

# அட்சர கணிதம்

G.C.E  
(O/L)

A  
L  
G  
E  
B  
R  
A

அட்சர கணித கோவைகள்

Algebraic Expression

காரணிகள்

Factors

அட்சர கணிதப் பின்னங்கள்

Algebraic Fraction

சமன்பாடுகள்

Equation

சமனிவிகள்

Inequalities

சூத்திரங்கள்

Formula

தாயங்கள்

Matrix

விளக்கங்களும் பயிற்சீகளும்

## R. Rakulan

*Dip in teaching (Maths)*



## அட்சர கணிதம்

**தேர்ச்சி - 14**

- அட்சர கணித கோவைகளைச் சுருக்கும் நுட்பங்களை முறையாக ஆராய்வர்.  
(அட்சரகணிதக் கோவைகள்)

**தேர்ச்சி - 15**

- பல்வேறு முறைகளை ஆராய்வதன் மூலம் அட்சரங்களைக் கோவைகளின் காரணிகளைக் காண்பர்.  
(காரணிகள்)

**தேர்ச்சி - 16**

- அன்றாட வாழ்க்கையில் சந்திக்கும் பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்கு அட்சர கணிதப் பின்னங்களைச் சுருக்கும் நுட்பங்களை ஆராய்வர்.  
(அட்சரகணிதப் பின்னங்கள்)

**தேர்ச்சி - 17**

- அன்றாட வாழ்க்கையின் தேவைகளை நிறைவேற்றிக் கொள்வதற்கு சமன்பாடுகள் தீர்க்கும் நுட்பங்களைக் கையாள்வர்.  
(சமன்பாடுகள்)

**தேர்ச்சி - 18**

- அன்றாட வாழ்க்கைப் பிரச்சினைகளுடன் தொடர்பான பல்வேறு கணியங்களுக்கு இடையேயான தொடர்புகளைப் பகுப்பாய்வு செய்வர்.  
(சமனிலிகள்)

**தேர்ச்சி - 19**

- அன்றாட வாழ்க்கையில் எதிர்கொள்ளும் பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்கு குத்திரங்களைப் பிரயோகிக்கும் நுட்பங்களை ஆராய்வர்.  
(குத்திரங்கள்)

**தேர்ச்சி - 20**

- இரண்டு மாறிகளுக்கிடையில் காணப்படும் தொடர்பை இலகுவாக எடுத்துக் காட்டும் முறைகளை ஆராய்வர்.  
(வரைபுகள், தாயங்கள்)

❖ அட்சர கணித கோவைகளை உருவாக்குதல் .....	3
❖ அட்சர கணித கோவைகளைக் கூட்டலும் கழித்தலும் .....	5
❖ ஈருறுப்புக் கோவைகளின் பெருக்கம் .....	6
❖ அட்சர கணிதக் கோவைகளை காரணிப்படுத்தல் .....	8
❖ வர்க்க வித்தியாசமாக அமையும் கோவைகளின் காரணி .....	9
❖ மூலவுறுப்பு இருபடிக் கோவை ஒன்றை காரணிப்படுத்தல் .....	10
❖ மூலவுறுப்பு கோவை ஒன்றை அதன் காரணியால் வகுத்தல் .....	10
❖ அட்சர கணித கோவைகளின் பொ.ம.சி .....	13
❖ அட்சர கணிதப் பின்னங்கள் கூட்டல் / கழித்தல் .....	14
❖ அட்சர கணிதப் பின்னங்கள் பெருக்கல் / வகுத்தல் .....	15
❖ எளிய சமன்பாடுகளை உருவாக்குதல் .....	16
❖ எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல் .....	18
❖ ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல் .....	21
❖ காரணியாக்கல் மூலம் இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல் .....	23
❖ வர்க்க பூர்த்தி முறை மூலம் இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல் .....	24
❖ சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல் .....	24
❖ சமனிலிகளை உருவாக்குதல் .....	27
❖ சமனிலிகளைத் தீர்த்தல் .....	28
❖ எளிய சூத்திரங்களை உருவாக்கல் .....	30
❖ எளிய சூத்திரங்களில் எழுவாய் மாற்றம் .....	30
❖ சூத்திரங்களில் பிரதியிட்டு பெறுமானம் காணல் .....	31
❖ தாயங்கள் .....	33
❖ தாயங்கள் கூட்டல் / கழித்தல் .....	37
❖ தாயங்கள் முழு எண்ணால் பெருக்கல் .....	37

## அட்சர கணித கோவைகள்

### அட்சர கணித கோவைகளை உருவாக்குதல்

- தெரியாத பெறுமானம் ஒன்றை காட்டுவதற்கு ஒரு அட்சரத்தை குறியீடாகப் பயன்படுத்தலாம். இது அட்சர கணிதக் குறியீடு (தெரியாகக் கணியம்) எனப்படும்.
- தெரியாக்கணியம் "மாறி" எனவும் எண் பெறுமானங்கள் "மாறிலி" எனவும் கூறப்படும்.
- அட்சர கணிதக்குறியீடு எண் பெறுமானங்களுடனோ அட்சர கணிதக் குறியீடுகளுடனோ தொடர்புபடுத்தப்பட்டால் அது அட்சர கணிதக் கோவை எனப்படும்.

**Eg:** பெட்டி ஒன்றில் உள்ள மாபிள்களின் எண்ணிக்கை  $x$  எனக் கொண்டால் அதிலிருந்து 5 மாபிள்கள் எடுத்த பின்னர் மிகுதியாக உள்ள மாபிள்கள்

$$x - 5$$

$$x - \text{மாறி}, \quad 5 - \text{மாறிலி}$$

- தனி உறுப்புக்களுடனான கோவை ஒருறுப்புக்கோவை எனவும், இரு உறுப்புக்களுடனான கோவை இருறுப்புக் கோவை எனவும், மூன்று உறுப்புக்களுடனான கோவை மூவுறுப்புக் கோவை எனவும் அழைக்கப்படும்.

**Eg:** ஒரு பென்சில்  $x/-$ , ஒரு பேனா  $y/-$  எனவும், கொப்பி  $z/-$  எனவும் கொண்டால்,

$$5 \text{ பென்சில்களின் விலை} = 5x$$

$$5 \text{ பென்சில்களினதும், 3 பேனாக்களினதும் விலை} = 5x + 3y$$

$$5 \text{ பென்சில்கள், 3 பேனாக்கள், 2 கொப்பிகளினது விலை} = 5x + 3y + 2z$$

**Eg:** பேனா ஒன்றின் விலை  $y$  இலும் 5 அதிகம்  $= y + 5$

$$\text{பேனா ஒன்றின் விலை } a \text{ இன் 2 மடங்கு} = 2a$$

$$\text{பேனா ஒன்றின் விலை } b \text{ இன் 2 மடங்கிலும் 5 குறைவு} = 2b - 5$$

- அட்சர கணித கோவைகளை உருவாக்கும் போது அடைப்புக்களும் பயன்படுத்தப்படும்.

**Eg:** பேனா ஒன்றின் விலை  $x$  இலும் 5 அதிகம் அவ்வாறான 5 பேனாக்களின் விலை

$$5(x + 5) \text{ அல்லது } 5x + 25$$

01. பின்வரும் கூற்றுக்களை அடர்சு கணித கோவையாக எழுதுக?

1.  $x$  உடன் 4 ஐக் கூட்டுதல்
2.  $a$  யிலிருந்து 7 ஐக் கழித்தல்
3.  $y$  இன் 3 மடங்கிலிருந்து 5 ஐக் கழித்தல்
4.  $b$  இன் 5 மடங்குடன் 8 ஐக் கூட்டுதல்
5.  $P$  இன் 3 மடங்குடன்  $x$  ஐக் கூட்டுதல்
6.  $x$  இன் 2 மடங்குடன்  $y$  இன் மூன்று மடங்கைக் கூட்டுதல்
7.  $a$  இன் 5 மடங்கிலிருந்து  $b$  இன் 2 மடங்கை கழித்தல்
8. 10 உடன்  $x$  ஐக் கூட்டுதல்
9. 10 இலிருந்து  $a$  இன் இரண்டு மடங்கைக் கழித்தல்
10. 10 இன் மூன்று மடங்குடன்  $x$  இன் மூன்று மடங்கைக் கூட்டுதல்

02. கேட்கப்படும் கணியங்களுக்கான பொருத்தமான அடர்சு கணிதக் கோவையை எழுதுக?

1. பேனா ஒன்றின் விலை  $x$  இலும் 5 அதிகம் இரண்டு பேனாக்களின் விலை யாது?
2. செவ்வகம் ஒன்றின் அகலம் நீளத்திலும் 5cm குறைவு. நீளம்  $a$  எனின் அகலம் யாது?
3. செவ்வகம் ஒன்றின் நீளம் அகலத்திலும் 2cm அதிகம். அகலம்  $x$  எனின் சுற்றளவு யாது?
4. பேனா ஒன்று  $a$  ரூபாவும், பென்சில் ஒன்று  $b$  ரூபாவும் எனின், மூன்று பேனாக்களினதும், 2 பென்சில்களினதும் விலை யாது?
5. ரதனின் வயது கரனிலும் 10 அதிகம். கரனின் வயது  $t$  எனின், ரதனின் வயது யாது?
6. ஒரு புத்தகத்தின் விலை பேனா ஒன்றின் விலையிலும் 10 அதிகம். ஒரு பேனாவினதும் 2 புத்தகங்களினதும் விலை யாது?
7. சுருளியிடம் உள்ள பணம் மகுளியிடம் உள்ள பணத்தின் 5 மடங்கிலும் 15 குறைவு. மகுளியிடம் உள்ள பணம்  $a$  எனின், சுருளியிடம் உள்ள பணம் யாது?
8. பொதி ஒன்றில் 3 பேனாக்களும், 2 பென்சில்களும் உள்ளது. பேனா ஒன்று  $a$  ரூபா. பென்சில் ஒன்று  $b$  ரூபா எனின், பொதி ஒன்றின் பெறுமதி யாது?
9. அவ்வறான 5 பொதிகளின் பெறுமதி யாது?
9. உண்டியலில் பணம் சேகரிக்கப்பட்ட ஒரு நாளில் 2/- குற்றிகள்  $x$  உம், 5/- குற்றிகள்  $y$  உம் 10/- குற்றிகள்  $z$  உம் சேகரிக்கப்பட்டது. ஒரு நாளில் சேகரிக்கப்பட்ட பணம் எத்தனை ரூபா? வாரத்தில் 5 நாட்களில் சேகரிக்கப்படக்கூடிய பணம் எவ்வளவு?
10. மைதானம் ஒன்றினுள்  $x$  எண்ணிக்கையான ஆண்களும்,  $y$  எண்ணிக்கையான பெண்களும் ஒரு நாளில் வருவார்கள் எனின், 10 நாட்களில் வருபவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை யாது?

- ஒரே தெரியாக் கணியத்தைக் கொண்ட உறுப்புக்கள் நிகர்த்த உறுப்புக்கள் ஆகும்.

Eg :  $2x, 3x, 5x$  அல்லது  $3y, 2y, -2y$

- வெவ்வேறு தெரியாக் கணியத்தைக் கொண்ட உறுப்புக்கள் நிகரா உறுப்புக்கள் ஆகும்.

Eg :  $2x, 3y, x^2, 2z$

- அட்சர கணித கோவை ஒன்றைச் சுருக்கும் போது

➤ நிகர்த்த உறுப்புக்களை ஒழுங்குபடுத்த வேண்டும்

➤ நிகர்த்த உறுப்புக்களை கூட்டுதல் / கழித்தல்

➤ நிகராத உறுப்புக்களை கூட்டவோ / கழிக்கவோ முடியாது

Eg : (i)  $2x + y + 3x + 2y$  (ii)  $2a + 5 + 3a - 4$

$$= 2x + 3x + y + 2y$$

$$= 2a + 3a + 5 - 4$$

$$= 5x + 3y$$

$$= 5a + 1$$

(iii)  $3a - 2b + 2a + 5b$

$$= 3a + 2a - 2b + 5b$$

$$= 5a + 3b$$

- அடைப்புக் குறிகளுடனான கோவைகளைச் சுருக்கும் போது முதலில் அடைப்புக்களை நீக்க வேண்டும்.

Eg : (i)  $2(2a + 3b) + 3(2a - b)$  (ii)  $4(x + 2y) - 2(x + y)$

$$= 4a + 6b + 6a - 3b$$

$$= 4x + 8y - 2x + 2y$$

$$= 4a + 6a + 6b - 3b$$

$$= 4x - 2x + 8y + 2y$$

$$= 10a + 3b$$

$$= 2x + 10y$$

### பயிற்சி

#### 03. சுருக்குக.

- $2x + 3x + x$
- $3a + 2b + a + 3b$
- $3x + 5 + 2y + 7$
- $3p + 2q + 3 + 3q + 2p + 8$
- $2x + 5y + 3x - 2y$
- $7x + 3y - 5x - 2y$
- $7a - 4b - 2b + 6a$
- $8p - 2q + 5 - 6p + 7q - 3$
- $4a + 5b + 2b - 3$
- $3x - 4y + 7y - 5 + 2x$

#### 04. அடைப்பு நீக்கிச் சுருக்குக.

- $2(3a + b) + 3(a + 2b)$
- $3(2x + 4) + 2(x + 5)$
- $4(2a + b) + (3a + 2b)$
- $4(2a + 3) + 3(a - 2)$
- $5(2p - 10) + 2(2p + 5)$
- $5(2p - 10) + 2(2p + 5)$
- $4(2x + 5) - 3(x + 3)$
- $3(3a - 2b) - 2(3a + 2b)$
- $5(3x - 2y) - 2(2x - y)$
- $2(3x + 5y) - 3(2x + 5)$

**பிரகாரம்**

மாறி ஒன்றுக்காக தரப்படும் பெறுமானத்தைப் பிரதியிட்டு அட்சர கணிதக் கோவை ஒன்றின் பெறுமானத்தைக் காணலாம்.

