

முதல் பாகத்தீட்டம்

கணிதம்

தரம் 9

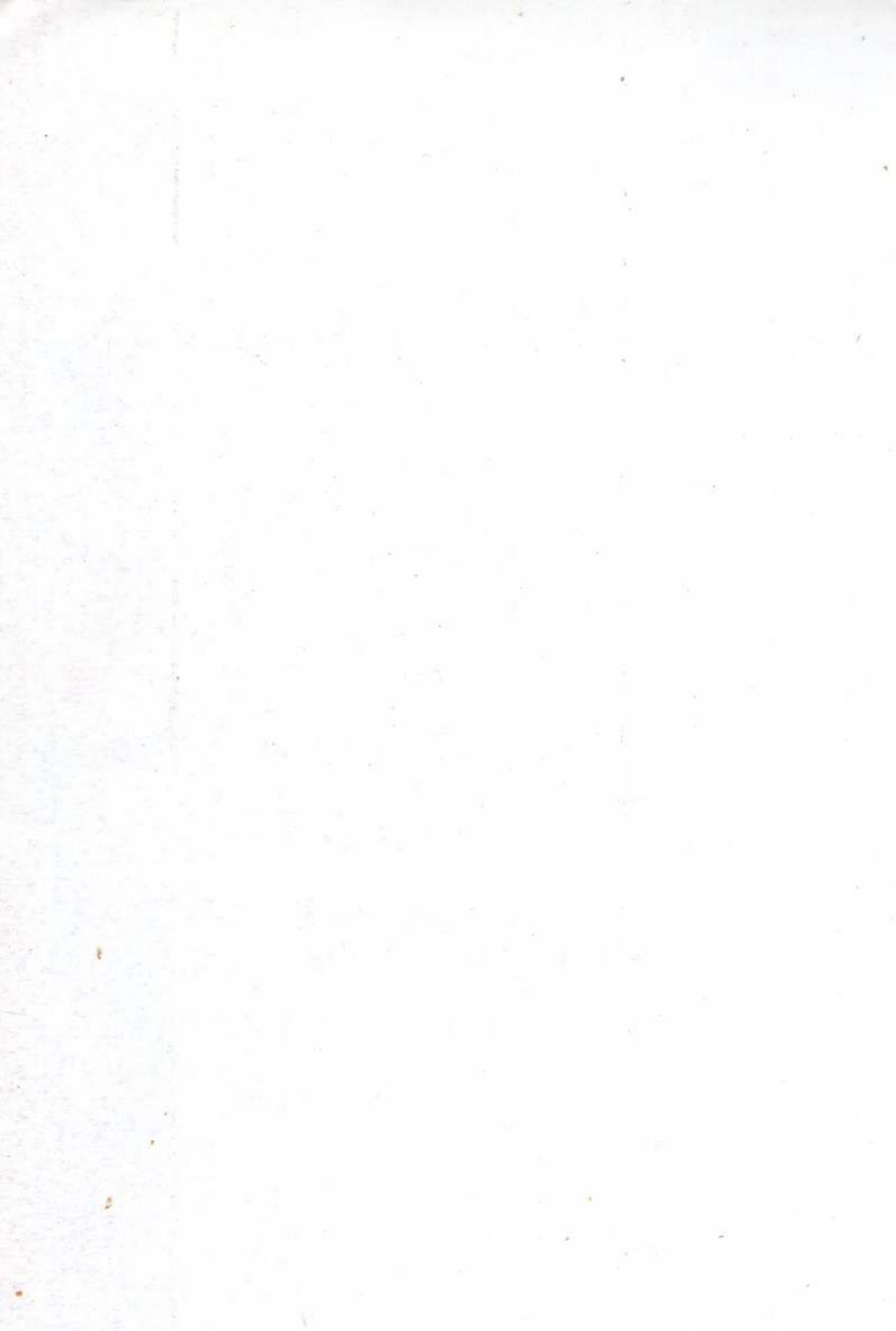


மாநிர்
வினாத்தாள்
இணைக்கப்பட்ட
திருத்திய பதிப்பு
2011

ஆக்கம்:

வீ.ச.சுப்பிரமணியம்

(ஒய்வுபெற்ற கணித ஆசிரியர்: யாழ்ப்பாணம் இந்துக் கல்லூரி)



2010 ஆம் ஆண்டு நடைமுறைப்படுத்தப்படும்
பாடத்திட்டத்திற்கமைவான

கணிதப் பயிற்சி

தரம்

09

தன் நடத்தை மற்றும் தரம்
நடைமுறைப் படுத்தப்படும்

அறிவாலயம்
ARIVELAYAM
www.arivelayam.com

விளக்கமும் பயிற்சிகளும்
விடைகளும்

ஆக்கம் :

வி.ச.சுப்பிரமணியம்

வெளியீடு :

ஸ்ரீ லங்கா புத்தகசாலை

234, காங்கேசன்துறை வீதி,
யாழ்ப்பாணம்.

முதலாம் பதிப்பு : 2009 ஆடி

பதிப்புரிமை : ஆசிரியருக்கு

பக்கங்கள் : IV + 232

வெளியீடு : ஸ்ரீ லங்கா புத்தகசாலை
234, காங்கேசன்துறை வீதி,
யாழ்ப்பாணம்.

கொழும்பில் அச்சிட்டு வெளியிடுவோர் :
லங்கா புத்தகசாலை,
F.L. 1 - 14, டயஸ் பிளேஸ்,
குணசிங்கபுர, கொழும்பு - 12.

விலை :

முடிவுரை

மறுசீரமைக்கப்பட்டு திருத்தியமைக்கப்பட்ட இந்தப் பதிப்பு 2010 ஆம் ஆண்டுமுதல் தரம் 9 வகுப்புகளில் நடைமுறைப்படுத்தப்படும் கணித பாடத்திட்டத்தினை அடியொற்றித் தயாரிக்கப்பட்டதாகும்.

கற்றல் முறைகள் பலவாறாக விரிவுபடினும் விசேடமாக கணித பாடத்தில் மாணாக்கர் தாம் பெற்றுக்கொண்ட அறிவினைத் தமது மனதில் நன்கு பதித்துக் கொள்வதற்கு போதியளவு பயிற்சிகளைச் செய்யவேண்டியது இன்றியமையாததாகும்.

இந்நூலில் இடம்பெறும் ஒவ்வொரு பாட அலகும் சுருக்கமான விளக்கக்குறிப்பையும், தகுந்த உதாரணங்களையும், தொடர்ந்து இலகுவானவற்றிலிருந்து கடினமானவற்றிற்கு இட்டுச் செல்லும் போதியளவு பயிற்சி வினாக்களையும் உள்ளடக்கியுள்ளது.

மாணாக்கர் சுயமதிப்பீடு செய்துகொள்வதற்காக எல்லாப் பயிற்சிகளுக்கும் விடைகள் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன.

இந்நூலை எழுதுவதற்கு எனக்குத் தூண்டுகோலாக இருந்தது மட்டுமன்றி இதனை அச்சிட்டு வெளியிட்டு உதவும் லங்கா புத்தகசாலை நிறுவனத்தினருக்கு எனது நன்றிகள் உரித்தாகும்.

இந்நூல் மாணவ சமுதாயத்திற்குச் சமர்ப்பணம்.

54, 2/3, உருத்திரா மாவத்தை
கொழும்பு - 06
01.08.2009

வி.ச.சுப்பிரமணியம்

உள்ளே. . . .

	பக்கம்	பாடநேரம்
1. விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீடும் மட்டந்தட்டலும்	1	5
2. எண் கோலங்கள்	10	5
3. பின்னங்கள்	16	6
4. சதவீதம்	23	5
5. எளிய வட்டி	32	6
6. அட்சரகணிதக் கோவைகள்	38	6
7. காரணியாக்கல்	46	6
8. பலவகைக் கோணச் சோடிகள்	55	7
9. திரவ அளவீடு	66	5
10. நேர்விகிதசமன்	70	4
11. கணிகருவி	78	4
12. சுட்டிகளும் மடக்கையும்	85	8
13. அமைப்புகள்	94	5
14. எளிய சமன்பாடுகள்	102	6
15. முக்கோணிகள்	111	6
16. எழுவாய் மாற்றம்	121	5
17. வட்டமொன்றின் பரிதி	126	5
18. பைதகரசின் தேற்றம்	133	7
19. வரைபுகள்	139	7
20. சமனிலிகள்	149	4
21. தொடைகள்	153	5
22. பரப்பளவு	159	8
23. நிகழ்தகவு	171	5
24. பல்கோணிகளின் கோணங்கள்	176	6
25. அட்சரகணித பின்னங்கள்	182	5
26. கனவளவு	188	5
27. அளவிடைப்படம்	193	5
28. தரவு வகைகுறித்தலும் விளக்கமளித்தலும்	199	8
விடைகள்	206	161

விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீடும் மட்டந்தட்டலும்

மிகப் பெரியனவும் மிகச் சிறியனவுமான எண்களை பூச்சியங்களைத் தவிர்த்து எழுதுவது சுலபமான முறையாகும். நாம் இவ்வாறு எழுதுவதற்கு 10, 100, 1000, 10000..... என்பனவற்றை 10இன் வலுக்களாக எழுதுவதற்கு தெரிந்திருத்தல் வேண்டும்.

$$10 = 10^1$$

$$100 = 10^2$$

$$1000 = 10^3 \text{ இந்தச் சுட்டியின் விளக்கம் } 10 \times 10 \times 10 \text{ என்பதாகும். இது, } 10 \times 3 \text{ என அர்த்தமாகாது.}$$

1.1 விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீடு :

4 000, 6 000 000, 9 200 000 ஆகிய எண்களைக் கருதுவோம்.
இவற்றை, $4\ 000 = 4 \times 1000 = 4 \times 10^3$
 $6\ 000\ 000 = 6 \times 1000\ 000 = 6 \times 10^6$
 $9\ 200\ 000 = 9.2 \times 1000\ 000 = 9.2 \times 10^6$ என
எழுதலாம்.

மேலுள்ள மூன்று எண்களும் விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீட்டில் (அல்லது நியம முறையில்) எழுதப்பட்டுள்ளன. அதாவது, இந்த மூன்று எண்களும், 1 முதல் 10வரையுள்ள ஓர் எண்ணினதும், 10இன் நிறைஎண் வலு ஒன்றினதும் பெருக்கமாக எழுதப்பட்டுள்ளன. 92×10^5 என்பதில் 92 என்ற எண் 1க்கும் 10க்கும் இடைப்பட்ட ஓர் எண்ணாக அமையாது இருப்பதால் 92×10^5 என்பது விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீட்டில் எழுதப்பட்ட ஓர் எண் அல்ல.

1.2.1 1இலும் கூடிய முழு எண்களை விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீட்டில் காட்டுதல்.

$$உ + ம் 1 : 3000 = 3 \times 1000 = 3 \times 10^3$$

$$457 = 4.57 \times 100 = 4.57 \times 10^2$$

1.2.2 1இலும் கூடிய தசம எண்களை விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுதல்.

$$\begin{aligned} \text{உ+ம் 2 : } 63.4 &= 6.34 \times 10 = 6.34 \times 10^1 \\ 7054.3 &= 7.0543 \times 1000 = 7.0543 \times 10^3 \end{aligned}$$

1.3.1 பத்தின் கூறு, நூறின் கூறு, ஆயிரத்தின் கூறு என்பவற்றை 10இன் அடுக்குகளாக எழுதுதல்.

$$\begin{aligned} \text{உ+ம் 3 : } 0.1 &= \frac{1}{10} = \frac{1}{10^1} = 10^{-1} \\ 0.01 &= \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2} \\ 0.001 &= \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3} \end{aligned}$$

ஞாபகப்படுத்துக.

$$\begin{aligned} 10^1 &= 10 \\ 10^0 &= 1 \\ 10^{-1} &= \frac{1}{10^1} \end{aligned}$$

1.3.2 1இலும் குறைந்த எண்களை விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுதல்.

$$\begin{aligned} \text{உ+ம் 4 : } 0.02 &= \frac{2}{100} = \frac{2}{10^2} = 2 \times 10^{-2} \\ 0.43 &= \frac{4.3}{10} = \frac{4.3}{10^1} = 4.3 \times 10^{-1} \\ 0.031 &= \frac{3.1}{100} = \frac{3.1}{10^2} = 3.1 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

1.4 விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீட்டில் உள்ள எண்களை சாதாரண எண்களாக மாற்றுதல்.

$$\text{உ+ம் 5 : } 5.0 \times 10^2 = 5.0 \times 100 = 500$$

$$3.4 \times 10^3 = 3.4 \times 1000 = 3400$$

$$2.345 \times 10^4 = 2.345 \times 10000 = 23450$$

$$6.232 \times 10^2 = 6.232 \times 100 = 623.2$$

$$4 \times 10^{-2} = \frac{4}{10^2} = \frac{4}{100} = 0.04$$

$$7.3 \times 10^{-3} = \frac{7.3}{10^3} = \frac{7.3}{1000} = 0.0073$$

$$1.234 \times 10^{-4} = \frac{1.234}{10^4} = \frac{1.234}{10000} = 0.0001234$$

1.5 விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீட்டில் கணித்தல்கள்.

உ+ம் 6 : $(2.95 \times 10^5) \times (4.0 \times 10^3)$ என்பதன் பெறுமதியைக் கணித்து விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

$$(2.95 \times 10^5) \times (4.0 \times 10^3)$$

$$= 2.95 \times 4.0 \times 10^5 \times 10^3 \quad 10\text{இன் அடுக்குகள் வலது பக்கம் அமையும்படி எழுதுக.}$$

$= 11.8 \times 10^8$ இடது பக்கமுள்ள எண்களையும் வலதுபக்கமுள்ள 10இன் அடுக்குகளையும் பெருக்குக.

$$= (1.18 \times 10^1) \times 10^8 = 1.18 \times 10^9$$

உ+ம் 7 : $4.3 \times 10^3 + 2.4 \times 10^{-2}$ என்ற கோவையின் பெறுமதியைக் கணித்து விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

$$\begin{aligned}
& 4.3 \times 10^3 + 2.4 \times 10^{-2} \\
& = 4.3 \times 1000 + \frac{2.4}{10^2} \\
& = 4.3 \times 1000 + \frac{2.4}{100} \\
& = 4300 + 0.024 \\
& = 4300.024
\end{aligned}$$

பயிற்சி 01

- பின்வருவனவற்றை 10இன் வலுக்களாக எழுதுக.
 - 10×10
 - $10 \times 10 \times 10$
 - $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$
- பின்வருவன எத்தனை மில்லியன்களென (தேவையானவிடத்து தசமப் புள்ளிகளிட்டு) எழுதுக.
 - 6 000 000
 - 4 300 000
 - 7 900 000
 - 3 650 000
 - 5 672 000
- கீழுள்ள எண்களை விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.
 - 3.1 மில்லியன்
 - 5.4 மில்லியன்
 - 0.5 மில்லியன்
 - 3 400 000
 - 9 000 000
 - 300 000
- கீழுள்ள அட்டவணையை நிரப்புக.

	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	நியம வடிவம்
a			3	5	0	0	0	3.5×10^4
b				6	7	0	0	
c		7	6	0	0	0	0	
d		5	4	3	0	0	0	
e	8	9	0	0	0	0	0	
f						4	7	
- பின்வரும் எண்களை விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.
 - 27
 - 4700
 - 560 000
 - 63 000 000
 - 480
 - 507 000

6. பின்வருவனவற்றின் பெறுமதிகளைக் கணித்து, அவற்றை விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

- a) 35×64 b) 750×50 c) 75×800 d) 35^2

பயிற்சி 02

1. பின்வரும் எண்களை விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

- a) 2600 b) 475 c) 107 d) 803.5
e) 7.8 f) 18.73 g) 237.4 h) 203.32

2. கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

- a) $1132 = 1.132 \times \dots\dots\dots$ b) $27.42 = \dots\dots\dots \times 10^1$
c) $830.6 = \dots\dots\dots \times 10^2$ d) $\dots\dots\dots = 2.67 \times 10^2$
e) $\dots\dots\dots = 6.5 \times 10^0$ f) $3085 = \dots\dots\dots \times 10^3$

3. கீழுள்ள அட்டவணையை நிரப்புக.

	10^0	10^{-1}	10^2	10^3	10^4	10^5	நியம வடிவம்
a	0	0	0	3	5		3.5×10^{-3}
b	0	3					
c	0	0	0	5			
d	0	0	0	0	6	7	
e	0	0	1	2	3		
f	0	0	0	2	3	4	

4. கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

- a) $2.3 = 2.3 \times 10 \dots\dots\dots$ b) $0.075 = 7.5 \times 10 \dots\dots\dots$
c) $0.00059 = 5.9 \times 10 \dots\dots\dots$ d) $0.000007 = 7.0 \times 10 \dots\dots\dots$

5. பின்வரும் எண்களை விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

- a) 0.12 b) 0.073 c) 0.845 d) 0.0067
e) 0.00017 f) 5.437 g) 0.573 h) 0.00000123

பயிற்சி 03

1. பின்வருவனவற்றை சாதாரண எண்களாக மாற்றுக.

a) 3.4×10^2	b) 7.6×10^4	c) 6.6×10^0	d) 4.12×10^2
e) 2.401×10^3	f) 5.067×10^5		
2. பின்வருவனவற்றை சாதாரண எண்களாக மாற்றுக.

a) 7.84×10^0	b) 8.37×10^{-2}	c) 9.37×10^{-3}	d) 6.043×10^{-4}
e) 1.2345×10^{-3}	f) 4.0302×10^{-4}		
3. பின்வருவனவற்றின் பெறுமதியை விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

a) $2 \times 10^3 \times 4 \times 10^2$	b) $3 \times 10^2 \times 5 \times 10^1$
c) $4.3 \times 10^3 \times 6 \times 10^2$	d) $2.1 \times 10^3 \times 4 \times 10^2$
e) $5.27 \times 10^3 \times 3 \times 10^2$	f) $2.1 \times 10^2 \times 1.2 \times 10^3$
4. பின்வருவனவற்றின் பெறுமதியைக் கணித்து விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

a) $5.0 \times 10^2 + 3.0 \times 10^3$	b) $7.2 \times 10^2 + 3.2 \times 10^1$
c) $4.3 \times 10^3 + 2.4 \times 10^{-2}$	d) $5.234 \times 10^{-3} + 3.245 \times 10^{-1}$
e) $7.2 \times 10^2 - 6.5 \times 10^1$	f) $6.93 \times 10^3 - 3.67 \times 10^{-1}$
5. பின்வரும் வசனங்களால் குறிக்கப்பட்டுள்ள எண்களை விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.
 - a) குறித்த ஓர் ஆண்டிலே ஸ்ரீலங்காவில் அரிசி இறக்குமதி செய்வதற்காக செலவிடப்பட்ட பணம் ரூபா 23,500,000,000 ஆகும்.
 - b) பூமியிலிருந்து சூரியனுக்கு உள்ள தூரம் ஏறத்தாழ 1,380,000 கிலோமீற்றர் ஆகும்.
 - c) ஒரு கனசென்ரிமீற்றர் ஐதரசனின் திணிவு 0.000 088 9கிராம் ஆகும்.
 - d) மூல் (Mole) ஒன்றிலுள்ள மூலக் கூறுகளின் எண்ணிக்கை 6022600000000000000000 ஆகும்.
6. கீழே தரப்பட்டுள்ள வசனங்களில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள எண்களை சாதாரண முறையில் எழுதுக.
 - a) பூமியின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு 5.101×10^8 சதுர கிலோமீற்றர் ஆகும்.
 - b) பீற்றா (Beta) என்ற நட்சத்திரம் பூமியிலிருந்து 3.012×10^{14} கிலோமீற்றர் தூரத்திலுள்ளது.
 - c) ஒரு கனசென்ரிமீற்றர் வளியின் திணிவு 1.29×10^{-3} கிராம் ஆகும்.
 - d) உடு ஒன்றின் ஆரை ஏறத்தாழ 1.0×10^{13} சென்ரிமீற்றர் ஆகும்.

1.6 மட்டந்தட்டல் :

பூமி சூரியனிலிருந்து 149600000 கிலோமீற்றர் தூரத்திலுள்ளது என விஞ்ஞானிகள் கணித்துள்ளனர். ஆனால், சாதாரணமாக நாம் பூமிக்கும் சூரியனுக்கும் இடைப்பட்ட தூரத்தை 150 மில்லியன் கிலோமீற்றர் எனவே குறிப்பிடுவோம். காரணம், பிந்திய கணியம் மனதில் இலகுவாகப் பதியக் கூடியது என்பதேயாகும். இங்கு, பூமிக்கும் சூரியனுக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் கிட்டிய மில்லியனில் கணிக்கப்பட்டுள்ளது.

சனி கோள் சூரியனிலிருந்து 1427000000 கிலோமீற்றர் தூரத்திலுள்ளது. இத்தூரத்தை நாம் 1400 மில்லியன் கிலோமீற்றர் எனக் குறிப்பிடலாம்.

இவ்வாறு எண் ஒன்றைக் கிட்டிய பெறுமானத்தில் கூறுவது மட்டந்தட்டல் அல்லது அண்ணளவாக்கம் எனப்படும்.

இனி நாம் ஓர் எண்ணை எவ்வாறு மட்டந்தட்டலாம் எனப் பார்ப்போம்.

1.6.1 ஓர் எண்ணை கிட்டிய 10க்கு, கிட்டிய 100க்கு, கிட்டிய 1000க்கு..... மட்டந்தட்டல் :

ஒரு பலகையின் நீளம் 49cm ஆகும். அதன் நீளத்தை யாதும் ஒரு தேவையின்பொருட்டு 50cm எனக் குறிப்பிடின் இம் மதிப்பீடு கிட்டிய 10க்கு மட்டந்தட்டப்பட்டது எனப்படும்.

அதாவது ஓர் எண் கிட்டிய 10க்கு மட்டந்தட்டப்படும்போது அவ்வெண்ணின் ஒன்றாம் இடத்தில் 5 அல்லது 5 இலும் கூடிய ஓர் இலக்கம் இருப்பின் அவ் வெண்ணின் பத்தாம் இடத்தில் உள்ள இலக்கத்துடன் 1 கூட்டப்படவேண்டும். ஒன்றாம் இடத்தில் 4 அல்லது அதனிலும் குறைந்த இலக்கம் இருப்பின் அவற்றிற்கு பதிலாக 0 எழுதப்படவேண்டும்.

இவ்வாறே கிட்டிய 100க்கு, கிட்டிய 1000க்கு, கிட்டிய 10 000க்கு..... மட்டந்தட்டப்படும்போது முறையே பத்தாம் இடத்தில், நூறாம் இடத்தில், ஆயிரமாம் இடத்தில் உள்ள இலக்கங்களைச் சீர்தூக்கி மட்டந்தட்டப்படவேண்டும்.

உ+ம் :

எண்	மட்டந்தட்டல்		
	கிட்டிய பத்திற்கு	கிட்டிய நூறுக்கு	கிட்டிய ஆயிரத்துக்கு
4567	4570	4600	5000
7449	7450	7400	7000
5585	5590	5600	6000
11647	11650	11600	12000
13483	13480	13500	13000

1.6.2 ஓர் எண்ணை கிட்டிய முழு எண்ணிற்கு, கிட்டிய முதலாம் தசமதானத்திற்கு, கிட்டிய இரண்டாம் தசமதானத்திற்கு மட்டந்தட்டல்.

உ+ம் : 23.453 என்ற எண்ணை

a) கிட்டிய முழு எண்ணிற்கு

b) கிட்டிய முதலாம் தசமதானத்திற்கு

c) கிட்டிய இரண்டாம் தசமதானத்திற்கு மட்டந் தட்டுக.

விடை : a) இங்கு முதலாம் தசமதானத்தில் 4 என்ற இலக்கம் உண்டு. இது 5 இலும் குறைந்தது. எனவே, 23.453 கிட்டிய முழு எண்ணில் 23 ஆகும்.

b) இங்கு இரண்டாம் தசமதானத்தில் 5 என்ற இலக்கம் உண்டு. எனவே, 23.453 கிட்டிய முதலாம் தசம தானத்தில் 23.5 ஆகும்.

c) இங்கு மூன்றாம் தசமதானத்தில் 3 என்ற இலக்கம் உண்டு. இது 5 இலும் குறைந்தது.

எனவே, 23.453 கிட்டிய இரண்டாம் தசம தானத்தில் 23.45 ஆகும்.

பயிற்சி 04

- கீழுள்ள வினாக்களில் பொருத்தமான விடைகளைத் தெரிவு செய்யுங்கள்.
 - 3.54 ஐக் கிட்டிய முழு எண்ணிற்கு மட்டந்தட்டினால்
 - 3
 - 4
 - 7.249 ஐக் கிட்டிய முதலாம் தசமதானத்திற்கு மட்டந்தட்டினால்
 - 7.2
 - 7.3
 - 5.0107 ஐ கிட்டிய மூன்றாம் தசமதானத்திற்கு மட்டந்தட்டினால்
 - 5.011
 - 5.010
 - 0.599 ஐ கிட்டிய இரண்டாம் தசமதானத்திற்கு மட்டந்தட்டினால்
 - 0.6
 - 0.60

2. பின்வரும் ஒவ்வொரு தசம எண்ணையும் கிட்டிய முழு எண்ணிற்கும், கிட்டிய முதலாம் தசமதானத்திற்கும், கிட்டிய இரண்டாம் தசமதானத்திற்கும், கிட்டிய மூன்றாம் தசமதானத்திற்கும் மட்டந்தட்டுங்கள்.
- a) 7.3748 b) 13.8093 c) 2.5470 d) 1.2073
 e) 5.5503 f) 0.5284
3. a) 6.738 என்ற எண்ணை எந்தத் தசமதானத்திற்கு மட்டந்தட்டினால் விடை 6.74 ஆகும்?
 b) 5.045 என்ற எண்ணை எந்தத் தசமதானத்திற்கு மட்டந்தட்டினால் விடை 5.1 ஆகும்?
 c) 4.0907 ஐ எந்தத் தசமதானத்திற்கு மட்டந்தட்டினால் விடை 4 ஆகும்?
4. இரு தசமதானங்களில் குறிக்கப்பட்ட ஓர் எண்ணை முதலாம் தசமதானத்திற்கு மட்டந்தட்டியபோது விடை 5.0 ஆகும். இரண்டாம் தசம தானத்தில் இடம்பெற்றிருக்கக்கூடிய எல்லா இலக்கங்களையும் எழுதுங்கள்.
5. பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் கண்டு அவற்றை இரு தசமதானங்களுக்கு மட்டந்தட்டுங்கள்.
- a) 4.53×3.4 b) $65 \div 9$ c) $234.2 \div 7.3$ d) $4 \div 0.23$

எண் கோலங்கள்

2.1 எண்கள் : நாம் இன்று கைக்கொள்ளும் எண்முறை இந்து - அராபிய எண்முறையாகும். இம்முறையில் 0,1,2,3,..... 9 ஆகிய பத்து இலக்கங்களையும் உபயோகித்து எந்த ஒரு பெரிய எண்ணையும் எழுதலாம்.

2.2 எண்வகை :

இவற்றுள்,

1,3,5,7,9,..... என்பன ஒற்றை எண்கள்.

0,2,4,6,8,10,..... என்பன இரட்டை எண்கள்.

1,4,9,16,..... என்பன சதுர எண்கள்.

1,8,27,64,..... என்பன கன எண்கள்.

1,3,6,10,15,..... என்பன முக்கோணி எண்கள்.

2.3 n ஆவது எண்கள்:

n ஆவது ஒற்றை எண்ணை $2n-1$ ஆல் குறிப்பிடலாம்.

5 ஆவது ஒற்றை எண் $=2 \times 5 - 1 = 9$ ஆகும்.

n ஆவது இரட்டை எண்ணை $2n$ ஆல் குறிப்பிடலாம்.

7 ஆவது இரட்டை எண் $=2 \times 7 = 14$ ஆகும்.

n ஆவது சதுர எண்ணை n^2 ஆல் குறிப்பிடலாம்.

6 ஆவது சதுர எண் $=6^2 = 36$ ஆகும்.

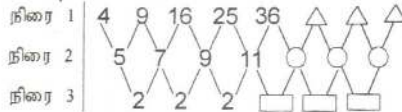
n ஆவது கன எண்ணை n^3 ஆல் குறிப்பிடலாம்.

5 ஆவது கன எண் $=5^3 = 125$ ஆகும்.

n ஆவது முக்கோணி எண்ணை $\frac{n(n+1)}{2}$ ஆல் குறிப்பிடலாம்.

7 ஆவது முக்கோணி எண் $\frac{7(7+1)}{2} = \frac{7 \times 8}{2} = 28$ ஆகும்.

2.4 தரப்பட்ட ஒரு தொடரியில் அடுத்துவரும் உறுப்புகளைக் காணுதல். உ+ம் 1: 4, 9, 16, 25, 36,..... என்ற தொடரியில் அடுத்த மூன்று உறுப்புகளையும் காண்க.



- a) இரண்டாம் நிரையிலுள்ள 4 எண்களும் முதலாம் நிரையில் அடுத்து வரும் எண்களின் வித்தியாசம் ஆகும்.
- b) மூன்றாம் நிரையிலுள்ள 3 எண்களும் இரண்டாம் நிரையில் அடுத்துவரும் எண்களின் வித்தியாசம் ஆகும்.
- c) நிரை 3 இல் உள்ள செவ்வகங்களுள் 2ஐ எழுதுக.
- d) நிரை 2 இல் உள்ள 11உடன் முதலாம் செவ்வகத்துள் உள்ள 2 ஐயும் கூட்டி நிரை 2இல் முதலாம் வட்டத்துள் 13ஐ எழுதுக. தொடர்ந்தும் அவ்வாறே நிரை 2இல் உள்ள வட்டங்களை நிரப்புக.
- e) இதே விதியின்படி நிரை 1 இல் உள்ள முக்கோணிகளை நிரப்புக.

2.5 தரப்பட்ட ஒரு தொடரியில் பொது உறுப்பை (n ஆவது உறுப்பை) காணுதல்.

உ+ ம் 1: 4, 7, 10, 13..... என்ற தொடரியில் n ஆவது உறுப்பைக் காண்க.

இங்கு அடுத்து வரும் இரு உறுப்புகளுக்கு இடையேயுள்ள பொது வித்தியாசம் 3 ஆகும்.

முதலாம் உறுப்பு $(1 \times 3) + 1 = 3 + 1 = 4$ ஆக அமைந்துள்ளது.

எனவே, n ஆம் உறுப்பு $(n \times 3) + 1 = 3n + 1$ ஆகும்.

குறிப்பு : அடுத்துவரும் இரு உறுப்புகளுக்கு இடையே வித்தியாசம் சமனாக அமைந்த மேலுள்ளது போன்ற தொடரிகளில் n ஆம் உறுப்பை,

n ஆம் உறுப்பு = $dn + (a - d)$ என்ற சூத்திரத்தைப் பாவித்தும் கணிக்கலாம். இங்கு, $a =$ முதலுறுப்பு, $d =$ பொது வித்தியாசம்.

உ+ ம் 2 : 10, 12, 14, 16..... எனும் தொடரியில் n ஆம் உறுப்பைக் காண்க. இங்கு $a = 10$, $d = 2$

$$\begin{aligned} \text{எனவே, } n \text{ ஆம் உறுப்பு} &= dn + (a - d) \\ &= 2n + (10 - 2) \\ &= 2n + 8 \text{ ஆகும்.} \end{aligned}$$

உ+ ம் 3 : 23, 19, 15, 11.....எனும் தொடரியில் n ஆம் உறுப்பைக் காண்க. இங்கு $a = 23$, $d = -4$

$$\begin{aligned} \therefore n \text{ ஆம் உறுப்பு} &= -4n + [23 - (-4)] \\ &= -4n + (23 + 4) \\ &= -4n + 27 \\ &= 27 - 4n \text{ ஆகும்.} \end{aligned}$$

2.6 2.4இல் எடுத்துக்கொண்ட

4, 9, 16, 25, 36..... என்ற தொடரியைக் கவனிப்போம். இதில் n ஆவது உறுப்பை எவ்வாறு கணிக்கலாம்?

n ஆவது உறுப்பு $= a + (n-1)d + \frac{1}{2}(n-1)(n-2)c$ என்ற சூத்திரத்தை உபயோகித்து இதனைக் கணிக்கலாம். இங்கு $a =$ முதலுறுப்பு, $d =$ முதல் வித்தியாசம், $c =$ அடுத்து வரும் உறுப்புகளின் வித்தியாசங்களுக்கு இடையேயுள்ள வித்தியாசம். இதன்படி $a=4, d=5, c=2$

$$\begin{aligned} \therefore n \text{ ஆம் உறுப்பு} &= 4 + (n-1)5 + \frac{1}{2}(n-1)(n-2)2 \\ &= 4 + 5n - 5 + n^2 - 3n + 2 \\ &= n^2 + 2n + 1 \text{ ஆகும்.} \end{aligned}$$

இதன்படி மேலுள்ள தொடரியின் 10ஆம் உறுப்பு $= 10^2 + 2 \times 10 + 1 = 121$ ஆகும்.

2.7 ஒரு தொடரியின் n ஆம் உறுப்பு கொடுக்கப்படும்போது தொடரியை எழுதுதல்.

உ + ம் 4 : n ஆம் உறுப்பு $(4n - 1)$ ஆக அமைந்த தொடரியின் முதல் மூன்று உறுப்புகளையும் 60 ஆம் 100ஆம் உறுப்புகளையும் காண்க.

$$\begin{aligned} T &= 4 \times 1 - 1 = 3 \\ T^1 &= 4 \times 2 - 1 = 7 \\ T^2 &= 4 \times 3 - 1 = 11 \\ T^3 &= 4 \times 60 - 1 = 240 - 1 = 239 \\ T_{100}^{60} &= 4 \times 100 - 1 = 400 - 1 = 399. \end{aligned}$$

2.8 குறிப்பிட்ட ஓர் உறுப்பு ஒரு தொடரியின் எத்தனையாம் உறுப்பு எனக் காணுதல்.

உ + ம் 5: $T_n = 2n^2 + 5$ என அமைந்த தொடரியில் 103 எத்தனையாம் உறுப்பாகும்? சமன்பாட்டில் பிரதியிடுவீன்,

$$\begin{aligned} 103 &= 2n^2 + 5 \\ 2n^2 &= 103 - 5 \\ &= 98 \\ n^2 &= 49 \end{aligned}$$

$n = 7$. \therefore 103 இத்தொடரியின் 7ஆம் உறுப்பாகும்.

பயிற்சி 05

1. பின்வரும் தொடரிகள் எவ்வகையின? ஒவ்வொன்றினதும் அடுத்த 3 உறுப்புகளையும் n ஆம் உறுப்பையும் எழுதுக.
 - a) 2, 4, 6, 8
 - b) 1, 3, 5, 7
 - c) 1, 4, 9, 16
 - d) 1, 8, 27, 64
 - e) 1, 3, 6, 10

2. பின்வரும் தொடரிகள் ஒவ்வொன்றிலும் அடுத்துவரும் 3 உறுப்புகளையும் n ஆம் உறுப்பையும் காண்க.

a) 7, 10, 13, 16	b) 12, 17, 22, 27
c) 6, 16, 26, 36	d) 54, 61, 68, 75

3. பின்வரும் தொடரிகள் ஒவ்வொன்றிலும் n ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

a) 25, 21, 17, 13	b) 68, 65, 62, 59
c) 7, 4, 1, -2	d) 3, 2, 1, 0

4. 1, 5, 11, 19, 29 என்ற தொடரியை $1^2+0, 2^2+1, 3^2+2, 4^2+3$ எனவும் குறிப்பிடலாம்.
 - a) இத் தொடரியின் ஐந்தாம் உறுப்பை இவ்வாறு குறிப்பிடுக.
 - b) n ஆம் உறுப்பிற்கான ஒரு கோவையை n இன் சார்பில் தருக.
 - c) இத்தொடரியின் 100ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

5. n ஆம் உறுப்பை u_n எனக் குறிப்பிடுவர்.

கீழே சில தொடரிகளின் n ஆம் உறுப்புக்கான கோவைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவை ஒவ்வொன்றினதும் முதல் 5 உறுப்புகளையும் காண்க.

a) $u_n = 3n + 7$	b) $u_n = 15 - 2n$
c) $u_n = n^2 + 5$	d) $u_n = (n + 1)^2$
e) $u_n = 2^n$	

6. $u_n = 6n + 7$ ஆக அமைந்த ஒரு தொடரியில் 55 எத்தனையாம் உறுப்பாகும்?

7. $u_n = 7(n+4)$ ஆக அமைந்த ஒரு தொடரியில் 112 எத்தனையாம் உறுப்பாகும்?

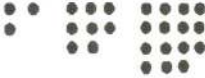
பயிற்சி 06

1. தொடர் A	1, 4, 9, 16, 25
தொடர் B	3, 6, 9, 12, 15
தொடர் C	2, 5, 9, 14, 20

- தொடர் A யின் அடுத்த 3 உறுப்புகளையும் எழுதுக.
- தொடர் B யின் அடுத்த 3 உறுப்புகளையும் எழுதுக.
- தொடர் A யின் n ஆம் உறுப்பை எழுதுக.
- தொடர் B யின் n ஆம் உறுப்பை எழுதுக.
- தொடர் C, தொடர்கள் A, B என்பவற்றிலிருந்து பெறப்பட்டது. இத்தக வலையும் c, d என்பவற்றுக்குப் பெற்ற விடைகளையும் கருத்திற் கொண்டு தொடர் c யின் n ஆம் உறுப்பைக் கணிக்க.
- தொடர் C யின் 80 ஆம் உறுப்பை எழுதுக.

2. ஒரு தொடரியின் n ஆம் உறுப்பு $n(n+1)$ ஆகும்.

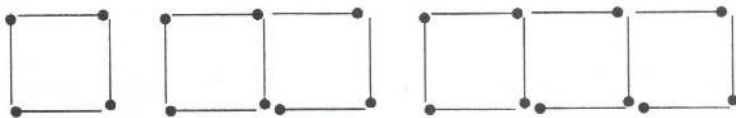
- இத் தொடரியின் முதல் 3 உறுப்புகளையும் எழுதுக.
- இத் தொடரியில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளும் ஏன் இரட்டை எண்களாய் இருக்கின்றன?
- எல்லா உறுப்புகளும் இரட்டை எண்களாக அமைந்த வேறொரு தொடரியின் n ஆம் உறுப்புக்கான கோவையை எழுதுக.
- எல்லா உறுப்புகளும் ஒற்றை எண்களாக அமைந்த தொடரி ஒன்றின் n ஆம் உறுப்புக்கான கோவையை எழுதுக.

3. 

சேந்தன் சில மணிகளை உபயோகித்து பின்வருவனபோன்ற கோலங்களை அமைத்தான்.

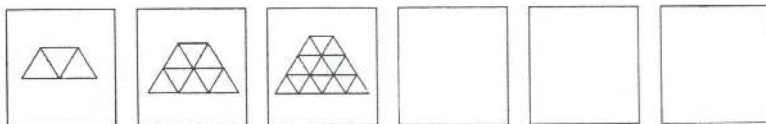
- அடுத்த தொகுதியில் எத்தனை மணிகள் இருக்கும்?
- n ஆம் தொகுதியில் எத்தனை மணிகள் இருக்கும்?
- இவ்வாறான ஒரு தொகுதியில் 2600 மணிகள் இருந்தன. மேலுள்ள வற்றின் விடைகளைப் பிரயோகித்து அது எத்தனையாம் தொகுதி எனக் காண்க.

4. வைகுந்தன் குண்டுசிகளை உபயோகித்து பின்வரும் கோலங்களை அமைத்தான்.



- a) ஒவ்வொரு கோலத்திலுமுள்ள குண்டுசிகளின் எண்ணிக்கையை எழுதுக.
b) அடுத்த கோலத்தில் எத்தனை குண்டுசிகள் இருக்கும்?
c) n ஆம் கோலத்திலுள்ள குண்டுசிகளின் எண்ணிக்கையைக் கணிக்க ஒரு வாய்பாடு எழுதுக.

5.



மேலுள்ள கோலங்கள் தனிப்பட்ட முக்கோணிகளைக் கொண்டு அமைக்கப்பட்டன.

- a) ஒவ்வொரு கூட்டத்திலுமுள்ள முக்கோணிகளின் எண்ணிக்கையை எழுதுக.
b) அடுத்த மூன்று கூட்டங்களிலுமுள்ள முக்கோணிகளை வரைந்து அவற்றின் எண்ணிக்கையை எழுதுக.
c) n ஆவது கோலத்திலுள்ள முக்கோணிகளின் எண்ணிக்கைக்கான ஒரு கோவையை எழுதுக.

6. $T_n = 5n - 3$ என்று அமைந்த தொடர் ஒன்றின்

- a) $(n + 1)$ ஆம் உறுப்பு
b) $(n - 1)$ ஆம் உறுப்பு
c) $(n + 1)$ ஆம் உறுப்புக்கும் $(n - 1)$ ஆம் உறுப்புக்கும் இடையில் உள்ள வித்தியாசம் என்பனவற்றைக் காண்க.

பின்னங்கள்

நாம் தரம் 8 இல் பின்னங்கள் சம்பந்தமான கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், பிரித்தல் ஆகிய கணிதச் செய்கைகள் தனித்தனியாக அமைந்த கணக்குகள் கற்றோம்.

இப்படிமுறையில் இவற்றில் இரு கணிதச் செய்கைகள் அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட கணிதச் செய்கைகள் அமைந்த கணக்குகளைக் கற்போம்.

உ+ம் 1 : கூட்டலும் கழித்தலும் சேர்ந்தது.

$$\begin{aligned} \text{a) } & \frac{3}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \\ & = \frac{9+4-6}{12} \\ & = \frac{7}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} - 4\frac{3}{8} \\ & = 2 + 3 - 4 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{3}{8} \\ & = 1 + \frac{4+2-3}{8} \\ & = 1 + \frac{3}{8} \\ & = 1\frac{3}{8} \end{aligned}$$

உ+ம் 2 : கழித்தலும் கூட்டலும் சேர்ந்தது.

$$\begin{aligned} \text{a) } & \frac{2}{5} - \frac{1}{2} + \frac{3}{10} \\ & = \frac{4-5+3}{10} \\ & = \frac{2}{10} \\ & = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 6\frac{1}{3} - 2\frac{4}{5} + 1\frac{7}{15} \\ & = 6 - 2 + 1 + \frac{1}{3} - \frac{4}{5} + \frac{7}{15} \\ & = 5 + \frac{5-12+7}{15} \\ & = 5\frac{0}{15} \\ & = 5 \end{aligned}$$

உ+ம் 3 : பெருக்கலும் கூட்டலும்.

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$$

முதலில் பெருக்கி பின் கூட்டவேண்டும்.

$$= \left(\frac{{}^1 3 / {}^2 4}{{}^2} \times \frac{{}^2 1 / {}^3 3}{{}^1} \right) + \frac{1}{2}$$

முதலில் பெருக்க வேண்டும் என்பதைக் குறிக்க அடைப்புக்குறி இடலாம்.

எனவே, ஒரு கணக்கில் அடைப்புக்குறி இருப்பின் அது முதலில் கணிக்கப்படவேண்டும்.

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= 1$$

உ+ம் 4 : $1\frac{1}{2}$ இன் $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \longrightarrow 1$

$2\frac{1}{3} + \frac{4}{5}$ இன் $\frac{3}{8} \longrightarrow 2$

முதலாம் கணக்கில் $1\frac{1}{2}$ இன் $\frac{2}{3}$ இலிருந்து $\frac{1}{4}$ ஐக் கழிக்குக எனவும், இரண்டாம் கணக்கில் $\frac{4}{5}$ இன் $\frac{3}{8}$ ஐ $2\frac{1}{3}$ உடன் கூட்டுக எனவும் பொருள்படும். எனவே இங்கு 'இன்' ஆல் தொடர்புபடுத்திய பகுதி முதலில் கணிக்கப்படவேண்டும்.

எனவே இரு வினாக்களையும் பின்வருமாறு மாற்றியமைத்துச் செய்யலாம்.

$$= \left(1\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \right) - \frac{1}{4}$$

$$= \left(\frac{{}^3 1 / {}^2 2}{{}^1} \times \frac{{}^2 1 / {}^3 3}{{}^1} \right) - \frac{1}{4}$$

$$= 1 - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{3}{4}$$

$$= 2\frac{1}{3} + \left(\frac{{}^4 1 / {}^5 5}{{}^2} \times \frac{{}^3 3 / {}^8 8}{{}^1} \right)$$

$$= 2\frac{1}{3} + \frac{3}{10}$$

$$= 2 + \frac{10+9}{30}$$

$$= 2\frac{19}{30}$$

$$\text{உ+ம் 5 : } \frac{7}{8} - \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$$

இது $\frac{2}{3}$ ஐ $\frac{3}{4}$ ஆல் பெருக்கி வருவதை $\frac{7}{8}$ இலிருந்து கழிக்குக எனப்

பொருள்படும்.

$$\begin{aligned} &= \frac{7}{8} - \left(\frac{2^1 \times 3^1}{3^1 \times 4^1} \right) \\ &= \frac{7}{8} - \frac{1}{2} \\ &= \frac{7-4}{8} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

$$\text{உ+ம் 6 : } \frac{2}{3} \div \frac{3}{5} - \frac{1}{3}$$

இது $\frac{2}{3}$ ஐ $\frac{3}{5}$ ஆல் வகுத்து வருவதிலிருந்து $\frac{1}{3}$ ஐக் கழிக்குக எனப்

பொருள்படும்.

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{2}{3} \div \frac{3}{5} \right) - \frac{1}{3} \\ &= \left(\frac{2 \times 5}{3 \times 3} \right) - \frac{1}{3} \\ &= \frac{10}{9} - \frac{1}{3} \\ &= \frac{10-3}{9} \\ &= \frac{7}{9} \end{aligned}$$

அதாவது, பெருக்கல் அல்லது வகுத்தலுடன் கூட்டல் அல்லது கழித்தல் இடம்பெறும்போது முதலில் பெருக்கல் அல்லது வகுத்தலைச் செய்து பின் கூட்டல் அல்லது கழித்தலைச் செய்ய வேண்டும்.

அதாவது பல குறியீடுகள் சேர்ந்து அமைந்த பின்னக் கணக்குகளில் அடைப்புக்குறி, இன், வகுத்தல், பெருக்குதல், கூட்டுதல், கழித்தல் என்ற ஒழுங்கில் செய்ய வேண்டும்.

$$\text{உ+ம் 7 : } \frac{3}{4} \div \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$$

ஒரு பின்னச் சுருக்குதலில் \div, \times என்ற கணிதச் செய்கைகள் காணப்படின் கொடுக்கப்பட்ட ஒழுங்கிலேயே செய்யவேண்டும்.

$$\begin{aligned} &= \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{9}{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{உ+ம் 8 : } \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \div \frac{1}{2} & \qquad \text{உ+ம் 9 : } \frac{3}{4} \div \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \right) \\ &= \frac{3^1}{4} \times \frac{2^1}{3} \times \frac{2^1}{1} \\ &= \frac{3}{21} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{1} \\ &= 1 \end{aligned}$$

உ+ம் 9 : இங்கு \div, \times அடைப்புக்குறி ஆகிய கணிதச் செய்கைகள் காணப்படுகின்றன. எனவே அடைப்புக்குறியை முதலிலும், பின்னர் வகுத்தலையும் செய்ய வேண்டும்.

$$\begin{aligned} &\frac{3}{4} \div \left(\frac{2^1}{3} \times \frac{1}{2} \right) \\ &= \frac{3}{4} \div \frac{1}{3} \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{3}{1} \\ &= \frac{9}{4} \\ &= 2\frac{1}{4} \end{aligned}$$

உ + ம் 10 :

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{12} \right) \div \frac{1}{2} \\ & = \frac{2}{3} \times \frac{3-1}{12} \div \frac{1}{2} \quad (\text{அடைப்பு}) \\ & = \frac{2}{3} \times \frac{12}{63} \times \frac{2}{1} \quad \text{வகுத்தல்} \\ & = \frac{2}{9} \end{aligned}$$

பயிற்சி 07

1. கணிக்கുക :

a) $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6}$

b) $\frac{2}{3} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6}$

c) $1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{4} - 3\frac{1}{2}$

d) $2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2} + 3\frac{1}{6}$

2. கணிக்கുക :

a) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} + \frac{3}{10}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$

c) $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} - \frac{4}{15}$

d) $\frac{7}{8} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$

3. கணிக்கുക :

a) $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} + \frac{3}{5}$

b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$

c) $1\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} - \frac{3}{4}$

d) $4\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4} \div \frac{5}{6}$

4. கணிக்கുക :

a) $2\frac{1}{4} \times \frac{3}{14} \div 1\frac{2}{7}$

b) $\frac{4}{7} \times \frac{8}{9} \div \frac{16}{21}$

c) $1\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} \times 2\frac{1}{3}$

d) $1\frac{2}{3} \div 2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4}$

பயிற்சி 08

1. கணிக்கുക :

a) $3\frac{2}{3}$ இன் $\frac{5}{33} \div \frac{5}{18}$

b) $\frac{1}{4} \div \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{5}\right)$

c) $\frac{2}{5} \times \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2}$

d) $5\frac{3}{4} - 4$ இன் $\frac{7}{8}$

2. கணிக்கുക :

a) $4\frac{1}{2} - \left(2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{2}\right)$

b) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$ இன் $\frac{3}{5} + \frac{7}{8}$

c) $1\frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right)$

d) $2\frac{4}{5} - \left(1\frac{2}{3} - \frac{5}{6}\right)$

3. கணிக்கുക :

a) $3\frac{2}{3} \div \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5}\right)$

b) $\frac{1}{4} \div \left(\frac{1}{8} \times \frac{2}{5}\right)$

c) $1\frac{2}{3} \div \left(\frac{3}{5} \div \frac{9}{10}\right)$

d) $4\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4} \times 2\frac{2}{3} \div 2\frac{1}{2}$

4. கணிக்கുക :

a) $5\frac{4}{5} + 1\frac{3}{10} + 2\frac{1}{20}$

b) $5\frac{1}{2} - 6\frac{1}{4} + 2\frac{1}{8}$

c) $1\frac{1}{8} \times \frac{4}{9} \div 2\frac{1}{2}$

d) $\left(2\frac{1}{4} + \frac{3}{8}\right) \times \frac{2}{3} - \frac{1}{2}$

பயிற்சி 09

- ஒரு புகையிலை வியாபாரி தன்னிடமிருந்த புகையிலையில் $\frac{1}{4}$ பங்கை திங்கட்கிழமை விற்றான். எஞ்சியதில் $\frac{1}{2}$ பங்கை செய்வாய்க்கிழமை விற்றான். அவனிடம் மிகுதியாய் இருந்த புகையிலை முழுவதின் என்ன பங்கு?
- ஒருவன் தனது பிரயாணத்தின் $\frac{7}{10}$ பங்கை புகையிரதத்திலும் மிகுதியின் $\frac{1}{2}$ பங்கை பேருந்திலும் எஞ்சிய 30km தூரத்தை காரிலும் சென்றான். பிரயாண தூரம் எவ்வளவு?
- ஒரு தேர்தல் தொகுதியிலுள்ள வாக்காளர்களில் $\frac{3}{4}$ பங்கினர் தமிழர். எஞ்சியதின் $\frac{2}{3}$ பங்கினர் முஸ்லீம்கள். ஏனையோர் சிங்களவர். அத்தேர்தல் தொகுதியில் 587 சிங்களவர் இருந்தால் மொத்த வாக்காளர் எத்தனை பேர்?
- ஒரு தந்தை தனது சொத்தில் $\frac{1}{3}$ பங்கை மனைவிக்கும், எஞ்சியதின் $\frac{2}{3}$ பங்கை மகளுக்கும், எஞ்சியதை சமமாகப் பிரித்து தனது இரு மகன் மாருக்கும் கொடுத்தார். மகன் ஒருவனிலும் பார்க்க மகன் ரூபா 3 000 000 கூடப் பெற்றால் தந்தையின் சொத்தின் பெறுமதி யாது?
- ஒரு நீர்த்தாங்கி முற்றாக நிரம்பியிருந்தது. அதில் உள்ள நீரில் $\frac{1}{3}$ பங்கு முதல் நாள் உபயோகிக்கப்பட்டது. இரண்டாம் நாள் 1000 லீற்றர் நீர் உபயோகிக்கப்பட்ட பின்னர் தாங்கியில் $\frac{5}{8}$ பங்கு நீர் மீதமாக இருந்தது. தாங்கியின் கொள்ளளவு எத்தனை லீற்றர்?
- ஒரு வீட்டின் பெறுமதி முதலாம் ஆண்டு முடிவில் $\frac{1}{4}$ பங்கு குறைந்தது. அதன் பெறுமதி இரண்டாம் ஆண்டு முடிவில் முதலாம் ஆண்டு முடிவில் இருந்ததிலும் பார்க்க $\frac{1}{3}$ பங்கு கூடியது. அவ்வீட்டின் பெறுமதி இரண்டாம் ஆண்டு முடிவில் ரூபா 9 000 000 ஆயின் ஆரம்பத்தில் அதன் பெறுமதி எவ்வளவு?

சதவீதம்

வியாபாரம் என்றால் பொருட்களை வாங்கி விற்பனாகும். இத்தொழிலை மேற்கொள்வோர் வியாபாரிகள் ஆவர். அவர்கள் பொருட்களை வாங்கி விற்கும் போது அனேக சந்தர்ப்பங்களில் இலாபம் பெறுவர்; சில சமயங்களில் நட்டமும் அடைவதுண்டு.

$$\begin{aligned} \text{இலாபம்} &= \text{விற்பனையிலை} - \text{கொள்விலை} \\ \text{நட்டம்} &= \text{கொள்விலை} - \text{விற்பனையிலை} \end{aligned}$$

4.1 இலாப அல்லது நட்ட நூற்றுவீதம்.

A, B என்ற இரு வியாபாரிகளைக் கருதுவோம்.

A என்பவன் ஒருவகை காற்சட்டைகளை ஒன்று ரூபா 500படி வாங்கி அவற்றை ஒன்று ரூபா 560படி விற்கிறான்.

B என்பவன் வேறுவகை காற்சட்டைகளை ஒன்று ரூபா 300படி வாங்கி அவற்றை ஒன்று ரூபா 345படி விற்கிறான்.

இவர்களுள் பணத்தைச் சிறந்தமுறையில் முதலீடு செய்கிறவன் யார்? இந்தப் பிரச்சினையை அவர்கள் ஒவ்வொரு காற்சட்டையையும் விற்பதால் அடையும் இலாபத்தை மட்டும் கருத்திற் கொண்டு தீர்க்க முடியாது.

A ரூபா 500ஐ முதலீடுவதால் அடையும் இலாபம் ரூபா 60.

B ரூபா 300ஐ முதலீடு செய்வதால் அடையும் இலாபம் ரூபா 45.

அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் அடையும் இலாபத்தை அவர்களது முதலீட்டின் பின்னமாக எழுதுவோம்.

$$\frac{60}{500} \quad \frac{45}{300}$$

இரு பின்னங்களையும் 1ஆல், அதாவது $\frac{100}{100}$ ஆல், அதாவது 100%ஆல் பெருக்குவோம்.

$$\therefore A \text{ பெறும் இலாபம் } \frac{60}{500} \times 100\% = 12\%$$

$$B \text{ பெறும் இலாபம் } \frac{45}{300} \times 100\% = 15\%$$

எனவே, B என்பவன் பணத்தை சிறந்த முறையில் முதலீடு செய்கிறான்.

$$\text{எனவே, இலாப நூற்றுவீதம்} = \frac{\text{இலாபம்}}{\text{கொள்விலை}} \times 100\%$$

$$\text{அவ்வாறே, நட்ட நூற்றுவீதம்} = \frac{\text{நட்டம்}}{\text{கொள்விலை}} \times 100\%$$

உ+ம் 1: ஒருவன் ரூபா 2500க்கு ஒரு வானொலிப் பெட்டியை வாங்கி ரூபா 2800க்கு விற்கான்.

a) இலாபம் எவ்வளவு? b) இலாப நூற்று வீதம் என்ன?
இலாபம் = ரூபா(2800 - 2500) = ரூபா300

$$\text{இலாப நூற்றுவீதம்} = \left(\frac{300}{2500} \times 100 \right) \% \\ = 12\%$$

உ+ம் 2: 5மாபிள்கள் ரூபா 4 வீதம் வாங்கி 4மாபிள்கள் ரூபா 5 வீதம் விற்பவன் அடையும் இலாப நூற்றுவீதம் என்ன?

5 மாபிள்களின் கொள்விலை = ரூபா 4

$$\therefore 1 \text{ மாபிளின் கொள்விலை} = \text{ரூபா} \frac{4}{5} = 80 \text{ சதம்.}$$

4 மாபிள்களின் விற்பவிலை = ரூபா 5

$$\therefore 1 \text{ மாபிளின் விற்பவிலை} = \text{ரூபா} \frac{5}{4} = \text{ரூபா} 1.25$$

$$\therefore \text{இலாபம்} = (125 - 80) \text{ சதம்.} \\ = 45 \text{ சதம்.}$$

$$\therefore \text{இலாப நூற்றுவீதம்} = \frac{45}{80} \times 100\% \\ = \frac{225}{4} \% = 56.25\%$$

4.2 கொள்விலையும் இலாப/நட்ட நூற்றுவீதமும் தெரிந்தால் விற்பவிலை காணுதல்

உ+ம் 3: ஒரு வியாபாரி ரூபா 8000க்கு வாங்கிய துவிச்சக்கர வண்டியை 15% இலாபத்துடன் விற்கிறான். அவன் அடைந்த இலாபம் என்ன? துவிச்சக்கர வண்டியை அவன் என்ன விலைக்கு விற்கான்?

அவன் செலவிட்ட ஒவ்வொரு ரூபா 100க்கும் ரூபா 15 இலாபம் அடைகிறான்.

$$\begin{aligned} \text{எனவே, அவன் பெற்ற இலாபம்} &= \text{ரூபா} \left(8000 \times \frac{15}{100} \right) \\ &= \text{ரூபா} 1200. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{அவன் துவிச்சக்கர வண்டியை} \\ \text{விற்பனை} &= \text{ரூபா} (8000 + 1200) \\ &= \text{ரூபா} 9200. \end{aligned}$$

இங்கு இலாபத்தைக் கணிக்காது நேரடியாக இலாப நூற்று வீதத்தையும் கணிக்கலாம்.

$$\text{கொள்விலை ரூபா 100 ஆயின் விற்பனை} = \text{ரூபா} (100+15)$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{துவிச்சக்கர வண்டியை விற்பனை} &= \text{ரூபா} \left(8000 \times \frac{115}{100} \right) \\ &= \text{ரூபா} 9200. \end{aligned}$$

உ+ம் 4: சேகர் ஒரு வானொலிப் பெட்டியை ரூபா 4000க்கு வாங்கி, 2பருடம் கழித்து 10% நட்டத்துக்கு விற்பனை. அவன் அதனை என்ன விலைக்கு விற்பனை?

$$\begin{aligned} \text{வானொலிப் பெட்டியின் கொள்விலை} &= \text{ரூபா} 4000. \\ \text{நட்டம்} &= 10\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{அதனை விற்பனை} &= \text{ரூபா} \left(4000 \times \frac{90}{100} \right) \\ &= \text{ரூபா} 3600. \end{aligned}$$

$$\text{இலாபம்} = \left(\frac{\text{கொள்விலை} \times \text{இலாப நூற்று வீதம்}}{100} \right)$$

$$\text{விற்பனை} = \text{கொள்விலை} \times \frac{100 + \text{இலாப நூற்று வீதம்}}{100}$$

அல்லது

$$= \text{கொள்விலை} \times \frac{100 - \text{நட்ட நூற்று வீதம்}}{100}$$

4.3 விற்றவிலையும் இலாப/நட்ட நூற்றுவீதமும் தெரிந்தால் கொள்விலை காணுதல்

உ+ ம் 5: ஒரு வியாபார நிறுவனம் குளிர்சாதனப் பெட்டிகளை ரூபா 12000க்கு விற்று 20% இலாபம் அடைந்தது. அவை ஒவ்வொன்றினதும் கொள்விலை யாது?

அதன் கொள்விலை ரூபா 100 ஆயின் விற்றவிலை = ரூபா 120.

∴ விற்றவிலை ரூபா 120 ஆயின் கொள்விலை = ரூபா 100.

$$\begin{aligned} \therefore \text{குளிர்சாதனப் பெட்டியின் கொள்விலை} &= \text{ரூபா} \left(12000 \times \frac{100}{120} \right) \\ &= \text{ரூபா} 10000. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{கொள்விலை} &= \text{விற்றவிலை} \times \frac{100}{100 + \text{இலாப நூற்றுவீதம்}} \\ &\text{அல்லது} \end{aligned}$$

$$= \text{விற்றவிலை} \times \frac{100}{100 - \text{நட்ட நூற்றுவீதம்}}$$

பயிற்சி 10

1. கீழுள்ள அட்டவணையை நிரப்புங்கள்.

