கணிதம்

1513

1513

1

6 ஆம் வகுப்பு

த. ஜெகதீஸ்வரி

கணிதம் I

ஆறும் வகுப்பு

த. மகேந்திரன்

கல்வித் திணைக்களம் 1966

முதற் பதிப்பு 1966

கல்வித் திணைக்கள வெளியீடு
இலங்கை அரசாங்க அச்சகம்
1966

T. JEGATHEESWARY

உள்ளுறை

மாணவர்க்கு

பாடசாலையிற் கணிதம் கற்பதற்கு உமக்கு உதவும் வகையில் இப் புத்தகம் அமைந்துள்ளது. கணித வகுப்புக்குச் செல்லுமுன் இப்புத்த கத்துட் சில பகுதிகளை நீர் கற்பது நன்று. முன்னதாகக் கற்கவேண் டிய பகுதிகளை உமது ஆசிரியர் உதவியுடன் நீர் தெரிந்திடலாம். பாடம் முடிந்தபின் வகுப்பிற் கற்றதை மீண்டும் இப்புத்தகத்தி லிருந்து கற்றுக்கொள்வது பயன்தரும் முறையாகும். உமது ஆசிரியர் இவ்வாறு பணித்திடாவிடினும் இப்பழக்கத்தை மேற்கொள்வது நன் றாம். ஆயினும் கணித வகுப்பில் நீர் கற்கும் விடயங்கள் யாவும் இப்புத்தகத்தில் இரா.

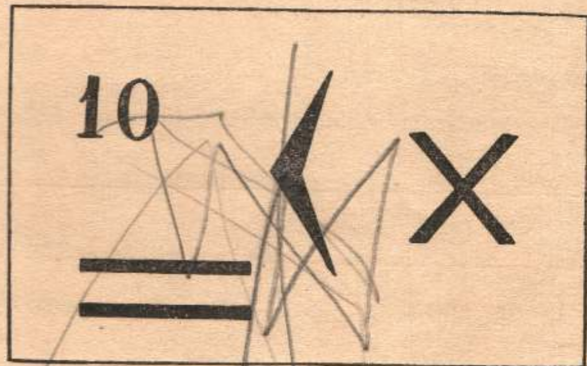
நீர் செய்யக்கூடிய பயிற்சிகள் பல இப்புத்தகத்தில் உள்ளன. ஆர் வத்துடன் அவற்றை நீர் செய்வீரென்று நம்புகிறோம். இப்பயிற்சிகள் பலவற்றுக்குரிய சரியான விடைகள் இப்புத்தகத்தின் இறுதிப்பகுதி யில் உள்ளன. உமது விடைகள் சரியா, பிழையா என்பதை நீரே அறிந்து கொள்வதற்கென்றே இவற்றைத் தந்துள்ளோம். வினாக்கள் யாவற்றுக்கும் நீர் சரியான விடைகளைப் பெறுவீரென எதிர்பார்க்கி றோம். சரியான விடைகள் இராதாயின், விடைகள் சரியா பிழையா என்பதை உமது ஆசிரியர் உதவியுடன் நீர் முடிவுசெய்யலாம். கடின மான பயிற்சிகளுக்கு உடுக்குறி இட்டுள்ளோம்.

உருவங்கள், அட்டவணைகள், பயிற்சிகள் ஆதியவற்றுக்கு நாம் எண் இட்ட முறையை நீர் அறிந்துகொள்ளல் நன்றாம்.

எ-டு. "உரு. 5-6" என்பது-இதனை "உரு. ஐந்து, ஆறு" என வாசிக்கலாம்–5 ஆம் அதிகாரத்திலுள்ள 6 ஆம் உருவத்தைக் குறிக் கின்றது. இவ்வாறே "பயிற்சி 4-2" என்பது – இதனைப் பயிற்சி நான்கு, இரண்டு" என வாசிக்கலாம் – 4 ஆம் அதிகாரத்திலுள்ள 2 ஆம் பயிற்சியைக் குறிக்கின்றது. ஒவ்வோர் அதிகாரத்திலும் உள்ள விடயத்தை உள்ளுறை பற்றிய அட்டவணையிற் கண்டு கொள்க. ஒவ்வோர் அதிகாரமும், உட்பிரிவுகளோடும், துணைத்தலைப்புக்களோ டும் விளங்குவதைப் புத்தகத்தை உற்றுநோக்குவதன் மூலம்அறிந்து கொள்வீர். நீர் படிக்க விரும்பும் பகுதியை இவற்றின் மூலம் எளிதாகக் கண்டுகொள்ளலாம்.

கணிதபாடத்தை விருப்பமுடன் கற்றுக்கொள்வீர் என்பதே எமது நம்பிக்கையாகும்.

1. எண்கள்



உரு. 1–1

பத்து என்ற எண்ணை எழுதும் முறைகள் பல மேலுள்ள வரிப் படத்தில் உள்ளன. நாம் அதனை வழமையாக எழுதும் முறையை எளிதாகத் தெரிந்து கொள்வீர்கள். சில மணிக்கூடுகளின் முகங் களில் " × " ஐக் கண்டிருப்பீர்கள். பத்து என்ற எண்ணை இவ் வாறே உரோமர் எழுதினர். இரு கிடைக்கோடுகளைப் பயன்படுத்திப் பத்து என்ற எண்ணை மாயர் எழுதினர். இவ்வெண்ணைக் குறிப்ப தற்கு மற்றைய குறியைப் பயன்படுத்தியவர் பபிலோனியராவர். பத்து என்ற எண்ணுக்குரிய மேற்காட்டியுள்ள குறிகளொவ்வொன் றும் பத்து என்ற எண்ணின் எண்குறி எனப்படும். மாயர் என்னும் பழங்குடிமக்கள் மத்திய அமெரிக்காவின் வடமேற்குப் பகுதியில் வாழ்ந்தனர். அவர் காலம் பருமட்டாக கி. பி. 160 தொடக்கம் கி.பி. 1440 வரையாகும்.

இந்து அராபிய முறையின் படியே எண்களை நாம் எழுதுகிறோம். இந்துமக்கள் கையாண்ட இம்முறையை அராபிய வியாபாரிகள் ஐரோப் பிய நாடுகளிற் பரப்பியதன் காரணமாய் இப்பெயர் நிலவுவதாயிற்று. இந்து அராபிய முறையில் 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 என்னும் அடிப்படை எண்குறிகள் பத்து உள்ளன. இவ்வடிப்படை எண்குறி களை இலக்கங்கள் என்போம். இவ்விலக்கங்கள் பத்தையும் பயன் படுத்தி, விரும்பிய எவ்வெண்ணையும் நாம் எழுதிக் கொள்ளலாம். எண்குறிகளை எழுதல், அவற்றுடன் கணிப்புவேலைகள் செய்தல்,

மக்களுக்கு இவை எளிதான வேலையாய் எப்போதும் அமையவில்லை. நம்முன்னோர் அனுபவித்த இடர்ப்பாடுகள் சிலவற்றை உணர்வோமாயின், நாம் பயன்படுத்தும் இன்றைய முறையின் சிறப்பைஉணர்ந்து கொள்வோம். அம்மட்டோ! இதனிலும் சிறப்பான முறையொன்றைக் காணவும் முயல்வோம்.

உரோமர் எண்குறிப்பீட்டு முறை

உரு. 1-2 இல் உரோமர் பயன்படுத்திய இலக்கங்கள் சிலவற்றைத் தந்துள்ளோம்.

உரோமர் இலக்கங்கள்	I	V	X	L	C	D	M
இந்து அராபிய இலக்கங்கள்	1	5	10	50	100	500	1000

உரு. 1—2

உரோம எண்குறிகளைப் பயன்படுத்தி எண் ஒன்றை எழுதுவதற்கு அவ்வெண்ணில் எத்தனை ஆயிரங்கள், ஐந்நூறுகள், நூறுகள் ஆதியன உள என்பதை நாம் தெரிந்து கொள்ளல் வேண்டும். உரோம எண்குறிகளைப் பயன்படுத்தி நாலாயிரத்து எழுநூற்றறுபத்து மூன்று என்ற எண்ணை எழுத முயல்வோம். இவ்வெண்ணில்

நான்கு ஆயிரங்கள்
ஒரு ஐந்நூறு
இரு நூறுகள்
ஒரு ஐம்பது
ஒரு பத்து
மூன்று ஒன்றுகள்

என்பன உள.

இவ்வெண்ணுக்குரிய உரோம எண்குறி பின்வருமாறு :—

MMMMDCCLXIII. இது நீளமானதோர் எண்குறியாகும். அவர்கள் பயன்படுத்திய எண்கள் பலவற்றுக்குரிய எண்குறிகள் நீளமாகவே இருந்தன. அவர் தம் எண்குறிப்பீட்டு முறையின் குறைபாடுகளில் இதுவும் ஒன்றாகும். ஆயினும் தமது எண்குறிகளைச் சுருக்குவதற்கு வழி ஒன்றைப் பின்பற்றினர். எடுத்துக்காட்டு ஒன்றை நோக்குவோம். நான்கு என்ற எண்ணுக்குரிய எண்குறியை 1111 ஆகவே

உரோமர் முதல் எழுதினர். எண் நான்கு எண் ஐந்திலும் ஒன்று குறைவாகும் ; எனவே எண் நான்கை iv எனக் குறிக்கத் தொடங்கினர். எண் ஆறை vi எனக் குறித்தனர். இவ்வாறே எண் ஒன்பதைக் குறிப்பதற்கு viiii என எழுதாது ix என எழுதினர். xi எண் பதினொன்றைக் குறித்தது. வேறு சில எடுத்துக்காட்டுக்களையும் கீழே தந்துள்ளோம்.

XL "ஐம்பதிலும் பத்துக் குறைந்த" எண்ணைக் குறித்தது.
LX "ஐம்பதிலும் பத்துக் கூடிய" எண்ணைக் குறித்தது.
XC "நூற்றிலும் பத்துக் குறைந்த" எண்ணைக் குறித்தது.
CX "நூற்றிலும் பத்துக் கூடிய" எண்ணைக் குறித்தது.
CM "ஆயிரத்திலும் நூறு குறைந்த" எண்ணைக் குறித்தது.
MC "ஆயிரத்திலும் நூறு கூடிய" எண்ணைக் குறித்தது.

இவ்வழியைப் பின்பற்றிய பின்னும் உரோம எண்குறிகளுட் பல அவை குறிக்கும் எண்களுக்குரிய இந்து அராபிய எண்குறிகளை விட நீண்டே விளங்கின. எடுத்துக்காட்டாக MCMXLVIII என்பது ஆயிரத்துத் தொழாயிரத்து நாற்பத்தெட்டு என்ற எண்ணுக்குரிய உரோம எண்குறியாகும்.

உரு. 1-2 இல் உரோம இலக்கங்களுட் சிலவற்றையே தந்துள்ளோம். இவ்விலக்கங்கள் மூலம் எந்த எண்ணையும் நாம் எழுதிக் கொள்ளலாம். எடுத்துக்காட்டாக M என்பதை ஐந்நூறு தடவை எழுதுவதன் மூலம் ஐந்து இலட்சம் என்ற எண்ணை நாம் எழுதலாம். உண்மையில் இது மிகவும் நீளமானதோர் எண்குறியாகவே இருக்கும். ஆனால் பத்தாயிரம், ஐம்பதினாயிரம் ஆதிய எண்களுக்குப் புதிய எண்குறிகளை உரோமர் ஆக்கிக் கொண்டனர். எனவே பெரிய எண்களைக் குறிப்பதற்குப் புதிய இலக்கங்களை உரோமர் ஆக்கவேண்டியிருந்தது. ஆனால் இந்து அராபிய முறையிலோ நிலைமை வேறு விதமாயிருந்தது. பத்தே இலக்கங்கள் மூலம் எத்தகைய பெரிய எண்ணையும் நாம் எழுதிக்கொள்ளலாம். ஓர் எடுத்துக்காட்டின் மூலம் இம்முறையை விளங்க முயல்வோம். ஐந்து இலட்சம் என்ற எண்ணை எழுதும் முறையை நோக்குவோம் ; எமக்கு வேண்டியது 5, 0 எனும் இரு இலக்கங்கள் மட்டுமே. ஐந்து இலட்சத்துக்குரிய எண்குறி 500,000 ஆகும். எண்குறியில் இருக்கும் இடத்தைப் பொறுத்து இந்து அராபிய இலக்கம் வெவ்வேறு எண்களைக் குறிக்கும். ஐந்து இலட்சத்துக்குரிய எண்குறியில் "5" என்ற இலக்கம் ஐந்து ஒன்றுகளைக் குறிக்கவில்லை. எண்குறியில் ஒன்றினிடத்தில் இருக்கும்போது மட்டும் "5" என்ற இலக்கம் ஐந்து ஒன்றுகளைக் குறிக்கும். எடுத்துக்

காட்டாக 125 என்ற எண்குறியில் 5 என்ற இலக்கம் ஐந்து ஒன்று களைக் குறிக்கின்றது. ஏனெனில் ஒன்றினிடத்தில் அது இருக்கின்றது. இதற்கு மாறாக உரோம இலக்கமாகிய "V", எண்குறியில் எந்த இடத்தில் இருப்பினும், எப்போதும் ஐந்து ஒன்றுகளையே குறிக்கின்றது. இந்து அராபிய எண் குறிப்பீட்டுமுறை இடப்பெறுமானத்தைப் பயன்படுத்துகின்றது. உரோம எண்குறிப்பீட்டு முறையில் இடப்பெறுமானம் அவ்வளவாகப் போற்றப்படவில்லை.

பயிற்சி 1 – 1

1. பின்வரும் எண்களுக்குரிய உரோம எண்குறிகளை எழுதுக.

(i) மூன்று ஆயிரங்கள், மூன்று நூறுகள், ஒரு ஐம்பது, மூன்று ஒன்றுகள், இவற்றைக் கொண்ட எண்.
MMM CCCLIII

(ii) ஒரு ஐந்நூறு, இரு நூறுகள், நான்கு பத்துக்கள், ஒரு ஐந்து, இரு ஒன்றுகள், இவற்றைக் கொண்ட எண்.
DCC X~~XXX~~ VII

(iii) ஒன்பது ஆயிரங்கள், ஒரு ஐந்நூறு, ஒரு நூறு, இரு பத்துக்கள், மூன்று ஒன்றுகள் இவற்றைக் கொண்ட எண்.
MMMMMMMMM DCXXIII

2. பின்வரும் உரோம எண்குறிகள் குறிக்கும் எண்களை இந்து அராபிய எண்கருறிகள் பயன்படுத்தி எழுதுக.

(i) MMDCCVI 2706

(ii) CMXII 912

(iii) CCCLXVIII 368

(iv) CMLIX 959

3. பின்வரும் இந்து அராபிய எண்குறிகள் குறிக்கும் எண்களை, உரோம எண்குறிகள் பயன்படுத்தி எழுதுக.

(i) 22

(ii) 222

(iii) 2222

4. பின்வரும் உரோம எண்குறிகளில் V குறிக்கும் எண் யாது ?

LV, vi, vii, viii

5. பின்வரும் இந்து அராபிய எண்குறிகளில் 5 குறிக்கும் எண் யாது ?

15, 52, 521, 5342.

மாயர் எண்குறிப்பீட்டு முறை

மாயர் பயன்படுத்திய இலக்கங்கள் உரு. 1 - 3 இல் உள்ளன.

மாயர்			
இந்து - அராபிய	0	1	5

உரு. 1—3

இரண்டு, மூன்று, நான்கு ஆதிய புள்ளிகளை ஒரே நிரையில் எழுதி இரண்டு, மூன்று, நான்கு ஆதிய எண்களைக் குறித்தனர். கோடொன்றும் அதற்கு மேல் ஒரு புள்ளியும் சேர்ந்து ஆறு என்ற எண்ணுக்குரிய எண்குறியாக விளங்கியது. ஒன்று தொடக்கம் பத்தொன்பது வரையுள்ள எண்குறிகளுட் சில, உரு. 1 - 4 இல் உள்ளன.

மாயர்				
இந்து - அராபிய	3	6	10	17

உரு. 1—4

எண்பத்தொன்பதிலும் கூடிய எண்களை எழுதுவதற்கு இடப்பெறுமானத்தை மாயர் பயன்படுத்தினர். 5643 என்னும் இந்து அராபிய எண்குறியில்

இலக்கம் 3 ஒன்றினிடத்தில் உளது ;
இலக்கம் 4 பத்தினிடத்தில் உளது ;
இலக்கம் 6 நூற்றினிடத்தில் உளது ;
இலக்கம் 5 ஆயிரத்தினிடத்தில் உளது ;

என்பனவற்றை ஏற்கனவே படித்திருப்பீர்கள்.

இந்து அராபிய எண்குறியில் வலப்பகுதியிலிருந்து இடப்பகுதிக்குச் செல்லும் போது இலக்கங்களின் இடப்பெறுமானமும் அதிகரிக்கின்றது. இடப்பெறுமானம் அதிகரிப்பதோடு, (இலக்கம் இருக்கக் கூடிய) ஒவ்வோர் இடமும் அதன் வலது பக்க இடத்திலும் பதின் மடங்கு கூடிய பெறுமானமுடையதாக இருக்கின்றது. இந்து அராபிய

எண்குறிகளைக் கிடையாக எழுதுவோம். ஆனால் மாயர், தமது எண் குறிகளை நிலைக்குத்தாகவே எழுதினர். மாயரது எண்குறிகளில் மேல் நோக்கிச் செல்லும் போது இடப்பெறுமானம் அதிகரிக்கின்றது. மாயர் எண்குறியொன்றின் இடப்பெறுமானங்களைப் பின்வரும் வரிப்படம் விளக்குகின்றது.

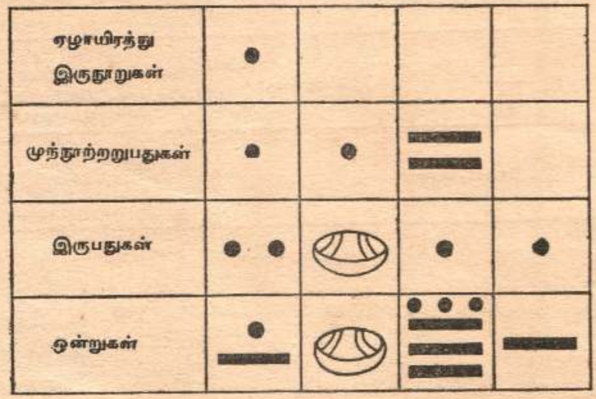
ஏழாயிரத்து இருநூறுகள்

முந்நூற்றறுபதுகள்

இருபதுகள்

ஒன்றுகள்

உரு. 1 – 5 இலுள்ள மாயர் எண்குறிகள் குறிக்கும் எண்களை இந்து அராபிய எண்குறிகள் மூலம் எழுதிப் பார்ப்போம். (இடங்களை வேறாக்கிக் காட்டுவதற்குக் கோடுகளை மாயர் பயன்படுத்தவில்லை. உங்களை வழிப்படுத்தவே அவற்றைப் பயன்படுத்தியுள்ளோம்.)



உரு. 1—5

முதல் நிரலிலுள்ள எண்குறி

ஒரு ஏழாயிரத்து இருநூறையும்

\+ ஒரு முந்நூற்றறுபதையும்

\+ இரு இருபதுகளையும்

\+ ஆறு ஒன்றுகளையும்

குறிக்கின்றது. எனவே அவ்வெண்ணுக்குரிய இந்து அராபிய எண் குறி 7606 ஆகும்.

இரண்டாம் நிரலிலுள்ள எண்குறி

ஒரு முந்நூற்றறுபதையும்

\+ பூச்சியம் இருபதையும்

\+ பூச்சியம் ஒன்றையும்

குறிக்கின்றது. எனவே அவ்வெண்ணுக்குரிய இந்து அராபிய எண் குறி 360 ஆகும்.

மூன்றும் நிரலிலுள்ள எண்குறி

பத்து முந்நூற்றறுபதையும்

\+ ஒரு இருபதையும்

\+ பதினெட்டு ஒன்றுகளையும்

குறிக்கின்றது. எனவே அவ்வெண்ணுக்குரிய இந்து அராபிய எண் குறி 3638 ஆகும்.

நான்காம் நிரலிலுள்ள எண்குறி

ஒரு இருபதையும்

\+ ஐந்து ஒன்றுகளையும்

குறிக்கின்றது. எனவே அவ்வெண்ணுக்குரிய இந்து அராபிய எண் குறி 25 ஆகும்.

நடைமுறையிற் பயில்வதற்கு மாயர் முறை எளிதானமுறையல்ல என ஒத்துக்கொள்வீர்கள். தமது பண்பியல் வாழ்வின் முக்கிய தேதிகளைக் குறிப்பதற்கே மாயரும் சிறப்பாக அதனைப் பயண்படுத்தினர். மாயர் தம் முறையை இன்று நாம் பயன்படுத்த விரும்பினும், அவ்வாறு பயன்படுத்தாமல் இருப்பதற்குச் சிறப்பானதோர் காரணம் உண்டு. மாயர் எண்குறிகளுட் சில ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட எண்களைக் குறிப்பதே அக்காரணமாகும். உதாரணமாக ∸ என்பது ஆறு, இருபத்தைந்து ஆதிய இரு எண்களையும் குறித்தது. ஆறு என்ற எண்ணைக் குறிப்பதற்குத் தனி இலக்கமொன்றை மாயர் பெற்றிருப்பின், இத்தடுமாற்றம் தோன்றியிராது. உதாரணமாக எண் ஆறுக்கு .— என்பது எண்குறியாய் இருந்திருப்பின், ஆறுக்கும் இருபத்தைந்துக்குமுரிய எண்குறி பற்றிய தடுமாற்றம் தோன்றியிராது. எமது எண் குறிப்பீட்டு முறையில் இத்தகைய இடர்ப்பாடுகள் தோன்றுவதில்லை. எமக்கு வேண்டிய இலக்கம் ஒவ்வொன்றுக்கும் தனிப்பட்ட குறி இருப்பதே இதன் காரணமாகும்.

வேறு சில எண்குறிப்பீட்டு முறைகள்

பபிலோனியரும் தமது எண்குறிப்பீட்டு முறையில் இடப்பெறுமானத்தைப் பயன்படுத்தியுள்ளனர். உரு. 1–6 இல் அவரது எண்குறிகள் சிலவற்றைத் தந்துள்ளோம். பூச்சியத்துக்கென ஓர் குறியைப் பபிலோனியர் வழமையாகப் பயன்படுத்தவில்லை. இலக்கங்களுக்கிடையிற் பூச்சியத்துக்கான இலக்கம் இருக்க வேண்டிய இடத்தை அவர்கள் வெற்றிடமாகவே பெரும்பாலும் விட்டனர்.

பபிலோனியர் போன்று நாமும் பூச்சியங்கள் இருக்கவேண்டிய இடங்களை வெற்றிடமாக விடுவோமென வைத்துக்கொள்வோம். அப்போது நூற்றிரண்டு, ஆயிரத்திரண்டு, பத்தாயிரத்திரண்டு ஆதிய எண்களுக்குரிய எண்குறிகள் யாவும் ஒரே மாதிரியே காணப்படும். 1 2 என்னும் எண்குறியை நோக்கும் போது அது குறிக்கும் எண் யாதென அறியமுடியாது நாம் தடுமாற்றமடைவோம். எனவே பூச்சியத்துக்கென ஓர் இலக்கம் இல்லாது எண்களை எழுதுவோமாயின், ஓரெண்ணை வேறொன்றாக எண்ணித் தடுமாறுவோமென்பது உமக்கு விளங்கும்.

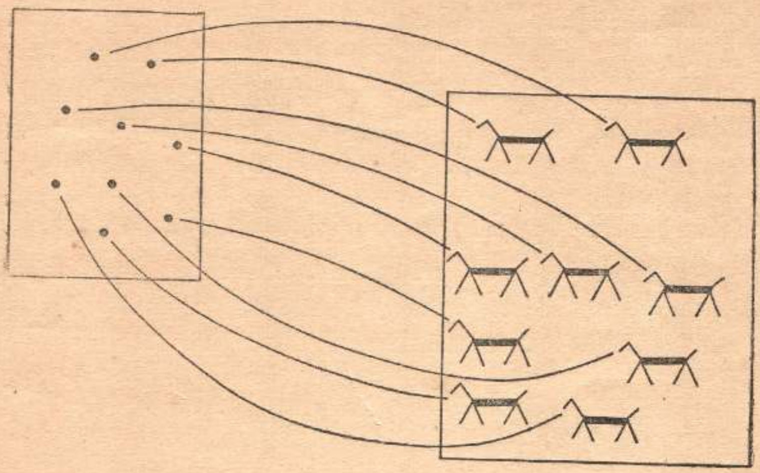
இந்து-அராபிய	1	2	10	20	60	120
பபிலோனிய	𒁹	𒈫	𒌋	𒎙	𒁹	𒈫
சிங்கள	𑇡	𑇢	𑇪	𑇫	𑇮	𑇴𑇫
தமிழ்	௧	௨	௰	௨௰	௬௰	௱௨௰

உரு. 1–6

முழு எண்கள், பின்னங்கள்

எண்களுக்குரிய எண்குறிகளை எழுதும் முறை பற்றி இதுவரை ஆராய்ந்துள்ளோம். உண்மையில் முழு எண்களுக்குரிய எண்குறி

களையே நாம் எழுதியுள்ளோம். ஆனால் இதனை வெளிப்படையாக நாம் கூறவில்லை. மனிதன் ஆக்கிய முதல் எண்கள் இவையே. பழங் காலத்து எமது முன்னோர் ஒருவரது வாழ்க்கையை நோக்குவோம். தமது மந்தையிலுள்ள ஆடுகள் யாவும் பத்திரமாய் உள்ளனவா எனப் பார்ப்பது அவரது கடமையாயிருந்திருக்கும். ஒன்று, இரண்டு, மூன்று என எண்ணி உம்மிடமுள்ள மாபிளின் தொகையை நீர் கணக்கிடலாம். இப்பெயர்கள் யாவற்றையும் பிற்காலத்திலேயே நாம் ஆக்கியபடியால் இவ்வாறு எண்ணுதல் எமது முன்னோரால் முடிந் திராது. அவர் பின்வரும் முறையைப் பின்பற்றியிருப்பர்; மந்தையி லுள்ள ஒவ்வோர் ஆட்டுக்கும் கல்லொன்றை அவர் வைத்துக்கொள் வர். எனவே தம்மிடம் உள்ள கற்களின் தொகை மந்தையிலுள்ள ஆடுகளின் தொகைக்குச் சமமென்பதை அறிந்து கொள்வர். இதனை உரு. 1–7 இலுள்ள வரிப்படம் மூலம் விளக்கலாம்.



உரு. 1–7

கற்கள் எத்தனையோ ஆடுகளும் அத்தனையே, ஆடுகள் எத்தனையோ கற்களும் அத்தனையே. கற்களுக்கும் மந்தையிலுள்ள ஆடுகளுக்கும் இடையில் ஒன்றுக்கொன்றான ஒத்தியைபு உண்டென இன்றைய கணிதச் சார்புடைய மொழியில் இதனை விளக்கலாம்.

வலது கை விரல்களுக்கும் இடது கை விரல்களுக்குமிடையில் ஒன்றுக்கொன்றுன ஒத்தியைபு உண்டென்பதை எமது முன்னோர் அறிவர். இவ்வாறே வலதுகை விரல்களுக்கும் இடதுகால் விரல்களுக்குமிடையிலும், வலது கை விரல்களுக்கும் வலதுகால் விரல்களுக்குமிடையிலும் ஒன்றுக்கொன்றுன ஒத்தியைபு இருப்பதையும் எமது முன்னோர் அறிவர். மேலே குறித்த கூட்டங்கள் யாவற்றுக்கிடையிலும்–ஒவ்வொரு கையின் விரல்கள், ஒவ்வொரு காலின் விரல்கள்–பொது இயல்பு ஒன்றிருப்பதை அவர் தெரிந்து கொள்வர். இக்கூட்டங்களுள் எவ்விரண்டுக்கிடையிலும் ஒன்றுக்கொன்றுன ஒத்தியைபு இருப்பதே அப் பொதுஇயல்பாகும். ஒவ்வொரு கூட்டத்திலும் ஐந்து உறுப்புக்கள் உண்டென்று இன்றைய மொழியில் இவ்வியல்பை நாம் விளக்கலாம். வேருேர் பெயரால் இதனை எமது முன்னோர் விளக்கி இருப்பர். இம்முறையிலேயே ஏனைய சிறிய முழு எண்களும் தோன்றியிருக்கும்.

மனித வாழ்க்கை வளர்ச்சியடைந்த போது அன்றுடச் செயல்களை விளக்குதற்கு முழு எண்கள் போதாதிருந்தன. அடிமட்டம் ஒன்றைப் பயன்படுத்தி மேசையின் நீளத்தை அளக்கும் போது அதன் நீளம் சில அடிகளாகவும், அடியொன்றின் குறைப்பகுதியாகவும் இருப்பதை நீர் காணக்கூடும். எனவே அலகை மேலும் சிறிய சம பகுதிகளாகப் பிரிப்பது அவசியமாகின்றது. முழு அலகு ஒன்றை ஆறு சம பகுதிகளாகப் பிரித்து விட்டதாக வைத்துக் கொள்வோம். இப்பகுதிகளில் ஒன்றையோ, இரண்டையோ, ஐந்து போன்றவற்றையோ எமது அளவீடுகளில் நாம் பயன்படுத்த வேண்டியிருக்கும். எனவே அலகின் பிரிவுகளைக் குறிப்பது அவசியமாகின்றது.

(1) முழு அலகு ஒன்று எத்தனை சமபகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது என்பதையும்

(2) அச்சம பகுதிகளுள் எத்தனையை நாம் பெற்றுக்கொண்டோம் என்பதையும்

எடுத்துக்கூறும் பெயரொன்று இருப்பது நன்று. இதற்கு இரு எண்கள் தேவையாகின்றன. அலகு ஒன்று எத்தனை சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது என்பதை ஓர் எண் காட்டுதல் வேண்டும். இச்சம பகுதிகளுள் எத்தனையைப் பெற்றுக் கொண்டோம் என்பதை மற்

றைய எண் காட்டுதல் வேண்டும். பின்னம் மூன்றில் இரண்டைப் பழைய முறையில் $\frac{2}{3}$ என எழுதினர். இரு எண்களுக்குமுரிய எண் குறிகளை ஒன்றின் மேல் ஒன்ருய் எழுதினர். அலகு எத்தனை சமபகுதி களாகப் பிரிக்கப்பட்டதென்பதைக் கீழுள்ள எண்குறி காட்டுகின்றது. அவற்றுள் எத்தனை பகுதிகளைப்பெற்ரேம் என்பதை மேலுள்ள எண்குறி காட்டுகின்றது. இரு எண்குறிகளுக்குமிடையிற் பிற்காலத் திற் சிறிய கிடைக்கோடு ஒன்றை இட்டனர். பின்னங்களைத் தற்காலத் தில் எழுதும் முறைகளுள் இதுவும் ஒன்ருகும். 2/3 என எழுதுவது வேருேர் முறையாகும். அலகு எத்தனை சமபகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட் டுளது என்பதைக் காட்டும் எண்குறி **பகுதி** எனப்படும். பெற்ற சமபகுதிகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் எண்குறி **தொகுதி** எனப்படும். ஆரம்ப பாடசாலையில் இச்சொற்களை அறிந்திருப்பீர்கள்.

கணித வகுப்பறைக்கு வெளியே பெருமளவிற் பயன்படுத்த வேண் டிய பின்னங்கள் சிலவற்றை எழுதிக் கொள்வோம். $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{4}$ என்பன அவற்றுட் சில. சிலவேளைகளில் இவற்றைத் தனியாகவே பயன்படுத்துவோம். ஆயினும் $2\frac{1}{2}$ கொத்து அரிசி, $1\frac{3}{4}$ யார் சீலை, எனக் கூறவேண்டிய பல சந்தர்ப்பங்களில் முழு எண்களுடன் இணைத்தே பயன்படுத்துவோம்.

இரண்டரை போன்ற எண் முழு எண்பகுதியையும், பின்னப் பகுதி யையும் கொண்டுளது. எனவே அது ஓர் **கலப்பு எண்** எனப்படும். ஒன்றேமுக்கால் போன்ற எண்ணும் கலப்பெண்ணுகும்.

பயிற்சி 1–2

1. பலசரக்குக் கடையிற் பொருள்கள் வாங்கும் போது "அரை இருத்தல்", "காற்போத்தல்" போன்ற சொற்றெடர்களைப் பயன் படுத்துகிரேம். இரும்புக் கடையிற் பொருள் வாங்கும்போது நாம் பயன்படுத்தக் கூடிய இத்தகைய (பின்னத்தின் பெயருள்ள) சொற் றெடர்களின் பட்டியலொன்றைத் தயாரித்திடுக.

தசம பின்னங்கள்

ஒன்று தொகுதியாகவும், மற்றையது பகுதியாகவும் அமையக் கூடிய இரு எண்கள் பின்னமொன்றைக் குறிப்பதற்குத் தேவைப்படு மென முன்னமே கூறியுள்ளோம். பகுதியை எழுதாது பின்னங்களை எழுதும் முறை யொன்று உண்டு. ஆரம்பபாடசாலையில் நீங்கள் படித்த தசமபின்னங்களையே இவ்வாறு குறிப்பிடுகிரேம்.

தசமபின்னம்	பொதுப்பின்னம்	
	தொகுதி	பகுதி
.2	2	10
.5	5	10
.50	50	100
.05	5	100
.25	25	100
.005	5	1000
.025	25	1000
.125	125	1000
2.5	25	10

தசம பின்னங்களில் எழுதாது விட்ட பகுதிகள் எப்போதும்

பத்து ஆகவோ

நூறு ஆகவோ

ஆயிரம் ஆகவோ

பதினுயிரம் போன்றவையாகவோ இருக்கும்

2, 4, 3, 20, 80, 500 போன்ற ஏனைய எண்கள் பகுதியாக வரா.

இந்து அராபிய எண்குறியொன்றின் இலக்கங்களுள் வலப்பகுதியிலிருந்து இடப்பகுதிக்குச் செல்லும் போது ஒன்று, பத்து, நூறு, ஆயிரம், பதினுயிரம் போன்ற எண்கள் முறையே அவ்விலக்கங்களின் அடுத்தடுத்து வரும் இடப்பெறுமானங்களாகும் என்பது உங்களுக்கு ஞாபகமிருக்கலாம்.

ஒன்றினிடத்துக்கு வலக்கைப் பகுதியில் இலக்கங்களை எழுதுவதன் மூலம் பத்தின் கூறுகள், நூற்றின் கூறுகள், ஆயிரத்தின் கூறுகள்

ஆதியவற்றை நாம் குறித்திடலாம். இவ்விலக்கத் தொடைகள் இரண்டையும் பிரிப்பதற்குக் குறியீடொன்று தேவையாகின்றது. தசமப் புள்ளியை இதற்காகப் பயன்படுத்துகின்றோம்.

.5 இற் போல் தசமப்புள்ளியின் வலப்பகுதியில் ஒரே ஒரு இலக்கம் இருப்பின், பகுதி பத்தாகும். .25, .05, .50 ஆதியவற்றிற்போல் தசமப்புள்ளியின் வலப்பகுதியில் இரு இலக்கங்கள் இருப்பின் பகுதி நூறு ஆகும். .005, .125 ஆகியவற்றிற் போல் தசமப் புள்ளியின் வலப்பகுதியில் மூன்று இலக்கங்கள் இருப்பின் பகுதி ஆயிரம் ஆகும்.

தசம பின்னத்திலிருந்து அது குறிக்கும் பொதுப் பின்னத்தைப் பெறுவது எளிதாகும். எளிதான சில பொதுப் பின்னங்களைத் தசம பின்னங்களாக்கி எழுதும் முறையைப் படித்திருப்பீர்கள். இவை பற்றிப் பிறகு மேலும் படிப்போம்.

எண்கள் பற்றியும், அவற்றை எழுதும் முறை பற்றியும் இவ்வதிகாரத்திற் படித்துள்ளோம். பண்டைய எண்குறிப்பீட்டு முறைகள் சில, இன்று நாம் பயன்படுத்தும் முறைபோல அவ்வளவு நன்றாக அமையவில்லை என்பதை அறிந்திருப்பீர்கள். முழு எண்களை ஆக்கி நெடுங்காலத்துக்குப் பின்னரே பின்னங்களை மனிதன் ஆக்கினான் என்பதையும் அறிந்திருப்பீர்கள். இன்றைய தேவைகளுக்கு முழு எண்களும் பின்னங்களும் போதாதென்பதை நீங்கள் பிறகு உணர்வீர்கள். வேறுபிற எண்களையும் மனிதன் ஆக்க வேண்டியிருந்தது.

2. திண்மங்கள்

வகுப்பில் நீர் இருக்கும் போது உமது உள்ளங்கைகளை மேசையில் வைத்து மேசையின் மேற்பகுதியைத் தொட்டு உணர்ந்திருப்பீர். கரும்பலகையை அழிக்கும் போது அதனைத் தொட்டு உணர்ந்திருப்பீர். வெண்கட்டி உள்ள பெட்டி, செங்கல், தீப்பெட்டி போன்றவற்றையும் தொட்டு உணர்ந்திருப்பீர். எலுமிச்சம் பழம், தோடம்பழம், முட்டை, கால்பந்து போன்ற திண்மங்களையும் தொட்டிருப்பீர். இப் பொருள்களை இரு வேறு தொடைகளாக வகுப்போம்.

தொடை A	தொடை B
மேசை	எலுமிச்சம்பழம்
கரும்பலகை	தோடம்பழம்
வெண்கட்டிப் பெட்டி	முட்டை
செங்கல்	கால்பந்து
தீப்பெட்டி	விளாம்பழம்

இவ்விரு தொடைகளிலுமுள்ள திண்மங்களைத் தொட்டுப் பார்ப்பதன் மூலம் நீர் ஒன்றை உணர்ந்திருப்பீர். தொடை A இலுள்ள திண்மங்கள் தட்டை மேற்பரப்புக்கள் உடையன. தொடை B இலுள்ள திண்மங்கள் தட்டையற்ற மேற்பரப்புக்கள் உடையன. தொடைகள் A, B என்பன வற்றில் அடங்கக் கூடிய வேறு பல பொருள்களையும் இனங்கண்டுகொள்வீர்.

தட்டை மேற்பரப்புக்கள், தட்டையற்ற மேற்பரப்புக்கள், இவை இரண்டையுமுடைய பொருள்களும் உள என்பதை உணர்ந்திருப்பீர். இத்தகைய பொருளுக்கு உமது மைப்போத்தல் ஓர் எடுத்துக்காட்டாகும். அதன் அடி, தட்டை மேற்பரப்பாகவும், பக்கங்கள் தட்டையற்ற மேற்பரப்புக்களாகவும் பெரும்பாலும் இருக்கக்கூடும். பென்சில் சீவும் கருவி வேறோர் எடுத்துக்காட்டாகும்.

பயிற்சி 2–1

1. தகரப்பேணிகள், பல உருவில் அமைந்த போத்தல்கள், போத்தல் மூடிகள், ஆணிகள், பூட்டுக்கள், தச்சர் வேலைக்களத்திலுள்ள மரத்துண்டுகள், பழைய மின்கலங்கள், குமிழ்கள், தீப்பெட்டிகள்,

இத்தகைய பொருள்கள் பலவற்றைத் திரட்டுக. பின்வருவனவற்றுக்குரிய எடுத்துக்காட்டுக்களை இத்திரட்டிலிருந்து பெற்றுக் கொள்க.

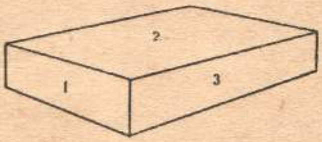
(i) தட்டை மேற்பரப்புக்கள் மட்டும் உடைய பொருளொன்று. மேசை

(ii) தட்டையற்ற மேற்பரப்புக்கள் மட்டும் உடைய பொருளொன்று. ஏழுமிச்

(iii) தட்டையான மேற்பரப்புக்களையும் தட்டையற்ற மேற்பரப்புக்களையும் உடைய பொருளொன்று.

விளிம்புகள்

ஒன்றிலும் கூடிய மேற்பரப்புக்கள் உள்ள பொருள்கள் சிலவற்றை நோக்குவோம். புகைப்படத்தில் உரு. **2-1** இல் உள்ளது போன்ற பெட்டியொன்றை எடுத்துக் கொள்வோம்.



உரு. 2-1

மேற்பரப்புக்கள் ஆறு இருப்பதை நீர் எண்ணித் தெரிந்து கொள்ளலாம். நீர் பார்க்கும் பெட்டியின் மேற்பரப்புக்களுள் மூன்றுக்கு, உரு. 2-1 இற் காட்டியவாறு, எண் இடுக. மேற்பரப்புக்கள் 1 உம் 2 உம் ஒன்றை ஒன்று சந்திப்பதால் விளிம்பு தோன்றியதை நீர் பார்க்கலாம். மேற்பரப்புக்கள் 2உம், 3உம் சந்திப்பதாலும், மேற்பரப்புக்கள் 1உம், 3உம் சந்திப்பதாலும் விளிம்புகள் தோன்றுவதைத் தொட்டு உணர்ந்து கொள்ளலாம். இப்பெட்டியிலுள்ள வேறு விளிம்புகளையும் நீர் தொட்டு உணர்ந்து கொள்ளலாம். இரு மேற்பரப்புக்கள் ஒன்றை ஒன்று சந்திக்கும் போது இவ்விளிம்புகள் தோன்றுவதை அவதானித்துள்ளீரா ?

தட்டையான மேற்பரப்புக்கள் அல்லது தட்டையற்ற மேற்பரப்புக்கள் உடைய பொருள்களிலும் விளிம்புகள் உள்ளன. தட்டையான மேற்பரப்பும் தட்டையற்ற மேற்பரப்பும் சந்திக்கும் போது சில விளிம்புகள் தோன்றுகின்றன. இரு தட்டையற்ற மேற்பரப்புக்கள் சந்திப்பதாலும் சில விளிம்புகள் தோன்றுகின்றன. உரு. 2-1 இல் உள்ள பெட்டியின் விளிம்புகள் போல் இவை நேரான விளிம்புகளாய் இரா. நேரான விளிம்புகள், வளைந்த விளிம்புகள் என விளிம்புகள் இரு வகைப்படும்.

பயிற்சி 2–2

1. பயிற்சி 2–1 உக்காகப் பெற்ற திரட்டிலிருந்து பின்வருவன வற்றுக்கு எடுத்துக்காட்டுக்கள் பெறுக.

(i) இரு தட்டை மேற்பரப்புக்கள் சந்திப்பதால் தோன்றும் நேர் விளிம்பு.

(ii) இரு தட்டையற்ற மேற்பரப்புக்கள் சந்திப்பதால் தோன்றும் நேர் விளிம்பு.

(iii) தட்டையான மேற்பரப்பும், தட்டையற்ற மேற்பரப்பும் சந்திப்ப தால் தோன்றும் நேர்விளிம்பு.

(iv) தட்டையான மேற்பரப்பும், தட்டையற்ற மேற்பரப்பும் சந் திப்பதால் தோன்றும் வளைந்த விளிம்பு.

(v) இரு தட்டையற்ற மேற்பரப்புக்கள் சந்திப்பதால் தோன்றும் வளைந்த விளிம்பு.

2. பின்வருவனவற்றைக் கூரான கத்தியினுல் வெட்டிப் பலவித உருவுடன் கூடிய பொருள்களை எளிதாகப் பெறலாம் :

வாழைப்பழம், பலாப்பழம் ஆதியவற்றின் நடுத்தண்டு, பப்பாசிக் காய்த் துண்டுகள், உருவங்கள் அமைப்பதற்குரிய களிமண், உருளைக்கிழங்கு.

பின்வரும் இயல்புகளுடைய பொருள்களை அமைத்திடுக.

(i) தட்டை மேற்பரப்புக்கள் மட்டும் உடைய பொருள் (வளைந்த விளிம்புகள் அப்பொருளில் இருக்க முடியுமா ?)

(ii) தட்டை மேற்பரப்புக்களையும், தட்டையற்ற மேற்பரப்புக்களையு முடைய பொருள்.

(iii) மேற்பரப்புக்களுள் 2 தட்டையாகவும், ஏனையவை தட்டை யற்றனவாகவுமுடைய பொருள்.

(iv) ஒரு தட்டை மேற்பரப்பையும், ஒரு தட்டையற்ற மேற்பரப்பையு முடைய பொருள்.

உச்சிகள்

மீண்டும் உரு. 2–1 ஐ நோக்குக. சில விளிம்புகளும் சந்திப்பதைக் காண்பீர்கள். நீங்கள் திரட்டிய பொருள்களிலும், ஆக்கிய பொருள் களிலும் இதனைக் கண்டு கொள்ளலாம். உரு. 2–1 இல் உள்ளது

போன்ற பெட்டியொன்றைப் பெறுக. அதனை ஆராய்ந்து பார்த்தாற் பெட்டியின் மூலையொன்றில் எப்போதும் மூன்று விளிம்புகள் சந்திப்பதைக் காண்பீர். பெட்டி உரு அமைந்த திண்மங்களில் இரு விளிம்புகள் மட்டும் சந்திக்கும் மூலைகள் இரா.

பயிற்சி 2–3

1. பின்வரும் இயல்புகள் உடைய பொருள்களுக்கு எடுத்துக்காட்டுக்கள் தருக, அல்லது அவற்றை ஆக்குக. (பயிற்சி 2–1 ஐப் பார்த்திடுக.)

(i) இரு நேர் விளிம்புகளும் ஒரு வளைந்த விளிம்பும் சந்திக்கும் மூலை.

(ii) நேர்விளிம்பு ஒன்று இரு வளைந்த விளிம்புகளைச் சந்திக்கும் மூலை.

(iii) மூன்று வளைந்த விளிம்புகள் சந்திக்கும் மூலை.

(iv) மூன்றிலுங் கூடிய விளிம்புகள் சந்திக்கும் மூலை.

இம் மூலைகளுக்கான கணிதச் சார்புடைய பெயர் **உச்சிகள்** ஆகும். நாம் நோக்கிய எடுத்துக்காட்டுக்களிலிருந்து மூன்று அல்லது மூன்றிலுங் கூடிய விளிம்புகள் சந்திக்கும் போதுதான் உச்சி தோன்றுகிறது எனக் கொள்ளலாம். இதற்குள்ள விதிவிலக்கை நீர் பின் அறிந்து கொள்வீர்.

பெட்டி உருவமைந்த திண்மங்களின் ஓரியல்பு

தட்டை மேற்பரப்புக்கள் மட்டும் உள்ள திண்மங்களுள் வெண்கட்டிப் பெட்டியை நாம் நன்குக ஆராய்ந்துள்ளோம். மேற்பரப்புக்களோடு விளிம்புகளும், உச்சிகளும் அதில் இருப்பதைப் பார்த்தோம். திண்மத்தின் தட்டை மேற்பரப்புக்கள் அதன் முகங்கள் எனப்படும். அதற்கு ஆறு முகங்கள் இருப்பதைப் பார்த்தோம்.

பன்னிரண்டு விளிம்புகளும், எட்டு உச்சிகளும் அதற்கு இருப்பதை நீர் எண்ணித் தெரிந்து கொள்ளலாம். ஏனைய பெட்டி உருவமைந்த திண்மங்களில் இதே எண்ணிக்கையுடைய முகங்களும், விளிம்புகளும், உச்சிகளும் இருக்குமா ?

தீப்பெட்டிகள், காட்போட் பெட்டிகள், போன்ற பெட்டி உருவமைந்த திண்மங்களை நோக்குக. அல்லது பயிற்சி 2–2 இல் வினா 2 இல் விளக்கியது போல் சில பெட்டி உருவமைந்த திண்மங்களை வெட்டியெடுத்து ஆராய்க. ஒவ்வோர் திண்மத்துக்கும் பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக.

அட்டவணை 2-1

திண்மத்தின் பெயர்	முகங்களின் எண்ணிக்கை	விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை	உச்சிகளின் எண்ணிக்கை
வெண்கட்டிப் பெட்டி ..	6	12	8

இவற்றுக்குப் பெட்டி 1, பெட்டி 2, எனப் பெயரிடுவது சிறப்பாகும்.

நிரப்பிய அட்டவணையைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் வினுக்களுக்கு விடை தருக.

பயிற்சி 2-4

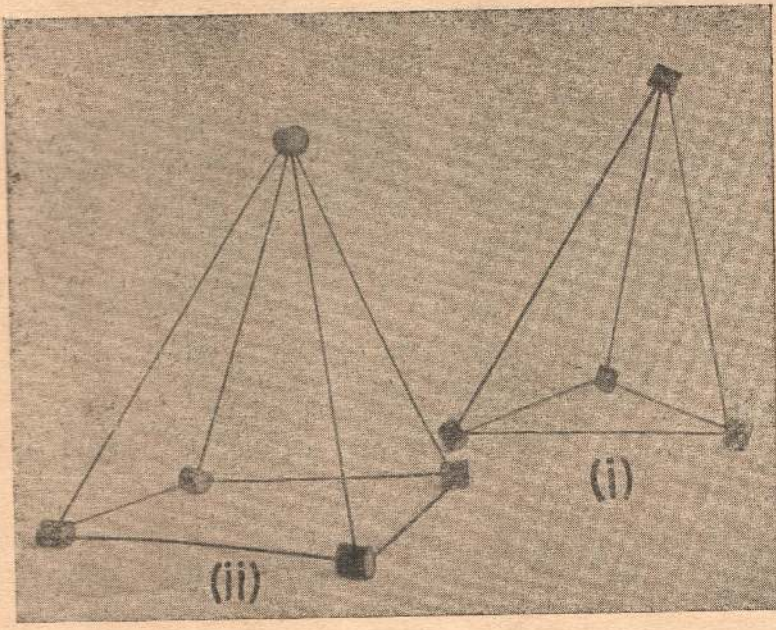
1. பெட்டி உருவமைந்த திண்மத்தில் ..6..முகங்களும் .12... விளிம்புகளும்..8... உச்சிகளும் உள்ளன.

2. பெட்டி உருவமைந்த திண்மத்தில் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை முகங்களின் எண்ணிக்கையிலும். கூட

3. ஒவ்வொரு நிரையிலும் மிகப் பெரிய எண் ...... எண்ணிக்கையைத் தருகின்றது.

கூம்பகங்களின் முகங்களும், விளிம்புகளும், உச்சிகளும்

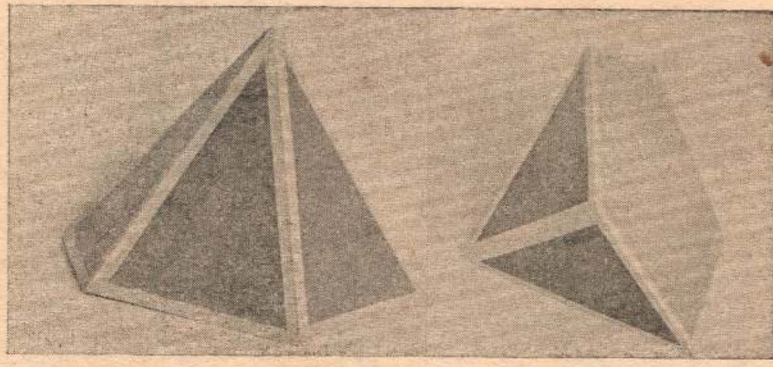
தட்டை மேற்பரப்புக்கள் மட்டும் உடைய வேறு சில திண்மங்களை நாம் ஆராய்ந்து பெறும் முடிபுகள், பெட்டி உருவமைந்த திண்மங்கள் பற்றிய முடிபுகளை ஒத்திருக்குமா ? தட்டை மேற்பரப்புக்கள் மட்டும் உடைய வேறு சில திண்மங்களை ஆக்க முயல்வோம். எளிதான முறையொன்றைப் பின்பற்றுவதன் மூலம் திண்மங்கள் பலவற்றை ஆக்கி விடலாம். பட்டங்கள், வெசாக் கூடுகள் போன்றவற்றை மக்கள் ஆக்குவதைப் பார்த்திருப்பீர்கள். வேண்டிய உருவிலமைந்த சட்டப் படலைத் தடிகளால் அமைப்பர். பின் நிறத்தாளைச் சட்டப்படலில் ஒட்டுவர். சட்டப்படலை அமைப்பதற்குத் தடிகளை ஒன்றோடொன்று கட்டுதல் வேண்டும். நேரத்தை விரயமாக்காது தடிகளை நாம் களிமண்ணால் சேர்த்துக் கொள்ளலாம். தடிகளுக்குப் பதிலாக ஈர்க்குத் துண்டுகளையும் பயன்படுத்தலாம். நாம் ஆக்கக் கூடிய இருவித சட்டப்படல்களை உரு. 2-2 இல் அமைந்த புகைப்படம் விளக்குகிறது.



உரு. 2-2

மேசையின் மேற்பகுதியிற் படிந்துள்ள சட்டப்படலின் பகுதியை நோக்குக. சட்டப்படல் (i) இல் அப்பகுதி 3 ஈர்க்குகளைக் கொண்டுள்ளது. சட்டப்படல் (ii) இல் அப்பகுதி 4 ஈர்க்குகளைக் கொண்டுள்ளது. இச்சட்டப்படல்களை ஆக்கும் முறையை உமது ஆசிரியர் உமக்கு விளக்கிக் காட்டுவர். முகங்கள், விளிம்புகள், உச்சிகள் ஆதியவற்றின் எண்ணிக்கையை எண்ணிக் காண்பதே எமது நோக்கமாதலால்; சட்டப்படல் மேல் நிறத்தாளை ஒட்ட வேண்டியதில்லை. இவை **கூம்பகம்** எனப்படும் திண்மத்தின் சட்டப்படல்களாம். சட்டப்படல் (i) மூன்று விளிம்புகளைக் கொண்ட அடியினையுடைய கூம்பகத்தின் சட்டப்படல் ஆகும். சட்டப்படல் (ii) நான்கு விளிம்புகள் கொண்ட அடியினையுடைய கூம்பகத்தின் சட்டப்படல் ஆகும். 5, 6, 7 ஆதிய விளிம்புகள் கொண்ட அடியினையுடைய கூம்பகங்களின் சட்டப்படல்களை ஆக்கும் முறையை உமது ஆசிரியர் செய்து காட்டுவர். இத்தகைய சட்டப்படல்களை நாம் ஆக்கி அவற்றின் முகங்கள், விளிம்புகள், உச்சிகள் பற்றி அறிந்து கொள்ளலாம். ஐந்து விளிம்புகள் கொண்ட அடியினை

யுடைய **கூம்பகமொன்றின்** இரு தோற்றங்களை உரு. 2-3 இற் காணலாம். மேசையின் மேற்பகுதியில் அடி படிந்துள்ளதை ஒரு தோற்றம் காட்டுகிறது.



உரு. 2-3

பயிற்சி 2-5

1. நீர் ஆக்கிய சட்டப்படல்களை ஆராய்ந்து பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக. "3 விளிம்புகள் கொண்ட அடியினையுடைய கூம்பகம்" என்பதை கூ. III எனவும், "4 விளிம்புகள் கொண்ட அடியினை யுடைய கூம்பகம்" என்பதை கூ. IV எனவும் சுருக்கலாம். ஏனையவற் றுக் ம் இவ்வாறே கொள்க.

அட்டவணை 2-2

கூம்பகம்	அடியிலுள்ள விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை	விளிம்புகளின் முழு எண்ணிக்கை	உச்சிகளின் எண்ணிக்கை	முகங்களின் எண்ணிக்கை
கூ. III	3	6	4	4
கூ. IV	4	8	5	5
கூ. V	6	12	7	7
கூ. VI	8	16	9	9
கூ. VII	10	20	11	11

2. நிரப்பிய அட்டவணையைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் வினாக்க ளுக்கு விடை பெறுக.

(i) அட்டவணை 2–2 இல் ஒவ்வொரு நிரையிலும் உள்ள மிகப் பெரிய எண் .... எண்ணிக்கையைத் தருகின்றது.

(ii) எல்லாக் கூம்பகங்களிலும் உச்சிகளின் எண்ணிக்கை.. முகங்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமனாகும்.

(iii) எல்லாக் கூம்பகங்களிலும் உச்சிகளின் எண்ணிக்கை சமன் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை சகம........

(iv) எல்லாக் கூம்பகங்களிலும் விளிம்புகளின் முழுத்தொகை அடியிலுள்ள விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையின் ....ஆகும்.

(v) பின்வருவனவற்றின் வெற்றிடங்களில் "அதிகரிக்கிறோம்" அல்லது "குறைக்கிறோம்" என்பதை இடுக.

அடியிலுள்ள விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையை நாம் அதி கரிக்கும்போது :

(அ) விளிம்புகளின் முழுத்தொகையை........

(ஆ) உச்சிகளின் எண்ணிக்கையை........

(இ) முகங்களின் எண்ணிக்கையை........

(vi) அடியிலுள்ள விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையை 1 ஆல் நாம் அதிகரிக்கும் போது :

(அ) உச்சிகளின் எண்ணிக்கையை....ஆல் அதிகரிக்கிறோம்.

(ஆ) முகங்களின் எண்ணிக்கையை....ஆல் அதிகரிக்கிறோம்.

(இ) விளிம்புகளின் முழுத்தொகையை....ஆல் அதிகரிக்கி றோம்.

3. அட்டவணையை கூ VII வரை நிரப்பியிருந்தால் **சட்டப்படலகளை ஆக்காது** கூ VIII, கூ IX, கூ X என்பனவற்றுக்குரிய முகங்கள், விளிம் புகள், உச்சிகள் ஆகிய ஒவ்வொன்றினதும் எண்ணிக்கையை எழுதுக.

4. பின்வரும் அட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக. அது கூம்பகங்கள் பற்றிய அட்டவணையாகும்.

அட்டவணை 2–3

அடி விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை	விளிம்புகளின் முழுத்தொகை	உச்சிகளின் எண்ணிக்கை	முகங்களின் எண்ணிக்கை
25	50	26	26
15	30	16	16
19	38	20	20
28	56	29	29

5. நான்காம் வினாப் போன்ற வினாக்கள் சிலவற்றைத் தயாரித்து அவற்றுக்கு விடை காண்க.

(i) " விளிம்புகளின் முழுத்தொகை " என்ற நிரலில் ஒற்றை எண் ஒன்றை இட முடியுமா ?

(ii) " விளிம்புகளின் முழுத்தொகை " என்ற நிரலில் இடக்கூடிய மிகச் சிறிய எண் யாது ?

(iii) " உச்சிகளின் எண்ணிக்கை " என்ற நிரலில் இடக்கூடிய மிகச் சிறிய எண் யாது ?

(iv) நிரல் எவற்றிலேனும் பின்னமொன்றை இடமுடியுமா ?

கூம்பகங்களின் விளிம்புகள், முகங்கள், உச்சிகள் ஆதியன பற்றி ஆராயும் போது சில இயல்புகள் கூம்பகங்களுக்கும், பெட்டி உருவமைந்த திண்மங்களுக்கும் பொதுவாய் உள்ளதை உணர்ந்திருப்பீர். (பயிற்சி 2-4 இல் வினா 3 ஐயும், பயிற்சி 2-5 இல் வினா 2(i) ஐயும் பார்த்திடுக.) " விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை " " உச்சிகளின் எண்ணிக்கை ", " முகங்களின் எண்ணிக்கை " ஆதிய சொற்றொடர்களை எமது ஆராய்விற் பயன்படுத்தியுள்ளோம். கூம்பகத்தின் " விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை " எனக் கூறும் போது எதாவது ஒரெண்ணை நாம் குறிப்பிடவில்லை. அட்டவணை 2-2 இல் நிரல் 3 இல் இடக்கூடிய எண்களுள் ஒன்றையே நாம் குறிப்பிடுகிறோம். இவ்வாறே கூம்பகத்தின் " முகங்களின் எண்ணிக்கை " எனக் கூறும்போது, அட்டவணை 2-2 இல் நிரல் 5 இல் இடக்கூடிய எண்களுள் ஒன்றையே நாம் குறிப்பிடுகிறோம். நாம் பயன்படுத்தும் எண் தொகைகளைக் குறிப்பதற்கு இத்தகைய சொற்றொடர்களைப் பலமுறை பயன்படுத்த வேண்டியிருப்பதால் இத்தொடர்களைச் சுருக்கிக் கொள்வது எளிதான முறையாகும். பின்வரும் சுருக்கக் குறியீடுகளைக் கணித அறிஞர் பயன்படுத்துவர்.

விளிம்புகளின் முழுத்தொகைக்கு E

அடியிலுள்ள விளிம்புகளின் தொகைக்கு E_b

முகங்களின் எண்ணிக்கைக்கு F

உச்சிகளின் எண்ணிக்கைக்கு V

எனவே அட்டவணை 2-2 இல் நிரல் 3 இலுள்ள எண் எதனையும் E குறிக்கும். அட்டவணை 2-2 இல் நிரல் 5 இலுள்ள எண் எதனையும் F குறிக்கும். அட்டவணை 2-2 இல் நிரல் 4 இலுள்ள எண் எதனையும் V குறிக்கும். பயிற்சி 2-5 இலுள்ள வினாக்கள் சிலவற்றின் விடைகளைத் திருப்பி எழுதுவதற்கு இச் சுருக்கக் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்துவோம்.

சிகளின் எண்ணிக்கை
ன்பதை அட்டவணை 2-2
து சுருக்க முறையில்

ழுதலாம்.

ருவன விடைகளாம்.

$E\,b+1$

$2\,E\,b$

, $E\,b$ என்பன நாம்
என்பதை முன்னமே
5 உக்குரிய விடைகளி

தல் வேண்டும்.

கவோ கலப்பெண்களா

கங்கள் ஆதியனவற்றுக்
த் திரட்டுவோம். கணிதச்
படுத்திப் பின்வருமாறு

இன் சுருக்கமாகக்கொள்

களை இவ்வாறு தருதல்
றையிற் கருத்தும் எளி
யை நோக்காது வினக்க
கிறோம்.

