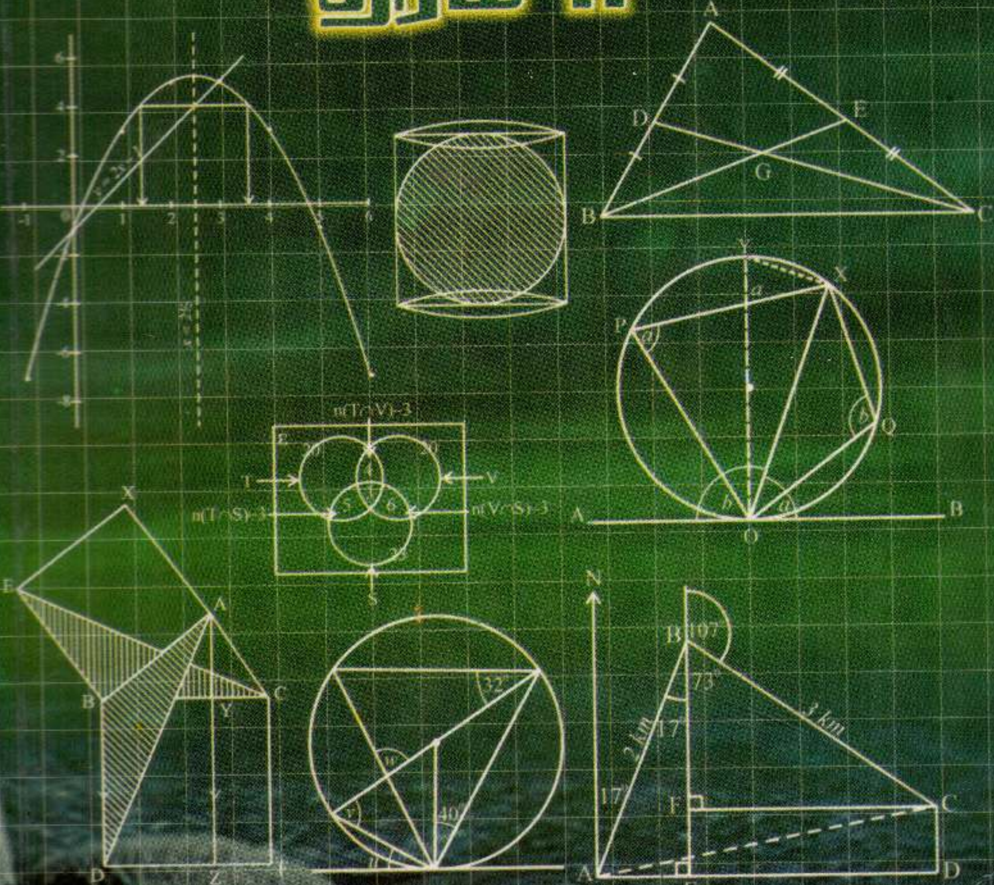
புதிய பாடத்திட்டம் 2008

கணிதம்

தரம் 11



ஆக்கம்:

வி. ச. சுப்பிரமணியம்

2008 ஆம் ஆண்டு நடைமுறைப்படுத்தப்படும்
பாடத்திட்டத்திற்கமைவான

கணிதப் பயிற்சி

தரம்

11

விளக்கமும் பயிற்சிகளும்
விடைகளும்

ஆக்கம்:
வி. ச. சுப்பிரமணியம்

வெளியீடு:
ஸ்ரீ லங்கா புத்தகசாலை,
234, காங்கேசன்துறை வீதி,
யாழ்ப்பாணம்.

விலை : 250/=

முதலாம் பதிப்பு	:	2007 ஐப்பசி.
பதிப்புரிமை	:	ஆசிரியருக்கு
பக்கங்கள்	:	IV + 231
வெளியீடு	:	ஸ்ரீ லங்கா புத்தகசாலை, 234, காங்கேசன்துறை வீதி, யாழ்ப்பாணம்.

கொழும்பில் அச்சிட்டு வெளியிடுவோர் :

லங்கா புத்தகசாலை,
F.L. 1-14, டயஸ் பிளேஸ்,
குணசிங்கபுர, கொழும்பு 12.

உங்களுடன் ஒரு நிமிடம் ....

கற்றல் முறைகள் பலவாறாக விரிவுபடினும் விசேடமாக கணித பாடத்தில் மாணாக்கர் தாம் பெற்றுக்கொண்ட அறிவினைத் தமது மனதில் நன்கு பதித்துக் கொள்வதற்கு போதியளவு பயிற்சிகளைச் செய்யவேண்டியது இன்றியமையாததாகும்.

ஆனால், கணித பாடப் புத்தகங்களில் போதியளவு விளக்கங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருப்பினும் பயிற்சி வினாக்களின் பற்றாக்குறை உணரப்பட்டுள்ளது.

இந்நூலில் இடம்பெறும் பாடங்கள் 2008 ஆம் ஆண்டு முதல் நடைமுறைப்படுத்தப்படும் மறுசீரமைக்கப்பட்ட பாடத்திட்டத்தில் குறிப்பிட்ட ஒழுங்கிலேயே தொகுக்கப்பட்டுள்ளன.

ஒவ்வொரு பாட அலகும் சுருக்கமான விளக்கக் குறிப்பையும், தகுந்த உதாரணங்களையும் தொடர்ந்து இலகுவானவற்றிலிருந்து கடினமானவற்றிற்கு இட்டுச்செல்லும் போதியளவு பயிற்சி வினாக்களையும் உள்ளடக்கியுள்ளது.

மாணாக்கர் சுயமதிப்பீடு செய்து கொள்வதற்காக எல்லாப் பயிற்சிகளுக்கும் விடைகள் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன.

இந்நூல் 2008 டிசம்பர் முதல் க.பொ.த சாதாரண தரப் பரீட்சைக்குத் தோற்றும் மாணாக்கர் கணித பாடத்தில் அதிதிறமைப் பெறுபேற்றைப் பெறுவதற்கு வழிவகுக்கும் என்பது உறுதி.

இந்நூலை எழுதுவதற்கு எனக்குத் தூண்டுகோலாக இருந்தது மட்டுமன்றி இதனை அச்சிட்டு வெளியிட்டு உதவும் ஸ்ரீலங்கா புத்தகசாலை நிறுவனத்தினருக்கு எனது நன்றிகள் உரித்தாகும்.

இந்நூல் மாணவ சமுதாயத்திற்குச் சமர்ப்பணம்.

54, 2/3 உருத்திரா மாவத்தை — வி. ச. சுப்பிரமணியம்
கொழும்பு 6.
01.10.2007

உள்ளே...

1. மெய் எண்கள் 1
2. சுட்டிகளும் மடக்கைகளும் I 9
3. சுட்டிகளும் மடக்கைகளும் II 15
4. திண்மங்களின் மேற்பரப்பளவுகள் 22
5. திண்மங்களின் கனவள்வு 30
6. அட்சரகணிதக் கோவைகள் 39
7. அட்சரகணிதப் பின்னங்கள் 44
8. இணைகரம், முக்கோணி என்பவற்றின் பரப்பளவுகள் 50
9. சதவீதம் 59
10. கூட்டு வியாபாரமும் பங்குகளும் 68
11. நடுப்புள்ளித் தேற்றம் 76
12. சமகோண முக்கோணிகள் 81
13. இருபடிச் சமன்பாடுகள் 94
14. வரைபுகள் 103
15. தரவுகளை வகைகுறித்தலும் விளக்கம் கூறுதலும் 113
16. பெருக்கல் விருத்தி 125
17. பைதகரசின் தேற்றம் 131
18. திரிகோண கணிதம் 137
19. தாயங்கள் 146
20. சமனிலிகள் 153
21. வட்ட நாற்பக்கல் 161
22. தொடலிகள் 170
23. அமைப்புகள் 183
24. தொடைகள் 190
25. நிகழ்தகவு 201

01
மெய் எண்கள்

பாட உள்ளடக்கம்: 1. மெய் எண் தொடையின் தொடைப் பிரிவுகள்.
2. சேடுகளில் அடிப்படைக் கணிதச்செய்கைகள்.

பாட வேளை : 08

1.1. தற்கால எண்முறை:

நாம் தற்போது கைக்கொள்ளும் எண்முறை இந்து அராபிய எண்முறை ஆகும். இம்முறையில் மூன்று சிறப்பம்சங்கள் உள்ளன.

1. பத்து இலக்கங்களை மட்டுமே கொண்டு எந்தவொரு பெரிய எண்ணையும் எழுதக்கூடியமை.
2. எண்ணடி பத்து.
3. இலக்கங்களுக்கு இடவிலை உண்டு.

1.2. நாம் இதுவரை கற்ற பல்வேறு வகைப்பட்ட எண்கள்:

1. இயற்கை எண்கள்: 1, 2, 3, 4, 5, ... என்பன. இவற்றை எண்ணும் எண்கள் எனவும் கூறலாம். **N**
2. முழு எண்கள்: 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... என்பன. (எண்ணும் எண்களும் பூச்சியமும்) **W**
3. நிறை எண்கள்: 4, 7, 0, –3, –5, .. என்பன. இயற்கை எண்களும் பூச்சியமும் எண்ணும் எண்களின் மறைகளும் **Z.**
4. நேர்நிறை எண்கள்: 4, 7, 6, 8, ... Z^+
5. மறைநிறை எண்கள்: –1, –54, –71, ... Z^-

   (0 என்பது நேர்நிறை எண்ணுமல்ல, மறைநிறை எண்ணுமல்ல.ஆனால் நிறை எண்)

1.3. விகிதமுறு எண்கள்: குறியீடு Q

p, q என்பன நிறை எண்களின் தொடை Z இன் மூலகங்களாகவும்

$q \neq 0$ ஆகவும் அமைந்து $\frac{p}{q}$ எனும் வடிவில் எழுத முடியுமான எண்கள் எல்லாம் விகிதமுறு எண்களாகும். இதனைத் தொடைக் குறியீட்டில் $\left\{x : x = \frac{p}{q}; p, q \in z, q \neq 0\right\}$ எனக் குறிக்கலாம்.

உ-ம்: $\frac{2}{3}, \frac{6}{2}, \frac{7}{3}, -\frac{2}{5}, \frac{0}{4}$

எல்லா நிறை எண்களும் விகிதமுறு எண்களாகும். $Z \subset Q$

உ-ம்: $5 = \frac{5}{1}$; $-3 = -\frac{6}{2}$

விகிதமுறு எண்கள் எல்லாவற்றையும் தசமபின்னமாக்கினால் முடிவுறு தசமமாகவோ மீளும் தசமமாகவோ வரும்.

1.4. விகிதமுறா எண்கள்: குறியீடு Q'

ஓர் எண்ணைத் தசமமாக்கினால் முடிவுறு தசமமோ, மீளும் தசமமோ அல்லாத முடிவில் தசமமாக வருமாயின் அது விகிதமுறா எண்ணாகும்.

உ-ம்: $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{7}$, π , 3.1010010001....

விகிதமுறா எண்ணொன்றை இரு நிறைஎண்களின் விகிதமாக எழுத முடியாது.

1.5. மெய் எண்கள்: குறியீடு R

விகிதமுறு எண்கள், விகிதமுறா எண்கள் $\sqrt{-1}$ போன்ற கற்பனை எண்கள் எல்லாம் சேர்ந்து மெய் எண்கள் எனப்படும்.

பயிற்சி 01

1. பின்வரும் பின்னங்களைத் தசமமாக எழுதுக.

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{13}{4}$ d) $\frac{1}{3}$

e) $\frac{2}{7}$ f) $\frac{5}{9}$

2. பின்வரும் பின்னங்களைத் தசமங்களாக எழுதி, அவற்றில் எவை முடிவுறு தசமங்கள் எனவும் எவை மீளும் தசமங்கள் எனவும் குறிப்பிடுக.

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{7}{5}$ d) $\frac{3}{7}$

e) 7 f) $\frac{4}{9}$

3. பின்வருவனவற்றை முடிவுறு தசமங்கள், மீளும் தசமங்கள், முடிவில் தசமங்கள் என வகைப்படுத்துக.

a) 0.25 b) 0.3333... c) 1.73254...

d) 0.7 e) 0.428571428571 f) 0.1234....

4. ஒரு கணியம் முடிவில் தசமமாக அமைந்தால் அது எவ்வகை எண்ணாகக் கருதப்படும்?

5. விகிதமுறா எண்களுக்கு மூன்று உதாரணங்கள் தருக.

6. 0.121221222... எவ்வகைத் தசம எண்? அது விகிதமுறும் எண்ணா? விகிதமுறா எண்ணா?

பயிற்சி 02

பின்வருவனவற்றுள் சரியான கூற்றுக்கள் எவை?

1. ஏதாவது இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையில் முடிவிலி எண்ணிக்கையுள்ள விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன.
2. விகிதமுறு எண்கள் எல்லாம் நிறை எண்களாகும்.
3. $\sqrt{9}$ ஐ விகிதமுறு எண்ணாக எழுதலாம்.
4. பூச்சியம் முழு எண்ணாகும்.
5. முடிவுறு தசமங்களும் மீளும் தசமங்களும் விகிதமுறு எண்களின் தொடையின் தொடைப் பிரிவுகள் ஆகும்.
6. விகிதமுறு எண் ஒன்றைத் தசமமாக்கினால் அது முடிவுறு தசமமாகும்.
7. பூச்சியம் நேர் எண்ணுமன்று; மறை எண்ணுமன்று.
8. ஒரு விகிதமுறு எண்ணினதும் ஒரு விகிதமுறா எண்ணினதும் கூட்டுத்தொகை எப்போதும் விகிதமுறா எண்ணாகவிருக்கும்.
9. π ஒரு விகிதமுறா எண்ணாகும்.
10. இரு விகிதமுறா எண்களின் பெருக்கம் எப்போதும் விகிதமுறா எண்ணாகும்.

பயிற்சி 03

சரியான விடையைத் தெரிவுசெய்க.