Eg: (i)  $a=2$  ஆக

$$\begin{aligned} 2a + 3 \\ = 2 \times 2 + 3 \\ = 4 + 3 \\ = 7 \end{aligned}$$

(ii)  $a=(+2), b=(-3)$  ஆக

$$\begin{aligned} 2a + 3ab \\ 2 \times (+2) + 3 \times (+2) \times (-3) \\ = 4 + (-18) \\ = -14 \end{aligned}$$

**பயிற்சி**

05.  $a = 2$  ஆக பின்வரும் கோவைகளின் பெறுமானம் காண்க.

1.  $3a + 5$
2.  $a + 7$
3.  $8a - 5$
4.  $3(a + 5)$
5.  $2(3a - 5)$
6.  $3(5 + a)$
7.  $5a + 2a + 5$
8.  $3a - 4(a + 3)$
9.  $3a + 2(5 + a)$
10.  $2 + 5(a + 3)$

06.  $a = 2, b = (-3)$  ஆக பின்வரும் கோவைகளின் பெறுமானம் காண்க.

1.  $3a + 5$
2.  $2a + 3b$
3.  $5a + 2b + 8$
4.  $3a - 2b + 5$
5.  $2a - 3a - 4$
6.  $3(a + 2b)$
7.  $ab + a^2$
8.  $a(a + 2b)$
9.  $3(a + 2b) + ab$
10.  $3(a - 2b) - ab^2$

07.  $a=(-2), b=(+2), c=(+3)$  ஆக பின்வரும் கோவைகளின் பெறுமானம் காண்க.

1.  $a + b + c$
2.  $2a - b + 2c$
3.  $3a + 3b - 4c$
4.  $ab + bc + ac$
5.  $a(a + b + c)$
6.  $ab(a - b + c)$
7.  $abc + a^2b + ab^2$
8.  $a^2b - b^2a$
9.  $ab^2c - a^2bc + abc^2$
10.  $ab(a + b + c^2)$

**\* நறுப்புக் கோவைகளின் பெறுபாடு**

Eg: (i)  $(x + 3)(x + 4)$

	$x$	$3$
$x$	$x^2$	$3x$
$4$	$4x$	$12$

$$\begin{aligned} (x + 3)(x + 4) \\ = x^2 + 3x + 4x + 12 \\ = x^2 + 7x + 12 \end{aligned}$$

(ii)  $(x - 4)(x - 2)$

	$x$	$-2$
$x$	A	B
$-4$	C	D

$$\begin{aligned} A &= (x - 4)(x - 4) \\ B &= 2(x - 4) = 2x - 8 \\ C &= 4(x - 2) = 4x - 8 \\ D &= 4 \times 2 = 8 \end{aligned}$$



$$A \text{ யின் பரப்பு} = x^2 - (B+C+D) \text{ இன் பரப்பு} \quad \text{(iii) } (2x+3)(3x-2)$$

$$(x-4)(x-2) = x^2 - (2x-8+4x-8+8) = 6x^2 - 4x + 9x - 6$$

$$= x^2 - 6x + 8 = 6x^2 + 5x - 6$$

**சுருப்புக் கோவைகளின் வலுக்களின் விதிவு**

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

- பஸ்கால் முக்கோணியைப் பயன்படுத்தி சுருப்புக் கோவைகளின் வலுக்களின் விரிவை எழுதலாம்.

$a+b$			1	1			
$(a+b)^2$		1	2	1			
$(a+b)^3$		1	3	3	1		
$(a+b)^4$		1	4	6	4	1	
$(a+b)^5$		1	5	10	10	5	1

$$\text{Eg: } (a+5)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

$$(a-5)^5 = a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^4 - b^5$$

பயிற்சி

08. பின்வரும் சுருப்புக் கோவைகளின் பெருக்கத்தை பொருத்தமான செவ்வகங்களின் பரப்பளவுகள் மூலம் காண்க?

- i.  $(a+3)(a+2)$       ii.  $(2a+3)(a+4)$       iii.  $(a+b)(a+b)$   
 iv.  $(a+2b)(a+b)$       v.  $(2a+4)(3a+5)$       vi.  $(x-5)(x-3)$   
 vii.  $(2x-4)(3x-4)$       viii.  $(a-b)(a-b)$       ix.  $(3a-4)(2a-3)$   
 x.  $(3x-5)(2x-4)$

09. பின்வரும் சுருப்புக் கோவைகளின் பெருக்கத்தின் விரிவைக் காண்க.

- i.  $(x+5)(x+3)$       ii.  $(2x+3)(3x+2)$       iii.  $(2x+y)(3x+2y)$   
 iv.  $(x+7)(x+8)$       v.  $(2x+5)(3x+7)$       vi.  $(2a-3)(3a-4)$   
 vii.  $(a-5)(a-10)$       viii.  $(3a-2b)(a-3b)$       ix.  $(3a+2b)(2a-3b)$   
 x.  $(4a-3)(a+4b)$

10. பின்வரும் ஈடுபாட்டிற்கான கோவைகளின் வர்க்கத்தின் விரிவைக் காண்க.

- i.  $(x+3)^2$     ii.  $(x-5)^2$     iii.  $(a+5)^2$     iv.  $(a-3)^2$   
 v.  $(2x+5)^2$     vi.  $(3a-7)^2$     vii.  $(3a+2b)^2$     viii.  $(2x-3y)^2$   
 ix.  $(3a-5)^2$     x.  $(x+2y)^2$

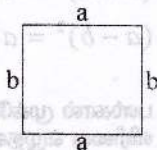
**அட்சரகணித கோவைகளை காரணிப்படுத்தல்:**

- அட்சரகணித கோவை ஒன்றின் உறுப்புகளுக்கு பொதுவான காரணியை வேறாக்கி அக்கோவையை காரணிப்படுத்த முடியும்.

$$\begin{aligned} \text{செவ்வகத்தின் சுற்றளவு} &= a+b+a+b \\ &= 2a+2b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{வேறு முறையில்} &= (a+b) \cdot 2 \\ &= 2(a+b) \end{aligned}$$

$$\therefore 2a+2b = 2(a+b)$$



- பொதுக்காரணியை வேறாக்கி காரணிப்படுத்தும் போது எப்போதும் பொதுக்காரணிகளில் பெரியதையே வேறுபடுத்த வேண்டும்.

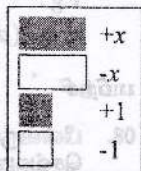
Eg: (i)  $4a+12 = 4(a+3)$     (ii)  $6ab+12a^2 = 3a(2b+4a)$

- அட்சரகணித கோவைகளை அடர்களால் வகைக்குறிப்பதன் மூலம் பொதுக்காரணியை வேறாக்கி எழுத முடியும்.

Eg:  $2x-6$



$$\therefore 2x-6=2(x-3)$$



**ஈடுபாட்டிற்கான காரணி**

பொதுக்காரணியாக ஈடுபாட்டிற்கான கோவை ஒன்றும் அமையலாம்.

Eg: (i)  $x(a-3)+y(a-3) = (a-3)[x+y]$     (ii)  $xy+xa+3y+3a = x(y+a)+3(y+a) = (y+a)(x+3)$

**பயிற்சி**

11. அட்சரகணித அடர்களைப் பயன்படுத்தி காரணிப்படுத்துக.

- i.  $3x+3$     ii.  $2x-4$     iii.  $4x+6$   
 iv.  $5a-10$     v.  $2a-4$     vi.  $3x-6$   
 vii.  $2x+6$     viii.  $4x-6$     ix.  $4x-12$   
 x.  $4x+8$

12. பொதுக்காரணியை வேறாக்குக.

- i.  $2x + 8$     ii.  $3x - 12$     iii.  $-6x - 9$     iv.  $8x + 6$   
 v.  $4a + 6$     vi.  $12b - 18$     vii.  $3x + 6y$     viii.  $4a - 8b$   
 ix.  $4ab + 8a^2$     x.  $a^2 + ab$

13. தரப்படும் கோவைகளை காரணிகளாக்குக.

- i.  $2x + 4y + 8$     ii.  $2x + 4y + 8$     iii.  $ax - ay + az$   
 iv.  $6a + 9b - 12$     v.  $12x - 8y + 16$     vi.  $a^2b + ab - ab^2$   
 vii.  $abc + bc + ab$     viii.  $a^2 + ab + a$     ix.  $8a^2 + 4a + 12ab$   
 x.  $4a - 8 + 12b$

14. காரணியாக்குக.

- i.  $3(a+b) + x(a+b)$     ii.  $2x + 4y + ax + 2ay$     iii.  $a(x+y) + b(x+y)$   
 iv.  $x^2 + 6x + 2x + 12$     v.  $a^2 - 7a + 20 - 14$     vi.  $2x + 8 + x^2 + 4x$   
 vii.  $3a^2 + 6a + 3a + 6$     viii.  $px + ay + py + ax$     ix.  $6 + 3b + 2a + ab$   
 x.  $ax + ay + bx + by$

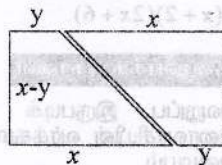
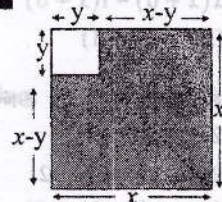
**வர்க்க வித்தியாசமாக அமையும் கோவைகளின் காரணி**

பெரிய சதுரத்தின் பரப்பளவு =  $x^2$   
 சிறிய சதுரத்தின் பரப்பளவு =  $y^2$   
 நிழற்றப்பட்ட பகுதியின் =  $x^2 - y^2$

நிழற்றப்பட்ட பகுதி புள்ளிக் கோட்டின் வழியே வெட்டி படத்தில் காட்டப்பட்ட செவ்வகமாக ஒட்டப்பட்டுள்ளது.

அதன் நீளம் =  $x + y$   
 அகலம் =  $x - y$   
 பரப்பளவு =  $(x + y)(x - y)$

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$



**காரணி பற்றிய அறிவைப் பயன்படுத்தி பெறாமலும் காரணல்.**

Eg: (i)  $92^2 - 8^2 = (92-8)(92+8)$     (ii)  $\sqrt{103 \times 97 + 9}$   
 $= 100 \times 84$      $= \sqrt{(100+3)(100-3) + 9}$   
 $= 8400$      $= \sqrt{100^2 - 3^2 + 9}$   
 $= \sqrt{100^2}$   
 $= 100$

**பயிற்சி**

15. காரணியாக்குக.

- i.  $x^2 - 4$     ii.  $3x^2 - 27$     iii.  $4x^2 - 9$     iv.  $a^2 - 1$   
 v.  $16a^2 - 1$     vi.  $9x^2 - 16y^2$     vii.  $2x^2 - 18$     viii.  $8x^2 - 50$   
 ix.  $12m^2 - 27n^2$     x.  $\frac{4a^2 - 25}{9 - 4}$

16. காரணி பற்றிய அறிவைப் பயன்படுத்தி பெறுமாணம் காண்க.

- i.  $97^2 - 3^2$       ii.  $8.7^2 - 1.3^2$       iii.  $79^2 - 21^2$   
 iv.  $92.8^2 - 7.2^2$       v.  $07 \times 93$       vi.  $987 \times 1013$   
 vii.  $888 \times 1112 + 112^2$       viii.  $888 \times 1112 + 112^2$       ix.  $\sqrt{115 \times 85 + 225}$   
 x.  $\sqrt{1024 \times 976 + 576}$

**புறப்பு இருபடிக்கோவை ஒன்றை காரணிப்படுத்தல்.**

**வகை (i)**

$$\begin{aligned} & x^2 + 5x + 6 \\ &= x^2 + 2x + 3x + 6 \\ &= x(x+2) + 3(x+2) \\ &= (x+2)(x+3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 &= 1 \times 6 \\ \boxed{6 &= 2 \times 3} \end{aligned}$$

**வகை (ii)**

$$\begin{aligned} & x^2 - 5x + 6 \\ &= x^2 - 2x - 3x + 6 \\ &= x(x-2) - 3(x-2) \\ &= (x-2)(x-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 &= 1 \times 6 \\ \boxed{6 &= 2 \times 3} \end{aligned}$$

**வகை (iii)**

$$\begin{aligned} & x^2 + 5x - 6 \\ &= x^2 + 6x - x - 6 \\ &= x(x+6) - 1(x+6) \\ &= (x+6)(x-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 &= 1 \times 6 \\ \boxed{6 &= 2 \times 3} \end{aligned}$$

**வகை (iii)**

$$\begin{aligned} & x^2 - 5x - 6 \\ &= x^2 - 6x + x - 6 \\ &= x(x-6) + 1(x-6) \\ &= (x-6)(x+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 &= 1 \times 6 \\ \boxed{6 &= 2 \times 3} \end{aligned}$$

$x^2$  இன் குணகம் 1 அல்லாத சந்தர்ப்பங்கள்

$$\begin{aligned} & 2x^2 + 10x + 12 \\ &= 2x^2 + 4x + 6x + 12 \\ &= 2x(x+2) + 6(x+2) \\ &= (x+2)(2x+6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2 \times 12}{24} &= \frac{24}{24} \\ \frac{24}{24} &= 1 \times 24 \\ \frac{24}{24} &= 2 \times 12 \\ \frac{24}{24} &= 3 \times 8 \\ \boxed{\frac{24}{24} &= 4 \times 6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2x^2 + 10x - 12 \\ &= 2x^2 + 12x - 2x - 12 \\ &= 2x(x+6) - 2(x+6) \\ &= (x+6)(2x-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2 \times 12}{24} &= \frac{24}{24} \\ \frac{24}{24} &= 1 \times 24 \\ \frac{24}{24} &= 2 \times 12 \\ \frac{24}{24} &= 3 \times 8 \\ \boxed{\frac{24}{24} &= 4 \times 6} \end{aligned}$$

**நிறைவர்க்க கோவை**

மூன்றுப்பு இருபடிக்க கோவை ஒன்றின் நடு உறுப்பின் குணகத்தின் அரைவாசியின் வர்க்கமாக மாறிலி அமையின் அது நிறைவர்க்க கோவையாக அமையும்.

