளை இலகு வாக்குவதற்காக π இன் பெறுமதி 22/7 என எடுக்கப்படுகிறது. இது ஒரு கிட்டிய பெறுமானம் என்பதுடன் இரு தசமதானங்களுக்கு மட்டுமே சரியானதாகும் என்பதைக் கவனிக்கவும். மிகவும் கிட்டிய பெறுமதி 355/113 ஆகும்.

மேலே நாம் பெற்ற பேற்றை பரிதி / விட்டம் $= \pi$ எனக் குறிப்பிடலாம்.

எனவே பரிதி $= \pi$ விட்டம். வட்டத்தின் விட்டத்தை d அலகுகள் எனவும் ஆரையை r அலகுகள் எனவும் பரிதியை c அலகுகள் எனவும் எடுத்தால்

$c = \pi d$ ஆகும்.

$d = 2r$ ஆதலால்

$c = \pi 2r$

$c = 2\pi r$

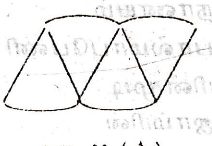
$\boxed{c = 2\pi r}$ ஆகும்.

5.2 வட்டமொன்றின் பரப்பளவு

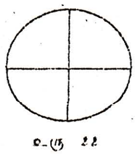
நேர்வரைகளால் அடைக்கப்பட்ட ஒழுங்கான உருவங்களின் பரப்பளவுகளை அறியும் முறையை நீங்கள் கற்றீர்கள். இப்பகுதியில் வட்டமொன்றின் பரப்பளவை அறியவுள்ளோம். அது அவ்வளவு இலகுவல்லவாதலால் பின்வரும் செய்ற்பாட்டைச் செய்யுங்கள்.

செயற்பாடு 9

8cm ஆரையுடைய மூன்று வட்டங்களை வெட்டி எடுங்கள். அதில் ஒன்றை நான்கு பகுதிகளாகப் பிரியுங்கள். உரு 22 (A) இல் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு பொருத்திவையுங்கள்.

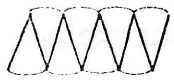


உரு 22 (A)

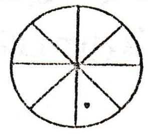


உரு 22

இன்னொரு வட்டத்தை 8 சம பகுதிகளாகப் பிரியுங்கள். உரு 23 (A) இல் காட்டியவாறு பொருத்தி வையுங்கள்.

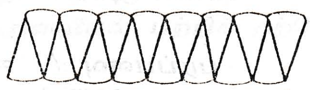


உரு 23 (A)

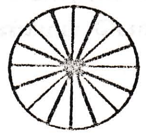


உரு 23

எஞ்சிய வட்டத்தை 16 சமபகுதிகளாகப் பிரியுங்கள் உரு 24(A) யில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு அவற்றைப் பொருத்தி வையுங்கள்.



உரு 24 (A)



உரு 24

வட்டம் பிரிக்கப்படும் பகுதிகளின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் போது கிடைக்கப்பெறும் உருவம் செவ்வக வடிவத்திற்கு மிகக் கிட்டியதாக வருவதை உங்கள் செயற்பாட்டில் காண்கிறீர்கள். இதன்படி பிரிக்கப்படும் பகுதிகளின் எண்ணிக்கை அதிகமாகும் போது வடிவம் செவ்வகத்திற்குக் கிட்டிய உருவமாகும்.

இங்கு இச் செவ்வகத்தின் நீளம் வட்டத்தின் பரிதியின் அரைவாசிக்கும், அகலம் வட்டத்தின் ஆரைக்கும். பரப்பளவு வட்டத்தின் பரப்பளவுக்கும் கிட்டிய பெறுமானமாகும்.

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் x அகலம்

மேலேயுள்ள செவ்வகத்தின் நீளம் = $\frac{\text{வட்டத்தின் பரிதி}}{2}$

இச்செவ்வகத்தின் அகலம் = வட்டத்தின் ஆரை

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = வட்டத்தின் பரப்பளவு

= $\frac{\text{பரிதி}}{2}$ x ஆரை

r அலகுகளை ஆரையாகக் கொண்ட வட்டத்தின் பரப்பளவு

A சதுர அலகுகள் எனின்

$A = 2\pi r \times r/2$

$A = \pi r^2$ ஆகும்.

இப்பேறு வட்டத்தின் பரப்பளவை அறிவதற்குரிய சூத்திரமாகப் பயன்படும்.

உதாரணம் 1

14 cm விட்டத்தை உடைய வட்டமொன்றின் பரிதியையும் பரப்பளவையும் கணிக்கவும். ($\pi = 22/7$ எனக் கருதவும்)

விட்டம் $= 14\ cm$

ஆரை $= 7\ cm$

பரிதி $c = 2\pi r\ cm$

$c = 2 \times 22/7 \times 7$

$c = 44\ cm$

பரப்பளவு $A = \pi r^2$

$A = 22/7 \times 7 \times 7$

$A = 154\ cm^2$

உதாரணம் 11

616 cm^2 பரப்பளவைக் கொண்ட வட்டத்தின் பரிதியைக் கணிக்கவும்.

பரப்பளவு $A = \pi r^2$

$22/7\ r^2 = 616\ cm^2$

$r^2 = 616 \times 7/22$

$r^2 = 196\ cm^2$

$r = 14\ cm$

$c = 2\pi r$

$= 2 \times 22/7 \times 14\ cm$

$= 88\ cm$

வட்டமொன்றின் பரிதியையும் பரப்பளவையும் கணிக்கும் முறையை இப்போது நீங்கள் அறிவீர்கள். இதுவரை நீங்கள் பெற்ற அறிவைப் பதித்துக் கொள்ளும் பொருட்டுப் பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்யவும்.

பயிற்சி 3

1. 35 cm விட்டமுடைய வட்டத்தின் பரிதியையும் பரப்பளவையும் அறிக.

2. 70 cm ஆரையுள்ள வட்ட வடிவான பயணப்பாதையை மூன்று முறை ஒரு மனிதன் சுற்றிவர எடுத்த தூரத்தை அறிக.

3. 660 m பரிதியையுடைய வட்டவடிவான விளையாட்டு மைதானத்தின் ஆரையைக் கணிக்க.

4. வட்டவடிவப் பாதையில் அகலம் 7 m ஆகும். இதன் வெளிவிட்டம் 35 m ஆயின் பாதையின் பரப்பளவையும், பாதையின் உள்எல்லையைக் காட்டும் வட்டத்தின் பரிதியையும் கணிக்க.

5. வட்ட வடிவமுள்ள குளத்தின் பரப்பளவு 1386 m^2 ஆகும். இக்குளத்தின் எல்லையின் நீளத்தையறிக.

உங்கள் விடைகளை இம் மொடியூலின் இறுதியில் உள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கவும்.

6.0 தட்டையான மேற்பரப்பைக் கொண்ட திண்மப் பொருட்களின் அளவியல்

தள உருவங்களின் அளவியல் தொடர்பாக நீங்கள் விளக்கம் பெற்றுவிட்டீர்கள். இப்பகுதியில் நாம் தட்டையான மேற்பரப்புடைய திண்மப் பொருட்களின் மேற்பரப் பளவுகளையும், கனவளவுகளையும் கணிப்பது பற்றிப் பார்ப்போம். பலவடிவமான திண்மப் பொருட்கள் உள்ளன. நாம் இங்கு எளிய செவ்வையான திண்மப் பொருட்களின் அளவியல் பற்றிக் கற்போம்.

6.1 கனவுருவின் மேற்பரப்பளவு

உரு 25 இல் கனவுருவொன்று காட்டப்பட்டுள்ளது. சிகரட் பக்கற்றை அல்லது தீப்பெட்டியை கனவுருவிற்கு உதார ணமாகக் கொள்ளலாம். இம் மொடியூலின் ஆரம்பத்தில் நீங்கள் கனவுருவின் அளவீடுகள், அதாவது நீளம், அகலம், உயரம் தொடர்பாக விளக்கத்தைப் பெற்றுள்ளீர்கள். கனவுருவின் மேற்பரப்புகள் யாவும் செவ்வக வடிவமா தலால் மேற்பரப்பளவுகளைக் கணிப்பது சுலபமாகும். இது தொடர்பான பின்வரும் செயற்பாட்டைச் செய்யவும்.

செயற்பாடு 10

சிகரட் பக்கற், தீப்பெட்டி போன்ற கனவுரு வடிவான பொருளொன்றை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள். அதன் நீள அகல உயரங்களைக் குறித்துக் கொள்ளுங்கள். அதன் மேற்பரப்பளவுகளை எவ்வாறு வகைப்படுத்தலாம் எனப் பாருங்கள். அதன்படி பின்வரும் அட்டவணையைப் பூர்த்தி செய்யவும்.

மேற்பரப்பு வகை	பரிமாணங்கள்	மேற்பரப்பளவு	மேற்பரப்புக்களின் எண்ணிக்கை	முழுப் பரப்பளவு
i.	நீளமும் அகலமும்	நீளம் X அகலம்	2	2 (நீளம் X அகலம்)
ii	நீளமும் உயரமும்	நீளம் X உயரம்	2	2 (நீளம் X உயரம்)
iii.	அகலமும் உயரமும்	அகலம் X உயரம்	2	2 (அகலம் X உயரம்)

அட்டவணை 2

மேலே உள்ள அட்டவணை 2இன் உதவியுடன் கனவுருக்களின் மேற்பரப்பளவை அறிவது தொடர்பான சூத்திரமொன்றைப் பெறுவோம்.

கனஉருவின் மேற்பரப்பளவு = 2(நீளம் x அகலம்) + 2 (நீளம் + உயரம்) + 2 (அகலம் x உயரம்)
= 2 (நீளம் x அகலம் + நீளம் x உயரம் + அகலம் x உயரம்)

நீளம் l அலகுகளாகவும், அகலம் b அலகுகளாகவும் உயரம் h அலகுகளாகவும் உள்ள கனவுருவொன்றின் மேற்பரப்பளவு A சதுர அலகுகள் எனின்

$A = 2\,lb + 2\,lh + 2\,bh$
$A = 2\,(lb + lh + bh)$ ஆகும்.

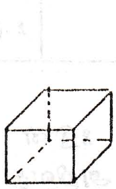
இதை கனவுருவின் மேற்பரப்பளவு காண்பதற்கான சூத்திரமொன்றாகப் பயன்படுத்தலாம். பரிமாணங்கள் சமமாகவுள்ள கனவுரு சதுரமுகி எனப்படும். கனவுருவின் மேற்பரப்பளவை அறிவது தொடர்பான விளக்கத்தைப் பெற்ற உங்களுக்கு அதே முறைப்படி சதுரமுகியின் மேற்பரப்பளவை அறிவது இலகுவானதாகும்.

