

Business Statistics

வணிகப் புள்ளிவிபரவியல்

பகுதி II

(உயர் கல்விக்குரியது)

கா. இராமஜெயம் B Sc. (Hons)

விரிவுரையாளர்,
யாழ். உயர்தொழில்நுட்பவியல் நிறுவனம்,
யாழ்ப்பாணம்.

Business Statistics

and its applications

by Dr. B. K. Ghosh

Professor of Statistics

University of Calicut

Calicut, Kerala

1960

T. Ramajeyam
Head
Dept. Of Management
Advanced Technological Institute
Jaffna.

T. Ramajeyam
Head
Dept. Of Management
Advanced Technological Institute
Jatna

புள்ளிவிபரத் தரவுகளை சேகரித்தல்

வணிகத் துறையில் புள்ளிவிபரத் தரவுகளின் பங்களிப்பு

புள்ளிவிபரத் தரவுகள் வணிகத்துறையின் எதிர்காலச் செயற்பாடுகளை திருத்தமாகவும், திறமையாகவும் கையாளுவதற்கு உறுதுணையாக இருக்கின்றது.

முதன்மைத் தரவு (Primary Data)

யாதேனும் ஓர் நோக்கத்திற்காக புதிதாக திரட்டப்படும் தரவுகள் முதன்மைத் தரவுகள் எனப்படும்.

துணைத் தரவு (Secondary Data)

புதிதாக தரவுகளை சேகரிக்காது வேறு மூல வளங்களில் இருந்து பெற்ற தரவுகளை பயன்படுத்துதல் இரண்டாம் நிலைத்தரவு அல்லது துணைத்தரவு எனப்படும்.

முதன்மைத் தரவுகளை சேகரிக்கும் வழிமுறைகள்

1. சுயமாக சேகரித்தல்
2. தனிப்பட்ட நேர்முக உரையாடல்
3. தொலைபேசி உரையாடல்
4. வினாக்கொத்து முறை

சுயமாக சேகரித்தல் (Self Enumeration)

தேவைக்கேற்ற வகையில் ஒரு தனி நபரினால் சேகரிக்கப்படும் தரவுகள் சுயமாகத் தரவுகள் சேகரித்தலாகும்.

கீம் முறையில் உள்ள நன்மைகள்

1. உண்மையான தரவு பெறப்படும்
2. திருத்தம் மிகக்கூடியது
3. சீரானதும் ஒரே போக்கும் கொண்டிருக்கும்
4. தரவுகள் சேகரிக்கும் போது, தவறுகள் ஏற்படின் தவிர்த்துக்கொள்ளலாம்.
5. குறைந்த செலவு

கீம் முறையில் உள்ள தீமைகள்

1. பெரிய இடங்களுக்கு பொருத்தமாகாது
2. நேரம் அதிகம் தேவைப்படும்

தனிப்பட்ட நேர்முக உரையாடல் (Personal Interview)

நிறுவனத்தால் நியமிக்கப்பட்ட புள்ளிவிபரத்தரவுகளைச் சேகரிப்பவர் நேரடியாகச் சென்று நேர்முக உரையாடல் மூலம் தரவுகளைச் சேகரித்தலாகும்.

கிதனது நன்மைகள்

1. ஒப்பிட்டு அளவில் கூடிய துலங்கல்களைக் கொண்டிருக்கும்
2. இலகுவானது
3. தேவையான தகவலை பெற்றுக் கொள்ளமுடியும்.

கிதனது தீமைகள்

1. செலவு, நேரம், உழைப்பு என்பன கூடுதலாக காணப்படும்
2. தனியார்சார் தன்மை அதிகரிக்கும்
3. சீரான போக்கு இல்லாது இருக்கும்.

தொலைபேசி உரையாடல் (Telephone Discussion)

தொலைபேசி தொடர்பாடல் மூலம் ஒருவரிடம் இருந்து தகவல்களை பெற்றுக்கொள்ளுதல் ஆகும். பொதுவாக தூர இடங்களில் உள்ள தரவுகளை சேகரிப்பதற்கும், நேரத்திற்கு நேரம், நாளுக்கு நாள் மாறும் தரவுகளை சேகரிப்பதற்கும் பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

கிதனது நன்மைகள்

1. தூர இடங்களுக்கு ஏற்றது.
2. நேரத்திற்கு நேரம் மாறும் தரவுகளை பெறச் சிறந்தது.
3. நேரம், உழைப்பு, செலவு என்பன குறைவு.

கிதனது தீமைகள்

1. தரவு பற்றிய நம்பகத்தன்மை இன்மை.
2. தொலைபேசி வசதியற்ற இடங்களுக்குப் பொருத்தமற்றது

வினாக்கொத்து (Questionnaire)

யாதேனும் ஒரு நோக்கத்திற்குரிய தகவல்களைப் பெற்றுக் கொள்வதற்காக ஆய்வுக்குள்ளாவோரால் நிரப்பப்படுகின்ற முறையாகத் தயாரிக்கப்பட்ட வினாக்கள் அபங்கிய ஓர் ஆவணமாகும்.

வினாக்கொத்து தயாரிக்கும் போது கையாளப்படுகின்ற படிமுறைகள்

1. வினாக்கொத்தினுள் அமையும் வினாக்கள் ஆய்வுக்குட்பட்டதாக இருத்தல் வேண்டும்.
2. ஆய்வுக்குத் தேவையான வினாக்களைக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.
3. வினாக்கள் இலகுவாக விளங்கக் கூடியதாக இருத்தல் வேண்டும்.
4. வினாக்கள் ஒழுங்கு முறையாக ஒழுங்குபடுத்தப்பட்டிருத்தல் வேண்டும்.
5. சிக்கலான கணிப்புக்கள் இல்லாமல் இருத்தல் வேண்டும்.

சிறந்த வினாக்கொத்தின் சிறப்பியல்புகள்

1. எளிதாக இருத்தல்.
2. இலகுவாக விளங்கிக் கொள்ளக் கூடியதாக இருத்தல்.
3. பக்கச்சார்பு அற்ற வினாக்களைக் கொண்டிருத்தல்.
4. நிச்சயமற்ற கருத்துக்கொண்ட சொற்கள் பயன்படுத்தப்படாமை.
5. தகவல்களின் செம்மையை சோதிக்கக் கூடியதாக இருத்தல்.
6. வினாக்கொத்து தேவைக்கதிகமாக நீண்டு காணப்படாமை.

தகவல் சேகரிப்போரிடத்து காணப்பட வேண்டிய சிறப்பியல்புகள்

1. உத்திகளைக் கையாளும் தன்மை.
2. நட்புணர்வையும், நம்பிக்கையினையும் கட்டியெழுப்பிக் கொள்ளும் ஆற்றல்.
3. அர்ப்பணிப்பு.
4. தகவல்களை வெளியிடத் தூண்டுதல்.
5. ஆய்வுக்குள்ளாவோரைக் கஷ்ட நிலைமைகளுக்கு உள்ளாக்காது இருத்தல்.
6. கருத்துக்களை தெளிவாக வெளியிடும் தன்மை.
7. மறைமுக வினாக்கள் மூலம் தகவல்களை பெற்றுக் கொள்ளல்.
8. மறைமுக வினாக்கள் மூலம் தகவல்களை பெறக்கூடிய தன்மையைக் கொண்டிருத்தல்.

முற்சோதனை நடாத்தல் (Pretest)

வினாக்கொத்தில் உள்ள குறைபாடுகளை திருத்தி அமைப்பதற்காக ஒரு சில மாதிரியினருக்கு வழங்கிப் பெறும் தகவலின் அடிப்படையில் நடாத்தப்படும் ஆய்வே முற்சோதனை ஆகும்.

அலகு - 02

சலாகை வரைபுகள் (Bar Charts)

எளிய சலாகை வரைபு (Simple Bar Charts)

சாதாரணமாக ஒருவர் விரைவாக விளங்கிக் கொள்ளக் கூடியவராகத் தகவல்களைச் சமன்பிக்கும் ஒரு முறையே சலாகை வரைபு முறையாகும். சலாகை வரைபுகள் கிடையாகவோ அல்லது நிலைக்குத்தாகவோ அமையலாம்.

சலாகை வரைபுகள் தயாரிக்கும் போது கவனத்தில் கொள்ள வேண்டிய அம்சங்கள்

1. சலாகைகளின் அகலம் சீரானதாக இருத்தல் வேண்டும்.
2. சலாகைகளுக்கு இடையிலான இடைவெளி சீரானதாக இருத்தல் வேண்டும்.
3. சலாகைகள் கிடையாகவோ அல்லது நிலைக்குத்தாகவோ அமைத்தல் வேண்டும்.
4. பயன்படுத்தப்படும் அளவிடைகள் தெளிவாகக் காட்டப்படல் வேண்டும்.

பின்வருவனவற்றை எளிய சலாகை வரைபின் மூலம் குறித்துக் காட்டுக?

a)	ஆண்டு	விற்பனை
	1990	21
	1991	15
	1992	18
	1993	21
	1994	24

b)	வகை	அளவு
	சோளம்	200
	அரிசி	300
	குரக்கன்	100
	கோதுமை	400

c)	ஆண்டு	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
	1990	4500
	1981	5000
	1982	3700
	1983	2600
	1984	6000

கூட்டுச் சலாகை வரைபுகள் (Component Bar Chart)

யாதேனும் நிகழ்வு பல கூறுகளைக் கொண்டிருப்பின் அவ்வாறான நிகழ்வின் வேறுபாடுகளையும், கூறுகளின் வேறுபாடுகளையும் காட்டுவதற்காக கூட்டுச் சலாகை வரைபுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றது. ஒவ்வொரு கூறினதும் பருமனுக்கு, விகித சமமாக நிகழ்வுக்குரிய சலாகையைப் பகுதிகளாக வகுப்பதன் மூலம் கூட்டுச் சலாகை வரைபை அமைத்துக் கொள்ளலாம். தரப்பட்ட தரவுகளை சதவீதத்திற்கு மாற்றிய பின் அமைக்கப்படும் சலாகை வரைபானது சதவீத கூட்டுச் சலாகை வரைபு எனப்படும்.

பின்வருவனவற்றை கூட்டச் சலாகை முலமும், சதவீதக் கூட்டுச் சலாகை முலமும் காட்டுக?

a)	வகை	ஆண்டுகள்		
		2000	2001	2002
	சோளம்	4500	1300	5800
	அரிசி	5000	2100	7100
	குரக்கன்	3700	1300	5000
	கோதுமை	2600	1500	4100

b) வகை	ஆண்டுகள்			
	2000	2001	2002	2003
X	200	450	130	500
Y	300	500	210	410
Z	100	370	130	450

பல்தர சலாகை வரைபுகள் (Multiple Bar Charts)

ஒன்றுக்கொன்று வேறுபட்ட சில சம்பவங்களின் வேறுபாடுகளைக் காட்டுவதற்காக பல்தர சலாகை வரைபுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றது. குறித்த சம்பவங்களின் சலாகைகளை ஒன்றுடன் ஒன்று இணைந்திருக்குமாறு அருகருகே வரைவதன் மூலம் இச்சலாகை வரைபுகளை வரைந்து கொள்ளலாம்.

பின்வருவனவற்றை பல்தர சலாகை வரைபின் மூலம் காட்டுக

a) வகை	ஆண்டுகள்		
	2000	2001	2002
சோளம்	4500	1300	5800
அரிசி	5000	2100	7100
குரக்கன்	3700	1300	5000
கோதுமை	2600	1500	4100

b) வகை	ஆண்டுகள்			
	2000	2001	2002	2003
X	200	450	130	500
Y	300	500	210	410
Z	100	370	130	450

வட்ட வரைபுகள் (Pie Charts)

பெறப்பட்ட தரவானது வட்டத்தின் பரப்புக்கு நேர்விகித சமமாக அமையும் வண்ணம் வட்டத்தை வகுப்புக்களாகப் பிரித்து குறித்துக் காட்டுதல் ஆகும்.

பின்வருவனவற்றை வட்டவரைபின் மூலம் குறித்துக்காட்டுக?

a) வருடம்	சனத்தொகை
1980	200
1981	400
1982	600
1983	800

b) பீடம்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
கலைப்பீடம்	500
வணிகப்பீடம்	400
விஞ்ஞானப்பீடம்	300

லோரன்ஸ் வளையி (Lorren Curve)

இரு மாறிகளுக்கிடையிலான தொடர்பை விளக்குவதற்கு லோரன்ஸ் வளையி உகந்தது. வளையியானது சதவீதத்தில் வரையப்படுவதால் தரப்பட்ட தரவானது சதவீதத்திற்கு மாற்றுதல் வேண்டும். X, Y அகிய இரு அச்சுக்களிலும் ஒரே அளவுத்திட்டத்தில் அளக்கப்பட்டு இரு மாறிகளின் திரள் சதவீதங்கள் குறிக்கப்பட்டு அவற்றிற்கு எதிராக வரையப்படும் வளையியானது லோரன்ஸ் வளையி என அழைக்கப்படும்.

பின்வரும் தரவுகளுக்குரிய லோரன்ஸ் வளையியினை வரைக.

a)	உற்பத்தி	கேள்வி
	44	32
	54	22
	36	24
	24	20
	18	24
	15	26
	09	56

b)	X	Y
	88	300
	80	452
	64	740
	50	664
	48	486
	40	1148
	30	4210

Z வளையி (Z. Curve)

வளையியானது தனிப்பட்ட ஒரு சில தேவைகளின் நிமிர்த்தம் வரையப்படுகின்றது. அதாவது இரண்டு காலத்திடன் மாறும் தரவுகளை ஒப்பிட்டுப்பார்ப்பதற்கு இவ்வளையி உதவுகின்றது. இவ்வளையியானது மூன்று வெவ்வேறு வரைபுகளால் ஆக்கப்பட்டுள்ளது.

1. மாத விற்பனை
2. திரள் மாத விற்பனை
3. நகரும் மொத்த விற்பனை

இவற்றுக்கு எதிராக காலம் குறிக்கப்பட்டு வரையும் போது Z வடிவத்தில் அமைவதால் இது Z வளையி என அழைக்கப்படுகின்றது.

பின்வரும் தரவுகளுக்குரிய Z' வளையியை வரைக

a) மாதம்	உற்பத்தி	
	2001	2002
ஜனவரி	25	30
பெப்ரவரி	45	50
மார்ச்	50	50
ஏப்ரல்	65	70
மே	80	80
யூன்	85	90
யூலை	90	100
ஓகஸ்ட்	100	110
செப்டம்பர்	75	100
அக்டோபர்	60	70
நவம்பர்	35	50
டிசம்பர்	20	35

b) மாதம்	விற்பனை	
	2000	2001
ஜனவரி	150	162
பெப்ரவரி	154	163
மார்ச்	183	171
ஏப்ரல்	162	158
மே	181	173
யூன்	149	145
யூலை	130	121
ஓகஸ்ட்	152	138
செப்டம்பர்	186	172
அக்டோபர்	199	175
நவம்பர்	193	163
டிசம்பர்	168	152

மீடறன் பரம்பலும் மீடறன் வளையிகளும்

முலத்தரவு (Raw Data)

ஒழுங்கமைக்கப்படாத எண்களைக் கொண்ட தொகுதியே முலத்தரவு எனப்படும்.

மீடறன் (Frequency)

ஒவ்வொரு தரவின் அல்லது ஒரு தொகுதி தரவின் ஒவ்வொரு எண்ணிக்கையையும் மீடறன் குறிக்கும்.

மீடறன் பரம்பல் (Frequency Distribution)

புள்ளிவிபரத் தரவுகளை ஒழுங்குபடுத்தி சீ செய்து மீடறன் பரம்பல் எனப்படும். இது ஒரு வகைப்படும்.

1. தொகுதிகளாக்கப்படாத மீடறன் பரம்பல்

(Ungrouped Frequency Distribution)

ஒவ்வொரு தரவுக்குமுரிய எண்ணிக்கையைக் காட்டும் அட்டவணை தொகுதிகளாக்கப்படாத தரவுக்குரிய மீடறன் பரம்பல் எனப்படும்.

2. தொகுதிகளாக்கப்பட்ட மீடறன் பரம்பல்

(Grouped Frequency Distribution)

ஒரு தொகுதி புள்ளிகளை ஒன்றுசேர்ந்து அத்தொகுதியின் எண்ணிக்கையை காட்டும் அட்டவணை தொகுதியாக்கப்பட்ட தரவுக்குரிய மீடறன் பரம்பல் எனப்படும்.

வரைபுக்குறி (Tally Marks)

இது சரிவுக்கோடுகளால் குறித்துக்காட்டப்படும் ஒரு சரிவுக்கோடு ஒன்று எனக்கொள்ளப்படும். ஐந்தாவது சரிவுக்கோடு போடப்பட்ட நான்கையும் குறுக்கிட்டுச் செல்லும்.

கூட்டமாக்கப்பட்ட மீறன் அட்டவணையை தயாரிப்பதற்கான படிமுறைகள்

1. ஆகக்கூடிய பெறுமதியில் இருந்து ஆகக்குறைந்த பெறுமதியை கழித்து தரப்பட்ட தரவின் வீச்சைக் காணுதல்
2. $1+3.3 \log N$ என்பதில் பிரதியிட்டு வகுப்புக்களின் எண்ணிக்கையைக் காணுதல்
3. வீச்சை வகுப்புக்களின் எண்ணிக்கையால் வகுத்து வகுப்பாயிடையின் பருமனைக் காணுதல்
4. தரப்பட்டுள்ள பெறுமானங்கள் அடங்கும் வகுப்பாயிடைகளுக்கு வரைபுக்குறிகள் இட்டு மீறன் அட்டவணையைத் தயாரித்தல்

ஒரு பாடத்தில் 25 மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளது இவற்றை மீறன் பரம்பல் அட்டவணையில் குறித்துக்காட்டுக.

a)	25	17	24	25	20
	40	40	46	70	24
	30	60	53	40	28
	60	70	60	30	28
	20	70	70	40	40

b) நேர்முகப் பரீட்சை ஒன்றின் போது 50 தேர்வுநாடிகள் பெற்றுக் கொண்ட புள்ளிகளை பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது. இவற்றை மீறன் பரம்பல் அட்டவணையில் குறித்துக்காட்டுக?

68	65	73	90	95	85	66	77	96	95
73	75	81	93	88	63	78	69	78	60
61	88	68	62	59	93	82	74	89	79
84	75	60	62	78	75	75	68	61	83
79	82	74	71	76	72	94	60	75	71

திரள் மீடிறன் பரம்பல் (Cumulative Frequency Distribution)

யாதேனும் ஒரு வகுப்பின் மேல் எல்லையை விடக் குறைந்த பெறுமானங்களைக் கொண்ட வகுப்புக்கள் அனைத்தினதும் மீடிறன்களின் கூட்டுத்தொகை வகுப்பின் மிகக்குறைந்த திரள் மீடிறன் என்றும், ஒரு வகுப்பின் கீழ், எல்லையை விடக் கூடிய பெறுமானங்களைக் கொண்ட வகுப்புக்கள் அனைத்தினதும் மீடிறன்களின் கூட்டுத்தொகை அவ் வகுப்பின் மிகக்கூடிய திரள் மீடிறன் எனவும் அழைக்கப்படும்.

சார்பு மீடிறன் பரம்பல் (Relative Frequency Distribution)

மீடிறன் பரம்பல் அட்டவணையில் மீடிறனை சதவீதத்திற்கு மாற்றி பெறப்படுவது சார்பு மீடிறன் பரம்பல் எனப்படும்.

சார்பு திரள் மீடிறன் பரம்பல்

(Relative Cumulative Frequency Distribution)

ஒவ்வொரு வகுப்பாயிடைக்கும் உரிய திரள் மீடிறனை சதவீதத்திற்கு மாற்றி அமைக்கப்படும் அட்டவணை சார்பு திரள் மீடிறன் பரம்பல் எனப்படும்.

Class	F	சார்பு மீடிறன்	சார்பு திரள் மீடிறன்
25 - 35	5	20	20
35 - 45	6	24	44
45 - 55	5	20	64
55 - 65	2	08	72
65 - 75	3	12	84
75 - 85	4	16	100

திரள் மீடிறன் வளையி (Ogive)

திரள் மீடிறன் பரம்பலுக்குரிய வளையி திரள் மீடிறன் வளையி எனப்படும். இது இருவகைப்படும்.

1. கீழின திரள் மீடிறன் வளையி (Less than Ogive)

கீழின திரள் மீடிறன் வளையியானது மிகக் குறைந்த திரள் மீடிறனுக்கு எதிராக அதற்கேற்ப தொடர்ச்சியாக்கப்பட்ட வகுப்பாயிடையின் மேல் எல்லைக்கு எதிராக வரையப்படும் வரைபாகும்.

2. மேலின திரள் மீடிறன் வளையி (More than Ogive)

மேலின திரள் மீடிறன் வளையியானது மிகக்கூடிய திரள் மீடிறனுக்கு எதிராக அதற்கு ஏற்ற தொடர்ச்சியாக்கப்பட்ட வகுப்பாயிடையின் கீழ் எல்லைக்கு எதிராக வரையப்படும் வரைபாகும்.

1. பின்வரும் தரவிற்குரிய திரள் மீடிறன் வளையிகளை வரைக

a)	வகுப்பாயிடை	மீடிறன்
	55 - 64	09
	65 - 74	13
	75 - 84	17
	85 - 94	08
	95 - 104	03

b)	வகுப்பாயிடை	மீடிறன்
	50 - 60	08
	60 - 70	13
	70 - 80	15
	80 - 90	09
	90 - 100	03

02. தரப்பட்ட தரவிற்குரிய கீழின் திரள் மீடறன் வளையீயை வரைந்து
கிடையம், முதலாம் காலணை, முன்றாம் காலணை என்பவற்றின்
பெறுமதியைக் காண்க?

a)	வகுப்பு	மீடறன்
	120 - 129	10
	130 - 139	28
	140 - 149	44
	150 - 159	62
	160 - 169	30
	170 - 179	18
	180 - 189	08

b)	வகுப்பு	மீடறன்
	0 - 10	03
	10 - 20	09
	20 - 30	15
	30 - 40	30
	40 - 50	18
	50 - 60	05

வலையுரு வரையம் (Histogram)

வலையுரு வரையம் என்பது மீடறன் பரம்பலொன்றினை வரைபு மூலம் வகைக்குறிக்கும் ஒரு முறையாகும். வகுப்பாயிடைகளின் பருமன், மீடறன், ஆகியவற்றைக் கவனத்தில் கொண்டு ஒன்றுடன் ஒன்று இணைந்திருக்குமாறு செவ்வகத் தொகுதி ஒன்றினைக் கட்டியெழுப்புவதன் மூலம் வலையுரு வரைபு பெறப்படுகின்றது. வரையப்படுகின்ற ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு தரப்பட்ட மீடறனுக்கு விகித சமனாகுமாறு வரையப்பட வேண்டும்.

1. பின்வரும் தரவுகளுக்குரிய வலையுரு வரையத்தினை வரைக?

a)	வகுப்பு	மீழறன்
	0 - 10	05
	10 - 20	08
	20 - 30	10
	30 - 40	14
	40 - 50	11
	50 - 60	06
	60 - 70	03

b)	வகுப்பு	மீழறன்
	20 - 24	04
	25 - 29	05
	30 - 34	12
	35 - 39	25
	40 - 44	31
	45 - 49	10
	50 - 54	08
	55 - 59	05
	60 - 64	02

c)	வகுப்பு	மீழறன்
	10 - 15	07
	15 - 20	19
	20 - 25	27
	25 - 30	15
	30 - 40	12
	40 - 50	17
	50 - 60	05

02. தரப்பட்ட தரவிற்குரிய வலையுரு வரையத்தீனை வரைந்து ஆகாரத்தின் பெறுமதியைக் காண்க?

a)	வகுப்பு	மீடறன்
	50 - 60	06
	60 - 70	09
	70 - 80	15
	80 - 90	25
	90 - 100	13
	100 -110	07
	110 -120	05

b)	வகுப்பு	மீடறன்
	20 - 24	04
	25 - 29	05
	30 - 34	12
	35 - 39	15
	40 - 44	31
	45 - 49	10
	50 - 54	08
	55 - 59	05
	60 - 64	02

மீடறன் பல்கோணி (Frequency Polygon)

வலையுரு வரையத்தில் காணப்படும் செவ்வக சலாகைகளின் உச்சியில் உள்ள நடுப்புள்ளிகளை நேர்கோட்டினால் இணைத்துப் பெறப்படுவது மீடறன் பல்கோணி எனப்படும்.

மீடிறன் வளையி (Frequency Curve)

வலையுரு வரையத்தில் காணப்படும் செவ்வக சலாகைகளின் உச்சியில் உள்ள நடுப்புள்ளிகளை சீரான வளையியினால் இணைத்து பெறப்படுவது மீடிறன் வளையி எனப்படும்.

பின்வரும் தரவுகள் ஒவ்வொன்றுக்கும் மீடிறன் பல்கோணி, மீடிறன் வளையி என்பவற்றை வரைக.

a)	வகுப்பு	மீடிறன்
	41 - 50	03
	51 - 60	08
	61 - 70	20
	71 - 80	12
	81 - 90	05
	91 - 100	02

b)	வகுப்பு	மீடிறன்
	10 - 15	11
	15 - 20	20
	20 - 25	35
	25 - 30	20
	30 - 35	08
	35 - 40	06

அலகு - 04

மைய நாட்ட அளவீடுகள் (Measures Of Central Tendency)

மைய நாட்டம்

தரவுக் கூட்டம் ஒன்றின் மையப் பெறுமதியினை காட்டக்கூடிய ஒரு தனிப்பெறுமானம் மையநாட்டம் எனப்படும் என்பரம்பலொன்றில் உள்ளடக்கப்படும் தகவல்களை சுருக்கிக்காட்டக்கூடிய ஒரு பெறுமானம் என்ற வகையில் மைய நாட்ட அளவீடுகள் முக்கியத்துவம் பெறுகின்றன.

இடை, இடையம், ஆகாரம் என்பன மையநாட்ட அளவீடுகள் எனப்படும்.

இடை (Mean)

மொத்தத் தரவுகளின் கூட்டுத்தொகைக்கும் தரவுகளின் எண்ணிக்கைக்கும் இடையில் உள்ள விகிதம் இடை ஆகும்.

இடையானது

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

$$\bar{X} = A + \bar{d}$$

$$\bar{X} = A + C\bar{V}$$

என்பதில் பிரதியிடுவதன் மூலம் பெறப்படும்.

இங்கு,

N - தரவுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை

A - உத்தேச இடை அல்லது எடுகொண்ட இடை

C - வகுப்பின் பருமன்

இடையம் (Median)

எண் பரம்பல் தரப்படுமிடத்து அதனை ஏறுவரிசையில் அல்லது இறங்கு வரிசையில் ஒழுங்குபடுத்திய பின் அவ்வொழுங்கின் நடு உறுப்பின் பெறுமானம் தரப்பட்ட தரவுத் தொகுதிக்கான இடையம் எனப்படும். சில பரம்பல்களில் திறந்த வகுப்பாயிடை உள்ள நிலைமைகளில் இடையம் மிகவும் பொருத்தமான ஒரு மைய நாட்ட அளவீடாகும்.