Eg:  $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$

$$\frac{6}{2} = 3 \quad 3^2 = 9$$

**புறப்பு இருபடிக்க கோவை ஒன்றை அதன் காரணியால் வகுத்தல்.**

Eg:  $x^2 + 7x + 10 \div x + 5 = x + 2$

$$\begin{array}{r} x + 2 \\ x + 5 \overline{) x^2 + 7x + 10} \\ \underline{x^2 + 5x} \phantom{+ 10} \\ 2x + 10 \\ \underline{2x + 10} \\ 0 \end{array}$$

**उत्तर**

17. i.  $x^2 + 7x + 10$       ii.  $a^2 + 10a + 21$       iii.  $p^2 + 12p + 35$   
iv.  $x^2 + 15x + 14$       v.  $a^2 + 3a + 2$       vi.  $p^2 + 10p + 9$   
vii.  $m^2 + 20m + 75$       viii.  $m^2 + 20m + 36$       ix.  $n^2 + 25n + 100$   
x.  $a^2 + 30a + 56$
18. i.  $x^2 - 8x + 12$       ii.  $x^2 - 11x + 30$       iii.  $a^2 - 13a + 30$   
iv.  $a^2 - 16a + 63$       v.  $x^2 - 4x + 3$       vi.  $p^2 - 11p + 10$   
vii.  $m^2 - 21m + 54$       viii.  $m^2 - 21m + 68$       ix.  $n^2 - 26n + 48$   
x.  $a^2 - 29a + 78$
19. i.  $x^2 + 8x - 20$       ii.  $a^2 + 5a - 6$       iii.  $p^2 + 10p - 24$   
iv.  $m^2 + 15m - 100$       v.  $n^2 + 20n - 44$       vi.  $q^2 + 22q - 72$   
vii.  $y^2 + 9y - 52$       viii.  $x^2 + 13x - 30$       ix.  $a^2 + 17a - 60$   
x.  $p^2 + 19p - 20$
20. i.  $x^2 - 5x - 50$       ii.  $a^2 - 6a - 40$       iii.  $p^2 - 7p - 44$   
iv.  $m^2 - 14m - 15$       v.  $n^2 - 15n - 100$       vi.  $q^2 - 18q - 63$   
vii.  $y^2 - 21y - 100$       viii.  $x^2 - 25x - 350$       ix.  $a^2 - 12a - 64$   
x.  $p^2 - 11p - 152$
21. i.  $2x^2 + 11x + 12$       ii.  $2x^2 + 11x + 15$       iii.  $3x^2 + 11x + 6$   
iv.  $4x^2 + 13x + 3$       v.  $4x^2 + 23x + 15$       vi.  $3x^2 + 10x + 3$   
vii.  $5a^2 + 19a + 12$       viii.  $10m^2 + 9m + 2$       ix.  $3p^2 + 13p + 12$   
x.  $2x^2 + 13x + 20$
22. i.  $2a^4 - 7a + 3$       ii.  $3b^2 - 11b + 6$       iii.  $6l^2 - 11l + 4$   
iv.  $2p^2 - 13p + 15$       v.  $6x^2 - 11x + 3$       vi.  $6y^2 - 13y + 6$   
vii.  $2m^2 - 5m + 3$       viii.  $2n^2 - 19n + 35$       ix.  $4q^2 - 20q + 21$   
x.  $9t^2 - 18t + 5$
23. i.  $2x^2 + x - 6$       ii.  $2x^2 + 2x - 12$       iii.  $2a^2 + 7a - 15$   
iv.  $2m^2 + 9m - 5$       v.  $2q^2 + 9q - 18$       vi.  $6n^2 + n - 2$   
vii.  $4q^2 + q - 18$       viii.  $6a^2 + 7a - 15$       ix.  $4d^2 + 11d - 20$   
x.  $6c^2 + 13c - 5$
24. i.  $2x^2 - 3x - 9$       ii.  $2y^2 - 3y - 20$       iii.  $3a^2 - 11a - 4$   
iv.  $6p^2 - 5p - 6$       v.  $12q^2 - 6q - 6$       vi.  $3t^2 - 2t - 1$   
vii.  $2t^2 - 7t - 15$       viii.  $2s^2 - s - 6$       ix.  $4m^2 - m - 18$   
x.  $6n^2 - 7n - 15$
25. i.  $4a^2 + 5ab + 2b^2$       ii.  $2x^2 + 5xy + 3y^2$       iii.  $2x^2 + 3xy + y^2$   
iv.  $p^2 + 3pq + 2q^2$       v.  $9p^2 + 7pq + 2q^2$       vi.  $4m^2 - 8mn + 3n^2$   
vii.  $4x^2 - 7xy + 3y^2$       viii.  $6a^2 - 5ab + b^2$       ix.  $2p^2 - 5pq + 2q^2$   
x.  $3c^2 - 11cd + 6d^2$

26. i.  $3a^2 + 5ab - 2b^2$  ii.  $2x^2 + 5xy - 3y^2$  iii.  $9p^2 + 7pq - 3q^2$   
 iv.  $2p^2 + 5pq - 12q^2$  v.  $6m^2 + 5mn - 6n^2$  vi.  $6a^2 - 5ab - 4b^2$   
 vii.  $2x^2 - 7xy - 4y^2$  viii.  $3p^2 - 11pq - 4q^2$  ix.  $4m^2 - 8mn - 5n^2$   
 x.  $6m^2 - 11mn - 10n^2$

27. பின்வருவனவற்றை நிரைவாக்கமாக எழுதுக.

- i.  $x^2 + 16x + 64$  ii.  $a^2 - 10a + 25$  iii.  $p^2 + 5p + \frac{25}{4}$   
 iv.  $q^2 - 7q + \frac{49}{4}$  v.  $m^2 + 3m + 2\frac{1}{4}$  vi.  $n^2 - n + \frac{1}{4}$   
 vii.  $4x^2 + 12x + 9$  viii.  $9a^2 - 24a + 16$  ix.  $4a^2 + 4ab + b^2$   
 x.  $9p^2 - 12pq + 4q^2$

28. பின்வரும் மூலறுப்புக் கோவைகளை தரப்படும் காரணியால் வகுக்க.

- i.  $x^2 + 7x + 10 \div x + 2$  ii.  $a^2 - 11a + 30 \div x - 5$  iii.  $p^2 - 7p - 30 \div p + 3$   
 iv.  $2x^2 + 11x + 12 \div x + 4$  v.  $2p^2 - 13p + 15 \div p - 5$  vi.  $2x^2 + 2x - 12 \div x + 3$   
 vii.  $2m^2 + 9m - 5 \div 2m - 1$  viii.  $4x^2 - 7xy + 3y^2 \div 2x - y$  ix.  $6a^2 - 5ab - 4b^2 \div 2a + b$   
 x.  $4x^2 + 12x + 9 \div 2x + 3$

கனங்களின் கூட்டுத்தொகை / வித்தியாசமாக அமையும் கோவைகளின் காரணிகள்

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

Eg :

$$x^3 - 8 = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

பயிற்சி

29. காரணிகள் பற்றிய அறிவைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடை எழுதுக?

- (i) எனின், ஐக்க காண்க?  
 (ii)  $x + y = 7, xy = 12$  எனின்,  $x^2 + y^2$  ஐக்க காண்க?  
 (iii)  $x - y = 1, xy = 12$  எனின்,  $x^3 + y^3$  ஐக்க காண்க?  
 (iv)  $x - y = 1, xy = 12$  எனின்,  $x^2 + y^2$  ஐக்க காண்க?  
 (v)  $x - y = 1, xy = 6$  எனின்,  $x^3 - y^3$  ஐக்க காண்க?

(v)  $x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$  எனின்,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  ஐக்க காண்க?

(vi)  $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$  எனின்,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  ஐக்க காண்க?

(vii)  $x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$  எனின்,  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  ஐக்க காண்க?

(viii)  $x + \frac{1}{x} = \frac{17}{4}$  எனின்,  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  ஐக்க காண்க?

(ix)  $a - \frac{1}{a} = \frac{48}{7}$  எனின்,  $a^3 + \frac{1}{a^3}$  ஐக்க காண்க?

(x)  $a - \frac{1}{a} = \frac{48}{7}$  எனின்,  $a^3 - \frac{1}{a^3}$  ஐக்க காண்க?

அட்சர கணித கோவைகள் இரண்டினால் வகுபடக்கூடிய மிகச்சிறிய அட்சர கணிதக் கோவை அவ்விரண்டு அட்சர கணித கோவைகளின் பொ.ம.சீ ஆகும்.

- முதலில் தரப்படும் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்த வேண்டும்.
- பின்னர் பொதுக்காரணிகளை பெருக்கமாக எழுத வேண்டும்.
- பின்னர் எஞ்சுகின்ற காரணிகளையும் பெருக்க வேண்டும்.

Eg: (i)  $4a^2b, 6ab$

$$4a^2b = (2) \times 2 \times (a) \times a \times b$$

$$6ab = (2) \times 3 \times (a) \times b$$

பொ.ம.சீ.

$$= (2) \times (a) \times (b) \times 2 \times a \times 3$$

$$= 12a^2b$$

$$4a^2b = 2^2 \times a^2 \times b^1$$

$$6ab = 2^1 \times 3^1 \times a^1 \times b^1$$

பொ.ம.சீ.

$$= 2^2 \times 3^2 \times a^1 \times b^1$$

$$= 12a^2b$$

(ii)  $x^2 + 3x + 2, x^2 + 4x + 4$

$$x^2 + 3x + 2 = (x+2)(x+1)$$

$$x^2 + 4x + 4 = (x+2)(x+2)$$

$$\text{பொ.ம.சீ.} = (x+2)(x+1)(x+1)$$

$$x^2 + 3x + 2 = (x+2)(x+1)$$

$$x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$$

$$\text{பொ.ம.சீ.} = (x+2)^2(x+1)$$

(iii)  $x^2 + 7x + 10, x^2 + 10x + 25, x^2 + 3x + 2$

$$x^2 + 7x + 10 = (x+5)(x+2)$$

$$x^2 + 10x + 25 = (x+5)(x+5)$$

$$x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$$

$$\text{பொ.ம.சீ.} = (x+5)(x+2)(x+5)(x+1)$$

$$x^2 + 7x + 10 = (x+5)(x+2)$$

$$x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$$

$$x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$$

$$\text{பொ.ம.சீ.} = (x+5)^2(x+2)(x+1)$$

பயிற்சி

30. தரப்படும் அட்சர கணிதக் கோவைகளின் பொ.ம.சீ ஐக் காண்க.

i.  $6a^2b, 8ab$

ii.  $12a^2b^2, 15a^2b$

iii.  $10ab^2, 15a^2b$

iv.  $8a^2b^2c, 6ab^2c$

v.  $12a^2b^3c, 8ab^2c$

vi.  $4abc, 6a^2b, 8ab^2c$

vii.  $20abc, 15a^2bc, 10abc^2$

viii.  $12a^2b, 15ab^2, 20abc$

ix.  $12, 10ab, 24ab^2$

x.  $12xy, 20, 16xy^2$

31. i.  $(x+3)(x+2), (x+2)(x+1)$

ii.  $4x+12, x^2+5x+6$

iii.  $4a-6, 2a^2-a-3$

iv.  $a^2-9, a^2+a-12$

v.  $2x^2-8, 2x^2+5x+12$

vi.  $4x^2-25, 2x-x-10, 4x+10$

vii.  $3a^2-12, a^2-4a+4, 4a+8$

viii.  $8a+4b, 2a^2+3ab+b^2, a^2-b^2$

ix.  $2a^2+6a, 2a^2+7a+3, 4a^2+4a+1$

x.  $p^2-9, p^2-6p+9, p^2+5p+6$

அட்சர கணிதப் பின்னங்களைக் கூட்டும் போதும் கழிக்கும் போதும் பகுதி எண்கள் சமனாக இருக்க வேண்டும் அல்லது சமனான பகுதி எண்ணாக மாற்ற வேண்டும்.