	கொள்விலை	விற்றவிலை	இலாபம்	நட்டம்
a	ரூபா 210	ரூபா 240
b	ரூபா 80	ரூபா 70
c	ரூபா 120	ரூபா 20
d	ரூபா 280	ரூபா 30

	கொள்விலை	விற்றவிலை	இலாபம்	நட்டம்
a	ரூபா 80	ரூபா 20
b	ரூபா 100	ரூபா 30
c	ரூபா 80	ரூபா 20
d	ரூபா 120	ரூபா 20

2. a) ஒருவன் தான் ரூபா 2500 க்கு வாங்கிய வானொலிப் பெட்டியை ரூபா 2800 க்கு விற்றான்.
 i) அவன் அடைந்த இலாபம் எவ்வளவு?
 ii) இலாபத்தைக் கொள்விலையின் பின்னமாக எழுதுங்கள்.
 iii) இலாப நூற்றுவீதத்தைக் காணுங்கள்.
- b) கஜன் தான் ரூபா 2500 க்கு வாங்கிய வானொலிப்பெட்டியை ரூபா 2000 க்கு விற்றான்.
 i) அவன் அடைந்த நட்டம் எவ்வளவு?
 ii) நட்டத்தைக் கொள்விலையின் பின்னமாக எழுதுங்கள்.
 iii) நட்ட நூற்றுவீதத்தைக் காணுங்கள்.
- c) மாலா தான் ரூபா 7000 க்கு வாங்கிய தையல் இயந்திரத்தையும், ரூபா 5000 க்கு வாங்கிய அரைக்கும் இயந்திரத்தையும் முறையே ரூபா 6500 க்கும் ரூபா 6000 க்கும் விற்கிறாள்.
 i) இரு இயந்திரங்களையும் வாங்கிய மொத்த விலை எவ்வளவு?
 ii) இரு இயந்திரங்களையும் விற்ற மொத்த விலை எவ்வளவு?
 iii) இதனால் இலாபமோ நட்டமோ கிடைத்தது? எவ்வளவு?
 iv) இலாபம் அல்லது நட்டத்தை நூற்றுவீதமாக்குங்கள்.
3. a) தேங்காய் வியாபாரி 1000 தேங்காய்களை ஒன்று 14 ரூபா வீதம் வாங்கி, அவற்றுள் 25 தேங்காய்கள் பழுதடைந்ததால் அவற்றை நீக்கி, எஞ்சியவற்றை அவற்றின் பருமனுக்கு ஏற்ப சம எண்ணிக்கை உள்ள மூன்று கூட்டங்களாக்கி, பெரியவற்றை ஒன்று ரூபா 16 வீதமும், நடுத்தரத்தை ஒன்று ரூபா 15 வீதமும், எஞ்சியவற்றை தான் வாங்கிய விலைக்கும் விற்றான்.
 i) இவ்வியாபாரத்தால் அவன் அடைந்த இலாபம் எவ்வளவு?
 ii) இலாப நூற்றுவீதம் என்ன?
- b) ஒருவன் ரூபா 500 க்கு, 3 கொய்யாப்பழங்கள் 2 ரூபா என்ற அடிப்படையில் வாங்கி 2 கொய்யாப்பழங்கள் 3 ரூபா என்ற அடிப்படையில் விற்றான்.
 i) வாங்கிய பழங்கள் எத்தனை?
 ii) அவற்றை விற்ற விலை என்ன?
 iii) இலாபம் எவ்வளவு?
 iv) இலாப நூற்றுவீதம் என்ன?
- c) 5 மாபிள்கள் 4 ரூபா வீதம் வாங்கி, 4 மாபிள்கள் 5 ரூபா வீதம் விற்பவன் அடையும் இலாப நூற்றுவீதம் என்ன?

பயிற்சி 11

1. ரூபா 5000 க்கு வாங்கப்பட்ட வானொலிப்பெட்டி ஒன்று 10% இலாபத்துடன் விற்கப்பட்டது.
a) இலாபம் எத்தனை ரூபா?
b) வானொலிப்பெட்டியை விற்க விலை யாது?
2. ஒருவன் ரூபா 6000 க்கு வாங்கிய வயலின் ஒன்றை 8% நட்டத்துடன் விற்கான்.
a) நட்டம் எத்தனை ரூபா?
b) வயலினை விற்க விலை யாது?
3. 'ஒரு பொருள் 20% இலாபத்துடன் விற்கப்படுகிறது' என்ற கூற்றினை விளக்கி எழுதுங்கள்.
4. 'ஒரு பொருள் 26% இலாபத்துடன் விற்கப்படுகிறது'
a) அப்பொருளின் விலை ரூபா 100 ஆயின், அதன் விற்கவிலை என்ன?
b) கொள்விலைக்கும் விற்கவிலைக்கும் உள்ள விகிதம் என்ன?
c) அப்பொருள் ரூபா 500 க்கு வாங்கப்பட்டிருந்தால் அதன் விற்கவிலை என்ன?
5. ரூபா 8000 க்கு வாங்கப்பட்ட குளிர்சாதனப் பெட்டி 10% இலாபத்துடன் விற்கப்படுகிறது. விற்கவிலை என்ன?
6. ரூபா 6000 க்கு வாங்கப்பட்ட தையல் இயந்திரம் 15% நட்டத்துடன் விற்கப்படுகிறது. விற்கவிலை என்ன?
7. ஒருவன் ஒரு துவிச்சக்கரவண்டியையும், கைக்கடிகாரத்தையும் முறையே ரூபா 4000, ரூபா 2000 ஆக வாங்கி, துவிச்சக்கரவண்டியை 20% இலாபத்துடனும், கைக்கடிகாரத்தை 20% நட்டத்துடனும் விற்கான். முழு வியாபாரத்திலும் அவன் அடைந்த இலாப அல்லது நட்ட நூற்றுவீதத்தைக் காணுங்கள்.

பயிற்சி 12

1. பாலா தான் வைத்திருந்த பேனாவை ரூபா 240 க்கு விற்குதால் 20% இலாபம் அடைந்தான்.
a) அவன் அதை ரூபா 100 க்கு வாங்கியிருந்தால் எத்தனை ரூபாவுக்கு விற்கிறுப்பான்?

- b) அவன் அதை ரூபா 120 க்கு விற்றிருந்தால் எத்தனை ரூபாவுக்கு வாங்கியிருப்பான்?
- c) அவன் அதை வாங்கிய விலை என்ன?
2. மாலா தான் வைத்திருந்த மோட்டார் வண்டியை ரூபா 280000 க்கு விற்றதால் 12% இலாபம் அடைந்தாள். அவள் அதை என்ன விலைக்கு வாங்கினாள்?
3. வியாபாரி ஒருவன் தான் வைத்திருந்த உருளைக்கிழங்குகள் பழுதடைந்ததால் அவற்றை கிலோ ரூபா 45 வீதம் விற்று 10% நட்டமடைந்தான். அவன் உருளைக்கிழங்குகளை கிலோ எத்தனை ரூபாப்படி வாங்கியிருப்பான்?
4. நான் எனது சம்பளத்தில் 40% ஐ வாடகைக்கும், 30% ஐ உணவுக்கும், 14% ஐ ஏனையவற்றிற்கும் செலவு செய்கின்றேன். நான் சேமித்தது ரூபா 960 ஆயின்,
a) எனது சம்பளம் என்ன?
b) நான் வாடகையாகக் கொடுத்தது எத்தனை ரூபா?
5. ஒரு கடைக்காரன் ஒரு பொருளை ரூபா 4500 இலாபத்துடன் விற்றதால் 15% இலாபம் அடைந்தான். அப்பொருளைக் கடைக்காரன் என்ன விலைக்கு வாங்கியிருப்பான்?
6. நான் ஒரு துவச்சக்கரவண்டியை வாங்கிய விலையிலிருந்து ரூபா 400 குறைத்து விற்றதால் 16% நட்டம் அடைந்தேன். அதனை நான் என்ன விலைக்கு வாங்கினேன்?

4.4 கழிவு : நீங்கள் பல சந்தர்ப்பங்களில் பொருட்கள் வாங்குவதற்கு கடைகளுக்குச் சென்றிருப்பீர்கள். அங்கு, விற்கப்படும் சில பொருட்களில் விலை குறிக்கப்பட்டிருக்கும். மற்றும் சில பொருட்களின் விலைகள் விலைப் பட்டியலில் குறிக்கப்பட்டிருக்கும். விலைகளில் சிறிது குறைக்கமுடியுமா? எனக் கேட்டீர்களாயின் சில சமயங்களில் அவர்கள் சிறிதளவு குறைத்துத் தரலாம். அவ்வாறு குறித்த விலையிலிருந்து குறைக்கப்படும் பெறுமானம் 'கழிவு' எனப்படும். இது பொதுவாக குறித்த விலையின் நூற்றுவீதமாகவே கூறப்படும். ஆனால் குறிப்பிட்ட விலையிலிருந்து கழிவு வழங்கிய பின்னரும் இலாபம் அடையக் கூடியதாகவே பொருட்களுக்கு விலை குறிக்கப்பட்டிருக்கும்.

உ+ ம் 6: ரூபா 120 என விலை குறிக்கப்பட்ட பேனா 5% கழிவுக்கு விற்கப்பட்டது. அது என்ன விலைக்கு விற்கப்பட்டது?

குறித்த விலை ரூபா 100 ஆயின் விற்றவிலை ரூபா 95.

$$\therefore \text{பேனாவை விற்ற விலை} = \text{ரூபா} \left(120^6 \times \frac{95^{19}}{100} \right)$$

$$= \text{ரூபா} 114.$$

பயிற்சி 13

- ஒரு சேட்டின் விலை ரூபா 560 எனக் குறிக்கப்பட்டிருந்தது. அது 10% கழிவுடன் விற்கப்படின் விற்றவிலை யாது?
- ஒரு வியாபாரி ரூபா 600 க்கு வாங்கிய பயணப்பையை ரூபா 100 இலாபம் வைத்து விலை குறித்தான். அதை வாடிக்கையாளனுக்கு குறித்த விலையில் 5% கழிவுடன் விற்றான்.
 - குறித்த விலை என்ன?
 - விற்ற விலை என்ன?
 - உண்மை இலாபம் என்ன?
- கொள்விலை ரூபா 2500 ஆக அமைந்த ஒரு நேடியோவுக்கு 20% இலாபம் வைத்து விலை குறிக்கப்பட்டது. வாடிக்கையாளனுக்கு குறித்தவிலையில் ரூபா 100 கழிவு கொடுத்து விற்கப்பட்டது. நேடியோ விற்பனவால் கிடைத்த உண்மை இலாபம் எத்தனை சதவீதமாகும்?
- ஒரு வியாபாரி ரூபா 40000 கொள்விலையுள்ள கொம்பியூட்டருக்கு 20% இலாபம் வைத்து விலை குறித்து, குறித்த விலையில் 10% கழிவு கொடுத்து விற்றான். பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.
 - குறித்த விலை.
 - விற்ற விலை.
 - உண்மை இலாபம்.
 - உண்மை இலாபவீதம்.
- ஒருவன் குறித்த விலையில் 10% கழிவுடன் ரூபா 4950 ஆக ஒரு வயலினை விற்று ரூபா 950 இலாபம் பெற்றான். பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.
 - குறித்த விலை
 - கொள்விலை
 - அவன் வைத்துக் குறித்த இலாபவீதம்.

4.5 தரகு: ஒரு பொருள் தேவைப்படுவோருக்கும் அப்பொருளை விற்பவருக்கும் இடையே தொடர்பினை ஏற்படுத்துபவர் தரகர் எனப்படுவர். அவர் இவ்விரு பகுதியினருக்குமிடையே ஓர் இணக்கப்பாட்டை ஏற்படுத்துவார். இத்தொழிற் பாட்டுக்காக பொருளை விற்போர் (சில சமயங்களில் பொருளை வாங்குவோரும்) தரகருக்கு பணம் வழங்குவர். அது 'தரகு' எனப்படும். வீடுகள், காணிகள், பொருட்கள் என்பனவற்றை வாங்கும்போதும் விற்கும் போதும் இத்தரகர்கள் அல்லது தரகு ஸ்தாபனங்கள் உதவும். இச்சந்தர்ப்பங்களில் பரிமாறப்படும் பணத்தின் ஒரு குறிப்பிட்ட சதவீதம் இவர்களுக்கு தரகுத் தொகையாக வழங்கப்படும்.

பயிற்சி 14

1. ஒரு காணி ரூபா 2 000 000 விற்கப்பட்டது. தரகுப்பணம் 1% ஆயின் தரகுப் பணத்தைக் கணிக்க.
2. விற்பனையில் 3% தரகு அறவிடும் ஒரு தரகர் ஒரு காணியை விற்றுக் கொடுத்து தரகுப் பணமாக ரூபா 3600 பெற்றாராயின் காணி என்ன விலைக்கு விற்கப்பட்டது?
3. தரகர் ஒருவர் ரூபா 450 000 க்கு விலைப்பட்ட வீடு ஒன்றிற்கு 4% தரகுப்பணம் அறவிடுகிறார். அவர் பெற்ற தரகுப்பணம் எவ்வளவு? வீட்டை விற்பவர் பெற்ற பணம் எவ்வளவு?
4. 3% தரகுப்பணம் அறவிடும் ஏலவிற்பனையாளர் ஒருவர் ஒரு காணியை விற்பதால் ரூபா 3900 தரகுப்பணமாகப் பெறுகிறார். காணியை விற்பவர் பெற்ற பணம் எவ்வளவு?
5. முதல் ரூபா 1 000 000 க்கு 8% உம் எஞ்சியதற்கு 4% உம் தரகுப் பணமாகப் பெற உடன்பட்ட தரகர் ஒருவர் ஒரு கட்டிட விற்பனவிலிருந்து ரூபா 124 000 தரகுப்பணமாகப் பெறுகிறார். கட்டிடம் எத்தனை ரூபாவுக்கு விலைப்பட்டது?
6. நவீன சந்தைத் தொடரில் வேலை செய்யும் ஒருவனுக்கு அவன் பெறும் ரூபா 6500 மாதச் சம்பளத்துடன் அவன் விற்பனை செய்யும் பொருட்களின் விலையில் 2% கமிசனும் கொடுக்கப்படுகின்றது. அவன் ஒரு குறிப்பிட்ட மாதத்தில் மொத்தமாக ரூபா 10 000 பெற்றிருந்தானாயின் அம்மாதத்தில் அவன் எத்தனை ரூபாவுக்குப் பொருட்களை விற்பிருந்தான்?
7. கார் தரகும் வீட்டுத் தரகும் செய்யும் தரகர் ஒருவர் அவற்றிற்கு முறையே 6%, 8% தரகுப்பணம் அறவிடுகிறார். ஒரு காரையும் ரூபா 800 000 க்கு ஒரு வீட்டையும் விற்பதால் ரூபா 100 000 தரகுப்பணம் பெற்றிருந்தாரெனில் கார் எத்தனை ரூபாவுக்கு விலைப்பட்டது?

எளிய வட்டி

அறிவித்தல்
எங்கள் வங்கியில்
நிலையான வைப்புக்கு
12% எளிய வட்டி வழங்குகிறோம்.
Subra Bank

அறிவித்தல்
பவுண் ஒன்றுக்கு ரூபா 22000.
எளிய வட்டி 15%
V.S.S. Banking Corporation.

நாம் தினமும் பத்திரிகைகளிலும் வேறு விளம்பர சாதனங்களிலும் மேலுள்ள விளம்பரங்களைப்போல் காண்கிறோம்.

‘வட்டி’ என்பது கடனாக ஒருதொகைப் பணத்தைப் பெற்று அதனைச் சிலகாலம் பிரயோசனப்படுத்துவதற்காக கொடுக்கப்படும் மேலதிக பணமாகும். முதலாவது அறிவித்தலின்படி முதலீடு செய்யும் வாடிக்கையாளனுக்கு வங்கி வட்டி வழங்கும். இரண்டாவது அறிவித்தலின்படி வங்கியிடம் பொறுப்பு கொடுத்து வாங்கும் பணத்திற்கு வாடிக்கையாளன் வட்டி செலுத்துவான்.

5.1 ‘12% எளிய வட்டி’ என்பதன் விளக்கம் யாது?

அதாவது வங்கியில் வைப்பிலிடும் ஒவ்வொரு ரூபா 100 க்கும் ஒரு வருட வட்டியாக ரூபா 12 கிடைக்கும்.

இரண்டாவது அறிவித்தலின்படி அடைவு வைத்து நாம் கடனாகப் பெறும் ஒவ்வொரு ரூபா 100 க்கும் அடைவை மீளும்போது ஒரு வருடத்துக்கு ரூபா 15 படி வட்டி செலுத்தவேண்டும்.

நாம் வைப்பிலிடும் பணம் அல்லது கடனாகப் பெறும் பணம் முதல எனவும், இவற்றுடன் வட்டியும் சேர்ந்த பணம் மொத்தம் எனவும் கூறப்படும்.

‘எளிய வட்டி’ கணிக்கும்போது ஆரம்பத்தில் வங்கியில் வைப்பிலிடும் பணம் அல்லது ஆரம்பத்தில் கடனாகப் பெறும் பணம்தான் முதல் ஆகக் கருதப்படும்.

உ+ம் 1: ரூபா 4000ஐ 11% எளிய வட்டிக்கு பெறும் ஒருவன் ஒரு வருட முடிவில் கொடுக்கவேண்டிய வட்டி எவ்வளவு?

$$\begin{aligned} \text{வட்டி} &= \text{ரூபா} \left(4000 \times \frac{11}{100} \right) \\ &= \text{ரூபா} 440. \end{aligned}$$

உ+ ம் 2: ரூபா 6000ஐ 12% எளிய வட்டி வழங்கும் ஒரு வங்கியில் வைப்புச் செய்தவர் 3 வருட முடிவில் பெறும் வட்டியைக் கணிக்க.

$$\begin{aligned}\text{வட்டி} &= \text{ரூபா} \left(6000 \times \frac{12}{100} \times 3 \right) \\ &= \text{ரூபா} 2160.\end{aligned}$$

5.2 மாதாந்த வட்டி :

அடைவு பிடிக்கும் சில வங்கிகளிலும் தனியார் ஸ்தாபனங்களிலும் வட்டி மாதாந்தம் கணிக்கும் வழக்கமுமுண்டு. இச்சந்தர்ப்பங்களில் 'வட்டி மாதாந்தம் 2%', 'வட்டி மாதாந்தம் 1.5%' என விளம்பரப்படுத்துவர்.

உ+ ம் 3: மாத வட்டி 2% அறவிடும் ஒரு அடைவுகடையில் ஒருவர் ஆபரணம் ஒன்றை அடைவு வைத்து ரூபா 4500 பெற்றார். 7 மாதமுடிவில் அவர் அதனை மீளும்போது செலுத்திய வட்டி எவ்வளவு? அவர் செலுத்திய மொத்தப்பணம் எவ்வளவு?

$$\begin{aligned}\text{வட்டி} &= \text{ரூபா} \left(4500 \times \frac{2}{100} \times 7 \right) \\ &= \text{ரூபா} 630. \\ \text{மொத்தம்} &= \text{ரூபா} (4500 + 630) \\ &= \text{ரூபா} 5130.\end{aligned}$$

5.3 வாய்ப்பாடு உருவாக்கம் :

இனி, முதல் ரூபா P, வட்டி r%, காலம் t வருடம் ஆயின் எளிய வட்டி (I) யை எவ்வாறு கணிப்பது எனப் பார்ப்போம்.

$$\begin{aligned}\text{ரூபா } 100 \text{ க்கு } 1 \text{ வருட வட்டி} &= \text{ரூபா } r \\ \therefore \text{ரூபா } P \text{ க்கு } 1 \text{ வருடவட்டி} &= \text{ரூபா} \left(\frac{P}{100} \times r \right) \\ \therefore \text{ரூபா } P \text{ க்கு } t \text{ வருடவட்டி} &= \text{ரூபா} \left(\frac{P}{100} \times r \times t \right) \\ &= \text{ரூபா} \frac{prt}{100}\end{aligned}$$

$$\therefore I = \frac{Prt}{100} \text{ ----- ①}$$

$$Prt = 100 I \text{ (குறுக்குப் பெருக்கம்)}$$

$$r = \frac{100I}{Pt} \text{ ----- ②}$$

$$P = \frac{100I}{rt} \text{ ----- ③}$$

$$t = \frac{100I}{Pr} \text{ ----- ④}$$

முதல், சதவீத வட்டி, காலம், வட்டி ஆகியவற்றுள் ஏதாவது மூன்று கணியம் தரப்படின் மேலுள்ள வாய்பாடுகளில் பொருத்தமானதைப் பிரயோகித்து நான்காவது பெறுமானம் கணிக்கலாம்.

உ+ம் 4: என்ன முதல் 8% தனிவட்டிப்படி 2 வருடத்தில் ரூபா 56 வட்டி தரும்?

இங்கு $P = ?$, $r = 8\%$, $t = 2$ வருடம்
 $I =$ ரூபா 56

$$\begin{aligned} \therefore P &= \frac{100I}{rt} \\ &= \frac{100 \times 56}{8 \times 2} = \text{ரூபா } 350. \end{aligned}$$

பயிற்சி 15

1. 'வட்டி என்றால் என்ன?
2. ஒருவனிடம் ரூபா 300ஐக் கடன்பட்டு, அதனை ஒரு வருடமாக எமது தேவைக்கு வைத்திருந்துவிட்டு ஆண்டு முடிவில் ரூபா 3900ஐக் கொடுத்து கடனைத் தீர்த்தோமாயின் வட்டி எத்தனை ரூபா?

3. வினா 2 இல் கடன்பட்ட பணமாகிய ரூபா 3000ஐ எவ்வாறு குறிப்பிடலாம்?
4. ரூபா 300 க்கு ஒரு வருட வட்டி ரூபா 90 ஆயின் ரூபா 100 க்கு ஒரு வருட வட்டி எவ்வளவு?
5. ரூபா 100 க்கு ஒரு வருட வட்டி ரூபா 30 ஆயின் அதனை எத்தனை நாற்றுவித வட்டி எனக் கூறலாம்?
6. 'ஒருவன் ஒரு தொகைப் பணத்தை 36% வட்டிக்கு கடன்பட்டான்' என்பதன் அர்த்தம் என்ன?
7. ஒருவன் ரூபா 800 ஐக் கடன்பட்டு 3 ஆண்டு முடிவில் ரூபா 1520 ஐக் கொடுத்து கடன் தீர்த்தானாயின் வட்டிவீதம் என்ன?
8. ஒருவன் தான் கடன்பட்ட ரூபா 5000 க்கு 2 வருட வட்டியாக ரூபா 2400 கட்டவேண்டி ஏற்பட்டது. மாத வட்டிவீதம் என்ன?
9. ரூபா 40 க்கு 5 மாத வட்டி 5 ரூபா ஆனால் வட்டிவீதம் என்ன?
10. ரூபா 1000 கடன்பட்ட ஒருவர் 2 வருடம் 6 மாதத்தின்பின் ரூபா 1500 கொடுத்துக் கடனைத் தீர்த்தார். அவர் செலுத்திய வட்டி நாற்றுவிதம் என்ன?

பயிற்சி 16

1. 'எளியவட்டி' என்றால் என்ன?
2. ரூபா 6000 க்கு 30% படி 2 வருட எளியவட்டி எவ்வளவு?
3. ரூபா 1500 க்கு 20% படி 1 வருடம் 6 மாதத்துக்குரிய எளியவட்டி எவ்வளவு?
4. ஒருவன் தனது சேமிப்பான ரூபா 100 000 ஐ 24% எளியவட்டி தரும் ஒரு வங்கியில் சேமிப்பில் இட்டான். அவனுக்கு வருடமுடிவில் கிடைக்கும் எளியவட்டி எவ்வளவு? வட்டியுடன் கூடிய மொத்தத் தொகை எவ்வளவு?
5. ஒருவன் ரூபா 1000 ஐ கடனாகக் கொடுத்து நாள் ஒன்றுக்கு 10 ரூபா வட்டியாகப் பெறுகின்றான். அவன் பெறும் வட்டிவீதம் என்ன?

6. ஒருவன் ரூபா 2000 ஐ கடனாகக் கொடுத்து நாள் ஒன்றுக்கு கடனில் 10% ஐ வட்டியாகப் பெறுகின்றான். தை மாதத்தில் அவன் பெறும் வட்டி எவ்வளவு?
7. ஒருவன் ரூபா 2500 ஐ கடனாகக் கொடுத்து மாதம் ஒன்றுக்கு கடனில் 20% ஐ வட்டியாகப் பெறுகின்றான். 6 மாதத்திற்கு கிடைக்கும் வட்டி எவ்வளவு?
8. ஒருவன் ரூபா 2000 இல் அரைப்பங்கை நாளுக்கு 2 ரூபா என்ற அடிப்படையில் A என்பவனுக்கும், மிகுதியை மாதத்துக்கு 10% என்ற அடிப்படையில் B என்பவனுக்கும் வட்டிக்குக் கொடுக்கிறான். 2009ம் ஆண்டில் அவன் ஒவ்வொருவரிடமும் இருந்து பெறும் வட்டி எவ்வளவு?

பயிற்சி 17

1. ஒவ்வொன்றும் ரூபா 5000 கொண்ட இரண்டு உதவி நன்கொடைகளை வருடாந்தம் வழங்கக்கூடியதாக என்ன தொகையை 10% தனிவட்டியில் வங்கியில் வைப்பிலிட வேண்டும்?
2. ஒருவன் தனது சேமிப்பான ரூபா 500 000 ல் 200 000 ரூபாவை வருடாந்தம் 20% வட்டிதரும் ஒரு நிதி நிறுவனத்திலும் எஞ்சியதை வருடாந்தம் 12% வட்டிதரும் ஒரு வங்கியிலும் வைப்பிலிட்டான். இரு நிறுவனங்களிலிருந்து அவன் பெறும் மொத்த வருட வருமானம் யாது?
3. வருடாந்தம் 20% வட்டிப்படி ரூபா 5000 ஐ வட்டிக்குக் கொடுத்து 2 மாதங்களின்பின் பெறும் வட்டியைக் காணுங்கள்.
4. என்ன முதல் 20% படி 4 வருடத்தில் 1200 ரூபா வட்டி உழைக்கும்?
5. ரூபா 6000 எத்தனை வருடத்தில் 20% வட்டிப்படி ரூபா 2400 வட்டி உழைக்கும்?
6. ரூபா 4500 எத்தனை வீதப்படி 3 வருடத்தில் ரூபா 2700 வட்டி உழைக்கும்?
7. ரூபா 10000 8% படி $3\frac{1}{2}$ வருடத்தில் எத்தனை ரூபா மொத்தமாகும்?
8. என்ன முதல் 15% படி 3 வருடத்தில் 1450 ரூபா மொத்தமாகும்?

பயிற்சி 18

கீழுள்ள அட்டவணையில் வெற்றிடங்களை நிரப்புகள்.

	ஆரம்பத்தொகை	வட்டி%	காலம்	வட்டி	மொத்தம்
1	ரூபா 3200	20%	3 வரு
2	ரூபா 2500	10%	ரூபா 750
3	ரூபா 4000	2 வரு	ரூபா 800
4	20%	3 வரு	ரூபா 1200
5	10%	2 வரு	ரூபா 2400
6	ரூபா 7000	3 வரு	ரூபா 9100
7	20%	4 வரு	ரூபா 1600
8	10%	ரூபா 3000	ரூபா 8000
9	3 வரு	ரூபா 2400	ரூபா 6400
10	ரூபா 4500	30%	ரூபா 9900

அட்சரகணிதக் கோவைகள்

6.1 அட்சர கணிதக் கோவை :

கணிதத்தின் ஒரு பகுதி அட்சர கணிதமாகும். இங்கு அட்சரங்களால் எண்கள் வகைகுறிக்கப்படும். அட்சரகணிதக் கோவை என்பது அட்சரங்கள், எண்கள், குறியீடுகள் என்பன கலந்த ஒரு கூட்டமாகும்.

6.2 பிரதியிடல் :

$2n + 3$, $3(n - 2)$, $3n^2 + 1$ என்பன கோவைகளாகும். இவற்றில் தெரியாக்கணியமான n இன் பெறுமதி தரப்பட்டால் இவற்றின் திட்டமான பெறுமதிகளைக் கணிக்கலாம். ஒரு தெரியாக்கணியத்துக்கு எண்பெறுமதி கொடுப்பது 'பிரதியீடு' எனப்படும். அவ்வாறு பிரதியிட்டபின் சுருக்குதல் வேண்டும்.

6.3 ஒரு தெரியாக்கணியம் அமைந்த கோவைகள்

உ+ம் 1: $x = 4$ ஆயின் $3x + 2$ இன் பெறுமதி காண்க.

$$\begin{aligned} 3x + 2 &= 3 \times (4) + 2 \\ &= 12 + 2 \\ &= 14. \end{aligned}$$

உ+ம் 2: $y = 3$ ஆயின் $\frac{2y}{3} - 1$ இன் பெறுமதி காண்க.

(மேலுள்ள கோவையின் விளக்கம் 'y யின் இருமடங்கை 3 ஆல் வகுத்து வருவதிலிருந்து 1ஐ கழிக்க' என்பதாகும்.)

$$\begin{aligned} \therefore \frac{2y}{3} - 1 &= \frac{2 \times 3}{3} - 1 \\ &= \frac{6}{3} - 1 \\ &= 2 - 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

உ+ம் 3: $a = -4$ ஆயின்

$\frac{3a}{4} + \frac{5a}{2}$ என்ற கோவையின் பெறுமதி காண்க.

$$\begin{aligned}\frac{3a}{4} + \frac{5a}{2} &= \frac{3 \times (-4)}{4} + \frac{5 \times (-4)}{2} \\ &= \frac{(-12)}{4} + \frac{(-20)}{2} \\ &= (-3) + (-10) \\ &= (-13)\end{aligned}$$

6.4 இரு தெரியாக்கணியங்கள் கொண்ட கோவைகள் :

உ+ம் 4: $a = 3, b = 4$ ஆயின்

$3a - b$ எனும் கோவையின் பெறுமதி என்ன?

$$\begin{aligned}3a - b &= 3 \times 3 - 4 \\ &= 9 - 4 \\ &= 5\end{aligned}$$

உ+ம் 5: $x = 4, y = -3$ ஆயின்

$4x + 3y - 2$ என்ற கோவையின் பெறுமதி என்ன?

$$\begin{aligned}4x + 3y - 2 &= 4 \times 4 + 3 \times (-3) - 2 \\ &= 16 + (-9) - 2 \\ &= 16 - 9 - 2 \\ &= 5\end{aligned}$$

உ+ம் 6: $p = 4, q = -3$ ஆயின்

$\frac{7p}{4} + \frac{2q}{3}$ என்ற கோவையின் பெறுமதி என்ன?

$$\begin{aligned}\frac{7p}{4} + \frac{2q}{3} &= \frac{7 \times 4}{4} + \frac{2 \times (-3)}{3} \\ &= \frac{28}{4} + \frac{(-6)}{3} \\ &= 7 + (-2) \\ &= 5\end{aligned}$$

உ+ம் 7: $a = 2$, $b = -3$ $c = \frac{1}{2}$ ஆயின்

$ab - \frac{b}{c}$ என்ற கோவையின் பெறுமதி என்ன?

$$\begin{aligned} ab + \frac{b}{c} &= 2 \times (-3) - \frac{(-3)}{\frac{1}{2}} \\ &= (-6) - \left(-3 \times \frac{2}{1}\right) \\ &= (-6) - (-6) \\ &= 0 \end{aligned}$$

பயிற்சி 19

1. தரப்பட்ட பெறுமதிகளுக்கு ஏற்ப ஒவ்வொரு அட்சரகணிதக் கோவையினதும் பெறுமதி காண்க.

I $a = 3$ ஆகும்போது $4a + 1$

II $b = 5$, $c = 2$ ஆகும்போது $3b + c$

III $f = 2\frac{1}{2}$ $g = 4$ ஆகும்போது $2f - g$

IV $x = -2$, ஆகும்போது $7 + 3x$

V $x = \frac{1}{2}$, ஆகும்போது $3x + 2$

2. தரப்பட்ட பெறுமதிகளுக்கு ஏற்ப ஒவ்வொரு அட்சரகணிதக் கோவையினதும் பெறுமதி காண்க.

I $a = 5$ ஆகும்போது $2(a + 1)$

II $p = 5$, $q = 3$ ஆகும்போது $3(p + q)$

III $b = 2$ ஆகும்போது $3(b + 4)$

IV $a = 12$, ஆகும்போது $\frac{a}{3} + 3$

V $x = -3$, $y = -2$ ஆகும்போது $\frac{6-x}{y}$

3. $p = 4$, $q = 3$ ஆயின் பின்வரும் கோவைகளின் பெறுமதி காண்க.

a) $2p + q$

b) $5pq$

c) $2q - p$

d) $pq - 2q$

e) $4pq - 3q$

4. $a=2$ $b=-3$ $c=-4$ ஆயின் பின்வரும் கோவைகளின் பெறுமதி காணுங்கள்.

a) $3ab$

b) $3b-4c$

c) $ab+bc+ca$

d) $\frac{a}{b} + \frac{b}{c}$

e) $\frac{ab}{bc} + \frac{ba}{ca}$

பயிற்சி 20

1. $a=\frac{1}{2}$ $b=\frac{1}{4}$ ஆகும்போது பின்வருவனவற்றின் பெறுமதி காணுங்கள்.

a) $4a+3b$

b) $\frac{2a}{3b}$

c) $3(a+b)$

d) $1-ab$

e) $\frac{a}{b} - \frac{b}{a}$

2. $x=2$ $y=-3$ $z=0$ $m=-4$ ஆயின் பின்வரும் கோவைகளின் பெறுமதி காணுங்கள்.

a) $xy+yz$

b) $\frac{x}{y} - \frac{m}{x}$

c) $\frac{y+m}{x} + y$

d) $3xy+2yz$

e) $\frac{yz}{xy}$

3. $a=-2$ $b=-1$ $c=-3$ $x=1$ $y=0$ ஆயின் கீழுள்ள கணியங்களின் பெறுமதி காண்க.

a) $5b$

b) $-4c$

c) ay

d) $bc+ax$

e) $\frac{a}{b} + \frac{b}{c}$

4. $x=1$ $y=-2$ $z=0$ $m=-1$ $n=-3$ ஆயின் கீழுள்ள கோவைகளின் பெறுமதி காண்க.

a) $2x+3y-4x$

b) $-5y+6z+8n$

c) $-4x+3m-4n$

d) $xy+mn-xy$

e) $xy-mn+ym$

6.5 ஈருறுப்புக் கோவைகளின் விரிவு

14 x 13 என்ற கோவையின் பெருக்கத்தை பல முறைகளில் கணிப்போம்.

$$\begin{array}{r} \text{முறை 1 : } 14 \\ \quad \quad 13 \\ \hline \quad \quad 42 \\ \quad \quad 14 \\ \hline 182 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{முறை 2 : } 10+4 \times \\ \quad \quad 10+3 \\ \hline \quad \quad 30+12 = 42 \\ \quad \quad 100+40 = 140 \\ \hline 182 \end{array}$$

$$\text{முறை 3 : } (10+4)^2 (10+3)$$

$$100 + 30 + 40 + 12 = 182$$

$$\text{முறை 4 : } (8+6) (9+4)$$

$$72 + 32 + 54 + 24 = 182$$

படம் மூலம் விளக்கம்

	10	4
10	100	40
3	30	12

படம் மூலம் விளக்கம்

	8	6
9	72	54
4	32	24

$$\text{முறை 5 : } (20-6) (10+3)$$

நிழற் றிய பகுதி அருகிலுள் ள

பெருக்கத்தைக் கருதும்.

படம் மூலம் விளக்கம்

$$(20 \times 10) + (20 \times 3) + (-6 \times 10) + (-6 \times 3) \\ 200 + 60 - 60 - 18 = 182$$

	14	6	
10	100	60	13
3	30	18	
	20		

6.6 அட்சரகணித ஈருறுப்புக் கோவைகள் இரண்டின் பெருக்கம்

I ஞாபகம் இருக்கிறதா?

a) $2x + x =$

1. $2x - 3 =$

b) $3x - x =$

2. $-5x - 4 =$

c) $-2x + 3x =$

3. $x \times (-x) =$

II அடைப்புக்குறிகளை நீக்கும்போது அடைப்புகள் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பையும் வெளியில் உள்ள உறுப்பால் பெருக்க வேண்டும்.

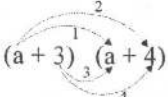
• $2a(a + 3) = 2a^2 + 6a$

• $a(x + y) + b(x + y)$
 $= ax + ay + bx + by$

• $(p + q)(x + y)$
 $= p(x + y) + q(x + y)$
 $= px + py + qx + qy$

• $(x + 2)(x + 3)$
 $= x(x + 3) + 2(x + 3)$
 $= x^2 + \underbrace{3x + 2x} + 6$
 $3x$ உம் $2x$ உம் நிகர்த்த உறுப்புகள்
 $= x^2 + 5x + 6$

• $(x + 3)(x - 2)$
 $= x(x - 2) + 3(x - 2)$
 $= x^2 - \underbrace{2x + 3x} - 6$
 $= x^2 + x - 6$

• $(a + 3)(a + 4)$  $= a^2 + 4a + 3a + 12$
 $= a^2 + 7a + 12$

$$\bullet (x-2)(x+3) = x^2 + 3x - 2x - 6$$

$$= x^2 + x - 6$$

ஈருறுப்புக் கோவையின் வர்க்கம் :

a) $(x+3)^2$

$$= (x+3)(x+3)$$

$$= x^2 + 3x + 3x + 9$$

$$= x^2 + 6x + 9$$

b) $(m-3)^2$

$$= m^2 + 2(m)(-3) + (-3)^2$$

$$= m^2 - 6m + 9$$

c) $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$

கோலம் :

(முதல் உறுப்பு + இரண்டாம் உறுப்பு)²

$$= (\text{முதல் உறுப்பு})^2 + (2 \times \text{முதல் உறுப்பு} \times \text{இரண்டாம் உறுப்பு})$$

$$+ (\text{இரண்டாம் உறுப்பு})^2$$

பயிற்சி 21

1. பின்வரும் ஈருறுப்புக் கோவைகளின் பெருக்கங்களைக் காணுங்கள்.

1) $(a+b)(c+d)$

2) $(a+b)(c-d)$

3) $(x+3)(x+4)$

4) $(x-3)(x+4)$

5) $(d-6)(d+6)$

6) $(x-10)(x-4)$

7) $(2x+1)(x+2)$

8) $(7-2x)(3-2x)$

9) $(2x-3)(3x-2)$

10) $(2m+1)(3m-4)$

11) $(x^2+1)(x-3)$

12) $(2x^2+1)(3x^2-2)$

பயிற்சி 22

பின்வரும் ஈடுபடுத்திக்கோவைகளை விரித்து எழுதிச் சுருக்குங்கள்.

1) $(a + 3)(a + 4)$

2) $(m + 2)(m + 5)$

3) $(x + 3)(x - 2)$

4) $(a + 4)(a - 5)$

5) $(x - 3)(x - 4)$

6) $(2x + 1)(x - 3)$

7) $(4a + 3)(3a + 4)$

8) $(x^2 + 3)(x - 2)$

9) $(a + 3)(a + 3)$

10) $(2x + 1)(2x + 1)$

11) $(a + 2)(a - 2)$

12) $(3x - 1)(3x + 1)$

பயிற்சி 23

I. பின்வருவனவற்றை ஒரே முறையில் விரித்து எழுதுங்கள்.

1) $(a + 3)^2$

2) $(x - 4)^2$

3) $(m + n)^2$

4) $(p - q)^2$

5) $(2a + 1)^2$

6) $(3x - 2)^2$

7) $(x^2 + 1)^2$

8) $(m^2 - 2)^2$

II. வெற்றிடங்களை நிரப்புகள்.

1) $(x + 2)(x + 3) = x^2 + \dots + 6$

2) $(a - 2)(a + 3) = a^2 + \dots - 6$

3) $(m - 4)(m + 2) = m^2 - \dots - 8$

4) $(a + 2)(2a + 1) = 2a^2 + \dots + 2$

5) $(3x + 2)(2x + 3) = \dots + 13x + 6$

6) $(3a - 1)(2a + 3) = 6a^2 + \dots - 3$

காரணியாக்கல்

நாம் தரம் 8இல் அட்சரகணிதக் கோவைகளின் பொதுக் காரணிகளைக் காண்பதற்குக் கற்றோம்.

அந்தக் கருத்துணர்வை மீட்பதற்காக பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்வோம்.

பயிற்சி 24

பின்வரும் கோவைகளின் பொதுக் காரணிகளை வேறாக்குக.

1) $2x + 6y$

2) $4x^2 + 8x$

3) $3x^2 + 9xy$

4) $12a^2 - 6ab + 8a$

5) $-6x + 12$

6) $6xy + 18yz - 12y$

7) $5h^2 + 10gh - 20g^2h$

8) $ab^2c - abc^2 - b^2c^2$

7.1 பொதுக் காரணி காணுதல் (மேலும்)

உ + ம்: காரணி காண்க.

1. $(a + b)x + (a + b)y$

இங்கு $(a + b)$ பொதுக் காரணியாகும்.

$$\therefore (a + b)(x + y)$$

2. $p(x - y) - q(x - y)$

$$= (x - y)(p - q)$$

3. $a(x + y) - b(y + x)$

இங்கு $(x + y) = (y + x)$

$$\therefore a(x + y) - b(x + y) \\ = (x + y)(a - b)$$

4. $m(a - b) + n(b - a)$

$(b - a) = -(a - b)$ ஆகும்.

$$\therefore m(a - b) + n(b - a) \\ = m(a - b) - n(a - b) \\ = (a - b)(m - n)$$

பயிற்சி 25

காரணி காண்க.

1) $(x + y)m + (x + y)n$

2) $a(x + y) + b(x + y)$

3) $p(m - n) - q(m - n)$

4) $x(a + b) + (a + b)y$

5) $a(p + q) + b(q + p)$

6) $2c(x - 5) - n(x - 5)$

7) $x(m - n) + y(n - m)$

8) $m(a - b) - n(b - a)$

9) $p(x + y) + q(2x + 2y)$

10) $a(2p - q) - 6p + 3q$

7.2 கூட்டங்கள் ஆக்குவதன்மூலம் காரணி காணுதல்.

உ+ம் காரணி காண்க.

5. $ax + ay + bx + by$

இக்கோவையிலுள்ள நான்கு உறுப்புகளிலும் எந்த ஒரு பொதுக் காரணியும் இல்லை. எனவே, பொதுக் காரணி கிடைக்கக்கூடியதாக இரண்டு இரண்டாக கூட்டமாக்குவோம்.

$$ax + bx + ay + by = (ax + ay) + (bx + by)$$

$$= a(x + y) + b(x + y)$$

$$= (x + y)(a + b)$$

$$\therefore ax + ay + bx + by = (x + y)(a + b)$$

6. $mp + mq - np - nq$

$$= (mp + mq) - (np + nq)$$

$$= m(p + q) - n(p + q)$$

$$= (p + q)(m - n)$$

7. $ay + 2a + 3y + 6$

$$= (ay + 2a) + (3y + 6)$$

$$= a(y + 2) + 3(y + 2)$$

$$= (y + 2)(a + 3)$$

$$8. ax - ay + 6y - 6x$$

$$= a(x - y) + 6(y - x)$$

இங்கு $(x - y)$ உம் $(y - x)$ உம் சமனல்ல.

ஆனால் $(y - x) = -(x - y)$ என எடுக்கலாம்.

$$\therefore a(x - y) - 6(x - y)$$

$$= (x - y)(a - 6)$$

$$9. ax + by + bx + ay$$

இங்கு முதலிரு உறுப்புகளுக்கும் பொதுக் காரணி இல்லை. எனவே, 3ஆம் உறுப்பை 2ஆம் உறுப்பு ஆகவும், 2ஆம் உறுப்பை 4ஆம் உறுப்பு ஆகவும் எடுக்கலாம்.

$$ax + bx + ay + by$$

தொடர்ந்து இரண்டு இரண்டாகச் சோடி சேர்க்கலாம்.

பயிற்சி 26

காரணி காண்க.

$$1) ac + ad + bc + bd$$

$$2) x^2 + 2x + 3x + 6$$

$$3) ax - bx - az + bz$$

$$4) pr + qr - ps - qs$$

$$5) x + y - ax - ay$$

$$6) 6ac - 2cy - 3a + y$$

$$7) x^2 - 3x - xy + 3y$$

$$8) ax - bx + by + cy - cx - ay$$

$$9) x - ay - ax + y$$

$$10) cx + dq - dx - cq$$

$$11) ab + xy - ay - bx$$

12) $ab + 6c - 2ac - 3b$

13) $x(2a - b) - 2a + b$

14) $a(h - k) - b(k - h)$

15) $5(x - y) - (x - y)n$

16) $y^3 - y^2 + y - 1$

17) $xy - 2x + 5y - 10$

18) $6x^2 - 4x + 9x - 6$

19) $mx + nx + m + n$

20) $2b + c + bc + 2$

21) $a^2 + 4a + 4a + 16$

22) $x^2 - 3x - 3x + 9$

23) $p^2 + 25 - 5p - 5p$

24) $4x^2 + 10x + 10x + 25$

7.3 நிறை வர்க்கக் கோவைகள்.

உ+ம் :

10. $x^2 + 6x + 6x + 36$

$$= (x^2 + 6x) + (6x + 36)$$

$$= x(x + 6) + 6(x + 6)$$

$$= (x + 6)(x + 6)$$

$$= (x + 6)^2$$

மேலுள்ளது $(x + 6)$ என்ற ஈருறுப்புக் கோவையின் நிறைவர்க்கமாகும்.

நிறைவர்க்கமாக எழுதக்கூடிய நாலுறுப்பு கோவைகளின் விசேட தன்மைகள்.

- a. இரண்டாம் மூன்றாம் உறுப்புகளின் குணகங்கள் சமனாக அமைந்திருக்கும்.
- b. கூடிய அடுக்கின் குணகம் 1 ஆக இருக்கும்போது அக்குணகங்களின் பெருக்கம் நான்காம் உறுப்புக்குச் சமனாயிருக்கும்.

மேலுள்ள கோவையின் ஒத்த உறுப்புகளைச் சுருக்கி எழுதினால் $x^2 + 12x + 36$ என்ற மூவுறுப்புக் கோவையாகும்.

ஒரு மூவுறுப்புக் கோவை நிறைவர்க்கக் கோவையா என பின்வருமாறு அறியலாம்.

- a. அக்கோவையிலுள்ள கூடிய அடுக்கின் குணகம் 1ஆக இருக்கும் போது - நடு உறுப்பின் குணகத்தின் அரைப்பங்கின் வர்க்கம் மூன்றாம் உறுப்புக்குச் சமனாகும்.

$$உ + ம் : x^2 + 6x + 9$$

பரிசீலனை : நடு உறுப்பு 6x; அதன் குணகம் 6; அரைப்பங்கு 3; வர்க்கம் 9. எனவே $x^2 + 6x + 9$ ஒரு நிறைவர்க்கக் கோவை.

- b. அக்கோவையிலுள்ள கூடிய அடுக்கின் குணகம் 1க்கு கூடியோ குறைந்தோ இருக்கும் போது - நடு உறுப்பின் குணகத்தின் அரைப்பங்கின் வர்க்கம், முதலாம் உறுப்பின் குணகத்தினதும் மூன்றாம் உறுப்பினதும் பெருக்கத்திற்குச் சமனாக இருக்கும்.

$$உ + ம் : 4x^2 + 12x + 9$$

நடு உறுப்பின் குணகத்தின் அரைப்பங்கு = 6

வர்க்கித்தால் 36,

$$\therefore 4 \times 9 = 36$$

$4x^2 + 12x + 9$ ஒரு நிறைவர்க்கக் கோவை

$$\text{உ. + ம்} : \frac{x^2}{9} - \frac{4}{3}x + 4$$

நடு உறுப்பின் குணகத்தின் அரைப்பங்கு $= -\frac{2}{3}$

வர்க்கித்தால் $\frac{4}{9}$

$$\frac{1}{9} \times 4 = \frac{4}{9}$$

$\therefore \frac{x^2}{9} - \frac{4x}{3} + 4$ ஒரு நிறைவர்க்கக் கோவை.

பயிற்சி 27

1. பின்வருவனவற்றில் எவை நிறைவர்க்கக் கோவைகள்?

a) $x^2 + 5x + 6$

b) $p^2 + 4p + 4$

c) $x^2 - 6x + 25$

d) $x^2 + 6x - 9$

e) $c^2 + 12c + 36$

f) $a^2 - 8a + 12$

g) $m^2 - 14m + 49$

h) $b^2 - 20b + 100$

i) $4x^2 + 20x + 25$

j) $9a^2 - 24a + 16$

2. காரணி காண்க.

a) $a^2 + 8a + 16$

b) $b^2 - 2b + 1$

c) $c^2 + 18c + 81$

d) $d^2 + 121 - 22d$

e) $64 - 16e + e^2$

f) $f^2 + f + \frac{1}{4}$

g) $14g + g^2 + 49$

h) $x^2 + \frac{1}{16} - \frac{x}{2}$

i) $81 - 18x + x^2$

j) $4x^2 - 28x + 49$

3. பின்வருவன நிறைவர்க்கமாக அமைய சேர்க்கவேண்டிய ஒருமை உறுப்பைக் கண்டு பின் அக்கோவைகளை நிறைவர்க்கமாக எழுதுக.

a) $x^2 + 4x$

b) $p^2 - 10p$

c) $m^2 + 24m$

d) $a^2 + 6ab$

e) $x^2 + 5x$

f) $y^2 - 3y$

g) $x^4 + 6x^2$

h) $p^2 - 8p^2q^2$

4. பின்வருவன நிறைவர்க்கமாக அமைய சேர்க்கப்படவேண்டிய உறுப்பைக் கண்டு பின் அக்கோவைகளை நிறைவர்க்கமாக எழுதுக.

a) $a^2 + \dots + 16$

b) $p^2 + \dots + 4q^2$

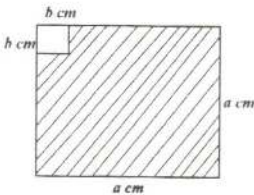
c) $x^2 + \dots + 25y^2$

d) $x^2 - \dots + \frac{1}{9}$

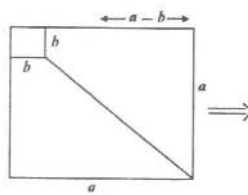
e) $16 + \dots + x^2$

f) $25x^2 - \dots + 36$

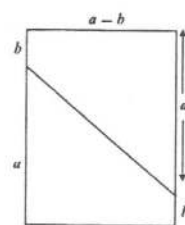
7.4 இரு வர்க்கங்களின் வித்தியாசம்.



உரு 1



உரு 2



உரு 3

உரு 1 இல், பெரிய சதுரத்தின் பரப்பளவு = $(a \times a) \text{ cm}^2 = a^2 \text{ cm}^2$
 சிறிய சதுரத்தின் பரப்பளவு = $(b \times b) \text{ cm}^2 = b^2 \text{ cm}^2$
 \therefore நிழற்றிய பரப்பளவு = $(a^2 - b^2) \text{ cm}^2$

உரு 3 இல், செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $= (a + b)(a - b) \text{ cm}^2$
 $\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

எனவே, இரு கணியங்களின் வர்க்கங்களின் வித்தியாசம் அவற்றின் கூட்டுத் தொகையை அவற்றின் வித்தியாசத்தால் பெருக்க வருவதற்குச் சமனாகும்.

உ+ ம் : காரணி காண்க.

1) $a^2 - 4$

$$= a^2 - 2^2$$

$$= (a+2)(a-2)$$

2) $9x^2 - 16y^2$

$$= (3x)^2 - (4y)^2$$

$$= (3x+4y)(3x-4y)$$

3) $\frac{x^2}{9} - 25$

$$= \left(\frac{x}{3}\right)^2 - 5^2$$

$$= \left(\frac{x}{3}+5\right)\left(\frac{x}{3}-5\right)$$

d) $\frac{25}{16}a^2 - 49$

$$= \left(\frac{5}{4}a\right)^2 - 7^2$$

$$= \left(\frac{5}{4}a+7\right)\left(\frac{5}{4}a-7\right)$$

பயிற்சி 28

பின்வரும் கோவைகளின் காரணிகளைக் காண்க.

1) $x^2 - 9$

2) $m^2 - x^2$

3) $25a^2 - 9b^2$

4) $x^2 - \frac{1}{4}$

5) $\frac{1}{9} - a^2$

6) $ax^2 - ay^2$

7) $4x^2 - 9y^2$

8) $20x^3 - 45xy^2$

9) $64 - \frac{a^2}{49}$

10) $9a^2b^2 - c^2$

11) $(a+b)^2 - c^2$

12) $(x+y)^2 - (x-y)^2$

பயிற்சி 29

காரணி பற்றிய அறிவைப் பிரயோகித்து பின்வரும் கோவைகளின் பெறுமதிகளைக் கணிக்க.

1) $21(43 + 57) + 79(43 + 57)$

8) $83^2 - 17^2$

2) $7(17 + 3) + (3 + 17) 13$

9) $5.6 \times 10 - 10 \times 4.3 + 8.7 \times 10$

3) $48 \times 100 + 52 \times 100$

10) $57 \times 43 + 7^2$

4) $73 \times 50 - 23 \times 50$

11) $105 \times 95 + 25$

5) $54 \times 43 - 33 \times 54$

12) $\sqrt{96 \times 104 + 4^2}$

6) $58 \times 85 - 85 \times 37 + 79 \times 85$

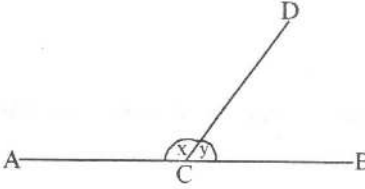
13) $3^2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 49$

7) 93×107

14) $\frac{22}{7} \times (4.7)^2 - \frac{22}{7} \times (2.3)^2$

குத்தெதிர்க் கோணங்கள், ஒத்த கோணங்கள், ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள், நேயக் கோணங்கள்.

8.1 நேர்கோடு ஒன்றின் மீதுள்ள அடுத்துள்ள கோணங்கள்.



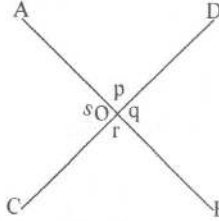
அருகிலுள்ள படத்தில் AB என்னும் நேர்வரையை CD என்னும் நேர்வரை Cயில் சந்திக்கிறது. அப்போது

$\angle ACD, \angle BCD$ என இரு அடுத்துள்ள கோணங்கள் தோன்றுகின்றன. அவற்றின் கூட்டுத் தொகை 180° ஆகும். அதாவது

நேர்கோடு ஒன்றின்மீதுள்ள அடுத்துள்ள கோணங்கள் இரண்டானால் அவை ஒன்றுக்கொன்று மிகைநிரப்பிகளாகும்.

$$\therefore x + y = 180^\circ$$

8.2 ஒன்றையொன்று வெட்டும் இரு நேர்கோடுகள்.



மேலுள்ள படத்தில் AB, CD என்னும் இரு நேர்வரைகள் ஒன்றையொன்று O என்னும் புள்ளியில் வெட்டுகின்றன. அப்போது 4 கோணங்கள் தோன்றுகின்றன. அவற்றை p, q, r, s எனக் கொள்வோம்.

$$\text{இங்கு } p + q = 180^\circ$$

$$\text{அவ்வாறே } q + r = 180^\circ$$

$$\therefore p + q = q + r \text{ (ஒரே கணியத்திற்குச் சமமான)}$$

இரு கணியங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமன்

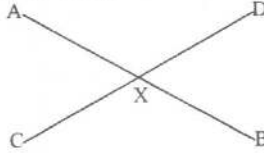
$$\therefore p = r$$

இவை குத்தெதிர்க் கோணங்கள் ஆகும். எனவே, இரு நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டும்போது உண்டாகும் குத்தெதிர்க் கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமன்.

8.3 முறையான நிறுவல் :

தேற்றம் 01

இரு நேர்க்கோடுகள் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டும்போது உண்டாகும் குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமனாகும்.



தரவு : AB, CD என்ற நேர்க்கோடுகள் ஒன்றையொன்று X என்ற புள்ளியில் இடைவெட்டுகின்றன.

மேற்கோள் : I. $\hat{A}X\hat{D} = \hat{C}X\hat{B}$

II. $\hat{A}X\hat{C} = \hat{D}X\hat{B}$

நிறுவல் : $\hat{A}X\hat{D} + \hat{D}X\hat{B} = 180^\circ$ (ஒரு நேர்க்கோட்டு அடுத்துள்ள கோணங்கள்)

$\hat{D}X\hat{B} + \hat{C}X\hat{B} = 180^\circ$ (ஒரு நேர்க்கோட்டு அடுத்துள்ள கோணங்கள்)

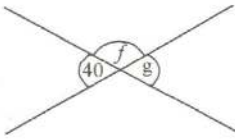
$\therefore \hat{A}X\hat{D} + \hat{D}X\hat{B} = \hat{D}X\hat{B} + \hat{C}X\hat{B}$ (ஒரே கணியத்துக்குச் சமனான இரு கணியங்கள்)

$\therefore \hat{A}X\hat{D} = \hat{C}X\hat{B}$ (இருபக்கமும் $\hat{D}X\hat{B}$ ஐ நீக்குவதால்)

இவ்வாறே $\hat{A}X\hat{C} = \hat{D}X\hat{B}$ என நிறுவலாம்.

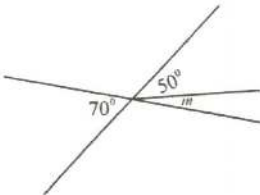
பயிற்சி 30

1.



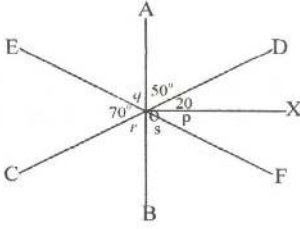
அருகிலுள்ள படத்தில் f , g எனக் குறிக்கப்பட்ட கோணங்களின் பருமன்களைக் காண்க.

2.



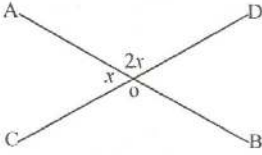
படத்தில் m இன் பருமன் கணிக்க.

3.



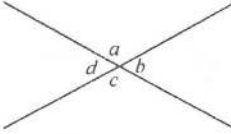
படத்தில் AB, CD, EF எனும் நேர்வரைகள் O என்ற புள்ளியூடு செல்கின்றன. OX ஒரு நேர்வரை. p, q, r, s என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

4.



அருகிலுள்ள படத்தில் ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் பெறுமதி காண்க.

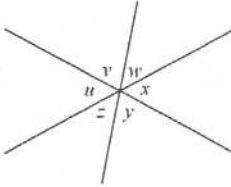
5.



படத்தில் I. $a + c = 220^\circ$ ஆயின் a, b, c, d என்பவற்றின் பெறுமதி கணிக்க.
II. $a - d = 40^\circ$ ஆயின் a, b, c, d என்பவற்றின் பெறுமதி கணிக்க.

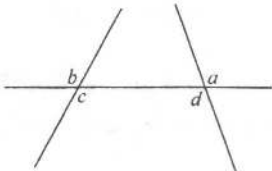
6. ABயும் CDயும் ஒன்றையொன்று O வில் வெட்டுகின்றன. கோணம் BOD யின் இருசமகூறாக்கி OX ஆகும். நீட்டப்பட்ட XO, கோணம் AOC ஐ இருசமகூறாக்கும் என நிறுவுக.

7.



அருகிலுள்ள படத்தில்
a) $w = x$ ஆயின் $u = w$ என நிறுவுக.
b) $w = x$ ஆயின் $u = z$ என நிறுவுக.

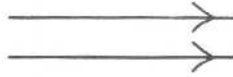
8.



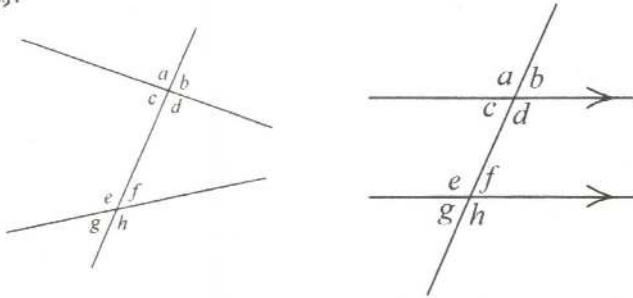
அருகிலுள்ள படத்தில் $a = b$ ஆயின் $c = d$ என நிறுவுக.

8.4 சமாந்தர வரைகள்.

ஒரு தளத்தில் அமைந்த இரு நேர்வரைகளை எப்பக்கம் நீட்டினாலும் ஒன்றையொன்று சந்திக்காவிடில் அவை சமாந்தர வரைகள் எனப்படும்.



இரு நேர்வரைகள் சமாந்தரமாயின் மேலுள்ளவாறு அம்புக்குறியிட்டுக் காட்டுவர்.



மேலுள்ள இரண்டு படங்களிலும் இரண்டு நேர்வரைகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டுகிறது. இரு சந்தர்ப்பங்களிலும் a,b,c,d,e,f,g,h என எட்டுக் கோணங்கள் உண்டாகின்றன. இவற்றுள் (a,e) (b,f) (c,g) (d,h) என்பன ஒத்த அமைப்புடைய கோணச்சோடிகள் என்பதால் அவற்றை ஒத்த கோணச் சோடிகள் என்பர்.

மேலும் (d,e) (c,f) என்னும் கோணச்சோடிகள் பொதுப் புயமான குறுக்கோடியின் ஒரு துண்டத்தின் இரு பக்கங்களிலும் இருப்பதால் அவற்றை ஒன்றுவிட்ட கோணச்சோடிகள் என்பர்.

(d,f) (c,e) என்னும் இரு கோணச்சோடிகளும் குறுக்கோடியின் ஒரு பக்கத்தில் எதிர் எதிராக அமைந்திருக்கின்றன. இவை நேயக் கோணச்சோடிகள் எனப்படும்.

இங்கு படம் 2 இல் கிடைக்கோடுகள் இரண்டும் சமாந்தரமாக இருக்கின்றன. அவ்வாறு ஒரு படத்தைக் கீறிக் கோணங்கள் எட்டையும் அளவிட்டுக் குறியுங்கள்.

* ஒத்த கோணச்சோடிகளின் பருமன்கள் எவ்வாறு அமைந்திருக்கின்றன?

* ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடிகளின் பருமன்கள் எவ்வாறு அமைந்திருக்கின்றன?

* நேயக்கோணச்சோடிகளின் பருமன்கள் எவ்வாறு அமைந்திருக்கின்றன?

மேலுள்ள வினாக்களுக்கு கிடைக்கும் விடைகளிலிருந்து இரு சமாந்தர நேர்வரைகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டும்போது ஒத்தகோணச் சோடிகளின் பருமன்கள் சமன்.

இரு சமாந்தர நேர்வரைகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டும்போது ஒன்றுவிட்ட கோணச்சோடிகளின் பருமன்கள் சமன்.

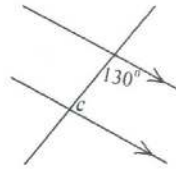
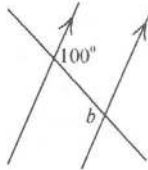
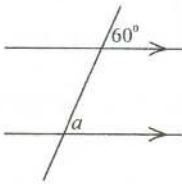
இரு சமாந்தர நேர்வரைகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டும்போது நேயக் கோணச்சோடிகள் மிகை நிரப்பிகள்.

என்ற முடிவுக்கு வரலாம்.

இவற்றுக்கு முறையான நிறுவல்கள் தேவையில்லை.

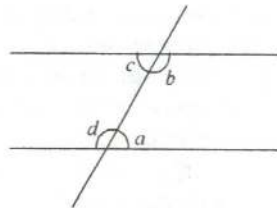
பயிற்சி 31

1. பின்வரும் படங்களில் ஆங்கில எழுத்துகளால் குறிக்கப்பட்ட கோணங்களைக் கணியுங்கள்.



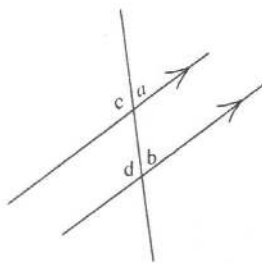
2. படத்தில்

- i) a யின் ஒன்றுவிட்ட கோணம் எது?
ii) b யின் ஒன்றுவிட்ட கோணம் எது?