1. பின்வருவனவற்றுள் விகிதமுறா எண்,

   a) $\sqrt{4/9}$ b) $4/5$ c) $\sqrt{7}$ d) $\sqrt{81}$

2. பின்வருவனவற்றுள் விகிதமுறு எண்,

   a) $\sqrt{3}$ b) π c) $4/0$ d) $0/4$

3. பின்வருவனவற்றுள் விகிதமுறா எண்.

   a) 0.13 b) $0.\dot{1}\dot{3}$ c) $0.\dot{1}41\dot{6}$ d) 0.131131113

4. 0.318564318564318564.... என்பது

   a) இயற்கை எண் b) நிறை எண்

   c) விகிதமுறு எண் d) விகிதமுறா எண்

5. பின்வருவனவற்றுள் சரியான கூற்று.

   a) எல்லா மெய் எண்களும் விகிதமுறுவன.

   b) எல்லா மெய் எண்களும் விகிதமுறாதன.

   c) மெய் எண் விகிதமுறுவதுமல்ல; விகிதமுறாததுமல்ல.

   d) இவற்றுள் எதுவுமல்ல.

பயிற்சி 04

1. இரு விகிதமுறா எண்களின் கூட்டுத்தொகை எவ்வகை எண்ணாயிருக்கும்?

2. விகிதமுறு எண் ஒன்றைத் தசமமாக்கினால் அது எவ்வகை எண்ணாயிருக்கும்?

3. ஒரு விகிதமுறு எண்ணினதும் ஒரு விகிதமுறா எண்ணினதும் பெருக்கம் எவ்வகை எண்ணாகும்?

4. ஓர் இயற்கை எண்ணை ஓர் இயற்கை எண்ணால் வகுத்தால் கிடைப்பது எவ்வகை எண்?

5. n ஓர் இயற்கை எண் எனின் $\sqrt{n}$ எவ்வகை எண்ணாக அமையும்?

1.6. சேடுகள்:

மூல அடையாளத்துடன் உள்ள சில எண்களின் பெறுமதி திட்டவட்டமாகக் கணிக்கக் கூடியதாக இருக்கும்.

உ-ம்: $\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{100} = 10$; $\sqrt[3]{27} = 3$; $\sqrt[5]{1/32} = 1/2$. இங்கு விடைகள் எல்லாம் விகிதமுறு எண்களாக இருப்பதாற்றான் இவ்வாறு கணிக்கக் கூடியதாய் உள்ளது.

ஆனால் சில மூலங்கள் இவ்வாறு திட்டவட்டமாகக் கணிக்க முடியாதுள்ளது.

உ-ம்: $\sqrt{3} = 1.73205.....\sqrt[3]{7} = 1.9129.....$

இவற்றில் தசமத்துக்கு அடுத்த இலக்கங்கள் முடிவின்றித் தொடர்கின்றன. அதாவது விடை முடிவில்தசமமாக அமைகிறது. இவ்வாறான கணியங்கள் சேடுகள் எனப்படும்.

1.7. சேடுகள் சுருக்குதல்: நான்கு செய்கைகள்.

விதிகள்: 1. $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\ .\ \sqrt{b}$

2. $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

3. $a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a + c)\sqrt{b}$

4. $a\sqrt{b} - c\sqrt{b} = (a - c)\sqrt{b}$

கவனிக்க: $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

$$\sqrt{12} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

இங்கு $\sqrt{12}$ என்னும் முழுமைச் சேடு சுருக்கப்பட்டு ஒரு விகிதமுறு எண்ணினதும் ஒரு விகிதமுறா எண்ணினதும் பெருக்கமாக எழுதப்பட்டுள்ளது.

$2\sqrt{3}$. $5\sqrt{3}$ போன்ற பொது விகிதமுறாக் காரணியைக் கொண்ட சேடுகள் ஒத்த சேடுகள் ஆகும்.

$\sqrt{3}$, $2\sqrt{5}$ போன்ற வித்தியாசமான விகிதமுறாக் காரணிகளைக் கொண்ட சேடுகள் ஒவ்வாத சேடுகள் ஆகும். ஒத்த சேடுகளுக்கிடையில் கூட்டல், கழித்தல் ஆகிய செய்கைகளைச் செய்யலாம்.

உ-ம்: 1. $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = \sqrt{3}(2+5) = 7\sqrt{3}$

2. $3\sqrt{5} - \sqrt{5} = \sqrt{5}(3-1) = 2\sqrt{5}$

3. $5\sqrt{2} + 7\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = (5+7-3)\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

4. $7\sqrt{5} + 5\sqrt{3} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{3}$

$= (7\sqrt{5} - 2\sqrt{5}) + (5\sqrt{3} + 3\sqrt{3})$

$= 5\sqrt{5} + 8\sqrt{3}$ (ஒவ்வாத சேடுகள் ஆனதால் மேலும் சுருக்க முடியாது)

5. $\sqrt{45} + \sqrt{80} - \sqrt{20}$

$= \sqrt{9} \times \sqrt{5} + \sqrt{16} \times \sqrt{5} - \sqrt{4} \times \sqrt{5}$

$= 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$

$= 5\sqrt{5}$

எவ்வகைச் சேடுகளாக இருப்பினும் அவற்றுக்கு இடையில் பெருக்கல், பிரித்தல் செய்கைகளைச் செய்யலாம்.

உ-ம்: 1. $3\sqrt{2} \times 5\sqrt{3} = 3 \times 5 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}$

$= 15\sqrt{6}$

2. $4\sqrt{10} \times 2\sqrt{5} = 4 \times 2 \times \sqrt{10} \times \sqrt{5}$

$= 8 \times \sqrt{50}$

$= 8 \times \sqrt{25} \times \sqrt{2}$

$= 8 \times 5 \times \sqrt{2}$

$= 40\sqrt{2}$

3. $2\sqrt{75} \div 5\sqrt{56}.$

$= 2\times\sqrt{25\times3} \div 5\times\sqrt{4\times14}$

$= \dfrac{2\times5\times\sqrt{3}}{5\times2\times\sqrt{14}}$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{14}}$

4. $\frac{2\sqrt{15}}{3\sqrt{7}} \div \frac{4\sqrt{18}}{9\sqrt{35}}$

$= \frac{2\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{3\sqrt{7}} \times \frac{9\times\sqrt{5}\times\sqrt{7}}{4\times3\times\sqrt{2}}$

$= \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

1.8. பகுதியை விகிதமுறு எண்ணாக மாற்றுதல்.

சேடு முழுமையாகச் சுருக்கப்பட வேண்டுமாயின் அதன் பகுதி எண் எப்போதும் விகிதமுறு எண்ணாக மாற்றப்படல் வேண்டும். பகுதி விகிதமுறா எண்ணாக இருப்பின்,

உ-ம்: *1.* $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1.\sqrt{a}}{\sqrt{a}.\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$

பகுதியையும் தொகுதியையும் $\sqrt{a}$ ஆல் பெருக்குக.

2. $\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{7}}.\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$

3. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{21}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{21}}.\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{21}} = \frac{\sqrt{63}}{21} = \frac{3\sqrt{7}}{21} = \frac{\sqrt{7}}{7}$

பயிற்சி 05

1. பின்வரும் சேடுகளை எளிய வடிவில் தருக.

a) $\sqrt{8}$ b) $\sqrt{18}$ c) $\sqrt{27}$ d) $\sqrt{45}$ e) $\sqrt{50}$
f) $\sqrt{98}$ g) $\sqrt{125}$ h) $\sqrt{384}$ i) $\sqrt{567}$ j) $2\sqrt{175}$

2. பின்வருவனவற்றை முழுமைச் சேடுகளாகத் தருக.

a) $\sqrt{2}\,\sqrt{2}$ b) $3\sqrt{3}$ c) $\sqrt{10}\,\sqrt{5}$ d) $2\sqrt{6}$
e) $3\sqrt{7}$ f) $5\sqrt{6}$ g) $12\sqrt{2}$ h) $7\sqrt{3}$
i) $11\sqrt{5}$ j) $\sqrt{3}\,\sqrt{5}$

பயிற்சி 06

1. பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.

a) $\sqrt{20}+\sqrt{5}$ b) $4\sqrt{3}-\sqrt{12}$ c) $5\sqrt{7}+\sqrt{28}$ d) $\sqrt{12}+3\sqrt{75}$

e) $\sqrt{200}+\sqrt{18}$ f) $2\sqrt{28}-\sqrt{63}$ g) $5\sqrt{6}-\sqrt{24}$ h) $8\sqrt{28}-5\sqrt{7}$

2. சுருக்குக.

a) $\sqrt{99}+\sqrt{11}-\sqrt{44}$ b) $\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{32}$ c) $\sqrt{200}+\sqrt{18}-2\sqrt{72}$

d) $\sqrt{20}+2\sqrt{45}-3\sqrt{80}$ e) $4\sqrt{63}+5\sqrt{7}-8\sqrt{28}$ f) $5\sqrt{6}-\sqrt{24}+\sqrt{294}$

g) $7\sqrt{3}+2\sqrt{2}-3\sqrt{3}+5\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

h) $2\sqrt{7}+2\sqrt{6}-5\sqrt{7}+3\sqrt{6}+8\sqrt{7}$

பயிற்சி 07

1. சுருக்குக.

a) $\sqrt{3}\times\sqrt{27}$ b) $\sqrt{18}\times\sqrt{8}$ c) $\sqrt{27}\times\sqrt{15}$ d) $\sqrt{5}\times\sqrt{6}\times\sqrt{10}$

e) $2\sqrt{10}\times\sqrt{15}$ f) $\sqrt{12}\times\sqrt{75}$ g) $3\sqrt{14}\times\sqrt{35}$ h) $\sqrt{96}\times2\sqrt{12}$

2. சுருக்குக.

a) $\frac{4\sqrt{5}}{3\sqrt{10}}$ b) $\frac{12}{\sqrt{162}}$ c) $\frac{2\sqrt{18}}{3\sqrt{12}}$

d) $2\sqrt{63}\div3\sqrt{35}$ e) $6\sqrt{28}\div5\sqrt{288}$ f) $21\sqrt{384}\div8\sqrt{98}$

g) $\frac{3\sqrt{15}\times2\sqrt{22}}{7\sqrt{2}\times\sqrt{165}}$ h) $\frac{2\sqrt{45}\times3\sqrt{20}\times4\sqrt{18}}{\sqrt{6}\times5\sqrt{27}\times\sqrt{240}}$

பயிற்சி 08

1. பகுதி எண்களை விகிதமுறு எண்களாக்கிச் சுருக்குக.

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{7}{\sqrt{5}}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$ d) $\frac{8}{\sqrt{2}}$ e) $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{10}}$

2. $\sqrt{2} = 1.4142$, $\sqrt{3} = 1.7321$, $\sqrt{5} = 2.2361$, $\sqrt{6} = 2.4495$, ஆயின் பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களை மூன்று தசமதானங்களுக்குத் திருத்தமாகக் காண்க.

a) $\frac{9}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{15}{\sqrt{18}}$ c) $\frac{20}{3\sqrt{5}}$ d) $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$

02
சுட்டிகளும் மடக்கைகளும் I

பாட உள்ளடக்கம்: பின்னச் சுட்டிகள், சுட்டிகளுடனான சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல், மடக்கை விதிகள், மடக்கை அட்டவணை உபயோகியாது மடக்கைக் கோவைகளைச் சுருக்குதல், சமன்பாடு தீர்த்தல், பிரச்சினங்களைத் தீர்த்தல்.

பாட வேளை : 06

2.1. பின்னச் சுட்டிகள்:

$$x^{\frac{1}{2}} \times x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = x^1 = x$$

இவ்வாறே, $x^{\frac{1}{3}} \times x^{\frac{1}{3}} \times x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}} = x^1 = x$ ஆவதோடு

$x^{\frac{1}{4}} \times x^{\frac{1}{4}} \times x^{\frac{1}{4}} \times x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}} = x^1 = x$ ஆகும்.

$\sqrt{x} \times \sqrt{x} = x, \sqrt[3]{x} \times \sqrt[3]{x} \times \sqrt[3]{x} = x, \sqrt[4]{x} \times \sqrt[4]{x} \times \sqrt[4]{x} \times \sqrt[4]{x} = x$

என்பதுவும் உண்மையே.

இந்த இரு கூற்றுக்களையும் ஒப்பிடில்,

$x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$, $x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}$, $x^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{x}$ என்பது தெளிவாகும்.

எனவே, $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$ ஆகும்.

$x^{\frac{2}{3}} = (x^2)^{\frac{1}{3}}$ என்பதையும் அவதானியுங்கள்.

அதாவது, x^2 இன் கனமூலம் $\sqrt[3]{x^2}$ ஆகும்.

இவ்வாறே, $x^{\frac{7}{5}} = (x^7)^{\frac{1}{5}}$

அதாவது, x^7 இன் ஐந்தாம் மூலம் $\sqrt[5]{x^7}$ ஆகும்.

பொதுப்பட, $x^{\frac{m}{n}} = (x^m)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$

அல்லது $x^{\frac{m}{n}} = (x^{\frac{1}{n}})^m = (\sqrt[n]{x})^m$ எனலாம்.