ாக்குக. அட்டவணை 2-2
ம். குறியீட்டு முறையாற்
மூலமாகவும் விடைகளைப்

பயிற்சி 2-5 இலுள்ள விஞ 5 இன் முதல் நிரையிலுள்ள விஞவை எமது சுருக்கெழுத்து முறையாற் பின்வருமாறு தரலாம் :

$$E\,b = 25 \qquad E = ? \qquad V = ? \qquad F = ?$$

அட்டவணை 2-2 இன் சுருக்கத்திலிருந்து நாம் பெறுவது :

$V = F,\ V = E\,b+1,\ E = 2\,E\,b$

$E = 2\,E\,b$, எனவே $E = 2\times 25$
$= 50$

$V = E\,b+1$, எனவே $V = 25+1$
$= 26$

$\therefore V = F,$ $26 = F$
$\therefore F = 26$

$E\,b = 25$ ஆயின்,

$E = 50,\quad V = 26,\quad F = 26$

புதிய உத்திக்கணக்குகள் சிலவற்றைச் செய்து பார்க்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு I

$E = 40,\ E\,b = ?,\ V = ?,\ F = ?$

$V = F,\ V = E\,b+1,\ E = 2\,E\,b$

$E = 2\,E\,b$, எனவே $40 = 2\,E\,b$
$20 = E\,b$
$\therefore E\,b = 20$

(எண்ணொன்றின் இரு மடங்கு 40 ஆயின், எண் 20 ஆதல் வேண்டும்)

$V = E\,b+1$, எனவே, $V = 20+1$
$= 21$

$V = F,$ எனவே $21 = F$
$F = 21$

$E = 40$ ஆயின்

$E = 20,\ V = 21,\quad F = 21$

எடுத்துக்காட்டு (II)

$V = 25,\ E\,b = ?,\quad E = ?,\ F = ?$

$V = F,\quad V = E\,b+1,\ E = 2\,E\,b$

$V = F$, எனவே $25 = F$
$\therefore F = 25$

$V = E\,b + 1$, எனவே $25 = E\,b + 1$

$\therefore 24 = E\,b$ (ஒரெண்ணுடன் 1 ஐக் கூட்டும்போது அது 25 ஆகிறது. எனவே எண் 24 ஆதல் வேண்டும்)

$\therefore E\,b = 24$

$E = 2\,E\,b$, $E = 2 \times 24$

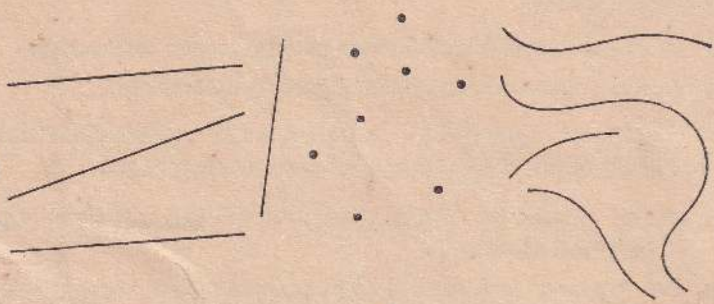
$= 48$

$V = 25$ ஆயின்

$F = 25$, $E\,b = 24$, $E = 48$

கோடுகளும் புள்ளிகளும்

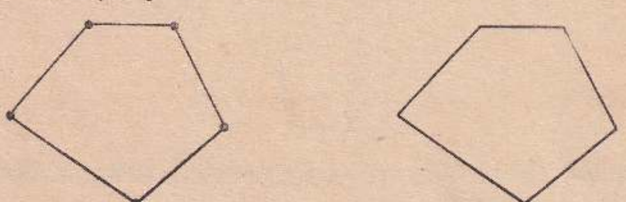
பென்சில், பேனை போன்ற கருவிகள் மூலம் கோடுகள் வரைவதும் குற்றுக்களைக் குறிப்பதும் உமக்குப் பழக்கமாயிருக்கும். சில கோடு களையும் புள்ளிகளையும் உரு 2-4 இற் காணலாம்.



உரு. 2—4

குற்றுக்களின் வலப்பகுதியில் உள்ள கோடுகளைக் கருவிகள் உதவியின்றி வரைந்து கொள்ளலாம். அவை வளைகோடுகள் எனப்படும். குற்றுக்களின் இடப்பகுதியிலுள்ள கோடுகள் போன்றவற்றை வரைதற்கு வரைகோலைப் பயன்படுத்தியிருப்பீர். இக்கோடுகள் நேர்கோடுகள் எனப்படும்.

கூம்பகமொன்றின் அடியின் வரிப்படம் வரைய விரும்பினால் நேர் காடுகளையா, வளை கோடுகளையா நீர் பயன்படுத்துவீர் ? கூம்பகத்தின் அடியின் விளிம்புகளை நேர்கோடுகள் சிறப்பான முறையிற் குறிக்கின் றன என்பதை நீர் ஒத்துக்கொள்வீர்.



உரு. 2–5

உரு 2–5 (i) இல் ஐந்து நேர்கோடுகள் உள்ளன. இந்நேர்கோடுகள் எங்கே சந்திக்கின்றன என்பதைக் காட்டுதற்குக் குற்றுக்களை இட்டுள்ளோம். ஐந்து விளிம்புகள் கொண்ட அடியினையுடைய கூம்பகத்தை உரு 2–5 இற் காணலாம். அடியிலுள்ள உச்சிகளைக் குற்றுக்கள் குறித்திடலாம். உண்மைக் கூம்பகமொன்றில் அடியின் உச்சிகளில் 3 விளிம்புகள் இருத்தல் வேண்டும். அடிக்குப் புறம்பாயமைந்த விளிபுகளை இவ்வரிப்படத்தில் காண இயலாது. உரு 2–5 (i) இற் காட்டிய வாறு அவ்வளவு அளுத்தமாகக் குற்றுக்களைக் காட்ட வேண்டியதில்லை. உரு 2–5 (ii) போன்ற வரிப்படம் போதுமானது.

பயிற்சி 2–6

1. பின்வருவனவற்றைக் குறிப்பதற்கு உரு 2–5 (ii) போன்ற வரிப்படங்கள் வரைக.

 (i) கூம்பகமொன்றின் முகமொன்று. இது அதன் அடியன்று.

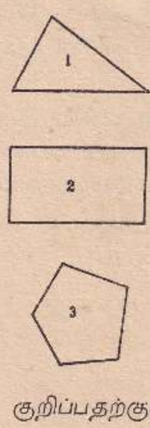
 (ii) பெட்டி. உருவமைந்த திண்மத்தின் முகமொன்று.

2. பின்வரும் முறையில் தளமுகமுடைய திண்மமொன்று ஆக்குக. (பயிற்சி 2 – 2 இல் 2 ஆம் வினாவைப் பார்த்திடுக)

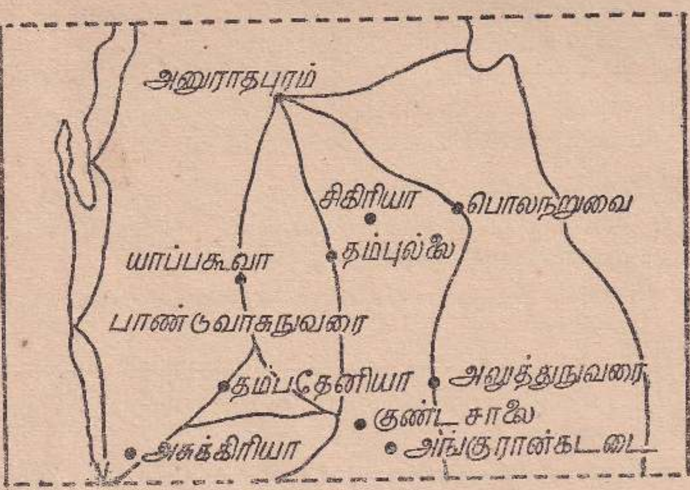
 (i) அதன் முகங்கள் யாவும், வரிப்படம் 1 இற் காட்டியவாறு இருத்தல் வேண்டும்.

 (ii) சில முகங்கள் வரிப்படம் 1 இற் காட்டியவாறும் மற்றையவை வரிப்படம் 2 இற் காட்டியவாறும் இருத்தல் வேண்டும்.

 (iii) சில முகங்கள் வரிப்படம் 2 இற் காட்டியவாறும், மற்றையவை வரிப்படம் 3 இற் காட்டியவாறும் இருத்தல் வேண்டும்.



வேறு சில இயல்புகளைக் குறிப்பதற்குக் குற்றுக்களையும் கோடுகளையும் நாம் பயன்படுத்தலாம்.



உரு. 2—6

உரு 2-6 இல் தேசப்படத்தின் பகுதி ஒன்று உளது. அப்படத்தில் வளைகோடுகளும், குற்றுக்களும் அமைந்துள்ளதை நீர் காணலாம். வளைகோடுகள் வீதிகளைக் குறிப்பன, குற்றுக்கள் நகரங்களைக் குறிப்பன. இரு குற்றுக்களை வெவ்வேறு கோடுகள் இரண்டு தொடுப்பதை நீர் அவதானித்திருப்பீர். ஒரு நகரத்திலிருந்து வேறொன்றுக்குச் செல்வதற்கு இரு வீதிகள் உள என்பதையே அது குறிக்கின்றது. ஒருகோடு மற்றையதிலும் நீளமாயுமிருக்கலாம், இரண்டினுள் அதுவேநீண்ட வீதி என்பது தெளிவாகின்றது.

நேர்கோடு வரைதல்

சிறு குற்றொன்றை உமது பயிற்சிப் புத்தகத்தில் இடுக. வரை கோலொன்றைப் பயன்படுத்தி அதனூடாக நேர் கோடொன்று வரைக. நீர் குறித்த குற்றினூடாக ஒன்றல்ல, பல நேர்கோடுகள் வரையலாம் என்பதை உணர்ந்து கொள்வீர். அடுத்து சிறு குற்றுக்கள் இரண்டை உமது பயிற்சிப் புத்தகத்தில் இடுக. அவற்றுக்கு A என்றும் B என் றும் பெயரிடலாம். வரை கோலைப் பயன்படுத்தி A ஐயும் B ஐயும் நேர்கோட்டால் தொடுத்திடுக. வேறொர் நேர்கோட்டால் அவற்றைத் தொடுக்க நீர் முயன்று பார்க்கலாம். எவ்வாறு முயன்றாலும் முன் வரைந்த நேர்கோட்டின் மேலேயே நீர் வரைந்து கொண்டிருப்பது உமக்குப் புலனாகும் (ஆனால் மிகப் பெரிய குற்றுக்களாக இட்டிருந் தால் அவற்றைப் பல நேர்கோடுகளால் நீர் தொடுத்திடலாம்). எனவே இரு சிறு குற்றுக்களைத் தாளில் இடுவது, தாளில் வரையக்கூடிய

பல நேர்கோடுகளிலிருந்து குறித்த ஓர் நேர்கோட்டைத் தெரிந் தெடுப்பது போலாகும். நீர் தெரிந்த இரு குற்றுக்களுக்கு A என் றும் B என்றும் பெரிட்டால், அவற்றைத் தொடுக்கும் நேர்கோடு A B எனப்படும். அதனை B A என்றும் அழைக்கலாம். சிறு குற்றுக் களுக்குரிய கணிதச் சார்புடைய பெயர் புள்ளிகள் ஆகும்.

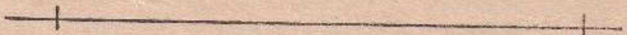
குறித்த தூரத்தில் இருக்கும் வண்ணம் இரு புள்ளிகளைத் தெரிந் தால் வேண்டிய நீளமுடைய நேர்கோட்டை வரைந்திடலாம். பின் வரும் முறையைப் பயன்படுத்துவது சிறப்பாகும் :

(i) வரைய வேண்டிய கோட்டிலும் நீளமான நேர்கோடொன்று வரைக.

(ii) உமது கருவிப் பெட்டியிலுள்ள பிரிகருவியை எடுத்து அதன் முனைகள் ஒன்றுக்கொன்று வேண்டிய தூரத்தில் இருக்கும் வண்ணம் அதனை விரித்திடுக.

(iii) வரைந்த நேர்கோட்டிற் பிரிகருவியின் முனைகளை அழுத்துக.

(iv) அவ்வாறு அழுத்திய இடங்களில் நேர்கோட்டுக்குக் குறுக்கே சிறுகோடுகள் வரைக. பின்வருவது போன்ற உருவத்தை நீர் பெறல் வேண்டும்.



உரு. 2—7

பயிற்சி 2-7

1. நேர்கோடொன்று வரைந்து இரு புள்ளிகளை அதிற் குறித் திடுக. புள்ளிகளுக்கிடையிலுள்ள தூரத்தை அங்குலத்தில் மதிப் பிடுக. அளப்பதன் மூலம் மதிப்பிட்ட பெறுமானத்தைச் சரிபார்த் திடுக. பின்வரும் முறையிற் பதிவு செய்க.

மதிப்பிட்ட நீளம் =
அளந்துபெற்ற நீளம் =

2. முதல் வினவுக்கு விடையாகப் பெற்ற நீளங்களைச் சத.ம மீற்ற ரிற் பெறுக.

3. பின்வரும் நீளங்களுடைய நேர்கோடுகள் வரைக :

(i) 3.0 அங்.	(ii) 2.5 அங்.	(iii) 1.7 அங்.
(iv) 5.0 ச.மீ.	(v) 8.6 ச.மீ.	(vi) 10.2 ச.மீ.

4. இக்கோடுகளுக்குப் பெயரிடுக.

ஒரே நேர்கோட்டில் அமையாத 3 புள்ளிகளைக் குறித்திடுக.
இப்புள்ளிகளினூடாக எத்தனை நேர்கோடுகள் வரைந்திடலாம் ?

5. நான்காம் வினாவின்படி குறித்த 3 புள்ளிகளுடன் வேறோர் புள்ளியையும் குறித்திடுக. இவற்றுள் எந்த மூன்று புள்ளிகளும் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையக்கூடாது. இப்போது மேலதிகமாக வேறெத்தனை நேர்கோடுகளை நீர் வரையலாம்? நேர்கோடுகளின முழுத் தொகை யாது?

6. 5 ஆம் வினாவிற் போல் 5 ஆம் 6 ஆம் ஆதிய புள்ளிகளைக் குறித்து முன் செய்தவாறு செய்திடுக. முடிபுகளைப் பின் காட்டியவாறு பதிவு செய்க.

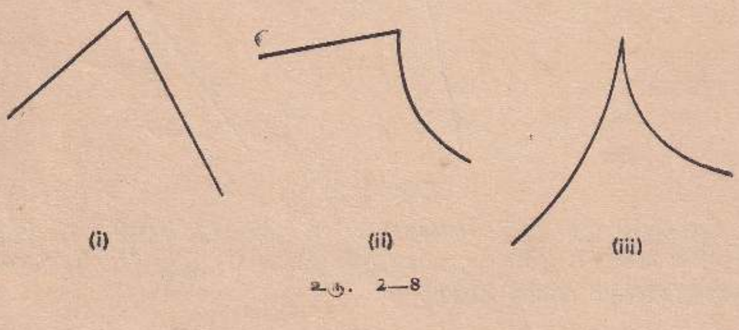
அட்டவணை 2-3

புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை	நேர்கோடுகளின் எண்ணிக்கை
2	1
3	3
4	
5	
6	

கோடுகளை வரைந்து எண்ணாது அட்டவணையிற் தொடர்ந்து பெறுமானங்களை இடமுடியுமா?

குறுக்கறுக்கும் கோடுகள்

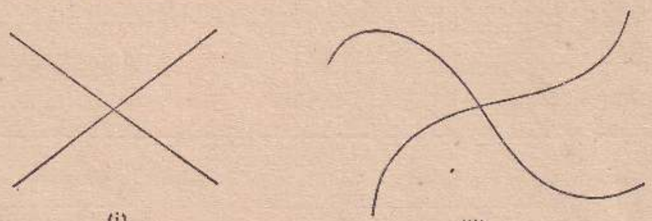
ஒன்றையொன்று சந்திக்கும் விளிம்புகளைக் குறிப்பதற்கு உரு 2-5 இல் உள்ளவை போன்ற ஒன்றையொன்று சந்திக்கும் கோடுகளை நாம் வரைதல் வேண்டும்.



உரு. 2—8

இரு நேர்விளிம்புகள் சந்திப்பதையும், ஒரு நேர்விளிம்பும் ஒரு வளைவான விளிம்பும் சந்திப்பதையும், இருவளைவான விளிம்புகள் சந்திப்பதையும் முறையே உரு 2-8 (i), (ii), (iii) என்பன விளக்குகின்றன.

உரு 2-9 இல் உள்ள சோடிக்கோடுகள் எவற்றைக் குறிக்கின்றன என நாம் கொள்ளலாம் ?

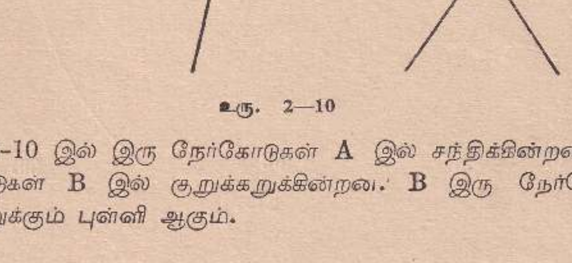


(i) (ii)

உரு. 2—9

ஒன்றையொன்று சந்திக்கும் இரு சாலைகளைக் குறிப்பதாக உரு 2-9 (ii) ஐக் கொள்ளலாம். இரு ஈர்க்குகள் ஒன்றின்மேலொன்றாக இருப்பதாக அல்லது புறவாசற் கதவிலுள்ள இரு கோல்களாக உரு 2-9 (1) ஐக் கொள்ளலாம். இவற்றுக்குரிய வேறு சில எடுத்துக் காட்டுக்கள் பற்றியும் நீர் சிந்தித்துத் தெளியலாம்.

உரு 2-8 இலுள்ள சோடிக் கோடுகளையும் உரு 2-9 இலுள்ள சோடிக் கோடுகளையும் குறிப்பதற்கு வெவ்வேறு பெயர்கள் இருப்பது வசதியாகும். உரு 2-8 இலுள்ள கோடுகள் ஒன்றையொன்று சந்திக்கின்றன என்றும், உரு 2-9 இலுள்ள கோடுகள் குறுக்கறுக்கின்றன என்றும் நாம் கூறலாம்.



உரு. 2—10

உரு 2-10 இல் இரு நேர்கோடுகள் A இல் சந்திக்கின்றன, இரு நேர்கோடுகள் B இல் குறுக்கறுக்கின்றன. B இரு நேர்கோடுகள் குறுக்கறுக்கும் புள்ளி ஆகும்.

3. பின்னங்கள்

பின்னக் குறிப்பீடு

முதலாம் அதிகாரத்திற் பின்னங்கள் பற்றிய கருத்துக்கள் சில வற்றைப் பெற்றுள்ளீர்கள். பின்னங்கள் பற்றி மேலும் பலவற்றை இவ்வதிகாரத்தில் படித்தல் வேண்டும். ஏனெனில் எமது அன்றுட வாழ்க்கையில் அவை பெருமளவிற் பயன்படுகின்றன.

$\frac{3}{4}$ போன்ற பின்னத்தை நோக்குவோம். தொகுதி எண் 3 உம் பகுதி எண் 4 உம் எவற்றைக் குறிக்கின்றன என்பதை அறிந்திருப் பீர்கள்.

பின்வருவனவற்றுக்கு விடை தருக :

பின்வருவனவற்றின் கருத்தை வெளிக்கொணர்க :

(1) ஓர் அடியின் $\frac{3}{4}$ (ஓரடியை 4 சம பகுதிகளாகப் பிரித்து 3 பகுதிகளை எடுத்தல்)

(2) ஓர் இருத்தலின் $\frac{3}{4}$

(3) ஒரு யாரின் $\frac{3}{4}$

(4) ஒரு கலனின் $\frac{3}{4}$

(5) ஒரு கேக்கின் $\frac{3}{4}$

(6) ஓர் "அலகின்" $\frac{3}{4}$

இதிலிருந்து ஒன்றை விளங்கிக் கொள்ளலாம். "அலகு ஒன்றை" 4 சமபகுதிகளாகப் பிரித்து அவற்றுள் 3 ஐ எடுக்கும் கருத்தைப் பின்னம் $\frac{3}{4}$ குறிக்கிறது எனலாம்.

இவ்வாறே எப்பின்னத்தை நாம் குறிப்பிட்டாலும் அலகு ஒன்றின் அப்பின்னப் பகுதியையே குறிப்பிடுகின்றோம்.

பயிற்சி 3–1

1. பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக.

அட்டவணை 3–1

பின்னம்	அலகைப் பிரித்துப்பெற்ற சம பகுதிகளின் எண்ணிக்கை	எடுத்த பகுதிகளின் எண்ணிக்கை
$\frac{2}{3}$	3	2
?	4	2
$\frac{3}{8}$	?	?
$\frac{2}{7}$	?	6
$\frac{1}{2}$	12	?

2. பின்வருவனவற்றுக்குரிய பின்னங்களை எழுதுக.

(i) அலகு ஒன்றை ஐந்து சம பகுதிகளாகப் பிரித்து இரண்டை எடுத்திடுக.

(ii) அலகு ஒன்றைப் பத்துச் சம பகுதிகளாகப் பிரித்துப் பத்தையும் எடுத்திடுக.

(iii) சமபகுதிகளுள் 3 ஐ எடுத்திடுக. அலகு 6 சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுளது.

(iv) சமபகுதிகளுள் ஒன்றை எடுத்திடுக. அலகு 3 சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுளது.

3. வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(i) $\frac{5}{8}$, 5 எட்டின் கூறுகள் ஆகும்.

(ii) $\frac{3}{11}$, ...பதினொன்றின் கூறு ஆகும்.

(iii) $\frac{1}{7}$, ஒரு ....கூறு ஆகும்.

(iv) $\frac{4}{4}$, நான்கு.... கூறுகள் ஆகும்.

(v) .3, 3 .... கூறுகள் ஆகும்.

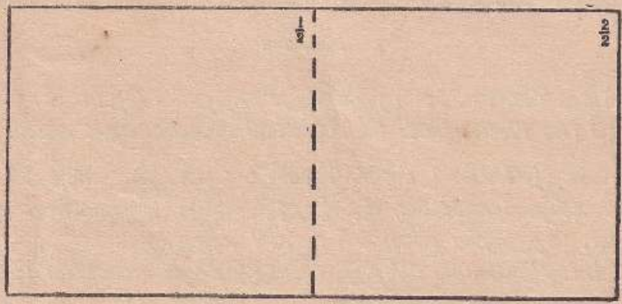
4. நேர்கோடு AB ஐ வரைந்து 10 சம பகுதிகளாகப் பிரித்திடுக. பின்னக் குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தியும், தசமக் குறிப்பீட்டைப் பயன் படுத்தியும், இப்பகுதிகள் ஒவ்வொன்றையும் முழுக்கோட்டின் பின்னமாகத் தருக.

குறித்த ஓர் அலகு ஒன்றை வெவ்வேறு எண்ணிக்கையுடைய சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கும் போது என்ன பெறுவோம் என்பதை நோக்கு வோம்.

ஒன்றரை அடி நீளமும் 2 அங்குல அகலமுமுடைய மெல்லிய துண் டுத்தாள் ஒன்றை எடுத்திடுக.

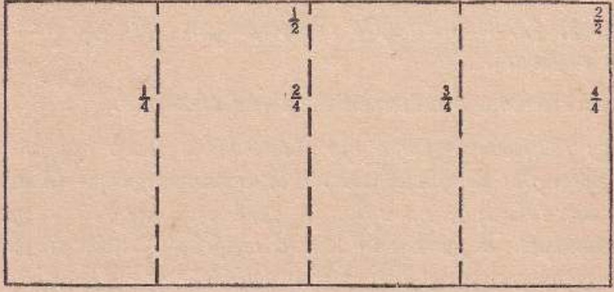
இத்துண்டினை அலகு எனக் கொள்வோம்.

இதனைச் சரி பாதியாக மடித்து மடிப்பு நெடுகக் கோடு இடுக. பின் உரு 3-1 இற் காட்டியவாறு துண்டின் மேற்பகுதியிற் பின்னத்தைக் குறித்திடுக. அது $\frac{1}{2}$ ஆக இருக்க வேண்டுமென்பது உமக்குத் தெரிந் ததே.



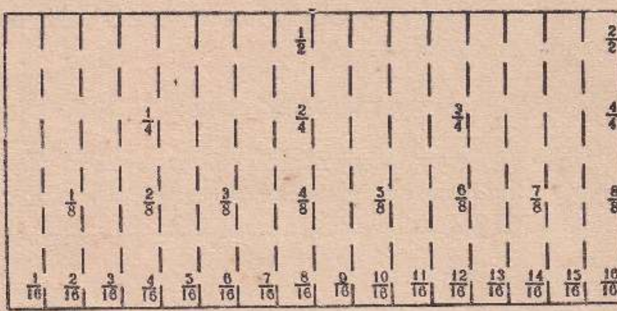
உரு. 3-1

அடுத்தபடியாக நான்கின் கூறுகளைப் பெறும் வகையில் தாளை இருதரம் மடித்திடுக. முன்போல் வேண்டிய கோடுகள் இட்டு உரு 3-2 இற்போல் நான்கின் கூறுகளைக் குறித்திடுக.



உரு. 3-2

இவ்வாறே தாளை மேலும் இருதரமேனும் மடித்து எட்டின் கூறுகளையும், பதினாறின் கூறுகளையும் பெறுக. உரு 3-3 இற் காட்டியவாறு அவற்றைக் குறித்திடுக.



உரு. 3-3

இப்போது பின்னங்கள் குறித்த துண்டுத்தாளை நோக்குக. சிலகோடுகளுக்குப் பல பின்னங்கள் பெயர்களாய் அமைவதைக் கவனிப்பீர்.

தொடக்கத்திலேயே $\frac{1}{2}$ எனப் பெயரிட்ட கோட்டினை எடுத்துக் கொள்வோம். அதே கோட்டுக்கு $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{8}{16}$ என்ற பெயர்களும் அமைந்துள்ளன. இதற்குரிய விளக்கம் யாது ? அலகு ஒன்றை 2, 4, 8, 16 என்னும் பகுதிகளாகப் பிரித்து, அப்பகுதிகளுள் முறையே 1, 2, 4, 8 என்னும் பகுதிகளை எடுப்போமாயின், அவை ஒரே பின்னத்தையே குறிக்கும். இதுவே எமக்கு வேண்டிய விளக்கமாகும்.

உமது துண்டுத்தாள் போன்ற வேறு எடுத்துக்காட்டாயமைந்த பொருள்களையும் நீர் பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

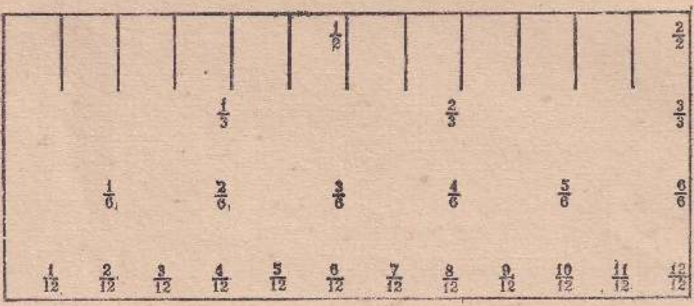
எடுத்துக்காட்டாக $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$ எனக் கொள்வோம்.

இவ்வாறே $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{12}{16}$ ஆதியவற்றையும் பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{8}{16}$, என்பன ஒரே பின்னத்தைக் குறிக்கும் எண் குறிகள் என்று கூறலாம்.

இவை எல்லாம் சமபின்னங்களைக் குறிக்கின்றன.

வேறு பின்னங்களுக்கும் சம பின்னங்கள் பெற முடியுமா என்பதைக் கண்டறிய விரும்புவீர்கள். பின்வருவனவற்றைச் செய்து பார்த்திடுக. அரைகளையும், மூன்றின் கூறுகளையும், ஆறின் கூறுகளையும், பன்னிரண்டின் கூறுகளையும் அடிமட்டத்திலோ அல்லது தாளொன்றிற் பெற்ற அடிமட்டத்தின் உருவரையிலோ குறித்திடுக. உரு 3-4 ஐப் பார்த்திடுக.



உரு. 3-4

இங்கும்

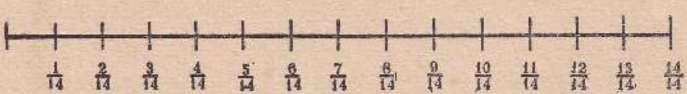
$$\frac{1}{2}=\frac{3}{6}=\frac{6}{12}$$

$$\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{4}{12}$$

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{8}{12}$$

போன்ற சமபின்னங்கள் அடங்கிய தொடைகளைக் காண்பீர்கள்.

உரு. 3-5 இற் கோடொன்றை 14 சம கூறுகளாகப் பிரித்துள்ளோம்.



உரு. 3-5

ஒவ்வொரு சிறு கூறும் முழுநீளத்தின் எப்பின்னமாகும் ? கூறுகள் யாவும் சமனாகையால், முழுக்கோட்டின் $\frac{1}{14}$ பகுதியையே ஒவ்வொரு கூறும் குறித்தல் வேண்டும். கோட்டின் அரைப்பகுதியை எத்தனை கூறுகள் குறிக்கின்றன ?

$\frac{1}{2}=\frac{7}{14}$ என்பது தெளிவாகின்றது.

$\frac{1}{2}$ குறிக்கும் பின்னத்துக்குச் சமனான பின்னங்கள் பெருந்தொகை யாக உள்ளன என்பது இதுவரை செய்தவற்றிலிருந்து எமக்கு விளக்கமாகின்றது. அவையாவன $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{4}{8}=\frac{8}{16}=\frac{3}{6}=\frac{6}{12}=\frac{7}{14}$

சம பின்னங்கள் அடங்கிய தொடையைப் பெற உதவக்கூடிய விதி யொன்றைக் காண முயல்வோம். இந்நோக்கத்தோடு மேலுள்ள வற்றைக் கூடிய கவனத்தோடு நோக்குவோம்.

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{1\times2}{2\times2}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{4}{8}=\frac{1\times4}{2\times4}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{8}{16}=\frac{1\times8}{2\times8}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{3}{6}=\frac{1\times3}{2\times3}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{6}{12}=\frac{1\times6}{2\times6}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{7}{14}=\frac{1\times7}{2\times7}$$

$\frac{1}{2}$ என்ற பின்னத்தின் தொகுதி எண்ணையும், பகுதி எண்ணையும் ஒரே முழு எண்ணாற் பெருக்குவதன் மூலம் சமனான பின்னங்கள் ஒவ்வொன்றையும் பெற்றுள்ளோம் என்பதைக் கவனித்திருப்பீர் கள்.

அதாவது தொகுதி எண் (1) ஐயும், பகுதி எண் (2) ஐயும் ஒரே முழு எண்ணால் பெருக்குவதன் மூலம் $\frac{1}{2}$ உக்குச் சமனான பின் னங்களைப் பெற்றிடலாம்.

$\frac{15}{30}, \frac{17}{34}, \frac{24}{48}$ ஆதியன $\frac{1}{2}$ உக்குச் சமனான வேறு சில பின்னங்களாம். இவற்றைப் பெறுதற்கு எவ்வெந்த முழு எண்கள், தொகுதி எண் ணையும், பகுதி எண்ணையும் பெருக்கியுள்ளன ?

இதே விதி வேறு பின்னங்களுக்கும் பொருந்துமா என்பதை ஆராய் வோம்.

$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{8}{12}$ என்னும் தொடையை நோக்குக.

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{2\times2}{3\times2}$$

$$\frac{2}{3}=\frac{8}{12}=\frac{2\times4}{3\times4}$$

என இவற்றை நாம் எழுதலாம்.

$\frac{2}{3}$ என்னும் பின்னத்துக்கும் இவ்விதி பொருந்துகின்றது.

$\frac{1}{7}=\frac{2}{14}$ என்பதை உரு. 3–5 இலிருந்து கண்டோம்.

$\frac{1}{7}=\frac{2}{14}=\frac{1\times2}{7\times2}$ என இதனை எழுதிக் கொள்ளலாம்.

$\frac{1}{7}$ என்னும் பின்னத்துக்கும் இவ்விதி பொருந்துகின்றது.

பின்னமொன்றுக்குச் சமனான எத்தனை பின்னங்களையும் பெறு தற்கு இவ்விதி உதவும் என நாம் கூறலாம்.

இவ்விதியைப் பின்வரும் உருவத்திலும் அமைத்திடலாம்.

$$\text{பின்னம் ஒன்று}=\frac{\text{தொகுதி எண்}}{\text{பகுதி எண்}}=\frac{\text{தொகுதி எண்}\times\text{ஏதாவது முழுஎண்}}{\text{பகுதி எண்}\times\text{அதே முழு எண்}}$$

சமனான பின்னங்கள் பயன்படும் முறைகள் சிலவற்றைப் பின் வரும் எடுத்துக்காட்டுக்கள் தெளிவு படுத்தும்.

(எ–டு) (1) $\frac{3}{4}$ உக்குச் சமனாகவும், 24 ஐப் பகுதி எண்ணாகவும் கொண்ட பின்னத்தைக் காண்க.

$$\frac{3}{4}=\frac{?}{24}\text{ அல்லது }\frac{?}{24}=\frac{3}{4}$$

இங்கு, தந்த பின்னம், காணவேண்டிய பின்னம் என்றும் இரண்டு பற்றியும், அவற்றின் பகுதி எண்களை நாம் அறிந்துள்ளோம்.

காணவேண்டிய பின்னத்தின் பகுதி எண்ணாகிய 24 ஐப் பெறுவதற்குத் தந்த பின்னத்தின் பகுதியெண்ணாகிய 4 ஐ எவ்வெண்ணாற் பெருக்குதல் வேண்டுமென்பதை நாம் காணல் வேண்டும். அவ்வாறு காண்பதே கணக்கைச் செய்வதற்கு வழியாகும். இவ்வெண் 6 ஆகும்.

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{?}{4 \times 6}$$

பின்னங்கள் சமனாயிருத்தல் வேண்டுமாயின், தொகுதி எண்ணாகிய 3 ஐயும் 6 ஆற் பெருக்குதல் வேண்டும்.

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{18}{24}$$

எனவே $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$

(எ-டு) (2) $\frac{4}{6} = \frac{20}{?}$

$\frac{4}{6} = \frac{4 \times 5}{?}$ என நாம் எழுதலாம்.

சமனான பின்னங்கள் பெறுதற்குத் தொகுதி எண் 4 ஐ 5 ஆற் பெருக்கினால், பகுதி எண் 6 ஐயும் 5 ஆற் பெருக்குதல் வேண்டும்.

$$\therefore \frac{4}{6} = \frac{4 \times 5}{6 \times 5}$$

$$\therefore \frac{4}{6} = \frac{20}{30}$$

பயிற்சி 3–2

1. $\frac{3}{8}$ உக்குச் சமனான 5 பின்னங்கள் எழுதுக. இவற்றின் பகுதி எண்கள் 15 உக்கும் 50 உக்கும் இடையிலுள்ள எண்களாதல் வேண்டும்.

2. $\frac{12}{16}$ உக்குச் சமனான 3 பின்னங்கள் எழுதுக. இவற்றின் தொகுதி எண்கள் 20 உக்கும் 50 உக்கும் இடையிலுள்ள எண்களாதல் வேண்டும்.

3. வெற்றிடங்களை நிரப்புக :

(i) $\frac{2}{3} = \frac{2 \times \text{எதாவது முழு எண்}}{3 \times \text{அதே முழு எண்}}$

(ii) $\frac{5}{?} = \frac{5 \times \text{எதாவது முழு எண்}}{7 \times \text{அதே முழு எண்}}$

(iii) $\frac{?}{6} = \frac{1 \times \text{எதாவது முழு எண்}}{6 \times \text{அதே முழுஎண்}}$

(iv) $\frac{?}{15} = \frac{1 \times \text{எதாவது முழு எண்}}{3 \times \text{அதே முழுஎண்}}$

(v) $\frac{3}{4} = \frac{3 \times \text{எதாவது முழு எண்}}{4 \times \quad ?}$

4. ஏற்ற எண்கள் இட்டு வெற்றிடங்களை நிரப்புக :

(i) $\frac{1}{2} = \frac{?}{22} = \frac{?}{36} = \frac{8}{?} = \frac{17}{?} = \frac{?}{100}$

(ii) $\frac{1}{3} = \frac{?}{6} = \frac{?}{15} = \frac{3}{?} = \frac{4}{?} = \frac{?}{18}$

(iii) $\frac{3}{4} = \frac{?}{8} = \frac{9}{?} = \frac{?}{12} = \frac{?}{4 \times 6} = \frac{?}{8 \times 3}$

(iv) $\frac{4}{18} = \frac{?}{9 \times 6} = \frac{2 \times 8}{?}$

(v) $\frac{12}{18} = \frac{?}{7 \times 8} = \frac{3 \times 8}{?}$

பின்னமொன்றுக்குச் சமனான பின்னங்கள் பலவற்றை உம்மால் பெற முடிகின்றது. பின்னத்தின் தொகுதி எண், பகுதி எண் இரண்டையும் விரும்பிய முழுஎண் எவற்றாலும் பெருக்குவதால் அவற்றைப் பெறுகின்றீர். சிறிது வேறான முறையில் இம்முடிபை நாம் கூறலாம்.

“ தொகுதி எண், பகுதி எண் இரண்டையும் ஒரே முழு எண்ணாற் பெருக்கினாற் பின்னம் அளவில் மாறாது ”

என நாம் கூறிவிடலாம்.

பின்னமொன்றின் தொகுதி எண், பகுதி எண் இரண்டையும் ஒரே முழு எண்ணுல் வகுத்தால் பின்னம் பற்றி யாது கூறலாம் ?

$\frac{12}{16}$ என்னும் பின்னத்தை நோக்குக. தொகுதி எண், பகுதி எண் இரண்டையும் 4 ஆல் வகுத்திடுவோம்.

வகுத்தாற் பெறுவது $\frac{12 \div 4}{16 \div 4}$

இதனைச் சுருக்கினுற் பெறுவது $\frac{3}{4}$

$\therefore \frac{12 \div 4}{16 \div 4} = \frac{3}{4}$

ஆனுல் $\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$ என்பதை முன்னமே அறிவீர் [உரு 3-3 ஐப் பார்க்க]

எனவே $\frac{12}{16} = \frac{12 \div 4}{16 \div 4}$ எனக் கொள்ளலாம்.

வேருேர் எடுத்துக்காட்டை நோக்குக.

$\frac{24}{36}$ என்னும் பின்னத்தில் தொகுதி எண், பகுதி எண் இரண்டையும் 6 ஆல் வகுத்தாற் பெறுவது $\frac{24 \div 6}{36 \div 6}$

இதிலிருந்து பெறுவது $\frac{4}{6}$ ஆகும்.

ஆனுல் $\frac{4}{6} = \frac{24}{36}$ என்பதை முன்னமே அறிவீர். (தொகுதி எண், பகுதி எண் இரண்டையும் 6 ஆற் பெருக்குதல் வேண்டும்.)

$\therefore \frac{24 \div 6}{36 \div 6} = \frac{24}{36}$

பின்னமொன்றின் தொகுதி எண், பகுதி எண் இரண்டையும், இரண்டின் சினை ஒன்ருல் வகுத்தாற் பின்னம் அளவில் மாரு தென்பது தெளிவாகியிருக்கும்.

எளிதான கணக்கொன்று செய்வதற்கு இவ்விதியைப் பயன்படுத்துவோம்.

$\frac{36}{48}, \frac{48}{64}$ என்பன சமனுன பின்னங்களா ?

$\frac{36}{48} = \frac{36 \div 12}{48 \div 12} = \frac{3}{4}$ என்பது தெளிவாம்.

மேலும் $\frac{48}{64} = \frac{48 \div 16}{64 \div 16} = \frac{3}{4}$

$\therefore \frac{36}{48} = \frac{48}{64}$

வேறோர் எடுத்துக் காட்டை நோக்குக.

$\frac{48}{64}$ உக்குச் சமனான 4 பின்னங்கள் பெறவேண்டும். அவற்றின் பகுதி எண்கள் 6 உக்கும் 24 உக்கும் இடையில் இருத்தல் வேண்டும் எனக் கொள்வோம்.

முதற்படியாக $\frac{48}{64}$ ஐ மிகவும் எளிதான பின்னமாகச் சுருக்குதல் வேண்டும். அதாவது தொகுதி எண், பகுதி எண் இரண்டுக்கும் ஒன்று தவிர்ந்த பொதுச் சினை இல்லாத பின்னமாகச் சுருக்குதல் வேண்டும். பின் காண வேண்டிய பின்னங்களைக் காண முயலலாம்.

$\frac{48}{64} = \frac{3}{4}$ எனப் பெற்றுள்ளோம்.

மேலும் $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24}$

எனவே பெற வேண்டிய பின்னங்கள் :

$\frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{15}{20}, \frac{18}{24}$

வே[illegible]றுவகை உத்திக் கணக்குகளைத் தீர்ப்பதற்கும் இவ்விதியைப் பயன்ப[illegible]டுத்துவோம்.

(எ–[illegible]) (1) பின்வருவனவற்றில் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

$\frac{12}{16} = \frac{?}{20} = \frac{18}{?}$

இத்த[illegible]கைய கணக்குகள் செய்வதற்குப் பின்னத்தை மிகவும் எளி[illegible] உருவிற் பெற்றுக் கொள்வதே சிறந்த முறையாகும். அதா[illegible] தொகுதி எண், பகுதி எண்களுக்கு ஒன்று தவிர்ந்த பொதுச் [illegible]இல்லாத வகையிற் பின்னத்தைச் சுருக்குதல் வேண்டும்.

$$\frac{12}{16}=\frac{12\div 4}{16\div 4}=\frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4}=\frac{?}{20}=\frac{?}{4\times 5}$$ எனவும்

$$\frac{3}{4}=\frac{18}{?}=\frac{3\times 6}{?}$$ எனவும் பெறலாம்.

இவற்றைச் செய்து முடிக்கும் முறை உமக்குத் தெரிந்ததே.(பயிற்சி 3–3 இல் வினு 4 ஐப் பார்க்க).

பயிற்சி 3–3

1. (i) $\frac{36}{48}$ உக்குச் சமனுன 3 பின்னங்கள் தருக. அவற்றின் பகுதி எண்கள் 3 உக்கும், 15 உக்கும் இடையில் இருத்தல் வேண்டும்.

   (ii) $\frac{64}{72}$ ஐ மிகச் சிறிய தொகுதி எண் கொண்ட பின்னமாகத் தருக.

   (iii) $\frac{10}{15}$ உக்குச் சமனுன 3 பின்னங்கள் தருக. அவற்றின் பகுதி எண்கள் 5 உக்கும் 14 உக்கும் இடையில் இருத்தல் வேண்டும்.

2. பின்வருவனவற்றின் வெற்றிடங்களை நிரப்புக :

   (i) $\frac{20}{32}=\frac{20\div 4}{32\div ?}$

   (ii) $\frac{16}{18}=\frac{16\div ?}{18\div 2}$

   (iii) $\frac{?}{12}=\frac{9\div 3}{12\div ?}$

   (iv) $\frac{32}{36}=\frac{?\div 4}{?\div 4}$

3. பின்வருவனவற்றிற் காணவேண்டிய எண்களைக் காண்க.

   (i) $\frac{24}{48}=\frac{12}{?}=\frac{?}{8}=\frac{1}{?}$

(ii) $\frac{36}{60} = \frac{?}{10} = \frac{12}{?} = \frac{?}{5}$

(iii) $\frac{18}{24} = \frac{? \div 3}{12 \div 3}$

(iv) $\frac{16}{64} = \frac{4 \div 2}{? \div 2}$

4. தொடை ஒவ்வொன்றிலும் சமனான பின்னங்களைக் காண்க :

(i) $\frac{12}{16}, \frac{18}{32}, \frac{15}{20}$

(ii) $\frac{12}{18}, \frac{24}{33}, \frac{14}{21}$

(iii) $\frac{30}{36}, \frac{20}{30}, \frac{10}{12}$

(iv) $\frac{36}{96}, \frac{15}{40}, \frac{24}{64}$

5: பின்வருவனவற்றில் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(i) $\frac{15}{27} = \frac{30}{?}$

(ii) $\frac{16}{24} = \frac{10}{?}$

(iii) $\frac{18}{32} = \frac{27}{?}$

(iv) $\frac{10}{30} = \frac{?}{18}$

(v) $\frac{12}{32} = \frac{3 \times 5}{? \times 5}$

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{6}{12} =$ .. .. .. ஆதியன

அல்லது $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} =$ .. .. ஆதியன போன்ற

சமபின்னத் தொடைகள் பற்றிப் படித்தவற்றிலிருந்து ஒன்றை நாம் அறிந்து கொள்ளலாம். இச்சம பின்னத் தொடைகள் ஒவ்வொன்றிலும் மிகவும் எளிதான பின்னம் ஒன்று இருப்பதைப் பார்க்கின்றோம். அதாவது $\frac{1}{2}$ அல்லது $\frac{2}{3}$ சமபின்னத் தொடைகள் யாவற்றுக்கும் இது பொருந்தும். எனவே பின்வரும் முடிவைப் பெறலாம். "மிகவும் எளிதாக்கிய உருவத்தில் இரு பின்னங்களைப் பெறும்போது, அவற்றின் தொகுதி எண்கள் ஒரே எண்ணாகவும், பகுதி எண்கள் ஒரே எண்ணாகவும் இருப்பின், பின்னங்கள் சமனாகும்".

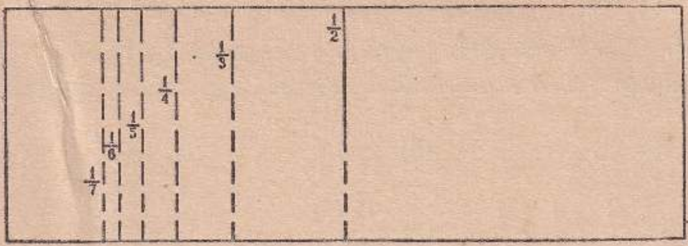
பின்னங்களை ஒப்பிடல்

சமனான இரு பின்னங்களை இனங்காண அறிந்து கொண்டோம். ஆயினும் பின்னங்கள் எல்லாம் சமனாயிருத்தல் இயலாது என்பதும் எமக்குத் தெரிந்ததே. சமனற்ற பின்னங்கள் இரண்டுள் எது பெரிது என்பதைத் தெரிந்து கொள்ளும் முறைகளைப் பெற முயல்வோம்.

எளிதான சில பின்னங்களுடன், 1 ஐத் தொகுதி எண்ணாகக் கொண்ட $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$, ... போன்ற பின்னங்களுடன் தொடங்குவோம்.

அலகு ஒன்றை, குறித்த சில சமனான பகுதிகளாகப் பிரித்து, ஒரு பகுதியை எடுப்பதை மேலுள்ள பின்னங்கள் யாவும் குறிக்கின்றன. இவை யாவும் சமனற்ற பின்னங்கள் என்பதை அறிவோம். எளிதான செயலொன்றின் மூலம் அவற்றை ஒப்பிடுவோம்.

ஓரடி நீளமும், ஓரங்குல அகலமுங் கொண்ட வெறுந்துண்டுத்தாள் ஒன்றைப் பெறுக. மடிப்பதன் மூலம் எவ்வளவு சமபகுதிகளைப் பெற முடியுமோ அவ்வளவு வரை மடித்திடுக. ஆனால் மடிக்கும் ஒவ்வொரு முறைக்குப் பின்னும் பகுதியின் அளவை ஏற்ற பின்னத்தின் மூலம் குறித்திடுக. உரு3–6 இற் காட்டியவாறு தாளின் அரைப் பகுதியுட் தோன்றும் கோடுகளிலேயே குறிக்க வேண்டிய பின்னங்கள் யாவற்றையும் குறித்தல் வேண்டும்.



உரு. 3-6

இத்துண்டுத்தாளை அலகாகக் கொண்டு மடிப்புக்களின் எண்ணிக்கையை அதிகரிக்கும்போது, பின்னத்தின் பகுதி எண்ணையும் அதிகரிக்கிறோம். இதன் விளைவாகப் பின்னம் அளவில் குறைந்துகொண்டே வருகின்றது.

உமது துண்டுத்தாளிலிருந்து

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ இலும் பெரிது

$\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ இலும் பெரிது

$\frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ இலும் பெரிது

$\frac{1}{5}, \frac{1}{6}$ இலும் பெரிது

ஆதியனவற்றை விளங்கிக் கொள்வீர்.

இவ்வாறு இவற்றை எழுதுவதன் பயனாய் நாம் சோர்வடையக் கூடும். எனவே " இலும் பெரிது " என்னும் சொற்றொடருக்குப் பதில் " > " என்னும் குறியைப் பயன்படுத்துகிறோம். இதன் மூலம் மேலுள்ளவற்றை எல்லாம்

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5} \ldots\ldots\ldots \text{ ஆதியன}$$

என்ற உருவில் எழுதிக் கொள்ளலாம்.

எனவே 1 ஐத்தொகுதி எண்ணாகக் கொண்ட பின்னங்களை ஒப்பிடும் எளிதான முறையொன்றைப் பெற்றுவிட்டோம்.

" 1 ஐத் தொகுதி எண்ணாகக் கொண்ட இரு பின்னங்களுட் பெரிய பகுதி எண் கொண்ட பின்னமே அளவிற் சிறியதாகும் ".

பயிற்சி 3–4

1. " > " என்னும் குறியைப் பயன்படுத்தி ஒவ்வொரு தொடையிலுமுள்ள பின்னங்களுக்கிடையிலுள்ள தொடர்பைக் குறித்திடுக.

(i) $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}$, (ii) $\frac{1}{11}, \frac{1}{14}$ (iii) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

(iv) $\frac{1}{12}, \frac{1}{21}, \frac{1}{17}$ (v) $\frac{1}{71}, \frac{1}{81}, \frac{1}{61}$

2. பின்வருவனவற்றை ஏறு வரிசைப்படுத்துக :

(i) $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}$ (ii) $1\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{4}$

(ii) $2\frac{1}{4}, 2\frac{1}{8}, 2\frac{1}{10}, 2\frac{1}{5}$ (iv) $1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{5}, 2\frac{1}{3}$

தொகுதி எண்கள் 1 உக்குச் சமனுயிருக்கும் போது இரு பின்னங்களை ஒப்பிடும் முறையொன்றைப் பெற்றுள்ளீர்கள். தொகுதி எண்கள் வேறு எண்களுக்குச் சமனுயிருக்கும் போதும் இரு பின்னங்களை ஒப்பிடுவதற்கு இதே முறையைப் பயன்படுத்தலாம்.

$\frac{3}{4}, \frac{3}{5}$ என்னும் பின்னங்களை நோக்குக.

$\frac{3}{4}$, 3 நான்கிலொன்றுகளுக்குச் சமன் என்பதும்

$\frac{3}{5}$, 3 ஐந்திலொன்றுகளுக்குச் சமன் என்பதும் நாம் அறிந்ததே.

ஆனால் $\frac{1}{4} > \frac{1}{5}$

எனவே 3 நான்கிலொன்றுகள் > 3 ஐந்திலொன்றுகள்

$\therefore \frac{3}{4} > \frac{3}{5}$

இவ்வாறே, தொகுதி எண்கள் சமனுயுள்ள இரு பின்னங்களையும் நாம் இப்போது ஒப்பிடலாம். ஒப்பிடும் முறை பின்வருமாறு : அவற்றின் பகுதி எண்களை மட்டுமே நோக்குதல் வேண்டும். தொகுதி எண் 1 ஆயுள்ள பின்னங்களுக்குப் பயன்படுத்திய விதியையே இங்கும் பயன்படுத்தல் வேண்டும்.

சம தொகுதி எண் உடைய பின்னங்களை நோக்கிவிட்டோம். அடுத்துச் சம பகுதி எண்கொண்ட பின்னங்களை நோக்குவோம்.

$\frac{3}{4}, \frac{2}{4}$ என்பன வற்றை நோக்குக.

நான்கின் கூறுகளையே இரு பின்னங்களும் குறிப்பதால் அவற்றை ஒப்பிடுவதற்கு விதி வேண்டியதில்லை. பகுதி எண்கள் சமனுயுள்ள பின்னங்களில், தொகுதி எண்ணின் அளவே பின்னத்தின் அளவை வரையறுக்கின்றது.

அடுத்து, வேறுன தொகுதி எண்களையும், பகுதி எண்களையும் கொண்ட எளிதான உருவில் அமைந்த இரு பின்னங்களை நோக்குவோம்.

$\frac{3}{4}, \frac{5}{6}$ என்பனவற்றை நோக்குவோம்.

சமனுன பகுதி எண் கொண்ட பின்னங்கள் இரண்டை எளிதாக ஒப்பிடலாம் என அறிந்துள்ளீர். மேலும், பெருந்தொகையான சம பின்னங்களாகப் பின்னமொன்றை எழுதலாம் என்பதையும் அறிந்துள்ளீர். எனவே சம பகுதி எண் கொண்ட வேருேர் உருவில் இரு பின்னங்களையும் எழுத முயல்வோம்.

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}=\frac{12}{16}=\frac{15}{20}=\frac{18}{24}= \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{5}{6}=\frac{10}{12}=\frac{15}{18}=\frac{20}{24}= \ldots\ldots\ldots\ldots$$

மேலுள்ளவற்றிலிருந்து 12 ஐ அல்லது 24 ஐ இரு பின்னங்களுக்கும் பொதுவான பகுதி எண்ணுகப் பயன்படுத்தலாமென்பதைக் கவனித்திருப்பீர். எனவே

$$\frac{3}{4}=\frac{9}{12} \qquad \frac{3}{4}=\frac{18}{24}$$

அல்லது

$$\frac{5}{6}=\frac{10}{12} \qquad \frac{5}{6}=\frac{20}{24}$$ எனக் கொள்ளலாம்.

இவற்றுள் ஒன்றிலிருந்து

$$\frac{5}{6} > \frac{3}{4}$$

எனப் பெறலாம்.

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டை நோக்குவோம்,

$\frac{5}{6}, \frac{7}{9}$ இவற்றுள் எது பெரியது.

$$\frac{5}{6}=\frac{10}{12}=\frac{15}{18}=\frac{20}{24}=\frac{25}{30}=\frac{30}{36}= \cdots\cdots$$

$$\frac{7}{9}=\frac{14}{18}=\frac{21}{27}=\frac{28}{36}=\frac{35}{45}= \cdots\cdots$$

$$\frac{5}{6}=\frac{15}{18}$$

$\frac{7}{9}=\frac{14}{18}$ எனக் கொண்டு,

$\frac{5}{6} > \frac{7}{9}$ எனப் பெறலாம்.

இவ்வெடுத்துக்காட்டுக்களிலிருந்து இரு பின்னங்களை ஒப்பிடும் முறை தெளிவாகின்றது. ஆயினும் இம்முறை எளிதானதோர் முறையல்ல என்பதும் தெளிவே. ஏனெனிற் சமனான பகுதி எண்கொண்ட இரு பின்னங்களைப் பெறுதற்குப் பல சமபின்னங்களை முதல் எழுத வேண்டியுள்ளது.

எனவே சுருக்கமான முறையொன்றைப் பெற முயல்வோம்.

எடுத்துக் காட்டுக்களாகச் செய்த இரு கணக்குகளை நோக்குக. முன்னைய இரு பின்னங்களில் 4 உம் 6 உம் பகுதி எண்களாயிருந்தன. பின்னையவற்றின் பகுதி எண்கள் 6 உம் 9 உம்

பகுதி எண்கள் 4 உக்கும் 6 உக்கும் பொதுப்பகுதி எண் 12

பகுதி எண்கள் 6 உக்கும் 9 உக்கும் பொதுப்பகுதி எண் 18.

இரு பகுதி எண்களும் மிச்சமின்றி வகுக்கும் எண்ணொன்றைக் காண்பதே பொதுப்பகுதி எண் பெறும் முறை என்பது இவற்றிலிருந்து தெளிவாகின்றது.

$\frac{4}{5}, \frac{5}{6}$ இவற்றை ஒப்பிடுக.

பொதுப்பகுதி எண்ணை 30 ஆகவோ, 60 ஆகவோ, அல்லது 5 ஆலும் 6 ஆலும் வகுக்கக்கூடிய வேறு ஓர் எண்ணாகவோ கொள்வோம்.

30 ஐ எடுத்துக்கொள்வோம்.

எனவே $\frac{4}{5}=\frac{?}{30}$ அதாவது $\frac{4}{5}=\frac{24}{30}$

இவ்வாறே $\frac{5}{6}=\frac{?}{30}$ அதாவது $\frac{5}{6}=\frac{25}{30}$

$$\frac{21}{30}>\frac{24}{30}$$

$$\therefore\ \frac{5}{6}>\frac{4}{5}$$

பயிற்சி 3–5

1. பின்வரும் பின்னத்தொடை ஒவ்வொன்றிலுமுள்ள பெரிய பின்னத்தை எழுதுக :—

(i) $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ (ii) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$ (iii) $\frac{5}{7}, \frac{6}{7}$ (iv) $\frac{8}{9}, \frac{8}{11}$

(v) $\frac{3}{6}, \frac{5}{6}$ (vi) $\frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{2}{5}$ (vii) $1\frac{3}{4}, 1\frac{3}{5}, 1\frac{3}{7}$

2. பின்வரும் பின்னச் சோடிகளுட் பெரிய பின்னத்தைக்காண்க :

(i) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ (ii) $\frac{1}{5}, \frac{2}{3}$ (iii) $\frac{5}{6}, \frac{7}{8}$

(iv) $\frac{5}{9}, \frac{7}{10}$ (v) $\frac{11}{12}, \frac{15}{16}$

3. பின்வருவனவற்றை ஏறு வரிசைப் படுத்துக :

(i) $\frac{2}{5}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}$ (ii) $\frac{3}{4}, \frac{7}{9}, \frac{5}{6}$

(iii) $\frac{7}{12}, \frac{5}{9}, \frac{4}{6}$ (iv) $\frac{11}{12}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$

4. பின்வரும் பின்னங்களைச் சமனான தொகுதி எண்களுடையன வாக எழுதி ஒப்பிடுக.

(i) $\frac{2}{5}, \frac{4}{7}$ (ii) $\frac{3}{8}, \frac{4}{9}$ (iii) $\frac{2}{7}, \frac{3}{8}$ (iv) $\frac{5}{12}, \frac{6}{15}$

தசம பின்னங்களை ஒப்பிடல்

எந்த இரு பின்னங்களையும் ஒப்பிடும் முறைபற்றி இதுவரை படித்துள்ளீர்கள். தசமக் குறிப்பீட்டிலுள்ள இரு பின்னங்களை ஒப்பிடும் முறைபற்றித் தொடர்ந்து ஆராய்வோம்.

தசமங்களைப் பொறுத்தவரை, 10, 100, 1000 போன்ற விசேடமான சில பகுதி எண்களை மட்டுமே கருத வேண்டுமாகையால் இரு தசமங்களை ஒப்பிடல் எளிதாகும். எடுத்துக்காட்டாக ·6, $\frac{6}{10}$ ஆகும்.

$.56$, $\frac{56}{100}$ ஆகும். $.023$, $\frac{23}{1000}$ ஆகும்.

எனவே தசமத்தைப் பார்க்கும் போதே பகுதி எண்ணை அறிந்து விடலாம். பகுதி எண்கள் சமனாயின் உடனே பெரிய பின்னத்தைப் பெற்று விடலாம்.

ஒரே எண்ணிக்கையுடைய தசமதானங்கள் கொண்ட இரு தசமங்கள் ஒரே பகுதி எண்கொண்ட இரு பின்னங்களை ஒத்திருக்கும். எனவே அவற்றை ஒப்பிடுதற்குத் தொகுதி எண்களை மட்டும் ஒப்பிடுவது போதுமானது.

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுக்களை நோக்குக :

(எ-டு) (1) .13, .31 என்பனவற்றுள் எது பெரியது ? ஈரெண்களும் ஒரே எண்ணிக்கையுடைய தசமதானங்கள் உடையன. எனவே 13 ஐயும் 31 ஐயும் ஒப்பிட்டால் போதுமானது.

$\therefore\ 31 > 13$

(எ-டு) (2) .49, .5 என்பனவற்றுள் எது பெரியது ? இங்கு ஈரெண்களும் வேறான எண்ணிக்கையுடைய தசமதானங்கள் உடையன. எனவே, .49, .50 ஆகிய ஈரெண்களையும் நோக்குவோம். இங்கு ஈரெண்களும் இரு தசமதானங்கள் உடையன.

$50 > 49$

$\therefore\ .5 > .49$

(எ-டு) (3) .112, .05 என்பனவற்றுள் எது பெரியது ?

இவற்றை.112, .050 என எழுதுவோம்.

அப்போது $112 > 50$

$\therefore\quad .112 > .05$

1.93, 1.04 போன்ற கலப்புத் தசமங்கள் பொறுத்தவரை, முழு எண்களை முதல் நோக்குதல் வேண்டும். அவை சமனாயின் தசமப் பகுதிகளை ஒப்பிடலாம். முழு எண்கள் சமனற்றவையாயின், எது பெரிய எண் என்பதை அவற்றின் மூலமே வரையறுத்து விடலாம்.

பயிற்சி 3–6

1. குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையுடைய தசமதானங்களுடன் பின்வரும் தசமங்களை எழுதுக.

(i) .6 இரண்டு தானங்கள்

(ii) .12 மூன்று தானங்கள்

(iii) .01 மூன்று தானங்கள்

(iv) .7 மூன்று தானங்கள்

2. ஒவ்வொரு சோடித் தசமங்களுக்கிடையிலுள்ள தொடர்பை " > " என்னும் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி எழுதுக.

(i) .16, .2

(ii) .1, .099

(iii) .48, .49

(iv) .01, .006

(v) .78, .87

3. ஏறு வரிசைப் படுத்துக :—

(i) .09, .14, .12, .07

(ii) .713, .716, .720,.711

(iii) .14, .08, .11, .16

(iv) 1.01, 1.11, 1.91, 1.36

(v) 1.78, 2.01, 1.93, 1.12

பின்னங்களைக் கூட்டல், கழித்தல்

இரு பின்னங்களுட் பெரியதைக் காணும் முறையை அறிந்துள்ளீர். பின்னங்களைக் கூட்டல், கழித்தல் பற்றிய உமது முன்னைய அறிவை இப்போது ஓரளவு மீட்போம்.

"$\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$" என்பனவற்றின் கூட்டுத்தொகை யாது ? என வினவும் போது எமது அடிப்படைக் கருத்து யாது ?