கூட்டமாக்கப்படாத தரவுத் தொகுதிக்கான இடையத்தின் நிலை காண்பதற்கு $\frac{N+1}{2}$ என்பதில் பிரதியிட வேண்டும்.

கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுத்தொகுதிக்கான இடையத்தின் நிலை காண்பதற்கு $\frac{N}{2}$ என்பதில் பிரதியிட்டு இடையத்தைக் கொண்ட வகுப்பாயிடை தெரிவு செய்யப்படும்.

இடையமானது

$$\text{இடையம்} = L + \frac{(N - C.F.) \cdot C}{f_{me}}$$

என்பதில் பிரதியிட்டு இடையம் கண்டுபிடிக்கப்படும்.

இங்கு

- L - இடையத்தைக் கொண்ட வகுப்பாயிடையின் கீழ் எல்லைப்பெறுமதி (தொடர்ச்சியாக்கப்பட்ட நிலையில்)
- N - மொத்தத் தரவுகளின் எண்ணிக்கை
- C - இடையத்தைக் கொண்ட வகுப்பாயிடையின் பருமன்
- C, F - இடைய வகுப்பாயிடையின் பெறுமதிக்கு கீழ் பெறுமதியைக் கொண்ட வகுப்பினது திரள்மீறன்
- f_{me} - இடைய வகுப்பாயிடைக்குரிய மீறன்

ஆகாரம் (Mode)

புள்ளிவிபரத் தரவுகளின் பரம்பலில் எந்த தரவு அகக்கூடிய தடவைகள் நிகழ்கின்றதோ அத்தரவே பரம்பலின் ஆகாரமாக அமையும். சில சமச்சீரற்ற பரம்பலின் பிரதிநிதித்துவம் பெறுமானமாக ஆகாரம் முக்கியத்துவம் பெறுகின்றது.

கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுத்தொகுதியாயின் ஆகாரத்தைக் கொண்ட வகுப்பாயிடை, தெரிவு செய்யப்படவேண்டும்.

$$\text{ஆகாரம்} = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) - C$$

என்பதில் பிரதியிட்டுப் பெறப்படும்.

இங்கு

L -ஆகாரத்தைக் கொண்ட வகுப்பாயிடையின் கீழ் எல்லைப் பெறுமானம் (தொடர்ச்சியாக்கப்பட்ட நிலையில்)

Δ_1 -ஆகார வகுப்பின் மீடறனுக்கும் அவ் வகுப்பின் கீழ்ப் பெறுமதியைக் கொண்ட அடுத்த வகுப்பின் மீடறனுக்கும் இடையில் உள்ள வித்தியாசம்

Δ_2 -ஆகார வகுப்பின் மீடறனுக்கும், அவ்வகுப்பின் மேல் பெறுமதியைக் கொண்ட அடுத்த வகுப்பின் மீடறனுக்கும் இடையில் உள்ள வித்தியாசம்

C -ஆகார வகுப்பின் பருமன்

01. பின்வரும் தரவுகள் ஒவ்வொன்றிற்கும் இடை, இடையம், ஆகாரம், என்பவற்றின் பெறுமதிகளைக் காண்க?

I. 5, 5, 5, 2, 3, 2, 4, 4, 4, 6

II. 45, 55, 50, 45, 40, 55, 45, 45, 55, 43, 55

III.	X	F _x	IV	X	F ₁
	5	3		6	4
	2	2		7	6
	3	1		8	9
	4	3		9	5
	6	1		10	2

V.	வகுப்பு	மீடறன்	VI.	வகுப்பு	மீடறன்
	0 - 10	10		10 - 14	11
	10 - 20	25		15 - 19	20
	20 - 30	30		20 - 24	35
	30 - 40	20		25 - 29	20
	40 - 50	05		30 - 34	08
	50 - 60	10		35 - 39	06

02. ஒரு கம்பனியிலிருந்து எழுமாற்று அடிப்படையில் தெரிவு செய்யப்பட்ட 60 ஊழியர்களின் நாளாந்தக் மூலி பின்வருமாறு தரப்பட்டுள்ளது.

78	35	90	88	89	47	75	40	92	73
73	76	60	67	84	70	94	97	92	80
77	77	74	84	93	78	65	56	71	84
74	92	79	90	81	69	72	62	83	74
77	78	68	88	86	72	72	67	43	94
73	62	88	89	33	53	74	56	82	66

- 1) 31- 40, 41 - 50, 51 - 60 என்ற சமவகுப்பு இடைவெளிகளைக் கொண்ட ஓர் மீடறன் பரம்பலை அமைக்க.
- 2) இடை, இடையம், ஆகாரம் என்பவற்றின் பெறுமதியைக் காண்க.

சார்பு இடம் காணல் அளவீடுகள்

சார்பு இடம் காணல் அளவைகள்

எண் பரம்பல் ஒன்றிற்குரித்தான எண் ஒன்றின் சார்பு, இட அமைவினைத் தீர்மானிக்கும் அளவீடுகள் சார்பு, இடம் காணல் அளவீடுகளாகும். அவையாவன. காலணை, தசமனை, சதமனை ஆகும்.

காலணை (Quartile)

தரப்பட்ட பரம்பல் ஆனது ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்திய பின்பு தரப்பட்ட பரம்பலை நான்கு சமமான பகுதிகளாகப் பிரிக்கம் மூன்று தானங்களின் பெறுமானங்கள் காலணைகள் எனப்படும். இவை முறையே Q_1 (முதலாம் காலணை, அல்லது கீழ் காலணை) எனவும், Q_2 (இரண்டாம் காலணை) எனவும், Q_3 (மூன்றாம் காலணை அல்லது மேல் காலணை) எனவும் அழைக்கப்படும்.

கூட்டமாக்கப்படாத தரவுத் தொகுதிக்கு,

$$Q_1 \text{ இன் நிலை} = \frac{N+1}{4}$$

$$Q_2 \text{ இன் நிலை} = \frac{(N+1)}{4} \times 2$$

$$Q_3 \text{ இன் நிலை} = \frac{(N+1)}{4} \times 3$$

கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுத்தொகுதிக்கு,

$$Q_1 \text{ இன் நிலை} = \frac{N}{4}$$

$$Q_1 = L + \left(\frac{\frac{N}{4} - Cf}{F_{Q_1}} \right) \cdot C$$

$$Q_2 \text{ இன் நிலை} = \frac{N}{4} \times 2$$

$$Q_2 = L + \left(\frac{\frac{2N}{4} - Cf}{F_{Q_2}} \right) \cdot C$$

$$Q_3 \text{ இன் நிலை} = \frac{N}{4} \times 3$$

$$Q_3 = L + \left(\frac{\frac{3N}{4} - Cf}{F_{Q_3}} \right) \cdot C$$

என்பவற்றில் பிரதியிட்டுப் பெறப்படும்.

பின்வரும் தரவுத்தொகுதிகளுக்கு Q_1, Q_2, Q_3 , என்பவற்றைக் காண்க?

1. 26, 30, 4, 18, 40, 12, 6, 48, 36, 10, 22

2. X	Fi	3. வகுப்பாயிடை	மீடறன்
130	3	10 - 14	11
135	4	15 - 19	20
140	6	20 - 24	35
145	6	25 - 29	20
146	3	30 - 34	08
148	5	35 - 39	06
149	2		
150	1		
157	1		

தசமணை (Deciles)

தரப்பட்ட பரம்பல் ஆனது ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்திய பின்பு தரப்பட்ட பரம்பலை பத்து சமமான பகுதிகளாகப் பிரிக்கும் ஒன்பது தானங்களின் பெறுமானங்கள் தசமணைகள் எனப்படும். இவை $D_1, D_2, D_3, \dots, D_9$, எனக் குறிக்கப்படுவதுடன் D_1 முதலாம் தசமணை எனவும், D_2 , இரண்டாம் தசமணை எனவும் குறிப்பிடுவது போன்று ஒன்பது தசமணைகளும் அவ்வாறே அழைக்கப்படும்.

பின்வரும் தரவுத்தொகுதி ஒவ்வொன்றிற்கும் D_3, D_6, D_8 என்பவற்றின் பெறுமதிகளைக் காண்க?

1. 18, 42, 24, 13, 26, 22, 14, 36, 18, 28, 32, 35, 44, 50, 35, 31, 12, 10, 60, 64

2. X	Fi	3. வகுப்பு	மீடறன்
05	10	55 - 60	07
05.5	16	50 - 55	13
06	28	45 - 50	15
06.5	15	40 - 45	20
07	30	35 - 40	30
7.5	40	30 - 35	33
08	34	25 - 30	28
		20 - 25	14

சதமணை (Percentile)

தரப்பட்ட பரம்பல் ஆனது ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்திய பின்பு தரப்பட்ட பரம்பலை நூறு சமமான பகுதிகளாகப் பிரிக்கும் 99 தானங்களின் பெறுமானங்கள் சதமணை எனப்படும். இவை $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{99}$ எனக் குறிக்கப்படுவதுடன் P_1 முதலாம் சதமணை எனவும், P_2 இரண்டாம் சதமணை எனவும் குறிக்கப்படுவது போன்று 99 சதமணைகளும் அழைக்கப்படும்.

பின்வரும் தரவுத்தொகுதி ஒவ்வொன்றுசக்குமான P_{23}, P_{67}, P_{82} என்பவற்றின் பெறுமதிகளைக் காண்க?

1. 44, 43, 49, 47, 46, 39, 45, 46, 48, 47, 41, 41, 40, 42, 41, 47, 43, 41, 43, 46, 42

2. X	Fi	3. Class	Fi
05	20		
10	43	04 - 08	6
15	75	09 - 13	1
20	76	14 - 18	7
25	72	19 - 23	5
30	45	24 - 28	2
40	09		

அலகு - 06

பிரிகை அளவீடுகள்

பிரிகை / விலகல் (Variation / Deviation)

தரப்பட்ட பரம்பல் ஒன்றின் சரியானதும், முழுமையானதுமான விளக்கத்தைப் பெறுவதற்கு மையநாட்ட அளவைகள் மட்டும் போதுமானவையல்ல. அதனால் மீறன் பரம்பலின் பிரிகை பற்றியும் கருதவேண்டியது அவசியமாகின்றது. அவை நான்கு வகைப்படும்.

1. வீச்சு (Range)
2. காலணை விலகல் (Quartile Deviation)
3. இடைவிலகல் (Mean Deviation)
4. நியம விலகல் (Standard Deviation)

வீச்சு (Range)

மீறன் பரம்பலொன்றின் பரவலை அளப்பதற்குப் பயன்படுத்தக்கூடிய மிகவும் எளிய அளவை வீச்சு ஆகும். எண் பரம்பலில் காணப்படும் அதிகூடிய, அதிகுறைந்த பெறுமானங்களிடையேயான வித்தியாசம் வீச்சு எனப்படும்.

காலணை விலகல் / அரைக் காலணையிடை வீச்சு

(Quartile Deviation / Semi Quartile Range)

முன்றாம் காலணைக்கும், முதலாம் காலணைக்கும் இடையிலான வித்தியாசத்தின் அரைவாசி காலணை விலகல் எனப்படும்.

$$\text{காலணை விலகல்} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$\text{காலணை வீச்சு} = Q_3 - Q_1$$

இடை விலகல் (Mean Deviation)

எண்பரம்பலொன்றின் இடையிலிருந்து அவ்வெண்களின் விலகல்களினதும் தனிப்பெறுமானங்களின் (மட்டுப் பெறுமானங்களின்) இடையாகும்.

இடைவிலகலானது,

$$M.D = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} \text{ அல்லது } M.D = \frac{\sum F_i |x - \bar{x}|}{\sum F_i}$$

என்பதில் பிரதியிட்டுப் பெறப்படும்.

மாற்றிறன் (Variance)

எண் பரம்பல் ஒன்றின் இடையிலிருந்து அவ்வெண்களின் விலகல்களின் வர்க்கங்களின் சராசரியானது தரப்பட்ட எண் பரம்பலின் மாற்றத்திறன் எனப்படும்.

மாற்றற்றினானது

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} \text{ அல்லது } \sigma^2 = \frac{\sum F (x - \bar{x})^2}{\sum F}$$

என்பதில் பிரதியிட்டுப் பெறப்படும்.

நியம விலகல் (Standard Deviation)

எண் பரம்பல் ஒன்றின் மாற்றின் வர்க்கமூலமானது தரப்பட்ட எண் பரம்பலுக்கான நியம விலகல் எனப்படும். நியம விலகலானது,

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} \text{ அல்லது } \sigma = \sqrt{\frac{\sum F (x - \bar{x})^2}{\sum F}}$$

என்பதில் பிரதியிட்டுப் பெறப்படும்.

பின்வருவனவற்றிற்கு இடைவிலகல், நியமவிலகல், காலணை விலகல் என்பவற்றைக் காண்க?

1. 12, 20, 08, 26, 14

X	Fi
5	3
2	2
3	1
4	3
6	1

வகுப்பு	Fi
10 - 20	01
20 - 30	03
30 - 40	11
40 - 50	21
50 - 60	43
60 - 70	32
70 - 80	09

மாறல் குணகம் (Coefficient of Variation)

இரண்டு தொகுதித் தரவுகளின் மாறலை ஒப்பிடுவதற்கு இது பயன்படுத்தப்படுகின்றது. இதனை சார்பு அளவீடு எனவும் அழைக்கப்படும்.

$$\begin{aligned} \text{மாறல் குணகம்} &= \frac{\text{நியமவிலகல்}}{\text{கூட்டலிடை}} \times 100 \\ &= \frac{S.D}{\bar{X}} \times 100 \end{aligned}$$

1. A, B என்னும் இரு துடுப்பாட்ட வீரர்கள் 10 விளையாட்டுக்களில் பெற்றுக்கொண்ட ஓட்டங்களின் எண்ணிக்கை பின்வருமாறு தரப்பட்டுள்ளது இவர்களில் சிறந்த வீரர் யார் எனக் காண்க?

A	B
07	04
16	16
27	21
39	41
53	43
56	57
61	78
80	83
101	93
105	05

02. இரண்டு கிராமங்களின் வருமானம் பின்வரும் அட்டவணைமூலம் தரப்படுகின்றது. எந்தக் கிராமம் கூடிய வருமான விலகலைக் கொண்டது.

	கிராமம் A	கிராமம் B
மக்களின் எண்ணிக்கை	600	500
சராசரி வருமானம் (Rs)	175	186
மாற்றிறன் (Rs)	100	81

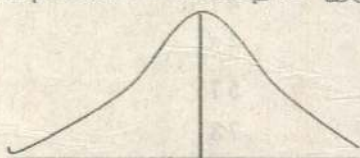
ஓராயமும் குடிலமும்

ஓராயம் (Skewness)

வளையி ஒன்றின் சமச்சீர் தன்மையை விளக்குவதற்கு ஓராயக் குணகம் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

சமச்சீரான வளையி (Symmetry Curve)

சமச்சீர்வளையி என்பது இடையில் இருந்து இரு பக்கமும் சமமான பரப்புக்களை உடையதாக இருக்கும்.

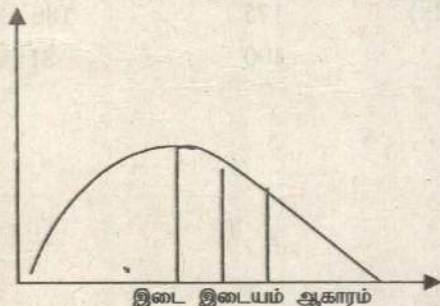


இடை
இடையம்
ஆகாரம்

நேர் ஓராய்வு / வலது பக்க ஓராய்வு (Positive Skewness)

புள்ளி விபரத் தொகுதியின் மீடறன் கீழ் மட்டத்தில் அதிகமாக இருப்பதுடன் மேல்மட்டத்தை நோக்கி குறைவடைந்து செல்லுமாயின் அது நேர் ஓராய்வு எனப்படும்.

அதாவது தரவுத் தொகுதியின் இடையின் பெறுமதியானது இடையத்தின் பெறுமதியை விடக் கூடுதலாக இருப்பின் அது நேர் ஓராய்வு எனப்படும்.

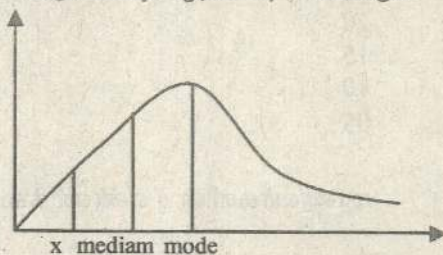


இடை இடையம் ஆகாரம்

மறை ஓராய்வு / கிடகூ பக்க ஓராய்வு (Negative Skewness)

புள்ளி விபரத் தொகுதியின் மீடிறன் மேல் மட்டத்தில் அதிகமாக இருப்பதுடன் கீழ்மட்டத்தை நோக்கி குறைவடைந்து செல்லுமாயின் அது மறை ஓராய்வு அல்லது எதிர் ஓராய்வு எனப்படும்.

அதாவது தரவுத் தொகுதியில் ஒன்றின் இடையின் பெறுமதியானது இடையத்தின் பெறுமதியை விடக் குறைவாக இருப்பின் அது மறை ஓராய்வு எனப்படும்.



பியர்சனின் ஓராய்வுக் குணகம் (Pearson's Coefficient of Skewness)

ஒரு மீடிறன் பரம்பலின் எண்கள் எந்த முறையில் படர்ந்து இருக்கின்றன என்பதை அளவிட பியர்சனினால் அறிமுகம் செய்யப்பட்ட முறையே பியர்சனின் ஓராய்வுக் குணகம் எனப்படும்.

$$SK_p = \frac{\bar{x} - \text{mode}}{S.D}$$

சில சந்தர்ப்பங்களில் ஆகாரத்தின் பெறுமதியானது ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பெறுமதியை எடுக்கும் இச்சந்தர்ப்பத்தில்

$$SK_p = \frac{3\bar{x} - (\text{mediam})}{S.D}$$

பௌலின் ஓராயக் குணகம் (Bowley's Coefficient of Skewness)

காலணைகளின் அடிப்படையில் அமைந்த ஓராய்வுத் தன்மையின் அளவீட்டினையே பௌலின் ஓராயக் குணகம் என அழைக்கப்படுகின்றது.

$$SK_B = \frac{Q_1 - 2Q_2 + Q_3}{Q_3 - Q_1}$$

பின்வருவனவற்றின் SK_p , SK_B என்பவற்றின் பெறுமதிகளைக் காண்க?

1. 2, 4, 6, 8, 10

2. X	F_i
0	05
1	10
2	15
3	20
4	25
5	20
6	15
7	10
8	05

3. புள்ளி	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
0 - 10	10
10 - 20	40
20 - 30	20
30 - 40	0
40 - 50	10
50 - 60	40
60 - 70	16
70 - 80	14

குடிலக் குணகம் (Coefficient of Kurtosis)

பரம்பலொன்றின் தன்மையை எடுத்துக்காட்டும் மற்றுமோர் அளவீடு இதுவாகும். மீடறன் பரம்பல் வளையி செவ்வன் வளையியாகவோ தட்டையான வளையியாகவோ உயர்ந்த உச்சியைக் கொண்ட வளையியாகவோ இருக்கும் என்பதை இவ்வளவீடு காட்டுகின்றது.

மிக உயர்ந்த உச்சியைக் கொண்ட வளையி உயர் குடிலம் எனவும் மிகவும் தட்டையான உச்சியைக் கொண்ட வளையி தாழ் குடிலம் எனவும் செவ்வன் பரம்பலின் தன்மையைக் கொண்ட வளையி சமகுடிலம் எனவும் அழைக்கப்படும்.

குடிலக்குணகம் $\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$

இங்கு, $\mu_4 = \frac{\sum (x - \bar{x})^4}{n}$

$$\mu_2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

$\beta_2 = 3$ ஆக இருப்பின் பரம்பல் ஆனது செவ்வன் வளையினை ஒத்திருக்கும்

$\beta_2 > 3$ ஆக இருப்பின் பரம்பலானது உயர்குடிலத்தை கொண்டது.

$\beta_2 < 3$ ஆக இருப்பின் பரம்பலானது தாழ் குடிலத்தைக் கொண்டது.

பின்வருவனவற்றின் குடிலக் குணகத்தைக் காண்க?

a)	வகுப்பு	Fi
	10 - 20	01
	20 - 30	20
	30 - 40	69
	40 - 50	108
	50 - 60	78
	60 - 70	22
	70 - 80	02

b) 20, 12, 18, 21, 23, 26

c)	X	Fi
	6	4
	7	6
	8	9
	9	5
	10	2

அலகு - 08

நிகழ்தகவு

நிகழ்தகவு (Probability)

எம்மால் பல நிகழ்தகவுகளை பார்க்கக்கூடியதாக இருக்கின்றது. அவற்றை நாம் மூன்று வகைகளாக வகைப்படுத்தலாம். அவையாவன

1. நிச்சயமாக நடைபெறும் நிகழ்வுகள்
2. நிச்சயமாக நடைபெறாத நிகழ்வுகள்
3. நிச்சயமாக கூறமுடியாத நிகழ்வுகள் என்பனவாகும்.

பயனிகழ்தகவுகளில் நிகழ்தகவின் முக்கியத்துவம்

1. புதிய பொருள் ஒன்றை சந்தைக்கு அறிமுகம் செய்து அதற்கு சிறந்த கேள்வி ஒன்றை ஏற்படுத்தல்.
2. வியாபாரப் போட்டியாளர்களின் உத்திசார் நடத்தையை அறிதல்.
3. கட்டளையிட்ட பொருள் ஒன்றை உரிய நேரத்தில் கிடைக்கப்பெறல்.

எளிய நிகழ்வு (Simple Event)

மேலும் எளிமைப்படுத்த முடியாத நிகழ்வு எளிய நிகழ்வு எனப்படும்.

முன்னறி பரிசோதனை (Random experiment)

சோதனையொன்றைச் செய்வதற்கு முன்னர் பெறப்படக்கூடிய பெறுபேறுகள் யாவை எனக் கூறமுடியாத பெறுபேறுகளைப் பற்றித்தரும் சோதனை எழுமாற்றச் சோதனை எனப்படும்.

நிகழ்வு வெளி (Sample Space)

எழுமாற்று பரிசோதனை ஒன்றில் பெறக்கூடிய எல்லா பெறுபேறுகளையும் கொண்ட தொடை மாதிரிவெளி எனப்படும். பாதுவாக மாதிரிவெளி S இனால் குறிக்கப்படும்.

மாதிரிப்புள்ளி (Sample Point)

எழுமாற்றுப் பரிசோதனை ஒன்றில் பெறப்படும் எளிய நிகழ்வுகள் மாதிரிப் புள்ளிகள் எனப்படும்.

மாதிரி வெளியை குறித்துக் காட்டும் முறை

1. தொடைகள்
2. மரவரிப்படங்கள்
3. புள்ளி வரைபு
4. படவரை

வரிசை மாற்றம் (Permutation)

தரப்பட்ட வேறு வேறான பொருட்களில் இருந்த முறைக்கு சிலவற்றையோ அல்லது எல்லாவற்றையுமோ எடுத்து செய்யப்படுகின்ற ஒவ்வொரு ஒழுங்கையும் வரிசை மாற்றம் என்பர்.

n வேறுவேறான பொருட்களிலிருந்து முறைக்கு r பொருட்கள் வீதம் எடுத்து செய்யப்படுகின்ற வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கையானது nP_r ஆல் தரப்படும்.

இங்கு
$$nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$
 ஆகும்.

- 1) 1, 2, 3, 4, 5 என்னும் 5 எண்களை பயன்படுத்தி 4 இலக்கமுடைய எத்தனை எண்களைப் பெறலாம்?

சேர்மானம் (Combination)

தரப்பட்ட வேறுவேறான பொருட்களில் இருந்து முறைக்கு சிலவற்றை எடுத்து செய்யக்கூடிய கூட்டங்களின் எண்ணிக்கை சேர்மானம் எனப்படும்.

n வேறுவேறான பொருட்களில் இருந்து முறைக்கு r பொருட்களாக எடுத்து செய்யப்படும் கூட்டங்களின் எண்ணிக்கை nC_r ஆல் தரப்படும்.

இங்கு
$$nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$
 ஆகும்.

- 1) 8 வித்தியாசமான சீட்டுக்களில் இருந்து 3 சீட்டுக்களை எடுப்பதற்கான வழிகள் எத்தனை?
- 2) ஒரு பையில் 7 சிவப்பு, 12 வெள்ளை, 4 பச்சை, பந்துகள் உள்ளன. இப்பையில் இருந்து மூன்று பந்து எழுமாறாக எடுக்கப்படுகின்றது.

பின்வற்றுக்கான நிகழ்தகவைக் காண்க?

I மூன்றும் வெள்ளையாக இருப்பதற்கான.....

II. மூன்றும் வெவ்வேறு நிறமாக இருப்பதற்கான.....

- 3) 15 பேர்களைக் கொண்ட மாணவர்களில் இருந்து 5 பேர்களைக் கொண்ட எத்தனை குழுக்களைக் தெரிவு செய்ய முடியும்.

கூட்டு நிகழ்ச்சி (Compound events)

பல எளிய நிகழ்ச்சிகளை ஒன்று சேர்த்தல் கூட்டு நிகழ்ச்சி என்பர்.

ஒன்றிப்பு (Union)

இரு தொடைகளின் ஒன்றிப்பு என்பது அவ்விரு தொடைகளுக்கும் உரிய மூலகங்களால் ஆக்கப்பட்ட ஓர் தொடையாகும்.

இடைவெட்டு (Intersection)

இரு தொடைகளின் இடைவெட்டு எனப்படுவது அவ்விரு தொடைகளுக்கும் உரித்தான பொது மூலகங்களால் அக்கப்பட்ட ஒரு தொடையாகும்.

நிரப்பி (Complement)

ஒரு தொடையினது மூலகங்கள் தவிர்ந்த எணைய மூலகங்களின் தொடையானது அத்தொடையின் நிரப்பி எனப்படும்.

$$P(A) + P(A') = 1$$

நிகழ்தகவின் கூட்டற்றகவு வீதி

A, B என்பன S எனும் மாதிரி வெளியில் உள்ள எவையேனும் இரு நிகழ்வுகள் எனின் A அல்லது B நிகழ்வின் நிகழ்தகவு $P(A \cup B)$ ஆகும்.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

தம்முள் புறநீங்கும் நிகழ்வுகள் (Mutually Exclusive Event)

இரு நிகழ்வுகள் ஒரே தடவையில் நிகழாது எனின் அவை தம்முள் புறநீங்கும் நிகழ்தகவு எனப்படும். A, B என்பன தம்முள் புறநீங்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனின்,

$$P(A \cap B) = 0 \text{ ஆகும்}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

01) கட்டட நிறுவனமொன்று A, B எனும் இரு ஒப்பந்தங்களுக்கே விண்ணப்பித்துள்ளது நிறுவனத்திற்கு ஒப்பந்தம் A ஜா பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{3}{5}$ உம் ஒப்பந்தம் B ஜா பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{3}$ உம் ஆகும். இரு ஒப்பந்தங்களையும் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{8}$ ஆக இருக்குமே போது குறைந்தபட்சம் ஓர் ஒப்பந்தமாவது பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

02) நிறுவனமொன்றின் செயலாற்று அதிகாரியொருவரது புகையிரதத்தில் சேவைக்கு வருதலின் நிகழ்தகவு $\frac{2}{3}$ ஆக இருப்பதோடு காரில் சேவைக்கு வருதலுக்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{5}$ ஆகும். அவர் புகையிரதத்தில் அல்லது காரில் சேவைக்கு வருதலுக்கான நிகழ்தகவு யாது?