சதுரமுகியின் நீளம் = அகலம் = உயரம்
கனவுருவின் பரப்பளவு =
2 (நீளம் x அகலம் + நீளம் x உயரம் + அகலம் x உயரம்) ஆகும்.
= 2 (நீளம் x நீளம் + நீளம் x நீளம் + நீளம் x நீளம்)
= 2 (நீளம்^{2} + நீளம்^{2} + நீளம்^{2})
= 6 நீளம்^{2}

ஒரு பக்கம் நீளம் l அலகுகளாகவும் சதுர முகியின் மேற்பரப்பளவு A சதுர அலகுகளாகவும் இருப்பின்
$A = 2\,(l \times l + l \times l + l \times l)$
$= 2\,(3l^2)$ ஆகும்.
$\boxed{A = 6\,l^2}$ ஆகும்.

6.2 கனவுருவின் கனவளவு

கனவுளவு, கொள்ளளவு என்றால் என்ன என்பதைப் பற்றி இந்த மொடியூலின் முதலாம் பகுதியில் கற்றுள்ளோம். கனவளவு அளக்கப்படும் அலகுகள் தொடர்பாக நீங்கள் 230312 மொடியூலில் கற்றுள்ளீர்கள்.



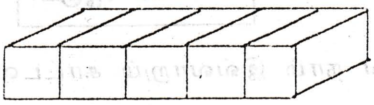
உரு 26

கனவளவை அளக்க நாம் பயன்படுத்தும் அலகு கன சென்ரி மீற்றராகும். ஒரு சென்ரி மீற்றர் பக்கத்தையுடைய சதுரமுகி ஒன்று வெளியில் அடக்கும் இடத்தின் அளவு ஒரு கன சென்ரி மீற்றராகும். உரு 26 இல் ஒரு கனசென்ரி மீற்றர் அளவுள்ள சதுரமுகி காட்டப்பட்டுள்ளது.

கனவுருவின் கனவளவு அறிவது தொடர்பான பின்வரும் செயற்பாட்டைச் செய்யவும்.

செயற்பாடு 11

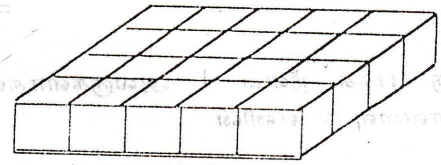
வாழைத்தண்டு அல்லது கிழங்கு வகைகள் அல்லது றிஜிபோம் போன்ற பொருட்களில் ஒரு கன சென்ரி மீற்றர் அளவுள்ள 60 துண்டுகளை வெட்டிக்கொள்ளுங்கள். பிரிஸ்டல் போட் போன்ற தடித்த தாளினால் 5 cm x 4cm x 3 cm அளவுள்ள கனவுருவை அமைக்க.



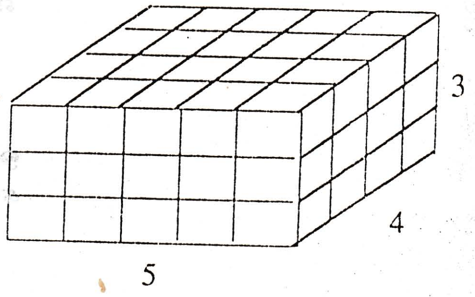
உரு 27

உரு 27இல் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு நீங்கள் அமைத்த கனவுருவினுள் நீளப்பக்கமாக 1 கன சென்ரி மீற்றர் சதுரமுகிப் பொருட்களை அடுக்கவும்.

அடிப்பகுதியைப் பூரணமாக நிரப்புவதற்குத் தேவைப்படும் நிரைகள் எவ்வளவு எனப் பாருங்கள். கனவுருவைப் பூரணமாக சதுரமுகிகளால் நிரப்பவும்.



உரு 28



உரு 29

இங்கு 5, 4, 3, எனும் எண்கள் கனவுருவின் பரிமாணங்களைக் காட்டும் எண்களாகும்.

ஒரு நிரையில் உள்ள $1 cm^3$ சதுரமுகிகளின் எண்ணிக்கை $= 5$

ஒரு தட்டில் உள்ள நிரைகளின் எண்ணிக்கை $= 4$

ஒரு தட்டில் உள்ள $1 cm^3$ சதுரமுகிகளின் எண்ணிக்கை $= 5 \times 4$

கனவுருவில் $1 cm^3$ சதுரமுகிகள் அடங்கியுள்ள தட்டுக்களின் எண்ணிக்கை $= 3$

இதன்படி கனஉருவில் அடங்கியுள்ள $1 cm^3$ சதுரமுகிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை $= 5 \times 4 \times 3 = 60$

கனஅளவு = (நீளம் x அகலம் x உயரம்) கனஅலகுகள்

கனவுருவின் கனஅலகுகளின் எண்ணிக்கை அதன் நீள அகல உயர அலகுகளின் எண்ணிக்கையின் பெருக்கத்திற்குச் சமமானதாகும்.

இதைக் குறியீடுகளின் வடிவில் சூத்திர முறைப்படி காட்டுவோம்.

நீளம் l அலகுகளாகவும், அகலம் b அலகுகளாகவும் உயரம் h அலகுகளாகவும் உள்ள கனவுருவொன்றின் கனவளவு v கனஅலகுகளாயின் $v = l \times b \times h$

$\boxed{v = lbh}$ ஆகும்.

கனவுருவின் கனவளவை நாம் இவ்வாறும் காட்டலாம்.

கனவுருவின் கனவளவு = அடியின் பரப்பளவு x உயரம்

கனவுருவின் கனவளவைக் கணிப்பதை இப்போது நீங்கள் அறிவீர்கள். உங்கள் அறிவைப் பயன்படுத்திச் சதுரமுகியின் கனவளவைக் கணிப்பதற்கான சூத்திரத்தை அமையுங்கள்.

சதுரமுகியின் நீளம் = அகலம் = உயரம் ஆகும்.

எனவே சதுரமுகியின் கனவளவு = நீளம் x நீளம் x நீளம்

= நீளம்^{3}

ஒரு பக்க நீளம் l அலகுகளாகவுள்ள சதுரமுகியின் கனவளவு v எனின்

$\boxed{v = l^3}$ ஆகும்.

உதாரணம் 1

நீள, அகல, உயரம் முறையே 10cm, 8 cm, 6cm ஆகவுள்ள கனவுருவின் மேற்பரப்பளவையும் கனவளவையும் கணிக்க.

நீளம் = 10 cm

அகலம் = 8 cm

உயரம் = 6 cm

பரப்பளவு $= 2 (lb + bh + lh)$

$= 2 (10 \times 8 + 10 \times 6 + 8 \times 6) \text{ cm}^2$

$= 2 (80 + 60 + 48) \text{ cm}^2$

$= 2 \times 188$

$= 376 \text{ cm}^2$

கனவளவு $v = lbh$

$v = 10 \times 8 \times 6 \text{ cm}^3$

$= 480 \text{ cm}^3$

6.4 கூம்பகம்

கூம்பகங்கள் பல வகைப்படும். இங்கு நாம் கற்க இருப்பது சதுர அடிப்பாகத்தைக் கொண்ட செங் கூம்பகங்கள் பற்றி மட்டுமேயாகும்.

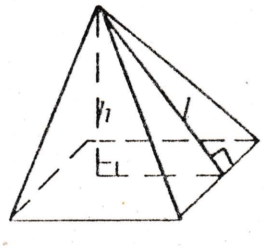
(இங்கு 'செங்கூம்பகம்' என்பதன் கருத்து உச்சியையும், அடிப்பகுதியின் மையத்தையும் இணைக்கும் நேர்கோடு அடித்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவுள்ள கூம்பகம் என்பதாகும்)

கூம்பகம் ஒன்றின் மேற்றளப் பரப்பளவு

அடித்தளம் சதுரமாகவுள்ள கூம்பகம் ஒன்றிற்கு ஐந்து மேற்றளங்கள் உள்ளன. ஒரு மேற்றளம் அடிப்பக்கமான சதுரமாகும். மற்றைய நான்கும் இருசம பக்க முக்கோணிகளாகும். கூம்பகத்தின் முக்கோண மேற்றளங்கள் சந்திக்கும் உச்சி ஒன்று உண்டு. அவ்வுச்சியிலிருந்து அடியின் விளிம்பிற்குள்ள தூரம் கூம்பகத்தின் சாயுயரம் எனப்படும். இது முக்கோணியின் குத்துயரம் ஆகும். கூம்பகத்தின் அடித்தளத்திலிருந்து உச்சிக்கான உயரம் ஒன்றுண்டு. இவ்வுயரம் கூம்பகத்தின் குத்துயரம் எனப்படும்.

கூம்பகத்தின் மேற்றளப் பரப்பளவைக் காண்பதற்கு அடித்தளப் பரப்பளவினதும், நான்கு முக்கோணிகளின் பரப்பளவுகளினதும் கூட்டுத் தொகையைப் பெற வேண்டும்.

மேற்றளப் பரப்பளவு
= அடித்தளப் பரப்பளவு + நான்கு முக்கோணிகளினதும் பரப்பளவு



உரு 30

அடித்தளத்தின் ஒரு பக்க நீளம் a அலகுகளாகவும், சாயுயரம் l அலகுகளாகவும், சதுர அடியுடன் கூடிய செங் கூம்பகம் ஒன்றின் மேற்பரப்பளவு A சதுர அலகு களாகவும் இருப்பின்

$$A = a^2 + \frac{al}{2} \times 4$$

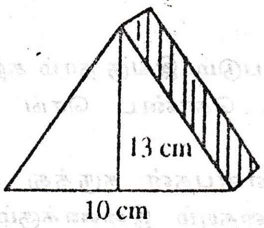
$\boxed{A = a^2 + 2al}$ ஆகும்.

கூம்பகத்தின் கனவளவு

கூம்பகத்தின் கனவளவைக் காணும் பொருட்டுப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடவும்.

செயற்பாடு 12

அடிப்பக்கம் 10cm ஆகவும், சாய்வுயரம் 13cm ஆகவும் உடைய இருசமபக்க முக்கோணிகள் மூன்றை வரையவும். சமமான இரு பக்கங்களைச் சேர்த்து ஒட்டுவதற்காக ஒரு சிறுபகுதியை விட்டு புறஉருவை வெட்டி எடுக்கவும். (உரு 31)



உரு 31

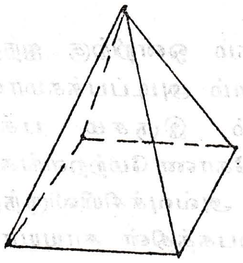
கூம்பகத்தின் உயரத்தைக் கணிக்கவும்.