$\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$ என்பனவற்றின் கூட்டுத்தொகை $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}$ எனக் கொள்கிறோம். இவ்வாறே $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$ என்பனவற்றின் கூட்டுத்தொகை $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$ எனக் கொள்கிறோம். இவ்வாறே $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ போன்ற இரு பின்னங்களின் வித்தியாசம் $\frac{3}{4} \quad \frac{2}{3}$ எனக் கொள்ளலாம்.

பின்னமொன்றை, எடுத்துக்காட்டாக $\frac{1}{5}$ ஐக் குறிப்பிடும்போது " அலகொன்றின் " $\frac{1}{5}$ ஐயே குறிப்பிடுகிறோமென்பது ஞாபகமிருக்கலாம். $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}$ என்பது பொருண்மையோடு கூடியதாய் விளங்குதற்கு அலகொன்றின் $\frac{1}{5}$ ஐயும், அதே அலகின் $\frac{3}{5}$ ஐயும் எடுத்தல் வேண்டும்.

$\frac{1}{5}$ கலன் $+\frac{3}{5}$ கலன் என்பது போன்ற சந்தர்ப்பத்தை நோக்குக. இதனை $\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{5}\right)$ கலன் என எழுதலாம். ஆனால் $\frac{1}{5}$ ரூபா $+$ $\frac{3}{5}$ இருத்தல் என்பதை நோக்குக. இதனை $\frac{1}{5} \quad \frac{3}{5}$ என எழுத முடியாது என்பது விளங்கும்.

உரு. 3-7

உரு 3-7 இற் செவ்வகம் முழுவதையும் அலகாகக் கொண்டுள்ளோம். $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}$ ஐ உரு விளக்குகிறது. $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}=\frac{4}{5}$ என்பதை அறிந்து கொள்வீர்.

$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$ என்பதை நோக்குக. $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}$ என்னும் கூட்டுத்தொகையைத் தனியொரு பின்னமாகப் பெற்றது போல் இதனை அவ்வளவு எளிதாகப் பெற முடியாது.

ஆனால் சம பின்னங்கள் பற்றிய அறிவைப் பயன்படுத்தி $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$ ஐத் தனியொரு பின்னமாகத் தந்திடலாம்.

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9}=\frac{8}{12}=\frac{10}{15}=\frac{12}{18}=\frac{14}{21}=\frac{16}{24}=\dots\dots\dots$$

$$\frac{1}{4}=\frac{2}{8}=\frac{3}{12}=\frac{4}{16}=\frac{5}{20}=\frac{6}{24}=\frac{7}{28}=\dots\dots\dots\dots$$

ஓரே பகுதி எண் கொண்ட இரு பின்னங்களைத் தொடைக்கு ஒன்றுகச் சம பின்னத்தொடைகள் இரண்டிலிருந்தும் பெறுவோம். 12ஐப் பொதுப்பகுதி எண்ணுகக் கொள்ளலாம். 24 உம் அத்தகைய எண்ணுகும். (சமமுன பகுதி எண்களைத் தொடர்ந்து எழுதியிருந்தால் இத்தகைய வேறு சில பொதுப்பகுதியெண்களையும் பெற்றிருக்கலாம்)

24 ஐப் பகுதி எண்ணுகக் கொள்வோம்.

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{16}{24}+\frac{6}{24}$$

$$=\frac{22}{24}$$

இதனை $\frac{11}{12}$ எனச் சுருக்கலாம்.

$\therefore\ \frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{11}{12}$ என்னும் ஓரே பின்னமாகின்றது.

இவ்வாறே $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$ ஐ $\frac{3}{6}-\frac{2}{6}$ எனக் கொள்ளலாம்.

$$\therefore\ \frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$$

எனவே இரு பின்னங்களின் கூட்டுத்தொகையை அல்லது வித்தியாசத்தைத் தனியொரு பின்னமாகப் பெறுதற்கு அப்பின்னங்களைச் சமபகுதி எண்கொண்ட பின்னங்களாக மாற்றல் வேண்டும்.

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுக்களை நோக்குக :

(i) $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4}$

(ii) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

(iii) $2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$

$$= 3 + \frac{2}{6} + \frac{3}{6}$$

$$= 3\frac{5}{6}$$

இரு தசமங்களின் கூட்டுத்தொகையை அல்லது வித்தியாசத்தைப் பெறுதற்கும் இதே முறைகளைப் பின்பற்றலாம்.

.34, .6 என்பனவற்றின் கூட்டுத்தொகையைப் பெறும் முறையை நோக்குவோம். கூட்டுத்தொகை .34+.6 ஆதல் வேண்டும்.

பின்னங்களைப் பொறுத்தவரை பின்பற்றிய முறைப்படியே இவற்றையும் தனி ஒரு தசமம் ஆக்கலாம்.

இதற்கு ஒரே எண்ணிக்கையுடைய தசமதானங்களுடன் இரு தசமங்களையும் பெறல் வேண்டும். ஒரே பகுதி எண் கொண்ட பின்னங்களாக அவற்றை மாற்றுவதை இது ஒத்துள்ளது.

(பக்கம்....48....ஐப் பார்க்க)

$.34 + .6 = .34 + .60$ (பயிற்சி 3-6 (1) ஐப் பார்க்க)

இவ்விரு எண்களின் கூட்டுத்தொகையைத் தனி ஒரெண்ணுகப் பெறலாம். முழு எண்களைப் பொறுத்தவரை பின்பற்றும் முறையையே இங்கும் பின்பற்றுகிறேம்.

$$\therefore .34 + .60 = .94$$

இங்கும் .34 + .6 என எழுதும்போது ஒரே அலகின் பகுதிகளையே பெறுகிறேம் என்பது தெளிவாயிருத்தல் வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக .34 அடியும் .6 அடியும் சமன் .94 அடி. இங்கு ஓர் அடியே அலகாகும்.

இவ்வாறே .11– .098 ஐ .110–. 098 எனப் பெறல் வேண்டும். இது .012 உக்குச் சமனுகும்.

பயிற்சி 3-7

1. பின்வருவனவற்றின் கூட்டுத்தொகையைத் தருக. பின்னங்கள் ஒரே அலகையே குறிக்கின்றன.

(i) $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}$ (ii) $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ (iii) $\frac{3}{10}, \frac{8}{100}$

(iv) .375. .16 (v) $1\frac{2}{3}, 1\frac{1}{3}$

2. பின்வருவனவற்றின் வித்தியாசத்தைத் தருக.

(i) $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}$ (ii) $\frac{1}{7}, \frac{1}{8}$ (iii) .1 , .09 (iv) $1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{4}$

3. பின்வருவனவற்றுள் எவற்றை " + " குறியைப் பயன்படுத்தி இரு பின்னங்களாகப் பெறலாம் ?

(i) ஒரு யாரின் $\frac{2}{3}$ உம், ஒரு யாரின் $\frac{3}{4}$ உம்

(ii) ஒரு கலனின் $\frac{1}{6}$ உம், ஒரு பைந்தின் $\frac{1}{4}$ உம்

(iii) ஒரு ரூபாயின் $\frac{3}{4}$ உம், 5 ரூபாயின் $\frac{1}{4}$ உம்

(iv) ஒரு கேக்கின் $\frac{1}{8}$ உம், அதே கேக்கின் $\frac{1}{2}$ உம்

(v) ஓர் இருத்தலின் $\frac{1}{4}$ உம், ஒரு யாரின் $\frac{1}{3}$ உம்

(vi) ஓரங்குலத்தின் .21 உம், ஓரங்குலத்தின் .34 உம்.

4. பின்வரும் சோடிப் பின்னங்களுள் எத்தகைய மாற்றமுஞ் செய்யாது தனியொரு பின்னமாகப் பெறக் கூடியவற்றை எழுதுக :

(i) $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$ (iii) $\frac{2}{6}+\frac{1}{3}$

(iv) $\frac{4}{7}+\frac{6}{7}$ (v) .12 + .21 (vi) .9 — .13

(vii) $\frac{2}{5}+\frac{1}{10}$ (viii) $\frac{7}{8}-\frac{3}{4}$ (ix) .09 — .90

5. பின்வருவனவற்றைத் தனியொரு பின்னமாகத் தருக. :—

(i) $\frac{8}{9}+\frac{7}{9}$ (ii) $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{7}{12}+\frac{6}{12}$

(iv) $\frac{4}{6}+\frac{8}{6}$ (v) $.13+.81$ (vi) $.66-.24$

6. பின்வரும் சோடிப்பின்னங்களைச் சமமான பகுதி எண்கொண்ட பின்னங்களாக மாற்றிப் பின் தனியொரு பின்னமாகத் தருக :—

(i) $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{10}{12}-\frac{2}{3}$

(iv) $.9 - .12$ (v) $.82 + .4$ (vi) $\frac{7}{8}-\frac{5}{6}$

(vii) $.43 - .3$

பகுதுணைப் பங்குகள்

இரு பின்னங்களைத் தனி ஒரு பின்னமாகப் பெறலாம் என்பதை அறிந்துள்ளீர். ஆயினும் தனி ஒரு பின்னத்தை இரு பின்னங்களாக அல்லது கூடிய பின்னங்களாகப் பெறத் தெரிந்திருப்பதும் நன்றே. பலமுறைகள் மூலம் இதனைச் செய்யலாம். எடுத்துக்காட்டாக :

$$\frac{3}{4}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4} \text{ அல்லது } \frac{3}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4} \text{ ஆதியன}$$

ஒரு பின்னத்தைப் பல பின்னங்களாகப் பெறும்போது அவை யாவும் 1 ஐத் தொகுதி எண்ணாகக் கொண்டிருத்தல் வேண்டுமென்பது மரபாகும்.

(எ-டு)

$$\frac{3}{4}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}$$

அதாவது $\frac{3}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

அல்லது $\frac{5}{6}=\frac{2}{6}+\frac{3}{6}$

அதாவது $\frac{5}{6}=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$

1 ஐத் தொகுதி எண்ணாகக் கொண்ட இத்தகைய பின்னங்கள், தரப்பட்ட பின்னத்தின் **பகுதுணைப் பங்குகள்** எனப்படும்.

இங்கும் ஒரே அலகின் அடிப்படையிலேயே பின்னமொன்றைப் பகுதுணைப் பங்குகளாக மாற்றுகின்றோம்.

எடுத்துக்காட்டாக ரூபா 5.60 ஐ அலகாகக் கொள்ளின், ரூபா 5.60 இன் $\frac{3}{4}$ = ரூபா 5.60 இன் $\frac{1}{2}$ + ரூபா 5.60 இன் $\frac{1}{4}$. அன்றாட விடயங்கள் பலவற்றில் இப்பகுதுணைப் பங்குகள் பயன்படுகின்றன.

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுக்களை நோக்குக :

(எ-டு) (1) ஒரு யார் றிப்பன் விலை ரூபா 3.24 ஆயின் $\frac{5}{6}$ யார் றிப்பன் விலை காண்க.

இங்கு ரூபா 3.24 அலகாக அமைந்துள்ளது. அலகின் $\frac{5}{6}$ பகுதியின் பெறுமானத்தைக் காணல் வேண்டும்.

$\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ என அறிந்துள்ளீர்.

எனவே படிமுறையைப் பின்வருமாறு எழுதலாம்.

அலகு ஒன்றின் விலை ரூபா	3.24
∴ அலகின் $\frac{1}{2}$ பகுதியின் விலை ரூபா	1.62
அலகின் $\frac{1}{3}$ பகுதியின் விலை ரூபா	1.08
∴ அலகின் $\frac{5}{6}$ பகுதியின் விலை ரூபா	2.70

(எ-டு) (2) ஓர் இறாத்தல் ரூபா 2.00 வீதம், $2\frac{3}{4}$ இறாத்தல் நிறையுள்ள மீனின் விலை காண்க.

ஓர் இருத்தலின் விலை ரூபா	2.00
$\therefore \frac{1}{2}$ இருத்தலின் விலை ரூபா	1.00
$\therefore \frac{1}{4}$ இருத்தலின் விலை ரூபா	0.50
$\therefore 2$ இருத்தலின் விலை ரூபா	4.00
$\therefore 2\frac{3}{4}$ இருத்தலின் விலை ரூபா	5.50

பயிற்சி 3–8

1. வெற்றிடங்களை ஏற்ற எண்களால் நிரப்புக :

(i) $\frac{2}{3} = \frac{?}{3} + \frac{?}{3}$

(ii) $\frac{7}{12} = \frac{4}{12} + \frac{?}{1} = \frac{1}{?} + \frac{1}{?}$

(iii) $\frac{3}{8} = \frac{?}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{?} + \frac{1}{8}$

(iv) $\frac{9}{20} = \frac{?}{20} + \frac{1}{20} = \frac{1}{4} + \frac{1}{?}$

(v) $\frac{7}{8} = \frac{?}{8} + \frac{?}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{?} + \frac{1}{?} + \frac{1}{8}$

2. ஓர் இருத்தல் தேயிலையின் விலை ரூபா 3.24 ஆயின்

(i) $\frac{1}{2}$ இரு. (ii) $\frac{1}{4}$ இரு. (iii) $\frac{1}{8}$ இரு.

ஆகியவற்றின் விலை காண்க.

3. ஓர் இறுத்தல் சீனியின் விலை 66 சதம் ஆயின் பின்வருவன வற்றின் விலை காண்க.

(i) $\frac{1}{3}$ இரு. (ii) $\frac{1}{6}$ இரு. (iii) $\frac{5}{6}$ இரு.

4. ஓர் இடசன் பயிற்சிப் புத்தகங்களின் விலை ரூபா 2.88 ஆயின் பின்வருவனவற்றின் விலை காண்க :

(i) 2 இடசன் (ii) $1\frac{1}{2}$ இடசன் (iii) $\frac{3}{4}$ இடசன்

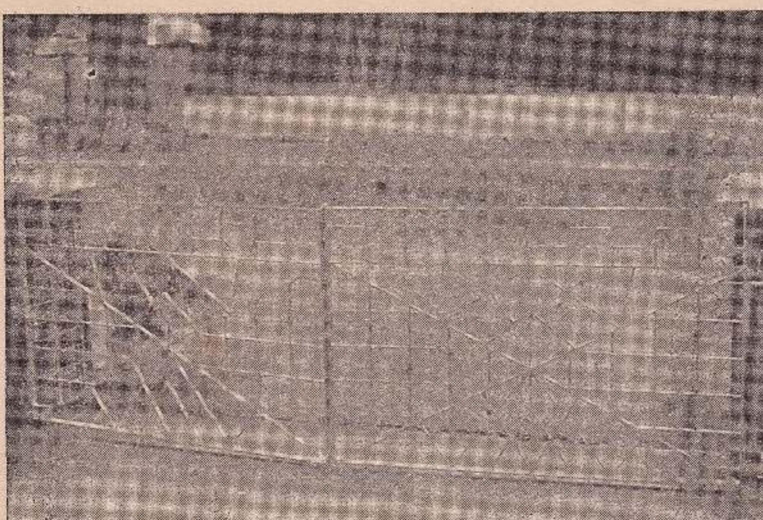
5. ஒரு யார் சீலையின் விலை ரூபா 2.16 ஆயின், $3\frac{5}{8}$ யார் சீலையின் விலை காண்க.

6. ஓர் அந்தர் சீமெந்தின் விலை ரூபா 12.80 ஆயின், $2\frac{11}{16}$ அந்தர் சீமெந்தின் விலை காண்க.

7. ஒருவருக்குரிய மாசியின் வாரப் பங்கீட்டளவு $\frac{1}{32}$ இறுத்தலாகும். எழுவர் உள்ள குடும்பத்துக்கு ஓர் வாரத்துக்குரிய மாசிவாங்குவதற்கு, இறுத்தல் ரூபா 4.80 வீதம் எவ்வளவு செலவாகும் ?

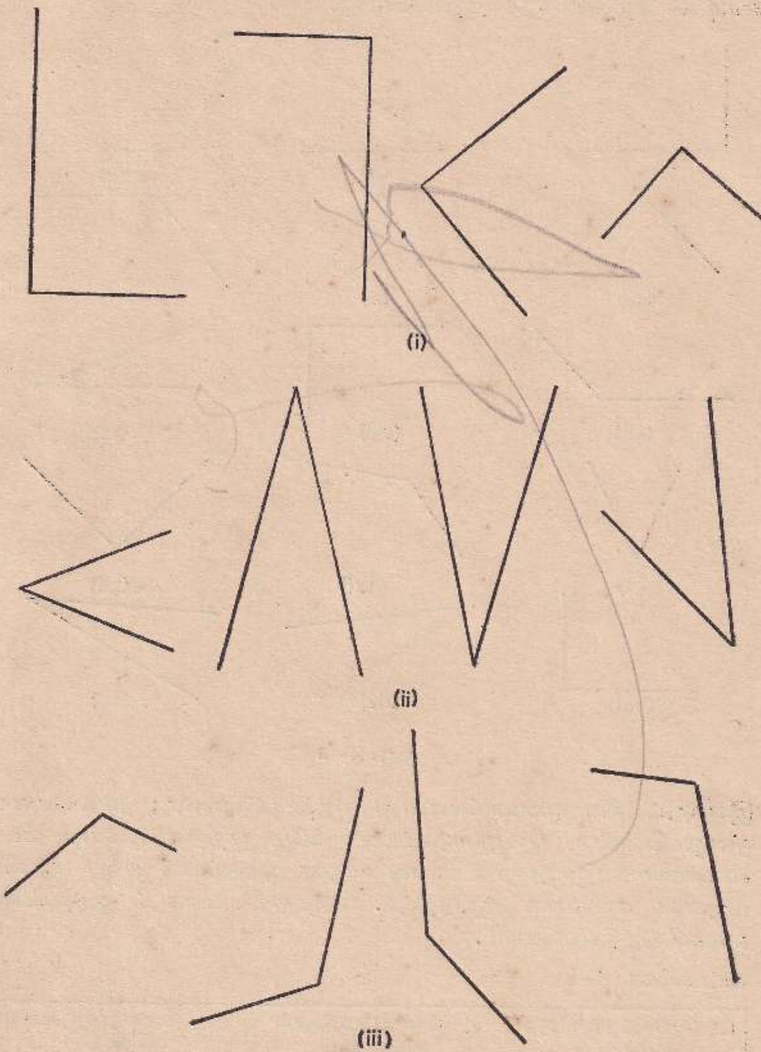
4. கோணங்கள் I

சுற்றுடலிலுள்ள பொருள்கள் பலவற்றில் நேரான விளிம்புகளும், வளைவான விளிம்புகளும் இருப்பதைப் பாடசாலையில் அறிந்திருப்பீர்கள். இவ்விளிம்புகளுட் சில ஒன்றையொன்று சந்திக்கும், சில



உரு. 4—1

சந்திக்க மாட்டா. வேலியின் பகுதியும் வாயிலும் அடங்கிய புகைப் படத்தை உரு 4–1 இற் காண்க. பல நேர்விளிம்புகள் ஒன்றை யொன்று சந்திப்பதை அதிற் கண்டு கொள்ளலாம்.

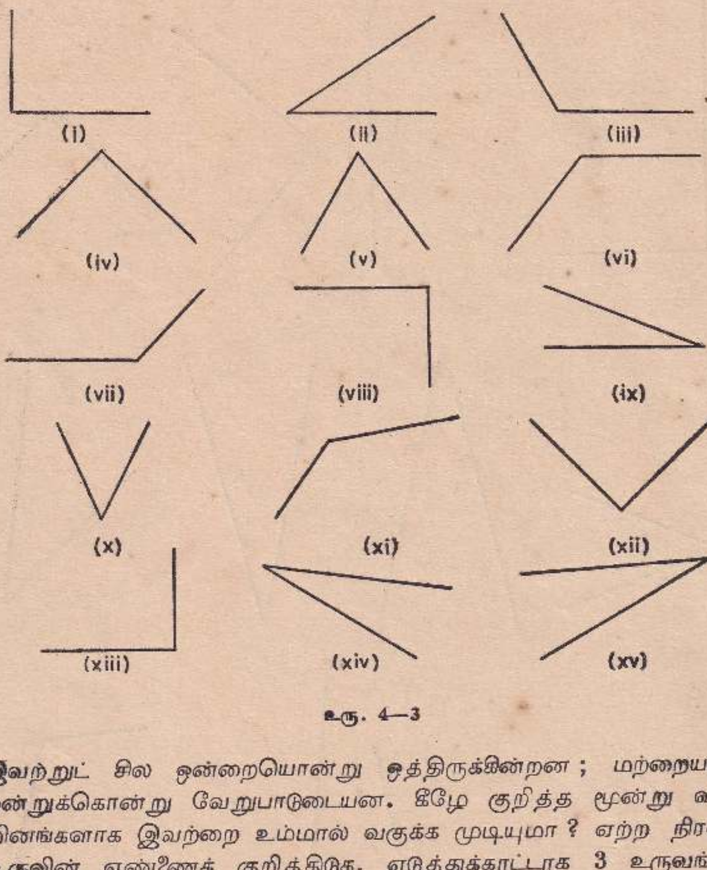


உரு. 4—2

உரு 4–2 (i), 4–2 (ii), 4–2 (iii) ஆதியவை போன்ற உருவங்கள் உரு 4–1 இற் காணப்படுகின்றனவா?

பயிற்சி 4–1

1. (i) தொடக்கம் (xv) வரையுமுள்ள உருவங்கள் நேர்விளிம்புச் சோடிகள் சந்திப்பதைக் குறிக்கின்றன.



உரு. 4—3

இவற்றுட் சில ஒன்றையொன்று ஒத்திருக்கின்றன ; மற்றையவை ஒன்றுக்கொன்று வேறுபாடுடையன. கீழே குறித்த மூன்று வகையினங்களாக இவற்றை உம்மால் வகுக்க முடியுமா ? ஏற்ற நிரலில் உருவின் எண்ணைக் குறித்திடுக. எடுத்துக்காட்டாக 3 உருவங்களை வகைப்படுத்தியுள்ளோம்.

அட்டவணை 4–1

└ போன்று சந்திக்கும் விளிம்புகள்	∠ போன்று சந்திக்கும் விளிம்புகள்	╲_ போன்று சந்திக்கும் விளிம்புகள்
xv	iv	vi

2. முதலாம் விஞவில் (1) தொடக்கம் (XV) வரையுள்ள உருவங்கள் பற்றிய பின்வரும் வசனங்களை நிரப்புக.

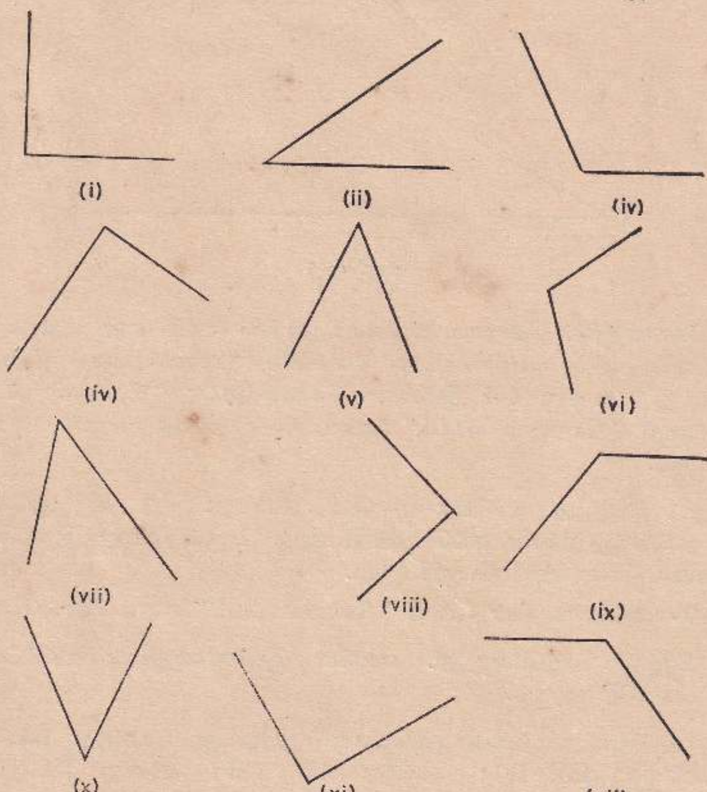
(i) (1) தொடக்கம் (xv) வரையுள்ள உருவங்கள் .... எனப்படும்.

(ii) முதலாம் நிரலில் வகைப்படுத்தக் கூடிய உருவங்கள் யாவும் .... கோணங்கள் எனப்படும்.

(iii) இரண்டாம் நிரலிலுள்ள உருவங்கள் போன்றவை .... கோணங்கள் எனப்படும்.

(iv) மூன்றும் நிரலில் உள்ள உருவங்கள் போன்றவை .... எனப்படும்.

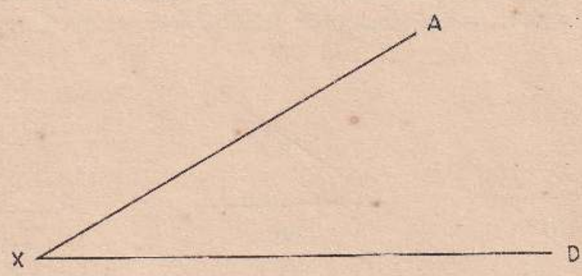
(3) பின்வரும் உருவங்கள் யாவும் கோணங்களாம். ஒவ்வொன்றும் செங்கோணமா, கூர்ங்கோணமாக, விரிகோணமா எனக் குறிப்பிடுக.



கோணத்துக்குப் பெயரிடல்

உரு 4–3 இற் போல் இரு கோடுகள் சந்திக்கும்போது கோணம் அமைகின்றது என்பதை அறிந்து கொண்டோம். கோணம் அமையும் வகையில் சந்திக்கும் இருகோடுகள் **கோணத்தின் சிறைகள்** எனப்படும். கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி, **கோணத்தின் உச்சி** எனப்படும்.

புள்ளிக்கு ஓரெழுத்தாற் பெயரிடுவதையும் கோட்டுக்கு ஈரெழுத்தாற் பெயரிடுவதையும் முன்பு படித்துள்ளீர்கள். கோணமொன்றுக்குப் பெயரிடும் முறையை நோக்குவோம். உரு 4–5 ஐப் பார்க்க. சந்திக்கும் இரு கோடுகளின் பெயர் AX உம் XD உம் ஆகும். அவை சந்திக்கும் புள்ளி X ஆகும்.



உரு. 4—5

கோணத்தின் சிறைகள் யாவை ? அதன் உச்சி எது என்பதைப் பெயரிலிருந்தே அறியக்கூடிய வகையில் கோணத்துக்குப் பெயரிடுதல் நன்று. உரு 4–5 இலுள்ள கோணத்துக்கு "கோணம் AXD அல்லது "கோணம் DXA" எனப் பெயரிடுவதே மரபான முறையாகும்.

நடு எழுத்து உச்சிக்குரிய பெயராகின்றது. நடு எழுத்து மற்றைய எழுத்துக்கள் ஒவ்வொன்றுடனும் சேரும் போது இரு சிறைகளின் பெயர்களைப் பெறுகிறோம்.

கோணமொன்றின் பெயர் "கோணம் ABC" எனக் கொள்வோம்.

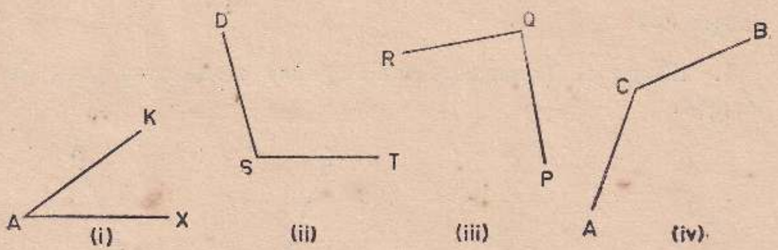
B இதன் நடுவெழுத்து. எனவே இக்கோணத்தின் உச்சியின் பெயர் "B" ஆகும்.

நடு எழுத்து மற்றைய ஒவ்வொரு எழுத்துடனும் சேர்ந்து BA, BC (அல்லது AB, BC ; அல்லது AB, CB ; அல்லது BA, CB) ஆதியவற்றைத் தருகின்றது. எனவே BA, BC என்பன கோணத்தின் சிறைகளாம்.

பயிற்சி 4–2

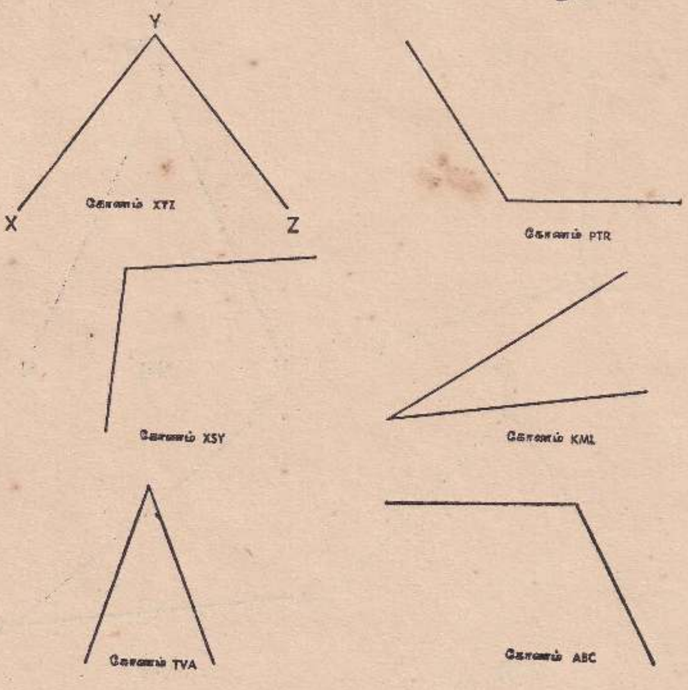
1. கோணமொன்றின் பெயர் "கோணம் PQR", அதன் உச்சியின் பெயர் யாது? அதன் சிறைகளின் பெயர்கள் யாவை?

2. பின்வரும் கோணங்கள் ஒவ்வொன்றுக்கும் பெயரிடுக.



உரு. 4—6

3. பின்வரும் கோணங்களின் கீழ் அவற்றின் பெயர்கள் எழுதப்பட்டுள்ளன. எடுத்துக்காட்டில் எழுதியதுபோல் கோணங்களின் சிறைகளிலும், உச்சியிலும் இவ்வெழுத்துக்களைச் சரியாக எழுதுக.

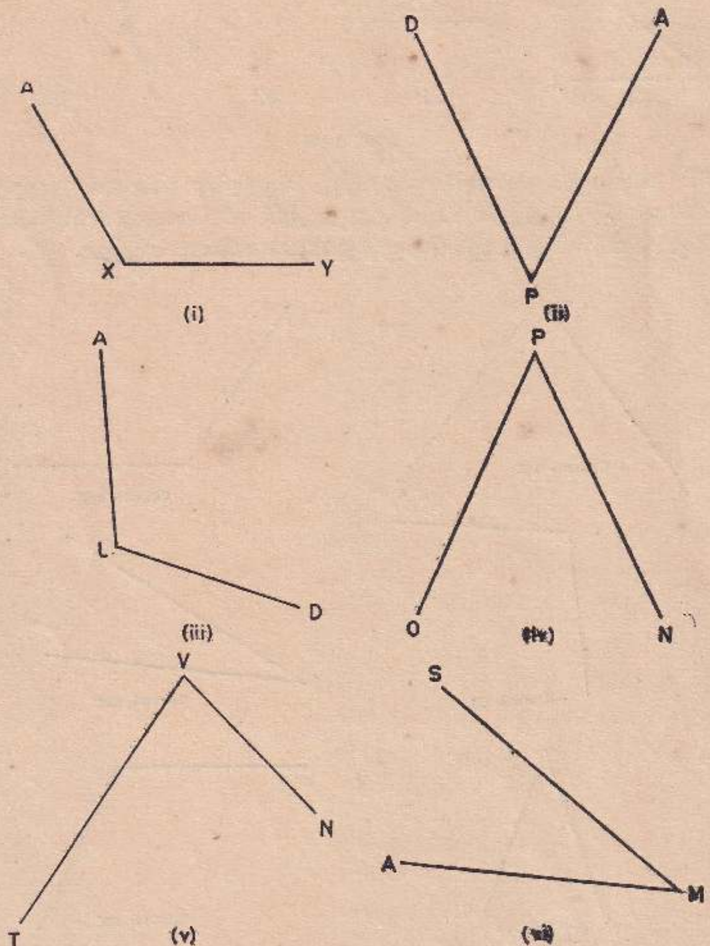


உரு. 4—7

"கோணம்" என எப்போதும் எழுதாது சுருக்கமாக உச்சியைக் குறிக்கும் எழுத்தின் மேல் கோணமொன்றை வரைந்து விடலாம். எடுத்துக்காட்டாக "கோணம் XZY " ஐ " $X\hat{Z}Y$ " என எழுதலாம்.

பயிற்சி 4–3

1. பின்வரும் கோணங்களின் பெயர்களைச் சுருக்கமான முறையில் எழுதுக.



உரு. 4—1

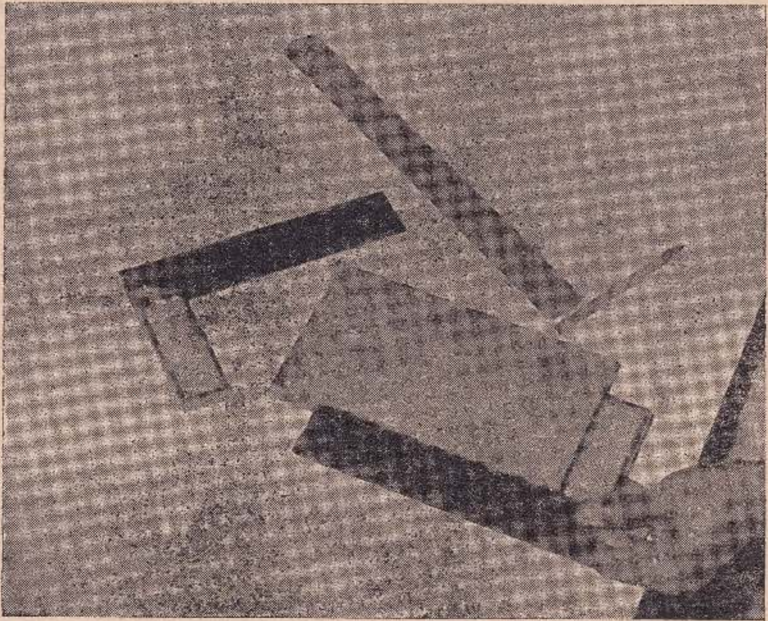
2. பின்வரும் கோணங்களின் உச்சிகள் யாவை? சிறைகள்யாவை?

(i) $A\hat{B}C$ (ii) $X\hat{B}T$ (iii) $L\hat{Q}R$ (iv) $L\hat{M}V$ (v) $T\hat{X}Y$

சம கோணங்கள்

உற்று நோக்குவதன் மூலம் கூர்ங்கோணம், செங்கோணம், விரிகோணம் என இதுவரை கோணங்களை வகைப்படுத்தியுள்ளோம்.

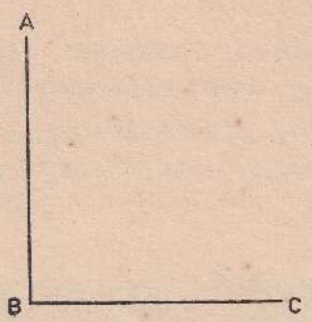
எனினும் இது சிறந்ததோர் முறையன்று. ஏனெனிற் சில கோணங்களை எவ்வகையுட் படுத்தவேண்டும் என்பது பற்றிச் சிலர் கருத்து வேற்றுமைப் படலாம். எனவே சிறப்பான முறையொன்றைப் பெற முயல்வோம்.



உரு. 4—9

உரு 4–9 இற் காட்டியது போன்ற கருவியை மேசையின் மூலைகளைச் சரி பார்ப்பதற்குத் தச்சர் பயன்படுத்துவதைப் பார்த்திருப்பீர். விளிம்புகள் செங்கோணமாய் அமைகின்றனவா என்பதை உற்று நோக்கித் தெரிந்து கொள்வதிலும், இதன் மூலம் தெரிந்து கொள்வது கூடிய நம்பற்றகவு உடையதென அவர்கள் அறிவர். இத்த

கைய முறையை நாங்களும் கையாளலாம். செங்கோணமொன்றின் சுவடே எமது கருவியாகும். உரு 4–10 செங்கோணமாகும்.

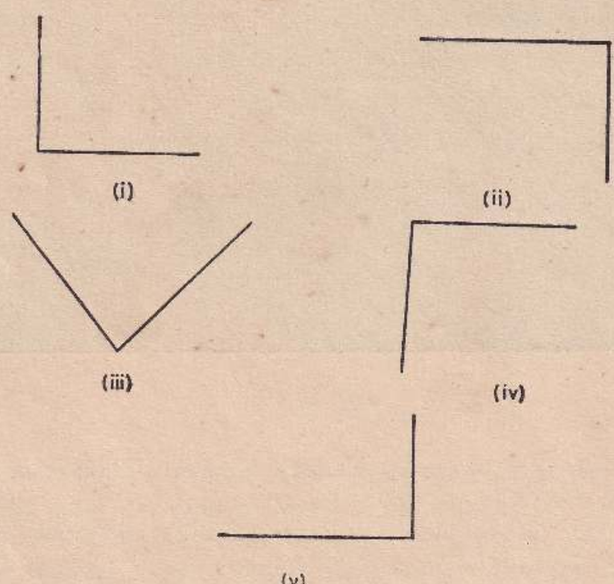


உரு. 4—10

இதன் சுவடொன்றைப் பெறுக. AB, BC ஆகிய சிறைகளைப்படியெடுப்பதற்கு நேர்விளிம்பொன்றைப் பயன்படுத்துக. சுவட்டுத்தாளை நீக்கிக் கோணத்துக்கு உரு 4–10 இல் இருப்பது போல் பெயரிடுக. B, கோணத்தின் உச்சியிலும், BA, BC கோணத்தின் சிறைகள் நெடுகிலும் படியத்தக்கதாக இச்சுவட்டுத் தாளை வேறோர் கோணத்தின் மேல் வைக்க முடிந்தால், அக்கோணம் செங்கோணமாகும்.

பயிற்சி 4–4

1. பின்வரும் கோணங்களுள் செங்கோணங்கள் யாவை என்பதைச் சுவட்டுத் தாளைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

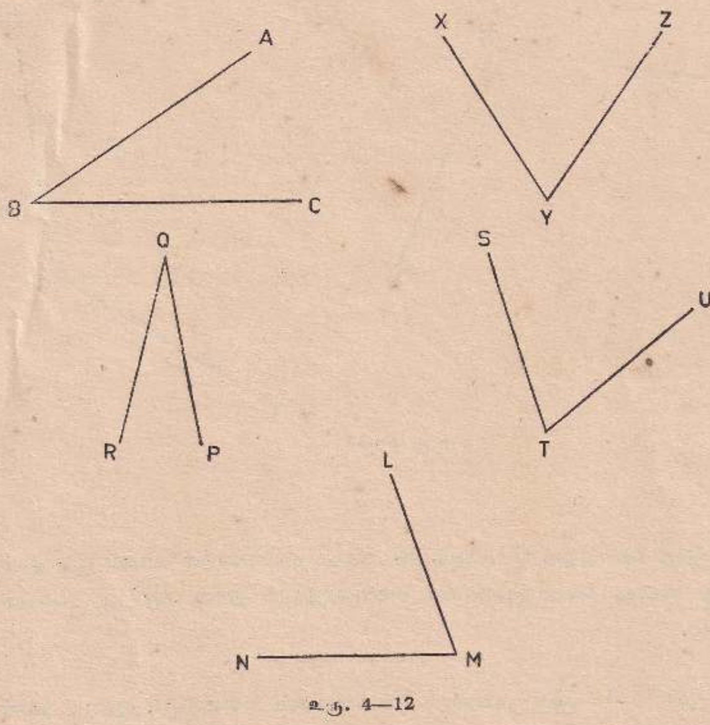


உரு. 4—11

சுவட்டுத்தாளிலுள்ள செங்கோணத்தின் உச்சியையும், சிறைகளை யும் வேறோர் கோணத்தின் உச்சி, சிறைகளுடன் பொருத்த முடியு மாயின், கோணங்கள் பொருந்தியுள்ளன என்போம். சுவட்டுத் தாளைப் பயன்படுத்தாது செங்கோணங்களைப் பொருத்திப் பார்க்கலாம். கோ ணங்களை வெட்டியெடுத்துப் பொருத்திப் பார்க்கலாம். இதனைப் பாட சாலையிற் செய்திருப்பீர். செங்கோணங்களை மட்டுமல்ல எவ்விரு கோணங்களையும் பொருத்த முயன்று பார்க்கலாம் என்பதை உணர் வீர். கோணங்கள் பொருந்தின் அவற்றைச் சமனான கோணங்கள் என்போம்.

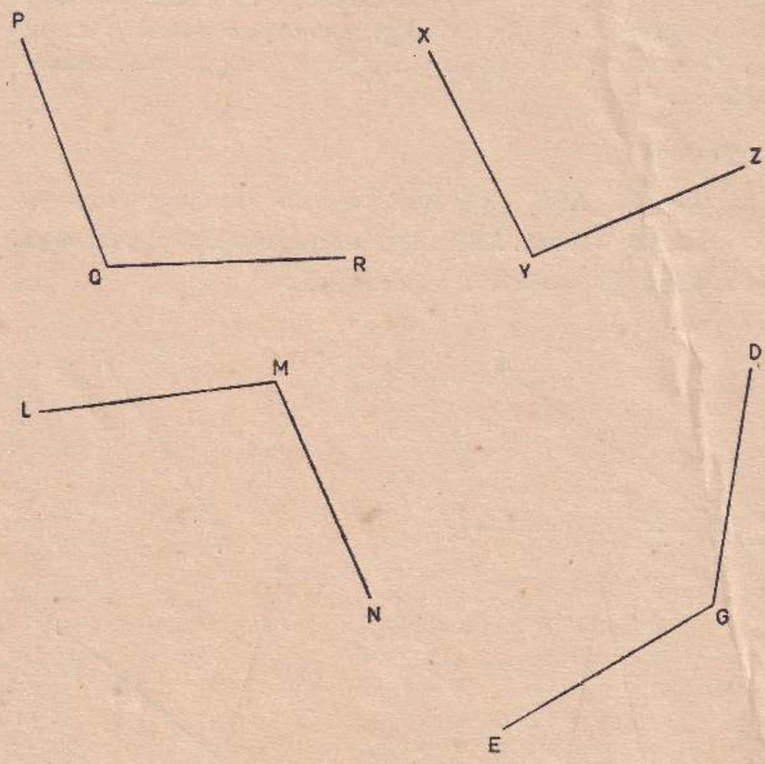
பயிற்சி 4–5

1. கோணம் ABC இன் சுவடு வரைக. பின்வரும் மற்றைய கோணங்களுள் கோணம் ABC உக்குச் சமனானவை யாவை என்பதைக் காண்பதற்கு இச் சுவட்டைப் பயன்படுத்துக.



உரு. 4—12

2. கோணம் PQR இன் சுவடு வரைக. பின்வரும் மற்றைய கோணங்களுள் கோணம் PQR உக்குச் சமனானவை யாவை என்பதைக் காண்பதற்கு இச்சுவட்டைப் பயன்படுத்துக.

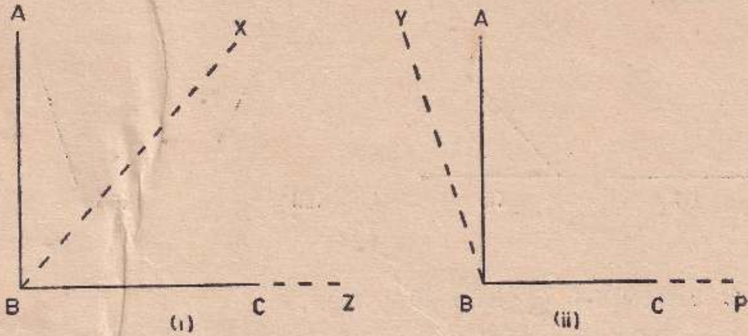


உரு. 4—13

பொருந்த வைத்துக் கோணங்கள் சமனா என்பதைக் காண முயலும் போது அவை சமனற்றவையா என்பதையும் நாம் அறிந்து கொள்கிறோம்.

பயிற்சி 4–5 இல் உள்ள கோணங்கள் எவற்றுடனும் செங்கோணமொன்றைப் பொருத்த முடியாது என்பதை அறிந்து கொள்

வீர். இதனை உரு 4–14 விளக்குகின்றது. அங்கு நேர்கோடுகள் சுவட்டுத்தாளிலுள்ள கோடுகளையும், குற்றிட்ட கோடுகள் கீழுள்ள கோடுகளையும் காட்டுகின்றன.



உரு. 4—14

உச்சிகள் இரண்டும் பொருந்துமாறும், சிறை BC சிறை BZ உடன் பொருந்துமாறும் கோணம் XBZ, கோணம் ABC என்பனவற்றை ஒன்றேடொன்று படியவைக்கும் போது உரு 4–14 (i) இற் காட்டியவாறு சோணம் XBZ இன் சிறை BX, கேணம் ABC இன் சிறைகளுள் அமைவதைக் காண்பீர். உரு 4–14 (1) இற் காட்டியவாறு கோணம் ABC, கோணம் XBZ என்பனவற்றை ஒழுங்குபடுத்த முடியுமாயின் கோணம் XBZ இலும் கோணம் ABC பெரியது என்போம்.

உச்சி இரண்டும் பொருந்துமாறும், சிறை BP சிறை BC உடன் பொருந்துமாறும், கோணம் YBP, கோணம் ABC என்பனவற்றை ஒன்றேடொன்று படியவைக்கும் போது உரு 4–14 (ii) இற் காட்டியவாறு கோணம் YBP இன் சிறை BY, கோணம் ABC இன் சிறைகளுக்கு வெளியே அமைகின்றது. இத்தகைய நிலைகளில் கோணம் YBP இலும் கோணம் ABC சிறியது என்போம். (அல்லது கோணம் ABC இலும் கேணம் YBP பெரியது என்றும் கூறலாம்).

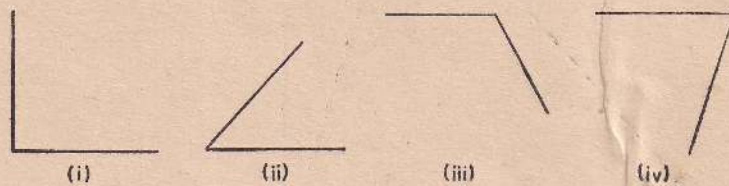
பயிற்சி 4–6

சுவட்டுத்தாளில் வரைந்த செங்கோணத்தைப் பயன்படுத்திப் பின் வரும் கோணங்களுள் எவை,

1. செங்கோணத்திலும் சிறியன.
2. செங்கோணத்துக்குச் சமனாயுள்ளன.
3. செங்கோணத்திலும் பெரியன.

என்பதைக் காண்க.

(சுவட்டுத்தாளில் அமைந்த செங்கோணத்தைப் பயன்படுத்தாமலே சில கோணங்களுக்குரிய விடையைக் காணலாம். அவை சரியா என்பதைச் சுவட்டுத்தாளில் உள்ள செங்கோணம் மூலம் அறிந்து கொள்க.)



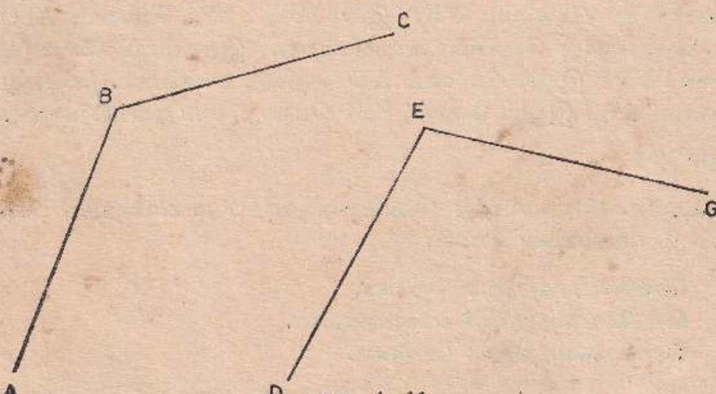
உரு. 4—15

4. பயிற்சி 4–5 இலுள்ள வினா 1இல்,
   (i) கோணம் ABC இலும் சிறிய கோணம் யாது ?
   (ii) கோணம் ABC இலும் பெரிய கோணம் யாது ?

5. பயிற்சி 4–5 இலுள்ள வினா 1 இல்,
   (i) கோணம் PQR இலும் சிறிய கோணம் யாது ?
   (ii) கோணம் PQR இலும் பெரிய கோணம் யாது ?

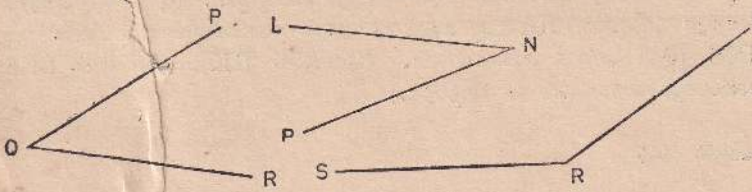
6. இடைவெளிகளை நிரப்புக.
   (i) கூர்ங்கோணத்திலும், செங்கோணம் ....
   (ii) விரிகோணத்திலும், செங்கோணம் ....
   (iii) கூர்ங்கோணத்திலும், விரிகோணம் ....

7. பின்வரும் இரு கோணங்களுட் பெரியது யாது ?



உரு. 4—16

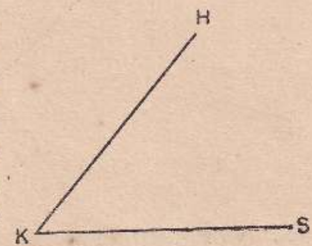
8. பின்வரும் கோணங்களை ஏறு வரிசைப்படுத்தி எழுதுக.



உரு. 4—17

கோணத்தின் பின்னப் பகுதிகள்

இரு கோணங்கள் சமனா, சமனில்லையா என்பதைக் காண்பதற்கு முறையொன்றை அறிந்துவிட்டோம். (அவை சமனில்லையாயின் எது பெரியது என்பதையும் கூறலாம்). உரு 4–18 இல் உள்ள கோணத்தின் அரையளவுக்குச் சமனான கோணமொன்றைப் பெற முயல்வோம்.



உரு. 4—18

இதனை முயல்வழு முறையாற் பெறலாம். உரு 4–19 இல் உள்ளது போல் K இனூடாக KT என்னும் கோட்டை வரைந்து கோணம் HKT, கோணம் TKS உக்குச் சமனா என்பதை அறிந்து கொள்ளலாம். அவை சமனில்லையாயின் இரு கோணங்களையும் சமனாகப் பெறும்வரை கோடுகளை ஒவ்வொன்றாக வரைந்து பார்க்கலாம். இம்முறை பின்பற்றக் கூடியதாயினும் நேரத்தை விரையமாக்கும் முறையாகும். மேலும் உருவிற் பலகோடுகள் வரைந்த பின்னரே சரியான கோட்டை நாம் பெறமுடியும். பின்வரும் முறை சிறப்பானதாகும். சுவட்டுத் தாளிற் கோணத்தின் சுவட்டைப் பெறுக. உரு 4–18 இல் உள்ளது போல் அதற்குப் பெயரிடுக. KH இன் மேல் KS படியும் வண்ணம் சுவட்டுத் தாளை மடித்திடுக. மடிப்பின் வழியே கோடு

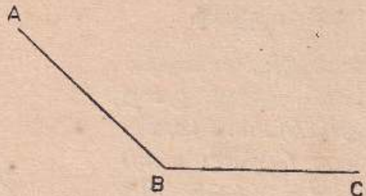
உரு. 4—19

விழச்செய்து தாளை விரித்திடுக. K இனூடாகச் செல்லும் கோடு அங்கு

அமைந்திருத்தல் வேண்டும். KL என அதற்குப் பெயரிடுக. கோணம் HKL, கோணம் LKS உக்குச் சமனுகும். இவை இரண்டும் சேர்ந்து கோணம் HKS ஐ அமைப்பதால் ஒவ்வொன்றும் கோணம் HKS இன் அரை அளவாகும். (கோணம் HKL=கோணம் LKS என்பதை வாய்ப்புப் பார்த்திடுக.)

பயிற்சி 4–7

1. கோணம் ABC இன் அரையளவுக்குச் சமனுன கோணமொன்றைப் பெறுக.



உரு. 4—20

2. உரு 4–10 இலுள்ள செங்கோணத்தைப் பயன்படுத்தி :

(i) செங்கோணத்தின் $\frac{1}{4}$ கூறுக்குச் சமனுன கோணத்தையும்

(ii) செங்கோணத்தின் $\frac{1}{8}$ கூறுக்குச் சமனுன கோணத்தையும் பெறுக.

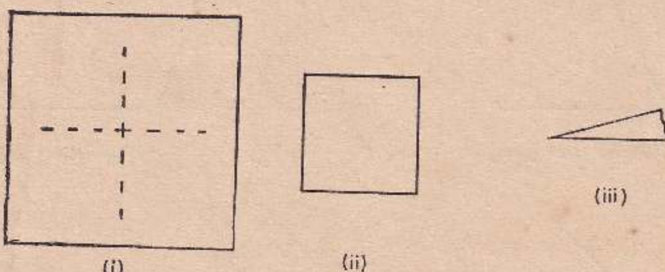
கோணங்களை அளத்தல்

இரு கோணங்களை ஒப்பிடவும், குறித்தவோர் கோணம் வேறோர் கோணத்திலும் சிறியதா, பெரியதா என அறியவும் நாம் கற்றுள்ளோம். ஒரு கோணம் வேறுர் கோணத்திலும் எந்த அளவாற் பெரியது அல்லது சிறியது என்பதை நாம் எவ்வாறு அறியலாம்?" என்பதே அடுத்துத் தோன்றக் கூடிய வினுவாகும். இதற்கு விடை காண்பதற்குக் கோணங்களை அளக்கும் முறையொன்றை நாம் முதற் பெறல் வேண்டும்.

எமக்குப் பழக்கமான நீளம், நிறை போன்றவற்றின் அளவீடுகள் சிலவற்றை நோக்குவோம். இவ்வளவீடுகளில் நீளத்தை அளப்பதற்கு நீளமும், (ஓர் அடி) நிறையை அளப்பதற்கு நிறையும் (ஓர் இறத்தல்) உள்ளன. எனவே கோணத்தை அளப்பதற்குக் கோணம் இருத்தல் வேண்டுமென்பது தெளிவாம். கோணங்களை அளப்பதற்குரிய நியமமான கோணம் செங்கோணமாகும்.

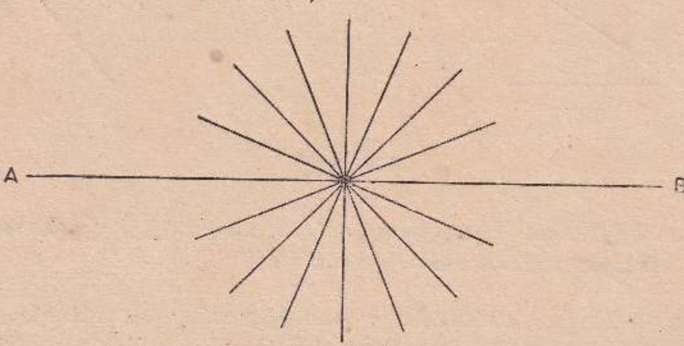
கோணங்களை ஒப்பிடுவதற்குத் தாளொன்றிலிருந்து கிழித்தெடுத்த செங்கோணமொன்றைப் பாடசாலையிற் பயன்படுத்தியிருப்பீர். அது பெரிதாயிருப்பதால் அலகாகக் கொள்வதற்குத் தகுதியற்றது என்பதை உணர்ந்திருப்பீர். எனவே அதனை இரண்டு, நான்கு, ஆதியனவாக மடித்துச் சிறிய கோணங்களை (செங்கோணத்தின் $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ ஆதியன) அளவையாகப் பெற்றிருப்பீர்.

பின்வருவதைச் செய்து பார்த்திடுக. சுவட்டுத் தாளொன்றைப் பெறுக. உரு 4–21 (i) இற் காட்டியது போற் குற்றிட்ட கோடுகள் வழியே மடித்திடுக. செங்கோணம் பெற்றுவிட்டதை உணர்கிறீரா? இச்செங்கோணத்தை இருதரம் மடித்திடுக. அப்போது உரு 4–21 (ii) இல் உள்ளது போல் செங்கோணத்தின் $\frac{1}{4}$ கூறைப் பெறுவீர். மடிப்புக்களில் நன்றாகக் கோடு விழும் படி செய்து தாளை விரித்திடுக.



உரு. 4—21

அப்போது உரு 4–22 இல் உள்ள கோடுகள் போன்றவற்றைத் தாளிற் காணலாம். செங்கோணத்தின் $\frac{1}{4}$ கூறுகள் பலவற்றை அவை அமைத்திருப்பதையும் காணலாம். வழிப்படுத்தும் கோடாக விளங்கும் வண்ணம் AB என்ற மடிப்பை மையினால் வரைக. (அதற்கு AB எனப் பெயரிடுக.)



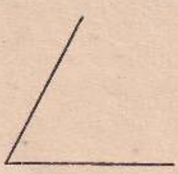
உரு. 4—22

கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியே நாம் பெற்ற செங்கோணத்தின் $\frac{1}{4}$ கூறுகள் யாவற்றினதும் உச்சியாகும். உச்சிகள் இரண்டும் பொருந்தும் வகையிலும், கோணத்தின் சிறையொன்று AB உடன் இணையும் வகையிலும் இச் சுவட்டுத் தாளைப் பின்வரும் கோணங்கள் ஒவ்வொன்றுடனும் பொருத்துக.

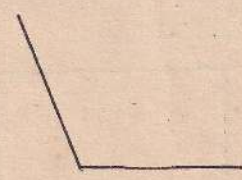
முதல் இரு எடுத்துக்காட்டுக்களிலும் காட்டியது போல் ஒவ்வொரு கோணத்தின் கீழும் அதன் அளவைத் தருக.

பயிற்சி 4–8

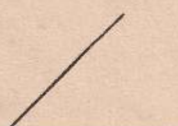
1.



செங்கோணத்தின் $\frac{3}{4}$ பங்கு



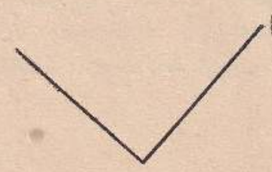
செங்கோணத்தின் $\frac{5}{4}$ பங்கு



(i)

(ii)

(iii)



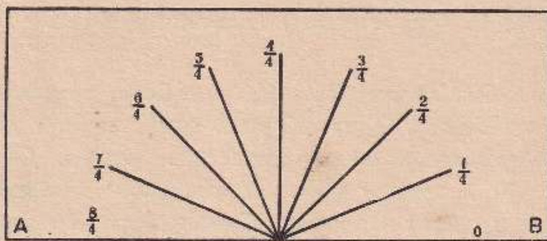
(iv)

உரு. 4—23

சுவட்டுத்தாளின் $\frac{1}{2}$ பகுதியை மட்டும் பயன்படுத்தி இக்கோணங்கள் யாவற்றையும் அளக்க முடியுமா ?

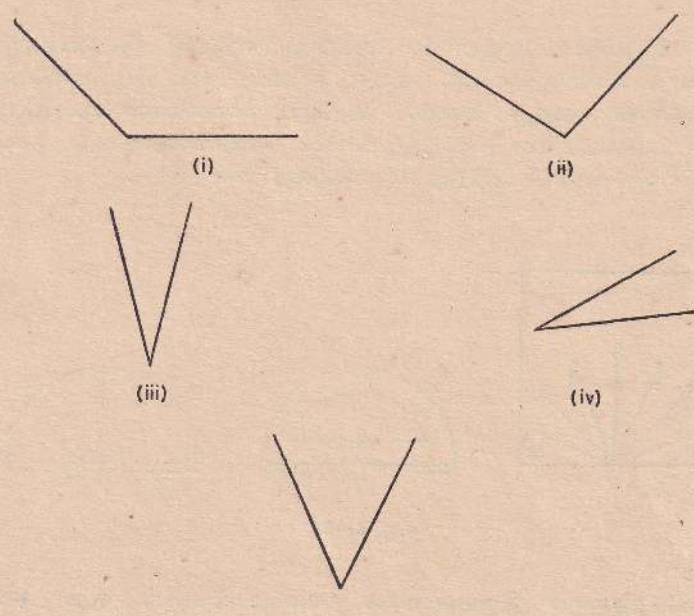
உரு 4–24 இற் காட்டியவாறு சுவட்டுத்தாளின் அரைப்பகுதியைப் பெறுதற்கு கத்திரிக்கோலாற் கோடு AB நெடுகிலும் வெட்டுக. கோடு

களுக்கு 0, $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{4}$ என்ற முறையில் எண்ணிடுவோம். இதன் மூலம் பெறுமானங்களை எளிதாகப் பார்த்திடலாம்.



உரு. 4—24

2. பின்வரும் கோணங்களை அளப்பதற்கு இச்சுவட்டுத் தாளைப் பயன்படுத்துக. இக்கருவியைப் பயன்படுத்திப் பெற்ற அளவை ஒவ்வொரு கோணத்தின் கீழும் எழுதுக.



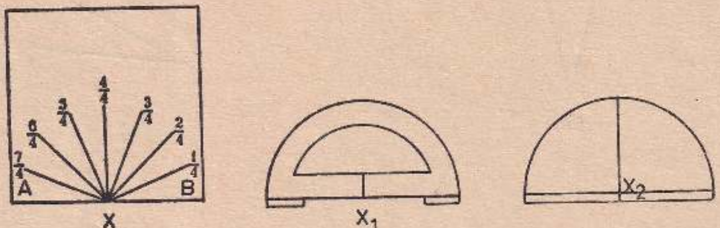
உரு. 4—25

கோணங்களை அளப்பதற்குரிய அளவையாகப் பயன்படுத்துவதற்கு செங்கோணத்தின் $\frac{1}{4}$ கூறும் பெரிதாயிருப்பதை இப்போது உணர்ந்து கொள்வீர்.