உ-ம்: கணிக்க: $a)\ 9^{\frac{1}{2}}$ $b)\ 125^{\frac{1}{3}}$ $c)\ 81^{\frac{3}{2}}$ $d)\ 36^{-\frac{3}{2}}$ $e)\ 16^{0.5}$

a) $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$

b) $125^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{125} = 5$

c) $81^{\frac{3}{2}} = (81^{\frac{1}{2}})^3 = (\sqrt[2]{81})^3 = 9^3 = 729$

d) $36^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{36^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{(\sqrt[2]{36})^3} = \frac{1}{6^3} = \frac{1}{216}$

e) $16^{0.5} = 16^{\frac{1}{2}} = 4$

பயிற்சி 09

1. பெறுமதி காண்க.

a) $x^{1/2} \times x^{1/4}$ b) $y \times y^{3/2}$ c) $a^{2/3} \times a^{2/3}$

d) $m^{3/4} \div m^{1/2}$ e) $a^{3/2} \div a^{-1/2}$

2. சொற்களில் விபரிக்க.

a) $\sqrt{a}$ b) $\sqrt[3]{b^2}$ c) $\sqrt[y]{p^p}$ d) $\sqrt[5]{x^4}$ e) $\sqrt[c]{a^b}$

3. ஒரே அடுக்குடன் எடுத்துரைக்க.

a) $(b^{1/2})^2$ b) $(x^{1/3})^{3/4}$ c) $(y^{-1/2})^3$ d) $\sqrt[3]{a}$

e) $\sqrt[4]{a^3}$ f) $\sqrt[3]{x^{-2}}$

4. பெறுமதி காண்க.

a) $36^{1/2}$ b) $32^{1/5}$ c) $(-8)^{1/3}$ d) $9^{3/2}$

e) $4^{5/2}$ f) $27^{2/3}$

5. பெறுமதி காண்க.

a) $\left(9/16\right)^{1/2}$ b) $8^{-\frac{2}{3}}$ c) $\left(25/4\right)^{3/2}$ d) $\left(4/9\right)^{-1/2}$ e) $\left(15\,5/8\right)^{2/3}$

f) $\left(4/25\right)^{1/2} \times 3^0 \times \left(125/64\right)^{2/3}$ g) $\left(1\,9/16\right)^{-1/2} \times \left(27/64\right)^{1/3} \times \left(3\,3/8\right)^{-2/3}$

6. நேர்ச் சுட்டிகளுடன் எடுத்துரைக்க.

a) x^{-2} b) $1/x^{-3}$ c) $a^{1/2}/a^{-1/2}$ d) $y^{-1/3}/y^{2/3}$

e) $\sqrt[3]{(a+b)^5}\times(a+b)^{-3/4}$ f) $2x^{-1/4}$ g) $\frac{1}{5x^{-1/2}}$

h) $2x^{-1/2}\times 3x^{-1}$

2.2. சுட்டிகளுடனான சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்.

உ-ம்: 1. $2^n = 64$ ஆயின் n இன் பெறுமதி காண்க.

$2^n = 2^6$

$\therefore n = 6.$

2. தீர்க்க: $2^4 \times 8 = 2^m$

$2^4 \times 2^3 = 2^m$

$2^7 = 2^m$

அடிகள் சமனானால் சுட்டிகளும் சமன்.

$\therefore m = 7.$

3. தீர்க்க: $3^{p+4} = (3^2)^{p-2}$

$3^{p+4} = 3^{2p-4}$

$\therefore p + 4 = 2p - 4$

$\therefore p = 8$

பயிற்சி 10

1. பின்வரும் சமன்பாடுகளில் தெரியாக் கணியங்களின் பெறுமதி காண்க.

a) $3^m = 9$ b) $2^{x+1} = 4^x$ c) $5^{2x+3} = 125^{x+5}$

d) $3^{2p-1} = 243$ e) $(2^{2x})(4^{x+1}) = 64$ f) $3^x = \frac{1}{3}$

g) $2^x \times 3^x = 36$

2. தீர்க்க.

a) $\sqrt[3]{32} = 2^x$ b) $5^{x+3} = (25)^{3x-4}$ c) $3^{4x-2} = 729$

d) $2^{2x-1} = \frac{1}{8^{x-3}}$ e) $2^{16} \div 2 = 2^k$ f) $3^{3x-2} = 9^{x+1}$

3. தீர்க்க:

a) $2^x - 2^{x-1} = 4$ b) $2^{x+4} - 2^{x+2} = 3$ c) $2^{x-1} + 2^{x+1} = 320$

2.3. மடக்கை விதிகளும் மடக்கை அட்டவணை உபயோகியாது மடக்கை கோவைகளைச் சுருக்குதலும்.

1. $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

2. $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

3. $\log_a M^r = r \log_a M$

4. $\log_a 1 = 0 \; [\because a^0 = 1]$

5. $\log_a a = 1$

பயிற்சி 11

1. பின்வருவனவற்றின் பெறுமதி காண்க.

a) $\lg 100$ b) $\lg 10$ c) $\lg 1$ d) $\lg 1000$

2. பின்வருவனவற்றின் பெறுமானம் காண்க.

a) $\lg 100^2$ b) $\log_5 5^2$ c) $\log_3 27^{1/3}$

d) $\log_3 27 + \log_3 9$ e) $\log_5 625 - \log_5 25$

3. பெறுமதி காண்க.

a) $\lg 4 + \lg 25$ b) $\lg 125 + \lg 8$

c) $\lg 80 - \lg 8$ d) $\lg 20 + \lg 15 - \lg 3$

e) $\lg 250 + \lg 32 - \lg 8$ f) $2 \lg 5 + \lg 12 - \lg 3$

g) $2 \lg 6 - \lg 14 + \lg 35 - 2 - 2 \lg 30$

4. பெறுமதி காண்க.

a) $\lg \frac{7}{11} + \lg \frac{220}{14}$ b) $\lg \frac{15}{13} + \lg \frac{52}{6}$ c) $\lg \frac{625}{3} - \lg \frac{5}{24}$

d) $\lg \frac{7}{8} + \lg \frac{6}{7} + \lg \frac{4}{3}$ e) $\lg \frac{125}{23} + \lg \frac{24}{6} - \lg \frac{5}{23}$

2.4. சமன்பாடுகள் தீர்த்தலும் பிரச்சினங்களைத் தீர்த்தலும்.

பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

உ-ம்: 1. மட$_2$x $= 5$

x $= 2^5$

$= 32$

2. மட$_a$ 9 $= 2$

அதாவது $9 = a^2$

$a = 3$ (மடக்கை ஒன்றின் அடி நேர் என்பதால்)

3. மட 12 + மட 5 = மட x + மட2

மட (12 × 5) = மட (x × 2)

$\therefore 12 \times 5 = x \times 2$

$$x = \frac{12\times 5}{2} = 30$$

4. மட 2 = 0.3010, மட 3 = 0.4771 ஆயின் மட 12 இன் பெறுமதி காண்க.

$12 = 2 \times 2 \times 3$

$\therefore$ மட 12 = மட 2 + மட 2 + மட 3

$= 0.3010 + 0.3010 + 0.4771 = 1.0791$

பயிற்சி 12

1. பின்வருவனவற்றில் x இன் பெறுமதி காண்க.

a) $\lg 12 + \lg 3 = \lg 9 + \lg x$

b) $2\lg 3 + 2\lg x + \lg 5 = \lg 15 + 2\lg 2 + \lg 12$

c) $x\lg 5 + 2\lg 3 = 2 + \lg 2\frac{1}{4}$

d) $\lg x = \lg\frac{3}{5} + 2\lg 2.5 - \lg\frac{5}{36} - \lg 27$ e) $\lg x + \lg 15 = \lg 35 + 2\lg 6 - \lg 7$

2. a) $\lg\frac{217}{38} + \lg\frac{266}{31} = 2\lg 7$ எனக் காட்டுக.

b) $\lg\frac{26}{51} - \lg\frac{119}{91} = \lg 2 - \lg 3$ எனக் காட்டுக.

c) $\lg\frac{9}{16}+\lg\frac{40}{81}=\lg 5-\lg 18$ எனக் காட்டுக.

d) $6\lg 3+4\lg\frac{5}{3}-\lg 9=2\lg 25$ எனக் காட்டுக.

e) $4\lg 2+2\lg\frac{3}{2}+\lg 5=\lg 15+\lg 12$ எனக் காட்டுக.

3. $\lg 2=0.3010$, $\lg 3=0.4771$, $\lg 5=0.6990$ ஆயின் பின்வருவனவற்றின் பெறுமதி காண்க.

a) $\lg 6$	b) $\lg 30$	c) $\lg 12$	d) $\lg 15$
e) $\lg 7.5$	f) $\lg 45$	g) $\lg 75$	h) $\lg 36$

4. a) V = 12, T = 3, C = 108 ஆக இருக்கும்போது $VT^n = C$ என்ற கோவையில் n இன் பெறுமதி காண்க.

b) $v_1 = 28.6, v_2 = 32.2, p_1 = 18.5, p_2 = 13.5, C = 1.42$ ஆக இருக்கும்போது $\frac{p_1v_1 - p_2v_2}{C-1}$ என்ற கோவையின் பெறுமதி காண்க.

c) d = 0.638, h = 0.516, D = 0.721 ஆக இருக்கும்போது $x=\frac{dh}{D-d}$ என்ற கோவையில் x இன் பெறுமதி காண்க.

03

சுட்டிகளும் மடக்கைகளும் II

பாட உள்ளடக்கம் : 1 இலும் குறைந்த எண் ஒன்றின் மடக்கை, சிறப்பியல்பு, தசமக் கூட்டு, ஓர் எண்ணின் மடக்கை தரப்படின் எண்ணைக் காணுதல், சுருக்குதல், வலு, மூலம் கொண்ட எண்கள், அவற்றில் சுருக்குதல்.

பாட வேளை : 06

3.1. 1 இலும் குறைந்த எண் ஒன்றின் மடக்கை காணுதல்.

4.327 ஐ நியம வடிவத்தில் எழுதினால் 4.327×10^0 என அமையும்.

$\therefore \lg 4.327 = 0.6362$ ஆகும்.

0.4327 ஐ நியம வடிவத்தில் எழுதும்போது 10 இன் வலு மேலும் *1* இனால் குறைய வேண்டும்.

$0 - 1 = -1$

எனவே $\lg 0.4327 = \bar{1}.6362$ ஆகும். இதனை பிரிகோடு ஒன்று தசம் ஆறு மூன்று ஆறு இரண்டு என வாசிக்கலாம்.

இவ்வாறே, $0.004327 = 4.327 \times 10^{-3}$

$\therefore \lg 0.004327 = \bar{3}.6362$ ஆகும்.

3.2. சிறப்பியல்பும் தசமக்கூட்டும்.

$\lg 32.7 = 1.5145$ ஆகும்.

இங்கு *1* என்பது சிறப்பியல்பு எனவும், *.5145* என்பது தசமக்கூட்டு எனவும் கூறப்படும். எந்த ஓர் எண்ணின் மடக்கையிலும் தசமக்கூட்டு எப்போதும் நேர்க் கணியமாகவே இருக்கும். ஆனால் சிறப்பியல்பு நேராகவோ மறையாகவோ பூச்சியமாகவோ இருக்கலாம்.

உ-ம்: $\lg 24.32 = 1.3860$; $\lg 2.432 = 0.3860$; $\lg 0.2432 = \bar{1}.3860$

பயிற்சி 13

1. பின்வரும் எண்களை நியம வடிவத்தில் எழுதி அவற்றின் மடக்கைகளைக் காண்க.

a) 0.7275	b) 0.01345	c) 0.007368	d) 23.47
e) 8.483	f) 0.000012	g) 0.0003842	h) 0.0000012
i) 3.843	j) 0.6007	k) 3.284	l) 0.3732

2. பின்வரும் எண்களின் மடக்கைகளின் சிறப்பியல்புகளை மட்டும் எழுதுக.

a) 341	b) 73.432	c) 3.54	d) 0.4
e) 0.00032	f) 0.07	g) 0.0403	h) 0.00702

3. பின்வரும் எண்களில் எவற்றின் மடக்கைகளின் சிறப்பியல்பு $\bar{2}$ ஆக இருக்கும்?

a) 43.2	b) 0.0123	c) 0.0032	d) 0.076
e) 732	f) 0.070304		

3.3. ஓர் எண்ணின் மடக்கை தரப்படின் அவ்வெண்ணைக் காணுதல்.

$\lg 4.327 = 0.6362$

0.6362 ஐ மடக்கையாகக் கொண்ட எண் எது? இங்கு மடக்கையின் சிறப்பியல்பு 0 உம் தசமக்கூட்டு 6362 உம் ஆகும்.

மடக்கை அட்டவணையின் நடுப்பகுதியில் 6362 இல்லை. ஆனால் அதற்குக் குறைந்த எண்ணான 6355, 43 என்ற எண்ணின் நிரையிலும் 2 என்ற நிரலிலும் உண்டு. மேலும் 7 (6362 – 6355) 7 என்ற வித்தியாச நிரலில் உண்டு.

எனவே நாம் 4327 ஐ எழுதிவிட்டு தசமம் எங்கே எழுத வேண்டும் எனத் தீர்மானிக்க வேண்டும். மடக்கையின் சிறப்பியல்பு 0 ஆதலால் இக் குறிப்பிட்ட எண் 1 க்கும் 10 க்கும் இடைப்பட்டு இருக்க வேண்டும்.

எனவே 0.6362 என்ற மடக்கை குறிக்கும் எண் 4.327 ஆகும்.

பயிற்சி 14

பின்வருவன எவ்வெவ் எண்களின் மடக்கைகள் எனக் காண்க.

a) 2.4378 b) $\bar{1}.5240$ c) 2.6161 d) $\bar{1}.7438$

e) $\bar{2}.9036$ f) 0.2991 g) 1.9258 h) $\bar{3}.7791$

i) $\bar{5}.5185$ j) 4.8073 k) 2.3124 l) $\bar{3}.1446$

3.4. மடக்கைகளைச் சுருக்குதல்.

- இரு எண்களைப் பெருக்கும்போது அவற்றின் மடக்கைகள் கூட்டப்பட வேண்டும்.
- ஓர் எண்ணை வேறோர் எண்ணால் வகுக்கும்போது வகுபடும் எண்ணின் மடக்கையிலிருந்து வகுக்கும் எண்ணின் மடக்கையைக் கழிக்க வேண்டும்.

உ-ம்: 1. சுருக்குக:

0.2764×0.3729

$\lg(0.2764 \times 0.3729) = \lg 0.2764 + \lg 0.3729$

$= \bar{1}.4413 + \bar{1}.5715$

$= \bar{1}.0128$

$\therefore 0.2764 \times 0.3729 = \text{antilog } \bar{1}.0128$

$= 0.1030.$

$$\begin{array}{lr} & \bar{1}+0.4413 \\ (+) & \bar{1}+0.5715 \\ \hline & \bar{2}+1.0128 \\ = & \bar{2}+1+0.0128 \\ = & \bar{1}.0128 \end{array}$$

2. சுருக்குக.