அடித்தளத்தின் மையத்திலிருந்து அடித்தள விளிம்பிற்கான

தூரம் $= \dfrac{\text{அடிப்பக்க நீளம்}}{2}$ ஆகும்.

$= 10/2 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$

கூம்பகத்தின் சாயுயரம் $= 13 \text{ cm}$



உரு 31 (a)

கூம்பகத்தின் குத்துயரம் h

எனின் (உரு 32)

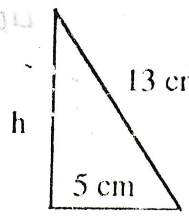
$h^2 + 5^2 = 13^2$

$h^2 = 13^2 - 5^2$

$h^2 = 169 - 25$

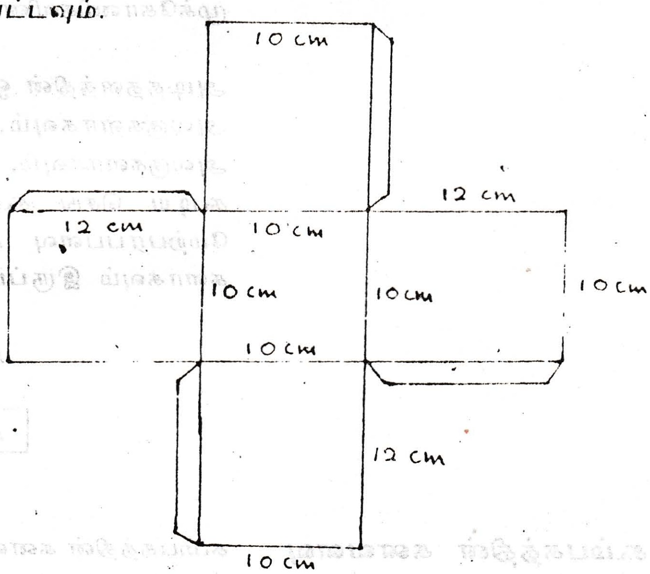
$h^2 = 144 \text{ cm}^2$

$h = 12 \text{ cm}$



உரு 32

இப்போது கூம்பகத்தின் அடித்தளத்திற்குச் சமமான அடித்தளமுடையதும் கூம்பகத்தின் குத்துயரத்திற்குச் சமமான குத்துயரமுடையதுமான கனவுருவொன்றை அமைக்கவும். அதாவது 10 cm x 10 cm x 12 cm பரிமாணமுள்ள கனவுருவை அமைக்க வேண்டும். இதன் பொருட்டு உரு 33 இல் காட்டப்பட்டுள்ள அளவீடுகளுக் கேற்ப வடிவத்தை அமைத்துக் கொள்ளவும். ஒட்டுவதற்காக உருவத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி சிறு பகுதியை விட்டு வெட்டவும்.



உரு 33

இப்போது கூம்பகத்தின் அளவுகளுக்குச் சம அளவுகளுள்ள திறந்த கனவுரு உங்களுக்குக் கிடைத்திருக்கும். கூம்பகத்தை மண்ணினால் நிரப்பி கனஉருவினுள் போடவும். கனவுரு பூரணமாக நிரம்பும் வரை இதைச் செய்யவும். தடவைகளின் எண்ணிக்கையைக் குறித்துக் கொள்ளுங்கள்.

மூன்று தடவைகளில் கனவுரு நிரம்பியிருக்கும். எனவே கனவுருவின் கனவளவு கூம்பகத்தின் கனவளவின் மூன்று மடங்காகும் என்பதை நீங்கள் இப்போது விளங்கிக் கொண்டிருப்பீர்கள்.

கனவுருவின் கனவளவு = 3 கூம்பகத்தின் கனஅளவு

எனவே கூம்பகத்தின் கனவளவு = $\frac{\text{கனவுருவின் கனவளவு}}{3}$

ஆனால் கனவுருவின் கனவளவு

= அடித்தளப்பரப்பளவு x உயரம்

கூம்பகத்தினதும் கனவுருவினதும் அளவீடுகள் சமமானவை

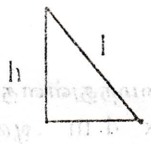
கூம்பகத்தின் கனவளவு

$$= \frac{\text{அடித்தளப் பரப்பளவு x உயரம்}}{3}$$

உதாரணம் 11

சாயுயரம் 30 cm ஆகவும் குத்துயரம் 24 cm ஆகவுமுள்ள கூம்பகத்தின்

i. அடியின் நீளம் ii. மேற்றளப்பரப்பளவு iii. கனவளவு என்பனவற்றைக் கணிக்கவும்.



உரு 34

i. உரு 34 இன் படி

குத்துயரம் = 24 cm

சாயுயரம் = 30 cm

அடித்தளத்தின் மையத்திலிருந்து விளிம்பு வரையுள்ள தூரம் = $\frac{\text{அடிப்பக்க நீளம்}}{2}$ = x

$h^2 + x^2 = l^2$ (பைதகரசின் தொடர்பின் படி)

$$24^2 + x^2 = 30^2$$

$$x^2 = 30^2 - 24^2$$

$$x^2 = 900 - 576$$

$$x^2 = 324$$

$$x = \sqrt{324} = 18 \text{ cm}$$

அடிப்பக்க நீளம் = 18 x 2 = 36 cm

ii. முழு மேற்றளப் பரப்பளவு $= A = a^2 + 2al$

$$= \{ 36^2 + 2(36 \times 30) \} \text{ cm}^2$$

$$= (1296 + 2160) \text{ cm}^2$$

$$= \underline{3456 \text{ cm}^2}$$

iii. கூம்பகத்தின் கனவளவு

$$v = \frac{\text{அடித்தளப் பரப்பளவு x உயரம்}}{3}$$

$$v = \frac{36^2 \times 24 \text{cm}^3}{3} = 1296 \times 8 \text{ cm}^3$$

$$v = \underline{10{,}368 \text{ cm}^3}$$

நீங்கள் கனவுரு, சதுரமுகி, கூம்பகம் என்பவற்றின் மேற்றளப் பரப்பளவையும், கனவளவையும் கணிக்கும் முறை பற்றிக் கற்று விட்டீர்கள். நீங்கள் பெற்றுக் கொண்ட அறிவைப் பதித்துக் கொள்ளும் பொருட்டுப் பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்யவும்.

பயிற்சி 4

1. 8 cm நீளமும் 6 cm அகலமும் 5 cm உயரமுமுள்ள கனவுருவின் மேற்றளப் பரப்பளவையும் கனவளவையும் கணிக்க.

2. 12 cm x 8 cm x 10 cm பரிமாணமுள்ள கனவுருவின் மேற்றளப் பரப்பளவையும் கனவளவையும் கணிக்க.

3. நீளம், உயரத்தின் மூன்று மடங்காகவும், அகலம் உயரத்தின் இரண்டு மடங்காகவுமுள்ள கனவுருவொன்றின் மேற்றளப் பரப்பளவு 792 cm^2 ஆகும். கனவுருவின் பரிமாணங்களை அறிக.

4. ஒரு பக்க நீளம் 8 cm ஆகவுள்ள சதுரமுகியொன்றின் மேற்றளப் பரப்பளவையும் கனவளவையும் அறிக.

5. 216 cm^2 மேற்றளப் பரப்பளவையுடைய சதுரமுகியின் பரிமாணங்களைக் கணிக்க.

6. குளமொன்று கனவுருவடிவில் அமைந்துள்ளது. அதன் பரிமாணங்கள் 15 m x 12 m x 4 m ஆகும். இக் குளத்தின் கொள்ளளவைக் கணிக்க. விடையை கிலோ லீற்றரில் தருக.

7. கனவுருவிலமைந்த சவர்க்காரப் பெட்டியொன்றின் பரிமாணங்கள் 10 cm x 6m x 3m ஆகும். ஒரு பக்க நீளம் 30cm ஆகவுள்ள சதுரமுகிப் பெட்டியொன்றினுள் இவ்வாறான எத்தனை சவர்க்காரப் பெட்டிகளை அடுக்கலாம்?

8. பக்கமொன்று 12cm ஆகவுள்ள சதுர அடித்தளத்தைக் கொண்ட கூம்பகத்தின் உயரம் 8cm ஆகும். கூம்பகத்தின் மேற்றளப் பரப்பளவையும் கனவளவையும் அறிக.

9. சாயுயரம் 25 cm ஆகவும், குத்துயரம் 24 cm ஆகவும் சதுர அடித்தளத்தையும் கொண்ட கூம்பகத்தின்
   1. அடிப்பக்க நீளத்தைக் காண்க.
   2. முழு மேற்றளப் பரப்பளவைக் காண்க.
   3. கனவளவைக் காண்க.

10. 12.5 m x 10 m x 3.25 m வெளிப் பரிமாணங்களைக் கொண்ட மூடியற்ற நீர்த்தாங்கியொன்று 25 cm தடிப்புள்ள கொங்கிரீட்டினால் அமைக்கப் பட்டுள்ளது.

1. நீர்த்தாங்கியின் கொள்ளளவையும்
2. தாங்கியை அமைப்பதற்குத் தேவைப்படும் கொங்கிரீட்டின் கனவளவையும் அறிக.

உங்கள் விடைகளை இம் மொடியூலின் இறுதியில் உள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கவும்.

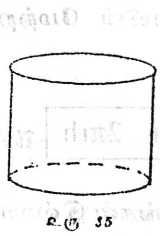
பகுதி V

7.0 வளை மேற்பரப்பைக் கொண்ட திண்மப் பொருட்களின் அளவியல்

தட்டையான மேற்பரப்பைக் கொண்ட திண்மப் பொருட் களின் அளவியல் தொடர்பாக விளக்கம் பெற்ற உங்களுக்கு வளை மேற்பரப்பைக் கொண்ட திண்மப் பொருட்களின் அளவியல் தொடர்பாக விளக்கம் அளிக்க முயற்சிக்கிறோம்.

7.1 உருளை (சிலிண்டர்)

அன்றாட வாழ்க்கையில் பெரும்பாலும் நாம் உருளை வடிவான பொருட்களைப் பயன்படுத்துகிறோம். இவற்றை விட மீன்ரின், பால்மாப்பேணி போன்றவற்றைக் காண்கிறோம். உருளைகள் பலவிதமானவை. இங்கு நாம் கற்க இருப்பது செவ்வட்ட உருளை தொடர்பாக மாத்திரமே. அடித்தளம் வட்டமாகவும், அடித்தளத்திற்கும், அச்சுக்கும் இடையேயுள்ள கோணம் செங்கோணமாகவும் உள்ள உருளை செவ்வட்ட உருளை எனப்படும்.