நாம் முன் குறிப்பிட்ட மற்றைய அளவீடுகளில் நியம அலகிலும் சிறிதான கணியங்களை அளப்பதற்கு அவ்வலகின் எற்ற பிரிவுகளைப் பயன்படுத்துவேம். எடுத்துக்காட்டாக $\frac{1}{12}$ அடியையும் (ஒரு அங்குலம்) $\frac{1}{16}$ இருத்தலையும் (ஒரு அவுன்சு) பயன்படுத்துகிறோம்.

இவ்வாறே செங்கோணத்தின் $\frac{1}{90}$ பகுதியை அலகாயமைந்த கோணத்தின் பிரிவாகக் கொள்வதெனக் கணித அறிஞர் தீர்மானித்தனர். இச்சிறுகோணம் **பாகை** எனப்படும். எனவே செங்கோணமொன்றில் 90 பாகைகள் உள. பாகைகளின் எண்ணிக்கையை எழுதும் போது பாகை என்னும் சொல்லுக்குச் சுருக்கக் குறியீடொன்றைப் பயன்படுத்துகிறோம். (2' 3" என்பதில் அடிக்கும் அங்குலத்துக்கும் முறையே ஒற்றைக் கீறையும் இரட்டைக் கீறையும் பயன்படுத்துவதை இது ஒத்துள்ளது) $90°$ என 90 பாகையை எழுதுகிறோம். இவ்வாறே $1°$, $27°$, $112°$ என முறையே 1 பாகையையும், 27 பாகையையும், 112 பாகையையும் எழுதுகிறோம்.

சுவட்டுத்தாளை மடித்து 1 பாகையை எடுப்பது இயல்வதன்று என்பதை உணர்ந்திருப்பீர். உமது கருவிப் பெட்டியிற் பாகைகள் குறித்தகருவி ஒன்று உளது. அதனைப் பாகைமானி எண்போம். முன் பயன்படுத்திய சுவட்டுத்தாளையும் பாகைமானியையும் உமது மேசையில், ஒன்றை அடுத்து மற்றையதை வைத்திடுக.

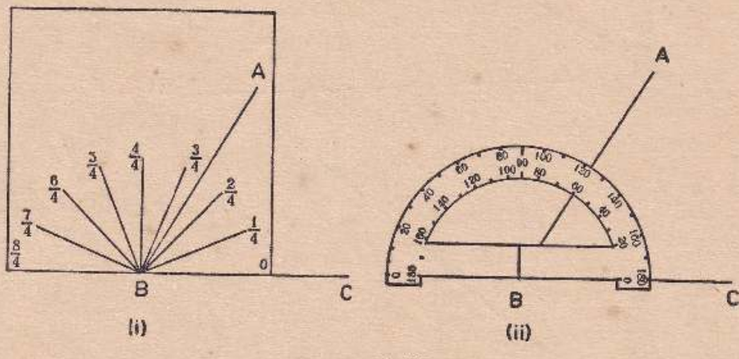


உரு. 4—26

சுவட்டுத்தாளும் இருவகையான பாகைமானிகளும் உரு 4–26 இல் உள்ளன. (இவற்றில் ஒன்று உமது கருவிப் பெட்டியில் இருத்தல் வேண்டும்). சுவட்டுத்தாளிற் செங்கோணத்தின் $\frac{1}{4}$ கூறுகள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. பாகைமானியிற் செங்கோணத்தின் $\frac{1}{90}$ கூறுகள், அதாவது பாகைகள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. மேலும் பாகைமானியில் ஒவ்வொரு கோணத்தின் சிறைகள் முழுவதும் குறிக்கப்படவில்லை.

ஏனெனில் ஒரே புள்ளியில் சந்திக்கும் அத்தனை கோடுகளையும் குறிப்பது இயல்வதன்று. பாகைமானிகளில் உள்ள புள்ளிகள் X_1, X_2 சுவட்டுத்தாளில் உள்ள புள்ளி X உக்கு நேரொத்த புள்ளிகளாம். இவை **பாகைமானியின் மையம்** எனப்படும். பாகைமானியின் மையம் உண்மையில் அதிலுள்ள கோணங்களின் (ஒவ்வொன்றும் செங்கோணத்தின் $\frac{1}{90}$ கூறு) உச்சியாகும்.

சுவட்டுத்தாளால் ஆனகருவியும், பாகைமானியும் ஒத்துள்ளனவா ? சுவட்டுத்தாட் கருவியை வைத்துக் கோணத்தை அளந்தது போல் பாகை மானியையும் வைத்து அளந்திடலாமா ? ஒரேகோணம் ABC இல் சுவட்டுத் தாட்கருவியும், பாகைமானியும் அமைந்திருப்பதை உரு 4–27 இற் காணலாம். அளவுகளை வாசித்து எழுதிக் கொள்ள முடியுமா ?



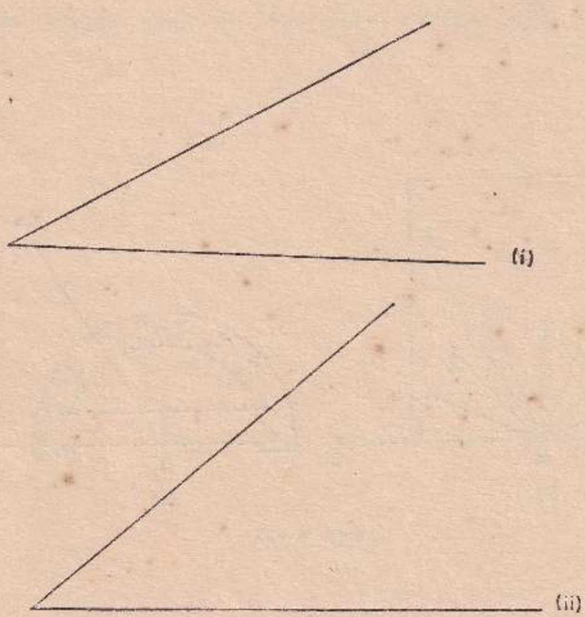
உரு. 4—27

கோணத்தின் அளவைப் பாகைமானியில் வாசிக்கும் போது அதில் இரு தொடை எண்குறிகள் உள்ளதைப் பார்க்கலாம். உட் பகுதியில் அதாவது உரு 4–27 இற் தடித்த எழுத்திற் காட்டியுள்ள எண்குறிகளையே இப்போது பயன்படுத்துவோம். பாகைமானியிற் கோணத்தின் அளவை வாசிக்கும் போது 0–குறியில் எண்ணத்தொடங்கிப் பத்துப் பத்தாக எண்ணுதல் வேண்டும். (10 பாகை, 20 பாகை

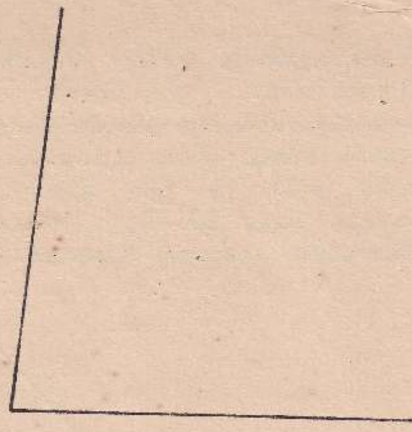
.... என எமக்குள்ளேயே எண்ணுதல் வேண்டும்.) எடுத்துக்காட்டாக உரு 4–27 இல் உள்ள கோணத்தின் அளவைப் பின்வருமாறு வாசித்தல் வேண்டும். 10 பாகை, 20 பாகை, 30 40 பாகை, 50 பாகை, 51 பாகை, 52 பாகை..........57°.

பயிற்சி 4–9

பின்வரும் கோணங்களிற் பாகைமானியை வைத்து அவற்றின் அளவுகளை வாசித்திடுக.



உரு. 4—28



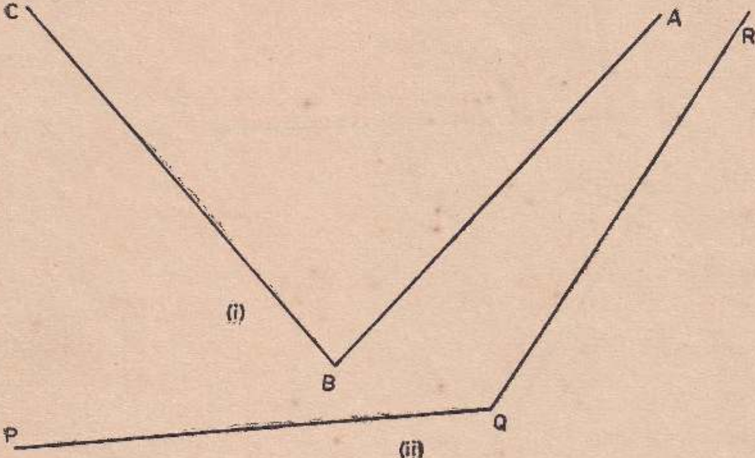
(iii)

(iv)

(v)

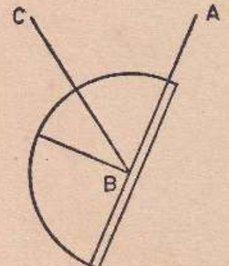
உரு. 4—28

உரு 4–29 இல் வரைந்துள்ளது போன்ற கோணங்களை அளக்கும் முறையை நோக்குவோம். ஒரு தொடை எண்குறிகளை மட்டுமே பயன்படுத்துகின்றோம் என்பதை நினைவில் வைத்துக்கொள்க. இத்தொடையில் 0–புள்ளி பாகைமானியின் குறிக்கப்பட்ட பக்கத்திலேயே உள்ளது. எனவே 4–29 (i) இல் உள்ள கோணத்தில் பாகைமானியை வைக்கும் போது **BA** நெடுக 0–கோடு அமையும் வகையிலேயே பாகைமானியை வைத்தல் வேண்டும்.



உரு. 4—29

எனவே உரு 4–30 இல் உள்ளது போல் பாகைமானியை வைத்தல் வேண்டும்.

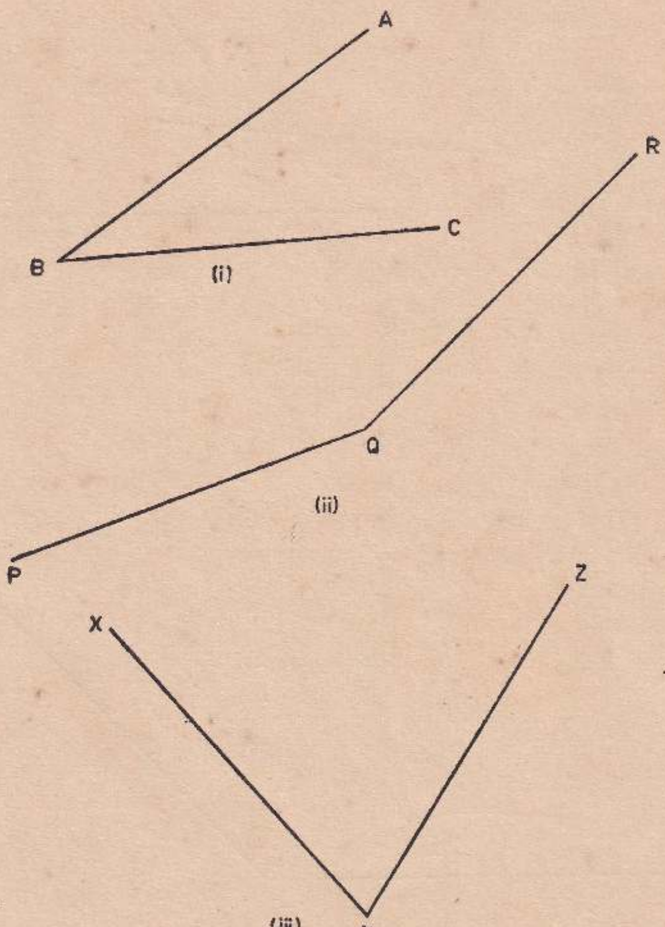


உரு. 4—30

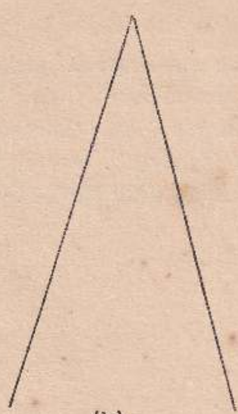
கோணம் **PQR**, கோணம் **XYZ** என்பனவற்றை அளக்கும் போது பாகைமானி யின் 0–கோடு எக்கோடு வழியே அமைதல் வேண்டும் ? இவற்றை அளப்பதற்குப் பாகைமானியைப் பயன்படுத்துக.

பின்வரும் கோணங்களை அளப்பதற்குப் பாகைமானியைப் பயன்படுத்துக. கோணங்களை அளக்குமுன் பாகைமானியின் 0–கோடு, எச்சிறையில் அமைதல்வேண்டும் என்பதைக் கூறுக. சில கோணங்களை அளப்பதற்கு அவற்றின் சிறைகளை நீட்டல் வேண்டும். (0–புள்ளியிலிருந்து எண்ணத்தொடங்கிப் பத்துப் பத்தாகவும், பின் ஒவ்வொரு பாகையாகவும் எண்ணுக.)

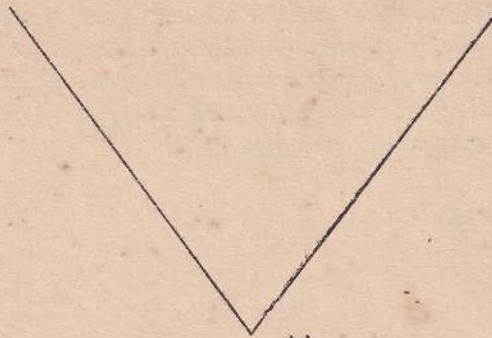
பயிற்சி 4–10



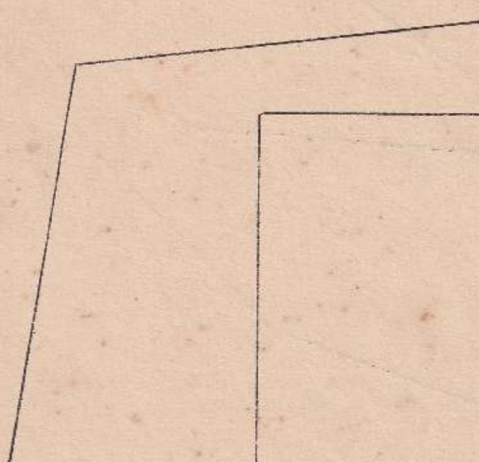
உரு. 4—31



(iv)

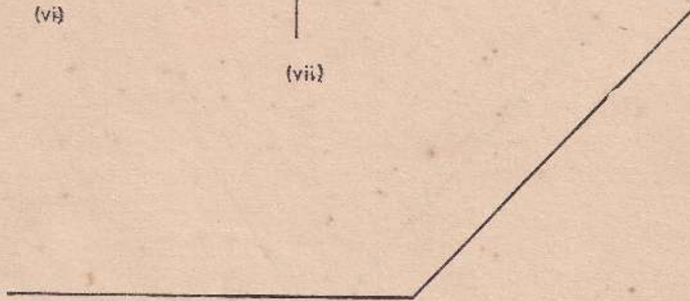


(v)



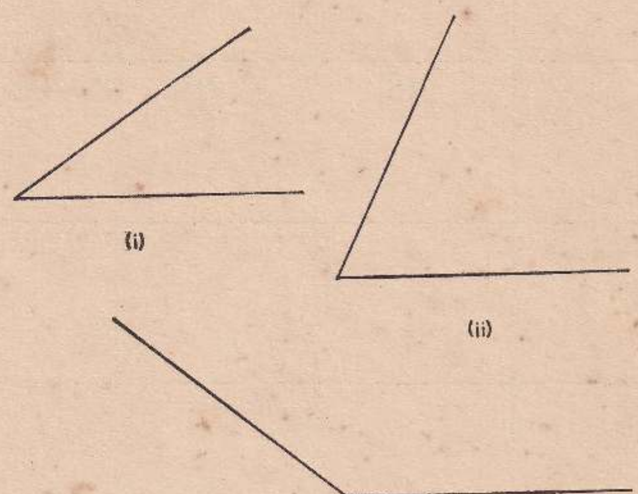
(vi)

(vii)



(viii)

யாவேனும் ஐந்து கோணங்களை வரைந்து அவற்றுக்குப் பெயரிடுக பின் அவற்றை அளந்திடுக. சில கோணங்களை அளந்தபின், கோணங் களின் அளவைச செம்மையான முறையில் உம்மால் மதிப்பிடமுடியும். உரு 4–32 இல் உள்ள மூன்று கோணங்களையும் நோக்குக. இக் கோணங்களின் அளவுகளை மதிப்பிட முடியுமா ?



(i)

(ii)

(iii)

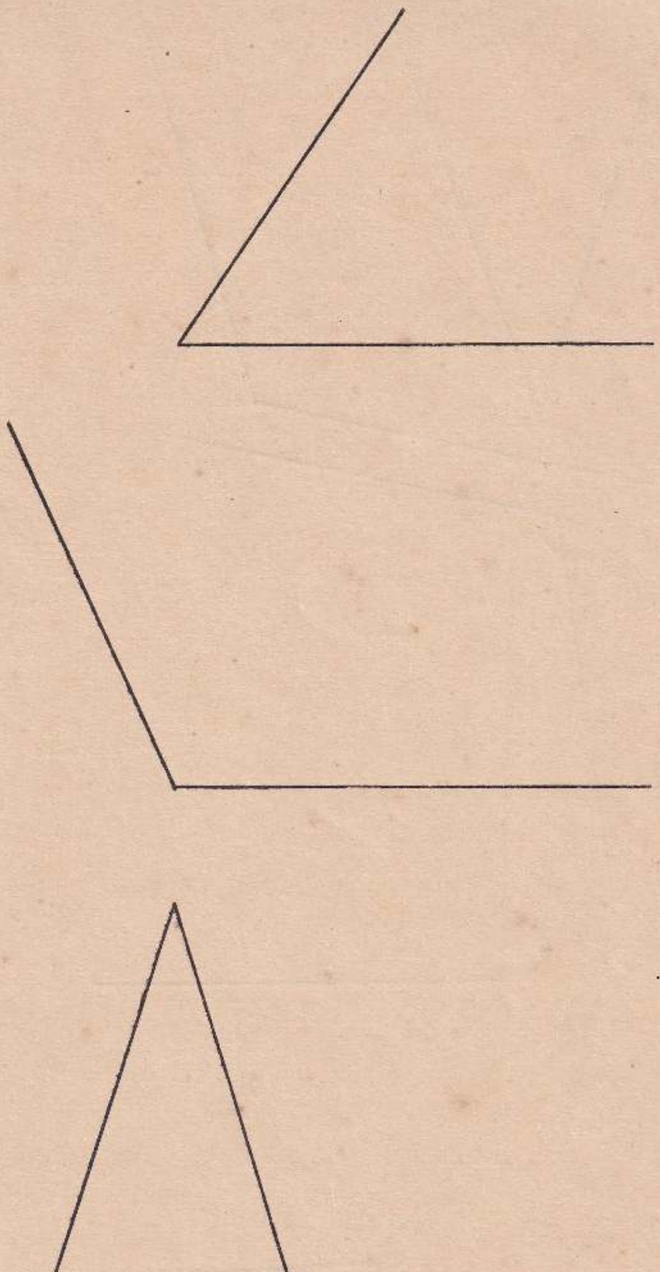
உரு. 4—32

முதற்கோணம் பருமட்டாக 80° உடையதா அல்லது 40° உடையதா ? 80° இலும் 40° உக்கே அணித்தாயிருக்கவில்லையா ? இவ்வாறே மற் றைய இரு கோணங்களின் அளவுகளையும் மதிப்பிடுக. கோணத் தை மதிப்பிட்ட பெறுமானம், அளந்து பெற்ற பெறு மானத்துக்கு எவ்வளவு அணித்தாயுள்ளது என்பதைக் காண்க.

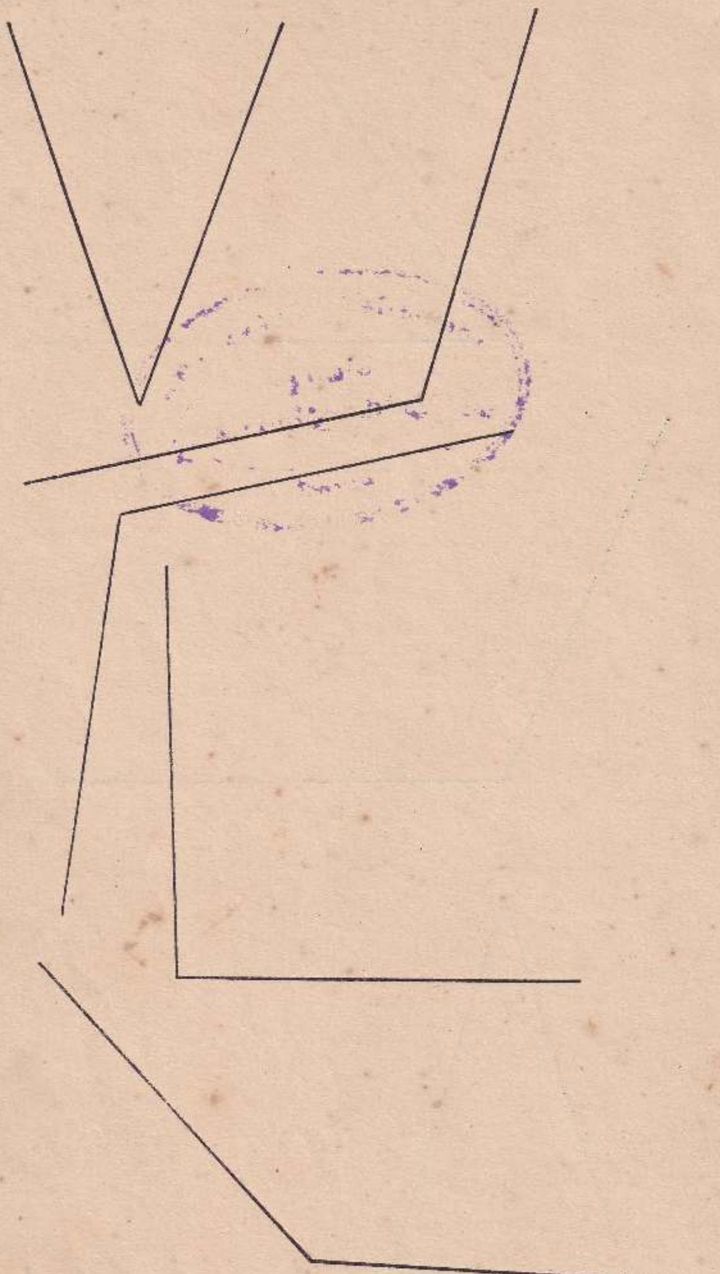
பயிற்சி 4–11

87, 88 ஆம் பக்கங்களிலுள்ள கோணங்களுக்குப் பெயரிடுக. அவை ஒவ்வொன்றினதும் பெயரைப் பின்வரும் அட்டவணையின் முதலாம் நிரலில் எழுதி, அட்டவணையிலுள்ளதுபோல் எஞ்சியதை நிரப்புக.

கோணம்	மதிப்பிட்ட பெறுமானம்	அளந்துபெற்ற பெறுமானம்	வழு
	$50°$	$56°$	$6°$ குறைய
	$130°$	$125°$	$5°$ கூட



உரு. 4—33

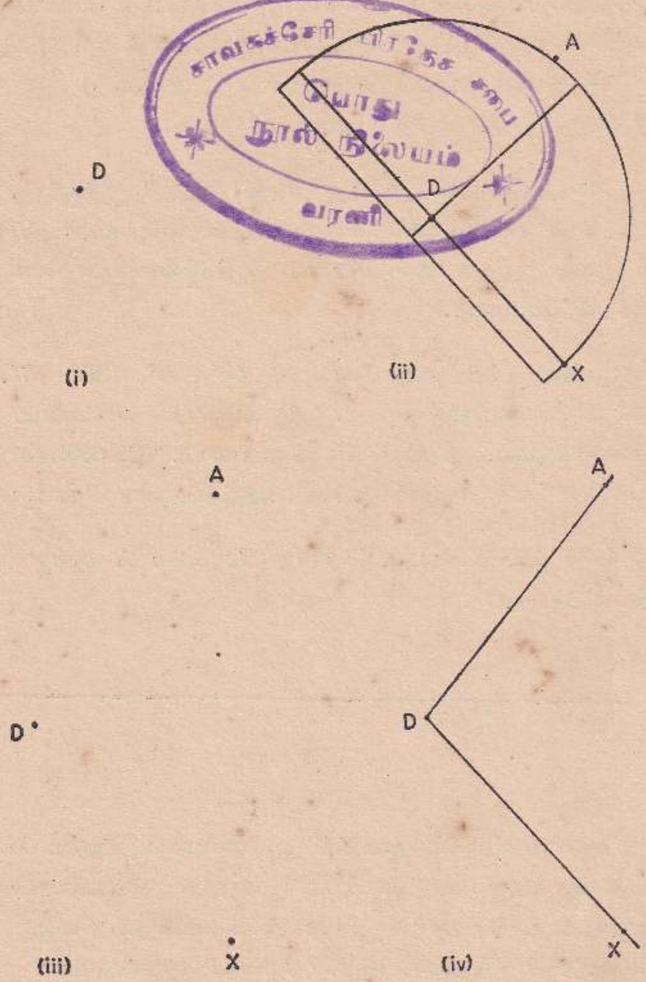


உரு. 4—அ33

குறித்த அளவுடைய கோணம் வரைதல்

கோணங்களை அளப்பதற்குப் பாகைமானியைப் பயன்படுத்தும் முறையைப் பயின்றுள்ளீர். குறித்த அளவுடைய கோணம் வரைதற்கும் பாகைமானியைப் பயன்படுத்தலாம்.

100° உள்ள கோணம் வரைதற்கு அதன் உச்சியாக அமையவேண்டிய புள்ளியை முதல் குறித்திடலாம். உரு 4–34 (i) ஐப் பார்க்க.



உரு 4—34

உச்சிக்கு D எனப் பெயரிடுக. உரு 4–34 (ii) இல் உள்ளது போல் பாகைமானியின் மையம் D உடன் பொருந்தும் வகையில் பாகைமானியை வைத்திடுக. பாகைமானியின் 0—கோட்டின் அடியிற் புள்ளியொன்று இடுக. இப்புள்ளியிலிருந்து 100° எண்ணி அவ்விடத்திலும் புள்ளியொன்று இடுக. இவற்றுக்கு முறையே X, A எனப் பெயரிடுக. பின் பாகைமானியை நீக்கி AD ஐயும் DX ஐயும் தொடுத்திடுக. அப்போது உரு 4–34 (ii) இல் உள்ளது போல் கோணம் ADX=100° எனப் பெறுவோம். AX ஐயும் DX ஐயும் தொடுத்தால் 100° உள்ளகோணம் பெறுவோமா ? அவ்வாறு தொடுக்கும் போது கோணத்தின் உச்சி யாதாகும் ?

தொடக்கத்தில் நாம் குறித்த உச்சி யாது ? இவற்றிலிருந்து ஒன்றை நாம் கவனித்தல் வேண்டும். சிறைகளை வரையும் போது அவை நாம் குறித்த உச்சியிலேயே சந்திக்கின்றனவா என்பதைக் கவனித்தல் வேண்டும்.

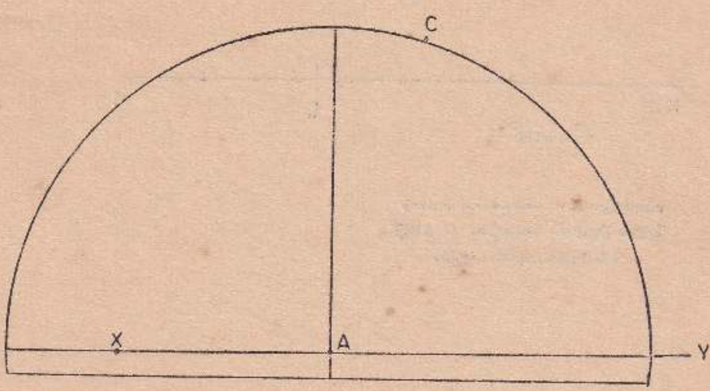
பயின்றுள்ள இம் முறையின் படி 40°, 90°, 135°, 67°, 158° அளவுள்ள கோணங்களை வரைக. நீர் விரும்பிய அளவுடைய வேறு பல கோணங்களையும் வரைய நீர் விரும்பலாம். கோணங்கள் வரைதல் பற்றிய வேறோர் பிரச்சினையை அடுத்தபடியாக நோக்குவோம்.

உரு 4–35 இல் உள்ள XY என்ற கோட்டில் A என்ற புள்ளி குறிக்கப்பட்டுள்ளது.

உரு. 4—35

72° உக்குச் சமனான கோணம் YAC ஐ வரைதல் வேண்டும். கோணம் வரையத் தொடங்குமுன் பின்வரும் முறையில் வினவிக் கொள்க. கோணத்தின் உச்சி யாது? பாகைமானியின் மையத்தை எங்கு வைத்தல் வேண்டும் ? YA கோணத்தின் சிறையொன்றல்லாவா ? எனவே பாகைமானியின் 0—கோடு வழியே YA அமையும் வண்ணம் பா

கைமானியை வைத்தல்வேண்டும் அல்லவா? பாகைமானியை எவ்வாறு வைத்தல் வேண்டுமென்பதை உரு 4–36 விளக்குகின்றது. வரைய வேண்டிய கோணம் YAC ஆதலால் Y உள்ள பக்கத்திலிருந்தே பாகைமானியில் எண்குறிகளை எண்ணத் தொடங்க வேண்டும். 72° வரை எண்ணி C என்னும் புள்ளியைக் குறித்திடலாம்.

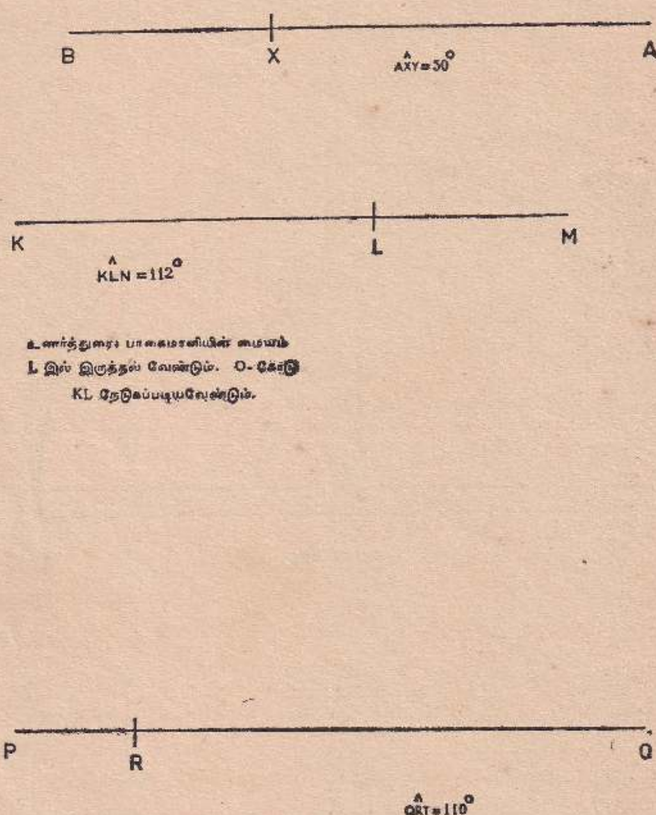


உரு 4—36

பின் பாகைமானியை நீக்கி CA ஐத் தொடுத்திடலாம். அப்போது 72° உக்குச் சமனான கோணம் YAC ஐப் பெறுவோம். (உச்சி A ஆகும், Y அல்ல என்பதை நினைவில் வைத்திடுக. எனவே நாம் தொடுக்க வேண்டியது CA ஆகும்.)

பயிற்சி 4–12

பின்வரும் பயிற்சியில் வரையவேண்டிய கோணத்தின் பெயரும், அளவும் கோடுகளுக்குக் கீழ் உள்ளன. பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி இக்கோணங்களை வரைக.

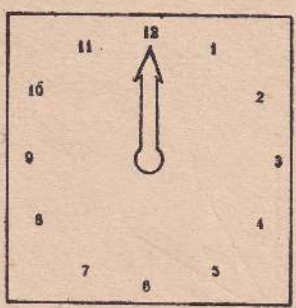


உரு 4—37

சுழற்சி

உமது அனுபவத்தில் சுழற்சிக்கு எடுத்துக்காட்டாக அமையக் கூடியது மணிக்கூட்டிலுள்ள முட்களின் இயக்கமாகும். மணிக்கூட்டின் முட்கள் அதன் முகப்பின்மேல் இயங்குகின்றன. ஒரு மணி நேரத்தில் ஒரு தடவை நிமிட முள் முகப்பைச் சுற்றி இயங்குகிறது. இவ்வாறு இயங்கும் போது முகப்பின் வெவ்வேறு இடங்களில் நிமிடமுள் காணப்படும். நிமிடமுள் 12 இலிருந்து இயங்கத் தொடங்குவதாகக் கொள்வோம். நிமிடமுள்ளின் இந்நிலை தொடக்கநிலை எனப்படும்.

நிமிடமுள்ளின் சுழற்சி பற்றிப் படிப்பதற்கு மணிக்கூட்டின் முகமொன்று வரைவோம். உரு 4–38 (i) உள்ளது போன்ற மணிக்கூட்டு முகத்தின் அளவுக்கு மெல்லிய தாள் ஒன்றை எடுத்திடுக.



(i)

(ii)

உரு 4—38

இதனை மணிக்கூட்டின் மேல் வைத்து அதன் மையத்தையும், எண்குறிகளையும் குறித்திடுக. உருவில் உள்ளதுபோல் 12 ஐ நோக்கியமுள் வரைக. இதனை விறைத்த தாளொன்றில் ஒட்டுக. உரு 4–38 (ii) ஐப் போன்றொரு முள் வெட்டித் தாளின் மையத்தில் ஊசியொன்றால் பொருத்துக. இம்முள்ளினை வேண்டிய நிலைக்குச் சுழற்றலாம். மணிக்கூட்டின் முகத்தில் வரைந்த முள்ளின் நிலையே தொடக்கநிலையாகும்.

12 ஐ நோக்கும் வண்ணம் மணிக்கூட்டு முள்ளினைச் சுழற்றுக. பின் 3 ஐ நோக்கும் வரை அதனைச் சுழற்றுக. தொடக்க நிலையைக்காட்டும் கோட்டுக்கும் மணிக்கூட்டு முள்ளுக்கும் இடையிற் கோணமொன்று அமைந்துள்ளதை அவதானித்தீரா ? அது எவ்வகையான கோணம் ? அதன் அளவுயாது ?

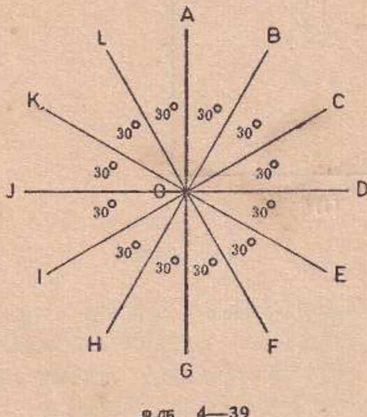
கோணங்களைப் பயன்படுத்தி மணிக்கூட்டு முள்ளின் சுழற்சியை அளக்கலாம் என்பது விளங்குகின்றது. 12 இலிருந்து 3 வரை சுழன்றபொழுது நிமிடமுள் 90° சுழன்றுள்ளது எனக் கூறலாம்.

12 இலிருந்து 6 வரை முள் சுழன்றால் அது எவ்வளவு பாகை சுழலும் ? உமது மணிக்கூட்டில் முள்ளினை இவ்வாறு சுழற்றித் தோன்றும் கோணத்தை அவதானித்திடுக.

மணிக்கூட்டு முள்ளினைத் திரும்பவும் 12 வரை திருப்பி மீண்டும் 1 வரை சுழற்றுக. அது சுழன்ற கோணத்தின் அளவு யாது ?

(உணர்த்துரை : 12 இலிருந்து 3 வரை சுழலும் போது 90° ஆகின்றது.)

உரு 4–39 முள்ளின் வெவ்வேறு நிலைகளைக் காட்டுகின்றது



உரு 4—39

OA, OB, OC........OL ஆகிய கோடுகள் வெவ்வேறு நேரங்களில் முள்ளின் நிலைகளைக் காட்டுகின்றன. AOB, BOC COD .... LOA ஆகிய கோணங்கள் ஒவ்வொன்றும் முப்பது பாகைக்குச் சமனும். (பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி இதனைச் சரிபார்த்திடுக)

பயிற்சி 4–13

1. வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

மணிக்கூட்டின் முட்கள் இயங்குவது போலவே சுட்டியும் இயங்குகின்றது.

அட்டவணை 4–2

சுட்டியின் முதல் நிலை	சுட்டியின் இரண்டாவது நிலை	சுழன்றுள்ள கோணத்தின் அளவு	கோணத்தின் வரைப்படம்
OA	OD	90°	L
OC	OE	60°	
OB	OD	60°	
OC	OG	120°	
OA	OB	30°	
OE	OG	60°	
OE	OH	90°	
OG	OI	60°	
OG	OJ	90°	
OG	OK	120°	
OA	OE	120°	
OA	OF	150°	
OA	OG	180°	
OA	OH	210°	

இறுதி நிரையை நிரப்ப முடியுமா? மணிக்கூட்டின் முட்கள் சுழலும் திசையில் (வலஞ்சுழியாக) **OA** இலிருந்து **OH** வரை சுழல்வதை, **OG** வரை சுழன்று பின் கோணம் **GOH** வரை சுழல்வதெனக் கொள்ளலாம். சுழன்ற முழுக்கோணம் 210° ஆகும் (180°+30°) இவ்வாறே **OA** இலிருந்து **OI** வரை சுழன்ற பொழுது சுழன்ற கோணத்தின் அளவு 240° எனக் கூறலாம் (180°+60°)

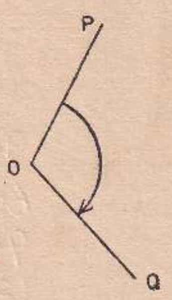
பயிற்சி 4–14

1. உரு 4–39 ஐப் பயன்படுத்தி வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

அட்டவணை ~~4.14~~ 4·14

சுட்டியின் முதல் நிலை	சுட்டியின் சுழலும் திசை	சுட்டியின் இரண்டாவது நிலை	சுழன்றுள்ளகோணத்தின் அளவு
OA	வலஞ்சுழியாக	OJ	270°
OA	இடஞ்சுழியாக	OK	60°
OA	இடஞ்சுழியாக	OE	240°
OJ	வலஞ்சுழியாக	OC	150°
OA	இடஞ்சுழியாக	OF	210°

எத்திசையில் சுட்டி சுழல்கின்றது என்பதைக் கூறுவதை விட உரு 4–40 இல் உள்ளது போற் குறித்துவிடலாம்.



உரு 4—40

OP தொடக்க நிலை என்பதையும், OQ இரண்டாம் நிலை என்பதையும், சுழற்சி வலஞ்சுழியாய் அமைந்துள்ளதென்பதையும் அம்புக் குறியுடைய வளைகோடு காட்டுகின்றது.

நேர் கோணங்களும் பின்வளைகோணங்களும்

OA இலிருந்து OG வரை சுழலும் போது சுட்டி 180° உள்ள கோணம் வரை சுழன்றுள்ளது. (அரைச் சுற்றுவரை சுழன்றுள்ளது என்றும் கூறலாம்) A,O,G, என்பன ஒரே நேர்கோட்டில் உள்ளனவா என்பதை அடிமட்டத்தின் நேர் விளிம்பைப் பயன்படுத்தி வாய்ப்புப் பார்த்திடுக. எனவே கோணம் AOG நேர்கோணம் எனப்படும். (இக்கோணத்தின் சிறைகள் நேர்கோடாக அமைந்துள்ளன, எனவே 180 பாகையுடையகோணம், நேர்கோணமாகும்.) 180 இலும் கூடிய பாகையுள்ள கோணங்கள் **பின்வளை கோணங்கள்** எனப்படும்.

பின்வளை கோணங்களை உரு 4–41 இற் கண்டு கொள்க

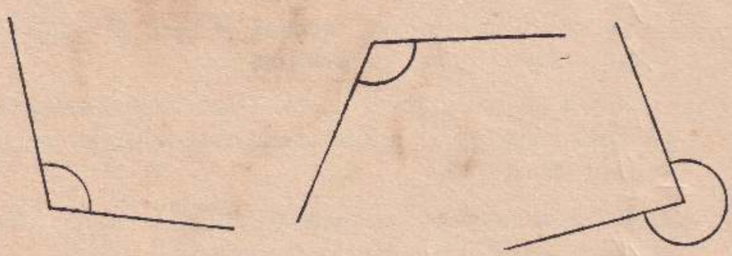
உரு 4—41

பயிற்சி 4–15

1. நேர்கோணமொன்று வரைக.

2. பின்வளை கோணமொன்று வரைக.

3. பின்வருவனவற்றுட் பின்வளை கோணத்தைக் குறிப்பது யாது ?



(i) (ii) (iii)

உரு 4—42

4. (i) முழுச் சுற்றின் $\frac{1}{4}$ பகுதியை.
   (ii) முழுச் சுற்றின் $\frac{3}{4}$ பகுதியை.
   (iii) முழுச் சுற்றொன்றை
   சுட்டி சுற்றும் போது அது சுழன்று வந்த கோணம் யாது ?

5. சுட்டியொன்று பின்வரும் கோணங்களைச் சுழன்று வரும்போது சுற்றொன்றின் எப் பின்னப் பகுதியைச் சுற்றியுள்ளது ?

   (i) 60° (ii) 120° (iii) 180° (iv) 240° (v) 72° (vi) 144° (vii) 216° (viii) 288° (ix) 40° (x) 40°×2 (xi) 40°×4.

இதுவரை சட்டிகள் போன்ற பொருள்களின் சுழற்சியை மட்டுமே குறிப்பிட்டுள்ளோம். கதவுகள், யன்னல்கள் போன்றவை பிணைச்சலைப் பற்றிச் சுழல்கின்றன. பிணைச்சல் ஒன்றை எடுத்து அதனைத் திறந்துபெறக் கூடிய மிகப் பெரிய கோணத்தைக் காண்க. பூட்டொன்றைத் திறப்பதற்குச் சாவியை முழுச்சுற்றொன்று வரை திருப்ப வேண்டுமா ? கதவைத் திறப்பதற்குச் சாவியை, அல்லது கதவுக் குமிழை எத்தனைபாகை வரை திருப்ப வேண்டும் என்பதை மதிப்பிடுக. பின்வருவனவற்றை நீர் செய்து பார்க்கலாம்.

பயிற்சி 4–16

1. மோட்டாரின் முன்கண்ணாடியிலுள்ள துடைப்பான் சுழலக் கூடிய மிகப்பெரிய கோணத்தை மதிப்பிடுக. இதனை அளக்க முடியுமா ? பல வகையான மோட்டார்களுக்கும் இது ஒரே அளவாக இருக்கின்றதா ?

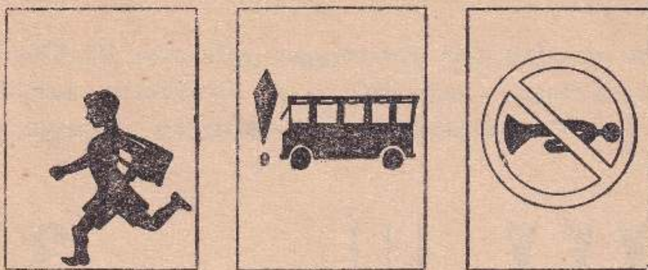
2. மோட்டாரொன்றின் செலுத்தற் சில்லு திரும்பக் கூடிய மிகப் பெரிய கோணத்தை மதிப்பிடுக.

3. மிதிவண்டியின் மிதிபடி ஒரு சுற்றைச் சுற்றும் போது, பின் சில்லு எத்தனை முறை சுழல்கின்றது ?

4. பிடிச்சிராவியின் தாடைகளை 1 ச. மீ. இடைவெளி உள்ளதாகக் கொண்டு வருவதற்கு, அதன் கைப்பிடியை எத்தனை சுற்றுச் சுழற்ற வேண்டும் ?

5. கத்தரிக்கோலொன்றின் அலகுகளைச் சுழற்றக் கூடிய கோணத்தின் மிகப்பெரிய அளவைக் காண்க.

5. குறியீடுகள்



(i) (ii) (iii)

உரு 5-1

பொதுவீதியில் நடந்து செல்லும்போது நீர் பார்க்கக்கூடிய குறிகள் சில உரு 5–1 இல் உள்ளன. அவை வீதிக் குறிகள் எனப்படும். வீதிகளில் செல்பவர்களுக்கு, சிறப்பாக மோட்டார் வண்டி ஓட்டுபவர்களுக்கு, சில செய்திகளை அறிவிக்கும் முகமாக வீதி ஓரங்களில் இவை அமைந்துள்ளன. உரு 5–1 (i) இல் உள்ள குறியை மோட்டார் ஓட்டி எதிரே பார்க்கும்போது பின்வருவனவற்றை உடனே தெரிந்து கொள்கிறான் :

(i) சிறிது தூரத்துள் வீதியிற் சிறுவரின் நடமாட்டம் இருத்தல் கூடும்.

(ii) வீதிக்குக் குறுக்காகச் சிறுவர் செல்வதை அவன் எதிர் பார்க்கலாம். எனவே

(iii சிறிது நேரத்துக்கு மோட்டார் வண்டியை மிகவும் எச்சரிக்கையாகவே அவன் செலுத்தல் வேண்டும்.

இத்தகைய குறிகள் பாடசாலைகளையும், விளையாட்டு முற்றங்களையும் அடுத்தே அமைந்துள்ளன. இவை பாடசாலைகளுமல்ல, விளையாட்டு முற்றங்களுமல்ல ; பாடசாலையோ விளையாட்டுமுற்றமோ அணித்தாயுள்ளது என்பதையே குறிக்கின்றன. மற்றைய இரு குறிகளும் எச் செய்திகளை அறிவிக்கின்றன ? இப்புத்தகத்தின் இறுதிப்பகுதியில் வேறு வீதிக் குறிகளும் உள்ளன. இக்குறிகள் அறிவிப்பனவற்றை

அங்கு கண்டு கொள்ளலாம் (அவற்றின் கருத்தை இதுவரை தெரிந் திராவிடின்). குறிகளின் கருத்தைப் பலகையிற் சொற்றொடர்கள் மூலம் தெரிவிப்பதிலும் இக்குறிகளை வீதி ஓரத்தில் நடுவதே சிறந்த முறையாகும்.

கணித பாடத்தில் நாம் பயன்படுத்தும் குறியீடுகள் இவ்வீதிக் குறிகளை ஒத்துள்ளன. கணிதச்சார்புடைய செய்தியைக் கணிதச்சார் புடைய குறியீடுகள் சுருக்கமாகத் **தெரிவிக்கின்றன**. பின்வரும் குறியீடுகள்

▼▼▼, |||, • • •, 3

“எண் மூன்று” என்ற கணிதச்சார்புடைய கருத்தைத் தெரிவிக் கின்றன. வேறுபல கணிதச்சார்புடைய குறியீடுகளையும் நீர் பயன் படுத்தியிருப்பீர். பின்வரும் பயிற்சிகளுட் சிலவற்றிற் சில குறியீடு களைத் தந்து அவற்றின் கருத்தைக் கூறுமாறு கேட்டுள்ளோம். ஏனையவற்றிற் கணிதச்சார்புடைய கருத்தைத் தந்து அவற்றுக்குரிய குறியீடுகளைத் தருமாறு கேட்டுள்ளோம்.

பயிற்சி 5–1

குறியீடு	கணிதச்சார்புடைய கருத்து
1. +	
2. —	
3.	.. பெருக்குதல்
4.	.. வகுத்தல்
5. =	
6. ∴	..
7.	.. கோணம்
8.	.. அறுபது பாகை
9.	.. இலும் பெரியது

எண்களுக்குரிய குறியீடுகள் (எண் குறிகள் என்பன) தொன்று தொட்டு இருக்கவில்லை என்பதை முதலாம் அதிகாரத்தில் அறிந்திருப்பீர். அவை மனிதனால் ஆக்கப்பட்டவையே. கணிதச் சார்புடையனவும், கணிதச் சார்பற்றனவுமான கருத்துக்கள் சிலவற்றுக்குரிய குறியீடுகளை ஆக்க முயல்வோம். உரு 5–1 (iii) இலுள்ள குறியீட்டை நோக்குவோம். குழல் ஊதாதீர் என்னும் கருத்தே அதன் மூலம் புலப்படுகின்றது. குழலின் படத்திற்குக் குறுக்கே கோடொன்றை வரைவதன் மூலம் இக்கருத்தை வெளியிடுகின்றனர். நாம் ஆக்கும் குறியீடுகளுட் சில பயன்படுவனவும், சில பயன்படாதனவுமாக இருக்கலாம். பயன்படாவிடினும் அவற்றை ஆக்குவதில் நாம் ஓர் நிறைவைப் பெறலாம்.

பயிற்சி 5–2

பின்வரும் கருத்துக்களுக்கு ஏற்ற குறியீடுகள் ஆக்க முயல்க. ஒரு கருத்துக்குக் குறியீடொன்று ஆக்கியுள்ளோம். அதனிலும் சிறப்பான குறியீட்டை நீர் காண முயலலாம்.

கருத்து	குறியீடு
...இலும் பருமனான	
இக்குழாய் நீர் குடிப்பதற்குரியது	
இக்குழாய் நீரைக் குடிக்காதீர்	
இங்கு நீராடுவது அபாயகரமாகும்	
.... இலும் வயது கூடிய	
.... இலும் நெடிதான	
இங்கு விளையாட வேண்டாம்	
இங்கு கூச்சலிட வேண்டாம்	
சமனன்று	
பெரிதன்று	

நீர் ஆக்கிய குறியீடுகளை உமது நண்பர் ஆக்கியவற்றுடன் ஒப்பிடும் போது, ஒரே கருத்தைப் பல குறியீடுகள் குறிப்பதை உணர்வீர். இவ்வாறே ஒரே எண்ணுக்குப் பல குறியீடுகளைப் பெற்றிருந்தோம். இதனால் எத்தகைய குழப்பமும் நிகழாது. இருவேறு கருத்துக்களை ஒரே குறியீட்டால் நீரும் உமது நண்பரும் குறித்திருந்தால் (எடுத்துக்காட்டாக "இலும் வயது கூடிய" என்பதற்கு நீர் பயன்படுத்திய குறியீட்டை "....இலும் நெடிதான" என்பதற்கு உமது நண்பர் பயன்படுத்தினால்) குழப்பம் நிகழலாம். குறிப்பிடப்படும் கருத்து யாதென்பதை மற்றையவர்கள் அறியமாட்டார்கள். மாயாதும், பபிலோனியரதும் எண்குறிப்பீட்டு முறைகளில் இக்குறை இருப்பதை முதலாம் அதிகாரத்தில் உணர்ந்திருப்பீர். அவர் தம் முறைகளில் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட எண்களைக் குறிக்கும் எணாகுறிகள் இருந்தன.

பின்னங்கள்

பின்னங்கள் பற்றிய முக்கியமானதோர் இயல்பை மூன்றும் அதிகாரத்திற் படித்துள்ளோம். $\frac{1}{2}$ என்ற பின்னத்தைப் பொறுத்தவரை, பின்வரும் முறையில் இவ்வியல்பைக் கூறலாம்.

$\frac{1}{2}$ என்ற பின்னத்தின் தொகுதியெண், பகுதியெண் இரண்டையும் ஒரே முழு எண்ணாற் பெருக்கினால் அப்பின்னம் அளவில் மாறாது.

இதனைப் பின்வருமாறு சுருக்கினோம் :

$$\frac{1}{2}=\frac{1\times \text{எதாவது முழு எண்}}{2\times \text{அதே முழு எண்}}$$

"எதாவது முழு எண்" என்று கூறும் போது 1, 2, 3, 4, 5 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ... ஆதியன குறிக்கும் எண்களுள் ஒன்றையே நாம் கருதுகின்றோம். இதனை மேலும் சுருக்க முயல்வோம். பின்னத்தின் பெறுமானம் மாறாதிருக்க வேண்டுமாயின் தொகுதியெண்ணை எம்முழுவெண்ணாற் பெருக்குகிறோமோ, பகுதி யெண்ணையும் அதே முழுவெண்ணாற் பெருக்குதல் வேண்டும். இக்கருத்தையே நாம் வெளிக்கொணர வேண்டும். உம்மைப் போன்ற மாணவர் சிலர் ஆக்கிய இரு குறுக்கங்களைக் கீழே கண்டு கொள்க.

$\frac{1}{2} = \frac{1 \times \square}{2 \times \square}$ இங்கு முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் $\square$ குறிக்கின்றது.

$\frac{1}{2} = \frac{1 \times *}{2 \times *}$ இங்கு முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் $*$ குறிக்கின்றது.

குறுக்கமொன்றை நீர் ஆக்குவீரா? இரண்டாம் அதிகாரத்திலுள்ள சில பகுதிகளை நீர் மீண்டும் படிப்பீராயின், சிறப்பான குறுக்கமொன்றை ஆக்கிக் கொள்வீர். அங்கு ஓர் நிரலிலுள்ள எண்களுளெவற்றையும் "E" குறித்தது. இத்தகைய வேறு எடுத்துக்காட்டுக்களும் அங்கு இருந்தன.

பின்வரும் குறுக்கத்தையே நாம் பெரும்பாலும் பயன்படுத்துகின்றோம்.

$\frac{1}{2} = \frac{1 \times n}{2 \times n}$ இங்கு முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் n குறிக்கின்றது.

"n" ஐயே எப்போதும் பயன்படுத்த வேண்டியதில்லை. கீழே காட்டியவாறு எவ்வெழுத்தையும் நாம் பயன்படுத்தலாம்.

$\frac{1}{2} = \frac{1 \times p}{2 \times p}$ இங்கு முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் p குறிக்கின்றது.

வேறோர் எடுத்துக்காட்டு பின்வருமாறு :—

$\frac{2}{3} = \frac{2 \times a}{3 \times a}$ இங்கு முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் a குறிக்கின்றது.

பயிற்சி 5–3

1. பின்வருவனவற்றில் முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் n குறிக்கின்றது. *n* உக்குப் பதில் வெவ்வேறு முழு எண்களை இட்டு ஒவ்வொரு பின்னத்துக்குஞ் சமனான வேறு பின்னங்கள் மூன்றைப் பெறுக. ஒரு பயிற்சியின் பகுதியொன்றை உமக்குச் செய்து காட்டியுள்ளோம்.

(i) $\frac{1}{2} = \frac{1 \times n}{2 \times n}$

$n = 50$ ஆயின், $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 50}{2 \times 50} = \frac{50}{100}$

(ii) $\frac{1}{4} = \frac{4 \times n}{4 \times n}$ (iii) $\frac{2}{3} = \frac{2 \times n}{3 \times n}$

(iv) $\frac{1}{5} = \frac{1 \times n}{5 \times n}$ (v) $\frac{1}{8} = \frac{1 \times n}{8 \times n}$

2. $\frac{7}{10} = \frac{7 \times x}{10 \times x}$ இங்கு முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் x குறிக்கின்றது. x உக்குப் பதில் வெவ்வேறு முழு எண்களை இட்டு $\frac{7}{10}$ உக்குச் சமனான பின்னங்களை பின்வரும் நிபந்தனைகளுக்கு இசைவாகப் பெறுக. அப்பின்னத்தில்

(i) 50 பகுதி எண்ணாக இருத்தல் வேண்டும்.

(ii) 100 பகுதி எண்ணாக இருத்தல் வேண்டும்.

(iii) 1000 பகுதி எண்ணாக இருத்தல் வேண்டும்.

3. $\frac{3}{4} = \frac{3 \times p}{4 \times p}$ இங்கு முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் p குறிக்கின்றது.

p உக்குப் பதில் வசதியான முழு எண்களை இட்டு $\frac{3}{4}$ உக்குச் சமனான பின்னங்களைப் பின்வரும் நிபந்தனைகளுக்கு இசைவாகப் பெறுக. அப் பின்னத்தில்

(i) 12 பகுதி எண்ணாக இருத்தல் வேண்டும்.

(ii) 16 பகுதி எண்ணாக இருத்தல் வேண்டும்.

(iii) 100 பகுதி எண்ணாக இருத்தல் வேண்டும்.

தந்திரக் கணக்குகள்

இதுவரை அறிந்துள்ள கணிதச்சார்புடைய குறியீடுகளைப் பயன் படுத்திக் கவர்ச்சியான தந்திரக் கணக்குகளை நாம் ஆக்கலாம். இவற்றைத் தீர்க்கும் வண்ணம் எமது நண்பர்களைப் பணித்திடலாம். அதன் நடைமுறைத் தத்துவத்தையும் நாம் உணர்ந்திடலாம். பின்வருவது எளிதானதோர் தந்திரக்கணக்காகும்.

ஓர் எண்ணை நினைத்திடுக. அதனுடன் 5 ஐக் கூட்டுக. கூட்டுத் தொகையை இரு மடங்காக்கி அதனுடன் 6 ஐக் கூட்டுக. கூட்டுத் தொகையின் சரிபாதியைப் பெற்று நீர் நினைத்த எண்ணை அதிலிருந்து கழித்திடுக. (விடை எப்போதும் எட்டாகவே இருக்கும்.)

உம்மிடம் ஒன்றும் கூருது மேலே பணித்தவற்றை நிறைவேற்று மாறு உமது நண்பர் ஒருவரை விடுக. முடிவில் அவர் பெறும் விடையைக் கூறி அவரை வியப்பில் ஆழ்த்தலாம். பணித்தவற்றை முறையாக நிறைவேற்றிஞல் விடை எப்போதும் 8 ஆகவே இருக்கும். வெவ்வேறு எண்களுடன் தொடங்கி, இதனை நீரே வாய்ப்புப் பார்க்கலாம்.

கணிதச்சார்புடைய குறியீடுகளைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் இத் தந்திரக் கணக்கின் ஒழுங்கினை நாம் விளங்கிக் கொள்ளலாம். எண்ணென்றை நினைக்கும்படி உமது நண்பரைப் பணித்திடும் போது, அவர் நினைத்திடும் எண்ணை நீர் அறியமாட்டீர். எனினும் அவர் நினைக்கும் எண் அவர் தெரிந்ததாகவே இருத்தல் வேண்டும். முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் குறிப்பதற்கு ஆங்கில நெடுங் கணக்கிலுள்ள n, p, a போன்ற எழுத்துக்களை நாம் பயன்படுத்தியுள்ளோம். இவ்வாறே உமது நண்பருக்குத் தெரிந்த எண்களுள் எவற்றையேனும் குறிப்பதற்கு " x " ஐ வேண்டுமாயின் பயன் படுத்தலாம்.

எண் போன்றே x ஐயும் பயன்படுத்துவோம்.

தந்திரக் கணக்கு—1

அறிவுறுத்தும் உரைகள்	முடிபு
(i) எண் ஒன்றை நினைத்திடுக	x
(ii) அதனுடன் 5 ஐக் கூட்டுக ..	x + 5
(iii) கூட்டுத்தொகையின் இரு மடங்கைப் பெறுக ..	x + 5 x + 5
(iv) அவ்விரு மடங்குடன் 6 ஐக் கூட்டுக	x + 5 x + 5 அல்லது x + 5 + 3 + 6 x + 5 + 3
(v) இக்கூட்டுத் தொகையின் அரைப் பகுதியைப்பெறுக ..	x + 5 + 3
(vi) முதல் நினைத்த எண்ணை இதிலிருந்து கழித்திடுக ..	5 + 3

பின்வரும் தந்திரக்கணக்கையும் நோக்குக. அறிவுறுத்தும் உரைகளை மட்டுமே தந்துள்ளோம். முன்னைய தந்திரக் கணக்கில் செய்தது போல் " முடிபு " நிரலை நிரப்புக.

பயிற்சி 5–4 (தந்திரக் கணக்கு–2)

அறிவுறுத்தும் உரைகள்	முடிபு
(i) எண்ணொன்றை நினைத்திடுக ..	
(ii) அதனுடன் பத்தைக் கூட்டுக ..	
(iii) கூட்டுத்தொகையின் மும்மடங்கைப் பெறுக ..	
(iv) மும்மடங்குடன் பன்னிரண்டைக் கூட்டுக ..	
(v) கூட்டுத் தொகையின் மூன்றிலொரு பகுதியைப் பெறுக ..	
(vi) முதல் நினைத்த எண்ணை இதிலிருந்து கழித்திடுக	

பின்வரும் தந்திரக்கணக்கில் "முடிபு" நிரலையே தந்துள்ளோம். இம்முடிபுகளைப் பெறுதற்கு எத்தகைய அறிவுறுத்தும் உரைகளை வழங்கல் வேண்டும்?

பயிற்சி 5–5 (தந்திரக் கணக்கு–3)

அறிவுறுத்தும் உரைகள்	முடிபு
(i) $\frac{2}{3} = \frac{2P}{3P}$ ..	y
(ii) $\frac{3}{4} = \frac{3P}{4P}$ ..	y + 2
(iii) $\frac{7}{10} = \frac{7x}{10x}$ ..	y + 2 y + 2 y + 2 y + 2
(iv) $\frac{5}{6} = \frac{5Y}{6Y}$ ..	y + 2 y + 2 + 5 y + 2 y + 2 + 5 y + 2 அல்லது y + 2 + 5 y + 2 y + 2 + 5 + 20
(v) ..	y + 2 + 5
(vi) ..	2 + 5

தந்திரக் கணக்குகள் சிலவற்றை நீரே ஆக்கிக் கொள்வீரா?

பெருக்கங்களைச் சுருக்கமாக எழுதல்

முன்னையப் பாடங்களில் ஈரெண்களின் பெருக்கம் பற்றிப் பலமுறை குறிப்பிட்டுள்ளோம் (எண் ஒவ்வொன்றும் பெருக்கத்தின் சினை எனப்படும்). பின்வருவன சில **எடுத்துக்காட்டுக்கள்** ஆகும்.