$0.4732 \div 0.7543$

$\lg(0.4732 \div 0.7543) = \lg 0.4732 - \lg 0.7543$

$= \bar{1}.6751 - \bar{1}.8776$

$= \bar{1}.7975$

$\therefore 0.4732 \div 0.7543 = \text{antilog } \bar{1}.7975$

$= 0.6273$

$$\begin{array}{lr} & \bar{1}+\bar{1}+1+0.6751 \\ (-) & \bar{1}+0.8776 \\ \hline & \bar{1}+0.7975 \\ = & \bar{1}7675 \end{array}$$

3. சுருக்குக.

$$\frac{0.5921 \times 0.328}{0.4224}$$

$$\lg\left(\frac{0.5921 \times 0.328}{0.4224}\right) = \lg 0.5921 + \lg 0.328 - \lg 0.4224$$

$$= \bar{1}.7724 + \bar{1}.5159 - \bar{1}.6257$$

$$= \bar{1}.6626$$

$$\therefore \frac{0.5921 \times 0.328}{0.4224} = \text{antilog } \bar{1}.6626$$

$$= 0.4598$$

$$\begin{array}{rr} & \bar{1} + 0.7724 \\ (+) & \bar{1} + 0.5159 \\ \hline & \bar{2} + 1.2883 \\ (-) & \bar{1} + 0.6257 \\ \hline & \bar{1} + 0.6626 \\ = & \bar{1}.6626 \end{array}$$

பயிற்சி 15

I. பின்வரும் மடக்கைகளைக் கூட்டுக.

1. $2.4321 + 1.2794$
2. $3.4373 + \bar{1}.3789$
3. $2.8764 + \bar{1}.7654$
4. $1.6547 + \bar{1}.3789$
5. $\bar{2}.7427 + \bar{1}.8769$
6. $\bar{3}.8743 + \bar{1}.9654$

II. பின்வரும் மடக்கை சம்பந்தமான கழித்தல்களைச் செய்க.

1. $2.6547 - 1.3765$
2. $3.4758 - 1.7894$
3. $2.8641 - \bar{1}.4372$
4. $2.1689 - \bar{3}.8465$
5. $\bar{1}.2784 - \bar{2}.9487$
6. $1.2874 - \bar{3}.8463$

பயிற்சி 16

சுருக்குக.

a) 0.3843×0.0237 b) 0.8643×0.4372 c) 0.9842×0.9873

d) $0.7463 \div 0.6784$ e) $0.6842 \div 1.234$ f) $0.9487 \div 0.6954$

g) $9.284 \times 0.7943 \times 0.8764$ h) $\dfrac{1.284 \times 0.7964}{0.9654}$ i) $\dfrac{0.7659 \times 0.9652}{0.6954 \times 0.8694}$

j) $\dfrac{8.576 \times 0.3029 \times 0.0134}{7.584}$

3.5. வலுக்கள் மூலங்கள் கொண்ட கணியங்களின் பெறுமானம் கணித்தல்.

பெறுமானம் கணிக்க:

உ-ம் *1:*

3.276^2

$$\lg (3.276)^2 = 2 \lg 3.276$$
$$= 2 \times 0.5153$$
$$= 1.0306$$
$$\therefore 3.274^2 = \text{antilog}\ 1.0306$$
$$= 10.73$$

உ-ம் *2:*

0.274^3

$$\lg (0.274)^3 = 3 \lg 0.274$$
$$= 3 \times \bar{1}.4378$$
$$= \bar{2}.3134$$
$$\therefore 0.274^3 = \text{antilog}\ \bar{2}.3134$$
$$= 0.02058$$

உ-ம் 3: $\sqrt{8.743}$

$$\lg \sqrt{8.743} = \lg (8.743)^{½} = ½ \lg 8.743$$
$$= ½ (0.9416)$$
$$= 0.4708$$
$$\therefore \sqrt{8.743} = \text{antilog}\ 0.4708$$
$$= 2.957$$

உ-ம் 4: $\sqrt[3]{0.4732}$

$$\lg \sqrt[3]{0.4732} = \lg (0.4732)^{1/3} = \frac{1}{3}\lg 0.4732$$

$$= \frac{1}{3}(\bar{1}.6751)$$

$$= \bar{1}.8917$$

$$\therefore \sqrt[3]{0.4732} = \text{antilog } \bar{1}.8917$$

$$= 0.7793$$

$$\begin{array}{r} \bar{1}+0.6751 \\ +\ \bar{2}+2.0000 \\ \hline \bar{3}+2.6751 \ \div 3 \\ \hline \bar{1}+0.8917 \\ \bar{1}.8917 \end{array}$$

பயிற்சி 17

சுருக்குக.

a) 2.437^2 b) 0.6721^3 c) $\sqrt{27.03}$ d) $\sqrt[3]{7.432}$

e) $\sqrt{0.0423}$ f) $\sqrt[5]{0.7851}$ g) $\sqrt[3]{5.234^2}$ h) $\sqrt{0.7813^3}$

3.6. மடக்கை அட்டவணை உபயோகித்துச் சுருக்குதல்.

உ-ம்: *1.* *சுருக்குக:*

$$\frac{\sqrt{1.875}\times 2.634}{0.0972^2}$$

$$\frac{\sqrt{1.875}\times 2.634}{0.0972^2} = x \text{ என்க.}$$

$$\lg x = \frac{1}{2}\lg 1.875 + \lg 2.634 - 2\lg 0.0972$$

$$= \frac{1}{2}(0.2730) + 0.4207 - 2(\bar{2}.9877)$$

$$= 0.1365 + 0.4207 - \bar{3}.9754$$

$$= 2.5818$$

$$x = \text{antilog } 2.5818$$

$$= 381.8$$

$$\begin{array}{rr} \bar{2} & +0.9877 \\ \times 2 & \times 2 \\ \hline \bar{4} & +1.9754 \\ = & \bar{3}9754 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.1365 \\ 0.4207 \\ \hline 0.5572 \\ \bar{1}+1.5572 \\ \bar{3}+0.9754 \\ \hline 2+0.5818 \end{array}$$

உ-ம்: 2. சுருக்குக.

$$\frac{\sqrt[3]{0.0072}\times 81.3^2}{\sqrt{23140}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{0.0072}\times 81.3^2}{\sqrt{23140}} = x$$ என்க.

$$\lg x = \frac{1}{3}\lg 0.0072 + 2\lg 81.3 - \frac{1}{2}\lg 23140$$

$$= \frac{1}{3}(\bar{3}.8573) + 2\,(1.9101) - \frac{1}{2}(4.3643)$$

$$= \bar{1}.2858 + 3.8202 - 2.1822$$

$$= 0.9238$$

$$x = \text{antilog}\,0.9238$$

$$= 8.39$$

$$\begin{array}{r} \bar{1}.2858 \\ (+)\,3.8202 \\ \hline 3.1060 \\ (-)\,2.1822 \\ \hline 0.9238 \end{array}$$

பயிற்சி 18

மடக்கை அட்டவணை உபயோகித்து பெறுமானம் காண்க.

a) $\sqrt{2.673}\times 1.432^2$

b) $3.27^2\times\sqrt[3]{42.73}$

c) $\dfrac{\sqrt{29.47}\times 1.67^2}{12.94}$

d) $\dfrac{\sqrt[3]{2.347}\times 0.742^2}{2.673^3}$

e) $\dfrac{\sqrt{8.372}\times 1.672^2}{1.946}$

f) $\dfrac{2.372\times\sqrt[3]{0.432}}{0.723^2}$

g) $\dfrac{2.875\times 0.4789^2}{1.234^{1/3}}$

h) $\dfrac{0.4894^2}{\sqrt{7.235}\times 0.0154}$

i) $\dfrac{38.54\times\sqrt[3]{0.0357}}{\sqrt{0.516}\times 7.893}$

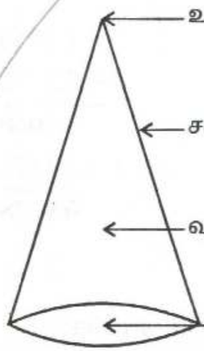
j) $\dfrac{\sqrt{5.732}}{0.5632}+1.234^2$

04
திண்மங்களின் மேற்பரப்பளவுகள்

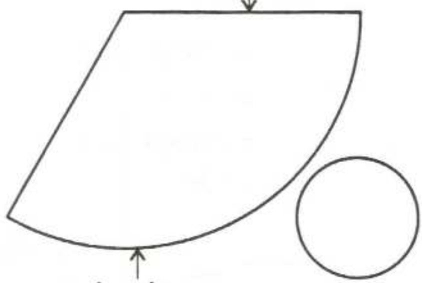
பாட உள்ளடக்கம்: கூம்பு, கோளம், கூம்பகம் என்பனவற்றின் மேற்பரப்பளவைக் கணித்தல்.

பாட வேளை : 05

4.1. கூம்பு:



விரிப்பு:



செவ்வட்டக் கூம்பு வடிவத் திண்மம் மேலே காட்டப்பட்டுள்ளது. அதற்கு ஒரு வளை மேற்பரப்பும் ஒரு தட்டை மேற்பரப்பும் உள்ளது. அதன் உச்சி, அதன் வட்ட அடியின் மையத்தில் கீறும் செங்குத்தில் அமையும். அதன் வளைமேற்பரப்பின் விரிப்பு ஓர் ஆரைச்சிறை ஆகும். அந்த ஆரைச்சிறையின் ஆரை கூம்பின் சாய் உயரத்துக்கும், வில், கூம்பின் தட்டை மேற்பரப்பின் சுற்றளவுக்கும் சமனாகும்.

ஆரைச்சிறையின் பரப்பளவு $= \frac{2\pi r}{2} \times l$ சதுர அலகுகள்

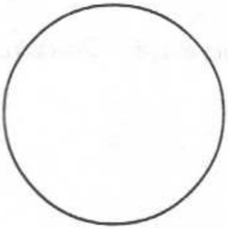
$= \pi rl$ சதுர அலகுகள்

அடியின் பரப்பளவு $= \pi r^2$ சதுர அலகுகள்

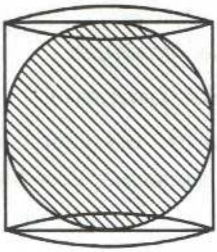
கூம்பின் முழு மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $= (\pi r^2 + \pi rl)$ சதுர அலகுகள்

$= \pi r\,(r + l)$ சதுர அலகுகள்

4.2. கோளம்:



கோளவடிவத் திண்மத்திற்கு ஒரு வளைமேற்பரப்பு மட்டும் உண்டு. அவ்வளைமேற்பரப்பின் பரப்பளவு அதன் ஆரையளவு ஆரையுடையதும், அவ்வாரையின் இருமடங்கு உயரமுடையதுமான உருளையின் (சுற்றுருளை) வளைமேற்பரப்பின் பரப்பளவுக்குச் சமனாகும் என ஆக்கிமிடீசு என்ற கணிதவியலாளர் நிறுவியுள்ளார்.



அருகிலுள்ள உருளையானது அதனுள்ளே உள்ள கோளத்தின் சுற்றுருளை ஆகும்.

$\therefore$ கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $= (2\pi r \times 2r)$ சதுர அலகுகள்

$= 4\pi r^2$ சதுர அலகுகள்

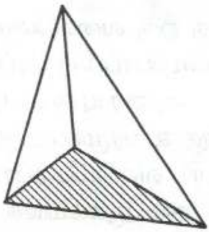
4.3. கூம்பகம்:

அடி ஏதாவது ஒரு பல்கோணியாக அமைவதுடன் ஏனைய முகங்கள் முக்கோணி வடிவம் உடையனவாகவும் பொது உச்சி உடையதுமான திண்மம்.

4.3.1. செங்கூம்பகம்:

பொது உச்சியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளின் நீளங்கள் சமனாக அமைந்த கூம்பகம்.

4.3.2. நான்முகி:



முக்கோணி வடிவ அடியைக் கொண்ட கூம்பகம்.

4.3.3. ஒழுங்கான நான்முகி:

எல்லா விளிம்புகளும் சமநீளமுடன் அமைந்த நான்முகி.

முழு மேற்பரப்பளவு: 4 × ஒரு முக்கோணியின் பரப்பளவு.

உ-ம்: *1.* 7 cm ஆரையும் 24 cm உயரமுமுடைய செவ்வட்டக் கூம்புவடிவத் திண்மத்தின் மொத்த மேற்பரப்பளவைக் கணிக்க.

$$l = \sqrt{24^2 + 7^2}$$
$$= \sqrt{576 + 49}$$
$$= \sqrt{625}$$
$$= 25 \text{ cm}$$

∴ மொத்த மேற்பரப்பளவு $= \pi r\,(r + l)$

$$= \frac{22}{7} \times 7(7 + 25)\ \text{cm}^2$$
$$= 22 \times 32\ \text{cm}^2$$
$$= 704\ \text{cm}^2$$

உ-ம்: 2. ஒரு செவ்வட்டக் கூம்புவடிவக் கூடாரத்தின் உயரம் 28 m. அது அமைக்கப்பட்ட நிலத்தின் பரப்பளவு 1386 m^2. அக்கூடாரத்தின் சாய் உயரத்தைக் காண்க.

நிலத்தின் வடிவம் வட்டமாகும்.

$\therefore\ \pi r^2 = 1386.$

$$r^2 = 1386 \times \frac{7}{22}$$
$$= 63 \times 7$$

$r = \sqrt{63 \times 7}$

$= \sqrt{9 \times 7 \times 7}$

$= 3 \times 7$

$= 21$ m

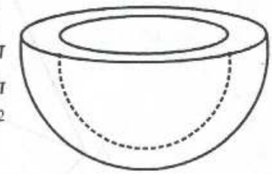
$\therefore$ கூடாரத்தின் சாய் உயரம் $(l) = \sqrt{28^2 + 21^2}$

$= \sqrt{784 + 441}$

$= \sqrt{1225}$

$= 35$ m.