03) Aயும், Bயும் தம்முள் புறநீங்கம் நிகழ்ச்சிகளாகும். $P(A)=0.4$,
 $P(B)=0.2$ எனவும் தரப்பட்டால் பின்வருவனவற்றை காண்க?

- a) $P(A')$
- b) $P(A \cup B)$
- c) $P(A \cap B)$

04) ஒரு பெட்டியில் 2சிவப்பு, 3நீல மாபிள்கள் உள்ளன இரண்டு மாபிள்கள் மீளவைப்பு செய்யாமல் எழுமாறாக எடுக்கப்படுகின்றது. பின்வருவனவற்றிற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க?

- a. இரண்டும் நீல நிற மாபிள்கள்
- b. இரண்டும் சிவப்பு நிற மாபிள்கள்
- c. ஒன்று சிவப்பு ஒன்று நீலம்

05. 52 விளையாட்டு சீட்டுக்களை கொண்ட சீட்டுப் பெட்டியில் இருந்து 3 ராஜா சீட்டுக்கள் எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க?

06. ஒரு பையில் 8 வெள்ளை, 3 சிவப்பு பந்துகள் உள்ளது. இரண்டு பந்துகள் எழுமாறாக எடுக்கப்பட்டால் பின்வருவனவற்றின் நிகழ்தகவைக் காண்க?

1. இரண்டும் வெள்ளைப்பந்துகள்
2. இரண்டும் சிவப்பு பந்துகள்
3. இரண்டும் வேறுவேறு நிறப்பந்துகள்

அலகு - 09

நிபந்தனை நிகழ்தகவு

நிபந்தனை நிகழ்தகவு (Conditional Probability)

A, B என்பன $P(B) \neq 0$ ஆகுமாறுள்ள இரு நிகழ்வுகள் எனின் நிகழ்ச்சி B நடை பெற்றதெனில் நிகழ்ச்சி A நடை பெறுவதற்கான நிபந்தனை நிகழ்தகவு $P(A/B)$ என தரப்படும்.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ என வரையறுக்கப்படும்.}$$

நிகழ்தகவு பெருக்கல் விதி (Multiplicative Law)

நிபந்தனை நிகழ்தகவு கோவையை குறுக்கே பெருக்கிப் பெறப்படுவது நிகழ்தகவு பெருக்கல் விதி எனப்படும்.

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A/B)$$

01. ஒரு தகப்பன் மது அருந்துவதற்கான நிகழ்தகவு 0.5 ஒரு மகன் மது அருந்துவதற்கான நிகழ்தகவு 0.4 தகப்பன் மது அருந்தினால் மகன் மது அருந்தவதற்கான நிகழ்தகவு 0.6 ஆகும்.

பின்வருவனவற்றின் நிகழ்தகவைக் காண்க?

1. தகப்பனும், மகனும் மது அருந்துதல்
 2. மகன் மது அருந்தினால் தகப்பன் மது அருந்துதல்
 3. இரண்டு பேரில் ஒருத்தராவது மது அருந்துதல்
02. ஒரு நிறுவனத்தில் பொருள் தட்டுப்பாடு காரணமாக அது நன்மதிப்பை இழப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.10 ஆகும். என நிறுவனம் அறிந்திருக்கிறது. எல்லாக் காரணங்களினாலும் நன்மதிப்பு இழப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.15 ஆகும். நன்மதிப்பை இழந்ததோடு பொருட்கள் முடிவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

03. பெட்டி ஒன்றினுள் உள்ள 10 உருகிகளுள் 3 பழுதடைந்தவை ஆகும். அடுத்தடுத்து இரு உருகிகள் எடுக்கப்படுகின்றன. முதலில் எடுத்த உருகி மீண்டும் வைக்கப்படவில்லை எனின் எடுத்த இரு உருகிகளும் பழுதடைந்தவையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க?

சாரா நிகழ்வுகள் (Independent)

எவையேனும் இரு நிகழ்வுகளுள் ஒரு நிகழ்வு நிகழுதல் அல்லது நிகழாதிருத்தல் மற்றைய நிகழ்வு நிகழ்வதன் மீது செல்வாக்கு செலுத்தாதெனின் அவ்விரு நிகழ்வுகளும் சாரா நிகழ்வுகள் எனப்படும்.

A, B என்பன சாரா நிகழ்வுகள் எனின்,

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \text{ ஆகும்.}$$

1. இப்பொழுதினில் இருந்து 20 வருடங்கள் ஒரு கணவனும் மனைவியும் உயிர்வாழ்வதற்கான நிகழ்தகவு முறையே 0.8 உம், 0.9 உம் ஆகும். பின்வருவனவற்றிற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க?
 - a. இருவரும் உயிர் வாழுதல்
 - b. இருவரும் உயிர் வாழாமைக்கான
 - c. குறைந்த ஒருவராவது உயிர் வாழ்வதற்கான

மரவரிப்படம்

எழுமாற்றுப் பரிசோதனை ஒன்றில் கிடைக்கும் மாதிரி வெளியை கிளை வடிவங்களில் குறித்துக் காட்டுதல் மரவரிப்படம் எனப்படும்.

01. A, B, C எனும் மூன்று பெட்டிகளுள் பின்வருமாறு மின்குமிழ்கள் அடுக்கப்பட்டுள்ளன.

- பெட்டி A - 20 மின்குமிழ்களுள் சேதமடைந்தவை 04
 பெட்டி B - 12 மின்குமிழ்களுள் சேதமடைந்தவை 01
 பெட்டி C - 16 மின்குமிழ்களுள் சேதமடைந்தவை 03

இவற்றுள் பெட்டி ஒன்று எழுமாறாக எடுக்கப்பட்டு அதிலிருந்து ஒரு மின்குமிழை எடுத்தால் அது சேதமடைந்துள்ளதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

02. தொழிற்சாலை ஒன்றின் உற்பத்திகளுள் 60% பொறி A இனாலும் 25% பொறி B இனாலும் 15% பொறி C இனாலும் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்றன. A, B, C, எனும் மூன்று பொறிகளின் உற்பத்திகளுள் முறையே 2%, 3%, 5% ஆனவை சேதமடைந்தவையாகும். இத்தொழிற்சாலையின் உற்பத்திகளுள் சேதமடைந்த உற்பத்தியைப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க?

அலகு - 10

நிகழ்தகவு பரம்பல்

எழுமாற்று மாறிகள் (Random Variables)

ஓர் எழுமாற்றுப் பரிசோதனையில் பெறப்படும் ஒவ்வொரு பெறுபேறுகளுடன் தொடர்புபட்டிருக்கும் எண்கள் எழுமாற்றுமாறிகள் எனப்படும். இது இரு வகைப்படும்.

1. பின்னக எழுமாற்று மாறிகள்
2. தொடர்ச்சி எழுமாற்று மாறிகள்

பின்னக எழுமாற்று மாறிகள் (Discrete Random Variables)

எழுமாற்று மாறி Xஎனின் Xஆனது சாத்தியமான முழு எண் பெறுமானங்களை எடுத்தல் பின்னக எழுமாற்று மாறி எனப்படும்.

தொடர்ச்சி எழுமாற்று மாறிகள் (Continuous Random Variables)

குறித்த வீச்சில் உள்ள எல்லாப் பெறுமானங்களும் ஏதேனும் எழுமாற்று மாறிக்கும் கிடைக்கப்பெறும் எனின் அவ்வாறான எழுமாற்று மாறியொன்று தொடர்ச்சி எழுமாற்று மாறியாகும்.

நிகழ்தகவு பரம்பல் (Probability Distribution)

நிகழ்தகவு மாறியொன்று எடுக்கக்கூடிய பல்வேறு பெறுமானங்கள் அவற்றின் நிகழ்தகவுகளுடன் அட்டவணையொன்றால் ஒழுங்குபடுத்தும் போது அது நிகழ்தகவுப் பரம்பல் என அழைக்கப்படும்.

எதிர்வுப் பெறுமானம்,

எழுமாற்று மாறியொன்றின் எதிர்வுப் பெறுமானம் என்பது நிகழ்தகவுப் பரம்பலொன்றின் இடை எனப்படும்.

$$E(x) = \sum x \cdot P(x)$$

ஈருறுப்பு முயல்கை

இரு பெறுபேறுகளை மாத்திரம் கொண்டமைந்த எழுமாற்று மாதிரியொன்று ஈருறுப்பு முயல்கை எனப்படும். இவற்றுள் ஒருபேறு வெற்றி எனவும், மற்றைய பேறு தோல்வி எனவும் கருதப்படும்.

ஈருறுப்பு பரம்பல் பயன்படுவதற்குரிய நிபந்தனை

1. நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை குறித்த முடிவுள்ளதாக இருத்தல் வேண்டும்.
2. ஒவ்வொரு நிகழ்வும் இரண்டு பேறுகளைக் கொண்டிருத்தல்
3. ஒரு நிகழ்வானது மற்றைய நிகழ்வில் சாராது இருக்க வேண்டும்.
4. ஒவ்வொரு முயல்கையின் போதும் வெற்றியீட்டுவதற்கான நிகழ்தகவு சமனாக இருக்க வேண்டும்.

ஈருறுப்பு பரம்பல் (Binomial Distribution)

ஒன்றில் ஒன்று தங்கியிராது (n) நிகழ்வுகளும் வெற்றியடைவதற்கான எழுமாற்று மாறி (x) எனவும், வெற்றியடைவதற்கான நிகழ்தகவு P எனவும் கொண்டால் ஈருறுப்பு பரம்பலில் பின்வருமாறு குறிக்கப்படும்.

$$x \sim \text{Bin}(n, p)$$

$$p[x = r] = nC_r p^r q^{n-r}$$

இங்கு, $p + q = 1$

ஈருறுப்பு பரம்பலின் இடை $\mu = np$ ஆலும் மாற்றின் $\sigma^2 = npq$ என்பதாலும் தரப்படும்.

01. ஒரு இயந்திரத்தினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் பொருட்களில் 3% பழுதானவையாகக் காணப்படுகின்றது. அவ்வுற்பத்தியில் இருந்து 5பொருட்கள் கொண்டமாதிரி தெரிவுசெய்யப்படுகின்றது. பின்வருவனவற்றுக்கான நிகழ்தகவைக் காண்க?

1. இரண்டு பழுதுகள் இருப்பதற்கான
2. ஐந்தும் நல்லவையாக இருப்பதற்கான

02. மாலை நேர பாடசாலை மாணவன் ஒருவன் பட்டதாரி ஆவதற்கான நிகழ்தகவு 0.3 ஆகும். 6 மாணவர்களைக் கொண்ட மாதிரியை கருதினால் பின்வருவனவற்றிற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க?

1. 4 மாணவர்கள் பட்டதாரி ஆவதற்கான
2. 6 மாணவர்களும் பட்டதாரி அல்லாதவர்களாக இருப்பதற்கான

03. குமிழ் முனைப்பேனா உற்பத்தி செய்யும் இயந்திரம் ஒன்று 20% பழுதான பேனாவை உற்பத்தி செய்கின்றது. 4 பேனாக்கள் கொண்ட மாதிரியைக் கருதினால் பின்வருவனவற்றிற்கான நிகழ்தகவைக் கணிக்க

1. நான்கும் நல்லவையாக இருப்பதற்கான
2. நான்கும் பழுதானவையாக இருப்பதற்கான
3. இரண்டு நல்லவையாக இருப்பதற்கான

04. ஒரு கோடாத நாணயம் 6 முறை சுண்டப்படும் போது அவற்றின் நிகழ்தகவை பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களில் காண்க?

1. இரண்டு தலை பெறுவதற்கான,
2. ஆகக் குறைந்தது 4 தலை பெறுவதற்கான,

05. ஒரு பரீட்சையில் சித்தியடையாத மாணவர்களின் சதவீதம் 40வீதம் ஆகும். 5 மாணவர்களை கொண்ட குழு தெரிவு செய்யப்படுகின்றது. பின்வருவனவற்றிற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க?

1. 3 மாணவர்கள் சித்தியடைந்து இருப்பதற்கான
2. 2 மாணவர்கள் சித்தியடைந்து இருப்பதற்கான

06. $n = 20, P = \frac{1}{5}$ எனின் இடை, நியமவிலகல் என்பவற்றைக் காண்க?

07.	x	0	1	2
	P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

இடை, நியமவிலகல், மாற்றிறன் என்பவற்றைக் காண்க?

08. ஈருறுப்பு பரம்பல் ஒன்றின் இடை 20 உம் நியமவிலகல் எனின் n, P, q ஐக் காண்க?

09. ஈருறுப்பு பரம்பல் ஒன்றின் இடை 7, மாற்றிறன் 11 எனவும் தரப்பட்டால் நீர் விளங்கிக் கொள்வது என்ன?

ஈருறுப்பு பரம்பல் பொருத்துகை (Fitting a Binomial Distribution)

அவதானித்த மீறன் பரம்பலில் இருந்து எதிர்பார்த்த மீறன்களை கணித்து இரு மீறன்களையும் ஒப்பிடுவதால் ஈருறுப்பு பரம்பலின் பொருந்துகை கணிக்கப்படுகின்றது.

கோடாத 5 தாயக்கட்டைகள் 200 தடவைகள் எறியப்படுகின்றது. இரண்டு இலக்கம் விழுந்தால் வெற்றி எனக் கொள்ளப்படுகின்றது. பெறப்பட்ட தரவுகள் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது எதிர்வு பெறுமானத்தை கணிப்பதன் மூலம் ஈருறுப்பு பரம்பலை பொருத்துக?

வெற்றிகளின் எண்ணிக்கை (x)	எறிதல்களின் எண்ணிக்கை (y)
0	08
1	30
2	64
3	60
4	25
5	13

புவசோன் பரம்பல் (Poisson Distribution)

காலத்தினதும் வெளியினதும் மீது பரம்பியுள்ள எழுமாற்று மாறிகளுக்கு பொருத்தமான நிகழ்தகவொன்றைக் கணிப்பதற்கு அநேகமான வேளைகளில் புவசோன் பரம்பலைப் பிரயோகிப்பர்.

பொய்சோன் பரம்பலின் பண்புகள்

- 1) ஈருறுப்பு பரம்பல் ஒன்றின் வெற்றிகளைப் பெறும் நிகழ்தகவு P சிறியதாகவும் நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை பெரியதாகவும் இருக்கும் போது ஈருறுப்பு பரம்பலின் அண்ணளவு ஒன்றாக புவசோன் பரம்பல் பயன்படுத்தப்படும்.
- 2) நிகழ்வு ஒன்றின் P மிகச் சிறியதாகவும் q அனேகமாக ஒன்றிற்கு சமனாகவும் இருக்கும் போது புவசோன் பரம்பல் பயன்படுத்தப்படும்.
- 3) பொய்சோன் பரம்பல் ஓர் ஓராயப் பரம்பலாகும்.

புவசோன் பரம்பலுக்குரிய நபந்தனைகள்

1. பொய்சோன் எழுமாற்று மாறி x ஆனது முழு எண்ணாக இருக்க வேண்டும்.
2. கால இடைவெளியானது மிகச்சிறிய பகுதியாக பிரிக்கபடின் பிரிக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு பகுதியிலும் நிகழ்வு ஒன்று நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு மிகச்சிறியதாகும்.
3. ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட நிகழ்வு நிகழ்வுக்குரிய நிகழ்தகவு புறக்கணிக்கப்படக்கூடியது.

பொய்சோன் பரம்பலுக்குரிய சார்பு பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படும்

$$P(x=x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}$$

பொய்சோன் பரம்பலின் இடை μ ஆகவும் மாற்றிறன் μ ஆகவும் இருக்கும். இங்கு x பொய்சோன் எழுமாற்று மாறி μ தரப்பட்ட கால இடைவெளியில் நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கையின் இடையாகும்.

- 01.X பொய்சோன் எழுமாற்று மாறியாகவும் $\mu = 1$ ஆகவும் இருந்தால் பின்வருவனவற்றை காண்க?
- a) $P(x=0)$ b) $P(x=3)$ c) $P(x \leq 2)$

02. ஒரு கம்பனி உற்பத்தி செய்யும் மின்குமிழ்களில் 3சதவீதம் பழுதடைந்தவை 100 மின்குமிழ்கள் கொண்ட மாதிரியில் இருந்த பின்வருவனவற்றைக் காண்க?
1. 0 பழுதடைந்தது
 2. 1 பழுதடைந்தது
 3. 5 இலும் அதிகமாக பழுதடைந்தது
 4. 2உம் 2க்கு குறைவாக பழுதடைந்தது
03. ஒரு புத்தகத்தில் 100 பக்கங்களில் 20 அச்சப் பிழைகள் இருக்கின்றன ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் அச்சப்பிழைகளின் எண்ணிக்கை பொய்சோன் மாறி x இனால் குறிக்கப்படுகின்றது. பின்வருவனவற்றைக் காண்க?
1. $P[x < 3]$
 2. $P[x \leq 3]$
 3. $P[x \geq 3]$
 4. $P[x = 3]$
04. ஒரு சிகை அலங்கரிப்பு நிலையத்திற்கு சிகை அலங்காரம் செய்ய வரும் வாடிக்கைகளின் எண்ணிக்கை பொய்சோன் பரம்பலில் காணப்படுகின்றது. கடந்தகால கணிப்பின் படி மணித்தியாலயத்திற்குச் சராசரியாக இரண்டு வாடிக்கையாளர்கள் வருகின்றனர்.
1. ஒரு மணித்தியால இடைவெளியில் 4 வாடிக்கையாளர்கள் வருவதற்குரிய நிகழ்தகவு என்ன?
 2. 2 மணித்தியால இடைவெளியில் 8 பேர் வருவதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?
 3. 30 நிமிடகால இடைவெளியில் 2பேர் வருவதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

பொய்சோன் பரம்பல் பொருந்துகை (Fitting Poisson Distribution)

அவதானித்த மீறன் பரம்பலில் இருந்த எதிர்பார்த்த மீறன்களை கணித்து இரு மீறன்களையும் ஒப்பிடுவதால் பொய்சோன் பரம்பலின் பொருந்துகை கணிக்கப்படுகின்றது.

01) தட்டெழுத்தாளர் ஒருவர் விடும் பிழைகள் தொடர்பான பரம்பலொன்று பின்வருமாறு தரப்பட்டுள்ளது.

பிழைகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4	5
பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	142	159	69	27	5	1

எதிர்வுப் பெறுமானத்தை கணிப்பதன் மூலம் பொய்சோன் பரம்பலை பொருத்துக?

02) ஒரு வானொலி உற்பத்தி நிலையத்தில் 100 வானொலிகள் பரிசோதிக்கப்பட்டு பழுதடைந்தவை, அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

பழுதுகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4
வானொலிகளின் எண்ணிக்கை	79	18	2	1	0

இவ்மீறன் அட்டவணைக்கான பொய்சோன் நிகழ்தகவுப் பரம்பலை பொருத்துக.

செவ்வண் பரம்பல் (Normal Distribution)

மீறன்களை ஒப்புறவாக்கி பெறப்படும் வளையியானது செவ்வண்வளையி எனப்படும். இது தொடர்பு நிகழ்தகவு மாதிரி உருவில் மிக முக்கியமானதொன்றாகும்.

செவ்வன் வளையியின் பண்புகள்

1. இது ஒரு உச்சியை மாத்திரம் கொண்டிருக்கும்.
2. கோயில் மணியின் வடிவை உடைய சமச்சீரான வளையி ஆகும்.
3. இடை, இடையம், ஆகாரம் என்பன ஒரே ஒரு பெறுமதியைக் கொண்டிருக்கும்.
4. வளையியானது கிடையச்சை அணுகிச்செல்லும்.
5. கிடை அச்சுக்கும் வளையியிற்கும் இடையேயான பரப்பளவு ஒன்றிற்கு சமன் ஆகும்.

செவ்வன் பரம்பல் ஒன்றின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படும்.

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

இங்கு μ = இடையாகவும் σ = நியம விலகலாகவும் இருக்கும்.

செவ்வன் பரம்பலின் முக்கியத்துவம்

1. P அல்லது q பூச்சியத்தை அணுகாதிருக்கும் போதும் முயல்கையின் எண்ணிக்கை பெரிதாக இருக்கும் போது ஈருறுப்பு பரம்பலின் அண்ணளவொன்றாக செவ்வன் பரம்பலைப் பயன்படுத்தலாம்.
2. புள்ளிவிபரத்தில் பொருத்தமான அநேக நுட்பமுறைகளைப் பிரயோகிப்பது பொருத்தமான பரம்பல்களாக எடுகோள் கொள்ளப்படும்.
3. மாதிரி வெளியின் குடிகள் தொடர்பாக அனுமானிக்கும் போது மாதிரி ஓரளவு பெரிதாக இருக்கும் போது குடிப்பரம்பல் எவ்வாறாக இருப்பினும் மாதிரி மீறன் பரம்பல் செவ்வன் எனக் கருதப்படும்.

நியம செவ்வண் பரம்பல் (Standard Normal Distribution)

இடை $\mu = 0$ ஆகவும் மாற்றிறன் ஒன்றாகவும் உள்ள செவ்வண் பரம்பல் நியம செவ்வண் பரம்பல் என அழைக்கப்படும் இது பொதுவாக Z ஆல் குறித்துக் காட்டப்படும்.

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$F(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

01. Z என்பது நியம செவ்வண் பரம்பலில் அமைந்துள்ள மாறி ஒன்றாக இருக்கும் போது பின்வருவனவற்றைக் காண்க?
1. $P(0 \leq Z \leq 1.76)$
 2. $P(-1.35 \leq Z \leq 2.65)$
 3. $P(-0.7 \leq Z \leq 0)$
 4. $P(Z \geq 1.29)$
02. வர்த்தகர் ஒருவருக்கு வெளிநாட்டிலிருந்து தருவிக்கப்படும் பொருட்கள் கிடைக்க வேண்டும் கட்டளை பெறக்கூடிய நாட்களின் எண்ணிக்கை 100 ஆக இருப்பதோடு நியமவிலகல் 10 ஆகும். 90 நாட்களுக்குள் கட்டளையிடப்பட்ட பொருட்கள் கிடைக்கப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
03. ஒரு தொழிற்சாலையில் உற்பத்தி செய்யப்படும் கைத்தொழில் உற்பத்திகள் 1000 இன் விலையின் இடை 65 ரூபாவும் நியம விலகல் ரூ. 5 உம் ஆகவும் உள்ள செவ்வண் பரம்பலில் அமையும் எனில் ரூபா 63 ரூபாவுக்கும் ரூபா 70க்கும் இடையே உள்ள கைத்தொழில் உற்பத்திகளின் எண்ணிக்கை யாது?
04. x எனும் மாறியானது இடை 10 ம் நியமவிலகல் 5 உம் உடைய செவ்வண் பரம்பலை ஒத்தது எனக் கொள்க
பின்வருவனவற்றைக் காண்க
1. $P(5 < x < 9)$
 2. $P(5 < x < 12)$
 3. $P(12 < x < 15)$

t இன் பெறுமதியைக் காண்க?

1. $P(x < t) = 0.145$

2. $P(x > t) = 0.145$

05. தொழிற்சாலை ஒன்றில் 3000 வேலையாட்களைக் கொண்ட குழுவின் மாதவேதனங்கள் இடை 6000 ரூபாவும் உடனும் நியமவிலகல் ரூபா 1000 உடனும் செவ்வண்ணாக பரப்பியுள்ளது.
1. ரூபா 8000ற்கு மேற்பட்ட மாத வேதனத்தப்பெறும் வேலையாட்களின் சதவீதம் யாது?
 2. ரூபா 4000ற்கு குறைந்த மாத வேதனத்தைப் பெறும் வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை யாது?
 3. ஆகக்கூடிய வேதனத்தைப் பெறும் 100 வேலையாளர்களில் மிகக் குறைந்த வேதனத்தைப் பெறும் வேலையாளர் ஒருவரின் மாதவேதனம் எவ்வளவு?
 4. ஆகவும் குறைந்த வேதனத்தைப் பெறும் 100 வேலையாளர்களில் மிகக் கூடிய வேதனத்தைப் பெறும் வேலையாளர் ஒருவரின் மாதவேதனம் யாது?
06. ஓர் உள்ளூராட்சி அதிகாரசபை 10000 மின் விளக்குகளை தனது அதிகாரத்திற்குட்பட்ட விதிகளில் அமர்த்தியுள்ளது. இம் மின் விளக்குகளின் ஆயுட்காலம் 1000 மணித்தியாலங்களை இடையாகவும் 200 மணித்தியாலங்களை நியம விலகலாகவும் கொண்டு செவ்வண்ணாகப் பரம்பி இருப்பதாகக் கருதிக்கொள்க. பின்வருவனவற்றைக் காண்க?
1. முதல் 800 மணித்தியாலங்களில் எத்தனை மின்குமிழ்கள் எரியும்
 2. 800 மணித்தியாலத்திற்கு 1200 மணித்தியாலத்திற்கும் இடையில் எத்தனை விளக்குகள் எரியும்
 3. முதல் 10சதவீத விளக்குகள் எத்தனை மணித்தியாலங்களில் எரியும் என நீர் எதிர்பார்க்கின்றீர்கள்

07. ஒரு உற்பத்தி வரிசையானது 2000 உதிரிப்பாகங்களை உள்ளடக்கியுள்ளது. இவ்வதிரிப்பாகங்களின் வரையறுக்கப்பட்ட ஆயுட்காலங்களைக் கொண்டு செவ்வணாகப் பரம்பியுள்ளன. இவை 900 மணித்தியால ஆயுட்கால இடையினையும் 80 மணித்தியால நியம விலகலையும் கொண்டு காணப்படுகின்றது. பின்வருவனவற்றிற்கு விடை தருக

1. எத்தனை சதவீதமான உதிரிப்பாகங்கள் 1000 மணித்தியாலங்களுக்கு முன்னர் செயலற்றுப் போய்விடும்
2. எத்தனை சதவீதமான உதிரிப்பாகங்கள் 750 மணித்தியாலங்களுக்கு முன்னர் செயலற்றுப் போய்விடும்
3. எத்தனை சதவீதமான உதிரிப்பாகங்கள் 850 மணித்தியாலத்திற்கும் 880 மணித்தியாலத்திற்கும் இடையில் செயல் இழந்துவிடும்.