உரு 35

செவ்வட்ட உருளைக்கு 3 மேற்றளங்கள் உண்டென்பதை நீங்கள் அறிவீர்கள். அதில் இரண்டு, வட்டமான தட்டை மேற்றளத்தைக் கொண்டவை. மற்றையது வளை மேற்றளமாகும். உரு 35 இல் செவ்வட்ட உருளையொன்று காட்டப்பட்டுள்ளது. பெரும்பாலும் நாம் உருளை எனக்கருதுவது இவ்வாறான திண்மப் பொருளையே.

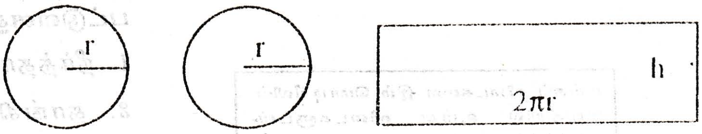
மேற்றளப் பரப்பளவு

உருளையொன்றின் மேற்றளப் பரப்பளவை அறியும் பொருட்டு பின்வரும் செயற்பாட்டைச் செய்யவும்.

செயற்பாடு 13

பிறிஸ்டல் போட் போன்ற தடித்த தாளில் சம ஆரையுடைய இரண்டு வட்டங்களை வெட்டி எடுக்கவும். நீங்கள் வெட்டியெடுத்த வட்டத்தின் பரிதியைக் கணிக்கவும். பரிதிக்குச் சமனான நீளத்தையும் பொருத்தமான

அகலத்தையும் கொண்ட செவ்வகமொன்றையும் வெட்டி எடுக்கவும். உருவம் 36 ஐப் பார்க்கவும்.



உரு 36

ஒவ்வொரு வட்டத்தையும் செவ்வகத்தின் $2\pi r$ நீள விளிம்புகளில் பொருத்தியவாறு சுழற்றவும். அப்போது உருளை ஒன்றை நீங்கள் பெற்றுக் கொள்ளலாம். உருளையின் வளை மேற்பரப்பாக மாறியுள்ளது செவ்வகமே, என்பதை நீங்கள் அறிவீர்கள். இரு வட்டங்களினதும் உருளையை அமைக்கத் தேவைப்பட்ட செவ்வகத்தினது பரப்பளவுகளை அறியுங்கள். அப்போது உங்களுக்கு உருளையின் மேற்றளப் பரப்பளவு கிடைக்கும்.

உருளையின் ஆரை r ஆகவும், உயரம் h ஆகவும் கருதுவோம். (r அலகை உடைய வட்டத்தின் பரப்பளவு πr^2 சதுர அலகுகளாகும்) வட்டத்தின் பரிதி $2\pi r$ ஆகும். உருளையின் உயரம் h ஆனது செவ்வகத்தின் அகலத்திற்குச் சமனாகும்.

இரு வட்டங்களின் பரப்பளவுகள்	$= 2\pi r^2$
வளை மேற்பரப்பின் பரப்பளவு	$= 2\pi r \times h$
	$= 2\pi rh$
∴ மொத்த மேற்றளப் பரப்பளவு	$= 2\pi r^2 + 2\pi rh$

எனவே ஆரை r அலகுகளாகவும் உயரம் h அலகுகளாகவும் உள்ள செவ்வட்ட உருளையின் மேற்றளப் பரப்பளவு A சதுர அலகுகளாயின்,

$\boxed{A = 2\pi r^2 + 2\pi rh}$ ஆகும்.

சில உருளைகளில் ஓரிரு தளங்கள் இல்லாத சந்தர்ப்பங்களும் உண்டு. அப்போது இச்சூத்திரத்தை மேற்றளத்திற்கேற்றவாறு அமைத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

7.2 உருளையின் கனவளவு

செவ்வட்ட உருளையின் வளை மேற்பரப்பு அடித் தளத்திற்குச் செங்குத்தாகும். எனவே அதன் கனவளவை கனவுருவின் கனவளவு அறிந்தவாறு அறியலாம். ஆகவே கனவுருவின் கனவளவு முறையில் உருளையின் கனவளவை அறிந்து கொள்வோம்.

கனவுருவின் கனவளவு

= அடித்தளப் பரப்பளவு x உயரம்

உருளையின் கனவளவு

= அடித்தளப் பரப்பளவு x உயரம்

அடித்தளப் பரப்பளவை உயர அலகினால் பெருக்கி உருளையின் கனவளவு பெறப்படும்.

இதைக் குறியீடு பயன்படுத்திச் சூத்திர வடிவில் காட்டுவோம். ஆரை r அலகுகளாகவும் உயரம் h அலகுகளாகவும் உள்ள செவ்வட்ட உருளையின் கனவளவு v கனவலகுகளாயின்

$\boxed{v = \pi r^2 h}$ ஆகும்.

உதாரணம் 1

விட்டம் 3.5 m உள்ள உருளை வடிவான தூபியொன்றின் உயரம் 20 m ஆகும். இதற்கு மை பூசுவதற்கான செலவு $1 m^2$ இற்கு 20 ரூபா வீதம் ஆகும் செலவைக் கணிக்க. தூபியின் கனவளவையும் கணிக்க.

தூபி நிலத்தில் நிறுத்தி வைக்கப்பட்டுள்ளதால் இரு மேற்றளங்களுக்கு மட்டுமே மை பூச வேண்டும்.

வட்ட மேற்றளத்தின் பரப்பளவு $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times \frac{3.5}{2} \times \frac{3.5}{2}\ m^2$

$= 9.625\ m^2$

வளைமேற்றளத்தின் பரப்பளவு $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{3.5}{2} \times 20\ m^2$

$= \underline{\underline{220\ m^2}}$

∴ மொத்த மேற்பரப்பளவு $= 9.625 + 220\ m^2$

$= 229.625\ m^2$

மை பூச ஆகும் செலவு = ரூ 229.625 x 20

= ரூ 4592.50

தூபியின் கனவளவு $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times \frac{3.5}{2} \times \frac{3.5}{2} \times 20\ m^3$

$= \underline{\underline{192.5\ m^3}}$

உருளையின் மேற்றளப் பரப்பளவையும் கனவளவையும் அறியும் முறை பற்றிக் கற்று விட்டீர்கள். நீங்கள் பெற்றுக் கொண்ட அறிவை பதித்துக் கொள்ளும் பொருட்டுப் பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்யவும்.

பயிற்சி 5

1. ஆரை 7 cm, உயரம் 10 cm ஆகவுள்ள உருளையின் மேற்பரப்பளவையும் கனவளவையும் கணிக்க.

2. முடியற்ற உருளை வடிவான தாங்கியொன்றின் உயரம் 5m உம் உள்ளாரை 1.4 m உம் ஆகும். தாங்கியின் உள்மேற்பரப்பளவையும் கொள்ளளவையும் கணிக்க.

3. உருளை வடிவமான எண்ணெய்த் தாங்கியின் உயரம் 20 m அதன் விட்டம் 7 m ஆகும். அதற்கு வெளிப்புறமாக மை பூசுவதற்கு சதுர மீற்றரொன்றுக்கு 25 ரூபா வீதம் ஆகும் செலவைக் கணிக்க.

4. 10 cm ஆரையையும், 7 cm உயரத்தையும் உடைய செவ்வட்டத் திண்ம உலோக உருளையை உருக்கி 11cm உயரமும் 10cm அகலமுமுள்ள திண்ம உலோகக் கனவுரு செய்யப்பட்டது. அதன் நீளத்தை அறிக.

5. 88 cm பரிதியையுடைய உருளையின் உயரம் 20 cm ஆகும். உருளையின் கனவளவை அறிக.

6. ஓர் உருளையின் முழு மேற்பரப்பளவு $2013\ cm^2$ ஆகும். இதன் ஆரை 10.5 cm எனின் உருளையின் கனவளவைக் கணிக்க.

7. குழாயொன்றின் குறுக்கு வெட்டின் உள்விட்டம் 7 cm ஆகும். இக் குழாயினூடு $15\ kmh^{-1}$ வேகத்தில் நீர் பாய்கிறது. ஒரு நிமிடத்தில் இக்குழாயினூடு பாயும் நீரின் கனவளவு என்ன?

உங்கள் விடைகளை இம் மொடியூலின் இறுதியில் உள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கவும்.

7.3 கூம்பு

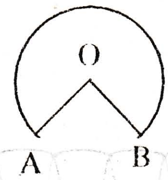
நீற்றுப்பெட்டி வடிவிலான பொருட்களைக் கண்டிருப்பீர்கள். கடலைச் சுருள், புனல் போன்றவை அவற்றுள் சிலவாகும். இவ்வடிவப் பொருட்கள் கூம்புகள் எனப்படும். கூம்புதொடர்பான அளவீடுகளைக் கணிப்பதை இலகுவாக்கும் பொருட்டு நீங்கள் அதன் இயல்புகளைத் தெரிந்து வைத்திருத்தல் வேண்டும்.
இது தொடர்பான பின்வரும் செயற்பாட்டைச் செய்யவும்.

செயற்பாடு 14

'பிறிஸ்டல் போட்' போன்ற தடித்த தாளில் வட்டமொன்றை வரைந்து வெட்டி எடுக்கவும்.

உரு 37 இல் காட்டியுள்ளவாறு யாதேனும் ஓர் ஆரைச்சிறையை வெட்டி நீக்கவும். நீங்கள் வெட்டிய உருவத்திலுள்ள நேர் விளிம்புகள் இரண்டையும் (உரு 37 இல் OA ஐயும் OB யையும்) ஒன்று சேர்க்கவும்.

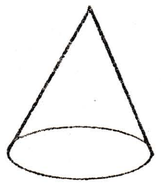
நீங்கள் உரு 38 இல் காட்டியவாறான ஒரு கூம்பைப் பெற்றுள்ளீர்கள். நீங்கள் பெற்றுக் கொண்ட கூம்பின் அடித்தளத்திற்குப் பொருத்தமான வட்டமொன்றினை வெட்டி ஒட்டவும்.



உரு 37

இந்த அடித்தளம் வட்டமாகவும் இதன் அச்சு, அடித்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் இருப்பதால் இது போன்ற கூம்பு செவ்வட்டக் கூம்பு என அழைக்கப்படும். இங்கு இவ்வாறான கூம்பு தொடர்பாக மட்டுமே கவனித்துப் பார்க்க இருக்கிறோம். நீங்கள் அமைத்த கூம்பையும் உரு 39 ஐயும் பரிசீலித்துப் பாருங்கள்.