Eg: (i)  $\frac{2x}{5} + \frac{x}{5} = \frac{3x}{5}$  (ii)  $\frac{3x}{8} + \frac{5x}{6} = \frac{3x \times 3}{8 \times 3} + \frac{5x \times 4}{6 \times 4}$

(iii)  $\frac{3}{8a} + \frac{5}{6a} = \frac{3 \times 3}{8a \times 3} + \frac{5 \times 4}{6a \times 4}$

$= \frac{9}{24a} + \frac{20}{24a}$

$= \frac{29}{24a}$  (iv)  $\frac{4}{x+3} + \frac{2}{x-2} = \frac{4(x-2)}{(x+3)(x-2)} + \frac{2(x+3)}{(x+3)(x-2)}$

$= \frac{4x-8+2x+6}{(x+3)(x-2)}$

(v)  $\frac{3}{x^2-4} - \frac{2}{x^2+3x+2} = \frac{3}{(x-2)(x+2)} - \frac{2}{(x+1)(x+2)}$

$= \frac{3(x+1)}{(x-2)(x+2)(x+1)} - \frac{2(x-2)}{(x+1)(x+2)(x-2)}$

$= \frac{3x+3-2x+4}{(x-2)(x+2)(x+1)}$

$= \frac{x+7}{(x-2)(x+2)(x+1)}$

- பகுதிகள் காரணியாக்கப்படுதல்.
- பொ.ம.சி யைக் கொண்டு பகுதிகள் சமனாக்கப்படுதல்.
- கூட்டல்/கழித்தல்

**பயிற்சி**

**32. சுருக்குக.**

i.  $\frac{x}{4} + \frac{2x}{5} + \frac{x}{3}$

ii.  $\frac{4a}{5} - \frac{2a}{3} + \frac{3a}{4}$

iii.  $\frac{4a}{7} + \frac{a}{4} - \frac{3a}{12}$

iv.  $\frac{x+1}{5} + \frac{2x-1}{4}$

v.  $\frac{2a+1}{6} - \frac{a-3}{8} + \frac{a+2}{4}$

vi.  $\frac{3}{4a} - \frac{5}{6a}$

vii.  $\frac{12ab}{3} - \frac{16ab}{5}$

viii.  $\frac{4}{a^2b} + \frac{8}{2ab} - \frac{3}{4ab^2}$

ix.  $\frac{a}{4b^2} + \frac{b}{6a^2} - \frac{ab}{8}$

x.  $\frac{1}{6x^2y} + \frac{2}{8xy} - \frac{3}{12xy^2}$

**33. சுருக்குக.**

i.  $\frac{3}{x+3} + \frac{2}{x+2}$

ii.  $\frac{5}{x+5} - \frac{3}{x+2}$

iii.  $\frac{5}{x^2-9} + \frac{3}{x^2+4x+3}$

iv.  $\frac{2}{x^2+7x+10} - \frac{1}{x^2+6x+8}$

v.  $\frac{4x}{x^2-y^2} - \frac{2}{x-y}$

vi.  $\frac{-3}{x^2-9} + \frac{3}{x^2+6x+9}$

vii.  $\frac{3}{a-b} + \frac{2}{b-a}$

viii.  $\frac{4}{a^2+2a} - \frac{3}{a^2+7a+10}$

ix.  $\frac{3}{x^2-x} + \frac{2}{x^3-x} - \frac{3}{x^2+2x+1}$

x.  $\frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{2}{x^2+5x+6} - \frac{2}{x^2+4x+3}$



Eg: (i)  $\frac{4}{ab} \times \frac{a}{a^2b} = \frac{4}{a^2b^2}$  (ii)  $\frac{4}{(a+b)} \times \frac{(a+b)}{8} = \frac{1}{2}$

(iii)  $\frac{x+2}{x^2+4x+3} \times \frac{(x+1)}{x^2-4} = \frac{(x+2)}{(x+3)(x+1)} \times \frac{(x+1)}{(x+2)(x-2)}$   
 $= \frac{1}{(x+3)(x-2)}$

(iv)  $\frac{x^2-4x-5}{x^2-9} \div \frac{x^2+5x+4}{x^2-x-6}$   
 $= \frac{(x-5)(x+1)}{(x-3)(x+3)} \div \frac{(x+1)(x+4)}{(x-3)(x+2)}$   
 $= \frac{(x-5)(x+1)}{(x-3)(x+3)} \times \frac{(x-3)(x+2)}{(x+1)(x+4)}$   
 $= \frac{(x-5)(x+2)}{(x+3)(x+4)}$

➤ பகுதிகள், தொகுதிகள் காரணியாக்கப்பட வேண்டும்.  
 ➤ பொதுக்காரணிகள் சுருக்கப்பட வேண்டும்.  
 ➤ ஏனைய தொகுதிகள் பெருக்கப்பட்டு தொகுதியாகவும், பகுதிகள் பெருக்கப்பட்டு பகுதியாகவும் எழுதப்படும்.

**பயிற்சி**

**34. சுருக்குக.**

i.  $\frac{4}{a^2b} \times \frac{ab}{8}$

ii.  $\frac{3x}{y^2} \times \frac{2y}{6x^2}$

iii.  $\frac{3a}{b^2c} \times \frac{b^2}{4ac}$

iv.  $\frac{4x+8}{x+3} \times \frac{2x+6}{2x+4}$

v.  $\frac{3x-6}{x^2-9} \times \frac{3x+9}{x^2-4}$

vi.  $\frac{x^2+8x+15}{2x^2-32} \times \frac{x^2+6x-40}{2x+6}$

vii.  $\frac{3x^2+x}{2x^2+3x+1} \times \frac{4x+2}{4x^2-1}$

viii.  $\frac{a+b}{2a+b} \times \frac{2a^2+ab}{a^2+ab}$

ix.  $\frac{x^2-4x-12}{x^2-2x-15} \times \frac{2x-10}{x^2+2x}$

x.  $\frac{x^2+2x}{2x+4} \times \frac{x^2-4}{x-3} \times \frac{3x-9}{x+2}$

35. i.  $\frac{4}{ab} \div \frac{6}{a^2b}$

ii.  $\frac{12}{a^2b^2} \div \frac{6}{ab^2c}$

iii.  $\frac{3xy}{5} \div \frac{2x^2}{15}$

iv.  $\frac{abc}{12} \div \frac{a^2b}{15}$

v.  $\frac{x^2+3x}{x^2-4} \div \frac{x+3}{x+2}$

vi.  $\frac{a-ab}{2+a} \div \frac{1-a^2}{4+2a}$

vii.  $\frac{x^3-4x^2-12x}{x+3} \div \frac{2x+4}{x^2-9}$

viii.  $\frac{4x^2+8x+3}{x^2+2x+1} \div \frac{4x^2-1}{x^2+4x+3}$

ix.  $\frac{2x^2+7x+6}{2x^2+2x} \div \frac{4x^2-9}{x^3+x^2}$

x.  $\frac{a+3}{2(a-3)} \times \frac{a^2-a-6}{a^2+4a+3} \div \frac{4(a+3)}{x^2+5a+4}$

**எளிதான சமன்பாடுகளை உருவாக்குதல்**

மாறியுடனான கோவை ஒன்று ஒரு குறித்த பெறுமானத்திற்கு சமனாக்கப்பட்டால் அது சமன்பாடு ஆகும்.

**Eg:** (i) ஒரு பேனாவின் விலை  $x/-$  அவ்வாறான 5 பேனாக்கள் வாங்குவதற்கு 50/- செலவாகியது.  $5x = 50$

(ii) பேனா ஒன்றும் 4/- பெறுமதியான பென்சில் ஒன்றினதும் விலை 16/ ஆகும்.

பேனாவின் விலை  $a$  எனின்,  $a + 4 = 16$

(iii) இரண்டு பேனாக்களுடன் 5/- பெறுமதியான 3 பென்சில்களினதும் விலை 50/ ஆகும்.

ஒரு பேனா  $p$  ரூபா எனின்,  $2p + 15 = 50$

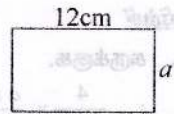
**பின்னக் குணங்களுடன் சமன்பாடுகளை உருவாக்குதல்.**

**Eg:** அண்ணனின் வயதின் அரைப்பங்கிலும் 3 குறைவு தம்பியின் வயது.

அண்ணனின் வயது  $x$ , தம்பியின் வயது 8 எனின்,  $\frac{x}{2} - 3 = 8$

**அளவுக்குறிக்கான சமன்பாடுகளை உருவாக்குதல்.**

**Eg:** ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் 12cm. அதன் சுற்றளவு 40cm ஆகும். அகலம்  $a$  எனின்,  $2(a+12)=40$



**அட்சர கணிதப் பின்னங்களுடன் கூடிய சமன்பாடுகளை உருவாக்குதல்.**

**Eg:** ஒரு கூடையில் உள்ள பழங்களின்  $\frac{1}{3}$  பங்கும், அதே கூடையில் உள்ள பழங்களின்  $\frac{1}{4}$  பங்கும் சேர்த்து 14 ஆகும். கூடையில் உள்ள பழங்கள்  $n$  எனின்,

$$\frac{1}{3} \times n + \frac{1}{4} \times n = 14$$

$$\frac{n}{3} + \frac{n}{4} = 14$$

முதலாம் படியிலுள்ள ஒரு தெரியாக கணியத்தான சமன்பாடு ஓர் எளிய சமன்பாடு ஆகும்.

**ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை உருவாக்குதல்.**

**Eg:** 2 பேனாக்களினதும் ஒரு பென்சிலினதும் விலை 27/- ஆகும். ஒரு பேனாவினதும் ஒரு பென்சிலினதும் விலை 15/- ஆகும்.

பேனாவின் விலை  $x/-$ , பென்சிலின் விலை  $y/-$  எனின்,

$$2x + y = 27$$

$$x + y = 15$$

Eg: செவ்வகம் ஒன்றின் நீளம் அகலத்தை விட 5 அதிகம். அச்செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 75 ஆகும்.

$$a(a + 5) = 75$$

$$a^2 + 5a - 75 = 0$$

**பயிற்சி**

36. பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திற்கும் சமன்பாடு ஒன்றை அமைக்குக?
- (i) பேனா ஒன்றின் விலை  $x/-$  ஆக அதனிலும்  $5/-$  குறைவான பென்சில் ஒன்றின் விலை  $10/-$  ஆகும்.
  - (ii) பென்சில் ஒன்றின் விலையிலும்  $10/-$  அதிகமான கொப்பி ஒன்றின் விலை  $15/-$  ஆகும். பென்சிலின் விலை  $y$  ஆகும்.
  - (iii) ராஜாவின் வயதிலும் ரோஜாவின் வயது 8 வருடங்கள் அதிகம். ராஜாவின் வயது  $t$ , ரோஜாவின் வயது 22 வருடங்கள் ஆகும்.
  - (iv) அடுத்தடுத்த இரு ஒற்றையெண்களின் கூட்டுத்தொகை 36 ஆகும். அதில் ஒரு எண்  $x$  ஆகும்.
  - (v) வகுப்பு ஒன்றில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 36 ஆகும். அதில் ஆண்கள் 22 பெண்கள்  $a$  ஆகும்.
  - (vi) குறித்த மாதத்தில் ஒருவர் உணவுக்காக செலவு செய்த பணம் உடைக்கான செலவின் 2 மடங்கிலும்  $1500/-$  அதிகம் உணவுக்கான செலவு  $3500/-$  ஆகும். உடைக்கான செலவு  $p$  ஆகும்.
  - (vii) மாணவன் கிஷாந்தின் நிறை, நிஷாந்தின் நிறையின் மூன்று மடங்கிலும்  $12\text{kg}$  குறைவாகும். கிஷாந்தின் நிறை  $18\text{kg}$  ஆகும். நிஷாந்தின் நிறை  $m$  ஆகும்.
  - (viii) செவ்வகம் ஒன்றின் அகலம் நீளத்தின் அரைவாசியிலும்  $5\text{cm}$  அதிகம். நீளம்  $a$  ஆகும். அகலம்  $13\text{cm}$  ஆகும்.
  - (ix) சுபாவிடம் உள்ள பணத்தின்  $\frac{1}{3}$  பங்கு பணத்திலும்  $75/-$  குறைவாக சிவாவிடம் உள்ளது. சுபாவிடம் உள்ள பணம்  $x/-$  ஆகும். சிவாவிடம் உள்ள பணம்  $50/-$  ஆகும்.
  - (x)  $25/-$  பெறுமதியான 2 பேனாக்களும்  $a/-$  பெறுமதியான பென்சில்கள் மூன்றும் உள்ள 10 பொதிகளின் பெறுமதி  $650/-$  ஆகும்.

⇒  $ax + b = c$  வடிவிலான சமன்பாடுகள் - தர்க்கரீதியான முறை

Eg : (i)  $2x + 3 = 7$

$$2x + 3 - 3 = 7 - 3$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

(ii)  $\frac{x}{3} - 4 = 3$

$$\frac{x}{3} - 4 + 4 = 3 + 4$$

$$\frac{x}{3} = 7$$

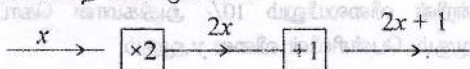
$$\frac{x}{3} \times 3 = 7 \times 3$$

$$x = 21$$

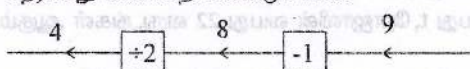
⇒ பாய்ச்சற் கோட்டுப் படம் மூலம் தீர்த்தல்.

Eg :  $2x + 1 = 9$

பாய்ச்சற் கோட்டுப் படம்



நேர்மாறு பாய்ச்சற் கோட்டுப் படம்



$2x + 1 = 9$  இன் தீர்வு  $x = 4$

⇒ அடைப்புக்களுடன் பின்னங்களுடன் கூடிய சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்.

Eg : (i)  $3(a + 4) = 18$

$$\frac{3(a + 4)}{3} = \frac{18}{3}$$

$$a + 4 = 6$$

$$a + 4 - 4 = 6 - 4$$

$$a = 2$$

$3(a + 4) = 18$

$$3a + 12 = 18$$

$$3a + 12 - 12 = 18 - 12$$

$$3a = 6$$

$$\frac{3a}{3} = \frac{6}{3}$$

$$a = 2$$

(ii)  $\frac{x + 4}{30} = \frac{1}{2}$

$$\frac{(x + 4)}{30} \times 30 = \frac{1}{2} \times 30$$

$$x + 4 = 15$$

$$x + 4 - 4 = 15 - 4$$

$$x = 11$$

(iii)  $\frac{x}{4} + \frac{x}{6} = \frac{5}{6}$

இருபுறமும் பொ.ம.சி ஆல் பெருக்குதல்.

$$\frac{x}{4} \times 12 + \frac{x}{6} \times 12 = \frac{5}{6} \times 12$$

$$3x + 2x = 10$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{10}{5}$$

$$x = 2$$

$$(iv) \frac{3}{x+4} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{3}{x+4} + \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = \frac{7}{6} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{x+4} = \frac{7-4}{6}$$

$$\frac{3}{x+4} = \frac{3}{6}$$

குறுக்குப் பெருக்கம்

$$3(x+4) = 18$$

$$x+4 = 6$$

$$x = 2$$

பயிற்சி

37. தீர்க்க.

i.  $x+5=12$

ii.  $a-3=8$

iii.  $2p+3=11$

iv.  $3p-5=19$

v.  $\frac{x}{3} + 5 = 7$

vi.  $\frac{2x}{5} + 7 = 9$

vii.  $\frac{a-3}{5} = 2$

viii.  $\frac{x}{7} - 5 = 1$

ix.  $\frac{4a}{3} - 3 = 5$

x.  $\frac{4y+3}{5} = 3$

38. பாய்ச்சுற் கோட்டுப் படம் மூலம் தீர்க்க.

i.  $a+3=8$

ii.  $b-5=4$

iii.  $2c+5=9$

iv.  $4d-2=10$

v.  $\frac{x}{2} + 3 = 5$

vi.  $\frac{3x}{2} + 1 = 10$

vii.  $\frac{y-2}{3} = 2$

viii.  $\frac{p}{4} - 5 = (-3)$

ix.  $\frac{3p}{2} - 8 = (-2)$

x.  $\frac{3q-2}{7} = 2$

39. தீர்க்க

i.  $2(a+5) = 18$

ii.  $3(x-4) = 6$

iii.  $4(2a+3) = 28$

iv.  $3(2a+3) = 3$

v.  $4(8a+15) = (-4)$

vi.  $4x+3(x+1) = 15$

vii.  $3+2(a-3) = 5=3$

viii.  $2(4x-3) = 2(3x-1)$

ix.  $3(x-4) = 2(x-4)$

x.  $5(x+4) = 2(3x+1)$

☞ சமன்பாடு ஒன்றின் இருபுறமும் ஒரே எண்ணைக் கூட்டலாம் அல்லது கழிக்கலாம்.