$2 \times E_b$, $2 \times n$, $3 \times x$

ஐந்து, எழு என்னும் ஈரெண்களினதும் பெருக்கத்தை 5×7 அல்லது 7×5 என எழுதிக் கொள்ளலாம் (பெருக்கத்தைச் சுருக்கி 35 எனவும் எழுதலாம்). இவ்வாறே முன் குறித்த பெருக்கங்களை

$E_b \times 2$, $n \times 2$, $x\ 3 \times$

எனவும் எழுதலாம்.

இப்பெருக்கங்களை எளிதாக எழுதக் கூடிய முறையொன்றைக் கணித அறிஞர் மரபாக மேற்கொண்டுள்ளனர். இம்முறையின் படி முன்குறித்த பெருக்கங்களை நாம் பின்வருமாறு எழுதிக் கொள்ளலாம்.

$2E_b$, $2n$, $3x$

இம்மரபின்படி $2 \times n$ அல்லது $n \times 2$ என்னும் பெருக்கத்தை $2n$ குறிக்கின்றது. இரு சினைகளுக்குமிடையிலுள்ள $\times$ குறியீட்டை விடுவதே மரபாம். ($n \times 2$ என்னும் பெருக்கத்தை $n2$ எனவும் நாம் எழுதிக்கொள்ளலாம், ஆயினும் இவ்வாறு எழுதுவது பொது வழக்காய் அமையவில்லை)

பயிற்சி 5-6

1. நாம் குறிப்பிட்ட மரபைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றைச் சுருக்கமான முறையில் எழுதுக.

(i) $\frac{2}{3} = \frac{2 \times p}{3 \times p}$ (ii) $\frac{3}{4} = \frac{3 \times p}{4 \times p}$ (iii) $\frac{7}{10} = \frac{7 \times x}{10 \times x}$

(iv) $\frac{5}{6} = \frac{5 \times r}{6 \times r}$ (v) $\frac{3}{8} = \frac{3 \times a}{8 \times a}$

2. பின்வருவனவற்றை மிகவும் சுருக்கமான முறையில் எழுதுக. (முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் n, p, x, y, a என்பன குறிக்கின்றன)

(i) $5 \times p$ (ii) $10 \times a$ (iii) $y \times 20$ (iv) $19 \times x$

(v) $23 \times a$ (vi) $n \times 50$ (vii) $x \times 12$ (viii) $p \times 14$

3. பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக. (உம்மை வழிப்படுத்தும் முகமாக அதன் பகுதியொன்றை நிரப்பியுள்ளோம்)

y	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$3y$	3	6								

4. பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக :—

q	1	3	5	7	9	11	12	13	15
$2q$									

5. பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக :—

n	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60

இரு சினைகளுக்கிடையில் $\times$ குறியீட்டை விடும் மரபைப் பின்வருவன போன்ற எடுத்துக்காட்டுக்களில் பின்பற்ற முடியாது.

ஐந்து, ஏழு என்பனவற்றின் பெருக்கம் ; பத்தொன்பது, எட்டு என்பனவற்றின் பெருக்கம் ஆதியன (அதாவது ஈரெண்களும் ஒரு தனியாய் அறியப்படுமாயின் இம்மரபைப் பின்பற்றுவது இயல்வ தன்று).

ஏனெனில் ஐந்து, ஏழு என்பனவற்றின் பெருக்கத்தை 57 என எழுதினால், அது ஐம்பத்தேழு என்னும் எண்ணைக் குறிக்கும். பெருக்கத்தை 75 என எழுதினால் அது எழுபத்தைந்து என்னும் எண்ணைக் குறிக்கும். ஐந்து, ஏழு என்பனவற்றின் பெருக்கத்தை 5×7 அல்லது 7×5 எனவே எழுதல் வேண்டும் (இப்பெருக்கத்தைச் சுருக்கி 35 என நாம் எழுதிக் கொள்ளலாம்.)

தந்திரக் கணக்குகளிலும் பெருக்கங்களை நாம் குறிப்பிடவேண்டி யிருந்தது. தந்திரக் கணக்கு 1 இல் "கூட்டுத்தொகையின் இரு மடங்கைப் பெறுக" என்ற போது, "கூட்டுத்தொகை, இரண்டு என்பன வற்றின் பெருக்கத்தைப் பெறுக" என்பதே நாம் கருதியது. இத் தந்திரக் கணக்குகளில் நாம் பயன்படுத்திய பெருக்கங்களின் சினை களை எழுதிக் கொள்வோம்.

தந்திரக் கணக்கு 1. படி (iii)

சினைகள் : 2, $x + 5$

தந்திரக் கணக்கு 2. படி (iii)

சினைகள் : 3, $x + 10$

(நீர் நினைத்த எண் ஆயின்)

தந்திரக் கணக்கு 3. படி (iii)

சினைகள் : 4, $y + 2$.

மீண்டும் அப்பகுதியை நோக்குவீராயின் இப்பெருக்கங்களை எழுது வதற்கு நீண்டதோர் முறையைப் பின்பற்றியுள்ளோமென்பதை உணர்ந்து கொள்வீர். அம்முறை நீளமானது மட்டுமன்று. செயற் படுத்த முடியாததாகவும் அமைந்து விடலாம். எடுத்துக்காட்டாகத் தந்திரக் கணக்கு 1 இல் படி (iii) "கூட்டுத்தொகையின் 100 மடங் கைப் பெறுக" என்றிருந்தால் "$y + 5$" ஐ நாம் 100 முறை எழு தல் வேண்டும். இவ்வாறு எழுதியதை வேறொருவர் பார்க்கும்போது, நாம் குறிப்பிட்ட பெருக்கத்தை, எண்ணுவதன் மூலமே அவர் அறிந்து கொள்ளலாம்.

அடைப்புக் குறிகளைச் சோடி சோடியாகப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் நல்லதோர் சுருக்கமான முறையில் இப்பெருக்கங்களை எழுதிக்கொள் ளலாம். $x + 5$ ஐத் தனி ஒரு சினையென அறிவதற்கு $x + 5$ ஐ ஒரு சோடி அடைப்புக் குறிகளுள், $(x + 5)$ என எழுதல் வேண்டும். எனவே பக்கம்..107..இற் கூறிய மரபைப் பின்பற்றி 2, $(x + 5)$ என்பனவற்றின் பெருக்கத்தை $2(x + 5)$ என நாம் எழுதலாம். இவ்வாறே 3, $(x + 10)$ என்பன சினைகளாயின் பெருக்கத்தை $3(x + 10)$ என எழுதலாம். 4, $(y + 2)$ சினைகளாயின், பெருக்கத்தை $4\ (y + 2)$ என எழுதலாம்.

இப்பெருக்கங்களை $(x + 5)\ 2$, $(x + 10)\ 3$, $(y + 2)\ 4$ எனவும் நாம் விரும்பினல் எழுதலாம். ஆனால் பெருக்கங்களை இவ்வுருவில் நாம் வழக்கமாய் எழுதுவதில்லை.

பயிற்சி 5–7

1. பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக :—

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x+3$										
$2(x+3)$										

2. பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக :—

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$2x$										
$2x+3$										

3. பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக :—

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n+2$									
$3(n+2)$									

4. பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக :—

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$3n$									
$3n+2$									

5. முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் p குறிக்கின்றது. அடைப்புக் குறிகளைச் சோடியாகப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றை எழுதுக.

அடைப்புக் குறிச் சோடிகள் ( ) அல்லது [ ] அல்லது { } என்னும் வடிவில் அமையலாம்.

(i) 3, $p+10$ என்பனவற்றின் பெருக்கம்.

(ii) $2p+5$, 6 என்பனவற்றின் பெருக்கம்.

(iii) $13+p$, 8 என்பனவற்றின் பெருக்கம்.

(iv) $6+5p$, 10 என்பனவற்றின் பெருக்கம்.

(v) 15, $1+p$ என்பனவற்றின் பெருக்கம்.

அட்சரகணிதக் கோவைகள்

கணிதச் சார்புடைய குறியீடுகள் பலவற்றை இதுவரை அறிந்துள்ளீர். அவற்றுட் சில $+$, $-$, $\times$, $\div$ என்பனவாம்.

வேறு சில, எண்களுக்குரிய குறியீடுகளாம்; எடுத்துக்காட்டாக 1, 2, 10, 13, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{9}$, 10.1 ஆதியன.

E, V, F, x, n, p, q, ஆதிய குறியீடுகளையும் நாம் பயன்படுத்தியுள்ளோம். இவை எண்தொடைகளைக் குறித்தன. ($=$, $<$, $>$ போன்ற குறியீடுகளை இப்போது நாம் நோக்கவேண்டியதில்லை. 7 ஆம் அதிகாரத்தில் இவைபற்றி நாம் பல விடயங்களை அறிந்து கொள்வோம்.) இக்குறியீடுகளைச் சில வேளைகளில் தனித்தனியாகவும், சில வேளைகளிற் பலவற்றை ஒரே நேரத்திலும் பயன்படுத்தியுள்ளோம். எடுத்துக்காட்டாக E, $5n$, $3p$, $x+5$, $4\times n$, $y+3$, $2(x+5)$. இவையாவும் அட்சரகணிதக் கோவைகள் எனப்படும். E, $5n$, $3p$ என்பன ஒரே ஒரு உறுப்பினையுடைய அட்சரகணிதக் கோவைகளாம். $x\times 5$, $y+3$ என்பன இரு உறுப்புக்கள் உடைய அட்சரகணிதக் கோவைகளாம். $4\times n$ என்பது ஒரே ஒரு உறுப்பினையுடைய அட்சர கணிதக் கோவையாகும். அட்சர கணிதக் கோவையிலுள்ள உறுப்புக்களை, $+$, $-$ என்னும் குறியீடுகள் வெவ்வேறாகப் பிரிக்கின்றன; $\times$, $\div$ என்னும் குறியீடுகள் அவ்வாறு பிரிக்கமாட்டா; இம்மரபை நாம் பின்பற்றியுள்ளோம். $2(x+5)$ என்னும் கோவையில் ஒரே ஒரு உறுப்பே உண்டு. முன் கூறியது போல் $(x+5)$ ஐ ஒரெண்ணாகவே கருதுகின்றோம்.

$5p$ என்னும் உறுப்பு பெருக்கத்தைக் குறிக்கிறது என்பதை முன்னமே படித்துள்ளோம். $5p$ என்னும் உறுப்பில் 5, p இன் குணகமாகும். இவ்வாறே $3a$ என்னும் உறுப்பில் 3, a இன் குணகமாகும். $4\times n$ என்னும் உறுப்பில் 4, n இன் குணகமாகும். ($4\times n$ என்பதை $4n$ என எழுதலாமென்பதை முன்னமே அறிந்துள்ளீர்) இவ்வாறே $r\times 5$ என்னும் உறுப்பில் r இன் குணகம் 5 ஆகும். (ஏனெனில் $r\times 5$ ஐ $5r$ என எழுதிக் கொள்ளலாம்). $2(x+5)$ என்னும் உறுப்பில் $(x+5)$ இன் குணகம் 2 ஆகும்.

E, n, x ஆதிய உறுப்புக்களில், E, n, x போன்றவற்றின் குணகங்களை அறிந்து கொள்வதில் நீர் சிறிது இடர்ப்படக் கூடும். $4 \times n$ ஐ $4n$ என எழுதலாமெனக் கூறியுள்ளோம். இங்கு 4, n இன் குணகமாகும். இவ்வாறே $1 \times n$ என்பதை $1n$ என எழுதிக்கொள்ளலாம். இங்கு 1, n இன் குணகமாகும். $1n$ ஐ n என்று எழுதுவதே வழக்கமான முறையாகும். எனவே n இன் குணகம் 1 ஆகும். இவ்வாறே E இன் குணகம் 1 ஆகும்.

கோவை, உறுப்பு, குணகம் என்பன நாம் முன்னமே அறிந்துள்ளவற்றுக்குரிய பெயர்களாகும். இவை பின்னைய பாடங்களில் பெருமளவில் பயன்படுவனவாம்.

பயிற்சி 5–8

1. பாடசாலையொன்றில் 6 ஆம் வகுப்பிற் சேர்ந்த மாணவரின் எண்ணிக்கையை x குறிக்கின்றது.

(i) x பின்னமொன்றைக் குறிக்குமா ?

(ii) x உக்குப் பதிலாக இடக்கூடிய எண்கள் சிலவற்றைத்தருக.

(iii) x உக்குப் பதிலாக இடக்கூடிய உயர்வெண் யாதாயிருக்கலாம் என நீர் கருதுகிறீர் ?

(iv) x ஐப் பயன்படுத்தி ஓர் உறுப்புடைய கோவையொன்றை எழுதுக. அக்கோவையின் மூலம் நீர் எதனைக் குறித்திடலாம் ?

எடுத்துக்காட்டு

$10x$

செவிடர் ஊமையர் பாடசாலைக்கு ஒவ்வொரு மாணவனும் 10 சதம் உதவினால், சேர்த்த சதங்களின் முழு எண்ணிக்கையை $10x$ குறிக்கும்.

(v) x ஐப் பயன்படுத்தி ஈருறுப்புக்களுடைய கோவையொன்று எழுதுக. இக்கோவையின் மூலம் எதனை நாம் குறித்திடலாம் ?

எடுத்துக்காட்டு

$x-2$

அவ்வகுப்பு மாணவருள் இருவர் பாடசாலையை விட்டு நீங்கியபின் வகுப்பிலுள்ளோர் எண்ணிக்கையை இக்கோவை குறிக்கும்.

(2) நிறுத்துமிடம் ஒன்றை விட்டு நீங்கும் வசுவிலுள்ள பிரயாணி களின் எண்ணிக்கையை n குறிக்கின்றது.

(i) n பின்னமாகுமா ? (குழந்தையையும் ஒருவராகக் கொள்க)

(ii) n உக்குப் பதிலாக இடக்கூடிய எண்கள் சிலவற்றைத்தருக.

(iii) n உக்குப் பதிலாக இடக்கூடிய உயர்வெண் யாதென நீர் கருதுகின்றீர் ?

(iv) நாள்தோறும் எந்நேரத்தில் n உயர்பெறுமானம் பெறும் ?

(v) n ஐப் பயன்படுத்தி ஈருறுப்புக்களுடைய கோவையொன்று எழுதுக.

அதன் மூலம் எதனை நீர் குறித்திடுவீர்.

(3) முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் p குறிக்கின்றது.

(i) பின்வருவனவற்றில் p இன் குணகத்தைத் தருக :
$2p$, $10p$, $19p$, $100p$, $p\times12$, $p\times28$, $14\times p$, p

(ii) p ஐப் பயன்படுத்தி ஓர் உறுப்பினையுடைய மூன்று கோவை களை எழுதுக. ஒவ்வோர் உறுப்பிலும் p இன் குணகம் யாது ?

(iii) p ஐப் பயன்படுத்தி ஈருறுப்புக்களுடைய 3 கோவைகளை எழுதுக.

கணக்குகளைச் சுருக்கமாக எழுதுதல்

பெருக்கங்களைச் சுருக்கமாக எழுதும் முறையை முன்பே படித்துள் ளோம். இம்முறையும் நன்குகப் பயன்பட்டது; ஏனெனில் நாம் பயன்படுத்திய அட்சரகணிதக் கோவைகளுட் பல (பின்னங்களைப் பொறுத்தே இவற்றைப் பயன்படுத்தியுள்ளோம்) பெருக்கங்களாய மைந்துள்ளன. எனினும் தந்திரக் கணக்குகள் போன்றவற்றில் $x+5$, $y+2$, $y+10$ ஆதியன போன்ற கணக்குகளை நோக்கியிருப் பீர். $x+5$ என்பதை நோக்குக. இங்கு முழு எண்களுள் எவற்றை யேனும் x குறிக்கின்றது. x இன் பெறுமானம் 11 எனக் கொள் வோம். எனவே $x+5$, $11+5$ ஆகும். இதனை 16 ஆக எழுதிக் கொள்ளலாம். x இன் பெறுமானம் எமக்குத் தெரியாதாயின்,

x, 5 என்பனவற்றின் கூட்டுத்தொகையை $x+5$ என்பதிலும் சுருக்க மான உருவில் நாம் எழுத இயலாது. இக்கோவையைத் தொடர்ந்து சுருக்க முடியாது எனக் கூறலாம். இவ்வாறே $y+2$, $y+10$, $E+1$ ஆதிய அட்சரகணிதக் கோவைகளைத் தொடர்ந்து சுருக்க இயலாது.

ஆனல் $a+a$ போன்ற கூட்டுத்தொகையை நோக்குக. முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் a குறிக்கட்டும். இக்கூட்டுத்தொகையை மிகவும் சுருக்கமாக எழுதும் முறையொன்றுண்டா ? எண்கணிதப் பகுதியுள் நீர் படித்தவை இங்கு பயன்படலாம். பின்வருவன நினை வில் இருக்கின்றனவா ?

$2+2$,	2×2 ஆகும்
$3+3$,	3×2 ஆகும்
$4+4$,	4×2 ஆகும்
$5+5$,	5×2 ஆகும்
$30+30$,	30×2 ஆகும்.

எனவே $a+a$ ஐ $a\times2$ என நாம் கொள்ளலாம். $a+a$ எவ் வெண்ணைக் குறிக்கின்றதோ, $a\times2$ உம் அதே எண்ணைக் குறிக்கின் றது. $x\times2$ ஐ $2x$ என எழுதலாமென முன்பே கூறியுள்ளோம்.

$\therefore a+a=2a$ இங்கு முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் a குறிக்கின்றது.

இவ்வாறே $a+a+a=3a$ இங்கு முழு எண்களுள் எவற்றையே னும் a குறிக்கின்றது.

$p+p+p+p=4\,p$ இங்கு முழு எண்களுள் எவற்றையே னும் p குறிக்கின்றது.

a இன் ஒரு பெறுமானத்தைப் பொறுத்தவரை, $a+a+a$ எம் முழு எண்ணைக் குறிக்கின்றதோ, $3\,a$ உம் அதே முழு எண்ணைக் குறிக்கின்றது என்பதை நீர் வாய்ப்புப் பார்க்கலாம். (a இன் ஒரு பெறுமானம் கொண்டு $a+a+a$ ஐயும் $3a$ ஐயும் வெவ்வேறாகக் கணிப்பதன் மூலம் இதனை நீர் வாய்ப்புப் பார்க்கலாம்). அடுத்து $2\,a+3\,a$ போன்ற கூட்டுத்தொகையை நோக்குக. இங்கு முழு

எண்களுள் எவற்றையேனும் a குறிக்கின்றது. இக்கோவையில் இரு உறுப்புக்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு உறுப்பும் a இனதும், ஒரு முழு எண்ணினதும் பெருக்கமாகும். இத்தகையஉறுப்புக்கள், நிகர்த்த உறுப்புக்கள் எனப்படும். முன் படித்தவற்றைப் பயன்படுத்தி நாம் பின்வரும் முறையில் எழுதிக் கொள்ளலாம்.

$$2a+3a = (a+a)+(a+a+a)$$
$$a+a+a+a+a = 5a$$
$$\therefore 2a+3a = 5a$$

a இன் ஒரு பெறுமானத்தைப் பொறுத்தவரை $2a+3a$ எம் முழு எண்ணைக் குறிக்கின்றதோ, $5a$ உம் அதே முழு எண்ணைக் குறிக்கின்றது. $2a+3a$, $5a$ எனச் சுருக்கப்பட்டுள்ளது என நாம் கூறுகிறோம். $2a$, $3a$ என்னும் உறுப்புக்களில் a இன் குணகங் களின் கூட்டுத்தொகையே 5 என்பதைக் கவனித்தீரா ?

இவ்வாறே $6p+p = 7p$.

பயிற்சி 5-9

1. பின்வரும் கோவைகளைச் சுருக்க முடிந்தாற் சுருக்குக. முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் x, a, p, r, m என்பன குறிக்கின் றன.

(i) $2x+3$	(vi) $5a+5a$
(ii) $2p+3p$	(vii) $3m+10m$
(iii) $3r+7$	(viii) $11r+9r$
(iv) $3m+4m$	(ix) $4p+8p$
(v) $4x+x$	(x) $3a+2$

மேலுள்ள பயிற்சியிற் சுருக்கக்கூடிய கோவைகளும் சுருக்க முடி யாத கோவைகளும் உள்ளன. சுருக்கக்கூடிய கோவைகளை நோக்குக. இவை ஒவ்வொன்றிலும் இரு நிகர்த்த உறுப்புக்கள் உள்ளன.

அடுத்து $2x+3y$ போன்ற கோவையை நோக்குக. இங்கு முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் x குறிக்கின்றது. முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் y குறிக்கின்றது. x உக்குப் பதில் 3ஐ இடும்

போது, y உக்குப் பதில் எப்பெறுமானம் இடல் வேண்டுமென்பதை நாம் அறியமாட்டோம். அது 3 ஆகவோ, 5 ஆகவோ, 125 ஆகவோ, வேறு முழு எண்ணகவோ இருக்கலாம். $2x$, $3y$ போன்ற உறுப்புக்கள் நிகரா உறுப்புக்கள் எனப்படும். $2x$, $3y$ என்பனவற்றின் கூட்டுத்தொகையை $2x+3y$ என்பதிலும் சுருக்கமாக எழுத இயலாது.

பயிற்சி 5–10

1. பின்வரும் கோவைகளுள் எவை இரு நிகர்த்த உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையை க்குறிக்கின்றன ; எவை இரு நிகரா உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையைக் குறிக்கின்றன. முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் x, y, m, p, a குறிக்கின்றன.

(i) $3x+10x$

(ii) $4a+7m$

(iii) $10p+10x$

(iv) $12a+13a$

(v) $m+3m$

(vi) $3x+8y$

(vii) $a+p$

(viii) $2m+2a$

2. வினு 1 இலுள்ள கோவைகளை முடியுமாறு சுருக்குக.

6. நூற்றுவீதம்

பொருள்களை விற்பவர் இலாபம் அடைகின்றார்கள். வாங்கிய விலையிலும் கூடிய விலைக்குப் பொருள்களை விற்பதன் மூலம் அவர்கள் இலாபம் அடைகின்றார்கள்.

பயிற்சிப் புத்தகங்களை ஒன்று 12 சதமாக வியாபாரி ஒருவன் வாங்குகிறான். அவற்றை ஒன்று 12 சதமாக அவன் விற்பானா? இலாபம் பெறுதற்கு அவற்றைக் கூடியவிலைக்கா, குறைந்த விலைக்கா அவன் விற்றல் வேண்டும்?

புத்தகமொன்றை 15 சதமாக விற்றால் அவன் பெறும் இலாபம் யாது? இவ்விலாபத்தை நாம் எவ்வாறு கணித்திடலாம்?

பயிற்சி 6–1

அடைப்புக் குறிக்குள் உள்ள தகுதிவாய்ந்த விடைக்குக் கீழ்க் கோடிடுக :

(1) இலாபம் பெறுதற்கு விற்றவிலை, கொள்விலை (இலும் சிறிதாக, உக்குச் சமனாக, இலும் பெரிதாக) இருத்தல் வேண்டும்.

(2) இலாபம் கணிப்பதற்கு விற்றவிலை (இலிருந்து, ஆல்) கொள் விலையை (கழித்தல், வகுத்தல், பெருக்குதல்) வேண்டும்.

தாம் அடைந்த நட்டங்கள் பற்றியும் வியாபாரிகள் கூறிக்கொள்வார்கள். அவர்கள் எவ்வாறு நட்டம் அடைகின்றனர்? கொள் விலையினும் குறைந்த விலைக்குப் பொருளொன்றை விற்கும் போது **நட்டம்** ஏற்படுகின்றது.

பயிற்சிப் புத்தகமொன்றின் கொள்விலை 12 சதம். அதனை 10 சதமாக விற்றால் ஏற்படும் நட்டம் யாது? நட்டத்தை நாம் எவ்வாறு கணிக்கிறோம்?

பயிற்சி 6–2

அடைப்புக் குறிகளுள் உள்ள தகுதிவாய்ந்த விடைக்குக் கீழ்க் கோடிடுக.

(1) நட்டம் அடைவதற்கு விற்றவிலை, கொள்விலை (இலுஞ் சிறிதாக, உக்குச் சமனுக, இலும் பெரிதாக) இருத்தல் வெண்டும்.

(2) நட்டம் கணிப்பதற்குக் கொள்விலை (இலிருந்து, ஆல்) விற்ற விலையை(கழித்தல், வகுத்தல், பெருக்குதல்) வேண்டும்.

பயிற்சி 6–3

1. பொருளொன்றை ரூபா2 ஆக வாங்கி, ரூபா 3 ஆக A விற்ருன். A இன் இலாபத்தைக் கணித்திடுக.

2. புத்தகமொன்றை 75 சதமாக வாங்கி 90 சதமாக B விற்ருன். B இன் இலாபத்தைக் கணித்திடுக.

3. பொருளொன்றை 50 சதமாக வாங்கி 40 சதமாக C விற்ருன். அவனது நட்டத்தைக் கணித்திடுக.

4. மேலுள்ள பயிற்சிகளிலிருந்து பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக :

அட்டவணை 6–1

	முதலிட்ட பணம்	விற்றுப் பெற்ற பணம்	இலாபம்	நட்டம்
A				
B				
C				

5. வினு 4 இலுள்ளது போன்ற அட்டவணையொன்று தயாரித்து, பின் வரும் பயிற்சிகளிலிருந்து அதனை நிரப்புக.

(i) பேனையொன்றின் கொள்விலை ரூபா 2.25, விற்றவிலை ரூபா 2.60.

(ii) புத்தகமொன்றின் கொள்விலை ரூபா 1, விற்றவிலை 85 சதம்.

(iii) ஒரு பொருளின் கொள்விலை 65 சதம், விற்றவிலை ரூபா 1.15.

(iv) தோடம்பழமொன்றின் கொள்விலை 20 சதம், 10சத இலா பத்துடன் அது விற்கப்படுகின்றது.

இலாபங்களை ஒப்பிடல்

நாற்காலியொன்றை ரூபா 10 உக்கு வாங்கி ரூபா 13 உக்கு A விற்றான். நாற்காலியொன்றை ரூபா 10 உக்கு வாங்கி ரூபா 15 உக்கு B விற்றான்.

கூடிய இலாபம் பெறுபவர் B என்பதை நீர் உணர்ந்து கொள்கிறீர்.

A முதலிட்டது ரூபா 10 ; பெற்றஇலாபம் 3

B முதலிட்டது ரூபா 10 ; பெற்ற இலாபம் ரூபா 5

A இன் இலாபம் முதலிட்ட பணத்தின் $\frac{3}{10}$ ஆகும்.

B இன் இலாபம் முதலிட்ட பணத்தின் $\frac{5}{10}$ ஆகும்.

$\frac{5}{10} > \frac{3}{10}$ என்பது நாம் அறிந்ததே.

எனவே B இன் கொடுக்கல் வாங்கலே சிறந்ததாகும்.

A பொருளொன்றை ரூபா 10 உக்கு வாங்கி, ரூபா 13 உக்கு விற்கிறான். B பொருளொன்றை ரூபா 50 உக்கு வாங்கி, ரூபா 60 உக்கு விற்கிறான். B இன் இலாபம் ரூபா 10, A இன் இலாபம் ரூபா 3. பணத்தைப் பொறுத்தவரை B இன் இலாபமே கூடிய தொகையாகும். ஆனால் ரூபா 10 இலாபம் பெறுதற்கு ரூபா 50 ஐ B முதலிட வேண்டியிருந்தது. ரூபா 3 இலாபம் பெறுதற்கு ரூபா 10 ஐயே A முதலிடவேண்டியிருந்தது.

நாற்காலி பற்றிய கொடுக்கல் வாங்கலில் ஒவ்வொருவரும் ரூபா 10 ஐயே முதலிட்டதால் இலாபங்களை எளிதாக எங்களால் ஒப்பிட முடிந்தது. இரண்டாவது கொடுக்கல் வாங்கலை நாம் எவ்வாறு ஒப்பிடலாம்?

ரூபா 10 ஐ முதலிட்டு *A* பெற்ற இலாபம் ரூபா 3
ரூபா 50 ஐ முதலிட்டு *B* பெற்ற இலாபம் ரூபா 10

இலாபங்களை ஒப்பிடுவதற்கு இலாபத்தைக் கொள்விலையின் (முதலிட்ட பணத்தின்) பின்னமாகப் பெறல் வேண்டும். அவ்வாறு பெற்றுப் பின்னங்களை ஒப்பிடல் வேண்டும்.

A இன் இலாபம் முதலீட்டின் $\frac{3}{10}$

B இன் இலாபம் முதலீட்டின் $\frac{10}{50}$

$\frac{3}{10}, \frac{5}{10}$ என்பனவற்றை ஒப்பிடுக.

$$\frac{3}{10} = \frac{15}{50}$$

$$\frac{15}{50} > \frac{10}{50}$$

$$\therefore \frac{3}{10} > \frac{10}{50}$$

∴ *B* இலும் *A* பணத்தை நல்ல முறையிற் பயன்படுத்தியுள்ளான். ரூபாயைப் பொறுத்தவரை கூடிய இலாபம் பெற்றது *B* ஆயினும், பணத்தைச் சிறந்த முறையில் முதலிட்டது *A* ஆகும். பின்வரும் எடுத்துக்காட்டை நோக்குக.

ரூபா 250 உக்குப் பாடப்புத்தகங்களையும், ரூபா 300 உக்குப் பயிற்சிப் புத்தகங்களையும் புத்தக வியாபாரி ஒருவன் வாங்கி, பாடப்புத்தகங்களை ரூபா 300 உக்கும், பயிற்சிப் புத்தகங்களை ரூபா 350 உக்கும் விற்ருன். எது சிறந்த முதலீடாகும்.

அட்டவணை 6–2

பொருள்	முதலிட்ட பணம் ரூ.ச.	விற்றுப்பெற்ற பணம் ரூ. ச.	இலாபம் ரூ.ச.	இலாபம் / முதலிட்ட பணம்
பாடப்புத்தகங்கள் ..	240	300	60	$\frac{60}{240}$
பயிற்சிப் புத்தகங்கள்	300	350	50	$\frac{50}{300}$

$\frac{60}{240}, \frac{50}{300}$ என்பனவற்றை ஒப்பிடுக.

எது சிறந்த முதலீடாகும் ?

பயிற்சி 6–4

1. பலசரக்குக் கடையொன்றின் குறித்த ஒரு மாத விற்பனவுகள் பின்வரும் அட்டவணையில் உள்ளன.

அட்டவணை 6–3

பொருள்	முதலிட்ட பணம் ரூ. ச.	விற்பனையாற் பெற்ற பணம் ரூ. ச.
கறிவகை	200·00	300·00
அரிசி	30·00	31·20
கருவாடு	150·00	200·00
சீனி, தேயிலை ஆதியன	180·00	247·50

முதலிட்ட பணத்துக்குக் கூடிய வருவாய் தந்தது யாது ?

(i) கறிவகையா அல்லது அரிசியா ?

(ii) கருவாடா அல்லது சீனி, தேயிலை ஆதியனவா ?

(iii) கறிவகையா அல்லது சீனி, தேயிலை ஆதியனவா ?

(iv) முதலிட்ட பணத்துக்கு மிகக்கூடிய வருவாய் தந்தது யாது ?

2. குறித்த ஒரு மாதத்தில் இரும்புக் கடையொன்றின் விற்பனவுகள் பின்வரும் அட்டவணையில் உள்ளன.

அட்டவணை 6–4

பொருள்	முதலிட்ட பணம் ரூ. ச.	விற்பனையாற் பெற்ற பணம் ரூ. ச.
கட்டிட உபகாரணங்கள் ..	1,500·00	1,800·00
சீமெந்து ..	600·00	660·00
வர்ணக்குழம்புகள் ஆதியன ..	450·00	600·00
விவசாய உபகரணங்கள் ..	800·00	1,000·00

முதலிட்ட பணத்துக்கு மிகக் கூடியவருவாய் தந்தது யாது ?

இலாப, நட்டங்களை நூற்றுவீதங்களாகப் பெறல்

மேலே கலந்துரையாடிய எடுத்துக்காட்டுக்கள் யாவற்றிலும் இலாபங்களை ஒப்பிடுவதற்குப் பின்னங்கள் இரண்டு அல்லது பலவற்றை நாம் ஒப்பிட வேண்டியிருந்தது. ஒரே பகுதி எண் கொண்ட பின்னங்களாக இவற்றை மாற்றி அமைத்தால் ஒப்பிடுவது எளிதாகிவிடாதா ?

பகுதி எண் 100 ஆகும்படி இப்பின்னங்களை மாற்றியமைப்பதே மரபாகும். பின்னங்கள் பற்றிய எமது அறிவைப் பயன்படுத்திப் பகுதி எண் 100 ஆகும்படி இவற்றை மாற்றிக் கொள்வோம். எடுத்துக் காட்டாக பகுதி எண் 100 ஆகும்படி $\frac{1}{5}$ ஐ மாற்றுவோம். 5 ஐ 20 ஆற் பெருக்கினாற் பெறுவது 100 ஆகும். எனவே பின்னத்தின் பெறுமானம் மாறாதிருப்பதற்குத் தொகுதி எண்ணையும் 20 ஆற் பெருக்குதல் வேண்டும்.

$$\frac{1}{5} = \frac{1 \times 20}{5 \times 20} = \frac{20}{100} \text{ எனப் பெறுகிறோம்.}$$

$\frac{75}{300}$ ஐப் பகுதி எண் நூறாகும்படி மாற்றுவதற்கு 300 ஐ 3 ஆல் வகுத்தல் வேண்டும். எனவே 75 ஐயும் 3 ஆல் வகுத்தல் வேண்டும்.

$$\frac{75}{300} = \frac{75 \div 3}{300 \div 3} = \frac{25}{100}$$

100 வகுத்த 1 என்பதே $\frac{1}{100}$ இன் கருத்தென நீர் படித்துள்ளீர். " 100 வகுத்த " என்னும் கருத்தை வெளியிடுதற்கு % என்னும் குறியீட்டைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

எனவே $\frac{1}{100}$ ஐ 1 % என எழுதுகிறோம்

$\frac{30}{100}$ ஐ 30 % என எழுதுகிறோம்.

பயிற்சி 6–5

" % " என்னும் குறியீட்டைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றை எழுதுக.

(1) $\frac{4}{100}$, $\frac{47}{100}$, $\frac{95}{100}$, $\frac{100}{100}$, $\frac{120}{100}$

100 ஐப் பகுதி எண்ணைக் கொண்ட பின்னத்தின் தொகுதி எண்ணை "%" என்னும் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி எழுதலாமென அறிந்துள்ளோம். இவ்வாறு எழுதும் பொழுது அதனை **நூற்றுவீதம்** என்பர்.

1 % என்பதை ஒரு நூற்றுவீதம் என்போம்.

25 % என்பதை இருபத்தைந்து நூற்றுவீதம் என்போம்.

120 % என்பதை நூற்றிருபது நூற்றுவீதம் என்போம்.

யாதேனும் ஓர் பின்னத்தை நூற்றுவீதமாக்குவதற்கு அதன் பகுதியெண் 100 ஆதல் வேண்டும். எனவே பின்னமொன்றை $\frac{100}{100}$ ஆற் பெருக்குவது அதனை நூற்றுவீதமாக மாற்றும் ஓர் எளிதான முறையாகும். இப்பெருக்கத்தைச் சுருக்கும் போது 100 ஐ மாற்றுது பகுதியெண்ணாக வைத்துக் கொள்ளல் வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக பின்னம் $\frac{1}{4}$ ஐ நோக்குக.

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{100}{100} = \frac{1 \times 100}{4 \times 100} = \frac{25}{100} = 25\,\%$$

இவ்வாறே

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{100}{100} = \frac{2 \times 100}{5 \times 100} = \frac{40}{100} = 40\,\%$$

(100 ஐப் பகுதியெண்ணாக வைத்துக் கொள்வதற்கே தொகுதியெண் 2 ஐயும், பகுதியெண் 100 ஐயும் சுருக்காது விட்டோமெனுமதைக் கவனித்திடுக.)

$\frac{100}{100}$ ஐ 100 % என எழுதலாமென்பதை நாம் அறிவோம். எனவே $\frac{100}{100}$ ஆற் பெருக்காது 100 % ஆல் நாம் பெருக்கிக் கொள்ளலாம்.

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{100}{100} = \frac{1}{4} \times 100\,\% = \frac{100}{4}\,\% = 25\,\%$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{100}{100} = \frac{2}{5} \times 100\,\% = \frac{200}{5}\,\% = 40\,\%$$

இவ்வாறே

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{8} \times \frac{100}{100} = \frac{1}{8} \times 100\,\% = \frac{100}{8}\,\% = 12\frac{1}{2}\,\%$$

$$\frac{250}{450} = \frac{250}{450} \times \frac{100}{100} = \frac{250}{450} \times 100\,\% = \frac{500}{9}\,\% = 55\frac{5}{9}\,\%$$

பயிற்சி 6-6

1. பொருளொன்றின் கொள்விலை ரூபா 5, அதன் விற்றவிலை ரூபா 6. இலாபத்தைக் கொள்விலையின் பின்னமாகத் தருக. இப் பின்னத்தைப் பின் நூற்றுவீதமாக மாற்றுக.

2. பொருளொன்றின் கொள்விலை ரூபா 100, அதன் விற்றவிலை ரூபா 120. இலாபத்தைக் கொள்விலையின் நூற்றுவீதமாகத்தருக.

3. பின்வரும் அட்டவணையில் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

அட்டவணை 6-5

முதலிட்டபணம் ரூ. ச.	விற்பனையாற் பெற்றபணம் ரூ. ச.	இலாபம் ரூ. ச.	இலாபம், கொள் விலையின் பின்ன மாக	இலாபம், கொள் விலையின் நூற்று வீதமாக
50·00	54·00	....	....	....
....	260·00	60·00	....	....
0·20	0·28	....	....	....
0·25	0·30	....	....	....
4·00	4·80	....	....	....

மிகச் சிறந்த கொடுக்கல் வாங்கல் யாது ?

முதலிட்ட பணத்துக்கு மிகச் சிறிய வருவாய் தந்தது யாது ?

அட்டவணையின் இறுதி நிரலை நோக்குக. இலாபத்தை முதலிட்ட பணத்தின் நூற்றுவீதமாக இந்நிரல் தருகின்றது. முதலிட்ட பணத்தின் நூற்றுவீதமாகப் பெற்ற இலாபம் **நூற்றுவீத இலாபம்** எனப் படும்.

நூற்றுவீத இலாபம் காண்பதற்கு முதலிட்ட பணம் பகுதியாகவும், இலாபம் தொகுதியாகவும் கொண்ட பின்னத்தை நாம முதற் பெறல் வேண்டும். பின இப்பின்னத்தை நூற்றுவீதமாக மாற்றுதல் வேண்டும்.

இலாபத்தை முதலிட்ட பணத்தின் நூற்றுவீதமாகப் பெறுவதே மரபாகும். எனவே 20% இலாபம் என்பதன கருத்து, முதலிட்ட பணத்தின் (கொள்விலையின) 20% இலாபம் ஆகும. "முதலிட்ட பணத்தின" என்னுஞ் சொற்களை நாம் எப்போதும எழுதுவதில்லை. எனவே வேறு குறிப்புரை இராதாயின் அதனைத் தோன்ரு விளக்க மாகக் கொள்வதே தகும்.

பயிற்சி 6–7

1. பின்வருவனவற்றில் நூற்றுவீத இலாபம் காண்க.

(i) பொருளின் கொள்விலை ரூபா 10 ; விற்ற விலை ரூபா 12

(ii) பொருளின் கொள்விலை ரூபா 25 ; விற்றவிலை ரூபா 40

(iii) பொருளின கொள்விலை ரூபா 50 ; விற்றவிலை ரூபா 60

(iv) பொருளின கொள்விலை ரூபா 300 ; விற்றவிலை ரூபா 345

(v) பொருளின் கொள்விலை ரூபா 1,200 ; விற்றவிலை ரூபா 1,500

2. பொருளொன்றை ரூபா 8 உக்கு வாங்கி ரூபா 9 உக்கு A விற்கிருன். பொருளொன்றை ரூபா 6 உக்கு வாங்கி ரூபா 7 உக்கு B விற்கிருன். இருவருட் பணத்தைச் சிறப்பாகப் பயன்படுத்தியவர் யாவர் ?

3. பின்வரும் அட்டவணையில் வெற்றிடங்களை நிரப்புக. பணத்தைச் சிறப்பாகப் பயன்படுத்தியது யார் எனக் காண்க :

அட்டவணை 6–6

வியாபாரி	முதலிட்டபணம ரூ. ச.	விற்பனையால் பெறும் பணம் ரூ. ச.	இலாபம் ரூ. ச.	நூற்றுவீத இலாபம
A	18·00	24·00	....	....
B	350·00	385·00	....	....
C	450·00	650·00	....	

4. மோட்டார் வண்டியொன்றை ரூபா 12,000 உக்கு வாங்கி ரூபா 12,500 உக்கு ஒருவன் விற்கிறுன். அவனது நூற்றுவீத இலாபம் காண்க.

5. மேசையொன்றின் கொள்விலே ரூபா 40, ரூபா 8 இலாபமாக அதை விற்ருல் நூற்றுவீத இலாபம் காண்க.

6. பேனையொன்றின் கொள்விலே ரூபா 25, விற்றவிலே ரூபா 23. நட்டத்தை நூற்றுவீதமாகத் தருக.

பயிற்சி 6–8

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டு ஒன்றை நோக்குவோம்.

ரூபா 250 ஆக இருந்த ஒருவரது சம்பளம்

ரூபா 275 ஆக ஏற்றமடைகிறது.

வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

சம்பளம் அடைந்த ஏற்றம்	= ரூபா ....
ஏற்றத்தைத் தொடக்கச் சம்பளத்தின் பின்னமாக் கிருல் அது	=
இப்பின்னத்தை நூற்று வீதமாக்கினல் அது	=
∴ சம்பளம் அடைந்த நூற்று வீத ஏற்றம்	=

இலாபத்தையோ, நட்டத்தையோ முதலிட்ட பணத்தின் நூற்றுவீதமாகப் பெறலாமென்பது நாம் அறிந்ததே. இவ்வாறே கணியத்தில் நிகழும் மாற்றத்தை அக்கணியத்தின் நூற்றுவீதமாகப் பெறலாம்.

பயிற்சி 6–9

1. வகுப்பொன்றில் 40 மாணவர் இருந்தனர். 5 புது மாணவர் வகுப்பில் சேர்ந்து கொண்டனர்.

தொடக்கத்தில் உள்ள மாணவரது எண்ணிக்கையின் பின்னமாக அவ்வெண்ணிக்கை அடைந்த ஏற்றம்	=
இவ்வேற்றம் நூற்று வீதத்தில் ..	=
∴ மாணவர் எண்ணிக்கையின் நூற்றுவீத ஏற்றம்	=

2. பண்ணையொன்றில் 300 கோழிக்குஞ்சுகள் இருந்தன. அவற்றுள் 15 இறந்து போயின.

கோழிக்குஞ்சுகளின் முழு எண்ணிக்கையின் பின்னமாக இறந்தவற்றின் எண்ணிக்கை .. =

இப்பின்னம் நூற்றுவீதத்தில் .. =

கோழிக்குஞ்சுகளின் எண்ணிக்கையின் நூற்றுவீத இறக்கம் .. .. =

3. மேலுள்ள பயிற்சிகளை அவதானித்த பின், பின்வருவனவற்றில் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

மாற்றமொன்றை நூற்றுவீதமாகத் தருதற்கு

(i) மாற்றத்தை ....பின்னமாகப் பெறல் வேண்டும்.

(ii) பின் இப் ....நூற்றுவீதமாகப் பெறல் வேண்டும்.

4. குறித்தவோர் ஆண்டிற் பாடசாலையொன்றிலுள்ள மாணவரின் எண்ணிக்கை 1,000 இலிருநது 1,040 ஆக ஏற்றமடைந்தது. இவ்வேற்றத்தை நூற்றுவீதமாகத் தருக.

5. பென்சிற் தொழிற்சாலையொன்று நாளுக்கு 800 பென்சில் ஆக்கியது. இயந்திரத்தில் ஏற்பட்ட குறையால் இத்தொகை 750 ஆகக் குறைந்தது. மாற்றத்தை நூற்றுவீதமாகத் தருக.

6. கிராமமொன்றில் ஏற்பட்ட மாற்றங்கள் பின்வரும் அட்டவணையில் உள்ளன. மாற்றம் ஒவ்வொன்றையும் நூற்றுவீதமாகத் தருக.

அட்டவணை 6-7

	சென்றவருடம்	இவ்வருடம்	நூற்றுவீத மாற்றம்
சனத்தொகை ..	1,500	1,600	
மாணவர் தொகை ..	250	275	
இறந்தோர் தொகை ..	15	12	
வீடுகளும், கடைகளும் ..	175	182	
வேலையில்லாதோர் தொகை ..	300	280	

7. ஓர் நிலத்தொகுதியிலுள்ள சனத்தொகை 450 ஆகும். தொழில்களும், தொழிற்சாலைகளும் அங்கு தோன்றியதால் சனத்தொகை 1,000 ஆக ஏற்றமடைந்தது. சனத்தொகையின் ஏற்றத்தைத் நூற்றுவீதமாகத் தருக.

8. குளிரேற்றியொன்றை இறக்குமதி செய்வதற்கு ரூபா 1,200 செலவாகிறது. வரி ஏற்றமடைந்ததால் செலவும் ரூபா 2,800 ஆக ஏற்றமடைந்தது. இம்மாற்றத்தை நூற்றுவீதமாகத் தருக.

20 % இலாபம் என்பது முதலிட்ட பணத்தின் 20 % என்பதை நாம் அறிந்துள்ளோம். இவ்வாறே நூற்றுவீத மாற்றமென்பது தொடக்கநிலையிலிருந்த கணியத்தின் மாற்றமாகும்.

கொள்விலை ரூபா 15.60 ஆன பொருளை 10 % இலாபத்துக்கு விற்றால், இலாபமாகப் பெற்ற பணம் ரூபா 15.60 இன 10 % ஆகும்.

$\therefore$ இலாபம் $=$ ரூபா 15.60 இன் 10 %

$= \frac{10}{100} \times$ ரூபா 15.60

$= \frac{10}{100} \times 1560$ சதம்

$= 156$ சதம்

$=$ ரூபா 1.56

இவ்வாறே 45 குழந்தைகளின் 20 % $= \frac{20}{100} \times 45$ குழந்தைகள்

450 இறாத்தலின் 5 % $= \frac{5}{100} \times 450$ இறாத்தல்

பயிற்சி 6–10

1. பின்வருவனவற்றைக் கணித்திடுக.

(i) 220 இறாத்தலின் 10 %

(ii) 80 குழந்தைகளின் 25 %

(iii) 250 குழந்தைகளின் 100 %

(iv) 240 மாம்பழத்தின் 75 %

(v) 170 மாம்பழத்தின் 100 %

2. கொள்விலை ரூபா 320 ஆன அலுமாரியொன்றை 15% இலா பத்துக்கு விற்றனா. இலாபத்தை ரூபாவிற் கணித்திடுக.

3. சென்ற வருடம் நெல்வயலொன்றில் 240 புசல் நெல் விளைந் தது. இவ்வருடம் விளைச்சல் 5% ஏற்றமடைந்தது. இவ்வேற்றத்தைப் புசலில் தருக.

4. பின்வரும் அட்டவணையில் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

அட்டவணை 6–8

எண்	எண்ணின் 5%	எண்ணின் 10%	எண்ணின் 15%	எண்ணின் 25%
100				
600				
120				
40				

5. வளமற்ற நிலமொன்றிற் பயிரிட்டுப் பெற்ற வருமானம் ரூபா 180. அடுத்த வருடம் வளமாக்கிகளைப் பயன்படுத்தியதன் பலனாக வருமானம் 120% ஏற்றமடைந்தது. இரண்டாம் வருடம் பெற்ற கூடிய பணத்தின அளவு யாது ?

வேறுவகை உத்திக் கணக்கொன்றை நோக்குவோம்.

ஒரே விலைக்கு A உம் B உம் ஒவ்வொரு புத்தகம் வாங்கினார்கள். A தனது புத்தகத்தை விற்று 10 % இலாபமடைந்தான். B தனது புத்தகத்தை விற்று 20 % இலாபமடைந்தான். A இன் இலாபம் ரூபா 1.20 ஆயின், B இன இலாபம் யாது ?

$$10\ \% = \frac{10}{100},\ 20\ \% = \frac{20}{100}$$ என்பதை அறிவோம்.

$\frac{20}{100}$, $\frac{10}{100}$ இன் இரு மடங்காகும்.

அதாவது $$\frac{20}{100} = \frac{10}{100} \times 2$$

$$\therefore\quad 20\ \% = 10\ \% \times 2$$

பயிற்சி 6–11

1. வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

A இன் இலாபம் $=$ கொள்விலையின் 10 % $=$ ரூபா ....

B இன் இலாபம் $=$ கொள்விலையின் 20 %

$=$ கொள்விலையின் 10 % $\times 2$

$=$ ரூபா .... $\times 2$

$=$ ரூபா ....

2. (i) கணியமொன்றின் 50 % அதன் 25 % இன்....

(ii) கணியமொன்றின் 40 % அதன் 20 % இன்....

(iii) கணியமொன்றின் 40 % அதன் 10 % இன்....

(iv) கணியமொன்றின் 40 % அதன் 8 % இன்....

3. எனது வருமானத்தில் 6 % வீட்டு வாடகையாகச் செலவாகிறது. வருமானத்தில் 18 % கட்டுப்பணமாக வங்கியிற் சேர்கின்றது. எனது ஒரு வருட வீட்டு வாடகை ரூபா 480 ஆயின், கட்டுப்பணமாக நான் வங்கியிற் சேர்க்கும் பணம் எவ்வளவு ?

4. பாடசாலையொன்றின் மாணவருள் 48 % பெண்களாவர். மழை நாளொன்றில் மாணவரில் 12 % பாடசாலைக்கு வரவில்லை. வராதோர் தொகை 80 ஆயின் பாடசாலையிலுள்ள பெண்கள் தொகை யாது ?

5. நூலகமொன்றில் தமிழ்ப் புத்தகங்கள் தொகை 64 % ஆகும். ஆங்கிலப் புத்தகங்கள் 8 % ஆகும். ஆங்கிலப் புத்தகங்கள் 115 இருந்தால், தமிழ்ப் புத்தகங்களின் தொகை யாது ?

6. குறித்த ஒருவிலைக்கு மோட்டார் வண்டியொன்றை A வாங்கினான். பின் 3 % இலாபத்துக்கு அதனை விற்றான். அதேவிலைக்கு மோட்டார் வண்டியொன்றை B வாங்கியபின் 30 % இலாபத்துக்கு அதனை விற்றான். A இன் இலாபம் ரூபா 225. B இன் இலாபம் யாது ?

சிறிது வேறான உத்திக்கணக்கொன்றை நோக்குவோம். கணியமொன்றின் 20 % அதன் 10 % இன் இருமடங்கு என்பதைக் கற்றுள்ளோம். இதனை முன் பின்னாகத் திருப்பி எவ்வாறு வாசிக்கலாம் ? கணியமொன்றின் 10 % அதன் 20 % இன் எப்பின்னமாகும்.

பயிற்சி 6–12

1. வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(i) கணியமொன்றின் 25 % அதன் 50 % இன்....

(ii) கணியமொன்றின் 10 % அதன் 30 % இன்....

(iii) கணியமொன்றின் 8 % அதன் 80 % இன்....

(iv) கணியமொன்றின் 12 % அதன் 60 % இன்....

2. (i) கணியமொன்றின் 20 % = 60 ; அதன் 4 % =

(ii) கணியமொன்றின் 80 % = 24 ; அதன் 20 % =

(iii) கணியமொன்றின் 90 % = 270 ; அதன் 10 % =

3. (i) கணியமொன்றின் 20 % = 35 ; அதன் 40 % =

(ii) கணியமொன்றின் 2 % = 10 ; அதன் 4 % =

(iii) கணியமொன்றின் 15 % = 25 ; அதன் 45 % =

(iv) கணியமொன்றின் 8 % = 10 ; அதன் 40 % =

4. (i) கணியமொன்றின் 50 % = 450 ; அதன் 100 % =

(ii) கணியமொன்றின் 25 % = 8 ; அதன் 100 % =

(iii) கணியமொன்றின் 10 % = 40 ; அதன் 100 % =

(iv) கணியமொன்றின் 60 % = 12 ; அதன் 120 % =

5. A தனது பணத்தில் 40 % ஐ உணவிற் செலவாக்குகிறான் ; 20 % ஐச் சேமிக்கிறான். உணவில் ரூபா 70 ஐ அவன் செலவாக்கினால், அவன் சேமிக்குந் தொகை யாது ?

6. ஒரு வகுப்பு மாணவரில் 48 % பெண்களாம். வருடமுடிவில் 12 % மாணவர் தேர்வில் தவறினார்கள். 4 மாணவர் தவறியிருந்தால், வகுப்பில் இருந்த பெண்களின் தொகை யாது ?

7. தேர்தல் ஒன்றில் வெற்றியடைந்த வேட்பாளர் 60 % வாக்குக்கள் பெற்று 20 % வாக்குகளால் வெற்றியடைந்தார். 12,000 வாக்குக்கள் அவர் பெற்றிருந்தால், அவர் பெற்ற பெரும்பான்மை வாக்குக்களைக் கணித்திடுக.

பின்வருவன போன்ற எடுத்துக்காட்டுக்களை நோக்குவோம்.

தேர்வுவேட்போருள் 210 மாணவர் சித்தி எய்துவரென ஆசிரியர் நம்பியிருந்தார். இததொகை தேர்வு வேட்போரின் முழுத்தொகை யில் 70 % ஆகும. முடிவுகள் வெளியானபோது 45 % மாணவரே சித்தியடைந்திருந்தனர். சிததியடைந்த மாணவர் தொகை யாது ?

இங்கு தேர்வுவேட்போர் தொகையின் 70 % 210 என அறிகின் றேம். அத தொகையின் 45 % ஐக் கணித்தல் வேண்டும்.

இத்தகைய உத்திக்கணக்குகளை முன் செய்துள்ளோம். அவற்றில் ஒரு நூற்றுவீதம மற்றையதன் எத்தனை மடங்கு என்பதையோ, ஒன்று மற்றையதன் எப்பின்னமெனபதையோ எம்மால் உடனே கூற முடிந்தது.

(எ-டு) (1) கணியமொன்றின் 20 % 35 ஆகும்; அதன் 40 % யாது ?

(2) கணியமொனறின் 80 % 24 ஆகும; அதன் 20 % யாது ?

இக்கணக்கில் 70 %, 45 % என்பனவற்றுக்கிடையில் நேரடியான தொடர்பு யாதும் இல்லை. எனவே இதனைத் தீர்ப்பதற்குச் செய்கை முறையை ஓரளவு மாற்றல் வேணடும.

70, 45 என்பனவற்றுக்குப் பொதுவான சினை யாது ? பொதுச் சினை 5 என்பது உமக்கு விளஙகுகிறதா ?

5%, 70% இன் எப்பின்னமாகும் ?

45%, 5% இன் எத்தனை மடங்காகும்.?

இவற்றைப் பயன்படுத்தி உத்திக்கணக்கைப் பின்வரும் முறையிற் செய்து கொள்ளலாம.

தேர்வுவேட்போருள் 70 % = 210

$\therefore$ தேர்வுவேட்போருள் 5 % = 210 இன் $\frac{1}{14}$

$= \frac{210}{14}$

45 %, 5 % இன் 9 மடங்காகும்.

$\therefore$ தேர்வுவேட்போருள் 45 % $= \frac{210}{14} \times 9$

$= \frac{210}{14} \times 9$

$= 135$

$\frac{210}{14}$ ஐ முதற்படியிலேயே நாம் சுருக்கவில்லை என்பதைக் கவனித்திருப்பீர். இறுதிப் படியிற் சுருக்குவதே எளிதான முறையாகும். வேறோர் எடுத்துக்காட்டை நோக்குவோம்.

கணியமொன்றின் 27 % 15 ஆயின், அதன் 63 % ஐக் கணித்திடுக.

27, 63 என்பனவற்றின் பொதுச்சினை 9 ஆகும்.

கணியத்தின் 27 % $= 15$

$\therefore$ கணியத்தின் 9 % $= \frac{15}{3}$

63 %, 9 % இன் 7 மடங்காகும்

$\therefore$ கணியத்தின் 63 % $= \frac{15}{3} \times 7$

$$= \frac{15 \times 7}{3}$$

$$= 35$$

பயிற்சிகள் 6–11, 6–12 ஆதியவற்றிற் பயன்படுத்திய முறைகளை இங்கு இணைத்துள்ளோமென்பதைக் கவனித்தீரா ?

பயிற்சி 6–13

1. கணியமொன்றின் 40 % 240 ஆகும். அதன் 64 % ஐக் கணித்திடுக. (40, 64 என்பனவற்றின் பொதுச்சினை 8 ஆகும்)

2. கணியமொன்றின் 15 % 35 ஆகும், அதன் 65 % ஐக் கணித்திடுக.

3. கணியமொன்றின் 28 % 160 ஆகும், அதன் 35 % ஐக் கணித்திடுக.

4. கணியமொன்றின் 84 % 240 ஆகும், அதன் 36 % ஐக் கணித்திடுக.

5. கணியமொன்றின் 30 % 186 ஆகும், அதன் 100 % ஐக் கணித்திடுக.

6. கணியமொன்றின் 12 % 30 ஆகும், அதன் 26 % ஐக் கணித்திடுக.

7. கணியமொன்றின் 7 % 35 ஆகும், அதன் 12 % ஐக் கணித்திடுக. (7, 12 என்பவற்றின் பொதுச்சினே 1 ஆகும்)

8. கணியமொன்றின் 5 % 145 ஆகும், அதன் 9 % ஐக் கணித்திடுக.

பயிற்சி 6–14

மேலுள்ள பயிற்சிகளிற் கணியத்தின் 100 % ஐக் கவனித்திருப்பீர். கணியத்தின் 100 % என்பதன் கருத்து யாது ? 25 %, 12 %, 50 %, 90 % ஆதியவற்றைப் பின்னங்களாகப் பெற்றுள்ளோம். இவ்வாறே பின்வரும் நூற்றுவீதங்களைப் பின்னங்களாக்கிச் சுருக்கிய உருவிற்றருக.

(எ–டு) $50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

(i) 25 % = ... = ...

(ii) 20 % = ... = ...

(iii) 40 % = ... = ...

(iv) 5 % = ... = ...

(v) 7 % = ... = ...

(vi) 100 % = ... = ...

$\frac{100}{100}$ (அதாவது 100 %) 1 ஆகும்.

∴ வகுப்பின் 100 % முழு வகுப்பாகும்.

ஒருவனுடைய வருமானத்தின் 100 % அவன் முழுவருமானமாகும்.

பயிற்சி 6–15

வெற்றிடங்களை நிரப்புக :

1. (i) கணியமொன்றின் 100 % அதன் 50 % இன்....மடங்காகும்.

(ii) கணியமொன்றின் 50 % 40 ஆயின், அதன் 100 %.... ஆகும்.

2. (i) கணியமொன்றின் 100% அதன் 25% இன்...... மடங்காகும்.

(ii) கணியமொன்றின் 100% அதன் 10% இன்...... மடங்காகும்.

(iii) கணியமொன்றின் 20% 50 ஆயின், அதன் 100% .... ஆகும்.

3. எனது பணத்தின் 40% ரூபா 200, எனது முழுப்பணம் எவ்வளவு ?

எனது பணத்தின் 40%	= ரூபா 200
எனது பணத்தின் 20%	= ரூபா....
எனது முழுப்பணம்	= பணத்தின் 100%
எனது பணத்தின் 100%	= அதன் 20% இன்....மடங்கு
∴ எனது பணத்தின் 100%	= ரூபா....
∴ எனது முழுப் பணம்	= ரூபா....

4. ஒரு தொகை பணத்தின் 6% ரூபா 60 ஆகும். முழுத் தொகையைக் கணித்திடுக.

பணத்தின் 6%	= ரூபா 60
பணத்தின் 2%	= ரூபா....
முழுததொகை	= தொகையின் 100%
அதன் 100%,	= அதன் 2% இன்....மடங்காகும்.
∴ அதன் 100%	= ரூபா....
∴ முழுத்தொகை	= ரூபா....

5. பாடசாலையொன்றிலுள்ள மாணவர் தொகையின் 3% 12 ஆகும். மாணவர் முழுத்தொகையைக் கணித்திடுக.

மாணவர் தொகையின் 3%	= 12
மாணவர் தொகையின் 1%	= 4
மாணவர் முழுத்தொகை	= மாணவர் தொகையின் 100%
100%	= 1% இன்....மடங்கு
∴ மாணவர் தொகையின் 100%	= ....
∴ மாணவர் முழுத்தொகை	= ....

6. ஓர் கிராமத்திலுள்ள குடித்தொகையின 75% 180 ஆகும். குடித்தொகையின 25% ஐக் கணித்திடுக. முழுக் குடித்தொகையைக் கணித்திடுக.

7. மருத்துவமனையிலுள்ள நோயாளிகளுட் காய்ச்சலால் வருந்துவோர் தொகை 30%. அத்தகையோர் தொகை 54 ஆயின், மனையிலுள்ள நோயாளிகளின் முழுத்தொகையைக் கணித்திடுக.

8. பொருளொன்றை விற்று ஒருவன் ரூபா 28 இலாபமடைந்தான். இத்தொகை முதலிட்ட பணத்தின் 16% ஆயின், அவன் முதலிட்ட தொகை யாது ?

பல காரணங்களுக்காக (விழா ஆதியன) வியாபாரிகள் குறைந்த விலைக்கு, அதாவது கழிவில், பொருள்களை விற்பதுண்டு.

பொருளொன்றை விற்கும் போது 10% கழிவு கொடுத்தால் இயல்பான விற்கும் விலையிலும், உண்மையான விற்கும் விலை கூடியதா குறைந்ததா ?

பயிற்சி 6–16

1. வெற்றிடங்களை நிரப்புக

ரூபா 100 உக்கு விற்கும் பொருளொன்றை 10% கழிவில் விற்றார்கள். கழிவைக் கணித்திடுக.

கழிவு = இயல்பான விற்கும் விலையின்.... %
= ரூபா....இன் .... %
= ரூபா...........