கூம்பிற்கு ஓர் உச்சி உண்டு. உச்சியிலிருந்து விளிம்பு வரைக்குமான தூரம் கூம்பின் சாயுயரம் என அழைக்கப்படும். அச்சிலிருந்து அடித்தளத்துக்குள்ள தூரம் குத்துயரம் (செங்குத்து உயரம்) எனப்படும்.


உரு 38

குத்துயரம் அடித்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகும். அடித்தளம் வட்டமாதலால் அதற்குப் பரிதி உண்டு. கூம்பின் குத்துயரம் மிக முக்கியமானது. கூம்பின் சாயுயரமும், அடித்தள ஆரையும் தரப்படின் பைதகரஸ் தொடர்பைப் பயன்படுத்திக் குத்துயரத்தைக் (செங்குத்து உயரம்) கணித்துக் கொள்ளலாம்.

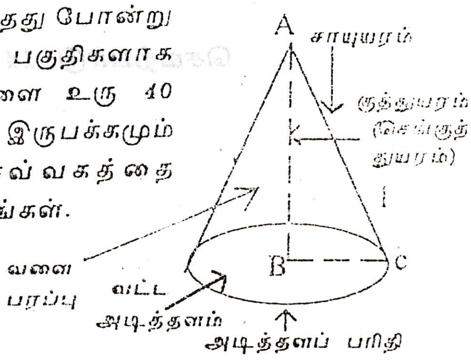
7.4 . கூம்பின் மேற்றளப் பரப்பளவு

கூம்பின் மேற்றளப் பரப்பளவை அறியும் பொருட்டுப் பின்வரும் செயற்பாட்டை செய்யவும்.

செயற்பாடு 15

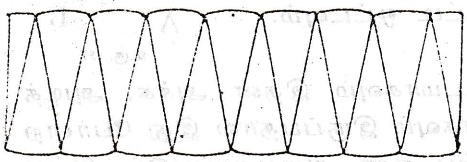
நீங்கள் அமைத்த கூம்புருவின் விட்டத்தை அளந்து கொள்ளுங்கள். அதன் மூலம் அடித்தளத்தின் பரிதியைக் கணித்துக் கொள்ளுங்கள்.

செயற்பாடு 9இல் செய்தது போன்று இதையும் சிறுசிறு பகுதிகளாக வெட்டி அப் பகுதிகளை உரு 40 இல் காட்டியுள்ளவாறு இருபக்கமும் வைத்து ஒரு செவ்வகத்தை அமைத்துக் கொள்ளுங்கள்.



உரு 39

நீங்கள் அமைத்த செவ்வகத்தின் நீளத்திற்கும் கூம்பின் அடித்தளப் பரிதிக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பைக் கண்டறியுங்கள்.


உரு 40

செவ்வகத்தின் அகலத்துக்கும் கூம்பின் சாயுயரத்திற்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பைக் கண்டறியுங்கள்.

இப்போது வளைமேற்றளப் பரப்பளவு

$$= \frac{(\text{அடித்தளப்பரிதி} \times \text{சாயுயரம்})}{2} \text{ சதுர அலகுகள்}$$

அடித்தளம் வட்டமாதலால் உங்களுக்கு இதன் பரப்பளவை அறியத் தெரியும்.

அப்போது

கூம்பின் மொத்த மேற்பரப்பளவு
$= \text{அடித்தளப் பரப்பளவு} + \frac{\text{அடித்தளப்பரிதி} \times \text{சாயுயரம்}}{2}$

ஆகும்.

அடித்தளத்தின் ஆரை r அலகுகளாகவும் சாயுயரம் l அலகுகளாகவும் கூம்பின் மொத்த மேற்பரப்பளவு A சதுர அலகுகளாகவும் இருப்பின்.

$$A = \pi r^2 + \frac{2\pi r}{2} \times l$$

$$\boxed{A = \pi r^2 + \pi r l}$$ ஆகும்.

7.5 கூம்பின் கனவளவு

கூம்பின் கனவளவு அறியும் பொருட்டுச் செயற்பாடு 12 இல் கிடைத்த பேற்றை ஆதாரமாகக் கொள்வோம். பிரமிட்டின் கனவளவு அப் பிரமிட்டின் அளவீடுகளுக்குச் சமமான அளவீடுகளைக் கொண்ட கனவுருவின் கனவளவின் மூன்றிலொரு பங்கு என நாம் அறிந்தோம். அவ்வாறே யாதேனும் கூம்பொன்றின் கனவளவு அக் கூம்பின் அளவீடுகளைக் கொண்ட உருளையின் கனவளவின் மூன்றிலொரு பங்கிற்குச் சமமாகும்.

> கூம்பின் கனவளவு என்பது கூம்பின் அடித்தளத்திற்கு சமமான அடித்தளத்தையும் சமமான உயரத்தையும் கொண்ட உருளையின் மூன்றில் ஒரு பங்கிற்குச் சமனாகும்.

ஆரை r அலகுகளாகவும் உயரம் h அலகுகளாகவும் உள்ள உருளையின் கனவளவு v_1 கனஅலகுகள் எனின் $v_1 = \pi r^2 h$ என்பதை நாம் அறிந்தோம்.

ஆரை r அலகுகளாகவும் உயரம் h அலகுகளாகவும் உள்ள கூம்பின் கனவளவு v கனஅலகுகளாகவும் இருப்பின்

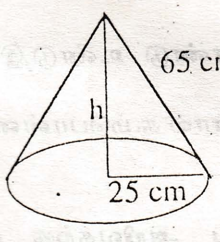
$v = \frac{v_1/3}{3}$ ஆகும்.

அதாவது $v = \frac{\pi r^2 h}{3}$ ஆகும்.

இத் தொடர்பை நாம் கூம்பின் கனவளவுகளை அறிவதற்கு சூத்திரமாகப் பயன்படுத்துவோம்.

உதாரணம் :

25 cm ஆரையையும் 65 cm சாயுயரத்தையும் கொண்ட கூம்பின் மேற்பரப்பளவையும் கனவளவையும் காண்க. கூம்பின் கனவளவை அறிவதற்கு முதலில் கூம்பின் குத்துயரத்தைக் காண வேண்டும். சாயுயரமும் அடித்தள ஆரையும் தரப்பட்டுள்ளதால் பைதகரஸ் தொடர்பைப் பயன்படுத்திக் கூம்பின் குத்துயரத்தை (செங்குத்துத் தூரம்) அறிந்து கொள்வோம்.



உரு 41

உரு 41 இன் படி
ஆரை (r) 25 cm ஆகவும் சாயுயரம் (l) 65 cm ஆகவும் இருப்பதால்
உயரம் (h) ஆதலினால்

$l^2 = r^2 + h^2$

$65^2 = 25^2 + h^2$

$65^2 - 25^2 = h^2$

$4225 - 625 = h^2$

$3600 = h^2$

$\sqrt{3600} = h$

$h = 60$ cm

கூம்பின் மேற்பரப்பளவு $= \pi r^2 + \pi r l$

$= 22/7 \times 25^2 + 22/7 \times 25 \times 65 \text{ cm}^2$

$= 22/7 \times 25 \ (25 + 65) \text{ cm}^2$

$= 22/7 \times 25 \times 90 \text{ cm}^2$

$= 7071.428 \text{ cm}^2$

$= 7071.43 \text{ cm}^2$ (அண்ணளவாக)

கூம்பின் கனஅளவு $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$

$= \frac{22/7 \times 25^2 \times 60 \text{ cm}^3}{3}$

$= 22/7 \times 625 \times 20 \text{ cm}^3$

$= \frac{275000 \text{ cm}^3}{7}$

$= 39285.7142 \text{ cm}^3$

$= 39285.71 \text{ cm}^3$ (அண்ணளவாக)

கூம்பின் அளவீடுகளைக் கணிப்பது பற்றி நீங்கள் கற்று விட்டீர்கள். நீங்கள் பெற்றுக் கொண்ட அறிவைப் பதித்துக் கொள்ளும் பொருட்டு பின்வரும் செவ்வை பார்த்தலைச் செய்க.

செவ்வை பார்த்தல் 2 தேவையற்ற சொல்லை வெட்டி விடுக.

1. கூம்பின் மேற்றளங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை/ செங்குத்தானவை அல்ல.
2. கூம்பிற்குக் குத்துயரம் இரண்டு உண்டு/இல்லை
3. வட்டத்தின் ஆரைச்சிறையினால் கூம்பொன்றை அமைக்க முடியும்/முடியாது.
4. கூம்பின் மேற்பரப்பளவை அறிவதற்கு எப்போதும் அதன் குத்துயரம் தேவைப்படும்/ தேவைப்படாது.
5. கூம்பின் கனவளவைக் கணிப்பதற்கு எப்போதும் குத்துயரமும் சாயுயரமும் தெரிந்திருக்க வேண்டும்/ வேண்டியதில்லை.
6. கூம்பின் குத்துயரமும் சாயுயரமும் தெரிந்தால் அதன் மேற்பரப்பளவைக் கணிக்க முடியும்/ முடியாது.
7. சமமான ஆரைகளையுடைய உருளையின் கனவளவுக்கும் கூம்பின் கனவளவுக்கும் இடையேயுள்ள விகிதம் எப்போதும் 3 : 1 ஆக இருக்கும்/ இருக்க மாட்டாது.
8. அடித்தளங்கள் சமமாகவும், உயரங்கள் சமமாகவும் உள்ள கூம்பினதும், உருளையினதும் மேற்பரப்புகளுக்கு இடையே தொடர்பு உண்டு/ இல்லை.

உங்கள் விடைகளை இம் மொடியூலின் இறுதியிலுள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கவும்.

நீங்கள் கூம்பு தொடர்பாகப் பெற்ற அறிவைப் பதித்துக் கொள்ளும் பொருட்டு பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்யவும்.

பயிற்சி 6

1. 6 cm ஆரையும் 8 cm உயரமுள்ள கூம்பின் மேற்பரப்பளையும் கனவளவையும் காண்க.

2. 10.5 cm ஆரையும் 15 cm உயரமுமுள்ள உலோக உருளைத் திண்மத்தை உருக்கி 15 cm ஆரையுடைய மூன்று கூம்புகள் ஆக்கப்பட்டன. இம் மூன்று கூம்புகளினதும் உயரங்கள் சமமாயின் ஒவ்வொரு கூம்பினதும் உயரத்தையறிக.

