குறியீட்டு அளவையியல்

SYMBOLIC LOGIC

(க. பொ. த உயர்தர மாணவர்க்குரியது)

ஆக்கம்

K. T. இராசரத்தினம் B. A. (Hons)
முன்னைநாள் உதவி விரிவுரையாளர்,
மெய்யியற்றுறை,
பேராதனைப் பல்கலைக்கழகம்.

S. லிங்கசாமிசர்மா B. A. (Hons)
உதவி விரிவுரையாளர்,
மெய்யியற்றுறை,
பேராதனைப் பல்கலைக்கழகம்.

Published by
K. C'S. INSTITUTE
NALLUR.

குறியீட்டு அளவையியல்

SYMBOLIC LOGIC

(க. பொ. த. உயர்தர மாணவர்க்குரியது)

ஆக்கம்

K. T. இராசரத்தினம்
B. A. (Hons)
முன்னைநாள் உதவி விரிவுரையாளர்
மெய்யியற்துறை
பேராதனைப்பல்கலைக் கழகம்.

S. லிங்கசாமிசர்மா
B. A. (Hons)
உதவி விரிவுரையாளர்
மெய்யியற்துறை
பேராதனைப் பல்கலைக் கழகம்

K.G.'s INSTITUTE
வெளியீடு
NALLUR
B.R. No. 12752

முதற்பதிப்பு:- நவம்பர் — 1981

பதிப்புரிமை:- வெளியீட்டாளருக்கு

★

அச்சுப்பதிப்பு:
தயா அச்சகம்,
138, நாவலர் வீதி,
யாழ்ப்பாணம்.

★

மொத்த விற்பனையாளர்
மக்மிலன் புத்தகசாலை
ஆஸ்பத்திரி வீதி,
யாழ்ப்பாணம்.

விலை ரூபா: 11/75

வெளியீட்டாளர் சிந்தனையிலிருந்து.....

க. பொ. த. உயர்தர வகுப்பில் அளவையியலைத் தமிழ் மொழி மூலம் பயிலும் மாணவர்களின் தேவையைத் தற்காலிக மாக நிறைவு செய்யும்பொருட்டு; நிறுவன நூல் வெளியீட்டுக்குழு வினரால் ஓர் அவசர பதிப்பு வெளியிடப்பட்டிருந்தது. அதற்கு மாணவர்கள் அளித்த வரவேற்பும், ஆதரவும் மீண்டும் இப்புதிய முயற்சியில் இறங்கத் தூண்டியது. இம்முயற்சியில் பாடத்திட்டத்தை முழுமையாக வெளியிடுகின்ற எண்ணம் இந் நூலின் ஆசிரியர்களிடம் தெரிவிக்கப்பட்ட போது; அவர்கள் இதனை மகிழ்ச்சியுடன் ஏற்றுக்கொண்டு தமது பணியை இயன்ற வரை முழுமைபெறச்செய்துள்ளனர். அவர்களுக்கு எனது நிறுவ னத்தின் சார்பில் மிகுந்த நன்றியைத் தெரிவித்துக்கொள்கிறேன். மாணவர் தேவையை இந்நூல் பெருமளவு நிறைவு செய்யும் என்பது எமது நம்பிக்கையாகும். இப்புதிய நூலுக்கும் உங்கள் ஆதரவைக்காட்டி மேன் மேலும் உற்சாகப்படுத்துவீர்கள் என முழுமையாக நம்புகிறேம். நூல் வெளியீட்டு முயற்சியில் மாண வர்களுக்குப் பயன் தரக்கூடிய பல நூல்கள் வெளிவர உள்ளன: எனும் நற் செய்தியை இவ்வேளையில் மகிழ்ச்சியுடன் தெரிவித் துக்கொள்கின்றேன்.

நன்றி.

நிர்வாகி
K. G's. **இன்ஸ்ரிரியூட்**
பருத்தித்துறை வீதி,
நல்லூர் – யாழ்ப்பாணம்.

நிறுவன நூல் வெளியீட்டுக்குழு உறுப்பினர்கள்

K. குணசிங்கம் **B. Com (Special Hons)**
N. செல்வகுமார் **B, A (Hons)**
S. லிங்கசாமிசர்மா **B. A. (Hons)**
K. T. இராசரத்தினம் **B. A. (Hons)**
S. A. பிரான்சிஸ் **B. A.**

எமது எண்ணம்.....

குறியீட்டு அளவையியல் மேலை நாடுகளில் துரிதமாக வளர்ச்சியடைந்து வருகின்ற இக்காலகட்டத்தில் எமது நாட்டு க.பொ. த உயர்தர வகுப்பு மாணவர்களது அளவையியல் பாடத்திட்டத்தில் 1981-ம் ஆண்டில் இருந்து குறியீட்டு அளவையியலின் சிலபகுதிகள் புகுத்தப்பட்டுள்ளமை மாணவர்களது அளவையியல் பற்றிய அறிவை மேலும் விருத்தியாக்கும் என்பதில் ஐயமில்லை.

பாடத்திட்டத்தில் மாற்றம் கொண்டு வரப்பட்ட போதும்; தமிழ் மொழிமூலம் அளவையியல் பயிலும் மாணவர்களுக்கு! பொருத்தமான நூல் வசதியில்லாமையை எம்மால் உணரமுடிந்தது. இக்குறையைஒரளவுநிவர்த்திசெய்யும்நோக்குடனும் 1981-ம் ஆண்டு ஆகஸ்ட் மாதத்தில் பரீட்சைக்குத் தோற்றவிருந்த மாணவர்களுக்கு உதவும் நோக்குடனும் ''குறியீட்டு அளவையியல்'' எனும் தலைப்புடன் K. G. நிறுவனத்தின் உதவியோடு அவசர பதிப்பொன்று வெளியிடப்பட்டது. அவசரவெளியீடாக அது அமைந்தமையால் பாடத்திட்டத்தின் சில பகுதிகளே சேர்க்கப்பட்டிருந்தன. எனவே தமிழ் மாணவர்களது நலனை முன்னிட்டு மீண்டும் இப்புதிய முயற்சியில் இறங்கி பாடத்திட்டத்தை முழுமையாக உள்ளடக்கிய வகையில் இந்நூலை தயாரித்துள்ளோம். இந்நூல் அளவையியல் கற்பிக்கும் ஆசிரியர்களுக்கும்; கற்கும் மாணவர்களுக்கும் பெரிதும் உதவும் என்பது எமது நம்பிக்கையாகும். நூலில் குறைபாடுகள் ஏதும் இருப்பின்; அதுபற்றித் தெரிவித்தால் ஆவன செய்வோம்.

இன்நூலின் எழுத்துப் பிரதியைத் தயாரிப்பதில் உதவியும், எழுத்துப் பிழைகள் முதலியவற்றைச் சுட்டிகாட்டியும் உதவி செய்த திருமதி. இராஜரெத்தினம், செல்வன். S. முரளிதாஸ் செல்வன். S. கணேசலிங்கம் செல்வன். S. ஆனந்தன் ஆகியோருக்கும்; செல்வி. செ. சிவஞானசெல்வம் ஐயருக்கும் எமது உளமார்ந்த நன்றியைத் தெரிவித்துக்கொள்கிறேம். இந்நூலை வெளியீடு செய்யும் K. G. நிறுவனத்தார்க்கு எமது விசேட நன்றியைக் கூறிக்கொள்வதோடு, அழகுற இதனை அச்சிட்ட யாழ். தயா அச்சகத்தாருக்கும் எமது நன்றியைத் தெரிவித்துக் கொள்கிறேம்.

க. த. இராசரத்தினம்
கொல்லன் தோட்டம்,
நெல்லியடி, கரவெட்டி.
29-10-1981

சி. லிங்கசாமிசர்மா
ஆலையடி வேம்பு,
அக்கரைப்பற்று 7.
கி. மா.

பல்கலைக்கழகத்தில்
எம்மை அறிவூட்டி உருவாக்கிய
மெய்யியல் துறையைச்சார்ந்த தமிழ் விரிவுரையாளர்கள்
அனைவருக்கும் இந்நூல் சமர்ப்பணம்.

பொருளடக்கம்

அலகு 1.

1.1 குறியீட்டு அளவையியலின் அறிமுகமும் வளர்ச்சியும்

விஞ்ஞானம் சார்ந்த அளவையியலின் தலைசிறந்த கூறுகளில் ஒன்றுகக் குறியீட்டு அளவையியல் கருதப்படுகின்றது. ஆரம்பத்தில் கணித அறிஞர்களைக் கொண்ட சிறு குழுவினரிடையே மறைபொருளாகக் குறியீட்டு அளவையியல் இருந்து வந்துள்ளது. விஞ்ஞான அறிவின் சிந்தனை வளர்ச்சியிலே குறியீட்டு அளவையியல் முக்கிய இடத்தை இன்று வகித்து வருகிறது' எனலாம். அளவையியலில் பாவிக்கப்படும் வாதங்கள், வாக்கியங்கள் என்பன மொழியைச் சார்ந்துள்ளன. இவ்வாறுன மொழி நடைக்குப் பதிலாகவே குறியீடுகள் இன்று பயன்படுத்தப்படுகின்றன, இதற்குக் காரணம் எதுவெனில் மொழியில் இயல்பாகவே உள்ள ஈரடி இயல்பு, தெளிவின்மை, விளக்கமின்மை, திட்டமின்மை போன்ற குறைபாடுகளில் ஏற்படுகின்ற சிக்கல்களும் இடர்பாடுகளும் எனலாம் ஆனுல் மொழியை குறியீடுகளாக வெளியிடுவதன் மூலம் மேற்காட்டிய தவறுகள் பெருமளவு நிவர்த்தி செய்யப்படுகின்றன. அரிஸ்ரோட்டிய அளவையியலிலேயே குறியீடுகள் பாவனையை நாம் அவதானிக்கலாம் உதாரணமாக எடுப்புக்களில் நாற்பிரிவுத் திட்டத்தில்

நிறைவிதி A எனவும்
நிறைமறை E எனவும்
குறைவிதி I எனவும்
குறைமறை O எனவும்

பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது. இதனை விரிவுபடுத்திய வடிவமாக

S a P
S e P
S i P
S o P

எனவும் கையாளப்பட்டுள்ளது. இவ்வாறு பயன்படுத்தப்பட்டாலும் கூட அது குறியீட்டு அளவையியல் என அழைக்கப்படவில்லை 18–ம் நூற்றுண்டு வரை அளவையியலின் வளர்ச்சி, மந்த கதியிலேயே இருந்தது எனினும் 14-ம் நூற்றுண்டின் பின் அளவையியலின் கிளையாகிய குறியீட்டு அளவையியல் பயன்பாட்டுக்குக் கொண்டு வரப்பட்டது. போட்டன் பிசல் குறியீட்டு அளவையியல் பற்றிக் குறிப்பிடுகையில் 'இந்த நூற்றுண்டில் ஏற்பட்ட இலாபம் இதுவே' எனக்கூறுகின்றூர் அதாவது மொழி பற்றித் தர்க்க முறையிலே பேசுவதற்கு ஓர் உயர்மட்ட மொழி

யினை அமைத்துக் கொண்டதே இந்த இலாபமாகும். அளவியலை நோக்கி அதனைக் கணித முறையில் அமைக்க வேண்டுமென்று முதலில் முனைந்தவர் லைப்பினிஸ்ட் (LETBINIZ) என்பவராகும் இவருடைய ஆய்வுகள் அளவையியல் முழுவதற்கும் பொருத்தமானதாக இருக்கவில்லை டீ. மோகன், ஜோச்பூல் போன்ற அறிஞர்கள் செய்த பணிகளே அளவையியலுக்கான ஒரு கணித முறையைத் தோற்றுவித்தது எனலாம். அவர்கள் அளவையியலின் அடிப்படை உண்மைகளைக் குறியீட்டுவாய்ப்பாட்டில் அமைக்கவும் முற்பட்டிருந்தனர். பூல் என்பவரின் ஆய்வுகளில் எடுப்புக்கள் அனைத்தும் எழுவாய் பயனிலையை ஆய்வு செய்வதற்காகவே இருந்தது. ஆனால் தற்கால அளவையியலில் எடுப்புத் தர்க்கம் பற்றியே ஆராயப்படுகின்றது என வ்றகேயின் நூல்களில் கூறப்பட்டுள்ளது. இவரே அளவையியலில் முதல் எடுப்பு முறையைப் பயன்படுத்த முற்பட்டவராவர். இவர்களைத் தொடர்ந்து குறியீட்டு அமைப்பு G. பியானோபியஸ், ஸ்ரொடர் றசல் போன்றவர்களால் வளர்க்கப் பட்டது குறியீட்டு அளவையியலுக்கு மேலும் துணைபுரிந்த எலிபன்ஸ், சன்பெக், போன்ற அறிஞர்கள் குறியீட்டு மொழிக்கும் குறியீடுகளுக்கும் உள்ள தொடர்பு மொழியை எவ்வாறு குறியீட்டில் அமைக்கலாம், போன்ற ஆய்வுகளை மேற்கொண்டுள்ளனர். பிற்பட்ட காலங்களில் ''பிறின்சிப்பியா'' ''மதமற்றிக்கா'' என்னும் நூலின் ஆசிரியரான றசலும் உனவற்கொட் என்பவரும் குறியீட்டு அளவையியலின் வளர்ச்சிக்குப் பெரும் பங்காற்றியுள்ளனர் இன்றும் வெவ்வேறு அறிஞர்களால் மேலும் மேலும் குறியீட்டு அளவையியல் அபிவிருத்தி பெற்று வருவதை அவதானிக்கலாம்.

1.2 அளவையியலில் பாவிக்கப்படும் சில பதப் பிரயோகம்

1. எடுப்பு அல்லது வாக்கியம்

உண்மையாக அல்லது பொய்யாக இருக்கக்கூடிய ஒரு கூற்றை நாம் எடுப்பு எனலாம், எடுப்புக்கள் யாவும் கூற்றுக்களே எனினும், எல்லாக் கூற்றுக்களும் எடுப்புக்கள் அல்ல, ஒரு கூற்றானது எடுப்பு எனும் அந்தஸ்தைப் பெறவேண்டுமெனின் அது உண்மையோ பொய்யோ எனத் தீர்மானிக்கக் கூடியதாக இருக்க வேண்டும். இவ்வாறான எடுப்புக்கள் ஒரு செய்தியை வெளியிடும். இவற்றில் உடன்பாடு எதிர்மறை எனும் இரு அம்சங்கள் காணப்படு

உதாரணம் (i)

கந்தன் வந்தான்

உதாரணம் (ii)

கந்தன் வரவில்லை

2: உண்மை

உண்மை பொருத்தம் அல்லது இசைவு உடையதாக இருக்க வேண்டும். ஒரு கூற்றை நேர்வுகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கும் போதே அதன் உண்மையை நாம் அறியமுடியும். நேர்வுகளுடன் அது பொருந்தினுல் அது உண்மை. பொருந்தா விடில் அதனைப் பொய் எனக் கொள்ளலாம்,

3: வாதம்

வாதம் என்பது சில கூற்றுக்களின் தொடை ஆகும். அவை தரவு எடுப்புக்கள், முடிவெடுப்புக்கள்என இருவகைப்படும். முடிவெடுப்புக்கள் தரவு எடுப்புகளைச் சான்ருகக் கொண்டுள்ளன. உதாரணம்;

வாசுகி ஒரு மாணவி எனின் நுண்ணறிவு உள்ளவள்

வாசுகி ஒரு மாணவி

ஃ வாசுகி நுண்ணறிவு உள்ளவள்.

இங்கு மூன்று எடுப்புக்கள் காணப்படுகின்றன. இதில் முன் இரண்டும் சான்றுகள் ஆகவும் மூன்ருவது இவ்விரு சான்றுகளில் இருந்து பெறப்பட்ட முடிவாகவும் காணப் படுகின்றது. இவ்வாறு நீண்ட வாதங்களும் இடம் பெறுதல் கூடும்.

4. வாய்ப்பும் உண்மையும்

எடுப்புக்களும் வாதங்களும் உண்மை அல்லது பொய்யாக இருக்கக் கூடியவை. ஒரு எடுப்போ அல்லது வாதமோ உண்மை யாகக் காணப்படின் அவற்றை நாம் வாய்ப்பானவை எனக் கூறலாம். எனவே ஒரு வாதத்தின் வாய்ப்பு அதன் உண்மையில் தங்கியுள்ளது. ஆனுல் இங்கு வாய்ப்பு உண்மை உண்மையில் தங்கியுள்ளது. என்னும் தொடர் குறிப்பது எதுவெனில் சான்று களை முடிவு தர்க்க ரீதியாகத் தொடர்கின்றது என்பதாகும். அதே வேளை எடுப்பின் உண்மை என்பது, அது நேர்வுகளுடன் பொருந்துவதில் தங்கியுள்ளது என்பதாகும். உதாரணமாகப் ''பூனைக்குட்டி பொரியல் சாப்பிட்டது'' என்பது எடுப்பு நேர்வு களுடன் பொருந்தினுல் உண்மை. பெருந்தாவிடின் பொய்யாக இருக்கும் இவ்வாருன எடுப்புக்களில் உண்மைத் தன்மை அனு

பல உண்மை, வகுமுறை உண்மை எனப்பிரிக்கப்படலாம்.

உதாரணம்: i பீங்கான் பாத்திரங்கள் யாவும் உடைவன.
ii யாழ்ப்பாணம் ஒரு குடா நாடு அல்ல.
iii நான்கும் நான்கும் எட்டு.
iv மலடி தன் மகளுடன் சென்றுள்.

5. நியமம்

தரப்படும் உண்மையில் இருந்து இன்னொரு உண்மையை நாம் பெறுவதை நியமம் எனக் கூறலாம்.
உதாரணம்: மகாவலி கங்கை ஒரு நதி எனத் தரப்படின் மகாவலி கங்கை ஒரு மலை அல்ல என ஊகிக்கலாம்

இங்கு முதலாவது வாக்கியத்தில் குறிப்பான பொருள் காரணமாகவே இரண்டாவது வாக்கியம் பெறப்பட்டுள்ளது. நதி, மலை, என்னும் பதங்களின் பொருளை அறிந்தால் மட்டுமே முதலாவது வாக்கியத்தில் இருந்து இரண்டாவது வாக்கியத்தை நாம் உய்த்தறியலாம். வாதங்கள் அனைத்தும் இனநியம முறையிலேயே அமைக்கப்படுகின்றன.