உ-ம்: 3. ஒரு பொள் அரைக்கோளப் பாத்திரத்தின் வெளி, உள் விட்டங்கள் முறையே 25 cm, 24 cm ஆகும். அதன் முழுமேற்பரப்புக்கும் எனாமல் பூச cm^2 க்கு 7 சதப்படி செலவு காண்க.



உள் ஆரை (r) = 12 cm

வெளி ஆரை (R) = 12.5 cm

A_1 = உள் தளப் பரப்பளவு $= 2\pi r^2$

$$= \left(2 \times \frac{22}{7} \times 12 \times 12\right) cm^2 = \frac{6336}{7} cm^2$$

A_2 = வெளித்தளப் பரப்பளவு $= 2\pi R^2$

$$= \left(2 \times \frac{22}{7} \times \frac{25}{2} \times \frac{25}{2}\right) cm^2 = \frac{6875}{7} cm^2$$

A_3 = மோதிர வடிவ விளிம்பின் பரப்பளவு $= \pi (R^2 - r^2)$

$$= \frac{22}{7}\left[\left(\frac{25}{2}\right)^2 - 12^2\right] = \frac{77}{2} cm^2$$

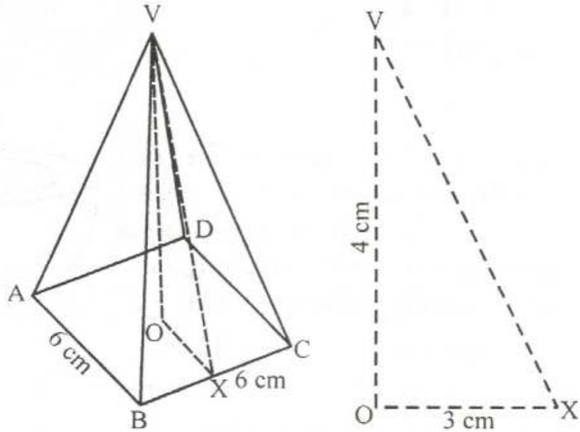
$\therefore$ மொத்த மேற்பரப்பளவு $= \left(\frac{6336}{7} + \frac{6875}{7} + \frac{77}{2}\right) cm^2$

$$= \frac{26961}{14} cm^2$$

$\therefore$ எனாமல் பூசச் செலவு $=$ ரூபா $\left(\frac{26961}{14}\times\frac{7}{100}\right)$

$=$ ரூபா 134.80

உ-ம்: 4. 6 cm பக்கங்களுள்ள சதுர அடியையும் 4 cm உயரத்தையும் உடைய செங்கூம்பகத்தின் முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.



சதுரம் ABCD யின் பரப்பளவு $= (6 \times 6)\ cm^2 = 36\ cm^2$

$VX = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5cm$

ΔVBC யின் பரப்பளவு $= (\frac{1}{2}\times 6 \times 5)cm^2$

$= 15\ cm^2$

4 முக்கோணிகளினதும் பரப்பளவு $= (15 \times 4)\ cm^2 = 60\ cm^2$

$\therefore$ கூம்பகத்தின் முழு மேற்பரப்பளவு $= (36 + 60)\ cm^2$

$= 96\ cm^2$

பயிற்சி 19

1. 6 cm ஆரையும் 10 cm சாயுயரமும் உடைய கூம்பு வடிவத் திண்மத்தின் மொத்த மேற்றளப் பரப்பளவைக் காண்க.
2. 12 cm விட்டமும் 8 cm உயரமுமுடைய கூம்புவடிவத் திண்மம் களிமண்ணால் செய்யப்பட்டது. அதன் மொத்த மேற்றளப் பரப்பளவைக் காண்க.

3. அடிப்பரப்பளவு 616 cm^2 உம் சாயுயரம் 24 cm உம் உள்ள கூம்பு வடிவத் திண்மத்தின் முழு மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் கணிக்க.

4. 7 cm ஆரையுள்ள செவ்வட்டக் கூம்புவடிவத் திண்மத்தின் முழு மேற்பரப்பின் பரப்பளவு 374 cm^2. அதன் சாயுயரத்தைக் காண்க.

5. 8 cm உயரமுடைய செவ்வட்டக் கூம்புவடிவத் திண்மம் ஒன்றின் சாயுயரம் 10 cm ஆகும். அதன் முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

6. 5 dm சாயுயரமுடைய செவ்வட்டக் கூம்புவடிவத் திண்மம் ஒன்றின் முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவு $75\frac{3}{7}$ dm^2 ஆயின் அதன் அடியின் ஆரையைக் காண்க.

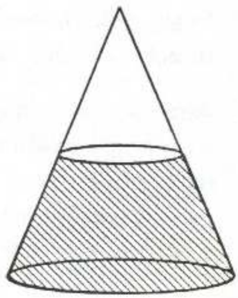
7. அடிப்பரப்பளவு 154 cm^2 உள்ள செவ்வட்டக் கூம்பு ஒன்றின் முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவு 440 cm^2 ஆயின் அதன் சாயுயரம் என்ன?

8. ஒரு செவ்வட்டக் கூம்பின் ஆரையும் உயரமும் 5 : 12 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. அதன் முழு மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $1131\frac{3}{7}$ cm^2 ஆயின் அதன் சாயுயரத்தைக் கணிக்க.

9. 8 m உயரமுடைய கூம்பு வடிவக் கூடாரம் ஒன்றின் வளை மேற்பரப்பின் பரப்பளவு 188.6 m^2 ஆயின் அதன் அடியின் ஆரையைக் காண்க.

10. 28 m உயரமுடைய கூம்பு வடிவக் கூடாரம் நிலத்தில் 1386 m^2 பரப்பளவை உள்ளடக்குகிறது. அதன் சாய்தளப் பரப்பளவைக் காண்க.

11. 10 cm சாயுயரமும் 8 cm உயரமுமுடைய கூம்பு வடிவத் திண்மம் ஒன்றின் உச்சியிலிருந்து உயரத்தின் அரைப்பங்கு அளவு வெட்டி நீக்கப்பட்டது. எஞ்சிய பகுதியின் மொத்த மேற்பரப்பளவைக் காண்க.



பயிற்சி 20

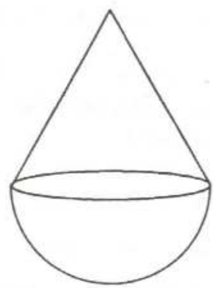
1. கோளவடிவத் திண்மம் ஒன்றின் ஆரை 7 cm ஆயின் அதன் முழுமேற்பரப்பளவைக் கணிக்க.

2. ஒரு கோளவடிவக் குண்டின் முழுமேற்பரப்பளவு 154 cm^2 ஆயின் அதன் ஆரையைக் காண்க.

3. 21 cm ஆரையுடைய அரைக்கோளவடிவத் திண்மம் ஒன்றின் முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

4. அரைக்கோளவடிவப் பாத்திரம் ஒன்றின் உள், வெளி ஆரைகள் முறையே 8 cm, 10 cm ஆகும். விளிம்பு உட்பட அதன் முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

5. அருகிலுள்ளது அரைக் கோளமும் கூம்பும் சேர்ந்தமைந்த ஓர் எறிபடையாகும். அதன் அதிகூடிய உயரமும் ஆரையும் முறையே 17 cm, 5 cm ஆயின் அதன் முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.



6. ஒரு கோளத்தின் மேற்பரப்பளவு அக்கோளத்தின் ஆரைக்குச் சமனான ஆரையையும் அக்கோளத்தின் உயரத்துக்குச் சமமான உயரத்தையுமுடைய உருளையின் வளைமேற்பரப்பின் பரப்பளவுக்குச் சமன் எனக் காட்டுக.

7. 7 cm நீளமுள்ள சதுரமுகி வடிவ மரத்துண்டிலிருந்து செதுக்கக்கூடிய மிகப் பெரிய கோளம் செதுக்கி எடுக்கப்பட்டது. இரண்டினதும் (சதுரமுகி, கோளம்) முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவுகளுக்கு இடையில் உள்ள விகிதம் யாது?

8. அரைக்கோள வடிவத்தின் மேல் கூம்பு அமைந்த திண்மம் ஒன்றின் மேற்றளப் பரப்பளவு 616 cm^2. அக்கூம்பின் சாயுயரம் ஆரையின் இரு மடங்காயின், ஆரையைக் கணிக்க.

பயிற்சி 21

1. ஓர் ஒழுங்கான நான்முகியின் ஒரு பக்க நீளம் 4 cm. அதன் முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

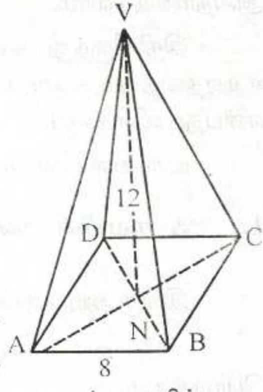
2. ஓர் ஒழுங்கான நான்முகியின் முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவு $64\sqrt{3}\ cm^2$. அதன் ஒருபக்க நீளத்தைக் கணிக்க.

3. 10 cm நீளமுள்ள சதுர அடியையும் 12 cm உயரத்தையுமுடைய ஒரு செங்கூம்பகத் திண்மத்தின் முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

4. சதுர வடிவ அடியையும் 8 cm உயரத்தையும் 10 cm சாயுயரத்தையுமுடைய ஒரு செங்கூம்பகத் திண்மத்தின் முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

5. 32 cm நீளமும் 10 cm அகலமுமுடைய செவ்வக அடியையும், 12 cm உயரத்தையுமுடைய செங்கூம்பக மாதிரி ஒன்று களிமண்ணால் செய்யப்பட்டது. அதன் மொத்த மேற்றளப் பரப்பளவைக் காண்க.

6. VABCD ஒரு செங்கூம்பகத் திண்மம் ஆகும். அதன் அடி ABCD செவ்வக வடிவினதாகும். AC யும் BD யும் N இல் சந்திப்பதோடு VN என்பது தளம் ABCD க்கு செங்குத்தாகும்.
   VN = 12 cm ; AB = DC = 8 cm ;
   AD = BC = 6 cm.



   a) தளம் VAB யின் பரப்பளவைக் காண்க.
   b) தளம் VBC யின் பரப்பளவைக் காண்க.
   c) திண்மத்தின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் கணிக்க.

7. 6 cm பக்கங்களுள்ள சதுர அடியையும் 4 cm உயரத்தையும் உடைய செங்கூம்பகத்தின் முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

8. 10 cm பக்கங்களுள்ள சதுர அடியையும் 12 cm உயரத்தையும் உடைய செங்கூம்பகத் திண்மத்தில் 6 cm உயரமுடைய கூம்பகவடிவ மேற்பகுதி வெட்டி நீக்கப்பட்டது.
   a) வெட்டி நீக்கிய கூம்பகத்தின் அடிப்பரப்பளவு கணிக்க.
   b) எஞ்சிய பகுதியின் (frustum) முழுமேற்பரப்பின் பரப்பளவு காண்க.

05

திண்மங்களின் கனவளவு

பாட உள்ளடக்கம்: கூம்பு, கோளம், கூர்பகம் என்பனவற்றின் கனவளவு
பாட வேளை : 05

செயற்பாடு 1:

தடித்த கடதாசியில் (bristol board or hard board) 3.5 cm ஆரையும் 5 cm உயரமும் உடைய தட்டை மேற்பரப்பு இல்லாத ஒரு கூம்பும், அதே அளவுள்ள மூடியில்லாத ஒரு ஊருளையும் செய்யுங்கள். கூம்புள் நிறைய உலர் மணலை எடுத்து உருளையுள் போடுங்கள். இவ்வாறு மூன்று முறை மணலைப் போட்டதும் உருளை நிரம்புவதை அவதானிக்கலாம்.

இதிலிருந்து கூம்பின் கனவளவு அதே ஆரையையும் அதே உயரத்தையும் உடைய உருளையின் கனவளவின் மூன்றில் ஒரு பங்கு என்பது விளங்கும்.

உருளையின் கனவளவு $= \pi r^2 h$ கன அலகுகள் என அறிவோம்.

1. ∴ **கூம்பின் கனவளவு** $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ **கன அலகுகள்.**

இங்கு அடிப்பரப்பளவின் $\frac{1}{3}$ பங்கை உயரத்தால் பெருக்குகிறோம்.

இதே வாய்ப்பாடு நான்முகி உட்பட எல்லாக் கூம்பகங்களுக்கும் பொருந்தும்.

2. ∴ கூம்பகத்தின் கனவளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ கன அலகுகள்.

செவ்வரியத்தின் வெட்டுமுகத்தை அடியாகக் கொண்டால் அதனை ஒரு உருளையுடன் ஒப்பிடலாம். (உருளையின் அடி வட்ட வடிவினது. செவ்வரியத்தின் அடி முக்கோணி வடிவினது)

3. ∴ செவ்வரியத்தின் கனவளவு

= (வெட்டுமுகப் பரப்பளவு × நீளம்) கன அலகுகள்.

செயற்பாடு 2:

படி 1: பிளாஸ்ரிக் பந்து ஒன்றை எடுக்க.

படி 2: தடித்த பிரிஸ்டல் அட்டையினால் அப்பந்தின் சுற்றுருளையைச் செய்க.

படி 3: சுற்றுருளையின் மேற்பக்கத்தில் இரு துவாரங்கள் செய்க.

படி 4: அதேவகை பிரிஸ்டல் அட்டையில் சுற்றுருளையின் ஆரையும் உயரமும் உடைய அடியில்லாத கூம்பு ஒன்றைச் செய்க.

படி 5: சுற்றுருளையுள் பந்தை வைத்து அதைக் கிடையாக மேசையில் வைக்க.

படி 6: சுற்றுருளையின் திறந்த இரு முனைகளையும் தடித்த பிரிஸ்டல் அட்டைகளால் மூடுக.

படி 7: சுற்றுருளையுள் உள்ள வெற்றிடத்தை உலர்ந்த மணலால் நன்கு நிரப்புக.