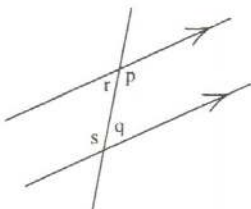


3. படத்தில்

- i) a யின் ஒத்தகோணம் எது?
ii) b யின் ஒத்தகோணம் எது?



4.

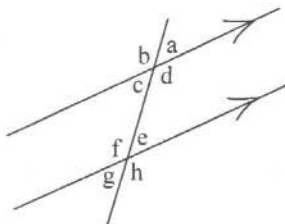


படத்தில்

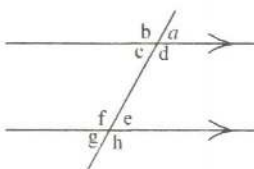
- i) p யின் நேயக்கோணம் எது?
ii) s இன் நேயக்கோணம் எது?

5. படத்தில்

- i) a யின் ஒத்தகோணம் எது?
ii) d யின் ஒன்றுவிட்டகோணம் எது?
iii) f இன் நேயக்கோணம் எது?



6.

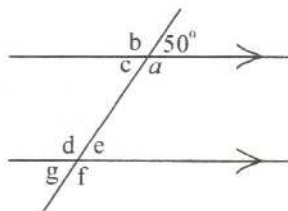


படத்தில்

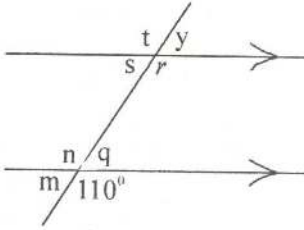
- i) $a = 50^\circ$ ஆயின் e எவ்வளவு? காரணம் யாது?
ii) $c = 70^\circ$ ஆயின் e எவ்வளவு? காரணம் யாது?
iii) $f = 120^\circ$ ஆயின் c எவ்வளவு? காரணம் யாது?

7. படத்தில் கிடைக்கோடுகள் இரண்டும் சமாந்தரமானவை.

- i) e எத்தனை பாகை? காரணம் யாது?
ii) d எத்தனை பாகை? (e தொடர்பாக) காரணம் யாது?
iii) c எத்தனை பாகை? (e தொடர்பாக) காரணம் யாது?



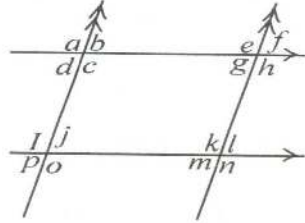
8



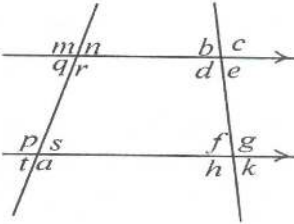
அருகிலுள்ள படத்தில் கோணங்கள் யாவற்றினதும் பருமன்களைக் கணியுங்கள்.

9. அருகிலுள்ள படத்தில்,

- b யின் ஒத்தகோணங்கள் இரண்டும் எவை?
- k யின் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் இரண்டும் எவை?
- a யின் பருமன் 120° எனின், எல்லாக் கோணங்களையும் கணியுங்கள்.



10.

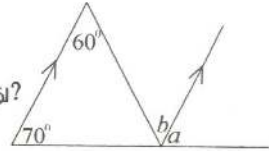


அருகிலுள்ள படத்தில்,

- b க்குச் சமமான பருமனுள்ள ஒத்த கோணம் எது?
- s இன் மிகைநிரப்பியான நேயக்கோணம் எது?
- f ற்குச் சமமான ஒன்றுவிட்ட கோணம் எது?

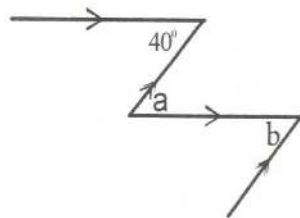
11. அருகிலுள்ள படத்தில்,

- a யின் பெறுமதி என்ன? காரணம் யாது?
- b யின் பெறுமதி என்ன? காரணம் யாது?



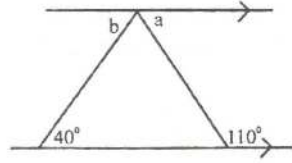
12. அருகிலுள்ள படத்தில்,

- a யின் பெறுமதி என்ன? காரணம் யாது?
- b யின் பெறுமதி என்ன? காரணம் யாது?



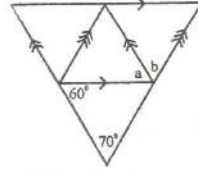
13. படத்தில்,

- i) a யின் பெறுமதி என்ன?
காரணம் யாது?
- ii) b யின் பெறுமதி என்ன?
காரணம் யாது?



14. படத்தில்,

- i) a யின் பெறுமதி என்ன?
காரணம் யாது?
- ii) b யின் பெறுமதி என்ன?
காரணம் யாது?

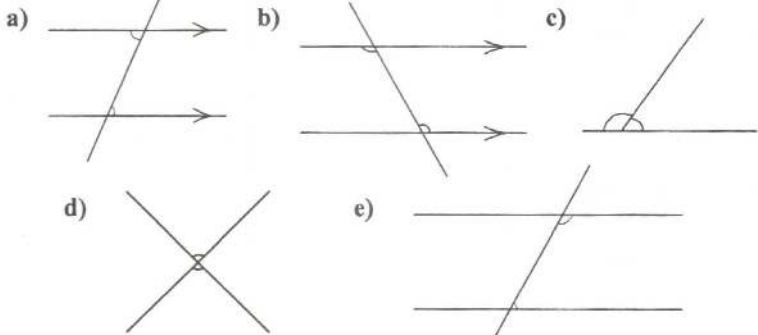


15. கீழ்வரும் வசனங்களில் கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புகள்.

- a) இரண்டு நேர்வரைகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டும்போது கோணங்கள் தோன்றும்.
- b) இரண்டு நேர்வரைகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டும்போது நான்குகோணச்சோடிகளும்.....ஒன்றுவிட்ட கோணச்சோடிகளும் இரண்டு கோணச்சோடிகளும் தோன்றும்.
- c) இரண்டு சமாந்தர நேர்வரைகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டும்போது ஒத்தகோணங்கள்; கோணங்கள் சமன், நேயக்கோணங்கள்

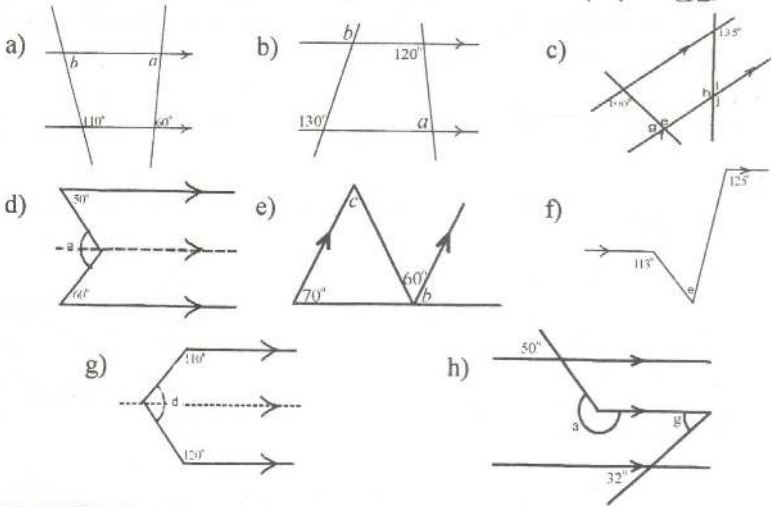
பயிற்சி 32

1.



மேலேயுள்ள படங்களில் காட்டப்பட்ட கோணச்சோடிகள் எவ்வகையின?

2. ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பட்ட கோணங்களின் பெறுமதிகளைக் கணியுங்கள். அவற்றை எவ்வாறு பெற்றீர்கள் என்பதையும் எழுதுங்கள்.

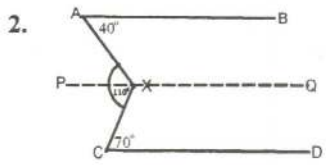
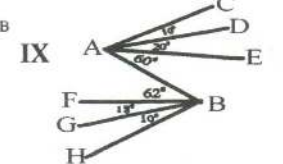
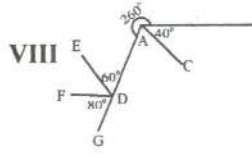
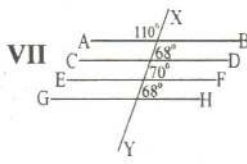
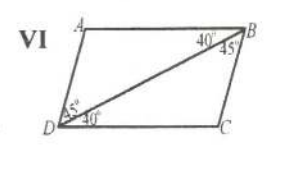
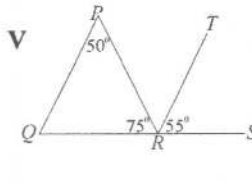
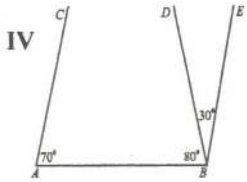
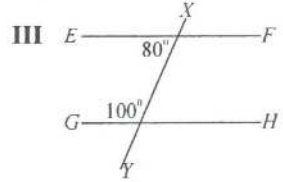
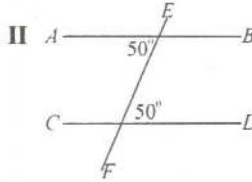
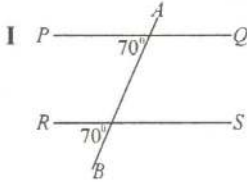


8.5 மறுதலை

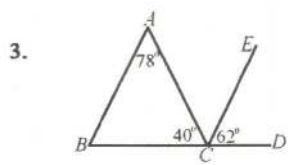
1. இரு நேர்வரைகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டும்போது ஒருசோடி ஒத்த கோணங்களைச் சமனாக்கின் அவ்விரு நேர்வரைகளும் சமாந்தரமாகும்.
2. இரு நேர்வரைகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டும்போது ஒருசோடி ஒன்றுவிட்ட கோணங்களைச் சமனாக்கின் அவ்விரு நேர்வரைகளும் சமாந்தரமாகும்.
3. இரு நேர்வரைகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டும்போது ஒருசோடி நேயக் கோணங்களை மிகைநிரப்பிகள் ஆக்கின் அவ்விரு நேர்வரைகளும் சமாந்தரமாகும்.

பயிற்சி 33

1. கீழுள்ள ஒவ்வொரு உருவங்களிலும் சமந்தர நேர்வரைகள் உள்ளன. அவை எவை? காரணம் கூறுக.

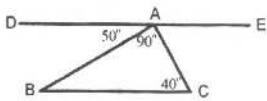


அருகிலுள்ள படத்தில் $AB \parallel CD$ எனக் காட்டுக.



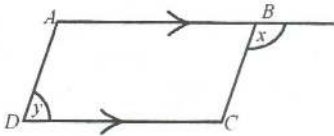
அருகிலுள்ள படத்தில் $BA \parallel CE$ எனக் காட்டுக.

4.



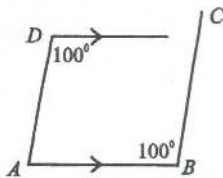
அருகிலுள்ள படத்தில் $BC//DE$ எனக் காட்டுக.

5.



அருகிலுள்ள உருவத்தில் $x+y=180^\circ$ எனில் $AD//BC$ எனக் காட்டுக.

6.



அருகிலுள்ள படத்தில் $AD//BC$ எனக் காட்டுக.

திரவ அளவீடு

நாம் பாற்காரனிடம் பால் வாங்கும்போதோ, மண்ணெய் வண்டிக்காரனிடம் மண்ணெய் வாங்கும்போதோ அளவிடும் பாத்திரங்களின் வெளி அளவுகளையோ கனவளவையோ கருத்தில் கொள்வதில்லை. உண்மையில் அப்பாத்திரங்களின் கொள்ளளவுகளையே கருத்தில் கொள்கிறோம். அதாவது, போத்தலில் எவ்வளவு பால் இருக்கிறது என்பதையோ அல்லது தகரப் பாத்திரத்தில் எவ்வளவு மண்ணெய் இருக்கிறது என்பதையோதான் கருதுகிறோம்.

மெற்றிக் முறையில் கொள்ளளவை அளவிடும் பொதுவான அலகு லீற்றர் ஆகும். ஒரு லீற்றர் ஒரு கனசென்றிமீற்றரிலும் மிகவும் பெரியது. ஆனால் ஒரு கனமீற்றரிலும் மிகவும் சிறியது.

இவற்றுக்கிடையேயான தொடர்பு

$$\begin{aligned} 1000 \text{ cm}^3 &= 1 \text{ லீற்றர்} \\ 1000 \text{ லீற்றர்} &= 1 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

திரவத்தின் அளவு மிகவும் குறைவாக இருக்கும்போது மில்லி லீற்றர் (ml) என்ற அளவீடு பயன்படுத்தப்படுகிறது. 1 மில்லிலீற்றர் 1 லீற்றரின் ஆயிரத்தில் ஒரு பங்கு.

$$\begin{aligned} 1000 \text{ ml} &= 1 \text{ லீற்றர்} \\ &\text{அல்லது} \\ 1 \text{ ml} &= 1 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

பயிற்சி 34

- பின்வரும் வசனங்களில் கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புகங்கள்.
 - திறந்த வெளியில் ஒரு பொருள் கொள்ளும் அளவு அப்பொருளின் எனப்படும்.
 - ஒரு பாத்திரத்தை முழுமையாக நிரப்பக்கூடிய திரவத்தின் அளவு அப்பாத்திரத்தின் எனப்படும்.
 - கனவளவை அளக்கும் நியம அலகு என்பனவாகும்.
 - கொள்ளளவை அளக்கும் நியம அலகு என்பனவாகும்.

e) திரவம் ஒன்றின் கனவளவை அளப்பதற்கு வியாபார முறையில் பயன்படுத்தப்படும் அலகுகள் ஆகும்.

2. பின்வருவனவற்றுக்குச் சரியான அல்லது ஏறக்குறைய சரியான விடையைத் தெரிவு செய்யுங்கள்.

- a) ஒரு பாற்போத்தல் கொள்ளக்கூடிய பால்,
i) 4l ii) 20l iii) 600ml iv) 300ml
- b) ஒரு கேத்தல் கொள்ளக்கூடிய நீர்,
i) 1.7l ii) 3l iii) 6.5l iv) 5000ml
- c) ஒரு தேக்கரண்டி மருந்து,
i) 5ml ii) 25ml iii) 100ml iv) 1l
- d) ஒரு தேநீர்க்குவளை கொள்ளக்கூடிய தேநீர்,
i) 200ml ii) 50ml iii) 400ml iv) 250ml

3. பின்வருவனவற்றை cm^3 இல் தருக.

- a) 1.7l b) 2.75l c) 0.57l d) 35l

4. பின்வருவனவற்றை l இல் தருக.

- a) 500cm^3 b) 26000cm^3 c) 6m^3 d) 5.6m^3 e) 7.2cm^3

5. a) 10cm பக்கங்களுள்ள ஒரு சதுரமுகிப் பாத்திரம் கொள்ளும் நீரின் அளவை லீற்றரில் தருக.

b) உள்அளவுகள் 1m பக்கங்களுள்ள ஒரு சதுரமுகித் தொட்டி கொள்ளும் நீரின் அளவை லீற்றரில் தருக.

c) 800ml உள்ள பாத்திரத்தினுள் 600ml உள்ள தேங்காய் எண்ணெய் இருந்தது. (கீறிட்ட இடங்களை கனவளவு, கொள்ளளவு என்ற சொற்களில் பொருத்தமானதால் நிரப்புக)

6. ஒரு லீற்றர் தோடம்பழச் சாற்றிலிருந்து ஒவ்வொன்றும் 100ml கொள்ளளவுள்ள 25 கப் பானம் தயாரிக்க முடியுமெனில் ஒரு கப் பானத்திலுள்ள நீரின் அளவை ml இல் கணியுங்கள்.

7. 25cm நீளமும் 10 cm அகலமுமுள்ள செவ்வகமுகி வடிவக் கண்ணாடிப் பாத்திரத்தினுள் பின்வரும் அளவிலான நீர் ஊற்றப்பட்டால் ஒவ்வொருமுறையும் நீர்மட்டத்தின் உயரம் யாது?

- a) 750ml b) 2l c) 1/250ml

8. 15m நீளமும் 10m அகலமுமுள்ள செவ்வகவடிவ நிலாமுற்றத்தில் (balcony) ஒரு நாள் 2cm மழை பெய்தது.
- a) மழைநீரின் அளவை லீற்றரில் தருக.
- b) அந்நீர் முழுவதும் சேகரிக்கப்பட்டு 25cm² அடிப்பரப்பளவும் 12 cm உயரமுமுள்ள போத்தல்களில் அடைக்கப்பட வேண்டுமாயின் எத்தனை போத்தல்கள் தேவை?
9. ஒரு படைவீரனுக்கு நாளொன்றுக்கு 50/ நீர் தேவை. 120 பேர் கொண்ட ஒரு பட்டாள அணிக்கு 4m நீளமும் 2m அகலமும் 2m உயரமுமுள்ள செவ்வகமுகி வடிவத் தொட்டியுள் நிறைந்து உள்ள நீர் எத்தனை நாட்களுக்குப் போதும்?
10. கீழுள்ள அட்டவணையில் கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.
செவ்வகமுகி வடிவ நீர்த்தொட்டிகளின் பரிமாணம்.

நீளம்	அகலம்	ஆழம்	கனவளவு	கொள்ளளவு
50cm	40cm	20cmcm ³m/
40cm	30cm	20cmcm ³/
4m	2m	1mm ³/
5m	3m	2.5mm ³/
4m	1.5m	250cmm ³/

பயிற்சி 35

1. கீழே சில கனவுரு வடிவப் பாத்திரங்களின் / தொட்டிகளின் பரிமாணங்கள், கனவளவு / கொள்ளளவு என்பன தரப்பட்டுள்ளன. கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புகள்.

நீளம்	அகலம்	உயரம்	கனவளவு	கொள்ளளவு
10cm	8cm	6cm
20cm	10cm	2000cm ³
50cm	10cm	10000m/
20cm	5cm	1/
2m	100cm	1m ³
.....	2m	1m	6000000cm ³
4m	50cm	4000/

2. உள் அளவுகள் 3m நீளமும் 1m அகலமும் 1m உயரமும் உள்ள கனவுரு வடிவ நீர்த்தாங்கி ஒன்று முற்றாக நீரால் நிரப்பப்பட்டுள்ளது. அதிலிருந்து நிமிடத்துக்கு 500ml வீதம் சீராக நீர் வெளியேற்றப்பட்டால் எவ்வளவு நேரத்தில் முழு நீரும் வெளியேறும்?
3. ஒருவருக்கு நாளொன்றுக்கு சராசரியாக 75l நீர் தேவைப்படும் 6 பேரைக் கொண்ட ஒரு குடும்பத்துக்கு 2m நீளமும், 1.35m அகலமும் 1m உயரமுமுள்ள கனவுருவடிவ நீர்த்தாங்கியில் முற்றாக நிரப்பப்பட்ட நீர் எத்தனை நாட்களுக்குப் போதும்?
4. அடிப்பரப்பளவு 75cm^2 உம் 40cm உயரமுமுள்ள உருளை வடிவ பாத்திரத்தில் நிரம்பியிருந்த பாலை ஒவ்வொன்றும் 1.5l கொள்ளளவுள்ள எத்தனை போத்தல்களில் நிரப்பலாம்?

நேர்விகிதசமன்

10.1 விகிதசமன் எனப்படுவது இரண்டு விகிதங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமன் என்னும் தொடர்பைக் காட்டும் கூற்றாகும்.

ஒரு கடையில் பாலாவும் மாலாவும் 2kg சீனியை ரூ 130க்கும், 3kg சீனியை ரூ 195க்கும் வாங்கினர். இங்கு,

$$\begin{aligned} \text{நிறைகளுக்கிடையேயுள்ள விகிதம்} &= 2:3 \\ \text{விலைகளுக்கிடையேயுள்ள விகிதம்} &= 130:195 \\ &= 26:39 \\ &= 2:3 \end{aligned}$$

இங்கு அவர்கள் வாங்கிய சீனியின் நிறைகளின் விகிதத்துக்கு நேர்விகிதசமனாக விலைகளின் விகிதம் அமைந்துள்ளது.

அதாவது, ஒரு கணியத்தின் யாதும் இரு அளவுகளுக்கிடையேயுள்ள விகிதம் இரண்டாவது கணியத்தின் நேரொத்த அளவுகளுக்கிடையேயுள்ள விகிதத்துக்குச் சமனாயின் அவற்றுக்கிடையில் உள்ள தொடர்பு நேர்விகிதசமன் எனப்படும்.

மேலுள்ள பிரச்சினத்தை $2 : 3 :: 130 : 195$ என எழுதி 2, 3 க்கு விகித சமன் 130, 195க்கு என வாசிக்கலாம். இங்கு 2, 3, 130, 195 என்பன விகிதசமனின் முதலாம் இரண்டாம் மூன்றாம் நான்காம் உறுப்புகளாகும். இத்தகைய நேர்விகிதசமன்களில் முதலாம் நான்காம் உறுப்புகளின் பெருக்குத் தொகை இரண்டாம் மூன்றாம் உறுப்புகளின் பெருக்குத்தொகைக்குச் சமனாக இருக்கும்.

$a : b :: c : d$ ஆயின் $ad = bc$ ஆகும். எனவே இந்த நான்கு உறுப்புகளில் ஏதாவது மூன்று உறுப்புகளின் பெறுமானம் தெரிந்தால் நான்காம் உறுப்பைக் கணிக்கலாம்.

உ-ம் $1 : 8 : 6 = x : 3$ ஆயின் x இன் பெறுமானம் கணியுங்கள்.

$$\frac{8}{6} = \frac{x}{3}$$

இருபக்கமும் 3ஆல் பெருக்கினால்

$$\frac{8}{6} \times 3 = \frac{x}{3} \times 3$$

$$4 = x$$

அதாவது $x = 4$ ஆகும்.

உ-ம் (2) : 4 புத்தகங்களின் விலை ரூபா 70 ஆயின் அவ்வாறான

10 புத்தகங்களின் விலை என்ன?

$$4:10=70:x$$

$$\frac{4}{10} = \frac{70}{x}$$

$$\text{அதாவது } \frac{10}{4} = \frac{x}{70}$$

இருபக்கமும் 70 ஆல் பெருக்க

$$\frac{10}{4} \times 70 = \frac{x}{70} \times 70$$

$$175 = x$$

∴ 10 புத்தகங்களின் விலை = ரூபா 175

பயிற்சி 36

பின்வரும் கூற்றுக்களுள் நேர்விகிதசமனாக அமையும் கூற்றுக்களைத் தெரிவுசெய்யுங்கள்.

01. முட்டைகளின் எண்ணிக்கையும் அவற்றின் விலையும்.
02. மனிதரின் வயதும் அவர்களின் உயரமும்.
03. சதுரம் ஒன்றின் பக்க நீளமும் அதன் பரப்பளவும்.
04. வட்டத்தின் ஆரையும் அதன் சுற்றளவும்.
05. கூலியாளர் வேலைசெய்யும் நாளும் அவன் பெறும் ஊதியமும்.
06. எரிபொருளின் அளவும் வாகனம் செல்லும் தூரமும்.
07. மனிதரின் நிறையும் அவர்களின் உயரமும்.
08. ஒரு வாகனத்தின் வேகமும் அது குறிப்பிட்ட நேரத்தில் ஓடும் தூரமும்.
09. சீனியின் நிறையும் அதன் விலையும்.
10. வியாபாரத்தில் முதலீடும் பெறும் இலாபமும்.
11. குறிப்பிட்ட துணியின் நீளமும் அதன் விலையும்.

12. குழாய் ஒன்றால் வெளியேறும் நீரின் கனஅளவும், அது வெளியேற எடுக்கும் நேரமும்.
13. மாபிள்களின் எண்ணிக்கையும் அவற்றின் விலையும்.
14. ஒரு குறிப்பிட்ட வேலையைச் செய்த மனிதரும் அதனைச் செய்து முடிக்க எடுத்த நாட்களும்.
15. மனிதரின் வயதும் அவர்களின் நிறையும்.
16. முந்திரிகைப் பழத்தின் நிறையும் அதன் விலையும்.
17. ஒரு வயலின் அருவியை வெட்டும் மனிதரின் எண்ணிக்கையும் அவர்கள் அதனை வெட்ட எடுக்கும் காலமும்.
18. படம் பார்க்கச் சென்ற மக்களின் எண்ணிக்கையும் பணவசூலும்.
19. தொலைபன்னியில் பேசிய நேரமும் செலுத்திய கட்டணமும்.
20. ஒருவனிடமுள்ள பணமும் அவனது வயதும்.

பயிற்சி 37

01. 25kg அரிசி விலை ரூபா 775 ஆயின் 7kg அரிசியின் விலை என்ன?
02. 12 கொப்பிகளின் விலை ரூபா 90 ஆயின் 21 கொப்பிகளின் விலை என்ன?
03. 4 லீற்றர் பெற்றோலில் 175 km தூரம் ஓடும் கார் 7 லீற்றர் பெற்றோலில் எவ்வளவு தூரம் ஓடும்?
04. 4 சவர்க்காரக்கட்டிகள் ரூபா 30 ஆயின் ரூபா 45 க்கு எத்தனை சவர்க்காரக்கட்டிகள் வாங்கலாம்?
05. 7 பென்சில்களின் விலை ரூபா 24.50 ஆயின் ரூபா 35க்கு எத்தனை பென்சில்கள் வாங்கலாம்?
06. ஒரு புகையிரதம் குறிப்பிட்ட வேகத்தில் 484km தூரத்தை 11 மணித்தியாலத்தில் சென்றால் அது அதே வேகத்தில் 7 மணித்தியாலத்தில் எவ்வளவு தூரம் செல்லும்?
07. 13 தோடம்பழங்களின் விலை ரூபா 91 ஆயின் ரூபா 273 க்கு

எத்தனை தோடம்பழங்கள் வாங்கலாம்?

08. 8 பேருக்கு 4 நாட்களுக்கு உணவுச்செலவு ரூபா 3200 ஆயின் 5 பேருக்கு 7 நாட்களுக்கு உணவுச்செலவு எவ்வளவு?

பயிற்சி 38

1. கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புங்கள்.

a) $3:4 = x:12$ எனின் $\frac{3}{4} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

b) $5:7 = 15:y$ எனின் $\frac{5}{7} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

c) $x:3 = 8:12$ எனின் $\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

d) $6:x = 9:12$ எனின் $\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

2. பின்வரும் விகிதசமன்களில் ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிப்பிடப்பட்ட பெறுமதியைக் காணுங்கள்.

- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| a) $4:5 :: x:10$ | b) $3:4 :: 9:y$ | c) $2:5 :: a:20$ |
| d) $b:3 :: 4:6$ | e) $2:c :: 6:15$ | f) $3:7 :: 9:d$ |
| g) $2:5 :: e:15$ | h) $3:10 :: 9:f$ | i) $8:5 :: 16:g$ |
| j) $9:4 :: 27:h$ | k) $k:3 :: 15:9$ | l) $m:2 :: 8:16$ |

3. 7 மணித்தியாலங்களில் 420 சுருட்டுகளைச் சுற்றும் சுருட்டுத் தொழிலாளி அதே வீதத்தில் 11 மணித்தியாலங்களில் எத்தனை சுருட்டுக்களைச் சுற்றுவார்?
4. 3 லீற்றர் பெற்றோலில் 72km தூரம் ஓடும் மோட்டார்வண்டி a லீற்றர் பெற்றோலில் 48km தூரம் ஓடும் எனக் கொண்டு ஒரு விகிதசமன் எழுதித் தீர்ப்பதன்மூலம் a யின் பெறுமதி காணுங்கள்.

5. 8 கட்டிச் சவர்க்காரங்களின் விலை ரூபா 104 ஆயின் ரூபா 169க்கு அவ்வாறான எத்தனை சவர்க்காரக் கட்டிகள் வாங்கலாம்?
6. ஓர் அச்சு இயந்திரம் 5 செக்கன்களில் 7 புதினத்தாள்களை அச்சிடும் எனக்கொண்டு அது 1 மணித்தியாலத்தில் அச்சிடும் புதினத் தாள்களின் எண்ணிக்கையைக் காணுங்கள்.
7. 4 மாம்பழங்களின் விலை a ரூபாவாகும் எனவும் 7 மாம்பழங்களின் விலை b ரூபாவாகும் எனவும் கொண்டு ஒரு விகிதசம சமன்பாடு எழுதி a யின் பெறுமதியை b யிலும் bயின் பெறுமதியை a யிலும் காணுங்கள்.

10.2 அலகுமுறை

நேர்விகிதசம முறையில் தீர்க்கக்கூடிய பிரச்சினைகளை அலகுமுறையிலும் தீர்க்கலாம்.

அலகுமுறை என்பது சில பொருட்களின் அல்லது கணியங்களினது பெறுமதி தரப்பட்டு அவற்றையொத்த வேறு எண்ணிக்கையுள்ள பொருட்களின் பெறுமதி கேட்கப்பட்டால் தந்த தரவுக்கமைய ஒரு பொருளின் அல்லது ஒரு கணியத்தின் பெறுமதி கண்டு (சுருக்கத் தேவையில்லை) பின்னர் கேட்கப்பட்ட எண்ணிக்கையுள்ள பொருட்களின் பெறுமதி காண்பதாகும். இதனை ஒன்றுக்கு கண்டு பலதுக்குக் காணும் முறை எனவும் கூறுவர்.

உ+ம் 1: 13 கொப்பிகளின் விலை ரூபா 91 ஆயின் 7 கொப்பிகளின் விலை என்ன?

$$13 \text{ கொப்பிகளின் விலை} = \text{ரூபா } 91$$

$$\therefore 1 \text{ கொப்பியின் விலை} = \text{ரூபா } \frac{91}{13} = \text{ரூபா } 7$$

$$\therefore 7 \text{ கொப்பிகளின் விலை} = \text{ரூபா } (7 \times 7) \\ = \text{ரூபா } 49$$

$$\text{இரண்டாம் படிமுறை இன்றி} = \text{ரூ} \left(\frac{91}{13} \times 7 \right) = \text{ரூபா } 49$$

உ+ம 2: 9மீற்றர் துணியின் விலை ரூபா 2100

ஆயின் அதே வகையான 21 மீற்றர் துணியின் விலை என்ன?

9 மீற்றர் துணியின் விலை = ரூபா 2100

$$\therefore 1 \text{ மீற்றர் துணியின் விலை} = \text{ரூபா } \frac{2100}{9} \text{ (சுருக்கவேண்டியதில்லை)}$$

$$\begin{aligned} \therefore 21 \text{ மீற்றர் துணியின் விலை} &= \text{ரூபா } \left(\frac{2100}{9} \times 21 \right) \\ &= \text{ரூபா } 4900 \end{aligned}$$

$$\text{இரண்டாம் படிமுறை இன்றி} = \text{ரூபா } \left(\frac{2100}{9} \times 21 \right) = \text{ரூபா } 4900$$

உ+ம 3: ஒரு கார் 205 km தூரத்தை 20 l

பெற்றோலில் ஓடியதெனில் 340 km தூரத்தை ஓட எத்தனை லீற்றர் பெற்றோல் தேவை?

205 km தூரத்தை ஓட தேவையான பெற்றோல் = 20 l

$$\therefore 1 \text{ km தூரத்தை ஓட தேவையான பெற்றோல்} = \frac{20}{205} \text{ l}$$

$$\begin{aligned} \therefore 340 \text{ km தூரத்தை ஓட தேவையான பெற்றோல்} &= \left(\frac{20}{205} \times 340 \right) \text{ l} \\ &= \frac{1360}{41} \text{ l} \\ &= 33 \frac{7}{41} \text{ l} \end{aligned}$$

பயிற்சி 39

பயிற்சி 37 இல் உள்ள வினாக்கள் 1,2,3,6,8 ஐயும் பயிற்சி 38இல் உள்ள வினாக்கள் 3, 6 ஐயும் அலகுமுறையில் செய்க.

10.3 வெளிநாட்டு நாணயங்கள்:

ஒவ்வொரு நாடும் தத்தமது சொந்த நாணய அலகுகளை வைத்திருக்கின்றன. உ+ம்: ஸ்ரீலங்கா - ரூபா; பிரித்தானியா - பவுன்; ஜேர்மனி - யூரோ.

நாடுகளுக்கிடையே வர்த்தகம், பிரயாணம், நிதியுதவிகள் முதலியன நடைபெறும் சந்தர்ப்பங்களில் ஒரு நாட்டு நாணயம் பிறிதொரு நாட்டு நாணயமாக மாற்றப்படவேண்டிய கட்டாயம் உள்ளது. ஒரு நாட்டின் நாணய அலகுக்கும் பிறிதொரு நாட்டின் நாணயஅலகுக்கும் இடையேயான எண்சார்ந்த தொடர்பு நாணயமாற்றுவீதம் எனப்படும். இருநாடுகளுக்கு இடையேயான நாணய மாற்று வீதம் காலத்துக்கு காலம் மாறும். நாணய மாற்றுவீதம் கணிக்கும் போதும் நேர்விகிதசம கருத்துணர்வு பிரயோகிக்கப்படுகிறது.

வெளிநாடுகள் சிலவற்றின் நாணய அலகுகளும் ஏப்ரல் 2009இல் இலங்கை ரூபாவில் அவற்றின் பெறுமதியும் கீழுள்ளது.

நாணய அலகு	பெறுமதி (இலங்கை ரூபாவில்)
அமெரிக்க டொலர்	115.83
ஐக்கிய இராச்சிய ஸ்டேலிங்பவுன்	172.49
கனேடிய டொலர்	95.61
சிங்கப்பூர் டொலர்	77.34
ஐப்பான் யென்	1.16
சுவிஸ் பிராங்	100.62
சவுதி ரியால்	30.88
அவுஸ்திரேலிய டொலர்	83.58
குவைத் தினார்	397.05

பயிற்சி 40

1. இலங்கை ரூபாவில் பின்வருவனவற்றின் மொத்தப் பெறுமதி காண்க.
2500யென், 627 சிங்கப்பூர் டொலர், 167 ஐக்கிய அமெரிக்க டொலர்.
2. செட்டியார் அன்ட் கம்பனி யப்பானுக்கு இலங்கை ரூபா 1 000 000 பெறுமதியான இறால் ஏற்றுமதி செய்தது. இப்பணத்தின் பெறுமதியை யென் நாணய அலகில் கணிக்க.
3. 2500 ஸ்ரேலிங் பவுண் பெறுமதியான தைத்த ஆடைகள் ஒரு ஸ்தாபனத்தால் ஐக்கிய இராச்சியத்துக்கு அனுப்பப்பட்டது? ஆடைகளின் பெறுமதியை இலங்கை நாணயத்திலும் U.S டொலரிலும் தருக.
4. 1 இந்திய ரூபா = 2.25 ஸ்ரீலங்கா ரூபாவாகவும், 1ஸ்ரேலிங் பவுண் =76 இந்திய ரூபாவாகவும் இருப்பின் 1ஸ்ரேலிங் பவுண் எத்தனை ஸ்ரீலங்கா ரூபாவுக்குச் சமன்?
5. 1ஸ்ரேலிங் பவுண்=172.49 ஸ்ரீலங்கா ரூபாவாகவும், 1நோர்வே குரோனர்=17.28 ஸ்ரீலங்கா ரூபாவாகவும் இருப்பின் 1 ஸ்ரேலிங் பவுண் எத்தனை நோர்வே குரோனருக்குச் சமன்?
6. ஒருவர் ஸ்ரீலங்காவிலிருந்து ரூபா 690,000 பெறுமதியான தேயிலையை ஐக்கிய இராச்சியத்திற்கு ஏற்றுமதி செய்தார். தற்போதைய நாணயமாற்று விகிதப்படி தேயிலையின் பெறுமதியை ஸ்ரேலிங் பவுணில் காண்க.
7. 2009.04.01 ஆம் திகதி ஒரு யூரோ ரூபா 153 எனவும் ஒரு கனேடிய டொலர் ரூபா 95.61 எனவும் அறிவிக்கப்பட்டது. 1 யூரோ எத்தனை கனேடிய டொலர் எனக் காண்க.
8. 1இந்திய ரூபா = 2.25 ஸ்ரீலங்கா ரூபா, 1அமெரிக்க டொலர் = 116 ஸ்ரீலங்கா ரூபா, 1 அமெரிக்க டொலர் = 52 இந்திய ரூபா ஆயின் இலங்கையிலிருந்து இந்தியா செல்பவர் இந்திய ரூபாவிலா அல்லது அமெரிக்க டொலரிலா பணம் கொண்டுசெல்வது இலாபகரமானது? இலங்கை ரூபா 100,000ஐ இவ்விரு வழிகளிலும் கொண்டு செல்லும்போது இந்திய ரூபாவில் எவ்வளவு வித்தியாசம் ஏற்படும்?

11.1 விளக்கம்

கணிதக் கணிப்புகளை கணிகருவிகளைப் பயன்படுத்தி மிக இலகுவாகக் கணிக்கலாம். கணிகருவிகளை சாதாரண கணிகருவி, விஞ்ஞான முறைக் கணிகருவி என இரு வகைகளாகப் பிரிக்கலாம்.

சாதாரண கணிகருவி கொடுக்கப்படும் தரவு ஒழுங்கிலேயே கணிப்புகளைச் செய்யும். ஆனால் விஞ்ஞானமுறைக் கணிகருவி 'செய்கை நியம ஒழுங்கில்' தொழிற்படும்.

உ+ம் : $2 + 3 \times 5$

விடை : 1. சாதாரண கணிகருவியில் - 25.

2. விஞ்ஞான முறைக் கணிகருவியில் - 17

கணிகருவிகளின் விசைப்பலகைகளில் பலவித சாவிக்கள் உண்டெனினும் அவற்றுள் 18 சாவிக்கள் முக்கியமானவை.

அவையாவன:- 0 முதல் 9 வரையுள்ள இலக்கச் சாவிக்கள்; +, -, \times , \div ஆகிய கணிதச் செய்கைச் சாவிக்கள், = (பெறுபெறு), ON (மின்வலு கொடுத்தல்) OFF (மின்வலு நிறுத்தல்), CE (பதிவை நீக்குதல்) என்பனவாகும்.

டிமுறை I: இலக்கங்களை காட்சித்திரையில் காட்டுதல்.

- a) - காட்சித்திரையில் 0 கிடைக்கும்.
- b) அழுத்துதல் - காட்சித்திரையில் 1 கிடைக்கும்.
- c) அழுத்துதல் - 1 அழிந்துவிடும்.
- d) அழுத்துதல் - மின்வலு நிறுத்தப்படும்.

இவ்வாறு ஏனைய இலக்கங்களையும் பெறலாம்.

படிமுறை 2 : 67 என்ற எண்ணைக் காட்சித் திரையில் காட்டுதல்.

- a) - காட்சித்திரையில் 0 கிடைக்கும்.
b) அழுத்துதல் - காட்சித்திரையில் 6 கிடைக்கும்.
c) அழுத்துதல் - காட்சித் திரையில் 67 கிடைக்கும்.
d) அழுத்துதல் - 67 அழிந்துவிடும்.
e) அழுத்துதல் - மின்வலு நிறுத்தப்படும்.

11.1 = சாவியைப் பயன்படுத்துதல்.

படிமுறை 3 : கூட்டுதல்.

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} : 423 + 56$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} \text{ON/C} & \rightarrow & \boxed{4} & \rightarrow & \boxed{2} & \rightarrow & \boxed{3} & \rightarrow & \boxed{+} & \rightarrow & \boxed{5} & \rightarrow & \boxed{6} & \rightarrow & \boxed{=} \\ \text{காட்சித்திரை} & & 4 & & 42 & & 423 & & 423 & & 5 & & 56 & & 479 \end{array}$$

படிமுறை 4 : கழித்தல்.

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} : 217 - 89$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} \text{ON/C} & \rightarrow & \boxed{2} & \rightarrow & \boxed{1} & \rightarrow & \boxed{7} & \rightarrow & \boxed{-} & \rightarrow & \boxed{8} & \rightarrow & \boxed{9} & \rightarrow & \boxed{=} \\ \text{காட்சித்} & & 2 & & 21 & & 217 & & 217 & & 8 & & 89 & & 128 \\ \text{திரை} & & & & & & & & & & & & & & \end{array}$$

படிமுறை 5 : பெருக்குதல்.

$$\underline{\quad} - \underline{\quad} : 231 \times 47$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} \text{ON/C} & \rightarrow & \boxed{2} & \rightarrow & \boxed{3} & \rightarrow & \boxed{1} & \rightarrow & \boxed{\times} & \rightarrow & \boxed{4} & \rightarrow & \boxed{7} & \rightarrow & \boxed{=} \\ \text{காட்சித்} & & 2 & & 23 & & 231 & & 231 & & 4 & & 47 & & 10857 \\ \text{திரை} & & & & & & & & & & & & & & \end{array}$$

படிமுறை 6 : வகுத்தல்.

உ-ம் : $4225 \div 65$

ON/C → 4 → 2 → 2 → 5 → ÷ → 6 → 5 → =
காட்சித் 4 42 422 4225 4225 6 65 65
திரை

படிமுறை 7 : கூட்டலும் கழித்தலும்.

உ-ம் : $47+26-53$

ON/C → 4 → 7 → + → 2 → 6 → - → 5 → 3 → =
காட்சித் 4 47 47 2 26 73 5 53 20
திரை

படிமுறை 8 : பெருக்குதலும் வகுத்தலும்.

உ-ம் : $42 \times 27 \div 18$

ON/C → 4 → 2 → × → 2 → 7 → ÷ → 1 → 8 → =
காட்சித் 4 42 42 2 27 1134 1 18 63
திரை

படிமுறை 9 : ஒரே பெறுமானத்தைத் தொடர்ந்து கூட்டுதல்.

உ-ம் : $17+8+8+8$

ON/C → 1 → 7 → + → 8 → = → = → =
காட்சித் 1 17 17 8 25 33 41
திரை

படிமுறை 10 : ஒரே பெறுமானத்தை தொடர்ந்து கழித்தல்.

உ-ம் : $85-7-7-7$

ON/C → 8 → 5 → - → 7 → = → = → =
காட்சித் 8 5 85 7 78 71 64
திரை

படிமுறை 11 : ஒரே பெறுமானத்தால் தொடர்ந்து பெருக்குதல் (இங்கு பெருக்கப்படும் எண்ணைப் பின்னர் பதிய வேண்டும்).

$$\text{உ - ம் : } 9 \times 7 \times 7 \times 7$$

$\boxed{\text{ON/C}} \rightarrow \boxed{7} \rightarrow \boxed{\times} \rightarrow \boxed{9} \rightarrow \boxed{=}$

காட்சித் 7 7 9 63 441 3087

திரை

படிமுறை 12 : ஒரே பெறுமானத்தால் தொடர்ந்து பிரித்தல்.

$$\text{உ - ம் : } 1053 \div 9 \div 9$$

$\boxed{\text{ON/C}} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{0} \rightarrow \boxed{5} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{\div} \rightarrow \boxed{9} \rightarrow \boxed{=}$

காட்சித் 1 10 105 1053 1053 9 117 13

திரை

11.2.1 சதவீதச் சாவி (%) பயன்படுத்துதல்.

தரப்பட்ட பெறுமானம் ஒன்றின் தரப்பட்ட சதவீதத்தைக் காணுதல்.

$$\text{உ - ம் : } 300 \text{ இன் } 20\% \text{ எவ்வளவு?}$$

$\boxed{\text{ON/C}} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{0} \rightarrow \boxed{0} \rightarrow \boxed{\times} \rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{0} \rightarrow \boxed{\text{shift}} \rightarrow \boxed{\%}$

3 30 300 300 2 20 60

11.2.2 சாதாரண பின்னத்தைச் சதவீதத்தில் காட்டுதல்.

$$\text{உ - ம் : } \frac{3}{5} \text{ என்பதை சதவீதமாக்குக.}$$

$\boxed{\text{ON/C}} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{\div} \rightarrow \boxed{5} \rightarrow \boxed{\times} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{0} \rightarrow \boxed{0} \rightarrow \boxed{=}$

3 3 5 1 10 100 60

அல்லது

$\boxed{\text{ON/C}} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{\div} \rightarrow \boxed{5} \rightarrow \boxed{\text{Shift}} \rightarrow \boxed{\%}$

3 3 5 60

11.2.3 தசமத்தைச் சதவீதத்தில் காட்டுதல்.

உ-ம் : 0.2 என்பதை சதவீதமாக்குக.

$$\boxed{\text{ON/C}} \rightarrow \boxed{0} \rightarrow \boxed{.} \rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{\times} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{0} \rightarrow \boxed{0} \rightarrow \boxed{=}$$

0 0.2 1 10 100 20

அல்லது

$$\boxed{\text{ON/C}} \rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{\div} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{0} \rightarrow \boxed{\text{Shift}} \rightarrow \boxed{\%}$$

2 1 10 20

11.2.4 சதவீதம் ஒன்றை தசமமாகக் காட்டுதல்.

உ-ம் : 20% ஐ தசமமாகக் காட்டுக.

$$\boxed{\text{ON/C}} \rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{0} \rightarrow \boxed{\div} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{0} \rightarrow \boxed{0} \rightarrow \boxed{=}$$

2 20 1 10 100 0.2

11.3 எண் ஒன்றின் வலு 2இனைக் காணுதல்: சாவி x^2

உ-ம் 1: 6^2 ஐக் கணிக்க

முறை 1: $\boxed{\text{ON/C}} \rightarrow \boxed{6} \rightarrow \boxed{\text{shift}} \rightarrow \boxed{x^2}$

6 36

முறை 2: $\boxed{\text{ON/C}} \rightarrow \boxed{6} \rightarrow \boxed{\times} \rightarrow \boxed{=}$

6 6 36

உ-ம் 2: கணிக்க : 4.3^2

முறை 1: $\boxed{\text{ON/C}} \rightarrow \boxed{4} \rightarrow \boxed{.} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{\text{Shift}} \rightarrow \boxed{x^2}$

4 4.3 18.49

முறை 2: $\boxed{\text{ON/C}} \rightarrow \boxed{4} \rightarrow \boxed{.} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{\times} \rightarrow \boxed{=}$

4 4.3 18.49

11.4 எண் ஒன்றின் வர்க்கமூலம் காணுதல்: சாவி $\sqrt{\quad}$

உ-ம் 1: $\sqrt{36}$ இன் பெறுமதி காண்க.

$$\boxed{\text{ON/C}} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{6} \rightarrow \boxed{\sqrt{\quad}}$$

3 36 6

உ-ம் 2: $\sqrt{7.29}$ இன் பெறுமதி காண்க.

$$\boxed{\text{ON/C}} \rightarrow \boxed{7} \rightarrow \boxed{\cdot} \rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{9} \rightarrow \boxed{\sqrt{\quad}}$$

7 7.2 7.29 2.7

உ-ம் 3: $\sqrt{2}$ இன் பெறுமதி காண்க.

$$\boxed{\text{ON/C}} \rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{\sqrt{\quad}}$$

2 1.414213562

பயிற்சி 41

1. கணிகருவியை உபயோகித்துக் கணியுங்கள்.
நேரம் : 5நிமிடம்.

a) $43 + 68$ b) $537 + 62$ c) $73 + 128$ d) $24 + 37 + 43$
e) $86 - 59$ f) $687 - 99$ g) $432 - 278$ h) $653 - 54 - 47$
i) 56×73 j) 74×93 k) $856 \div 107$ i) $3441 \div 93$

2. கணிகருவியை உபயோகித்துக் கணியுங்கள்.
நேரம் : 5நிமிடம்.

a) $24.3 + 47.9$ b) $68.4 + 2.73$ c) 56.4×7.2 d) 63.2×25.7
e) $84.3 - 69.8$ f) $74.3 - 9.67$ g) $15.41 \div 6.7$ h) $21.6027 \div 3.81$

3. கணிகருவியை உபயோகித்துப் பின்வரும் கணித்தல்களைச் செய்வதற்கு பாய்ச்சல் கோட்டுப்படம் வரையுங்கள்.

a) $24.3 + 49.4$ b) $86.4 + 23.8$ c) $7.8 + 4.3 - 5.4$ d) 24.8×7.9
e) $72.25 \div 8.5$ f) $56.25 \div 7.5 \times 6.5$

4. கணிகருவியைப் பயன்படுத்தி பெறுமதி காணுங்கள்.
நேரம் : 2 நிமிடம்.

a) $73 + 7 + 7 + 7 + 7$ b) $243 + 14 + 14 + 14$
c) $437 - 23 - 23 - 23$ d) $2437 - 61 - 61 - 61$
e) $73 \times 7 \times 7 \times 7$ f) $61 \times 13 \times 13 \times 13$
g) $1728 \div 3 \div 3 \div 3$ h) $161051 \div 11 \div 11 \div 11$

5. கணிகருவியை உபயோகித்து பின்வரும் தொடர்களில் அடுத்த 5 உறுப்புகளை எழுதுங்கள்.

- | | |
|----------------------|---------------------------|
| a) 7, 10, 13, | b) 11, 15, 19, |
| c) 75, 72, 69, | d) 127, 122, 117, |
| e) 3, 6, 12, | f) 1, 3, 9, |
| g) 64, 32, 16, | h) 6561, 2187, 729, |

பயிற்சி 42

1. பின்வருவனவற்றின் பெறுமதியை கணிகருவியைப் பயன்படுத்திக் கணியுங்கள்.

- | | |
|-----------------|---------------------|
| a) 120இன் 20% | b) ரூபா 750 இன் 12% |
| c) 560m இன் 15% | d) 620 kg இன் 23% |

2. பின்வரும் சாதாரண பின்னங்களை கணிகருவியைப் பயன்படுத்தி சதவீதத்தில் காட்டுங்கள்.

- | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| a) $\frac{2}{5}$ | b) $\frac{1}{8}$ | c) $\frac{2}{3}$ | d) $\frac{5}{6}$ |
|------------------|------------------|------------------|------------------|

3. பின்வரும் தசம பின்னங்களை கணிகருவியைப் பயன்படுத்தி சதவீதத்தில் காட்டுங்கள்.

- | | | | |
|--------|---------|----------|---------|
| a) 0.4 | b) 0.23 | c) 0.125 | d) 0.01 |
|--------|---------|----------|---------|

4. பின்வரும் சதவீதங்களை கணிகருவியைப் பயன்படுத்தி தசமமாகக் காட்டுங்கள்.

- | | | | |
|--------|----------|----------|-----------|
| a) 20% | b) 12.5% | c) 0.03% | d) 0.173% |
|--------|----------|----------|-----------|

5. கணிகருவியைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் எண்களின் வர்க்கங்களைக் காணுங்கள்.

- | | | | |
|------|--------|----------|----------|
| a) 8 | b) 6.5 | c) 234.5 | d) 10.73 |
|------|--------|----------|----------|

6. கணிகருவியைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் எண்களின் வர்க்கமூலங்களைக் காணுங்கள்.

- | | | | |
|-------|---------|------|--------|
| a) 36 | b) 2.25 | c) 3 | d) 273 |
|-------|---------|------|--------|

சுட்டிகளும் மடக்கையும்

12.1 மீட்டல்

நாம் கீழ்வகுப்புகளில்

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

என்ற சுட்டி விதிகளைக் கற்று அவை சம்பந்தமான பிரயோகக் கணக்குகளையும் செய்தோம்.

மேற்கூறிய விதிகளின்படி,

$$2^5 \times 2^3 = 2^{5+3} = 2^8 \text{ ஆகும்.}$$

$$3^7 \div 3^5 = 3^{7-5} = 3^2 \text{ ஆகும்.}$$

12.2 பூச்சியச் சுட்டி :

உ+ம் 1: $2^3 \div 2^3$

a. சுட்டி வகுத்தல் விதிப்படி

$$2^5 \div 2^3 = 2^2$$

$$2^4 \div 2^3 = 2^1$$

$$2^3 \div 2^3 = 2^0$$

b. பகுதி தொகுதியாக எழுதிச் சுருக்கினால்

$$\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 2^2$$

$$\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 2^1$$

$$\frac{2^1 \times 2^1 \times 2^1}{2 \times 2 \times 2} = 1$$

எனவே $2^0 = 1$

உதா. 2: $x^3 \div x^3$

a. $x^3 \div x^3 = x^{3-3} = x^0$

b. $x^3 \div x^3 = \frac{x^1 \times x^1 \times x^1}{x^1 \times x^1 \times x^1} = 1$

எனவே $x^0 = 1$

∴ a என்பது பூச்சியம் தவிர்ந்த ஏதும் ஒரு எண்ணாயின் $a^0 = 1$ ஆகும்.

12.3 மறைச் சுட்டிகள் :

a. பின்வரும் கோலத்தை அவதானியுங்கள்.

$$2^4 \div 2^2 = 2^2$$

$$2^3 \div 2^2 = 2^1$$

$$2^2 \div 2^2 = 2^0$$

$$2^1 \div 2^2 = 2^{1-2} = 2^{-1}$$

$$2^1 \div 2^2 = \frac{2^1}{2 \times 2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

எனவே, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ஆகும்.

b. பின்வரும் கோலத்தை அவதானியுங்கள்.

$$\frac{1}{2^{-3}}$$

$$= 1 \div 2^{-3}$$

$$= 2^0 \div 2^{-3}$$

$$= 2^{0-(-3)}$$

$$= 2^3$$

$$\frac{1}{a^{-4}}$$

$$= 1 \div a^{-4}$$

$$= a^0 \div a^{-4} (1 = a^0)$$

$$= a^{0-(-4)}$$

$$= a^4$$

எனவே, $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$ ஆகும்.

12.4 சுட்டி விதிகள் (மேலும்)

$$\begin{aligned}\text{உ+ம் 1: சுருக்குக : } 3a^4 \times 2a^3 \\ &= 3 \times a \times a \times a \times a \times 2 \times a \times a \times a \\ &= 3 \times 2 \times a \times a \times a \times a \times a \times a \\ &= 6a^7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{உ+ம் 2: சுருக்குக : } -2x^3 \times 4x^2 \\ &= (-2) \times x \times x \times x \times 4 \times x \times x \\ &= (-2) \times 4 \times x \times x \times x \times x \times x \\ &= -8x^5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{உ+ம் 3: சுருக்குக : } 6x^5 \div 2x^3 \\ &= \frac{6 \times \cancel{x} \times \cancel{x} \times \cancel{x} \times x \times x}{2 \times \cancel{x} \times \cancel{x} \times \cancel{x}} \\ &= 3x^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{உ+ம் 4: சுருக்குக : } -15x^3 \div 3x \\ &= \frac{-15}{3} x^{3-1} \\ &= -5x^2\end{aligned}$$

12.5 வலுவொன்றின் வலு:

$$\text{உ+ம் 5: } (3^2)^4$$

$$\begin{aligned}(3^2)^4 &= 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \\ &= 3^{2+2+2+2} \\ &= 3^8\end{aligned}$$

$$\text{இதனை } (3^2)^4 = 3^{(2 \times 4)} = 3^8 \text{ எனச் சுருக்கலாம்}$$

$$\begin{aligned} \text{உ+ம் 6: சுருக்குக : } (3a^2)^3 &= 3 \times a \times a \times 3 \times a \times a \times 3 \times a \times a \\ &= 3 \times 3 \times 3 \times a \times a \times a \times a \times a \times a \\ &= 27a^6 \end{aligned}$$

இதனைச் சுருக்கமாக $3^3 (a^2)^3 = 27a^6$ எனக் கணிக்கலாம்.

$$\begin{aligned} \text{உ+ம் 7: சுருக்குக : } (5x^3)^2 &= 5^2 \times (x^3)^2 \\ &= 25 \times x^{3 \times 2} \\ &= 25x^6 \end{aligned}$$

எனவே, $(a^m)^n = a^{mn}$ ஆகும்.

பயிற்சி 43

1. கீழ்க்கண்ட இடங்களை நிரப்புங்கள்.

a) $5^0 = \text{---}$ b) $a^{-1} = 1$ c) $x^0 = \text{---}$
d) $3a^{\text{---}} = 3$ e) $2a^0 = \text{---}$

2. சுருக்குங்கள்.

a) $a^3 \times a^{-3}$ b) $x^4 \div x^4$ c) $2x^0 \times 3$

3. கீழ்க்கண்ட இடங்களை நிரப்புங்கள்.

a) $2^{-2} = \frac{1}{2^{\text{---}}} = \frac{1}{4}$ b) $x^{-3} = \frac{1}{\text{---}^3}$
c) $a^4 \times a^{-3} = \text{---}$ d) $b^5 \div b^{-2} = b^{\text{---}} = b^{\text{---}}$
e) $5^{-7} = \frac{\text{---}}{5^7}$ f) $2x^{-3} = \frac{2}{\text{---}^3}$

4. சுருக்குங்கள்.

a) $(x^2)^3$

b) $(a^{-4})^2$

c) $(y^3)^2 \times (y^2)^4$

d) $(2x^2)^3$

e) $(3a^{-2})^2$

5. கீழ்க்கண்ட இடங்களை நிரப்புங்கள்.

a) $a^3 \times a^4 = a^{\quad}$

b) $x^4 \div x^2 = \quad^2$

c) $p^3 \times p^4 \div p^5 = p^{\quad}$

d) $d^{\quad} \div d^3 = d^4$

e) $2x^3 \times 3x^{\quad} = 6x^5$

f) $10a^7 \div \quad a^3 = 2a^4$

6. சுருக்குங்கள்.

a) $3^5 \div 3^5$

b) $(a^3)^2 \div (a^2)^3$

c) $(2^3)^{-2}$

d) $(a^{-2})^3 \times (a^3)^2$

e) $(5^2)^{-3} \times 5^4$

f) $\frac{a^0 \times a^5}{a^3}$

பயிற்சி 44

1. விடைகளை நேர்ச் சுட்டிகளில் எழுதுங்கள்.

a) 3^{-2}

b) $\frac{1}{2^{-3}}$

c) $\frac{2}{3^{-2}}$

d) $a^{-3} \times a^{-2}$

e) $x^{-4} \times x^4 \times x^{-5}$

f) $3^{-2} \times 3^4 \div 3^{-3}$

g) $(4^{-3})^2$

h) $\frac{4^{-3} \times 4^{-2}}{4^3}$

i) $(-2a^3)^{-2}$

j) $\frac{a^{-2}}{b^{-3}}$

2. சுருக்குங்கள்.

a) $2^3 \times 2^{-2} \times 2^{-1}$

b) $x^{-5} \div x^{-5}$

c) $a^4 \times a^{-3} \div a^{-2}$

d) $\frac{b^6 \times b^5}{b^4}$

e) $3x^2 \times 4x^3 \div 2x^2$

f) $(3x^2)^3$

g) $(-2p^{-3})^2$

h) $\frac{a^{-3}}{a^{-4}}$

i) $2a^{-3}$

j) $(x^{-3})^2 \times (x^2)^3$

3. <, > அல்லது = ஐப் பயன்படுத்தி கீழ்வரும் கூற்றுக்களை உண்மையானவை ஆக்குங்கள்.

a) $2^3 \square 3^2$

b) $3^{-2} \square 3$

c) $3^2 \square \frac{1}{3^{-3}}$

d) $\frac{1}{2^{-3}} \square \frac{1}{3^{-2}}$

e) $(-2)^{-3} \square -\frac{1}{8}$

f) $\frac{1}{(-2)^{-2}} \square \frac{(-2)^{-1}}{2^{-3}}$

12.6 மடக்கைகள்

நாம் கீழ்வகுப்புகளில் ஓர் எண்ணை வேறு எண்களின் அடுக்குகளாக எழுதுவதற்குக் கற்றுள்ளோம்.

$$2^6 = 64 = 4^3 = 8^2$$

$81 = 3^4$ எனச் சுட்டிவடிவில் எழுதலாம். அதாவது 3ஐ அடியாகக் கொண்டால் 3இன் 4ஆம் வலு 81க்குச் சமனாகும்.

இதனை, '81 என்ற எண்ணின் 3ஐ அடியாகக் கொண்ட மடக்கை 4 ஆகும்' எனலாம்.

இதனை மேலும் சுருக்கமாக,
 $\log_3 81 = 4$ எனக் குறிப்பிடலாம்.

$$2^4 = 16 \Leftrightarrow \log_2 16 = 4$$

$$3^3 = 27 \Leftrightarrow \log_3 27 = 3$$

$$10^2 = 100 \Leftrightarrow \log_{10} 100 = 2$$

எனவே, a ஒரு நேர் எண்ணாக இருக்கும்போது

$$a^x = N \Leftrightarrow \log_a N = x \text{ ஆகும்.}$$

மடக்கை பற்றிய கருத்துணர்வு கி.பி 1500 - 1617 காலப் பகுதியில் ஜோன் நேப்பியர் என்ற கணித விற்பன்னரால் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டு கி.பி 1707 - 1783 காலத்தில் வாழ்ந்த லேனாட் ஓயிலர் என்ற கணிதவியலாளரால் விருத்தியாக்கப்பட்டது. இம்முறையைக் கைக்கொண்டு மிகப் பெரிய எண்கள் சம்பந்தமான பெருக்குதல் வகுத்தல் போன்ற செய்கைகளை மிக இலகுவாகச் செய்யலாம்.

பயிற்சி 45

1. கீழுள்ள அட்டவணையைப் பூர்த்தி செய்க.

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}	2^{11}	2^{12}	2^{13}	2^{14}
1	2	4	8				128				2048			16384

2. வினா 1 இல் உள்ள அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றின் பெறுமதி காண்க.

$$\begin{aligned} \text{உ+ம் : } & 4 \times 8 \\ & = 2^2 \times 2^3 \\ & = 2^5 \\ & = 32 \end{aligned}$$

- | | | |
|----------------------------------|---|---|
| a) 8×6 | b) 32×128 | c) 64×64 |
| d) $4 \times 128 \times 32$ | e) $2048 \div 16$ | f) $512 \div 32$ |
| g) $4096 \div 128$ | h) $16384 \div 2048$ | i) $\frac{32 \times 128}{64}$ |
| j) $\frac{2048 \times 512}{256}$ | k) $\frac{128 \times 1024}{512 \times 8}$ | l) $\sqrt{4096}$ |
| m) $512^{\frac{1}{3}}$ | n) $16^2 \times \sqrt{1024}$ | o) $64^{\frac{1}{3}} \times 8^2 \times \sqrt{16}$ |

பயிற்சி 46

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள கூற்றுக்களை மடக்கைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுங்கள்.
- அடி 3 இல் 9இன் மடக்கை
 - அடி 5 இல் 125 இன் மடக்கை
 - அடி 10 இல் 1000இன் மடக்கை
 - அடி a யில் b யின் மடக்கை
2. கீழே தரப்பட்டுள்ள கூற்றுக்களை வாசிக்கும் முறையை எழுதுங்கள்.
- $\log_2 16$
 - $\log_3 81$
 - $\log_4 64$
 - $\log_5 625$
 - $\log_6 36$

3. கீழே தரப்பட்டவற்றை மடக்கைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுங்கள்.
- a) $2^5 = 32$ b) $7^3 = 343$ c) $10^2 = 100$
d) $5^0 = 1$ e) $a_b = c$

பயிற்சி 47

1. பின்வரும் எண்களை 3இன் வலுக்களாக எழுதிப் பின் அவற்றை அடி மூன்றின் மடக்கைகளாகத் தருக.

$$\begin{aligned} \text{உ-ம் : } 81 &= 3^4 \\ \therefore \text{மட}_3 81 &= 4 \end{aligned}$$

- a) 27 b) 243 c) 3
d) 2187 e) 19683 f) 1
g) 729 h) $\frac{1}{9}$
2. கீழுள்ள ஒவ்வொன்றும், குறிப்பிட்ட எண்கள் சிலவற்றின் அடி இரண்டிற்கான மடக்கைகள். அவ்வெண்களைக் காண்க.