அலகு 2.

2.1 எடுப்புக்களும் குறியீடுகளும்

எடுப்புக்கள் உண்மை அல்லது பொய்யாக இருக்கக் கூடியது என முன்பு நோக்கினோம். இவ்வாறுன எடுப்புக்கள் விதியாகவோ அல்லது மறையாகவோ வரும் விதி, மறை என்றும் இரு அம்சங்களும் பின்வரும் எடுப்பு வகைகளில் அமையும்.

1. எளிய எடுப்புக்கள்
2. அறுதி எடுப்புக்கள்
3. நிபந்தனை எடுப்புக்கள்
4. உறழ்வு எடுப்புக்கள்
5. கூட்டு எடுப்புக்கள்

எளிய எடுப்புக்கள் என்பவை பிற எடுப்புக்களை உறுப்புக்களை கொண்டமையாதவையாகும்.

உதாரணம் : கந்தன் வந்தான்.

அறுதி எடுப்புக்களில் பயனிலை எவ்வகை நிபந்தனையும் இன்றி எழுவாய்க்கு விதிக்கப்பட்டிருக்கும்.

உதாரணம்: இந்திரா மகிழ்ச்சியாக உள்ளாள்

நிபந்தனை எடுப்புக்களில் நிபந்தனையின் பேரில் பயனிலை எழுவாய்க்கு விதிக்கப்படும்.

உதாரணம் : கடவுள் சிரித்தால் இடி இடிக்கும்,

உறழ்வு எடுப்புக்களில் அதன் உறுப்புக்களில் ஒன்று உண்மை என விதிக்கப்படும்.

உதாரணம் : இது பூனை அல்ல நாய் ஆகும்.

கூட்டு எடுப்புக்கள் எளிய எடுப்புக்களை உறுப்புக்களாக கொண்டவையாகும். இவை

1. நிபந்தனை வடிவில் வரும் கூட்டு எடுப்பு
2. உறழ்வு வடிவில் வரும் கூட்டு எடுப்பு
3. இணைப்பு வடிவில் வரும் கூட்டு எடுப்பு

என மூவகைப்படும்.

மேற்காட்டிய மொழி வடிவில் அமைந்த எடுப்பு வடிவங்கள் அனைத்தையும் வாதங்களையும் குறியீட்டு வடிவில் அமைத்தல் சாத்தியமான ஒன்ருகும். இந்நிலையில் பயன்படுத்தப் படும் குறியீடுகளே அளவையியல் குறியீடுகள் எனப்படும்.

2.2 குறியீட்டு வழக்குகள்

இவை

1. அளவையியல் மாறிகள்.
2. அளவையியல் மாறிலிகள்.

என இருவகைப்படும்.

இம் மாறிகளும் மாறிலிகளும் கணிதத்தில் பயன்படும் கணித மாறிகளையும் மாறிலிகளையும் ஒத்தனவாயினும் எல்லா வகையிலும் ஒத்தன அல்ல. அதாவது கணிதத்திலும் குறியீட்டு அளவையியலிலும், இவைகள் முறையே கணித சூத்திரங்களை அமைப்பதற்கான ரீதியிலும், எடுப்புக்கள் வாதங்களை அமைப்ப தற்கான ரீதியிலும் ஒத்தனவேயன்றி வேறு வகையில் அன்று ஆகும். கணிதத்தில் சில நிறுவல்களுக்கு தேற்றங்கள் பயன்படு

வது போன்று குறியீட்டு அளவையியலிலும் சில உருமாற்று விதிகள் பயன்படுகின்றன.

உ + மாக:-

$\frac{\phi}{\phi \vee \psi}$ என்னும் கூட்டல் விதியைப் பாவித்து $\frac{P}{P \vee Q}$

என எழுதலாம்.

2.2.1 அளவையியல் மாறிகள்

மாறி என்பது ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பெறுமானங்களுக்கு நிற்கக்கூடியதாகும். X = Y என்ற உதாரணத்தில் X, Y என்பவை கணித மாறிகள் ஆகும். இக்கணித மாறிகள் எப்பெறுமானத்தையும் பெறக்கூடியன. ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட எப்பெறுமானங்களையும் இவைபெறும் என்பதாலேயே இவை கணிதத்தில் மாறிகள் என அழைக்கப்படுகின்றன இதனைக்கொண்டு நாம் அளவையியல் மாறிகளை விளங்கிக்கொள்ள முடியும். அளவையியல் மாறிகள் எளிய எடுப்புகளுக்காக நிற்கக்கூடியனவாகும். இவ்வாறுன மாறிகளாக ஆங்கில அரிச்சுவடி எழுத்துக்களான PQR.........Z என்னும் எழுத்துக்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இவை போதாவிடின் பின்வரும் எழுத்துக்களைப் பாவிக்கலாம். (P_1 P_2 P_3 P_n) எனினும் சில அளவையியல் நூல்களில் A B C D... என்ற ஆங்கில எழுத்துக்களின் பெரிய சிறிய வடிவங்களும் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன. ஆனல் மாணவர்கள் P......Z உள்ள பெரிய எழுத்துக்களையும் அவற்றின் அடி எழுத்துக்களையுமே பயன்படுத்தவும். இவை எடுப்பு மாறிகள் எனவும் எடுப்புச் சார்புகள் எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன. ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட எடுப்புக்களுக்குப் பதிலாக இவை நிற்கக்கூடியவை என்பதனல் எடுப்பு மாறிகள் எனவும் தனியே இவற்றிற்கு கருத்து இல்லாமல் இவற்றின் கருத்துக்கள் எடுப்புக்களில் தங்கியுள்ளமையால் எடுப்புச் சார்புகள் எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன. உதாரணமாக 'கந்தன் வந்தான், என்ற வாக்கியத்தை P என எடுத்துக் கொண்டால் P யின் கருத்து, எடுத்தாளப் பட்டது எடுப்பில் தங்கியிருப்பதைக் காணலாம். இங்கு P ஒரு எடுப்புச் சார்பாகும் இவை எடுப்பு மாறிகளாகப் பயன் படுவதை பின் வரும் உதாரணங்களில் காண்க.

1. மழை பெய்கின்றது.

   P

2. இந்திரா அழகான பெண்.
P

3. பாணும் பட்டரும் சத்துள்ள உணவுச சேர்க்கையாகும்.
Q

4. கீரியும் பாம்பும் ஒன்றுக் கொன்று எதிரிகள் ஆகும்.
Q

5. மட்டக்களப்பில் ஒரு பல்கலைக்கழகக் கல்லூரி உண்டு
R

2.2.2 அளவையியல் மாறிலிகள்

குறியீட்டு அளவையியலில் பயன்படுத்தப்படும் மற்றொரு வகை 'மாறிலிகள்' ஆகும். தான் எடுக்கும் பெறுமானத்தை மாற்றாது ஒரே பெறுமானத்தை மாத்திரம் குறிக்கும் குறியீடுகள் மாறிலிகள் எனப்படும். தனியே எடுப்பு மாறிகளைக்கொண்டு கூட்டெடுப்பு வகைகளை அமைக்க முடியாது என்பதனால் இம் மாறிலிகள் தேவைப்படுகின்றன. இவை அளவையியலில் பயன்படுவதால் இவை அளவையியல் மாறிலிகள் என அழைக்கப்படும் கணிதத்தில் பயன் படும் —, + போன்ற குறியீடுகள் மாறாத அந்தஸ்தைப் பெறுவது போல குறியீட்டு அளவையியலிலும் $\sim$, $\rightarrow$ $\wedge$, $\vee$, $\underline{\vee}$ $\equiv$, $\longleftrightarrow$ போன்ற குறியீடுகள் மாறாத அர்த்தத்தைப் பெற்றுப் பயன்படுகின்றன.

மறுப்பு மாறிலி

மறுப்பு மாறிலியை 'இன்மை மாறிலி' எனவும் அழைப்பர். இதற்காக "$\sim$" என்னும் குறியீடு பயன்படுத்தப்படும். மழை பெய்யவில்லை என்ற வாக்கியத்தில் இல்லை என்பதன் பொருளைக் காட்டுவதற்காக $\sim$ என்ற குறியீடு பயன்படுத்தப்படும் அதாவது மழை பெய்கின்றது என்பதை P எனக் கொள்வோம் ஆயின் மழை பெய்யவில்லை என்பது $\sim$ P என அமையும்.

உட்கிடை மாறிலி

இம் மாறிலியைத் தருகை மாறிலி, ஈவு மாறிலி எனவும் அழைப்பர். இதற்காக $\rightarrow$ என்ற அடையாளம் பாவிக்கப்படுகின்றது. உதாரணமாக, மழை பெய்யும் எனின் வெள்ளம் வரும்; என்னும் எடுப்பு நிபந்தனைத் தன்மை உடையது. எனவே குறியீட்டில் $(P \rightarrow Q)$ என்னும் வடிவில் அமையும். மேற்

காட்டிய உதாரணத்தில் உள்ள இரு எளிய வாக்கியங்களையும் இவ்வடையாளம் தொடர்புபடுத்துகின்றது. எனினும் மாத்திரம் மட்டும், ஆயினே போன்ற பதங்கள் இடம் பெறும்; நிபந்தனை வாக்கியங்களை குறியீட்டில் மாற்றும் போது '$\leftarrow$' என்னும் மாறிலி பயன்படுத்தப்படும். உதாரணமாக பிராண வாயு இருந்தால் ஆயினே மனிதர் உயிர்வாழ்வர் என்பதை குறியீட்டில் ($P \leftarrow Q$) என அமைத்தல் வேண்டும். ஆனல் க. பொ. த. உயர் வகுப்பு மாணவர்களைப் பொறுத்த வரையில் இவ்வாறன சந்தர்ப்பங்களில் மாறிலியை மாற்ருது மாறிகளை இடம் மாற்றுவதன்மூலம் குறிப்பிட்ட வாக்கியத்தைக் குறியீட்டில் அமைத்தல் வேண்டும் என்பதைக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். இதன்படி மேற்காட்டிய உதாரணம் ($Q \rightarrow P$) எனக் குறியீட்டில் அமையும்.

இணைப்பு மாறிலி

இம் மாறிலியைக் கூட்டல் மாறிலி எனவும் சேர்வு மாறிலி எனவும் அழைப்பர். இதற்காக "$\wedge$" என்ற அடையாளம் பயன்படும் இரு எடுப்புகளைச் சேர்க்கும் போதும் இரு எடு கூற்றுக்களைச் சேர்க்கும் போதும் இது பயன்படும். உதாரணமாக: "யாழ்ப்பாணம் சென்றேன் அத்துடன் சுபாசுக்கும் சென்றேன்." எனும் வாக்கியம் குறியீட்டில் ($P \wedge Q$) என அமையும், எனினும் "உம்" என்னும் இணைப்பு மொழியில் இடம் பெறும் எல்லா சந்தர்ப்பங்களிலும் இணைப்பு மாறிலியைப் பயன்படுத்துதல் தவருனதாகும். ஏனெனில் சில சந்தர்ப்பங்களில் இரு பதங்களை மாத்திரம் இணைப்பதற்காக இவ்விணைப்புப் பயன்படுதல் கூடும். உ+மாக:-

1. இரண்டும் இரண்டும் நான்கு
2. நேருவும் ராஜாஜியும் சமகாலத்தவர்கள்
3. ரகுவும் கௌரியும் இணைபிரியா நண்பர்கள்

என்பன போன்ற எடுப்புக்களை ($P \wedge Q$) என எழுதுதல் தவருனதாகும். ஏனெனில் அவற்றில் இரு எளிய எடுப்புக்கள் இணைக்கப்படவில்லை. தரப்படும் ஒரு வாக்கியம் இரு எளிய எடுப்புக்களாகப் பிரிக்கப்படக் கூடுமாயினுயினே இணைப்பு மாறிலியைப் பயன்படுத்துதல் வேண்டும்.

உறழ்வு மாறிலி

மொழிவடிவில் உள்ள எடுப்புக்களில் 'அல்லது' என்னும் இணைப்பு இடம்பெறின் உறழ்வு மாறிலி பயன்படும். உறழ்வு மாறிலிக்கு V என்ற அடையாளமே பயன்படும். எனினும் இது மெல்லுறழ்வு, வல்லுறழ்வு என இருவகைப்படும். தரப்படும் இணைப்புக்கள் ஒன்றையொன்று முழுமையாக விலக்குவன எனின் அது வல்லுறழ்வு எனப்படும். வல்லுறழ்வைக் காட்டுவதற்காக $\underline{\overline{V}}$ என்ற அடையாளம் பயன்படும். உதாரணமாக:- ரகு பருத்தித்துறையில் பிறந்தான் அல்லது நல்லூரில் பிறந்தான் என்பது ஒன்றை ஒன்று விலக்குவதால் இதனைக் குறியீட்டில் $(P \; \underline{\overline{V}} \; Q)$ என அமைக்கலாம். தரப்படும் இணைப்புக்கள் முழுமையாக ஒன்றையொன்று விலக்காவிடில் அவை மெல்லுறழ்வு ஆகும். உதாரணமாக:- சங்கர் இன்று வருவான் அல்லது நாளை வருவான் என்பதை $(P \vee Q)$ எனக் குறியீட்டில் அமைக்கலாம். ஆனல் இரு உறழ்வுகளும், இணைப்புக்கள் இரண்டும் எச்சந்தர்ப்பத்திலும் பொய்யாக இருக்க முடியாது என்பதைக் கூறுகின்றன. எனினும் க. பொ. த. உயர் வகுப்பு மாணவர்களைப் பொறுத்த வரையில் இரு வகைகளையும் மெல்லுறழ்வாகவே கருதுதல் வேண்டும்.

இருபால் நிபந்தனை மாறிலி

இதனை 'இரட்டை நிபந்தனை' எனவும் 'சர்வசமன்' எனவும் அழைக்கலாம். இதற்காக $\longleftrightarrow$ என்னும் அடையாளம் பயன்படும் சில அளவையியல் நூல்களில் மேலே காட்டிய அடையாளத்துக்குப் பதிலாக $\equiv$ என்னும் குறியீடு பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது. உதாரணமாக:- முக்காலி ஆயினுயினே மூன்று கால்களை உடையாது என்பது $(P \longleftrightarrow Q)$ எனக் குறியீட்டில் அமையும். இதனை $(P \equiv Q)$ எனவும் எழுதலாம். ஆனல் உயர்தர வகுப்பு மாணவர்கள் $(P \longleftrightarrow Q)$ என்னும் வடிவத்தினையே கைக்கொள்க.

மாணவர்களின் நலன் கருதி நாம் இதுவரை கற்ற மாறிலிகளையும் அவற்றின் நடைபேதங்களையும் ஓர் அட்டவணையில் தருகின்றோம்.

	மாறிலி வகைகள்	உயர்தர வகுப்பிற்கு பொருத்தமான குறியீடுகள்	நடை பேதங்கள்	குறியீட்டு வடிவம்
1.	—, ┌, ∽	∽	அன்று, அல்ல, இல்லை, தவறுதல், பொய் என்பது உண்மையல்ல	~ P
2.	→, ⊃, => , ⊣, ←, ⊂, <=	→	எனின், ஆயின், ஆல், என்பது உண்டானால், எனும் நிபந்தனையின் பேரில், என்பது தரப்படின், ஆயினே மாத்திரம் மட்டும்.	(P→Q)
3.	., &, ∧	∧	உம், அத்துடன் என்பதோடு	(P∧Q)
4:	V̲, V	V	அல்லது	(PVQ)
5.	≡, ←→	←→	ஆயினே இதுக்கு அது சமன், தவிர (Unless)	(P←→Q)

2.2.3 அடைப்புக்குறிகள்

அடைப்புக்குறிகள் என்பவை எமது குறியீட்டு முறையில் ஒரு பகுதியாகும். வேண்டிய இடத்து எமது குறியீட்டுத் தொடர்களைத் தொகுதிகளாகக் காட்ட நிறுத்தல் குறிகளாக இவை பயன் படும். குறியீட்டு அமைப்பில் தெளிவின்மைகளை அடைப்புக்குறிகளைப் பாவிப்பதால் தவிர்த்துக்கொள்ளலாம். மேலும் எடுகூற்றுக்களை வேறுபடுத்திக் காட்டவும் முடிவில் இருந்து எடுகூற்றுக்களை வேறுபடுத்திக் காட்டவும்

( ) [ ] { }

போன்ற அடைப்புக்குறிகள் பாவிக்கப்படுகின்றன. (இந்த ஒழுங்கில் தான் இவற்றைப் பாவிக்க வேண்டும் என்ற நியதி இல்லை).

உ+ம்:-

$$\left\{ [P \rightarrow (Q \vee R)] \wedge (\sim Q \wedge \sim R) \right\} \therefore \sim P$$

மாணவர்கள் இவ் உதாரணத்தை நன்கு கவனித்தால் அடைப்புக்குறிகள் எவ்வாறு பாவிக்கப்பட்டுள்ளன. என்பதை விளங்கிக் கொள்ளமுடியும்.

2.2.4 மொழி வடிவங்களைக் குறியீட்டுக்குமாற்றுதல்

நாம் மொழியில் அமைந்த வாதங்களை குறியீட்டிற்கு மொழிபெயர்ப்பதற்கு முன் அதன் சுருக்கத்திட்டத்தை அமைத்தல் மொழி பெயர்ப்புக்கு உதவியாக இருக்கும். இவ்விடத்தில் மாணவர்கள் சுருக்கத்திட்டம் என்றால் என்னவென்று அறிந்திருத்தல் வேண்டும்.

சுருக்கத்திட்டம்

'ஒரு சோடி வாக்கியங்களில் அதில் முன்னையது ஒருவாக்கிய எழுத்தாக இருந்தால் பின்னையது ஒரு வாக்கியமாகத்தரப் படும் போது' அதனை நாம் சுருக்கம் என அழைக்கலாம். ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட சுருக்கங்களின் முதல் அங்கம் ஒன்றாக அமையாத சுருக்கங்களின் தொகுதி சுருக்கத்திட்டம் எனப்படும்.