08. ஒரு குறித்தவகை இலத்திரணியல் தட்டுக்களின் ஆயுட்காலங்கள் 270 மணித்தியாலங்களை இடையாகவும், 26 மணித்தியாலங்களை நியமவிலகலாகவும் கொண்ட செவ்வண் பரம்பலாக பரம்பியுள்ளது எனக் கொண்டு பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

1. தட்டுக்களில் ஒன்றேனும் 300 மணித்தியாலங்களுக்கு மேற்பட்ட ஆயுட்காலத்தைக் கொண்டிருப்பதற்கான நிகழ்தகவு
2. எத்தனை சதவீதமானவை 250 மணித்தியாலங்களுக்கும் குறைவான ஆயுட்காலங்களைக் கொண்டுள்ளன.
3. எத்தனை சதவீதமானவை 260 தொடக்கம் 280 வரையிலான மணித்தியாலங்களை ஆயுட்காலமாகக் கொண்டுள்ளன.

இணைவும் பிற்செலவுக்கோடும்

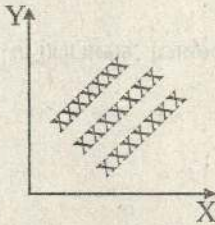
இணைவு (Correlation) (r)

இரு மாறிகளுக்கிடையில் உள்ள ஏகரிமாணத் தொடர்பினை அளவு சார் நீதியாக சுறுதல் இணைவு எனப்படும் இது மூன்று வகைப்படும் இங்கு,

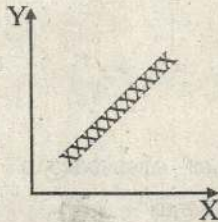
$$-1 \leq r \leq 1$$

01) நேர் இணைவு (Positive Correlation) ($0 < r \leq 1$)

இரண்டு மாறிகளில் ஏதாவது ஒரு மாறியின் பெறுமானம் அதிகரிக்கும் போது அல்லது குறையும் போது மற்றைய மாறியின் பெறுமானமும் முறையே அதிகரிக்கும்மாயின் அல்லது குறையுமாயின் அவ்விரு மாறிகளுக்கும் இடையேயான இணைவு நேர் இணைவு எனப்படும்.



$r = 1$ ஆயின் வலிமையான நேர் இணைவு எனப்படும்.

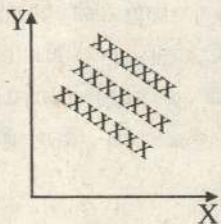


உதாரணமாக,

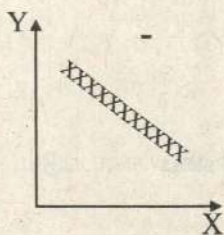
- i) உயரத்திற்கும், நிறைக்கும்
- ii) மழைவீழ்ச்சிக்கும், பயிர் விளைச்சலுக்கும்.
- iii) விளம்பரத்திற்கும், உற்பத்திக்கும்.
- iv) பொருளின் கேள்விக்கும் அதன் விலைக்கும்.

எதிர் இணைப்பு (Negative Correlation) ($-1 \leq r < 0$)

இரண்டு மாறிகளில் ஏதாவது ஒரு மாறியின் பெறுமானம் அதிகரிக்கும் போது மற்றைய மாறியின் பெறுமானம் குறையுமாயின் அவ்விரு மாறிகளுக்கிடையேயான இணைப்பு எதிர் இணைப்பு எனப்படும்.



$r = -1$ ஆயின் வலிமையான எதிர் இணைப்பு எனப்படும்



உதாரணமாக,

- i) பயிர் விளைச்சலுக்கும் அதன் விலைக்கும்
- ii) விலைக்கும் அதன் கேள்விக்கும்

பூச்சிய இணைப்பு (Zero Correlation) ($r = 0$)

மாறி ஒன்றின் பெறுமானத்தில் மாற்றம் ஏற்படும் போது மற்றைய மாறியில் எதுவித மாற்றமும் ஏற்படவில்லையாயின் இவ்வகையான இணைப்பு பூச்சிய இணைப்பு எனப்படும்.

உதாரணமாக,

இலங்கையின் மழை வீழ்ச்சிக்கும், இலண்டன் உற்பத்திக்கும்

சிதறல் புள்ளி வரைபு (Scatter Diagram)

இரு மாறிகளின் சோடித்தரவுகளை ஆள் கூற்றுத் தளமொன்றில் புள்ளிகளினால் குறித்துக் காட்டுதல் சிதறல் புள்ளி வரைபு எனப்படும்.

பியசனின் பெருக்கத் திருப்பு இணைப்புக் குணகம்

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x}) (y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}} \quad \text{இனாலும்}$$

$$r = \frac{n\sum xy - \sum \bar{x} \sum \bar{y}}{\sqrt{[n\sum x^2 - (\sum x)^2] [n\sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

இனாலும் தரப்படும்.

01) பின்வருவனவற்றின் இணைப்புக் குணகத்தைக் காண்க?

a)	x	1	3	4	6	8	9	11	14
	y	1	2	4	4	5	7	8	9

b)	x	1.2	1.8	3.1	4.9	5.1	7.1	8.6	9.8
	y	4.5	5.9	7.0	7.8	7.2	6.8	4.5	2.7

c)	x	2	4	5	6	8	11
	y	18	12	10	8	7	5

வகுதி அல்லது வரிசை இணைபுக் குணகம்

அளவு ரீதியாக அளக்கப்பட முடியாத ஆனால் தோவின் மூலம் வரிசைப்படுத்தக்கூடிய மாறிகளைச் சந்திக்க நேரிடும் போது அவற்றிற்கிடையேயான இணைபுக் குணகத்தை காண்பதற்கு வகுதி இணைபுக் குணகம் பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

$$r^1 = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

இங்கு 6 இரு மாறிகளின் வரிசைகளுக்கிடையேயான வேறுபாட்டைக் குறிக்கும்.

பின்வருவனவற்றின் வகுதி இணைபுக் குணகத்தைக் காண்க.

நிறை	64	71	53	67	55	58	77	57	56	51	76	68
உயரம்	57	59	49	62	51	50	55	48	52	42	61	57

விலை	101.8	102.8	111	113.5	114.8	114.5	116.2	120.2	123.5
கூட்டெண்	99.2	103.1	114.8	110.3	110.7	112.3	112.3	117.6	119.2

பிற்செலவுக் கோடு (Regression Line)

இருமாறிகளுக்கு இடையேயான ஏகபரிமானத் தொடர்பினை அறிந்து கொண்ட பின் அத்தொடர்பினை கணித ரீதியான சமன்பாட்டினால் குறித்துக் காட்டுதல் பிற்செலவுக் கோடு எனப்படும். இங்கு,

$$Y_i = a + bx_i + \epsilon_i$$

a, b என்பன ஒருமைகள் ஆகும்

x_i சாராமாறியாகும்

y_i சார்ந்த மாறியாகும்

ϵ_i வழு ஆகும்.

பிற்செலவுக் கோட்டினை வரையும் முறை

1) சுயாதீன கைமுறை (Free Hand Method)

சிதறல் வரைபடம் ஒன்றில் ஆகக் கூடிய புள்ளிகளினூடு செல்லுமாறும் அக்கோட்டின் இரு மருங்கிலும் சம அளவில் புள்ளிகள் விலகி இருக்குமாறும் ஒரு நேர்கோடு வரையப்பட முடியுமாயின் அந் நேர்கோடு பிற்செலவுக்கோடு எனப்படும்.

இம்முறையில் உள்ள குறைபாடுகள்

- I. தனிநபர் விருப்பத்திற்கு அமைய மாற்றமடையும்
- II. முடிவு திருத்தமானதாக இருக்க முடியாது.

நன்மை

- I. இலகுவானது
- II. விரைவாக வரையக் கூடியது

பின்வருவனவற்றிற்கு சுயாதீனக் கைமுறை மூலம் பிற்செலவுக் கோட்டினை வரைக.

01)

X	3	5	6	8	9	11
Y	2	3	4	6	5	8

02)

X	56	48	42	58	40	39	50
Y	9.5	7.5	7.0	9.5	6.2	6.6	8.7

03)

தகப்பனின் உயரம்	165	160	170	163	173	158	178	168	173	170	175	180
மகனின் உயரம்	173	168	173	165	175	168	173	165	180	170	173	178

2) இழிவு வர்க்க முறை (Least Squares Method)

வழுக்கல் மிகக் குறைவான போது பெறப்படும் கோடே மிகவும் சிறந்த பிற்செலவுக் கோடாகும். மிகக்குறைந்த வழுக்களின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகையைப் பெறும் வகையிலான கோட்டைச் சிறந்த கோடாக கருதலாம். இம்முறை இழிவு வர்க்க முறை எனப்படுவதுடன், இதன் மூலம் கிடைக்கப் பெறும் கோடு இழிவு வர்க்க முறைக்கோடு எனப்படும். இவ்விதம் பெறப்படும் கோடு தரப்பட்ட சந்தர்ப்பத்திற்குரிய மிகச்சிறந்த கோடு ஆகும்.

$$\Sigma y = na + b x \quad \text{_____} \quad (1)$$

$$\Sigma xy = ax + bx^2 \quad \text{_____} \quad (2)$$

சமன்பாடு (1), (2) என்பன பிற்செலவுக் கோட்டின் செவ்வெண் சமன்பாடுகள் (Normal-equation) எனப்படும். இச்சமன்பாடுகளை தீர்ப்பதன் மூலம்,

$$b = \frac{n\Sigma xy - \Sigma x \cdot \Sigma y}{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2} \quad \text{எனவும்}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad \text{எனவும் பெறப்படும்.}$$

எதிர்வு கூறல் (Expected)

சாரா மாறியின் பெறுமானத்திற்கு ஏற்ப சார் மாறியின் பெறுமானத்தை மதிப்பீடு செய்தல் எதிர்வு கூறல் எனப்படும்.

01) ஒரு நிறுவனத்தின் விளம்பரச் செலவுக்கும், விற்பனை வருமானத்திற்கும் இடையேயான தொடர்பு பின்வருமாறு தரப்பட்டுள்ளது.

விளம்பரச்செலவு (000)	விற்பனை வருமானம் (000)
4	50
6	60
8	60
8	80
9	70
10	90
12	80

- விளம்பரச்செலவுக்கும் விற்பனை வருமானத்திற்கும் இடையேயான இணைப்பினைக் கண்டு அதனை விளக்குக.
- இழிவுவர்க்க நேர்கோட்டினைப் பொருத்துக.
- பிற்செலவுக் குணகங்களை விளக்குக.
- விளம்பரச் செலவானது ரூபா 5000 எனின் எதிர்பார்க்கப்பட்ட விற்பனை வருமானம் யாது?

02)

உற்பத்திச் செலவு (00)	9	16	14	38	21	25	20	15	15	11
மொத்தச் செலவு (00)	116	211	152	410	256	298	220	180	185	129

- உற்பத்திக்கும், மொத்தச் செலவுக்கும் இடையிலான இணைப்பினைக் கணிப்பிடுக.
- தரவிற்கான இழிவுவர்க்க நேர்கோட்டினைப் பொருத்துக.
- உற்பத்தியானது ரூபா 2000/= ஆகும் போது உற்பத்திச் செலவு யாது?
- நிலையான, மாறும் செலவின் அடிப்படையில் பிற்செலவுக் குணகங்களை விளக்குக?

- 03) ஒரு உற்பத்திக் கோட்டிலுள்ள குறிப்பிட்ட இயந்திரத்தின் எட்டு மணி மாற்றலில் வேலை செய்யும் தொழிலாளர்கள் சராசரி வெளியீட்டையும் (Out Put) அவர்களின் (Aptitude) நேர்வின் புள்ளிகளையும் பின்வரும் அட்டவணை காட்டுகிறது.

வெளியீடு	17	19	18	23	22	20	25	24	27	29
புள்ளி	110	125	140	150	165	170	190	200	210	215

- a) இத்தரவின் சிதறல் வரையினை வரைக.
b) பிற்செலவுச் சமன்பாட்டைக் கணித்து அப்பிற்செலவுக் கோட்டை சிதறல் வரைபின் மீது வரைக.
c) 130, 175 புள்ளிகளைப் பெற்றவர்களின் எதிர்பார்க்கப்பட்ட வெளிப்பாடுகளை மதிப்பிடு.
- 04) 12 வருடங்களில் ஒவ்வொரு வருடமும் ஒரு ஏக்கர் நிலத்தில் உபயோகித்த பசளையும் (kg) ஒரு ஏக்கர் நிலத்தில் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட நெல் (புசல்) பற்றிய தகவல்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

பசளை (kg)	70	63	72	60	66	70	74	65	62	67	65	68
நெல்(புசல்) உற்பத்தி	155	150	180	135	156	168	178	160	132	145	139	152

- a) தரவிற்கான சிதறல் வரைபை வரைக.
b) இழிவு வர்க்க பிற்செலவுச் சமன்பாட்டைக் கணிக்க.
c) பசளை 65kg உபயோகிக்கப்பட்டிருப்பின் விளைச்சல் எவ்வளவாக இருக்கும்.

05)

இயந்திரத்தின் காலம் (வயது)	2.4	5.8	3.2	2.5	4.0	0.5	1.8	5.6
மாதாந்தம் பழுது பார்த்தல் செலவு	25	47	35	20	37	10	12	12

- மேற்குறித்த தரவிற்குரிய இணைபைக் காண்க? அதனை விளக்குக?
- சிதறல் வரைவினை வரைக?
- இழிவு வர்க்க முறையை பயன்படுத்தி பிற்செலவுச் சமன்பாட்டை காண்க?
- பிற்செலவுக் குணகங்களை விளக்குக?
- இயந்திரத்தின் பாவனைக்காலம் 4.5 வயது எனின் பழுது பார்த்தல் செலவைக் காண்க?

குணகக் குணகம் (Coefficient of determination)

இது பொதுவாக கோட்டின் பொருத்தப்பாட்டினை அளத்தற் பொருட்டு பாவிக்கப்படுகின்றது. இது வழமையாக R^2 எனக் குறிக்கப்படுகின்றது.

$$R^2 = \frac{\sum (\bar{y} - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}$$

$$0 \leq R^2 \leq 1$$

இரு மாறிகளிடையே பூரணமான தொடர்பு நிலவுமெனின் $R^2=1$ ஆகவும் இருமாறிகளிடையே பூரணமாக தொடர்பு இல்லை எனின் $R^2=0$ ஆகவும் இருக்கும்.

01)

விளம்பரச் செலவு (x) (000)	விற்பனை வருமானம் (y) (000)
4	50
6	60
8	60
8	80
9	70
10	90
12	80

துணிதற் குணகத்தினைக் காண்க?

02) X,Y எனும் இரண்டு பாடசாலைக்கு இடையே நடைபெற்ற கேள்வி விடைபோட்டியின் விபரம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

X	6	5	8	8	7	6	10	4	9	7
Y	8	7	7	10	5	8	10	6	8	6

- (a) சிதறல் புள்ளி வரைபை வரைக?
- (b) இழிவு வர்க்க முறை மூலம் பிற்செலவுக்கோட்டைக் கண்டு வரைபில் வரைக.
- (c) துணிதற் குணகத்தைக் காண்க.

அலகு -12

காலத்தொடர்கள்

காலத் தொடர்கள் (Time Series)

நீண்ட காலத்திற்கு கால அடிப்படையில் மாறும் மாறி ஒன்றின் போக்கினைக் காட்டும் தரவுத்தொகுதி காலத்தொடர் எனப்படும்.

வணிகத் துறையில் காலத்தொடரின் முக்கியத்துவம்

- 1) வணிக நிறுவனத்தின் கடந்தகாலப் போக்கினை ஆராய்வதன் மூலமாக நிகழ்கால நிலைமைகளை மதிப்பீடு செய்யலாம்.
- 2) வணிக நிறுவனத்தின் எதிர்கால செயற்பாடுகளை எதிர்வு கூறலாம்.
- 3) வணிக நிறுவனத்தின் செயற்பாட்டைப் பாதிக்கும் பிரதான காரணிகளை வேறுவேறாக அறிந்து கொள்ளலாம்.
- 4) வணிக நிறுவனத்தின் செயற்பாடுகளை ஒப்பிடுவதற்காகப் பயன்படத்தலாம்.

காலத்தொடரில் உள்ள கூறுகள் (Components of time Series)

- 01) நீண்ட காலப் போக்கு
- 02) பருவகால மாற்றம்
- 03) சுழற்சி மாற்றம்
- 04) ஒழுங்கற்ற மாற்றம்

நீண்ட காலப் போக்கு (Long term trend)

மாறிகள் நீண்ட காலமாக செயற்படுத்தல் மூலமாக காலத்தொடரில் ஏற்படும் மாற்றம் நீண்ட காலப்போக்கு எனப்படும்.

பருவகால மாற்றம் (Seasonal Movements)

காலத்தொடரொன்றில் காலம் அளக்கப்படும் அலகு தொடர்பாக குறுகிய காலத்துள் பெறப்பட்ட அவதானிப்புகள் இருக்கும் போது அக்குறுகிய காலத்தில் மீளமீள ஏற்படும் மாற்றங்கள் பருவகால மாற்றம் எனப்படும்.

சுழற்சி மாற்றம் (Cyclical Movements)

காலத்தொடர் ஒன்றில் ஏற்படும் மாற்றத்தை அவதானிக்கும் போது பருவகால மாற்றத்தை எதிர்பார்க்க முடியாது. ஆனால் தொடர்ச்சியான அலைவடிவமே கிடைக்கப்பெறும். இவ்வடிவம் சுழற்சி மாற்றம் எனப்படும்.

சீரற்ற மாற்றம் (Irregular Movements)

ஓர் காலத்தொடர் ஒன்றின் போக்கில் எதிர்பாராத விதமாக ஏற்படும் திடீர் மாற்றங்களினால் தொடரின் ஒழுங்கினையே இது மாற்றி அமைக்கிறது. இவ்வாறான அசைவு சீரற்ற அசைவு எனப்படும்.

கூட்டற்றகவு மாதிரி (Additive Model)

காலத்தொடரின் கூறுகளின் கூட்டுத்தொகை மூலம் ஓர் காலத்தொடர் உருவாக்கப்படுகின்றது எனின் அது கூட்டற்றகவு மாதிரி எனப்படும்.

இங்கு,

$$Y = T + S + C + I$$

பெருக்கற்றகவு மாதிரி (Multiplicative Model)

காலத்தொடரின் கூறுகளின் பெருக்குத்தொகை மூலம் ஒரு காலத் தொடர் உருவாக்கப்படுகின்றது எனின் அது பெருக்கத்தகவு மாதிரி எனப்படும்.

இங்கு,

$$Y = T \cdot S \cdot C \cdot I$$

நீண்டகாலப் போக்கு கோட்டை மதிப்பீடும் முறைகள்

- 1) சுயாதீன கைமுறை
- 2) அரைச் சராசரி முறை
- 3) இயங்கு சராசரி முறை
- 4) இழிவு வர்க்க முறை

சுயாதீன கைமுறை (Free Hand Method)

தரப்பட்ட தரவின் புள்ளிகளை வரைதாளில் குறித்தபின் அப்புள்ளிகள் இருமருங்கிலும் சம தூரத்தில் அமையுமாறும் ஏனைய புள்ளிகள் இயலுமான வரை நேர் கோட்டில் அமையுமாறும் வரையப்படும் கோடு போக்கும் கோடு ஆகும்.

நன்மைகள்

- 1) இலகுவானது விரைவாக வரையலாம்.
- 2) அனுபவம் வாய்ந்த நபரினால் திருத்தமாக வரையலாம்.
- 3) இலகுவாக விளங்கிக் கொள்ளலாம்.

தீமைகள்

- 1) தனிநபர் விருப்பத்திற்கு ஏற்ப மாறுபடும்
- 2) முடிவு திருத்தமானதாக இருக்காது.

பின்வரும் தரவுத்தொகுதி ஒவ்வொன்றிற்கும் போக்குக் கோட்டை சுயாதீனக்கைமுறை மூலம் வரைக.

a)

ஆண்டு	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
விற்பனை மில்லியன்	220	228	257	285	260	270	290	271

1988	1989	1990	1991	1992	1993
261	260	310	300	311	321

b)

ஆண்டு	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
உற்பத்தி	65	95	85	115	110	120	130	125	140	130

c)

ஆண்டு	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1993
உற்பத்தி	465	510	515	465	505	540	555	575	585	615	605	620	625	630

அரைச்சராசரி முறை (Semi Average Method)

தரப்பட்ட தரவுத்தொகுதியை இருசம பகுதிகளாகப் பிரித்து அவற்றின் இடைணைக் கண்டு பின் அவ்விரு பெறுமானத்தையும் வரைபில் குறித்து இணைப்பதன் மூலம் பெறப்படும் கோடு போக்குக் கோடு எனப்படும்.

தரப்பட்ட தரவுத்தொகுதி ஒற்றை எண்ணாக அமையும் ஆயின் தரவின் நடுப்பெறுமதி கருத்தில் கொள்ளப்படமாட்டாது.

நன்மைகள்

- 1) இலகுவாகவும், சுலபமாகவும் விரைவாகவும் வரையலாம்.
- 2) கோடு தனிநபர் விருப்பத்திற்கேற்ப மாற்றமடையாது.
- 3) இக்கோட்டின் மூலம் கடந்தகால போக்கினையும் வருங்காலப் போக்கினையும் அறியக்கூடியதாக இருக்கும்.

தீமைகள்

- 1) தரவுகளின் இடைப்பெறுமானம் கண்டு போக்குக்கோடு வரையப்படுவதால் இடைப்பெறுமானத்தைப் பாதிக்கும் காரணிகள் இங்கு போக்கு கோட்டினை பாதிப்பதைய செய்யும்.

பின்வரும் தரவுத்தொகுதி ஒவ்வொன்றிற்கும் அரைச்சராசரி மூலம் போக்குக் கோட்டை வரைக.

a)

ஆண்டு	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989
உற்பத்தி	58	63	68	70	66	80	78	92	87	95

b)

ஆண்டு	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
உற்பத்தி	65	95	85	115	110	120	130

c) யாழ்தேவி பயணிகள் புகையிரதம் ஒருவருடத்தில் பயணம் செய்த தூரம் கீழே மீற்றரில் தரப்பட்டுள்ளது.

ஆண்டு	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
தூரம்	622	612	643	607	552	632	646	628	560	619	519	544	613	590	602

கியங்கு சராசரி முறை (Moving Average Method)

இம்முறையானது காலத்தொடர் போக்கில் ஏற்படும் மாறுதல்களைக் கணிப்பதற்கு சிறந்த முறையாகும். அத்துடன் மேற்குறிப்பிட்ட இரு முறைகளிலும் பார்க்க இம்முறையானது கூடிய திருத்தம் உடையதாகும்.

இம்முறையானது சுழற்சிமாறல் பருவகாலமாறல் போன்றவற்றில் உள்ள ஏற்றத்தாழ்வுகளை நீக்குகின்றது.

நன்மைகள்

- 1) இம் முறையில் புதிதாக தரவுகள் சேர்க்கப்படுமிடத்து அல்லது முறைக்கப்படுமிடத்து அதன் முழுக்கணிப்பும் மாற்றத்திற்கு உள்ளாகாது.
- 2) இம்முறையானது நீண்டகாலப் போக்கினை அறிவதோடுபருவகால மாறல் சுற்றசைவு, சீரற்ற அசைவு என்பவற்றையும் மதிப்பிடுவதற்கு பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

தீமைகள்

- 1) இயங்கு வருடங்கள் தீர்மானிப்பதில் தனிநபர் விருப்பத்திற்கு ஏற்ப மாறுபடும்.
 - 2) காலத்தொடரின் நீண்ட கால போக்கு பற்றி எதிர்வுகூறமுடியாது.
- a) ஒரு நிறுவனத்தின் வருடாந்த விற்பனை கீழே அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது. மூன்று ஆண்டு நகரும் சராசரி முறை மூலம் போக்குகளைப் பெறுக?

ஆண்டு	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
உற்பத்தி	18	26	23	35	38	50	46	60

- b) ஒரு நிறுவனத்தின் வருடாந்த விற்பனை கீழே அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது. 5 நகரும் சராசரிகளைப் பயன்படுத்தி போக்குகளைப் பெறுக.

ஆண்டு	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992
தூரம்	240	270	238	252	257	250	283	270	268	280	284	310	300

1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2004
303	298	313	340	309	329	333	327	240	270	238	252	257

c)	காலாண்டு	1988	1989	1990	1991	1992
	1	150	160	175	180	200
	2	175	190	200	220	250
	3	450	460	480	495	520
	4	140	145	160	180	190

இயங்கு சராசரி முறைமூலம் போக்குப் பெறுமதியை கண்டு வரையில் வரைக.

இழிவு வர்க்க முறை (Least Squares Method)

பிற்செலவுப் பகுப்பாய்வின் போது பயன்படுத்தப்படும் இழிவு வர்க்க முறை காலத்தொடர்ப்பகுப்பாய்வின் போக்கு மதிப்பிடலுக்கும் பயன்படுத்தப்படலாம்.

இங்கு,

$$b = \frac{n\sum ty - \sum t \cdot \sum y}{n\sum t^2 - (\sum t)^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{t}$$

ஆகவும் இருக்கும்.

நன்மைகள்

- 1) முடிவு திருத்தமானதாக இருக்கும்.
- 2) தனிநபர் விருப்பத்திற்கு ஏற்ப மாற்றமடையாது.
- 3) எல்லாத் தரவுகளும் கணிப்பில் சேர்க்கப்படுகிறது.
- 4) வருங்காலப் போங்கினையும் கடந்தகாலப் போக்கினையும் அறியக் கூடியதாக இருக்கும்.

தீமைகள்

- 1) புதிய தரவுகள் சேர்க்கப்படும் போது அல்லது குறையும் போது முழுக்கணிப்பும் மாற்றத்திற்கு உள்ளாக்கப்படுகின்றது.
- 2) கடினமானது.

பின்வரும் தரவுத்தொகுதிகள் ஒவ்வொன்றுக்கும் இழிவுவர்க்க முறைமூலம் போக்குக் கோட்டினை மதிப்பிடுக.

a)

ஆண்டு	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
உற்பத்தி	125	128	133	135	140	141	143

b)

ஆண்டு	1996	1997	1998	1999	2000	2001
உற்பத்தி	83	92	71	90	69	91

c)

ஆண்டு	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989
உற்பத்தி	38	41	45	48	52	56	63

பருவகால மாறலை கணித்தல்
(Estimation of Seasonal Component)

01) எளிய சதவீதமுறை

பருவகால மாறலை கணிப்பதற்கு மிகவும் சுலபமானதும் இலகுவானதுமான முறையாகும். இம்முறைக்கான படமுறைகள்.