☞ சமன்பாடு ஒன்றின் இருபுறமும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கலாம் அல்லது வகுக்கலாம்.

40. தீர்க்க

i.  $\frac{x+3}{10} = \frac{1}{2}$

ii.  $\frac{a-3}{4} = \frac{3}{2}$

iii.  $\frac{2a-5}{15} = \frac{1}{3}$

iv.  $\frac{2a+1}{4} = \frac{3a+4}{8}$

v.  $\frac{3(a+5)}{4} = \frac{10a+1}{4}$

vi.  $\frac{x}{4} + \frac{2x}{6} = \frac{7}{6}$

vii.  $\frac{2a}{3} + \frac{3}{5} = \frac{29}{15}$

viii.  $\frac{3x+4}{5} = 2$

ix.  $\frac{4a-5}{3} = \frac{3a+5}{6}$

x.  $\frac{2a+3}{5} = \frac{10a-12}{10}$

41. பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திற்கும் சமன்பாடு அமைத்து தீர்க்க.

- (i) ரவியின் உயரம் 125cm ஆகும். ரவி குமாரிலும் 22cm உயரம் குறைந்தவன் குமாரின் உயரம்  $x$  எனின், குமாரின் உயரத்தைக் காண்க.
- (ii) என்னிடம் இருந்த மாபிள்கள்  $a$  ஆகும். நண்பன் தந்த 25 மாபிள்களுடன் 130 ஆகக் காணப்பட்டது. என்னிடம் ஏற்கனவே இருந்த மாபிள்கள் எத்தனை?
- (iii) மகனின் வயதின் இரண்டு மடங்கிலும் 12 அதிகம் தந்தையின் வயது. மகனின் வயது  $a$  ஆகும். தந்தையின் வயது 38 எனின், மகனின் வயதைக் காண்க?
- (iv) ஓர் எண்ணின் 3 மடங்கிலிருந்து 15 ஐக் கழித்தால் 9 ஆகும். அவ்வெண்ணைக் காண்க?
- (v) ஒருவன் தன்னிடமிருந்த பணத்தின் அரைவாசியையும் நண்பனிடம் வாங்கிய 150/- ஐயும் சேர்த்து இன்னொருவருக்கு 350/- கொடுத்தான் எனின், அவனிடமிருந்த பணம் எவ்வளவு?
- (vi) ஒரு கிணற்றின்  $\frac{1}{3}$  பங்கு இறங்கிய சுந்தர் 3m ஏறினான். அவன் தற்போது உள்ள ஆழம் 2m எனின், கிணற்றின் ஆழம் யாது?
- (vii) ஒரு வியாபாரியிடம் உள்ள பழங்களில்  $\frac{3}{5}$  பங்கினதும்  $\frac{1}{8}$  பங்கினதும் பெறுமதி 2900/- எனின், பழங்களினதும் மொத்தப் பெறுமதி யாது?
- (viii) எண் ஒன்றின்  $\frac{5}{6}$  இற்கும்  $\frac{5}{9}$  இற்கும் இடையிலான வித்தியாசம்  $\frac{5}{2}$  எனின், அவ்வெண் யாது?
- (ix) பட்டம் ஒன்றை குறிப்பிட்ட அளவு நூலில் பறக்கவிட்ட சிறுவன்  $\frac{3}{4}$  பங்கு நூலைக் குறைத்து பட்டத்தை இறக்கினான். பின்னர் 25m நூலை விட்டு பட்டத்தை ஏற்றினான். தற்போது பட்டம் பறக்கும் நூலின் அளவு 35m எனின், ஏற்கனவே பட்டம் பறந்த நூலின் அளவு யாது?
- (x) நேர்முகப் பரீட்சை ஒன்றில் கலந்து கொண்டவர்களில்  $\frac{1}{3}$  பங்கினர் உயர் பதவிகளுக்கும்  $\frac{2}{5}$  பங்கினர் உதவியாளர்களாகவும் சேர்த்துக் கொள்ளப்பட்டனர். இரண்டுக்கும் சேர்த்துக் கொள்ளப்பட்டவர்கள் 77 பேர் எனின், நேர்முகப் பரீட்சையில் கலந்து கொண்டவர்கள் எத்தனை பேர்?

22. ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்

Eg: (i)  $x + y = 8$  ——— ①  
 $x - y = 2$  ——— ②

①+②  $\Rightarrow 2x = 10$   
 $x = 5$

①  $\Rightarrow 5 + y = 8$   
 $y = 3$

(ii)  $2x + y = 7$  ——— ①  
 $x + y = 5$  ——— ②

①-②  $\Rightarrow x = 2$

①  $\Rightarrow 2 \times 2 + y = 7$   
 $y = 3$

குணகங்கள் சமமான தெரியாக் கணியங்கள் எதிர் எதிர்க் குறிகளாயின் கூட்ட வேண்டும்.

குணகங்கள் சமமான தெரியாக் கணியங்கள் ஒரே குறியாயின் சமன்பாடுகள் கழிக்கப்பட வேண்டும்.

(iii)  $2x + 3y = (-1)$  ——— ①  
 $y - 2x = (-11)$  ——— ②

①+②  $\Rightarrow 4y = -12$   
 $y = -3$

1 =  $2x + 3 \times (-3) = (-1)$   
 $2x - 9 = -1$   
 $2x = 8$   
 $x = 4$

(iv)  $2a - b = 7$  ——— ①  
 $a - b = 2$  ——— ②

①-②  $\Rightarrow a = 5$

1  $\Rightarrow 2 \times 5 - b = 7$   
 $10 - b = 7$   
 $b = 3$

(v)  $2x + 3y = 3$  ——— ①  
 $3a + 2b = 4$  ——— ②

①  $\times$  ②  $\Rightarrow 4a + 2b = 6$  ——— ③

③ - ②  $\Rightarrow 4a - 3a = 6 - 4$   
 $a = 2$

①  $\Rightarrow 2 \times 2 + b = 3$   
 $4 + b = 3$   
 $b = (-1)$

(vi)  $2a + 3b = (-1)$  ——— ①  
 $3a + 4b = (-1)$  ——— ②

①  $\times$  3  $\Rightarrow 6a + 9b = (-3)$  ——— ③

②  $\times$  2  $\Rightarrow 6a + 8b = (-2)$  ——— ④

③ - ④  $\Rightarrow b = (-1)$

①  $\Rightarrow 2a + 3 \times (-1) = (-1)$   
 $2a - 3 = (-1)$   
 $2a = 2$   
 $a = 1$

○ பின்னங்களுடனான ஒருங்கமை சமன்பாடுகள் தீர்த்தல்.

Eg: (i)  $\frac{x}{4} + \frac{2y}{3} = \frac{7}{6}$  ——— ①

$\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = \frac{11}{15}$  ——— ②

②  $\times$  2  $\Rightarrow \frac{2x}{5} + \frac{2y}{3} = \frac{22}{15}$  ——— ③

③ - ②  $\Rightarrow \frac{2x}{5} - \frac{x}{4} = \frac{22}{15} - \frac{7}{6}$

$\frac{2x}{5} - \frac{x}{4} = \frac{22}{15} - \frac{7}{6}$

$\frac{8x - 5x}{20} = \frac{44 - 35}{30}$

$\frac{3x}{20} = \frac{9}{30}$

$90x = 180$   
 $x = 2$

②  $\Rightarrow \frac{2}{5} + \frac{y}{3} = \frac{11}{15}$

$\frac{y}{3} = \frac{11}{15} - \frac{2}{5}$

$\frac{y}{3} = \frac{11 - 6}{15}$

$\frac{y}{3} = \frac{5}{15}$   
 $y = 1$

வேறு முறை

$$(i) \frac{x}{4} + \frac{2y}{3} = \frac{7}{6} \quad \text{--- ①}$$

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = \frac{11}{15} \quad \text{--- ②}$$

$$\frac{x}{4} \times 12 + \frac{2y}{3} \times 12 = \frac{7}{6} \times 12$$

$$3x + 8y = 14 \quad \text{--- ③}$$

$$\frac{x}{5} \times 15 + \frac{y}{3} \times 15 = \frac{11}{15} \times 15$$

$$3x + 5y = 11$$

$$3y = 3$$

$$y = 1$$

$$3x + 8 \times 1 = 14$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

Eg: (ii)

$$\frac{2}{a} + \frac{3}{2b} = \frac{17}{12} \quad \text{--- ①}$$

$$\frac{4}{a} + \frac{5}{b} = \frac{23}{6} \quad \text{--- ②}$$

$$\text{①} \times 2 \Rightarrow \frac{4}{a} + \frac{3}{b} = \frac{17}{6} \quad \text{--- ③}$$

$$\text{②} - \text{③} \Rightarrow \frac{5}{b} - \frac{3}{b} = \frac{23}{6} - \frac{17}{6}$$

$$\frac{2}{b} = \frac{6}{6}$$

$$b = 2$$

$$\text{①} \Rightarrow \frac{2}{a} + \frac{3}{2 \times 2} = \frac{17}{12}$$

$$\frac{2}{a} = \frac{17}{12} - \frac{3}{4}$$

$$= \frac{17-9}{12}$$

$$\frac{2}{a} = \frac{8}{12}$$

$$8a = 24$$

$$a = 3$$

வேறு முறை

$$(ii) \frac{2}{a} + \frac{3}{2b} = \frac{17}{12} \quad \text{--- ①}$$

$$\frac{4}{a} + \frac{5}{b} = \frac{23}{6} \quad \text{--- ②}$$

$$\frac{1}{a} = x, \frac{1}{b} = y \text{ என்க.}$$

$$\text{①} \Rightarrow 2 \times \frac{1}{a} + \frac{3}{2} \times \frac{1}{b} = \frac{17}{12}$$

$$2x + \frac{3y}{2} = \frac{17}{12}$$

$$\text{②} \Rightarrow 4 \times \frac{1}{a} + 5 \times \frac{1}{b} = \frac{23}{6}$$

$$4x + 5y = \frac{23}{6} \quad \text{--- ④}$$

$$\text{④} - \text{③} \Rightarrow 2y = \frac{23}{6} - \frac{17}{6}$$

$$= \frac{6}{6}$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$\text{④} \Rightarrow 4x + 5 \times \frac{1}{2} = \frac{23}{6}$$

$$4x = \frac{23}{6} - \frac{5}{2}$$

$$= \frac{23-15}{6}$$

$$= \frac{8}{6}$$

$$x = \frac{8}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{2}$$

$$a = 3 \quad b = 2$$



42. பின்வரும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

- i.  $x + 2y = 7$   
 $x + y = 5$
- ii.  $2a + y = 6$   
 $a - y = 6$
- iii.  $2a + b = -1$   
 $3a + 2b = 0$
- iv.  $3m + 2n = 1$   
 $2m - n = 10$
- v.  $3a + 2b = 7$   
 $2a + 5b = 12$
- vi.  $4x + 5y = (-7)$   
 $3x - 2y = 12$
- vii.  $3p - 2q = (-13)$   
 $2p - q = (-8)$
- viii.  $2x + 3y = 8$   
 $2x - y = (-8)$
- ix.  $3a - 2b = 14$   
 $a + 3b = 1$
- x.  $4a + 3b = -1$   
 $2a - 2b = 3$

43. பின்வரும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

- i.  $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = \frac{4}{15}$
- ii.  $\frac{2x}{3} + \frac{y}{4} = \frac{25}{12}$
- iii.  $\frac{x}{4} + \frac{2y}{3} = 1$   
 $\frac{3x}{4} + \frac{y}{3} = 4$
- iv.  $\frac{2a}{3} - \frac{b}{5} = \frac{11}{15}$
- v.  $\frac{2m}{3} - \frac{m}{4} = \frac{7}{12}$
- vi.  $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{17}{12}$   
 $\frac{4}{x} - \frac{3}{y} = \frac{7}{12}$
- vii.  $\frac{3}{a} + \frac{2}{b} = \frac{1}{12}$
- viii.  $\frac{5}{x} - \frac{4}{y} = \frac{13}{15}$
- ix.  $\frac{2}{a} + \frac{5}{b} = \frac{19}{6}$   
 $\frac{4}{a} - \frac{3}{b} = \left(-\frac{1}{6}\right)$
- x.  $\frac{4}{x} + \frac{6}{y} = 26$   
 $\frac{6}{x} - \frac{9}{y} = (-15)$

இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கல்.

○ காரணியாக்கல் மூலம் இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்.