- a) 3 b) 7 c) 1 d) 8

3. பின்வரும் பெறுமதிகளைக் காண்க.

- a) $\text{மட}_2 16$ b) $\text{மட}_3 27$ c) $\text{மட}_5 125$ d) $\text{மட}_{10} 100$
e) $\text{மட}_2 128$ f) $\text{மட}_4 64$ g) $\text{மட}_{10} 1000$ h) $\text{மட}_7 343$

13.1 நான்கு அடிப்படை ஒழுக்குகள்

1. நிலைத்த புள்ளி ஒன்றிலிருந்து மாறாத் தூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு, அந் நிலைத்த புள்ளியை மையமாகவும், மாறாத் தூரத்தை ஆரையாகவும் கொண்டு வரையப்படுகின்ற வட்டமாகும்.
2. இரு நிலைத்த புள்ளிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு, அப்புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோட்டின் செங்குத்து இருகூறாக்கியாகும்.
3. ஒரு நிலைத்த நேர்கோட்டிலிருந்து மாறாத் தூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு, அந்நேர்கோட்டிற்குச் சமாந்தரமாக அந்நேர்கோட்டிலிருந்து அம்மாறாத் தூர இடைவெளியில் இருபக்கமும் அமைந்த நேர்கோடுகளாகும்.
4. இரு சமாந்தரமற்ற நேர்கோடுகளுக்கிடையில் சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு, இரு நேர்கோடுகளுக்கும் இடைப்பட்ட கோணத்தின் இருசம கூறாக்கியாகும்.

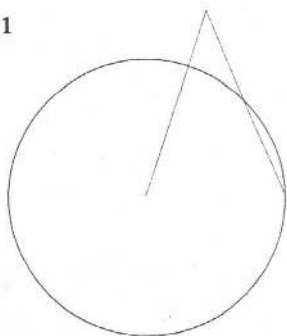
13.2 கோடுகள் சம்பந்தமான அமைப்பு

வெளிப்புள்ளி ஒன்றிலிருந்து நேர்கோடு ஒன்றிற்குச் செங்குத்து வரைதல்.

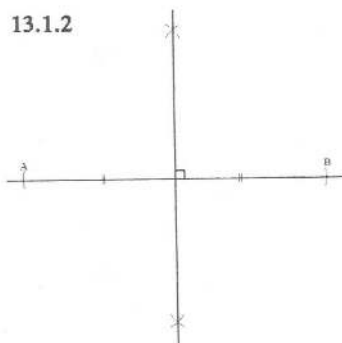
13.3 கோண அமைப்புகள் :

1. 60° கோணம் அமைத்தல்.
2. 90° கோணம் அமைத்தல்.
3. 30° கோணம் அமைத்தல்.
4. 45° கோணம் அமைத்தல்.
5. தரப்பட்ட கோணத்திற்குச் சமனான கோணம் அமைத்தல்.

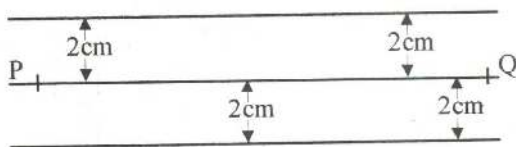
13.1.1



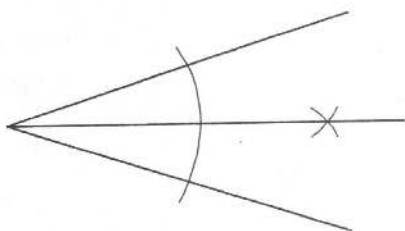
13.1.2



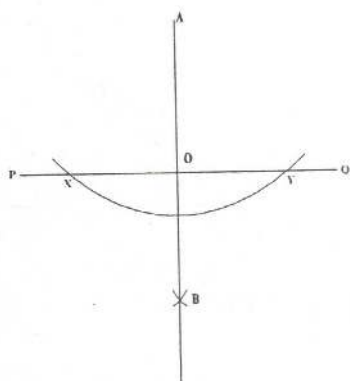
13.1.3



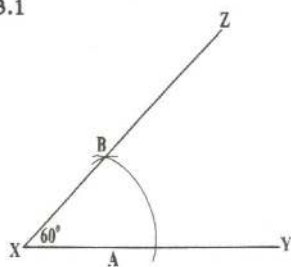
13.1.4



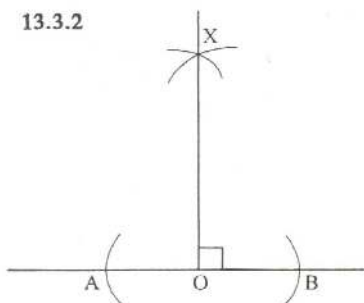
13.2



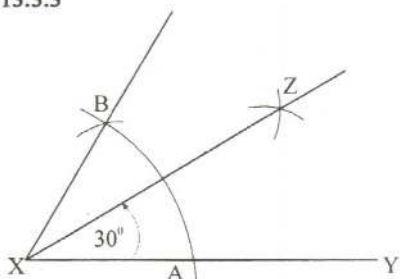
13.3.1



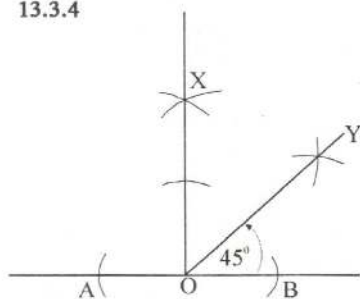
13.3.2



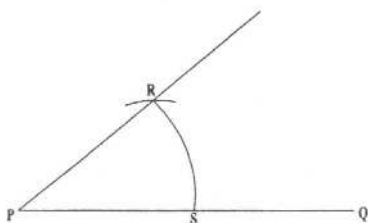
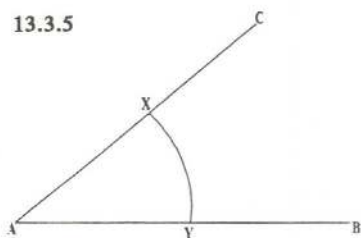
13.3.3



13.3.4



13.3.5



$$\hat{XAY} = \hat{RPS}$$

பயிற்சி 48

1. ஒரு சிறுவன் ஒரு கல்லைக் கயிற்றில் கட்டிக் கிடையாகச் சுழற்றுகிறான். கல்லின் ஒழுக்கை விபரியுங்கள்.
2. ஒரு காற்றாடி (Fan) யின் சிறகு ஒன்றில் ஒரு கரும்புள்ளி உள்ளது. காற்றாடி சுழலும்போது கரும்புள்ளியின் ஒழுக்கை விபரியுங்கள்.
3. பயிற்சிப் புத்தகத்தின் நடுவில் ஒரு புள்ளியைக் குறியுங்கள். அதற்கு O எனப் பெயரிடுங்கள். O வை மையமாக உடையதும் 5cm ஆரையைக் கொண்டதுமான வட்டத்தை வரையுங்கள். பரிதியில் X என்ற புள்ளியைக் குறியுங்கள். X இலிருந்து அதிக தூரத்திலும் அதேநேரம் வட்டத்தின் பரிதியிலும் அமையும் புள்ளி Y ஐக் காணுங்கள்.
4. a) XYZ என்ற ஒரு கூர்ங்கோணம் அமையுங்கள்.
b) X,Y என்ற புள்ளிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் அமையும் புள்ளியின் ஒழுக்கை வரையுங்கள்.
c) Z இலிருந்து 4cm தூரத்தில் அமையும் புள்ளியின் ஒழுக்கை வரையுங்கள்.
d) இரு ஒழுக்குகளும் இடைவெட்டும் புள்ளிகளை P,Q எனக் குறியுங்கள்.
5. பயிற்சிப் புத்தகத்தில் ஒன்றுக்கொன்று 6cm தூரத்தில் A,B என்ற இரு புள்ளிகள் குறியுங்கள். A யிலிருந்து 4cm தூரத்திலும் B யிலிருந்து 5cm தூரத்திலுமுள்ள இரு புள்ளிகளைக் காணுங்கள்.

பயிற்சி 49

1. உங்கள் பயிற்சிப் புத்தகத்தில் ஒன்றுக்கொன்று 10cm தூரத்தில் P,Q என இரு புள்ளிகளைக் குறியுங்கள். அவற்றை இணையுங்கள். P யிலிருந்தும் Q விலிருந்தும் எப்போதும் சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கை வரையுங்கள்.
2. PQ என்ற 6cm நீளமுள்ள வரையை வரையுங்கள். PQ வின் இருசமவெட்டிச் செங்குத்தை வரையுங்கள்.

3. AB, CD என்ற இரு வரைகளை ஒன்றையொன்று O வில் வெட்டும்படி வரையுங்கள். \hat{AOC}, \hat{BOC} ஆகிய இரு கோணங்களையும் இருசமசுறிடுங்கள். கீறப்பட்ட இருசமசுறாக்கிகள் தமக்கிடையே எத்தகைய கோணத்தை அமைக்கின்றன?
4. a) $XY = 6.8\text{cm}$ நீளமுள்ளதாக நேர்கோட்டினை வரையுங்கள்.
 b) இதன் செங்குத்து இருசுறாக்கியை வரையுங்கள். அதனை AB எனவும் அது XYஐ வெட்டும் புள்ளியை O எனவும் குறிப்பிடுங்கள்.
 c) XO, YO என்பவற்றை அளவிடுங்கள்.
 d) \hat{AOX}, \hat{AOY} என்பவற்றை அளவிடுங்கள்.
5. a) 6.5cm நீளமுள்ள PQ எனும் வரையை வரையுங்கள்.
 b) அதில் R என்ற ஒரு புள்ளியைக் குறியுங்கள்.
 c) PQ லுக்கு R எனும் புள்ளியில் RX என்ற செங்குத்தை வரையுங்கள்.
 d) \hat{XRQ} வை அளவிட்டுக் குறியுங்கள்.
6. ABC என்ற 4cm பக்கங்களுடைய ஒரு சமபக்க முக்கோணி வரைந்து அதில் AC யிலிருந்து 2cm தூரத்திலும் BA, BC யிலிருந்து சமதூரத்திலுள்ளதுமான புள்ளி X ஐக் காணுங்கள்.
7. ஒன்றுக்கு ஒன்று 5cm தூரத்திலுள்ள இரு புள்ளிகள் X, Y என்பவற்றைக் குறியுங்கள். X இலிருந்து 4cm தூரத்தில் உள்ளனவாயும், Y யிலிருந்து 4cm தூரத்தில் குறையாதனவாயுமுள்ள புள்ளிகளின் ஒழுக்கைக் குறித்துக் காட்டுங்கள்.
8. உமது கொப்பியில் ஒரே நேர்கோட்டில் இல்லாத A, B, C என்ற 3 புள்ளிகளைக் குறியுங்கள். அம்மூன்று புள்ளிகளிலிருந்தும் சமதூரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளி X ஐக் காணுங்கள்.

பயிற்சி 50

1. a) $\hat{X}YZ = 60^\circ$ உம் $XY = 8\text{cm}$, $YZ = 7\text{cm}$ உம் ஆக அமைய XYZ என்ற கோணத்தை அமையுங்கள்.
 b) Y, Z என்ற புள்ளிகளின் மீது சமதூரத்திலும் XY என்ற கோட்டிலும் இருக்கும் புள்ளி M ஐக் குறியுங்கள்.
2. a) $AB = 6\text{ cm}$, $\hat{A}BC = 60^\circ$, $BC = 7\text{cm}$ ஆக அமைய ABC என்ற முக்கோணியை அமையுங்கள்.
 b) AB, BC என்னும் வரைகளின் இருசமவெட்டிச் செங்குத்துகளை வரையுங்கள்.
 c) அவை ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளியை O எனக் குறியுங்கள்.
 d) O வை மையமாகவும் OA ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டத்தை வரையுங்கள்.
 e) அவ்வட்டம் B, C என்ற புள்ளிகளினூடு செல்கின்றதா?
3. a) $PQ = 8\text{ cm}$ ஆன கிடையான நேர்கோட்டை வரையுங்கள்.
 b) அதன் புறத்தே R என்ற புள்ளியைக் குறியுங்கள்.
 c) R இனூடாக PQ வுக்கு SR என்ற சமாந்தரவரையை வரையுங்கள்.
4. ஒரு கிடையான தரையில் A, B என்னும் இரு புள்ளிகள் 10m இடைதூரத்தில் உள்ளன. A யிலிருந்து 8m தூரத்திலும் B யிலிருந்து 6m தூரத்திலும் அமையும்படி ஒரு பூஞ்செடி நாட்டவேண்டும். இந்த நிபந்தனைக்கு ஏற்ப எத்தனை இடங்களில் பூஞ்செடிகள் நாட்டலாம்.
5. $AB = 8\text{cm}$; $BC = 6\text{cm}$ அளவுள்ள $ABCD$ என்ற செவ்வகத்தை வரையுங்கள். AB, DC என்னும் இரு வரைகளிலுமிருந்து எப்போதும் 3cm தூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கைக் கீறுங்கள்.
6. நான் ஒரு மண்டபத்தின் வடக்குச் சுவரைத் தொட்டுக்கொண்டு கிழக்கு மேற்காக அசைகின்றேன். நான் செல்லும் ஒழுக்கை விபரியுங்கள்.

7. RQ என்ற ஒரு நேர்வரை வழியே P என்ற புள்ளி நகர்கிறது. A, B என்ற இரு நிலையான புள்ளிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் P இருக்குமாறு ஒரு நிலையைக் குறியுங்கள்.
8. A, B என்பன ஒரு வட்டத்தினுள்ளே அமைந்த இரு புள்ளிகளாகும். A யிலும் B யிலும் இருந்து சமதூரத்திலும் வட்டத்தின் பரிதியிலும் அமையும் இரு புள்ளிகள் X, Y என்பவற்றைக் குறியுங்கள்.

பயிற்சி 51

1. a) PQR என்ற ஏதாவது ஒரு கோணம் அமையுங்கள்.
b) P, Q எனும் புள்ளிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கை வரையுங்கள்.
QR இலிருந்து 2cm தூரத்தில் P யின் பக்கத்தில் அமைந்த புள்ளியின் ஒழுக்கை வரையுங்கள்.
c) இரு ஒழுக்குகளும் இடைவெட்டும் புள்ளியை O எனக் குறியுங்கள்.
2. 6cm நீளமுள்ள AB என்ற நேர்வரை வரையுங்கள். முக்கோணி ABC யின் பரப்பளவு 12cm^2 ஆக அமையும்படி புள்ளி C யின் ஒழுக்கை வரையுங்கள்.
3. ABC ஒரு கூர்ங்கோணம். BA, BC எனும் இரு கோடுகளிலுமிருந்து சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளியின் ஒழுக்கு யாது?
4. a) 74° அளவுள்ள \hat{ABC} ஐ அமைக்க.
b) அதன் இருகூறாக்கி BO வை அமைக்க.
c) \hat{ABO} வை அளவிடுக.

பயிற்சி 52

1. a) ABC என்ற ஏதாவது ஒரு கூர்ங்கோணம் அமையுங்கள்.
b) உச்சி B ஐ மையமாகக் கொண்டு BA ஐயும் BC ஐயும் வெட்டும்படி ஒரு வில் வரையுங்கள்.

- c) வெட்டும் புள்ளிகளை X, Y எனக் குறியுங்கள்.
- d) X இலிருந்தும் Y யிலிருந்தும் கோணம் ABC யினுள் ஒன்றையொன்று வெட்டும்படி சம ஆரையுடைய இரு விற்கள் வரையுங்கள்.
- e) வெட்டும் புள்ளியை O எனக் குறியுங்கள்.
- f) BO வை இணையுங்கள்.
- g) BO பற்றி யாது கூற முடியும்?
2. a) $PQ = 10\text{cm}$, $QR = 9\text{cm}$, $PR = 8\text{cm}$ ஆக அமைய PQR என்ற முக்கோணி அமையுங்கள்.
- b) \hat{QPR} , \hat{PQR} என்பவற்றை இருசமகூறிடுங்கள்.
- c) அவை சந்திக்கும் புள்ளியை Y எனக் குறிப்பிடுங்கள்.
- d) RY ஐ இணையுங்கள்.
- e) \hat{PRY} , $\hat{QR Y}$ என்பவற்றை அளவிட்டுக் குறியுங்கள்.
- f) இரு கோணங்களும் பருமனில் சமனா?
- g) Y என்னும் புள்ளியை எந்த விசேட சொல்லால் குறிப்பிடலாம்?
3. a) $QR = 7\text{cm}$, $\angle PQR = 60^\circ$, $\angle PRQ = 75^\circ$ ஆக அமைய PQR என்ற முக்கோணி அமையுங்கள்.
- b) \hat{PQR} ஐ இருசமகூறிடுங்கள்.
- c) \hat{PRQ} ஐ இருசமகூறிடுங்கள்.
- d) இருசமவெட்டிகள் சந்திக்கும் புள்ளியை O எனக் குறியுங்கள்.
- e) O விலிருந்து PR க்கு செங்குத்து வரையுங்கள்.
- f) அது PQ வைச் சந்திக்கும் புள்ளியை A எனக் குறியுங்கள்.
- g) OA ஐ ஆரையாகக் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரையுங்கள்.
4. a) PQR என்ற ஏதாவது ஒரு முக்கோணி அமையுங்கள்.
- b) \hat{PQR} ஐ இருசமகூறிடுங்கள்.
- c) \hat{PRQ} ஐ இருசமகூறிடுங்கள்.
- d) அவை ஒன்றையொன்று சந்திக்கும் புள்ளியை O எனக் குறியுங்கள்.
- e) \hat{QPR} , \hat{QOR} என்பவற்றை அளவிடுங்கள்.
- f) \hat{QOR} , \hat{QPR} இலும் எத்தனை பாகை கூடியது?

எளிய சமன்பாடுகள்

14.1 சமன்பாடு என்பது.

$4x + 1 = 7$ என்பது ஒரு சமன்பாடு ஆகும் எனவும், அதற்கு இரண்டு பக்கங்கள் உள்ளன எனவும், இச்சமன்பாட்டில் x இன் பெறுமதி காண்பது சமன்பாட்டைத் தீர்த்தல் ஆகும் எனவும் கீழ்வகுப்புகளில் கற்றோம்.

சமன்பாட்டின் இடது பக்கத்தில் ஏதேனும் மாற்றம் செய்யப்பட்டால் அதே மாற்றம் வலது பக்கத்திற்கும் செய்யப்படல் வேண்டும். அப்போதுதான் சமன்பாடு கெடாமல் இருக்கும்.

$$\underline{\text{உ+ம் 1: தீர்க்க:}} \quad 4x + 1 = 11$$

$$4x + 1 = 11$$

$$4x = 11 - 1 \text{ ---1 ஐ இருபக்கங்களிலுமிருந்து கழிக்க.}$$

$$4x = 10$$

$$x = 2\frac{1}{2} \text{ --- இருபக்கங்களையும் 4ஆல் வகுக்க.}$$

* x க்கு $2\frac{1}{2}$ என்ற பெறுமானத்தையிட்டு வாய்ப்புப் பார்க்க.

$$(4 \times 2\frac{1}{2}) + 1 = 10 + 1 = 11$$

எனவே தீர்வு $2\frac{1}{2}$ ஆகும்

$$\underline{\text{உ+ம் 2: தீர்க்க:}} \quad 7 - 3x = 9$$

$$7 - 3x = 9$$

$$-3x = 9 - 7 \text{ ---7ஐ இருபக்கங்களிலுமிருந்து கழிக்க.}$$

$$x = -\frac{2}{3} \text{ --- இருபக்கங்களையும் -3ஆல் வகுக்க.}$$

* x க்கு $-\frac{2}{3}$ என்ற பெறுமானத்தையிட்டு வாய்ப்புப் பார்க்க.

$$7 - (3 \times -\frac{2}{3}) = 7 + 2 = 9$$

எனவே தீர்வு $-\frac{2}{3}$ ஆகும்.

உ+ ம் 3: தீர்க்க: $15 = 8 - 3x$

$15 = 8 - 3x$ [அட்சரங்கள் கொண்ட கணியங்களை ஒரு பக்கமும் எண்கணியங்களை மறுபக்கமும் கொண்டு செல்க.]

$$15 - 8 = -3x$$

$$7 = -3x$$

$$-\frac{7}{3} = x \quad \text{இருபக்கங்களையும் } -3\text{ஆல் வகுக்க}$$

$$-2\frac{1}{3} = x$$

$$x = -2\frac{1}{3}$$

பயிற்சி 53

கீழுள்ள சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து தீர்வைப் பிரதியிட்டு வாய்ப்புப் பார்க்க.

1. $4x + 3 = 23$

2. $5x - 1 = 24$

3. $6x = 5$

4. $5c - 1 = -13$

5. $8 - x = 6$

6. $4 - 5y = 12$

7. $-5x = 12$

8. $3 - 5x = 12$

9. $4x - 3 = 7$

10. $2 - 3x = 17$

11. $7 = 3x + 2$

12. $15 = 3 - 2x$

13. $11 - 5x = 4$

14. $-13 = 5 - 6p$

15. $23 = 3 - 5x$

14.2 தெரியாக் கணியம் பின்னமாக இருக்கும் போது

சில சமயங்களில் தெரியாக் கணியத்தின் குணகம் பின்னமாக இருக்கும்.

உதாரணமாக $\frac{1}{2}x - 5 = 2$ என்ற சமன்பாட்டை எடுப்போம்.

சமன்பாட்டின் இடது பக்கத்தில் ஏதேனும் மாற்றம் செய்யப்பட்டால் அதே மாற்றம் வலது பக்கத்திற்கும் செய்யப்படல் வேண்டும். அப்போதுதான் சமன்பாடு கெடாமல் இருக்கும்.

உ+ ம் 4: முறை 1

$$\frac{1}{2}x - 5 = 2$$

$$\frac{1}{2}x = 2 + 5 \quad (\text{இரு பக்கங்களுக்கும் } 5\text{ஐக் கூட்டுக})$$

$$\frac{1}{2}x = 7$$

$$x = 14 \quad (\text{இரு பக்கங்களையும் } 2\text{ஆல் பெருக்குக})$$

முறை 2

$$\frac{1}{2}x - 5 = 2$$

$$x - 10 = 4 \text{ (இரு பக்கங்களையும் 2ஆல் பெருக்குக)}$$

$$x = 4 + 10 \text{ (இரு பக்கங்களுக்கும் 10ஐக் கூட்டுக)}$$

$$x = 14$$

பயிற்சி 54

கீழுள்ள சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து தீர்வைப் பிரதியிட்டு வாய்ப்புப் பார்க்க.

1. $\frac{1}{4}x + 3 = 5$

2. $\frac{1}{3}x - 6 = 4$

3. $\frac{x}{3} - 4 = 1$

4. $\frac{3}{4}x + 3 = 6$

5. $\frac{2}{5}x - 3 = -2$

6. $4 - \frac{x}{2} = 3$

7. $5 - \frac{2}{3}x = 2$

8. $3 - \frac{3x}{4} = 7$

9. $\frac{2x}{3} - 1 = 4$

14.3 தெரியாக் கணியம் (நேர்) இருபக்கங்களிலும் இருக்கும் போது.

உ+ம் 5: தீர்க்க: $8p - 7 = 6p + 6$

$$8p - 6p - 7 = 6 \text{ (இரு பக்கங்களிலுமிருந்து } 6p \text{ ஐக் கழிக்க)}$$

$$2p - 7 = 6$$

$$2p = 6 + 7 \text{ (இரு பக்கங்களுக்கும் 7ஐக் கூட்டுக)}$$

$$2p = 13$$

$$p = \frac{13}{2} = 6\frac{1}{2} \text{ (இரு பக்கங்களையும் 2ஆல் வகுக்க)}$$

சமன்பாடு $8p - 7 = 6p + 6$ இல் $p = 6\frac{1}{2}$ என்ற பெறுமானத்தை பிரதியிட்டு வாய்ப்புப் பார்க்க

இடதுபக்கம் : $(8 \times 6\frac{1}{2}) - 7 = 52 - 7 = 45$

வலதுபக்கம் : $(6 \times 6\frac{1}{2}) + 6 = 39 + 6 = 45$

எனவே தீர்வு $p = 6\frac{1}{2}$ ஆகும்.

இரு பக்கங்களிலும் தெரியாக் கணியங்கள் உள்ள சமன்பாடுகளில் தெரியாக் கணியங்கள் ஒரு பக்கத்திலும் எண்கள் ஒரு பக்கத்திலும் வருமாறு மாற்றியமைக்க.

பயிற்சி 55

கீழுள்ள சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து தீர்வைப் பிரதியிட்டு வாய்ப்புப் பார்க்க.

1. $6a + 2 = 2a + 10$
2. $7f + 8 = f + 20$
3. $4m - 5 = 7 + 2m$
4. $4y + 3 = 31 + 3y$
5. $p + 6 = 30 + 3p$
6. $6x - 5 = 4x + 1$
7. $2a + 3 = 7a - 1$
8. $5x + 1 = 2x - 5$
9. $7x - 3 = 4x + 8$
10. $9y + 8 = 4y - 3$

14.4 தெரியாக் கணியம் (மறை) இருபக்கங்களிலும் இருக்கும் போது

உ + ம் 6: தீர்க்க: $5x + 4 = 2 - x$ [இங்கு ஒரு பக்கத்தில் மட்டும் மறை]
 $5x + x + 4 = 2$ (இரு பக்கங்களுக்கும் x ஐக் கூட்டுக)
 $6x + 4 = 2$
 $6x = 2 - 4$ (இரு பக்கங்களிலுமிருந்து 4ஐக் கழிக்க)
 $6x = -2$
 $x = -\frac{2}{6}$ (இரு பக்கங்களையும் 6ஆல் வகுக்க)
 $x = -\frac{1}{3}$

உ + ம் 7: தீர்க்க: $12 - 5x = 17 - 3x$
 $12 = 17 - 3x + 5x$ (இரு பக்கங்களுக்கும் $5x$ ஐக் கூட்டுக)
 $12 = 17 + 2x$
 $12 - 17 = 2x$ (இரு பக்கங்களிலுமிருந்து 17ஐக் கழிக்க)
 $-5 = 2x$
 $-\frac{5}{2} = x$ (இரு பக்கங்களையும் 2ஆல் வகுக்க)
 $-2\frac{1}{2} = x$
எனவே, $x = -2\frac{1}{2}$

பயிற்சி 56

கீழுள்ள சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து, தீர்வைப் பிரதியிட்டு வாய்ப்புப் பார்க்க.

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| 1. $4m - 5 = 7 - 2m$ | 2. $31 - 3y = 4y + 3$ | 3. $p + 6 = 30 - 3p$ |
| 4. $2 - 5x = 3x + 14$ | 5. $3x + 4 = 7 - 3x$ | 6. $5 - 6b = 8 - 2b$ |
| 7. $9 - 6c = 3 - c$ | 8. $8 - 2x = 1 - 5x$ | 9. $7 - 8a = 4 - 3a$ |

14.5 அடைப்புக்குறிகள் உள்ள சமன்பாடுகள்

உ+ம் 8: தீர்க்க: $3(x - 4) = 6$

$$3x - 12 = 6 \text{ (அடைப்புக்குறியை நீக்குக)}$$

$$3x = 6 + 12 \text{ (இரு பக்கங்களுக்கும் 12ஐக் கூட்டுக)}$$

$$3x = 18$$

$$x = 6 \text{ (இரு பக்கங்களையும் 3ஆல் வகுக்க)}$$

உ+ம் 9: தீர்க்க: $3(x + 8) = 27x - 6$

வழமையாக முதலில் அடைப்புக்குறியை நீக்கி, பின் தொடர்ந்து செயற்பட வேண்டும். இங்கு, வலதுபக்கத்திலுள்ள இரு உறுப்புகளும் 3ஆல் வகுபடும் ஆனதால் பின்வருமாறு தொடரலாம்.

$$x + 8 = 9x - 2 \text{ (இரு பக்கங்களையும் 3ஆல் வகுக்க)}$$

$$x + 8 + 2 = 9x \text{ (இரு பக்கங்களுக்கும் 2ஐக் கூட்டுக)}$$

$$x + 10 = 9x$$

$$10 = 9x - x \text{ (இரு பக்கங்களிலிருந்தும் } x \text{ ஐக் கழிக்க)}$$

$$10 = 8x$$

$$x = 1.25 \text{ (இரு பக்கங்களையும் 8ஆல் வகுக்க)}$$

பயிற்சி 57

கீழுள்ள சமன்பாடுகளைத் தீருங்கள்.

- $2(x + 3) = 6$
- $3(a - 2) = 15$
- $2(2x - 3) = 4$
- $5(x + 2) = 2x + 16$
- $7(x + 3) = 5x + 29$

6. $2(3p - 4) = 5(p - 1)$
7. $7(x - 3) = 3(x + 5)$
8. $2(13 - 2x) = 9(9 + 2x)$
9. $6 + (5x - 7) - 2(3x + 4) = 7(x + 1)$
10. $2(7x - 4) + (5 - 9x) = 1 - 3x$
11. $2(4 - x) - 3(x - 7) - 1 = 16x$
12. $4(x - 3) - 3(3 - x) = 5(x + 2) - 9(8 - x) + 20$

14.6 இருவகை அடைப்புக்குறிகள் உள்ள சமன்பாடுகள்

உ+ம் 10: தீர்க்க: $6 - \{2x - (3x - 4) - 1\} = 0$
 $6 - \{2x - 3x + 4 - 1\} = 0$ (முதலில் () ஐ நீக்குதல்)
 $6 - \{3 - x\} = 0$ { } உள் உள்ளதைச் சுருக்குதல்
 $6 - 3 + x = 0$ { } ஐ நீக்குதல்
 $x + 3 = 0$
 $x = -3$

பயிற்சி 58

கீழுள்ள சமன்பாடுகளைத் தீருங்கள்.

1. $3x - \{2x + 3(x - 1) - 2\} = 7$
2. $4a - \{2a - (3a + 4) - 5\} = a - 3$
3. $2x - 5\{7 - (x - 6) + 3x\} - 28 = 39$
4. $5a - 2\{3a - (5 - a) - 3\} = 4a - 5$

14.7 பின்னங்கள் அடங்கிய சமன்பாடுகள்

உ+ம் 11: தீர்க்க: $\frac{7(2x+3)}{5} = 21$

முதலில் பின்னம் இல்லாமல் ஆக்குவோம்.

இரு பக்கமும் 5ஆல் பெருக்குக : $7(2x + 3) = 105$

இரு பக்கமும் 7ஆல் வகுக்க : $2x + 3 = 15$ (வலது பக்கம் 7ஆல் வகுபடும் ஆனதால்)

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

$$\text{உ+ம் 12: தீர்க்க: } \frac{1}{3}(x+5) - \frac{1}{2}(2x+1) = 1$$

பின்னங்களின் பகுதி எண்களின் பொ.ம.சி யால் இரு பக்கங்களையும் பெருக்குக.

$$^2 6 \times \frac{1}{3}(x+5) - ^3 6 \times \frac{1}{2}(2x+1) = 6 \times 1$$

$$2(x+5) - 3(2x+1) = 6$$

$$2x+10 - 6x-3 = 6$$

$$7-4x = 6$$

$$-4x = -1$$

$$x = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$$

பயிற்சி 59

தீர்க்க :

$$1. \frac{x}{2} + 3 = 5$$

$$2. \frac{a}{4} - 3 = 5$$

$$3. \frac{a+1}{2} = 5$$

$$4. \frac{x+3}{4} = \frac{2x-3}{5}$$

$$5. \frac{x+3}{3} = \frac{x}{5} + 3$$

$$6. \frac{2(2x-3)}{3} = 4$$

$$7. \frac{3(4x-1)}{2} = 3$$

$$8. 5\left(\frac{x}{3} - 3\right) = 40$$

$$9. \frac{a}{4} - 6 = 1 - 2a$$

$$10. 3(2x-10) = \frac{4x-7}{2}$$

$$11. \frac{2(3x-2)}{4} + 1 = 6$$

$$12. \frac{3(2x+1)}{4} = 6$$

$$13. \frac{x}{4} - \frac{5x+8}{6} = \frac{2x-9}{3}$$

$$14. \frac{3x-1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{x}{4} + \frac{2x+1}{5}$$

$$15. \frac{7x-4}{15} + \frac{x-1}{3} = \frac{3x-1}{5} - \frac{7+x}{10}$$

$$16. \frac{1}{3}(x+1) + \frac{1}{4}(x+3) = \frac{1}{5}(x+4) + 16$$

14.8 சமன்பாடுகளை ஆக்குதலும், தீர்த்தலும்.

அருணேஸின் வயது x வருடங்கள். அவனது சகோதரி அவந்திகாவின் வயது $(5x - 12)$ வருடங்கள். அவந்திகா அருணேஸிலும் இருமடங்கு வயதுடையவளாயின்.

- அவர்களின் வயதுகளைத் தொடர்புபடுத்தி ஒரு சமன்பாடு எழுதுக.
- அதனைத் தீர்க்க.
- அவந்திகாவின் வயது யாது?

விடை : a) $5x - 12 = 2x$

b) $5x - 2x = 12$

$3x = 12$

$x = 4$

c) \therefore அவந்திகாவின் வயது $= 4 \times 2 = 8$ வருடங்கள்.

பயிற்சி 60

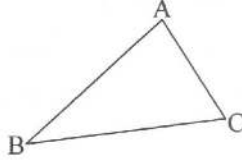
பின்வரும் தரவுகளுக்கு சமன்பாடுகளை ஆக்கித் தீர்த்து வாய்ப்புப் பாருங்கள்.

- ஒரு தொகையின் 4 மடங்கு மற்றைய தொகையின் 6 மடங்கிலும் 2 கூட இருக்கும்படி 18 மாபிள்களைப் பகிரவும்.
- இரு எண்களின் வித்தியாசம் 72 ஆகும். பெரிய எண்ணை சிறிய எண்ணால் வகுக்கும்போது 6 உம் மிகுதி 2 உம் ஆகும். எண்களைக் காண்க.
- தற்போது ஒரு தந்தையின் வயது அவரது மகனின் வயதின் 6 மடங்கிலும் 1 வருடம் கூடியது. 11 வருடங்களின் பின்னர் அவர்களின் வயதுகள் 12:5 ஆக இருக்கும். தந்தையின் தற்போதைய வயதைக் காண்க.
- ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் இலக்கங்களின் வித்தியாசம் 3. அந்த எண்ணினதும் இலக்கங்களை முன்பின்னாக மாற்றிய எண்ணினதும் கூட்டுத்தொகை 121. எண்ணைக் காண்க.

5. A பெறுவதின் 3 மடங்கு பணம் B பெறுவதின் 7 மடங்கு பணத்திற்குச் சமனாகுமாறு ரூபா 500ஐ A,B என்பவர்களுக்கு இடையில் பங்கிடுங்கள்.
6. $\frac{5}{9}$ என்ற பின்னத்தின் பகுதிக்கும் தொகுதிக்கும் ஓர் எண் கூட்டப்பட்டபோது பின்னம் $\frac{2}{3}$ ஆனது. கூட்டப்பட்ட எண் எது?
7. நடு எண்ணின் 3 மடங்கு, முதலாம் மூன்றாம் எண்களின் கூட்டுத் தொகையிலும் 22 கூட இருக்கும்படி அடுத்துள்ள மூன்று எண்களைக் காண்க.
8. ஒருவன் ரூபாவுக்கு 5 இனிப்புகள் வீதம் வாங்கி, ஒரு டசின் இனிப்புகளை ரூபா 2.75 படி விற்பதால் ரூபா 10.50 இலாபம் அடைந்தான். அவன் வாங்கிய இனிப்புகள் எத்தனை?
9. A என்பவன் B யிலும் 3 வருடம் மூத்தவன். 8 வருடங்களுக்கு முன் A யின் வயதின் $\frac{5}{6}$ பங்கு, B யின் வயதின் $\frac{3}{5}$ பங்கிலும் 6 வருடம் கூடியதாக இருந்தது. அவர்களது தற்போதைய வயதுகளைக் காண்க.

முக்கோணிகள்

மூன்று நேர்வரைகளால் உள்ளமைக்கப்பட்ட வடிவம் முக்கோணியாகும்.



மேலுள்ளது முக்கோணி ABC.

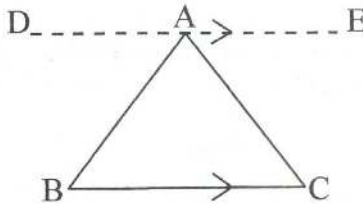
இதற்கு AB, BC, AC என்ற மூன்று பக்கங்களும் \hat{BAC} , \hat{ABC} , \hat{ACB} என்ற மூன்று கோணங்களும் உள்ளன.

நாம் தரம் 8இல் ஒரு முக்கோணியை வரைந்து, அதை வெட்டியெடுத்து, மூன்று துண்டங்களாகக் கிழித்து, மூன்று கோணங்களையும் ஓர் உச்சியில் பொருந்தச் செய்து ஒரு முக்கோணியின் மூன்று கோணங்களும் சேர்ந்து 180° ஆகும் எனச் செயல்முறையில் காட்டியுள்ளோம்.

அதே கருத்துணர்வை இப்போது முறைப்படி நிறுவுவோம்.

15.1

தேற்றம் 2



தரவு : ABC ஒரு முக்கோணி.

மேற்கோள் : (நிறுவவேண்டியது)

$$\hat{ABC} + \hat{BAC} + \hat{ACB} = 2 \text{ செங்கோணங்கள்.}$$

கருவி : A என்னும் புள்ளியூடாக DE என்னும் நேர்வரையை BCக்கு சமாந்தரமாக வரைக.

நிறுவல் : $\hat{DAB} = \hat{ABC}$ ($DE \parallel BC$; ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$\hat{EAC} = \hat{ACB}$ ($DE \parallel BC$; ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$\therefore \hat{DAB} + \hat{EAC} = \hat{ABC} + \hat{ACB}$ (சமன்களை சமன்களுடன் கூட்டுவதால்)

இரு பக்கங்களுக்கும் \hat{BAC} ஐக் கூட்டுக.

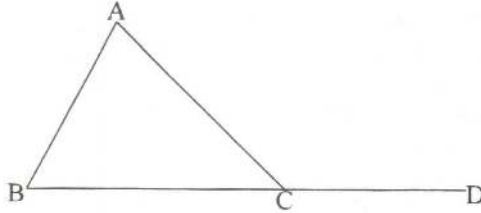
அதாவது, $\hat{DAB} + \hat{EAC} + \hat{BAC} = \hat{ABC} + \hat{ACB} + \hat{BAC}$

ஆனால் $\hat{DAB} + \hat{EAC} + \hat{BAC} = 2$ செங்கோணங்கள். (ஒரு நேர்கோட்டு அடுத்துள்ள கோணங்கள்)

$\therefore \hat{ABC} + \hat{ACB} + \hat{BAC} = 2$ செங்கோணங்கள்.

15.2

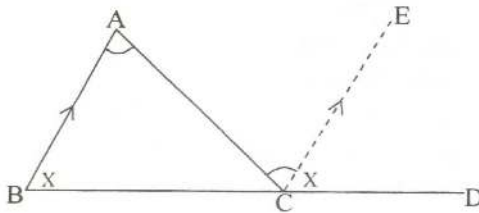
ஒரு முக்கோணியின் ஒரு பக்கத்தை நீட்ட அமையும் புறக்கோணம் அதனுடைய அகத்தெதிர் கோணங்கள் இரண்டினதும் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமனாகும்.



முக்கோணி ABC யின் பக்கம் BC நீட்டப்பட்டு D எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

புறக்கோணம் $\hat{ACD} =$ அகத்தெதிர் கோணம் ABC + அகத்தெதிர் கோணம் BAC என முறைப்படி நிறுவவேண்டும்.

தேற்றம் 3



தரவு : ABC ஒரு முக்கோணி. அதன் பக்கம் BC நீட்டப்பட்டு D எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

மேற்கோள் : $\hat{A}CD = \hat{B}AC + \hat{A}BC$.

கருவி : BA க்கு சமாந்தரமாக இருக்குமாறு C யினூடாக CE என்ற நேர்வரையை வரைக.

நிறுவல் : $\hat{B}AC = \hat{A}CE$ (BA//CE; AC குறுக்கோடி; ஒன்றுவிட்டகோணங்கள்)

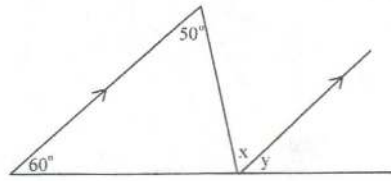
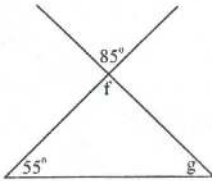
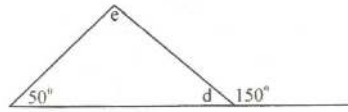
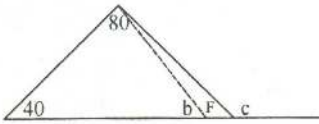
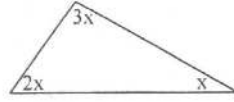
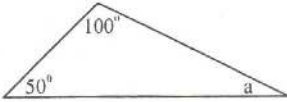
$\hat{A}BC = \hat{E}CD$ (BA//CE; AC குறுக்கோடி; ஒத்தகோணங்கள்)

$$\begin{aligned} \text{கூட்டுவதால் } \hat{B}AC + \hat{A}BC &= \hat{A}CE + \hat{E}CD \\ &= \hat{A}CD \end{aligned}$$

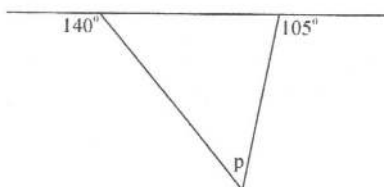
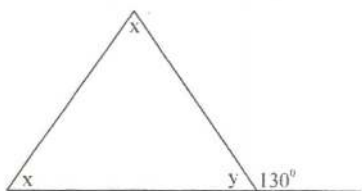
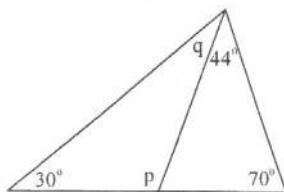
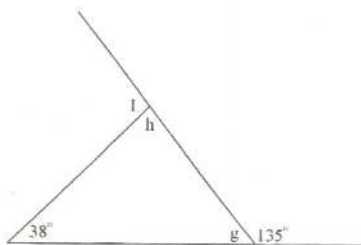
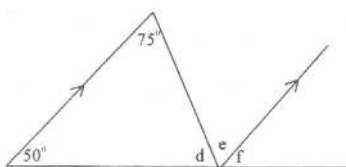
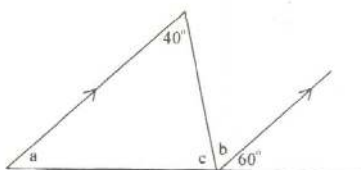
பயிற்சி 61

கீழுள்ள உருக்களில் எழுத்துகளால் குறிக்கப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பருமன்களைக் காண்க.

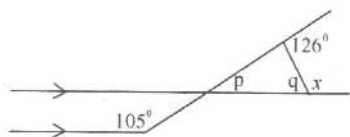
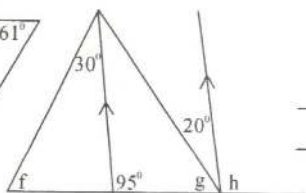
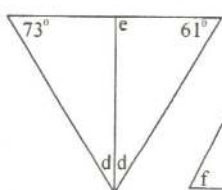
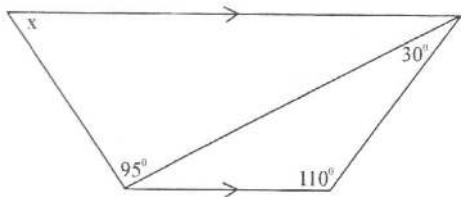
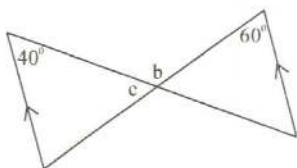
1.



2.

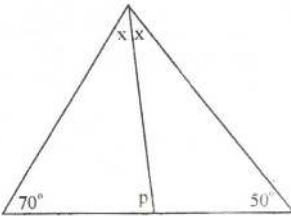
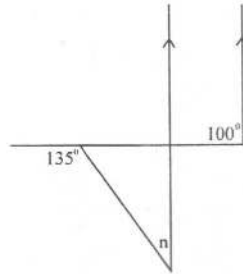
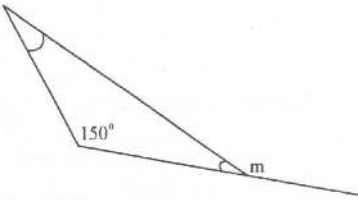
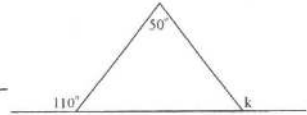
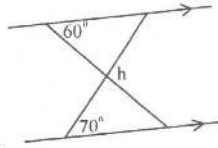
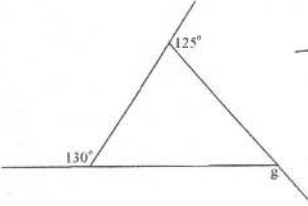
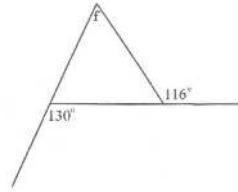
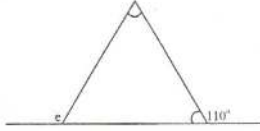
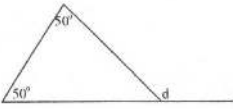
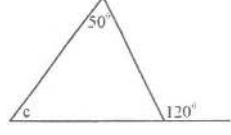
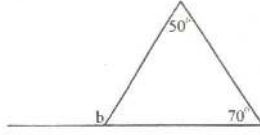
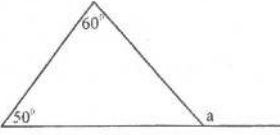


3.



பயிற்சி 62

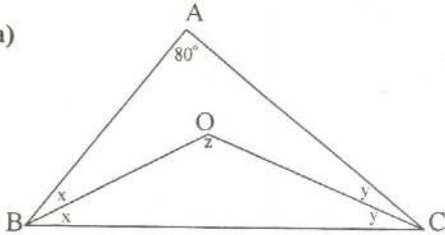
கீழுள்ள உருவங்களில் எழுத்திடப்பட்ட கோணங்களைக் கணிக்க. சமமான கோணங்கள் ஒரே அடையாளமிடப்பட்டுள்ளன.



பயிற்சி 63

1. கீழ்க்கண்ட இடங்களை நிரப்புக.

a)

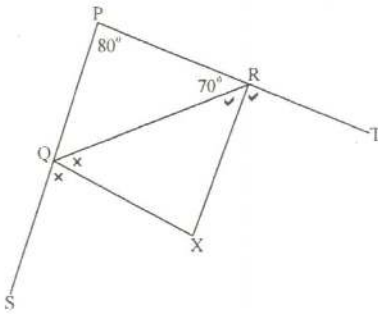


ΔABC யில் $2x + 2y =$ _____

$\therefore x + y =$ _____

ΔBOC யில் $z =$ _____

b)



ΔPQR இல் $\hat{PQR} =$ _____

$\therefore \hat{RQS} =$ _____

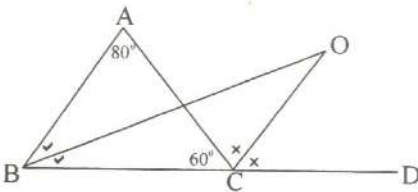
$\therefore \hat{RQX} =$ _____

$\hat{QRT} =$ _____

$\therefore \hat{QRX} =$ _____

$\therefore \hat{QXR} =$ _____

c)



ΔABC யில் $\hat{ABC} =$ _____

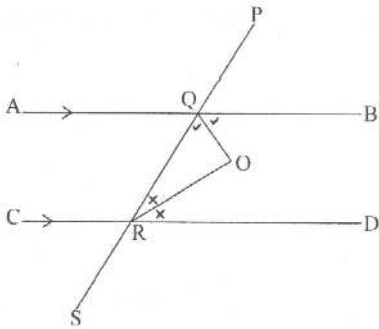
$\therefore \hat{OBC} =$ _____

$\therefore \hat{ACD} =$ _____

$\therefore \hat{ACO} =$ _____

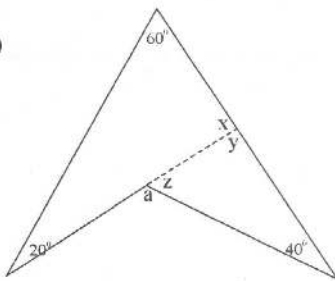
ΔBOC யில் $\hat{BOC} =$ _____

d)



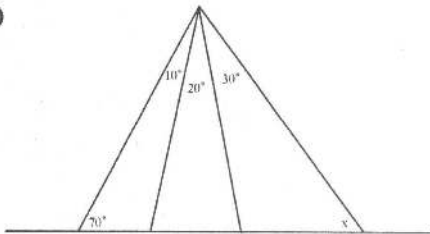
$$\begin{aligned} \hat{BQR} + \hat{QRD} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \therefore \hat{OQR} + \hat{ORQ} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \therefore \hat{QOR} &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

e)



$$\begin{aligned} x &= \underline{\hspace{2cm}} \\ y &= \underline{\hspace{2cm}} \\ z &= \underline{\hspace{2cm}} \\ a &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

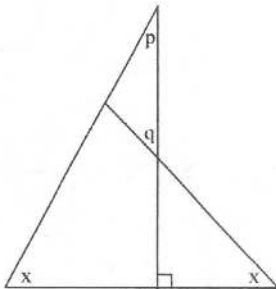
f)



$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

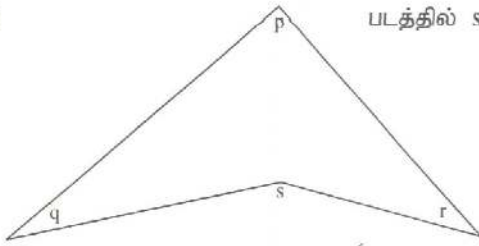
2)

a)



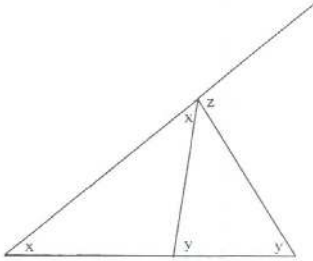
படத்தில் $p = q$ எனக் காட்டுக.

b)



படத்தில் $s = p + q + r$ எனக் காட்டுக.

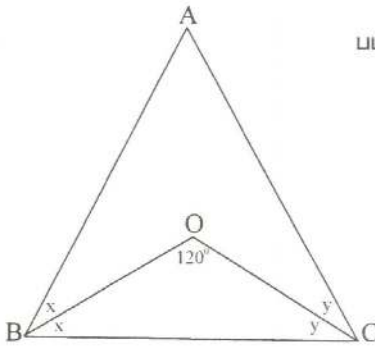
c)



$x = 40^\circ$ ஆயின் z ஐக் கணிக்க.

பயிற்சி 64

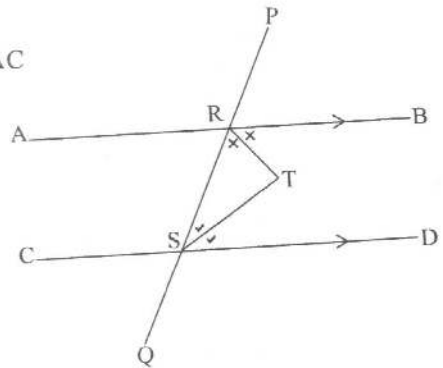
1.



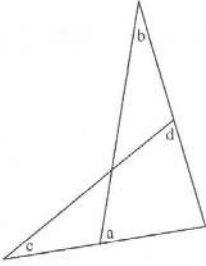
படத்தில் \hat{BAC} யின் பெறுமதி காண்க.

2. அருகிலுள்ள படத்தில்

$\hat{RTS} = 90^\circ$ எனக் காட்டுக.

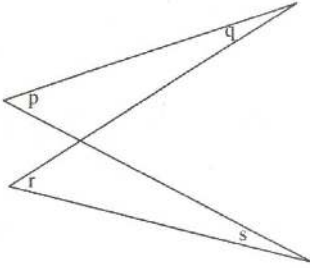


3.



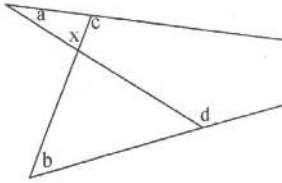
படத்தில் $a=d$ ஆயின் $b=c$ எனக் காட்டுக.

4.



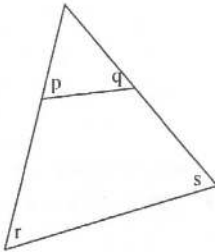
படத்தில் $p=r$ ஆயின் $q=s$ எனக் காட்டுக.

5.



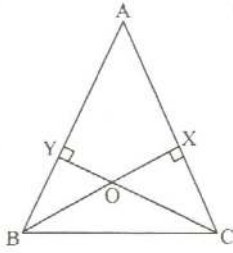
படத்தில் $a=b$ ஆயின் $c=d$ எனக் காட்டுக.

6.



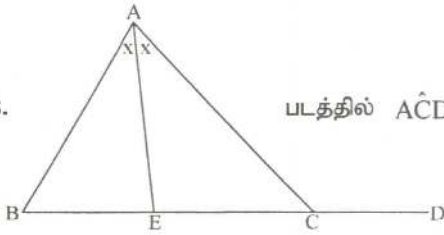
படத்தில் $r=q$ ஆயின் $p=s$ எனக் காட்டுக.

7.



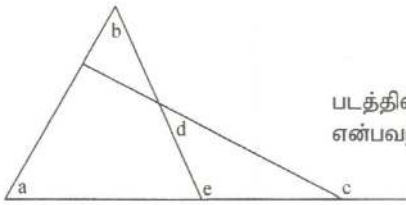
படத்தில் $\angle YOB = \angle BAC$ எனக் காட்டுக.

8.



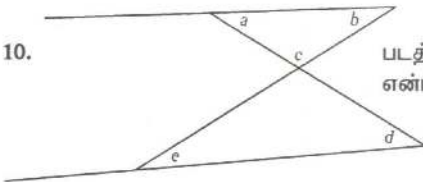
படத்தில் $\angle ACD + \angle ABD = 2 \angle AED$ என நிறுவுக.

9.



படத்தில் d யின் பெறுமதியை a, b, c என்பவற்றின் சார்பில் தருக.

10.



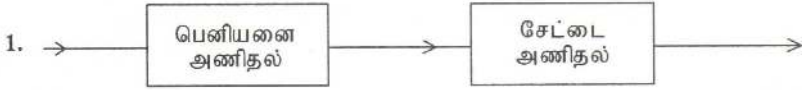
படத்தில் e யின் பெறுமதியை a, b, d என்பவற்றின் சார்பில் தருக.

எழுவாய் மாற்றம்

16.1 பாய்ச்சல் கோட்டுப் படம்

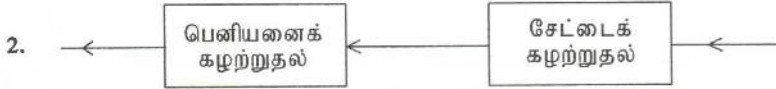
'பாலா பெனியனை அணிந்து பின் சேட்டை அணிந்தான்.

மேலுள்ள கூற்றை ஒரு படம் மூலம் புலப்படுத்தலாம்.



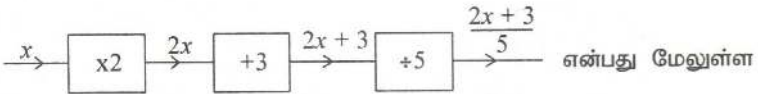
'பாலா சேட்டைக் கழற்றி பின் பெனியனைக் கழற்றினான்'.

இக்கூற்றையும் படம்மூலம் புலப்படுத்தலாம்.

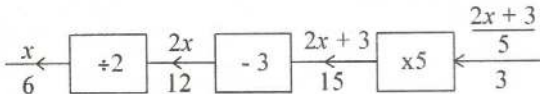


இவற்றுள் 1 'பாய்ச்சல் கோட்டுப் படம்' எனவும் 2 'நேர்மாறு பாய்ச்சல் கோட்டுப் படம்' எனவும் கூறப்படும்.

$\frac{2x+3}{5} = 3$ என்ற சமன்பாட்டை நோக்குக.



சமன்பாட்டுக்குரிய பாய்ச்சல் கோட்டுப் படமாகும்.



இது நேர்மாறு பாய்ச்சல் கோட்டுப் படம்.

அம்புக்குறிகளின் கீழ் பெறுமதிகளைப் பிரதியிடுபின் x இன் தீர்வு கிடைக்கும். தீர்வு : $x = 6$ ஆகும்.

16.2 எழுவாய் மாற்றம் :

$$D = \frac{M}{V}; \quad M = DV; \quad V = \frac{M}{D}$$

மேலுள்ள மூன்று சமன்பாடுகளும் அடர்த்தி = $\frac{\text{திணிவு}}{\text{கனவளவு}}$

என்னும் ஒரே சூத்திரத்தின் மூன்று வடிவங்கள். ஆனால் இவற்றின் எழுவாய்கள் வேறுபட்டன. ஒரு சூத்திரத்தின் எழுவாயை மாற்றுவதற்கு சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதற்கு கடைப்பிடிக்கும் வழிகளில் ஒன்றையே பின்பற்ற வேண்டும்.

உ + ம் 1: $x = \frac{pq+r}{a}$ என்ற சமன்பாட்டில் p ஐ எழுவாயாக்குக.

முறை 1:

எக்கணியத்தை எழுவாயாக்கவேண்டுமோ அத்துடன் சேர்ந்த எல்லாக்கணியங்களையும் சமன்பாட்டின் இடதுபக்கத்தில் அமையுமாறு மாற்றுக.

$$\frac{pq+r}{a} = x$$

$$pq+r = ax \text{ (இருபக்கங்களையும் } a \text{ ஆல் பெருக்க)}$$

$$pq = ax - r \text{ (இருபக்கங்களிலுமிருந்து } r \text{ ஐக் கழிக்க)}$$

$$p = \frac{ax-r}{q} \text{ (இருபக்கங்களையும் } q \text{ ஆல் வகுக்க)}$$

முறை 2:

$$\begin{array}{ccccccc} p & \xrightarrow{\quad} & \boxed{xq} & \xrightarrow{pq} & \boxed{+r} & \xrightarrow{pq+r} & \boxed{\div a} & \xrightarrow{\frac{pq+r}{a}} \\ \frac{ax-r}{q} & \leftarrow & (\div q) & \leftarrow & ax-r & \leftarrow & (-r) & \leftarrow & ax & \leftarrow & (x a) & \leftarrow & x \end{array}$$

$$\therefore p = \frac{ax-r}{q}$$

உ+ம் 2: $S = \pi r (r + h)$ என்ற சூத்திரத்தில் h ஐ எழுவாயாக்குக.

முறை 1: $\pi r (r + h) = s$

$$r + h = \frac{s}{\pi r} \text{ (}\pi\text{ஆல் வகுத்தல்)}$$

$$h = \frac{s}{\pi r} - r \text{ (}r\text{ஐக் கழித்தல்)}$$

முறை 2:

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \xrightarrow{h} \boxed{+r} \xrightarrow{r+h} \boxed{\times \pi r} \xrightarrow{\pi r(r+h)} \\ \xleftarrow{\frac{s}{\pi r} - r} \xleftarrow{(-r)} \xleftarrow{\frac{s}{\pi r}} \xleftarrow{(\div \pi r)} \xleftarrow{s} \end{array} \\ \therefore h = \frac{s}{\pi r} - r \end{array}$$

உ+ம் 3: $T = a + (n-1)d$ என்ற சூத்திரத்தில் d ஐ எழுவாயாக்குக.

முறை 1:

$$a + (n-1)d = T$$

$$(n-1)d = T - a$$

$$d = \frac{T-a}{n-1}$$

முறை 2:

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \xrightarrow{d} \boxed{\times (n-1)} \xrightarrow{(n-1)d} \boxed{+ a} \xrightarrow{a+(n-1)d} \\ \xleftarrow{\frac{T-a}{n-1}} \xleftarrow{\div (n-1)} \xleftarrow{T-a} \xleftarrow{(-a)} \xleftarrow{T} \end{array} \\ \therefore d = \frac{T-a}{n-1} \end{array}$$

உ+ம் 4:

$$y = \frac{ab}{a-b} \text{ என்னும் சமன்பாட்டில்}$$

a ஐ எழுவாயாக்குக

$$y = \frac{ab}{a-b}$$

$$y(a-b) = ab \text{ (இருபக்கங்களையும் (}a-b\text{) ஆல் பெருக்க)}$$

$$ya - yb = ab$$

$$ya - ab = yb \text{ (}a\text{ சேர்ந்த கணியங்களை இடது பக்கம் சேர்க்க)}$$

$$a(y-b) = yb$$

$$a = \frac{yb}{y-b} \text{ (இருபக்கங்களையும் (}y-b\text{) ஆல் வகுக்க)}$$

உ + ம் 5: $T = \frac{12(D-d)}{L}$ இல் d ஐ எழுவாயாக்குக.

$$\frac{12(D-d)}{L} = T$$

$12(D-d) = LT$ (இரு பக்கங்களையும் L ஆல் பெருக்க)

$$D-d = \frac{LT}{12} \text{ (12 ஆல் வகுக்க)}$$

$$D - \frac{LT}{12} = d \text{ (d யின் பெறுமதியை நேர் ஆக்க வலதுபக்கம் கொண்டுசெல்லல்)}$$

பயிற்சி 65

பின்வரும் சமன்பாடுகளில் அடைப்புள் கொடுக்கப்பட்ட கணியங்களை எழுவாயாக்குங்கள்.