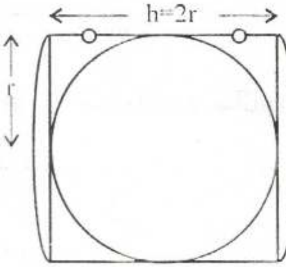
படி 8: எஞ்சிய மணலை அப்புறப்படுத்துக.

படி 9: சுற்றுருளையை மூடிய பிரிஸ்டல் அட்டைகளை நீக்குக.

படி 10: மணலைச் சேகரிக்க.

படி 11: மணலைக் கூம்பினுள் இடுக.

அவதானம் : மணல் மட்டுமட்டாக கூம்பை நிரப்பும்.



$\therefore$ கோளத்தின் கனவளவு + கூம்பின் கனவளவு = உருளையின் கனவளவு

கோளத்தின் கனவளவு + $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi r^2 h$

$\therefore$ ஆரை r அலகுள்ள கோளத்தின் கனவளவு $= \pi r^2h - \frac{1}{3}\pi r^2h$

$$= \pi r^2h\left(1-\frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{2}{3}\pi r^2h$$

$$= \frac{2}{3}\pi r^2 \times 2r \ (h=2r)$$

$$= \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ கன அலகுகள்}$$

உ-ம்: 1. ஓர் திண்மக் கூம்பின் கனவளவு $1232\ cm^3$. அதன் உயரம் 24 cm ஆயின் அதன் அடியின் பரப்பளவைக் காண்க.

$$\frac{1}{3}\pi r^2h = V$$

$$\frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times r^2\times 24 = 1232$$

$$r^2 = 1232\times\frac{3}{1}\times\frac{7}{22}\times\frac{1}{24}$$

$$= 49$$

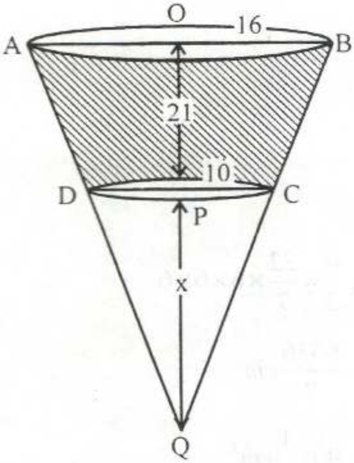
$$r = 7cm$$

$\therefore$ கூம்பின் அடியின் பரப்பளவு $= \pi r^2$

$$= \left(\frac{22}{7}\times 7\times 7\right)cm^2$$

$$= 154\ cm^2$$

உ-ம்: 2. ஒரு வாளியின் மேல், கீழ் விளிம்புகளின் விட்டங்கள் முறையே 32 cm, 20 cm ஆகும். அது 21 cm ஆழமுடையதாயின் அதன் கொள்ளளவை லீற்றரில் காண்க.



நிழற்றிய பகுதி வாளியைக் குறிக்கிறது என்க.

இயல்பொத்த முக்கோணிகள் OBQ, PCQ என்பனவற்றில்

$$\frac{QP}{PC} = \frac{QO}{OB}$$

$$\frac{x}{10} = \frac{x+21}{16}$$

$$16x = 10x + 210$$

$$6x = 210$$

$$x = 35$$

பெரிய கூம்பின் கனவளவு $= \left(\frac{1}{3}\pi \times 16^2 \times 56\right) cm^3$

சிறிய கூம்பின் கனவளவு $= \left(\frac{1}{3}\pi \times 10^2 \times 35\right) cm^2$

$\therefore$ வாளிப் பகுதியின் கனவளவு $= \frac{1}{3}\pi\{(16^2 \times 56) - (10^2 \times 35)\}$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7}\{14336 - 3500\}$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 10836$

$= 11352\ cm^3$

$\therefore$ வாளியின் கொள்ளளவு $= 11352\ ml$

$= 11.352\ l$

உ-ம்: 3. ஒரு திண்மக் கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $452\frac{4}{7} cm^2$. அதன் கனவளவைக் காண்க.

$$4\pi r^2 = \frac{3168}{7}$$

$$\therefore r^2 = \frac{3168}{7}\times\frac{1}{4}\times\frac{7}{22}$$

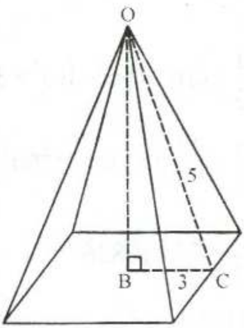
$$r = \sqrt{36} = 6cm$$

$\therefore$ கோளத்தின் கனவளவு $= \frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times 6\times 6\times 6$

$$= \frac{6336}{7}cm^3$$

$$= 905\frac{1}{7}cm^3$$

உ-ம்: 4. பக்கங்கள் 6 cm நீளமுள்ள சதுரவடிவ அடியையும் 5 cm சாயுயரத்தையுமுடைய கூம்பகவடிவத் திண்மத்தின் கனவளவு காண்க.



செங்கோண முக்கோணி OBC யில்

$$OB = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4cm$$

கூம்பகத்தின் கனவளவு $= \left(\frac{1}{3}\times 6\times 6\times 4\right)cm^3$

$$= 48\ cm^3$$

பயிற்சி 22

1. பின்வருவனவற்றின் கனவளவு காண்க.
   a) 5 cm ஆரையும் 10 cm உயரமுமுடைய செங்கூம்பு வடிவத் திண்மம்.
   b) 5 cm ஆரையும் 13 cm சாயுயரமுமுடைய செங்கூம்பு வடிவத் திண்மம்.
   c) 15 cm சாயுயரமும் 12 cm உயரமுமுடைய செங்கூம்பு வடிவத் திண்மம்.

2. $1232\ cm^3$ கனவளவு உடைய செங்கூம்பு வடிவத் திண்மத்தின் உயரம் 24 cm ஆயின் அதன் அடியின் ஆரையைக் காண்க.

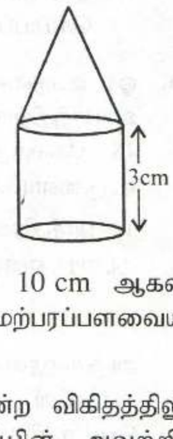
3. $1232\ cm^3$ கனவளவு உடைய செங்கூம்பு வடிவத் திண்மத்தின் அடித்தளப் பரப்பளவு $154\ cm^2$ ஆயின் அதன் சாய்தளப் பரப்பளவைக் காண்க.

4. 3.6 cm உயரமும் 1.6 cm அடித்தள ஆரையுமுடைய ஒரு செங்கூம்பு வடிவத் திண்மம் உருக்கப்பட்டு 1.2 cm ஆரையுள்ள அடியையுள்ள செங்கூம்பு செய்யப்பட்டது. அதன் உயரத்தைக் காண்க.

5. ஒரு வாளியின் அடியினதும் மேல் விளிம்பினதும் ஆரைகள் முறையே 8 cm, 32 cm ஆயும் உயரம் 40 cm ஆயும் இருப்பின் அதன் கொள்ளளவை லீற்றரில் காண்க.

6. $8\sqrt{3}$ cm விட்டமுள்ள அரைவட்ட வடிவத் தகரம் வளைக்கப்பட்டு திறந்த கூம்புக்குவளை ஒன்று செய்யப்பட்டது. அதன் கொள்ளளவை மில்லிலீற்றரில் காண்க.

7. அருகிலுள்ள திண்ம வடிவ பாத்திரத்தின் அடித்தளப் பரப்பளவு 100 cm ஆகவும் கனவளவு $500\ cm^3$ ஆகவும் இருப்பின் அதன் உயரத்தைக் காண்க.



8. ஒரு செங்கூம்பு வடிவத் திண்மத்தின் சாயுயரம் 10 cm ஆகவும் உயரம் 8 cm ஆகவும் இருப்பின் அதன் வளைமேற்பரப்பளவையும் கனவளவையும் காண்க.

9. இரு திண்மக் கூம்புகளின் ஆரைகள் 4 : 3 என்ற விகிதத்திலும் உயரங்கள் 3 : 5 என்ற விகிதத்திலும் இருப்பின் அவற்றின் கனவளவுகளுக்கு இடையில் உள்ள விகிதத்தைக் காண்க.

10. திண்ம செவ்வட்டக் கூம்பு ஒன்றின் ஆரையும் உயரமும் 5 : 12 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. அதன் கனவளவு $314\ cm^3$ ஆயின் அதன் உயரத்தையும் ஆரையையும் காண்க. [$\pi = 3.14$ எனக் கொள்க]

11. ஒரு செங்கூம்பு வடிவக் கூடாரத்தில் 7 பேர் தங்க வேண்டும். ஒவ்வொருவருக்கும் $22\ m^2$ தரையும் $44\ m^3$ வளியும் தேவை. அக்கூடாரத்தின் உயரத்தையும் சாயுயரத்தையும் கணிக்க.

பயிற்சி 23

1. ஒரு கோள வடிவத் திண்மத்தின் ஆரை 7 cm. அதன் கனவளவு காண்க.

2. $1437\frac{1}{3}$ cm^3 கனவளவு உள்ள கோளவடிவ உலோகத்தின் a) ஆரை b) மேற்றளப் பரப்பளவு என்பவற்றைக் காண்க.

3. ஒரு கோள வடிவத் திண்மத்தின் மேற்பரப்பளவு 5544 cm^2 ஆயின் அதன் கனவளவைக் காண்க.

4. 2 cm ஆரையுள்ள கோள வடிவத் திண்மத்தை உருக்கி 1 cm ஆரையுள்ள எத்தனை கோளங்கள் செய்யலாம்?

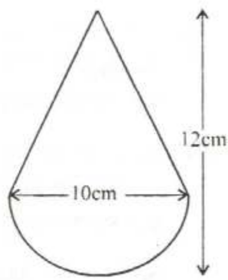
5. a) உயரம் 14 cm, அடியின் ஆரை 9 cm உள்ள உலோகத்தாலான செவ்வட்டக் கூம்பின் கனவளவு என்ன?

   b) இக்கூம்பு உருக்கப்பட்டு 1.5 cm விட்டமுள்ள கோளங்கள் செய்யப்பட்டன. கோளங்களின் எண்ணிக்கை என்ன?

6. ஓர் உருளைவடிவப் பாத்திரத்தின் உயரம் 15 cm. அதனுள் 8 cm உயரத்திற்கு 1232 cm^3 நீர் இருந்தது. அதனுள் ஒரே அளவான 48 கோளத் திண்மங்கள் போடப்பட்டபோது நீர் மட்டுமட்டாக உருளையின் விளிம்புவரை வந்தது.

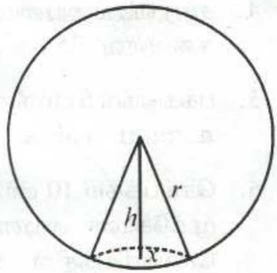
   a) பாத்திரத்தின் அடியின் ஆரை b) ஒரு கோளத் திண்மத்தின் ஆரை என்பவற்றைக் காண்க.

7. அருகிலுள்ள திண்மம் செவ்வட்டக் கூம்பின் அடியில் அரைக்கோளம் பொருத்தப்பட்ட அமைப்புடையது. திண்மத்தின் கனவளவைக் காண்க.



8. 10 cm நீளமும் 7 cm ஆரையுமுள்ள ஓர் உருளையின் ஓர் அந்தத்தில் 7 cm ஆரையுள்ள ஓர் அரைக்கோளமும் மறு அந்தத்தில் 7 cm ஆரையும் 25 cm சாய் உயரமும் உடைய ஒரு கூம்பும் சேர்ந்து அமைந்தாற்போன்ற ஓர் எறிபடையின் கனவளவு என்ன?

9. படத்தில் கூம்பின் அடித்தளப் பரப்பளவு x சதுர அலகுகள் என்க.



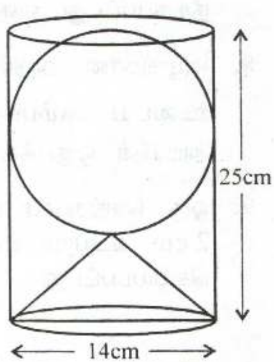
a) இங்கு h = r ஆகுமா?

b) கூம்பின் கனவளவை r சார்பில் பெறுக.

c) கோளத்தில் இவ்வாறு குடைந்து எடுத்து ஆக்கக்கூடிய கூம்புகளின் எண்ணிக்கைக்கான கோவை ஒன்று பெறுக.

d) b, c என்பவற்றுக்கான விடைகளைக் கருத்திற்கொண்டு கோளத்தின் கனவளவைக் காண்க.

10. 14 cm விட்டமும் 25 cm உயரமும் உள்ள உள்ளீடற்ற உருளைவடிவப் பாத்திரத்துள் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு இரும்பாலான ஒரு கூம்பும் ஒரு கோளமும் வைக்கப்பட்டுள்ளது.



a) கூம்பின் உயரம் காண்க.

b) கூம்பினதும் கோளத்தினதும் மொத்தக் கனவளவு காண்க.

c) பாத்திரத்துள் உள்ள வளியின் கனவளவு காண்க.

11. 12.6 cm விட்டமுள்ள ஒரு கோள உலோகத் திண்மம் உருக்கப்பட்டு 25.2 cm உயரமுள்ள திண்ம செங்கூம்பு செய்யப்பட்டது. கூம்பின் அடியின் ஆரையைக் கணிக்க.

பயிற்சி 24

1. ஒவ்வொரு பக்கமும் 4 cm நீளமுள்ள நான்முகிவடிவத் திண்மத்தின் கனவளவு காண்க.

2. பக்கங்கள் 6 cm அளவுள்ள சதுர வடிவ அடியையுடைய கூம்பகம் ஒன்றின் உயரம் 12 cm. அதன் கனவளவைக் காண்க.

3. 7 cm பக்கங்களுள்ள சதுர வடிவ அடியையுடைய கூம்பகம் ஒன்றின் கனவளவு 147 cm^3. அதன் உயரத்தைக் காண்க.