2. பின்வரும் அட்டவணையில் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

அட்டவணை 6–9

இயல்பான விற்கும் விலை ரூ. ச.	நூற்றுவீதக் கழிவு	உண்மையான கழிவு ரூ. ச.	குறைந்த விற்கும் விலை ரூ. ச.
10·00	10%		
0·80	25%		
25·00	5%		
7·50	10%		

பின்வரும் உத்திக்கணக்கை நோக்குக

மேசையொன்றை 20 % கழிவில் வாங்குவதால் ரூபா 40 ஐ நான் சேமிக்கிறேன. மேசையின இயல்பான விற்கும்விலை யாதாகும?

இயல்பான விற்கும் விலையின் 20 % = ரூபா 40

இயல்பான விறகும் விலை = இயல்பான விற்கும் விலையின 100 %

100%, 20 % இன 5 மடங்காகும்.

இயல்பான விறகும் விலை = ரூபா 40 × 5

= ரூபா 200

பயிற்சி 6–17

1. புத்தகமொன்றை 10% கழிவில் வாங்குவதால் நான் 80 சதம் சேமிப்பேன். புத்தகத்தின் இயல்பான விற்கும் விலை யாது ?

2. ஒரு சீலையை 5% கழிவில் விற்பதால் அதன் விலை ரூபா 2.50 ஆற் குறைகின்றது. சீலையின் இயல்பான விறகும் விலை யாது ?

3. அலுமாரியொன்றை 15% கழிவில் வாங்குவதன் மூலம் ரூபா 48 ஐச் சேமிக்கலாம. அலுமாரியின இயல்பான விறகும் விலை யாது ?

பயிற்சி 6–18

1. பின்வருவனவற்றிற் கணியத்தின் முழுத்தொகையைக் கணித்திடுக.

(i) ஓர் பணத்தொகையின் 10 % = ரூபா 15

(ii) குழந்தைகள் தொடையொன்றின் 25 % = 9

(iii) பொருளொன்றின் விலையின் 30 % = ரூபா 270

(iv) நெற்குவியலொனறின் 12 % = 30 புசல்

(v) பொருளொன்றின் பெறுமானத்தின் 45 % = ரூபா 3,600

(vi) மட்குவியலொன்றின் 35 % = 140 கூடை

(vii) நிலப்பரபபொனறின் 40 % = 12 ஏக்கர்

(viii) நிறையொனறின் 80 % = 60 இறுத்தல்

2. தனது படியில் 4 % ஐ உதவி நிதிக்கு ஒருவன் கொடுக்கின்றான். மாதம் ரூபா 7 உதவி நிதிக்கு அவன் கொடுத்தால், அவன படியைக் கணித்திடுக.

3. வருமானத்தில் 6 % சேமிப்பின், ஒரு வருடத்தில் ரூபா 750 சேமிக்கிறான். அவ்வருடத்துக்குரிய அவன் வருமானத்தைக் கணித்திடுக.

4. நெற்காணியொன்றின் 8 % பயிரிடப்படவில்லை. அதன் பரப்பு 12 ஏக்கராயின், காணியின் முழுப்பரப்பைக் கணித்திடுக.

5. எனது பணத்தில் 40 % ஐ நான் செலவாக்குகிறேன். எஞ்சியிருப்பதன் நூற்றுவீதம் யாது ?

6. எனது பணத்தில் 40 % ஐ நான் செலவாக்குகிறேன். எஞ்சிய தொகை ரூபா 300 ஆகும். இது தொடக்கத்தில் என்னிடமிருந்த பணத்தின் என்ன நூற்றுவீதம் ?

7. எனது பணத்தில் 40 % ஐ நான் செலவாக்குகிறேன். எஞ்சியிருப்பது ரூபா 300 ஆகும். தொடக்கத்தில் என்னிடமிருந்த பணம் எவ்வளவு ?

8. கைக்கடிகாரமொன்றை ரூபா 60 உக்கு வாங்கி 10 % நட்டத்தில் ஒருவன் விற்றான்.

(i) நட்டமடைந்த பணம் எவ்வளவு ?

(ii) விற்றவிலை யாது ?

(iii) விற்ற விலையைக் கொள்விலையின் நூற்றுவீதமாகத்தருக.

9. கொள்விலை ரூபா 100 ஆன பொருளொன்றை 20 % இலாபத்தில் ஒருவன் விற்கிறான்.

(i) விற்றவிலையைக் கணித்திடுக.

(ii) விற்றவிலையைக் கொள்விலையின் நூற்றுவீதமாகத் தருக.

10. கொள்விலை ரூபா 120 ஆன பொருளொன்றை 15 % இலாபத்துக்கு ஒருவன் விற்கிறான. இலாபத்தைக் கணித்திடுக. விற்றவிலையைக் கணித்திடுக.

7. சமன்பாடுகள்

கணிதம் பற்றிப் படிக்கும்போது பின்வருவன போன்ற வசனங் களை நாம் பயன்படுத்தியுள்ளோம்.

எல்லாக் கூம்பகங்களிலும் உச்சிகளின் எண்ணிக்கை முகங்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமன்.

அரை என்னும் பின்னம், நான்கில் இரண்டு என்னும் பின்னத்துக் குச் சமன.

கணிதச்சார்புடைய குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி இவ் வசனங்களை வசதியாக எழுதலாமென்பதை உணர்ந்தோம். அவை பின்வருமாறு ;

$$V = F$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

கணிதச்சார்புடைய வசனங்களென இவற்றைக் கூறலாம். பின் வருவன போன்ற கணிதச்சார்புடைய வசனங்களையும் நாம் அறிந் துள்ளோம்.

$E = 2\,E_b$	$5 > 3$	
$V = E_b + 1$	$\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$	(2 ஆம் அதிகாரத்தில் இதனைச் சொற்களில் அமைத்துள்ளோம்.)
$25 = E_b + 1$	$E > V$	
$\cdot 1 = \frac{1}{10}$	$10 < 12$	
$\frac{1}{2} = \frac{1 \times n}{2 \times n}$		

இக்கணிதச்சார்புடைய வசனங்களுட் சிலவற்றை " $=$ " குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி எழுதியுள்ளோம். இத்தகையவை **சமன்பாடுகள்** எனப் படும். மற்றையவற்றை எழுதுவதற்கு " $>$ " குறியோ, " $<$ " குறியோ பயன்படும். இவை **சமனிலிகள்** எனப்படும். இவ்வதிகாரத் திற் சமன்பாடுகள் பற்றியே நாம் தொடர்ந்து படிப்போம்.

எல்லாச் சமன்பாடுகளிலும் " = " குறியின் இடப்பகுதியிலும், " = " குறியின் வலப்பகுதியிலும் கணிதச்சார்புடைய குறியீடுகளை நீர் காண்பீர். இவற்றைக் குறிப்பதற்குச் சில பெயர்கள் இருப்பது வசதியாகும்.

" இடக்கைக்கோவை " (இ.கை.கோ. எனச் சுருக்கலாம்) " வலக்கைக் கோவை " (வ.கை.கோ. எனச் சுருக்கலாம்) என்னும்பெயர்கள் பயன்படுகின்றன. $V = E_b + 1$ என்னும் சமன்பாட்டில் V இடக்கைக்கோவையாகும், $E_b + 1$ வலக்கைக் கோவையாகும்.

$\frac{1}{2} = \frac{1 \times n}{2 \times n}$ என்பதில் $\frac{1}{2}$ இடக்கைக்கோவையாகும், $\frac{1 \times n}{2 \times n}$ வலக்கைக்கோவையாகும். இக்கோவைகள் யாவும் எண்களையே குறிக்கின்றன. கோவை 25 ஆகவோ, ·1 ஆகவோ $\frac{1}{2}$ ஆகவோ இருப்பின் அது குறிக்கும் எண் எமக்குத் தெரிந்ததே. கோவை E, அல்லது V, அல்லது $2E_b$, போன்ற அட்சரகணிதக் கோவையாயின் அது குறிக்கும் எண்ணை நாம் தெரிந்திருக்க மாட்டோம். ஆயினும் குறித்தவோர் எண் தொடையிலுள்ள எண் எதுவாகவும் இருக்கலாம் என்பதை நாம் அறிவோம். எடுத்துக்காட்டாக அட்டவணை 2-2 இலுள்ள மூன்றும் நிரலிலுள்ள எண் எதுவாயும் E இருக்கலாமென்பது நாம் அறிந்ததே. எனவே சமன்பாடுகள் யாவும் எண்கள் பற்றிய துணிபுரை ஒன்றை வழங்குகின்றன. இடக்கைக் கோவையும், வலக்கைக்கோவையும் ஒரே எண்ணைக் குறிக்கின்றன எனபதே சமன்பாடுகள் வழங்கும் துணிபுரையாகும்.

வசனம் ஒன்று உண்மையாகலாம், பொய்யாகலாம், அல்லது உண்மை, பொய் இரண்டும் அற்றதாகலாம். எடுத்துக்காட்டாகப் பின் வரும் வசனங்கள் மூன்றையும் நோக்குக.

கொழும்பு இலங்கையின் தலைநகராகும் ———(1)
காலி இலங்கையின் தலைநகராகும் ———(2)
அது இலங்கையின் தலைநகராகும் ———(3)

வசனங்களைக் குறிப்பிடுவதற்காக அவற்றுக்கு எண் இட்டுள்ளோம். வசனம் (1) உண்மை வசனமாகும். வசனம் (2) பொய்யான வசன மாகும். வசனம் (3) ஐ உண்மை வசனமென நாம் கூறல் முடியாது; ஏனெனில் " அது " என்பதற்குப் பதிலாகக் " கண்டி " என்பதை இடும் போது வசனம் (3) பொய்யாகிவிடும். வசனம் (3) ஐப் பொய் யான வசனமெனவுங் கூறல் முடியாது ; ஏனெனில் " அது " என்பதற்குப் பதிலாகக் " கொழும்பு " என்பதை இடும்போது வசனம்

உண்மையாகும். தன் நிலையிலே வசனம் உண்மையுமன்று, பொய் யுமன்று. " அது " என்பதற்குப் பதிலாக நகரத்தின் பெயரொன்றை இடும் போது வசனம் உண்மையாகவோ, பொய்யாகவோ மாறு கின்றது.

இவ்வாறே சமன்பாடும் உண்மையாகலாம், அல்லது பொய்யாக லாம், அல்லது உண்மை, பொய் இரண்டும் அற்றதுமாகலாம். பின்வரும் சமன்பாடுகள் மூன்றையும் நோக்குக

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} \quad \text{————} \quad (1)$$

$$\cdot 1 = \cdot 2 \quad \text{————} \quad (2)$$

$$x + 2 = 5 \quad \text{————} \quad (3)$$

சமன்பாடு (1) உண்மையாகும். சமன்பாடு (2) பொய்யாகும். சமன் பாடு (3) வசனம் (3) போன்றதாகும். (3) ஐ உண்மைச் சமன்பாடு என்று கூறல் இயலாது. ஏனெனில் " x " உக்குப் பதில் " 4 "ஐ இடுவோமாயின் சமன்பாடு பொய்யாகிவிடும். (3) ஐப் பொய்யான சமன்பாடெனவும் கூறல் இயலாது, ஏனெனில் " x " உக்குப் பதில் " 3 " ஐ இடுவோமாயின் சமன்பாடு (3) உண்மையாகிவிடும். அதன் நிலையிலே சமன்பாடு உண்மையுமன்று, பொய்யுமன்று. " x " உக்குப் பதில் எண்ணொன்றின் பெயரை இடும்போதே சமன்பாடு உண்மை யாகவோ, பொய்யாகவோ மாறுகின்றது.

பயிற்சி 7-1

உண்மை

பொய்

உண்மையுமன்று, பொய்யுமன்று

1. பின்வரும் வசனங்கள் ஒவ்வொன்றுக்கும் மேலுள்ளவற்றில் எது பொருந்துமெனபதைக் கூறுக.

 (i) இந்தியாவின் தலைநகரம் புதுடில்லியாகும்.

 (ii) அது ஒரு மாமரம்.

 (iii) இலங்கையிலுள்ள ஆறுகளுள் நீளமானது இதுவே.

 (iv) கொழும்புக்கும் காலிக்குமிடையிலுள்ள வசுக்கள் செல்லும் பிரதான வழியின் நீளம் 100 மைல் ஆகும்.

(v) இவ்விரு நகரங்களுக்கிடையிலுள்ள வசுக்கள் செல்லும் பிர தான வழியின் நீளம் 72 மைல் ஆகும்.

(vi) இலங்கையிலுள்ள மலைகளுள் உயர்ந்தது பிதுறுதலாகலே ஆகும்.

(vii) வேற்று நாடுகளிலிருந்து இலங்கை அரிசி இறக்குமதி செய் கின்றது.

(viii) மின்சக்தியை எல்லா வீடுகளும் உபயோகிக்கவில்லை.

(ix) வானவில்லிற் பல நிறங்கள் உள.

(x) 12 வயதிலும் குறைந்த வயதுடைய குழந்தைகள் யாவரும் பாடசாலைக்குப் போகின்றனர்.

2. உண்மை

பொய்

உண்மையுமன்று, பொய்யுமன்று

பின்வரும் சமன்பாடுகள் ஒவ்வொன்றுக்கும் மேலுள்ளவற்றுள் எது பொருந்துமெண்பதைக் கூறுக.

(i) $5 = 4 + 1$

(ii) ix = vi + iii

(iii) $2.5 = \frac{25}{100}$

(iv) $m + 1 = 10$ இங்கு 5 இலும் சிறிய எண் எவற்றையேனும் m குறிக்கின்றது.

(v) $4 = x + 5$ இங்கு 1 இலும் பெரிய எண் எவற்றையேனும் x குறிக்கின்றது.

(vi) $7 + p = 14$ இங்கு முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் p குறிக்கின்றது.

சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்

உண்மையுமாகாத, பொய்யுமாகாத சமன்பாடுகள் உள எனக் கூறியுள்ளோம். அத்தகைய சமன்பாடுகள் எல்லாவற்றிலும் E, V, x, y, n, p, r ஆதிய குறியீடுகள் உள்ளன. எண்தொடை ஒன்றிலுள்ள எண் எதனையும் இக்குறியீடுகள் ஒவ்வொன்றும் குறிக்கலாம். பின்வரும் சமன்பாட்டை நோக்குக.

$\frac{1}{2} = \frac{n}{12}$ இங்கு முழு எண் எவற்றையேனும் n குறிக்கின்றது.

இந்நிலையில் சமன்பாடு உண்மையுமன்று, பொய்யுமன்று. முழு எண்களுள் எவற்றையேனும் n குறிப்பதை அறிவோம். n உக்குப் பதில் முழு எண்ணுக்குரிய எண் குறியொன்றை இடும்பொழுது சமன்பாடு உண்மையாகின்றது அல்லது பொய்யாகின்றது. சமன் பாட்டை உண்மையாக்கும் n இன் பெறுமானத்தையோ, பெறு மானங்களையோ காண்பது **சமன்பாட்டைத் தீர்த்தல்** எனப்படும். மேலுள்ள சமன்பாட்டில் n உக்குப் பதில் 6 ஐ இடும் பொழுது சமன்பாடு உண்மையாகின்றது. எனவே 6 ஐ $\frac{1}{2}=\frac{n}{12}$ என்னும் சமன் பாட்டின் தீர்வு எனக் கூறுகிறோம். n உக்குப் பதில் முழு எண்ணுக் குரிய வேறோர் எண்குறி இடும்போதும் சமன்பாடு உண்மையாகுமா ? எனவே இச்சமன்பாட்டுக்கு ஒரு தீர்வே உள்ளது.

$x+2=5$ என்னும் சமன்பாட்டை நோக்குக. இங்கு முழு எண் களுள் எவற்றையேனும் x குறிக்கின்றது. இச்சமன்பாட்டுக்கு 3 தீர்வா கும். சில வேளைகளிற் சமன்பாட்டுக்கு ஒரு தீர்வும் இருக்காது. $x+3=8$ என்னும் சமன்பாட்டை நோக்குக. இங்கு x இரட்டை எண் களுள் எவற்றையேனும் குறிக்கின்றது. 2, 4, 6, 8, 10, 12 ஆதியன இரட்டை எண்களாகும். x உக்குப் பதிலாக இச் சமன்பாட்டை உண்மையாக்கக் கூடிய இரட்டை எண் ஒன்றும் இல்லை. எனவே x உக்குப் பதில் யாதேனும் இரட்டை எண்ணை மட்டுமே இட வேண்டு மாயின், சமன்பாட்டுக்குத் தீர்வு இல்லை என்றே கூறல் வேண்டும். இதற்கு மேலும் விளக்கந் தருவது நன்று. பின்வரும் வசனத்தை நோக்குக.

அது இலங்கையின் தலைநகராகும். " அது " என்பதற்குப் பதில் பின்வருவனவற்றுள் எவற்றையேனும் இடலாமெனத் தரப்பட்டுள் ளது.

இலண்டன், பாரிசு, கல்கத்தா, சிட்னி, மஸ்கோ, " அது " என்ப தற்குப் பதில் இவற்றுள் எதையேனும் இட்டு வசனத்தை உண்மை யாக்க முடியாதென்பது நீர் அறிந்ததே. இரட்டையெண்களுள் எவற் றையேனும் x குறிக்கும் என்று கூறுவது, இலண்டன், பாரிசு, கல்கத்தா, சிட்னி, மஸ்கோ என்னும் நகரங்களுள் எவற்றையேனும் " அது " குறிக்கும் என்று கூறுவதை ஒத்துளது.

பயிற்சி 7-2

1. பின்வரும் சமன்பாடுகளின் தீர்வுகளைத் தருக.
விடையை " ....என்பது தீர்வாகும் " எனத் தருக.

(i) $x + 5 = 20$ இங்கு முழு எண் எவற்றையேனும் x குறிக்கின்றது.

(ii) $2y = 18$ இங்கு முழு எண் எவற்றையேனும் y குறிக்கின்றது.

(iii) $.8 = r + .2$ இங்கு 1 லும் சிறிய எண் எவற்றை யேனும் r குறிக்கின்றது.

(iv) $p + \frac{1}{4} = 1$ இங்கு 1 இலும் சிறிய எண் எவற்றையேனும் p குறிக்கின்றது.

(v) $2 = y + 1\frac{2}{3}$ இங்கு 1 இலும் சிறிய எண் எவற்றை யேனும் y குறிக்கின்றது.

2. பின்வரும் சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வு உண்டா, இல்லையா என்பதைக் கூறுக. தீர்க்கக்கூடிய சமன்பாடுகளின் தீர்வுகளைத் தருக.

(i) $m + 4 = 8$ இங்கு ஒற்றை எண் எவற்றையேனும் m குறிக்கின்றது.

(ii) $p + 10 = 30$ இங்கு 30 இலும் கூடிய முழு எண் எவற்றையேனும் p குறிக்கின்றது.

(iii) $13 = r + \frac{1}{2}$ இங்கு முழுஎண் எவற்றையேனும் r குறிக்கின்றது.

(iv) $0.5 + x = 9.5$ இங்கு இரட்டை எண் எவற்றையேனும் x குறிக்கின்றது.

(v) $51 = 1 + 2r$ இங்கு முழு எண் எவற்றையேனும் r குறிக்கின்றது.

3. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... 98, 99, 100 என்னும் எண்களுள்எவற்றையேனும் n குறிக்கின்றது.

(i) n ஐப் பயன்படுத்தித் தீர்வுகளுள்ள 3 வெவ்வேறான சமன்பாடுகளை எழுதுக.

(ii) n ஐப் பயன்படுத்தித் தீர்வில்லாத 3 வெவ்வேறான சமன்பாடுகளை எழுதுக.

4. முழு எண்களுள் எவற்றையேனுமு y குறிக்கின்றது. y ஐப் பயன்படுத்தி 4 ஐத் தீர்வாகக் கொண்ட சமன்பாடொன்றை எழுதுக.

5. 1 இலுஞ் சிறிய எண்களுள் எவற்றையேனும் m குறிக்கின்றது. m ஐப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றை எழுதுக.

(i) $\frac{1}{3}$ ஐத் தீர்வாகக் கொண்ட சமன்பாடு.

(ii) 0.8 ஐத் தீர்வாகக் கொண்ட சமன்பாடு.

பின்னங்களுள்ள சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்

எளிதாகத் தீர்க்கக்கூடிய, பின்னங்களுள்ள சமன்பாடொன்றுடன் தொடங்குவோம்.

தீர்க்க : $\frac{x}{15} = \frac{4}{15}$ இங்கு 15 இலும் சிறிய முழு எண் எவற்றையேனும் x குறிககின்றது.

சமன்பாடு உண்மையாகும் வகையில் 15 இலும் சிறிய முழுஎண்களுள் ஒன்றை x உக்குப் பதில் இடுவதே சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதாகும். 15 ஐப் பகுதி எண்ணாகவும் 15 இலுஞ் சிறிய முழு எண்களுள் ஒன்றைத் தொகுதி எண்ணாகவும் கொண்ட பின்னமாக இடக்கைக் கோவையை நாம் கருதலாம். $\frac{1}{15}$, $\frac{2}{15}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{4}{15}$, எனத் தொடங்கி $\frac{14}{15}$ வரையுள்ள பின்னங்களுள் ஒன்றாக இடக்கைக் கோவையை நாம் கொள்ளலாம். பின்னங்கள் பற்றி நீர் அறிந்தவற்றிலிருந்து 1, 2, 3, 5, 6, 7... ஆகியவற்றை x உக்குப் பதில் இடுவதால் சமன்பாடு பொய்யாகுமென்பதை நீர் அறிந்திருப்பீர். சமன்பாட்டின வலக்கைக் கோவை ஓர் பின்னமாகும். இரு பின்னங்களும் ஒரே பகுதிஎண்ணையே

கொண்டுள்ளன. இப்பின்னங்கள் சமனுதற்குத் தொகுதி எண்களும் ஒரே எண்ணுகவே இருத்தல் வேண்டும். எனவே சமன்பாட்டை உண்மையாக்கக் கூடிய x இன் ஒரே பெறுமானம் 4 ஆகும்.

இவ்வாறே $\frac{3}{29} = \frac{n}{29}$ என்னும் சமன்பாட்டின் தீர்வு 3 ஆகும்.

இங்கு 29 இலும் சிறிய முழுஎண் எவற்றையேனும் n குறிக்கின்றது.

பின்வரும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்கும் முறையை நோக்குக :

$\frac{4}{m} = \frac{4}{13}$ இங்கு 4 இலும் பெரிய முழு எண் எவற்றை யேனும் m குறிக்கின்றது.

வலக்கைக்கோவை ஓர் பின்னமாகும். 4 இலும் பெரிய முழு எண்கள் எவற்றையேனும் பகுதி எண்ணுகக் கொண்ட பின்னமாக இடக்கைக கோவையைக் கொள்ளலாம். இரு பின்னங்களும் ஒரே தொகுதி எண்ணேயே கொண்டுள்ளன. எனவே இப்பின்னங்கள் சமனுதற்குப் பகுதி எண்களும் ஒரே எண்ணுகவே இருத்தல் வேண்டும். எனவே சமன்பாட்டை உண்மையாக்கக் கூடிய m இன் ஒரே பெறுமானம் (நாம் தெரியக்கூடிய பெறுமானங்கள் யாவற்றுள்ளும்) 13 ஆகும்.

இவ்வாறே $\frac{9}{20} = \frac{9}{x}$ என்னும் சமன்பாட்டின் தீர்வு 20 ஆகும்.

இங்கு 9 இலும் பெரிய முழு எண் எவற்றையேனும் x குறிக்கின்றது.

இரு பின்னங்களை இணைக்கும் சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதற்கு மேலுள்ள எடுத்துக்காட்டுக்கள் வழிகாட்டிகளாயுள்ளன. பகுதி எண்களையோ, தொகுதி எண்களையோ நாம் சமனுக்கிக் கொள்ள வேண்டும். பகுதி எண்களையோ, தொகுதி எண்களையோ சமனுக்குவ தற்குப் பின்னங்களின் பின்வரும் இயல்பை நாம் பயன்படுத்தலாம். தொகுதி எண்ணேயும், பகுதி எண்ணேயும் ஒரே முழு எண்ணுற் பெருக்கினுல் பின்னம் பெறுமானத்தில் மாறுதல் அடையாது.

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுக்களை நோக்குக. பக்கத்தின் ஒரு பகுதி யில் தீர்பபதற்குரிய படிமுறைகள் உள்ளன. அவற்றுக்கெதிராக அவற்றைப் பெறுதற்கு நாம் சிந்தித்த முறையைத் தந்துள்ளோம்.

(எ-டு) (I)

தீர்க்க : $\frac{2}{3} = \frac{n}{15}$ இங்கு 15 இலும் சிறிய முழுஎண் எவற்றையேனும் n குறிக்கின்றது.

$$\frac{2}{3} = \frac{n}{15}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$$

$$\therefore \frac{10}{15} = \frac{n}{15}$$

∴ 10 என்பது தீர்வாகும்

பகுதி எண்கள் நாம் அறிந்தவையே, ஆயினும் அவை சமனல்ல. நாம் அறிந்த பின்னத்தின் அதாவது $\frac{2}{3}$ இன, பகுதி எண்ணைப் பெருக்கிப் பகுதி எண்களைச் சமனாக்க முயல்வோம்.

$$15 = 3 \times 5$$

∴ $\frac{2}{3}$ இன் தொகுதி எண்ணையும் பகுதி எண்ணையும் 5 ஆற் பெருக்குக. $\frac{2}{3}$ உக்குப் பதில் $\frac{10}{15}$ ஐ இடலாம். n உக்குப் பதில் 10 ஐ இடுவதாற் சமன்பாடு உண்மையாகின்றது. மேலும் n குறிக்கக் கூடிய பெறுமானங்களுள் 10 உம் ஒன்றாகும். எனவே அதுவே தீர்வாகும்.

(எ-டு) (II)

தீர்க்க : $\frac{12}{p} = \frac{3}{8}$ இங்கு 12 இலும் பெரிய முழு எண் எவற்றை யேனும் p குறிக்கின்றது.

$$\frac{12}{p} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \times 4}{8 \times 4} = \frac{12}{32}$$

$$\therefore \frac{12}{p} = \frac{12}{32}$$

∴ 32 என்பது தீர்வாகும்

தொகுதி எண்கள் நாம் அறிந்தவையே. ஆயினும் அவை சமனல்ல.

$$12 = 3 \times 4$$

தொகுதி எண்களைச் சமனாக்குவதற்கு நாம் அறிந்த பின்னத்தின், அதாவது $\frac{3}{8}$ இன் தொகுதி எண்ணையும் பகுதி எண்ணையும் 4 ஆற் பெருக்குக. $\frac{3}{8}$ உக்குப் பதில் $\frac{12}{32}$ ஐ இடலாம். p உக்குப் பதில் 32 ஐ இடுவதாற் சமன்பாடு உண்மையாகின்றது. மேலும் p குறிக்கக் கூடிய பெறுமானங்களுள் 32 உம் ஒன்றாகும்.

∴ 32 என்பதே தீர்வாகும்.

(எ-டு) (III)

தீர்க்க : $\frac{5}{m} = \frac{40}{56}$ இங்கு 5 இலும் பெரிய முழு எண் எவற்றையேனும் m குறிக்கின்றது.

$\frac{5}{m} = \frac{40}{56}$

$\frac{40}{56} = \frac{40 \div 8}{56 \div 8} = \frac{5}{7}$

$\therefore \frac{5}{m} = \frac{5}{7}$

∴ 7 என்பது தீர்வாகும்

தொகுதி எண்கள் நாம் அறிந்தவையே, ஆயினும் அவை சமனல்ல. அவற்றைச் சமனுக்குவதற்கு நாம் அறிந்துள்ள பின்னத்தின், அதாவது $\frac{40}{56}$ இன் தொகுதி எண்ணை வகுப்பது எளிதான முறையாம்.

$40 \div 8 = 5$

$\frac{40}{56}$ இன் தொகுதி எண்ணையும், பகுதி எண்ணையும் 8 ஆல் வகுத்திடுக.

$\frac{40}{56}$ உக்குப் பதில் $\frac{5}{7}$ ஐ இடலாம். m உக்குப் பதில் 7 ஐ இடுவதால் சமன்பாடு உண்மையாகின்றது. m குறிக்கக் கூடிய பெறுமானங்களுள் 7 உம் ஒன்றுகும். எனவே 7 என்பதே தீர்வாகும்.

பயிற்சி 7-3

பிண்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்திடுக :

1. $\frac{3}{8} = \frac{x}{16}$ இங்கு 16 இலுஞ் சிறிய முழு எண் எவற்றையேனும் x குறிக்கின்றது.

2. $\frac{7}{10} = \frac{r}{100}$ இங்கு 100 இலுஞ் சிறிய முழு எண் எவற்றையேனும் r குறிக்கின்றது.

3. $\frac{p}{10} = \frac{35}{50}$ இங்கு 10 இலுஞ் சிறிய முழு எண் எவற்றையேனும் p குறிக்கின்றது.

4. $\frac{a}{6} = \frac{18}{36}$ இங்கு 6 இலுஞ் சிறிய முழுஎண் எவற்றையேனும் a குறிக்கின்றது.

5. $\frac{2}{8} = \frac{16}{y}$ இங்கு 16 இலும் பெரிய முழு எண் எவற்றையேனும் y குறிக்கின்றது.

6. $\frac{3}{4} = \frac{24}{x}$ இங்கு 24 இலும் பெரிய முழு எண் எவற்றையே னும் x குறிக்கின்றது.

7. $\frac{8}{m} = \frac{80}{100}$ இங்கு 8 இலும் பெரிய முழு எண் எவற்றையே னும் m குறிக்கின்றது.

8. $\frac{8}{12} = \frac{4}{n}$ இங்கு 4 இலும் பெரிய முழு எண் எவற்றையே னும் n குறிக்கின்றது.

சமன்பாடுகளின் சில இயல்புகள்

பல சமன்பாடுகளை இதுவரை தீர்த்துள்ளோம். அடுத்து $x = 5$ போன்ற சமன்பாட்டை நோக்குக. இங்கு முழு எண் எவற்றை யேனும் x குறிக்கின்றது. சமன்பாடுகளுள் தீர்ப்பதற்கு எளிதானது இதுவென நீர் உடன்படுவீர். அதற்கு 5 என்னும் ஒரு தீர்வே இருப்பதை நீர் உணர்ந்து கொள்வீர். இடக்கை அல்லது வலக்கைக் கோவைக்குப் பதில் ஒத்ததோர் பின்னத்தை இடுவதன் மூலம் பின்னங்களுள்ள சமன்பாடுகள் சிலவற்றை முற்பிரிவிலே தீர்த்துள ளோம். சமன்பாடொன்றை, எளிதாகத் தீர்க்கக் கூடியவேறோர் சமன்பாடாக மாற்றும் முறையொன்றிருப்பின் சமன்பாட்டைத் தீர்ப் பது எளிதாகிவிடும். எச்சமன்பாட்டுடன் தொடங்கினோமோ அதன் தீர்வும், புதிய சமன்பாட்டின் தீர்வும் ஒன்றாயிருத்தல் வேண்டும். அத்தகைய முறையொன்றைப் பெறமுயல்வோம். பின்வரும் சமன் பாடுகளை நோக்குக. அவை எல்லாவற்றிலும் முழு எண்களுள் எவற் றையும் x குறிக்கின்றது.

$x = 12$ ——— (1) $\qquad \frac{n}{2} = 6$ ——— (5)

$3x = 36$ ——— (2) $\qquad \frac{x}{3} = 4$ ——— (6)

$5x = 60$ ——— (3) $\qquad \frac{x}{4} = 3$ ——— (7)

$10x = 120$ ——— (4)

சமன்பாடுகள் யாவற்றிலும் x உக்குப் பதில் 12ஐ இட்டால் சமன் பாடுகள் யாவும் உண்மையாகின்றன. எனவே இவை யாவற்றுக்கும் 12 ஒரு தீர்வாகின்றது. x உக்குப் பதில் வேறு பெறுமானங்களை

இட்டுப் பார்த்திடுக. இச்சமன்பாடுகளை உண்மையாக்கும் வேறு பெறுமானங்கள் இல்லை என்பதை உணர்வீர். இச்சமன்பாடுகள் யாவற்றுக்கும் ஒரே தீர்வே உள்ளது.

சமன்பாடு (1) ஐத் தீர்ப்பது எளிது. சமன்பாடு (2) ஐ நீர் தீர்க்க வேண்டும் எனக் கொள்வோம். அதனை சமன்பாடு (1) ஆக மாற்றக் கூடிய விதி ஏதும் உளதா ? 36, 12×3 ஆகும், $3x$, $x \times 3$ ஆகும். 36 ஐ 3 ஆல் வகுத்தாற் பெறும் ஈவு 12 ஆகும். $3x$ ஐ 3 ஆல் வகுத்தாற் பெறும் ஈவு x ஆகும். எனவே சமன்பாடு (2) இன் இடக்கை, வலக்கைக் கோவைகளை 3 ஆல் வகுப்பதன் மூலம் அதனை சமன்பாடு (1) ஆக மாற்றிக் கொள்ளலாம்.

இவ்வாறு சமன்பாடு (3) இன் இடக்கை, வலக்கைக் கோவைகளை 5 ஆல் வகுப்பதன் மூலம் அதனைச் சமன்பாடு (1) ஆக மாற்றிக் கொள்ளலாம்.

சமன்பாடு (1) ஆகச் சமன்பாடு (4) ஐ மாற்றுவதற்கு அதன் இடக்கை, வலக்கைக் கோவைகளை எவ்வெண்ணால் வகுத்தல் வேண்டும் ?

அடுத்து (5), (6), (7) ஆதிய சமன்பாடுகளை நோக்குக. $x \div 2$ என்பதை எழுதும் வேறோர் முறை $\frac{x}{2}$ ஆகும். இவ்வாறு $x \div 3$, $x \div 4$ என்பனவற்றை முறையே $\frac{x}{3}$, $\frac{x}{4}$ என எழுதிக் கொள்ளலாம்.

சமன்பாடு (5) இன் இடக்கை, வலக்கைப் பகுதிகளை 2 ஆற் பெருக்குவதன் மூலம் அதனைச் சமன்பாடு (1) ஆக மாற்றிக் கொள்ளலாம்.

இவ்வாறு சமன்பாடு (6) இன் இடக்கை, வலக்கைப் பகுதிகளை 3 ஆற் பெருக்குவோமாயின் அதனைச் சமன்பாடு (1) ஆக மாற்றிக் கொள்ளலாம்.

சமன்பாடு (1) ஆகச் சமன்பாடு (7) ஐ மாற்றுவதற்கு அதன் இடக்கை, வலக்கைப் பகுதிகளை எவ்வெண்ணாற் பெருக்குதல் வேண்டும் ?

(2) இலிருந்து (7) வரையுள்ள சமன்பாடுகளுள் எவற்றின் இடக்கை, வலக்கைக் கோவைகளை ஒரே முழு எண்ணாற் பெருக்குவதன் மூலம் நாம் சமன்பாடு (1) ஐப் பெற்றுக்கொள்ளலாம். (வேறு சில சமன்பாடுகளுக்கும் இது பொருந்துமா எனப் பார்த்துக் கொள்வோம்).

பயிற்சி 7–4

1. பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்திடுக. அவற்றில் p முழுஎண் களுள் எவற்றையேனும் குறிக்கின்றது .

$$p = 8 \text{ ——— } (1)$$

$$3p = 24 \text{ ——— } (2)$$

$$7p = 56 \text{ ——— } (3)$$

$$\frac{p}{2} = 4 \text{ ——— } (4)$$

(i) எல்லாச் சமன்பாடுகளும் ஒரே தீர்வை உடையனவா ?

(ii) இச்சமனபாடுகளுள் எவற்றுக்கும் ஒன்றிலும் கூடிய தீர்வு கள் உண்டா ?

(iii) சமனபாடு (1) ஆகச் சமன்பாடுகள் (2), (3), (4) ஐ மாற்றுவ தற்கு இயற்றின் இடக்கை, வலக்கைக் கோவைகளை முறையே எவ்வெண்களாற் பெருக்குதல் வேண்டும், அல்லது வகுத்தல் வேண்டும்?

2. பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்திடுக. அங்கு முழு எண்க ளுள் எவற்றையேனும் m குறிக்கின்றது.

$$15 = m \text{ ——— } (1)$$

$$3 = \frac{m}{5} \text{ ——— } (2)$$

$$7.5 = \frac{m}{2} \text{ ——— } (3)$$

$$150 = 10m \text{ ——— } (4)$$

(i) எல்லாச் சமன்பாடுகளும் ஒரே தீர்வை உடையனவா ?

(ii) இச்சமன்பாடுகளுள் எவற்றுக்கும் ஒன்றிலும் கூடிய தீர்வுகள் உண்டா ?

(iii) சமன்பாடு (1) ஆகச் சமன்பாடுகள், (2), (3), (4) ஐ மாற்று வதற்கு இவற்றின் இடக்கை, வலக்கைக் கோவைகளை முறையே எவ்வெண்களாற் பெருக்குதல் வேண்டும், அல்லது வகுத் தல் வேண்டும் ?

3. பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்திடுக. அங்கு எண்களுள் எவற்றையேனும் y குறிக்கின்றது.

$$y = \frac{1}{4} \quad \text{———} \quad (1)$$

$$16y = 4 \quad \text{———} \quad (2)$$

$$12y = 3 \quad \text{———} \quad (3)$$

$$\frac{y}{2} = \frac{1}{8} \quad \text{———} \quad (4)$$

(i) எல்லாச் சமன்பாடுகளும் ஒரே தீர்வை உடையனவா ?

(ii) இச்சமன்பாடுகளுள் எவற்றுக்கும் ஒன்றிலும் கூடிய தீர்வுகள் உண்டா ?

(iii) சமன்பாடு (1) ஆகச் சமன்பாடுகள் (2), (3), (4) ஐ மாற்றுவதற்கு இவற்றின் இடக்கை, வலக்கைக் கோவைகளைமுறையே எவ்வெண்களாற் பெருக்குதல் வேண்டும், அல்லது வகுத்தல் வேண்டும் ?

மேலுள்ள பயிற்சிகளைச் செய்ததன் பலனாக ஒன்றை அவதானித்திருப்போம். நாம் படித்த சமன்பாடுகள் பற்றிய இயல்பொன்றைப் பின்வரும் முறையிற் கூறலாம்.

ஒரு சமன்பாட்டை, அதன் தீர்வுடன் கூடிய வேறோர் சமன்பாடாக மாற்றுவதற்கு, அதன் இடக்கை, வலக்கைக் கோவைகள் இரண்டையும் ஒரே முழு எண்ணால் பெருக்கவோ, வகுக்கவோ வேண்டும்.

குறித்தவோர் சமன்பாட்டை எளிதாகத் தீர்க்கக் கூடிய சமன்பாடாக மாற்றுவதற்கு இவ்வியல்பைப் பயன்படுத்துவோம். எமது வேலையைச் சுருக்கும் முகமாக வேறோர் மரபையும் ஏற்படுத்திக் கொள்வோம். $x = 5$, $r = 2$, $m = \frac{1}{2}$ ஆதிய சமன்பாடுகள் தீர்ப்பதற்கு எளிதானவை என முன்பே கூறியுள்ளோம். தீர்ப்பதற்கு இவை அவ்வளவு எளிதாக இருப்பதால் மற்றைய சமன்பாடுகளின் தீர்வை இவற்றின் உருவிலேயே பெரும்பாலும் எழுதுகின்றோம். அதிகாரம் 2 இல் இவ்வாறே செய்துள்ளோம். மேல்வரும் பயிற்சிகளில் எல்லாம் இம்மரபையே பின்பற்றுவோம். இதன் மூலம் " ...... என்பது ஓர் தீர்வாகும் " என எழுதுவதை நாம் தவிர்த்திடலாம்.

பயிற்சி 7–5

பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்திடுக. (சில சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வு இராது)

1. $8m = 72$ இங்கு முழுஎண் எவற்றையேனும் m குறிக்கின்றது.
2. $42 = 6p$ இங்கு முழு எண் எவற்றையேனும் p குறிக்கின்றது.
3. $\frac{n}{4} = 3$ இங்கு முழு எண் எவற்றையேனும் n குறிக்கின்றது.
4. $10x = 25$ இங்கு யாதேனுமோர் எண்ணை x குறிக்கின்றது.
5. $12 = 48y$ இங்கு யாதேனுமோர் எண்ணை y குறிக்கின்றது.
6. $3p = 27$ இங்கு யாதேனுமோர் இரட்டை எண்ணை p குறிக்கின்றது.
7. $22 = 5q$ இங்கு முழு எண் எவற்றையேனும் q குறிக்கின்றது.
8. $2500 = 50x$ இங்கு முழு எண் எவற்றையேனும் x குறிக்கின்றது.
9. $3000 = 150y$ இங்கு முழு எண் எவற்றையேனும் y குறிக்கின்றது.
10. $1002x = 4020$ இங்கு முழு எண் எவற்றையேனும் x குறிக்கின்றது.

8. கோணங்கள் II

பொருள்களிலுள்ள விளிம்புகள் சந்திப்பதனுற் கோணங்கள் அமைகின்றன என்பதை முன்னர் படித்துள்ளோம். அக்கோணங்களும் பல வகைப்பட்டன என்பதையும் படித்துள்ளோம்.

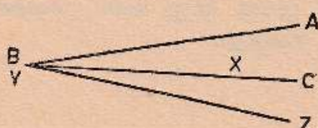
பின்வருவனவற்றை நிரப்புக :

பயிற்சி 8-1

நாம் படித்த கோணங்களின் வகைகள்

1.		செங்கோணங்கள்	90° உக்குச் சமனுனவை
2.		....	90° இலும் குறைந்தவை
3.	......	....	90° இலும் கூடியவை
4.	......	நேர்கோணம்	....
5.	......	பின்வளைகோணம்	....

தளத்திலுள்ள கோணங்கள் பற்றிப்படிக்கும் போது தனிப்பட்ட கோணங்களைவிடப் பல கோணங்கள் ஒன்ருக அமைந்திருப்பதையே காண்போம். வெட்டியெடுத்த இரு கோணங்களைப் பயன்படுத்தித் தட்டை மேற்பரப்பு ஒன்றில் இரு கோணங்களை எத்தனை விதங்களில் ஒன்ருேடொன்று சேர்த்து வைக்கலாம் என்பது பற்றி ஆராயலாம். இதனைப் பாடசாலையிற் செய்திருப்பீர்கள். கோணங்கள் ABC, XYZ ஐ ஒன்றுேடொன்று சேர்த்து வைக்கும் முறைகளிலொன்றை உரு.8-1 இற் காணலாம்.



உரு. 8-1

உச்சிகள் B உம் Y உம் பொதுவாய் அமைவதை நோக்குக. அதாவது இரு கோணங்களுக்கும் ஒரே புள்ளியே உச்சியாக அமைகின்றது.

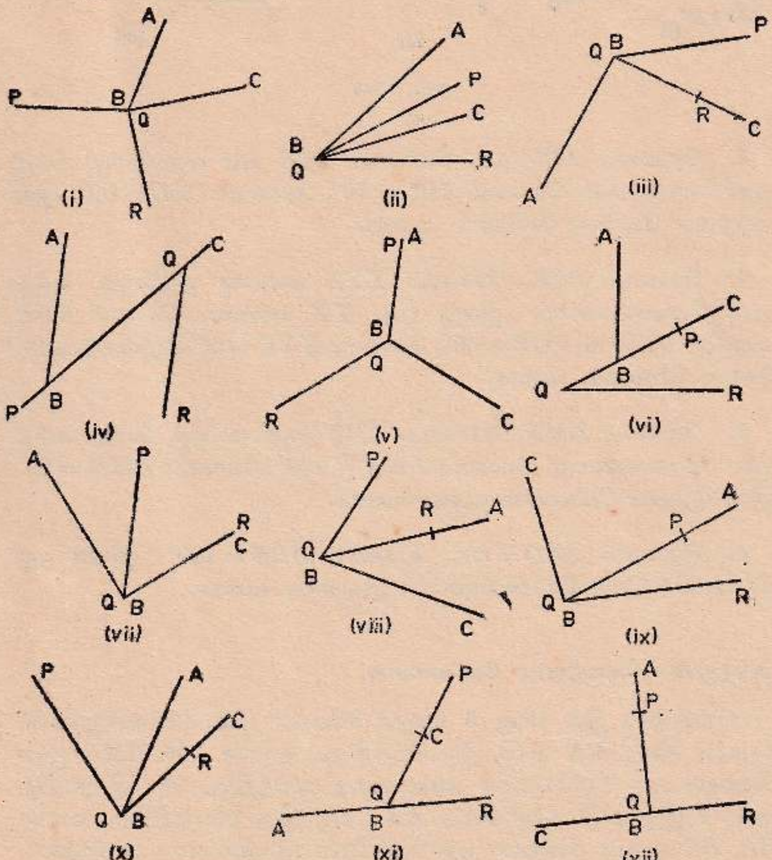
BX (அல்லது BC) என்ற கோடு இருகோணங்களுக்குமுரிய சிறையாகின்றது. ஒரு சிறை பொதுச் சிறையாயுள்ளது என இதனை விளக்கலாம். பொதுவற்ற சிறைகளான BA உம் BZ உம் பொதுச்சிறையின் இருபக்கங்களிலும் அமைந்துள்ளன. இவ்வாறு அமைந்த இரு கோணங்கள் **அடுத்துள கோணச்சோடி** எனப்படும்.

$\widehat{ABC}$, $X\widehat{Y}Z$ என்பன ஒரு சோடி அடுத்துள கோணங்கள். இரு கோணங்கள் அடுத்துள்ளனவாய் இருப்பதற்கு, அவற்றுக்கு

1. பொது உச்சி இருத்தல் வேண்டும்.
2. பொதுச் சிறை இருத்தல் வேண்டும்.
3. கோணங்கள் பொதுச்சிறையின் இருபக்கத்திலும் அமைதல் வேண்டும்.

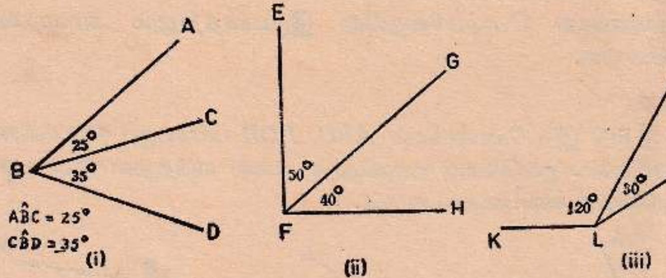
பயிற்சி 8–2

1. உரு 8–2 இற் கோணங்கள் ABC, PQR பல்வேறு நிலைகளில் அமைந்துள்ளன. ஒவ்வொரு உருவிலும் அவை அடுத்துள கோணங்களா, இல்லையா என்பதைக் கூறுக.



7—

2. மூன்று சோடி அடுத்துள கோணங்கள் உரு 8-3 இல் உள்ளன. அவற்றின் பெயர்களை எழுதுக. உரு (i) இற் காட்டிய வண்ணம் ஒவ்வொரு சோடியின் அளவுகளையுந் தருக.



உரு. 8-3

3. கோணம் ABC உம் கோணம் DBC உம் ஒரு சோடி அடுத்துள கோணங்கள். கோணம் $ABC = 70°$, கோணம் $DBC = 50°$. இவ்வடுத்துள கோணச் சோடியை வரைக.

4. கோணம் PQR, கோணம் XYZ என்பன ஒருசோடி அடுத்துள கோணங்களாம். இங்கு QR, XY என்பன பொதுச் சிறை யாகும். கோணம் $PQR = 80°$, கோணம் $XYZ = 60°$. இவ்வடுத்துள கோணச்சோடியை வரைக.

5. கோணம் LMN, கோணம் RMN என்பன ஒரு சோடி அடுத்துள கோணங்களாம். கோணம் $LMN = 100°$, கோணம் $RMN = 80°$ இவ்வடுத்துள கோணச்சோடியை வரைக.

6. கோணம் $ABD = 60°$, கோணம் $ABE = 120°$ இவை ஒரு சோடி அடுத்துள கோணங்களாம். இவற்றை வரைக.

அடுத்துள மிகைநிரப்பு கோணங்கள்

பயிற்சி 8-2 இல் வினா 5 உக்குச் சரியான விடையளித்திருந்தால் பொதுச் சிறை MN உக்கு இருபக்கத்திலும் உள்ள LM, RM எனும் சிறைகள் ஒரு நேர்கோடாக அமைவதை அறிந்திருப்பீர். இவ்வாறே வினா 6 இலும் பொதுச் சிறை AB உக்கு இரு பக்கத்திலும் உள்ள BD, BE எனும் சிறைகள் ஒரு நேர் கோடாக அமவதை அறிந்திருப்பீர். நேர்விளிம்பு ஒன்றைப் பயன்படுத்தி இதனைச் சரிபார்க்கலாம்.

பயிற்சி 8–3

1. பயிற்சி 8–2 இல் உள்ள வினா 3 இல் AB உம் DB உம் ஒரு நேர் கோடாக அமைவதற்குக் கோணம் DBC உக்குப் புது அளவு ஒன்றைத் தருக.

2. வினா 4 இல் PQ உம் YZ உம் ஒரு நேர்கோடாக அமைவதற்குக் கோணம் PQR உக்குப் புது அளவு ஒன்றைத் தருக.

3. பின்வருவன அடுத்துள கோணச்சோடிகளாம். அளவுகள்குறிக்கப்படாவிடின், பொதுச்சிறையின் இரு பக்கத்திலும் அமையவேண்டிய சிறைகள், நேர்கோடாய் அமைதற்குரிய அளவுகளைத் தருக.

(i) கோணம் $ABC = 40°$, கோணம் $DBC =$

(ii) கோணம் $PQB = 50°$, கோணம் $PQD =$

(iii) கோணம் $LMN = 130°$, கோணம் $PMN =$

இச்சோடிகள் சிலவற்றை வரைக. பொதுச்சிறையின் இருபக்கத்திலும் அமைந்த சிறைகள் நேர்கோடாய் அமைந்துள்ளனவா என்பதைச் சரிபார்க்க.

ஒருசோடி அடுத்துள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆயின், பொதுச்சிறையின் இருபக்கத்திலும் அமைந்த அடுத்துள கோணங்களின் சிறைகள் நேர்கோடாய் அமைவதை இப்பயிற்சிகள் மூலம் அறிந்து கொள்ளலாம். கூட்டுத்தொகை 180° ஆன இரு கோணங்கள் **மிகைநிரப்பு கோணங்கள்** ஆம். ஒவ்வொரு கோணமும் மற்றையதன் மிகைநிரப்பி ஆகும். 40° உள்ள கோணம் 140° உள்ள கோணத்தின் மிகைநிரப்பி ஆகும். 140° உள்ள கோணம் 40° உள்ள கோணத்தின் மிகைநிரப்பி ஆகும். 70° உள்ள கோணத்தின் மிகைநிரப்பி யாது ? 135° இன் மிகைநிரப்பி யாது ? நாம் பெற்ற இயல்பை மீண்டும் கூறலாம். ஒருசோடி **அடுத்துள மிகைநிரப்பு கோணங்களிற்**, பொதுச் சிறையின் இருபக்கத்திலுமுள்ள சிறைகள் நேர் கோடாக அமையும்.

நேர்கோணம் 180° உள்ள கோணமாகும் என்பதைப் படித்துள்ளீர்கள். நேர்கோணத்தின் சிறைகள் ஒரு நேர்கோடாக அமைந்திருக்கும். அடுத்துள மிகைநிரப்பு கோணச்சோடியை வரையும் எளிதான முறையொன்றை இது குறிப்பாகத் தெரிவிக்கின்றதா ?

பயிற்சி 8-4

1. 70° உள்ள கோணம் வரைக. ABC என இதற்குப் பெயரிடுக. கூட்டுத்தொகை 70° ஆன ஒருசோடி அடுத்துள கோணங்கள் அமையும் வண்ணம் B இனூடாக BX என்னும் கோடொன்று வரைக.

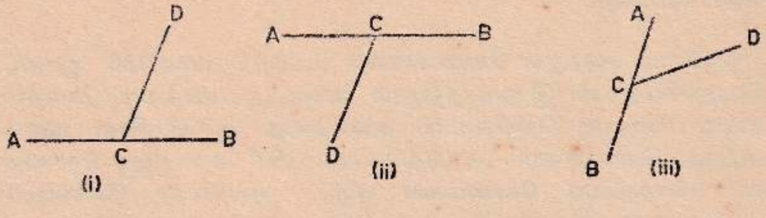
2. 140° உள்ள கோணம் PQR வரைக. கூட்டுத்தொகை 140° ஆன ஒருசோடி அடுத்துள கோணங்கள் அமையும் வண்ணம் Q இனூடாக QA என்னும் கோடொன்று வரைக.

3. நேர்கோணம் AOB வரைக. கூட்டுத்தொகை 180° ஆன ஒரு சோடி அடுத்துள கோணங்கள் அமையுமாறு O இனூடாக OP என்னும் கோடொன்று வரைக.

இத்தகைய பயிற்சிகள் ஒரு சோடி அடுத்துள மிகைநிரப்புகோணங் களை எளிதான முறையில் அமைக்கும் வழியை விளக்கியுள்ளன. அவ்வழி பின்வருமாறு :

1. ஒரு நேர்கோடு வரைக (AB எனக் கொள்க).
2. இக்கோட்டை வெட்டும்படியாக வேறு ஒரு கோடு வரைக (CD எனக் கொள்க).

உரு 8–4 இல் இவற்றை வரையும் பல முறைகள் உள்ளன.



உரு. 8–4

ஒரு சோடி அடுத்துள மிகைநிரப்பு கோணங்கள் இம்முறையிற் பெற லாம் என்பதைப் பின்வருமாறு கூறலாம். இரு அடுத்துள கோணங் களிற் பொதுச்சிறையின் இருபக்கத்திலுமுள்ள சிறைகள் நேர்கோடாக அமையுமாயின், அச்சோடி அடுத்துள கோணங்கள் மிகைநிரப்பு கோணங்களாம். பின்வருமாறு கூறுவது ஞாபகத்தில் வைப்பதற்கு எளிதாயிருக்கும். "ஒரு நேர்கோடு வேறொரு நேர்கோட்டில் நின் றால் தோன்றும் அடுத்துள கோணங்கள் மிகைநிரப்பு கோணங்களா கும்". உரு 8–4 (iii) இல் "ஒரு கோட்டில் வேறு ஒரு கோடு நிற் பதைக்" காண இயலாது. ஆனால் அதன் கருத்து என்ன என்பதை உணருகிறோம்.

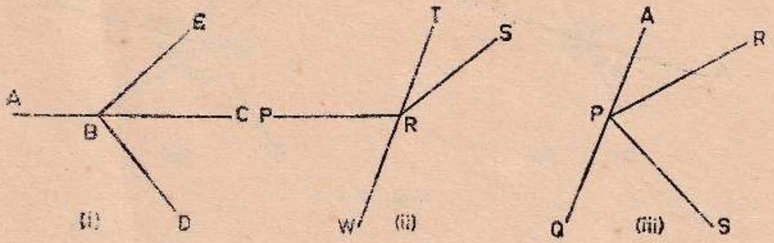
பயிற்சி 8–5

1. இரு கோணங்களின் அளவுகளின் ....ஆயின் அவை மிகை நிரப்பு கோணங்களாகும்.

2. பின்வரும் உருவங்கள் ஒவ்வொன்றிலும்

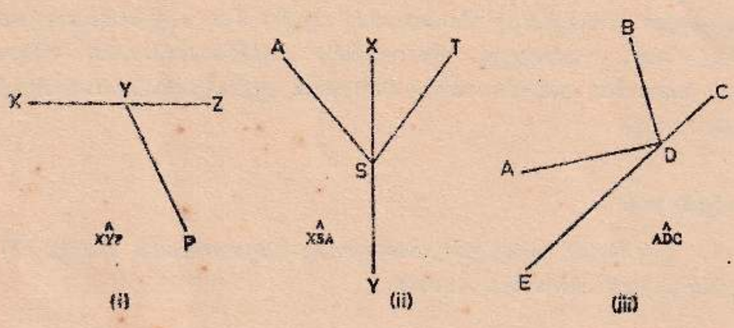
(i) மிகை நிரப்பிகளான ஒருசோடி அடுத்துள கோணங்களையும்,

(ii) மிகைநிரப்பிகளாகாத ஒரு சோடி அடுத்துள கோணங்களையும் கூறுக.



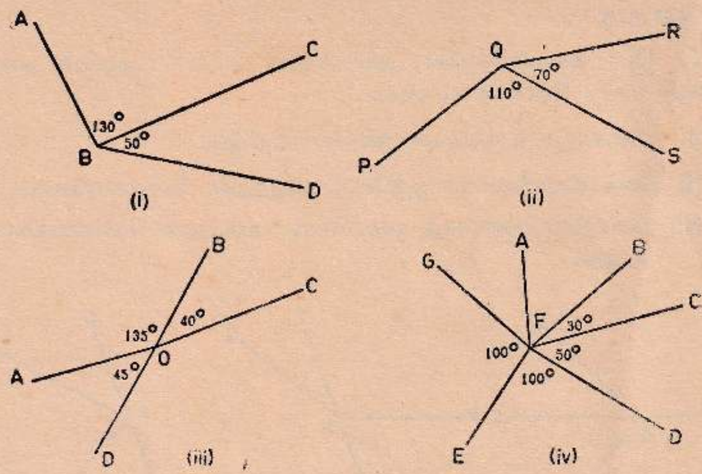
உரு. 8–5

3. பின்வரும் உருவங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் குறிப்பிட்ட கோணத்தின் மிகை நிரப்பியைக் கூறுக.



உரு. 8–6

4. பின்வரும் உருவங்கள் யாவும் மாணவன் ஒருவன் அமைக்க இருக்கும் கோடுகளின் பருமட்டான உருவரைகளாம். (நேர் விளிம்பையோ, பாகைமானியையோ பயன்படுத்தாமலேயே இப்பருமட்டான உருவரைகள் வரையப்பட்டன.) ஒவ்வொரு உருவத்தையும் நீர் உண்மையில் அமைப்பதாயிருந்தால் நேர்கோடாய் அமையக்கூடிய சோடிக் கோடுகள் யாவை ?



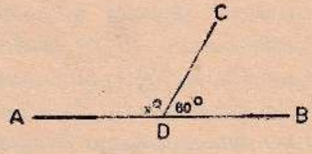
உரு. 8–7

ஒரு சோடி அடுத்துள மிகைநிரப்பு கோணங்களில் ஒரு கோணம் 70° ஆயின் மற்றைய கோணத்தின் அளவைக் காணமுடியுமா? இரு கோணங்களின் அளவுகளின் கூட்டுத்தொகை 180°; ஒன்று 70° ஆயின் மற்றையது 110° (= 180°–70°) ஆக இருத்தல் வேண்டும். அடுத்துள மிகைநிரப்பு கோணங்கள் பற்றிச் சில உத்திக்கணக்குகள் கீழே உள. அவற்றுட் சிலவற்றில், உத்திக்கணக்குகளை விளக்கும் வகையில், அட்சரகணிதச் சார்புடைய குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தியுள்ளோம்.

பயிற்சி 8–6

1. ஒரு சோடி அடுத்துள மிகைநிரப்பு கோணங்களில் ஒன்று 137° மற்றையதன் அளவைக் காண்க.

2. உரு 8–8 இல் AB, CD நேர்கோடுகள்.

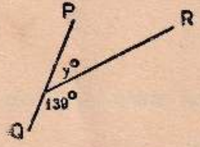


உரு. 8–8

(i) x இன் பெறுமானம் 180° இலும் பெரிதாகவா சிறிதாகவா இருத்தல் வேண்டும்?

(ii) x இன் பெறுமானம் காண்க.

3. உரு 8–9 இல் PQ, SR நேர்கோடுகள்

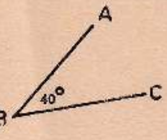


உரு. 8–9

(i) y இன் பெறுமானம் 180° இலும் பெரிதாகவா சிறிதாகவா இருத்தல் வேண்டும் ?

(ii) y இன் பெறுமானம் காண்க.

4. உரு 8–10 இல் AB, BC நேர்கோடுகள்



உரு. 8–10

AB, D உக்கு நீட்டப்பட்டுளது.

$C\widehat{B}D$ இன் அளவு யாது ?

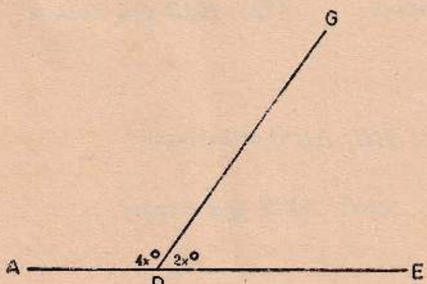
5. $P\widehat{Q}T$ 70° ஆகும். PQ, S உக்கு நீட்டப்பட்டுளது. $T\widehat{Q}S$ இன் அளவு யாது ?

6. $A\widehat{X}Y$ 105° ஆகும். YX, T உக்கு நீட்டப்பட்டுளது. $A\widehat{X}T$ இன் அளவு யாது ?

7. நேர்கோடு AB வேறோர் நேர்கோடு CD ஐ C இல் வெட்டுகின்றது. $A\widehat{C}D$ 50° ஆகும். $D\widehat{C}B$ இன் அளவு யாது ?

8. நேர்கோடு PQ வேறோர் நேர்கோடு AB ஐ A இல் வெட்டுகின்றது. $P\widehat{A}B$ 75° ஆகும். $B\widehat{A}Q$ இன் அளவு யாது ?

படித்த சில அட்சரகணிதச்சார்புடைய குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி மேலும் சில உத்திக்கணக்குகளைச் செய்துபார்ப்போம்.



உரு. 8–11

உரு 8–11 இல் AE, CD நேர்கோடுகள்

(i) x இன் பெறுமானம் 180° இலும் பெரிதாக இருக்க முடியுமா ?

(ii) $A\widehat{D}G$, $G\widehat{D}E$ என்பவற்றுட் பெரிய கோணம் யாது ?

(iii) பெரிய கோணம், சிறிய கோணத்தின் எத்தனை மடங்காகும்.

கோணங்களின் அளவைக் காணமுடியுமா? காண்பதற்குரிய ஒரு வழி பின்வருமாறு: —

இரு கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.

$\therefore 4x + 2x = 180$ இங்கு 180 இலும் குறைந்த எண் எவற்றையேனும் x குறிக்கின்றது.