உ+ம் 1. கந்தன் வந்தான் என்பதற்கு கந்தன் வந்தான் — **P** எனச் சுருக்கத்திட்டம் அமைத்தால் அது பிழையாகும். இதனை **P** : கந்தன் வந்தான் என எழுதுவதே சரியானதானதாகும்.

2 வாசுகி அழகானவள் எனின் அவள் விமானப்பணிப் பெண் ஆவாள் அல்லது நடிகையாவாள்.
வாசுகி விமானப் பணிப்பெண்ணாகவும் இல்லை. நடிகையாகவும் இல்லை. ஆகவே அவள் அழகியல்ல.

சு. தி. **P** : வாசுகி அழகி
Q : விமானப் பணிப்பெண்
R : நடிகை

மொழிபெயர்க்கையில் கவனிக்க வேண்டியவை

1. சுருக்கத்திட்டத்தை அமைத்தல்

2. முடிவும் எடுகூற்றுக்களும் மாறித் தரப்படின் அவற்றின் ஒழுங்கைக் கவனித்து மொழிபெயர்ப்புச் செய்தல் வேண்டும்.

3. மொழியில் ஆயினே, மாத்திரம், மட்டும் போன்ற சொற்கள் பாவிக்கப்படும் இடங்களில் $\rightarrow$ என்ற மாறிலியை மாற்ருது மாறிகளை இடம் மாற்றி அமைக்க வேண்டும். ஏனெனில் இப்பாடத்திட்டத்தில் 'மாத்திரம், மட்டும், ஆயினே' என்பவற்றுக்குப் பாவிக்கும் $\leftarrow$ என்ற மாறிலி அறிமுகப்படுத்தப்படவில்லை. எனவே தான் மாறிலி அப்படியே இருக்க மாறிலிகளை இடமாற்றி அமைக்கின்ருேம்.

4. வாக்கியத்தையோ வாதத்தையோ மொழி பெயர்த்த பின் வசதி மரபுக்கு ஏற்ற படி அடைப்புக்குறிகளை இடுதல்.

<u>மொழி பெயர்ப்புக்கள்</u>

1. கந்தன்வந்தான். P

2 கந்தன் வரவில்லை. $\sim$ P

3. ஜிம்மி ஒரு நாய் எனில் ஜிம்மி ஒரு மாமிச பட்சணி. $(P \rightarrow Q)$

4. இவன் மெய்யியல் பட்டதாரி ஆயின் இவனுக்கு அளவையியல் தெரியும். $(P \rightarrow Q)$

5. விடுமுறை நாட்கள் என்ருல் மாணவர்கள் விடுதியில் இருக்க மாட்டார்கள். $(P \rightarrow \sim Q)$

6. நோயாளி வந்தவுடன் டாக்டரும் வந்தார். $(P \wedge Q)$

7. விளையாட்டு விழா நடந்தது. அத்துடன் பரிசளிப்பும் நடந்தது. $(P \wedge Q)$

8. நடிகர்கள் மீன் குஞ்சு சாப்பிடுபவர்கள் அல்லது கோழிக் குஞ்சு சாப்பிடுபவர்கள். $(P \vee Q)$

9. மீனு பொருளியலில் கெட்டிக்காரி அல்லது அளவையியலில் கெட்டிக்காரி $(P \vee Q)$

10. பட்டதாரிகள் ஆயின் ஆயினே விரிவுரையாளர் ஆகும் $(P \longleftrightarrow Q)$

11. நாற்காலி ஆயின் ஆயினே நான்கு கால்களை உடையது
$(P \longleftrightarrow Q)$

12. அன்பு உண்டெனில் பண்பு உண்டு அன்பு உண்டு ஆகவே பண்பு உண்டு

சு. தி. P: அன்பு உண்டு
Q: பண்பு உண்டு
$[(P \rightarrow Q) \wedge P] \rightarrow Q$

13. பாணின் விலை அதிகமானால் நீர் கேக் சாப்பிடுவீர். நீர் கேக் சாப்பிட்டால் சுகமாய் இருப்பீர், நீர் சுகமாய் இருக்கின்றீர். ஆகவே பாணின் விலை அதிகம்.

சு. தி. P: பாணின் விலை அதிகம்.
Q: நீர் கேக் சாப்பிடுவீர்.
R: நீர் சுகமாய் இருப்பீர்
$[(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \wedge R] \rightarrow P$

14. அவன் வடமராட்சியில் பிறந்தவனானால் ஒன்றில் படித்தவன் அல்லது புத்தியுள்ளவன். அவனுக்கு புத்தியில்லை. ஆனால் படித்தவன். எனவே அவன் வடமராட்சியில் பிறந்தவன் ஆகும்.

சு. தி. P: அவன் வடமராட்சியில் பிறந்தவன்
Q: படித்தவன்
R: புத்தியுள்ளவன்

$$\left\{ [P \rightarrow (Q \vee R)] \wedge (\sim R \wedge Q) \right\} \rightarrow P$$

15. செவ்வாயில் நீர்ப்பாசனம் அமைத்தால் செவ்வாயில் உயிர் இருப்பது சாத்தியம். ஆனால் செவ்வாயில் நீர்ப்பாசனம் இருந்தால் அங்கு நீர் உள்ளது. ஆகவே செவ்வாயில் நீர்ப்பாசனம் உள்ளது என்று தரப்படின் செவ்வாயில் உயிர் இல்லை எனில் செவ்வாயில் நீர் இல்லை என்பது பிழை.

சு. தி. P: செவ்வாயில் நீர்ப்பாசனம் அமைத்தல்
Q: செவ்வாயில் உயிர் இருத்தல்
R: செவ்வாயில் நீர் உள்ளது
$[(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)] \rightarrow [P \rightarrow \sim (\sim Q \rightarrow \sim R)]$

16. மெய்யியல் இலகு எனில் சோமலதா பரீட்சையில் சித்தியடைவாள். சோமலதா பரீட்சையில் சித்தியடைந்தால் சில்

வாவை விவாகம் செய்வாள். சோமலதா சில்வாவை விவாகம் செய்தால் அவன் வெளிநாடு செல்வான். ஆகவே சில்வா வெளிநாடு செல்லவில்லை எனில் மெய்யியல் இலகுவானதன்று.

சு. தி. P: மெய்யியல் சுகம்

Q: சோமலதா பரீட்சையில் சித்தியடைவாள்

R: சில்வாவை விவாகம் செய்தல்

S: சில்வா வெளிநாடு செல்தல்

$$\left\{[(P\rightarrow Q)\wedge(Q\rightarrow R)]\wedge(R\rightarrow S)\right\}\rightarrow(\sim S\rightarrow\sim P)$$

மொழி வடிவை குறியீட்டில் தருகின்ற இம்முறை "Deductive Logic and descriptive Language" எனும் **Frank R. Harrison III** என்பவரது நூலினைப் பின்பற்றியது.

2.2.5 குறியீட்டு வாக்கியங்களைத் தமிழுக்கு மொழி பெயர்த்தல்

குறியீட்டில் அமைந்த வாக்கியங்களை தமிழுக்கு மொழி பெயர்ப்பதிலும் மாணவர்கள் பயிற்சி பெற்றிருத்தல் வேண்டும். குறியீட்டு வாக்கியங்களை மொழிபெயர்க்கையில் மாணவர்கள் பின்வரும் யோசனைகளைக் கையாளுதல் நலம்.

1. சுருக்கத்திட்டம் ஒன்றை அமைத்து அதனைப் பின்பற்றுதல்
2. முதலில் குறியீட்டு வாக்கியங்களில் பெரிய வாக்கியங்களை பெயர்த்து பின் அவற்றில் மறுப்பை பெயர்க்க வேண்டும்
3. அடுத்து நிபந்தனை வாக்கியமாயின் '$\rightarrow$' என்பதையும் இணைப்பு வாக்கியமாயின் '$\wedge$' என்பதையும் உறழ்வு வாக்கியமாயின் '$\vee$' என்பதையும் பெயர்த்தல் வேண்டும்.
4. வாதங்களினதும் அல்லது வாக்கியங்களினதும் அர்த்தம் மாறாது பல்வேறு வடிவங்களில் எழுதப்படலாம்.

1. P

கந்தன் வந்தான்

2. $\sim$ P

படி i கந்தன் வந்தான்

படி ii $\sim$ கந்தன் வரவில்லை

3. $[P\rightarrow(Q\rightarrow R)]$

சு. தி.

படி i P: சந்நிதித்திருவிழா இந்நாட்களில் நடைபெறு கின்றது

Q: மாலா சந்நிதிக்குப் போவாள்

R: தூக்குக்காவடி பார்த்தல்

படி ii (சந்நிதித்திருவிழா இந்நாட்களில் நடைபெறுகின் றது → (மாலா சந்நிதிக்குப் போவாள் → தூக்குக் காவடி பார்ப்பாள்))

படி iii சந்நிதித் திருவிழா இந்நாட்களில் நடைபெறுகின் றது ஆயின் மாலா சந்நிதிக்குப் போவாள் ஆயின் தூக்குக் காவடி பார்ப்பாள்

4. $\left\{ [P \rightarrow (Q \wedge R) \rightarrow] \ (\sim Q \wedge \sim R) \right\} \therefore \sim P$

படி i P; அவன் நடிகன்

Q: மீன்குஞ்சு சாப்பிடுவான்

R: அழகாக இருப்பான்

படி ii [நடிகன் → (மீன்குஞ்சு சாப்பிடுவான் $\wedge$ அழகாக இருப்பான்)] → ($\sim$ மீன்குஞ்சு சாப்பிடுவான் $\wedge$ $\sim$ அழகாக இருப்பான் $\therefore$ $\sim$ நடிகர்கள்)

படி iii அவன் நடிகன் ஆயின் மீன்குஞ்சு சாப்பிடுவான் அத் துடன் அழகாக இருப்பான் ஆயின் அவன் மீன் குஞ்சு சாப்பிடவுமில்லை அழகாகவும் இல்லை. ஆகவே அவன் நடிகன் அல்ல.

பயிற்சி

1. பின்வரும் சுருக்கத்திட்டத்தைப் பயன்படுத்திக் கீழ்வருவன வற்றை தமிழுக்கு மொழிபெயர்க்குக.

சு. தி. **P**: அபிராமி அழகியவள்; **Q**: அபிராமி புத்தியுள்ளவள்
R: அபிராமி படித்தவள்

1. $\sim (P \rightarrow \sim Q)$ 2. $(\sim P \rightarrow \sim Q)$
3. $(\sim P \wedge Q \rightarrow \sim R$ 4. $(Q \vee P) \rightarrow (\sim P \rightarrow (R \vee Q)$

2. சு தி. P: அளவையியல் கடினமானது
Q: கண்ணன் சித்தியடைவான்

R: கண்ணன் படிக்கின்ருன்

S: இப்புத்தகம் நல்லதாக இருக்கின்றது

T: கண்ணனுக்கு வேலை கிடைக்கும்

U: கண்ணன் விவாகம் செய்வான்

V: வகுப்புக்கள் மோசமாய் இருக்கின்றது

1. $((P\rightarrow(Q\rightarrow R))$ 2. $(S\rightarrow((R\rightarrow(\sim P\rightarrow Q)))$

3. $((R\rightarrow P)\rightarrow\sim Q)$ 4. $(Q\rightarrow R)$ 5. $(P\rightarrow(Q\rightarrow R))$

6. $(Q\rightarrow((Q\rightarrow R)\rightarrow Q))$ 7. $(((R\rightarrow Q)\rightarrow T)\rightarrow U)$

அலகு 3.

3. i நற்சூத்திரங்கள்

குறியீட்டு அளவையியலில் நற்சூத்திரங்களை அல்லது குறியீட்டு வாக்கியங்களை பின்வருமாறு அமைக்கலாம்.

1. மொழியில் உள்ள கூற்றுவாக்கியங்கள் அனைத்தும் வாக்கியங்கள்

2. வாக்கிய எழுத்துக்களான **P Q R S............Z** உள்ளவை குறியீட்டு வாக்கியங்களாகும்

3. வாக்கியம் ஒன்றின் மறுப்புக்கள் அனைத்தும் வாக்கியங்கள்

4. இரண்டு வாக்கியங்களில் இருந்து அமைக்கப்படும் நிபந்தனை கூற்றும் ஒரு வாக்கியம்

இவற்றுள் மூன்றும் நான்காம் விதிகளை அமைப்பு விதிகள் எனக்கூறுவர். இவற்றை கீழ் வருமாறு விளங்கிக்கொள்ளலாம்.

3 i ϕ ஒருவாக்கியம் எனின் $\sim$ எழுதித் தொடர்ந்து ϕ எழுதினல் அது ஒரு குறியீட்டு வாக்கியமாகும்.

3 ii ϕ ஒரு வாக்கியம் எனின் $\sim\phi$ ஒரு குறியீட்டு வாக்கியமாகும்

4 i ϕ யும் ψ யும் வாக்கியங்கள் எனின் (எழுதித்தொடர்ந்து ϕ எழுதி அதனைத் தொடர்ந்து $\rightarrow$ எழுதி

அதனைத் தொடர்ந்து ψ) ஐ எழுதினல் அது ஒரு குறியீட்டு வாக்கியம் ஆகும்

4 ii ϕ யும் ψ யும் குறியீட்டு வாக்கியம் எனின் ($\phi \rightarrow \psi$) ஒரு குறியீட்டு வாக்கியமாகும்

குறிப்பு:- எமது குறியீட்டு மொழியில் கிரேக்க எழுத்துக்களான ϕ , ψ, போன்றவையும் குறியீட்டு வாக்கியங்களாக வராது ஏனெனில் இவை வாக்கிய எழுத்துக்களுக்குப் பதிலீடாகவே வரும். இவை குறியீட்டு வாக்கியங்கள் அல்ல.

<u>பின்வருவனவற்றில் எது குறியீட்டு வாக்கியம் எனக்கூறுக.</u>

i $\sim \phi$

இது குறியீட்டு வாக்கியம் அல்ல; ஏனெனில் இரண்டாவது விதியின் படி P.........Z வரையுள்ள வாக்கிய எழுத்துக்களும் அவற்றின் அடி எழுத்துக்களுமே குறியீட்டு வாக்கியங்களாக வரும். மேலும் இது கிரேக்க எழுத்துக்களாக இருப்பதனுல் இது எமது குறியீட்டு மொழியில் வாக்கியங்களுக்குப் பதிலீடாக வருமே ஒளிய இது குறியீட்டு வாக்கியம் அல்ல.

ii $P \rightarrow Q$

இதுவும் குறியீட்டு வாக்கியமல்ல. ஏனெனில் கூட்டுவாக்கியங்களில் இரு அந்தங்களிலும் அடைப்புக்குறி இல்லாமையால் இதனைக் குறியீட்டு வாக்கியம் என ஏற்க முடியாது.

iii $(R \rightarrow \sim \sim S)$

இது குறியீட்டு வாக்கியமாகும். ஏனெனில் இரண்டாவது விதியின்படி R குறியீட்டு வாக்கியம் மூன்றுவது விதியின்படி $\sim \sim S$ என்பது குறியீட்டு வாக்கியம் எனவே இது ஒரு குறியீட்டு வாக்கியம்.

iv 'நான் பாடசாலை சென்றேன் → கல்வி கற்பேன்' இது எமது விதிகளின்படி குறியீட்டு வாக்கியம் அல்ல.

v $\rightarrow P$

இது குறியீட்டு வாக்கியம் அல்ல ஏனெனில் உட்கிடையின் பாவனை பிழையாக உள்ளது.

3 . 2 பயிற்சி

பின்வருவன தமிழில் அமைந்த உறுதியான வாக்கியங்களா? குறியீட்டு வாக்கியங்களா? அல்லது இரண்டும் அல்லவா எனக்கூறுக.

i $[\sim P \rightarrow (Q \rightarrow P)]$ ii $(P \rightarrow Q \rightarrow R)$

iii $(P \rightarrow A)$ iv T v (PQ)

vi கந்தன் படத்துக்கு வந்தான் ஆயின் அவன் அழுவான் ஆயின் வீட்டிற்கு போவான் ஆயின்

vii ($\sim$ நங்கை படிப்பாள் $\rightarrow$ (இந்தப் புத்தகம் நல்லதல்ல$\rightarrow$P)

viii கதவை மூடு

ix முக்கோணங்கள் படம் பார்க்கச் சென்றன

x விரிவுரைகள் மோசம் எனின் மாணவர்கள் சித்தியடைய மாட்டார்கள்

xi $(\left\{ [P \rightarrow P] \rightarrow \quad \right\} \rightarrow P)$

xii அவர் கற்றது அளவையியல்

xiii $(P \sim Q)$ xiv $\sim (P \rightarrow R)$

xv (P $\rightarrow$ அவள் அழகானவள்

அலகு 4

1 உண்மைச்சார்புகளும் உண்மை அட்டவணைகளும்

குறியீட்டு வடிவில் அமைந்த வாதங்களின் வாய்ப்பைத் தீர்மானிக்கும் முறைகளில் உண்மை அட்டவணை முறையும் ஒன்றாகும். அளவையியல் வாக்கியங்கள் உண்மை அல்லது பொய் என்னும் மதிப்புக்களைப் பெறக் கூடிய குணாதிசயங்களைக் கொண்டவையாகும். மொழி வடிவில் உள்ள வாக்கியங்கள் உண்மை பொய் மதிப்புக்களைப் பெறும் என்பதால் இவ்வாக்கியங்களை குறியீட்டுக்கு மாற்றும் போது குறியீட்டு வடிவில் இடம் பெறும் வாக்கிய மாறிகள் மாறிலிகள் என்பவற்றுக்கும் நாம் உண்மை பொய் மதிப்பை (Truth value) கணிக்கலாம். எனவே வாக்கிய மாறிகளும் மாறிலிகளும் பெறும் உண்மை மதிப்புக்களை நாம் அட்டவணைப்படுத்த முடியும். இவ்வட்டவணையே உண்மை அட்டவணை எனப்படும்.