4. சதுர வடிவ அடியையும் 6 cm உயரத்தையுமுடைய கூம்பகம் ஒன்றின் கனவளவு 75 cm^3. அதன் அடியின் ஒருபக்க நீளத்தைக் காண்க.

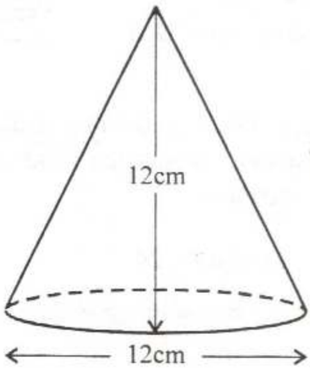
5. பக்கங்கள் 6 cm நீளமுள்ள சதுரவடிவ அடியையும் 5 cm உயரத்தையும் உடைய கூம்பக வடிவத் திண்மத்தின் கனவளவு காண்க.

6. செம்பக்கம் 10 cm, மற்றொரு பக்கம் 8 cm உடைய செங்கோண முக்கோண அடியையும் 30 cm உயரத்தையும் உடைய திண்மச் செவ்வரியத்தின் கனவளவு காண்க.

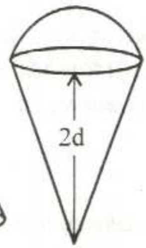
7. 10 cm பக்கங்களுள்ள சதுர அடியையும் 13 cm சாயுயரத்தையும் உடைய மெழுகினாலான ஒரு கூம்பகத்தின் உச்சியிலிருந்து 6 cm கீழே கிடையாக வெட்டப்பட்டு மேலுள்ள கூம்பகப் பகுதி நீக்கப்பட்டது. எஞ்சியுள்ள (frustum) பகுதியின் கனவளவு காண்க.

8. ஒழுங்கான அறுகோணி வடிவ அடியையும் 15 cm உயரத்தையும் உடைய கூம்பகத்தின் கனவளவு $90\sqrt{3}$ cm^3 ஆயின் அதன் அடியின் ஒருபக்க நீளம் என்ன?

9. ஒரு செங்கூம்பு வடிவ உலோகத் திண்மத்தின் அடியின் ஆரை 2 cm, உயரம் 8 cm. அது உருக்கப்பட்டு ஒரு திண்மக் கோளம் செய்யப்பட்டது. கோளத்தின் விட்டத்தைக் காண்க.



உரு 1



உரு 2

10. உரு 1 இல் கூம்பு வடிவில் அமைந்த ஐஸ்கிறீம், உரு 2 இல் போல் கூம்பு வடிவத்தில் அமைந்த 'கப்' களுள் 9 பிள்ளைகளுக்குச் சமமாகப் பகிர்ந்து கொடுக்கப்பட்டால் கூம்பு வடிவக் 'கப்' களின் உயரம் என்ன?

06

அட்சரகணிதக் கோவைகள்

பாட உள்ளடக்கம்: 1. $(a+b)^3$, $(a-b)^3$ என்பவற்றின் விரிவு.
2. a^3+b^3, a^3-b^3 என்பவற்றின் காரணிகள்

பாட வேளை : 04

6.1. $(a+b)^3$, $(a-b)^3$ என்பவற்றின் விரிவு.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ எனவும்

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ எனவும் நாம் அறிவோம்.

$(a+b)^3 = (a+b)^2 \times (a+b)$ ஆகும்.

அதாவது, $(a^2 + 2ab + b^{2)} \times (a+b)$

இதனை விரித்தெழுதினால்,

$a^2(a+b) + 2ab(a+b) + b^2(a+b)$ ஆகும்.

அடைப்பு நீக்க,

$a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$ ஆகும்.

சுருக்க,

$\underline{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$ ஆகும்.

இவ்வாறே, $(a-b)^3$ யின் விரிவைக் காணுங்கள்.

அது, $\underline{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$ என அமையும்.

கீறிட்ட கோவைகள் இரண்டிலும் ஓர் அமைப்பை அவதானிக்கலாம். அவையாவன:

1. ஒவ்வொரு கோவையிலும் 4 உறுப்புக்கள் உள்ளன.
2. அவற்றின் குணகங்கள் 1, 3, 3, 1 என அமைந்துள்ளன.
3. a யின் வலு முதலுறுப்பிலிருந்து படிப்படியாகக் குறைந்துள்ளது.
4. b யின் வலு இரண்டாம் உறுப்பிலிருந்து படிப்படியாகக் கூடியுள்ளது.

5. + அடையாளத்தால் பிணைக்கப்பட்ட முதலாவது ஈருறுப்புக் கோவையின் விரிவில் எல்லாக் குறியீடுகளும் + ஆக அமைந்துள்ளன.
6. – அடையாளத்தால் பிணைக்கப்பட்ட ஈருறுப்புக் கோவையின் விரிவில் –, + என்பன மாறி மாறி வந்துள்ளன.

இனி, $(a + 2b)^3$ ஐ விரித்தெழுதுவோம்.

$$
\begin{aligned}
(a + 2b)^3 &= (a + 2b)^2 \times (a + 2b) \\
&= (a^2 + 4ab + 4b^2) \times (a + 2b) \\
&= a^2 (a + 2b) + 4ab\,(a + 2b) + 4b^2\,(a + 2b) \\
&= a^3 + 2a^2b + 4a^2b + 8ab^2 + 4ab^2 + 8b^3 \\
&= a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3
\end{aligned}
$$

இங்கு குணகங்கள்

(முதலுறுப்பின் குணகம்)^3 + 3 × (முதலுறுப்பின் குணகம்)^2 × (இரண்டாம் உறுப்பின் குணகம்) + 3 × (முதலுறுப்பின் குணகம்) × (இரண்டாம் உறுப்பின் குணகம்)^2 + (இரண்டாம் உறுப்பின் குணகம்)^3 என்ற ஒழுங்கில் அமைந்துள்ளன.

இவ்வாறே,

$(2x - 3y)^3 = 8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$ ஆக அமைவதை நீங்களாகக் கணித்து அறியுங்கள்.

உ-ம்: *1.* $(3x - 2)^3$ இனை விரித்தெழுதுக.

$(3x)^3 - 3 \times (3x)^2 \times 2 + 3 \times (3x) \times 2^2 - 2^3$

$= 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$

உ-ம்: 2. 103 ஐ இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகையாக எழுதுவதன் மூலம் $(103)^3$ இன் பெறுமதியை பெருக்காமல் காண்க.

$$
\begin{aligned}
(103)^3 = (100 + 3)^3 &= 100^3 + 3 \times 100^2 \times 3 + 3 \times 100 \times 3^2 + 3^3 \\
&= 1000000 + 90000 + 2700 + 27 \\
&= 1092727
\end{aligned}
$$

6.2. $a^3 + b^3$, $a^3 - b^3$ என்ற கோவைகளின் காரணிகள்.

நாம் இப்போது $a^3 + b^3$ என்ற கோவையை $(a + b)$ ஆல் வகுப்போம்.

$$
\begin{array}{r|l}
 & a^2 - ab + b^2 \\
\hline
a + b & a^3 \qquad\qquad + b^3 \\
 & \underline{a^3 + a^2b} \\
 & \quad - a^2b \\
 & \quad \underline{- a^2b - ab^2} \\
 & \qquad\qquad + ab^2 + b^3 \\
 & \qquad\qquad \underline{+ ab^2 + b^3}
\end{array}
$$

எனவே $a^3 + b^3$ என்ற கோவையை $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ என இரு காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதலாம். இதிலிருந்து இரு கணியங்களின் கனங்களின் கூட்டுத்தொகைக்கு அல்லது வித்தியாசத்திற்கு இரு காரணிகள் உள்ளன என்பதும், அவற்றுள் ஒன்று ஈருறுப்புக் கோவையாகவும் மற்றையது மூவுறுப்புக் கோவையாகவும் உள்ளன என்பதும் தெளிவாகிறது.

$x^3 + y^3$ இன் ஈருறுப்புக் காரணி $(x + y)$. அதன் மூவுறுப்புக் காரணி x, y என்பவற்றின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகைக்கும் அவற்றின் பெருக்கத்துக்கும் உள்ள வித்தியாசம்.

அதாவது, $(x^2 + y^2) - xy \Rightarrow x^2 - xy + y^2$ என வரும்.

இவ்வாறே, $p^3 - q^3$ என்ற கோவையின் காரணிகளைக் காண முயலுங்கள்.

காரணிகள் $(p - q)(p^2 + pq + q^2)$ ஆக அமைவதை அவதானிப்பீர்கள். அதாவது, ஈருறுப்புக் காரணி $(p - q)$. மூவுறுப்புக் காரணி p, q என்பவற்றின் வர்க்கங்கள், அவற்றின் பெருக்கம் ஆகியவற்றின் கூட்டுத்தொகை ஆகும்.

உ-ம்: 1. $27x^3 - 8$ இன் காரணிகளைக் காண்க.

$27x^3 - 8$

$= (3x)^3 - (2)^3$

$= (3x - 2)(9x^2 + 6x + 4)$

உ-ம்: 2. $125b^3 + 54$ இன் காரணிகளைக் காண்க.

$125b^3 + 64$

$= (5b)^3 + (4)^3$

$= (5b + 4)(25b^2 - 20b + 16)$

பயிற்சி 25

I. கீறிட்ட இடங்களில் பொருத்தமான கணியங்களை எழுதுக.

1. $(a+3)^3 = a^3 + _____ + 27a + _____$
2. $(x-2y)^3 = _____ - _____ + 12xy^2 - _____$
3. $(3p+4q)^3 = _____ + 108p^2q + _____ + 64q^3$
4. $(5a-3p)^3 = 125a^3 - _____ + 135\,ap^2 - _____$

II. விரித்தெழுதுக.

1. $(a + 1)^3$ 2. $(b - 2)^3$ 3. $(a + 2b)^3$ 4. $(2x - 3y)^3$
5. $(2 - 3x)^3$ 6. $(3x + 4y)^3$ 7. $(p^2 - q^2)^3$ 8. $(3a - 2b)^3$

III. பின்வருவனவற்றை இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகையினதோ வித்தியாசத்தினதோ கனங்களாகக் காட்டி, அவற்றை விரித்தெழுதிப் பெறுமானம் காண்க.

1. 13^3 2. 49^3 3. 103^3 4. 99^3
5. 9.7^3 6. $(20.3)^3$ 7. 989^3 8. $(29.7)^3$

IV. ஒரு சதுரமுகியின் ஒருபக்க நீளம் $(a + 3)$ cm ஆயின் அதன் கனவளவை a யின் சார்பில் எழுதி, பின் அதனை விரித்தெழுதுக.

பயிற்சி 26

I. காரணி காண்க.

1. $x^3 + y^3$ 2. $p^3 - q^3$ 3. $a^3 + 1$ 4. $b^3 - 27$
5. $c^3 - 64$ 6. $64x^3 - 1$ 7. $x^3y^3 + 125$ 8. $c^6 + 8d^3$

II. காரணி காண்க.

1. $27p^3 + 64q^3$ 2. $x^3 - 0.125$ 3. $x^4 + x$
4. $p^4q - pq^4$ 5. $r^3s^3 - 27t^3$ 6. $\frac{1}{27}y^3 - \frac{1}{8}z^3$
7. $(p + 2)^3 - (p + 1)^3$ 8. $x^{12} + y^{12}$

III. காரணி காண்க.

1. $8x^4 - x$ 2. $32a^3 - 4b^3$ 3. $x^6 - 1$

4. $c^6 + 8d^3$ 5. $x^{12} + y^{12}$ 6. $64 + m^9$

7. $216x^3 - 64y^3$ 8. $8x^3 - 27y^3$

IV. காரணி பற்றிய அறிவைப் பிரயோகித்து பெறுமானம் காண்க.

1. $13^3 + 7^3$ 2. $11^3 - 5^3$ 3. $\frac{23}{5}\times 3^3 + \frac{23}{5}\times 2^3$

4. $\frac{22}{3}\times 5^3 - \frac{22}{3}\times 2^3$

பயிற்சி 27

1. ஒரு சதுரமுகி வடிவத் திண்மத்தின் ஒருபக்க நீளம் $(x + 3)$ cm. அதன் கனவளவைக் காண்க.
2. உலோகத்தினால் செய்யப்பட்ட ஒரு பொள் கோளத்தின் வெளி ஆரை 3.4 cm. உள் ஆரை 2.6 cm. அக்கோளம் செய்யத் தேவைப்பட்ட உலோகத்தின் கனவளவு காண்க.
3. பக்க நீளங்கள் $(2x + 1)$ cm அளவுள்ள சதுரமுகி வடிவத் திண்மம் ஒன்று உருக்கப்பட்டு ஆரை $(x - 1)$ cm ஆகவுள்ள கோளம் ஒன்று செய்யப்பட்டது. எஞ்சிய உலோகத்தின் கனவளவு காண்க.
4. $(2x + 1)$ cm, $(x - 2)$ cm நீளமுள்ள சதுரமுகிகளின் கனவளவுகளுக் கிடையில் உள்ள வித்தியாசம் காண்க.

07

அட்சரகணிதப் பின்னங்கள்

பாட உள்ளடக்கம்: பகுதி எண்கள் வித்தியாசமாக அமைந்த பின்னங்களில் கூட்டல், கழித்தல், சுருக்குதல், பெருக்குதல், பிரித்தல்.

பாட வேளை : 04

7.1. பொ.ம.சி காணுதல்.

$m^2 - 9m - 22$, $m^2 - 8m - 33$, $m^2 + 5m + 6$ என்னும் கோவைகளின் பொ.ம.சி காண்போம்.

$m^2 - 9m - 22 = (m - 11)(m + 2)$

$m^2 - 8m - 33 = (m - 11)(m + 3)$

$m^2 + 5m + 6 = (m + 2)(m + 3)$

$\therefore$ பொ.ம.சி $= (m + 2)(m + 3)(m - 11)$

பயிற்சி 28

1. பின்வரும் கோவைகளின் பொ.ம.சி காண்க.