3. மெல்லிய தகட்டினால் அமைக்கப்பட்ட கூம்பொன்றின் உயரம் 50 cm . ஆரை 28 cm ஆகும். இக் கூம்பின் உச்சியிலிருக்கும் பக்கத்தில் 25 cm உயரமான பகுதி வெட்டி அகற்றப்பட்டு 25 cm உயரமான வாளியொன்று அமைக்கப்பட்டது. வாளியின் அடித்தள விட்டம் 28 cm ஆகும். வாளியின் கொள்ளளவைக் காண்க.

உங்கள் விடைகளை இம் மொடியூலின் இறுதியிலுள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கவும்.

7.6 கோளமொன்றின் மேற்பரப்பளவு

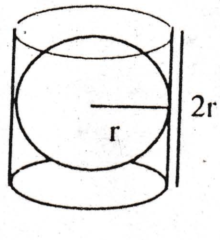
கோள வடிவமான பொருட்களின் மேற்பரப்பளவுகளை அறியும் பொருட்டு முற்காலத்தில் கணிதவியலாளர்கள் பல ஆராய்ச்சிகளைச் செய்துள்ளனர், என நூல்கள் குறிப்பிடுகின்றன. எனினும் அவர்களால் சாதகமான பேறுகளை எடுக்க முடியவில்லை இதனால் அவர்கள் உயர்கணிதத்தை நாடினார்கள். எப்படியிருப்பினும் ஆக்கிமீடீஸ் என்ற விஞ்ஞானி கோளவடிவமான பொருளொன்றின் மேற்பரப்பளவு தொடர்பாகச் செய்த ஆராய்ச்சியின் விளைவாக இரு அபிப்பிராயங்களை வெளியிட்டார். இவ்வபிப்பிராயங்கள் சரியானவையா என்று பின்னர் உயர்கணித முறையில் நிறுவப்பட்டுள்ளன. ஆக்கிமிடீஸ் இவ்விரு அபிப்பிராயங்களையும் எவ்வாறு வெளியிடக் கூடியதாக இருந்தது என்பது இன்றுவரை இரகசியமாகவேயுள்ளது. எவ்வாறாயினும் அவ்விரு அபிப்பிராயங்களையும் நீங்கள் அறிவதற்காக கீழே தருகிறோம்.

- கோளமொன்றின் மேற்பரப்பானது கோளத்தின் விட்டத்திற்குச் சமனான விட்டத்தையும், உயரத்தையும் உடைய உருளையின் மேற்பரப்பளவின் மூன்றில் இரண்டு பங்காகும்.

- மேற்படி கோளமானது மேற்படி உருளையினுள் வைக்கப்படும் போது வட்டமொன்றினால் இரு

பகுதிகளாக வெட்டி வேறாக்கப்படின் அவ்வப் பகுதிகளிலுள்ள உருளையினதும், கோளத்தினதும் வளைபரப்புகள் சமனானதாகும்.

ஆக்கிமிடீஸின் வேண்டுகோளின்படி அவர் கண்டுபிடித்த அத் தொடர்பைக் காட்டும் கோளத்தினதும் உருளையினதும் மாதிரியானது அவரின் கல்லறையின் மீது வைக்கப்பட்டதாக குறிப்பிடப் படுகிறது. அவ்வாறான மாதிரி யானது உரு 42இல் காட்டப் பட்டுள்ளது.



உரு 42

கோளமொன்றின் மேற்பரப்பளவானது கோளத்தின் ஆரைக்குச் சமமான ஆரையுடைய வட்டத்தின் பரப்பளவின் நான்கு மடங்காகும்.

குறியீட்டு முறையில் அதை இவ்வாறு காட்டுவோம். ஆரை r அலகுகளாகவும் கோளத்தின் மேற்பரப்பளவு A சதுர அலகுகளாகவும் இருப்பின்

$\boxed{A = 4\pi r^2}$ ஆகும்.

இதை நாம் கோளத்தின் மேற்பரப்பளவை அறியும் பொருட்டுள்ள சூத்திரமாகப் பயன்படுத்துவோம்.

7.8 கோளத்தின் கனவளவு

கோளமொன்றின் கனவளவை செயல்முறையில் அறிவதற்கு செயற்பாடொன்றைச் செய்ய வேண்டும். அது வட்டத்தின் பரப்பளவை அறிவதற்கான செயற்பாட்டைப் போன்றதாகும். அதே போல கோளத்தை அதன் ஆரைக்குச் சமனான குத்துயரத்தைக் கொண்ட மிகச் சிறிய கூம்பகங்களாக வெட்டி அவற்றின் மொத்தக் கனவளவை அறிவதன் மூலம் கோளத்தின் கனவளவைக் காணலாம்.

$$\text{கூம்பகத்தின் கனவளவு} = \frac{\text{அடித்தளப் பரப்பு} \times \text{உயரம்}}{3}$$

கோளத்தின் கனவளவு = எல்லாக் கூம்பகங்களினதும் மொத்தக் கனவளவுகள்.

கோளத்தின் கனவளவு

$= \frac{\text{அடித்தளப்பரப்பு} \times \text{உயரம்} + \text{அடித்தளப்பரப்பு} \times \text{உயரம்} + \ldots)}{3}$

$= \frac{\text{உயரம்}}{3}$ (அடித்தளப்பரப்பு + அடித்தளப்பரப்பு +...)

$= \frac{\text{உயரம்}}{3}$ (கோளத்தின் மேற்பரப்பளவு)

(எல்லாக் கூம்பகங்களினதும் அடித்தளங்களையும் சேர்த்தால் அது கோளத்தின் மேற்பரப்புக்குச் சமனாகும்.)

கூம்பகத்தின் உயரம் கோளத்தின் ஆரைக்குச் சமனாகும். எனவே

$$\boxed{\text{கோளத்தின் கனவளவு} = \frac{\text{ஆரை}}{3} \times (\text{கோளத்தின் மேற்பரப்பளவு})}$$

ஆரை r அலகுகளாகவும் கோளத்தின் கனவளவு v கனவலகுகளாகவும் இருப்பின்

$$v = \frac{r}{3} \times 4\pi r^2$$

$$v = \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ ஆகும்}$$

இதை நாம் கோளத்தின் கனவளவை அறிவதற்காக உள்ள சூத்திரமாகப் பயன்படுத்துவோம்.

உதாரணம் :

கோள வடிவமான பொருளொன்றின் மேற்பரப்பளவு $2464\ cm^2$ ஆகும். அப்பொருளின் கனவளவைக் காண்க.

கோளத்தின் மேற்பரப்பளவு $(A) = 4\pi r^2$

$$A = 2464\ cm^2$$
$$4\pi r^2 = 2464$$
$$r^2 = 2464 \div (4 \times 22/7)\ cm^2$$
$$r^2 = 2464 \times 7/88\ cm^2$$
$$r^2 = 28 \times 7\ cm^2$$
$$r^2 = \sqrt{196}\ cm$$
$$r = 14\ cm$$

கோளத்தின் கனவளவு $V = 4/3\ \pi r^3$

$V = 4/3 \times 22/7 \times 14 \times 14 \times 14\ cm^3$

$V = 11498.666\ cm^3$

$V = 11498.67\ cm^3$ (அண்ணளவாக)

நீங்கள் கோளமொன்றின் மேற்பரப்பளவையும் கனவளவையும் அறிவது பற்றிக் கற்று விட்டீர்கள். உங்கள் அறிவைப் பதித்துக் கொள்ளும் பொருட்டு பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்யவும்.

பயிற்சி 7

1. 7 cm ஆரையுடைய கோளத்தின் மேற் பரப்பளவையும் கனவளவையும் காண்க.

2. 21 cm விட்டத்தையுடைய கோளமொன்றின் மேற்பரப்பளவையும் கனவளவையும் அறிக

3. சந்திரனின் ஆரை 1739 km எனின் அதன் மேற்பரப்பளவையும் கனவளவையும் கணிக்க.

4. கோள வடிவமான பொருளொன்றின் கனவளவு 38808 cm^3 ஆகும். அதன் மேற்பரப்பளவைக் கணிக்க.

உங்கள் விடைகளை இம் மொடியூலின் இறுதியில் உள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கவும்.

8.0 பொழிப்பு

நீங்கள் இந்த மொடியூலில் நேர் கோட்டுருவங்களின் சுற்றளவையும் பரப்பளவையும் அறிவதற்கும், வட்டத்தின் சுற்றளவையும் பரப்பளவையும் கணிப்பதற்கும் எளிய திண்மப் பொருட்களின் மேற்பரப்பளவையும் கனவளவையும் காண்பதற்கும் கற்றுள்ளீர்கள். அளவீடுகளுக்கான சூத்திரங்களையும் தெரிந்து கொண்டீர்கள். இதுவரை நீங்கள் கற்ற அளவியல் வருமாறு :-

- சுற்றளவு p அலகுகளாகவும், நீளம் l அலகுகளாகவும் அகலம் b அலகுகளாகவும் உள்ள செவ்வகத்தின் சுற்றளவு $p = 2(l+b)$

- பரப்பளவு A சதுர அலகுகளாகவும் நீளம் l அலகுகளாகவும் அகலம் b அலகுகளாகவும் உள்ள செவ்வகத்தின பரப்பளவு $A = lb$

- இணைகரத்தின் பரப்பளவு = அடியின் நீளம் x அவ்வடிக்கும் எதிர்ப்பக்கத்திற்கும் இடையேயுள்ள செங்குத்துத்தூரம்

- முக்கோணியின் பரப்பளவு $= \dfrac{\text{அடி} \times \text{எதிருச்சியிலிருந்து அவ்வடிக்குள்ள செங்குத்துத்தூரம்}}{2}$

- விட்டம் d அலகுகளாகவும் ஆரை r அலகுகளாகவும் பரிதி c அலகுகளாகவும் பரப்பளவு A சதுர அலகுகளாகவும் உள்ள வட்டத்தின்
  பரிதி (சுற்றளவு) $c = \pi d$ ஆகும்.
  ஆதலால்
  பரிதி (சுற்றளவு) $c = 2\pi r$ ஆகும்.
  பரப்பளவு $A = \pi r^2$ ஆகும்.

- செங்கோண முக்கோணமொன்றில் செம்பக்கத்தினால் ஆக்கப்படும் சதுரத்தின் பரப்பளவு மற்றிரு பக்கங்களினால் ஆக்கப்படும் சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமனாகும்.

  செங்கோண முக்கோணத்தின் செம்பக்கம் a அலகுகளாகவும் மற்றிரு பக்கங்களும் b, c அலகுகளாகவும் இருப்பின் $a^2 = b^2 + c^2$ ஆகும்.

- நீள, அகல உயரங்கள் முறையே l, b, h அலகுகளாக உள்ள கனவுருவின் மேற் பரப்பளவு A சதுர அலகுகள் ஆகவும் கனவளவு V கன அலகுகளாகவும் இருப்பின்

  மேற் பரப்பளவு $A = 2(lb + lh + bh)$ ஆகும்
  ∴ கனவளவு $V = lbh$ ஆகும்.