1. $C = \pi d (d)$

2. $A = \pi r \ell (\ell)$

3. $\pi = \frac{x}{y} (x)$

4. $D = \frac{h}{24} (h)$

5. $M = \frac{xy}{10} (x)$

6. $V = \frac{abh}{3} (a)$

7. $P = \frac{RT}{V} (T)$

8. $I = \frac{PRT}{100} (R)$

9. $V = \frac{\pi d^2 h}{4} (h)$

பயிற்சி 66

பின்வரும் சமன்பாடுகளில் அடைப்புள் உள்ள கணியங்களை எழுவாய் ஆக்குங்கள்.

1. $V = u + at (t)$

2. $a = b - cx (x)$

3. $H = ws(T-t)(T)$

4. $y = \frac{x}{5} + 17 (x)$

5. $C = \frac{E}{R+r} (E)$

6. $A = Bc(x-a)(x)$

$$7. P = \frac{S(C - F)}{C} (C)$$

$$8. C = \frac{E}{R + r} (E)$$

$$9. C = \frac{N - n}{2p} (N)$$

$$10. S = \pi r (r + h) (\pi)$$

$$11. Q = \frac{w(H - h)}{T - t} (t)$$

பயிற்சி 67

1. $p = 2s + b$ எனும் சமன்பாட்டில் s ஐ எழுவாயாக்கி, $p = 10, b = 4$ ஆக உள்ளபோது s இன் பெறுமதி காண்க.

2. $m = pq - 4n$ என்னும் சமன்பாட்டில் p ஐ எழுவாயாக்கி, $m = 4, n = 2, q = 3$ ஆக இருக்கும்போது p யின் பெறுமதி காண்க.

3. $K = \frac{Wv^2}{2g}$ எனும் சமன்பாட்டில் W வை எழுவாயாக்கி, $K = 10, g = 4, v = 2$ ஆக உள்ளபோது W இன் பெறுமதி காண்க.

4. $y = \frac{ab}{a - b}$ எனும் சமன்பாட்டில் b ஐ எழுவாயாக்கி, $y = 6, a = 3$ ஆக உள்ளபோது b இன் பெறுமதி காண்க.

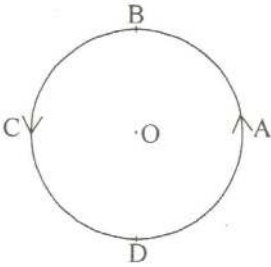
5. $k = \frac{3n + 2}{n + 1}$ எனும் சமன்பாட்டில் n ஐ எழுவாயாக்கி, $k = 4$ ஆக உள்ளபோது n இன் பெறுமதி காண்க.

6. $a = \frac{3}{4t + 5}$ எனும் சமன்பாட்டில் t ஐ எழுவாயாக்கி, $a = 1$ ஆக உள்ளபோது t இன் பெறுமதி காண்க.

வட்டமொன்றின் பரிதி

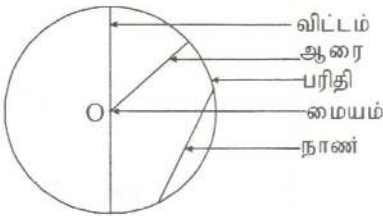
17.1 வட்டம் என்றால்.

ஒரு நிலையான புள்ளியிலிருந்து எப்போதும் ஒரே தூரத்தில் நகரும் புள்ளி செல்லும் வழி வட்டமாகும்.



அருகிலுள்ள உருவில் ஒரு கேத்திரகணித வடிவம் காட்டப்பட்டுள்ளது. இது வளைந்த வரையினால் ஆக்கப்பட்ட மூடிய வடிவம். வழக்கமாக கவராயத்தை உபயோகித்து இதனைக் கீறலாம்.

கவராயத்தின் நுனிகள் ஓரளவு விடுவிக்கப்பட்டு, இரும்பு நுனி O வில் அமையுமாறும் பென்சில் நுனி Aயில் அமையுமாறும் வைக்கப்பட்டு, இரும்பு நுனி நிலையாயிருக்க பென்சில் நுனி கடதாசியில் வரைந்து வரும்படி சுழற்றவேண்டும். பென்சில் நுனி A,B,C,D என்ற வளைந்த வரையை வரைந்து வரும். ஒரு முழுச் சுழற்சியின் பின் வளைந்த வரை Aயில் மூடப்படும். நாம் வரைந்த உரு வட்டமாகும்.



மையம் : கவராயத்தின் இரும்பு நுனி பொருந்தும் இடம் (படத்தில் O).

பரிதி : கவராயத்தின் பென்சில் நுனி செல்லும் வழி (வட்டம்).

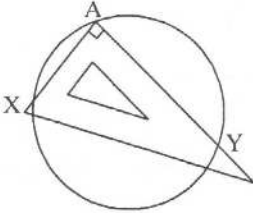
ஆரை : பரிதியில் ஏதாவது ஒரு புள்ளியையும் மையத்தை யும் தொடுக்கும் நேர்வரை.

நாண் : பரிதியில் ஏதாவது இரு

புள்ளிகளைத் தொடுக்கும் நேர்வரை.

விட்டம் : வட்டத்தின் மையத்தினூடாகச் செல்லும் நாண் அல்லது வட்டத்தின் மிகப்பெரிய நாண்.

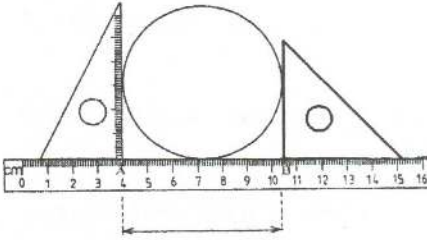
17.2 மையம் குறிக்கப்படாத வட்டம் ஒன்றின் விட்டத்தைக் காணுதல்.



புள்ளிகளில் வெட்டுகின்றனவோ அவற்றை (X,Y என) குறியுங்கள். மூலைமட்டத்தை எடுத்துவிட்டு Xஐயும் Yஐயும் இணையுங்கள். XY என்பது வட்டத்தின் விட்டமாக அமையும்.

செய்முறை : ஏதாவது ஒரு வட்டம் வரையுங்கள். அதன் பரிதியில் ஒரு புள்ளியை (A) குறியுங்கள். அப்புள்ளியில் மூலைமட்டத்தின் செங்கோணம் பதியுமாறு (படத்தில் காட்டியபடி) வையுங்கள். செங்கோணத்தை ஆக்கும் இரு விளிம்புகளும் வட்டத்தை எந்த எந்தப்

17.3 வட்டவடிவ முகத்தின் விட்டத்தை அளவிடுதல்.



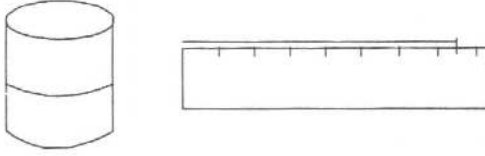
வட்டமுகத்தின் விட்டத்தின் அளவாகும்.

செய்முறை : உருளை வடிவப் பேணி ஒன்றை எடுங்கள் கருவிப் பெட்டியிலுள்ள அளவுகோல், மூலைமட்டங்கள் என்பவற்றையும் எடுங்கள். படத்தில் காட்டியபடி வைத்து Aக்கும் Bக்கும் இடைத் தூரத்தைக் கணியுங்கள். அதுவே

17.4 தாளில் வரைந்த வட்டமொன்றின் விட்டம் அறிதல்.

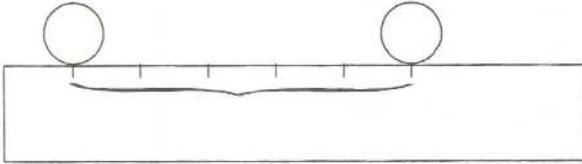
செய்முறை : தாளில் ஒரு வட்டத்தை வரையுங்கள். அதன் பரிதிவழியே வெட்டி வட்டத்தைத் தனிமைப்படுத்துங்கள். அதன் விளிம்புகள் ஒன்றின்மேல் ஒன்று பதியும்படி சமச்சீராக மடியுங்கள். அந்த மடிப்பே வட்டத்தின் விட்டமாகும்.

17.5.1 வட்டவடிவமுள்ள பொருள் ஒன்றின் பரிதியை அளத்தல்.



பொருளின் வட்டவடிவமான ஓரம் வழியே ஒரு நூலைச் சுற்றி, அளவு குறித்து, அந்நூலின் நீளத்தை அளவிடுங்கள்.

17.5.2



படி 1: அப்பேணியின் தட்டையான முகத்தின் பரிதியில் ஒரு புள்ளியைக் குறியுங்கள்.

படி 2: அளவுகோலின் விளிம்பில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் பேணியில் உள்ள புள்ளியைப் பொருந்தச் செய்யுங்கள்.

படி 3: அளவுகோலின் விளிம்புவழியே பேணியை உருளச் செய்யுங்கள்.

படி 4: பேணியில் உள்ள புள்ளி மீண்டும் அளவுகோலைத் தொடும் புள்ளியைக் குறியுங்கள்.

படி 5: அளவு கோலில் இரண்டு புள்ளிகளின் இடைத்தூரத்தை அளவிடுங்கள்.

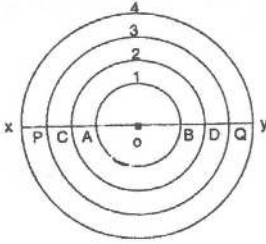
* அதுவே அந்த வட்டவடிவப் பொருளின் பரிதியின் அளவாகும்.

17.6 ஒரு வட்டத்தின் பரிதிக்கும் விட்டத்திற்கும் இடையில் உள்ள தொடர்பு.

செய்முறை : வட்டவடிவப் பொருட்கள் ஐந்தைப் பெற்றுக்கொள்ளுங்கள். அவை ஒவ்வொன்றினதும் பரிதியையும் விட்டத்தையும் அளவிட்டுக் குறியுங்கள்.

	பொருள்	பரிதி	விட்டம்	$\frac{\text{பரிதி}}{\text{விட்டம்}}$
1.	_____	_____	_____	_____
2.	_____	_____	_____	_____
3.	_____	_____	_____	_____
4.	_____	_____	_____	_____
5.	_____	_____	_____	_____

கடைசி நிரலில் உள்ள பெறுமதிகள் பற்றி யாது கூறுவீர்?



அருகிலுள்ள நான்கு வட்டங்களினதும் விட்டங்களை அளவிடுங்கள். பின்னர் கீழுள்ள அட்டவணையை நிரப்புங்கள்.

வட்டம்	விட்டம் (D)	பரிதி (C)	$\frac{C}{D}$
1.	AB = _____ cm	3.45 cm	_____
2.	CD = _____ cm	5.65 cm	_____
3.	PQ = _____ cm	7.54 cm	_____
4.	XY = _____ cm	9.73 cm	_____

$\frac{C}{D}$ யின் பெறுமதியைக் கவனமாகக் கணித்திருப்பீர்களாயின் ஒவ்வொரு முறையும் 3.14 என்ற விடை கிடைத்திருக்கும்.

எனவே எந்த ஒரு வட்டத்திலும் $\frac{C}{D}$ ஒரே பெறுமதியைப் பெறும். அப்பெறுமதி π என்ற கிரேக்க எழுத்தால் குறிக்கப்படும்.

$$\pi = \frac{C}{D} \approx 3.14 = \frac{22}{7}$$

$$\frac{C}{D} = \pi \text{ என்பதால்}$$

$$C = \pi D \dots \dots \dots (1)$$

$$= \pi \times 2r \text{ (விட்டம் ஆரையின் இருமடங்கு)}$$

$$= 2\pi r \dots \dots \dots (2)$$

அதாவது, ஒரு வட்டத்தின் விட்டத்தை π ஆல் பெருக்க அதன் பரிதி கிடைக்கும். அல்லது ஒரு வட்டத்தின் ஆரையை 2π ஆல் பெருக்க அதன் பரிதி கிடைக்கும்.

பயிற்சி 68

I. பின்வரும் அளவுகளையுடைய வட்டங்களின் பரிதியின் அளவு காணுங்கள்.

$$\pi = \frac{22}{7} \text{ எனக் கொள்க.}$$

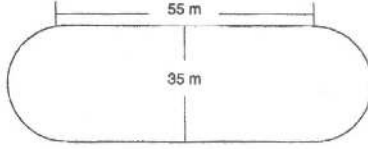
- | | |
|---------------------|--------------------|
| 1. விட்டம் = 14 cm | 2. விட்டம் = 21 cm |
| 3. விட்டம் = 28 cm | 4. விட்டம் = 49 cm |
| 5. விட்டம் = 3.5 cm | 6. ஆரை = 7 cm |
| 7. ஆரை = 10.5 cm | 8. ஆரை = 21 cm |
| 9. ஆரை = 63 cm | 10. ஆரை = 1.75 cm |

II. பின்வரும் அளவுகளையுடைய வட்டங்களின் பரிதியின் அளவுகளைக் காணுங்கள் ($\pi = 3.14$ எனக் கொள்க)

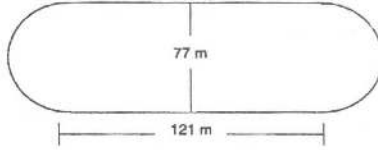
- | | |
|---------------------|--------------------|
| 1. விட்டம் = 8 cm | 2. விட்டம் = 12 cm |
| 3. விட்டம் = 13 cm | 4. விட்டம் = 25 cm |
| 5. விட்டம் = 7.2 cm | 6. ஆரை = 6 cm |
| 7. ஆரை = 10 cm | 8. ஆரை = 5.2 cm |
| 9. ஆரை = 7 cm | 10. ஆரை = 12.5 cm |

பயிற்சி 69

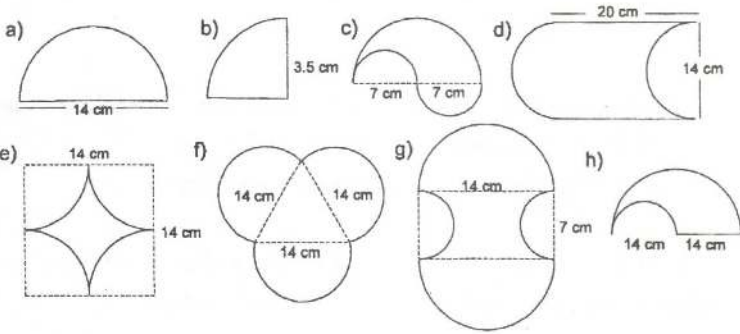
1. கீழே காட்டப்பட்டுள்ள ஓட்டப்பாதையின் சுற்றளவைக் காணுங்கள்.



2. கீழே காட்டப்பட்டுள்ள மாதிரி புகையிரதப் பாதையின் சுற்றளவைக் காணுங்கள்.



3. கீழ்வரும் வடிவங்களின் சுற்றளவுகளைக் காணுங்கள்.

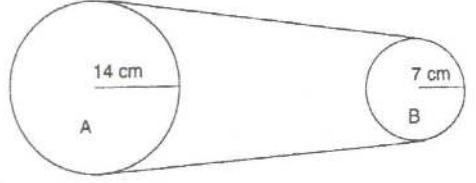


பயிற்சி 70

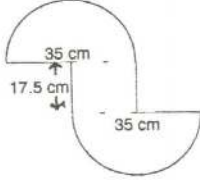
- ஒரு வட்டத்தின் பரிதி 44cm. அவ்வட்டத்தின் விட்டத்தைக் கணியுங்கள்.
- ஒரு வட்டத்தின் பரிதி 66cm. அவ்வட்டத்தின் ஆரையைக் கணியுங்கள்.
- ஒரு துவிச்சக்கர வண்டிச் சில்லுகளின் விட்டம் 110cm. ஒரு குறிப்பிட்ட தூரத்தைச் செல்லும்போது அச்சில்லுகள் 350 முறை சுழன்றன. சென்ற தூரத்தை மீற்றரில் காணுங்கள்.

4. 28cm நீளமும் 14cm அகலமுமுள்ள ஒரு செவ்வக வடிவான கடதாசி அட்டையில் 7cm விட்டமுள்ள எத்தனை வட்டவடிவங்கள் வெட்டலாம்? அவ்வட்டங்கள் எல்லாவற்றினதும் மொத்தச் சுற்றளவு என்ன?

5. A, B என்னும் இரு சில்லுகள் ஒரு பட்டியினால் இணைக்கப்பட்டு சுழலும் நிலையிலுள்ளன. சில்லு A ஒருமுறை சுழல சில்லு B எத்தனை முறை சுழலும்?



6.



அருகிலுள்ள வடிவத்தின் சுற்றளவைக் காணுங்கள்.

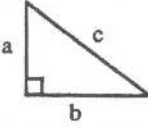
7. கடிகாரம் ஒன்றின் செக்கன் முள்ளின் நீளம் 10.5 cm. அம்முள்ளின் நுனி
a) 1 நிமிடத்தில் எத்தனை cm சுற்றிவரும்?
b) ஒரு மணித்தியாலத்தில் எத்தனை m சுற்றிவரும்?
8. ஒரு நீல் கட்டையின் விட்டம் 2.1cm. அதில் 1500 முறை நூல் சுற்றப்பட்டிருந்தால் சுற்றப்பட்ட நூலின் நீளம் என்ன?
9. சேந்தனிடம் 1.4cm விட்டமுள்ள மாபிள் உண்டு. அது எத்தனைமுறை உருண்டால் 66cm தூரத்தைச் சென்றடையும்?
10. 88cm பக்கங்களுள்ள சதுரவடிவில் அமைந்த கம்பி ஒன்று வளைக்கப்பட்டு ஒரு வட்டம் ஆக்கப்பட்டது. வட்டத்தின் விட்டம் என்ன?

பைதகரசின் தொடர்பு

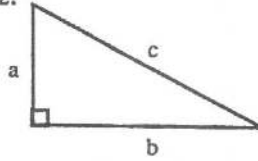
18.1 அறிமுகம்

கீழுள்ள முக்கோணிகளின் பக்கங்களின் நீளங்களை மாட்டில் அளவிட்டு அவற்றின்கீழ் உள்ள அட்டவணையை நிரப்புகள்.

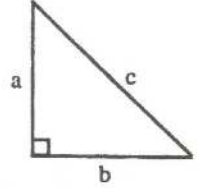
1.



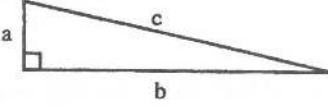
2.



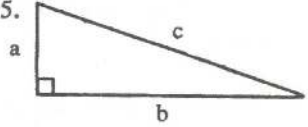
3.



4.



5.



	பக்கம் a	பக்கம் b	பக்கம் c
1.	12	16 ²
2.	16 ³	34
3.	21	29
4.	9	41
5.	12	37

மேலுள்ள 5 செங்கோண முக்கோணிகளிலும் செங்கோணத்திற்கு எதிராக அமைந்த பக்கமே பெரிய பக்கமாகும். அது செம்பக்கம் எனப்படும். எனவே c என்ற பக்கங்களே செம்பக்கங்களாகும்.

கீழுள்ள அட்டவணையில் சில செங்கோண முக்கோணிகளின் பக்கங்களின் நீளங்கள் தரப்பட்டுள்ளன.

	a	b	c	a^2	b^2	c^2
1.	3	4	5	16
2.	5	12	13	169
3.	7	24	25	576
4.	8	15	17	225	289
5.	9	40	41	1600

அப்பக்கங்களின் நீளங்களின் வர்க்கங்களில், கணிக்கப்படாதனவற்றைக் கணித்து கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புகள்.

a^2, b^2, c^2 என்பவற்றிற்கிடையில் ஏதாவது தொடர்பு அவதானிக்கக்கூடியதாய் இருக்கிறதா?

ஆம். ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் $c^2 = a^2 + b^2$ ஆக அமைந்துள்ளது.

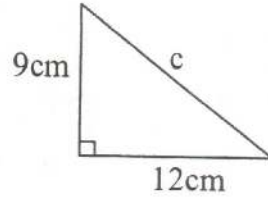
இதுவே, பைதகரசின் தொடர்பு ஆகும்.

தொடர்பு: செங்கோண முக்கோணி ஒன்றில் செங்கோணத்தை அடக்கியுள்ள பக்கங்களில் அமைகின்ற சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகை செம்பக்கத்தில் அமைகின்ற சதுரத்தின் பரப்பளவுக்குச் சமனாகும்.

கி.மு 1000 ஆண்டளவில் எகிப்தில் நிலஅளவை செய்வோர் 3, 4, 5 அலகுகள் பக்கங்களைக் கொண்ட முக்கோணி செங்கோண முக்கோணி என்ற உண்மையைப் பயன்படுத்தி நிலத்தை அளவீடு செய்தனர் என்ற சரித்திரச் சான்று உண்டு. கி.மு.ஆறாம் நூற்றாண்டில் வாழ்ந்த பைதகரஸ் (Pythagoras) என்ற கணித விற்பன்னர் இவ்வண்மையை நிறுவினாலும் அவர் காலத்துக்கு 300 ஆண்டுகளுக்குப் பின் வாழ்ந்தவரும் 'உயூக்கிளிடிஸ் அடிப்படைகள்' என்ற கேத்திரகணித நூலைத் தொகுத்தவருமான 'உயூக்கிளிட்' என்பவராலேயே இவ் வண்மை உறுதிப்படுத்தப்பட்டது. எனவே, பைதகரசை கௌரவப்படுத்துவதற்காகவே அவருடைய பெயரால் இத்தொடர்பு அழைக்கப்படுகிறது.

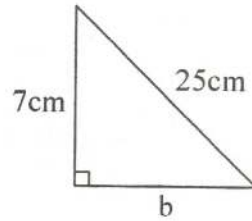
உ-ம் 1: படத்தில் c ஐக் கணிக்க.

$$\begin{aligned} c^2 &= 9^2 + 12^2 \\ &= 81 + 144 \\ &= 225 \\ c &= \sqrt{225} = 15cm \end{aligned}$$



உ-ம் 1: படத்தில் b ஐக் கணிக்க.

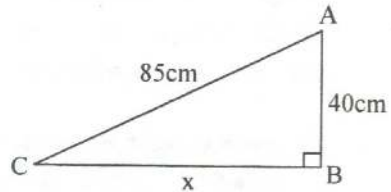
$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \\ b^2 &= c^2 - a^2 \\ &= 25^2 - 7^2 \\ &= 625 - 49 \\ &= 576 \\ b &= \sqrt{576} = 24cm \end{aligned}$$



உ-ம் 3: 40m உயரமான வெளிச்சவீட்டின் உச்சியிலிருந்து கடலிலிருக்கும் ஒரு வள்ளத்தின் தூரம் 85m ஆகும். கப்பல் வெளிச்சவீட்டின் அடியிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் நிற்கிறது?

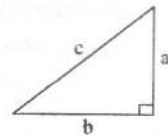
வெளிச்சவீட்டை AB என்க
கப்பலை C என்க

$$\begin{aligned} x^2 &= 85^2 - 40^2 \\ &= 7225 - 1600 \\ &= 5625 \\ x &= \sqrt{5625} = 75m \end{aligned}$$



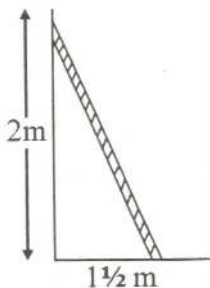
பயிற்சி 71

1. அருகிலுள்ள முக்கோணியில் 2 பக்கங்களின் நீளங்கள் தரப்படுகின்றன. மூன்றாம் பக்கத்தின் நீளத்தைக் கணியுங்கள்.



- i) a = 8cm : b = 15cm
 ii) c = 13cm : b = 12cm
 iii) a = 10cm : b = 24cm
 iv) c = 17cm : a = 15cm
 v) a = 15cm : b = 36cm
 vi) c = 39cm : a = 36cm
 vii) c = 30cm : b = 24cm

2.

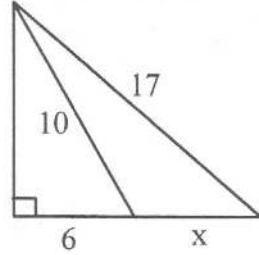
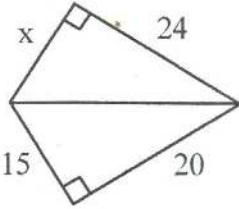
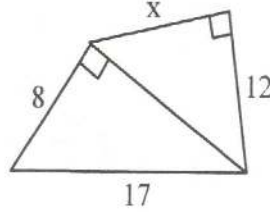
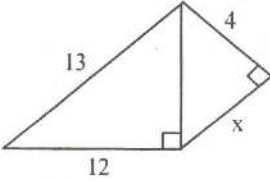


அருகிலுள்ள படம் ஒரு நிலைக்குத்துச் சுவரில் ஏணி சாத்தி வைத்திருப்பதைக் கருதுகிறது. ஏணியின் நீளத்தைக் கணிக்க.

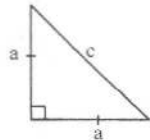
3. 6m நீளமும் 2.5m அகலமும் உள்ள ஒரு செவ்வக வடிவ மண்டபத்தின் மூலைவிட்டத்தின் நீளம் என்ன?
4. ஒருவன் ஒரு மைதானத்தில் A என்ற புள்ளியிலிருந்து நேர் கிழக்கே 24m நடந்து B என்ற புள்ளியை அடைகிறான். பின்னர் அங்கிருந்து நேர் தெற்கே 32m நடந்து C என்ற புள்ளியை அடைகிறான். C யிலிருந்து A யின் தூரத்தைக் கணியுங்கள்.
5. ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்கோணத்தில் இருசமசூறிடும். மூலை விட்டங்களின் நீளங்கள் 16cm, 12cm ஆயின் சாய்சதுரத்தின் சுற்றளவு யாது?
6. உள் அளவுகள் 12cm நீளமும் 4cm அகலமும் 3cm உயரமும் உள்ள செவ்வகமுகிவடிவப் பெட்டியின் வைக்கக்கூடிய பென்சிலின் அதிகூடிய நீளம் என்ன?

பயிற்சி 72

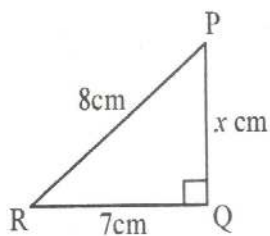
1. கீழுள்ள படங்களில் x இன் பெறுமதி கணியுங்கள். (அலகு cm இல்)



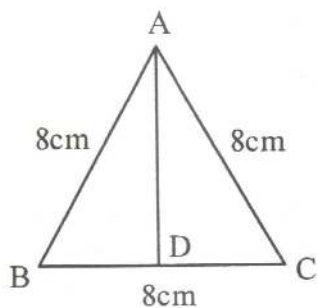
2. 25m உயரமுள்ள நேரான பனைமரம் ஒன்று 12m உயரத்தில் முறிந்து, விழாது, அதன் நுனி நிலத்தைத் தொட்டுக்கொண்டிருந்தது. பனையின் அடியிலிருந்து எத்தனை மீற்றர் தூரத்தில் நுனி நிலத்தைத் தொட்டுக் கொண்டிருந்தது?
3. ஒரே மட்டத்தில் நிற்கும் இரண்டு செங்குத்துத் தூண்களின் உயரங்கள் 15m, 10m ஆகும். அவற்றின் இடைத்தூரம் 12m எனின் தூண்களின் உச்சிகளுக்கு இடையில் உள்ள தூரம் என்ன?
4. 10m நீளமான ஏணி ஒரு சுவரில் சாத்தப்பட்டது. ஏணியின் நுனி சுவரை நிலத்திலிருந்து 8m உயரத்தில் தொட்டது. ஏணியின் அடியை நகர்த்தாது சமாந்தரமான எதிர்ப்பக்கச் சுவரில் சாத்தியபோது அதன் நுனி அச்சுவரை நிலத்திலிருந்து 6m உயரத்தில் தொட்டது. இரு சுவர்களுக்கும் இடையில் உள்ள தூரம் என்ன?
5. அருகிலுள்ளது ஒரு இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணியாகும். $c^2 = 2a^2$ எனக் காட்டுக.



6. கீழுள்ள படத்தில் x இன் பெறுமதியை கிட்டிய முதலாவது தசமதானத்திற்குத் தருக.



7. ABC ஒரு சமபக்க முக்கோணி. $AB = 8\text{cm}$, $AD \perp BC$, AD யின் நீளத்தை கிட்டிய முதலாவது தசமதானத்திற்குத் தருக.



வரைபுகள்

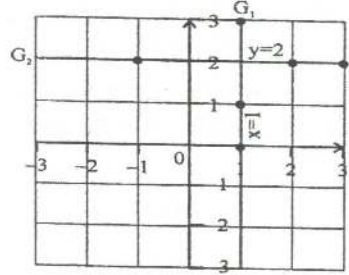
நாங்கள் கீழ்வகுப்புகளில் வரைபுகள்பற்றி சிறிதளவு கற்றுள்ளோம். இவ்வகுப்பிலும் நேர்கோட்டு வரைபுகள் பற்றித் தொடர்ந்து கற்போம்.

19.1 அச்சகளுக்குச் சமாந்தரமான நேர்கோட்டு வரைபுகள்.

ஒர் ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் நேர்கோட்டு வரைபு ஒன்று வரைவதற்குக் குறைந்தது மூன்று வரிசைப்பட்ட சோடிகள் வேண்டும்.

தரப்பட்ட வரிசைப்பட்ட சோடிகளின் x ஆள்கூறு மாறாதிருந்தால் அமைக்கப்படும் வரைபு y அச்சக்குச் சமாந்தரமானதாகவும், y ஆள்கூறு மாறாதிருந்தால் வரைபு x அச்சக்குச் சமாந்தரமானதாகவும் இருக்கும்.

- (1,0) (1,1) (1,3) - G_1
 x ஆள்கூறு மாறவில்லை.
 y அச்சக்குச் சமாந்தரம். $x = 1$
- (-1,2) (2,2) (3,2) - G_2
 y ஆள்கூறு மாறவில்லை.
 x அச்சக்குச் சமாந்தரம். $y = 2$

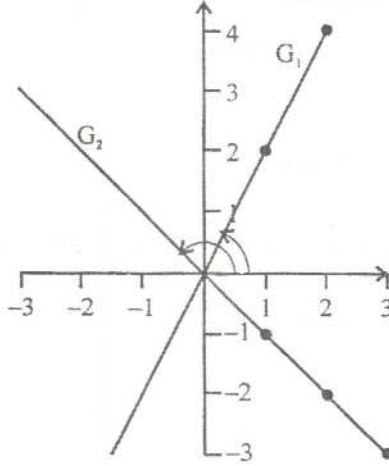


19.2 $y = mx$ வடிவில் அமைந்த சமன்பாட்டின் வரைபு.

இவ்வகை வரைபுகள் உற்பத்தியூடு செல்லும் அதேநேரம் x அச்சுடன் கூர்ங்கோணம் அல்லது விரிகோணத்தை அமைப்பன.

இங்கு m என்பது படித்திறனாகும். படித்திறன் நேர்ப்பெறுமானமாயின் வரைபு x அச்சுடன் கூர்ங்கோணத்தையும், மறைப் பெறுமானமாயின் விரிகோணத்தையும் அமைக்கும்.

- $G_1 : y = 2x$ (0,0) (1,2) (2,4) (படித்திறன் : 2)
 $G_2 : y = -x$ (1,-1) (2,-2) (3,-3) (படித்திறன் : -1)

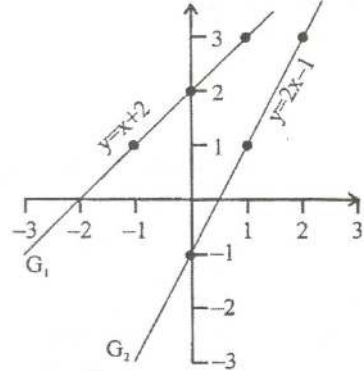


19.3 $y = mx + c$ வடிவில் அமைந்த சமன்பாட்டின் வரைபு.

இவ்வகை வரைபுகள் y அச்சை உற்பத்தி தவிர்ந்த வேறொரு புள்ளியில் வெட்டிச்செல்லும். வெட்டும் புள்ளியின் y ஆள்கூறு C யினால் தரப்படும்.

$$G_1 : y = x + 2 \quad (-1,1) \quad (0,2) \quad (1,3)$$

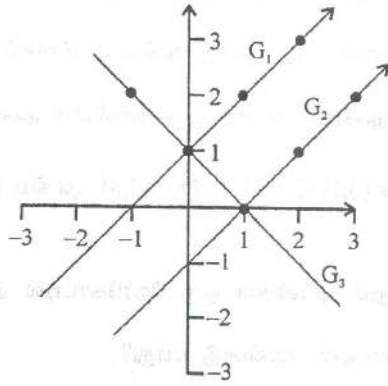
$$G_2 : y = 2x - 1 \quad (0, -1) \quad (1,1) \quad (2,3)$$



இவ்வகைச் சமன்பாடுகள் இரண்டில் படித்திறன்கள் சமனாக அமையின் அவற்றின் வரைபுகள் ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமாக அமையும்; படித்திறன்களின் பெருக்கம் -1 ஆயின் வரைபுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக அமையும்.

$G_1 : y = x + 1$ படித்திறன் : 1 }
 $G_2 : y = x - 1$ படித்திறன் : 1 }
 $G_3 : y = -x + 1$ படித்திறன் : -1 }

சமன். எனவே $G_1 // G_2$
 பெருக்கம் -1. எனவே $G_2 \perp G_3$



19.4 $ax + by = c$ வடிவில் அமைந்த சமன்பாட்டின் வரைபு.

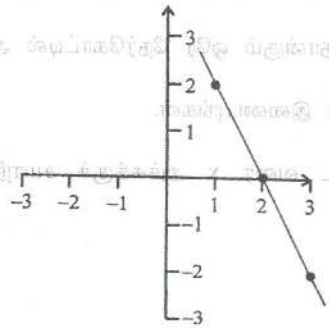
$2x + y = 4$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைபு

$x = 1$ எனப் பிரதியிடுவின் $2 + y = 4 : y = 2$

$x = 2$ எனப் பிரதியிடுவின் $4 + y = 4 : y = 0$

$x = 3$ எனப் பிரதியிடுவின் $6 + y = 4 : y = -2$

வரிசைப்பட்ட சோடிகள் (1,2) (2,0) (3,-2)



பயிற்சி 73

1. a) இரு அச்சுக்களிலும் -3 முதல் 3 வரை அமைய ஆள்கூற்றுத்தளம் தயாரியுங்கள்.
- b) கிடை அச்சம் நிலைக்குத்து அச்சம் ஆள்கூற்றுத்தளத்தை எத்தனை பகுதிகளாகப் பிரிக்கின்றன? அவை எவை?
- c) (2,3) என்ற புள்ளி எந்தக் காற்பங்கில் உள்ளது?
- d) இரண்டாம் காற்பங்கில் உள்ள ஒரு புள்ளியின் ஆள்கூறு எழுதுங்கள்.
- e) $A \equiv (3,0)$ $B \equiv (3,1)$ $C \equiv (3,2)$ $D \equiv (3,3)$ ஆகிய புள்ளிகளைக் குறியுங்கள்.
- f) A,B,C,D என்னும் புள்ளிகள் ஒரு நேர்கோட்டில் அமைகின்றனவா?
- g) அந்த நேர்கோட்டின் சமன்பாடு யாது?
- h) x கோடுகள் கிடைக்கோடுகளா? நிலைக்குத்துக் கோடுகளா?
- i) $x = -1$ என்ற வரையில் உள்ள மூன்று புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகள் எழுதுங்கள்.
2. a) இரு அச்சுக்களிலும் -5 முதல் 5 வரை அமைய ஆள்கூற்றுத்தளம் தயாரியுங்கள்.
- b) அதில் (-4,3), (-3,3), (0,3), (3,3) ஆகிய புள்ளிகளைக் குறியுங்கள்.
- c) அப்புள்ளிகள் நான்கும் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையுமா?
- d) அப்புள்ளிகளை இணையுங்கள்.
- e) இணைக்கப்பட்ட வரை x அச்சுக்குச் சமாந்தரமா? y அச்சுக்குச் சமாந்தரமா?

3. a) $(2,-3), (2,-1), (2,0), (2,2)$ என்ற புள்ளிகள் உள்ள வரையின் சமன்பாடு யாது?
- b) $y = 2$ என்ற வரையில் உள்ள நான்கு புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகள் எழுதுங்கள்.
- c) $x = 2, y = 3$ என்ற வரைபுகள் குறுக்கறுக்கும் புள்ளியின் ஆள்கூறு யாது?
- d) $x = -3, y = -2, x = 4, y = 5$ என்னும் சமன்பாடுகளின் நான்கு வரைபுகளும் குறுக்கறுக்கும் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளை எழுதுங்கள்.
4. a) -4 முதல் 4 வரை இரு அச்சக்களிலும் அமைய ஓர் ஆள்கூற்றுத்தளம் தயாரியுங்கள்.
- b) அதில் $(-3,-3) (-2,-2) (-1,-1) (0,0) (1,1) (2,2) (3,3)$ ஆகிய புள்ளிகளைக் குறியுங்கள்.
- c) அவை ஒரு நேர்கோட்டில் அமைகின்றனவா?
- d) அந்நேர்கோட்டை வரையுங்கள்.
- e) அந்த நேர்கோடு உற்பத்திப் புள்ளியூடு செல்கின்றதா?
- f) அந்த நேர்கோடு எந்தெந்தக் காற்பங்குகளில் அமைந்துள்ளது?
- g) அந்த நேர்கோட்டின் சமன்பாடு யாது?
5. a) $y = 2x$ ஆக அமையும்படி நான்கு வரிசைப்பட்ட சோடிகள் காணுங்கள்.
- b) அவற்றை வினா 4க்குத் தயாரித்த ஆள்கூற்றுத்தளத்தில் குறித்து இணையுங்கள்.
- c) பெறப்படும் நேர்வரை உற்பத்திப் புள்ளியூடு செல்கிறதா?
- d) வினா 4க்குக் கீறிய வரைபா இப்போது கீறிய வரைபா x அச்சுடன் கூடிய கோணத்தை ஆக்குகிறது?

- e) $y = 2x$ என்ற வரைபின் படித்திறன் யாது?
- f) ஒரு சமன்பாட்டின் வரைபின் படித்திறன் கூட அவ்வரைபு x அச்சுடன் ஆக்கும் கோணம் கூடுமா? குறையுமா?
6. a) இரு அச்சுக்களிலும் -6 முதல் 6 வரை அமைய ஆள்கூற்றுத்தளம் தயாரியுங்கள்.
- b) அதில் $y = x$, $y = 3x$, $y = \frac{1}{2}x$, $y = -2x$ எனும் சமன்பாடுகளின் வரைபுகளை வரையுங்கள்.
- c) (2,6) என்ற புள்ளி மேலுள்ள எந்த வரைபில் உள்ளது?
- d) (-2,4) என்ற புள்ளி மேலுள்ள எந்த வரைபில் உள்ளது?
7. ஒரே ஆள்கூற்றத் தளத்தில் படித்திறன் 2, -3, 4, 3 ஆகவும் உற்பத்தியூடாகவும் செல்லும் வரைபுகள் வரையுங்கள்.

பயிற்சி 74

1. a) $y = 2x + 1$ என்ற சமன்பாட்டைக் கருத்திற் கொள்ளுங்கள்.
- b) இச்சமன்பாட்டில் $x = 1$ ஆகும்போது y இன் பெறுமதி யாது?

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$2x$	-6			0		4	
+1	1			1			
$y = 2x + 1$	-5						

- c) மேலுள்ள அட்டவணையில் வெற்றிடங்களை நிரப்புங்கள்.
- d) (x, y) சம்பந்தமான 7 வரிசைப்பட்ட சோடிகளையும் குறியுங்கள்.
- e) x அச்சில் -3 முதல் 3 வரையும் y அச்சில் -6 முதல் 8 வரையும் அமைந்த ஓர் ஆள்கூற்றுத்தளம் தயாரியுங்கள்.
- f) அதில் பகுதி (d) யில் கண்ட வரிசைப்பட்ட சோடிகளையுடைய புள்ளிகளைக் குறியுங்கள்.

- g) அவை எல்லாம் ஒரே நேர்கோட்டில் அமைகின்றனவா?
- h) அந்த நேர்கோட்டை வரையுங்கள்.
- i) அந்த நேர்கோட்டின் சமன்பாடு யாது? அச்சமன்பாட்டை நேர்கோட்டின்மேல் எழுதுங்கள்.
- j) அந்த நேர்கோடு y அச்சை எந்தப் புள்ளியில் வெட்டுகிறது?
2. $y = 3x + 2$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைபு y அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறு யாது?
3. $y = 2x - 1$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைபுக்குச் சமாந்தரமாகவும் y அச்சை 3இல் வெட்டுவதுமான வரைபின் சமன்பாட்டை எழுதுங்கள்.
4. $y = 3x + 4$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைபின் படித்திறன் யாது? வெட்டுத்துண்டு யாது?
5. $y = -2x + 1$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைபின் படித்திறன் யாது? வெட்டுத்துண்டு யாது?
6. படித்திறன் 1 ஆகவும் வெட்டுத்துண்டு -2 ஆகவும் உள்ள வரைபின் சமன்பாடு எழுதுங்கள்.
7. உற்பத்திக்கு ஊடாகவும் (3,6) என்ற புள்ளிக்கு ஊடாகவும் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு யாது?
8. (4,3) (6,7) என்ற புள்ளிகளினூடு செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு யாது?
9. நேர்கோடு ஒன்றை வரைவதற்கு குறைந்தது எத்தனை வரிசைப்பட்ட சோடிகள் தேவை?
10. (2,7) (3,5) (3,10) (1,2) (-1,-2) என்ற வரிசைப்பட்ட சோடிகளில் $y = 3x + 1$ என்ற நேர்கோட்டில் உள்ள புள்ளிகள் எவை?

பயிற்சி 75

1. a) $y = 2x - 3$, $y = 2x + 1$ என்ற இரு சமன்பாடுகளையும் பொருத்தமான ஓர் ஆள்கூற்றுத்தளம் தயாரித்து அதில் வரைப்புடுத்துங்கள்.
- b) இவற்றின் படித்திறன்கள் யாவை?
- c) இவ்வரைபுகள் சமாந்தரமானவையா?
- d) சமாந்தரமான இரு வரைபுகளின் படித்திறன்கள் பற்றி யாது அனுமானித்தீர்?
- e) (2,1) என்ற புள்ளி இவ்வரைபுகளில் எதில் உள்ளது?
- f) இவற்றிற்குச் சமாந்தரமாக உற்பத்திப் புள்ளியூடு செல்லும் வரைபின் சமன்பாடு எது?
2. a) இரு அச்சக்களிலும் -6 முதல் 6 வரை அமைந்த ஆள்கூற்றுத்தளம் தயாரியுங்கள்.
- b) அதில் $y = 2x + 1$, $y = -\frac{1}{2}x + 2$ என்ற சமன்பாடுகளை வரைப்புடுத்துங்கள்.
- c) அவ்விரு வரைபுகளும் வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறு யாது?
- d) அவ்விரு வரைபுகளுக்கும் இடைப்பட்ட கோணத்தை அளவிடுங்கள்.
- e) அக்கோணப் பெறுமதி யாது?
- f) முதலாம் வரைபின் படித்திறன் யாது?
- g) இரண்டாம் வரைபின் படித்திறன் யாது?
- h) இரு படித்திறன்களினதும் பெருக்கம் யாது?
- i) இரு வரைபுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து ஆயின் அவற்றின் சமன்பாடுகளின் படித்திறன்களின் பெருக்கம் எவ்வளவாகும்?

3. a) $x + y = 4$ என்ற சமன்பாட்டில் y ஐ எழுவாயாக மாற்றுங்கள்.
- b) $y = -x + 4$ என்ற சமன்பாட்டுக்குப் பொருத்தமான 4 வரிசைப்பட்ட சோடிகள் எழுதுங்கள்.
- c) ஓர் ஆள்கூற்றுத்தளத்தில் அவற்றைக் குறித்து இணையுங்கள்.
- d) நீங்கள் பெற்ற நேர்வரை y அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறு யாது?
- e) அந்த வரைபு x அச்சுடன் கூர்ங்கோணத்தையா விரிகோணத்தையா ஆக்குகிறது?
4. a) $2x + 3y = 6$ எனும் சமன்பாட்டில் $x = 0$ ஆகும்போது y இன் பெறுமதி யாது? $y = 0$ ஆகும்போது x இன் பெறுமதி யாது?
- b) $(0,2)$ $(3,0)$ என்ற புள்ளிகள் மேலுள்ள சமன்பாட்டின் வரைபில் உள்ளனவா?
- c) $2x + 3y = 6$ என்ற சமன்பாட்டை $y = mx + c$ என்ற வடிவில் மாற்றுங்கள்.
- d) $y = -x + \frac{2}{3}$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைபின் படித்திறன் யாது? வெட்டுத்துண்டு யாது?

பயிற்சி 76

1. ஸ்ரேலிங் பவுணிலிருந்து அமெரிக்க டொலருக்கு நாணயமாற்று வீதம் $\$1.80 = \text{£} 1$.

2cm £5 ஐயும் 1cm \$5 ஐயும் குறிக்கும்படி ஒருசோடி அச்சுக்கள் வரையுங்கள். அவை £50, \$ 80 வரை அமையவேண்டும். அதில் மூன்று வரிசைப்பட்ட சோடிகளைக் குறித்து நேர்கோட்டு வரைபு வரையுங்கள். அதைப் பயன்படுத்தி I. £30 II £25 III £45 IV £37.50 என்பவற்றின் பெறுமதியை டொலரிலும், I \$64 II \$56 III \$ 20 IV \$50 என்பவற்றின் பெறுமதியை ஸ்ரேலிங் பவுணிலும் காணுங்கள்.

2. தேசிய நீர் வழங்கல் வடிகாலமைப்புச் சபை குடியிருப்பாளர்களிடம் மாதாந்தம் நிலையான கட்டணமாக ரூபா 50 உம் 1 மீற்றர்³ நீருக்கு ரூபா 24 உம் அறவிடுகிறது. x அச்சில் நீரின் அளவையும் y அச்சில் செலுத்தப்படும் பணத்தையும் காட்டி ஒரு வரைபு வரைக. வரைபைப் பயன்படுத்தி,

காண்க.

a) 4m³ நீர் உபயோகித்தவர் செலுத்திய கட்டணத்தையும்,

b) ரூ=170 கட்டணம் செலுத்தியவர் பயன்படுத்திய நீரின் அளவையும் காண்க.

3. ஒரு கிராமத்தில் வீடுகளுக்கு விநியோகிக்கப்படும் மின்சாரக் கட்டணம் இரு பகுதிகளாகக் கணிக்கப்படுகிறது. நிலையான மாதக் கட்டணம் ரூபா 50 உம் மேலும் ஒவ்வொரு அலகுக்கும் ரூபா 5உம் ஆகும். இதனை வரைபு ஒன்றில் காட்டி அதிலிருந்து பின்வரும் தகவல்களைப் பெறுங்கள்.

I a) 21 அலகுகள் உபயோகித்த ஒருவர் கட்டவேண்டிய பணம்.

b) ரூபா 195 மொத்தமாகக் கட்டிய ஒருவர் உபயோகித்த மின்சார அலகுகள்.

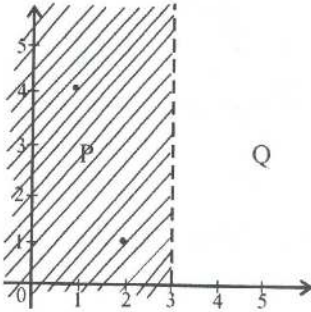
II வேறு ஒரு முறையாகவும் கட்டணத்தைச் செலுத்தலாம். இதில் நிலையான கட்டணம் இல்லை. ஆனால் அலகு ஒன்றிற்கு ரூபா 10. மாதாந்தம் 24 அலகு மின்சாரம் உபயோகிப்பவர் இம்முறைகளில் எதனால் மின்சாரம் பெறுவது இலாபகரமானது?

வடிகால் நுழைவாய்க்கல்

சென்னை நகராட்சி
செயலகமில் தலைவர்
பட்டினம், சென்னை நகர்
மாண்புமிகு நகராட்சி
மாண்புமிகு நகராட்சி

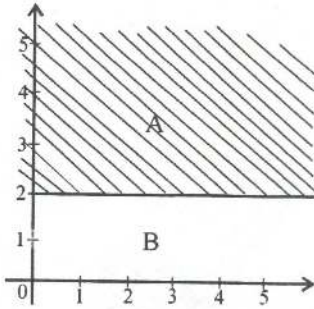
சமனிலிகள்

20.1.1 ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் $x < 3$ என்ற சமனிலியை வரைபுப்படுத்துதல்..



அருகிலுள்ள வரைபில் நிழற்றப்பட்ட பகுதியிலுள்ள எந்தவொரு ஆள்கூறினதும் x பெறுமானம் 3இலும் குறைந்ததாகும். எனவே, இந்த வரைபில் P என்ற நிழற்றிய பகுதி $x < 3$ என்ற பிரதேசமாகும். Q என்ற நிழற்றாத பகுதி $x > 3$ என்ற பிரதேசம் ஆகும். சங்கிலிக் கோட்டால் குறிக்கப்பட்ட $x = 3$ என்ற வரை $x < 3$ என்ற பிரதேசத்தில் அமையவில்லை.

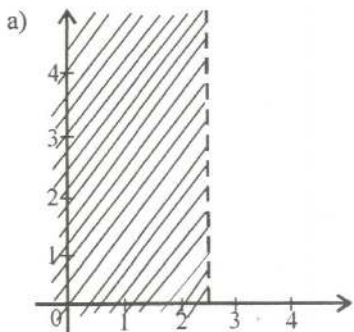
20.1.2 ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் $y \geq 2$ என்ற சமனிலியை வரைபுப்படுத்துதல்.



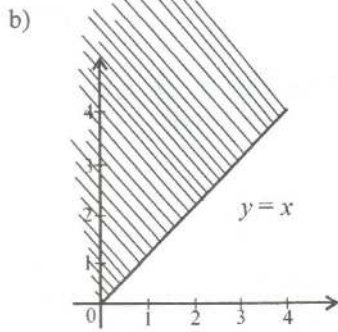
அருகிலுள்ள வரைபில் நிழற்றிய பகுதி A, $y = 2$ என்ற நேர்வரையையும் உள்ளடக்கியது. எனவே, இவ்வரைபில் A என்ற நிழற்றிய பகுதி $y \geq 2$ என்ற பிரதேசமாகும். B என்ற நிழற்றாத பகுதி $y = 2$ என்ற வரையை உள்ளடக்கவில்லை. எனவே B என்ற நிழற்றாத பகுதி $y < 2$ என்ற பிரதேசமாகும்.

குறிப்பு : 20.1.1 என்ற பகுதியில் $x = 2$ என்ற வரை சங்கிலிக் கோட்டினால் குறிக்கப்பட்டுள்ளதால் அவ்வரையில் உள்ள புள்ளிகள் குறிப்பிட்ட பிரதேசத்தில் அடங்கவில்லை. ஆனால் 20.1.2 என்ற பகுதியில் $y = 2$ என்ற வரை தொடர் கோட்டினால் (Solid line) குறிக்கப்பட்டுள்ளதால் அவ்வரையில் உள்ள புள்ளிகள் குறிப்பிட்ட பிரதேசத்தில் அடங்கியுள்ளன.

உ+ம் 1: கீழுள்ள வரைபுகளில் நிழற்றிய பிரதேசங்களை விபரிக்க.

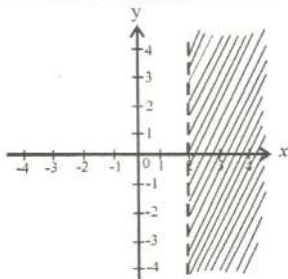


விடைகள் a) $x < 2.5$

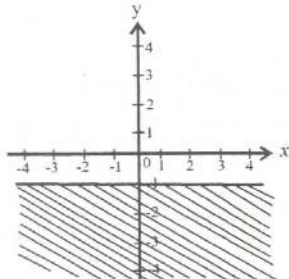


b) $y \geq x$

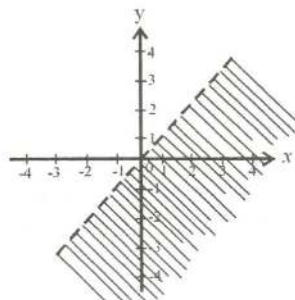
20.2 நான்கு காற்பங்குகளும் அமைந்த ஆள்கூற்றுத் தளங்களில் சமனிலிகளை வரைபுப்படுத்துதல்.



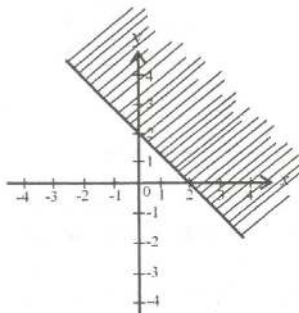
I



II



III



IV

முன்பக்கத்திலுள்ள இரு அச்சுகளிலும் - 4 முதல் + 4 வரை குறிக்கப்பட்ட ஆள்கூற்றுத் தளங்களாகும்.

I இல் நிழற்றப்பட்ட பிரதேசம் $x > 2$ ஆகும்.
[$x = 2$ சங்கிலிக்கோடு]

II இல் நிழற்றப்பட்ட பிரதேசம் $y \leq -1$ ஆகும்.
[$y = -1$ தொடர் கோடு]

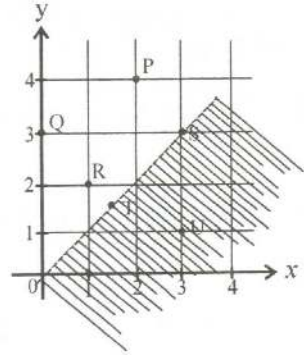
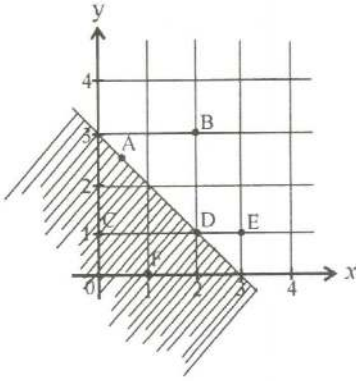
III இல் நிழற்றப்பட்ட பிரதேசம் $y < x$ ஆகும்.
[$y = x$ சங்கிலிக்கோடு]

IV இல் நிழற்றப்பட்ட பிரதேசம் $y + x \geq 2$ ஆகும்.
[$y + x = 2$ தொடர்கோடு]

பயிற்சி 78

1. a) இரு அச்சுகளிலும் 0 முதல் 5 வரை அமைந்த 4 ஆள்கூற்றுத் தளங்கள் தயாரியுங்கள்.
- b) அவற்றில் பின்வரும் சமன்பாடுகளை வரைபுப்படுத்துங்கள்.
i) $x = 2$ ii) $y = 3$ iii) $y = x$ iv) $y + x = 3$
2. a) இரு அச்சுகளிலும் 0 முதல் 5 வரை அமைந்த ஆள்கூற்றுத் தளங்கள் தயாரியுங்கள்.
- b) அவற்றில் பின்வரும் சமனிலிகளை வரைபுப்படுத்துங்கள்.
i) $x < 3$ ii) $x > 1$ iii) $y < 2$ iv) $y > 2$
v) $x \leq 4$ vi) $x \geq 1$ vii) $y \leq 3$ viii) $y \geq 3$
ix) $y < x$ x) $y > x$ xi) $y + x \geq 3$ xii) $y + x \leq 2$
3. a) இரு அச்சுகளிலும் -3 முதல் +3 வரை அமைந்த ஆள்கூற்றுத் தளங்கள் தயாரியுங்கள்.
- b) அவற்றில் பின்வரும் சமனிலிகளை வரைபுப்படுத்துங்கள்.
i) $x < 1$ ii) $x > -2$ iii) $y < -1$ iv) $y > 1$
v) $x \leq -1$ vi) $x \geq 0$ vii) $y \leq 2$ viii) $y \geq -1$
ix) $y > x$ x) $y \leq x$ xi) $y + x \leq 2$ xii) $y + x \geq -2$

4.



மேலுள்ளன $y + x \leq 3$, $y < x$ என்ற இரு சமனிலிகளின் வரைபுகளாகும். அவற்றிலுள்ள A, B, C, D, E, F, P, Q, R, S, T, U ஆகிய புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளைக் குறித்து, அவை குறிப்பிட்ட சமனிலிகளில் அடங்கியுள்ளனவா என எழுதுங்கள்.

உ+ம் : A $\equiv (1/2, 2 1/2)$ - ஆம்.

தொடைகள்

21.1 மீட்டல் :

ஒரு கூட்டம் பொருட்களைத் 'தொடை' எனலாம். அத்தொடையிலுள்ள பொருட்கள் அத்தொடையின் 'மூலகங்கள்' எனப்படும். ஒரு தொடையை மூன்று முறைகளில் விபரிக்கலாம். அவையாவன:

1. இரட்டை அடைப்புக்குறிகளுள் சொற்களால் விபரித்தல்.
2. இரட்டை அமைப்புக்குறிகளுள் மூலகங்களால் பட்டியற்படுத்துதல்.
3. 'வென்உரு' வரைதல்.

உ+ம் : A என்பது முதல் ஐந்து முதன்மை எண்களின் தொடை என்க.

1. $A = \{\text{முதல் ஐந்து முதன்மை எண்கள்}\}$
2. $A = \{2,3,5,7,11\}$
3. $A \rightarrow (2,3,5,7,11)$

அகிலத் தொடை : ஒரு பிரச்சினத்தில் இடம்பெறும் எல்லா மூலகங்களையும் கொண்ட மிகச் சிறிய தொடை. குறியீடு : \mathcal{E} . அகிலத் தொடையை பொதுவாக செவ்வக வடிவமாகக் குறிப்பிடுவர்.

உ+ம் : $P = \{10 \text{ இலும் குறைந்த ஒற்றை எண்கள்}\}$
 $Q = \{10 \text{ இலும் குறைந்த இரட்டை எண்கள்}\}$

என்ற இரு தொடைகளையும் சீர்தூக்கும்போது $\{10 \text{ இலும் குறைந்த எண்ணும் எண்கள்}\}$ என்ற தொடையை அகிலத் தொடையாகக் கொள்ளலாம்.

வெறுந் தொடை : மூலகங்கள் எதுவும் இல்லாத தொடை.

குறியீடு : $\{\}$ அல்லது \emptyset

தொடை ஒன்றின் முதலிமை :

$x = \{\text{முதல் நான்கு எண்ணும் எண்கள்}\}$ என்க. இதனை $x = \{1,2,3,4\}$ என மூலகங்களில் பட்டியற்படுத்தலாம். x என்ற இத் தொடையிலுள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கை 4 ஆகும். இதனை $n(x) = 4$ எனக் குறிப்பிடலாம். தொடை x இன் முதலிமை (மூலகங்களின் எண்ணிக்கை) 4 ஆகும் என்பதையே இது குறிக்கும்.

21.2 முடிவுள்ள தொடைகளும் முடிவில் தொடைகளும்.

ஒரு தொடையிலுள்ள எல்லா மூலகங்களையும் பட்டியற்படுத்தமுடியுமாயின் அது முடிவுள்ள தொடையாகும். முதல் ஐந்து எண்ணும் எண்களின் தொடை P ஆயின் $P = \{1,2,3,4,5\}$ எனப் பட்டியற்படுத்தலாம். எனவே P என்பது ஒரு முடிவுள்ள தொடையாகும்.

வேறு சில சந்தர்ப்பங்களில் ஒரு தொடையிலுள்ள எல்லா மூலகங்களையும் பட்டியற்படுத்தமுடியாது இருக்கும். Q என்ற இயற்கை எண்களின் தொடையை எடுத்துக் கொள்வோம். $Q = \{1,2,3,4,\dots\}$. இங்கு எந்த எண்வரை எழுதினாலும் அதற்கு அடுத்த எண்ணை எழுதக் கூடியதாக இருக்கும். இவ்வகையான தொடை முடிவில் தொடையாகும்.

21.3 தொடைப் பிரிவுகள்.

ஒரு தொடையின் மூலகங்கள் எல்லாம் வேறொரு தொடையின் மூலகங்களாக அமைந்திருப்பின் முதலாவது தொடை இரண்டாவது தொடையின் தொடைப் பிரிவாகும். $A = \{2,3,5,7\}$, $B = \{3,7\}$ ஆயின் தொடை B என்பது தொடை A யின் தொடைப் பிரிவு. இதனைக் குறியீட்டில் $B \subset A$ என எழுதலாம்.

$X = \{1,2,3\}$ என்ற தொடையிலிருந்து 0 மூலகங்களுள்ள, 1 மூலகமுள்ள, 2 மூலகங்களுள்ள 3 மூலகங்களுள்ள தொடைப்பிரிவுகளை அமைக்கலாம். அவையாவன: $\{\}$ $\{1\}$ $\{2\}$ $\{3\}$ $\{1,2\}$ $\{2,3\}$ $\{1,3\}$ $\{1,2,3\}$ என்ற எட்டுமாகும். இரு அந்தங்களிலுமுள்ள வெறுந்தொடை, மூலத்தொடை என்பனவும் X என்ற தொடையின் தொடைப்பிரிவுகளே. எனவே, ஒவ்வொரு தொடையும் அவ்வத் தொடைகளின் தொடைப்பிரிவு ஆவதுடன் வெறுந்தொடை எல்லாத் தொடைகளினதும் தொடைப்பிரிவாக அமையும்.

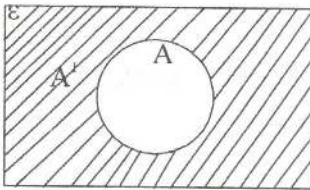
இவற்றுள் முதலும் இறுதியும் தவிர்ந்த ஆறு தொடைகளும் X இன் முறைமையான தொடைப்பிரிவுகள் ஆகும். $\{1,2,3\}$ என்ற இறுதித் தொடை X இன் முறைமையற்ற தொடைப்பிரிவு ஆகும்.

21.3.1 ஒரு தொடையின் தொடைப் பிரிவுகளின் எண்ணிக்கைக்கும் அத்தொடையின் முதலிமைக்கும் உள்ள தொடர்பு

தொடை	தொடைப் பிரிவுகள்	தொடைப் பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை	தொடர்பு
$A = \{0\}$	$\{\} \{0\}$	2	2^1
$B = \{0,1\}$	$\{\} \{0\} \{1\} \{0,1\}$	4	2^2
$C = \{\sqrt{x}=\}$	$\{\} \{\sqrt{\quad}\} \{x\} \{=\} \{x,\sqrt{\quad}\} \{\sqrt{\quad},=\} \{x,=\} \{x,\sqrt{\quad},=\}$	8	2^3

மேலுள்ள அட்டவணையிலிருந்து ஒரு தொடையின் முதலிமை எத்தனையோ, அத்தொடைக்கு இரண்டின் அத்தனையாம் அடுக்கு தொடைப் பிரிவுகள் உள்ளன என்பது தெளிவாகும்.