Eg: (i)  $x^2 - x - 6 = 0$

(ii)  $x^2 + 2x = 35$

$x^2 - 3x + 2x - 6 = 0$

$x^2 + 2x - 35 = 0$

$x(x-3) + 2(x-3) = 0$

$x^2 + 7x - 5x - 35 = 0$

$(x-3)(x+2) = 0$

$x(x+7) - 5(x+7) = 0$

$x-3=0$  or  $x+2=0$

$(x+7)(x-5) = 0$

$x = 3$  or  $x = (-2)$

$x+7=0$  or  $x-5=0$

ab=0 எனின் a=0 அல்லது b=0 அல்லது a=b=0 ஆகும்.

$x = (-7)$  or  $x = 5$

○ வர்க்க யூர்த்தி முறை மூலம் இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்.

Eg: (i)  $x^2 + 4x - 12 = 0$

$$x^2 + 4x = 12$$

$$x^2 + 4x + 4 = 12 + 4$$

$$(x + 2)^2 = 16$$

$$(x + 2)^2 = (\pm 4)^2$$

$$x + 2 = \pm 4$$

$$x = \pm 4 - 2$$

$$x = 2 \text{ or } x = -6$$

(ii)  $x^2 + 5x + 6 = 0$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = -6 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = -6 + \frac{25}{4}$$

$$= \frac{-24 + 25}{4}$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

(iii)  $x^2 + 6x - 10 = 0$   $\left(x + \frac{5}{1}\right)^2 = \left(\pm \frac{1}{2}\right)^2$

$$x^2 + 6x = 10$$

$$x^2 + 6x + 3^2 = 10 + 3^2$$

$$(x + 3)^2 = 19$$

$$(x + 3)^2 = (\pm \sqrt{19})^2$$

$$(x + 3) = \pm \sqrt{19}$$

$$x = \sqrt{19} - 3 \text{ or } x = -\sqrt{19} - 3$$

$$x = 4.35 - 3$$

$$= 1.35$$

$$x = -4.35 - 3$$

$$= -7.35$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$x + \frac{5}{2} = \pm \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{1}{2} - \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} - \frac{5}{2} \text{ or } x = -\frac{1}{2} - \frac{5}{2}$$

$$= \frac{-4}{2} = -2$$

$$= \frac{-6}{2} = -3$$

○ சூத்திரங்களை உபயோகித்து இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} = \frac{-c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = \frac{-c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$= \frac{-4ac + b^2}{4a^2}$$

$$= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left[\frac{\pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right]^2$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Eg:

$$x^2 + 5x = 6$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$= \frac{-5 + 7}{2}$$

$$= \frac{-5 + 7}{2} \text{ or } x = \frac{-5 - 7}{2}$$

$$= \frac{2}{2} = 1 \quad = \frac{-12}{2} = -6$$

44. காரணிப்படுத்துவதன் இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

- i.  $x^2 + 8x + 15 = 0$     ii.  $x^2 - 9x + 20 = 0$     iii.  $a^2 - 7a - 18 = 0$   
 iv.  $p^2 + 6p - 27 = 0$     v.  $2a^2 + 5a + 3 = 0$     vi.  $2x^2 - 11x + 15 = 0$   
 vii.  $2y^2 - 7y - 4 = 0$     viii.  $3b^2 + 7b - 6 = 0$     ix.  $x^2 + 10x = 24$   
 x.  $a^2 - 5a = 14$

○ பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களிற்கு பொருத்தமான ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை அமைத்து தீர்வைக் காண்க?

- (i) இரண்டு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 32 ஆகும். அவற்றுக்கிடையிலான வித்தியாசம் 2 ஆகும். அவ்வெண்களைக் காண்க?
- (ii) இரண்டு பந்துகளும் ஒரு தொப்பியும் 370/- ஆகும். மூன்று பந்துகளும் 2 தொப்பியும் 630/- ஆகும். பந்து தொப்பி என்பவற்றின் விலைகளைக் காண்க?
- (iii) ஓர் எண்ணூடன் இன்னொரு எண்ணின் 2 மடங்கைக் கூட்டினால் 54 ஆகும். அவற்றுக்கிடையிலான வித்தியாசம் 18 ஆகும். அவ்வெண்ணைக் காண்க?
- (iv) விமலின் வயதின் மும்மடங்கு சுகனின் வயதின் இருமடங்கிலும் 6 அதிகம். அவர்களின் வயதுகளின் கூட்டுத்தொகை 27 ஆகும். அவர்களின் வயதுகளைக் காண்க?
- (v) ரவியிடம் உள்ள பணம் சிபியிடம் உள்ள பணத்தின் 2 மடங்கிலும் 20/- குறைவாகும். ரவி சிபிக்கு 15/- கொடுத்தால் இருவரிடமும் உள்ள பணம் சமனாகும். ஒவ்வொருவரிடமும் உள்ள பணத்தைக் காண்க?
- (vi) உண்டியல் ஒன்றில் 5/- நாணயக் குற்றிகளும் 2/- நாணயக் குற்றிகளுமாக 50 குற்றிகள் காணப்பட்டது. அவற்றின் பெறுமதி 160/- ஆகும். 5/- நாணயக்குற்றி எத்தனை உள்ளது?
- (vii) பிச்சைக்காரன் ஒருவன் தன்னிடமிருந்த 10/- தாள்களையும் 20/- தாள்களையும் எடுத்து எண்ணினான். அவற்றின் பெறுமதி 300/- ஆகும். 20/- தாள்கள் 10/- தாள்களாகவும் 10/- தாள்கள் 20/- தாள்களாகவும் கிடைத்திருந்தால் அவனுக்கு 30/- அதிகமாக கிடைத்திருக்கும் எனின், அவனுக்கு கிடைத்த 10/-, 20/- தாள்கள் எத்தனை?
- (viii) A யின் வயது B யின் வயதின் 2 மடங்கிலும் 5 குறைவு. 3 வருடங்களிற்கு முன்னர் B யின் வயது A யின் வயதிலும் 9 குறைவு. தற்போது A, B என்போரின் வயதுகளைக் காண்க?
- (ix) ஈரிலக்க எண் ஒன்றின் இலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை 11 ஆகும். இலக்கங்களை இடம் மாற்றினால் முன்னரிலும் 27 அதிகமாகும். அவ்வெண்ணைக் காண்க?

(x) பின்னமொன்றின் பகுதி எண்ணுடனும் தொகுதி எண்ணுடனும் 2 ஐக் கூட்டினால்  $\frac{2}{5}$  ஆகும். அதே பின்னத்தின் பகுதி எண்ணுடனும் தொகுதி எண்ணுடனும் 4 ஐக் கூட்டினால்  $\frac{4}{9}$  ஆகும். அப்பின்னத்தைக் காண்க.

45. வர்க்கபூர்த்தி முறையில் தீர்க்க.

- i.  $x^2 + 12x - 45 = 0$     ii.  $x^2 + 3x - 2 = 0$     iii.  $a^2 - 7a + 3 = 0$   
 iv.  $p^2 + 5p + 4 = 0$     v.  $y^2 - 10y + 9 = 0$     vi.  $2x^2 + x - 10 = 0$   
 vii.  $2a^2 - 5a + 3 = 0$     viii.  $3x^2 - 8x + 4 = 0$     ix.  $2p^2 - 7p + 32 = 0$   
 x.  $3x^2 + 4x - 3 = 0$

46. சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி இருபடிச்சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

- i.  $x^2 + 5x - 4 = 0$     ii.  $a^2 + 7a + 3 = 0$     iii.  $p^2 - 4p + 3 = 0$   
 iv.  $x^2 - 3x + 1 = 0$     v.  $x^2 + 3x - 7 = 0$     vi.  $2x^2 + 8x + 5 = 0$   
 vii.  $2a^2 - 7a + 6 = 0$     viii.  $3a^2 - 11a + 5 = 0$     ix.  $2y^2 + 3y - 7 = 0$   
 x.  $2y^2 + 5y = 5$

47. இருபடிச்சமன்பாடுகளை அமைத்து தீர்வைக் காண்க.

- (i) ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் அகலத்திலும் 5cm அதிகம். அதன் பரப்பளவு  $14\text{cm}^2$  ஆகும். அச்செவ்வகத்தின் நீள அகலங்களைக் காண்க?
- (ii) அடுத்தடுத்த இரு நேர் இரட்டை எண்களின் பெருக்கம் 24 எனின், அவ்விரு எண்களையும் காண்க?
- (iii) பேனா ஒன்றின் விலை 2/- ஆல் குறைந்தால் 120/- இற்கு வாங்கும் பேனாக்களின் எண்ணிக்கை 2 ஆல் அதிகரிக்கும் எனின் பேனா ஒன்றின் விலையைக் காண்க?
- (iv) செவ்வகம் ஒன்றின் நீளம் அகலத்தின் 2 மடங்கிலும் 5cm குறைவு. அதன் பரப்பளவு  $42\text{cm}^2$  எனின், நீள அகலங்களைக் காண்க?
- (v) செவ்வகம் ஒன்றின் சுற்றளவு 26cm. அதன் பரப்பளவு  $40\text{cm}^2$  எனின், அதன் நீள அகலங்களைக் காண்க?
- (vi) இரண்டு நேர் எண்களின் வித்தியாசம் 6 ஆகும். அவற்றின் பெருக்கம் 55 எனின், அவ்வெண்ணைக் காண்க?
- (vii) வட்ட அடிக்கூம்பு ஒன்றின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு  $\pi r^2 + \pi r l$  இனால்கணிக்கப்படும்.  $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$  சாய்வு நீளம்  $l = 10\text{cm}$  ஆகவுள்ள கூம்பு ஒன்றின் மேற்பரப்பளவு  $374\text{cm}^2$  எனின், அதன் ஆரை r ஐக் காண்க?

(viii) 3, 7, 11, ... என்ற கூட்டல் விருத்தியில் எத்தனை உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 210 ஆகும்.

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

(ix) நிமலன் தனது வீட்டிலிருந்து 120km தூரத்தில் உள்ள அலுவலகத்திற்கு காரில் செல்வதற்கு வழமையான வேகத்திலும் 20kmh<sup>-1</sup> வேகத்தை அதிகரித்தால் 1 மணித்தியாலம் முன்னதாகச் செல்ல முடியும் எனின், அவனது வழமையான வேகம் யாது?

(x) குமரன் தன்னுடைய அலுவலகத்திலிருந்து 150km தூரத்திலுள்ள வேலைத்தளம் ஒன்றிற்கு செல்லும் போது 5kmh<sup>-1</sup> கதியைக் குறைத்து சென்றதனால் 1 மணித்தியாலம் தாமதமாகியது. அவர் முன்னர் செல்லும் வேகம் யாது?

48. பின்வரும் தீர்வுகளை உடைய இருபடிச் சமன்பாடுகளை  $ax^2 + bx + c = 0$  எனும் வடிவில் காண்க.

- i. 2, 3      ii. -3, -4      iii. -4, +5      iv. +3, -4  
v.  $\frac{3}{2}, 4$       vi.  $3, \frac{5}{2}$       vii. 0, 4, 0.5      viii.  $1, \frac{1}{4}, 2, \frac{1}{2}$   
ix.  $1, \frac{1}{4}, 2, \frac{1}{2}$       x.  $p, q$

**சமனிலிகள்**

சமனற்ற இரண்டு கணியங்களுக்கிடையிலான தொடர்பு " $<$ ", " $>$ " குறியீடுகளால் காட்டப்படுமாயின் அவை சமனிலிகள் ஆகும்.

Eg:  $8 > 4$      $-4 < 3$

சமனற்ற இரண்டு அட்சர கணிதக் கோவைகளுக்கிடையிலான தொடர்பு " $<$ ", " $>$ " குறியீடுகளால் காட்டப்பட்டால் அது அட்சர கணிதச் சமனிலிகள் ஆகும்.

Eg:  $2x < 8, x+4 > 5, x+1 \leq 7$

**○ அட்சர கணித சமனிலிகளை உருவாக்குதல்**

- x என்பது 10 இலும் குறைந்ததாகும்  
 $x < 10$
- => a என்பது 5 இலும் அதிகமாகும்  
 $a > 5$
- => y இன் இரண்டு மடங்கு 15 இலும் குறைவு  
 $2y < 15$
- => p இன் மூன்று மடங்குடன் 5 ஐக் கூட்டினால் 23 அல்லது 23 இலும் அதிகமாகும்  
 $3p + 5 \geq 23$
- => பாணின் ஆகக்கூடிய சில்லறை விலை 32/- ஆகும், பாணின் விலை x எனின்,  $x \leq 32$

=> இலங்கைப் பாடசாலைகளில் ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களின் ஆகக்குறைந்த எண்ணிக்கை 22 ஆகும். வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை  $x$  எனின்,

$$x \geq 22$$

**சமனிலிகளின் தீர்வுகள்**

ஒரு அட்சர கணிதச் சமனிலியின் தெரியாக் கணியம் எடுக்கக்கூடிய பெறுமானங்கள் அடங்கிய தொடை அச் சமனிலியின் தீர்வுத் தொடை எனப்படும்.

=> சமனிலி ஒன்றின் இரு புறமும் ஒரே எண்ணைக் கூட்டுவதால் அல்லது கழிப்பதால் சமனிலி மாற்றமடையாது.

Eg:  $x+3 \leq 5$

$$x+3-3 \leq 5-3$$

$$x \leq 2$$

$$\{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2 \}$$

$$x-4 > 7$$

$$x-4+4 > 7+4$$

$$x > 11$$

$$\{ 12, 13, 14, \dots \}$$

=> சமனிலி ஒன்றின் இரு புறமும் நேர் எண்ணால் பெருக்குவதால் அல்லது வகுப்பதால் சமனிலி மாற்றமடையாது.