- அடித்தளத்தின் ஒருபக்க நீளம் a அலகுகளாகவும், சாயுயரம் l அலகுகளாகவும் குத்துயரம் h அலகுகளாகவும் உள்ள கூம்பகத்தின் மொத்த மேற்பரப்பளவு A சதுர அலகுகளாகவும் கனவளவு V கன அலகுகளாகவும் இருப்பின்
  மேற்பரப்பளவு $A = a^2 + 2al$ ஆகும்.
  கனவளவு $v = a^2h/3$ ஆகும்.

- ஆரை r அலகுகளாகவும் உயரம் h அலகுகளாகவும் உள்ள உருளையின் முழு மேற்பரப்பளவு A சதுர அலகுகளாகவும் கனவளவு v கன அலகுகளாகவும் இருப்பின்
  முழு மேற்பரப்பளவு $A = 2\pi r^2 + 2\pi rh$ ஆகும்.
  ∴ கனவளவு $v = \pi r^2 h$ ஆகும்.

- ஆரை r அலகுகளாகவும், சாயுயரம் l அலகுகளாகவும் குத்துயரம் h அலகுகளாகவும் உள்ள கூம்பின் முழு மேற்பரப்பளவு A சதுர அலகுகளாகவும் கனவளவு V கன அலகுகளாகவும் இருப்பின்
  முழு மேற்பரப்பளவு $A = \pi rl + \pi r^2$ ஆகும்.
  கனவளவு $v = 1/3\ \pi r^2 h$ ஆகும்.

- ஆரை r அலகுகளாகவுள்ள கோளத்தின் மேற்பரப்பளவு A சதுர அலகுகளாகவும் கனவளவு v கனஅலகு களாகவும் இருப்பின்
  மேற்பரப்பளவு $A = 4\pi r^2$ ஆகும்
  கனவளவு $v = 4/3\ \pi r^3$ ஆகும்.

இம்மொடியூலைக் கற்று முடித்த நீங்கள் உங்கள் அறிவை பரீட்சித்துப் பார்ப்பதன் பொருட்டு பின்வரும் பிற்சோதனைக்கு விடையளிக்கவும்.

9.0 பிற்சோதனை

1. சுற்றளவு 24 cm ஆகவுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவைக் கணிக்க.

2. நீளம் அகலத்தின் மும்மடங்காகவுள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $75\ cm^2$ ஆகும். செவ்வகத்தின் நீள அகலங்களைக் கணிக்க.

3. ஒரே மையத்தையுடைய இரு வட்டங்களின் ஆரைகள் R, r அலகுகளாகும். இரு வட்டங்களுக்கும் இடையே உள்ள பகுதியின் பரப்பளவு A சதுர அலகுகளாகவும், $R > r$ ஆகவும் இருப்பின் A யை R, r இல் ஒரு சூத்திரமாகத் தருக.

4. முக்கோணி ABC யில் BC = 10 cm பரப்பளவு $100\ cm^2$ உச்சி A யிலிருந்து BC க்குள்ள செங்குத்துத் தூரத்தைக் கணிக்க.

5. மெல்லிய தகட்டினால் ஆக்கப்பட்ட பெட்டியின் நீள, அகல, உயரங்கள் முறையே 15 cm, 12 cm, 10 cm ஆகும். பெட்டியை அமைப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்பட்ட தகட்டின் பரப்பளவையும் பெட்டியின் கனவளவையும் கணிக்க.

6. சீரான தடிப்புடைய உலோகத்தினால் அமைக்கப்பட்ட பொட் கோளமொன்றின் (உள்ளீடற்ற) உள்ளாரை r அலகுகளாகவும், வெளியாரை R அலகுகளாகவும் இருப்பின் அக் கோளத்தை அமைப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்பட்ட உலோகத்தின் கனவளவைக் கணிக்க.

7. அடித்தளப் பக்கமொன்றின் நீளம் 10 cm ஆகவும், சாயுயரம் 13cm ஆகவுமுள்ள சதுர அடித்தளத்தைக் கொண்ட கூம்பகத்தின்
   1. முழுமேற்பரப்பளவையும்
   2. கனவளவையும் கணிக்க.

8. 5 cm ஆரையையும் 12 cm உயரத்தையும் கொண்ட கூம்பின் முழு மேற்பரப்பளவையும் கனவளவையும் கணிக்க.

9. ஆக்கிமிடீசின் அபிப்பிராயப்படி கோளத்தின் கனவளவுக்கும் உருளையின் கனஅளவுக்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பை அறிக.

10. பூமத்திய கோட்டிலிருந்து புவியோட்டின் மேலாக வடதுருவம் வரையிலான தூரம் 1 கோடி மீற்றராகும். புவி மையத்திலிருந்து வடதுருவம் வரையுள்ள தூரத்தைக் காண்க.

உங்கள் விடைகளை இம் மொடியூலின் இறுதியில் உள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கவும்.

இப்போது நீங்கள் மொடியூலை வாசித்து முடித்துள்ளீர்கள். அதனை எந்தளவு வெற்றிகரமாகக் கற்று முடித்துள்ளீர்கள் என்ற அறிய பின்வரும் ஒப்படை உதவும். அவற்றுள் உங்களுக்கு தரப்படும் ஒப்படையைப் பூரணப் படுத்தி உங்கள் பிரதேச கற்கை நிலையத்தில் ஒப்படையுங்கள்.

10.0 ஒப்படைகள்

ஒப்படை 1

1. தற்போது பயன்படுத்தப்படும் தபாலுறையின் நீள அகலங்களையும், சுற்றளவையும் பரப்பளவையும் அறிக.

2. தற்போது பயன்படுத்தப்படும் 50 சத நாணயத்தின்
   i. பரிதியையும்,
   ii. விட்டத்தையும்,
   iii. வட்டப் பகுதியின் பரப்பளவையும் அறிக.

3. 80 g நிறையுள்ள சவர்க்காரக் கட்டியுள்ள பெட்டியின்
   அ. நீள, அகல உயரத்தையும்,
   ஆ. முழு மேற்பரப்பளைவும்,
   இ. கனவளவையும் கணிக்க.

4. சாய் சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தில் இருசமகூறிடுகின்றன. மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் 16 cm, 12 cm ஆகும்.
   i. அடியின் நீளம்
   ii. பரப்பளவு
   iii. எதிர்ப்பக்கங்களுக்கிடையேயுள்ள தூரம் ஆகியவற்றைக் கணிக்க.
   iv. சாய்சதுரத்தின் சுற்றளவுக்கு சமமான சுற்றளவுள்ள சதுரமொன்றின் பரப்பளவைக் கணிக்க.

5. கூம்பொன்றின் விட்டம் 14 cm உயரம் 24 cm
   i. கூம்பின் சாயுயரத்தைக் காண்க.
   ii. கூம்பின் முழு மேற்பரப்பளவைக் கணிக்க.
   iii. கூம்பின் கனவளவைக் கணிக்க.
   iv. இக் கூம்பின் விட்டத்திற்கு சமமான விட்டமுள்ளதும், குத்துயரத்துக்குச் சமமான குத்துயரமுள்ளதுமான திண்ம உருளையின்
   அ. முழு மேற்பரப்பளவையும்
   ஆ. கனவளவையும் கணிக்க.

6. 7 cm பக்கமுள்ள சதுரத்தை அடியாகக் கொண்ட கூம்பகத்தின் உயரம் 22 cmன் இக் கூம்பகத்தின் கனவளவுக்குச் சமமான கனவளவுள்ள கோளத்தின்
   i. கனவளவைக் கணிக்க
   ii. விட்டத்தைக் கணிக்க.
   iii. மேற்பரப்பளவைக் கணிக்க.

ஒப்படை 11

1. தற்போது பாவனையிலுள்ள 10 ரூபாய்த்தாளின்
   அ. நீள அகலத்தையும்
   ஆ. சுற்றளவையும்
   இ. பரப்பளவையும் அறிக.

2. தற்போது பாவனையிலுள்ள 5 ரூபா நாணயத்தின்
   i. சுற்றளவு ii. விட்டம்
   iii. வட்டப் பகுதியின் பரப்பளவு என்பவற்றைக் கணிக்க.

3. 135 g பற்பசைப் பெட்டியின்
   அ. நீள அகல உயரத்தையும்
   ஆ. முழு மேற்பரப்பளவையும்
   இ. கனவளவையும் கணிக்க.

4. சாய்சதுரமொன்றின் விட்டங்கள் செங்குத்தில் இருசம கூறிடுகின்றன. விட்டங்களின் நீளங்கள் 24 cm, 10 cm ஆயின் சாய்சதுரத்தின்
   i. அடியின் நீளம்
   ii. பரப்பளவு
   iii. எதிர்ப்பக்கங்களுக்குச் சமமான சுற்றளவுள்ள தூரம்
   iv. சாய்சதுரத்தின் சுற்றளவுக்குச் சமமான சுற்றளவுள்ள சதுரத்தின் மூலை விட்டத்தின் நீளம் என்பவற்றை அறிக.

5. ஒரு பக்க நீளம் 14 cm ஆகவுள்ள சதுரத்தை அடியாகக் கொண்ட கூம்பகத்தின் உயரம் 24 cm ஆகும்.
   i. கூம்பகத்தின் உச்சியிலிருந்து அடித் தளத்துக்குள்ள தூரத்தைக் காண்க.

ii. கூம்பகத்தின் முழு மேற்பரப்பளவைக் காண்க.
iii. கூம்பகத்தின் கனவளவைக் காண்க.
iv. இக் கூம்பகத்தின் அடித்தள விளிம்பின் நீளத்திற்குச் சமமான விட்டத்தையும் கூம்பகத்தின் உயரத்துக்குச் சமமான உயரத்தையும் கொண்ட உருளையின்
அ. முழு மேற்பரப்பளவையும்
ஆ. கனவளவையும் கணிக்க.

6. 7 cm ஆரையையும் 28 cm உயரத்தையும் கொண்ட திண்ம உலோகக் கூம்பு உருக்கப்பட்டுத் திண்மக் கோளம் ஒன்று அமைக்கப்பட்டது. (உலோகம் சேதமடையவில்லை எனக் கொள்க)
i. கோளத்தின் கனவளவைக் கணிக்க.
ii. கோளத்தின் ஆரையைக் காண்க.
iii. கோளத்தின் மேற்பரப்பைக் காண்க.