$6x = 180$

எண்ணொன்றின் ஆறு மடங்கு 180 என இச்சமன்பாடு தெரிவிக்கின்றது. எனவே அடுத்த படியை நாம் பெறலாம்.

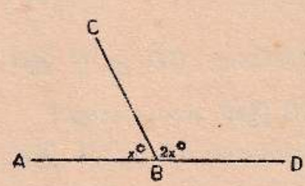
$\therefore x = 30$

$\therefore G\widehat{D}E = 60^\circ, \quad A\widehat{D}G = 120^\circ$

$6x$ ஐ எப்படிப் பெற்றோம் என்பது விளங்காவிடின் பக்கம் 114, 115 ஐப் படித்து, பயிற்சி 5–9 இல் உள்ள கணக்குகள் சிலவற்றைச் செய்க.

பயிற்சி 8–7

(1)

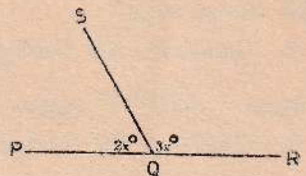


உரு. 8–12

AD, CB நேர்கோடுகள்

$A\widehat{B}C$, $C\widehat{B}D$ ஐக் காண்க.

(2)

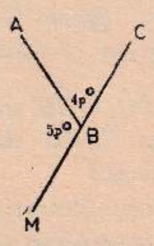


உரு. 8–13

PR, SQ நேர்கோடுகள்

$P\widehat{Q}S$, $S\widehat{Q}R$ ஐக் காண்க.

(3)

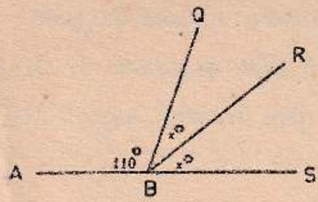


உரு. 8–14

MC, AB நேர்கோடுகள்

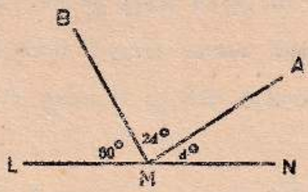
$A\widehat{B}C$, $A\widehat{B}M$ ஐக் காண்க.

(4)



உரு. 8–15

(5)



உரு. 8–16

AS, *QB*, *RB* நேர்கோடுகள்

x இன் பெறுமானம் காண்க.

LN, *BM*, *AM* நேர்கோடுகள்

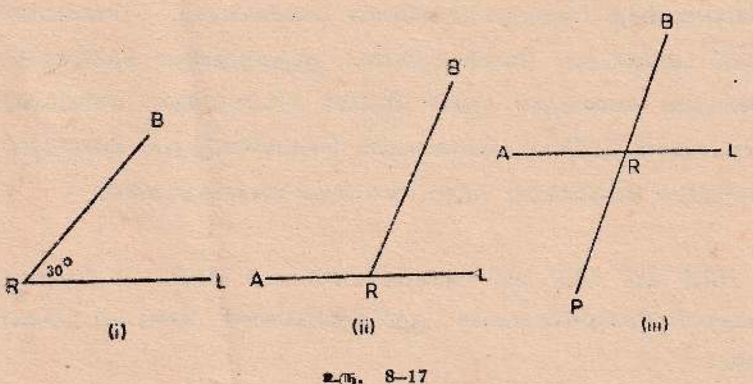
d ஐக் காண்க.

குத்தெதிர் கோணங்கள்

தனியே அமைந்த கோணங்களைவிட ஒன்ருயமைந்த பல கோணங்களை எமது கவனத்துக்கு வருகின்றன.

அளவு தெரிந்த கோணமொன்றுடன் தொடங்கிச் சிறைகளை நீட்டுவதன் மூலம் அதனோடு தொடர்பான வேறு கோணங்களைப் பெற முயல்வோம்.

30° ஆகவுள்ள $\widehat{BRL}$ உரு 8–17 (i) இல் உளது.



உரு. 8–17

LR ஐ A உக்கு நீட்டுக. (ii) போன்ற உருவம் பெறுவீர். $B\hat{R}A$ இன் அளவு யாது? (பயிற்சி 8-6 இல் வினுக்கள் 1, 2, 3 ஐப் பார்க்க). BR ஐ P உக்கு நீட்டுக. (iii) போன்ற உருவம் பெறுவீர்.

$L\hat{R}P$ இன் அளவு யாது? இவ்வினுக்களுக்குச் சரியாக விடை பெற்றிருந்தால்,

$B\hat{R}A = 150°$

$L\hat{R}P = 150°$ எனப் பெற்றிருப்பீர்.

நேர்விளிம்பைப் பயன்படுத்தி LR ஐ A உக்கு நீட்டியதால் LRA நேர்கோடாகும். BR ஐ P உக்கு நீட்டியதால் BRP நேர்கோடாகும்.

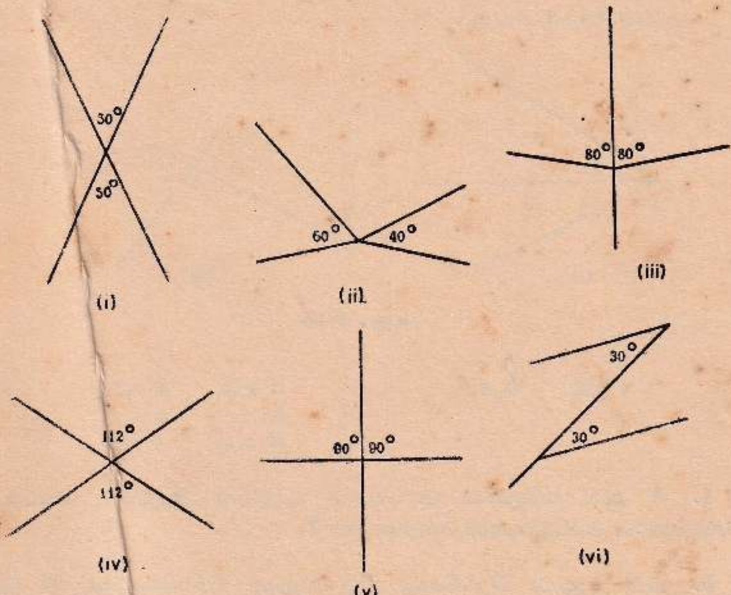
$B\hat{R}A$, $L\hat{R}P$ என்னும் ஒரு சோடி சமனுன கோணங்கள் குறுக்கறுக்கும் இருகோடுகளில் அமைந்துள்ளன. $B\hat{R}L$, $A\hat{R}P$ என்பன வேருேர் சோடி சமனுன கோணங்கள் என்பதையும் கவனித்திருப்பீர்.

எனவே குறுக்கறுக்கும் இரு கோடுகள் இருசோடி சமனுன கோணங்களைத் தோற்றுவிப்பனபோல் அமைகின்றன. பாகைமானியைப் பயன்படுத்த வேண்டியதில்லை. குறுக்கறுக்கும் நேர்கோட்டுச் சோடிகளை வரைவதன் மூலம் இதனைச் சரிபார்த்திடுக. பாகைமானியைப் பயன்படுத்தியோ, கோணங்களை வெட்டியெடுத்துப் பொருத்திப் பார்த்தோ கோணங்கள் சமனு என்பதைச் சரிபார்த்திடலாம்.

$B\hat{R}A$ உம் $L\hat{R}P$ உம் அல்லது $B\hat{R}L$ உம் $A\hat{R}P$ உம் போன்ற சமனுன கோணச்சோடிகள் குத்தெதிர்கோணச் சோடிகள் எனப்படும்.

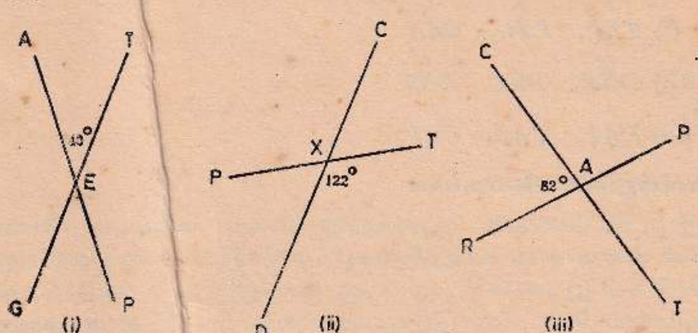
பயிற்சி 8–8

1. பின்வரும் உருவங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் ஒரு சோடி கோணங்கள் குறிக்கப்பட்டுள. ஒவ்வொரு சோடியும் குத்தெதிர்கோணச் சோடியா இல்லையா என்பதைக் கூறுக.



உரு. 8–18

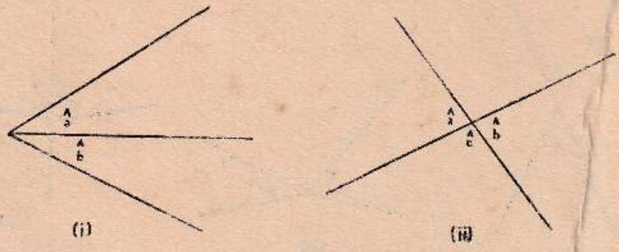
2. பின்வரும் உருவங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் கோணமொன்றின் அளவைத் தந்துள்ளோம். மற்றைய கோணங்களின் அளவுகளைக் கணித்திடுக.



உரு. 8–19

3. பின்வரும் உருவங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் பெயரிட்ட சோடிக் கோணங்கள், ஒரு சோடி

(i) அடுத்துள கோணங்களா, அல்லது
(ii) குத்தெதிர் கோணங்களா
என்பதைக் கூறுக.



உரு. 8–20

$\hat{a}$ உம் $\hat{b}$ உம்

$\hat{a}$ உம் $\hat{b}$ உம்
$\hat{a}$ உம் $\hat{c}$ உம்

4. 3 ஆம் வினாவில் ஒவ்வொரு உருவின் கீழுள்ள பெயரிட்ட சோடிகளில் எச்சோடிகள் சமனுகவுள ?

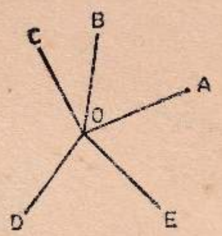
5. AB எனும் நேர்கோடு PQ எனும் நேர்கோட்டை O இல் வெட்டுகின்றது. $A\hat{O}P$ $55°$ ஆகும். மற்றைய கோணங்களைக் காண்க.

6. 2 ஆம் வினாவிற் பின்வரும் கோணங்களின் கூட்டுத் தொகையைக் கணித்திடுக.

(i) $T\hat{E}P$, $P\hat{E}G$, $G\hat{E}A$
(ii) $D\hat{X}P$, $P\hat{X}C$, $C\hat{X}T$
(iii) $P\hat{A}T$, $T\hat{A}R$, $C\hat{A}P$

புள்ளியிலுள்ள கோணங்கள்

இரு நேர்கோடுகள் குறுக்கறுக்கும்போது அமையும் கோணங்களின் அளவுகளின் கூட்டுத்தொகை பற்றிய இயல்பு எவற்றையேனும் பயிற்சி 8–8 இலுள்ள 6 ஆம் வினா விளக்குகிறதா ? கூட்டுத்தொகை எப்போதும் $360°$ ஆக இருக்குமா ? உரு 8–21 இல் உள்ளவாறு உருவமொன்று வரைக.



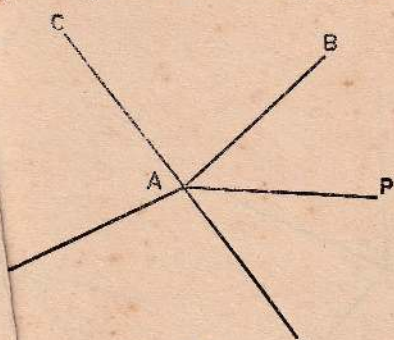
உரு. 8–21

AOB, BOC, COD, DOE, EOA ஆகிய கோணங்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க. இத்தகைய கோணங்கள் புள்ளியொன்றி லுள்ள கோணங்கள் எனப்படும். 0 இனூடாகச் செலுத்திய ஊசியில் நூலொன்று சுழல்வது போன்று நினைப்பது எல்லாக் கோணங் களுக்கும் தவறாது பெயரிடுவதற்கு உதவியாயிருக்கும்.

OA இருந்து நூல் இடஞ்சுழியாகச் சுழல்கின்றதென வைத்துக் கொள்வோம். முதன்முதலில் அது $\widehat{AOB}$ வரை சுழலும். பின் BOC, COD, $\widehat{DOE}$, $\hat{E}OA$ ஆகிய கோணங்கள் முடியும் வரை சுழலும். இறுதிக் கோணம் முடியும் வரை சுழன்றவுடன் தொடக்க நிலைக்கு அது வந்து சேரும். அடுத்தடுத்துச் சுழன்று முடித்த கோணங்கள் 0 என்ற புள்ளியிலுள்ள கோணங்களாகும்.

பயிற்சி 8–9

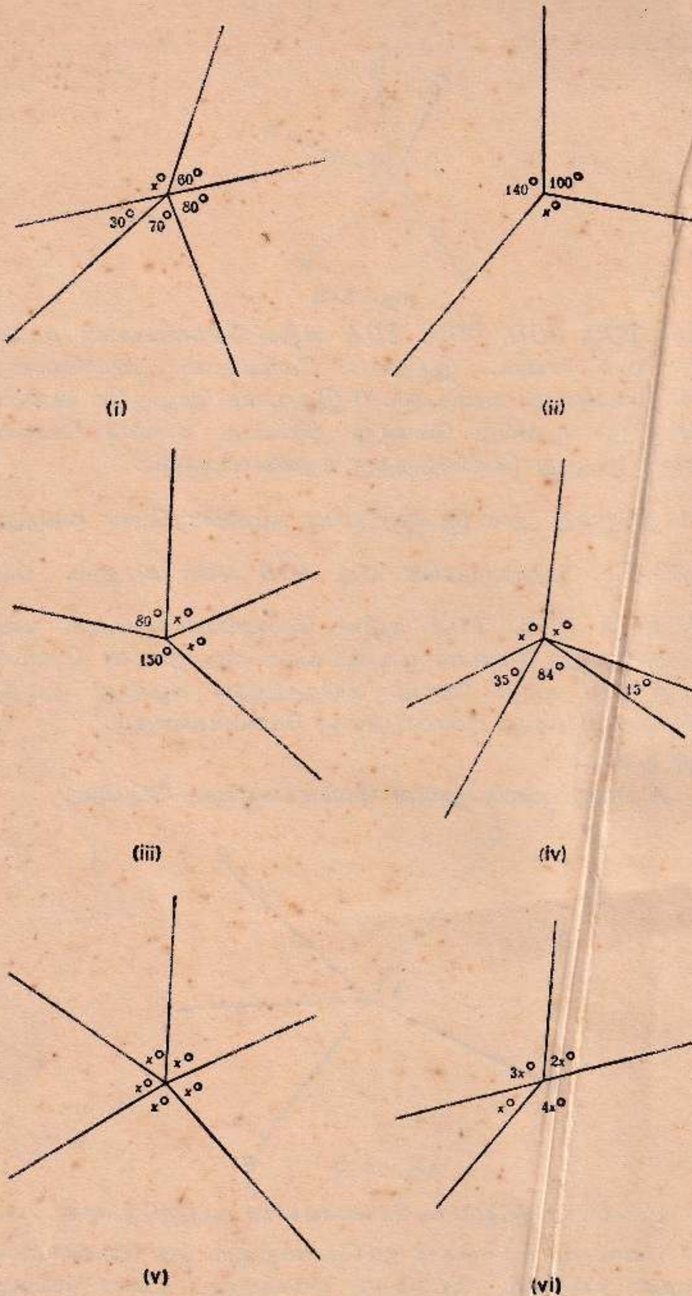
1. A என்ற புள்ளியிலுள்ள கோணங்களுக்குப் பெயரிடுக.



உரு. 8–22

2. புள்ளியொன்றிலுள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை ......

3. பின்வரும் உருவங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் சில கோணங்களின் அளவுகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் உள்ள மற்றைய கோணங்களைக் காண்க.


x°
60°
80°
70°
30°
(i)
140°
100°
x°
(ii)
80°
x°
x°
150°
(iii)
x°
x°
35°
84°
15°
(iv)
x°
x°
x°
x°
x°
(v)
3x°
2x°
x°
4x°
(vi)

உரு. 8–23

9. சமாந்தரக்கோடுகள்

இதுவரை ஒன்றையொன்று சந்திக்கும் விளிம்புகள் பற்றிப் படித்தீர்கள். விளிம்புகள் சந்திப்பதனாற் கோணங்கள் உண்டாகின்றன. ஒன்றையொன்று சந்திக்காத விளிம்புகள் பற்றியும் அறிய விரும்புவீர்கள்.

ஒன்றையொன்று சந்திக்காத விளிம்புகள் பற்றி அறிவதற்குச் சுற்றுப்புறத்திலுள்ள சில பொருள்களை அல்லது பாடசாலையிற் செய்த மாதிரி உருவங்களை எடுத்துக் கொள்ளலாம். தீப்பெட்டி அல்லது நேர்விளிம்புடைய பிசுகோத்துப் பெட்டி போதுமானது.

தீப்பெட்டியில் எத்தனை முகங்கள் உள ? முகங்களை ஒவ்வொன்றாக நோக்குக. ஆறு முகங்கள் இருப்பதைத் தெரிந்து கொள்வீர். முகமொன்றிலுள்ள விளிம்புகளை நோக்குவோம். நான்கு விளிம்புகள் இருப்பதை உணர்வோம். இவ்விளிம்புகள் சோடிசோடியாக உச்சிகளிற் சந்திக்கின்றன. ஒவ்வொரு முகத்திலும் எத்தனை சோடி விளிம்புகள் ஒன்றையொன்று சந்திக்கவில்லை என்பதை அவதானித்திடுக.

ஒவ்வோர் உச்சிக்கும் எழுத்தொன்றாற் பெயரிடுவது நன்றாம். இடர்ப்படாது நேரத்தை விரையமாக்காதும் இதன் மூலம் விளிம்புகளையும் உச்சிகளையும் நாம் குறித்திடலாம். உச்சியிலேயே எழுத்தைக் குறிப்பது நன்றாதாயினும், உச்சிக்கு அணித்தாக எழுத்தைக் குறித்திடலாம். உச்சிகளுக்கு எழுத்துக்களிட்ட தீப்பெட்டியின் முகமொன்று பின்வரும் படத்தில் அமைந்துள்ளது.

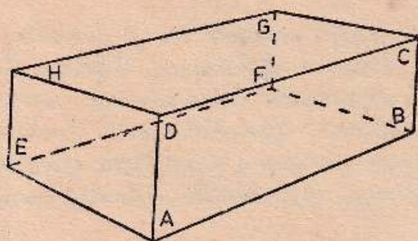
உரு. 9—1

ஒன்றையொன்று சந்திக்காத சோடி விளிம்புகளைப் பின்வரும் வெற்றிடங்களிற் குறித்திடுக.

பயிற்சி 9–1

1. ....
2. ....

இவ்வாறே முகங்களை ஒவ்வொன்றாக நோக்கி ஒன்றையொன்று சந்திக்காத சோடி விளிம்புகள் யாவற்றையும் எழுதுக. மொத்தம் 12 சோடிகள் உள்ளனவா ? இதுவரை தீப்பெட்டியை முற்றாக நோக்காது ஒவ்வொரு முகமாகவே நோக்கியுள்ளோம். இப்பொழுது தீப்பெட்டியைக் கையில் எடுத்து, ஏற்கனவே பார்த்த சந்திக்காத 12 சோடிகளைத்தவிர வேறு சோடி விளிம்புகளும் உள்ளனவா என்று பார்த்திடுக. தீப்பெட்டியை உற்று நோக்குவதன் மூலம் சந்திக்காத வேறு சோடி விளிம்புகளும் உள என்பதை உணர்ந்திடுவீர்.



உரு 9—2

உமது கையில் இருப்பது போன்ற தீப்பெட்டியின் படம் உரு 9–2 இல் உள்ளது. HG, AB அல்லது DC, EF என்னும் சோடி விளிம்புகளை நோக்குக. ஒவ்வொரு சோடியிலுமுள்ள விளிம்புகள் ஒன்றையொன்று சந்திக்கவில்லை. மேலேயுள்ள இரு சோடிகள்போல் அமைந்த வேறு சோடி விளிம்புகளைக் கூற முடியுமா

அவற்றைக் குறித்திடுக.

பயிற்சி 9–3

1. விளிம்புகள் ....
2. விளிம்புகள் ....
3. விளிம்புகள் ....
4. விளிம்புகள் ....

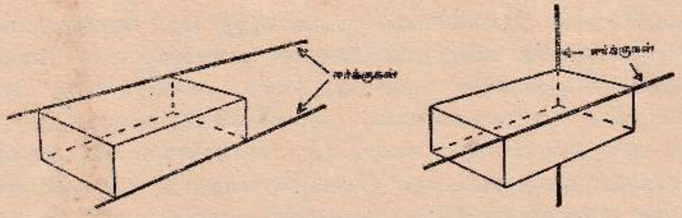
ஒன்றையொன்று சந்திக்காத வேறு விளிம்புகள் மேலேயுள்ள விளிம்புகளின் நிலைக்கு வேறான நிலையில் அமைந்திருப்பதை நீர்

கண்டுகொள்வீர். HG, AD அல்லது AB, GF போன்ற சோடி விளிம்புகளை நோக்குக. இவை போல் அமைந்த வேறு நான்கு சோடி விளிம்புகளைக் கூற முடியுமா ? (உண்மையில் இவை போல் அமைந்த பல சோடிகள் உள). அவற்றைக் குறித்திடுக.

பயிற்சி 9–3

1. விளிம்புகள் ....
2. விளிம்புகள் ....
3. விளிம்புகள் ....
4. விளிம்புகள் ....

பயிற்சி 9–2 உக்கு விடையாகப் பெற்ற சோடி விளிம்புகளின் தொடை ஒரே தட்டை மேற்பரப்பில் அமைந்திருக்கும் என்பதையும் பயிற்சி 9–3 உக்கு விடையாகப் பெற்ற சோடிகள் ஒரே தட்டை மேற்பரப்பில் அமையமாட்டா என்பதையும் பாடசாலையில் நீர் படித்திருப்பீர். பின்வரும் முறையில் இதனை விளக்கலாம். பயிற்சி 9–2 இற் பெற்ற யாதேனும் ஒரு சோடி விளிம்போடு அமையுமாறு இரு ஈர்க்குகளை வைத்திடுக. உரு 9–3 (i) இல் உள்ளது போல ஈர்க்குகளின் நுனிகள் தீப்பெட்டிக்கு வெளியில் இருத்தல் வேண்டும்.



(i) உரு 9—3 (ii)

விறைத்த தாள் ஒன்றை எடுத்து ஈர்க்குகள் இரண்டும் இதன்மேல் அமையுமாறு தாளை வைத்திடலாமென்பதைக் காட்டுக. பயிற்சி 9–3 இற் பெற்ற ஒரு சோடி விளிம்புகளைப் பொறுத்தும் இம்முறையைப் பின்பற்றுக. உரு 9–3 (ii) ஐ நோக்குக. இரு ஈர்க்குகளும் விறைத்த தாளில் இருக்குமாறு தாளை வைத்தல் இயலாது என்பதை உணர்வீர். விறைத்ததாள், தட்டையான மேசையின் மேற்பகுதி, அல்லது தட்டையான சுவர் போன்ற தட்டை மேற்பரப்புக்கள், **தளம்** எனப்படும். ஒன்றையொன்று சந்திக்காமல் ஒரே தளத்தில் அமைந்துள்ள சோடி விளிம்புகளை மட்டுமே நோக்குவோம்.

ஒன்றையொன்று சந்திக்காது ஒரே தளத்திலுள்ள விளிம்புகள் **சமாந்தர விளிம்புகள்** எனப்படும். மற்றைய விளிம்புகள் **சமாந்தர மற்ற விளிம்புகள்** எனப்படும்.

பயிற்சி 9–4

1. பெட்டி உருவமைந்த திண்மத்தில் ஒன்றையொன்று சந்திக்கும் விளிம்புகளும், ஒன்றையொன்று ....விளிம்புகளும் உள.

2. ஒன்றையொன்று சந்திக்காத இரு விளிம்புகள் ஒரே தட்டை மேற்பரப்பில், அல்லது........தட்டை மேற்பரப்பில் இருக்கலாம்.

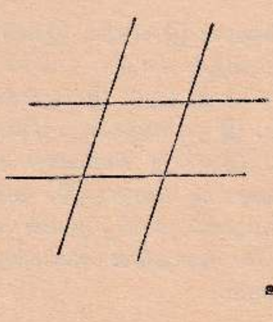
3. தட்டை மேற்பரப்பு........எனப்படும்.

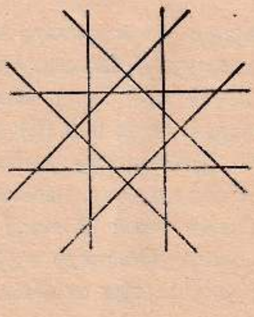
4. ஒரே ....உள்ள ஒன்றையொன்று சந்திக்காத விளிம்புகள், ... என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

சமாந்தரக் கோடுகள்

நேர்கோடுகள், நேர்விளிம்புகளைக் குறித்திடும் எனப் படித்துள்ளீர். சமாந்தர விளிம்புகளை எவ்வாறு குறித்திடலாம் ? சமாந்தர விளிம்புகளைக் குறிக்கும் நேர்கோடுகள் **சமாந்தர நேர் கோடுகள்** எனப்படும். நேர் என்ற சொல்லைத் தவிர்த்து **சமாந்தரக் கோடுகள்** என்றே அழைக்கின்றோம்.

வரைகோலின் நேர்விளிம்பைப் பயன்படுத்தி நேர் கோடுகள் வரைகின்றோம். எனவே சமாந்தரக் கோடுகள் வரைதற்கு .வரைகோலின் சமாந்தர விளிம்புகளைப் பயன்படுத்தலாம். வரைகோலின் எதிர் விளிம்புகள் சமாந்தரமானவை. வரைகோலைப் பயன்படுத்தி ஓர் சோடி சமாந்தரக் கோடுகள் வரைக. இரு கோடுகளையும் வரையும் வரை வரைகோலை **நகர்த்தக்கூடாது**. பின்வரும் வடிவங்கள் யாவும் வரைகோலின் எதிர்பக்கங்களையே பயன்படுத்தி வரையப்பட்டன. இவற்றை உம்மால் வரையமுடியுமா ?

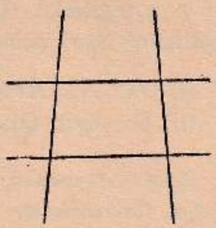




உரு. 9—4

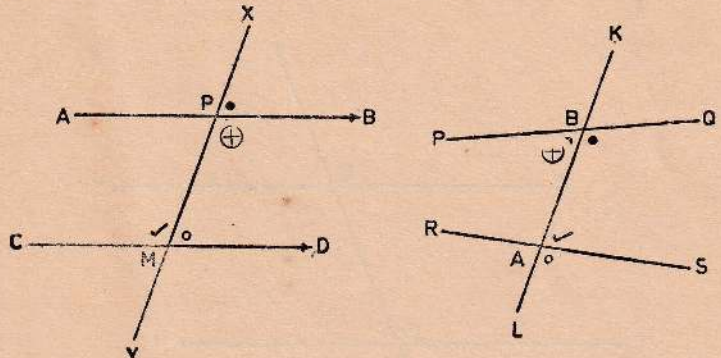
குறுக்கோடியும் வெட்டுத்துண்டும்

உரு 9-4 ஐ நோக்குக. சமாந்தரக் கோடுகள் குறுக்கறுத்துக் கோணங்கள் அமைப்பதைக் காணலாம். ஒரு தொடை சமாந்தர மற்ற கோடுகள் குறுக்கறுத்துக் கோணங்கள் அமைப்பதை உரு 9-5 இற் காண்க.



உரு. 9—5

மேலுள்ளதிலும் எளிதான உருவங்களை நோக்கி அவற்றில் அமைந்த கோணங்கள் பற்றி ஆராய்வோம். உரு 9-6 (i) இல் AB, CD ஆகிய சமாந்தரக் கோடுகளை XY என்னும் வேறொரு கோடு குறுக்கறுக்கின்றது. உரு 9-6 (ii) இல் PQ, RS ஆகிய சமாந்தரமற்ற கோடுகளை KL என்னும் கோடு குறுக்கறுக்கின்றது. XY, KL ஆகிய கோடுகள் **குறுக்கோடிகள்** எனப்படும். குறுக்கோடியின் பகுதியொன்று இரு கோடுகளுக்குமிடையில் அமைந்துள்ளது. இப்பகுதி **வெட்டுத்துண்டு** எனப்படும். உரு 9-6 (i), (ii) என்பனவற்றில் முறையே PM, BA என்பன வெட்டுத்துண்டுகளாம்.



(i) உரு. 9—6 (ii)

கோடுகள் AB, CD என்பனவற்றில் அம்புக்குறிகள் இருப்பதை நோக்குக. சமாந்தரக்கோடுகளைக் குறிப்பதற்குத் தொடர்ந்து அம்புக் குறிகளைப் பயன்படுத்துவோம்.

ஒன்றுவிட்ட, ஒத்த, கோணச்சோடிகள்

இவ்விரு உருவங்களிலும் பல கோணங்கள் அமைந்திருப்பதைக் கவனித்திருப்பீர். இத்தகைய உருவங்களிலுள்ள கோணத்தொடைகளைப் பிரித்துணரும்பொருட்டு அவற்றுக்குச் சிறப்பான பெயர்கள் உள்ளன. (இரு உருவங்களிலும்) ஒரே வகையில் அமைந்த கோணங்கள், விளக்கமாகக் கூறின் ⊕, √ என்பனவற்றுற் குறித்த கோணங்

கள் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் **எனப்படும்.** மற்றைய ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடிகளாவன :

(i) கோணம் APM கோணம் PMD

(ii) கோணம் QBA கோணம் BAR

(இரு உருவங்களிலும்)○, ● என்பனவற்றுற் குறித்த கோணங்கள் **ஒத்த கோணங்கள்** எனப்படும். மற்றைய ஒத்த கோணச் சோடிகளாவன :

(i) கோணம் XPA, கோணம் XMC

(ii) கோணம் APM, கோணம் CMY

(iii) கோணம் BPM, கோணம் DMY

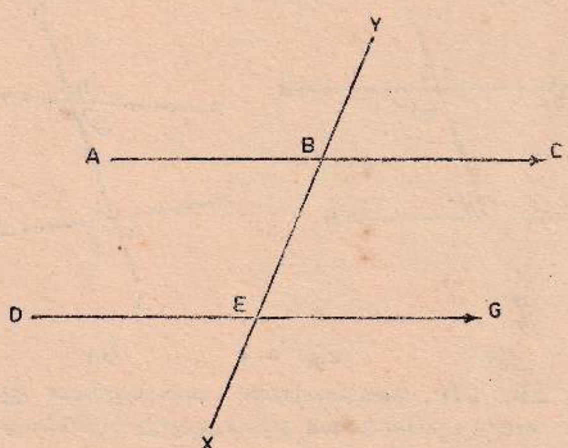
(iv) கோணம் KBP, கோணம் KAR

(v) கோணம் PBA, கோணம் RAL

(vi) கோணம் KBQ, கோணம் KAS

பயிற்சி 9-5

1.



உரு 9—7

(i) கோடுகள் ....உம் .... உம் சமாந்தரமானவை.

(ii) XY .... எனப்படும்.

(iii) BE .... எனப்படும்.

(iv) AC ஐயும், DG ஐயும் குறுக்கோடி முறையே ...., ... ஆகியவற்றில் வெட்டுகின்றது.

(v) கோணம் ABE உம், கோணம் BEG உம் ஒரு சோடி ...... கோணங்கள் எனப்படும்.

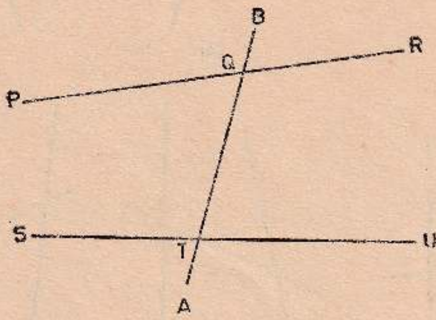
(vi) கோணம் CBE உம், கோணம் .... உம் ஒரு சோடி ஒன்றுவிட்ட கோணங்களாம்.

(vii) கோணம் YBC உம், கோணம் YEG உம் ஒரு சோடி ...... கோணங்கள் எனப்படும்.

(viii) கோணம் YBA உம், கோணம் .... உம் ஒருசோடி .... கோணங்கள் எனப்படுகின்றன.

(ix) கோணம் .... உம், கோணம் .... உம் வேறோர் சோடி ஒத்த கோணங்களாம்.

2.



உரு 9—8

(i) .... என்னும் இரு கோடுகளை AB முறையே .... என்பவைவற்றிற் குறுக்கறுக்கின்றது.

(ii) .... குறுக்கோடி எனப்படும்.

(iii) .... வெட்டுத்துண்டு எனப்படும்.

(iv) கோணம் PQT உம், கோணம் QTU உம் ஒரு சோடி ...... கோணங்கள் எனப்படுகின்றன.

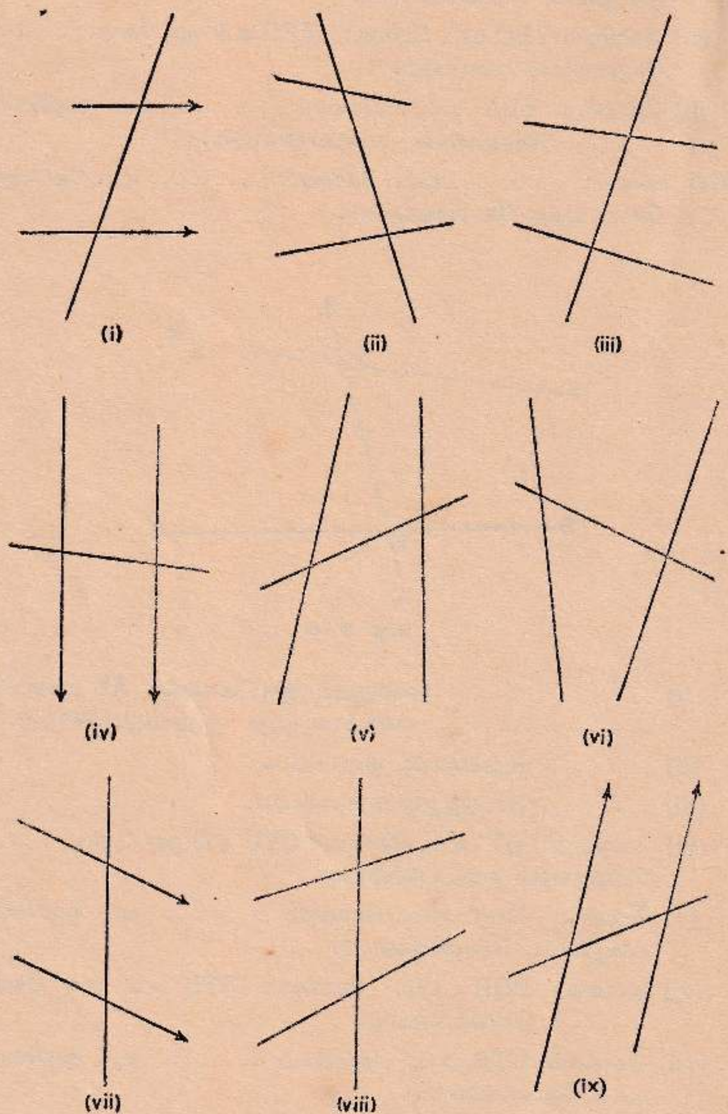
(v) கோணம் RQT உம், கோணம் .... உம் ஒருசோடி ஒன்றுவிட்ட கோணங்களாம்.

(vi) கோணம் PQB உம், கோணம் STB உம் ஒரு சோடி .... கோணங்களாம்.

(vii) கோணம் UTB உம், கோணம் .... உம் ஒருசோடி ஒத்த கோணங்களாம்.

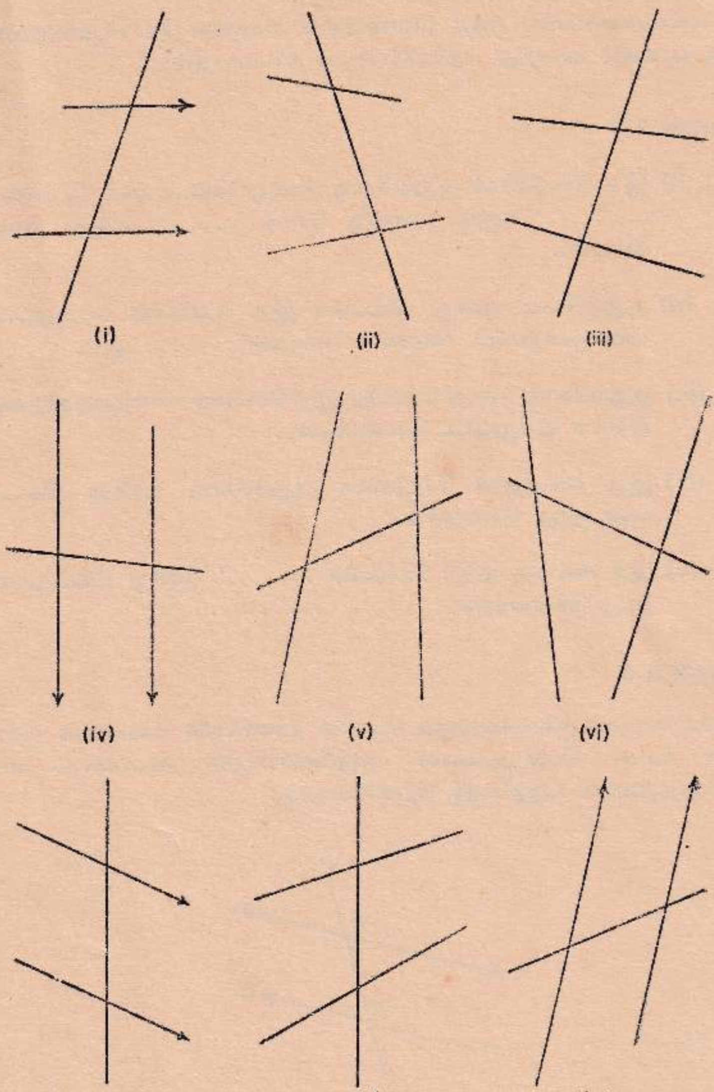
(viii) இவ்வுருவிலுள்ள மற்றைய ஒத்தகோணச் சோடிகளை எழுதுக.

3. உரு 9-6 இற் காட்டியவாறு பின்வரும் உருவங்களில் $\oplus$, $\surd$ என்பனவற்றின்மூலம் ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடி ஒன்றைக் குறித்திடுக. இதனை ஆசிரியரிடம் காட்டித் திருத்திக் கொள்க.



உரு. 9—9

4. வினா 3 இற் செய்தவாறு பின்வரும் உருவங்களில் ஒத்த கோணச் சோடியொன்றைக் குறித்திடுக. இதனை ஆசிரியரிடம் காட்டித் திருத்திக் கொள்க.



இவ்வுருவங்களை மீண்டும் நோக்குக. எவற்றில் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமனாகத் தோன்றுகின்றன ? கோணங்களை அளந்து மதிப்பிட்டது சரியா என்பதைப் பார்த்திடுக.

எவ்வுருவங்களில் ஒத்த கோணங்கள் சமனாகத் தோன்றுகின்றன? கோணங்களை அளந்து மதிப்பிட்டதைச் சரிபார்த்திடுக.

பயிற்சி 9–6

(i) இரு கோடுகளைக் குறுக்கோடி ஒன்று வெட்டினால் இருசோடி .... களும், நான்கு சோடி ....களும் அமைகின்றன.

(ii) குறுக்கோடி ஒன்று வெட்டும் இரு கோடுகள் சமாந்தரமாயின் ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடிகள் ....ஆம்.

(iii) குறுக்கோடி ஒன்று வெட்டும் இரு கோடுகள் சமாந்தரமற்றவையாயின் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் ....

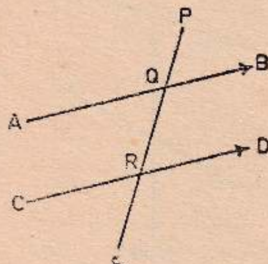
(iv) இரு சமாந்தரக் கோடுகளைக் குறுக்கோடி ஒன்று வெட்டினால் ஒத்த கோணங்கள் ....

(v) இரு சமாந்தரமற்ற கோடுகளை .... ஒன்று வெட்டினால் ஒத்த கோணங்கள் ....

பயிற்சி 9–7

பின்வரும் உருவங்களுக்குக் கீழுள்ள வசனங்களை அடைப்புக் குறிக்குள் உள்ள பொருத்தமான பகுதியொன்றால் நிரப்பலாம். அப் பொருத்தமான பகுதிக்குக் கீழ்க்கோடிடுக :

1.



உரு 9—11

(i) AB, CD உக்குச் (சமாந்தரமானது, சமாந்தரமற்றது)

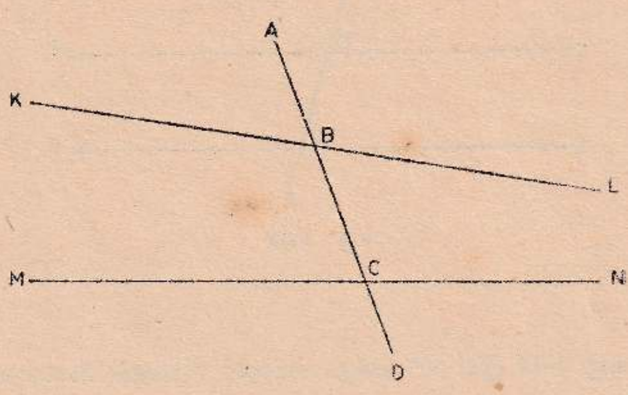
(ii) $\hat{AQR}$ உக்கு ஒன்று விட்ட கோணம் ($\hat{QRC}$, $\hat{QRD}$, $\hat{CRS}$)

(iii) இவ்விரு கோணங்களும் (சமன், சமனல்ல)

(iv) $\hat{PQA}$ உக்கு ஒத்த கோணம் ($\hat{AQR}$, $\hat{CRS}$, $\hat{QRS}$)

(v) இவ்விரு கோணங்களும் (சமன், சமனல்ல)

2.



உரு 9–12

(i) $\hat{NCB}$ உக்கு ஒத்த கோணம் ($\hat{KBC}$, $\hat{ABL}$, $\hat{MCB}$)

(ii) இவ்விரு கோணங்களும் (சமன், சமனல்ல)

(iii) $\hat{LBC}$ உக்கு ஒன்றுவிட்ட கோணம் ($\hat{BCM}$, $\hat{MCD}$, $\hat{ABK}$)

(iv) இவ்விரு கோணங்களும் (சமன், சமனல்ல)

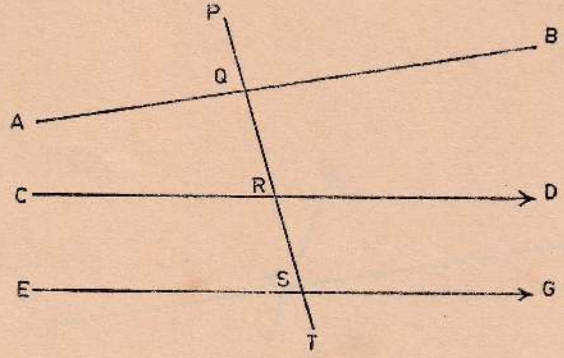
3. பின்வரும் உருவிற் பின்வருவனவற்றைக் கூறுக :

(i) ஒரு சோடி சமனான ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்.

(ii) ஒரு சோடி சமனற்ற ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்.

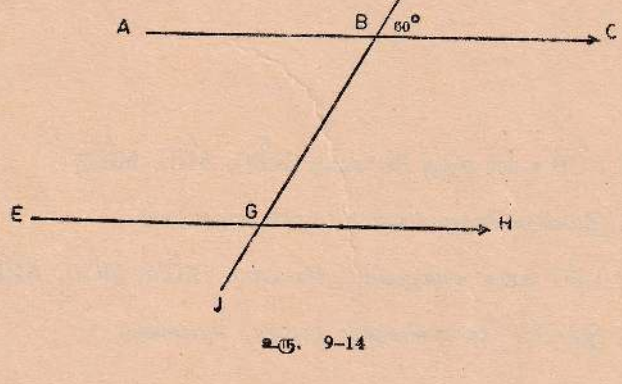
(iii) ஒரு சோடி சமனான ஒத்த கோணங்கள்.

(iv) ஒரு சோடி சமனற்ற ஒத்த கோணங்கள்.



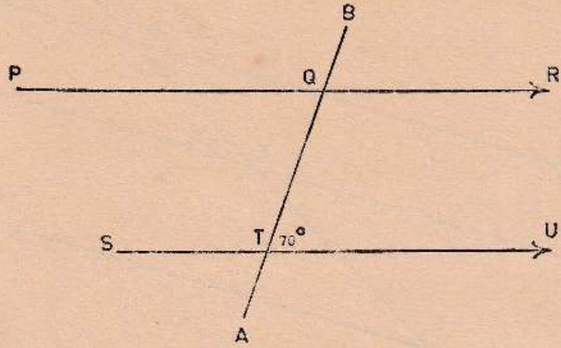
உரு. 9–13

4. உரு 9–14 இல் 60° உக்குச் சமனான மற்றைய கோணங்களைக் கூறுக.



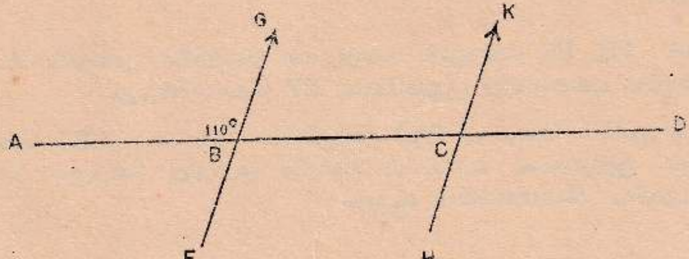
உரு. 9–14

5. பின்வரும் உருவில் 70° உக்குச் சமனான மற்றைய கோணங் களைக் கூறுக.



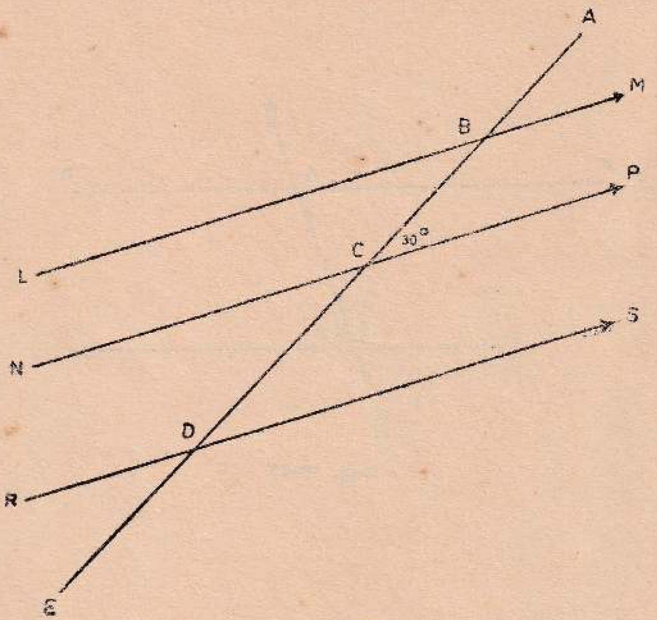
உரு. 9–15

6. பின்வரும் உருவில் 110° உக்குச் சமனான மற்றைய கோணங் களைக் கூறுக.



உரு. 9—16

7. பின்வரும் உருவில் 30° உக்குச் சமனான மற்றைய கோணங்களைக் கூறுக.



உரு 9–17

8. உரு 9–14 இல் உள்ள ஒத்தகோணச் சோடிகளைக் கூறுக.

9. உரு 9–15 இல் உள்ள ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடிகளைக் கூறுக.

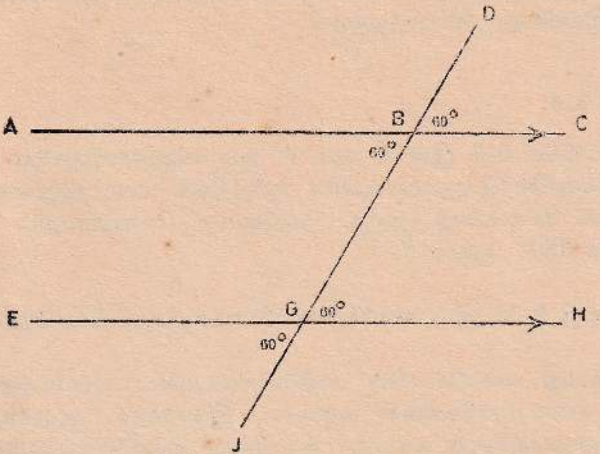
10. PQ, RS என்னும் சமாந்தரக் கோடுகளை முறையே A, B என்னும் புள்ளிகளிற் குறுக்கோடி XY வெட்டுகின்றது.

ஒன்றுவிட்ட கோணம் PAB ஒன்றுவிட்ட கோணம் ABS உக்குச் சமன். இத்தரவை வரிப்படம் ஒன்றிற் குறித்து வேறோர் சோடி ஒன்றுவிட்ட கோணங்களைக் கூறுக.

அகக்கோணங்கள்

சமாந்தரக் கோடுகளைக் குறுக்கோடியொன்று வெட்டும்போது உண்டாகும் கோணங்களின் இயல்புகள் பற்றி இதுவரை படித்துள்ளோம்.

இக்கோணங்களுக்குள்ள வேறோர் இயல்பையும் அறிந்து கொள்வது பயன்தரும். பின்வரும் வரிப்படத்தில் பயிற்சி 9–7 இல் உள்ள 4 ஆம் வினாவுக்குரிய விடை குறிக்கப்பட்டுள்ளது.



உரு 9–18

ABD, CBD ஆகிய அடுத்துள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° என்பதை 8 ஆம் அதிகாரத்திற் படித்திருப்பீர். ஒரு கோணம் 60° ஆதலால் மற்றையது 120° ஆதல் வேண்டும். 120° உக்குச் சமமான வேறு கோணங்களைக் காண்க. கோணம் GBC = 120° என்பதையும் கோணம் BGE = 120° என்பதையும் உணர்ந்து கொள்வீர். கூட்டுத்தொகை 180° உள்ள அடுத்திராத கோணச் சோடிகளும் உளவா ?

அத்தகைய சோடிகள் நான்கு உள. அவையாவன :

(i) கோணம் ABD, கோணம் EGJ
(ii) கோணம் DBC, கோணம் HGJ
(iii) கோணம் GBC, கோணம் BGH
(iv) கோணம் BGE, கோணம் ABG.

இறுதி இருசோடி கோணங்களும் சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடையில் அமைந்துள்ளன. மேலும் இச்சோடிகள் ஒவ்வொன்றும் குறுக்கோடியின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்துள்ளன. கோணம் GBC, கோணம் BGH (அல்லது கோணம் BGE கோணம் ABG) போன்ற கோணச் சோடிகள் **அகக்கோணங்கள்** எனப்படும். கோடுகள் சமாந்தரமற்றவையாய் இருப்பினும் இத்தகைய கோணச்சோடிகள் தோன்றுகின்றன.

உரு 9–18 இல் ஒவ்வொரு சோடி அகக்கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை 180° ஆகும். குறுக்கோடிகள் வெட்டும் வேறு சோடி சமாந்தரக் கோடுகளால் அமைகின்ற அகக்கோணங்களுக்கும் இவ் வியல்பு பொருந்துமா? அக்கோடுகள் சமாந்தர மற்றவையாயிருப்பி னும் இவ்வியல்பு பொருந்துமா?

பயிற்சி 9–8

1. பயிற்சி 9–7 இல் 5 ஆம் 6 ஆம் வினாக்களிலுள்ள எஞ்சிய கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் குறித்திடுக. அவற்றிலுள்ள அகக் கோணச் சோடிகளைத் தருக. ஒவ்வொரு சோடியினதும் கூட்டுத் தொகை 180° ஆகுமா?

2. உரு 9–12 இல் அகக்கோணச்சோடிகளுக்குப் பெயரிடுக.

3. உமது வரைகோலின் எதிர்விளிம்புகளைப் பயன்படுத்தி ஒரு சோடி சமாந்தரக்கோடுகள் வரைக. இவற்றைக் குறுக்கறுக்கும் குறுக்கோடியொன்று வரைக. ஒரு சோடி அகக்கோணங்களை அளந் திடுக. அவற்றின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

குறுக்கோடிகள் குறுக்கறுக்கும் வேறு சோடி சமாந்தரக்கோடு களுக்கும் இவ்வியல்பு பொருந்தும் என்பதை அறிந்து கொள்வீர். இக்கோணங்கள் பற்றி இதுவரை படித்த இயல்புகளைக் கூறுவோம். ஒரு சோடி சமாந்தரக் கோடுகளைக் குறுக்கோடி ஒன்று வெட்டும்போது உண்டாகும்.

(i) ஒன்றுவிட்ட கோணச்சோடிகள் சமனும்.

(ii) ஒத்த கோணச்சோடிகள் சமனும்.

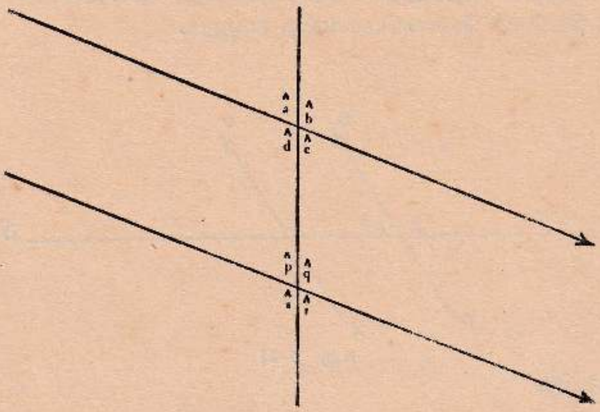
(iii) அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.

சமாந்தரக் கோடுகள், குறுக்கோடிகள் : இவை அமைக்கும் கோணங் கள் பற்றிய பயிற்சிகள்

சமாந்தரக் கோடுகள் பற்றிய உண்மைகளை விளங்கிக் கொண்டோமா என்பதைப் பார்ப்பதற்கு, எளிதான பயிற்சிகள் சிலவற்றைச் செய்து பார்ப்போம்.

பயிற்சி 9-9

1.



உரு. 9–19

வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

உரு. 9–19 இல்

(i) ($\hat{a}$, ...) என்பன ஒரு சோடி ஒத்த கோணங்கள்.

(ii) ($\hat{d}$, ...) என்பன ஒரு சோடி ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்.

(iii) மேலும் .... சோடி ஒத்த கோணங்கள் உள.

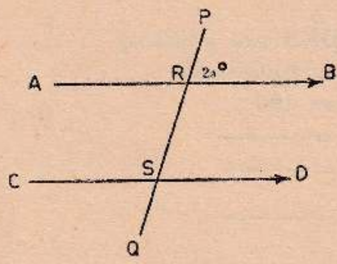
(iv) (...., ...) என்பது மற்றைய ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடியாகும்.

(v) ($\hat{c}$, $\hat{q}$) என்பன ஒருசோடி ....கோணங்களாம்.

(vi) இச்சோடி அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை....ஆகும்.

(vii) ($\hat{d}$, $\hat{p}$) என்னுஞ் சோடி கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை .... ஆகும்.

2.

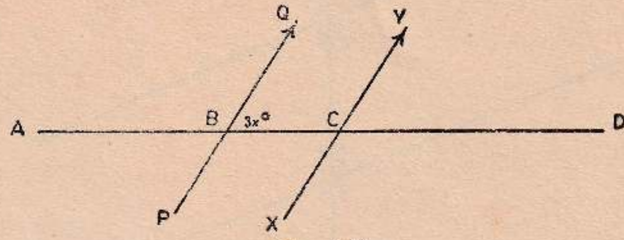


உரு. 9–20

உரு 9–20 இல்

$P\hat{R}B$ உக்குக் குத்தெதிர் கோணமாகாது, அளவில் $2a$ உக்குச் சமனுன வேறோர் கோணமொன்றை எழுதுக.

3.

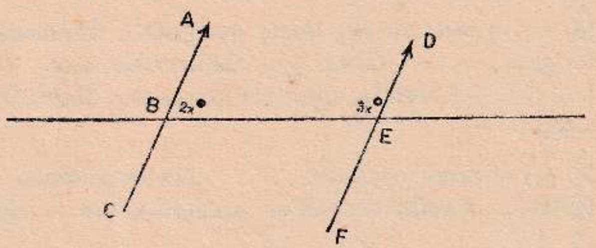


உரு 9–21

உரு 9–21 இல்

$Q\hat{B}C$ உக்குக் குத்தெதிர் கோணமாகாது, ஒத்த கோணமும் ஆகாது, அதற்குச் சமனுகவுள்ள வேறோர் கோணமொன்றை எழுதுக. இக் கோணச் சோடிக்குரிய பெயர் யாது ?

4.

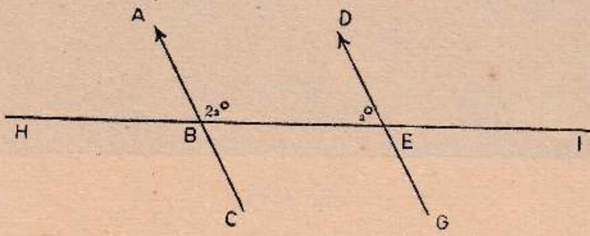


உரு 9–22

வெற்றிடங்களை நிரப்புக.
உரு 9–22 இல்

(i) $A\hat{B}E$ உம் $D\hat{E}B$ உம் ஒருசோடி .... கோணங்கள்.
(ii) இவற்றின் கூட்டுத்தொகை ....
(iii) —— $+ 3x = 180$
(iv) $5x$ = ——
(v) x = ——
(vi) $A\hat{B}E$ = ——
(vii) $D\hat{E}B$ = ——

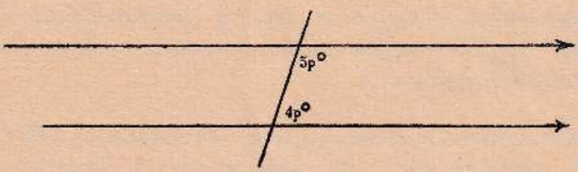
5.



உரு 9–23

வினு 4 இல் உள்ளது போன்ற படிகளே எழுதுக. $D\hat{E}B$, $A\hat{B}E$ என்பனவற்றின் அளவுகளேக் காண்க.

6.



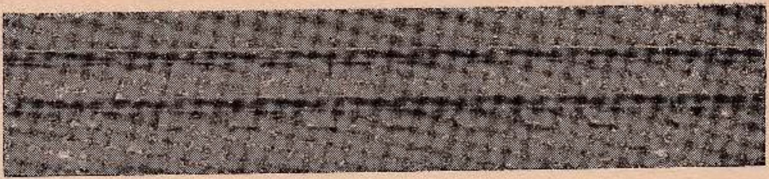
உரு 9–24

வினு 4 இல் உள்ளது போன்ற படிகளே எழுதுக. p இன் பெறுமானத்தைக் கணித்திடுக.

இரு கோடுகள் சமாந்தரமா என்பதை முடிவுசெய்தல்

"சமாந்தரக் கோடுகள் யாவை ?" என யாராவது உம்மை இதுவரை வினவியிருந்தால் நீர் எவ்வாறு விடையளித்திருப்பீர் ? சில சோடி சமாந்தரக் கோடுகளேக் சுட்டிக்காட்டி இவை சமாந்தரக் கோடுகளாம் என நீர் கூறியிருப்பீர். அல்லது "எனது வரைகோலின் எதிர் விளிம்புகளேப் பயன்படுத்தி நான் வரையும் கோடுகள் சமாந்தரக் கோடுகளாம்" என நீர் கூறியிருப்பீர். கோடுகளேத் தகுந்த முறையில் நீர் வரையவில்லேயென உமது நண்பர் கூறக்கூடும். எனவே சமாந்தரக் கோடுகளுக்குரிய சோதனேயொன்றைப் பெற முயல்வோம். இதன் மூலம் இரு கோடுகள் சமாந்தரமா, அல்லவா என்பன போன்ற வினுக்களுக்கு விடை கண்டு கொள்ளலாம்.

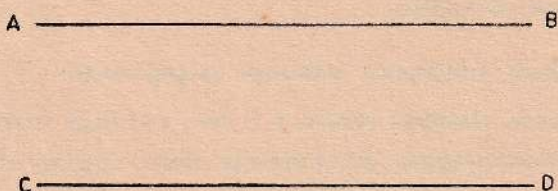
8—



உரு 9–25

இரும்புப்பாதையொன்றின் புகைப்படம் உரு 9–25 இல் உள்ளது. தண்டவாளங்களையும் இடைக்கட்டைகளையும் நீர் அதிற் காணலாம். தண்டவாளங்கள் ஒன்றுக் கொன்று சமாந்தரமாயுள்ளன. இடைக் கட்டைக்கும் தண்டவாளத்துக்கும் இடையிலுள்ள கோணம் 90°. தண்டவாளங்களுக்கிடையேயுள்ள இடைக்கட்டையொன்றின் நீளம் 5 அடி 6 அங்குலமாயின், தண்டவாளங்களுக்கிடையிலுள்ள ஏனைய இடைக்கட்டைகளின் நீளமும் 5 அடி 6 அங்குலமாகும். இருப்புப் பாதையின் பகுதியொன்றில் தண்டவாளங்கள் சமாந்தரமா என் பதை நாம் சோதித்திடலாம்.