4.2 அடிப்படை உண்மை அட்டவணைகள்

அளவையியல் வாக்கியங்கள் உண்மையாக அல்லது பொய்யாக இருக்கும், எனப் பார்த்தோம். எனவே வாக்கிய மாறிகளை முதலில் உண்மை அட்டவணையைப் பெறும். வாக்கிய மாறிகளின் உண்மைப் பெறுமானம் கூட்டுவாக்கியங்களில் இடம் பெறும்; மாறிலிகளது உண்மைப் பெறுமானத்தை நிர்ணயிப்பனவாகும். அளவையியல் வாக்கியம் ஒன்று உண்மை அல்லது பொய்யாக இருக்கும் என்பதால் அதற்குப் பதிலாக வரும் ஒரு வாக்கிய மாறியும் அவ்விரு மதிப்புக்களைப் பெறுவதன் மூலம் முதலாவது அடிப்படை உண்மை அட்டவணை பின்வருமாறு அமையும்.

உ+ம் மழை பெய்கின்றது என்பதன் குறியீட்டு வடிவத்தை P எனக் கொள்வோம் எனவே

P
T
F

என்ற வகையில் உண்மை அட்டவணை அமையும். உண்மை பொய் என்பவை **TRUE, FALSE** என்னும் ஆங்கிலப்பதங்களின் முதல் எழுத்துக்களைக் கொண்டு காட்டப்பட்டுள்ளது. இதே போன்று ஒரு அளவையியல் வாக்கியத்தின் மறுப்பும் இரு உண்மை மதிப்புக்களைப் பெறும். இம் மதிப்பு அவ்வாக்கியத்தின் உடன்பாட்டில் தங்கியுள்ளது. அதாவது உடன்பாட்டு வாக்கியம் உண்மையாக இருக்கும் போது அதன் மறுப்பு பொய்யாக இருக்கும். உடன்பாட்டு வாக்கியம் பொய்யாக இருக்கும் போது அதன் மறுப்பு உண்மையாக இருக்கும். உதாரணமாக ''மழை பெய்கிறது'' என்பது உண்மையாக இருக்கும் போது ''மழைபெய்யவில்லை'' என்பது பொய்யாகும். ''மழைபெய்கிறது'' என்பது பொய்யாக இருக்கும் போது ''மழை பெய்யவில்லை'' என்பது உண்மையாகும் இதிலிருந்து நாம் இரண்டாவது அடிப்படை உண்மை அட்டவணையைப் பெறலாம்.

P	~P
T	F
F	T

எனவோ

T	F
P	~P
~P	P

எனவோ

அமைத்துக் கொள்ளலாம், இவ்விரு அட்டவணைகளைக் கொண்டே ஏனைய அட்டவணைகள் தயாரிக்கப்படும்.

உண்மைச் சார்பு

உண்மைச் சார்பு என்பதை இரண்டு விதமாக விளங்கிக் கொள்ளலாம். முதலாவதாக உண்மைச் சார்பு என்பது ஒரு வாக்யமாறி என்ற வகையில் விளக்கப்படுகின்றது. அதாவது ஒரு அளவையியல் வாக்கிய மாறிலியின் உண்மைப் பெறுமானம் இன்னோர் வாக்கிய மாறியின் உண்மைப் பெறுமானத்தில் தங்கியிருக்கும் போது அம்முன்னைய வாக்கியமாறி பின்னையதின் உண்மைச்சார்பு எனப்படுகின்றது. இது அனேகமாக உடன்பாட்டு, மறுப்பு வாக்கிய மாறிகளிடையே காணப்படுகின்றது. உதாரணமாக ~Pயின் உண்மைப் பெறுமானம் **P**யின் உண்மைப் பெறுமானத்தை சாந்திருக்கும் போது **~P**, **P**யின் உண்மைச் சார்பாகும், இவ்வாறே **P** யின் உண்மைப் பெறுமானம் ~**P**யின் உண்மைப் பெறுமானத்தைச் சாந்திருக்கும் போது **P**, ~**P**யின் உண்மைச் சார்பாகும். இத்தொடர்புகளை நாம் தயாரித்த இரண்டாவது உண்மை அட்டவணையை அவதானிப்பதன் மூலம் விளங்கிக் கொள்ளலாம்.

இரண்டாவதாக உண்மைச் சார்பு என்பது வாக்கிய மாறிலிகளைச் சார்ந்தவை என்ற வகையில் விளக்கப் படுகின்றது கூட்டு வாக்கியங்கள் குறியீட்டு வடிவைப் பெறும் போது மொழி வடிவில் உள்ள இணைச் சொற்களுக்குப் பதிலாக (ஆயின், என்பதோடு, அல்லது ஆயினாயினே போன்றவை) மாறிலிகள் குறியீட்டில் இடம் பெறுகின்றன. இம்மாறிலிகளுக்கும் உண்மை மதிப்புக்களை அளிக்கலாம். இம்மாறிலிகளது உண்மைப் பெறுமானம் அக்கூட்டு வாக்கியத்தில் இடம் பெறும் வாக்கிய மாறிகளது உண்மைப் பெறுமானத்தினால் நிர்ணயிக்கப்படும். எனவே வாக்கிய மாறிகளது உண்மைப் பெறுமானத்தில் மாறிலிகளது உண்மைப் பெறுமானம் சாந்ர்திருப்பதால் வாக்கிய மாறிலிகளது உண்

மைச் சார்புகள் எனப்படுகின்றன. உதாரணமாக ($P \land Q$) என்ற குறியீட்டு வடிவத்தைப் பெற்ற கூட்டு வாக்கியம் உண்மை அட்டவணையைப் பெறும் போது மாறிலியின் பெறுமானம் பின் வருமாறு அமையும்.

(P	∧	Q)
T	T	T
T	F	F
F	F	T
F	F	F

இங்கு அடிப்படை உண்மை அட்டவணையின் விதிக்கு அமைய (கீழ்வரும் விதிகளின் படி) மாறிலி மாறிகளின் உண்மைப் பெறுமானத்தைச் சார்ந்து மதிப்புக்களைப் பெற்றுள்ளது. இவ்வாறே ஏனைய மாறிலிகளும் வெவ்வேறு ஒழுங்கில் உண்மை மதிப்புக்களைப் பெறும்.

உட்கிடை

உட்கிடை மாறிலியைக் கொண்ட கூட்டு வாக்கியத்தின் உண்மைப் பெறுமானம் பின்வரும் விதிக்கமைய இடம் பெறும். முற்கூற்று உண்மையாகவும் பிற்கூற்று பொய்யாகவும் இருக்கும் போது மாத்திரம் உட்கிடைக்குரிய பெறுமானம் பொய்யாக இருக்கும். ஏனையவை அனைத்தும் உண்மையாகும்

(P	→	Q)
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F

இணைப்பு

இணைப்பு மாறிலியைக் கொண்ட கூட்டு வாக்கியத்தின் இடது பக்க மாறியும் வலது பக்க மாறியும் உண்மையாக இருக்கும் போது மாத்திரம் அதன் பெறுமானம் உண்மையாகும் ஏனையவை அனைத்தும் பொய்யாகும்.

(P	∧	Q)
T	T	T
T	F	F
F	F	T
F	F	F

உறழ்வு

உறழ்வு மாறிலியைக் கொண்ட கூட்டு வாக்கியத்தின் இடது பக்க மாறியும் வலது பக்க மாறியும் பொய்யாக இருக்கும் போது மாத்திரம் அதன் உண்மை மதிப்பு பொய்யாக இருக்கும். ஏனையவை அனைத்தும் உண்மையாகும்.

(P	V	Q)
T	T	T
T	T	F
F	T	T
F	F	F
	↑	

இருபால் நிபந்தனை

இருபால் நிபந்தனையைக் கொண்டமைந்த கூட்டு வாக்கியத்தின் இருபக்க மாறிகளும் ஒரே உண்மைப் பெறுமானத்தைப் பெறும்போது மாத்திரம் அதன் பெறுமானம் உண்மையாக இருக்கும் ஏனையவை பொய்யாகும்.

(P	⟷	Q)
T	T	T
T	F	F
F	F	T
F	T	F
	↑	

மேலே காட்டப்பட்டுள்ள கூட்டு வாக்கியங்களுக்குரிய உண்மை அட்டவணைகள் இரு மாறிகளைக் கொண்டுள்ளன. அவை ஒவ்வொன்றும் நான்கு பெறுமானங்களைப் பெற்றிருக்கின்றன. முதலாவது மாறி இரு உண்மைகளையும் இருபொய்களையும் தொடர்ச்சியாகவும் இரண்டாவது மாறி ஒன்றை விட்டு ஒன்று உண்மை பொய்யாகவும் நான்கு மதிப்புக்களைப் பெற்றுள்ளன. இவ்வொழுங்கு எவ்வாறு பெறப்படும் என்பதை நோக்குவோம்.

i. ஒரு மாறிக்கு

P
T
F

ii. இரு மாறிகளுக்கு

இரு மாறிகள் கூட்டு வாக்கியத்தில் இடம் பெறும் போது அவை இரண்டும் இணைந்த வகையில் உண்மையும் பொய்யுமாக இருக்கக்கூடிய சந்தர்ப்பங்களின் எண்ணிக்கையைப் பொறுத்து

அவற்றின் உண்மை மதிப்புக்கள் அமையும் (இது போல் ஏனையவற்றுக்கும் அமையும்)

	P	Q
1-வது சந்தர்ப்பம்	T	T
2-வது ,,	T	F
3-வது ,,	F	T
4-வது ,,	F	F

iii மூன்று மாறிகளுக்கு

	P	Q	R
1-வது சந்தர்ப்பம்	T	T	T
2-வது ,,	T	T	F
3-வது ,,	T	F	T
4-வது ,,	T	F	F
5-வது ,,	F	T	T
6-வது ,,	F	T	F
7-வது ,,	F	F	T
8-வது ,,	F	F	F

குறிப்பு: மாறிகளின் எண்ணிக்கை கூடும்போது தனி ஒரு மாறியின் இரட்டைப் பெறுமானத்தின் அடுக்குக்களாக மாறிகளது எண்ணிக்கை அமையும்.

4 3 வாதங்களின் வாய்ப்பு

உண்மை அட்டவணை முறையில் அடிப்படை உண்மை அட்டவணைகளைக் கொண்டு வாதங்களின் வாய்ப்பை தீர்மானிக்கும் போது இருமுறைகள் கையாளப்படுகின்றன.

1. நேர் முறை.
   A நேர் முறை ஒன்று.
   B நேர் முறை இரண்டு.

2. நேரல் முறை அல்லது நேரில் முறை.
   A நேரில் முறை ஒன்று
   B நேரில் முறை இரண்டு.

4.3.1 நேர்முறை

நேர்முறை ஒன்றின்படி மொழிவடிவில் அமைந்த ஒரு வாதத்தினை குறியீட்டுக்கு மாற்றி அதன் வாய்ப்பை துணிதல் வேண்டும்.

உ+ம்:- அழகு உண்டெனில் ஆடவர் உம்மை விரும்புவர்
அழகு உண்டு ஆகவே ஆடவர் உம்மை விரும்புவர்

சு.தி 1. P: அழகு உண்டு
Q: ஆடவர் விரும்புவர்.
$[(P \rightarrow Q) \wedge P] \rightarrow Q$

கவனிப்பு: மொழி வடிவில் அமைந்த வாதங்களை குறியீட்டுக்கு மொழிபெயர்க்கும் போது பின்வருவனவற்றைக் கவனிக்க வேண்டும்.

1. மாறிலிகளுக்காக வரும் நடைபேதங்களை கவனிக்க வேண்டும்
2. ஆகவே என்பதற்குப் பதிலாக உட்கிடை மாறிலியைப் பயன் படுத்தவேண்டும்:

$[(P \rightarrow Q) \wedge P] \rightarrow Q$

		1	2	3
P	Q	$P \rightarrow Q$	$\wedge$ P	$\rightarrow$ Q
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T
				↑

வாய்ப்பு

குறிப்பு: ↑ என்ற அடையாளம் வாதத்தின் முடிவைக் காட்டுகின்றது. இறுதி மாறிலியின் பெறுமானமே வாதத்தின் வாய்ப்பைக்காட்டும்.

உதாரணத்துக்கு எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட வாதத்தில் இரு மாறிலிகளே இடம் பெற்றுள்ளதால் நான்கு பெறுமானங்களேஇடப்பட்டுள்ளன. செய்கை முறை ஒழுங்கு இலக்கங்களின் மூலம் காட்டப்பட்டுள்ளது. இலக்கம் இடப்படாத பகுதி மாறிகள் இரண்டினதும் உண்மைப் பெறுமானச் சந்தர்ப்பங்களைக் காட்டுகின்றது. இதனையும் ஏற்கனவே நாம் பார்த்த உண்மை

அடிப்படை அட்டவணைகளையும் கொண்டு மாறிலிகளுக்குரிய பெறுமானங்கள் பெறப்பட்டுள்ளன. அதாவது ஒன்று இலக்கமிடப் பட்ட பகுதியில் உள்ள மாறிகளின் பெறுமானத்தைக்கொண்டு உட்கிடை மாறிலியின் பெறுமானம் பெறப்பட்டுள்ளது. பின் இம்முடிவையும் இரண்டு இலக்கமிடப்பட்டுள்ள பகுதியிலுள்ள மாறியின் பெறுமானத்தையும் கொண்டு இணைப்பு மாறிலியின் பெறுமானம் பெறப்பட்டுள்ளது. பின் இம்முடிவையும் மூன்று என்ற இலக்கமிடப்பட்டுள்ள பகுதியிலுள்ள மாறியின் பெறு மானத்தைக் கொண்டு இறுதி மாறிலியின் பெறுமானம் பெறப்பட்டுள்ளது.

1. $\{[(F \vee Q) \rightarrow \sim R] \wedge \sim\sim R\} \rightarrow \sim(P \vee Q)$

			1	2		3		5		4
P	Q	R	P∨Q	→	~R	∧	~~R	→	~	P∨Q
T	T	T	T	F	F	F	T	T	F	T
T	T	F	T	T	T	F	F	T	F	T
T	F	T	T	F	F	F	T	T	F	T
T	F	F	T	T	T	F	F	T	F	T
F	T	T	T	F	F	F	T	T	F	T
F	T	F	T	T	T	F	F	T	F	T
F	F	T	F	T	F	T	T	T	T	F
F	F	F	F	T	T	F	F	T	T	F

வாய்ப்பானது

2. $[(P \rightarrow Q) \wedge Q] \rightarrow P$

		1	2	3
P	Q	P→Q	∧ Q	→ P
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	T	F
F	F	T	F	T

வாய்ப்பற்றது

3. $(P \rightarrow \sim Q) \wedge (P \wedge Q)$ (சூத்திரம்)

P	Q	1 P→	~Q	3 ∧	2 P∧Q
T	T	F	F	F	T
T	F	T	T	F	F
F	T	T	F	F	F
F	F	T	T	F	F

முரண்வலிது

நேர் முறை ஒன்றின் மூலம் வாதங்களின் வாய்ப்பைத் தீர்மானிக்கும்போது மூன்று விதமான முடிவுகள் பெறப்படும்.

1. வாய்ப்பானது (வலிது) அல்லது கூறியது கூறல்
2. வாய்ப்பற்றது (வலிதற்றது) அல்லது பராதீன உண்மை.
3. முரண்வலிது அல்லது முரண் பாடு

இறுதி மாறிலியின் பெறுமானம் எல்லாம் உண்மையாக வரும்போது அது முதல் வகையைச் சாரும். உண்மையும் பொய்யும் கலந்து வரும் போது அது இரண்டாவது வகையைச் சாரும். முழுவதும் பொய்யாக வரும் போது அது மூன்றுவது வகையைச் சாரும். மேற்காட்டப்பட்ட உதாரணங்களை உற்று நோக்கும் மாணவன் ஒன்றைக் கவனிக்கலாம் அது வாதங்களும் சூத்திரங்களும் வாய்ப்பானவையோ அல்லவோ எனக் காட்டக்கூடியவை என்பதாகும். மாணவன் வாதங்களையும் சூத்திரங்களையும் வேறுபடுத்த தெரிந்து கொள்ள வேண்டும். இறுதிமாறிலியை உட்கிடையாகக் கொண்டவை வாதங்களாகும் ஏனையவை சூத்திரங்களாகும்.

இனி நாம் நேர்முறை இரண்டின்படி ஒரு வாதத்தின் வாய்ப்பை எவ்வாறு அறிந்து கொள்ளலாம், என்பதைப் பார்ப்போம். இங்கு வாதத்தின் முடிவில் உள்ள உட்கிடை மாறிலியை உண்மை என எடுத்து எடுகூற்றுக்களின் பெறுமானத்தைக் கண்டு வாதத்தின் வாய்ப்பு தீர்மானிக்கப்படுகின்றது. இம் முறையில் முடிவுக்கு ஏற்ப தரவுகள் பொருந்துமாயின் வாதம் வாய்ப்பானது ஆகும் ஒரு இடத்திலாவது பொருந்தாவிடின் அது வாய்ப்பு அற்றதாகும். இதில் செய்கை ஒழுங்குமுறை வலமிருந்து இடமாகச்செல்லும்.

உதாரணம்;- ஐஸ்கிறீம் குடித்தால் வயிற்றுவலி வரும் ஐஸ்கிறீம் குடித்துள்ளேன் ஆகவே வயிற்று வலி வந்துள்ளது.

சு.தி P: ஐஸ்கிறீம் குடித்தல்

Q: வயிற்று வலி வருதல்.

$[(P \rightarrow Q) \wedge P] \rightarrow Q$

$$
\begin{array}{ccccccc}
[\,(P & \rightarrow & Q\,) & \wedge & P\,] & \rightarrow & Q \\
T & T & T & T & T & T & T
\end{array}
$$

1

2

3

4 வாய்ப்பானது

இவ் வாதத்தில் முடிவை உண்மை என எடுத்துக் கொண்டதற்கு முரண்பாடாக எப்பெறுமானமும் வராமையால் இது வாய்ப்பான வாதம் ஆகின்றது.