1. ஒவ்வொரு ஆண்டினதும் அல்லது மாதத்தினதும் அல்லது காலாண்டினதும் மொத்தத்தைக் காணுதல்.
2. அவற்றின் சராசரியை காணுதல்.
3. மாதங்களின் அல்லது காலாண்டுகளின் பொதுச்சராசரியை காணுதல்.

$$\text{மாதவிடாய் சுட்டி} = \frac{\text{மாதச்சராசரி}}{\text{மாதங்களின் பொதுச்சராசரி}} \times 100$$

$$\text{காலாண்டுவிடாய் சுட்டி} = \frac{\text{மாதச்சராசரி}}{\text{காலாண்டுகளின் பொதுச்சராசரி}} \times 100$$

பின்வரும் அட்டவணையானது ஓர் பொருளின் உற்பத்தியினைக் காட்டுகிறது. மாதவிடாய்சுட்டியினையும், வருடவிடாய் சுட்டியினையும் காண்க.

ஆண்டு	ஜன.	பெர.	மா.	ஏப்.	மே	புன்	புலை	ஆக.	செப்.	ஓக்.	நவ.	டிச.
1990	72	68	69	71	75	80	85	89	96	97	80	75
1991	82	77	84	73	86	86	90	96	97	100	88	72
1992	70	68	69	70	75	76	75	81	84	93	76	68
1993	70	76	82	72	78	84	82	87	93	99	94	83
1994	84	84	91	94	97	101	98	104	103	108	98	82
1995	85	90	91	87	89	90	89	97	104	109	97	84
1996	92	90	92	94	96	98	98	105	107	111	102	88
1997	92	91	96	95	103	102	104	110	115	120	107	90
1998	94	95	100	97	102	99	97	106	110	111	96	83

பின்வரும் அட்டவணையானது காலாண்டிற்கான விற்பனையை காட்டுகின்றது. வருடவிடாய் சுட்டியையும் காலாண்டிற்கான விடாய் சுட்டியையும் காண்க?

காலண்டு

வருடங்கள்

	1990	1991	1992	1993	1994
1	20	24	32	40	52
2	15	19	23	23	31
3	13	13	17	21	25
4	16	14	28	36	40

2) நகரும் சராசரி விகித முறை

காலத்தொடர் ஒன்றிற்காக காலாண்டுத்தரவுகள் தரப்பட்டுள்ளன. எனக்கொள்வோம். காலத்தொடரானது பெருக்கல் தகவு மாதிரியில் உள்ளது எனவும் கொள்வோம்.

1. காலாண்டையும் ஒரு காலாண்டிற்குரிய Y இன் மாறியின் பெறுமானங்களையும் மேலிருந்து கீழாக எழுதி காலத்தொடரைக் காட்டலாம்.
2. காலத் தொடருக்கமைய 4 வருட நகரும் சராசரியைக் காணவேண்டும் இந்த நகரும் சராசிகள் காலாண்டுகளுக்கிடையே அமைவதனால் அவற்றை மீண்டும் காலாண்டுகளுக்குப் பொருத்தமானதாகப் பெறுவதற்கு மீண்டும் 2 வருட நகரும் சராசரியை பெற வேண்டும்.
3. காலத்தொடருக்கு அமைய நகரும் சராசரி ஒன்றை எடுக்கும் போது பருவகால மாறல்களும் ஒழுங்கற்ற மாறல்களும் நீங்கி நகரும் சராசரிப் பெறுமானங்களுள் $T \times C$ மட்டும் அடங்கும் எனக்கருதலாம்.
4. காலத்தொடர் பெறுமானங்கள் அவற்றின் ஒத்த நகரும் சராசரியும் பெறுமானங்களின் நூற்றுவீதமாக காட்டப்படல் வேண்டும். தொடரின் பெறுமானங்களை நகரும் 'சராசரிப் பெறுமானங்களால் வகுக்கும் போது தொடரின் $T \times C$ நீங்கி $S \times I$ மட்டுமே எஞ்சியிருக்கும் என எதிர்பார்க்கலாம்.
5. படிமுறை 4இல் பெறப்பட்ட நூற்றுவீதங்களின் சராசரியை ஒவ்வொரு காலாண்டிற்கும் பெறுவதனால் 4 காலாண்டுகளுக்கு 4 பருவகால சுட்டிகளைப் பெறலாம்.
6. இவ்வாறு பெறப்பட்ட 4 பருவகால சுட்டிகளின் கூட்டுத்தொகையாக 400 பெறப்படவேண்டும். அல்லாவிடின் கூட்டுத்தொகை 400 ஆகுமாறு சுட்டிகளின் பெறுமானங்கள் மீண்டும் பொருத்தப்பட்டு ஒவ்வொரு காலாண்டுக்கும் பருவகால சுட்டிகள் பெறப்படும்.

- a) பின்வரும் அட்டவணையானது காலாண்டிற்கான விற்பனையை காட்டுகின்றது. நகரும் சராசரி விகிதமுறையைப் பயன்படுத்தி பருவகாலச் சுட்டிகளைக் கணிக்க.

வருடங்கள்

காலாண்டு	1990	1991	1992	1993	1994
1	20	24	32	40	52
2	15	19	23	23	31
3	13	13	17	21	25
4	16	14	28	36	40

- b) பின்வரும் அட்டவணையானது காலாண்டிற்கான உற்பத்தியை காட்டுகின்றது. நகரும் சராசரி விகித முறையைப் பயன்படுத்தி பருவகாலச் சுட்டிகளைக் கணிக்க.

வருடங்கள்

காலாண்டு	2000	2001	2002	2003
1	75	86	90	100
2	60	65	72	78
3	54	63	66	72
4	68	80	85	93

அலகு -13

மாதிரி எடுப்பு

மாதிரி எடுப்பு (Sampling)

குடித்தொகை ஒன்றை வகை குறிக்குமாறு அக்குடித் தொகையிலிருந்து எடுக்கப்படும் பகுதி ஒன்று மாதிரி எடுப்பு எனப்படும்.

புள்ளிவிபர அனுமானம் (Statistical Inference)

மாதிரி ஒன்றின் மூலம் பெறப்படும் தகவல்களின் அடிப்படையில் குடித்தொகை தொடர்பான புள்ளிவிபர முடிவுகளுக்கு வருதல் புள்ளிவிபர அனுமானமாகும்.

குடித்தொகை (Population)

ஒரு தொகுதியில் உள்ள சகல அலகுகளும் கருத்தில் கொள்ளப்பட்டு ஆய்விற்கு உட்படுத்தப்படுமாயின் அது குடித்தொகை எனப்படும்.

முடிவுள்ளகுடித்தொகை (Finite Population)

குடித்தொகை ஒன்றில் உள்ள அலகுகளின் எண்ணிக்கை முடிவுள்ள எண்ணொன்றினால் குறிக்கப்படும் போது அது முடிவுள்ள குடித்தொகை எனப்படும்.

முடிவில்லாக் குடித்தொகை (Infinite Population)

குடித்தொகை ஒன்றில் உள்ள அலகுகள் மிகப் பெரிதாக இருக்கும் போது அக்குடித்தொகை முடிவில்லாக் குடித்தொகை எனப்படும்.

பரிமாணங்கள் (Parameter)

குடித்தொகை அலகுகளின் ஏதேனுமொரு பண்பின் கூட்டுத்தொகை இடை, விகிதம், மாற்றற்றின் போன்ற தெரியாத ஒருமைப் பெறுமானங்கள் குடித்தொகைப் பரிமாணம் எனப்படும்.

குடித்தொகை பரிமாணம்	-
குடித்தொகை இடை	= μ
குடித்தொகை மாற்றற்றின்	= σ^2
குடித்தொகை விகிதம்	= π

மாதிரியின் பரிமாணம்	
மாதிரி இடை	= x
மாதிரி மாற்றற்றின்	= S^2
மாதிரி விகிதம்	= P

தொகை மதிப்பு (Census)

குடித்தொகையில் உள்ள ஒவ்வொரு அலகையும் தனித்தனியாக கருத்தில் கொண்டு அக்குடித்தொகைக்கான தகவல்களைப் பெறுதல் தொகை மதிப்பு அல்லது கணக்கெடுப்பு எனப்படும்.

நன்மைகள்

- 1) முடிவு திருத்தமானது
- 2) மேலதிக பகுப்பாய்வுக்கு பயன்படுத்தலாம்

தீமைகள்

- 1) குடித்தொகை முடிவிலியாயின் இம்முறை சாத்தியமற்றது.
- 2) முடிவுகளை குறித்த நேரத்தில் பெற்றுக்கொள்ள முடியாது.
- 3) பணம், நேரம், சக்தி அதிகம் தேவைப்படும்.

மாதிரி தொகை மதிப்பு (Sample Census)

குடித்தொகையில் இருந்து மாதிரி ஒன்று தெரிவு செய்யப்பட்டு மாதிரியில் உள்ள ஒவ்வொரு அலகும் தனித்தனியாக கருத்தில் கொள்ளப்பட்டு பெறப்படும் தகவல் மாதிரி தொகை மதிப்பு எனப்படும்.

நன்மைகள்

- 1) முடிவுகள் குறித்த நேரத்தில் பெற்றுக்கொள்ள முடியும்.
- 2) குடித்தொகை முடிவிலியாயினும் இம்முறை சாத்தியமானது.
- 3) பணம், நேரம், சக்தி என்பன குறைவு.

தீமைகள்

- 1) விசாரணைகள் கவனக்குறைவாக இருப்பின் முடிவுகள் திருத்தமாக இருக்காது.
- 2) மாதிரியின் அளவுகள் பொருத்தமற்றதாக இருப்பின் முடிவுகள் சற்றுவிலகி இருக்கும்.

மாதிரி எடுப்பின் போது கவனிக்கப்பட வேண்டியவை

- 1) தெரிவு செய்யப்படும் மாதிரி எடுப்பானது குடித்தொகையினை வகை குறிப்பதாக இருக்க வேண்டும்.
- 2) எல்லா மாதிரி எடுப்புக்களும் கிட்டத்தட்ட ஒரே தன்மையைக் கொண்டு இருக்க வேண்டும்.
- 3) மாதிரி எடுப்புக்களில் உள்ள அலகுகள் கருத்தில் கொள்ளப்படுதல் வேண்டும்.

நிகழ்தகவு மாதிரியெடுத்தல்

நிகழ்தகவு விதிக்கு ஏற்ப மாதிரி ஒன்றைத் தெரிவு செய்தல் நிகழ்தகவு மாதிரி எடுப்பாகும்.

நிகழ்தகவு மாதிரி எடுப்பு முறைகள்

- 1) எளிய எழுமாற்று மாதிரி எடுப்பு
- 2) படை கொண்ட மாதிரி எடுப்பு
- 3) கொத்து மாதிரி எடுப்பு
- 4) முறைமையான மாதிரி எடுப்பு

எளிய எழுமாற்று மாதிரி எடுப்பு (Simple Random Sampling)

குடித்தொகையின் ஒவ்வொரு அலகையும் தெரிவு செய்யப்படும் மாதிரியில் உள்ளடக்குவதற்காக சமனான நிகழ்தகவு வொன்று பெறக்கூடியவாறு குடித்தொகையிலிருந்து மாதிரியொன்றைத் தெரிவு செய்தல் எளிய எழுமாற்று மாதிரி எடுத்தல் ஆகும்.

நன்மைகள்

- 1) தனிப்பட்டவரின் விருப்பு வெறுப்புகளுக்கு சந்தர்ப்பம் கொடுக்கப்படமாட்டாது.
- 2) முடிவு திருத்தமானதாக இருக்கும்.

தீமைகள்

- 1) குடித்தொகை பற்றி பூரணமான பட்டியல் இருக்கவேண்டும்.
- 2) குடித்தொகையில் அலகுகள் பெருமளவு ஒத்ததாக இல்லாது போனால் முடிவு திருத்தமானதாக இருக்கமாட்டாது.

படைகொண்ட மாதிரி எடுப்பு (Stratified Random Sampling)

குடித்தொகையை அலகுகளைக் கொண்ட படைகளாக வகுத்து ஒவ்வொரு படையில் இருந்தும் அவற்றின் பருமனின் விகிதங்களுக்கு ஏற்ப எளிய எழுமாற்று முறை மூலம் அலகுகள் தெரிவு செய்யப்பட்டு மாதிரியை பெற்றுக்கொள்ளும் முறை படை கொண்ட மாதிரி எடுப்பு எனப்படும்.

நன்மைகள்

- 1) குடித்தொகையை நன்றாக வகை குறிக்கின்றது.
- 2) முடிவு திருத்தமானதாக இருக்கும்.
- 3) குடித்தொகை சீரற்ற தன்மையை கொண்டிருக்கும் சந்தர்ப்பத்திற்கு சிறந்த முறையாகும்.
- 4) கையாள்வது சுலபம்

தீமை

- 1) பணம், நேரம், விரையமாக்கப்படுகின்றது.

கொத்து மாதிரி எடுப்பு (Cluster Sampling)

குடித்தொகை ஒன்று கொத்துக்களினால் ஆக்கப்பட்டுள்ள போது சில கொத்துக்களை எழுமாறாக எடுத்து அக்கொத்துக்களின் சகல அலகுகளையும் ஆய்வுக்கு உட்படுத்தும் செயல் முறை கொத்துமாதிரி எடுப்பு எனப்படும்.

நன்மைகள்

- 1) பெரிய குடித்தொகைக்கும் பொருத்தமானது
- 2) அபிவிருத்தியடையாத நாடுகளுக்கு இம்முறை பொருத்தமானதாகும்

தீமைகள்

ஏனைய மாதிரி எடுப்புகளை விடதிருத்தம் குறைவானது.

முறைமையான மாதிரி எடுப்பு (Syatematic Sampling)

குடித்தொகையைப் K பருமன் ஆகவும் உள்ள மாதிரி ஆயிடைகளாக வகுத்து முதலாவது ஆயிடையிலிருந்து எந்தவோர் அலகையும் எழுமாறாக தெரிவு செய்து அதன் பின்னர் K ஆகவுள்ள ஒவ்வொரு அலகும் தெரிவு செய்யப்படும். இச் செயல் ஒழுங்கு முறைமையானது மாதிரியெடுத்தல் என்று அழைக்கப்படும்.

நன்மைகள்

- 1) இலகுவானது
- 2) நேரம், தொழிலாளர், மீதப்படுத்தலாம்
- 3) முடிவிலி குடித்தொகைக்கும் பொருத்தமானது.

தீமைகள்

முழுக்குடித்தொகையையும் வகை குறிக்காது.

நிகழ்தகவு சாரா மாதிரி எடுப்பு முறைகள்

- 1) பங்கு வீத மாதிரியெடுத்தல்
- 2) தீர்ப்பு மாதிரியெடுத்தல்
- 3) இலகு மாதிரியெடுத்தல்

பங்கு வீத மாதிரி எடுப்பு (Quota Sampling)

குடித்தொகையில் இருந்து தெரிவு செய்யப்படும் மாதிரியானது பால், வயது, தரம், தொழில், வருமானம் போன்ற பல பகுதிகளாக வகுக்கப்படுகின்றது. ஒவ்வொரு வகையிலிருந்தும் குறித்த பகுதியை ளெவீட்டாளர் தமது விருப்பத்திற்கு ஏற்ப தெரிவு செய்து பெறப்படும் மாதிரி பங்கு வீத மாதிரி எடுப்பு எனப்படும்.

தீர்ப்பு மாதிரி எடுப்பு (Convenient Sampling)

குறித்த ஒரு துறை தொடர்பாக தீர்மானம் எடுக்க கூடிய நிபுணத்துவம் உள்ள ஒருவரால் எடுக்கப்படும் முடிவுக்கு ஏற்ப தெரிவு செய்யப்படும் மாதிரியானது தீர்மான மாதிரி எடுப்பு எனப்படும்.

மாதிரி எடுப்பு வழு (Sampling Error)

குடித்தொகையின் ஒரு பகுதியை ஆராய்வதன் மூலம் குடித்தொகை பற்றிய முடிவுகளுக்கு வரும் போது வழு ஏற்பட முடியும் இவ்வாறு ஏற்படும் வழுவை மாதிரி எடுப்பு வழு எனப்படும்.

மாதிரி எடுப்பற்ற வழு (Non Sampling Error)

குடித்தொகையை அவதானித்தல் அட்டவணைப்படுத்தல் கணக்கிடுதல் பிரதிபண்ணுதல் போன்ற செற்பாடுகளின் போது ஏற்படும் வழு மாதிரி எடுப்பற்ற வழு எனப்படும்.

மாதிரி எடுப்பும் பரம்பல்

மாதிரி எடுப்பும் பரம்பல் (Sampling Distribution)

குடித்தொகையில் இருந்து பெறும் சமஅளவுகளை உடைய வெவ்வேறான மாதிரிகளின் பெறுமானங்களாலான பரம்பல் மாதிரி எடுப்பு பரம்பல் எனப்படும்.

பருமன் N ஐக் கொண்ட குடித்தொகையில் இருந்து மீள் வைப்பின்றி எழுமாறாக எடுக்கப்படுகின்ற பருமன் n ஐக் கொண்ட மாதிரிகளின் மாதிரிப் பரம்பலின் மாறாற்றிறன்

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-n} \right) \text{ என்னும் சமன்பாட்டினால் தரப்படும்.}$$

இங்கு,

$\frac{N-n}{N-n}$ என்பது முடிவுள்ள குடித்தொகையின்

$N-n$ திருத்தற்காரணி எனப்படும்.

குடித்தொகையின் பருமன் பெரிதாகும் போது $\frac{N-n}{N-n}$ ஆனது 1 ஐ அண்மிக்கின்றமையால் $N-n$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \text{ என்பதால் தரப்படும்.}$$

மைய எல்லைத் தோற்றம் (Central limit Theorem)

ஏதேனும் குடித்தொகைப்பரம்பலில் இருந்து பெறக்கூடிய மாதிரிப்பருமன் பெரிதாயின் மாதிரி இடைகளின் மாதிரிப் பரம்பல் அண்ணளவாக செவ்வண் பரம்பலில் அமையம் என்பதே மைய எல்லைத் தேற்றத்தினாற் காட்டப்படுவதாகும். ($n \geq 30$)

01. ஒரு பொறியினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் ஆணிகளின் நீள இடை 10cm நியமவிலகல் 3cm எனும் பரம்பலில் அமைகின்றது. இதிலிருந்து பெறப்படும் பருமன் 36 ஐக் கொண்ட மாதிரிகளின் இடைகளின் மாதிரிப் பரம்பலின் தன்மை யாது? தெரிவு செய்து கொண்ட மாதிரி இடை 9.0cm க்கும் 11cm க்கும் இடையே அமைவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

02. பொறி ஒன்றினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் துளையுடைய ஆணிகளின் உள்விட்டத்தின் இடை 12mm நியமவிலகல் 3mm ஆகும். இதிலிருந்து பருமன் 36 ஐக் கொண்ட மாதிரி தெரிவு செய்யப்படுகின்றது.

- மாதிரி இடைகளின் மாதிரிப் பரம்பலின் தன்மையாது?
- மாதிரியின் இடை 11.5cm க்கும் 12.5cm க்கும் இடையே இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
- பகுதி II இல் அமையாத ஆணிகள் பழுதானவை எனக்கொண்டு இயந்திரத்தினால் உற்பத்தி செய்யப்படும். பழுதான ஆணிகளின் சதவீதத்தைக் காண்க.

குடித்தொகை வீகிதம் (Population Proportion)

பருமன் N ஐக் கொண்ட குடித்தொகை ஒன்றின் யாதேனும் உபசிறப்பியல்பைக் கொண்ட அலகுகளின் எண்ணிக்கை A யினால் காட்டப்படின் குடித்தொகையின் உபசிறப்பியல்பைக்

கொண்ட விகிதம் $\pi = \frac{A}{N}$ என எழுதலாம்.

மாதிரி வீகிதம் (Sample Proportion)

யாதேனும் குடித்தொகையில் இருந்து எழுமாறாக பெறப்பட்ட n பருமனைக் கொண்ட ஒரு மாதிரியின் யாதேனும் சிறப்பியல்புகளைக் கொண்ட அலகுகளின் எண்ணிக்கை a ஆயின் சிறப்பியல்பைக் கொண்ட அலகுகளின் மாதிரி விகிதம் $P = \frac{a}{n}$ எனப்படும்.

மாதிரி எடுப்பு பரம்பலின் இடை $\mu_p = P$ ஆகவும்,

நியம விலகல் $\sigma_p = \sqrt{\frac{pq}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)}$ எனவும் கொள்ளப்படும்.

மாதிரியின் பருமன் பெரிதாகும் போது ($n > 30$) இப்பரம்பல் மைய எல்லைத் தோற்றத்துக்கு அமைய அது இடைபு $p = \pi$ ஐயும் நியமவிலகல் $\sigma_p = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$ ஐயும் கொண்ட செவ்வன் பரம்பலை அண்மிக்கும்.

01. ஒரு பொறியினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் பொருட்கள் 2%மானவை வழுவடன் கூடியவை என்பது அறியப்பட்டுள்ளது. 400 பொருட்கள் கொண்ட ஒரு மாதிரியில்,
- 3% அல்லது அதற்கு கூடுதலாக
 - 2.5% அல்லது அதற்கு குறைவாக
- வழுவடன் கூடியவை காணப்படுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
02. ஒரு அப்பிள் விற்கும் மொத்த வியாபாரி தான் விநியோகிக்கும் அப்பிள்களில் 4%மானவை பழுதடைந்தவை என அறிகின்றான் 600 அப்பிள்களைக் கொண்ட ஓர் மாதிரியில்,
- 4.2% அல்லது அதற்கு கூடுதலாக
 - 4.5% அல்லது அதற்கு குறைவாக
- பழுதடைந்த அப்பிள்கள் காணப்படுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

இரண்டு இடைகளின் வித்தியாசத்தின் மாதிரி எடுப்பு (Sampling Distribution of Difference of two Means)

இரண்டு குடித்தொகைகளிலிருந்து முறையே பருமன் n_1, n_2 என்றவாறாக எடுக்கப்பட்ட சுயாதீனமான இரண்டு மாதிரிகளின் இடைகள் முறையே \bar{X}_1, \bar{X}_2 ஆயின் $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ வினது பரம்பல் அம்மாதிரி இடைகள் இரண்டின் ஆயிடையினது மாதிரி எடுத்தல் பரம்பல் ஆகும்.

இப்பரம்பலின் இடையானது $\mu_1 - \mu_2$ ஆகவும் மாற்றற்றன்

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}^2 = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2} \text{ ஆகவும் இருக்கும்.}$$

Note: இரண்டு குடித்தொகைகளின் பரம்பல் செவ்வன் ஆயின் மாதிரி இடைகள் இரண்டின் ஆயிடையினது மாதிரியெடுத்தல் பரம்பலும் மேற்படி இடையையும் மாற்றற்றனையும் கொண்டதாக செவ்வனாக பரம்பியிருக்கும். குடித்தொகைப் பரம்பல் செவ்வன் அல்லாத போது அவற்றின் மாதிரிகளின் பருமன் பெரிதாயின் மைய எல்லைத் தோற்றத்துக்கு அமைய மாதிரி இடைகள் இரண்டின் ஆயிடையின் மாதிரியெடுத்தல் பரம்பல் அண்ணளவாக செவ்வன் ஆகும் எனக் கருதலாம்.

1) A எனும் கம்பனி உற்பத்தி செய்யும் மின்குமிழ்களின் இடை ஆயுட்காலம் 1400 மணித்தியாலங்கள் ஆகும். நியமவிலகல் 200 மணித்தியாலங்களாகும். B எனும் கம்பனி உற்பத்தி செய்யும் மின்குமிழ்களின் இடை ஆயுட்காலம் 1200 மணித்தியாலங்களாகவும் நியமவிலகல் 100 மணித்தியால மாகவும் உள்ளது இந்த இரண்டுபரம்பல்களில் இருந்தும் முறையே பருமன் 125 பருமன் 100 கொண்ட எழுமாறான இரு மாதிரிகளை எடுத்துப்பரிசீலித்தால் கம்பனி A உற்பத்தி செய்யும் மின்குமிழ்களின் இடைஆயுட்காலமானது கம்பனிக்கு B உற்பத்தி செய்யும் மின்குமிழ்களின் இடை ஆயுட்காலத்தை விட,

1) 160 மணித்தியாலங்களால்

2) 250 மணித்தியாலங்களால்

அதிகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

02) X எனும் நிறுவனம் தயாரிக்கும் தொலைக்காட்சிகளின் ஆயுட்கால இடை 140 மணித்தியாலங்கள். நியமவிலகல் 12 மணித்தியாலங்கள் ஆகும். Y எனும் நிறுவனம் தயாரிக்கும் தொலைக்காட்சிகளின் ஆயுட்கால இடை 120 மணித்தியாலங்கள் நியமவிலகல் 10 மணித்தியாலங்கள் ஆகும். இந்த இரண்டு நிறுவனங்கள் உற்பத்தி செய்த தொலைக்காட்சிகளில் இருந்து முறையே 15, 10 கொண்ட மாதிரிகளை பரிசோதனைக்கு உட்படுத்தப்பட்டால் நிறுவனம் X ஆனது நிறுவனம் Y உற்பத்தி செய்யும் தொலைக்காட்சிகளின் ஆயுட்காலத்தை விட 15 மணித்தியாலங்களால் அதிகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவைக்க காண்க உற்பத்தியானது செவ்வன் பரம்பலில் உள்ளது எனக்கொள்க.

மாதிரி விகிதங்கள் இரண்டின் ஆயிடையின் மாதிரி எடுத்தல் பரம்பல்
[Sampling Distribution of Difference of the Proportions]

இரண்டு குடித்தொகைகளிலிருந்து பருமன்கள் முறையே n_1, n_2 ஆகக் கூறியவாறு எழுமாறாக எடுக்கப்பட்ட இரண்டு மாதிரிகளின் விகிதங்கள் முறையே p_1, p_2 ஆயின் p_1, p_2 இனது பரம்பலானது மாதிரிகளின் விகிதங்களின் ஆயிடையின் மாதிரி எடுத்தற் பரம்பல் எனப்படும்.

இப்பரம்பலின் $\mu = \pi_1 - \pi_2$ இடை ஆகவும்

மாற்றற்றின் $\sigma_{p_1-p_2} = \sqrt{\frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}}$ ஆகவும் அமையும்.