21.4 தொடை ஒன்றின் நிரப்பி :



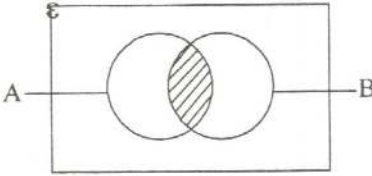
அருகிலுள்ள வெள் உருவில் செவ்வகத்தால் அகிலத்தொடையும் அதனுள் உள்ள வட்டத்தால் A என்ற தொடையும் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. அகிலத் தொடையில் A தவிர்ந்த பகுதி நிழற்றப்பட்டுள்ளது. நிழற்றப்பட்ட அப்பகுதி A யின் நிரப்பி ஆகும். அப்பகுதியை A' எனக் குறிப்பிடுவர்.

ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணாக்கரை அகிலத் தொடையும், அவ்வகுப்பிலுள்ள ஆண்களை A என்ற தொடையும் குறிக்குமாயின் அவ்வகுப்பிலுள்ள பெண்களை A' குறிக்கும்.

இங்கு $A \subset E$; அதே சமயம் $A' \subset E$. எனவே, அகிலத்தொடையில் உள்ள ஆனால் குறிப்பிட்ட தொடை A யில் இல்லாத எல்லா மூலகங்களையும் கொண்ட தொடை, தொடை A யின் நிரப்பித் தொடை ஆகும்.

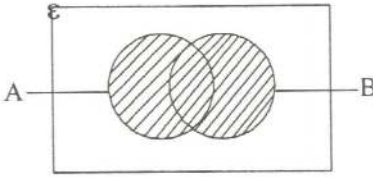
21.5 தொடைச் செய்கைகள் :

21.5.1 தொடைகளின் இடைவெட்டு : குறியீடு \cap



A, B என்னும் இரு தொடைகளின் இடைவெட்டானது அவ்விரு தொடைகளிலும் பொதுவாக உள்ள எல்லா மூலகங்களையும் அடக்கிய தொடையாகும். படத்தில் நிழற்றிய பகுதி A, B என்னும் தொடைகளின் இடைவெட்டைக் கருதும்.

21.5.2 தொடைகளின் ஒன்றிப்பு : குறியீடு \cup



A, B என்னும் இரு தொடைகளின் ஒன்றிப்பானது அவ்விரு தொடைகளிலும் உள்ள எல்லா மூலகங்களையும் அடக்கிய தொடையாகும்.

படத்தில் நிழற்றிய பகுதி A, B என்னும் தொடைகளின் ஒன்றிப்பைக் கருதும்.

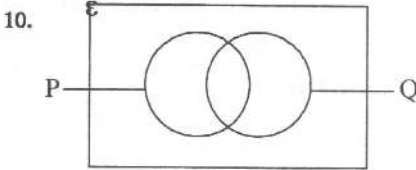
பயிற்சி 79

பின்வருவனவற்றுள் முடிவுள்ள தொடைகள் எவை?

1. $A = \{10\}$ இலும் குறைந்த முதன்மை எண்கள்
2. $B = \{\text{முக்கோணி எண்கள்}\}$
3. $C = \{\text{ஸ்ரீலங்காவில் வசிப்போர்}\}$
4. $D = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$
5. $E = \{2, 4, 6, 8\}$
6. $F = \{\text{ஒரு வட்டத்தின் பரிதியிலுள்ள புள்ளிகள்}\}$
7. $G = \{\text{தமிழ் அரிச்சுவடியிலுள்ள எழுத்துக்கள்}\}$
8. $H = \{\text{இரட்டை எண்கள்}\}$
9. $I = \{\text{சுகதேகி ஒருவரது } 1\text{cm}^3 \text{ இரத்தத்திலுள்ள செங்குருதிச் சிறுதுணிக்கைகள்}\}$
10. $J = \{\text{ஸ்ரீலங்காவிலுள்ள மரக்கறி வகைகள்}\}$

பயிற்சி 80

1. $X = \{1, 2, 3\}$ ஆயின் X இன் எல்லாத் தொடைப்பிரிவுகளையும் எழுதுங்கள்.
2. $Y = \{a, b, c, d\}$ ஆயின் Y க்கு எத்தனை தொடைப்பிரிவுகள் உள்ளன?
3. ஒரு தொடையின் முதலிமை 2 ஆயின், அதற்கு எத்தனை தொடைப்பிரிவுகள் இருக்கும்?
4. ஒரு தொடைக்கு 4 தொடைப்பிரிவுகள் இருப்பின் அத்தொடையின் முதலிமை எத்தனை?
5. முதலிமை 0 ஆகவுள்ள தொடை எது?
6. a) 128ஐ இரண்டின் வலுவில் எழுதுங்கள்.
b) 128 தொடைப்பிரிவுகள் உள்ள ஒரு தொடையின் முதலிமை யாது?
7. $A = \{3, 6, 9, 12, 15\}$, $B = \{3, 6, 7, 12\}$, $C = \{3, 12\}$
ஆயின் பின்வரும் கூற்றுகளில் சரியானவை எவை?
a) $A \subset B$ b) $B \subset A$ c) $C \subset A$ d) $C \subset B$ e) $A \subset B \subset C$
8. $X = \{1, 2, 3, 4\}$ ஆயின் X இன் முறைமையான தொடைப்பிரிவுகள் எல்லாவற்றையும் எழுதுக.
9. $Y = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ஆயின் பின்வரும் நிபந்தனைகளுக்கு அமைந்த Y யின் தொடைப்பிரிவுகளை எழுதுங்கள்.
a) எல்லாம் ஒற்றை எண்களாக அமைந்தவை.
b) எல்லாம் மூன்றின் மடங்குகளாக அமைந்தவை.
c) எல்லாம் முதன்மை எண்களாக அமைந்தவை.



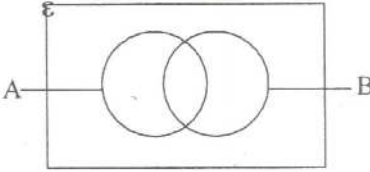
அருகிலுள்ள படத்தை 4 முறை பிரதிசெய்து அவற்றில் பின்வருவனவற்றை நிழற்றிக் காட்டுங்கள்.

- a) P' b) Q' c) $(P \cup Q)'$ d) $(P \cap Q)'$
11. $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ஆயின் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.
a) A' b) B' c) $A' \cap B'$ d) $A' \cup B'$

பயிற்சி 81

1. $\mathcal{E} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$
ஆயின்,
a) A' b) B' c) $A \cap B$ d) $A \cup B$
e) $n(A \cap B)$ என்பவற்றைக் காண்க.

2. $\mathcal{E} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $P = \{1, 2, 4, 6\}$, $Q = \{3, 4, 6, 7\}$
ஆயின் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.
a) $n(\mathcal{E})$ b) P' c) Q' d) $P \cap Q$
e) $P \cup Q$ f) $P' \cap Q'$ g) $P' \cup Q'$



3. பின்வருவனவற்றை நிழற்றிக் காட்டுக.

- a) A b) B c) $A \cap B$ d) $A \cup B$
e) A' f) B'

அருகிலுள்ள படத்தை
6முறை பிரதிசெய்து, அவற்றில்

4. $\mathcal{E} = \{2, 3, 5, 7, 9, 11\}$, $A = \{2, 3, 5, 11\}$, $B = \{3, 5, 7, 11\}$
ஆயின்
a) இவற்றை வென் உருவில் காட்டுக.

- b) i) $A \cap B$ ii) $A \cup B$ iii) $n(A \cap B)$ iv) $n(A \cup B)$
என்பவற்றைக் காண்க.

- c) $n(A \cup B) + n(A \cap B)$ யின் பெறுமதி காண்க.

- f) $n(A) + n(B)$ யின் பெறுமதி காண்க.

- g) $n(A) + n(B) = n(A \cup B) + n(A \cap B)$ ஆகுமா?

- f) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ என்ற முடிவுக்கு வரலாமா?

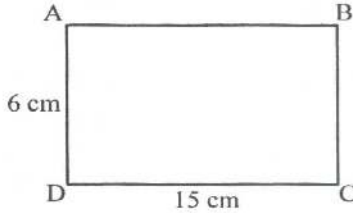
5. $\mathcal{E} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $X = \{1, 3, 5, 7\}$, $Y = \{2, 4, 6\}$
ஆயின் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

- a) X' b) Y' c) $X \cup X'$ d) $X \cap X'$
e) $X \cap Y$ f) $X \cup Y$

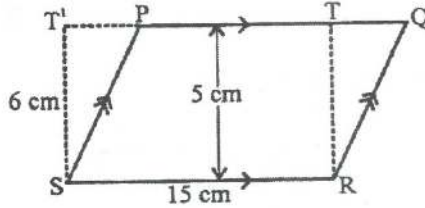
பரப்பளவு

22.1 இணைகரத்தின் பரப்பளவு :

கீழ் வகுப்புகளில் செவ்வகம் ஒன்றின் பரப்பளவு காணப் பயின்றுள்ளீர்கள்.



$$\begin{aligned} \text{செவ்வகம் ABCD யின் பரப்பளவு} &= (15 \times 6) \text{ cm}^2 \\ &= 90 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



மேலுள்ள PQRS என்ற வடிவம் ஓர் இணைகரமாகும்.

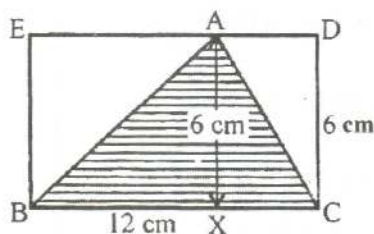
இதனை RT கோடுவழியே வெட்டி, முக்கோணி TRQ வை இடது பக்கத்தில் பொருத்தினால் T'SRT என்ற செவ்வகம் பெறப்படும்.

$$\begin{aligned} \text{செவ்வகம் T'SRT யின் பரப்பளவு} &= (15 \times 5) \text{ cm}^2 \\ &= 75 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{இணைகரம் PQRS இன் பரப்பளவு} = 75 \text{ cm}^2$$

இணைகரத்தின் பரப்பளவு = ஒரு பக்க நீளம் x அதற்கும் எதிர்ப் பக்கத்திற்கும் இடைப்பட்ட செங்குத்துத் தூரம்.

22.2 முக்கோணியின் பரப்பளவு :



முக்கோணி ABC யின் பரப்பளவு = செவ்வகம் EBCD யின் பரப்பளவின் அரைப்பங்கு.

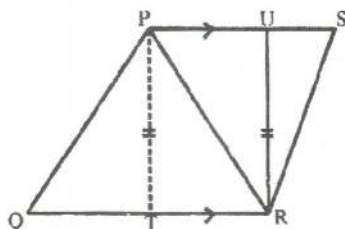
$$= \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 6\right) \text{ cm}^2$$

$$= 36 \text{ cm}^2$$

$$= \frac{1}{2} \times BC \times AX$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{முக்கோணியின் அடி} \times \text{செங்குத்துத் தூரம்.}$$

22.3 சரிவகத்தின் பரப்பளவு :



சரிவகம் PQRS இன் பரப்பளவு = முக்கோணி PQR இன் பரப்பளவு + முக்கோணி PRS இன் பரப்பளவு

$$= \left(\frac{1}{2} \times QR \times PT\right) + \left(\frac{1}{2} \times PS \times UR\right)$$

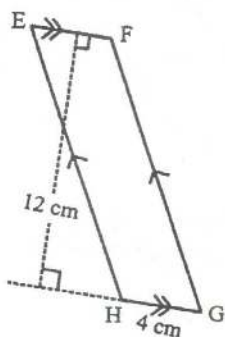
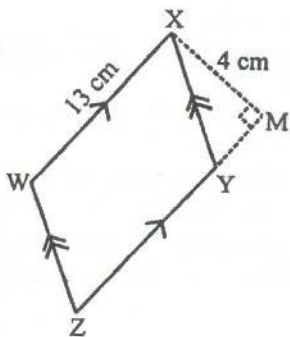
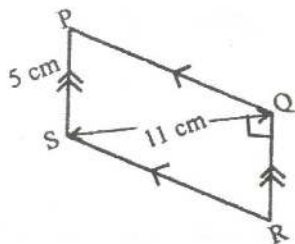
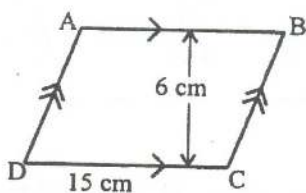
$$= \frac{1}{2} \times PT \times (QR + PS) [PT = UR]$$

$$= \frac{(QR + PS)}{2} \times PT$$

= சமாந்தர பக்கங்களின் சமாந்தர பக்கங்களுக்கு
கூட்டுத் தொகை x இடைப்பட்ட செங்குத்துத்தூரம்.
 2

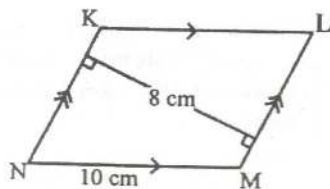
பயிற்சி 82

1. கீழுள்ள இணைகரங்களின் பரப்பளவு காண்க.

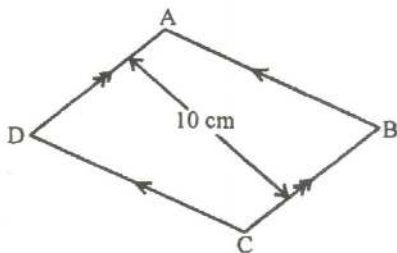


2.

இணைகரம் KLMN இன் சுற்றளவு 32cm. அதன் பரப்பளவு காண்க.

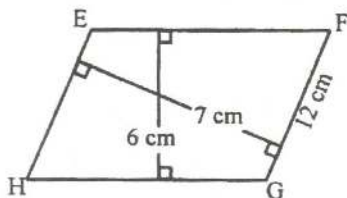


3.

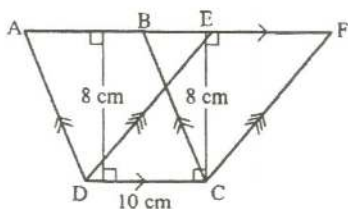


இணைகரம் ABCD இன் பரப்பளவு 70cm^2 ஆயின் BC யின் நீளம் காண்க.

4. இணைகரம் EFGH இல் HG யின் நீளம் கணிக்க.



5.

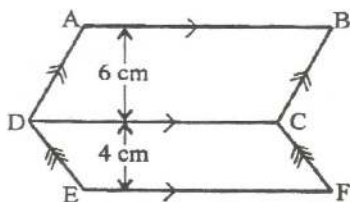


- அருகிலுள்ள படத்தில் எத்தனை இணைகரங்கள் உள்ளன?
- அவை எவை?
- இணைகரம் ABCD யின் பரப்பளவு யாது?
- இணைகரம் CDEF இன் பரப்பளவு யாது?
- இரு இணைகரங்களதும் பரப்பளவுகள் சமனா?

f) ஒரே அடியிலும் ஒரே இரு சமாந்தர வரைகளுக்கு இடைப்படும் அமைந்த இணைகரங்களின் பரப்பளவுகள்பற்றி என்ன முடிவுக்கு வரலாம்?

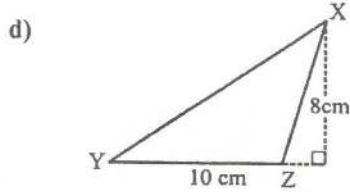
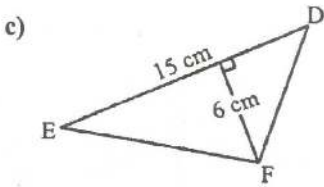
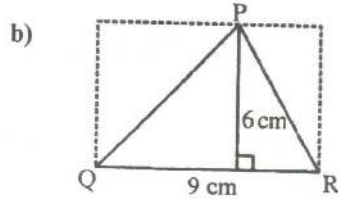
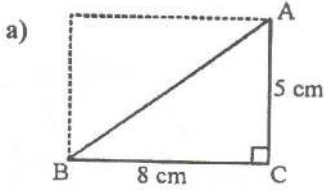
6.

இணைகரம் ABCD யின் பரப்பளவு 54cm^2 ஆயின் இணைகரம் CDEF இன் பரப்பளவு காண்க.

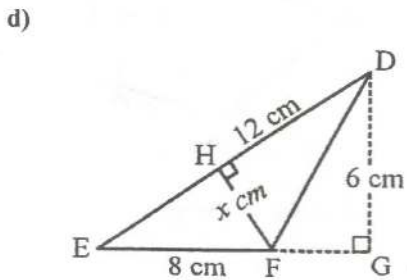
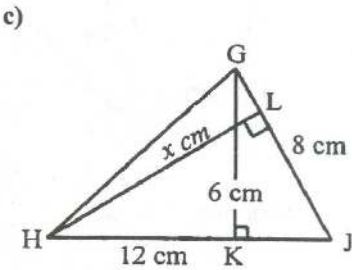
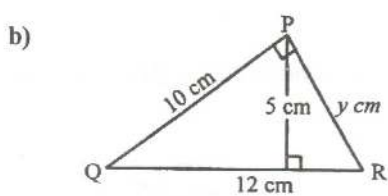
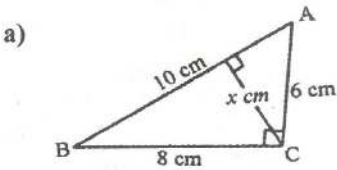


பயிற்சி 83

1. கீழுள்ள முக்கோணிகளின் பரப்பளவுகளைக் கணியுங்கள்.

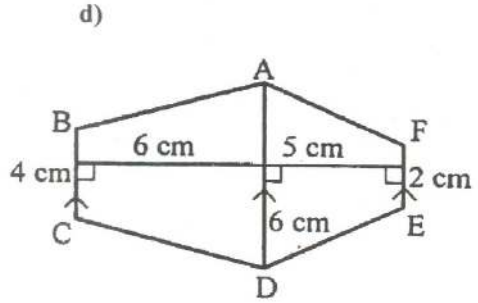
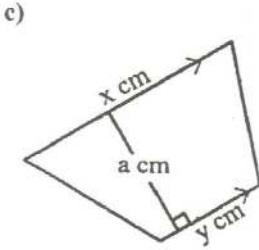
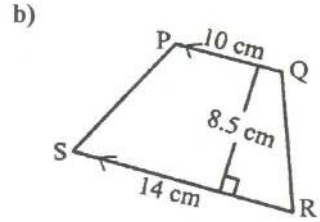
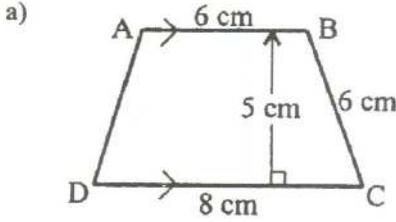


2. அட்சரங்களால் குறிக்கப்பட்ட அளவுகளைக் காணுங்கள்.

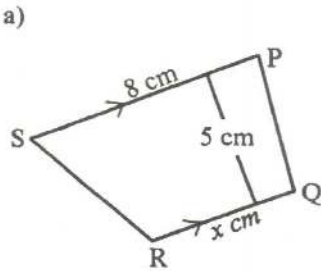


பயிற்சி 84

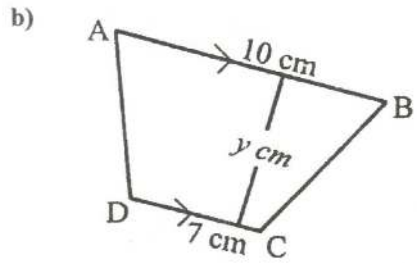
1. கீழுள்ள சரிவகங்களின் பரப்பளவுகளைக் காணுங்கள்.



2. அட்சரங்களால் குறிக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கணியுங்கள்.

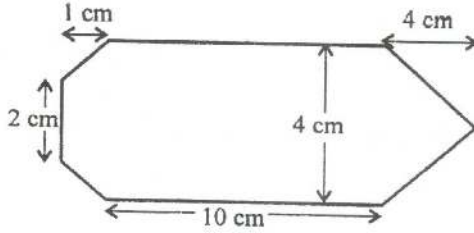


பரப்பளவு = 35cm^2



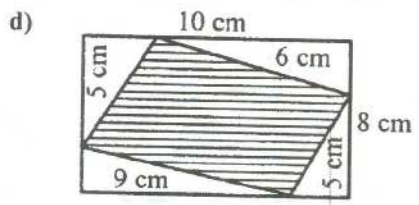
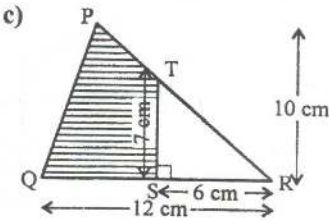
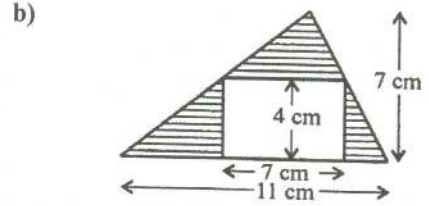
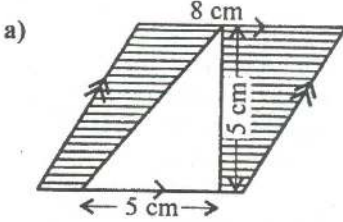
பரப்பளவு = 51cm^2

3. கீழுள்ள உருவின் பரப்பளவைக் காணுங்கள்.

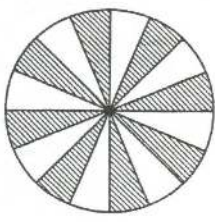


பயிற்சி 85

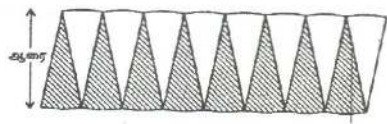
1. நிழற்றிய பகுதியின் பரப்பளவு காணுங்கள்.



22.4 வட்டத்தின் பரப்பளவு :



இவ்வட்டம் 16 ஆரைச்சிறைகளாகப் பிரிக்கப் பட்டுள்ளது. இந்த ஆரைச்சிறைகளை மாற்றி ஒழுங்குபடுத்தினால் பின் வருமாறு ஒரு இணைகரமாக அமையும்.



இணைகரத்தின் பரப்பளவு

$$= \text{அடி} \times \text{உயரம்}$$

$$= \text{பரிதியின் அரைப்பங்கு} \times \text{உயரம்}$$

$$= \frac{2\pi r}{2} \times r = \pi r^2$$

எனவே, வட்டத்தின் பரப்பளவு = πr^2 சதுர அலகுகள்.

பயிற்சி 86

I. பின்வரும் அளவுகளுடைய வட்டங்களின் பரப்பளவுகளைக் காணுங்கள்.

$$\pi = \frac{22}{7} \text{ எனக் கொள்க.}$$

1. ஆரை = 7cm

2. ஆரை = 3.5cm

3. ஆரை = 21cm

4. விட்டம் = 14cm

5. விட்டம் = 49cm

6. ஆரை = 0.5cm

7. விட்டம் = 10.2cm

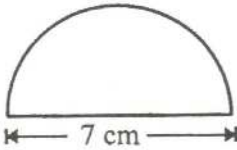
8. விட்டம் = 120mm

9. ஆரை = 15cm

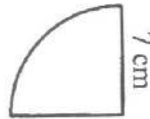
10. ஆரை = 24cm

II. பின்வரும் வடிவங்களின் பரப்பளவுகளைக் காணுங்கள்.

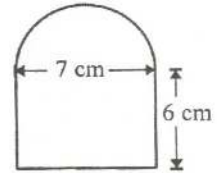
1)



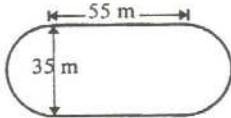
2)



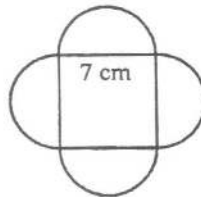
3)



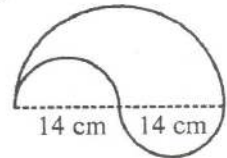
4)



5)

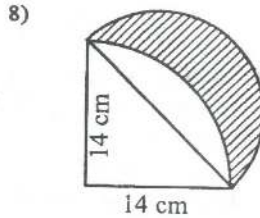
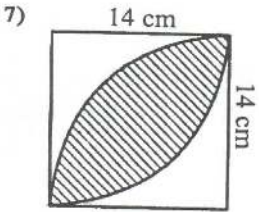
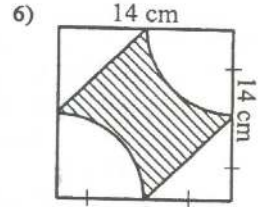
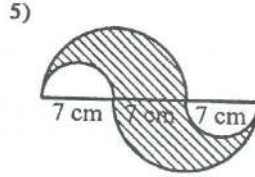
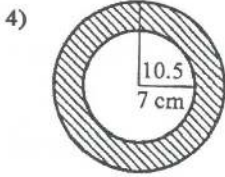
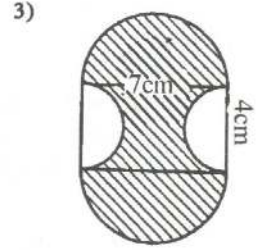
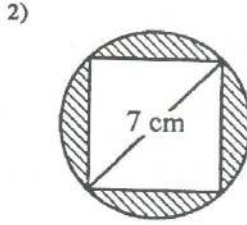
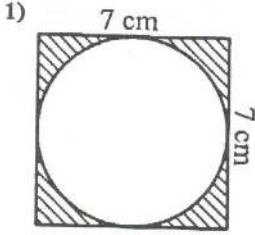


6)



பயிற்சி 87

பின்வரும் வடிவங்களில் நிழற்றப்பட்ட பகுதிகளின் பரப்பளவுகளைக் காணுங்கள்.



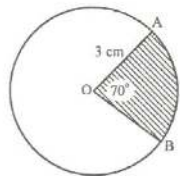
பயிற்சி 88

1. 20cm நீளமும் 10cm அகலமுமுள்ள செவ்வகவடிவ தகரத்தில் 4cm ஆரையுள்ள வட்டங்கள் வெட்டி எடுக்கப்பட்டன.

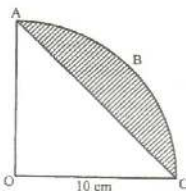
- வெட்டக்கூடிய வட்டங்கள் எத்தனை?
- ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவு எவ்வளவு?
- எல்லா வட்டங்களினதும் பரப்பளவு எவ்வளவு?
- எஞ்சிய தகரத்தின் பரப்பளவு எவ்வளவு?

2. 2cm ஆரையுள்ள 4 வட்டங்களின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகையா 8cm ஆரையுள்ள ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவா கூட? இரண்டு பரப்பளவுகளுக்கும் வித்தியாசம் எத்தனை cm^2 ?
3. 84cm சுற்றளவுள்ள ஒரு சதுரத் தகட்டிலிருந்து வெட்டக்கூடிய மிகப் பெரிய வட்டம் வெட்டி எடுக்கப்பட்டது.
 a) வட்டத்தின் விட்டம் எத்தனை cm?
 b) வட்டத்தின் ஆரை எத்தனை cm?
 c) வட்டத்தின் பரப்பளவு எத்தனை cm^2 ?
 d) எஞ்சிய தகரத்தின் பரப்பளவு எவ்வளவு?
4. ஒரு மாடு 28cm நீளமான கயிற்றினால் ஒரு மரத்தில் கட்டப்பட்டுள்ளது. அது மேயக்கூடிய பகுதியின் பரப்பளவைக் காணுங்கள்.
5. 21cm ஆரையுள்ள வட்டவடிவத் தகரத்தில் வெட்டி எடுக்கக்கூடிய மிகப்பெரிய சதுரம் வெட்டி எடுக்கப்பட்டது.
 a) சதுரத்தின் மூலைவிட்டத்தின் நீளம் என்ன?
 b) இரு மூலைவிட்டங்களையும் இணைப்பதால் பெறும் முக்கோணிகள் எத்தனை?
 c) 4 முக்கோணிகளினதும் பரப்பளவுகளின் மொத்தம் என்ன?
 d) எஞ்சிய தகரத்தின் பரப்பளவு யாது?
6. 44cm சுற்றளவுள்ள ஒரு வட்டத்தின் ஆரையிலும் இரு மடங்கு ஆரையுள்ள ஒரு வட்டம் $40cm \times 30cm$ பிறிஸ்டல் கடதாசியில் வெட்டி எடுக்கப்பட்டது.
 a) சிறிய வட்டத்தின் ஆரை என்ன?
 b) பெரிய வட்டத்தின் ஆரை என்ன?
 c) பெரிய வட்டத்தின் பரப்பளவு எவ்வளவு?
 d) எஞ்சிய கடதாசியின் பரப்பளவு எவ்வளவு?

7. 3cm ஆரையுள்ள ஒரு வட்டத்தில் $\angle AOB = 70^\circ$. நிழற்றிய பகுதியின் பரப்பளவைக் காணுங்கள்.

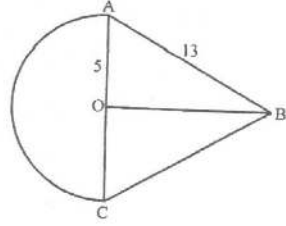


8.

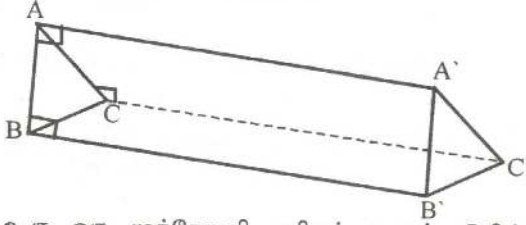


OABC என்பது 10cm ஆரையுள்ள ஒரு கால்வட்டமாகும். நிழற்றிய பகுதியின் பரப்பளவைக் காணுங்கள்.

9. அருகிலுள்ளது ஒரு முக்கோணியும் அரை வட்டமும் சேர்ந்த ஒரு கட்டாசி அட்டையாகும். அளவுகள் cm இல் தரப்பட்டுள்ளன. அதன் பரப்பளவைக் காணுங்கள்.



22.5.1 முக்கோணி வடிவ வெட்டுமுகம் உள்ள செவ்வரியம்.



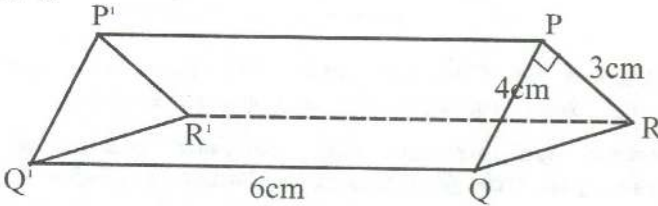
மேலுள்ள உரு ஒரு முக்கோணி அரியம் ஆகும். இதில் முக்கோணி ABC யும் முக்கோணி $A' B' C'$ உம் வடிவத்திலும் பரப்பிலும் சமனானவை. $AB//A'B'$; $BC//B'C'$; $AC//A'C'$. மேலும் இதன் இரு முக்கோணி வடிவ முனைகளுக்கு செங்கோணமாக இதன் பக்கமுகங்கள் அமைந்துள்ளன. அதனால் இது செவ்வரியம் எனப்படும்.

இதன் மேற்பரப்பு இரண்டு முக்கோணிகளாலும் மூன்று செவ்வகங்களாலும் அமைந்துள்ளது.

- அவையாவன : 1. முக்கோணி ABC 2. முக்கோணி $A' B' C'$
3. செவ்வகம் $AB B' A'$ 4. செவ்வகம் $BCC' B'$
5. செவ்வகம் $CAA' C'$

22.5.2 செவ்வரியத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு

உ+ம் 1:



மேலுள்ள அரியத்தின் முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவு காண்க.

ΔPQR இல் $P = 90^\circ$

$$\begin{aligned}\therefore QR &= \sqrt{PQ^2 + PR^2} \\ &= \sqrt{16 + 9} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5\text{cm}\end{aligned}$$

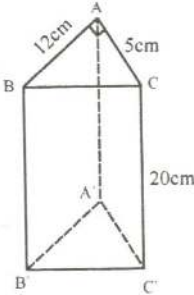
2 முக்கோணங்களினதும் பரப்பளவு $= (2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 3) \text{cm}^2$
 $= 12\text{cm}^2$

3 செவ்வக முகங்களினதும் பரப்பளவு $= \{(4 + 3 + 5) \times 6\} \text{cm}^2$
 $= 72\text{cm}^2$

\therefore அரியத்தின் முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவு $= (12 + 72) \text{cm}^2$
 $= 84 \text{cm}^2$

பயிற்சி 89

1.

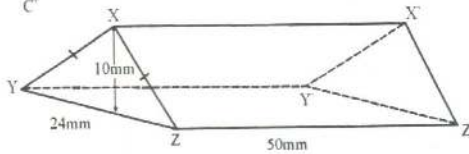


படத்திலுள்ளது ஒரு செவ்வரியம் ஆகும். பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

a) BC யின் நீளம்.

b) அரியத்தின் முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவு.

2.



படத்திலுள்ள சொக்கலேட்டின் முகம் XYZ இருசமபக்க முக்கோணி வடிவமானது. இதன் முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

3. பக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் 6cm நீளமுள்ள முக்கோணி வடிவ வெட்டுமுகத்தையும் 10cm நீளத்தையுமுடைய செவ்வரியம் ஒன்றின் முக்கோணி முகம் ஒன்றின் பரப்பளவு 15.6cm^2 எனக்கொண்டு அதன் முழு மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் கணிக்க.

நிகழ்தகவு

23.1 எழுமாற்று நிகழ்ச்சி :

நாம் சில நிகழ்ச்சிகளைக் கருதுவோம்.

1. நாளைக்கு சூரியன் உதிப்பது.
2. சேவல் முட்டை இருவது.
3. சுண்டப்பட்ட நாணயம் ஒன்றின் தலை மேல்நோக்கி விழுவது.
4. பசுப்பாலின் நிறம் வெள்ளையாய் இருப்பது.
5. இன்று வெயில் எறிப்பது.
6. ஆமை பறப்பது.
7. தாயக் கட்டையைச் சுண்டி ஒற்றை எண்ணைப் பெறுவது.
8. மேல்நோக்கி எறியும் கல் நிலத்தில் விழுவது.
9. அமாவாசை நாளன்று சந்திரன் தெரிவது.

இவற்றுள் 1, 4, 8 ஆகிய நிகழ்ச்சிகள் கட்டாயம் நிகழ்வன; 2, 6, 9 ஆகிய நிகழ்ச்சிகள் ஒருபோதும் நிகழமுடியாதன; 3, 5, 7 ஆகிய நிகழ்ச்சிகள் சில சமயங்களில் மட்டும் நிகழக்கூடியன.

ஒரு நிகழ்வு நிகழுமா நிகழாதா எனத் திட்டவாட்டமாக கூறமுடியாத 3,5,7 போன்ற நிகழ்ச்சிகள் எழுமாற்று நிகழ்ச்சிகள் ஆகும்.

ஒரு கோடாத தாயக்கட்டையைச் சுண்டும்போது அதன் முகங்களிலுள்ள 1,2,3,4,5,6 என்ற எண்களுள் ஏதாவது ஒன்று மேல்நோக்கி விழும். ஆனால் அது எப்பக்கம் என எம்மால் முன்னரே நிச்சயித்துக் கூறமுடியாது. மேலும், அப்பரிசோதனையைத் திரும்பத் திரும்பச் செய்யக்கூடியதாய் இருக்கும். அத்துடன் அவ்வாறு செய்யும்போது தோன்றும் 'எண்' ஏதாவது ஓர் ஒழுங்கில் (கோலத்தில்) இராது.

மேற்கூறிய இயல்புகளுடன் கூடிய - தாயக்கட்டையைச் சுண்டுதல், நாணயத்தைச் சுண்டுதல் போன்ற - ஒரு பரிசோதனை எழுமாற்றுத் தன்மை உள்ளதாகும்.

23.2 மாதிரிவெளி :

ஒரே அளவான பச்சை, சிவப்பு, மஞ்சள், நீலம் கறுப்பு நிறங்களையுடைய ஒவ்வொரு பந்து உள்ள ஒரு பெட்டியுளிருந்து அதனுள் பார்க்காது ஒரு பந்தை எடுத்தல், 1முதல் 10வரை எண்களிடப்பட்ட ஒரே அளவான அட்டைகளுள்ள பெட்டியுள் இருந்து அதனுள் பார்க்காது ஒரு அட்டையை எடுத்தல் ஆகிய நிகழ்ச்சிகளில் பெறப்படும் எல்லாப் பேறுகளின் தொடைகளையும் கீழுள்ளவாறு பட்டியற்படுத்தலாம்.

{பச்சை, சிவப்பு, மஞ்சள், நீலம், கறுப்பு}
{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

இவ்வாறு யாதும் ஒரு பரிசோதனையில் பெறக்கூடிய பேறுகள் யாவற்றையும் பட்டியற்படுத்துதல் மாதிரி வெளியைக் குறித்தலாகும்.

23.3 சமநேர்தகவு :

இங்கு ஐந்து நிறங்களில் ஏதாவது ஒரு நிறத்தைத் தெரிவதும், பத்து எண்களுள் ஏதாவது ஒரு எண்ணை எடுப்பதும் சமவாய்ப்பு உள்ள நிகழ்ச்சிகள் ஆகும். சமவாய்ப்புள்ள மேலுள்ள நிகழ்ச்சிகள் போன்ற நிகழ்ச்சிகள் சமநேர்தகவு உடைய நிகழ்ச்சிகள் எனப்படும்.

23.4 அறிமுறை நிகழ்தகவு :

ஒரே அளவான 5 சிவப்புநிற மாபிள்களும் 3 பச்சைநிற மாபிள்களும் உள்ள பையுள் இருந்து அதனுள் பார்க்காது ஒரு சிவப்பு மாபிளை எடுக்கும் நிகழ்ச்சியை A என்க. பையுள் இருந்த மாபிள்களை மாதிரி வெளியில் கீழ்கண்டவாறு வகைகுறிக்கலாம்.

$$S = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, p_1, p_2, p_3\}$$

இவற்றுள் எந்த ஒரு மாபிளை எடுப்பதற்கும் சமநேர்தகவு உண்டு.

∴ அறிமுறை நிகழ்தகவு

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{நிகழ்ச்சித் தொடையின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கை}}{\text{மாதிரி வெளியிலுள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கை}} \\ &= \frac{n(A)}{n(S)} \end{aligned}$$

நிகழ்தகவை ஆங்கிலத்தில் Probability என்பர். அச்சொல்லின் முதலெழுத்து P.

$$\begin{aligned} \text{எனவே } P(A) &= \frac{n(A)}{n(S)} \text{ ஆகும்.} \\ &= \frac{5}{8} \end{aligned}$$

பயிற்சி 90

1. நிச்சயமாக நிகழும் மூன்று நிகழ்வுகள் எழுதுங்கள்.
2. ஒருபோதும் நிகழமுடியாத மூன்று நிகழ்வுகள் எழுதுங்கள்.
3. சில சமயங்களில் மட்டும் நிகழும் மூன்று நிகழ்வுகள் எழுதுங்கள்.
4. ஒரு நாணயத்தைச் சுண்டும்போது எந்தப் பக்கம் மேல்தோக்கி விழும் என எதிர்பார்க்கிறீரா அப்பக்கம் கட்டாயம் மேல்தோக்கி விழுமா?
5. நீர் 50 முறை ஒரு நாணயத்தைச் சுண்டினீரானால் ஏறக்குறைய எத்தனை முறை நீர் எதிர்பார்த்த பக்கம் விழும்?
6. நீர் 50 முறை ஒரு நாணயத்தைச் சுண்டினீரானால் ஏறக்குறைய எத்தனைமுறை தலை விழும்?
7. 'எழுமாற்று நிகழ்வுகள்' என்றால் என்ன?
8. எழுமாற்று நிகழ்வுகள் மூன்று எழுதுங்கள்.

பயிற்சி 91

1. ஒரு நாணயத்தைச் சுண்டும்போது என்னென்ன பேறுகள் பெறலாம்?
2. 'மாதிரி வெளி' என்றால் என்ன?
3. பின்வரும் நிகழ்ச்சிகளின் மாதிரி வெளிகளை எழுதுங்கள்.
 - a) A - உமது குடும்பத்தவரிலிருந்து ஒருவரைத் தெரிவு செய்தல்.
 - b) B - பக்கங்களுக்கு 1 முதல் 6 வரை எண்களிடப்பட்ட கோடாத தாயக்கட்டையைச் சுண்டி ஓர் எண்ணைப் பெறுதல்.
 - c) C - ஒரே அளவான சிவப்பு நீலம் பச்சை மஞ்சள் நிறங்களையுடைய மாபிள்கள் ஒவ்வொன்று வீதம் உள்ள பையைக் குலுக்கிவிட்டு அதனுள் பார்க்காது (எழுமாற்றாக) ஒரு மாபிளை எடுத்தல்.
4. பின்வருவனவற்றுள் எவை சமநேர்தகவுடைய நிகழ்ச்சிகள்.
 - a) வித்தியாசமான பருமனுடைய மூன்று மாபிள்கள் உள்ள பையுளிருந்து எழுமாற்றாக ஒரு மாபிளை எடுத்தல்.
 - b) ஒரே பருமனுடைய பச்சை, சிவப்பு, மஞ்சள் நிறங்களையுடைய

மூன்று மாபிள்கள் கொண்ட பையுளிருந்து எழுமாற்றாக ஒரு மாபிளை எடுத்தல்.

- c) 1,2,3,4,5,6 என முகங்களுக்கு எண்களிடப்பட்ட சதுரமுகித் தாயக்கட்டையைக் குலுக்கிப்போட்டு ஒரு எண்ணைப் பெறுதல்.
- d) ஒரு நாணயத்தைச் சுண்டித் தலையையோ, பூவையோ பெறுதல்.
- e) ஒரு சிப்பியைச் சுண்டி கவிழ்ந்து விழுகிறதா, நிமிர்ந்து விழுகிறதா எனப் பார்த்தல்.
- f) 25 சத நாணயம், 50 சத நாணயம் இரண்டையும் ஒருமித்துச் சுண்டி தலையா, பூவா விழுகின்றது என அவதானித்தல்.
- g) ஒரே பருமனுடைய மூன்று சிவப்பு மாபிள்களும், 5 பச்சை மாபிள்களும் உள்ள பையுளிருந்து எழுமாற்றாக ஒரு மாபிளை எடுத்தல்.

பயிற்சி 92

1. முதல் 50 வரை எண்களிடப்பட்ட கடதாசி அட்டைகளிலிருந்து எழுமாற்றாக ஒரு அட்டை எடுக்கப்படும்போது அது
 - a) இரட்டை எண்ணாக இருக்கும்
 - b) சதுர எண்ணாக இருக்கும்
 - c) முதன்மை எண்ணாக இருக்கும்
 - d) மூன்றின் மடங்காக இருக்கும்
 - e) ஐந்தின் மடங்காக இருக்கும்
 - f) 50 இன் ஒரு காரணியாக இருக்கும்
 - g) 30 இலும் கூடியதாக இருக்கும்
 - h) 10 ஆல் மிச்சமின்றி வகுபடக்கூடியதாக இருக்கும் அறிமுறை நிகழ்தகவுகளைக் காணுங்கள்.
2. ஒரு கோடாத நாணயம் மூன்றுமுறை சுண்டிப் போடப்பட்டபோது மூன்று முறைகளும் தலை விழுந்தது. நான்காம்முறை சுண்டிப் போடப்படும்போது பூ விழுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
3. ஒரு கோடாத தாயக்கட்டையின் முகங்கள் 1,2,3,4,5,6 என்ற எண்களால் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. அதைச் சுண்டும்போது பின்வரும் நிகழ்வுகளுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காணுங்கள்.
 - a) 5 என்ற எண்ணைப் பெறுதல்.
 - b) 2 இலும் கூடிய ஓர் எண்ணைப் பெறுதல்.
 - c) ஒற்றை எண்ணைப் பெறுதல்.

4. ஒரு பெட்டியினுள் ஒரே அளவான ஆனால் வெவ்வேறு நிறங்களைக் கொண்ட 30 மாபிள்கள் உள்ளன. அவற்றுள் $\frac{2}{5}$ சிவப்பு நிறமானவை. $\frac{1}{3}$ பச்சை நிறமானவை.

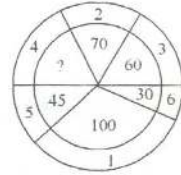
- சிவப்பு நிற மாபிள்கள் எத்தனை?
எழுமாற்றாக ஒரு மாபிள் எடுக்கப்படும்போது அது
- சிவப்பாக இருப்பதற்கான
- பச்சையாக இருப்பதற்கான
- சிவப்போ, பச்சையோ இல்லாது இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

5. 10 ஆண்களும் 6 பெண்களும் உள்ள ஒரு வகுப்பிலிருந்து வகுப்பு முதல்வராக ஒருவர் எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்யப்படுகிறார்..

- அவர் ஆணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
அப்படித் தெரிவுசெய்யப்பட்டபின் உதவி முதல்வராக ஒருவர் தெரிவு செய்யப்படுகிறார்.
- அவர் பெண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

6. அருகிலுள்ள உபகரணத்தில் காட்டி

- 1 என்ற எண்ணைக் காட்டக்கூடிய நிகழ்தகவு யாது?
- 2ஐ அல்லது 4 ஐக் காட்டக்கூடிய நிகழ்தகவு யாது?



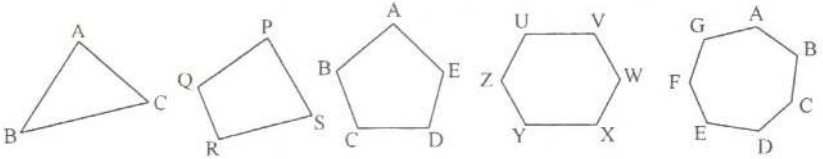
7. ஒரு பையினுள் ஒரே அளவான 10 பந்துகள் உள்ளன. அவற்றுள் 5 சிவப்பு; 3 பச்சை; ஏனையவை வெள்ளை. எழுமாற்றாக ஒரு பந்து எடுக்கப்படும்போது அது

- பச்சையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
- சிவப்பு அல்லது வெள்ளையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
- முதல் எடுத்தது பச்சையானால், பின்னர் எடுப்பதும் பச்சையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

பல்கோணிகளின் கோணங்கள்

24.1 பல்கோணிகள் :

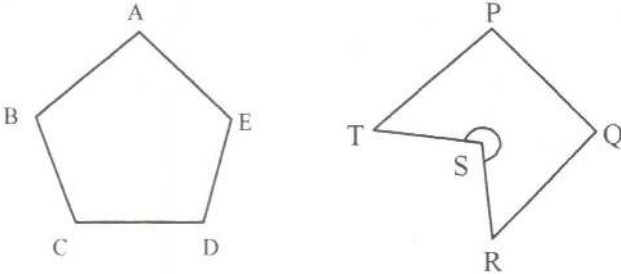
பல பக்கங்களால் உள்ளமைக்கப்பட்ட மூடிய தளஉருவம் பல்கோணியாகும். முக்கோணி ஒரு எளிய பல்கோணி. நாற்பக்கல், ஐங்கோணி, அறுகோணி, எழுகோணி. . . . என்பனவெல்லாம் பல்கோணிகளே.



முக்கோணி நாற்பக்கல் ஐங்கோணி அறுகோணி எழுகோணி.

24.2 குவிந்த பல்கோணிகள் :

ஒரு பல்கோணியின் ஒவ்வொரு அகக்கோணமும் இரு செங்கோணங்களிலும் குறைவாயிருந்தால் அப்பல்கோணி குவிந்த பல்கோணி ஆகும்.



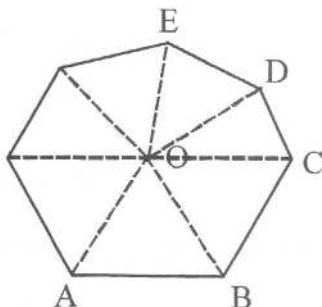
குவிந்த பல்கோணி

உள்ளுறு பல்கோணி

உள்ளுறு பல்கோணியில் ஏதாவது ஒரு கோணமாயினும் பின்வளைகோணமாக இருக்கும்.

24.3 ஒரு குவிந்த பல்கோணியில் n பக்கங்கள் இருந்தால் அதன் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $(2n - 4)$ செங்கோணங்கள் ஆகும்.

இக்கூற்றின் விளக்கம் :



ABCDE என்பது n பக்கங்கள் கொண்ட பல்கோணி என்க.

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} + \dots = (2n - 4)$ செங்கோணங்கள் எனக் காட்டவேண்டும்.

O எனும் ஒரு புள்ளியை பல்கோணியினுள் குறித்து அதனை பல்கோணியின் எல்லாக் கோண உச்சிகளுடனும் தொடுக்க.

பல்கோணி n முக்கோணிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. ஒரு முக்கோணியின் மூன்று கோணங்களும் சேர்ந்து 2 செங்கோணங்கள்.

ஆகவே, n முக்கோணிகளின் கோணங்கள் எல்லாம் சேர்ந்து $2n$ செங்கோணங்கள்.

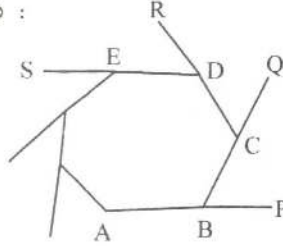
பல்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை + O வில் கிடக்கும் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை = $2n$ செங்கோணங்கள்.

பல்கோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை + 4 செங்கோணங்கள் = $2n$ செங்கோணங்கள்.

∴ பல்கோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை = $(2n - 4)$ செங்கோணங்கள்.

24.4 ஒரு குவிந்த பல்கோணியின் பக்கங்களை ஒரே ஒழுங்கில் நீட்ட உண்டாகும் புறக் கோணங்கள் எல்லாம் சேர்ந்து 4 செங்கோணங்கள் ஆகும்.

இக்கூற்றின் விளக்கம் :



ABCDE என்பது n பக்கங்கள் கொண்ட குவிந்த பல்கோணி என்க.

பக்கங்கள் AB, BC, CD, DE என்பன முறையே P, Q, R, S. . . . என்பவற்றுக்கு நீட்டப்பட்டுள்ளன.

படத்தில் புறக்கோணங்கள் PBC, QCD, RDE. . . . என்பவற்றின் கூட்டுத்தொகை 4 செங்கோணங்கள் எனக் காட்டவேண்டும்.

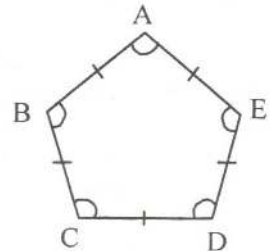
B, C, D போன்ற ஒவ்வொரு உச்சியிலும் உள்ள அகக்கோணத்தினதும் புறக்கோணத்தினதும் கூட்டுத்தொகை 2 செங்கோணங்கள்.

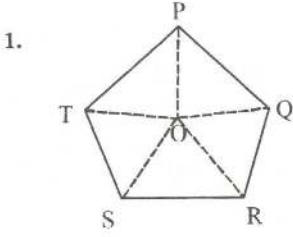
எனவே, n உச்சிகளிலிருக்கும் அகக் கோணங்களினதும் புறக் கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை $2n$ செங்கோணங்கள். ஆனால் அப் பல்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $(2n - 4)$ செங்கோணங்கள்.

எனவே, n பக்கங்கள் கொண்ட பல்கோணியின் புறக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை
 $= [2n - (2n - 4)]$ செங்கோணங்கள்.
 $= [2n - 2n + 4]$ செங்கோணங்கள்.
 $= 4$ செங்கோணங்கள்.

24.5 ஒழுங்கான பல்கோணி :

ஒரு பல்கோணியின் எல்லாப் பக்கங்களும் சமனாகவும், எல்லாக் கோணங்களும் சமனாகவும் இருப்பின் அது ஓர் ஒழுங்கான பல்கோணியாகும்.





1.

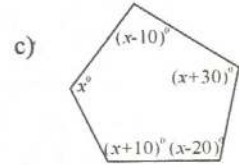
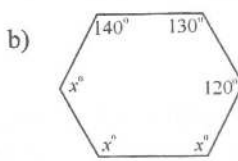
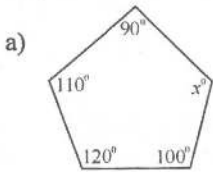
PQRST ஓர் ஐங்கோணி. அதனுள் O என்ற ஒரு புள்ளியைக் குறித்து அதை ஏனைய உச்சிகளுடன் தொடுங்கள். a) எத்தனை முக்கோணிகள் உண்டாகின்றன? b) எல்லா முக்கோணிகளினதும் கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை எத்தனை பாகை? c) O விலுள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை எத்தனை

பாகை? d) ஐங்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை எத்தனை பாகை?

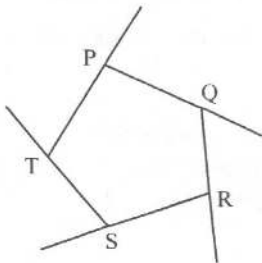
2. கீழுள்ள வசனங்களில் கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புகள்.

- ஒரு பல்கோணியில் அகக்கோணங்கள் எல்லாம் சமன் எனில் அதன் எல்லாப் புறக்கோணங்களும் இருக்கும்.
- ஒரு பல்கோணியின் புறக் கோணங்கள் எல்லாம் சேர்ந்து^o ஆகும்.
- ஒரு ஐங்கோணியின் புறக் கோணங்கள் ஒவ்வொன்றும் முறையே $x^o, 2x^o, 3x^o, 2x^o, 4x^o$ ஆயின் x இன் பெறுமதி^o ஆகும்.

3. கீழுள்ள படங்களில் x இன் பெறுமதி காணுங்கள்.



4.



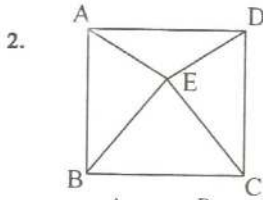
PQRST ஓர் ஒழுங்கான ஐங்கோணி.

- இதில் எத்தனை அகக்கோணங்கள் உள்ளன?
- இதில் எத்தனை புறக்கோணங்கள் உள்ளன?
- எல்லா அகக்கோணங்களினதும் எல்லாப் புறக்கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை எத்தனை பாகை?

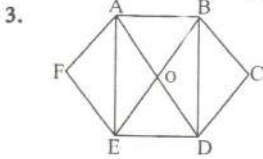
- d) புறக்கோணங்கள் எல்லாவற்றினதும் கூட்டுத்தொகை எத்தனை பாகை?
 e) அகக்கோணங்கள் எல்லாவற்றினதும் கூட்டுத்தொகை எத்தனை பாகை?
 f) எல்லா அகக்கோணங்களும் சமனா?
 g) அவ்வாறாயின் ஓர் அகக்கோணத்தின் பெறுமதி என்ன?
5. ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணியின்
 a) ஆறு புறக்கோணங்களும் சேர்ந்து எத்தனை பாகை?
 b) ஒரு புறக்கோணத்தின் பெறுமதி என்ன?
 c) ஓர் அகக்கோணத்தின் பெறுமதி என்ன?

பயிற்சி 94

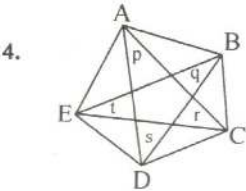
1. ஒரு பல்கோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை 1080° . அதனுள் ஒரு புள்ளி உண்டு எனவும் அதனை எல்லா உச்சிகளுக்கும் இணைப்பதாகவும் கொள்க.
 a) அகக்கோணங்களும் O விலுள்ள கோணங்களும் சேர்ந்து எத்தனை பாகையாகும்?
 b) படத்தில் எத்தனை முக்கோணிகள் அமையும்?
 c) பக்கங்களின் அடிப்படையில் அப் பல்கோணியின் சிறப்புப் பெயர் யாது?



ABCD ஒரு சதுரம். BCE ஒரு சமபக்க முக்கோணி.
 $\hat{A}E\hat{D}$ ஐக் கணிக்க.



ABCDEF ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணி.
 a) AOB B) AOEF
 c) ABDE என்பன எவ்வகை வடிவங்கள்.
 d) $\hat{B}O\hat{D}$ யின் பெறுமதியைக் கணியுங்கள்.

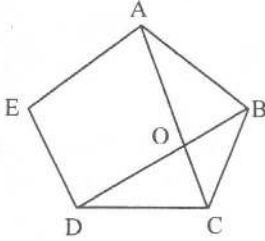


ABCDE ஓர் ஒழுங்கான ஐங்கோணி.
 கோணங்களைக் கணிப்பதன்மூலம்
 $p + q + r + s + t = 180^\circ$ எனக் காட்டுக.

பயிற்சி 95

1. ஓர் ஒழுங்கான பல்கோணியின் ஓர் அகக்கோணம் 108° . அதன் பக்கங்கள் எத்தனை?
2. ஓர் ஒழுங்கான பல்கோணியின் ஒரு புறக்கோணம் 60° . அதன் பக்கங்கள் எத்தனை?
3. ஓர் ஒழுங்கான பல்கோணியின் ஓர் அகக்கோணமும் அதற்கொத்த புறக்கோணமும் 3:1 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. அதற்குப் பக்கங்கள் எத்தனை?

4 .



ABCDE ஓர் ஒழுங்கான ஐங்கோணி. AC யும் BD யும் ஒன்றையொன்று O வில் வெட்டுகின்றன.

பின்வருவனவற்றைக் கணியுங்கள்.

I a) $\hat{A}BC$ b) பக்கங்களின் அடிப்படையில் ABC எவ்வகை முக்கோணி.

c) $\hat{B}AC$ d) $\hat{D}BC$ e) $\hat{A}BO$

f) \hat{AOB} g) \hat{AOD}

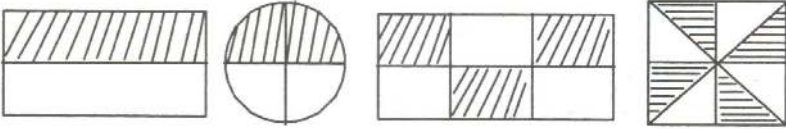
II AEDO எவ்வகை நாற்பக்கல்.

5. ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 2160° ஆகும். அதற்கு எத்தனை பக்கங்கள் இருக்கும்?
6. 14 பக்கங்கள் கொண்ட ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின்
 - a) ஒரு புறக்கோணத்தின் பெறுமதி யாது?
 - b) ஓர் அகக்கோணத்தின் பெறுமதி யாது?
7. n பக்கங்கள் உள்ள ஒரு பல்கோணியின் இரு கோணங்கள் செங்கோணங்கள் ஆகும். ஏனையன ஒவ்வொன்றும் 144° ஆகும். n இன் பெறுமதி காண்க.
8. ஓர் ஒழுங்கான பல்கோணியில் ஓர் அகக்கோணம் ஒரு புறக்கோணத்திலும் 140° கூடியது எனில் அப்பல்கோணியின் பக்கங்கள் எத்தனை?

அட்சரகணித பின்னங்கள்

25.1 பின்னம் என்றால்.

ஒரு முழுப் பொருளை இரண்டு சமத்துண்டுகளாக வெட்டுகிறோம் என்க. ஒவ்வொரு துண்டும் அப்பொருளின் அரைப்பங்கு ஆகும். அரை என்பது ஒரு பின்னம். அதனை $\frac{1}{2}$ எனக் குறிப்பிடலாம். இங்கு, 2 பகுதி எண்; 1 தொகுதி எண்.



மேலுள்ள வடிவங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் அரைப் பகுதி நிழற்றப்பட்டுள்ளது. எனவே $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$. ஒரே பெறுமதியுள்ள பின்னங்கள் சமவலுப் பின்னங்கள் ஆகும்.

ஒரு பின்னத்தின் பகுதி எண்ணையும் தொகுதி எண்ணையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கும்போதோ பிரிக்கும்போதோ அப்பின்னத்தின் பெறுமதி மாறாது.

$$\text{உ+ம்: } \frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}, \quad \frac{6}{12} = \frac{6 \div 6}{12 \div 6} = \frac{1}{2}.$$

25.2 அட்சர கணிதப் பின்னங்கள் :

$\frac{x}{2}, \frac{2a}{3}, \frac{a}{b}, \frac{10m}{15n}$ என்பன அட்சரங்கள் சேர்ந்த பின்னங்கள். $\frac{x}{2}$ என்ற பின்னத்தில் x தொகுதி எண்; 2 பகுதி எண்.

$$\frac{x \times 2}{2 \times 2} = \frac{2x}{4}$$

இங்கு தொகுதி எண்ணும் பகுதி எண்ணும் 2ஆல் பெருக்கப்பட்டுள்ளன.

$$\frac{10x}{15y} = \frac{10x \div 5}{15y \div 5} = \frac{2x}{3y}$$

$\frac{10x}{15y}$ என்ற பின்னத்தில் தொகுதி எண்ணும் பகுதி எண்ணும் 5ஆல் வகுக்கப்பட்டுள்ளன.

எனவே $\frac{x}{2} = \frac{2x}{4}, \frac{10x}{15y} = \frac{2x}{3y}$ ஆகும்.