4.3.2 நேரல் முறை

முதலாவதாக நேரல் முறை ஒன்றை நோக்குவோம். இது இறுதி மாறிலியை பொய் எனக் கொண்டு அதனை நிறுவுவதற்காக ஏற்கனவேயுள்ள விதிகளுக்கு அமைய மாறிகளுக்கும் மாறிலிகளுக்கும் முழுமையாகப் பெறுமானம் கொடுக்கப்படும் முடிவில் இறுதி மாறிலியை பொய் எனக் கொண்டு ஏனையவற்றுக்குப் பெறுமானங்களைக் கொடுத்தமையால் ஏதாவது ஒரு மாறி முரணான உண்மைப் பெறுமானத்தைப் பெறுமாயின் அல்லது ஏதாவது ஒரு மாறிலி விதிக்கு முரணாக ஒரு பெறுமானத்தைப் பெறுமாயின் நாம் இறுதி மாறிலியைப் பொய்யெனக் கொண்டது தவறாகும். எனவே குறிப்பிட்ட வாதத்தைப் பொய் எனக் காட்டமுயற்சித்ததில் நாம் வெற்றியடையவில்லை, எனலாம். ஆகவே அவ்வாதம் வலிதானது என முடிவு செய்வோம். செய்கை முறை ஒழுங்கு வலமிருந்து இடமாக அமையும். பின்வரும் உதாரணத்தை கவனிக்குக.

காதல் உண்டெனில் சாதல் உண்டு. சாதல் உண்டு ஆகவே காதல் உண்டு.

சு.தி: P: காதல் உண்டு.

Q: சாதல் உண்டு.

1. $$[(P \to Q) \wedge P] \to Q$$

T T T T T F F

7 5 6 3 4 1 2

⋮........முரண்மை..........⋮ (வலிது)

செய்கை முறை ஒழுங்கு இலக்கங்களால் காட்டப்பட்டுள்ளது. இதுபோன்று வேறோர் வாதத்தை நோக்குவோம்:

2. $$\{[(P \vee Q) \to \sim R] \wedge \sim\sim R\} \to \sim P$$

T T T T T F T T F T F F T

13 10 12 6 9 11 4 5 7 8 1 2 3

⋮.முரண்மை.⋮ (வலிது)

இம்முறையில் இறுதிவரை மாறிகளினதும், மாறிலிகளினதும் பெறுமானத்தை விதிகளுக்கு அமைய ஊகித்துக் கொண்டே செல்கின்றோம். இம்முறையில் உண்மையில் வலிதான வாதங்கள் சில வலிதற்றதெனவும் வலிதற்றவை வலிதெனவும் தீர்மானிப்பதற்கு இடமுண்டு உதாரணமாக பின்வரும் வாதத்தைக் கவனிக்குக.

3. $$\{((P \vee Q) \to \sim R) \wedge \sim\sim R\} \to P$$

T T T T T F T T F T F F

12 9 11 5 8 10 3 4 6 7 1 2

⋮.. முரண்மை.. ⋮

ஒரு மாறி, இரு உண்மைப் பெறுமானங்களைப் பெறுவதனால்; வலிதான வாதம் என முடிவு செய்கிறோம். ஆனால் உண்மையில் அது வலிதற்ற வாதமாகும். இக்குறை பாட்டைத் தீர்ப்பதற்காகவே நேரல்முறை இரண்டைப் பயன்படுத்துகின்றோம். இங்கும் இறுதி மாறிலி பொய் எனக் கொள்ளப்பட்டு மாறிகளுக்கு பெறுமானம் அளிக்கப்படும் போது ஏற்கனவே பெறுமானம் அளிக்கப்பட்ட ஒரு மாறியின் பெறுமானம் இரண்டாவது தடவை அக்குறிப்பிட்ட மாறிக்குப் பெறுமானம் அளிக்க வேண்டி ஏற்படின் ஏற்கனவே அளிக்கப்பட்ட பெறுமானத்தையே பயன்படுத்த வேண்டும். இறுதி வரை பெறுமானம் அளிக்கப்பட்ட பின் முரண்பாடுகள் காணப்படுமாயின் வாதத்

தின் இறுதி மாறிலியைப் பொய் எனக் கொண்டது தவறு எனக் கொள்ளலாம். இதிலிருந்து வாதம் வாய்ப்பானது எனக் கொள்ளலாம்.

உ+ம்:- சந்திரன் ஒரு இலங்கையனுயினே அவன் ஒரு தீவான் அத்துடன் அவன் ஓர் தீவான் ஆகவே அவன் ஓர் இலங்கையன்.

சு. தி. **P**: சந்திரன் ஒரு இலங்கையன்.
Q: சந்திரன் ஒரு தீவான்.

[(	Q	→	P	) ∧	Q	]	→	P	
	T	T	F	T	T		F	F	
	7	5	6	3	4		1	2	(× முரண்மையைக் குறிக்கும்)
		↓							
		×							

இவ்வாதத்தினை நாம் வாய்ப்பானது அல்ல எனக் காட்ட முயற்சித்தோம். அதற்காக வாதத்தின் இறுதி மாறிலி "F"எனக் கொள்ளப்பட்டது. அதன்படி உரிய செய்கை ஒழுங்கின்படி வாதம் முழுவதும் பெறுமானம் கொடுக்கப்பட்ட பின் விதிக்கு முரணுக ஒரு முடிவு வருவதை நாம் அவதானிக்கக் கூடியதாக உள்ளது. அதாவது சிறிய அடைப்புக்குறிக்குள் இருக்கும் மாறிகளில் முற்கூற்று"T" ஆகவும் பிற்கூற்று "F" ஆகவும் இருக்கும் போது உட்கிடை மாறிலி"T" பெறுமானமாகஅமைந்துள்ளது. இது விதிக்கு முரணுனதாகும். எனவே வாதத்தைப் பொய் எனக் கொண்டது தவறுகும். வாதம் உண்மையாக இருத்தல் வேண்டும். எனவே அது வாய்ப்பான வாதம் எனமுடிவு செய்யலாம். எவ்வாறு அம் முரண்பாடு வந்தது என்பதை இங்கு எடுத்துக் காட்டுவோம். செய்கைமுறை ஒழுங்கு வலது புறம் இருந்து இடது புறமாக செல்லும் எனக் கூறியிருந்தோம். இவ்வாறு பெறுமானம் அளிக்கப்படும் போது ஏற்கனவே பெறுமானம் அளிக்கப்பட்ட ஒருமாறிக்கு மீண்டும் பெறுமானம் அளிக்கப்பட வேண்டின்கொடுக்கப்பட்டபெறுமானமே அளிக்கப்படுதல் வேண்டுமெனவும் அவதானித்திருந்தோம். இதன்படி **Q**வும் **P**யும்முறையே T ஆகவும் F ஆகவும் வரும்போது உட்கிடை மாறிலி T பெறுமானத்தைப் பெறுகிறது. இது விதிக்கு முரணுனதாகும். எனவே வாதம் வாய்ப்பானது. இவ்வாதத்தை 5ம், 6ம், 7ம் இலக்க நிலைகளில் மாறிலியின் பெறுமானத்திற்குஏற்ப மாறிகளில் ஒன்ருன "Q"க்கு பெறுமானத்தை மாற்றிக் கொடுப்பதன்

மூலம் வாதம் வாய்ப்பானது என்பதற்கான முரண்மையை எடுத்துக் காட்டலாம்.

$$[(Q \rightarrow P) \wedge Q] \rightarrow P$$

Q	$\rightarrow$	P	$\wedge$	Q	$\rightarrow$	P
F	T	F	T	T	F	F
7	5	6	3	4	1	2

⋮……×……⋮

இங்கு 2ம்இலக்க நிலையில் "P" மாறிக்கு ஏற்கனவே கொடுக்கப்பட்ட "F" பெறுமானத்தை 6ம் இலக்க நிலையில் கொடுத்த பின் விதிக்கமைய உட்கிடை மாறிலி "T" பெறுமானம் பெறவேண்டுமாயின் பிற்கூற்று "F" ஆக இருக்கும் போது முற்கூற்று கட்டாயம் "F" ஆக இருத்தல் வேண்டும். எனவே "Q"க்கு "F" பெறுமானத்தை அளிக்கும்போது 'Q' என்னும் மாறி வாதத்தில் வரும் இரு இடங்களிலும் வெவ்வேறு பெறுமானங்களைப் பெறும் ஆனல் ஒரு வாதத்தில் ஒரு மாறி உண்மையாகவும் பொய்யாகவும் இருத்தல் முடியாது. எனவே முரண்மை அங்கு ஏற்படுகின்றது. எனவே வாதம் வாய்ப்பானது என முடிவுசெய்யலாம். இவ்வொழுங்குகளில் வாதங்களின் வாய்ப்பினை நிர்ணயிக்கலாம். இனி ஒன்றுக்கொன்று சமமான சூத்திரங்களை (அல்லது வாதங்களை) தீர்மானிப்போம்.

பின்வருவனவற்றில் எவை ஒன்றுக்கொன்று சமமானவை பெறுமானம் அட்டவணை முறையைப்பயன்படுத்தி நிர்ணயிக்குக.

1. $\sim(P \wedge Q)$
2. $\sim P \wedge \sim Q$
3. $\sim P \vee \sim Q$
4. $\sim(P \vee Q)$

1. $\sim(P \wedge Q)$

$\sim$	P	$\wedge$	Q
F	T	T	T
T	T	F	F
T	F	F	T
T	F	F	F
↑			

2. $(\sim P \wedge \sim Q)$

$\sim P$	$\wedge$	$\sim Q$
F	F	F
F	F	T
T	F	F
T	T	T
	↑	

3. $\sim P \vee \sim Q$

$\sim P$	$\vee$	$\sim Q$
F	F	F
F	T	T
T	T	F
T	T	T
	↑	

4. $\sim(P \vee Q)$

$\sim$	P	$\vee$	Q
F	T	T	T
F	T	T	F
F	F	T	T
T	F	E	F
↑			

$(\sim P \wedge Q)$	$\longleftrightarrow$	$(\sim P \vee \sim Q)$
F	T	F
T	T	T
T	T	T
T	T	T
	↑	*1:3 சமம்.*

$(\sim P \wedge \sim Q)$	$\longleftrightarrow$	$\sim(P \vee Q)$
F	T	F
F	T	F
F	T	F
T	T	T
	↑	*2:4 சமம்.*

<u>செய்கைமுறை</u>

மாணவர்கள் ஒவ்வொரு சூத்திரத்தினதும் பெறுமானங்களைக் காணவேண்டும். பின் அவற்றுள் சமமானவற்றின் ஒத்த ஒழுங்கில் முடிவு கிடைத்தவற்றை இருபால் நிபந்தனை அடையாளத்தின் மூலம் எல்லா சந்தர்ப்பங்களிலும் உண்மை எனக் காட்டுதல் வேண்டும்.

4.4 பயிற்சி

1. பின்வருபனவற்றை நேர்முறை அல்லது நேரில் முறையில் வாய்ப்பானவையா எனக் கூறுக.

1. $\left\{ [P \rightarrow (Q \vee R)] \wedge (\sim Q \wedge \sim R) \right\} \rightarrow \sim P$

2. $(P \vee (Q \wedge R) \longleftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee R))$

3. $((P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)) \rightarrow ((P \wedge \sim Q) \rightarrow \sim \sim R)$

4. $\left\{ [\sim (P \wedge Q) \longleftrightarrow (\sim P \vee \sim Q)] \wedge \sim (P \wedge Q) \right\} \rightarrow (\sim P \vee \sim Q)$

5. $\left\{ [(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)] \wedge (R \rightarrow S) \right\} \rightarrow (P \rightarrow S)$

2. பின்வவனவனவற்றுள் எவை ஒன்றுக்கொன்று சமமானவை

1. $(P \rightarrow Q)$ 2. $(P \longleftrightarrow Q)$
3. $\sim (P \wedge \sim Q)$ 4. $\sim((P \wedge \sim Q) \wedge (Q \wedge \sim P))$

அலகு 5. பெறுகை *(DERIVATION)*

5.1 பெறுகை என்றால் என்ன?

எடுகூற்றை ஏற்பதில் இருந்து முடிவை ஏற்க எம்மை இட்டுச்செல்லும் ஒருபடித்தொடரேபெறுகையாகும். பெறுகையில் அமையும் ஒவ்வொரு வரியும் ஏற்கனவே நாம் ஒப்புக்கொண்ட ஏதோ ஒரு நியாயத்தின் படியே அமையும். அளவையியலில் பெறுகையை அமைக்கும் போது எடுகூற்றுக்களையும் சில அனுமான விதிகளையும் பயன்படுத்த வேண்டும். குறியீட்டு மொழியில் உள்ள வாதங்களின் வாய்ப்பை இப் பெறுகை முறையின் மூலம் நிறுவிக்காட்டலாம்.

5.2 பெறுகை முறைக்குரிய வாதங்களை மொழி பெயர்க்கையில் கவனிக்க வேண்டியவை

1. எடுகூற்றுக்களை முடிவில் இருந்து வேறுபடுத்தி அறிதல்

2. எடுகூற்றுக்களை வேறுபடுத்திக்காட்ட நிறுத்துக் குறியாக ஒரு புள்ளியை பாவித்தல்
இவற்றை ஒரு உதாரணம் மூலம் விளங்கிக் கொள்ளலாம்

உ+ம்: அன்பு உண்டெனில் பண்பு உண்டு
அன்பு உண்டு
∴ பண்பு உண்டு
இவ் வாதத்தின் குறியீட்டு வடிவம்
$(P \rightarrow Q)$.
P
∴ Q என்பதாகும். இதில் இரண்டு எடுகூற்றுக்கள் உண்டு $(P \rightarrow Q)$, P என்பவையாகும் இதனை நாம் ஒரே வரி

யில் எழுதினல் அது பின்வருமாறு அமையும்.

$((P \rightarrow Q) . P) \therefore Q$

5 . 3 அனுமான விதிகளும் விளக்கமும்

1.	விதித்து விதித்தல்	(வி. வி)
2.	மறுத்தல் விதி	(ம. வி)
3.	இரட்டை மறுப்பு விதி	(இ. ம. வி)
4.	மீட்டல் விதி	(மீ. வி)
5.	எளிமையாக்கல் விதி	(எ. வி)
6.	இணைப்பு விதி	(இ. வி)
7.	கூட்டல் விதி	(கூ. வி)
8.	மறுத்து விதித்தல் விதி	(ம. வி. வி)
9.	இருபால் நிபந்தனை நிபந்தனை விதி	(இ. நி. வி)
10.	நிபந்தனை நிபந்தனை இருபால் நிபந்தனை விதி	(நி. நி. இ. வி)

1. விதித்து விதித்தல்

$$\frac{\begin{array}{l}\phi \rightarrow \psi \\ \phi\end{array}}{\psi}$$

$(\phi \rightarrow \psi)$ யும் ϕ யும் எடு கூற்றுக்களாக உள்ள போது முடிபாக ψ பெறப்படலாம் என இவ் விதி விளக்குகின்றது.

உ + ம்: அவன் சந்நிதிக்குப் போகவேண்டுமாயின் பஸ்சில் போக வேண்டும். $(P \rightarrow Q)$ அவன் சந்நிதிக்குப் போக விரும்புகின்ருன். P என்ற இருகூற்றுக்கள் தரப்படுமாயின் அவன் பஸ்சில் போக வேண்டும். Q என்பதை முடிவாகப் பெறலாம். அதாவது ஒரு நிபந்தனை எடுப்பும் அதன் முன்னடையும் தரப்படின் அதன் பின்னிணைவை முடிவாகப் பெறலாம்.

2. மறுத்தல் விதி அல்லது மறுத்து மறுத்தல் விதி

$$\frac{\begin{array}{l}\phi \rightarrow \psi \\ \sim \psi\end{array}}{\sim \phi}$$

$(\phi \rightarrow \psi)$ யும் $\sim \psi$ யும் எடு கூற்றுக்களாய் தரப்படின் $\sim \phi$ முடிவாகப் பெறப்படலாம் என இவ்விதி கூறுகின்றது.

உ+மாக: படித்தால் சித்தியடையலாம் ($P \rightarrow Q$) சித்தியடையவில்லை $\sim Q$ என்பன எடுகூற்றுக்களாய்த் தரப்படின் படிக்கவில்லை $\sim P$ என்பதை நாம் முடிவாகப் பெறலாம். அதாவது ஒரு நிபந்தனை எடுப்பும் அதன் பின்னிணைவின் மறுப்பும் தரப்படின் அதன் முன்னிணைவின் மறுப்பை நாம் முடிவாகப் பெறலாம்.

3. இரட்டை மறுப்பு விதி

இது இரு வடிவில் அமையலாம்

(i) $\dfrac{\phi}{\sim\sim\phi}$ (ii) $\dfrac{\sim\sim\phi}{\phi}$

பெறுகை முறையில் ϕ ஒருவரியாகத் தரப்படின் $\sim\sim\phi$ யை, ஒரு வரியாய் எழுதலாம் எனவும் $\sim\sim\phi$ ஒரு வரியாய் தரப்படின் ϕ யை ஒரு வரியாய் எழுதலாம் எனவும் இவ்விதி விளக்குகின்றது.

உ+மாக: கந்தன் வந்தான் P என்பது ஒரு வரியாகத் தரப்படின் கந்தன் வரவில்லை என்பது பொய்; $\sim\sim P$ என்பது ஒரு வரியாய் எழுதலாம்.

4. மீட்டல் விதி

$\dfrac{\phi}{\phi}$ ஒரு பெறுகையில் ஒருமுறை கூறப்பட்ட ஒருவரி மீண்டும் ஒரு வரியாக எழுதப்படலாம் என இவ்விதி கூறுகின்றது.

உ+மாக: கந்தன் வந்தான். P, என்பது ஒரு வரியாகத் தரப்படின் அதனைக் கந்தன் வந்தான்; P, என மீண்டும் ஒருவரியாக எழுதலாம்.

5. எளிமையாக்கல் விதி

இவ்விதியின் இருவடிவங்கள்

$$\text{(i)}\ \frac{(\phi \wedge \psi)}{\phi} \qquad \text{(ii)}\ \frac{(\psi \wedge \phi)}{\phi}$$

$(\phi \wedge \psi)$ ஒரு வரியாகத் தரப்படின் அதனை ϕ என எளிமைப்படுத்தி எழுதலாம். எனவும் $(\psi \wedge \phi)$ ஒரு வரியாகத்தரப்படின் ϕ என எளிமைப்படுத்தி எழுதலாம் எனவும் இவ்விதி கூறுகின்றது.