1. ஒரு நிறுவனம் பொருட்களை உற்பத்தி செய்வதற்குத் தேவையான உதிரிப்பாகங்களை இரண்டு வழங்குனர்களிடமிருந்து கொள்வனவு செய்தது. முதலாவது நபர் வழங்கும் உதிரிப்பாகங்களுள் 0.08 விகிதமும் இரண்டாம் நபர் வழங்கும் உதிரிப்பாகங்களுள் 0.05 விகிதமும் நிராகரிக்கப்படுவதாக அறியப்பட்டது. குறித்த ஒரு நாளில் உற்பத்திக்காக முதலாவது வழங்கு நபரிடம் இருந்து பெற்ற 150 உதிரிப்பாகங்களும், இரண்டாவது வழங்குனிபரிருந்து பெற்ற 300 உதிரிப்பாகங்களும் பயன்படுத்தப்பட்டன. இரு வழங்குனிபரிருந்தும் பெற்ற உதிரிப்பாகங்கள் நிராகரிக்கப்படும் விகிதங்களின் ஆயிடை 1% க்கு குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

2. ஒரு சந்தை ஆய்வு முகவர் நிலையம் 1000 வாடிக்கையாளரை எடுத்து தனது உற்பத்தி பொருள் பற்றி ஆராய்ந்த போது 200 பேரே கொள்வனவு செய்யும் நிலையில் இருந்தனர். உற்பத்திகளின் திருப்தியினம் காரணமாக பல வழிகளில் விளம்பரப்படுத்தல் மேற்கொள்ளப்பட்டன. சில காலத்தின் பின்னர் தெரிவு செய்த 1091 பேரில் 240 பேர் அப்பொருளை கொள்வனவு செய்தது கண்டுபிடிக்கப்பட்டது. மாதிரி விகிதசமனின் ஆயிடையின் மாற்றற்றினைக் காண்க.

புள்ளிவிபர மதிப்பீடு

புள்ளிவிபர மதிப்பீடு (Statistical Estimation)

குடித்தொகை ஒன்றின் இடை, நியம் விலகல் போன்றவற்றை மாதிரி இடை, மாதிரி நியம விலகல் போன்றவற்றின் உதவியுடன் மதிப்பிடலே புள்ளிவிபர மதிப்பீடாகும்.

மதிப்பிடலின் வகைகள் [Type of Estimation]

- a) புள்ளி மதிப்பீடு
- b) ஆயிடை மதிப்பீடு

புள்ளி மதிப்பீடு [Point Estimation]

குடித்தொகையிலிருந்து ஒரு மாதிரியை எடுத்தபின்னர் மாதிரி சார்பைப் பெற்று பெறுமானத்தைக் கணிக்கும் போது ஒரு தனிப்பெறுமானம் கிடைக்கப்பெறும் எனின் அது ஒரு புள்ளி மதிப்பானாகும்.

சீறந்த புள்ளி மதிப்பானின் பண்புகள்

[Properties of good Point Estimation]

- 1) கோடாத தன்மை
- 2) வினைத்திறன்
- 3) இசைவு
- 4) போதுமை

கோடாத்தன்மை [Unbiasedness]

யாதேனும் புள்ளி விபரத்தின் மாதிரிப் பரம்பலின் இடை, குடித்தொகைப் பரமாணத்துக்கு சமனானதாயின் அப்புள்ளி விபரம் குடித்தொகைப் பரமாணத்துக்கான கோடாத மதிப்பீடு எனப்படும்.

வினைத்திறன் [Efficiency]

யாதேனும் குடித்தொகைப் பரமாணத்துக்காக ஒரே இடையக்கொண்ட சில மதிப்பாண்கள் காணப்படும் போது குறைந்த மாற்றிறனைக் கொண்ட மதிப்பானே குடித்தொகைப் பரமானத்துக்கான மிக வினைத்திறனுடைய மதிப்பானாகும்.

இசைவு [Consistency]

ஒரு குடித்தொகையிலிருந்து எடுக்கப்படும் மாதிரிப்பருமன் பெரிதாகும் போது யாதேனும் மதிப்பானின் பெறுமானம் படிப்படியாக குடித்தொகை பரமானத்தின் பெறுமானத்தை அண்மிப்பதாக இருப்பின் அவ்வாறான மதிப்பான இசைவான மதிப்பான் எனப்படும்.

போதுமை [Suficiency]

பரமாணம் தொடர்பாக மாதிரியில் அடக்கப்பட்டுள்ள எல்லாத் தகவல்களையும் உள்ளடக்கிக்காட்டும் மதிப்பானானது அப்பரமானத்துக்கான போதுமான மதிப்பானாகும்.

ஆயிடை மதிப்பீடு [Inteval Estimation]

தரப்பட்டுள்ள நிகழ்தகவு மட்டமொன்றுக்கு அமைய யாதேனும் குடித்தொகைப் பரமாணம் உள்ளடங்கக் கூடிய ஒரு ஆயிடையை மாதிரித் தகவல்களை அடிப்படையாக கொண்டு ஆக்குவதே ஆயிடை மதிப்பீடு ஆகும்.

இதன் நிகழ்தகவு மட்டம் பொருளுள்ள மட்டம் எனவும் இவ்வாயிடைகள் பொருளுள்ள ஆயிடைகள் எனவும் அழைக்கப்படும்.

பொருளுள்ள ஆயிடை காணுதல்

- 1) மாற்றிறிற்ன் தெரிந்த செவ்வன் குடித்தொகை ஒன்றின் இடைக்கான பொருளுள்ள ஆயிடை

$$\mu = \bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{என்பதால் தரப்படும்}$$

- 2) மாறத்திறன் அறியப்படாத செவ்வன் குடித்தொகையின் இடைக்கான பொருளுள்ள எல்லைகள், $n > 30$ ஆயின் மாதிரிப்பருமன் பெரிதாக இருப்பதால் குடித்தொகை மாறத்திறனுக்கான ஒரு சிறந்த மதிப்பானா மாதிரி மாறத்திறனை பயன்படுத்தி $\mu = \bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$ மூலம் பொருளுள்ள ஆயிடையை அமைக்கலாம்.

$n \leq 30$ பருமன் சிறிதாக இருக்கும் போது குடித்தொகையின் மாறத்திறனுக்கு ஒரு சிறந்த மதிப்பானாக S^2 ஐக் கருத முடியாத தாகையால் மேலே குறிப்பிட்ட பெறுபேற்றைப் பயன்படுத்த முடியாது. அதற்காகச் செவ்வன் பரம்பலைப் போன்று சமச்சீரான t பரம்பலைப் பயன்படுத்தலாம்.

$$\mu = \bar{x} \pm t_{(n-1), \frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \quad \text{மூலம் பொருளுள்ள ஆயிடையை அமைக்கலாம்.}$$

- 3) குடித்தொகை விகிதத்துக்கான பொருளுள்ள ஆயிடை

$$\pi = P \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \quad \text{என்பதால் தரப்படும்.}$$

குடித்தொகையின் விகிதம் π அறியப்படாத போது மாதிரியின் பருமன் பெரிதாகையால் π இற்குப் பதிலாக P ஐப் பிரதியீடு செய்யலாம் அப்போது பொருளுள்ள எல்லைகள்

$$\pi = P \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{P(1-p)}{n}} \quad \text{என்பதால் தரப்படும்.}$$

Note: n சிறிதாகும் போது மாதிரி விகிதத்தின் பரம்பல் செவ்வன் ஆகமாட்டாதாகையால் அவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களில் குடித்தொகை விகிதத்துக்கான பொருளுள்ள எல்லைகளைக் காணல் பற்றி இங்கு கவனஞ் செலுத்தப்படுவதில்லை.

- 01) இயந்திரம் ஒன்றினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் பந்தின் விட்டத்தின் நீளத்தை அளவிடுவதற்காக பருமன் 200ஐக் கொண்ட மாதிரி எடுத்துப் பரிசோதிக்கப்பட்ட போது இடை 20.9mm உம் நியமவிலகல் 10.7mm ஆகவும் இருந்தது. பொருண்மை மட்டம் 5%, 1% ஆகவுள்ள போது விட்டத்தின் குடித்தொகைக்கான இடைக்குரிய பொருளுள்ள எல்லைகளைக் காண்க.
- 02) தொழிற்சாலை ஒன்றில் உற்பத்தியாகும் கம்பி ஆணி ஒன்றின் விட்டமானது மாதிரிப்பருமன் 10 ஐக் கொண்ட மாதிரி ஒன்றை எடுத்து அளவிடப்பட்ட போது விட்டங்களின் இடை 11mm நியமவிலகல் 1.5mm ஆகவும் இருந்தது 5% பொருண்மை மட்டத்தில் விட்டத்தின் பொருளை எல்லைகளைக் காண்க?
- 03) வீடமைப்புத் திட்டமொன்றில் வாழுகின்ற 20 குடியிருப்பாளர்களிடம் அவர்களது மாதாந்தக் கொடுப்பனவுகள் பற்றி ஆய்வொன்றின் போது அவர்கள் மாதாந்தம் செலுத்தும் பணத்தின் இடை ரூ 200/= ஆகவும் நியமவிலகல் ரூ 60/= ஆகவும் இருந்தமை அறியப்பட்டது. முழு வீடமைப்புத் திட்டத்திலும் வாழுகின்ற குடியிருப்பாளர்களது மாதாந்தக் கொடுப்பனவுக்கான 98% பொருளுள்ள எல்லைகளை அமைக்க.

04) ஒரு போட்டியில் பங்கு பற்றிய 100 போட்டியாளரின் உயரம்³⁰ பற்றி நடத்தப்பட்ட ஆய்வின் போது அவர்களது உயரத்தின் இடை 172.5cm எனவும் மாறற்றிறன் 17.5cm எனவும் காணப்பட்டன. போட்டியில் பங்குபற்றிய போட்டியாளர்கள் அனைவரதும் உயரத்தின் இடைக்கான 95% பொருள்ள எல்லைகளை அமைக்க.

05) தொழிற்சாலை ஒன்றில் உற்பத்தி செய்யப்படும் 60 மின் உயர்த்திகளின் அதியுயர் தாங்குதிறன் பற்றிய ஆய்வொன்றின் போது அவற்றின் இடை 11.09 தொன் ஆகவும் நியமவிலகல்³⁰ 0.73 தொன் ஆகவும் இருக்கக் காணப்பட்டது. அவற்றின் இடைக்கான பொருள்ள எல்லைகளை 5%, 1% பொருண்மை மட்டங்களில் காண்க.

06) மருத்துவமனை ஒன்றிற்கு இரத்ததானம் செய்வதற்காக 200 பேர்கள் வந்திருந்தனர். அவர்களின் நிறை பற்றிய ஆய்வு ஒன்றின் போது அவர்களது நிறை பற்றிய ஆய்வு ஒன்றின் போது அவர்களது நிறையின் இடை 20.9 kg ஆகவும், நியவிலகல் 1.07kg ஆகவும் இருக்கக் காணப்பட்டது. இரத்ததானம் வழங்க வந்த முழுப்பேரினதும் நிறையின் இடைக்கான பொருளுள்ள ஆயிடையே 95% நம்பிக்கை மட்டத்தில் காண்க.

07) ஒரு பொறியினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் பொருள்களின் சராசரி நீளத்தை அறிவதற்காக நடத்தப்பட்ட ஆய்வின் போது பரிசீலிக்கப்பட்ட 10 பொருட்களின் நீளங்கள் 12.3, 11.8, 11.6, 12.6, 13.4, 12.8, 11.1, 12.2, 14.8, 13.1 cm ஆகக் காணப்பட்டது. இப்பொருள்களின் நீளத்திற்கான மாறல்திறன் 1.44cm ஐக் கொண்ட செவ்வன் பரம்பலில் அமைந்துள்ளது. இடைப்பெறுமானத்திற்கான 95% பொருள்ள எல்லைகளை அமைக்க.

08) ஒரு பொறியினால் ஒரு வாரகாலத்தில் உற்பத்தி செய்யப்படும் குண்டுப் பொதிகளின் விட்டம் இடை 1.2 உம் மாற்றிறன் 0.002cm உம் கொண்ட பரம்பலில் அமைந்துள்ளதாக கொள்ளலாம் 200 குண்டுப் பொதிகைகளைக் சோதித்தபோது அவற்றின் விட்ட இடை 0.824cm ஆகக் காணப்பட்டது அப்பொறியினால் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட குண்டுப் பொதிகைகளுக்கான 98% பொருளுள்ள எல்லைகளை அமைக்க.

09) மாவட்டம் ஒன்றில் இருந்து தெரிவு செய்யப்பட்ட 100 வாக்குகளுக்கூரிய வாக்காளர்களில் 55% மானோர் குறித்ததோர் போட்டியாளருக்கு வாக்களித்திருந்தனர். முழுவாக்காளர்களினதும் விகிதத்திற்கான பொருளுள்ள எல்லைகளை 5% பொருண்மை மட்டத்தில் காண்க.

10) ஒரு குறித்த நிறுவனத்தினரால் இறக்குமதி செய்யப்பட்ட நுகர்வுப்பொருள் இருப்பில் இருந்து 81 பொருள்களைப் பரிசீலித்தபோது அவற்றுள் 8 பொருட்கள் நுகர்வுக்கு உகந்தவையல்ல எனக் காணப்பட்டது அம் முழுப்பொருள் தொகுதியிலும் காணப்படக் கூடிய நுகர்வுக்கு உகந்தவையல்லாத பொருட்களின் விகிதத்துக்கான 90% பொருளுள்ள எல்லைகளை அமைக்க.

இரண்டு குடித்தொகைகளுக்கான பொருளுள்ள ஆயிடைகளை கணித்தல்

1) மாற்றிறன் அறியப்பட்ட செவ்வண் குடித்தொகைகள் இரண்டின் இடைகளின் வித்தியாசங்களின் பொருளுள்ள ஆயிடை,

$$\mu_1 - \mu_2 = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

என்பதால் தரப்படும்.

- 2) மாற்ற்திறன் அறியப்படாத போதிலும் ஒத்த மாற்ற்திறன்களைக் கொண்ட செவ்வன் குடித்தொகைகள் இரண்டின் இடைகளின் வித்தியாசத்துக்கான பொருளுள்ள ஆயிடை $n \leq 30$ ஆயின்,

$$\mu_1 - \mu_2 = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm t_{n_1+n_2-2, \frac{\alpha}{2}} S \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

என்பதால் தரப்படும்.

இங்கு,

$$S^2 = \frac{(n_1 - 1) S_1^2 + (n_2 - 1) S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \quad \text{ஆகும்.}$$

$n > 30$ ஆயின்,

$$\mu_1 - \mu_2 = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \quad \text{என்பதால் தரப்படும்.}$$

- 3) மாற்ற்திறன்கள் அறியப்பட்ட செவ்வன் அல்லாத குடித்தொகைகளின் இடைகளின் வித்தியாசத்துக்கான பொருளுள்ள ஆயிடை

$$\mu_1 - \mu_2 = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \quad \text{என்பதால் தரப்படும்.}$$

- 4) மாற்ற்திறன் அறியப்படாத செவ்வன் அல்லாத குடித்தொகைகளின் இடைகளில் வித்தியாசத்துக்கான பொருளுள்ள ஆயிடை,

$$\mu_1 - \mu_2 = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \quad \text{என்பதால் தரப்படும்.}$$

- 5) குடித்தொகைகள் இரண்டின் விகிதங்களின் வித்தியாசத்துக்கான பொருளுள்ள ஆயிடை,

$$\pi_1 - \pi_2 = P_1 - P_2 \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\pi_1(1-\pi_1)}{n_1} + \frac{\pi_2(1-\pi_2)}{n_2}}$$

என்பதால் தரப்படும்.

காரணகாரணத்திற்குரிய சூத்திரம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது --
 குழுவின் சராசரி வகைகள் π_1, π_2 என்பன அறியப்படாதவை ஆகிய
 இவற்றுக்குப் பதிலாக முறையே P_1, P_2 ஐ பிரதியீடு செய்யலாம்.
 இவ்வாறு

01) நியம விலகல் 120 மணித்தியாலங்கள் எனக்கருதப்படும் A வகையைச் சேர்ந்த 150 மின்குமிழ்கள் பரிசீலிக்கப்பட்டபோது இவ்விட ஆயுட்காலம் 1400 மணித்தியாலங்கள் என்பதும், நியமவிலகல் 80 மணித்தியாலத்தைக் கொண்ட B வகையைச் சேர்ந்த 200 மின்குமிழ்களைப் பரிசீலித்தபோது அதன் இடை ஆயுட்காலம் 1200 மணித்தியாலங்கள் என்பதும் தெரிய வந்தது. A வகை B வகை மின்குமிழ்களின் இடை ஆயுட்காலங்களுக்கிடையிலான வித்தியாசத்திற்கான 95% பொருண்மை எல்லைகளை அமைக்க.

02) ஒரு குறிப்பிட்ட தொழிற்சாலையில் X, Y எனும் இயந்திரங்கள் தொடர்ச்சியாக ஒரே வகைப்பொருளை உற்பத்தி செய்கின்றது. அவற்றின் நிறைகள் அளவிடப்பட்டன. இரண்டு இயந்திரங்களும் ஒரே அளவிலான பொருட்களை உற்பத்தி செய்தன. இயந்திரம் X உற்பத்தி செய்யும் பொருட்களில் இருந்து 144 பொருட்கள் சோதனைக்கு உட்படுத்தப்பட்டது. அவற்றின் இடை 36.4kg ஆகவும், நியமவிலகல் 3.6kg ஆகவும் இருக்கக் காணப்பட்டது. இயந்திரம் Y உற்பத்தி செய்யும் பொருட்களில் இருந்து 225 பொருட்கள் சோதனைக்கு உட்படுத்தப்பட்டது. அவற்றின் இடை 36.9kg ஆகவும் நியமவிலகல் 2.9kg ஆகவும் இருக்கக் காணப்பட்டது. X, Y எனும் இயந்திரங்களால் உற்பத்தி செய்யப்படும் பொருட்களின் நிறையின் இடை வித்தியாசத்திற்கான பொருளுள்ள எல்லைகளை 95% பொருண்மை மட்டத்தில் காண்க.

- 03) ஒரு குறித்த உதிர்்பாகத்தை உற்பத்தி செய்யும் இரண்டு பொறிகள் ஒரு நாளில் உற்பத்தி செய்யும் உதிர்்பாகங்களின் தொகையின் இடைகள் முறையே 200 உம் 250உம் ஆகும் என்பதும் நியமவிலகல்கள் முறையே 20 உம் 25உம் ஆகும் என்பது 25 நாட்கள் நடத்திய பரிசீலனை மூலம் தெரியவந்தது A பொறியும் B பொறியும் உற்பத்தி செய்யும் பகுதிகளின் உதிர்்பாகங்களின் இடைகளுக்கிடையிலான வித்தியாசத்தை 99% பொருளுள்ள எல்லைகளை அமைக்க.
- 04) ஒரு குறித்த பிரதேசத்தினுள் இருக்கும் இரண்டு கடைகள் A, B இல் விற்பனையாகும் குறித்த பால்மா ஒன்றின் ஆய்வின் போது ஒரு நாளில் விற்பனையாகும் தொகையின் இடை முறையே 250, 200. நியமவிலகல் 25உம், 20உம் ஆகும் 25 நாட்கள் நடத்திய ஆய்வின் போது விற்பனை நிலையம் $A_{யும்}$, $B_{யும்}$ விற்பனை செய்யும் பால்மாக்களின் எல்லைகளை 5% பொருண்மை மட்டத்தில் காண்க.
- 05) A வகை மின்குமிழ்கள் 150 சோதிக்கப்பட்டபோது அவற்றின் இடை ஆயுட்காலம் 1400 மணித்தியாலங்கள் என்பதும் குடியின் நியமவிலகல் 120 மணித்தியாலங்கள் என்பதும் அறியப்பட்டன. B வகை மின் குமிழ்கள் 200 சோதிக்கப்பட்ட போது அவற்றின் இடை ஆயுட்காலம் 1200 மணித்தியாலங்கள் என்பதும் குடியின் நியமவிலகல் 80 மணித்தியாலங்கள் என்பதும் அறியப்பட்டன. A, B வகை மின் குமிழ்களின் இடை ஆயுட்காலங்களுக்கிடையிலான 95% வேறுபாட்டுக்கான பொருளுள்ள எல்லைகளை அமைக்க.
- 06) பொருள்களைப் பொதி செய்யும் இரண்டு பொறிகளால் பொதி செய்யப்பட்ட பொதிகளின் இரண்டு மாதிரிகளின் நிறை சோதிக்கப்பட்டது. முதலாவது மாதிரியில் 160 பொதிகளும் இரண்டாவது மாதிரியில் 200 பொதிகளும் இருந்தன. அவற்றின் இடையும் நியமவிலகலும் பின்வருமாறு அமைந்திருந்தது.
- $x_1 = 10.2$ Kg, $x_2 = 9.9$ Kg $S_1 = 0.3$ Kg $S_2 = 0.4$ Kg
இடைகளுக்கிடையிலான வித்தியாசத்துக்கான 90% பொருளுள்ள எல்லைகளை அமைக்க.

07) நகரம் ஒன்றில் குறித்த தொரு தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சியை பார்ப்பவர்களின் ஆய்வொன்றின் பொழுது எழுமாறாக எடுக்கப்பட்ட வயது வந்த 400 பேரில் 100 பேர் அந்த நிகழ்ச்சியை பார்க்க விருப்பம் கொண்டிருந்தனர். எழுமாறாக எடுக்கப்பட்ட வயது குறைந்த 600 பேரில் 300 பேர் அந்த நிகழ்ச்சியை பார்க்க விருப்பம் கொண்டிருந்தனர். விகிதங்களின் வித்தியாசத்திற்கு இடையேயான பொருளுள்ள எல்லைகளை 5% பொருண்மை மட்டத்தில் காண்க.

08) உடல் வலிமையுடனும் ஓர் உணவுவகை விளையாட்டு வீரர்களுக்கிடையிலும் விளையாட்டில் ஈடுபடாதோருக்கு உடல் வலிமையுடனும் ஓர் உணவுவகை விளையாட்டு வீரர்களுக்கிடையிலும் பிறபலயம் பெற்றறிள்ள விதத்தை அறிவிதற்காக ஆய்வு நடாத்தப்பட்டது. மொத்தம் 300 பேரிடம் இது குறித்து வினவப்பட்டது. விளையாட்டு வீரர்கள் 200 பேருள் 92 பேர் அவ்வுணவுவகை பொருளை விரும்புவதாகவும் விளையாட்டில் ஈடுபடாத 900 பேருள் 28 பேர் அவ்வுணவுவகை பொருளை விரும்புவதாகவும் தெரியவந்தது. இவ்வுணவுவகை பொருளை விரும்பும் இரு பிரிவினரதும் விகிதங்களுக்கு இடையிலான வித்தியாசத்துக்கான 95% பொருளுள்ள எல்லையை அமைக்க காமரா B.A. அடங்கியிருக்கும் பரம்பரைகாகக் குடும்ப அளவில் 1000 ரூபாய்க்குள் கட்டப்படும் வகையில் அமைக்கப்பட்டுள்ளது.

09) நகரம் ஒன்றில் குறித்த தொரு தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சியை பார்ப்பவர்களின் ஆய்வொன்றின் பொழுது எழுமாறாக எடுக்கப்பட்ட வயது வந்த 400 பேரில் 100 பேர் அந்த நிகழ்ச்சியை பார்க்க விருப்பம் கொண்டிருந்தனர். எழுமாறாக எடுக்கப்பட்ட வயது குறைந்த 600 பேரில் 300 பேர் அந்த நிகழ்ச்சியை பார்க்க விருப்பம் கொண்டிருந்தனர். விகிதங்களின் வித்தியாசத்திற்கு இடையேயான பொருளுள்ள எல்லைகளை 5% பொருண்மை மட்டத்தில் காண்க.

கருவியைக் காண்க

அலகு -16

கருதுகோள் சோதனை

கருதுகோள் சோதனை (Testing Hypothesis)

உற்பத்தி செய்யப்படும் பொருட்கள் சந்தைப்படுத்தப்பட முன்னரோ அல்லது சந்தைப்படுத்திய பின்னரோ அவற்றின் தரம் சோதனையிடப்படும் தரம் பற்றிய விடயம் உண்மையாகவோ அல்லது பொய்யாகவோ இருக்கும் இதனைக் கருதுகோள் எனப்படும்.

சூனியக் கருதுகோள்

சோதனையை நடத்துவதற்காக குடித்தொகை சார்பாக எடுத்துக்கொள்ளப்படும் எடுகோள் சூனியக் கருதுகோள் எனப்படும் இக்கருதுகோள் H_0 இனால் குறிக்கப்படும்.

மாற்றுக் கருதுகோள்

சூனியக் கருதுகோள் நிராகரிக்கும் போது எதேச்சையாக இன்னொரு கருதுகோள் ஏற்கவேண்டி ஏற்படும் இவ்வாறு ஏற்க வேண்டிய கருதுகோள் மாற்றுக் கருதுகோள் எனப்படும் இக்கருதுகோள் H_1 இனால் குறிக்கப்படும்.

சோதனை வழக்கல்

சரியான கருதுகோளை H_0 நிராகரிப்பதற்கும் பிழையான கருதுகோளை ஏற்றுக் கொள்வதற்கும் சாத்தியம் உண்டு என்பதால் முடிவெடுத்தற் செய்முறையின் போது வழக்கல் ஏற்படலாம். அவையாவன,

- 1) முதலாம் வகை வழக்கல் [Type I Errors]
- 2) இரண்டாம் வகை வழக்கல் [Type II Errors]

[Type I Errors]

குனியக் கருதுகோள் உண்மையானதாக அமையும் சந்தர்ப்பத்தில் அது நிராகரிக்கப்படல், முதலாம் வகை வழு எனப்படும்.

$$\alpha = P [\text{Rejected } H_0 \text{ But } H_0 \text{ is true}]$$

[Type II Errors]

மாற்றுக் கருதுகோள் H_1 உண்மையானதாக அமையும் சந்தர்ப்பத்தில் அது நிராகரிக்கப்படல் இரண்டாம் வகை வழு எனப்படும்.

$$\beta = P [\text{Rejected } H_1 \text{ But } H_1 \text{ is true}]$$

பொருண்மை மட்டம் [Significant Level]

முதலாம் வகை வழு ஏற்படக்கூடிய நிகழ்தகவு ஒரு குறித்த மட்டத்திற்கு குறைவாக இருக்கையில் இரண்டாம் வகை வழு நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு குறைக்கப்படும். இம் மட்டம் பொருண்மை மட்டம் எனப்படும்.

கருதுகோள் சோதனையின் வலிமை

மாற்றுக் கருதுகோள் (H_1) உண்மையாக அமையும் போது அதனை ஏற்றுக்கொள்ளும் நிகழ்தகவு கருதுகோள் சோதனையின் வலிமை எனப்படும்.

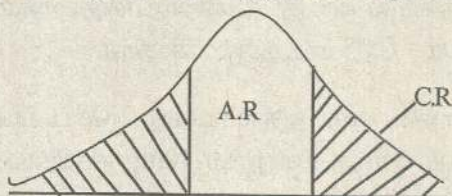
$$1 - \alpha = P [\text{Rejected } H_0 \text{ But } H_0 \text{ is true}]$$

ஏற்றுக்கொள் பகுதி [Accepted Region]

குனியக் கருதுகோள் (H_0) ஏற்றுக்கொள்வதற்கு அமைவான மாதிரி உறுப்புக்களைக் கொண்ட சார்பின் பெறுமானங்களை உள்ளடக்கும் பிரதேசமானது ஏற்றுக்கொள் பகுதி எனப்படும்.