25.3 அட்சர கணிதப் பின்னங்களைச் சுருக்குதல்:

$$\begin{aligned} \text{உ+ம் 1: சுருக்குக: } & \frac{42x^2 y}{14x y^2} \\ & = \frac{3 \cdot 42 \times x \times x \times y}{14 \times x \times y \times y} \\ & = \frac{3x}{y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{உ+ம் 2: சுருக்குக: } & \frac{ab+3b^2}{a^2+3ab} \\ & = \frac{b(a+3b)}{a(a+3b)} \\ & = \frac{b}{a} \end{aligned}$$

25.4 அட்சரகணிதப் பின்னங்களைக் கூட்டுதல்:

$$\text{உ+ம் 3: } \frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\text{உ+ம் 4: } \frac{x}{5} + \frac{2x}{5} = \frac{x+2x}{5} = \frac{3x}{5}$$

$$\text{உ+ம் 5: } \frac{2x}{3y} + \frac{4}{3x} = \frac{2+4}{3x} = \frac{26}{3x} = \frac{2}{x}$$

$$\text{உ+ம் 6: } \frac{3x}{4y} + \frac{x}{4y} = \frac{3x+x}{4y} = \frac{4x}{4y} = \frac{x}{y}$$

$$\text{உ+ம் 7: } \frac{1}{x+2} + \frac{a}{x+2} = \frac{1+a}{x+2}$$

$$\text{உ+ம் 8: } \frac{2a}{a-1} + \frac{3a}{a-1} = \frac{2a+3a}{a-1} = \frac{5a}{a-1}$$

$$\text{உ+ம் 9: } \frac{a+1}{a+3} + \frac{a+5}{a+3} = \frac{a+1+a+5}{a+3} = \frac{2a+6}{a+3} = \frac{2(a+3)}{(a+3)} = 2$$

25.5 அட்சரகணிதப் பின்னங்களைக் கழித்தல்.

$$\underline{\text{உ+ம் 10:}} \quad \frac{3a}{7} - \frac{a}{7} = \frac{3a-a}{7} = \frac{2a}{7}$$

$$\underline{\text{உ+ம் 11:}} \quad \frac{7}{4x} - \frac{1}{4x} = \frac{7-1}{4x} = \frac{6}{4x} = \frac{3}{2x}$$

$$\underline{\text{உ+ம் 12:}} \quad \frac{5}{x+3} - \frac{2}{x+3} = \frac{5-2}{x+3} = \frac{3}{x+3}$$

$$\underline{\text{உ+ம் 13:}} \quad \frac{2a}{3x-2} - \frac{a}{3x-2} = \frac{2a-a}{3x-2} = \frac{a}{3x-2}$$

$$\begin{aligned} \underline{\text{உ+ம் 14:}} \quad \frac{x+7}{x+2} - \frac{x+3}{x+2} &= \frac{(x+7)-(x+3)}{x+2} \\ &= \frac{x+7-x-3}{x+2} \\ &= \frac{4}{x+2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\text{உ+ம் 15:}} \quad \frac{4m+7}{(m+3)} - \frac{3m+4}{(m+3)} &= \frac{(4m+7)-(3m+4)}{m+3} \\ &= \frac{4m+7-3m-4}{m+3} \\ &= \frac{1m+3}{m+3} \\ &= 1 \end{aligned}$$

25.6 அட்சரகணிதப் பின்னங்களைக் கூட்டுதலும் கழித்தலும்.

$$\begin{aligned} \underline{\text{உ+ம் 16:}} \quad \frac{2x}{7} + \frac{3x}{7} - \frac{4x}{7} \\ &= \frac{2x+3x-4x}{7} \\ &= \frac{x}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\text{உ+ம் 17:}} \quad \frac{5a}{4y} + \frac{6a}{4y} - \frac{a}{4y} \\ &= \frac{5a+6a-a}{4y} \\ &= \frac{10a}{4y} \\ &= \frac{5a}{2y} \end{aligned}$$

உ+ம் 18:

$$\begin{aligned} & \frac{x}{x+2} + \frac{3}{x+2} - \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{x+3-1}{x+2} \\ &= \frac{\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+2)}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

உ+ம் 19:

$$\begin{aligned} & \frac{x+3}{x+4} - \frac{x-2}{x+4} + \frac{3x+7}{x+4} \\ &= \frac{x+3-(x-2)+(3x+7)}{x+4} \\ &= \frac{x+3-x+2+3x+7}{x+4} \\ &= \frac{3x+12}{x+4} \\ &= \frac{3\cancel{(x+4)}}{\cancel{(x+4)}} \\ &= 3 \end{aligned}$$

பயிற்சி 96

1. பின்வரும் ஒவ்வொரு அட்சரகணிதப் பின்னத்திற்கும் சமவலுவான எளிய பின்னத்தை எழுதுங்கள்.

a) $\frac{6x^3y}{9xy^2}$ b) $\frac{3a^4 b^3}{9a^5 b}$ c) $\frac{21c^2 d^2}{28d^2 e^2}$ d) $\frac{48ax^3 y^2}{64a^2 xy^6}$

2. பின்வரும் பின்னங்களை எளிய வடிவில் எழுதுங்கள்.

a) $\frac{2x+2y}{2}$ b) $\frac{3x+6}{(x+2)(x+3)}$ c) $\frac{ab}{a^2b^2 - ab}$

d) $\frac{xy+2y^2}{x^2+2xy}$ e) $\frac{4x-8y}{4}$ f) $\frac{3x-9}{(x+3)(x-3)}$

$$g) \frac{(y+7)(y-3)}{2y-6}$$

$$h) \frac{(2x-y)(3x+y)}{6x^2+2xy}$$

3. சுருக்குக :

$$a) \frac{18x^3y^2}{9x^5y}$$

$$b) \frac{28y^3z^3}{140x^4y^2z}$$

$$c) \frac{xy}{xy-x^2y^2}$$

$$d) \frac{ab+3b^2}{a^2+3ab}$$

$$e) \frac{4x^2-2xy}{6x^2y-3xy^2}$$

பயிற்சி 97

1. சுருக்குக.

$$a) \frac{x}{2} + \frac{3x}{2}$$

$$b) \frac{y}{4} + \frac{3y}{4}$$

$$c) \frac{x}{7} + \frac{2x}{7} + \frac{3x}{7}$$

$$d) \frac{2}{a} + \frac{3}{a}$$

$$e) \frac{a}{x} + \frac{b}{x}$$

$$f) \frac{3}{5x} + \frac{4}{5x} - \frac{2}{5x}$$

$$g) \frac{1}{2a} + \frac{5}{2a} + \frac{6}{2a}$$

$$h) \frac{7}{x} + \frac{5}{x} + \frac{3}{x}$$

2. சுருக்குக.

$$a) \frac{4x}{3} + \frac{x}{3}$$

$$b) \frac{7}{a} + \frac{3}{a}$$

$$c) \frac{2}{x+1} + \frac{1}{x+1}$$

$$d) \frac{x+3}{x-2} + \frac{x+1}{x-2}$$

$$e) \frac{18b}{15a} + \frac{8b}{15a}$$

$$f) \frac{4a-3}{a+2} + \frac{a+9}{a+2}$$

3. சுருக்குக.

a) $\frac{7x}{5} - \frac{3x}{5}$

b) $\frac{5a}{3x} - \frac{2a}{3x}$

c) $\frac{2}{x+3} - \frac{x}{x+3}$

d) $\frac{x+1}{x+2} - \frac{x-3}{x+2}$

e) $\frac{a-4}{p-q} - \frac{3-b}{p-q}$

f) $\frac{2m-n}{m+n} - \frac{m-2n}{m+n}$

பயிற்சி 98

1. சுருக்குக.

a) $\frac{7x}{5} + \frac{x}{5} - \frac{2x}{5}$

b) $\frac{5a}{3x} - \frac{a}{3x} + \frac{2a}{3x}$

c) $\frac{2}{a+3} - \frac{a-1}{a+3} + \frac{2a}{a+3}$

d) $\frac{4}{a} + \frac{3x}{a} - \frac{1}{a}$

e) $\frac{3y}{4x} + \frac{3y}{4x} - \frac{2y}{4x}$

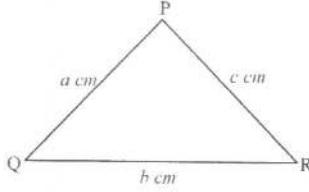
f) $\frac{a+1}{a+3} + \frac{a+5}{a+3} - \frac{a}{a+3}$

g) $\frac{x-3}{x-2} - \frac{x+1}{x-2} + \frac{2x}{x-2}$

h) $\frac{p+q}{p-q} - \frac{p}{p-q} + \frac{p-2q}{p-q}$

கனவளவு

26.1 ஏதாவது ஒரு முக்கோணியின் பரப்பளவு காணுதல்.



முக்கோணியின் சுற்றளவு = $(a + b + c) \text{ cm} = 2s$ என்க.

முக்கோணியின் பரப்பளவு = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ cm}^2$ ஆகும்.

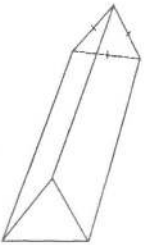
உ+ ம்: பக்கங்கள் 6cm நீளமுள்ள சமபக்க முக்கோணியின் பரப்பளவு காண்க.

$$2s = (6 + 6 + 6) \text{ cm} = 18 \text{ cm.}$$

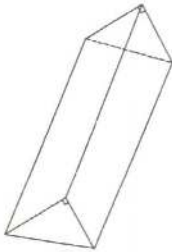
$$\therefore s = 9 \text{ cm.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{முக்கோணியின் பரப்பளவு (A)} &= \sqrt{9 \times (9-6)(9-6)(9-6)} \text{ cm}^2 \\ &= \sqrt{9 \times 3 \times 3 \times 3} \text{ cm}^2 \\ &= 9\sqrt{3} \text{ cm}^2 \\ &= (9 \times 1.732) \text{ cm}^2 \\ &= 15.588 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

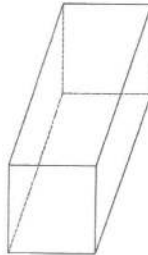
26.2 அரியங்கள் :



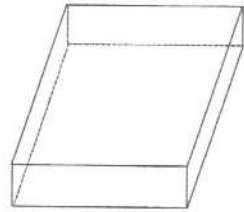
I



II



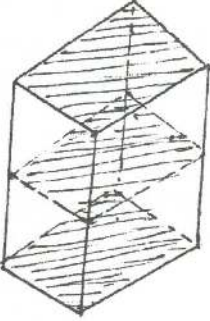
III



IV

முன்பக்கத்திலுள்ள சமபக்க முக்கோணி, செங்கோண முக்கோணி, சதுரம், செவ்வகம் ஆகிய முகங்களையுடைய அரியங்கள் ஆகும்.

26.3 செவ்வரியம் :



ஒர் அரியத்தின் அடி, மேல்பகுதி, குறுக்கு வெட்டு என்பன ஒரே பருமனும் வடிவமும் உடையனவாயின் அந்த அரியம் செவ்வரியம் எனப்படும்.

26.4 செவ்வரியத்தின் கனவளவு :

பகுதி 26.2 இல் காட்டப்பட்டன வெல்லாம் செவ்வரியங்களேயாகும்.

செவ்வரியத்தின் கனவளவு = (அடியின் பரப்பளவு \times செங்குத்து உயரம்)
கன அலகுகள்.

அல்லது

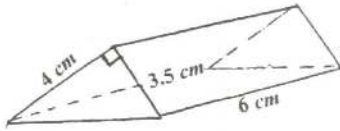
(குறுக்குவெட்டின் பரப்பளவு \times செங்குத்து உயரம்)
கன அலகுகள் ஆகும்.

பயிற்சி 99

- ஒரு செவ்வரியம் 8cm பக்கங்களையுடைய ஒரு சமபக்க முக்கோணியை அடியாகவும் 20cm ஐ உயரமாகவும் கொண்டுள்ளது.
 - அதன் அடியின் பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.
 - அதன் கனவளவைக் காண்க.
- பக்கங்கள் முறையே 6cm, 8cm, 10cm அளவுள்ள செங்கோண முக்கோணி அடியையுடையதும் 10cm உயரமுடையதுமான செவ்வரியத்தின்
 - அடிப்பரப்பின் பரப்பளவையும்
 - கனவளவையும் காண்க.

3. 4cm பக்கமுள்ள சதுர வடிவக் குறுக்குவெட்டுள்ள கண்ணாடி அரியம் ஒன்றின் நீளம் 12 cm ஆகும். அதன்
 - a) குறுக்குவெட்டின் பரப்பளவைக் கணிக்க.
 - b) கனவளவைக் கணிக்க.
4. அடி செவ்வக வடிவமும் 7 cm உயரமும் கனவளவு 84cm^3 உம் உள்ள செவ்வரியத்தின் அடியின் நீளம் 4 cm ஆயின், அடியின் அகலத்தைக் காண்க.
5. பக்கங்கள் முறையே 5 cm, 5 cm, 8 cm ஆக அமைந்த இருசமபக்க முக்கோணி வடிவ முகத்தையும் 10cm நீளத்தையுமுடைய ஒரு கண்ணாடி செவ்வரியத்தின் கனவளவு காண்க.

6.

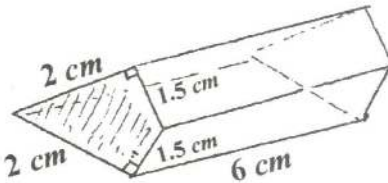


காகிதப் பாரமாகப் பயன்படுத்தப்படும் கண்ணாடி அரியம் ஒன்று படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. அதன்

- a) குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவையும்
- b) கனவளவையும் காண்க.

பயிற்சி 100

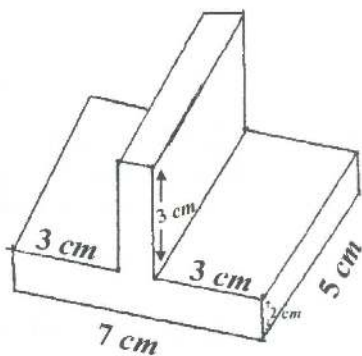
1.



அருகிலுள்ள படத்தில் காட்டப்பட்டது செவ்வரிய வடிவமுள்ள ஒரு சொக்லேட் கட்டியாகும். அதன்

- a) குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவையும்
- b) கனவளவையும் காண்க.

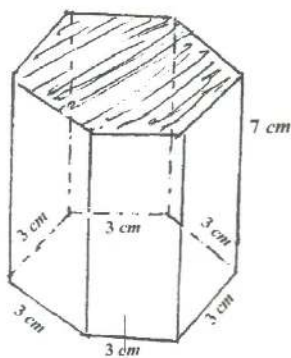
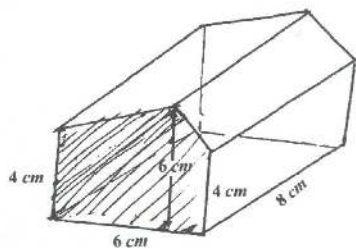
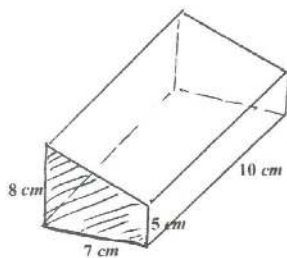
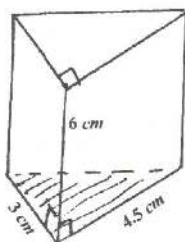
2.



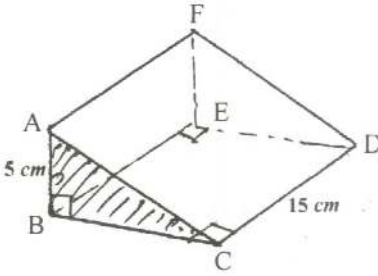
அருகிலுள் ளது செவ்வரிய வடிவமுள் ள இரும் புத் திண்மமாகும். அதன்

- a) வெட்டுமுகப் பரப்பளவையும்
b) கனவளவையும் காண்க.

3. தரப்பட்ட அளவுகளுக்கு அமைய கீழுள் ள செவ்வரியங்களின் கனவளவுகளைக் காண்க.



4.



ABCDEF ஒரு ஆப்பு (Wedge) ஆகும். அதன் கனவளவு 450cm^3 . BC யின் நீளத்தைக் கணிக்க.

5. செவ்வகவடிவ குறுக்குவெட்டு முகம் 4cm நீளமும் 3cm அகலமுமாய் அமைந்த ஒரு குழாயினூடாக செக்கனுக்கு 4m வேகத்தில் நீர் ஒரு தொட்டியுள் பாய்ந்து கொண்டிருக்கிறது. 10 நிமிடத்தில் தொட்டியுள் நிரம்பும் நீரின் அளவை லீற்றரில் கணியுங்கள். [$1\text{cm}^3 = 1\text{ml}$; $1000\text{ml} = 1\text{l}$]

அளவிடைப் படம்

I நிலைக்குத்துத் தளத்தில் உள்ள உருக்களின் அளவிடைப் படங்கள்.

27.1 அளவிடைக்கு வரைதல்.

தரப்பட்ட படத்தினதோ பொருளினதோ வடிவத்தை ஒத்ததாய் அதன் ஒவ்வொரு உறுப்பினதும் நீளத்தை குறிப்பிட்ட விகிதத்துக்கு சிறிதாக்கியோ அல்லது பெரிதாக்கியோ வரையும் வரிப்படங்கள் அளவிடைப்படங்கள் எனப்படும்.

27.2 அளவிடை :

உண்மையில் 10m உயரமான கொடிக்கம்பம் ஒன்றை 10cm நீளமான நிலைக்குத்துக் கோட்டினால் குறித்துக் காட்டுகிறோம் என்க.

எனவே 1cm நீளமான கோடு 1m ஐக் கருதும்.

இதனை,

'1cm குறிப்பது 1m ஐ' என்ற அளவிடைக்கு வரையப்பட்டது என்றோ,
1 : 100க்கு என்ற ஏகபரிமாண அளவிடைக்கு வரையப்பட்டது என்றோ,

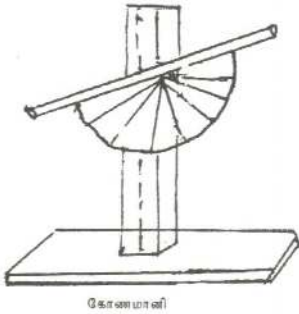
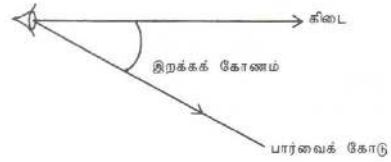
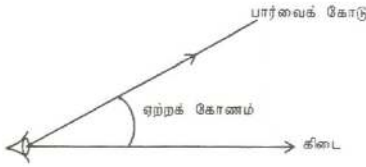
வகைக்குறிப்புப் பின்னம் $\frac{1}{100}$ க்கு வரையப்பட்டது என்றோ குறிப்பிடலாம்.

27.3 கிடை நிலைக்குத்துத் தளங்கள் :

ஒரு வீட்டின் தரையும், நீர் நிலைகளில் நீரின் மேற்பரப்பும் கிடைத்தளங்கள் ஆகும். வீட்டின் சுவர் கிடைத்தளத்துடன் செங்கோணம் ஒன்றை அமைக்குமாறு கட்டப்படுதல் அவசியம். அதாவது, சுவரானது கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாய் அமைந்திருக்கும். இவ்வாறான தளம் நிலைக்குத்துத் தளம் ஆகும். கிடைத்தளத்திற்கு உதாரணம்: கட்டடத்தின் தரை; மேசையின் மேற்றளம்: அலுமாரியின் இலாச்சிகள்.
நிலைக்குத்துத் தளத்திற்கு உதாரணம்: கட்டடத்தின் சுவர், வீட்டின் கதவுகள்.

27.4 ஏற்றக் கோணம்; இறக்கக் கோணம்.

நமது கண்மட்டத்திலுள்ள ஒரு பொருளை நாம் பார்க்கும்போது நமது பார்வைக் கோடு கிடையாக அமைகிறது. பார்வைக் கோடானது கிடைக்கோட்டுக்கு (கண்மட்டத்துக்கு) மேலே அமையுமாயின் அக்கோணம் ஏற்றக்கோணம் ஆகும். பார்வைக்கோடானது கிடைக்கோட்டுக்கு கீழே அமையுமாயின் அக்கோணம் இறக்கக்கோணம் ஆகும்.



ஏற்றக் கோணம், இறக்கக் கோணம் என்பவற்றை அளவிட கோணமானி என்ற கருவி உபயோகிக்கப்படும். மாதிரிக் கோணமானி செய்வதற்கு உங்கள் கணித ஆசிரியர் உங்களை வழிப்படுத்துவார்.

பயிற்சி 101

1. 'கண்மட்டம்' என்ற சொல்லின் அர்த்தம் என்ன?
2. 'ஏற்றக்கோணம்' என்றால் என்ன?
3. 'இறக்கக்கோணம்' என்றால் என்ன?
4. ஏற்றக்கோணம், இறக்கக்கோணம் என்பவற்றை அளவிட உபயோகிக்கும் கருவியின் பெயர் என்ன?

5. கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புங்கள்.

a) கண்மட்டத்திற்கு மேல் பார்வைக்கோடு இருக்குமாயின் இரு கோடுகளுக்கும் இடைப்பட்ட கோணம்

b) இறக்கக்கோணம் என்பது பார்வைக்கோடு கண்மட்டத்திற்கு இருக்கும்போது கண்மட்டத்திற்கும் பார்வைக்கோட்டுக்கும் இடைப்பட்ட கோணமாகும்.

6. 100m உயரமான AB என்ற கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 50m தூரத்தில் உள்ள புள்ளி C ஆகும். 1 cm குறிப்பது 10 m ஐ என்ற அளவிடைப்படி படம் வரைந்து, புள்ளி C யிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சி A யின் ஏற்றக்கோணத்தை அளவிட்டுக் குறியுங்கள்.

7. ஒரு மணிக்கூட்டுக் கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 8m தூரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து அந்த மணிக்கூட்டுக் கோபுரத்தின் உச்சி A யின் ஏற்றக்கோணம் 60° . அளவிடைப்படும் வரைவதன்மூலம் கோபுரத்தின் உயரத்தைக் கணியுங்கள்.

8. ஒரு மலையின் அடியிலிருந்து 300m தூரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து ஒரு மனிதன் அம்மலையின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 30° எனக் கணித்தான். அவன் அம்மலையை நோக்கி 100m நடந்தபின், அதன் உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 35° எனக் காணப்பட்டது.

I '1cm குறிப்பது 50 m ஐ' என்ற அளவிடையில் அளவிடைப்படும் வரையுங்கள். (மனிதனின் உயரத்தைப் புறக்கணியுங்கள்)

II மலையின் உயரத்தை படத்தின் உதவியுடன் கணியுங்கள்.

9. ஒரு வெளிச்சவீட்டின் அடியிலிருந்து 100m தூரத்தில் உள்ள புள்ளியிலிருந்து வெளிச்சவீட்டின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 30° . வெளிச்சவீட்டிற்கும் அப்புள்ளிக்கும் இடையில் வெளிச்சவீட்டிலிருந்து சொற்ப தூரத்திலுள்ள O என்ற புள்ளியிலிருந்து அதே உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 35° .

a) '1cm குறிப்பது 10 m ஐ' என்ற அளவிடையைத் தெரிவு செய்யுங்கள்.

b) அளவிடைப்படத்தை வரையுங்கள்.

c) படத்தின்படி வெளிச்சவீட்டின் அடியிலிருந்து O வின் தூரத்தைக் கணியுங்கள்.

10. கிடையான தரையிலிருந்து 20m உயரமான ஒரு புள்ளியிலிருந்து ஒரு கட்டிடத்தின் உச்சியினதும் அடியினதும் ஏற்ற இறக்கக் கோணங்கள் முறையே 30° , 45° ஆகும். '1cm குறிப்பது 5 m ஐ' என்ற அளவிடைக்குப் படம் வரைந்து கட்டிடத்தின் உண்மை உயரத்தைக் கணிக்க.
11. ஒருவன் கடற்கரையிலுள்ள நிலைக்குத்தான 150 m உயரமான கட்டிடத்தின் உச்சியிலிருந்து கடலில் உள்ள A, B என்ற இரு வள்ளங்களை அவதானிக்கின்றான். A யின் இறக்கக்கோணம் 30° ஆகவும், B யின் இறக்கக்கோணம் 35° ஆகவும் தென்படுகிறது.
- a) 1:3000 என்ற ஏகபரிமாண அளவிடைப்படி அளவிடைப்படத்தை வரையுங்கள்.
- b) A, B என்ற இரு வள்ளங்களுக்கு இடைத்தூரம் எத்தனை cm?
- c) A, B என்ற இரு வள்ளங்களுக்கு இடைப்பட்ட உண்மையான இடைத்தூரம் என்ன?

II கிடைத்தளத்தில் அளவிடைப் படங்கள்

27.5 நீங்கள் தரம் 8இல் கிடைத்தளத்தில் அளவிடைப் படங்கள் வரைவதற்கும், திசைகோள் பற்றியும் கற்றுள்ளீர்கள்.

அக் கருத்துணர்வுகளை மேலும் விருத்திசெய்வதற்கு கீழ்க்காணும் பயிற்சிகளைச் செய்யுங்கள்.

பயிற்சி 102

1. ஓர் அளவிடைப்படத்தின் அளவிடை '1cm குறிப்பது 5 km ஐ'ஆகும். இதனை ஏகபரிமாண அளவிடையாக எழுதுக.
2. ஓர் அளவிடைப்படத்தில் ஏகபரிமாண அளவிடை 1:20000. படத்தில் 5cm உண்மையில் எவ்வளவு தூரத்தைக் குறிக்கும்?
3. ஓர் அளவிடைப் படத்தின் அளவிடை 1cm = 10km. படத்தில் 8 cm உண்மையில் எவ்வளவு தூரத்தைக் குறிக்கும்?

4. ஓர் அளவிடைப் படத்தின் ஏகபரிமாண அளவிடை 1:200 000. உண்மையில் 15km படத்தில் எவ்வளவு தூரத்தால் குறிக்கப்படும்?
5. '1cm குறிப்பது 2 m ஐ' என்ற அளவிடையில் 12 m நீளமுள்ள சதுர அறையின் படத்தை வரையுங்கள். அறையின் எதிர் மூலைகளுக்கு இடைப்பட்ட உண்மையான தூரம் எவ்வளவு என அளவிட்டு கணித்து எழுதுங்கள்.
6. கனவுரு வடிவ பெட்டி ஒன்றின் நீள அகல உயரங்கள் முறையே 1.5 m, 1m, 0.5 m ஆகும். 1:20 என்ற அளவிடையில் இப்பெட்டியின் பக்கமுக, முன்முக, மேல்முகப் படங்களை வரையுங்கள்.
7. மேற்கு - கிழக்காய் அமைந்த ஒரு சுவரின் நீளம் 8m; உயரம் 3m. அதற்கு மேற்கு அந்தத்திலிருந்து 1m தூரத்தில் 1m அகலமும் 2 m உயரமுமுள்ள ஒரு கதவும், கிழக்கு அந்தத்திலிருந்து 1m தூரத்திலும் 1m உயரத்திலும் 2 m நீளமும் 1.5 m உயரமுமுள்ள ஒரு யன்னலும் உள்ளன. '1cm குறிப்பது 1 m ஐ' என்ற அளவிடையில் இதன் அளவிடைப்படத்தை வரையுங்கள்.
8. பின்வரும் தரவுகளுக்கேற்ப படம் வரையுங்கள்.
- a) A என்பது B யிலிருந்து 075° திசைகோளில் 5 km தூரத்தில் உள்ளது. அளவிடை : '1cm குறிப்பது 1 km ஐ'
- b) L என்பது M இலிருந்து 120° திசைகோளில் 12 km தூரத்தில் உள்ளது. அளவிடை 1 cm = 2 km.
- c) F இலிருந்து 245° திசைகோளில் 400 m தூரத்தில் G உள்ளது. அளவிடை : 1 cm 100m க்கு.
- d) P யிலிருந்து Q 338° திசைகோளில் 9 km தூரத்தில் உள்ளது. அளவிடை : 1 : 200000

9. O என்ற புள்ளிக்கு 060° திசைகோளில் 50 m தூரத்தில் A என்ற கட்டிடமும், 230° திசைகோளில் 70 m தூரத்தில் B என்ற கட்டிடமும் உள்ளன. தகுந்த அளவிடைப்படம் வரைந்து,
- a) A, B என்ற கட்டிடங்களுக்கு இடைப்பட்ட உண்மையான தூரத்தையும்
- b) A யிலிருந்து B யின் திசைகோளையும் காணுங்கள்.
10. A, B, C என்னும் மூன்று நகரங்களில் A என்பது B க்கு கிழக்குத் திசையில் 9 km தூரத்தில் உள்ளது. C என்பது A க்கு தெற்கில் உள்ளது. C என்பது B யிலிருந்து 135° திசைகோளில் உள்ளது.
- a) 1 cm 2 km க்கு என்ற அளவிடையில் அளவிடைப்படம் வரையுங்கள்.
- b) I. நகரங்கள் A க்கும் C க்கும் இடைத்தூரம்
II. நகரங்கள் B க்கும் C க்கும் இடைத்தூரம் என்பவற்றைக் காணுங்கள்.
11. ஒரு கப்பல் 039° திசைகோளில் 7 km தூரம் சென்று பின் கிழக்குத் திசையில் 4 km சென்றது. 1 cm 1 km க்கு என்ற அளவிடையில் படம் வரையுங்கள். கப்பல் புறப்பட்ட இடத்திற்கும் அது தற்போதுள்ள இடத்திற்கும் இடையில் உள்ள உண்மையான தூரம் என்ன?

தரவுகளை வகைகுறித்தலும் விளக்கமளித்தலும்.

28.1 தரவுகள் :

ஒரு நிகழ்வு பற்றிய தகவல்கள் தரவுகள் எனப்படும். ஆய்வு ஒன்றைச் செய்து அதிலிருந்து பெறப்படும் விபரங்களைக் கணக்கிடும்போது அவ்வெண்ணிக்கைகள் 'ஈட்டுகள்' எனப்படும். ஈட்டுகள் சில சமயங்களில் மாறிகள் எனவும் கூறப்படும். மாறிகள் இருவகைப்படும். ஒன்று பின்னக மாறி; மற்றது தொடர் மாறி.

பின்னக மாறி : சில பெறுமதிகளைமட்டும் கொண்ட மாறி பின்னக மாறி ஆகும். ஒரு குடும்பத்திலுள்ள பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை 0, 1, 2, 3..... என்பவற்றில் ஒன்றாக அமையும். அது $2\frac{1}{2}$ ஆகவோ $3\frac{1}{4}$ ஆகவோ அமையாது. எனவே, முழு எண்களில் அமையக்கூடிய ஒரு குடும்பத்திலுள்ள பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை, ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணாக்கரின் எண்ணிக்கை, ஒரு சீப்பிலுள்ள வாழைப்பழங்களின் எண்ணிக்கை, கிறிக்கற் விளையாட்டில் பெறப்பட்ட ஓட்டங்கள் என்பனவெல்லாம் பின்னக மாறிகளாகும். ஒரு சப்பாத்தின் அளவு $4\frac{1}{2}$, 5 , $5\frac{1}{2}$, 6 என இருந்தாலும், அதுவும் பின்னகமாறியேயாகும்.

தொடர் மாறி : தரப்பட்ட இரண்டு பெறுமானங்களுக்கு இடையில் எந்த ஒரு பெறுமானத்தையும் எடுக்கக்கூடிய மாறி தொடர்மாறியாகும். ஒரு மாணவனின் நிறை (திருத்தமாக அளவிடும் தன்மைக்கேற்ப அது 48kg, 51.2kg, 54.32 kg என எதுவுமாக இருக்கலாம்) பூஞ்செடி ஒன்றின் உயரம் (4 cm, 4.2 cm, 5.32 cm) ஒரு பிரயாணத்துக்கு எடுக்கும் நேரம் (4 மணி, 3மணி 20நி) என்பன தொடர் மாறிகளாகும்.

28.2 மீடறன் பரம்பல் :

நாம் தரம் 8இல் கூட்டமாக்கப்படாத தரவுகளுக்கு மீடறன் பரம்பல் ஒன்றைத் தயாரிப்பதற்குக் கற்றோம். அவ்வாறு தயாரிக்கும்போது அந்த எண்பரம்பலிலுள்ள எண்ணிக்கை கூடுதலாக இருப்பின் அட்டவணைப்படுத்துவது கடினமாகும்.

28.2.1 கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுகள் :

28.2 இன் இறுதியில் கூறப்பட்ட சந்தர்ப்பங்களில் தரவுகளைத் தொகுதிகள் ஆக்கி அந்தந்தத் தொகுதிக்குரிய எண்ணிக்கைகளை குறித்துக் காட்டலாம். இது கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுத் தொகுதிகள் எனப்படும்.

உ+ம் : 36 மாணாக்கர் தோற்றிய ஒரு கணிதப் பரீட்சையில் அவர்கள் 100க்கு பெற்ற புள்ளிகள் பின்வருமாறு:

67, 75, 32, 47, 53, 68, 70, 59, 37
45, 80, 64, 21, 64, 74, 65, 42, 34
29, 48, 63, 54, 25, 47, 73, 65, 54
38, 41, 54, 23, 29, 40, 62, 73, 51

இது ஒரு பின்னக மாறித் தரவு ஆகும்.

இவற்றில் குறைந்த புள்ளி 21; கூடிய புள்ளி 80. எனவே, இதனை 21 - 30, 31 - 40, 41 - 50,..... என்றவாறு தொகுதிகள் ஆக்கலாம்.

28.2.2 வகுப்பாயிடையும், வகுப்பு எல்லைகளும் நடுப்பெறுமானம்.

21 - 30, 31 - 40, 41 - 50. . . . என்ற தொகுதிகள் வகுப்பாயிடைகள் எனப்படும். 21 - 30 என்ற முதலாவது வகுப்பாயிடையின் கீழ் எல்லை 21; மேல் எல்லை 30. இந்த வகுப்பாயிடையில் 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30 எனும் பெறுமானங்கள் உள்ளடக்கப்படுவதால் வகுப்பாயிடையின் பருமன் 10 எனப்படும்; வகுப்பாயிடையின் நடுப்பெறுமானம் $= \frac{21+30}{2} = 25.5$ ஆகும்.

மேலுள்ள தகவல்களுக்கு மீடறன் பரம்பல் ஒன்றைத் தயாரிப்போம்.

வகுப்பாயிடை பதிவுகள் மீடறன் நடுப்பெறுமானம் மீடறன்
x நடுப்பெறுமானம்

21 - 30	##	5	25.5	127.5
31 - 40	##	5	35.5	177.5
41 - 50	##	7	45.5	318.5
51 - 60	##	6	55.5	333.0
61 - 70	##	9	65.5	589.5
71 - 80		4	75.5	302.0
				36 1847
				57.306

ஆகார வகுப்பு : (அதிக மீடறன் உள்ள வகுப்பு) = 61 - 70

இடைய வகுப்பு : (எல்லாமாக 36 மாணாக்கர் என்பதால் இடையப்பெறுமதி $\frac{36+1}{2} = 18 \frac{1}{2}$ ஆம் பெறுமதி. அது 51 - 60 என்ற வகுப்பாயிடையில் உள்ளதால்)
= 51 - 60

இடை : 57.306

28.2.3 தொடர்மாறித் தரவுகளுக்கு மீடறன் பரம்பல் தயாரித்தல்.

தொடர் மாறித் தரவுகள் சம்பந்தமான மீடறன் பரம்பலுக்கு வகுப்பாயிடை நிரலில் மட்டும் சிறிது மாற்றம் செய்தல் வேண்டும்.

உ-ம் : ஒரு விற்பனைப் பிரதிநிதி தான் கடந்த 50 நாட்களில் ஒவ்வொரு நாளும் மேற்கொண்ட பயணம் சம்பந்தமான தகவல்களை பின்வருமாறு வைத்திருந்தாள்.

தூரம் d (kmஇல்)	மீடறன்
$0 \leq d < 50$	2
$50 \leq d < 100$	8
$100 \leq d < 150$	17
$150 \leq d < 200$	21
$200 \leq d < 300$	2

இத்தரவிலிருந்து a) ஆகார வகுப்பு b) இடைய வகுப்பு c) அவள் பிரயாணித்த தூரத்தின் இடை என்பவற்றைக் கணியுங்கள்.

தூரம்	மீடறன்	நடுப்பெறுமானம்	மீடறன் x நடுப்பெறுமானம்
$0 \leq d < 50$	2	25	50
$50 \leq d < 100$	8	75	600
$100 \leq d < 150$	17	125	2125
$150 \leq d < 200$	21	175	3675
$200 \leq d < 300$	2	250	500
	$\Sigma f = 50$		$\Sigma fx = 6950$

ஆகார வகுப்பு : (மீடறன் 21 உள்ளது) = $150 \leq d < 200$

இடைய வகுப்பு : (நடுவகுப்பு : $\frac{50+1}{2} = 25 \frac{1}{2}$ ஆம் மீடறன் உள்ளது)
= $100 \leq d < 150$

மதித்த இடை : $\frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{6950}{50} = 139$

பயிற்சி 103

1. கீழுள்ள தரவுகள் பின்னகமாறித் தரவுகளா தொடர்மாறித் தரவுகளா என வகைப்படுத்துங்கள்.
 - a) உமது வகுப்பிலுள்ள மாணாக்கரின் உயரங்கள்.
 - b) உலர்கலம் (battery) சிலவற்றின் ஆயுட்காலம்.
 - c) கடை ஒன்றிற்கு வரும் வாடிக்கையாளர் எண்ணிக்கை.
 - d) குழந்தை ஒன்றின் நிறை.
 - e) உதைபந்தாட்டப் போட்டியில் ஒரு குழு ஈட்டும் கோல்களின் எண்ணிக்கை.
 - f) தொட்டி ஒன்றினுள் நிரம்பும் நீரின் அளவு.
 - g) ஒரு கிலோ பச்சை மிளகாயில் காணப்படும் மிளகாய்களின் எண்ணிக்கை.
2. 6 - 10 என்ற வகுப்பாயிடையின் பருமன் யாது?
3. பருமன் 7 கொண்ட வகுப்பாயிடை ஒன்று எழுதுங்கள்.
4. 11 - 16 என்ற வகுப்பாயிடையின் கீழ் எல்லை, மேல் எல்லைகள் எவை?
5. 26 - 30 என்ற வகுப்பாயிடையின் நடுப்பெறுமானம் யாது?
6. 'ஆகார வகுப்பு' என்றால் என்ன?
7. பின்னக மாறிகளுக்கு 3 உதாரணங்கள் எழுதுங்கள்.
8. தொடர் மாறிகளுக்கு 3 உதாரணங்கள் எழுதுங்கள்.
9. 'இடைய வகுப்பு' எனும் சொற்றொடரை விளக்குக.

பயிற்சி 104

1. ஒரு மீடறன் பரம்பலில் நடுப்பெறுமானம் 15 ஆகும், வகுப்பாயிடை 5 ஆகும். அவ்வகுப்பின் கீழ் எல்லை எது?
2. கீழ் எல்லை 17உம் மேல் எல்லை 20உம் ஆக அமைந்த வகுப்பாயிடையின் நடுப்பெறுமானம் யாது?
3. ஒரு மீடறன் பரம்பலில் ஒரு வகுப்பாயிடையின் நடுப்பெறுமானம் 42; வகுப்பாயிடையின் பருமன் 10 ஆனால் வகுப்பாயிடையின் கீழ், மேல் எல்லைகள் எவை?
4. 27, 63, 19, 47, 75 என்ற மீடறன் பரம்பலின் வீச்சைக் காண்க.
5. ஒரு மீடறன் பரம்பலிலுள்ள 9 வகுப்பாயிடைகளின் பருமன்கள் 2.5 ஆகும். கீழ் வகுப்பாயிடையின் கீழ் எல்லை 10.6 ஆயின் அதன் மேல் வகுப்பாயிடையின் மேல் எல்லையைக் காண்க.
6. வகுப்பாயிடைகளின் பருமன்களை எப்போதும் ஒற்றை எண்களாக வைத்திருக்கவேண்டிய காரணம் என்ன?
7. மாணாக்கரின் வயதுகள், அவர்களது உயரம் போன்ற தொடர்மாறிக் கணியங்களுக்கு வகுப்பாயிடைகள் எடுக்கும்போது (வருடங்களில்) 10 - 12, 12 - 14, 14 - 16, எனவும், (cm இல்) 120 - 125, 125 - 130, 130 - 135 எனவும் குறிக்கப்பட்டிருந்தது. இதனை விளக்குக.
8. $200 \leq x < 250$, $250 \leq x < 300$ என்றவாறு வகுப்பாயிடைகள் குறிக்கப் பட்டிருப்பதன் விளக்கம் யாது?
9. பின்னகமாறிக் கணியங்களுக்கான மீடறன் அட்டவணையில் 10 - 20, 20 - 30, 30 - 40 என வகுப்பாயிடைகள் குறிக்கப்பட்டு 20 என்ற ஈட்டு
a) 2 முறை
b) 3 முறை வந்தால் அவற்றை எவ்வாறு அட்டவணைப்படுத்துவீர்?

பயிற்சி 105

1. ஒரு வகுப்பிலுள்ள 40 மாணாக்கர் கணித பாடத்தில் பெற்ற புள்ளிகளின் மீறன் பரம்பல் கீழுள்ளது.

புள்ளிகள்	41 - 45	46 - 50	51 - 55	56 - 60	61 - 65	66 - 70	71 - 75
மாணாக்கர் எண்ணிக்கை	3	5	8	9	7	5	3

இப் பரம்பலின்

- ஆகார வகுப்பு எது?
 - இடைய வகுப்பு எது?
 - நடுப்பெறுமானம் காண்பதன்மூலம் இத்தொகுதிப் புள்ளிகளின் இடையை மதிப்பிடுக.
2. குறித்த நிறுவனம் ஒன்றில் ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் தொழிலாளர்கள் தாமதமாக வந்தமைபற்றிப் பெறப்பட்ட தகவல்கள் பின்வருமாறு:

தாமதம் (நிமிடம்)	நடுப்பெறுமானம் (x)	தொழிலாளர் எண்ணிக்கை(f)	மீறன் x நடுப்பெறுமானம் (fx)
1 - 3		5	
4 - 6		6	
7 - 9		11	
10 - 12		14	
13 - 15		9	
16 - 18		5	

- ஆகார வகுப்பு எது?
- இடைய வகுப்பு எது?
- அட்டவணையில் x நிரலையும் fx நிரலையும் நிரப்புக.
- அக் குறிப்பிட்ட நாளில் தாமதமாக வந்தோர் எத்தனை பேர்?

e) இடையைக் கணிக்க.

f) fx நிரலின் கூட்டுத்தொகை எதனைக் குறிப்பிடுகிறது?

3. 30 மாணாக்கர் உள்ள ஒரு வகுப்பினர் ஆங்கில பாடத்தில் பெற்ற புள்ளிகளின் மீடறன் பரம்பல் பின்வருமாறு.

புள்ளிகள்	10 - 14	15 - 19	20 - 24	25 - 29	30 - 34
மாணாக்கர் எண்ணிக்கை	4	6	12	5	3

இப்பரம்பலின்,

a) ஆகார வகுப்பு எது?

b) இடைய வகுப்பு எது?

c) அவ்வகுப்பினர் ஆங்கில பாடத்தில் பெற்ற புள்ளிகளின் மதித்த இடையைக் காண்க.

4. ஒரு தொழிற்சாலையில் வேலைசெய்யும் 80 தொழிலாளர்களின் வயதுகளின் பரம்பல் கீழுள்ளது.

வயது (வருடங்களில்)	18 - 24	24 - 30	30 - 36	36 - 42	42 - 48	48 - 54
தொழிலாளர் எண்ணிக்கை	12	16	24	16	8	4

a) இப்பரம்பலின் ஆகார வகுப்பு எது?

b) இப்பரம்பலின் இடைய வகுப்பு எது?

c) தொழிலாளரின் வயதுகளின் மதித்த இடையைக் காண்க.

5. குறிப்பிட்டதொரு நிறுவனத்தின் ஊழியர்களுக்கு வழங்கப்பட்ட சம்பள அதிகரிப்பின் மீடறன் பரம்பல் பின்வருமாறு.

சம்பள அதிகரிப்பு (ரூபாவில்)	26-50	51-75	76-100	101-125	126-150	151-175	176-200	201-225	226-250
ஊழியர் எண்ணிக்கை	6	8	13	24	30	17	13	5	4

a) இப்பரம்பலின் ஆகார வகுப்பு யாது?

b) இடைய வகுப்பு எது?

c) சம்பள அதிகரிப்பின் இடையைக் காண்க.

c) இவ்வூதியர்களுக்குச் சம்பளத்தை வழங்குவதில் நிறுவனம் எதிர்நோக்கவேண்டிவரும் மேலதிகச் செலவு எவ்வளவு?

விடைகள்

பயிற்சி 01:

- a) 10^2 b) 10^3 c) 10^6
- a) 6 b) 4.3 c) 7.9 d) 3.65 e) 5.672
- a) 3.1×10^6 b) 5.4×10^6 c) 5×10^5
d) 3.4×10^6 e) 9×10^6 f) 3×10^5
- b) 6.7×10^3 c) 7.6×10^5 d) 5.43×10^5 e) 8.9×10^6 f) 4.7×10^1
- a) 2.7×10^1 b) 4.7×10^3 c) 5.6×10^5
d) 6.3×10^7 e) 4.8×10^2 f) 5.07×10^5
- a) 2.24×10^3 b) 3.75×10^4 c) 6×10^1 d) 1.225×10^3

பயிற்சி 02:

- a) 2.6×10^3 b) 4.75×10^2 c) 1.07×10^2
d) 8.035×10^3 e) 7.8×10^0 f) 1.873×10^1
g) 2.374×10^2 h) 2.0332×10^2
- a) 10^3 b) 2.742 c) 8.306
d) 267 e) 6.5 f) 3.085
- b) 3×10^{-1} c) 5×10^3 d) 6.7×10^{-4} e) 1.23×10^{-2} f) 2.34×10^{-3}
- a) 0 b) -2 c) -4 d) -6
- a) 1.2×10^{-1} b) 7.3×10^{-2} c) 8.45×10^{-1}
d) 6.7×10^{-3} e) 1.7×10^{-4} f) 5.437×10^0
g) 5.73×10^{-1} h) 1.23×10^{-6}

பயிற்சி 03:

- a) 340 b) 76000 c) 6.6
d) 412 e) 2401 f) 506700
- a) 7.84 b) 0.0837 c) 0.00937
d) 0.0006043 e) 0.0012345
- f) 0.00040302

3. a) 8.0×10^3 b) 1.5×10^4 c) 4.9×10^3
 d) 8.4×10^3 e) 1.581×10^6 f) 252×10^5
4. a) 3.5×10^3 b) 7.52×10^2
 c) 4.300024×10^3 d) 3.29734×10^{-1}
 e) 6.55×10^2 f) 6.929633×10^3
5. a) ரூபா 2.35×10^{10} b) 1.38×10^6 km
 c) 8.89×10^{-5} கிறாம் d) 6.0226×10^{23} மூலக்கூறுகள்.
6. a) 510100000 சதுர கிலோமீற்றர் b) 301200000000000 km
 c) 0.00129 gm d) 10000000000000 cm

பயிற்சி 04:

1. a) II b) I c) I d) II
2. a) 7, 7.4, 7.37, 7.375 b) 14, 13.8, 13.81, 13.809
 c) 3, 2.5, 2.55, 2.547 d) 1, 1.2, 1.21, 1.207
 e) 6, 5.6, 5.55, 5.550 f) 1, 0.5, 0.53, 0.528
3. a) இரண்டாம் தசமதானத்திற்கு b) மூன்றாம் தசமதானத்திற்கு
 c) முதலாம் தசமதானத்திற்கு
4. a) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
5. a) 15.40 b) 7.22 c) 32.08 d) 17.39

பயிற்சி 05:

1. a) இரட்டை எண் தொடரி; 10, 12, 14; $2n$
 b) ஒற்றை எண் தொடரி; 9, 11, 13; $2n-1$
 c) சதுர எண் தொடரி; 25, 36, 49; n^2
 d) கன எண் தொடரி; 125, 216, 343; n^3
 e) முக்கோணி எண் தொடரி; 15, 21, 28; $\frac{n(n-1)}{2}$
2. a) 19, 22, 25; $3n + 4$ b) 32, 37, 42; $5n + 7$
 c) 46, 56, 66; $10n - 4$ d) 82, 89, 96; $7n + 47$
3. a) $29 - 4n$ b) $71 - 3n$ c) $10 - 3n$ d) $4 - n$
4. a) $5^2 + 4$ b) $n^2 + (n-1)c$ $100^2 + 99 = 10099$
5. a) -10, 13, 16, 19, 22 b) 13, 11, 9, 7, 5
 c) 6, 9, 14, 21, 30 d) 4, 9, 16, 25, 36
 e) 2, 4, 8, 16, 32

6. a) 8ஆம் உறுப்பு 7. 12ஆம் உறுப்பு

பயிற்சி 06:

1. a) 36, 49, 64 b) 18, 21, 24 c) n^2
d) $3n$ e) $\frac{n^2+3n}{2}$ f) 3320
2. a) 2, 6, 12
b) ஓர் ஒற்றை எண்ணும் ஓர் இரட்டை எண்ணும் பெருக்கப்படுவதால்
c) $T_n = (n+1)(n+2)$
d) $T_n = n(n+2)$; இங்கு n ஓர் ஒற்றை எண்
3. a) 24 b) $n^2 - 1$ c) 51ஆம் தொகுதி
4. a) 4, 7, 10 b) 13 c) $N_n = 3n + 1$
5. a) 3, 8, 15 b) 24, 35, 48 c) $T_n = n^2 + 2n$
6. a) $5n + 2$ b) $5n - 8$ c) 10

பயிற்சி 07:

1. a) $\frac{7}{12}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{5}{12}$ d) $4\frac{1}{3}$
2. a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{4}{15}$ d) $\frac{13}{24}$
3. a) $1\frac{4}{5}$ b) $2\frac{1}{6}$ c) $1\frac{1}{2}$ d) $3\frac{1}{6}$
4. b) $\frac{5}{24}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $10\frac{1}{2}$ e) $\frac{25}{28}$

பயிற்சி 08:

1. a) 2 b) $\frac{10}{21}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $2\frac{1}{4}$
2. a) $\frac{2}{3}$ b) $1\frac{7}{40}$ c) $\frac{11}{12}$ d) $1\frac{29}{30}$
3. a) $2\frac{1}{2}$ b) 5 c) $2\frac{1}{2}$ d) $3\frac{1}{3}$
4. b) $5\frac{1}{20}$ c) $1\frac{3}{8}$ d) $\frac{1}{5}$ e) $1\frac{1}{4}$

பயிற்சி 09:

1. $\frac{3}{8}$ பங்கு
2. 200 km
3. 7044 பேர்
4. ரூபா 9,000,000/=
5. 24000/
6. ரூபா 9,000,000/=

பயிற்சி 10:

1. a) இலாபம் ரூபா 30
b) நட்டம் ரூபா 10
c) விற்றவிலை ரூபா 140
d) விற்றவிலை ரூபா 250
e) கொள்விலை ரூபா 100
f) கொள்விலை ரூபா 70
g) விற்றவிலை ரூபா 60
h) கொள்விலை ரூபா 100
2. a) I ரூபா 300 II $\frac{300}{2500}$ III 12%
b) I ரூபா 500 II $\frac{500}{2500}$ III 20%
c) I ரூபா 12000 II ரூபா 12500 III இலாபம்; ரூபா 500
IV 4.17%
3. a) I ரூபா 625 II 4.46%
b) I 750 II ரூபா 1125 III ரூபா 625 IV 125%
c) 56.25%

பயிற்சி 11:

1. a) ரூபா 500
b) ரூபா 5500
2. a) ரூபா 480
b) ரூபா 5520
4. a) ரூபா 126
b) 50 : 63
c) ரூபா 630
5. ரூபா 8800
6. ரூபா 5100
7. இலாபம் 6.67%

பயிற்சி 12:

1. a) ரூபா 120
b) ரூபா 100
c) ரூபா 200
2. ரூபா 250 000
3. ரூபா 50
4. a) ரூபா 6000
b) ரூபா 2400
5. ரூபா 30000
6. ரூபா 2500

பயிற்சி 13:

1. a) ரூபா 504
2. a) ரூபா 700 b) ரூபா 665 c) ரூபா 65
3. 16%
4. a) ரூபா 48000 b) ரூபா 43200
c) ரூபா 3200 d) 8%
5. a) ரூபா 5500 b) ரூபா 4000 c) 37.5%

பயிற்சி 14:

1. ரூபா 20 000
2. ரூபா 120 000
3. ரூபா 18 000; ரூபா 432 000
4. ரூபா 126 100
5. ரூபா 2 100 000
6. ரூபா 175 000
7. ரூபா 600 000

பயிற்சி 15:

2. ரூபா 900 3. முதல் 4. ரூபா 30 5. 30%
7. 30% 8. 2% 9. 30% 10. 20%

பயிற்சி 16:

2. ரூபா 3600
3. ரூபா 450
4. ரூபா 24 000; ரூபா 124 000
5. 365%
6. ரூபா 6200
7. ரூபா 3000
8. ரூபா 730, ரூபா 1200

பயிற்சி 17:

1. ரூபா 100 000
2. ரூபா 76 000
3. ரூபா 166.67
4. ரூபா 1500
5. 2 வருடம்
6. 20%
7. ரூபா 12 800
8. ரூபா 1000

பயிற்சி 18:

1. ரூபா 1920; ரூபா 5120
2. 3வரு; ரூபா 5250
3. 10%; ரூபா 4800
4. ரூபா 2000; ரூபா 3200
5. ரூபா 2000; ரூபா 400
6. 10%; ரூபா 2100
7. ரூபா 2000; ரூபா 3600
8. ரூபா 5000; 6 வருடம்
9. ரூபா 4000; 20%
10. 4 வருடம்; ரூபா 5400

பயிற்சி 19:

1. I 13 II 17 III 1 IV 1 V $3\frac{1}{2}$
2. I 12 II 24 III 18 IV 7 V $-4\frac{1}{2}$
3. a) 11 b) 60 c) 2 d) 6 e) 39
4. a) - 18 b) 7 c) -2 d) $\frac{1}{12}$ e) $\frac{1}{4}$

பயிற்சி 20:

1. a) $2\frac{3}{4}$ b) $1\frac{1}{3}$ c) $2\frac{1}{4}$ d) $\frac{7}{8}$ e) $1\frac{1}{2}$
2. a) - 6 b) $1\frac{1}{3}$ c) $-6\frac{1}{2}$ d) - 18 e) 0
3. a) - 5 b) 12 c) 0 d) 1 e) $2\frac{1}{3}$
4. a) - 4 b) - 14 c) 5 d) 1 e) -3

பயிற்சி 21:

1. $ac + ad + bc + bd$
2. $ac - ad + bc - bd$
3. $x^2 + 7x + 12$
4. $x^2 + x - 12$
5. $d^2 - 36$
6. $x^2 - 14x + 40$
7. $2x^2 + 5x + 2$
8. $21 - 20x + 4x^2$
9. $6x^2 - 13x + 6$
10. $6m^2 - 5m - 4$
11. $x^3 - 3x^2 + x - 3$
12. $6x^4 - x^2 - 2$

பயிற்சி 22:

- | | | |
|-----------------------|--------------------------|--------------------|
| 1. $a^2 + 7a + 12$ | 2. $m^2 + 7m + 10$ | 3. $x^2 + x - 6$ |
| 4. $a^2 - a - 20$ | 5. $x^2 - 7x + 12$ | 6. $2x^2 - 5x - 3$ |
| 7. $12a^2 + 25a + 12$ | 8. $x^3 - 2x^2 + 3x - 6$ | 9. $a^2 + 6a + 9$ |
| 10. $4x^2 + 4x + 1$ | 11. $a^2 - 4$ | 12. $9x^2 - 1$ |

பயிற்சி 23:

- | | | | | | |
|----------------------|---------------------|----------------------|---------|-----------|---------|
| I. 1. $a^2 + 6a + 9$ | 2. $x^2 - 8x + 16$ | 3. $m^2 + 2mn + n^2$ | | | |
| 4. $p^2 - 2pq + q^2$ | 5. $4a^2 + 4a + 1$ | 6. $9x^2 - 12x + 4$ | | | |
| 7. $x^4 + 2x^2 + 1$ | 8. $m^4 - 4m^2 + 4$ | | | | |
| II. 1. $5x$ | 2. a | 3. $2m$ | 4. $5a$ | 5. $6x^2$ | 6. $7a$ |

பயிற்சி 24:

- | | | |
|------------------------|-----------------------|---------------------|
| 1. $2(x + 3y)$ | 2. $4x(x + 2)$ | 3. $3x(x + 3y)$ |
| 4. $2a(6a - 3b + 4)$ | 5. $-6(x - 2)$ | 6. $6y(x + 3z - 2)$ |
| 7. $5h(h + 2g - 4g^2)$ | 8. $bc(ab - ac - bc)$ | |

பயிற்சி 25:

- | | | |
|-----------------------|---------------------|----------------------|
| 1. $(x + y)(m + n)$ | 2. $(x + y)(a + b)$ | 3. $(m - n)(p - q)$ |
| 4. $(a + b)(x + y)$ | 5. $(p + q)(a + b)$ | 6. $(x - 5)(2c - n)$ |
| 7. $(m - n)(x - y)$ | 8. $(a - b)(m + n)$ | 9. $(x + y)(p + 2q)$ |
| 10. $(2p - q)(a - 3)$ | | |

பயிற்சி 26:

- | | | |
|---------------------|-------------------------|-----------------------|
| 1. $(a + b)(c + d)$ | 2. $(x + 2)(x + 3)$ | 3. $(a - b)(x - z)$ |
| 4. $(p + q)(r - s)$ | 5. $(x + y)(1 - a)$ | 6. $(3a - y)(2c - 1)$ |
| 7. $(x - 3)(x - y)$ | 8. $(x - y)(a - b - c)$ | 9. $(x + y)(1 - a)$ |

- | | | |
|------------------------|----------------------|------------------------|
| 10. $(c - d)(x - q)$ | 11. $(b - y)(a - x)$ | 12. $(b - 2c)(a - 3)$ |
| 13. $(2a - b)(x - 1)$ | 14. $(h - k)(a + b)$ | 15. $(x - y)(5 - n)$ |
| 16. $(y - 1)(y^2 + 1)$ | 17. $(y - 2)(x + 5)$ | 18. $(3x - 2)(2x + 3)$ |
| 19. $(m + n)(x + 1)$ | 20. $(c + 2)(b + 1)$ | 21. $(a + 4)^2$ |
| 22. $(x - 3)^2$ | 23. $(p - 5)^2$ | 24. $(2x + 5)^2$ |

பயிற்சி 27:

- | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|
| 1. b, c, e, g, h, i, j | | |
| 2. a) $(a + 4)^2$ | b) $(b - 1)^2$ | c) $(c + 9)^2$ |
| d) $(d - 11)^2$ | e) $(e - 8)^2$ | f) $(f + \frac{1}{2})^2$ |
| g) $(g + 7)^2$ | h) $(x - \frac{1}{4})^2$ | i) $(x - 9)^2$ |
| j) $(2x - 7)^2$ | | |
| 3. a) $4;(x + 2)^2$ | b) $25;(p - 5)^2$ | c) $144;(m + 12)^2$ |
| d) $9b^2;(a + 3b)^2$ | e) $\frac{25}{4};(x + \frac{5}{2})^2$ | f) $\frac{9}{4};(y - \frac{3}{2})^2$ |
| g) $9;(x^2 + 3)^2$ | h) $16q^2;(p^2 - 4q^2)$ | |
| 4. a) $8a;(a + 4)^2$ | b) $4pq;(p + 2q)^2$ | c) $10xy;(x + 5y)^2$ |
| d) $\frac{2}{3}x;(x - \frac{1}{3})^2$ | e) $8x;(4 + x)^2$ | f) $60x;(5x - 6)^2$ |

பயிற்சி 28:

- | | | |
|---|---|---|
| 1. $(x - 3)(x + 3)$ | 2. $(m + n)(m - n)$ | 3. $(5a - 3b)(5a + 3b)$ |
| 4. $(x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2})$ | 5. $(\frac{1}{3} - a)(\frac{1}{3} + a)$ | 6. $a(x - y)(x + y)$ |
| 7. $(2x - 3y)(2x + 3y)$ | 8. $5x(2x - 3y)(2x + 3y)$ | 9. $(8 - \frac{a}{7})(8 + \frac{a}{7})$ |
| 10. $(3ab - c)(3ab + c)$ | 11. $(a + b + c)(a + b - c)$ | 12. $4xy$ |

பயிற்சி 29:

- | | | |
|-----------|------------|-----------|
| 1. 10 000 | 2. 400 | 3. 10 000 |
| 4. 2500 | 5. 540 | 6. 8500 |
| 7. 9951 | 8. 6600 | 9. 100 |
| 10. 2500 | 11. 10 000 | 12. 100 |
| 13. 100 | 14. 52.8 | |

பயிற்சி 30:

- $g = 40^\circ, f = 140^\circ$ 2. $m = 20^\circ$
- $p = 50^\circ, q = 60^\circ, r = 50^\circ, s = 60^\circ$
- $\hat{A}OD = 120^\circ; \hat{D}OB = 60^\circ; \hat{B}OC = 120^\circ; \hat{A}OC = 60^\circ$
- I $a = 110^\circ; b = 70^\circ; c = 110^\circ; d = 70^\circ.$
II $a = 110^\circ; b = 70^\circ; c = 110^\circ; d = 70^\circ.$
- a) $w = x$ (தரவு); $x = u$ (குத்தெதிர் கோணங்கள்) $\therefore u = w$
b) $w = z$ (குத்தெதிர் கோணங்கள்); $x = u$ (குத்தெதிர் கோணங்கள்)
ஆனால் $x = w$ (தரவு); $\therefore z = u.$
- a) $a = d$ (குத்தெதிர் கோணங்கள்); $b = c$ (குத்தெதிர் கோணங்கள்)
ஆனால் $a = b$ (தரவு); $\therefore c = d.$

பயிற்சி 31:

- I $a = 60^\circ; b = 110^\circ; c = 50^\circ.$
- i) c ii) d
- i) b ii) c
- i) q ii) r
- i) e ii) f iii) c
- i) 50° ; ஒத்த கோணங்கள் ii) 70° ; ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்
iii) 60° ; அயற் கோணங்கள்.
- i) 50° ; a யின் ஒத்த கோணம் ii) $d = 130^\circ$; e யின் அயற்கோணம்
iii) 50° ; e யின் ஒன்றுவிட்ட கோணம்.

8. $m = 70^\circ; n = 110^\circ; q = 70^\circ; r = 110^\circ; s = 70^\circ; t = 110^\circ; y = 70^\circ$.
9. i) f, j ii) h, o ii) $b = 60^\circ; c = 120^\circ; d = 60^\circ; e = 120^\circ;$
 $f = 60^\circ; g = 60^\circ; h = 120^\circ; i = 120^\circ; j = 60^\circ; k = 120^\circ; l = 60^\circ; m = 60^\circ;$
 $n = 120^\circ; o = 120^\circ; f = 60^\circ;$
10. i) f ii) r iii) e
11. i) $70^\circ; 70^\circ$ இன் ஒத்த கோணம் ii) $60^\circ; 60^\circ$ இன் ஒத்த கோணம்
12. i) $40^\circ; 40^\circ$ இன் ஒன்றுவிட்ட கோணம்
ii) $40^\circ; a$ இன் ஒன்றுவிட்ட கோணம்
13. i) $70^\circ; 110^\circ$ இன் அகத்தெதிர் கோணம்
ii) $40^\circ; 40^\circ$ இன் ஒன்றுவிட்ட கோணம்.
14. i) $60^\circ; 60^\circ$ இன் ஒன்றுவிட்ட கோணம்
ii) $70^\circ; 70^\circ$ இன் ஒத்த கோணம்.
15. a) எட்டு b) ஒத்த, இரண்டு, அகத்தெதிர்
c) சமன், ஒன்றுவிட்ட, மிகைநிரப்பிகள்.