உ+மாக: கொழும்பு இலங்கையின் தலைநகர் ஆகும். அத்தோடு அதுவே அந்நாட்டின் மிகப்பெரும் நகராகும் $(P \wedge Q)$ என்பது ஒருவரியாகத் தரப்படின் கொழும்பு இலங்கையின் தலைநகர் P, எனவோ அதுவே அந்நாட்டின் மிகப்பெரிய நகர். Q எனவோ அதனை எளிமைப்படுத்தலாம்.

6. இணைப்பு விதி

$$\frac{\begin{array}{c}\phi\\ \psi\end{array}}{\phi \wedge \psi}$$

ϕ யும் ψ யும் இரு தனி வாக்கியங்களாகத் தரப்படின் இவை இரண்டையும் இணைத்து $(\phi \wedge \psi)$ என்று முடிவைப் பெறலாம் என இவ்விதி கூறுகின்றது.

உ+மாக: இராமன் வந்தான் P சீதை வந்தாள் Q என்பவை தரப்படின் இவை இரண்டையும் இணைத்து இராமன் வந்தான் அத்துடன் சீதையும் வந்தாள் என்பதை $(P \wedge Q)$ முடிவாகப் பெறலாம்.

7. கூட்டல் விதி

இவ்விதியின் இரண்டு வடிவங்கள்

$$\text{(i)}\ \frac{\phi}{\phi \vee \psi} \qquad \text{(ii)}\ \frac{\phi}{\psi \vee \phi}$$

ϕ ஒரு வரியாகத் தரப்படின் அதன் முடிவினை $(\phi \vee \psi)$ என்றும் $(\psi \vee \phi)$ என்றும் எழுதலாம் என இவ்விதி கூறுகின்றது.

8. மறுத்து விதித்தல் விதி

இவ்விதியின் இருவடிவங்கள்

(i) $\dfrac{\phi \vee \psi \quad \sim \phi}{\psi}$ (ii) $\dfrac{\phi \vee \psi \quad \sim \psi}{\phi}$

$(\phi \vee \psi)$ யும் $\sim \phi$ யும் எடுகூற்றுக்களாய் தரப்படின் ψ ஐ முடிவாகப் பெறலாம். அல்லது $(\phi \vee \psi)$ யும் $\sim \psi$ யும் எடு கூற்றுக்களாய் தரப்படின் ϕ ஐ முடிவாகப் பெறலாம். என இவ்விதி கூறுகின்றது.

உ+மாக: தேவன் வருவான் அல்லது தேவகி வருவாள் $(P \vee Q)$ தேவன் வரமாட்டான் $\sim P$ என்பவை தரப்படின் தேவி வருவாள் என்பது முடிபாகப் பெறலாம்.

9. இருபால் நிபந்தனை நிபந்தனை விதி

இவ்விதியின் இரு வடிவங்கள்

(i) $\dfrac{\phi \leftrightarrow \psi}{\phi \rightarrow \psi}$ (ii) $\dfrac{\phi \leftrightarrow \psi}{\psi \rightarrow \phi}$

$(\phi \leftrightarrow \psi)$ என்பது ஒரு வரியாய் தரப்படின் $(\phi \rightarrow \psi)$ அல்லது $(\psi \rightarrow \phi)$ஐ முடிவாகப் பெறலாம் என இவ் விதி கூறுகின்றது.

உ+ம்: முக்காலி ஆயின் ஆயினே மூன்று கால்களை உடையது. $(P \leftrightarrow Q)$ என்பது ஒருவரியாகத் தரப்படின் இதன் முடிவை முக்காலி எனின் மூன்று கால்களை உடையது $(P \rightarrow Q)$ என்றும் மூன்று கால்களை உடையது எனின் முக்காலி $(Q \rightarrow P)$ என்றோ பெறலாம்.

10. நிபந்தனை நிபந்தனை இருபால் நிபந்தனை விதி

$$\frac{\begin{array}{l}\phi \rightarrow \psi \\ \psi \rightarrow \phi\end{array}}{\phi \longleftrightarrow \psi}$$

$(\phi \rightarrow \psi)$ யும் $(\psi \rightarrow \phi)$ யும் எடுகூற்றுக்களாகத் தரப்படின் $(\phi \longleftrightarrow \psi)$ என்பதை முடிபாகப் பெறலாம் என இவ்விதி கூறுகின்றது.

உ+மாக: நாற்காலி ஆயின் நான்கு கால்களை உடையது $(P \rightarrow Q)$ நான்கு கால்களை உடையது எனின் நாற்காலி $(Q \rightarrow P)$ என்பவற்றிலிருந்து நாற்காலி ஆயின் ஆயினே நான்கு கால்களை உடையது $(P \longleftrightarrow Q)$ என்ற முடிவைப் பெறலாம்.

குறிப்பு:

எடுகூற்றுக்களில் இருந்து முடிவைப் பெறுவதற்கு அனுமான விதிகளில் ஒன்றையோ அல்லது ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட விதிகளையோ மாற்றி மாற்றியோ அல்லது தொடர்ந்தோ பயன்படுத்தலாம். அனுமான விதிகளில் முதல் நான்கையும் முதல் பயன்படுத்துவோம். மிகுதி ஆறு விதிகளையும் பின்பு பயன்படுத்துவோம்.

மாணவர்கள் விதிகளை சரியாகப் பயன்படுத்துவதற்காக சில செய்கைகள் கீழே தரப்படுகின்றது.

1. $((P \rightarrow \sim Q) \cdot P) \therefore \sim Q$

1.	$(P \rightarrow \sim Q)$	எடுகோள்
2.	P	எடுகூற்று
	$\therefore \sim Q$	1, 2 விதித்து விதித்தல்

2. $((P \rightarrow \sim Q) \cdot \sim \sim Q) \therefore \sim P$

1.	$(P \rightarrow \sim Q)$	எடுகோள்
2.	$\sim \sim Q$	எடுகூற்று
	$\therefore \sim P$	1, 2 மறுத்தல் விதி

3\. i. $\sim \sim (P \rightarrow Q) \therefore (P \rightarrow Q)$

1.	$\sim \sim (P \rightarrow Q)$	எடுகோள்
	$\therefore (P \rightarrow Q)$	இரட்டை மறுப்பு விதி

ii. $(P \rightarrow Q) \therefore \sim \sim (P \rightarrow Q)$

1.	$(P \rightarrow Q)$	எடுகோள்
	$\sim \sim (P \rightarrow Q)$	இரட்டை மறுப்புவிதி

4. $(P \rightarrow Q) \therefore (P \rightarrow Q)$

$(P \rightarrow Q)$	எடுகோள்
$(P \rightarrow Q)$	மீட்டல் விதி

5. i. $\therefore (\quad P \wedge Q)$

1. $(\sim P \wedge Q)$	
2. Q	1. எளிமையாக்கல் விதி
3. $\sim P$	1. எளிமையாக்கல் விதி

ii $\therefore [P \wedge (Q \rightarrow R)]$

1. $P \wedge (Q \rightarrow R)$	
2. $(Q \rightarrow R)$	1. எளிமையாக்கல் விதி
3. P	1. எளிமையாக்கல் விதி

6. i. 1. P
2. Q
3. $P \wedge Q$ 1, 2 இணைப்பு விதி

ii 1. P
2. $(Q \rightarrow R) \rightarrow \quad T$
3. $P \wedge [(Q \rightarrow R)] \rightarrow \sim T$ 1, 2 இணைப்பு விதி

7. 1. P
2. $(P \vee Q)$ 1. கூட்டல் விதி

8. $[(P \vee Q) \cdot \sim P] \therefore Q$

$$\begin{array}{l} P \vee Q \\ \sim P \\ \hline \therefore Q \end{array}$$

9. $((P \longleftrightarrow Q) \wedge (P \rightarrow Q)) \therefore (Q \rightarrow P)$

$$\begin{array}{l} P \longleftrightarrow Q \\ P \rightarrow Q \\ \hline \therefore Q \rightarrow P \end{array}$$

10. $((P \rightarrow Q) \wedge Q \rightarrow P)) \therefore (P \longleftrightarrow Q)$

$$\begin{array}{l} (P \rightarrow Q) \\ (Q \rightarrow P) \\ \hline \therefore (P \longleftrightarrow Q) \end{array}$$

5·4 பெறுகை முறைகள்

எடு கூற்றுக்களிலிருந்து முடிவைப் பெறுவதற்கு மூன்று பெறுகை முறைகள் பயன் படுத்தப் படும்:

1, நேர்ப் பெறுகை
2. நேரல் பெறுகை
3. நிபந்தனைப் பெறுகை

நேர்ப் பெறுகை.

∴ ф என்பது ஒரு வாதத்தின் முடிவாயின் இம் முடிவை நேர்ப் பெறுகையில் ф எனக் காட்டு; முதலாவது வரியாக எழுதித் தொடர்ந்து எடு கூற்றுக்களையும் அனுமான விதிகளை யும் பயன்படுத்தி фயை முடிவாகப் பெறும்வரை பெறுகை யைத் தொடர்ந்து செய்ய வேண்டும். பூரண நேர்ப் பெறுகை யின் வடிவம் பின்வருமாறு அமைந்திருக்கும்.

1. ф எனக் காட்டுக
2. ....
3. ....
4 ....
5. ....
6. ф

குறிப்பு:

காட்டு வரிக்கு அடுத்து வரும் வரிகள் எடுகூற்றுக்களா கவோ, எடுகூற்றுக்களையும் அனுமான விதிகளையும் பயன்படுத்தி பெறப்பட்ட வரிகளாகவோ இருக்கும். இவற்றுக்கு பக்கத்தில் அவற்றுக்குரிய விளக்கங்கள் எழுதப்படுகின்றன. பெறுகை முடிந் தபின் காட்டுவரி தவிர்ந்த ஏனைய வரிகள்; மேலே காட்டப் பட்டது போன்று அடைக்கப்பட்டு! எனக்காட்டுக வரியில் உள்ள எனக் காட்டுக வெட்டப்படும். இவற்றை எல்லாப் பெறுகை களிலும் கடைப்பிடிக்கவும்

உ+ம்: இறை பக்தி உண்டு எனின் இரக்கம் உண்டு. இறை பக்தி உண்டு. ஆகவே இரக்கம் உண்டு.

சு. தி: **P**: இறை பக்தி உண்டு
Q: இரக்கம் உண்டு
$[(P \to Q) \cdot P] \therefore Q$

செய்கை:

1.	Q எனக் காட்டுக	
2.	$(P \rightarrow Q)$	எ. கூ. 1
3.	P	எ. கூ. 2
4.	Q	2, 3 வி. வி.

நேரல் பெறுகை

நேரல் பெறுகையில், எனக்காட்டுக வரிக்கு அடுத்த வரியில் காட்டு வரியின் மறுப்பு நேரல் பெறுகைக்கான எடுகோளாக எடுக்கப்படும். பின் எடுகூற்றுக்களையும் அனுமானவிதிகளையும் பயன்படுத்தி ஒரு வாக்கியத்தையும் அதன் மறுப்பையும் பெறும்வரை; நேரல் பெறுகையைச் செய்க. அதாவது; ϕ என்னும் முடிவுக் கூற்றை உண்மை எனநிறுவுக. ϕ யின் உண்மையற்ற வடிவத்தை எடுத்து அதைப் பிழை எனக்காட்டுவதன் மூலம் ϕ யை உண்மை எனக் காட்டவேண்டும். பூரண நேரல்ப் பெறுகையின் வடிவம் பின்வருமாறு அமையும்.

1.	ϕ எனக் காட்டுக	
2.	$\sim \phi$	நேரல் பெறுகைக்கான எடுகோள்
3.	....	
4.	....	
5.	....	
6.	....	
7.	ψ	
8.	$\sim \psi$	

உ+ம்: மழை பெய்தால் வெள்ளம் வரும். மழை பெய்துள்ள தாயின் வெள்ளம் வரவில்லை; ஆகவே மழை பெய்யவில்லை.

கு. தி: P: மழை பெய்தல்

Q: வெள்ளம் வரும்

$(P \rightarrow Q) \cdot (P \rightarrow \sim Q) \therefore \sim P$

செய்கை:

1. $\sim P$ எனக் காட்டுக

2.	P	நே. பெ. எ
3.	$(P \rightarrow Q)$	எ. கூ. 1
4.	$(P \rightarrow \sim Q)$	எ. கூ. 2
5.	Q	2, 3 வி. வி
6.	$\sim Q$	2, 4 வி. வி

நிபந்தனைப் பெறுகை

நிபந்தனைப் பெறுகையில் நிபந்தனை வாக்கியங்களே பயன் படுத்தப்படும். ∴ $(\phi \rightarrow \psi)$ எனத் தரப்படின் $(\phi \rightarrow \psi)$ என்பதை எனக்காட்டு வரியாக எழுதி இரண்டாவது வரியில் இந் நிபந்தனை எடுப்பின் முன் எடுப்பை நிபந்தனைப் பெறுகைக்கான எடுகோளாக எடுத்து எடுகூற்றுக்களையும் அனுமான விதிகளையும் பயன்படுத்தி அதன் பின் எடுப்பை பெறும் வரையில் பெறுகையைச் செய்யவேண்டும். பூரண நிபந்தனைப் பெறுகையின்வடிவம் பின்வருமாறு அமைந்திருக்கும்.

1. $(\phi \rightarrow \psi)$ எனக் காட்டுக

2.	ϕ	நி. பெ. எ
3.	....	
4.	....	
5.	....	
6.	....	
7.	....	
8.	ψ	

உ+ம்: சந்நிதித் திருவிழா இந்நாட்களில் நடைபெறுகின்றதாயின் கண்மணி தன் குழந்தையைச் சந்நிதிக்குக் கூட்டிக் கொண்டு செல்வாள். கண்மணி சந்நிதிக்குக் குழந்தையைக் கூட்டிக்கொண்டு செல்வாள் எனின் குழந்தைக்குப் பறவைக் காவடி காட்டலாம். ஆகவே சந்நிதித் திருவிழா இந்நாட்களில் நடைபெறுகின்றது. என வைத்துக் கொண்டால் குழந்தைக்குப் பறவைக்காவடி காட்டலாம்.

கூ. தி: P: சந்நிதித் திருவிழா இந்நாட்களில் நடைபெறுகின்றது.
Q: கண்மணி குழந்தையைச் சந்நிதிக்குக் கொண்டு செல்வாள்.

R: குழந்தைக்குப் பறவைக்காவடி காட்டலாம்

$(P \rightarrow Q) ; (Q \rightarrow R)$ ∴ $(P \rightarrow R)$

1.	$(P \rightarrow R)$ எனக் காட்டுக	
2.	P	நி: பெ. எடுகோள்
3.	$(P \rightarrow Q)$	எ. கூ. 1
4.	$(Q \rightarrow R)$	எ. கூ. 2
5.	Q	3, 2 வி. வி
6	R	4, 5 வி. வி

உப பெறுகைகள் அல்லது துணைப் பெறுகைகள்

பிரதான பெறுகையை முடிக்க அதற்கு துணையாக அதனுள் பயன் படுத்தப்படும் பெறுகையை உபபெறுகையை அல்லது துணைப் பெறுகை எனலாம். இதனைப் பின்வரும் வாதத்தினைக் கொண்டு விளங்குவோம்.

உ+ம்: கொழும்பு இலங்கையின் தலைநகர் என்பது உண்மையெனின் யாழ்ப்பாணம் கொழும்பில் இல்லை. ஆகவே யாழ்ப்பாணம் கொழும்பில் இருக்கின்றது ஆயின் கொழும்பு இலங்கையின் தலைநகர் அல்ல.

சு: தி: P; கொழும்பு இலங்கையின் தலைநகர்

Q: யாழ்ப்பாணம் கொழும்பில் இருக்கின்றது

$(P \rightarrow \sim Q)$ ∴ $(Q \rightarrow \sim P)$

1.	$(Q \rightarrow \sim P)$ எனக் காட்டுக	
2.	Q	நி. பெ. எடுகோள்
3.	$\sim P$ எனக் காட்டுக	
4.	$(P \rightarrow \sim Q)$	எ. கூ. 1
5.	$\sim P$	4, 2 ம, வி

குறிப்பு: மேலே காட்டப்பட்ட பெறுகை பிரதான பெறுகையை முடிப்பதற்கு நாம் மூன்றுவது வரியில் ஆரம்பித்த உபபெறுகை 5வது வரியில் $\sim P$ வந்ததும்முடிவடைகின்றது எனவே உபபெறுகை முடிவடைகின்றமையால் 4ம், 5ம் வரிகளை அடைத்து உப பெறுகைக் காட்டு வரியான; 3ம் வரியில் உள்ள 'எனக் காட்டுக' என்பது வெட்டப்பட வேண்டும். இங்கு $\sim P$ எனக் காட்டியதால் பிரதான பெறுகையை முடித்

துள்ளோம் எனவே 1ம் வரியில் உள்ள 'எனக் காட்டுக' வரி தவிர்ந்த ஏனைய வரிகள் அனைத்தையும் அடைத்து 1ம் வரியில் உள்ள 'எனக் காட்டுக' என்பது வெட்டப்பட வேண்டும்.