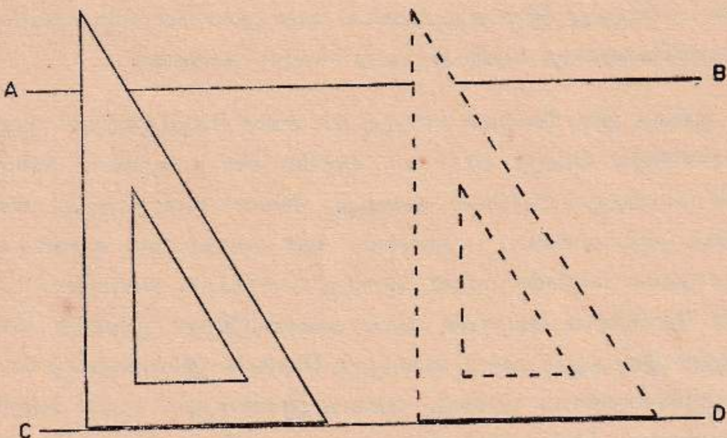
அத்தண்டவாளங்களுக்கிடையிலுள்ள இடைக்கட்டைச் சோடிகளின் நீளங்களை அளந்து நாம் அச் சோதனையை நடத்தலாம். குறித்த இரு கோடுகள் சமாந்தரமா என்பதை முடிவு செய்ய இதனைப் பயன்படுத்திச் சோதனை ஒன்றை நாம் மேற்கொள்ளலாம்.



உரு 9–26

AB, CD உக்குச் சமாந்தரமா என்பதை முடிவு செய்ய CD உக் குச் செங்குத்தாகச் சில குறுக்கோடிகளை நாம் வரைதல் வேண்டும். பின் வெட்டுத் துண்டுகளை அளத்தல் வேண்டும். எல்லா வெட்டுத் துண்டுகளும் ஒரே நீளமுடையனவாயின் கோடுகள் இரண்டும் சமாந் தரமாம். சமாந்தரக் கோடுகளைப் பொறுத்தவரை இவ்வெட்டுத் துண் டின் நீளம், "இரு கோடுகளின் செங்குத்து இடைத்தூரம்" எனப் படும்.

குறுக்கோடிகளை நாம் உண்மையில் வரைய வேண்டியதில்லை. மூலை மட்டத்திற் செங்கோணம் அமைக்கும் விளிம்புகளுள் ஒன்றைக் குறுக்கோடியாகப் பயன்படுத்துவது மிகவும் எளிதான முறையா கும். மூலைமட்டத்துச் செங்கோணத்தின் மற்றைய விளிம்பை உரு 9–27 இற் காட்டியவாறு கோடு CD நெடுக வைத்தல் வேண் டும்.



உரு 9–27

வேறு நிலைகளில் மூலை மட்டத்தை நகர்த்தி வைத்து ஏனைய செங்குத்துக் குறுக்கோடிகளின் வெட்டுத்துண்டுகளைப் பெற்றுக் கொள் ளலாம். உரு 9–27 இல் அத்தகைய நிலை யொன்றைக் குற்றிட்ட கோடுகளாற் காட்டியுள்ளோம். விளிம்புகள், கோடுகள் என்பவற்றுட் குறித்த சிலவற்றை முறையே சமாந்தரவிளிம்புகளெனவும் சமாந் தரக் கோடுகளெனவும் இதுவரை அழைத்துள்ளோம். இவ்விளிம்பு களும் கோடுகளும் சமாந்தரமென எமது சோதனை உறுதிப்படுத்து வதை நாம் வாய்ப்புப் பார்த்தல் வேண்டும். பின்வருவனவற்றை நிறைவேற்றுதற்கு இச் சோதனையைப் பயன்படுத்துக.

1. வரைகோலின் எதிர்விளிம்புகள் சமாந்தரமா என்பதை வாய்ப் புப் பார்த்திடுக.

2. பயிற்சி 9–9 இல் உள்ள சோடிக் கோடுகள் சமாந்தரமா என் பதை வாய்ப்புப் பார்த்திடுக.

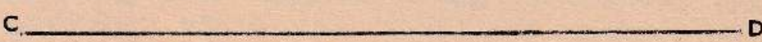
சமாந்தரக் கோடுகள் வரைதல்

உமது வரைகோலின் எதிர்விளிம்புகளின் செங்குத்து இடைத் தூரம் பருமட்டாக 1 அங்குலமென்பதை அளப்பதன் மூலம் நீர் அறிந்து கொள்வீர். எனவே வரைகோலின் எதிர் விளிம்புகளைப் பயன்படுத்தி நாம் வரையும் சமாந்தரக் கோடுகளும் பருமட்டாக 1 அங்குல செங்குத்து இடைத்தூர முடையனவாயிருக்கும். நாம் விரும்பிய செங்குத்து இடைத்தூரமுடைய சமாந்தரக் கோடுகளை வரையும் முறையொன்றைத் தெரிந்திருப்பது மிகவும் பயன்படும்.

குறித்த இரு கோடுகள் சமாந்தரமா எனச் சோதித்தறியும் முறையொன்றைப் பெற்று விட்டோம். எனவே சில முறைகளைப் பின்பற்றிச் சமாந்தரக் கோடுகள் வரைந்து, சரியாக வரைந்தோமா என்பதை நாம் வாய்ப்புப் பார்க்கலாம். கண் மதிப்பீட்டின் உதவியுடன் சமாந்தரக் கோடுகளை முதல் வரைந்து பார்ப்போம். கண்மதிப்பீட்டில் நீர் தேர்ச்சியுடையவராயின் அரை அங்குலத்திலும் குறைந்த செங்குத்து இடைத்தூரமுடைய சமாந்தரக் கோடுகளை இம்முறையாற் பெற்றுக் கொள்ளலாம். இரண்டு, அல்லது இரண்டிலும் கூடிய அங்குல செங்குத்து இடைத்தூரமுடைய சமாந்தரக்கோடுகளை வரைதற்கு இம்முறை ஏற்றதன்று என்பதைச் சில முறை பரீட்சித்துப் பார்த்தபின் உணர்ந்து கொள்வீர். வேறு முறைகள் பற்றிய உணர்த்துரைகள் தரும் வகையிற் பின்வரும் பயிற்சிகள் அமைந்துள்ளன.

பயிற்சி 9–10

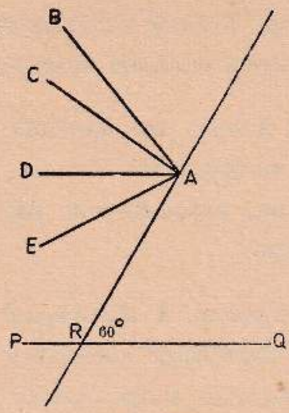
1.



உரு 9–28

CD உக்குச் சமாந்தரமாகவும், 2 அங். செங்குத்து இடைத்தூரத்திலும், AB என்னும் கோடு வரையப்பட்டுள்ளது எனக் கொள்வோம். மூலைமட்டத்தைப் பயன்படுத்தி AB இல் இருக்கக் கூடிய சில புள்ளிகளைக் குறித்திடுக. இவற்றின் மூலம் கோடு AB ஐ வரைய முடியுமா ?

2.



உரு 9–29

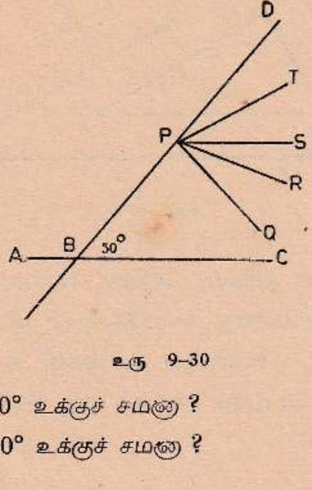
கோணம் **EAR** 60° உக்குச் சமமா ?

கோணம் **DAR** 60° உக்குச் சமமா ?

$\mathbf{A\hat{R}Q}$, $\mathbf{D\hat{A}R}$ போன்ற கோணச் சோடிகளுக்குரிய பெயர் யாது ? இத்தகைய கோணச் சோடி எப்போது சமமாயிருக்கும் ?

AB, AC, AD, AE ஆதிய பல கோடுகளை **A** இனூடாக வரைய முடியுமென்பதை அறிவீர். **PQ** உக்குச் சமாந்தரமான கோட்டை **A** இனூடாக வரைய முடியுமா ? அக்கோட்டை வரைந்து அது **PQ** உக்குச் சமாந்தரமா என்பதைச் சோதித்திடுக.

3.



உரு 9–30

கோணம் **DPT** 50° உக்குச் சமமா ?

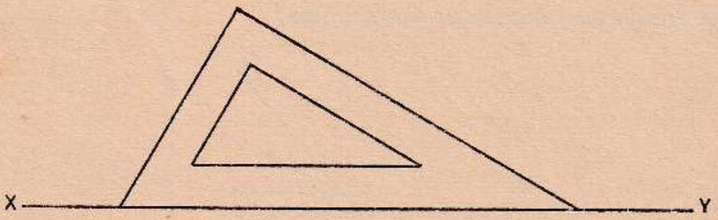
கோணம் **DPQ** 50° உக்குச் சமமா ?

$P\hat{B}C$, $D\hat{P}S$ போன்ற கோணச் சோடிகளுக்குரிய பெயர் யாது? இத்தகைய கோணச் சோடி எப்போது சமனுயிருக்கும்?

PT, PS, PR, PQ போன்ற பல கோடுகளை P இனூடாக வரையலாம். AC உக்குச் சமாந்தரமான கோட்டை P இனூடாக வரைய முடியுமா? அக்கோட்டை வரைந்து அது AC உக்குச் சமாந்தரமா என்பதைச் சோதித்திடுக.

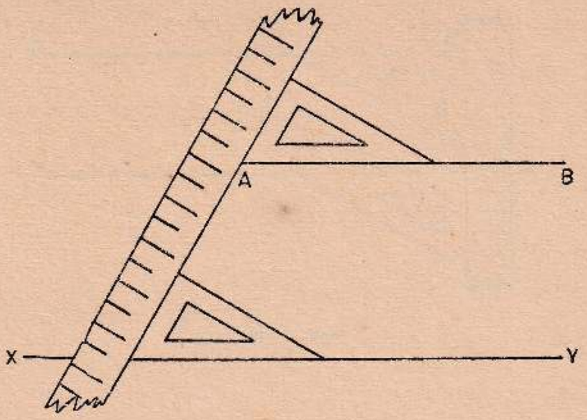
மேலுள்ள பயிற்சியிலுள்ள 3 விஞக்களும் சமாந்தரக் கோட்டுச் சோடிகளை வரையும் வெவ்வேறு முறைகளைத் தருகின்றன. இவை பற்றிய வேறு விளக்கத்தை உமது ஆசிரியர் தருவர். நீர் அறிய வேண்டியதொன்றை நாம் குறிப்பாகக் கூறிவிடலாம். மூலைமட்டத்தைப் பயன்படுத்திச் சமனுன ஒத்த கோணச் சோடியொன்றைப் பெறுவதன் மூலம் சமாந்தரக் கோட்டுச் சோடியொன்றை எளிதாக வரைந்துவிடலாமென்பதையும் நீர் கற்றுக் கொள்வீர்.

நேர்விளிம்பொன்றைப் பயன்படுத்தி நேர்கோடு XY ஐ வரைந்திடுக. உரு 9–31 இற் காட்டியவாறு மூலைமட்டத்தின் விளிம்பொன்றை இக்கோடு நெடுக வைத்திடுக.



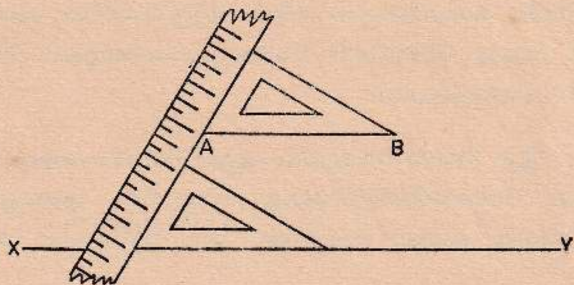
உரு 9–31

பின் நேர்விளிம்பை மூலைமட்டத்தின் வேருேர் விளிம்பில் வைத்துக் கொண்டு மூலைமட்டத்தை வரைகோலின் விளிம்பு நெடுக நகர்த்துக. மூலைமட்டத்தை வேண்டிய நிலைக்கு நகர்த்தும்வரை வரைகோலை உறுதியாகப் பிடித்துக் கொள்க. உரு 9–32 இற் காட்டியவாறு கோடு AB ஐ வரைக.



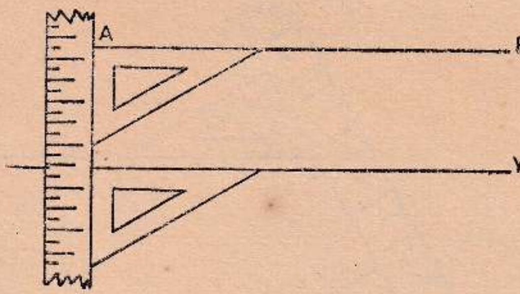
உரு 9–32

மூலேமட்டத்தையும் நேர்விளிம்பையும் எடுத்தபின் கோடு AB ஐ விரும்பிய தூரம் வரை நீட்டுக.



உரு 9–33

சமனான ஒத்த கோணங்களைப் பெறுதற்கு நாம் பாகைமானியைப் பயன்படுத்தவில்லை. மூலைமட்டத்திலுள்ள கோணமொன்றைப் பயன் படுத்தி அதற்குச் சமனான இரு ஒத்த கோணங்களைப் பெற்றுள்ளோம். உரு 9–34 இல் உள்ள வாறு மூலைமட்டத்தை வைப்பதன் மூலம் XY உக்குச் சமனான கோடுகளைப் பெற்றுக்கொள்ளலாமென்பதையும் நீர் அறிந்து கொள்வீர்.



உரு 9–34

இரு கோடுகள் சமாந்தரமா என்பதை முடிவு செய்தற்குரிய வேறு இரு முறைகள்

ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடியோ ஒத்த கோணச் சோடியோ சமனுகும் வகையில் இரு நேர்கோடுகளையும் குறுக்கோடியொன்றையும் நாம் வரையும்போதெல்லாம், அவ்விரு நேர்கோடுகளும் சமாந்தரக் கோடுகளாகவே அமைகின்றன. எனவே இரு கோடுகள் சமாந்தரமா என்பதை முடிவு செய்தற்குப் பின்வருவனவற்றையும் சோதனைகளாக நாம் பயன்படுத்தலாம்.

குறித்த இரு கோடுகளுக்குமுரிய குறுக்கோடியொன்றை வரைக. ஒன்றுவிட்ட கோணச்சோடியொன்று சமனுயின், அல்லது ஒத்த கோணச் சோடி ஒன்று சமனுயின், இரு கோடுகளும் சமாந்தரமாம்.

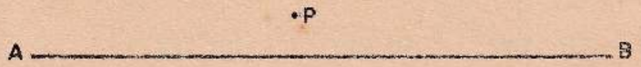
பக்கம் 188 இற் தந்த சோதனையிலும் இவை இரண்டும் எளிதான சோதனைகளாகும். தொடர்ந்து இச்சோதனைகளையே நாம் பயன்படுத்துவோம்.

சமாந்தரக் கோடுகள் வரைதல் (முன் தொடர்ச்சி)

குறித்தவோர் கோட்டுக்குச் சமாந்தரமாகப் பல கோடுகள் வரைந்திடலாம். இவை ஒவ்வொன்றுக்கும் தந்த கோட்டுக்கும் செங்குத்து இடைத்தூரம் வெவ்வேறுகவே இருக்கும்.

பயிற்சி 9–11

AB ஒரு நேர்கோடு. AB உக்கு வெளியே P என்னும் புள்ளி உள்ளது. AB உக்குச் சமாந்தரமாக P இனூடாகக் கோடொன்று வரைக.



உரு 9–35

வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

உரு 9–35 இல்

1. .... ஒன்று AB இல் அமையும் வண்ணம் மூலை மட்டத்தை வைத்திடுக.

2. மூலைமட்டத்தின் வேறோர் .... நெடுக வரைகோல்ஒன்றை வைத்திடுக.

3. .... நெடுக இருந்த மூலைமட்டத்தின் விளிம்பு P ஐ அடையும் வரை, வரைகோலின் விளிம்பு நெடுக........ நகர்த்துக.

4. வரைகோலை நீக்கிவிட்டு, P ஐ அடைந்த மூலைமட்டத்தின் விளிம்பு நெடுக .... இனூடாகச் செல்லும் கோட்டை வரைக.

9—

அதி. 1

பயிற்சி 1–1

1. (i) *MMMCCCLIII* (ii) *DCCXLVII*
(iii) *MMMMMMMMMDCXIII*

2. (i) 2706 (ii) 912 (iii) 368 (iv) 959

3. (i) *XXII* (ii) *CCXXII* (iii) *MMCCXXII*

4. ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் 5 ஐக் குறிக்கின்றது.

5. (i) ஐந்து (ii) ஐம்பது (iii) ஐந்நூறு
(iv) ஐயாயிரம்.

அதி. 2

பயிற்சி 2–4

1. பெட்டியுருவமைந்த திண்மத்தில் 6 முகங்கள், 12 விளிம்புகள், 8 உச்சிகள் உள.

2. பெட்டியுருவமைந்த திண்மத்தில் முகங்கள் தொகையிலும் விளிம்புகள் தொகை **இருமடங்கு.**

3. பின்வரும் அட்டவணையின் ஒவ்வொரு நிரலிலும் உள்ள மிகப் பெரிய எண் **விளிம்புகளைக்** குறிக்கின்றது.

பயிற்சி 2–5

1.

கூம்பகம்	அடியிலுள்ள விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை	விளிம்புகளின் முழு எண்ணிக்கை	உச்சிகளின் எண்ணிக்கை	முகங்களின் எண்ணிக்கை
கூ. III	3	6	4	4
கூ. IV	4	8	5	5
கூ. V	5	10	6	6

2. (i) அட்டவணை 2–2 இல், ஒவ்வொரு நிரையிலுமுள்ள மிகப் பெரிய எண் **விளிம்புகளின்** முழு எண்ணிக்கையைக் குறிக்கின்றது.

(ii) ஒவ்வொரு கூம்பகத்திலும் உச்சிகளின் எண்ணிக்கை, **முகங்களின்** எண்ணிக்கைக்குச் சமன்.

(iii) ஒவ்வொரு கூம்பகத்தின் அடியிலுள்ள விளிம்புகளுடன் **ஒன்றைக் கூட்டினால்** அது உச்சிகளின் எண்ணிக்கைக்குச் சமனாகும்.

(iv) ஒவ்வொரு கூம்பகத்திலும் உள்ள விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை அடியிலுள்ள விளிம்புகள் எண்ணிக்கையிலும் **இருமடங்காகும்.**

(v) அடியிலுள்ள விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையைக் கூட்டும் போது

(அ) விளிம்புகளின் முழு எண்ணிக்கை **அதிகரிக்கின்றது.**

(ஆ) உச்சிகளின் எண்ணிக்கை **அதிகரிக்கின்றது.**

(இ) முகங்களின் எண்ணிக்கை **அதிகரிக்கின்றது.**

(vi) அடியிலுள்ள விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையை ஒன்றாற் கூட்டும்போது,

(அ) உச்சிகளின் எண்ணிக்கை **ஒன்றால் அதிகரிக்கின்றது.**

(ஆ) முகங்களின் எண்ணிக்கை **ஒன்றால் அதிகரிக்கின்றது.**

(இ) முழு விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை **இரண்டால் அதிகரிக்கின்றது.**

4.

அடியிலுள்ள விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை	விளிம்புகளின் முழு எண்ணிக்கை	உச்சிகளின் எண்ணிக்கை	முகங்களின் எண்ணிக்கை
25	50	26	26
15	30	16	16
19	38	20	20
28	56	29	29

5. (i) முடியாது (ii) 6

(iii) 4 (iv) முடியாது

பயிற்சி 2–7

4. மூன்று கோடுகள் வரையலாம்.

5. மேலும் மூன்று கோடுகள் வரையலாம். எனவே கோடுகளினது முழு எண்ணிக்கை ஆறாகும்.

6.

புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை	நேர்கோடுகளின் எண்ணிக்கை
2	1
3	3
4	6
5	10
6	15

அதி. 3

பயிற்சி 3–1

1.

பின்னம்	அலகைப் பிரித்துப்பெற்ற சமபகுதிகளின் எண்ணிக்கை	எடுத்த பகுதிகளின் எண்ணிக்கை
$\frac{2}{3}$	3	2
$\frac{2}{4}$	4	2
$\frac{3}{8}$	8	3
$\frac{6}{7}$	7	6
$\frac{1}{12}$	12	1

2. (i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{10}{10}$ (iii) $\frac{3}{6}$ (iv) $\frac{1}{3}$

3. (i) $\frac{3}{11}$, மூன்று **பதினொன்றின்** கூறுகள்.

(ii) $\frac{1}{7}$, ஒரு **ஏழின்** கூறு.

(iii) $\frac{4}{4}$, **நான்குநான்கின்** கூறுகள்.

(iv) .3, மூன்று **பத்தின்** கூறுகள்.

பயிற்சி 3–2

1. $\frac{6}{16}, \frac{9}{24}, \frac{12}{32}, \frac{15}{40}, \frac{18}{48}$

2. $\frac{18}{24}, \frac{21}{28}, \frac{24}{32}, \frac{27}{36}, \frac{30}{40}$

மேலுள்ளவை ஒவ்வொன்றிலும் யாவேனும் மூன்றை எடுக்க.

3. (ii) 7 (iii) 1 (iv) 5 (v) அதே முழு எண்

4. (i) $\frac{11}{22}=\frac{18}{36}=\frac{8}{16}=\frac{17}{34}=\frac{50}{100}$

(ii) $\frac{2}{6}=\frac{5}{15}=\frac{3}{9}=\frac{4}{12}=\frac{6}{18}$

(iii) $\frac{6}{8}=\frac{9}{12}=\frac{9}{12}=\frac{3\times 6}{6\times 4}=\frac{6\times 3}{8\times 3}$

(iv) $\frac{2\times 6}{9\times 6}=\frac{2\times 8}{9\times 8}$

(v) $\frac{3\times 8}{7\times 8}=\frac{3\times 8}{7\times 8}$

பயிற்சி 3-3

1. (i) $\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}$ (ii) $\frac{8}{9}$ (iii) $\frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}$

2. (i) $\frac{20 \div 4}{32 \div 4}$ (ii) $\frac{16 \div 2}{18 \div 2}$ (iii) $\frac{9}{12} = \frac{9 \div 3}{12 \div 3}$

(iv) $\frac{4 \div 2}{16 \div 2}$

3. (i) $\frac{12}{24} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{6}{10} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

(iii) $\frac{9 \div 3}{12 \div 3}$ (iv) $\frac{4 \div 2}{16 \div 2}$

4. (i) $\frac{12}{16}, \frac{15}{20}$ (ii) $\frac{12}{18}, \frac{14}{21}$

(iii) $\frac{30}{36}, \frac{10}{12}$ (iv) $\frac{36}{96}, \frac{15}{40}, \frac{24}{64}$

5. (i) $\frac{30}{54}$ (ii) $\frac{10}{15}$ (iii) $\frac{27}{48}$ (iv) $\frac{6}{18}$ (v) $\frac{3 \times 5}{8 \times 5}$

பயிற்சி 3-4

1. (i) $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ (ii) $\frac{1}{11} > \frac{1}{14}$ (iii) $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$

(iv) $\frac{1}{12} > \frac{1}{17} > \frac{1}{21}$ (v) $\frac{1}{61} > \frac{1}{71} > \frac{1}{81}$

2. (i) $\frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}$ (ii) $1\frac{1}{4}, 1\frac{1}{3}, 1\frac{1}{2}$

(iii) $2\frac{1}{10}, 2\frac{1}{8}, 2\frac{1}{5}, 2\frac{1}{4}$ (iv) $1\frac{1}{5}, 1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{3}$

பயிற்சி 3–5

1. (i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{6}{7}$ (iv) $\frac{8}{9}$

   (v) $\frac{5}{6}$ (vi) $\frac{2}{3}$ (vii) $1\frac{3}{4}$

2. (i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{2}{3}$ (iii) $\frac{7}{8}$ (iv) $\frac{7}{10}$ (v) $\frac{15}{16}$

3. (i) $\frac{2}{5}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}$ (ii) $\frac{7}{9}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$

   (iii) $\frac{5}{9}, \frac{7}{12}, \frac{4}{6}$ (iv) $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{11}{12}$

4. (i) $\frac{4}{7} > \frac{4}{10}$ (ii) $\frac{12}{27} > \frac{12}{32}$

   (iii) $\frac{6}{16} > \frac{6}{21}$ (iv) $\frac{30}{72} > \frac{30}{75}$

பயிற்சி 3–6

1. (i) .60 (ii) .120 (iii) .010 (iv) .700

2. (i) $.2 > .16$ (ii) $.1 > .099$ (iii) $.49 > .48$

   (iv) $.01 > .006$ (v) $.87 > .78$

3. (i) .07, .09, .12, .14, (ii) .711, .713, .716, .720

   (iii) .08, .11, .16, .4 (iv) 1.01, 1.11, 1.36, 1.91

   (v) 1.12, 1.78, 1.93, 2.01

பயிற்சி 3–7

1. (i) $\frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$ (ii) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (iii) $\frac{38}{100} = \frac{19}{50}$

   (iv) .535 (v) $2\frac{3}{3} = 3$

2. (i) $\frac{1}{12}$ (ii) $\frac{1}{5}$ (iii) .01 (iv) $\frac{1}{4}$

3. (i) (iv) (vi)

4. (i) (iv) (v) (x)

5. (i) $\frac{15}{9}$ அல்லது $1\frac{6}{9}$ அல்லது $1\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{2}{4}$ அல்லது $\frac{1}{2}$

(iii) $\frac{13}{12}$ அல்லது $1\frac{1}{12}$ (iv) $\frac{12}{6}$ அல்லது 2

(v) .94 (vi) .42

6. (i) $\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=\frac{5}{6}$ (ii) $\frac{8}{12}+\frac{9}{12}=\frac{17}{12}=1\frac{5}{12}$

(iii) $\frac{10}{12}-\frac{8}{12}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ (iv) $.90+.12=1.02$

(v) $.82+.40=1.22$ (vi) $\frac{21}{24}-\frac{20}{24}=\frac{1}{24}$

(vii) $.43-.30=.13$

பயிற்சி 3–8

1. (i) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{4}{12}+\frac{3}{12}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$

(iii) $\frac{2}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ (iv) $\frac{5}{20}+\frac{4}{20}=\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$

(v) $\frac{4}{8}+\frac{2}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$

2. (i) ரூபா 1.64 (ii) 82 சதம் (iii) 41 சதம்

3. (i) ரூபா 80/- (ii) ரூபா 40/- (iii) ரூபா 200/-

4. (i) ரூபா 5.76 (ii) ரூபா 4.32 (iii) ரூபா 2.16

5. ரூபா 8.28

6. ரூபா 34.40

7. ரூபா 1.05

அதி. 4

பயிற்சி 4-1

1.

∠ போன்று சந்திக்கும் விளிம்புகள்	∟ போன்று சந்திக்கும் விளிம்புகள்	__ போன்று சந்திக்கும் விளிம்புகள்
xv	iv	vi
ii	i	iii
v	viii	vii
ix	xii	xi
x	xiii	
xiv		

2. (i) (i) இலிருந்து (xv) வரையுள்ள உருவங்கள் **கோணங்கள்** எனப்படும்.

   (ii) முதலாம் நிரலிலுள்ள கோணங்கள் **கூர்ங்கோணங்கள்** எனப்படும்.

   (iii) இரண்டாம் நிரலிலுள்ள கோணங்கள் **செங்கோணங்கள்** எனப்படும்.

   (iv) மூன்றும் நிரலிலுள்ள கோணங்கள் **விரிகோணங்கள்** எனப்படும்.

3. (i) செங்கோணம் (ii) கூர்ங்கோணம்
   (iii) விரிகோணம் (iv) செங்கோணம்
   (v) கூர்ங்கோணம் (vi) விரிகோணம்
   (vii) கூர்ங்கோணம் (viii) செங்கோணம்
   (ix) விரிகோணம் (x) கூர்ங்கோணம்
   (xi) செங்கோணம் (xii) விரிகோணம்

பயிற்சி 4-2

1. உச்சி Q, சிறைகள் PQ, QR

2. (i) கோணம் KAX அல்லது (கோணம் XAK)

   (ii) கோணம் DST அல்லது (கோணம் TSD)

   (iii) கோணம் PQR அல்லது (கோணம் RQP)

   (iv) கோணம் ACB அல்லது (கோணம BCA)

பயிற்சி 4–3

1. (i) $\widehat{AXY}$ அல்லது $\widehat{YXA}$

(ii) $\widehat{DPA}$,, $\widehat{APD}$

(iii) $\widehat{ALD}$,, $\widehat{DLA}$

(iv) $\widehat{TVN}$,, $\widehat{NVT}$

(v) $\widehat{SMA}$,, $\widehat{AMS}$

2.

	உச்சிகள்	சிறைகள்
(i)	B	AB, BC
(ii)	B	XB, BT
(iii)	Q	LQ, QR
(iv)	M	LM, MN
(v)	X	TX, XY

பயிற்சி 4–4

1. (i), (ii), (v) மட்டும் செங்கோணங்கள்.

பயிற்சி 4–5

1. $\widehat{XYZ}$, $\widehat{STU}$ ஆதியன $\widehat{ABC}$ உக்குச் சமன்.

2. $\widehat{LMN}$, $\widehat{PQR}$ உக்குச் சமன்.

பயிற்சி 4–6

1. (ii), (iv) செங்கோணத்திலும் சிறியன.

2. (i) செங்கோணத்திற்குச் சமன்.

3. (iii) செங்கோணத்திலும் பெரிது.

4. (i) $\widehat{PQR}$, $\widehat{ABC}$ இலுஞ் சிறிது.

(ii) $\widehat{LMN}$, $\widehat{ABC}$ இலும் பெரிது.

5. (i) $\widehat{XYZ}$, $\widehat{PQR}$ இலும் சிறிது.

(ii) $\widehat{LMN}$, $\widehat{PQR}$ இலும் பெரிது.

6. (i) கூர்ங்கோணத்திலும், செங்கோணம் **பெரிது**.

(ii) விரிகோணத்திலும், செங்கோணம் **சிறிது**.

(iii) கூர்ங்கோணத்திலும், விரிகோணம் **பெரிது**.

7. $\widehat{DEG}$

8. $\widehat{LNP}$, $\widehat{PQR}$, $\widehat{SRQ}$

பயிற்சி 4-8

1. (i) செங்கோணத்தின் $\frac{2}{4}$ பங்கு

(ii) செங்கோணத்தின் $\frac{6}{4}$ பங்கு

(iii) செங்கோணத்தின் $\frac{1}{4}$ பங்கு

(iv) செங்கோணத்தின் $\frac{4}{4}$ பங்கு

2. (i) செங்கோணத்தின் $\frac{6}{4}$ பங்கு

(ii) செங்கோணத்தின் $\frac{4}{4}$ பங்கிலும் பெரிது

(iii) செங்கோணத்தின் $\frac{1}{4}$ பங்கிலும் பெரிது

(iv) செங்கோணத்தின் $\frac{1}{4}$ பங்கு

(v) செங்கோணத்தின் $\frac{2}{4}$ பங்கிலும் பெரிது.

பயிற்சி 4-9

(i) $30°$, (ii) $40°$, (iii) $85°$, (iv) $112°$, (v) $108°$

பயிற்சி 4-10

(i) $30°$ (ii) $135°$, (iii) $75°$, (iv) $32°$,
(v) $74°$. (vi) $105°$, (vii) $90°$, (viii) $134°$

பயிற்சி 4–13

சுட்டியின் முதல் நிலை	சுட்டியின் இரண்டாவது நிலை	சுழன்றுள்ள கோணத்தின் அளவு	கோணத்தின் வரைபடம்
OA	OD	90°	
OC	OE	60°	
OB	OD	60°	
OC	OG	120°	
OA	OB	30°	
OE	OG	60°	
OE	OH	90°	
OG	OI	60°	
OG	OJ	90°	
OG	OK	120°	
OA	OE	120°	
OA	OF	150°	
OA	OG	180°	
OA	OH	210°	

பயிற்சி 4–14

சுட்டியின் முதல் நிலை	சுட்டி சுழலும் திசை	சுட்டியின் இரண்டாவது நிலை	சுழன்றுள்ள கோணத்தின் அளவு
OA	வலஞ்சுழியாக	OJ	210°
OA	இடஞ்சுழியாக	OK	60°
OA	இடஞ்சுழியாக	OE	240°
OJ	வலஞ்சுழியாக	OC	150°
OA	இடஞ்சுழியாக	OF	210°

பயிற்சி 4–15

3. பின்வளைகோணம் உரு (iii)

4. (i) 90° (ii) 270° (iii) 360°

5. (i) $\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{1}{3}$ (iii) $\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{2}{3}$

(v) $\frac{1}{5}$ (vi) $\frac{2}{5}$ (vii) $\frac{3}{5}$ (viii) $\frac{4}{5}$

(ix) $\frac{1}{9}$ (x) $\frac{2}{9}$ (xi) $\frac{4}{9}$

அதி. 5

பயிற்சி 5–1

1. கூட்டுக. 2. கழித்திடுக. 3. $\times$ 4. $\div$ 5. சமன்

6. எனவே. 7. $A\hat{B}C$ 8. 60° 9. $>$

பயிற்சி 5–3

2. (i) $x=5, \frac{35}{50}$ (ii) $x=10, \frac{70}{100}$ (iii) $x=100, \frac{700}{1000}$

3. (i) $p=3, \frac{9}{12}$ (ii) $p=4, \frac{12}{16}$ (iii) $p=25, \frac{75}{100}$

பயிற்சி 5–4

(i) x (ii) $x+10$ (iii) $x+10$
$x+10$
$x+10$

(iv) $x+10$
$x+10$
$x+10$
$+12$

அல்லது

$x+10+4$
$x+10+4$
$x+10+4$

(v) $x+10+4$ (vi) $10+4$

பயிற்சி 5–5

(i) எண் ஒன்றை நினைத்திடுக.

(ii) அத்துடன் இரண்டைக் கூட்டுக.

(iii) கூட்டுத்தொகையின் நான்கு மடங்கைப் பெறுக.

(iv) அந்நான்கு மடங்குடன் இருபதைக் கூட்டுக.

(v) இக்கூட்டுத்தொகையின் நான்கிலொன்றைப் பெறுக

(vi) முதல் நினைத்த எண்ணை இதிலிருந்து கழித்திடுக.

பயிற்சி 5–6

1. (i) $\frac{2}{3}=\frac{2p}{3p}$ (ii) $\frac{3}{4}=\frac{3p}{4p}$ (iii) $\frac{7}{10}=\frac{7x}{10x}$

(iv) $\frac{5}{6}=\frac{5r}{6r}$ (v) $\frac{3}{8}=\frac{3a}{8a}$

2. (i) $5p$ (ii) $10a$ (iii) $20y$ (iv) $19x$

(v) $23a$ (vi) $50n$ (vii) $12x$ (viii) $14p$

3.

y	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$3y$	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30

4.

q	1	3	5	7	9	11	13	15
$2q$	2	6	10	14	18	22	26	30

5. $2n$

பயிற்சி 5–7

1.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x+3$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$2(x+3)$	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26

2.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$2x$	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$2x+3$	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23

3.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n+2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$3(n+2)$	9	12	15	18	21	24	27	30	33

4.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$3n$	3	6	9	12	15	18	21	24	27
$3n+2$	5	8	11	14	17	20	23	26	29

5. (i) $3(p+10)$ (ii) $6(2p+5)$ (iii) $8(13+p)$
(iv) $10(6+5p)$ (v) $15(1+p)$

பயிற்சி 5–8

1. (i) குறிக்காது

   (ii) 35, 42, 39, ...

   (iii) $3x$, ஆறும் வகுப்பில் உள்ள மாணவரைப் போல் மூன்று மடங்கு. (விடைகள் பலவற்றுள் இது ஒன்றும்)

2. (i) பின்னமாகாது

   (ii) 30, 65, 42 .... ஆக இருக்கலாம்.

   (iii) $n-3$ வசுவில் உள்ளவர்களில் மூன்று பேர் இறங்கிய பின் எஞ்சி இருப்பவர்களைக் குறிக்கலாம். விடைகள் பலவற்றுள் இது ஒன்றும்)

3. (i) 2, 10, 19, 1000, 12, 28, 14, 1

அதி. 6

பயிற்சி 6–1

1. இலாபம் பெறுதற்கு, விற்றவிலை கொள்விலையிலும் பெரிதாக இருத்தல் வேண்டும்.

2. இலாபம் பெறுதற்கு, விற்றவிலையிலிருந்து கொள்விலையைக் கழித்தல் வேண்டும்.

பயிற்சி 6–2

1. நட்டம் அடைவதற்கு, விற்றவிலை கொள்விலையிலும் **சிறிதாக** இருத்தல் வேண்டும்.

2. நட்டத்தைக் காண்பதற்குக் கொள்விலையிலிருந்து விற்றவிலையைக் **கழித்தல் வேண்டும்.**

பயிற்சி 6–3

1. ரூபா 1/– 2. 15 சதம் 3. 10 சதம்

4.

	முதலிட்ட பணம்	விற்றுப்பெற்ற பணம்	இலாபம்	நட்டம்
A	ரூபா 2/–	ரூபா 3/–	ரூபா 1/–	
B	75 சதம்	90 சதம்	15 சதம்	
C	50 சதம்	40 சதம்		10 சதம்

பயிற்சி 6–4

1. (i) பலசரக்கு விற்பனையில்

(ii) தேயிலை, சீனி ஆதியன விற்பனையில்

(iii) பலசரக்கு விற்பனையில்

(iv) பலசரக்கு விற்பனை.

2. வர்ணக் குழம்புகள் விற்றதனால்.

பயிற்சி 6–5

1. 4%, 47%, 95%, 100%, 120%.

பயிற்சி 6–6

1. இலாபம் = கொள்விலையின் $\frac{1}{5} = 20\%$

2. இலாபம் = கொள்விலையின் 20%

3.

	முதலிட்ட பணம் ரூ. ச.	விற்பனையால் பெற்ற பணம் ரூ. ச.	இலாபம் ரூ. ச.	முதலிட்ட தொகையின் பின்னமாக	முதலிட்ட தொகையின் வீதமாக
(i)	50.00	54.00	4.00	$\frac{4}{50} = \frac{2}{25}$	8%
(ii)	200.00	260.00	60.00	$\frac{60}{200} = \frac{3}{10}$	30%
(iii)	00.20	00.28	00.08	$\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$	40%
(iv)	00.25	00.30	00 05	$\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$	20%
(v)	4.00	4.80	00.80	$\frac{80}{400} = \frac{1}{5}$	20%

(iii) ஆவதே மிகவும் சிறந்த கொடுக்கல் வாங்கல்.

முதலிட்ட பணத்திற்கு மிகவும் குறைந்த வருவாய் (i) இற் கிடைக்கின்றது.

பயிற்சி6–7

1. (i) 20% (ii) 60% (iii) 20% (iv) 15%
   (v) 25%

2. A இன் நூற்று வீத இலாபம் $12\frac{1}{2}$%

   B இன் நூற்றுவீத இலாபம் $16\frac{2}{3}$%

   ∴ B மிகவும் சிறந்த முறையில் முதலீடு செய்துள்ளது.

3.

வியாபாரி	முதலிட்ட பணம் ரூ. ச.	விற்பனையாற் பெற்ற பணம் ரூ. ச.	இலாபம் ரூ. ச.	நூற்றுவீத இலாபம்
A	18.00	24.00	6.00	$33\frac{1}{3}$
B	350.00	385.00	35.00	10
C	450.00	650.00	200.00	$44\frac{4}{9}$

4. $4\frac{1}{6}$% 5. 25% 6. 8%

பயிற்சி 6–8

சம்பளம் அடைந்த ஏற்றம்	= ரூபா 25.00
ஏற்றத்தை தொடக்கச் சம்பளத்தின் பின்னமாக்கி ஞல் அது	$= \frac{25}{250}$
இப்பின்னத்தை நூற்றுவீதமாக்கிஞல் அது	= 10%
சம்பளம் அடைந்த நூற்றுவீத ஏற்றம்	= 10%

பயிற்சி 6–9

1. தொடக்கத்தில் உள்ள மாணவர் எண்ணிக்கையின் பின்னமாக அவ்வெண்ணிக்கை அடைந்த ஏற்றம் $= \frac{5}{40}$

   இவ்வேற்றம், நூற்று வீதத்தில் $= 12\frac{1}{2}\%$

   நூற்றுவீத ஏற்றம் $= 12\frac{1}{2}$

2. கோழிக்குஞ்சுகளின் முழு எண்ணிக்கையின் பின்னமாக இறந்தவற்றின் எண்ணிக்கை $= \frac{15}{300}$

   இப்பின்னம், நூற்றுவீதத்தில் = 5%

   நூற்றுவீத இறக்கம் = 5%

3. (i) மாற்றத்தை **ஆரம்பத்திலுள்ள கணியத்தின்** பின்னமாகப் பெறல் வேண்டும்.

   (ii) பின் இப் **பின்னத்தை** நூற்றுவீதமாகப் பெறல் வேண்டும்.

4. 4%

5. $6\frac{1}{4}\%$

6. சனத்தொகை $6\frac{2}{3}\%$ ஆற் கூடுகின்றது.

   மாணவர் தொகை 10% ஆற் கூடுகின்றது.

   இறப்பு 20% ஆற் குறைகின்றது.

   வீடுகளும், கடைகளும் 4% ஆற் கூடுகின்றது.

   வேலையில்லாதோர் தொகை $6\frac{2}{3}\%$ ஆற் குறைகின்றது.

7. $122\frac{2}{9}\%$

8. $133\frac{1}{3}\%$

பயிற்சி 6–10

1. (i) 22 இருத்தல் (ii) 20 குழந்தைகள்

   (iii) 250 குழந்தைகள் (iv) 180 மாம்பழங்கள்

   (v) 170 மாம்பழங்கள்.

2. ரூபா 48/= 3. 12 புசல்

4.

எண்	எண்ணின் 5%	எண்ணின் 10%	எண்ணின் 15%	எண்ணின் 25%
100	5	10	15	25
600	30	60	90	150
120	6	12	18	30
40	2	4	6	10

5. ரூபா 216/=

பயிற்சி 6–11

1. A இன் இலாபம் = கொள்விலையின் 10% = ரூபா 1.20

   B இன் இலாபம் = கொள்விலையின் 20% = கொள்விலையின் 10% $\times$ 2

   = ரூபா 1.20 $\times$ 2

   $\therefore$ B இன் இலாபம் = ரூபா 2.40

2. (i) இருமடங்கு (ii) இருமடங்கு

   (iii) நான்குமடங்கு (iv) ஐந்து மடங்கு

3. ரூபா 1440/= 4. 320 பெண்கள்

5. 920 தமிழ்ப் புத்தகங்கள்.

6. B இன் இலாபம் ரூபா 2250/=

பயிற்சி 6–12

1. (i) அரைமடங்கு

   (ii) மூன்றில் ஒன்று

   (iii) பத்தில் ஒன்று

   (iv) ஐந்தில் ஒன்று

2. (i) 12 (ii) 6 (iii) 30

3. (i) 70 (ii) 20 (iii) 75 (iv) 50

4. (i) 900 (ii) 32 (iii) 400 (iv) 24

5. ரூபா 35/- 6. 16 7. 4000

பயிற்சி 6-13

1. 384 2. 63 3. 200 4. 180 5. 620

6. 65 7. 60 8. 261

பயிற்சி 6-14

1. (i) $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ (ii) $20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

(iii) $40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$ (iv) $5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$

(v) $7\% = \frac{7}{100} = \frac{7}{100}$ (vi) $100\% = \frac{100}{100} = 1$

பயிற்சி 6-15

1. (i) இருமடங்கு (ii) 80

2. (i) நான்கு மடங்கு (ii) பத்து மடங்கு (iii) 250

3. எனது பணத்தின் 40% = ரூபா 200/-

எனது பணத்தின் 20% = ரூபா 100/-

∴ எனது முழுப்பணம் = அப்பணத்தின் 100%

எனது பணத்தின் 100% = அப்பணத்தின் 20% இன் ஐந்து மடங்கு

∴ எனது பணத்தின் 100% = ரூபா 100×5

∴ எனது முழுப்பணம் = ரூபா 500/-

4. பணத்தின் 6% = ரூபா 60/-

பணத்தின் 2% = ரூபா 20/-

முழுத்தொகை = தொகையின் 100%

அதன் 100% = அதன் 2% இன் 50 மடங்கு.

∴ அதன் 100% = ரூபா 20×50

∴ முழுத்தொகை = ரூபா 1000/-

5. மாணவர் தொகையின் 3% = 12
மாணவர் தொகையின் 1% = 4
மாணவர் முழுத்தொகை = மாணவர் தொகையின் 100%
100% = மாணவர் தொகையின் 1% இன் 100 மடங்கு

∴ மாணவர் தொகையின் 100% = 4 × 100 மாணவர்
∴ மாணவர் முழுத்தொகை = 400 மாணவர்.

6. குடித்தொகையின் 25% = 60
முழுக் குடித்தொகை = 240

7. 180 8. ரூபா 175/-

பயிற்சி 6–16

1. கழிவு = இயல்பான விற்கும் விலையின் 10%
= ரூபா 100 இன் 10% = ரூபா 10/-

2.

இயல்பான விற்கும் விலை ரூ. ச.	நூற்றுவீதக்கழிவு	உண்மையான கழிவு ரூ. ச.	குறைந்த விற்கும் விலை ரூ. ச.
10.00	10%	1.00	9.00
00.80	25%	00.20	00.60
25.00	5%	1.25	23.75
7.50	10%	00.75	6.75

பயிற்சி 6–17

1. ரூபா 8/- 2. ரூபா 50/- 3. ரூபா 320/-

பயிற்சி 6–18

1. (i) ரூபா 150/- (ii) 36 பிள்ளைகள் (iii) ரூபா 900/-
(iv) 250 புசல் (v) ரூபா 8000/- (vi) 400 கூடை
(vii) 30 ஏக்கர் (viii) 75 இருத்தல்

2. ரூபா 175/- 3. ரூபா 12500/- 4. 150 ஏக்கர்

5. எனது பணத்தின் 60%

6. ரூபா 300 = எனது பணத்தில் 60%

7. ரூபா 500/-

8. (i) ரூபா 6/- (ii) ரூபா 54 (iii) $\frac{54}{60} \times 100\% = 90\%$

9. (i) ரூபா 120/- (ii) 120%

10. இலாபம் = ரூபா 18/-
விற்றவிலை = ரூபா 138/-

அதி. 7

பயிற்சி 7–1

1. (i) உண்மை

   (ii) உண்மையுமன்று பொய்யுமன்று.

   (iii) உண்மையுமன்று பொய்யுமன்று.

   (iv) பொய் (v) உண்மையுமன்று பொய்யுமன்று. (vi) உண்மை

   (vii) உண்மை (viii) உண்மை (ix) உண்மை

   (x) பொய்

2. (i) உண்மை (ii) உண்மை (iii) பொய்

   (iv) பொய் (v) பொய்

   (vi) உண்மையுமன்று பொய்யுமன்று.

பயிற்சி 7–2

1. (i) 15 என்பது தீர்வாகும். (ii) 9 என்பது தீர்வாகும்.

   (iii) ·6 என்பது தீர்வாகும். (iv) $\frac{3}{4}$ என்பது தீர்வாகும்.

   (v) $\frac{1}{3}$ என்பது தீர்வாகும்.

2. (i) தீர்வு இல்லை. (ii) தீர்வு இல்லை.

   (iii) தீர்வு இல்லை. (iv) தீர்வு இல்லை.

   (v) தீர்வு இருக்கிறது. 25 என்பது தீர்வாகும்.

பயிற்சி 7–3

1. 6 என்பது தீர்வாகும். 2. 70 என்பது தீர்வாகும்.
3. 7 என்பது தீர்வாகும். 4. 3 என்பது தீர்வாகும்.
5. 64 என்பது தீர்வாகும். 6. 32 என்பது தீர்வாகும்.
7. 10 என்பது தீர்வாகும். 8. 6 என்பது தீர்வாகும்.

பயிற்சி 7–4

1. (1) 8 என்பது தீர்வாகும்.

   (2) 8 என்பது தீர்வாகும்.

   (3) 8 என்பது தீர்வாகும்.

   (3) 8 என்பது தீர்வாகும்.

   (4) 8 என்பது தீர்வாகும்.

   (i) ஆம் (ii) இல்லை

   (iii) (2) மூன்றாற், சமன்பாடு வகுக்கப்படல் வேண்டும்.

   (3) எழாற் சமன்பாடு வகுக்கப்படல் வேண்டும்.

   (4) இரண்டாற் சமன்பாட்டைப் பெருக்க வேண்டும்.

2. (1) 15 என்பது தீர்வாகும்.

   (2) 15 என்பது தீர்வாகும்.

   (3) 15 என்பது தீர்வாகும்.

   (4) 15 என்பது தீர்வாகும்.

3. (1) $\frac{1}{4}$ என்பது தீர்வாகும்.

   (2) $\frac{1}{4}$ என்பது தீர்வாகும்.

   (3) $\frac{1}{4}$ என்பது தீர்வாகும்.

   (4) $\frac{1}{4}$ என்பது தீர்வாகும்.

பயிற்சி 7–5

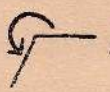
1. $m = 9$ 2. $p = 7$ 3. $n = 12$

4. $x = 2{\cdot}5$ அல்லது $2\frac{1}{2}$ 5. $y = .25$ அல்லது $\frac{1}{4}$

6. தீர்வு இல்லை 7. தீர்வு இல்லை.

8. $x = 50$ 9. $y = 20$ 10. தீர்வு இல்லை.

பயிற்சி 8-1

1. ∟ செங்கோணங்கள் 90° உக்குச் சமனானவை.
2. ∠ கூர்ங்கோணங்கள் 90° இலும் குறைந்தவை.
3. _ விரிகோணங்கள் 90° இலும் கூடியவை.
4. — நேர் கோணம் 180° உக்குச் சமன்
5.  பின்வளைகோணம் 180° இலும் கூடியது.

பயிற்சி 8-2

1. (i) அடுத்துள கோணச் சோடியல்ல.
   (ii) அடுத்துள கோணச் சோடியல்ல.
   (iii) அடுத்துள கோணச் சோடி.
   (iv) அடுத்துள கோணச் சோடியல்ல.
   (v) அடுத்துள கோணச் சோடி.
   (vi) அடுத்துள கோணச் சோடியல்ல.
   (vii) அடுத்துள கோணச் சோடியல்ல.
   (viii) அடுத்துள கோணச் சோடி.
   (ix) அடுத்துள கோணச் சோடி.
   (x) அடுத்துள கோணச் சோடியல்ல.
   (xi) அடுத்துள கோணச் சோடி.
   (xii) அடுத்துள கோணச் கோடி

2. (i) $A\hat{B}C = 25°$, $C\hat{E}D = 35°$
   (ii) $E\hat{F}G = 50°$, $G\hat{F}H = 40°$
   (iii) $K\hat{L}M = 120°$, $M\hat{L}N = 30°$

யிற்சி 8-3

1. $D\hat{B}C = 110°$
2. $P\hat{Q}R = 120°$
3. (i) $D\hat{B}C = 140°$ (ii) $P\hat{Q}D = 130°$ (iii) $P\hat{M}N = 5C$

பயிற்சி 8-5

1. இரு கோணங்களின் அளவுகளின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆயின் அவை மிகைநிரப்பு கோணங்களாகும்.

2. (i) மிகைநிரப்பிகளான சோடி அடுத்துள கோணங்கள்.

(1) $A\hat{B}E$, $E\hat{B}C$; $A\hat{B}D$, $D\hat{B}C$

(2) $T\hat{R}P$, $P\hat{R}W$; $T\hat{R}S$, $S\hat{R}W$

(3) $A\hat{P}R$, $R\hat{P}Q$; $A\hat{P}S$, $S\hat{P}Q$

(ii) மிகைநிரப்பிகளாகாத சோடி அடுத்துள கோணங்கள்

(1) $A\hat{B}E$, $A\hat{B}D$; $E\hat{B}C$, $C\hat{B}D$

(2) $P\hat{R}T$, $T\hat{R}S$; $P\hat{R}W$, $W\hat{R}S$

(3) $A\hat{P}R$, $R\hat{P}S$; $R\hat{P}S$, $S\hat{P}Q$

3. (i) $Z\hat{Y}P$ (ii) $A\hat{S}Y$ (iii) $A\hat{D}E$

4. (i) AB, BD (ii) QR, QP

(iii) BO, OD (iv) PF, FE

பயிற்சி 8–6

1. 43°

2. (i) இலும் சிறிதாக இருத்தல் வேண்டும் (ii) $x = 120$

3. $y = 41°$ 4. $C\hat{B}D = 140°$ 5. $T\hat{Q}S = 110°$

6. $A\hat{X}T = 75°$ 7. $D\hat{C}B = 130°$ 8. $B\hat{A}Q = 105°$

பயிற்சி 8–7

1. $3x = 180°$
$x = 60$
$\therefore A\hat{B}C = 60°$
$\therefore C\hat{B}D = 120°$

2. $5x = 180$
$x = 36$
$\therefore S\hat{Q}P = 72°$
$\therefore S\hat{Q}R = 108°$

3. $9p = 180$
$p = 20$
$\therefore A\hat{B}C = 80°$
$\therefore A\hat{B}M = 100°$

4. $2x = 70$
$x = 35$

5. $3d = 120$
$d = 40$

பயிற்சி 8–8

1. (i) ஆம் (ii) இல்லை (iii) இல்லை
   (iv) ஆம் (v) இல்லை (vi) இல்லை.

3. (i) $\hat{a}$, $\hat{b}$ அடுத்துள கோணங்கள்
   (ii) $\hat{a}$, $\hat{b}$ சோடிக் குத்தெதிர்க்கோணங்கள்
   (iii) $\hat{a}$, $\hat{c}$ அடுத்துள கோணங்கள்

4. உரு (ii) இல் $\hat{a}$, $\hat{b}$ சோடிக் கோணம்.

5. $P\hat{O}B = 125°$, $B\hat{O}Q = 55°$, $Q\hat{O}A = 125°$

6. (i) $T\hat{E}P = 140°$, $P\hat{E}G = 40°$, $G\hat{E}A = 140°$
   (ii) $D\hat{X}P = 58°$, $P\hat{X}C = 122°$, $C\hat{X}T = 58°$
   (iii) $C\hat{A}P - 98°$, $P\hat{A}T = 82°$, $T\hat{A}R = 98°$

பயிற்சி 8–9

1. $C\hat{A}B$, $B\hat{A}P$, $P\hat{A}E$, $E\hat{A}D$, $D\hat{A}C$
2. புள்ளியொன்றில் உள்ள கோணத்தின் அளவு 360°
3. (i) $x° = 120°$ (ii) $x° = 120°$ (iii) $x° = 65°$
   (iv) $x° = 113°$ (v) $x° = 72°$ (vi) $x° = 36°$
   $2x° = 72°$
   $3x° = 108°$
   $4x° = 144°$

அதி. 9

பயிற்சி 9–1

1. AD, BC
2. AB, CD

பயிற்சி 9–2

1. EF, DC
2. HD, FB
3. AE, GC
4. AD, GF
   HE, BC

பயிற்சி 9–3

1. AB, HE; AB, HD; AB, GC
2. EF, AD; EF, BC; EF, HD; EF, CG
3. HG, BC; HG, EA; HE, FB
4. CD, HE; CD, GF; CD, EA; CD, FB

பயிற்சி 9–4

1. பெட்டி உருவமைந்த திண்மத்தில் ஒன்றையொன்று சந்திக்கும் விளிம்புகளும், ஒன்றையொன்று **சந்திக்காத** விளிம்புகளும் உள.

2. ஒன்றையொன்று சந்திக்காத இரு விளிம்புகள் ஒரே தட்டை மேற்பரப்பில், அல்லது, வெவ்வேறு தட்டை மேற்பரப்பில் இருக்கலாம்.

3. தட்டை மேற்பரப்பு **தளம்** எனப்படும்.

4. ஒரே தளத்தில் உள்ள ஒன்றையொன்று சந்திக்காத **விளிம்புகள், சமாந்தர** விளிம்புகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

பயிற்சி 9–5

1. (i) AC, DG சமாந்தரமானவை.
   (ii) XY **குறுக்கோடி** எனப்படும்.
   (iii) BE வெட்டுத்துண்டு எனப்படும்.
   (iv) AC ஐயும், DG ஐயும் குறுக்கோடி XY முறையே B, E ஆதியவற்றில் வெட்டுகின்றது.
   (v) $A\hat{B}E$ உம் $B\hat{E}G$ உம் சோடி **ஒன்றுவிட்ட** கோணங்கள்.
   (vi) $C\hat{B}E$ உம் $\mathbf{B\hat{E}D}$ உம் சோடி ஒன்றுவிட்ட கோணங்களாம்.
   (vii) $Y\hat{B}C$ உம் $Y\hat{E}G$ உம் சோடி ஒத்த கோணங்கள் எனப்படும்.
   (viii) $Y\hat{B}A$ உம் $\mathbf{B\hat{E}D}$ உம் ஒரு சோடி ஒத்த கோணங்கள் எனப்படும்.
   (ix) $A\hat{B}E$ உம் $\mathbf{D\hat{E}X}$ உம் வேறோர் சோடி ஒத்த கோணங்களாம்.

2. (i) PR, SU என்னும் இரு கோடுகளை AB முறையே **Q, T** என்பவற்றிற் குறுக்கறுக்கின்றது.

(ii) AB குறுக்கோடி எனப்படும்.

(iii) **QT** வெட்டுத்துண்டு எனப்படும்.

(iv) PQT உம் QTU உம் சோடி **ஒன்றுவிட்ட** கோணங்கள்.

(v) RQT உம் **QTS** உம் சோடி ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்.

(vi) PQB உம் STB உம் சோடி ஒத்த கோணங்கள்.

(vii) UTB உம் RQBஉம் சோடி ஒத்த கோணங்கள்.

(viii) மற்றைய ஒத்த கோணச் சோடிகளாவன :

PQT, STA; RQT, UTA

பயிற்சி 9–6

(i) இரு கோடுகளைக் குறுக்கோடி ஒன்று வெட்டினால் இரு சோடி **ஒன்றுவிட்ட கோணங்களும்**, நான்கு சோடி **ஒத்த கோணங்களும்** அமைகின்றன.

(ii) குறுக்கோடி ஒன்று வெட்டும் இரு கோடுகள் சமாந்தரமாயின் ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடிகள் **சமன்** ஆம்.

(iii) குறுக்கோடி ஒன்று வெட்டும் இருகோடுகள் சமாந்தரமற்றவையாயின் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் **சமனற்றவை**.

(iv) இரு சமாந்தரக் கோடுகளைக் குறுக்கோடி ஒன்று வெட்டினால் ஒத்த கோணங்கள் **சமன்**.

(v) இரு சமாந்தரமற்ற கோடுகளைக் **குறுக்கோடி** ஒன்று வெட்டினால் ஒத்த கோணங்கள் **சமனற்றவை**.

பயிற்சி 9–7

1. (i) சமாந்தரமானது. (ii) $Q\hat{R}D$ (iii) சமன்.

(iv) $Q\hat{R}C$ (v) சமன்.

2. (i) $A\hat{B}L$ (ii) சமனல்ல. (iii) $B\hat{C}M$

(iv) சமனல்ல.

3. (i) $C\hat{R}S$, $R\hat{S}G$; $D\hat{R}S$, $R\hat{S}E$

(ii) $A\hat{Q}R$, $Q\hat{R}D$; $B\hat{Q}R$, $Q\hat{R}C$; $A\hat{Q}R$, $Q\hat{S}G$; $B\hat{Q}R$, $Q\hat{S}E$

(iii) $Q\hat{R}D$, $R\hat{S}G$; $D\hat{R}S$, $G\hat{S}T$; $Q\hat{R}C$, $R\hat{S}E$; $C\hat{R}S$, $E\hat{S}T$

(iv) $P\hat{Q}B$ உடன் $Q\hat{R}D$ அல்லது $R\hat{S}G$; $P\hat{Q}A$ உடன் $Q\hat{R}C$ அல்லது $R\hat{S}E$

$B\hat{Q}R$ உடன் $D\hat{R}S$ அல்லது $G\hat{S}T$; $A\hat{Q}R$, உடன் $C\hat{R}S$ அல்லது $E\hat{S}T$

4. $A\hat{B}G$, $B\hat{G}H$, $E\hat{G}J$
5. $S\hat{T}A$, $P\hat{Q}T$, $B\hat{Q}R$
6. $E\hat{B}C$, $B\hat{C}K$, $H\hat{C}D$
7. $A\hat{B}M$, $C\hat{D}S$, $L\hat{B}C$, $N\hat{C}D$, $R\hat{D}E$
8. $A\hat{B}D$, $E\hat{G}B$; $A\hat{B}G$, $E\hat{G}J$; $D\hat{B}C$, $B\hat{G}H$; $C\hat{B}G$, $H\hat{G}J$
9. $P\hat{Q}T$, $Q\hat{T}U$; $S\hat{T}Q$, $T\hat{Q}R$
10. $Q\hat{A}B$, $A\hat{B}R$

பயிற்சி 9–8

1. உரு 9–15 இல் $S\hat{T}A$, $T\hat{Q}P$, $B\hat{Q}R$ ஆகிய ஒவ்வொன்றும் 70° உக்குச் சமன்.

$S\hat{T}Q$, $P\hat{Q}B$, $T\hat{Q}R$, $A\hat{T}U$ ஆகிய ஒவ்வொன்றும் 110° உக்குச் சமன்.

குறுக்கோடிக்கு ஒரே பக்கத்திலுள்ள அகக்கோணச் சோடிகளாவன

$T\hat{Q}R$, $Q\hat{T}U$; $T\hat{Q}P$, $S\hat{T}Q$ ஆகும்.

உரு 9–16 இல் $E\hat{B}C$, $H\hat{C}D$, $B\hat{C}K$ ஆகிய ஒவ்வொன்றும் 110° உக்குச் சமன்.

$A\hat{B}E$, $G\hat{B}C$, $B\hat{C}H$, $K\hat{C}D$ ஆகிய ஒவ்வொன்றும் 70° உக்குச் சமன்.

குறுக்கோடிக்கு ஒரே பக்கத்திலுள்ள அகக்கோணச் சோடிகளாவன

$E\hat{B}C$, $B\hat{C}H$; $G\hat{B}C$, $B\hat{C}K$ ஆகும்.

2. $K\hat{B}C$, $B\hat{C}M$; $L\hat{B}C$, $B\hat{C}N$