பயிற்சி 32:

1. a) ஒன்றுவிட்ட b) ஒன்றுவிட்ட c) அயற்
d) குத்தெதிர் e) அகத்தெதிர்.
2. a) $a = 60^\circ; 60^\circ$ இன் ஒன்றுவிட்ட; $b = 70^\circ; 110^\circ$ இன் அகத்தெதிர்
b) $a = 60^\circ; 120^\circ$ இன் அகத்தெதிர்; $b = 130^\circ; 130^\circ$ இன் ஒத்த;
c) $e = 100^\circ; 100^\circ$ இன் ஒன்றுவிட்ட; $f = 100^\circ; 100^\circ$ இன் ஒத்த;
 $g = 80^\circ; 100^\circ$ இன் அகத்தெதிர்; $h = 135^\circ; 135^\circ$ இன் ஒன்றுவிட்ட;
 $i = 45^\circ; 135^\circ$ இன் அகத்தெதிர்; $j = 135^\circ; 135^\circ$ இன் ஒத்த;
d) $a = 110^\circ; 50^\circ$ இன் ஒன்றுவிட்ட + 60° இன் ஒன்றுவிட்ட
e) $c = 60^\circ; 60^\circ$ இன் ஒன்றுவிட்ட; $b = 70^\circ; 70^\circ$ இன் ஒத்த
f) $e = 58^\circ$
g) $130^\circ; 110^\circ$ இன் அகத்தெதிர் + 120° இன் அகத்தெதிர்
h) $a = 230^\circ; g = 32^\circ; 32^\circ$ இன் ஒத்த;

பயிற்சி 34:

1. a) கனவளவு b) கொள்ளளவு c) m^3, cm^3
d) l, ml e) l, ml

2. a) III b) I c) I d) II
 3. a) 1700 b) 2750 c) 570 d) 35000
 4. a) 5 b) 26 c) 6000 d) 5600 e) 0.0072
 5. a) 1l b) 1000l c) கொள்ளளவு, கனவளவு
 6. a) 60 ml
 7. a) 3 cm b) 8 cm c) 5 cm
 8. a) 3000l b) 10 000
 9. $2\frac{2}{3}$ நாட்களுக்கு
 10. 40 000, 40 000; 24000, 24; 8, 8000; 37.5, 37500; 15,15000.

பயிற்சி 35:

1. I 480 cm^3 ; 480 ml II 10 cm; 2l III 20 cm; 10000 cm^3
 IV 10 cm; 1000 cm^3 V 50 cm; 1000 l
 VI 3 m; 6000 l VII 2 m; 4 m^3
 2. 100 மணித்தியாலம் 3. 6 நாட்கள் 4. 2

பயிற்சி 36:

1. 1, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12, 13, 16, 18, 19.

பயிற்சி 37:

1. ரூபா 217 2. ரூபா 157.50 3. 306.25 km
 4. 6 5. 10 6. 308 km
 7. 39 8. ரூபா 3500

பயிற்சி 38:

1. a) $\frac{x}{12}$ b) $\frac{15}{y}$ c) $\frac{x}{3} = \frac{8}{12}$ d) $\frac{6}{x} = \frac{9}{12}$
 2. a) 8 b) 12 c) 8 d) 2 e) 5
 f) 21 g) 6 h) 30 i) 10 j) 12
 k) 5 l) 1

3. a) 660

4. a) $\frac{3}{72} : \frac{a}{48}; a = \frac{248 \times 3}{72} = 2$

5. 13

6. 5040

7. $\frac{a}{4} : \frac{b}{7}; \frac{a}{4} = \frac{b}{7}; 7a = 4b; b = \frac{7a}{4}, a = \frac{4b}{7}$

பயிற்சி 40:

1. ரூபா 2900; ரூபா 48492.18; ரூபா 19343.61.

2. 862069 யென்.

3. ரூபா 431225; \$ 3722.91.

4. ரூபா 171.

5. 9.97 குறோணர்

6. £ 3420.49

7. 1.6 கனோடியன் டொலர்

8. U.S டொலரில் கொண்டு செல்வது; ரூபா 383.15

பயிற்சி 41:

1. a) 111

b) 599

c) 201

d) 104

e) 27

f) 588

g) 154

h) 552

i) 4088

j) 6882

k) 8

l) 37

2. a) 72.2

b) 71.13

c) 406.08

d) 1624.24

e) 14.5

f) 64.63

g) 2.3

h) 5.67

5. a) 16, 19, 22, 25, 28

b) 23, 27, 31, 35, 39

c) 66, 63, 60, 57, 54

d) 112, 107, 102, 97, 92

e) 24, 48, 96, 192, 384

f) 27, 81, 243, 729, 2187

g) 8, 4, 2, 1, 1/2

h) 243, 81, 27, 9, 3

பயிற்சி 42:

1. a) 24

b) ரூபா 90

c) 84m

d) 144.9kg

2. a) 40%

b) 12.5%

c) 66.66%

d) 0.83%

3. a) 40%

b) 23%

c) 12.5%

d) 1%

4. a) 0.2 b) 0.125 c) 0.0003 d) 0.00173
 5. a) 64 b) 42.25 c) 54990.25 d) 115.1329
 6. a) 6 b) 1.5 c) 1.732 d) 16.52
 7. a) 1.41 b) 4.80 c) 20.66 d) 5.23

பயிற்சி 43:

1. a) 1 b) 0 c) 1 d) 0 e) 2
 2. a) 1 b) 1 c) 6
 3. a) 2 b) x c) 1 d) 5, -2, 7
 e) 1 f) x
 4. a) x^6 b) $\frac{1}{a^8}$ c) y^{14} d) $8x^6$ e) $\frac{9}{a^4}$
 5. a) 7 b) x c) 2 d) 7 e) 2
 f) 5
 6. a) 1 b) 1 c) $\frac{1}{2^6}$ d) 1 e) $\frac{1}{5^2}$
 f) a^2

பயிற்சி 44:

1. a) $\frac{1}{3^2}$ b) 2^3 c) 18 d) $\frac{1}{a^5}$ e) $\frac{1}{x^5}$
 f) 3^5 g) $\frac{16}{a^6}$ h) $\frac{1}{4^8}$ i) $\frac{1}{4a^6}$ j) $\frac{b^3}{a^2}$
 2. a) 1 b) 1 c) a^3 d) b^7 e) $6x^3$
 f) $27x^6$ g) $\frac{4}{p^2}$ h) a i) $\frac{2}{a^3}$ j) 1
 3. a) $<$ b) $<$ c) $<$ d) $<$ e) =
 f) $>$

பயிற்சி 45:

1. 16, 32, 64, __256, 512, 1024, __, 4096, 8192
 2. a) 128 b) 4096 c) 4096 d) 16384 e) 128
 f) 16 g) 32 h) 8 i) 64 j) 4096
 k) 32 l) 64 m) 8 n) 8192 o) 1024

பயிற்சி 46:

1. a) $\lg_3 9$ b) $\lg_5 125$ c) $\lg_{10} 1000$ d) $\lg_a b$
2. a) 2ஐ அடியாகக் கொண்ட 16இன் மடக்கை.
b) 3ஐ அடியாகக் கொண்ட 81இன் மடக்கை.
c) 4ஐ அடியாகக் கொண்ட 64இன் மடக்கை.
d) 5ஐ அடியாகக் கொண்ட 625இன் மடக்கை.
e) 6ஐ அடியாகக் கொண்ட 36இன் மடக்கை.
3. a) $m_{L_2} 32 = 5$ b) $m_{L_7} 343 = 3$
c) $m_{L_{10}} 100 = 2$ d) $m_{L_5} 0 = 1$
e) $m_{L_a} c = b$

பயிற்சி 48:

1. அவனது வலதுகைச் சுட்டுவிரலை மையமாகவும் நூலின் நீளத்தை ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டமாகும்.
2. காற்றாடியின் அச்சை மையமாகவும் அதிலிருந்து கறுப்புப்புள்ளிவரை உள்ள தூரத்தை ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டமாகும்.
3. X இலிருந்து Oவினாடு செல்லும்வரை பரிதியை வெட்டும் புள்ளி Y ஆகும்.

பயிற்சி 49:

4. c) $XO = YO$ d) $\hat{A}OX = \hat{A}OY = 90^\circ$
5. d) 90°

பயிற்சி 50:

2. e) ஆம் 4. இரண்டு
6. சுவரிலிருந்து கையளவு தூரத்திலுள்ள கிடையான ஒரு நேர்வரையாகும்.

பயிற்சி 51:

3. கோணம் ABC யின் இருசமகூறாக்கியாகும்.

பயிற்சி 52:

1. g) BO என்பது கோணம் ABC யின் இருசமகூறாக்கியாகும்.
2. f) ஆம் b) முக்கோணியின் உள்வட்டமையமாகும்.
3. f) ஆம்.
4. f) 90°

பயிற்சி 53:

1. $x = 5$
2. $x = 5$
3. $x = \frac{5}{6}$
4. $x = -2\frac{2}{5}$
5. $x = 2$
6. $x = -1\frac{3}{5}$
7. $x = 2\frac{2}{5}$
8. $x = -1\frac{4}{5}$
9. $x = 2\frac{1}{2}$
10. $x = -5$
11. $x = 1\frac{2}{3}$
12. $x = -6$
13. $x = 1\frac{2}{5}$
14. $p = 3$
15. $x = -4$

பயிற்சி 54:

1. $x = 8$
2. 30
3. $x = 15$
4. $x = 4$
5. $x = 2\frac{1}{2}$
6. $x = 2$
7. $x = 4\frac{1}{2}$
8. $x = -5\frac{1}{3}$
9. $x = 7\frac{1}{2}$

பயிற்சி 55:

1. $a = 2$
2. $f = 2$
3. $m = 6$
4. $y = 28$
5. $p = 12$
6. $x = 3$
7. $a = \frac{4}{5}$
8. $x = -2$
9. $x = 3\frac{2}{3}$
10. $y = -2\frac{1}{5}$

பயிற்சி 56:

1. $m = 2$
2. $y = 4$
3. $p = 6$
4. $x = -1\frac{1}{2}$
5. $x = \frac{1}{2}$
6. $b = -\frac{3}{4}$
7. $c = 1\frac{1}{5}$
8. $x = -2\frac{1}{3}$
9. $a = \frac{3}{5}$

பயிற்சி 57:

- | | | |
|-----------------------|-------------------------|-----------------------|
| 1. $x = 0$ | 2. $a = 7$ | 3. $x = 2\frac{1}{2}$ |
| 4. $x = 2$ | 5. $x = 4$ | 6. $p = 3$ |
| 7. $x = 9$ | 8. $x = -2\frac{1}{2}$ | 9. $x = -2$ |
| 10. $x = \frac{1}{2}$ | 11. $x = 1\frac{5}{23}$ | 12. $x = 3$ |

பயிற்சி 58:

- | | | | |
|-------------|-------------|-------------------------|------------|
| 1. $x = -1$ | 2. $a = -3$ | 3. $x = -16\frac{1}{2}$ | 4. $a = 3$ |
|-------------|-------------|-------------------------|------------|

பயிற்சி 59:

- | | | |
|------------------------|-----------------------|------------------------|
| 1. $x = 4$ | 2. $x = 32$ | 3. $x = 9$ |
| 4. $x = 9$ | 5. $x = 15$ | 6. $x = 4\frac{1}{2}$ |
| 7. $x = \frac{3}{4}$ | 8. $x = 33$ | 9. $a = 3\frac{1}{9}$ |
| 10. $x = 6\frac{5}{8}$ | 11. $x = 4$ | 12. $x = 3\frac{1}{2}$ |
| 13. $x = 1\frac{1}{3}$ | 14. $x = \frac{1}{3}$ | 15. $x = -1$ |
| 16. $x = 41$ | | |

பயிற்சி 60:

- | | |
|-----------------------------------|------------------|
| 1. 11 உம் 7 உம் | 2. 86 உம் 14 உம் |
| 3. 25 வருடங்கள் | 4. 74 அல்லது 47 |
| 5. Aக்கு ரூபா 350, Bக்கு ரூபா 150 | 6. 3 |
| 7. 21, 22, 23 | 8. 360 |
| 9. Aக்கு 26: Bக்கு 23 | |

பயிற்சி 61:

1. $a = 30^\circ, x = 30^\circ, b = 60^\circ, c = 120^\circ, d = 30^\circ, e = 100^\circ, f = 85^\circ, g = 40^\circ,$
 $x = 50^\circ, y = 60^\circ.$

2. $a = 60^\circ, b = 40^\circ, c = 80^\circ, d = 55^\circ, e = 75^\circ, f = 50^\circ, g = 45^\circ, h = 97^\circ,$
 $i = 83^\circ, q = 36^\circ, p = 114^\circ, x = 65^\circ, y = 50^\circ, p = 65^\circ.$
3. $c = 80^\circ, b = 100^\circ, x = 45^\circ, d = 23^\circ, e = 96^\circ, g = 65^\circ, h = 95^\circ, f = 65^\circ,$
 $p = 75^\circ, q = 51^\circ, x = 129^\circ.$

பயிற்சி 62:

$$a = 110^\circ, b = 120^\circ, c = 70^\circ, d = 100^\circ, e = 160^\circ, f = 66^\circ, g = 105^\circ,$$

$$h = 130^\circ, k = 120^\circ, m = 165^\circ, n = 55^\circ, p = 80^\circ.$$

பயிற்சி 63:

1. a) $100^\circ, 50^\circ, 130^\circ$ b) $30^\circ, 150^\circ, 75^\circ, 110^\circ, 55^\circ, 50^\circ$
 c) $40^\circ, 20^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 40.$ d) $180^\circ, 90^\circ, 90^\circ.$
 e) $100^\circ, 80^\circ, 60^\circ, 120^\circ$ f) 50°
2. c) $z = 120^\circ$

பயிற்சி 64:

1. 60° 9. $d = c - a - b$ 10. $e = a + b - d$

பயிற்சி 65:

1. $d = \frac{c}{\pi}$ 2. $l = \frac{A}{\pi r}$ 3. $x = \pi y$
4. $h = 34D$ 5. $x = \frac{10m}{y}$ 6. $a = \frac{3V}{bh}$
7. $T = \frac{PV}{R}$ 8. $R = \frac{100I}{PT}$ 9. $\frac{4V}{\pi d^2}$

பயிற்சி 66:

1. $t = \frac{V-u}{a}$ 2. $\frac{b-a}{c}$
3. $T = \frac{H}{ws} + t$ 4. $x = 5(y - 17)$

5. $E = C(R+r)$

6. $X = \frac{A}{Bc} + a$

7. $C = \frac{SF}{S-P}$

8. $E = C(R+r)$

9. $N = 2Cp + n$

10. $\pi = \frac{S}{r(r+h)}$

11. $t = \frac{QT - w(H-h)}{Q}$

பயிற்சி 67:

1. $s = \frac{p-b}{2}; 3$

2. $\frac{m+4n}{q}; 4$

3. $W = \frac{2Kg}{v^2}; 20$

4. $b = \frac{ay}{a+y}; 2$

5. $n = \frac{2-k}{k-3}; -2$

6. $t = \frac{3-5a}{4a}; -\frac{1}{2}$

பயிற்சி 68:

I. (cm இல்)

1. 44

2. 66

3.. 88

4. 154

5. 11

6. 44

7. 66

8. 132

9. 396

10. 11

II. (cm இல்)

1. 25.12

2. 37.68

3.. 40.82

4. 78.5

5. 22.608

6. 37.68

7. 62.8

8. 32.656

9. 43.96

10. 78.5

பயிற்சி 69:

1. 220 m

2. 484 m

3. a) 36 cm

b) 12.5 cm

c) 44 cm

d) 84 cm

e) 44 cm

f) 66 cm

g) 50 cm

h) 80 cm

பயிற்சி 70:

1. 14 cm
2. 10.5 cm
- 3.. 1210 m
4. 8 ; 176 cm
5. 2 முறை
6. 180 cm
7. 66 cm ; 49.6 m
8. 99 m
9. 15 முறை
10. 112 cm

பயிற்சி 71:

1. I 17cm II 5cm III 26cm IV 8cm V 39cm
VI 15cm VII 18cm
2. $2 \frac{1}{2} m$ 3.. 6.5 m 4. 40 m 5. 40 cm 6. 13 cm

பயிற்சி 72:

1. 3 cm, 9 cm, 7 cm, 9 cm,
2. 5 m
- 3.. 13 m
4. 14 m
5. $c^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$
6. 3.9 cm
7. 6.9 cm

பயிற்சி 73:

1. b) 4 c) முதலாவது d) (-2, 3) f) ஆம்
g) $x = 3$ h) நிலைக்குத்து i) (-1, 0) (-1, 2) (-1, 4)
2. c) ஆம் e) x - அச்சுக்கு
3. a) $x = 2$ b) (-3, 5) (-1, 2) (0, 2) (2, 2)
c) (2, 3) d) (-3, -2) (-3, 5) (4, -2) (4, 5)
4. c) ஆம் e) ஆம் f) ஒன்று, மூன்று g) $y = x$
5. c) ஆம் d) இப்போது கீறியது e) 2 f) கூடும்
6. c) $y = 3x$ d) $y = -2x$

பயிற்சி 74:

1. b) 3 d) (-3, -5) (-2, -3) (-1, -1) (0, 1) (1, 3) (2, 5) (3, 7)
g) ஆம் f) $y = 2x + 1$ j) (0, 1)
2. (0, 2)
3. $y = 2x + 3$

4. படித்திறன் 3; வெட்டுத்துண்டு 4

5. -2, 1

6. $y = x - 2$

7. $y = 2x$

8. $y = 2x - 5$

9. 3

10. (2,7) (3, 10) (-1, -2)

பயிற்சி 75:

1. b) 2

c) ஆம்

d) படித்திறன்கள் சமனாய் இருக்கும்

e) முதலாவதில்

f) $y = 2x$

2. c) 0.4, 1.8

e) 90°

f) 2

g) $-\frac{1}{2}$

h) -1

i) -1

3. a) $y = 4 - x$

b) (0, 4)

c) விரிகோணத்தை

4. a) 3

b) ஆம்

c) $y = -\frac{2}{3}x + 2$

d) $-\frac{2}{3}, 2$

5. b) (2, 1)

பயிற்சி 76:

1. I \$ 54

II \$ 45

III \$ 81

IV \$ 67.50

I £ 35.56

II £ 31.11

III £ 11.11

IV £ 27.78

2. a) Rs 146

b) $5 m^3$

3. I a) ரூபா 155

b) 29

II முதலாவது முறையில்

பயிற்சி 77:

2. P \equiv (1, 2); Q \equiv (2, 1); R \equiv (-1, -1); S \equiv (1, -2)

3. c) அவை ஒரேநேர்வரையில் அமைந்துள்ளன.

b) $x = 2$

f) ஆம்

g) $y = 3$

h) (2, 3)

பயிற்சி 78:

4. B - இல்லை C - ஆம் D - ஆம் E - இல்லை F - ஆம் P - இல்லை

Q - இல்லை R - இல்லை S - இல்லை T - இல்லை U - ஆம்.

பயிற்சி 79:

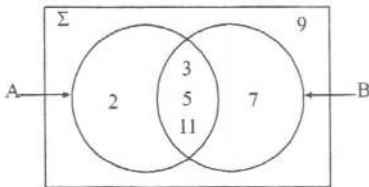
முடிவுள்ள தொடைகள் : A, C, E, G, J

பயிற்சி 80:

1. $\{\}$ $\{1\}$ $\{2\}$ $\{3\}$ $\{1, 2\}$ $\{2, 3\}$ $\{3, 1\}$ $\{1, 2, 3\}$
2. 16 3. 4 4. 2 5. வெறுந்தொடை
6. a) 2^7 b) 7 7. b, c, d
8. $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{1,2\}$, $\{1,3\}$ $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$, $\{2, 4\}$, $\{3, 4\}$, $\{1, 2, 3\}$,
 $\{2, 3, 4\}$, $\{3, 4, 1\}$, $\{4, 1, 2\}$
9. a) $\{3, 5, 7\}$ b) $\{3, 6\}$ c) $\{2, 3, 5, 7\}$
11. a) $\{1, 4, 6, 8, 9, 10\}$ b) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$
c) $\{4, 6, 8, 10\}$ d) $\{1, 2, 4, 6, 8, 9, 10\}$

பயிற்சி 81:

1. a) $\{5, 6, 7\}$; b) $\{1, 2, 7\}$; c) $\{3, 4\}$;
d) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e) 2
2. a) 7 b) $\{3, 5, 7\}$ c) $\{1, 2, 5\}$
d) $\{4, 6\}$ e) $\{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$ f) $\{5\}$
g) $\{1, 2, 3, 5, 7\}$
4. a)



- b) I $\{3, 5, 11\}$ II $\{2, 3, 5, 7, 11\}$ III 3 IV 5
c) 8 d) 8 e) ஆம் f) ஆம்.
5. a) Y b) X c) \mathcal{E} d) $\{\}$ e) $\{\}$
f) \mathcal{E}

பயிற்சி 82:

1. 90 cm^2 55 cm^2 ; 52 cm^2 ; 48 cm^2
2. 48 cm^2 3. 7 cm 4. 14 cm
5. a) 2 b) ABCD, CDEF c) 80 cm^2 d) 80 cm^2
e) ஆம் f) அவற்றின் பரப்பளவுகள் சமன்
6. 36 cm^2

பயிற்சி 83:

1. a) 20 cm^2 b) 27 cm^2 c) 45 cm^2 d) 40 cm^2
2. 4.8 cm b) 6 cm c) 9 cm d) 4 cm

பயிற்சி 84:

1. a) 35 cm^2 b) 102 cm^2 c) $\frac{a(x+y)}{2} \text{ cm}^2$ d) 50 cm^2
2. a) 6 cm b) 6 cm 3. 51 cm^2

பயிற்சி 85:

1. a) 27.5 cm^2 b) 10.5 cm^2 c) 39 cm^2 d) 45 cm^2

பயிற்சி 86:

- | | | | |
|----|---------------------------|---------------------------|-------------------------|
| I | 1. 154 cm^2 | 2. 38.5 cm^2 | 3. 1386 cm^2 |
| | 4. 154 cm^2 | 5. 1886.5 cm^2 | 6. 0.786 cm^2 |
| | 7. 81.746 cm^2 | 8. 113.143 cm^2 | |
| | 9. 707.143 cm^2 | 10. 452.57 cm^2 | |
| II | 1. 19.25 cm^2 | 2. 38.5 cm^2 | 3. 61.25 cm^2 |
| | 4. 2887.5 cm^2 | 5. 126 cm^2 | 6. 308 cm^2 |

பயிற்சி 87:

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1. 10.5 cm^2 | 2. 14 cm^2 | 3. 53.93 cm^2 |
| 4. 192.5 cm^2 | 5. 115.5 cm^2 | 6. 70 cm^2 |
| 7. 112 cm^2 | 8. 98 cm^2 | |

பயிற்சி 88:

- | | | | |
|---|--------------------------|--------------------------|------------------------|
| 1. a) 2 | b) 50.286 cm^2 | | |
| c) 100.572 cm^2 | d) 99.428 cm^2 | | |
| 2. 8 cm ஆரையுள்ள வட்டத்தின் பரப்பளவு ; 150.857 cm^2 | | | |
| 3. a) 21 cm | b) 10.5 cm | c) 346.5 cm^2 | d) 94.5 cm^2 |
| 4. 2464 cm^2 | | | |
| 5. a) 42 cm | b) 4 | c) 882 cm^2 | d) 504 cm^2 |
| 6. a) 7 cm | b) 14 cm | c) 616 cm^2 | d) 584 cm^2 |
| 7. 5.5 cm^2 | 8. 28.57 cm^2 | 9. 99.286 cm^2 | |

பயிற்சி 89:

- | | | |
|------------------------|-------------------------|--|
| 1. a) 13 cm | b) 660 cm^2 | |
| 2. 2740 mm^2 | 3. 211.2 cm^2 | |

பயிற்சி 90:

- | | | |
|----------|-------|-------|
| 4. இல்லை | 5. 25 | 6. 25 |
|----------|-------|-------|

பயிற்சி 91:

- {தலை, பூ}
- a) $A = \dots\dots\dots$
b) $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
c) $C = \{\text{சிவப்பு, நீலம், பச்சை, மஞ்சள்}\}$
- b, c, d.

பயிற்சி 92:

1. a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{7}{50}$ c) $\frac{3}{10}$ d) $\frac{8}{25}$ e) $\frac{1}{5}$
f) $\frac{1}{10}$ g) $\frac{2}{5}$ h) $\frac{1}{10}$
2. $\frac{1}{2}$ 3. a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{2}{3}$
4. a) 12 b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{4}{15}$
5. a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{2}{5}$ 6. a) $\frac{5}{18}$ d) $\frac{25}{72}$
7. a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{7}{10}$ c) $\frac{2}{9}$

பயிற்சி 93:

1. a) 5 b) 900° c) 360° d) 540°
2. a) சமனாக b) 360° c) 30°
3. a) 120° b) 110° c) 106°
4. a) 5 b) 5 c) 900° d) 360° e) 540°
f) ஆம் g) 108°
5. a) 360° b) 60° c) 120°

பயிற்சி 94:

1. a) 1440° b) 8 c) எண்கோணி
2. 150°
3. a) சமபக்க முக்கோணி b) சாய் சதுரம் c) செவ்வகம் d) 120°

பயிற்சி 95:

1. 5 2. 6 3. 8
4. I a) 108^0 b) இருசமபக்கமுக்கோணி c) 36^0 d) 36^0
e) 72^0 f) 72^0 g) 108^0

II சாய்சதுரம்

5. 14 6. a) $25 \frac{5}{7}$ b) $154 \frac{2}{7}$
7. 7 8. 18

பயிற்சி 96:

1. a) $\frac{2x^2}{3y}$ b) $\frac{b^2}{3a}$ c) $\frac{3c^2}{4e^2}$ d) $\frac{3x^2}{4ay^4}$
2. a) $x+y$ b) $\frac{3}{x+3}$ c) $\frac{1}{ab-1}$ d) $\frac{y}{x}$ e) $x-2y$
f) $\frac{3}{x+3}$ g) $\frac{y+7}{2}$ h) $\frac{2x-y}{2x}$
3. a) $\frac{2y}{x^2}$ b) $\frac{yz^2}{5x^4}$ c) $\frac{1}{1-xy}$ d) $\frac{b}{a}$ e) $\frac{2}{3y}$

பயிற்சி 97:

1. a) $2x$ b) y c) $\frac{6x}{7}$ d) $\frac{5}{a}$ e) $\frac{a+b}{x}$
f) $\frac{1}{x}$ g) $\frac{6}{a}$ h) $\frac{15}{x}$
2. a) $\frac{5x}{3}$ b) $\frac{10}{a}$ c) $\frac{3}{x+1}$ d) $\frac{2(x+2)}{(x-2)}$ e) $\frac{26b}{15a}$
f) $\frac{5a+6}{a+2}$

3. a) $\frac{4x}{5}$ b) $\frac{a}{x}$ c) $\frac{2-x}{x+3}$ d) $\frac{4}{x+2}$ e) $\frac{a+b-1}{p-q}$
 f) 1

பயிற்சி 98:

1. a) $\frac{6x}{5}$ b) $\frac{2a}{x}$ c) 1 d) $\frac{3(x+1)}{a}$ e) $\frac{y}{x}$
 f) $\frac{a+6}{a+3}$ g) 2 h) 1

பயிற்சி 99:

1. a) 27.712 cm^2 b) 554.24 cm^3
 2. a) 24 cm^2 b) 240 cm^3
 3. a) 16 cm^2 b) 192 cm^3
 4. 3 cm 5. 120 cm^3
 6. a) 7 cm^2 b) 42 cm^3

பயிற்சி 100:

1. a) 3 cm^2 b) 18 cm^3
 2. a) 17 cm^2 b) 85 cm^3
 3. a) 40.5 cm^3 b) 455 cm^3 c) 240 cm^3
 d) 1145.718 cm^3
 4. 12 cm 5. 2880 l

பயிற்சி 101:

4. கோணமானி (Clinometer)
 5. a) ஏற்றக்கோணம் b) கீழே
 6. $\underline{63}^\circ$ 7. $\underline{139} \text{ m}$ 8. $\underline{140} \text{ m}$
 9. $\underline{82.5} \text{ m}$ 10. $\underline{31.5} \text{ m}$
 11. b) $\underline{1.5} \text{ cm}$ c) $\underline{46} \text{ m}$

பயிற்சி 102:

1. 1 : 500 000
2. 1 km ஐ
3. 80 km ஐ
4. 7.5 cm ஆல்
5. 8.5 cm

பயிற்சி 103:

1. பின்னகமாறித் தரவுகள் : c, e, g
தொடர்மாறித் தரவுகள் : a, b, d, f
2. 5
3. 8 - 14
4. கீழ் எல்லை 11; மேல் எல்லை 16
5. 28

பயிற்சி 104:

1. 13
 2. 18.5
 3. கீழ் எல்லை 37.5; மேல் எல்லை 46.5
 4. 56
 5. 33.1
9. 2முறை வரும்போது ஒன்றை 10 - 20 இலும் மற்றையதை 20 - 30 இலும் பதிய வேண்டும். 3முறை வரும்போது இரண்டை இவற்றுள் ஏதாவது ஒரு வகுப்பாயிடையிலும் மற்றையதை அடுத்த வகுப்பாயிடையிலும் பதியவேண்டும்.

பயிற்சி 105:

1. a) 56 - 60
- b) 51 - 55
- c) 57.875
2. a) 10 - 12
- b) 10 - 12
- d) 50
- e) 9நிமி 51.6 செக்
- f) பிந்திவந்த மனித நிமிடங்கள்
3. a) 20 - 24
- b) 20 - 24
- c) 21.5
4. a) 30 - 36
- b) 30 - 36
- c) 33.3 வருடம்
5. a) 126 - 150
- b) 126 - 150
- c) ரூபா 133
- d) ரூபா 15960

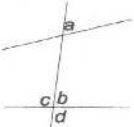
ஆண்டு இறுதிப் பரீட்சை
மாதிரி வினாத்தாள் 1

2 மணி 30 நிமிடங்கள்.

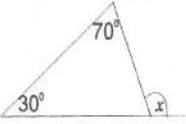
பகுதி A

30 புள்ளிகள்

எல்லா வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க.

- 520 ஐ விஞ்ஞானமுறைக் குறியீட்டில் எழுதுக.
- ஐந்தாவது முக்கோணி எண்ணை எழுதுக.
- சுருக்குக : $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$.
- ரூபா 25 இன் 20% ஐக் கணிக்க.
- $a = 3$, $b = 2$, ஆயின் $\frac{2a}{3} - b$ இன் பெறுமதி காண்க.
- காரணி காண்க : $3x^2 - 6xy$.
-  a யின் ஒத்த கோணம் எது?

- 25 cm³ திரவத்தின் கொள்ளளவை ml இல் தருக.
- $3 : 4 = 9 : \square$ பொருத்தமான எண்ணை பெட்டியுள் எழுதுக.
- சுருக்குக : $2^3 \times 2^5$.
- தீர்க்க : $2x + 3 = 15$.

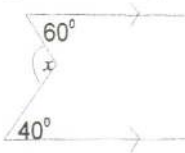
-  x இன் பெறுமதி காண்க.

- $a = b + c$ என்ற சமன்பாட்டில் c ஐ எழுவாயாக்குக.
- ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவு c ஆகவும், அதன் விட்டம் d ஆகவும் இருப்பின், c ஆ d ஆ பெரிய கணியம்?

15. அருகிலுள்ள செங்கோண முக்கோணியில் செம்பக்கம் எது?

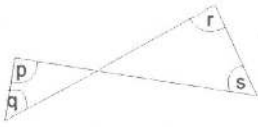


16. $y = 2x$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைபின் சாய்வு விகிதம் யாது?
17. $x > 2$ என்ற சமனிலியின் வரைபில் உள்ள ஒரு புள்ளியின் ஆள்கூறு தருக.
18. $E = \{2,3,5,7\}$, $A = \{2,5,7\}$ ஆயின் A' ஐக் கணிக்க.
19. ஒரு சதுரத்தின் சுற்றளவு 12 cm. அதன் பரப்பளவைக் காண்க.
20. முகங்களுக்கு 1 முதல் 6 வரை எழுதப்பட்ட குற்றமற்ற ஒரு தாயக்கட்டை சுண்டப்படும்போது 1 அல்லது 2 ஐப் பெறக்கூடிய நிகழ்தகவு யாது?
21. ஓர் ஒழுங்கான பல்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 1440° ஆயின் அதன் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் கணிக்க.
22. சுருக்குக: $\frac{2}{x+1} + \frac{2x}{x+1}$.
23. 23-30 என்ற வகுப்பாயிடையின் நடுப்பெறுமானம் யாது?
24. 0.299 ஐ இரண்டாவது தசமதானத்துக்கு மட்டந்தட்டுக.
25. 1,8,27..... என்ற தொடரியின் 10 ஆவது உறுப்பு யாது?
26. ஒரு வியாபாரி தான் ரூபா 3200 க்கு வாங்கிய வானொலிப் பெட்டியை ரூபா 4000க்கு விற்றான். அவனடைந்த இலாபவீதம் யாது?
27. அருகிலுள்ள படத்தில் x இன் பெறுமதி காண்க.



28. மட₅ 125 இன் பெறுமதி காண்க.

29.



படத்தில் $p + q = r + s$ எனக் காட்டுக.

30. B என்ற புள்ளி A என்ற புள்ளியிலிருந்து 024° திசைகோளில் உள்ளது. A என்ற புள்ளி B என்ற புள்ளியிலிருந்து எந்தத் திசைகோளில் உள்ளது?

பகுதி B.

ஏதாவது 7 வினாக்களுக்கு விடையளிக்க. ஒவ்வொரு சரியான விடைக்கும் 10 புள்ளிகள் வழங்கப்படும். தேவையானவிடத்து படிமுறைகளைத் தெளிவாகக் காட்டுக.

1. கீழுள்ள அட்டவணை ஒரு குறிப்பிட்ட தொடரியைக் காட்டுகிறது.

a) அட்டவணையை விளங்கி, வெற்றுக்கூடுகளை நிரப்புக.

தொடரி	S	X	$x+i$	P
	தொடரியின் கூட்டுத்தொகை	கடைசி உறுப்பு		$x(x+1)$
1+2	3	2	3	6
1+2+3	6	3		
1+2+3+4		4	5	20
1+2+3+4+5	15			
1+2+3+4+5+6			7	42

b) S என்ற நிரலுக்கும் P என்ற நிரலுக்கும் இடையில் ஓர் இலகுவான தொடர்பு இருக்கிறது. S ஐயும் P ஐயும் தொடர்புபடுத்தி இத்தொடர்பை எடுத்துரைக்க.

c) I. பகுதி (b)க்கு கிடைத்த தொடர்பைக் கொண்டு $X = 9$ ஆக இருக்கும்போது S இன் பெறுமதி காண்க.

II. $1+2+3+4+5+6+7+8+9$ இன் பெறுமதியைக் கண்டு $c(1)$ இல் பெற்ற தொடர்பு சரியா என வாய்ப்புப்பார்க்க.

- d) பகுதி (b) இல் கிடைத்த விடையைக் கொண்டு $1+2+3+4+5+\dots+80$ இன் பெறுமதியைக் காண்க.
- e) $1+2+3+\dots+n$ இன் பெறுமதி காண, n சார்பாக ஒரு வாய்பாடு அமைக்க.

2. ஒரு மென்பொருள் வியாபாரி ரூபா 25000 க்கு ஒரு கண்ணியை வாங்கி, கொள்விலையில் 40% இலாபம் பெறக்கூடியவாறு அதன் விற்பனை விலையைக் குறித்தான். ஆனால், அவன் அதை தனது வாடிக்கையாளனுக்கு குறித்த விலையில் 15% கழிவு கொடுத்து விற்கான்.

பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

- a) குறித்த விலை.
- b) விற்க விலை.
- c) உண்மை இலாபம்.
- d) உண்மை இலாப வீதம்.

3. a) $(2x+3)(x-4)$ என்ற ஈருறுப்புக்கோவைகளின் பெருக்கத்தைக் கண்டு சுருக்குக.

- b) காரணிப்படுத்துக :
- I. $a^2 + 3a + 3a + 9$
- II. $a^3 - 4a$

c) காரணிபற்றிய உமது அறிவைப் பிரயோகித்து $103 \times 97 + 9$ இன் பெறுமதி காண்க.

4. I. ஒரு குறிப்பிட்ட வேலையை 3 மனிதர் தினமும் 8 மணிநேரம் வேலைசெய்து 10 நாட்களில் முடிப்பர். அதே திறமையுடைய எத்தனைபேர் அதே வேலையை தினமும் 5 மணிநேரம் வேலை செய்து 6 நாட்களில் முடிப்பர்.

II. 2m நீளமும் 1.5 m அகலமும் 1m உயரமும் உடைய கனவுரு வடிவ நீர்த்தாங்கி நீரினால் முற்றாக நிரப்பப்பட்டுள்ளது. அதனுள் உள்ள நீரினால் 1.5 லீற்றர் கொள்ளளவு உள்ள எத்தனை போத்தல்கள் நிரப்பப்படலாம் எனக் கணிக்க.

III. $14+23-18$ என்ற கணிதச் செய்கையை கணிகருவி ஒன்றில் செய்வதற்கு பாய்ச்சல்கோட்டுப்படம் வரைக.

5. a) சுருக்குக : $2\frac{1}{3} + 3\frac{3}{4} - 4\frac{5}{6}$

b) சுருக்குக : $2\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{5} \times 1\frac{1}{2}$

c) தீர்க்க : $\frac{x+3}{4} = \frac{2x-1}{5}$

d) தீர்க்க : $2x + y = 5$
 $3x - 2y = 4$

6. a) $AB=4.5$ cm, $BC=6$ cm, $\angle ABC = 60^\circ$ ஆக அமையும்படி முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.

b) AC யின் நீளத்தை அளவிடுக.

c) AB, BC என்பவற்றின் செங்குத்து இருகூறாக்கிகளை வரைக. அவை O என்ற புள்ளியில் சந்திக்கட்டும்.

d) O வை மையமாகவும் OA ஐ ஆரையாகவும் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரைக.

e) அவ்வட்டத்தின் ஆரையை அளவிட்டுக் குறிக்க.

7. a) - 8 முதல் + 8 வரை அமைய தெக்காட்டின் ஆள்கூற்றுத்தளம் வரைக.

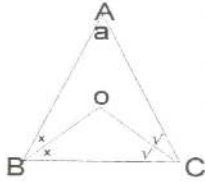
b) $y = 2x - 1$ என்ற சார்புக்குப் பொருத்தமான சில பெறுமானங்கள் கீழுள்ள அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-7		-3			3	

வெற்றுப் பெட்டிகளை பொருத்தமான பெறுமானங்களால் நிரப்புக.

- c) வரைபை வரைக.
d) வரைபின் சாய்வு விகிதத்தைக் காண்க.
e) வரைபு x, y என்னும் அச்சுகளை வெட்டும் ஆள்கூறுகளைத் தருக.

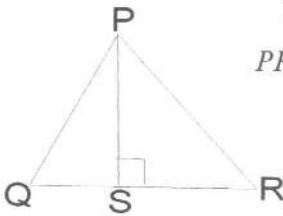
8. a)



ABC ஒரு முக்கோணி. $\hat{A}BC$, $\hat{A}CB$ என்பவற்றின் இருகூறாக்கிகள் O என்னும் புள்ளியில் சந்திக்கின்றன.

$$\hat{B}OC = \left(90 + \frac{a}{2}\right) \text{ எனக் காட்டுக. .}$$

b)



PQR ஒரு முக்கோணி $PS \perp QR$.
 $PR^2 - PQ^2 = SR^2 - QS^2$ என நிறுவுக.

9. a) $\varepsilon = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ஆகவும் $A = \{2,4,6,8\}$ ஆகவும் $B = \{3,6,9\}$ ஆகவும் தரப்பட்டுள்ளன.

I. $n(A \cap B)$ ஐக் காண்க.

II. $(A \cup B)'$ இன் மூலகங்களைப் பட்டியற்படுத்துக.

b) முகங்களுக்கு 1 முதல் 6 வரை இலக்கமிடப்பட்ட ஒரு குற்றமற்ற சதுரமுகித் தாயக்கட்டை சுண்டப்படுகிறது.

- I. நிகழ்க்கூடிய நிகழ்ச்சிகளைக் கருதும் மாதிரி வெளியை வரைக.
- II. 1,2,3,4,5 அல்லது 6 ஐப் பெற சமசந்தர்ப்பம் உண்டா?
- III. 1 அல்லது 4 ஐப் பெறும் நிகழ்தகவு யாது?
- IV. X என்பது ஓர் ஒற்றை எண்ணைப் பெறும் நிகழ்ச்சியாயின் தொடை X இன் மூலகங்களைப் பட்டியற்படுத்துக.
- V. $n(X)$ ஐக் காண்க.
- VI. $P(X)$ ஐக் காண்க

ஆண்டு இறுதிப்பரீட்சை
வினாத்தாள் 2

$2\frac{1}{2}$ மணித்தியாலம்

பகுதி A

எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக.

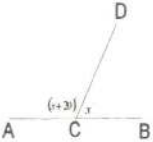
ஒவ்வொரு சரியான விடைக்கும் 02 புள்ளிகள் வழங்கப்படும்.

1. 8.37×10^{-2} ஐ சாதாரண எண்ணாக எழுதுக.

2. விரித்தெழுதிச் சுருக்குக: $(x+5)(2x-3)$.

3. $x^2 + \dots + 25$. அருகிலுள்ள கோவையை ஒரு நிறைவர்க்கமாக எழுதுவதற்கு கீறிட்ட இடத்தில் எழுதவேண்டிய எண் எது?

4.  $\hat{A}CD$ யின் பெறுமதி காண்க.



5.  x இன் பெறுமதியை a யின் சார்பில் காண்க.



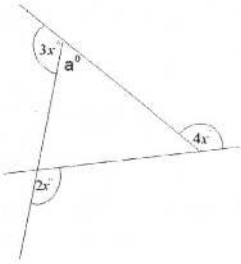
6. 5 kg சீனியின் விலை ரூபா 525 ஆயின் ரூபா 735 க்கு எத்தனை kg சீனி வாங்கலாம்?

7. $2^6=64$. இதனை மடக்கை முறையில் எழுதுக.

8. நிலையான இரு புள்ளிகளிலிருந்து எப்போதும் சமதூரத்தில் இயங்கும் புள்ளியின் ஒழுக்கு யாது?

9. தீர்க்க: $2(3x-2)=3(x+4)$.

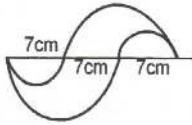
10.



அருகிலுள்ள படத்தின்படி a யின் பெறுமதி காண்க.

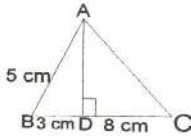
11. $v^2 = u^2 + 2fs$ என்ற சமன்பாட்டில் f ஐ எழுவாயாக்குக.

12.



தடித்த கோட்டினால் வரையப்பட்ட வடிவத்தின் சுற்றளவு காண்க.

13.



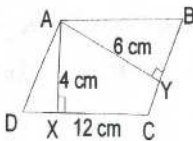
முக்கோணி ABC யின் பரப்பளவு காண்க.

14. உற்பத்தி $O(0,0)$ என்ற புள்ளியூடு செல்லும் நேர்கோட்டு வரைபு ஒன்றின் சமன்பாடு எழுதுக.

15. $x \geq 2$ என்ற சமனிலியிலுள்ள P என்ற ஏதாவது ஒரு புள்ளியின் ஆள்கூறு எழுதுக.

16. $n(E) = 12, n(A) = 8, n(B) = 6$ எனவும் அகிலத்தொடையில் A, B எனும் இரு தொடைகள் மட்டும் உள்ளன எனவும் கொண்டு $n(A \cap B)$ ஐக் கணிக்க.

17.



ABCD ஓர் இணைகரமாகவும்

$DC = 12$ cm; $AX = 4$ cm; $AY = 6$ cm ஆகவும்

இருப்பின் BC யின் நீளத்தைக் கணிக்க.

18. ஒரு பையினுள் ஒரே அளவான 8 மாபிள்கள் இருந்தன. அவற்றுள் 5 சிவப்புநிறமானவை; ஏனையவை நீலநிறமானவை. அவற்றுள் ஒன்றை அவந்திகா எழுமாற்றாக எடுத்தாள். அது நீலநிறமுடையதாய் இருந்தது. பின்னர், அருணேஸ் எழுமாற்றாக ஒன்றை எடுத்தான். அது நீலநிறமாய் இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவைக் காண்க.
19. ஓர் ஒழுங்கான எழுகோணியின் ஓர் அகக்கோணப் பெறுமதியைக் கணிக்க.
20. 1 : 100 என்ற அளவிடையில் ஒரு செவ்வக காணித்துண்டின் அளவிடைவரைபு வரையப்பட்டது. அப்படத்தின் நீளமும், அகலமும் முறையே 6.5 cm, 4.3 cm ஆக இருந்தது. அக்காணியின் உண்மையான சுற்றளவைக் கணிக்க.

பகுதி B.

முதலாம் வினாவுக்கும் ஏனைய 5 வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க. வினா 1 க்கு 15 புள்ளிகளும் ஏனைய ஒவ்வொன்றுக்கும் 09 புள்ளிகளும் வழங்கப்படும்.

1. 'கிறிஸ்மஸ்' காலத்தில் 'Suva', 'Siva' என்ற இரு பல்பொருள் அங்காடிகள் எல்லாப் பொருட்களுக்கும் முறையே 5%, 7% கழிவு கொடுப்பதாக விளம்பரப்படுத்தியிருந்தன. பாலா என்பவன் 5 kg வறுத்த அரிசிமா வாங்க விரும்பினான். அந்தவகை அரிசிமா Suva வில் kg 80 ரூபாவாகவும் Siva வில் kg 82 ரூபாவாகவும் விற்கப்படுவதாக விளம்பரப்படுத்தப்பட்டிருந்தது. அவன் அதனை,
- I. Siva வில் வாங்குவதானால் kg எவ்வளவு முடியும்?
- II. எந்தப் பல்பொருள் அங்காடியில் வாங்குவது மலிவானது?

இவ்விரு பல்பொருள் அங்காடிகளுக்கும் குறிப்பிட்ட இந்த அரிசிமாவகையை ஒரே மொத்த வியாபாரி 10 kg அரிசிமா கொண்ட பொதி ஒன்று ரூபா 600 வீதம் வினியோகிக்கின்றான்.

III. அரிசி மாவின் விற்கும் விலையைக் குறிக்கும்போது Suva பல்பொருள் அங்காடி வைத்துக்குறித்த இலாபவீதம் என்ன?

IV. Siva பல்பொருள் அங்காடியினர் அந்த அரிசிமாவகையை விற்கும்போது பெற்ற உண்மையான இலாபவீதம் யாது?

மொத்த வியாபாரி நெல்லை கிலோகிராம் ரூபா 40 வீதம் வாங்கி - குற்றிஅரிசிமாவாக்கி - வறுத்து - பொதி செய்கிறான். நெல் விலை, மாவாக்கும் செலவு, வறுப்பது, பொதியாக்குவது என்பனவற்றிற்குச் செலவிடும் பணம் 16:1:1:1 என்ற விகிதத்தில் அமைந்திருந்தது.

V. ஒரு கிலோகிராம் மாவை வறுப்பதற்குச் செலவு எவ்வளவு?

2. ஒரு வருட ஆரம்பத்தில் சேந்தன், வைகுந்தன் எனும் இரு சகோதரர்கள் தங்கள் கைச்செலவுக்கு தந்தையால் கிழமைதோறும் தரப்படும் பணத்தில் சிறு தொகையைச் சேமிக்கத் தீர்மானித்தனர். சேந்தன் கிழமைதோறும் ரூபா 50 ஐச் சேமித்தான். வைகுந்தன் முதலாம் கிழமை முடிவில் ரூபா 1 உம் இரண்டாம் கிழமை முடிவில் மொத்தமாக ரூபா 2 வரும்படியும், மூன்றாம் கிழமை முடிவில் மொத்தமாக ரூபா 4 வரும்படியும்.... இவ்வாறாகச் சேமித்தான். அதாவது ஒவ்வொரு கிழமை முடிவிலும் தன் சேமிப்பு முதல் கிழமை முடிவில் இருந்ததிலும் பார்க்க இரண்டு மடங்காக இருக்கும்படி சேமித்தான்.

a) I. ஆறாம் கிழமை முடிவில் வைகுந்தன் சேமித்திருந்த மொத்தப்பணம் எவ்வளவு?

II. ஆறாம் கிழமையில் மட்டும் வைகுந்தன் சேமித்த பணம் எவ்வளவு?

- b) முதல் முதலில் எந்தக் கிழமை முடிவில் வைகுந்தனின் சேமிப்பு சேந்தனின் சேமிப்பிலும் கூடியதாக அமையும்?
அந்த வருடத்தின் வாரங்களின் எண்ணிக்கை n இனால் குறிக்கப்படும். (உ+ம்: அவ்வருடத்தின் 7 ஆம் வாரமாயின் $n = 7$)
- c) n ஆம் வார முடிவில் வைகுந்தன் சேர்த்திருந்த பணத்தின் தொகையை n இன் சார்பில் தருக.

3. 2010 ஆம் ஆண்டு, அண்டிறுதித் தேர்வில் தரம் 9 மாணாக்கர் கணித பாடத்தில் பெற்ற புள்ளிகளின் மீறன் பரம்பல் அட்டவணை கீழுள்ளது.

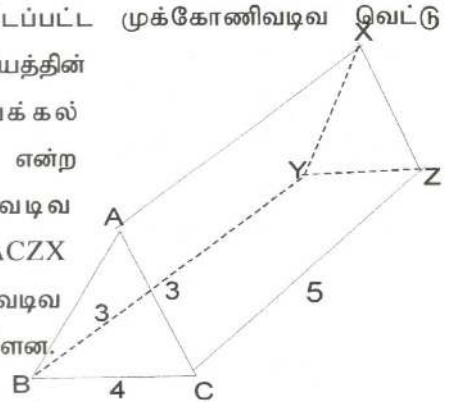
புள்ளிகள்	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79
மாணாக்கர் எண்ணிக்கை	4	6	12	14	16	10	3

I. ஆகார வகுப்பின் வகுப்பாயிடை எது?

II. எந்த வகுப்பாயிடையில் இடையம் உள்ளது?

III. இடையம் அமைந்த வகுப்பாயிடையின் நடுப்பெறுமானத்தை உத்தேச இடையாக எடுத்து, அவ்வகுப்பிலுள்ள ஒரு மாணவன் பெற்ற இடைப்புள்ளியைக் காண்க.

4. அருகிலுள்ள படத்தில் காட்டப்பட்ட முக்கோணிவடிவ வெட்டு முகத்தையுடைய திண்ம அரியத்தின் அடி BCZY என்ற நாற்பக்கல் வடிவமானதாகும். ABC, XYZ என்ற முகங்கள் முக்கோணி வடிவ முள்ளவையாகவும் ABYX, ACZX என்ற முகங்கள் செவ்வக வடிவ முள்ளவையாகவும் அமைந்துள்ளன.



$$AB=AC=3 \text{ cm}, BC=4 \text{ cm}.$$

- a) புள்ளி A என்பது அடிக்குமேல் 2.236 cm அல்லது $\sqrt{5}$ cm உயரத்தில் உள்ளது எனக் காட்டுக.
- b) உயரத்தை 2.236 எனக்கொண்டு முக்கோணிவடிவ முகம் ABC யின் பரப்பளவை இரண்டு தசமதானங்களுக்குத் திருத்தமாகக் கணிக்க.
- c) I. மூன்று செவ்வக முகங்களின் மொத்த மேற்பரப்பளவையும் II. அரியத்தின் முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவையும் காண்க.
- d) முகங்களுக்கு வர்ணம் தீட்ட 10cm² க்கு ரூபா 2.50 செலவாகும் எனக்கொண்டு, அரியத்தின் ஐந்து முகங்களுக்கும் வர்ணம் தீட்ட செலவாகும் பணத்தொகையைக் காண்க.
- e) அரியத்தின் கனவளவைக் காண்க.

5. I. $\frac{1}{5}$ என்ற பின்னத்தின் தொகுதி எண்ணுக்கு ஓர் எண் கூட்டப்பட்டும், அதே எண் அதன் பகுதி எண்ணிலிருந்து கழிக்கப்பட்டும் இருந்தபோது பின்னம் 1 என்ற பெறுமதியைப் பெற்றது. (கூட்டிய, கழித்த) அவ்வெண்ணைக் காண்க.

II. ஒரு தொடையில் சில ஆடுகளும் சில கோழிகளும் காணப்பட்டன. அவற்றின் எண்ணிக்கை 15 ஆகும். அவற்றின் கால்களின் எண்ணிக்கை 46 ஆகும். அத்தொடையில் எத்தனை கோழிகள் காணப்பட்டன?

III. சுருக்குக: $\frac{(3x-y)(2x+3y)}{6x^2+9xy}$

IV. தீர்க்க : $6+3\{x+2(1-x)\}=x$.

6. a. $E = \{1 \text{ முதல் } 10 \text{ வரையுள்ள எண்ணும் எண்கள்}\}$ ஆகவும்
 $A = \{\text{ஒற்றை எண்கள்}\}$

B = {இரட்டை எண்கள்}

C = {முதன்மை எண்கள்} ஆகவும் உள்ளன.

I. இதனை வென் உருவில் குறிக்க.

II. பின்வருவனவற்றை காண்க.

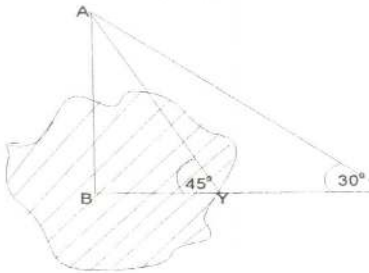
a) $A \cap B$ b) $A \cup C$ c) $A \cap B'$ d) $n(A \cup B)$

b) ஒரு பையினுள் ஒரே அளவான 30 நீல மாபிள்களும் x சிவப்பு மாபிள்களும் இருந்தன. அப்பையுள்ளிருந்து எழுமாற்றாக ஒரு மாபிள் எடுக்கப்பட்டது.

I. எடுக்கப்பட்ட மாபிள் சிவப்பாக இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவை x இன் சார்பில் தருக.

II. அந்த நிகழ்தகவு $\frac{7}{13}$ எனக்கொண்டு x இன் பெறுமதி கணிக்க.

7.



அமல், விமல் என்போர் ஒரு குறிப்பிட்ட பாடசாலையில் தரம் 9 இல் பயிலும் இரு மாணாக்கர். அவர்கள் ஒரு x காணியுள் (படத்தில் நிழற்றிய பகுதியுள்) அமைந்துள்ள AB என்னும் ஒரு கோபுரத்தின் உயரத்தை அந்தக் காணியுள்

பிரவேசிக்காது கணித்தறிய விரும்பினர். X என்ற புள்ளியிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 30° எனவும் கோபுரத்தை நோக்கி 100m நகர்ந்து Y என்ற புள்ளியையடைந்து அங்கிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணம் 45° எனவும் அவர்களால் கணிக்கப்பட்டது.

5 m ஐ 1 cm ஆல் கருதி (1:500 அளவிடையில்) ஓர் அளவிடப்படும் வரைந்து, அதன்மூலம் கோபுரத்தின் உயரத்தைக் கணிக்க.

விடைகள்
மாதிரி வினாத்தாள் 1

பகுதி A

1. 5.2×10^2 2. 15 3. $\frac{5}{6}$ 4. 5 5. 0
6. $3x(3-2y)$ 7. b 8. 25 ml 9. 12 10. 2^8
11. $x=6$ 12. 100^0 13. $a-b$ 14. d 15. c
16. 2 17. (3,2) 18. $A' = \{3\}$ 19. 9 cm^2 20. $\frac{1}{3}$
21. 10 22. $\frac{2}{x+1}$ 23. 26.5 24. 0.30 25. 1000
26. 25% 27. 100^0 28. 3

29. மூன்றாம் கோணத்தை x^0 என்க. $p+q+x=180^0$; $r+s+x=180^0$;
 $\therefore p+q+x=r+s+x$; $\therefore p+q=r+s$ (இருபக்கங்களிலுமிருந்து x ஐ நீக்குக.

30. 204^0

பகுதி B

1. a) 4 b) P=25 c) I. 45 II. சரி
10 d) 3240 e) $\frac{n(n+1)}{2}$
5 6 30
21 6

2. a) ரூபா 35 000 b) ரூபா 29 750 c) ரூபா 4750 d) 19%

3. a) $2x^2 - 5x - 12$ b) I. $(a+3)^2$ II. $a(a-2)(a+2)$

c) $(100+3)(100-3)+9$; 100^2-3^2+9 ; 100^2 ; 10000.

4. I. 8 II. 2000

III. $\text{ON/c} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{4} \rightarrow \boxed{+} \rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{-} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{8} \rightarrow \boxed{=}$
1 14 14 2 23 37 1 18 19

5. a) $1\frac{1}{4}$ b). $3\frac{1}{3}$ c) $x=6\frac{1}{3}$ d) $x=2; y=1$.

6.

7. b) -5,-1,1,5 d) 2 e) $(\frac{1}{2}, -1)$.

8. a) $\hat{A}BC + \hat{A}CB = (180 - a)^\circ; \therefore \hat{O}BC + \hat{O}CB = \left(90 - \frac{a}{2}\right)^\circ$

$$\therefore \hat{B}OC = \left[180 - \left(90 - \frac{a}{2}\right)\right]^\circ = \left(180 - 90 + \frac{a}{2}\right)^\circ = \left(90 + \frac{a}{2}\right)^\circ.$$

b) செங்கோண முக்கோணிகள் PSR, PQS என்பவற்றில்

$$PS^2 = PR^2 - SR^2$$

$$PS^2 = PQ^2 - QS^2$$

$$\therefore PR^2 - SR^2 = PQ^2 - QS^2$$

$$\therefore PR^2 - PQ^2 = SR^2 - QS^2$$

9. a) I. 1 II. {1,5,7}

b) I. {1,2,3,4,5,6} II. ஆம், ஏனெனில் அது கோடாதது.

III. $\frac{1}{3}$

IV. {1,3,5} V. 3

VI. $\frac{1}{2}$

விடைகள்
மாதிரி வினாத்தாள் 2

பகுதி A

1. 0.0837 2. $2x^2 + 7x - 15$ 3. $10x$ 4. 100°

5. $x = (180 - a)^\circ$ 6. 7 7. $\log_2 64 = 6$

8. அவ்விரு புள்ளிகளையும் இணைக்கும் நேர்கோட்டின் செங்குத்து இருகூறாக்கி.

9. $x = 5\frac{1}{3}$ 10. 120° 11. $\frac{v^2 - u^2}{2s}$ 12. 66 cm

13. 22cm^2 14. $y = x$ 15. (3,2) 16. 2

17. 8 cm 18. $\frac{2}{7}$ 19. $128\frac{4}{7}^\circ$ 20. 216 m

பகுதி B

1. I. ரூபா 76.26 II. Suva III. $33\frac{1}{3}$ IV. 27.1%
V. ரூபா 2.50

2. a) I. ரூபா 32 II. ரூபா 16 b) 10 ஆம் வார முடிவில்
c) 2^{n-1}

3. a) I. 50-59 II. 40-49 III. 45.88

4. a) A யிலிருந்து BC க்கு செங்குத்து வரைக. அது BC ஐ X இல் வெட்டட்டும்.

$AX^2 = AB^2 - BX^2$; $AX^2 = 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$; $\therefore AX = \sqrt{5}$ cm

b) 4.47 cm^2 c) I. 50 cm^2 II. 58.94 cm^2

d) ரூபா 14.74 e) 22.36 cm^3

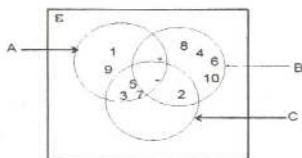
5. I. 2

II. 7

III. $\frac{(3x-y)}{3x}$

IV. $x = 3$

6. A. I.



II. a) {}

b) {1,2,3,5,7,9}

c) {1,3,5,7,9}

d) 10

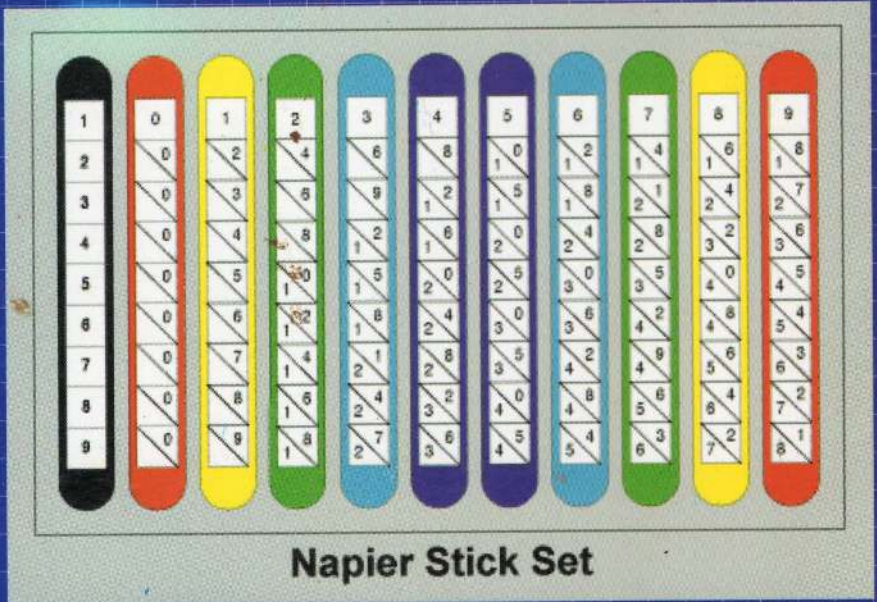
B. I. $\frac{x}{30+x}$

II. 35

7. 17.5 m

புதிய பாடத்திட்டத்திற்கு அமைய ஆர்யர்னாலு் எழுதப்பட்ட நூல்கள்

1. கணீதம் தரம் 6
2. கணீதம் தரம் 7
3. கணீதம் தரம் 8
4. கணீதம் தரம் 9
5. கணீதம் தரம் 10
6. கணீதம் தரம் 11
7. Mathematics Grade 6
8. Mathematics Grade 7
9. Mathematics Grade 8
10. Mathematics Grade 9
11. Mathematics Grade 10
12. Mathematics Grade 11



Distributed By:
LANKA BOOK DEPOT (PVT) LTD.
 F.L. 1.14, Dias Place,
 Gunasingapura,
 Colombo - 12.

ISBN 978-955-0635-12-2



9 789550 635122