5 . 5 பெறுகைகளை அமைக்கும்பொழுது கவனிக்க வேண்டியவை

1. நிபந்தனை எடுப்புக்களைப் பெறுவதற்கு நிபந்தனைப் பெறுகையைப் பயன்படுத்துதல்

2. நிபந்தனை அல்லாதவற்றைக் காட்டுவதற்குப் பிறவழிகள் ஏதும் தெளிவாகத் தெரிந்தால் ஒளிய நேரல் முறையைப் பயன்படுத்துக

3. தவறான எடுகோள்களைப் பயன்படுத்துவதைத் தவிர்க்குக

4. 'எனக் காட்டுக' என்பது கீறப்படாத காட்டு வரியின் மீது அனுமான விதிகளைப் பிரயோகிக்கக் கூடாது

5. தகாத இடங்களில் எடுகோள்கள் பயன்படுத்துதல் கூடாது

6. எந்தப் பெறுகையிலும் மீட்டல் விதியைப் பயன்படுத்தும் போது முற்றுப்பெற்ற உப பெறுகையை அடைக்கப்பட்ட எந்த வரியையும்; பெறுகையில் மீளப்பயன்படுத்தக்கூடாது

7. எந்தப் பெறுகையையும் அதன்கீழ் ஆரம்பிக்கப்பட்ட உப பெறுகை முடிவடையாது முற்றுப்பெறச் செய்யஇயலாது

5 . 6 சில செய்கைகள்

1. $(P \rightarrow Q) . (Q \rightarrow R) . \sim(S \rightarrow R) \therefore \sim P$

1,	$\sim P$ எனக் காட்டுக	
2,	P	நேரல். பெ. எ
3.	$(P \rightarrow Q)$	எ. கூ. 1
4.	Q	2, 3, வி. வி
5.	$(Q \rightarrow R)$	எ. கூ. 2
6.	$\sim(S \rightarrow R)$	எ. கூ. 3
7.	$(S \rightarrow R)$ எனக் காட்டுக	
8.	S	நி. பெ. எ
9.	R	4, 5 வி வி

2. $(\sim P \rightarrow Q) \,.\, (P \rightarrow Q) \therefore Q$

1.	Q எனக் காட்டுக	
2.	$\sim Q$	நேரல் பெ. எ
3.	$(P \rightarrow Q)$	எ. கூ. 2
4.	$\sim P$	3, 2 ம. வி
5.	$(\sim P \rightarrow Q)$	எ. கூ. 1
6.	Q	4, 2 வி. வி

3. $P \rightarrow (P \rightarrow Q) \,.\, (Q \rightarrow R) \therefore R$

1.	R எனக் காட்டுக	
2.	$\sim R$	நேரல் பெ. எ
3.	P	எ. கூ. 1
4.	$(P \rightarrow Q)$	எ. கூ. 2
5.	$(Q \rightarrow R)$	எ. கூ. 3
6.	Q	4, 3 வி. வி
7.	$\sim Q$	5. 2 ம. ம

4. $\sim (Q \rightarrow R) \,.\, R \therefore P$

1.	P எனக் காட்டுக	
2.	$\sim P$	நே. பெ. எ
3.	$(Q \rightarrow R)$ எனக் காட்டுக	
4.	Q	நி. பெ. எ
5.	R	எ. கூ. 2
6.	$\sim (Q \rightarrow R)$	எ. கூ. 1

5 . 7 பயிற்சி

1. சோக்கிரட்டீஸ் முதுமையால் இறக்கவில்லை எனில் அதேனியர்கள் அவரைக் கொன்றனர். அதேனியர்கள் அவரைக் கொல்ல வில்லை. எனவே சோகிரட்டீஸ் முதுமையால் இறந்தார்.

2: சாந்தி அழகி எனில் அவள் திறமைசாலியாக இருக்க மாட்டாள். அவள் திறமைசாலியாக இல்லாவிடின் அவளுக்குப்

பல் கலைக் கழக அனுமதி கிடைக்காது: ஆகவே அவள் அழகி எனின் அவளுக்குப் பல்கலைக் கழக அனுமதி கிடைக் காது.

3. அவன் புத்தியுடையவன் ஆயின் அவன் தெரிவு செய்யப் படுவான். அவன் தெரிவு செய்யப்படுவான் எனின் அவன் அழகானவனாய் இருப்பான். அவன் அளவையியல் படிக்கவில்லை என வைத்துக் கொண்டால் அவன் அழகா னவன் எனின் அவன் புத்தியுள்ளவன் அல்லதுபுத்தியற்றவன். ஆகவே அவன் அளவையியல் படிக்கவில்லை எனின் அவன் தெரிவு செய்யப்படவில்லை.

4. மாயா திருமணம் செய்தாள் எனின் அவளுக்குப் பிள்ளை பிறந்தது என்பது பிழை. மாயாவிற்குப் பிள்ளை பிறந்தது ஆகவே யாழ்ப்பாண மாம்பழங்கள் ருசியானவை

5.8 தேற்றங்கள்

எமது உய்த்தறி முறையில் ஏற்கக் கூடிய உண்மையான வாங்கியங்களே தேற்றங்களாகும் வேறு வார்த்தைகளில் கூறு வதனல் ஒரு வெற்று எடு கூற்றுத்தொடையை, உடைய வாய்ப்பான வாதத்தின் முடிவு எனவும் கூறலாம் தேற்றங்கள் குறியீட்டு வாக்கியங்களாகவே இருக்கும்

உ+ம்: ∴ $((P \to Q) \to P) \to P$

எமது முறையில் பயன்படும் சில தேற்றங்கள் கீழே தரப் பட்டுள்ளன.

1. $P \to P$
2. $(Q \to P \to Q)$
3. $P \to ((P \to Q) \to Q)$
4. $(P \to Q) \to ((Q \to R) \to (P \to R))$
5. $(Q \to R) \to ((P \to Q) \to (P \to R))$
6. $(P \to (Q \to R)) \to ((P \to Q) \to (P \to R)$
7. $((P \to Q) \to (P \to R)) \to (P \to (Q \to R))$

8. $(P\to(Q\to R))\to(Q\to(P\to R))$
9. $(P\to(P\to Q))\to(P\to Q)$
10. $((P\to Q)\to Q)\to((Q\to P)\to P)$
11. $\sim\sim P\to P$
12. $P\to\sim\sim P$
13. $(P\to Q)\to(\sim Q\to\sim P)$
14. $(\sim P\to Q)\to(\sim Q\to P)$
15. $(P\to\sim Q)\to(Q\to\sim P)$
16. $(\sim P\to\sim Q)\to(Q\to P)$
17. $P\to(\sim P\to Q)$
18. $\sim P\to(P\to Q)$
19. $(\sim P\to P)\to P$
20. $(P\to\sim P)\to\sim P$
21. $\sim(P\to Q)\to P$
22. $\sim(P\to Q)\to\sim Q$
23. $((P\to Q)\to P)\to P$
24. $P\wedge Q\longleftrightarrow Q\wedge P$
25. $P\wedge(Q\wedge R)\longleftrightarrow(P\wedge Q)\wedge R$
26. $(P\to Q)\wedge(Q\to R)\to(P\to R)$
27. $(P\wedge Q\to R)\longleftrightarrow(P\to(Q\to R))$
28. $(P\wedge Q\to R)\longleftrightarrow(P\wedge\sim R\to\sim Q)$
29. $(P\to Q\wedge R)\longleftrightarrow(P\to Q)\wedge(P\to R)$
30. $(P\to Q)\to(R\wedge P\to R\wedge Q)$
31. $(P\to Q)\to(P\wedge R\to Q\wedge R)$
32. $(P\to R)\wedge(Q\to S)\to(P\wedge Q\to R\wedge S)$
33. $(P\to Q)\wedge(\sim P\to Q)\to Q$
34. $(P\to Q)\wedge(P\to\sim Q)\to\sim P$
35. $(\sim P\to R)\wedge(Q\to R)\longleftrightarrow((P\to Q)\to R)$

36. $\sim(P \wedge \sim P)$
37. $(P \rightarrow Q) \longleftrightarrow \sim(P \wedge \sim Q)$
38. $(P \wedge Q) \longleftrightarrow \sim(P \rightarrow \sim Q)$
39. $\sim(P \wedge Q) \longleftrightarrow (P \rightarrow \sim Q)$
40. $\sim(P \rightarrow Q) \longleftrightarrow (P \wedge \sim Q)$

செய்கைகள்:

T1. $P \rightarrow P$

1. $P \rightarrow P$ எனக் காட்டுக
2. P எடுகோள்
3. P 2 மீ.

T4. $(Q \rightarrow R) \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R))$

1. $(P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$ எனக் காட்டுக
2. $(P \rightarrow Q)$ எடுகோள்
3. $(Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$ எனக் காட்டுக
4. $(Q \rightarrow R)$ எடுகோள்
5. $(P \rightarrow R)$ எனக் காட்டுக
6. P எடுகோள்
7. Q 2, 6, வி. வி
8. R 4, 7 வி. வி

T8. $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow (Q \rightarrow (P \rightarrow R))$

1. $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow (Q \rightarrow (P \rightarrow R))$ எனக் காட்டுக
2. $(P \rightarrow (Q \rightarrow R))$ எடுகோள்
3. $(Q \rightarrow (P \rightarrow R))$ எனக் காட்டுக
4. Q எடுகோள்
5. $(P \rightarrow R)$ எனக் காட்டுக
6. P எடுகோள்
7. R எனக் காட்டுக
8. $(Q \rightarrow R)$ 2, 6 வி. வி
9. R 8, 4 வி. வி

T11. $\sim\sim P \rightarrow P$

1. $\sim\sim P \rightarrow P$	எனக் காட்டுக	
2. $\sim\sim P$		எடுகோள்
3. P	எனக் காட்டுக	
4. P		2. இ

5.9 தேற்றங்களின் பதிலீடுகள்

ஒரு குறியீட்டு வாக்கியத்தில் இடம் பெறும் வாக்கியமாறிகளைக் குறிப்பதற்குப் பிறவாக்கியங்களைப் பிரதியீடாகக் கொள்வோமாயின் அதனைப் பிரதியீடு எனலாம் இப் பிரதியீட்டின் போது வாக்கிய மாறிகள் ஒரு சீராய் இடம் பெற வேண்டும் இவ்வாறு தேற்றங்களைப் பிரதியீடு செய்வதால் தோன்றுபவைகளும் தேற்றங்களே ஆகும்.

உ+ம்: $(P \rightarrow P)$ என்பதை நாம் பிரதியீடு செய்வோமாயின் அது $(Q \rightarrow Q)$ என அமையும்.

T 2. $Q \rightarrow (P \rightarrow Q)$ இதன் பதிலீடுகளை பின்வருமாறு அமைத்துக்கொள்ளலாம்.

i. $Q \rightarrow (\sim R \rightarrow Q)$ $\qquad$ T2 $\dfrac{Q\ P}{Q\ \sim R}$

ii. $\sim R \rightarrow (Q \rightarrow \sim R)$ $\qquad$ T2 $\dfrac{Q\ P}{\sim R\ Q}$

iii. $P \rightarrow ((R \rightarrow T) \rightarrow P)$ $\qquad$ T2 $\dfrac{Q\ P}{P,\ (R \rightarrow T)}$

vi. $(Q \vee P) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \vee R)$ $\qquad$ T2 $\dfrac{Q\ P}{Q \vee P)\ (P \rightarrow Q)}$

v. $R \rightarrow (R \rightarrow R)$ $\qquad$ T2 $\dfrac{Q\ P}{R\ R}$

இங்கு தேற்றங்களின் பதிலீடுகளுக்குரிய படங்களும் காட்டப்பட்டுள்ளது.

அலகு 6

அளவு படுத்தப்பட்ட குறியீடுகளும் வென்னின் வரை படங்களும்

6.1 அளவு படுத்தப்பட்ட குறியீடுகள்

நிறை எடுப்பு குறை எடுப்பு ஆகியவற்றில் எழுவாய் பயனிலைத்தொடர்பை விளக்குவதற்காக அளவு படுத்தப்பட்ட குறியீடுகள் பயன்படுத்தப்படும். இன் நிறை, குறை எடுப்புக்கள் உடன்பாடு எதிர்மறையாக நான்கு விதமாகப் பிரிபடும். அவை மரபுவழி அளவையியலில் A E I O என்ற குறியீடுகளால் காட்டப்பட்டுள்ளன. பின்வருவனவற்றைக்கவனிக்குக.

A: உடன் பாட்டு நிறை எடுப்பு
E: எதிர் மறை நிறை எடுப்பு
I: உடன் பாட்டுக் குறை எடுப்பு
O: எதிர் மறைக்குறை எடுப்பு

இனி ஒவ்வொரு வகைகளையும் உதாரணங்கள் மூலம் அளவு படுத்தப்பட்ட குறியீடுகளுக்கு மாற்றுவதைக்கவனிப்போம்.

6.1.1 *A* எடுப்பு

1. எல்லா மனிதரும் இறக்கின்ற பிராணி ஆவர்.
2. ஒவ்வொரு மனிதனும் மிருகமாவான்
3. மாடுகள் நான்கு கால்களை உடையவையாகும்
4. முக்கோணங்கள் யாவும் தளவுருவங்கள் ஆகும்
5. பறவைகள் அனைத்தும் சிறகுடையனவாகும்.

இவற்றுள் சிலவற்றை அளவுபடுத்தப்பட்ட குறியீட்டுக்கு மாற்றுவோம். இங்கு பாவிக்கப்படுகின்ற எல்லாம், ஒவ்வொரு, அனைத்தும்; யாவும், போன்றவற்றை (x) என்பதன் மூலம் காட்டலாம் இது x எனும் இனத்துடன், எதாவது ஒரு xக் குறிக்கும். ஆகவே முதலாவது எடுப்பு பின்வருமாறு மொழி பெயர்க்கப்படலாம். ஏதாவது x மனிதன் x ஆக இருந்தால் அவன் இறக்கும் x ஆக இருப்பான். இவ்வாறுஒவ்வொரு எடுப்புக்களையும் மொழிபெயர்ப்பதன் மூலம் அவற்றை அளவுபடுத் தப்பட்ட குறியீட்டுக்கு மாற்றுதல் சுலபமாகும்.

A எடுப்பு

எல்லா மனிதர்களும் இறக்கின்ற பிராணிகள்

மொழி பெயர்ப்பு

ஏதாவது ஒரு x மனிதன் x ஆக இருந்தால் அவன் இ. பி x ஆக இருப்பான்

அளவுபடுத்தப்பட்ட குறியீட்டில்

(x) (ம x → இ. பி x)

இதேபோன்று ஏனையவற்றையும் மாற்றலாம்

ஒவ்வொரு மனிதனும் மிருகமாகும்

(x) (ம x → மி x)

6 . 1 . 3 *E* எடுப்பு

1 ஒரு மனிதரும் இறக்கின்ற பிராணிகள் அல்ல

(x) (ம x → ∼ இ பி x)

2 விஞ்ஞானி எவரும் பௌதீக அதீதி அல்ல

(x) (வி x → ∼பெ அ x)

6·1.2 *I* எடுப்பு

1. சில மனிதர்கள் புத்தி உடையவர்கள்

இங்கு I வகை எடுப்புக்களை அளவு படுத்தப் பட்ட குறியீட்டிற்கு மாற்றும் போது சில x என்பது பின்வருமாறு (∃ x) என அமையும் I வகை எடுப்புக்களை மொழிபெயர்க்கும் போது எழுவாயையும் பயனிலையையும் கொண்டதாக குறைந்தது ஒரு X ஆவது இருக்கும். அதாவது மேற்காட்டிய உதாரணம் மொழிபெயர்ப்பின் போது குறைந்தது ஒரு x ஆவது மனிதன் x ஆகவும் புத்தியுடைய x ஆகவும் இருக்கின்றது'' என அமையும் இதன் அளவு படுத்தப்பட்ட குறியீட்டு வடிவத்துடன் இதனை நோக்குவோம்

சிலமனிதர்கள் புத்தியுடையவர்கள்

மொழிபெயர்ப்பு;-

குறைந்தது ஒரு x ஆவது மனிதன் x ஆகவும் புத்தி டைய x ஆகவும் இருக்கின்றது

அளவு படுத்தப்பட்ட குறியீடு

(∃ x) (ம x ∧ பு x)

இதனைப் பெரும் பாலானவர்கள் ($\exists x$) (ம $x \rightarrow$ பு x) என அளவு படுத்தப்பட்ட வடிவத்தில் தருவது பரவலாக் ஏற் பட்டு வருகின்ற தவறாகும். ஆனால் இத்தவறான வடிவம் தர்க்கரீதியாக ($\exists x$) ($\sim$ ம $x \vee$ பு x) என்பதற்குச் சமமான தாகும். ஆனால் இரண்டாவது வடிவம் என்ன சொல்கின்றது எனில் ஆகக் குறைந்தது ஒரு x ஆவது ஒன்றில் மனிதன் அல் லாததாகவோ அல்லது புத்திசாலியாகவோ உள்ளது. ஆனால்நாம் எடுத்துக் கொண்ட உதாரணம் ஆகக்குறைந்தது ஒரு x ஆவது மனிதன் x ஆகவும் புத்தியுடைய x ஆகவும் இருக்கின்றது, என்பதே. எனவே மேற்கண்ட உதாரணத்தை ($\exists x$) (ம $x \rightarrow$ பு x) எனமாற்றுவது தவறாகும்

($\exists x$) (ம $x \wedge$ பு x)

2. சில மாணவர்கள் கெட்டிக்காரர்களாகவும் புத்திசாலிகளாக வும் உள்ளனர்

($\exists x$) [(மா $x \wedge$ கெ x) $\wedge$ பு x]

6 . 1 . 5 O எடுப்பு

1. எல்லா மாணவர்களும் சித்தியடைந்தவர்கள் அல்ல

($\exists x$) (மா $x \wedge \sim$ சி x)

2 சில நிகழ்ச்சிகள் காரணங்கள் அல்ல

($\exists x$) (x நி $\wedge \sim$ கா x)

3. சில பிராணிகள் கடிப்பனவுமல்ல. குடிம்பனவுமல்ல. ஆனால் பறப்பனவாகும்.

$$(\exists x) \left\{ [\text{பி } x \wedge (\sim \text{க } x \wedge \sim \text{கு } x)] \wedge \text{ப } x \right\}$$

9.5 வகுப்புக்குறியீடுகள்

ஒரு வகுபில் மூல அம்சங்கள் அங்கத்தினராக் இருக்கலாம் உதாரணமாக இராமன் ஒருமனிதன் என்னும் போதுஇராமன் என்பவன் மனிதன் என்ற வகுப்பில் அங்கத்தவராக உள்ளான், எனக் கொள்ளலாம் அங்கத்தவர் என்பதைக் காட்டுவதற்கு $\in$ என்னும் குறியீடு பயன்படும் ஆகவே இராமன் ஓர் மனிதன் என்பதை (இ $\in$ ம) என வகுப்புக் குறியீட்டில் எழுதலாம் ($a \in b$) எனின் அதன் கருத்து என்னவெனின் a ஆனது **b** யின் அங்கத்தினர் ஆவர் என்பதாகும்

ஒரு வகுப்பு இன்னொரு வகுப்பினுள் அடங்கியிருந்தால் அதனை உள்ளடக்கப்பட்ட வகுப்பு எனச்சொல்வோம் இதற்காக c என்னும் குறியீடு பயன்படும் உதாரணமாக எல்லா மனிதரும் இறப்பார் எனின் மனிதர் என்ற வகுப்பு இறப்பர் என்ற வகுப்பினுள் அடக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே எல்லா மனிதர்களும் இறப்பர் என்பது வகுப்புக் குறியீட்டில் (ம c இ) என அமையலாம். இது சில வேளைகளில் ஒரு அங்கத்தவரைக் கொண்ட வகுப்பாகவும் இருக்கலாம் உதாரணமாக இலங்கையின் எதிர்க் கட்சித்தலைவர் நல்லவர் என்பது நல்லவர் என்ற வகுப்பினுள் எதிர்க்கட்சித் தலைவர் அடக்கப்படுவதைக் கூறுகின்றது. எனவே இது வகுப்புக் குறியீட்டில் (எ c ந) என அமையலாம்.