அவதிப்பகுதி (Critical Region)

குனியக் கருதுகோள் நிராகரிப்பதற்கு அமைவான மாதிரி உறுப்புக்களைக் கொண்ட சார்பின் பெறுமானங்களை உள்ளடக்கும் பிரதேசமானது அவதி பகுதி எனப்படும்.



- 01) டயர் உற்பத்தி செய்யும் ஒரு கம்பனி டயரின் ஆயுட்கால இடை 40000km உம் நியமவிலகல் 40000km உம் ஆக அமைந்த செவ்வண் பரம்பலைக் கொண்டுள்ளது. உற்பத்தி செய்முறையில் ஒரு மாற்றத்தை ஏற்படுத்திய பின்னர் உற்பத்தியின் தரம் முன்னரை விட உயர்வானதாக உள்ளது என கம்பனி நம்புகின்றது புதிதாக உற்பத்தி செய்யப்பட்ட 64 டயர்களைச் சோதித்த போது அவற்றின் ஆயுட்கால இடை 41200மஅ ஆகக் காணப்பட்டது. புதிய உற்பத்தி பொருட்களில் தரவுயர்வு ஏற்பட்டுள்ளதா என $\alpha=0.05$ மட்டத்தில் சோதிக்க.
- 02) ஒரு பாண் போறனை உரிமையாளப் தனது போறனையில் உற்பத்தி செய்யப்படும் பாண் 450g இடையையும் 10g நியம விலகலையும் கொண்டதாகச் செவ்வனாக பரம்பியுள்ளதாக கருதுகின்றார். 50 பாண்களைக் கொண்ட ஒரு மாதிரி சோதிக்கப்பட்ட போது இடை 445g எனக் கூறுவது உண்மையானதாகுமா என்பதை 1% மட்டத்தில் சோதிக்க.

- 03) ஒரு நிறுவனம் அதில் உற்பத்தி செய்யும் ஒரு வகை மோட்டார் வாகனத்தின் எரிபொருள் நுகர்வு 12km ஒரு லீற்றர் எனக்கூறுகின்றது இதன் நியமவிலகல் 1.5Km ஆகும் 64 மோட்டார் வாகனங்களைக் கொண்ட ஒரு மாதிரியைச் சோதித்த போது எரிபொருளின் நுகர்வு இடை 11.5km க்கு ஒரு லீற்றர் என்பது உண்மையானதா அல்லது இல்லையா என்பதை $\alpha = 0.05$ மட்டத்தில் சோதிக்க.
- 04) ஒரு புகையிலைக் கம்பனியானது அதில் உற்பத்தி செய்யப்படும் மிகச் சிறந்த வகையைச் சேர்ந்த சிகரத்தில் 40mg நிக்கோட்டின் அடங்கியுள்ளது எனக்கூறுகின்றது. எழுமாறாக எடுக்கப்பட்ட 15சிகரற்றுக்களைக் கொண்ட ஒரு மாதிரியைச் சோதித்த போது அவற்றின் இடை 42.6mg ஆகவும் நியமவிலகல் 3.7 mg ஆகவும் காணப்பட்டது. 1%பொருண்மை மட்டத்தில் மேற்படி கூற்றை சோதிக்க.
- 05) புளோரொளிர்வுக் குழாய் விளக்குகளைத் தயாரிக்கும் ஒரு கம்பனி உற்பத்தி செய்த குழாய் விளக்குகளுள் 100 குழாய் விளக்குகளைக் கொண்ட ஒரு மாதிரி சோதனைக்கு உட்படுத்தப்பட்டு அவற்றின் இடை ஆயுட்காலம் 1570 மணி எனவும் நியமவிலகல் 120 மணி எனவும் அறியப்பட்டது. தமது கம்பனியில் உற்பத்தி செய்யப்படும் புளோரொளிர்வுக் குழாய் விளக்குகளின் இடை ஆயுட்காலம் 1600 மணி என அந்நிறுவனம் கூறுகின்றது. கம்பனியின் கூற்று உண்மையானதா இல்லையா $\alpha = 0.05$ என மட்டத்தில் சோதிக்க.
- 06) ஒரு தொழிற்சாலையின் உற்பத்திப் பொருட்களுள் வழுவுடன் கூடிய உற்பத்திப் பொருள்களின் விகிதம் 0.3 எனத் தெரிவிக்கப்பட்டது. எழுமாறாகத் தெரிவு செய்யப்பட்ட 100 உருப்படிகள் சோதிக்கப்பட்ட போது அவற்றுள் 45 உருப்படிகள் வழுவுடையவை என்பது அறியப்பட்டது. கூற்று உண்மையானதா என்பதை $\alpha = 0.05$ மட்டத்தில் சோதிக்க.

- 07) எயிட்ஸ் நோய்க்கு எதிரான மருந்தை உற்பத்தி செய்யும் நிறுவனம் ஒன்று தனது மருந்தை பாவிப்பவர்களில் 90% மாணவர்கள் எயிட்ஸ் நோயில் இருந்து விடுதலை பெறுகின்றனர் எனக் கூறுகின்றது. 200 எயிட்ஸ் நோயாளிகளை எடுத்து அவர்களுக்கு அந்த மருந்தைக் கொடுத்துப் பரிசீலித்தபோது 160 எயிட்ஸ் நோயாளிகள் விடுதலை பெற்றனர். நிறுவனத்தின் கூற்று உண்மையானதா என 1% பொருண்மை மட்டத்தில் பரிசீலிக்க.
- 08) A வகை பற்றரியின் ஆயுட்கால நியம விலகல் ஒரு மாதம் ஆகுமாறும் B வகை பற்றரியின் ஆயுட்கால நியம விலகல் இரு மாதமாகுமாறும் செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளது எனக்கருதப்படுகிறது. A வகை பற்றரிகள் 15ஐக் கொண்ட ஒரு மாதிரியும், B வகை பற்றரிகள் 18ஐக் கொண்ட ஒரு மாதிரியும் சோதிக்கப்பட்டபோது முறையே இடை ஆயுட்காலம் 38மாதம், 35 மாதம் எனவும் கிடைக்கப்பெற்றது. பற்றி வகைகள் இரண்டின் இடை ஆயுட்காலம் சமமானது என்பதை 5% பொருண்மை மட்டத்தில் சோதிக்க.
- 09) மோட்பர்கள் உதிர்ப்பாகங்களை உற்பத்தி செய்யும் இரண்டு பொறிகள் மூலம் ஒரு நாளில் உற்பத்தி செய்யப்படும் உதிர்ப்பாகங்களின் இடைப் பெறுமானம் முறையே 200,250 உம் எனவும் நியமவிலகல் 20உம், 25உம் எனவும் 25 நாட்களின் அறிக்கைகளுக்கு அமைய அறியப்பட்டது. பொறிகள் சம வினைத்திறனடையது எனும் கருதலுக்கான 1% மட்டத்தில் சோதிக்க.
- 10) ஒரு பூதியவகை பொருட்களின் நுகர்வு பற்றிய ஆய்வொன்றின் போது கொழும்பு மாவட்ட குடும்பத்தலைவியர் 1000 பேருள் 260 பேர் அதனை பயன்படுத்துவதாகவும், கண்டி மாவட்ட குடும்பத்தலைவியர் 500 பேருள் 100 பேர் அதனைப் பயன்படுத்துகின்றனர் என்றும் தெரியவந்தது. கண்டி மாவட்டக் குடும்பத்தலைவியர்களை விட கொழும்பு மாவட்ட குடும்பத்தலைவியருள் கூடுதலான விகிதத்தினர் இப்புதிய பொருளை பயன்படுத்துகின்றனர் எனும் முடிவை 5% பொருண்மை மட்டத்தில் மேற்கொள்ள முடியுமா?

அலகு -17

சுட்டெண்

சுட்டெண் [Index Numbers]

வெவ்வேறு காலங்களில் ஒரு தொகு தரவில் ஏற்படுகின்ற மாறுதல்கள் ஒப்பிடுவதற்கு பயன்படும் குறியீட்டு எண்ணை சுட்டெண்கள் ஆகும்.

சுட்டெண்களின் முக்கியத்துவம்

- 1) அரசாங்கம் பல்வேறு உத்தியோகத்தர்களினதும் சம்பள அளவை நிர்ணயிப்பதற்கு விலைச்சுட்டெண் உதவுகின்றது.
- 2) வாழ்க்கைச் சுட்டெண்களின் போக்கினை வைத்து வெவ்வேறு காலங்களில் மக்களின் வாழ்க்கைத் தரத்தில் ஏற்படக்கூடிய மாற்றங்களை ஒப்பிட்டு அறிந்து கொள்ளலாம்.
- 3) விலைச் சுட்டெண்ணில் ஏற்படும் மாற்றங்கள் மூலம் சராசரி விலை மட்டத்தின் போக்கினை அறிந்து கொள்ளலாம்.
- 4) நிறுவனமொன்றின் எதிர்கால நடவடிக்கைகளைத் திட்டமிடுவதற்கு சில்லறை விலைச்சுட்டி, மொத்த விலைச்சுட்டி என்பன பயன்பாட்டிற்கு எடுத்துக் கொள்ளப்படுகின்றன.

எளிய விலைச் சார்பு (Simple Price Relatives)

குறித்த பொருளொன்றிற்காக இரு பருவங்களிடையே உள்ள விலைகளின் விகிதம் விலைச்சார்பு எனப்படும்.

$$\text{எளிய விலைச்சார்பு} = \frac{P_n}{P_o}$$

இங்கு,

P_n = தரப்பட்ட பருவத்தின் விலையையும்

P_o = அடிப்பருவத்தின் விலையையும் குறிக்கும்.

எளிய விலைச் சுட்டெண் (Simple Price index Number)

எளிய விலைச் சார்பினை நூற்று வீதமாக மாற்றும் போது பெறப்படுவது எளிய விலைச் சுட்டெண் எனப்படும்.

$$\text{எளிய விலைச்சார்பு} = \frac{P_n}{P_o} \times 100$$

எளிய கணியச் சார்பு (Simple Quantity Relatives)

குறித்த பொருளொன்றுக்கு இரு பருவங்களிடையே உள்ள அளவுகளின் விகிதம் கணியச் சார்பு எனப்படும்.

$$\text{எளிய கணியச்சார்பு} = \frac{q_n}{q_o}$$

இங்கு,

q_n - தரப்பட்ட பருவத்தின் அளவையும்

q_o - அடிப் பருவத்தின் அளவையும் குறிக்கும்.

எளிய கணியச் சுட்டெண் (Simple Quantity index Number)

எளிய கணியச் சார்பினை நூற்றுவிதமாக மாற்றுகின்ற போது பெறப்படுவது எளிய கணியச் சுட்டெண் எனப்படும்.

$$\text{எளிய கணியச் சுட்டெண்} = \frac{q_n}{q_o} \times 100$$

எளிய பெறுமானச் சார்பு (Simple Value Relatives)

ஏதேனுமொரு பொருளுக்காக இரு பருவங்களிடையே உள்ளே அதன் முழுப் பெறுமர்னங்களின் விகிதம் எளிய பெறுமானச் சார்பு என அழைக்கப்படும்.

$$\text{எளிய பெறுமானச் சார்பு} = \frac{P_n q_n}{P_o q_o}$$

இச் சார்பினை நூற்றுவிதமாக மாற்றுகின்ற போது பெறப்படுவது எளிய பெறுமானச் சுட்டெண் எனப்படும்.

$$\text{எளிய பெறுமானச் சுட்டெண்} = \frac{P_n q_n}{P_o q_o} \times 100$$

பின்வரும் தரவுத் தொகுதி ஒவ்வொன்றிற்கும்

1. எளிய விலைச் சுட்டெண்
2. எளிய கணியச் சுட்டெண்
3. எளிய பெறுமானச் சுட்டெண் என்பவற்றைக் காண்க

1)	விலை		அளவு	
	1995	1996	1995	1996
பொருள்				
A	08	10	20	30
B	12	15	10	10
C	06	08	16	20
D	04	06	08	10

(1995ஆம் ஆண்டினை அடியாண்டாக கொள்க.)

2)	அடியாண்டு		தற்போதைய ஆண்டு	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
பொருள்				
நெல்	12	30	15	35
பால்மா	35	08	55	06
சீனி	16	08	25	10

எளிய திரள் விலைச் சுட்டெண் (Simple Aggregate Price index)

குறித்த ஆண்டின் விலைகளின் கூட்டுத்தொகைக்கும் அடிப்பருவத்தின் விலைகளின் கூட்டுத்தொகைக்கும் இடையில் உள்ள விகிதத்தினை நூற்று வீதத்தில் மாற்றுவதன் மூலம் பெறப்படுவது எளிய திரள் விலைச் சுட்டெண் எனப்படும்.

$$\text{எளிய விலைச் சுட்டெண்} = \frac{\sum P_n}{\sum P_0} \times 100$$

குறைபாடுகள்

1. ஒவ்வொரு பொருளினதும் அளவுகள் தொடர்பாக கவனஞ் செலுத்துவதில்லை.
2. பொருள்களின் முக்கியத்துவம் பற்றி இங்கு கவனம் செலுத்தப்படாத நிலை காணப்படுகின்றது.

எளிய திரள் பெறுமானச் சுட்டெண் (Simple Aggregate Value Index)

குறித்த ஆண்டின் பெறுமானங்களின் கூட்டுத்தொகைக்கும் அடிப்பருவத்தின் பெறுமானங்களின் கூட்டுத்தொகைக்கும் இடையில் உள்ள விகிதத்தை நூற்று வீதத்தில் கொடுப்பதன் மூலம் எளிய திரள் பெறுமானச் சுட்டெண் பெறப்படும்.

$$\text{எளிய திரள் பெறுமானச் சுட்டெண்} = \frac{\sum P_n q_n}{\sum P_0 q_0} \times 100$$

எளிய திரள் கணியச் சுட்டெண்

(Simple Aggregate Quantity Index)

குறித்த ஆண்டின் அளவுகளின் கூட்டுத்தொகைக்கும் அடிப்பருவத்தின் அளவுகளின் கூட்டுத்தொகைக்கும் இடையில் உள்ள விகிதத்தை நூற்றுவீதத்தில் கொடுப்பதன் மூலம் எளிய திரள் கணியச் சுட்டெண் பெறப்படும்.

$$\text{எளியதிரள் கணியச் சுட்டெண்} = \frac{\sum P_n q_n}{\sum P_0 q_0} \times 100$$

குறைபாடுகள்

- 1) பொருட்களின் கணிய அளவீடுகள் வெவ்வேறாக அமையும் சந்தர்ப்பங்களில் அலகு பற்றி கவனம் செலுத்தப்படவில்லை.
- 2) பொருட்களின் முக்கியத்துவம் பற்றி இங்கு கவனம் செலுத்தப்படாத நிலை காணப்படுகின்றது.

பின்வரும் தரவுத் தொகுதி ஒவ்வொன்றுக்கும்

- 1) எளிய திரள் விலைச் சுட்டெண்
- 2) எளிய திரள் கணியச் சுட்டெண்
- 3) எளிய திரள் பெறுமானச் சுட்டெண்

என்பவற்றைக் காண்க.

1) பொருட்களின் வகை	1999		2000	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
சீனி	20	40	30	45
அரிசி	30	50	20	60
மா	15	20	20	25
மிளகாய்	10	30	15	35

(அடியாண்டு 1999ம் ஆண்டு எனக் கொள்க.)

2) பொருட்களின்	அடியாண்டு		நடைமுறையாண்டு	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
சீனி	20	40	30	45
அரிசி	30	50	20	60
மா	15	20	20	25
மிளகாய்	10	30	15	35

எளிய சராசரி விலைச்சுட்டெண்

(Simple Average Price Index Number)

ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் உரிய விலையினை அடியாண்டின் பொருளின் விலையினால் வகுத்து வரும் ஒவ்வொரு பொருள்களின் கூட்டுத்தொகையினை பொருட்களின் எண்ணிக்கையினால் வகுத்து சதவீதம் காண்பதன் மூலம் அறிந்து கொள்ளப்படும்.

$$\text{எளிய சராசரி விலைச் சுட்டெண்} = \frac{\sum \left[\frac{P_n}{q_o} \right] \times 100}{N}$$

எளிய சராசரி கணியச் சுட்டெண்

(Simple Average Quantity Index Number)

ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் உரிய அளவினை அடியாண்டின் அளவினால் வகுத்து வரும் ஒவ்வொரு பொருட்களின் கூட்டுத்தொகையினை பொருட்களின் எண்ணிக்கையினால் வகுத்து சதவீதத்திற்கு மாற்றுவதன் மூலம் பெறப்படும்.

$$\text{எளிய சராசரி விலைச் சுட்டெண்} = \frac{\sum \left[\frac{P_n}{q_o} \right] \times 100}{N}$$

எளிய சராசரி பெறுமானச் சுட்டெண்

(Simple Average Value Index Number)

ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் உரிய பெறுமானத்தை அடியாண்டின் பொருளின் பெறுமானத்தால் வகுத்துவரும் ஒவ்வொரு பொருட்களின் கூட்டுத்தொகையினை பொருட்களின் எண்ணிக்கையினால் வகுத்து சதவீதத்திற்கு மாற்றுவதன் மூலம் பெறப்படுவது எளிய சராசரி பெறுமானச் சுட்டெண் எனப்படும்.

பின்வரும் தரவுத் தொகுதி ஒவ்வொன்றிற்கும்

- 1) எளிய சராசரி விலைச் சுட்டெண்
- 2) எளிய சராசரி பெறுமானச் சுட்டெண்
- 3) எளிய சராசரி கணியச் சுட்டெண்,

என்பவற்றைக் காண்க.

a)	பொருட்களின்	2000		2000	
		விலை	அளவு	விலை	அளவு
	A	6	50	10	56
	B	2	100	02	120
	C	4	60	06	60
	D	10	30	12	24
	E	8	40	12	36

(அடியாண்டு 2000ம் அண்மைக் கொள்க.)

b)	பொருட்களின்	அடியாண்டு		தற்போதைய ஆண்டு	
		விலை	அளவு	விலை	அளவு
	மாட்டிறைச்சி	15	500	20	600
	ஆட்டிறைச்சி	18	590	23	640
	கோழியிறைச்சி	22	450	24	500

நிறையிடப்பட்ட திரள் சுட்டெண்

[Weighted Addregate Index Number]

பொருள்களின் விலைகள் மாற்றம் அடையும் போது ஒவ்வொரு பொருளிலும் உள்ள முக்கியத்துவத்தைக் கவனத்தில் கொள்வது அவசியமாகும். இதற்கு இலகுவான விதத்தில் செய்யக்கூடியது அவற்றின் முக்கியத்துவத்திற்கு ஏற்ப அப்பொருளுக்கு நிறையிடுவதாகும்.

$$\text{நிறையிடப்பட்ட திரள் விலைச்சுட்டெண்} = \frac{\sum P_n w}{\sum P_o w} \times 100$$

$$\text{நிறையிடப்பட்ட திரள் கணியச்சுட்டெண்} = \frac{\sum q_n w}{\sum q_o w} \times 100$$

a)	பொருள்	நிறை	விலை	அளவு	விலை	அளவு
	A	5	0.20	20	0.25	24
	B	3	0.25	12	0.25	16
	C	2	1.00	03	2.00	02

- 1) நிறையிடப்பட்ட திரள் விலைச்சுட்டெண்
நிறையிடப்பட்ட திரள் கணியச்சுட்டெண்

என்பவற்றைக் காண்க.

லாஸ்பெயர் விலைச்சுட்டெண் [Laspeyre's Price Index Number]

அடிப்பருவகாலமொன்றின் அளவீடுகளின் அடிப்படையில் நிறையிடப்பட்டுத் தயாரிக்கப்படும். நிறையிடப்பட்ட திரள் விலை சுட்டெண் லாஸ்பெயர் விலைச் சுட்டெண் எனப்படும்.

$$\text{லாஸ்பெயர் விலைச்சுட்டெண் } P_{on} (La) = \frac{\sum P_n q_o}{\sum P_o q_o} \times 100$$

லாஸ்பெயர் கணியச் சுட்டெண் [Laspeyre's quantity Index Number]

அடிப்பருவகாலமொன்றின் விலைகளின் அடிப்படையில் நிறையிடப்பட்டுத் தயாரிக்கப்படும் நிறையிடப்பட்ட திரள் கணியச் சுட்டெண் லாஸ்பெயர் கணியச்சுட்டெண் ஆகும்.

$$\text{லாஸ்பெயர் கணியச் சுட்டெண் } Q_{on} (La) = \frac{\sum q_n P_o}{\sum q_o P_o} \times 100$$

பாசே விலைச் சுட்டெண் [Paasche's Price Index Number]

வழங்கப்பட்டுள்ள பருவகாலத்தின் அளவுகளின் அடிப்படையில் நிறையிடப்பட்டு கணிக்கப்படும் திரள் விலைச் சுட்டெண் பாசே விலைச்சுட்டெண் எனப்படும்.

$$\text{பாசே கணியச் சுட்டெண் } P_{on} (Paa) = \frac{\sum P_n P_n}{\sum P_o P_n} \times 100$$

பாசே கணியச் சுட்டெண் [Paasche's quantity Index Number]

வழங்கப்பட்டுள்ள பருவகாலத்தின் விலைகளின் அடிப்படையில் நிறையிடப்பட்டு கணிக்கப்படும் திரள் கணியச்சுட்டெண் பாசே விலைச்சுட்டெண் எனப்படும்.

$$\text{பாசே கணியச் சுட்டெண் } Q_{n(Paa)} = \frac{\sum q_n P_n}{\sum q_o P_n} \times 100$$

பின்வரும் தரவுத்தொகுதி ஒவ்வொன்றிற்கும்

1. லாஸ் பெயர் விலைச் சுட்டெண்
2. லாஸ்பெயர் கணியச் சுட்டெண்
3. பாசே விலைச் சுட்டெண்
4. பாசே கணியச் சுட்டெண்

என்பவற்றைக் காண்க.

வகை	அடியாண்டு		தற்போதைய ஆண்டு	
	நிறை	விலை	நிறை	விலை
பாண்	10	03	08	3.25
இறைச்சி	20	15	15	20
தேயிலை	02	25	03	23

பொருள்	2000		2001	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	06	50	10	56
B	02	100	02	120
C	04	60	06	60
D	10	30	12	24
E	08	40	12	36

(அடியாண்டு 2000ம் ஆண்டு எனக்கொள்க.)

வகைப்பருவ விலைச்சுட்டெண் [Typical Period Index]

வகைப்பருவகாலங்களின் அளவுகள் மீது நிறையிட்டு தயாரிக்கப்படக்கூடிய திரள்விலைச்சுட்டெண்கள் வகைப்பருவ விலைச்சுட்டெண்கள் எனப்படும்.

$$\text{வகைப்பருவ விலைச்சுட்டெண்} = \frac{\sum P_n q_t}{\sum P_o q_t} \times 100$$

வகைப்பருவ கால கணியச்சுட்டெண் [Typical Period Index]

வகைப்பருவகாலங்களின் விலைமீது நிறையிட்டுத் தயாரிக்கப்படும் நிறையிடப்பட்ட திரள் சுட்டெண் வகைப்பருவ கணியச்சுட்டெண் எனப்படும்.

$$\text{வகைப்பருவ கணியச் சுட்டெண்} = \frac{\sum P_n P_t}{\sum P_o P_t} \times 100$$

- 1) உலோகப் பொருட்கள் உற்பத்தி செய்யும் நிறுவனமொன்று அது உற்பத்தி செய்யக் கூடிய மூலகை உலோகங்களின் அளவுகள் கீழே அட்டவணை மூலம் தரப்பட்டுள்ளது. 1988ம் ஆண்டை அடியாண்டாகவும் 1989ம் ஆண்டைப் வகைப்பருவமாகவும் கொண்டு வகைப்பருவச் சுட்டெண்ணைத் தயாரிக்க.

	விலை			அளவு		
	1988	1989	1990	1988	1989	1990
செம்பு	24	37	30	1025	1100	1200
பித்தளை	15	14	10	470	490	380
இரும்பு	10	12	11	905	560	800

சுட்டெண்களின் அடியாண்டினை மாற்றுதல்

[Changing the Base Period of Index Numbers]

குறித்த பருவகாலத்திற்குப் பொருத்தமானதாக இன்னொரு பருவகாலத்தை ஒப்பிடுவதற்கு தேவைகள் ஏற்படும் போது அப்பருவகாலத்தை அடிப்பருவ காலமாக எடுத்துக் கெள்வது மிகச் சிறப்புடையதாகும். பழைய அடியாண்டுக்குச் சார்பாக பல்வேறு ஆண்டுகளின் எல்லாச் சுட்டெண்களையும் புதிய அடியாண்டுக்குரிய சுட்டெண்களால் வகுத்து சதவீதமாகக் காட்டப்படும்.

$$\text{புதிய சுட்டெண்} = \frac{\text{நடைமுறையாண்டின் பழைய சுட்டெண்}}{\text{புதிய அடியாண்டின் பழைய சுட்டெண்}} \times 100$$

வருடம்	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
சுட்டெண்	120	150	160	180	200	200	210	240

1985ம் ஆண்டினை புதிய அடியாண்மாகக் கொண்டு புதிய சுட்டெண்களைக் கணிக்க.

கொழும்பு நுகர்வேர் விலைச்சுட்டெண்

[Colombo Consumer Price Index]

கொழும்பு மாநகரத்திலிருந்து தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட சாதாரண குடும்பமொன்றினால் நுகரப்படுகின்ற எல்லா நுகர்வுப் பொருட்கள் சேவைகளது பொது விலைமட்டத்தில் ஏற்படக்கூடிய மாற்றுங்களைக் காட்டும் எண்ணொன்றாக கொழும்பு நுகர்வேர் விலைச்சுட்டெண் காணப்படுகின்றது. இது 1952ம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு இலங்கை புள்ளிவிபரத்திணைக்களத்தினால் கொழும்பு நுகர்வேர் விலைச்சுட்டெண் தயாரிக்கப்பட்டது.

நுகர்வோர் பண்டக்கூடைக்கு எல்லாப் பொருட்களும் சேவைகளும் அமையத்தக்க வகையில் உணவுப்பொருட்கள், ஆடை, எரிபொருள் வெளிச்சம், வாடகை பல்வேறு தேவைகள் என 5 வகைப்பொருட்கள் உள்ளடக்கப்படகின்றன. ஒவ்வொரு உருப்படியும் பின்வரும் வகையில் நிறையிடப்பட்டிருக்கின்றது.

உணவுப்பொருட்கள்	61.9
எரிபொருள் வெளிச்சம்	4.3
வாடகை	5.7
ஏனையவை	18.7
ஆடை	9.4

கொழும்பு நுகர்வோர் சுட்டெண் அதிகரிப்பதால் ஏற்படும் விளைவுகள்

I. பணத்தின் பெறுமானம் அல்லது கெள்வனவு சக்தி குறைவடையும்.
(ஒரு ரூபாவுக்கு வாங்கியது இன்று வாங்கமுடியாது உள்ளது)

II. இச் சுட்டெண் அதிகரிக்கும் போது ஏற்கனவே நுகர்ந்து வந்த பொருட்களைக் கொள்வனவு செய்வதற்கு மக்கள் முன்பிலும் பார்க்க கூடிய செலவு செய்ய வேண்டும் இதனால் அவர்களின் கடந்தகால சேமிப்புக் கரையும்.