Eg:  $2x \geq 8$

$$\frac{2x}{2} \geq \frac{8}{2}$$

$$x \geq 4$$

$$x = \{ 4, 5, 6, \dots \}$$

$$\frac{a}{3} < 5$$

$$\frac{a}{3} \times 3 < 5 \times 3$$

$$a < 15$$

$$x = \{ 14, 13, 12, 11, \dots \}$$

=> சமனிலி ஒன்றின் இரு புறமும் மறை எண்ணால் பெருக்கினால் அல்லது வகுத்தால் சமனிலி மாறும்.

$$-2x > 6$$

$$\frac{-2x}{-2} < \frac{6}{-2}$$

$$x < 3$$

$$\frac{x}{-3} \geq 5$$

$$\frac{x}{-3} \times (-3) \leq 5 \times (-3)$$

$$x \leq (-15)$$

=> சமனிலி ஒன்றின் நிறையெண் தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறிக்கலாம்.

Eg: (i)  $2x + 3 \leq 11$

$$2x + 3 - 3 \leq 11 - 3$$

$$2x \leq 8$$

$$\frac{2x}{2} \leq \frac{8}{2}$$

$$x \leq 4$$

(ii)  $2x - 7 > 5$

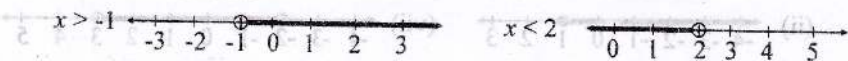
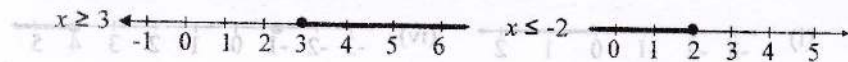
$$2x - 7 + 7 > 5 + 12$$

$$2x > 19$$

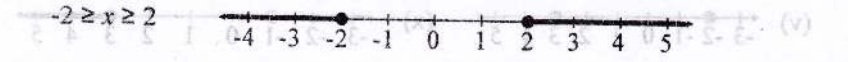
$$\frac{2x}{2} > \frac{19}{2}$$

$$x > 9.5$$

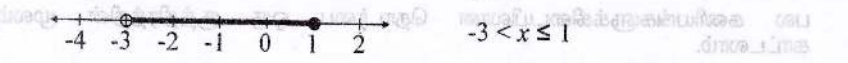




இரண்டு சமனிலிகளை தொடர்புபடுத்தல்.



எண்கோட்டில் உள்ள சமனிலிகளை எழுதுகல்



**பயிற்சி**

49. பின்வரும் சமனிலிகளின் தீர்வுகளை காண்க?

- i.  $x + 2 \leq 7$
- ii.  $2x + 3 \leq 11$
- iii.  $x - 5 \geq 4$
- iv.  $3x - 2 \geq 4$
- v.  $x - 5 < 8$
- vi.  $2a + 3 < 7$
- vii.  $\frac{x + 5}{4} \geq 2$
- viii.  $\frac{x}{3} + 5 > 2$
- ix.  $\frac{2x}{3} - 4 \geq 2$
- x.  $\frac{2x + 3}{5} \geq 3$

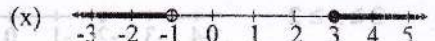
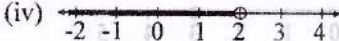
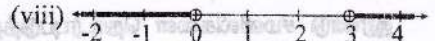
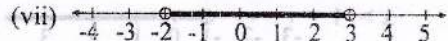
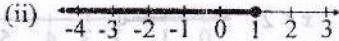
50. பின்வரும் சமனிலிகளின் தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறிக்க?

- i.  $x + 3 < 5$
- ii.  $x - 2 > 4$
- iii.  $2x + 3 \geq 7$
- iv.  $3x - 2 \leq 4$
- v.  $2x - 5 > 3$
- vi.  $\frac{x}{3} - 2 \geq 2$
- vii.  $\frac{x}{3} + 3 \geq 6$
- viii.  $2(x + 2) \geq 8$
- ix.  $\frac{x + 2}{3} \leq 2$
- x.  $\frac{2x + 3}{4} < 2$

51. பின்வரும் சமனிலிகளை எண்கோட்டில் குறிக்க?

- i.  $x > 4$
- ii.  $x < 3$
- iii.  $x \geq 2$
- iv.  $x \leq -3$
- v.  $x > -2$
- vi.  $-2 < x < 2$
- vii.  $-3 > x > 4$
- viii.  $-4 \leq x \leq 3$
- ix.  $-1 \geq x \geq 5$
- x.  $+3 \leq x < -2$

52. எண்கோட்டில் குறிக்கப்பட்டுள்ள சமனிலிகளை எழுதுக?



**குத்திரங்கள்**

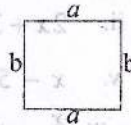
பல கணியங்களுக்கிடையிலான தொடர்பை ஒரு குத்திரத்தின் மூலம் காட்டலாம்.

**எளிய குத்திரங்களை உருவாக்குதல்**

ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம்  $a$  அகலம்  $b$  எனின், அதன் சுற்றளவுக்கான குத்திரம், அதாவது சுற்றளவு  $S$  எனின்,

$$S = 2a + 2b \text{ or } S = 2(a+b)$$

பரப்பளவு  $A$  எனின்,  $A = ab$



**குத்திரம் ஒன்றை தரப்படும் கணியம் தொடர்பாக வாசித்தல்.**

$\Rightarrow V = u + at$  இல்  $a$  இன் சார்பாக வாசித்தல்  
 $a$  ஐ  $t$  ஆல் பெருக்கி  $u$  ஐக் கூட்டினால்  $v$  க்குச் சமனாகும்.

**எளிய குத்திரங்களில் எழுவாய் மாற்றம்**

Eg: (i)  $v = u + at$  இல்  $t$  ஐ எழுவாயாக மாற்றுதல்

$$v - u = at$$

$$t = \frac{v - u}{a}$$

$\Rightarrow$  எக் கணியத்தைக் காண்பதற்கு குத்திரத்தை பயன்படுத்துகிறோமோ அக் கணியம் குத்திரத்தின் எழுவாய் ஆகும்.

(ii)  $s = 2(a+b)$  இல்  $a$  ஐ

(iii)  $v^2 = u^2 + 2as$  இல்  $a$  ஐ

$$\frac{s}{2} = a + b$$

$$u^2 + 2as = v^2$$

$$a + b = \frac{s}{2}$$

$$2as = v^2 - u^2$$

$$a = \frac{s}{2} - b$$

$$a = \frac{v^2 - u^2}{2s}$$



○ வர்க்கம் வர்க்கமூலம் அடங்கலான சூத்திரங்கள்

Eg : (i)  $v^2 = u^2 + 2as$

(ii)  $a = b + \sqrt{cd}$

$u^2 + 2as = v^2$

$b + \sqrt{cd} = a - b$

$u^2 = v^2 - 2as$

$cd = (a - b)^2$  (இருபுறமும் வர்க்கித்தால்)

$u = \sqrt{v^2 - 2as}$

$c = \frac{(a + b)^2}{d}$

⇒ சூத்திரங்களில் பிரதியிட்டுப் பெறுமானம் காணல்.

Eg : (i) செவ்வகம் ஒன்றின் நீளம் 8cm, சுற்றளவு 30cm எனின், அகலத்தைக் காண்க.

$s = 2(a + b)$

$(a + b) = \frac{s}{2}$

$b = \frac{s}{2} - a$

$b = \frac{30}{2} - 8$

$= 15 - 8$

$= 7cm$

(ii)  $v^2 = u^2 + 2as$  இல்  $v = 40ms^{-1}$ ,

$a = 10ms^{-2}$ ,  $s = 35m$  எனின்,

$v^2 = u^2 + 2as$

$u^2 = v^2 - 2as$

$u = \sqrt{v^2 - 2as}$

$u = \sqrt{40^2 - 2 \times 10 \times 35}$

$= \sqrt{1600 - 700}$

$= \sqrt{900}$

$u = 30ms^{-1}$

**பயிற்சி**

53. (i) செவ்வகம் ஒன்றின் நீளம்  $a$ , அகலம்  $b$  எனின், அதன் சுற்றளவு  $p$  இற்கான சூத்திரத்தை காண்க.
- (ii) முக்கோணி ஒன்றின் பக்கங்கள்  $a, b, c$  எனின், அதன் சுற்றளவு  $p$  இற்கு ஒரு சூத்திரத்தை காண்க?
- (iii) செவ்வகம் ஒன்றின் நீளம் அகலத்தின் 2 மடங்காகும். அகலம்  $a$  எனின், பரப்பளவு  $A$  இற்கான சூத்திரத்தை காண்க?
- (iv) செவ்வகம் ஒன்றின் நீளம் அகலத்திலும் 5cm அதிகம். அகலம்  $x$  எனின், அதன் பரப்பளவு  $A$  இற்கான சூத்திரம் ஒன்றைக் காண்க?
- (v) செங்கோண முக்கோணி ஒன்றின் செம்பக்கம் தவிர்ந்த ஏனைய பக்கங்கள்  $a, b$  ஆகும். அதன் பரப்பளவு  $A$  இற்கான சூத்திரத்தைக் காண்க?
- (vi) பொதி சுமக்கும் கூலியாள் ஒருவருக்கு அடிப்படைக் கூலியாக  $x/-$  உம், ஒவ்வொரு kg இற்கும்  $y/-$  உம் கொடுக்க வேண்டும் எனின், 50kg சுமக்கும் ஒரு நாளில் அவருக்கு கிடைக்கும் கூலி  $p$  இற்கான சூத்திரத்தைக் காண்க?

(vii) ஒவ்வொரு தேயிலைப் பக்கெட்டினதும் நிறை  $k$  ஆகவும், அவை அடுக்கப்பட்டுள்ள பெட்டியின் நிறை  $m$  ஆகவும் இருப்பின் 100 பக்கெட் தேயிலை உள்ள பெட்டியின் மொத்த நிறை  $w$  இற்கான சூத்திரம் ஒன்றைக் காண்க?

(viii) ஒரு மாணவன் கணித பாடத்தில் பெற்ற புள்ளி  $x$  ஆகும். ஏனைய 8 பாடங்களிலும் பெற்ற மொத்தப் புள்ளி  $y$  ஆகும். அவன் 9 பாடங்களிலும் பெற்ற சராசரிப் புள்ளி  $z$  இற்கான சூத்திரம் யாது?

(ix) வீடு ஒன்றிற்கு தேவையான கூரைத்தகடுகளின் எண்ணிக்கை  $a$  ஆகும். ஒரு கூரைத்தகடு  $p/-$  ஆகும். கூரைத்தகடுகளைக் கொண்டு வருவதற்கான வாகனக் கூலி  $b$  ஆகும். கூரைத்தகட்டுக்கான மொத்தச் செலவு  $t$  இற்கான சூத்திரம் ஒன்றைக் காண்க?

(x) தொட்டி ஒன்றிற்கு நீர் நிரப்பும் குழாய் நிமிடத்திற்கு  $x$   $l$  நீர் இறைக்கக்கூடியது. இன்னொரு குழாய் நிமிடத்திற்கு  $y$   $l$  நீர் இறைக்கக்கூடியது.  $t$  நிமிடங்களில் தொட்டி நிறைந்தது. தொட்டியின் கொள்ளளவு  $c$  இற்கான சூத்திரத்தைக் காண்க.

54. பின்வரும் சூத்திரங்களில் அடைப்புக்குள் உள்ள கணியத்தை எழுவாயாக மாற்றுக?

- |                                    |                                     |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| i. $v = u + at$ (a)                | vi. $c = \frac{1}{4}\pi r + 2r$ (r) |
| ii. $v = IR$ (I)                   | vii. $s = \pi r^2 + \pi rl$ (l)     |
| iii. $v^2 = u^2 + 2as$ (a)         | viii. $Tn = a + (n-1)d$ (n)         |
| iv. $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ (a) | ix. $Sn = \frac{n}{2}(a + l)$ (l)   |
| v. $c = 2\pi r$ (r)                | x. $f = \frac{9}{5}c + 32$ (c)      |

55. பின்வரும் சூத்திரங்களில் அடைப்புக்குள் உள்ளதை எழுவாயாக மாற்றுக.

- |                         |                                 |
|-------------------------|---------------------------------|
| i. $A = \pi r^2$ (r)    | vi. $A = \pi R^2 - \pi r^2$ (r) |
| ii. $v = \pi r^2 h$ (r) | vii. $k = \frac{1}{2}mv^2$ (v)  |
| iii. $s = 4\pi r^2$ (r) | viii. $v^2 = u^2 + 2fs$ (u)     |
| iv. $a = b^2c + d$ (b)  | ix. $w = l^2R$ (l)              |
| v. $p = qr + 2s^2$ (s)  | x. $v = \frac{1}{3}Ir^2h$ (r)   |

56. பின்வரும் சூத்திரங்களில் அடைப்புக்குள் தரப்பட்டுள்ளதை எழுவாயாக மாற்றுக.

- |                                       |   |
|---------------------------------------|---|
| i. $A = \sqrt{ab}$ (b)                | vi. $P = a + \sqrt{b+2c}$ (b)             |
| ii. $V = \sqrt{2gh}$ (h)              | vii. $R = \sqrt{\frac{A}{\pi} + r^2}$ (A) |
| iii. $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (l) | viii. $r = \sqrt{\frac{3r}{\pi rh}}$ (r)  |

$$\text{iv. } B = a + b\sqrt{\frac{c}{d}} \quad (\text{c}) \quad \text{ix. } u = \sqrt{r^2 - 2as} \quad (\text{r})$$

$$\text{v. } x = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \quad (\text{a}) \quad \text{x. } x = a + \sqrt{b^2 - cd} \quad (\text{b})$$

### தாயங்கள் - Matrix

ஒரு செவ்வக வடிவில் அமைக்கப்பட்ட எண்களின் ஒழுங்கு தாயம் என அழைக்கப்படும்.