ஒப்படை III

1. தற்போது கடையில் விற்கப்படும் அப்பியாசக் கொப்பியொன்றின்
அ. நீள அகலம் ஆ. தடிப்பு
இ. பரப்பளவு என்பவற்றைக் காண்க.

2. தற்போது பாவனையில் உள்ள 2 ரூபாய் நாணயத்தின்
i. பரிதி ii. விட்டம்
iii. வட்டப் பகுதியின் பரப்பளவு என்பவற்றைக் காண்க.

3. செங்கல் ஒன்றின்
i. நீள, அகல, உயரத்தையும்,
ii. முழு மேற்பரப்பளவையும்
iii. கனவளவையும் கணிக்க.

4. சதுரமொன்றின் மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 12 cm ஆகும்.
i. சதுரத்தின் பக்கமொன்றின் நீளம்
ii. சதுரத்தின் பரப்பளவு என்பவற்றை அறிக.
iii. இச் சதுரத்தின் பரப்பளவுக்குச் சமமான பரப்பளவுள்ள சாய்சதுரத்தின் ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 16 cm எனின் சாய்சதுரத்தின்
அ. மற்ற மூலைவிட்டத்தின் நீளத்தையும்
ஆ. அடியின் நீளத்தையும் கணிக்க.
(சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் செங்குத்தில் இரு சமகூறிடும்.)

5. சதுரமொன்றை அடியாகக் கொண்ட கூம்பகத்தினதும் கூம்பினதும் குத்துயரங்கள் சமமாக உள்ளதுடன் கூம்பகத்தின் அடித்தளத்தின் ஒருபக்க நீளம் கூம்பினது விட்டத்திற்கு சமமானதாகும்.
கூம்பின் விட்டம் 10 cm உயரம் 12 cm ஆகும்.
i. கூம்பின் சாயுயரத்தை அறிக
ii. கூம்பகத்தினது உச்சியிலிருந்து அடித்தள விளிம்பு வரையுள்ள தூரத்தைக் காண்க
iii. கூம்பின் முழு மேற்பரப்பளவை அறிக.
iv. கூம்பகத்தினது முழு மேற்பரப்பளவை அறிக.
(அ) கூம்பின் கனவளவை கணிக்க
(ஆ) கூம்பகத்தின் கனவளவைக் கணிக்க.

6. ஆக்கிமிடீசின் அதிசயமான கண்டுபிடிப்பிற்குப் பொருத்தமாக கோளத்திற்கும் உருளைக்குமிடையே உள்ள
i. கனவளவுகளுக்கிடையே உள்ள விகிதம்
ii. முழு மேற்பரப்புகளுக்கிடையே உள்ள விகிதம்
iii. மேற்படி கோளத்தினதும் உருளையினதும் ஆரை உயரம் தொடர்பான பொருத்தமான எண்பெறுமானங்களைக் கொண்டு கணிப்பிடுவதன்மூலம்
(i) இனதும்
(ii) இனதும் விடைகளை உண்மையெனக் காட்டுக.

11.0 விடைகள்

முற்சோதனை 1. i. 100 ii. 1000 iii. 10000 iv. 100
v. 100 vi. 1000000 vii. 1000 viii. 1/1000
2. 5a + 7b
3. 6x + 8
4. 2 b (3a + 4)
5. (i) 5 (ii) 12
6. சமன்
7. செங்குத்தில் இருசமகூறிடும்.
8. மற்றைய சோடிப்பக்கங்கள் சமாந்தரமற்றதாக இருப்பதால்
9. மூன்று பக்கங்களும் மூன்று கோணங்களும்.
10. செம்பக்கம்
11. இரு பக்கங்கள் சமனாகவுள்ள முக்கோணம்.
12. மூன்று பக்கங்களும் சமமாகவுள்ள முக்கோணம்.
13. இரு ஆரைகளினால் சிறைப்படுத்தப்படும் வட்டத்தின் ஒரு துண்டம்.

பயிற்சி 1

(1) $30 m^2$ 20 m
(2) 32 cm $64 cm^2$
(3) 40 cm $96 cm^2$
(4) 400 m $7500 m^2$
(5) $400 m^2$
(6) 2.25
(7) 300
(8) 1000
(9) 750
(10) 120
(11) i. 2600 ii. 2800
(12) 267.5

பயிற்சி 2

(1) $72 cm^2$
(2) 10 cm
(3) 20 cm
(4) $36 cm^2$
(5) 10 cm
(6) $\frac{a}{2}$
(7) 5 cm

பயிற்சி 2 (A)

(1) 5 cm
(2) 25 cm
(3) 15 cm

பயிற்சி 3

(1) 110 cm, $962.5 cm^2$
(2) 440 m
(3) 105 m
(4) $1386 m^2$ 126 m
(5) 132 m

பயிற்சி 4

(1) $236 cm^2$, $240 cm^2$
(2) $592 cm^2$ $960 cm^2$
(3) 18 cm, 6 cm, 12 cm
(4) $384 cm^2$, $512 cm^2$
(5) 6 cm, 6cm, 6 cm
(6) 0.720 kl
(7) 150
(8) $384 cm^2$, $384 cm^3$
(9) (i) 14 cm, (ii) $896 cm^2$, (iii) $1568 cm^3$
(10) (i) $406.25 m^2$ (ii) $56.875m^3$

பயிற்சி 5

(1) $748 cm^2$ $1540 cm^3$
(2) $50.16 m^2$ $30.8 m^3$
(3) 11,000 ரூபா
(4) 20 cm
(5) $12320 cm^3$
(6) $6930 cm^3$
(7) $962500 cm^3$

செவ்வைபார்த்தல்1

1. செங்குத்தாக இருக்கும்
2. செங்குத்தாக இருக்கும்.
3. முப்பரிமாணமானவை
4. இருபரிமாணமானவை
5. முடியும்
6. இல்லை
7. பிடித்துக்கொள்ளும்
8. இல்லை
9. உண்டு, உண்டு
10. திண்மப் பொருள்

செவ்வை பார்த்தல் 2

1. இல்லை
2. இல்லை
3. முடியும்
4. தேவைப்படாது
5. வேண்டியதில்லை
6. முடியும்
7. இருக்க மாட்டாது
8. இல்லை

பயிற்சி 6

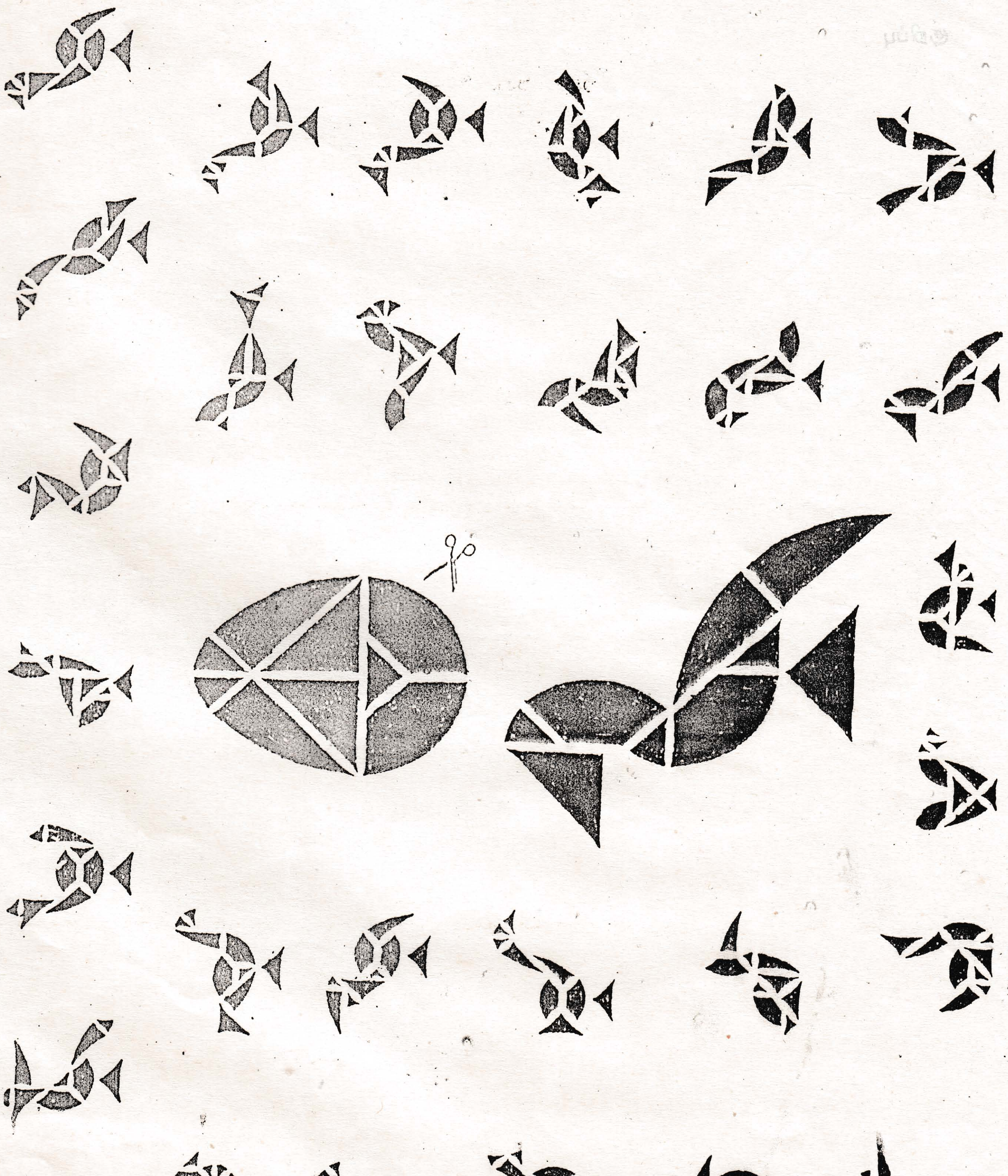
(1) 301.71 cm^3
(2) 7.35 cm
(3) 508200 cm^3

பயிற்சி 7

(1) 616 cm^2, 1437.3 cm^3
(2) 1386 cm^2 4851 cm^3
(3) 3.796 x 10, 2.199 x 10
(4) 5544

பிற்சோதனை

(1) 36 cm^2
(2) 15 m, 5 m
(3) $A = \pi(R^2 - r^2)$
(4) 20 cm
(5) 720 cm^2 1800 cm^3
(6) $4/3\ \pi\ (R^3 - r^3)$
(7) 360 cm^2 400 cm^3
(8) 282 6/7 cm^2 314 2/7 cm^3
(9) 2 : 3
(10) 6366197.7 m



குறிப்பு

ஆசிரியர் தொலைக்கல்விப் பாடநெறி