III. இச் சுட்டெண் அதிகரிக்கும் போது அதனைக் காரணமாக வைத்து சம்பள உயர்வு கோரி தொழிற்சங்கங்கள் போராட்ட நடவடிக்கையில் இறங்க வழியுண்டு.

கொழும்பு நுகர்வோர் விலைச்சுட்டெண்ணின் குறைபாடுகள்

1. 1952ம் ஆண்டை அடியாண்டாகத் தொடர்ந்து பயன்படுத்தல்
2. கொழும்பை மையமாகக் கொண்ட ஆதார குடித்தொகையை தெரிவு செய்தல்.
3. தற்போதுள்ள சிக்கலான நுகர்வு முறையிலுள்ள மாற்றங்கள் சுட்டெண் கணிப்பதில் ஈடுபடுத்தப்படாதிருத்தல்.
4. செலவுகளுக்கான நிறையிடல் தற்காலப் போக்கிற்கு பொருத்தமற்ற பழமையானதாக இருத்தல்.

பாரிய கொழும்பு நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண்

கொழும்பு நுகர்வோர் விலைச்சுட்டெண்ணின் குறைபாடுகளைக் கருத்தில் கொண்டு குடித்தொகை புள்ளிவிபரத் திணைக்களம் 1989இல் பரிய கொழும்பு நுகர்வோர் விலைச்சுட்டெண் என்ற பெயரில் புதியதொரு நுகர்வோர் விலைச்சுட்டெண் அறிமுகம் செய்து வைத்தது இச்சுட்டெண் ஆனது பாரி கொழும்பு நுகர்வோர் விலைச் சுட்டெண் எனப்படும்.

இச்சுட்டெண் ஆனது பாரிய கொழும்புப் பிரதேசத்தில் வாழும் மக்களால் நுகரப்படும் பொருட்கள் சேவைகளின் விலைமட்ட மாற்றங்களை 1989 ஜனவரி யுள் இனை அடியாண்டாகக் கொண்டு பரிய கொழும்பு நுகர்வோர் விலைச்சுட்டெண் கணிக்கப்படுகின்றது.

மொத்த விற்பனை விலைச்சுட்டெண்

மொத்த விற்பனை விலைகளில் ஏற்படும் மாற்றங்களை அளவிடுவதற்காக 1974ம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு இலங்கை மத்திய வங்கியினால் அறிமுகப்படுத்தப்பட்ட சுட்டெண் மொத்த விற்பனை விலைச் சுட்டெண் எனப்படும்.

மொத்த விலைச் சுட்டெண்களின் முக்கியத்துவம்

1. மொத்த விலை மட்டங்களிலான மாற்றங்களை உணர்வதற்கு மொத்த விலைச்சுட்டெண் ஒரு அளவீடாக உதவுதல்
2. தற்போதைய எனையவகை விலைச்சுட்டெண்களுடன் ஒப்பிட்டு முக்கியமான முடிவுகள் தீர்மானங்களை மேற்கொள்ள உதவுதல்.

புள்ளி விபரத் தரக்கட்டுப்பாடு

புள்ளி விபரத் தரக்கட்டுப்பாடு [Statistical Quality Control]

ஒரு பொருளின் அல்லது சேவையின் தரத்தை முன்னர் தீர்மானிக்கப்பட்ட நியமங்களுக்கு அமையப் பேணுதல் தரக்கட்டுப்பாட்டின் குறிக்கோளாகும். அதற்கு அமைய உற்பத்திப் பொருட்களின் சிறப்பியல்புகளுக்கு ஏற்படும் மாறல்களைக் கண்டறிவதற்கும் உற்பத்திச் செய்முறையைச் செம்மைப்படுத்த வேண்டுமென்பதைக் காட்டுவதற்குமாகவே புள்ளி விபரத்தரக்கட்டுப்பாடு திட்டமிடப்பட்டுள்ளது.

தரக்கட்டுப்பாட்டின் நோக்கம்

- 1) நுகர்வோன் எளிதாக நுகரக்கூடிய வகையில் சரியான முறையில் சிறந்த தரத்தில் பொருள்கள் / சேவைகளின் தரத்தினை தீர்மானித்தல்.
- 2) உற்பத்தி செய்யும் போது பொருள்கள் / சேவைகளில் தரம் குறைவாக காணப்பட்டால் அதனை கட்டுப்படுத்தும் முகமாக எடுக்கப்படும் பாதுகாப்பு நடவடிக்கைகளை தீர்மானித்தல்.
- 3) தரம் குறைவான பொருள்கள் சேவைகள் என்பன நுகர்வோனை சென்றடைவதை தடுத்தல்.
- 4) பொருள்களின் தரத்தினை மேலும் அதிகரிக்க ஏதுவான முன் ஏற்பாட்டை காணுதல்.

புள்ளி விபரவியல் தரக்கட்டுப்பாட்டினால் உற்பத்தி நிறுவனங்களுக்குக் கிடைக்கக்கூடிய நன்மைகள்

- 1) உற்பத்திபொருள் ஒன்றின் தரம் கூடுவது பொருளின் விற்பனையைக் கூட்டும் பொருளின் கவர்ச்சியை கூட்டும் இதனால் உற்பத்தி அதிகரிக்கும்.
- 2) பொருளை உற்பத்தி செய்யும்போது தரக்கட்டுப்பாட்டு முறைகளை பின்பற்றுவதனால் பொருளை ஒரேயடியாக நிராகரித்தல். பொருளை மீண்டும் உற்பத்தி செய்தல், நேரம் போன்றவற்றை இழிவாக்கும்.
- 3) பெருமளவிலான உற்பத்தியின் போது ஒவ்வொரு பொருளையும் தனித்தனியே சோதனை செய்வது சாத்தியப்படாத விடயம் எனவே இதற்கு தரக்கட்டுப்பாட்டு முறை உதவுகின்றது.
- 4) தரக்கட்டுப்பாட்டு முறை பொருள்களை பரிசோதிப்பதில் ஏற்படும் செலவினை மிகவும் இழிவாக்குவதுடன் பொருளின் தரத்தை உயர் நிலையில் பேணுகின்றது.
- 5) உற்பத்தியாளன் நுகர்வோனிடையே நெருங்கிய தொடர்பை ஏற்படுத்தல்.
- 6) தொழில் நுட்பரீதியாகவும், உற்பத்திரீதியாகவும் மேலதிக அபிவிருத்தியை மேற்கொள்ள உதவியாக இருத்தல்.
- 7) சில பொருள்களை உற்பத்தி செய்யும் போது ஒவ்வொரு பொருளையும் தனித்தனியே பரிசோதனை செய்ய முடியாத நிலை (வெடிகுண்டு, பட்டாசு, படச்சுருள்) இக்குறைபாட்டை நீக்கும் முகமாக குடித்தொகையில் இருந்து எடுத்த ஒரு தொகுதி மாதிரியை பயன்படுத்தி அம்மாதிரிக்கும் தரம் மதிப்பிடுவதால் குடித்தொகை பற்றிய வினைத்திறனை அறிய முடியும்.

உற்பத்திப் பொருள் ஒன்றின் தரத்தினை தீர்மானிக்கும் விடயங்கள் பொருள் ஒன்று உற்பத்தி செய்யும் போது அப்பொருள் ஆனது அதன் நியம கட்டுப்பாடுகளில் இருந்து வேறுபடுவதற்கு இரண்டு விடயங்கள் இங்கு கருத்தில் கொள்ளப்படுகின்றது.

1. எழுமாறான மாறல் / சந்தர்ப்ப ஏதுக்கள்

Random Variation / Chance causes

இம்மாறல் ஆனது பொருளின் உற்பத்தியின் போது தவிர்க்க முடியாத ஒரு சில நிகழ்வுகளினால் ஏற்படுகின்றது. இது இயற்கையின் பாதிப்பினாலும் ஏற்படலாம், வெப்பநிலை மழைவீழ்ச்சி, அழுக்கம் போன்றன பொருளின் உற்பத்தியின் தரத்தில் சிறிய மாற்றங்களை ஏற்படுத்தும் இவ்வழுக்கங்களை இனம் காண்பது கடினமாக இருப்பதனால் இவ்வழுக்கங்களை கருத்தில் கொள்வதில்லை இவை அனுமதிக்கக்கூடிய மாறல்கள் எனப்படும்.

சாட்டக்கூடிய மாறல் / மாற்றத்தக்க ஏதுக்கள்

Assignable Variation / Assignable Causes

இனங்காணக் கூடிய எழுமாறாக நிகழாத சில காரணங்களினால் இம் மாறல்கள் ஏற்படும். பொறிகள் தவறான விதத்தில் தயார்படுத்தப்பட்டிருத்தல், உபகரணங்கள் தேய்வுற்றிருத்தல் வழுவடன் கூடிய மூலப்பொருட்கள் பயன்படுத்தப்பட்டிருத்தல், ஊழியரின் களைப்பு, பொறிகளை இயக்குவோரின் அனுபவம் குறைவாயிருத்தல் போன்ற காரணங்களால் ஏற்படும். இவை சாட்டக்கூடிய காரணங்களால் ஏற்படும் மாறல்கள் எனப்படும். அதாவது பொறியில் வழு காணப்படின் மாறலுக்கான காரணத்தை பொறியின் மீது சாட்டலாம். இவ்வாறான மாறல்களைக் கண்டறியவும் நீக்கவும் முடியுமாதலால் இவை கட்டுப்படுத்தக்கூடிய மாறல்கள் எனப்படும்.

உற்பத்தியின் தரத்தைக் கட்டுப்படுத்தக்கூடிய விரிவான கிரண்டு முறைகள்

1. செயன் முறைக்கட்டுப்பாடு (Process Control)

உற்பத்தி செய்முறையினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் பொருட்களின் தரத்தைக் கட்டுப்படுத்துவதே இதன் நோக்கமாகும். உற்பத்திச் செய்முறை தேவைக்கமைய நிகழுகின்றதா என்பதும் உற்பத்திப் பொருள் தேவையான நியமங்களுக்கு அமைய பொறியினால் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்றதா என்பதும் செயன்முறைக் கட்டுப்பாட்டின் போது கண்டறியப்படுகின்றது.

2. உற்பத்திப் பொருட் கட்டுப்பாடு (Product Control)

மூலப் பொருட்களை அல்லது உற்பத்திப் பொருட்களை ஏற்றுக் கொள்ளக்கூடியவை, ஏற்றுக்கொள்ள முடியாதவை என வகைப்படுத்தல் இக்கட்டுப்பாட்டின் மூலம் மேற்கொள்ளப்படும். எடுக்கப்படும் மாதிரியின் மூலம் முடிவை மேற்கொள்ள முடியாத போது பிறிதொரு மாதிரியைச் சோதிக்க வேண்டுமா என்பதும் கவனத்திற் கொள்ளப்படும். உற்பத்தி செய்யப்பட்டுள்ள பொருட்களைச் சந்தைக்கு அனுப்புவதற்கு அவை பொருத்தமானவையா இல்லையா என்பதைத் தீர்மானிப்பதற்கான சோதனைகளை நடாத்துவதும் இதன் மூலம் மேற்கொள்ளப்படுகின்றது.

கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை (Control Chart)

கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையானது தரக்கட்டுப்பாட்டினை உற்பத்திகால இடைவெளியுடன் ஒப்பிட்டு பார்ப்பதற்கு பயன்படுத்தப்படுகின்றது. இது மூன்று முக்கிய நிலைகளால் குறிக்கப்படுகின்றது.

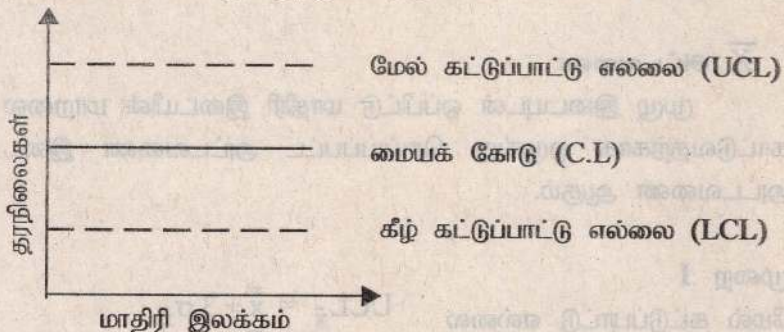
மையக்கோடு / சராசரி தரக்கோடு

Central Line / Average Quality Line

இக்கோடு ஆனது பொருளின் நியம நிலையினை குறிப்பதாக அமைகின்றது.

கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை (Lower Control Limit)

இக்கட்டுப்பாட்டு கோடானது பொருளின் தரத்தின் கீழ் நிலையினை கட்டுப்படுத்துகின்றது.



கட்டுப்படுத்த வேண்டிய பண்பின் தன்மைக்கு அமைய கட்டுப்பாட்டு அட்டவணைகளை இருவகைகளாக வகுக்கலாம்.

1. மாறல்களுக்கான கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை

உற்பத்தியின் தரச் சிறப்பியல்புகளுள் பெரும்பாலானவை அளக்கக் கூடியனவாகும். அவற்றைக் குறிப்பான அலகுகளால் காட்டலாம். இம்மாறிகள் தொடரானவை இம்மாறிகள் தொடர்பாக பின்வரும் இருவகை கட்டுப்பாட்டு அட்டவணைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

1. மாதிரி இடைக்கானவை (\bar{X}) அட்டவணை
2. மாதிரி வீச்சுக்கானவை (R) அட்டவணை

2. அடைவுளுக்கான கட்டுப்பாட்டு அட்டவணைகள்

அநேகமான சந்தர்ப்பங்களில் உற்பத்தி பொருட்கள் மாறி சிறப்பியல்புகள் மூலம் உணர்த்தப்படாது அவதானிப்பு (நிறம், மணம்) தரத்தினை தீர்மானிக்க வேண்டியிருக்கலாம். இவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களில் உற்பத்தி பொருளின் பண்பின்படி நல்லது அல்லது பழுது என வேறாக்கப்படும். இவற்றிற்கு எதிராக வரையப்படும் வரைபுகள் ஆகும்.

1. P - அட்டவணை
2. nP - அட்டவணை
3. C - அட்டவணை

\bar{X} அட்டவணை

முழு இடையுடன் ஒப்பிட்டு மாதிரி இடையின் மாறலை காட்டுவதற்காக ஒழுங்கு செய்யப்பட்ட அட்டவணை இடை அட்டவணை ஆகும்.

முறை I

மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + 3 \sigma_{\bar{x}}$$

மையக்கோடு

$$= \bar{\bar{x}} + A\sigma$$

கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$CL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}}$$

இங்கு

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - 3 \sigma_{\bar{x}}$$

$$= \bar{\bar{x}} - A\sigma$$

$$\bar{\sigma}_{\bar{x}} = \frac{\sum \bar{X}}{n} \sigma_{\bar{x}} = \sigma/n, \quad A = 3/n$$

முறை II

மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_1 \bar{\sigma}$$

மையக்கோடு

$$CL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}}$$

கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_1 \bar{\sigma}$$

இங்கு

$$\bar{\sigma} = \frac{\sum \sigma}{n}$$

முறை III

மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

மையக்கோடு

$$CL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}}$$

கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

பின்வருவனவற்றிற்கு கீடை அட்டவணையைத் தயாரிக்க.

1.	மாதிரி இலக்கம்	ஒவ்வொருபொதியினதும்				நிறை
		1	2	3	4	
	1	100	98	97	101	99
	2	96	103	101	99	101
	3	102	96	103	102	102
	4	98	99	97	100	96
	5	96	100	99	96	94
	6	99	99	95	104	98
	7	103	102	102	98	100
	8	98	98	96	102	96
	9	97	95	95	101	92
	10	100	97	105	102	106
	11	102	100	97	98	98
	12	95	102	103	99	101
	13	105	102	98	99	101
	14	93	96	99	105	102
	15	92	96	100	100	97
	16	92	101	95	97	95
	17	102	98	101	99	100
	18	101	99	98	100	97
	19	95	99	97	102	97
	20	104	95	99	100	102

2.	1	20	22	16	21
	2	24	18	20	22
	3	19	15	21	22
	4	15	20	22	16
	5	21	19	23	15
	6	14	16	21	23
	7	23	14	15	20
	8	17	19	22	24
	9	18	20	23	21
	10	24	18	15	22
	11	22	17	16	20
	12	24	18	19	20
	13	22	17	21	15
	14	14	20	24	16
	15	21	24	16	21

நியமங்கள் விதிக்கப்பட்டுள்ள போது \bar{X} அட்டவணையை வரைதல் புள்ளிவிபர பரமானங்களான μ' , σ என்பவற்றுக்கான நியமப் பெறுமானங்கள் முறையே μ' எனவும் σ எனவும் தீர்க்கமாகக் காட்டப்பட்டுள்ளபோது,

மேலே கட்டுப்பாட்டு எல்லை
$$UCL_{\bar{x}} = \mu' + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$= \mu' + A\sigma'$$

மையக் கோடு

$$CL_{\bar{x}} = \mu'$$

கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

$$LCL_{\bar{x}} = \mu' - \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$= \mu' - A\sigma'$$

1. ஒரு குறித்த உற்பத்திக்காக விதிக்கப்பட்ட நியமங்கள் வருமாறு $\mu = 44$ g, $\sigma = 3.5$ g, குறித்த ஆயிடையின் போது உற்பத்திச் செய்முறையின் பருமன் 12 ஆகக் கொண்ட எழுமாறான மாதிரிகள் எடுக்கப்படின இடை அட்டவணைக் கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளைக் காண்க?

$$A = 0.866$$

வீச்சு அட்டவணை (R - அட்டவணை)

எல்லா மாதிரிகளினதும் வீச்சைக் கட்டுப்படுத்துவதற்காகப் பயன்படுத்தப்படும் அட்டவணை வீச்சு அட்டவணையாகும்.

$$\begin{aligned} \text{மேலே கட்டுப்பாட்டு எல்லை} \quad UCL_R &= \bar{R} + 3\sigma_R \\ &= D_4\bar{R} \end{aligned}$$

$$\text{மையக் கோடு} \quad CL_R = \bar{R}$$

$$\begin{aligned} \text{கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை} \quad UCL_R &= R - 3\sigma_R \\ &= D_3\bar{R} \end{aligned}$$

உற்பத்திப் பொருளின் நியமங்கள் விதிக்கப்பட்டுள்ளபோது வீச்சு அட்டவணையை அமைத்தல்

$$\text{மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லை} \quad UCL_R = D_2\sigma'$$

$$\text{மையக்கோடு} \quad CL_R = d_2\sigma'$$

$$\text{கீழ்க்கட்டுப்பாட்டு எல்லை} \quad UCL_R = D_1\sigma'$$

பின்வருவனவற்றிற்கு இடை அட்டவணையைத் தயாரிக்க.

1.	ஒவ்வொரு பொதியினதும் நிறை				
மாதிரி இலக்கம்	1	2	3	4	5
1	100	98	97	101	99
2	96	103	101	99	101
3	102	96	103	102	102
4	98	99	97	100	96
5	96	100	99	96	94
6	99	99	95	104	98
7	103	102	102	98	100
8	98	98	96	102	96
9	97	95	95	101	92

10	100	97	105	102	106
11	102	100	97	98	98
12	95	102	103	99	101
13	105	102	98	99	101
14	93	96	99	105	102
15	92	96	100	100	97
16	92	101	95	97	95
17	102	98	101	99	100
18	101	99	98	100	97
19	95	99	97	102	97
20	104	95	99	100	102

2.	1	20	22	16	21
	2	24	18	20	22
	3	19	15	21	22
	4	15	20	22	16
	5	21	19	23	15
	6	14	16	21	23
	7	23	14	15	20
	8	17	19	22	24
	9	18	20	23	21
	10	24	18	15	22
	11	22	17	16	20
	12	24	18	19	20
	13	22	17	21	15
	14	14	20	24	16
	15	21	24	16	21

P அட்டவணை

உற்பத்திச் செய்முறையொன்றின் ஊடாகப் பெறும் ஒரு பொருள் உற்பத்தி நியமங்களுக்கு அல்லது உற்பத்திச் சிறப்பியல்புகளுக்கு அமையாதனவாகவோ வழுவூடையதாகவோ இருக்கக்கூடும் ஒரு மாதிரியில் அடங்கியுள்ள வழுவூடைய பொருள்களின் எண்ணிக்கையை அம்மாதிரிகளுக்காகப் பெற்ற முழு எண்ணிக்கையால் வகுப்பதன் மூலம் வழுவூடையத்தை பெறலாம். இவ்வாறு உற்பத்தி செய்முறையின் பெற்ற ஒவ்வொரு மாதிரியிலும் வழுவூடைய பொருள்களின் எண்ணிக்கையின் விகிதத்தை எல்லைப்படுத்தியுள்ள கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை விகித அட்டவணை எனப்படும்.

மேல்கட்டுப்பாட்டு எல்லை	$UCL_p = \bar{P} + 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$
மையக்கோடு	$CL_p = \bar{P}$
கீழ்க்கட்டுப்பாட்டு எல்லை	$LCL_p = \bar{P} - 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$

Note:-

கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்காக மறைப் பெறுமானம் கிடைக்கப்பெறின் அதனை 0 எனக் கருதல் வேண்டும்.

01. மின்குமிழ் உற்பத்தி நிறுவனமொன்றின் தரக்கட்டுப்பாட்டாளர் ஒவ்வொருநாள் உற்பத்தியிலும் 50 மின்குமிழ்கள் வீதம் எழுமாறாகத் தெரிவு செய்து அவற்றில் அடங்கும் வழுவூடைய மின்குமிழ்களின் எண்ணிக்கையைக் குறித்துக் கொள்வார். 20 நாட்களில் இவ்வாறாகப் பதிவு செய்த எண்ணிக்கைகள் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன வழுவூடைய கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையை வரைந்து உற்பத்திச் செய்முறையானது கட்டுப்பாட்டுக்கு அமைந்துள்ளதா இல்லையா எனத் தீர்மானிக்க

நாள்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
வழுக்களின் எண்ணிக்கை	3	4	1	3	1	2	4	3	4	0

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	5	1	3	4	3	0	2	3	2

02. தொழிற்சாலை ஒன்றின் உற்பத்தி செய்யப்படும் குளிர்பாணங்களின் அளவினை தரக்கட்டுப்பாட்டாளர் ஒருவர் அதன் கனவளவினை 100 போத்தல் கொண்ட 20 மாதிரிகளை $1/2$ மணிக்கு ஒருமுறை மூலம் தொடராக மேற்கொண்டபோது ஏற்றுக்கொள்ள முடியாத போத்தல்களின் எண்ணிக்கை பின்வரும் அட்டவணை மூலம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. வழுவிகித சமன்கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையை வரைக. உற்பத்திச் செயன் முறையானது கட்டுப்பாட்டுக்கு அமைவானதாக இல்லையா எனத் தீர்மானிக்க.

மாதிரி இலக்கம்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
வழுக்களின் எண்ணிக்கை	10	12	14	9	8	11	6	16	15	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
8	8	12	15	4	8	7	11	7	9

np அட்டவணை

np - அட்டவணைக்குரிய கட்டுப்பாட்டு எல்லைகள் பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகின்றன.

மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை $UCL_{np} = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{P})}$

மையக்கோடு $CL_{np} = n\bar{p}$

கீழ்க்கட்டுப்பாட்டு எல்லை $UCL_{np} = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{P})}$

01)

மாதிரி இலக்கம்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
மாதிரியின் எண்ணிக்கை	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
வழுக்களின் எண்ணிக்கை	12	15	08	10	04	07	16	09	14	10	05	06	17	12	22

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
08	10	05	13	11	20	18	24	15	09	12	07	13	09	06

C- அட்டவணை

C- அட்டவணையானது Np, P அட்டவணைகளிலும் பார்க்க சற்று வேறுபட்டதாக காணப்படுகின்றது. இங்கு குறித்த அலகில் பழுதடைந்த பொருட்களின் எண்ணிக்கையை C குறிக்கின்றது. இச் சோதனை பொதுவாக கணணி உற்பத்தி நிலையம், ஆகாய விமான உற்பத்தி நிலையம், தொலைக்காட்சி, வானொலி உற்பத்தி செய்யும் நிலையங்களில் பொதுவாக பயன்படுத்தப்படுகின்றது. இச் சோதனையின் நோக்கம் குறித்த ஓர் பொருள் ஒன்றில் ஒன்றுக்கு மேற்பட பல சிறு பழுதுகள் காரணமாக அப்பொருள் பாவனைக்கு ஏற்றதன்று என தீர்மானிப்பதற்கு பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

இதன் கட்டுப்பாட்டு எல்லைகள்

மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை $UCL_C = C + 3\sqrt{C}$

மையக்கோடு $CL_C = C$

கீழ்க்கட்டுப்பாட்டு எல்லை $LCL_C = C - 3\sqrt{C}$

01. மின்குமிழ் உற்பத்தி நிறுவனமொன்றின் தரக்கட்டுப்பாட்டாளர் ஒவ்வொருநாளும் உற்பத்தியிலும் 50 மின்குமிழ்கள் வீதம் எழுமாறாகத் தெரிவு செய்து அவற்றில் அடங்கும் வழுவடைய மின்குமிழ்களின் எண்ணிக்கையைக் குறித்துக் கொள்வார். 20 நாட்களில் இவ்வாறாகப் பதிவு செய்த எண்ணிக்கைகள் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன வழுவிகித கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையை வரைந்து உற்பத்திச் செயன்முறையானது கட்டுப்பாட்டுக்கு அமைந்துள்ளதா இல்லையா எனத் தீர்மானிக்க

நாள்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
வழுக்களின் எண்ணிக்கை	3	4	1	3	1	2	4	3	4	0
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	2	5	1	3	4	3	0	2	3	2

02. தொழிற்சாலை ஒன்றின் உற்பத்தி செய்யப்படும் குளிர்பாணங்களின் அளவினை தரக்கட்டுப்பாட்டாளர் ஒருவர் அதன் கனவளவினை 100 போத்தல் கொண்ட 20 மாதிரிகளை 1/2 மணிக்கு ஒருமுறை மூலம் தொடராக மேற்கொண்டபோத ஏற்றுக்கொள்ள முடியாத போத்தல்களின் எண்ணிக்கை பின்வரும் அட்டவணை மூலம் கொடுக்கப்பட்டள்ளது. வழுவிகித சமன்கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையை வரைக. உற்பத்திச் செயன் முறையானது கட்டுப்பாட்டுக்கு அமைவானதாக இல்லையா எனத் தீர்மானிக்க.

மாதிரி இலக்கம்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
வழுக்களின் எண்ணிக்கை	10	12	14	9	8	11	6	16	15	10

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	8	8	12	15	4	8	7	11	7	9