Eg:

குடும்பம்	ஆண்கள்	பெண்கள்
A	4	2
B	3	2
C	2	1

மேலுள்ள தகவல்களில் நிரைகளினதும், நிரல்களினதும் ஒழுங்கு தெரியுமாயின், என ஒரு தாயமாக எழுதலாம்.

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- தாயகங்கள் ஆங்கில பெரிய எழுத்தில் பெயரிடப்படும்  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

- தாயகமொன்றின் வரிசை

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \right\} \text{நிரைகள் (3)}$$

இத்தாயகத்தின் வரிசை  $3 \times 2$

↑ ↑  
நிரல்கள் (2)

வரிசை = நிரைகளின் எ/கை  $\times$  நிரல்களின் எ/கை

⇒ நிரைத்தாயம் - Row Matrix

ஒரு நிரை மாத்திரம் உள்ள தாயம் நிரைத்தாயம் எனப்படும்.

Eg:  $(2 \ 3 \ 4), (2 \ 4)$

- நிரல் தாயம் - Column Matrix

ஒரு நிரல் மாத்திரம் உள்ள தாயம் நிரல்தாயம் எனப்படும்.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

- சதுரத் தாயம்

நிரைகளினதும், நிரல்களினதும் எண்ணிக்கை சமமான தாயம் சதுரத்தாயம் எனப்படும்.

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix} 3 \times 3 \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} 2 \times 2$$

○ அலகுத் தாயம்

முந்திரு மூலைவிட்டத்தின் மூலகங்கள் 1 ஆவதோடு ஏனைய மூலகங்கள் 0 ஆக உள்ள தாயகங்கள் அலகுத்தாயகங்கள் எனப்படும்.  
அலகுத் தாயங்கள் எப்போதும் I இனால் பெயரிடப்படும்.

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

⇒ சம தாயங்கள்

இரண்டு தாயங்களின் ஒத்த மூலகங்கள் யாவும் சமனாயின் அவை சம தாயங்கள் எனப்படும்.

Eg:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

எனவே,  $A=B$

சமதாயங்களின் வரிசைகளும் சமனாகும்.

**பயிற்சி**

57. (i) நிமல், சமல், விமல் ஆகிய மூன்று மாணவர்கள் கணிதத்தில் பெற்ற புள்ளிகள் 62, 73, 45 ஆகும். அவர்கள் விஞ்ஞானத்தில் பெற்ற புள்ளிகள் 58, 75, 54 ஆகும்.

- மூன்று மாணவர்களும் கணிதத்தில் பெற்ற புள்ளிகளை ஒரு நிரல் தாயத்தில் காட்டுக?
- அவர்கள் விஞ்ஞானத்தில் பெற்ற புள்ளிகளை ஒரு நிரல் தாயத்தில் காட்டுக.
- அவர்கள் இரண்டு பாடங்களிலும் பெற்ற புள்ளிகளை ஒரு  $(3 \times 2)$  தாயத்தில் காட்டுக.
- அவர்கள் இரண்டு பாடங்களிலும் பெற்ற புள்ளிகளை ஒரு  $(2 \times 3)$  தாயத்தில் காட்டுக.

(ii) விளையாட்டுப் போட்டி ஒன்றில் A, B, C ஆகிய மூன்று பாடசாலைகளிலிருந்து கலந்துகொண்ட மாணவர்கள் முறையே 3 ஆண்கள் 2 பெண்கள், 5 ஆண்கள் 6 பெண்கள், 4 ஆண்கள் 3 பெண்கள் ஆகும்.

- பாடசாலை A யிலிருந்து கலந்து கொண்ட ஆண், பெண் மாணவர்களை ஒரு நிரைத் தாயத்தில் காட்டி P எனப் பெயரிடுக.
- மூன்று பாடசாலைகளிலிருந்தும் கலந்து கொண்ட ஆண் மாணவர்களை ஒரு நிரல் தாயத்தில் காட்டி Q எனப் பெயரிடுக.
- தாயங்கள் P, Q என்பவற்றின் வரிசைகள் யாது?
- மேற்கூறப்பட்ட தரவுகளை ஒரு  $(3 \times 2)$  தாயத்தில் காட்டி R எனப் பெயரிடுக?

$$(iii) A = (2, 4) \quad B = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

மேலே உள்ள தாயங்களிலிருந்து

- நிரல் தாயம் எது?
- சதுரத்தாயம் ஒன்று தருக?
- அலகுத்தாயமொன்று எழுதுக?
- சம தாயங்கள் எவை?
- தாயம் A இன் வரிசை யாது?
- தாயம் D இன் வரிசை யாது?

$$(iv) \quad P = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \quad Q = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ b & i & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{pmatrix} d & 4 \\ 3 & e \end{pmatrix} \quad T = (2, 4, -4) \quad U = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

மேலுள்ள தாயங்களை கவனத்தில் கொள்ள.

- தாயம் R இன் வரிசை யாது?
  - தாயம் T எவ்வகையானது?
  - சம வரிசையுடைய தாயங்கள் எவை?
  - Q ஓர் அலகுத்தாயமெனின் a, b, c ஐக் காண்க?
  - (2x2) தாயமொன்று எழுதுக?
  - P = S எனின், d, e ஐக் காண்க?
- (v) தெரு ஒன்றில் ஒரு நாள் பயணம் செய்த வாகனங்கள் பற்றி ஆராயப்பட்டது. முதல் மணித்தியாலயத்தில் 8 கார்கள், 12 பஸ்கள், 25 மோட்டார் சைக்கிள்களும் 2வது மணித்தியாலயத்தில் 4 கார்கள் 15 பஸ்கள், 12 மோட்டார் சைக்கிள்கள் மூன்றாம் மணித்தியாலயத்தில் 10 கார்களும் 4 பஸ்களும் 20 மோட்டார் சைக்கிள்களும் பயணம் செய்தது.
- மூன்று மணித்தியாலங்களிலும் பயணம் செய்த கார்களின் எண்ணிக்கையை ஒரு நிரல் தாயமாக எழுதி C எனப் பெயரிடுக?
  - இத்தகவல்களை ஒரு சதுரத் தாயமாக எழுதி A எனப் பெயரிடுக?
  - Aயின் வரிசை யாது?
  - இத் தாயகத்தின் நிரைகளை நிரல்களாகவும் நிரல்களை நிரைகளாகவும் மாற்றித் தாயமாக எழுதினால் எது மாறாது?

- (vi) வசந், முகுந் ஆகிய இருவர் திங்கள், செவ்வாய், புதன் ஆகிய மூன்று நாட்கள் கதைத்த வெளிச்செல்லும் அழைப்புக்களின் எண்ணிக்கை ஒரு தாயமாக காட்டப்பட்டுள்ளது.

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

- a) தாயத்தின் வரிசை யாது?  
 b) வசந் திங்கட்கிழமை பேசிய வெளிச்செல்லும் அழைப்புக்கள் எத்தனை?  
 c) வசந் மூன்று நாடும் பேசிய வெளிச்செல்லும் அழைப்புக்களை ஒரு நிரல்த்தாயத்தில் காட்டுக?  
 d) இருவரும் பேசிய வெளிச்செல்லும் அழைப்புக்களை ஒரு  $(3 \times 2)$  தாயமாக காட்டுக?

- (vii) கிராமம் ஒன்றில் தெரிவு செய்யப்பட்ட A, B, C ஆகிய குடும்பங்களில் உள்ள ஆண், பெண் பிள்ளைகளின் தகவல் ஒரு தாயத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) தாயத்தின் வரிசை யாது?  
 b) Bயில் உள்ள பெண் பிள்ளைகள் எத்தனை பேர்?  
 c) மூன்று குடும்பங்களிலும் உள்ள ஆண் பிள்ளைகளை ஒரு நிரல் தாயமாக காட்டுக?

- (viii) a)  $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$        $B = \begin{pmatrix} 2 & a \\ b & -2 \end{pmatrix}$       A=B எனின்,  
 a, b என்பவற்றைக் காண்க?

b)  $P = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$        $Q = \begin{pmatrix} a & -1 \\ 3 & b \\ c & 4 \end{pmatrix}$

P=Q எனின், a, b, c என்பவற்றைக் காண்க?

c)  $X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}$        $Y = \begin{pmatrix} 2 & a & 3 \\ b & c & -2 \end{pmatrix}$

X=Y எனின், a, b, c என்பவற்றைக் காண்க?

- (ix)  $A = \begin{pmatrix} x+y & 5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$        $B = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ x+y & -2 \end{pmatrix}$       A=B எனின்,

- a) Aயன் வரிசை யாது?  
 b) x, y என்பவற்றில் இரண்டு சமன்பாடுகளை உருவாக்குக.  
 c) x, y என்பவற்றைக் காண்க?

$$(x) \quad X = \begin{pmatrix} 3 & a+b & 5 \\ p-q & -1 & -3 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2p-q \\ 1 & 2a+b & -3 \end{pmatrix} \quad X = Y \text{ எனின்,}$$

a)  $a, b$  என்பவற்றில் சமன்பாடுகளை அமைத்து  $a, b$  ஐக் காண்க?

b)  $p, q$  என்பவற்றைக் காண்க?

### தாயங்களை கூட்டல், கழித்தல்

வரிசைகள் சமமான இரண்டு தாயங்களைக் கூட்டலாம் அல்லது கழிக்கலாம். அதே வரிசையுடைய தாயமொன்று விடையாகக் கிடைக்கும்.

$$\text{Eg:} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad A + B = \begin{pmatrix} 2+(-1) & 3+3 \\ 4+4 & 1+0 \\ 1+1 & 0+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 8 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2+(-1) & 3+3 \\ 4+4 & 1+0 \\ 1+1 & 0+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 8 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 8 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 2-(-1) & 3-3 \\ 4-4 & 1-0 \\ 1-1 & 0-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

### தாயமொன்றை முழு எண்ணால் பெருக்குதல்

தாயமொன்று ஒரு முழு எண்ணால் பெருக்கும் போது எல்லா மூலகங்களும் அவ்வெண்ணால் பெருக்கப்படும் அதே வரிசையுடைய தாயம் விடையாகப் பெறப்படும்.

$$\text{Eg:} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2A = 2 \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 6 & 2 \\ 8 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

**பயிற்சி**

58. சுருக்குக.

(i)  $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(ii)  $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -4 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 5 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

(iii)  $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

(iv)  $\begin{pmatrix} 4 & 3 & -2 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

(v)  $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 0 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ -3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

(vi)  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

(vii)  $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

(viii)  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

(ix)  $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 4 & 3 & -4 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \\ -4 & -3 & 2 \end{pmatrix}$

(x)  $\begin{pmatrix} 4 & 3 & -2 \\ 3 & 5 & -3 \end{pmatrix}$

59.  $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$        $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$        $C = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

எனின், பின்வரும் தாயங்களைக் காண்க?

(i)  $A + B$

(ii)  $B + C$

(iii)  $A + C$

(iv)  $A - B$

(v)  $B - C$

(vi)  $A + B + C$

(vii)  $A + C - B$

(viii)  $A + B - C$

(ix)  $A - B + C$

(x)  $A - (B + C)$

60. (i)  $A = \begin{pmatrix} x & 3 \\ -4 & x \end{pmatrix}$        $B = \begin{pmatrix} y & 2 \\ 3 & -y \end{pmatrix}$        $C = \begin{pmatrix} 11 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$A + B = C$  எனின்,  $x, y$  என்பவற்றைக் காண்க?



$$(ii) X = \begin{pmatrix} x & p \\ x & p \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} y & -p \\ -y & q \end{pmatrix} \quad X+Y = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -7 & 11 \end{pmatrix}$$

எனின்,  $x, y, p, q$  என்பவற்றைக் காண்க?

61.  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$  எனின்,

(i)  $2A$

(ii)  $3B$

(iii)  $-2B$

(iv)  $-A$

(v)  $A + 2B$

(vi)  $2A + 3B$

(vii)  $2A - B$

(viii)  $2A - 3B$

(ix)  $2(A + B)$

(x)  $3(2A - B)$

என்பவற்றைக் காண்க.

# R. RAKULAN

*Dip in teaching (Maths)*

D 100/1, Kaludamada,  
Hapugastalawa.

**071-8152784 | 060-2541827**

[rakunice@yahoo.com](mailto:rakunice@yahoo.com)

$$(ii) X = \begin{pmatrix} x & p \\ z & q \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} y & -p \\ -y & p \end{pmatrix} \quad X+Y = \begin{pmatrix} x+y & 0 \\ z & 2p \end{pmatrix}$$

matrixes,  $x, y, p, q$  are scalars.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

- (i)  $2A$   
 (ii)  $3B$   
 (iii)  $-2B$   
 (iv)  $-A$   
 (v)  $A+2B$   
 (vi)  $2A+3B$   
 (vii)  $2A-B$   
 (viii)  $2A-3B$   
 (ix)  $2(A+B)$   
 (x)  $3(2A-B)$

matrixes,  $x, y, p, q$  are scalars.

**R. RAKULAN**

Dip in teaching (Maths)

D 100/1, Kaludamada,

Hapugastalawa.

071-8152784 | 060-2541827

rakulnic@yahoo.com



# கணிதவியலாளர்கள் சிலர்



1729 இன் சிறப்பு  
 $1729 = 9^3 + 10^3 = 1^3 + 12^3$

இடம் : கே.சீ. இராமானுஜம்  
தந்தை : கே. சீனிவாசன்  
தாய் : கோமளத்தம்மாள்  
இடம் : இந்தியாவின் ஈரோடு  
சிறப்பு : முதல் "FRS பட்டம்"



**Rene Descartes**  
- France -  
(1596-1650)



**John Napier**  
- Scotland -  
(1550-1617)



**Blaise Pascal**  
- France -  
(1623-1662)



**Pythagoras**  
- Greece -  
(B.C 569-B.C 475)



**Johanes Kepler**  
- Germany -  
(1571-1630)



**John Venn**  
- British -  
(1834-1923)