ஒன்றுக் கொன்று சமமான வகுப்புக்கள் எனின் அவை ஒத்த வகுப்பு எனப்படும். உதாரணமாக a = **b** எனின் a யின் அங்கத்தவர்கள் **b**யிலும் **b**யின் அங்கத்தவர்கள் **a**யிலும் இருப்பதைக் காட்டுகின்றது. இதனைப் பின்வரும் வகுப்புக் குறியீட்டில் இருவிதமாக எழுதலாம்.

i. $(a\ c\ b) \wedge (b\ c\ a)$

ii. $(x)\ (x \in a) \longleftrightarrow (x \in b)$

இவைதவிர பின்வரும் குறியீடுகளும் பாவிக்கப்படும் $\underline{C}$

a $\underline{\mathbf{c}}$ **b** என்னும் வடிவம் தரப்படின் ஏதாவது ஒன்று a யிலும் அங்கத்தவராகில் **b** யிலும் அங்கத்தவராக இருப்பார் என்று கூறப்படும் ஆனல் அது **b** யில் அங்த்தவராகில் a யிலும் அங்கத்தவரோ என்பதுபற்றி எமக்கு எதுவும் தெரியாது. உதாரணமாக பாம்புகள் மட்டுமே புன்னகை செய்யும் என்பதை

a: பாம்புகள்

b; புன்னகை செய்யும்.

a $\underline{\mathbf{c}}$ **b** என வகுப்புக் குறியீட்டிற்கு மாற்றலாம் முன்பு நாம் எத்துக்காட்டிய C என்ற குறியீடு பாவிக்கப்படும் போது அதன் கருத்து பின்வருமாறு அமையும் உதாரணமாக **a c b** எனின் aயில் அங்கத்தவராக இருப்பவர் எல்லாம் **b** யிலும் அங்கத்தவராவர் ஆனல் ஒரு அங்கத்தவராவது **b**யில் அங்கத்தவரா இருந்து கொண்டு aயின் அங்கத்தவராக இல்லாது இருக்க முடியும் இதன்படி **b** பரந்ததாகும் உதாரணமாக ''புன்னகை செய்யாத பாம்பு ஒன்று உள்ளது'' என்பது

a: புன்னகை செய்வன

b: பாம்புகள் எனக் கொள்ளப்படின்

$a \subset b$ என வகுப்புக் குறியீட்டில் அமையும் இங்கு புன்னகை செய்வதில் அங்கத்தவராக இருந்துகொண்டு பாம்புகளாகவும் இருக்கின்றவைகள் இருக்கும். அதே வேளை பாம்பாக இருந்து கொண்டு புன்னகை செய்யாமல் இருக்கும் ஒன்று உளது என்பதை விளங்கிக் கொள்ளலாம்.

ஒரு வகுப்பில் அங்கத்தினர் இல்லாத அங்கத்தினர்களை கொண்ட வகுப்பை வகுப்பு நிரப்பி' அல்லது 'நிரப்பு வகுப்பு' என்போம் இது ஒரு வகுப்பைச் சுட்டுவதற்குப் பயன்படுத்தப் படும் எழுத்திற்கு மேற்புறமாக கீறு(—) இடுவதன் மூலம் காட்டப்படும் உதாரணமாக aயை ஒருவகுப்பு என எடுத்தோம் எனின் $\bar{a}$ அதன் வகுப்பு நிரப்பியாகும். உதாரணமாக "x புன்னகை செய்பவன்" எனக் கொள்வோம் ஆயின் x இல் அங்கத்தினர் அல்லாதவர்களை $\bar{x}$ எனக் கொள்ளலாம். ஒரு வகுப்பும் அதன் வகுப்பு நிரப்பியும் சேர்ந்திருப்பதே அகிலத் தொடையாகும் வெற்றுத் தொடைகள் அங்கத்தினர்களைக் கொள்ளாதவையாகும். இதனை O எனவும், ϕ எனவும் எழுதலாம்,

ஒன்றில் அங்கத்தவராக இருப்பதை இன்னொன்றிலும் அங்கத்தவராக உள்ளது என்பதைக் காட்ட $\cap$ என்னும் குறியீடு பயன்படுத்தப்படும் உதாரணமாக $a \cap b$ எனில் x. aயின் அங்கத்தவராக இருந்தால் aயிலும் bயில் அங்கத்தவராக இருந்தால் aயிலும் அங்கத்தவராக இருக்கின்றார். மனிதர்கள் மிருகங்களாவர் என்பது

a: மனிதர்

b: மிருகம் எனக் கொள்ளின் அது $a \cap b$ எனவரும் இதை விரித்து எழுதினால் $(x)(x \in a \cap b) \longleftrightarrow (x \in a) \wedge (x \in b)$ என அமையும்

அகிலத்தொடையைக் குறிப்பதற்காக U என்னும் குறியீடு பயன்படும். (aUb) எனின் $\bar{a}\ b + a\ \bar{b} + \bar{a}\ \bar{b}$ என்பவற்றை உள்ளடக்கியவையாகும்.

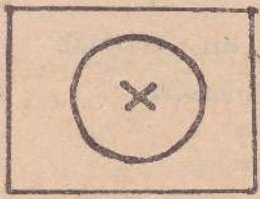
6.3 எழுவாய் பயனிலைக்குரிய தொடர்புகளை வென் வரைபடங்கள் மூலம் விளக்குதல்

வகுப்புக்களின் இயல்புகளைக் காட்டுவதற்காக வென் (1834 — 1923) என்பவர் வரைபடங்களைப் பயன்படுத்தியுள்ளார். இதற்கு முன் வரைபடங்களைப் பயன்படுத்தியவர்களில்

இருந்து வகுப்புத் தொடர்புகளை செம்மையாகக் காட்டக்கூடிய வகையில் வென்வரைப் படங்களைக் கையாண்டதால் இவைகள் வென்னின் வரைப்பட முறை எனச் சிறப்புப்பெயர் பெறுகின்றன. இதில் அவர் நீண்ட சதுரம்; ஒன்றை ஒன்று வெட்டும் வட்டங்கள்; தனி வட்டங்கள் என்பவற்றை பயன்படுத்தியுள்ளார்.

1. தனி எடுப்பும் தனி வட்டமும்

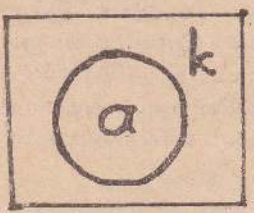
1. பேய் இருக்கின்றது



வட்டம் பேய்கள் வகுப்பைக் குறிக்கின்றது. × என்ற அடையாளம் அதனுள் அங்கத்துவம் உண்டு என்பதைக் காட்டுகின்றது.

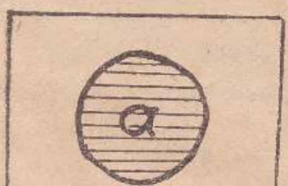
கவனிப்பு: அகிலத் தொடையைக் காட்டும் சதுரம் இன்றி வட்டங்களை மட்டும் பாவித்துக் காட்டுவது தவறாகும்

பேய் வகுப்பை K எனக் கொள்வோமாயின் a என்பதை பேய் ஒன்று இருக்கின்றது எனக் கொள்வோமாயின் பேய் இருக்கின்றது என்பது



என வரைபடத்தில் அமையும்.

2. ''காமதேனுக்கள் இல்லை'' இதனை கீழ்வருமாறு படத்தில் அமைக்கலாம்.



$a = \phi$

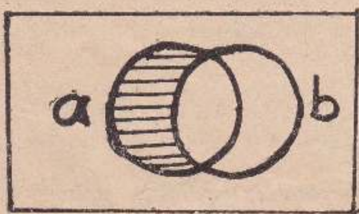
aயை காமதேனு வகுப்பு எனக் கொண்டால் அது வெற்று வகுப்பு என்பதை படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள சமாந்தரக் கோடுகள் குறிக்கின்றது. இதனைக்குறியீட்டில் $a = \phi$ என அமைக்கலாம்.

3. ‘‘ஒவ்வொன்றும் உலோகங்கள் ஆகும்’’

$M \neq \phi$

நால்வகை எடுப்புக்களும் வெட்டு வட்டங்களும்

A. 1. எல்லா மனிதர்களும் இறக்கின்ற பிராணிகள்



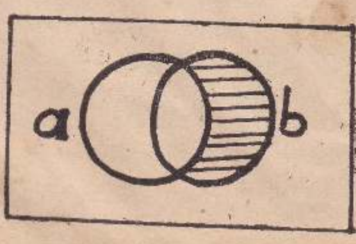
a: மனிதர்கள்

b: இறக்கும் பிராணிகள்

$a\,\overline{b} = \phi$

தரப்பட்ட உடன்பாட்டு நிறை எடுப்பில் மனிதனாக இருந்துகொண்டு இறக்காமல் இருப்பவர்கள் ஒருவரும் இல்லை என்பது கூறப்பட்டுள்ளது. வரைபடத்தில் இருவட்டங்களும் வெட்டுகின்ற a b பகுதி எல்லா மனிதர்களும் இறக்கின்றவர்களாக இருக்கின்றார்கள் என்பதைக் காட்டுகின்றது. அதாவது b தவிர்ந்த aப்பகுதியில் அங்கத்தவர் இல்லை என்பதேயாகும். b தவிர்ந்த aப்பகுதி என்பதையே $a\,\overline{b}$ காட்டுகின்றது.

தரப்பட்ட தரவுகளைக் கொண்டு எடுப்பை; ‘‘இறக்கின்ற பிராணிகள் எல்லாம் மனிதர்கள்’’ என மாற்றினால் இதற்குரிய வரை படம் பின்வருமாறு அமையும்.



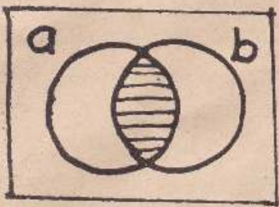
a: மனிதர்கள்

b: இறப்பவர்கள்

$\overline{a}\,b = \phi$

(இதனை நாம் **A** எடுப்பின் புற நடை எனலாம்.)

2 E ஒருமனிதரேனும் இறக்கின்ற பிராணி அல்ல.

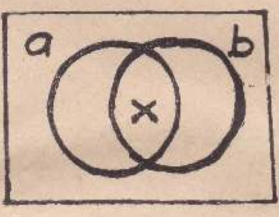


a: மனிதன்
b: இறக்கும் பிராணி

$a\,b = \phi$

இங்கு எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட எடுப்பு மனிதனாகவும் இருந்து கொண்டு இறக்கின்றதாகவும் இருக்கின்ற ஒருவரும் இல்லை என்பதைக் கூறுகின்றது, எனவே மனிதனாகவும் இருந்து கொண்டு இறக்கின்றதாகவும் இருக்கின்ற அங்கத்துவத்தைக் காட்டும் a b பகுதி ϕ என்பதையே எடுப்பு நமக்கு கூறுகிறது

3: I: சிலமனிதர்கள் இறக்கின்ற பிராணிகள்.

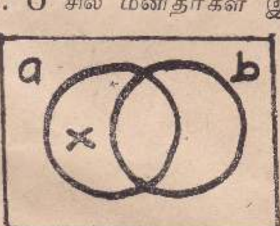


a: மனிதர்கள்
b: இறக்கும் பிராணிகள்

$a\,b \neq \phi$

இவ்வெடுப்பு மனிதனாகவும் இருந்து கொண்டு இறக்கின்ற பிராணியாகவும் இருக்கின்ற ஆகக் குறைந்தது ஒரு அங்கத்தவராவது உள்ளார் என்பதை கூறுகின்றது ஆகக்குறைந்தது ஒரு அங்கத்தவராவது உள்ளார் என்பதை '×' என்ற அடையாளம் காட்டுகின்றது ஆகவே a b வகுப்பினுள் '×' என்னும் அடையாளம் இடப்பட்டுள்ளது.

4. O சில மனிதர்கள் இறக்கின்ற பிராணிகள் அல்ல

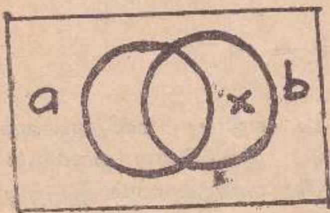


a: மனிதர்
b: இறக்கின்ற பிராணிகள்

$a\,\bar{b} \neq \phi$

இவ்வெடுப்பில் ஆகக்குறைந்தது ஒருவராவது மனிதராக இருந்து கொண்டு இறக்கின்ற பிராணியாக இல்லாமலும் இருக்கின்றார். என்பது கூறப்பட்டுள்ளது. ஆகவே அப்பகுதியைக் காட்டும்

$\bar{a}$ b பகுதிஅங்கத்தவர் உள்ளார் என 'X' என்ற அடையாளத்தின் மூலம் காட்டப்பட்டுள்ளது, இதே தரவுகளைக் கொண்டு எடுப்பை மாற்றுவதன் மூலம் அமைக்கப்படும் புறநடைப்படம் பின்வருமாறு அமையும்



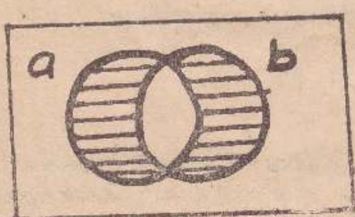
a: மனிதர்கள்

b: இறக்கின்ற பிராணிகள்.

$$\bar{a}\,b \neq \phi$$

இங்கு மனிதர்கள் அல்லாத இறக்கின்ற பிராணியாக ஒருவராவது உள்ளார் என்பது கூறப்பட்டுள்து.

5. மனிதர்கள் ஆயினுயினே சிந்தனை உடையவர்கள் ஆவர்



a: மனிதர்கள்

b: சிந்தனை உடையவர்கள்

$$a\,b \neq \phi$$
$$\bar{a}\,b = \phi$$
$$a\,\bar{b} = \phi$$

அருஞ்சொற் கோவை

1. அளவையியல் குறியீடுகள்	Logical Symbols
2. அளவையியல் மாறிகள்	,, Variables
3. அளவையியல் மாறிலிகள்	,, Constants
4. அடைப்புக்குறிகள்	Punctuation Marks
5. அள்வுபடுத்தப்பட்ட குறியீடுகள்	Quantification Symbols
6. அகிலத் தொடை	Universal dis Course
7. இணைப்பு	Conjunction
8. இருபால் நிபந்தனை மாறிலி	Biconditional Consant
9. இரட்டை மறுப்பு	Double Nagation
10. இணைப்பு விதி	Conjunctional Law
11. இருபால் நிபந்தனை நிபந்தனை விதி	Biconditional Conditional
12. உண்மை	Truth
13 உட்கிடை	Implication
14. உறழ்வு மாறிலி	Disjunction
15. உண்மைச்சார்பு	Truth Function
16. உண்மை அட்டவணை	Truth Table
17. உபபெறுகை	Sub - Derivation
18. எளிமையாக்கல் விதி	Simplification
19. கூட்டல் விதி	Adjunction
20. சுருக்கத்திட்டம்	Scheme of abbreviation
21. நற்சூத்திரங்கள்	Welformal Formulas
22. நிபந்தனை நிபந்தனை இருபால் நிபந்தனை விதி	Conditional Biconditional
23. நிபந்தனைப் பெறுகை	Conditional Derivation
24. நேர் முறை	Direct Method
25. நேரல் ,,	Indirect ,,
26. நேர் பெறுகை	Direct Derivation
27. நேரல் ,,	Indirect ,,
28. மறுப்பு	Negation
29. மறுத்து விதித்தல்	Modus Tollando Ponens
30. வாதம்	Argument
31. வாய்ப்பு	Valid
32. வாய்ப்பின்மை	Invalid
33. விதித்து விதித்தல்	Modes Ponens
34. வரைபடம்	Diagram
35. வகுப்புகள்	Classes
36. வகுப்புக்குறியீடுகள்	Class Symbols

உசாத்துணை நூல்கள்

1. *Techniques of Formal Reasoning*
by Donald Kalish
Rich. Ard. Montague

2. **வசந்தம் 1979 - குறியீட்டு அளவையியல்**
[நெல்லியடி மத்திய மகா வித்தியாலய மன்ற வெளியீடு]
க. த. இராசரத்தினம்

3. *Deductive Logic and Descriptive Language*
by Frank. R. Harrison (iii)

4. *Logic Theoretical and Applied*
by: Baruch A. Brody

முக்கிய கவனிப்பு

5. 3. அனுமான விதிகளும் விளக்கமும் என்ற பகுதியில் விதிகளுக்குரிய சுருக்கத்தை

i. 1. (வி) 2. (ம) 3. (இ. ம.) 4. (மீ)
5. (எ) 6. (இ) 7. (கூ) 8: (ம. வி)
9. (இ. நி.) 10. (நி. இ) எனவும் பாவிக்கலாம்.

ii. பெறுகைகளிலும், தேற்றங்களிலு வரும் ''எனக் காட்டுக'' என்பது பின்வருமாறு பயன்படுத்தப்படுதல் வேண்டும்.

1. P ~~எனக் காட்டுக~~

பிழை திருத்தம்

பக்கம்	வரி	பிழை	திருத்தம்
4	29	உறுப்புக்களே	உறுப்புக்களாக
14	20	பெரிய	எளிய
29	4	சந்திக்ன்	சந்திரன்
47	தேற்றம் 4	(O→R)	(P→R)

OICE