1. a^3, $a^2 - 2a$
2. $a^2b + ab^2$, $a^2 + ab$
3. $p^2 - 4$, $p^2 + 2p$
4. $x^2 - 4$, $x^3 - 8$
5. $(x - 1)^2$, $x^3 - 1$
6. $a^2 + 2a + 1$, $a^2 + 3a + 2$
7. $x^2 + x - 2$, $x^2 - 4x + 3$
8. $a^2 - ab - 2b^2$, $a^2 - 5ab + 6b^2$
9. $x^2 - 18x + 45$, $x^2 - 26x + 165$, $x^2 - 14x + 33$
10. $3x^2 - 13x + 14$, $x^2 - 4$, $3x^2 - x - 14$

7.2. பகுதி எண்கள் வித்தியாசமாக அமைந்த பின்னக் கோவைகளில் கூட்டல், கழித்தல் செய்கைகள்.

படி 1: பகுதிக் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துதல்.

படி 2: அவற்றின் பொ.ம.சி காணுதல்.

படி 3: ஒவ்வொரு பின்னத்தையும் பொதுப் பகுதி எண்ணுடனான கோவைகளாக எழுதுதல்.

படி 4: தொகுதியைச் சுருக்குதல்.

படி 5: தொகுதிக் கோவையைக் காரணிப்படுத்த முடியுமானால் காரணிப்படுத்துதல்.

படி 6: பகுதி தொகுதிகளில் பொதுக் காரணிகளைச் சுருக்குதல்.

உ-ம்: 1. சுருக்குக. $\frac{1}{x+3}+\frac{3}{x^2-9}$

$x^2-9 \quad = (x-3)(x+3)$

$\therefore$ பொ.ம.சி $\quad = (x+3)(x-3)$

$$\frac{1}{x+3}+\frac{3}{(x+3)(x-3)} = \frac{1(x-3)+3}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{x-3+3}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{x}{(x+3)(x-3)}$$

உ-ம்: 2. சுருக்குக. $\frac{1}{x^2+3x+2}+\frac{1}{x^2+5x+6}$

$$\frac{1}{x^2+3x+2}+\frac{1}{x^2+5x+6} = \frac{1}{(x+1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+3)}$$

$$= \frac{1(x+3)+1(x+1)}{(x+1)(x+2)(x+3)}$$

$$= \frac{x+3+x+1}{(x+1)(x+2)(x+3)}$$

$$= \frac{2x+4}{(x+1)(x+2)(x+3)}$$

$$= \frac{2(x+2)}{(x+1)(x+2)(x+3)}$$

$$= \frac{2}{(x+1)(x+3)}$$ [தொகுதி, பகுதியை $(x+2)$ ஆல் வகுப்பதால்]

உ-ம்: 3. சுருக்குக. $\frac{x}{x^2-3x+2}-\frac{x+3}{x^2-1}$

$$\frac{x}{x^2-3x+2}-\frac{x+3}{x^2-1} = \frac{x}{(x-1)(x-2)}-\frac{x+3}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{x(x+1)-(x+3)(x-2)}{(x-1)(x-2)(x+1)}$$

$$= \frac{x^2+x-(x^2+x-6)}{(x-1)(x-2)(x+1)}$$

$$= \frac{x^2+x-x^2-x+6}{(x-1)(x-2)(x+1)}$$

$$= \frac{6}{(x-1)(x-2)(x+1)}$$

பயிற்சி 29

1. சுருக்குக.

1. $\frac{2}{3x}+\frac{3}{4x}$
2. $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-1}$
3. $\frac{2}{2-x}+\frac{4}{4-x}$
4. $\frac{x-2}{4}-\frac{x-3}{6}$
5. $\frac{2}{x^2+x}-\frac{1}{x^2+3x+2}$
6. $\frac{1}{x^2+x}+\frac{1}{x^2+3x+2}$
7. $\frac{1}{x(x+3)}+\frac{1}{x^2+5x+6}$
8. $\frac{1}{x^2-x}+\frac{1}{x^2-3x+2}+\frac{1}{x^2-2x}$

பயிற்சி 30

சுருக்குக.

1. $\frac{b}{a+b}+\frac{b}{a^2-b^2}$

2. $\frac{5a}{a^2-16}-\frac{1}{a+4}$

3. $\frac{3}{x^2-4}+\frac{1}{(x+2)^2}$

4. $\frac{3b}{(b+1)^2}-\frac{2}{b+1}$

5. $\frac{2a^2}{a^2-b^2}-\frac{2a^2}{a^2+ab}$

6. $\frac{6}{x^2-2x-8}-\frac{1}{x^2+5x+6}$

7. $\frac{7}{x^2+13x+30}+\frac{1}{x^2+5x+6}$

8. $\frac{x-3}{x^2-3x-4}-\frac{x-1}{x^2-x-2}$

9. $\frac{3}{2+2x}-\frac{4}{3-3x}+\frac{5}{4-4x}$

10. $\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-c)(b-a)}$

11. $\frac{2y}{4-y^2}-\frac{1}{y-2}-\frac{1}{2+y}$

12. $\frac{5}{3+y}-\frac{2}{3-z}+\frac{6(1-z)}{z^2-9}$

13. $\frac{2x-1}{x^2+x}+\frac{2x+1}{x^3-x}-\frac{4x+2}{x-x^3}$

14. $\frac{3-2z}{3+2z}+\frac{2z+3}{2z-3}+\frac{12}{4z^2-9}$

7.3. பகுதியும் தொகுதியும் கோவைகளாக அமைந்த பின்னங்களைச் சுருக்குதல், பெருக்குதல், வகுத்தல்.

படி 1: பகுதி தொகுதிக் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துக.

படி 2: பகுதியிலும் தொகுதியிலும் உள்ள பொதுக் காரணிகளைச் சுருக்குக.

படி 3: எஞ்சிய கணியங்களைக் காரணிகளின் பெருக்கமாகவே எடுத்துரைக்க.

உ-ம்: 1. சுருக்குக: $\frac{18p^4}{27q^2}$

$$= \frac{2p^4}{3q^2}$$

உ-ம்: 2. சுருக்குக: $\frac{ab}{a^2b^2 - ab}$

$$= \frac{ab}{ab(ab-1)}$$

$$= \frac{1}{ab-1}$$

உ-ம்: 3. $\frac{x^2+2x-3}{x^2-2x-15}$

$$= \frac{(x-1)(x+3)}{(x+3)(x-5)}$$

$$= \frac{x-1}{x-5}$$

உ-ம்: 4. $\frac{(x-3)(x^2-5x+4)}{(x-1)(x^2-2x-3)}$

$$= \frac{(x-3)(x-1)(x-4)}{(x-1)(x-3)(x+1)}$$

$$= \frac{x-4}{x+1}$$

உ-ம்: 5. $\frac{x^2-7x+10}{(x-4)^2} \times \frac{x^2-7x+12}{(x-5)}$

$$= \frac{(x-5)(x-2)}{(x-4)(x-4)} \times \frac{(x-4)(x-3)}{(x-5)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3)}{(x-4)}$$

உ-ம்: 6. $\frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2} \div \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$

$$= \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{a^2+ab+b^2} \times \frac{a^2+b^2}{(a-b)(a+b)}$$

$$= \frac{a^2+b^2}{a+b}$$

பயிற்சி 31

எளிய வடிவில் சுருக்குக.

1. $\dfrac{42kl^3n^3}{210k^4l^2n}$

2. $\dfrac{3a^2+3ab}{4ab+4b^2}$

3. $\dfrac{a^2-5a+6}{a^2-6a+9}$

4. $\dfrac{3x^3-24}{2x^2+6x-20}$

5. $\dfrac{(x-3)(x^2-5x+4)}{(x-4)(x^2-2x-3)}$

6. $\dfrac{(x^2-3x+2)(x^2-9x+14)}{(x-7)(x^2-3x+2)}$

7. $\dfrac{7y^2}{5xy^3}\times\dfrac{25y^2}{14xy}$

8. $\dfrac{x^2}{2a+3}\times\dfrac{6a^2+9a}{4x^4}$

9. $\dfrac{3xy^2}{4yz}\times\dfrac{5z^3x}{7x^2y}\div\dfrac{45x^3y^3z}{14xy^3z^2}$

10. $\dfrac{3x^2+14x-5}{x^2-3x+2}\div\dfrac{3x^2+2x-1}{2x^2-3x-2}$

11. $\dfrac{x^2+7x+12}{x^2+9x+20}\times\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+5x+6}$

12. $\dfrac{x^3+9x^2+20x}{x^2+5x+4}\div\dfrac{x^2+7x+10}{x^2+3x+2}$

13. $\dfrac{4x^2+x-14}{6x-14}\times\dfrac{4x^2}{x^2-4}\times\dfrac{x-2}{4x-7}\div\dfrac{2x^2+4x}{3x^2-x-14}$

14. $\dfrac{x^3-8}{(x^3+2x^2+4x)(x^2-4)}\div\dfrac{6-5x+x^2}{(2-x)^2(2x-4)}$

08

இணைகரம், முக்கோணி என்பவற்றின் பரப்பளவுகள்

பாட உள்ளடக்கம்: குத்துயரம், அடி, ஒரே சமாந்தரக் கோடுகளுக்கு இடையில் அமைந்துள்ள தள உருக்கள், தள நேர்கோட்டு உருக்களின் பரப்பளவு, முக்கோணிகளின் பரப்பளவு.

பாட வேளை : 12

இந்தப் படிமுறையில் மாணாக்கர் நான்கு தேற்றங்களின் முறையான நிறுவல்களை அறிந்திருக்க வேண்டும் என எதிர்பார்க்கப்படுகிறது.

அவையாவன:

1. ஒரே அடியிலும் ஒரே இரு சமாந்தர நேர்கோடுகளுக்கு இடையிலும் உள்ள இரண்டு இணைகரங்கள் சம பரப்பளவுடையன.
2. ஒரு முக்கோணியும் ஓர் இணைகரமும் ஒரே அடியிலும் ஒரேஇரு சமாந்தர நேர்கோடுகளுக்குமிடையில் இருந்தால் முக்கோணியின் பரப்பளவு இணைகரத்தின் பரப்பளவின் அரைப்பங்காகும்.
3. ஒரே அடியிலும் ஒரேஇரு சமாந்தர நேர்கோடுகளுக்கு இடையிலுமுள்ள இரு முக்கோணிகள் சமபரப்பளவுடையன.
4. ஒரே நேர்கோட்டில் அடிகளைக் கொண்டதும் பொது உச்சியைக் கொண்டதுமான முக்கோணிகளின் பரப்பளவு அவற்றின் அடிகளுக்கு விகிதசமமானவை.

மேலும் இவற்றின் உப தேற்றங்களான பின்வரும் நான்கு தேற்றங்களினதும் கருத்துணர்வுகளைப் பிரயோகித்துப் பிரச்சினங்களைத் தீர்க்கத் தெரிந்திருத்தல் வேண்டும்.

அவையாவன:

1. ஒரே அடியிலும் ஒரேஇரு சமாந்தர நேர்கோடுகளுக்கு இடையிலும் உள்ள ஓர் இணைகரமும் ஒரு செவ்வகமும் சமபரப்பளவுடையன.

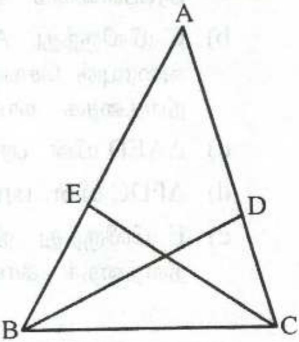
2. சம அடிகளிலும் ஒரேஇரு சமாந்தர நேர்கோடுகளுக்கு இடையிலும் உள்ள இரண்டு இணைகரங்கள் சம பரப்பளவுடையன.
3. சம அடிகளிலும் ஒரேஇரு சமாந்தர நேர்கோடுகளுக்கு இடையிலும் உள்ள இரு முக்கோணிகள் சம பரப்பளவுடையன.
4. ஒரு நேர்கோட்டின் ஒரு பக்கத்தில் ஒரே அடியிலுள்ள சமபரப்பளவுடைய இரு முக்கோணிகள் இரு சமாந்தர நேர்கோடுகளுக்கு இடையில் அமையும்.

இவற்றை மாணாக்கர் பாடப் புத்தகத்திலிருந்து கற்றுக் கொள்ளலாம்.

பயிற்சி 32

குறிப்பு: $\Delta ABC = \Delta DEF$ என்பது முக்கோணி ABC யின் பரப்பளவு முக்கோணி DEF இன் பரப்பளவுக்குச் சமன் என்பதைக் கருதும்.

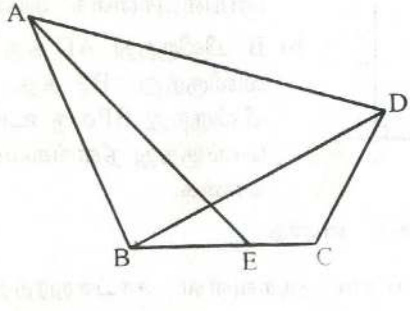
1.



படத்தில் $\Delta BEC = \Delta BDC$. முழு உருவிலிருந்தும் ஒவ்வொரு முக்கோணியையும் தனித்தனியே எடுப்பதால் என்ன நிகழும்?

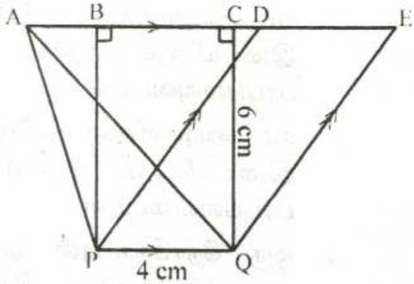
$\Delta AEC = \Delta ADB$. எனக் கூறலாமா?

2.



படத்தில் $\Delta ABE = \Delta BCD$. நாற்பக்கல் AECD யின் பரப்பளவுக்குச் சமனான பரப்பளவுள்ள முக்கோணி ஒன்றைப் படத்தில் இனங்காண்க.

3. படத்தில் ABCDE என்பது PQ வுக்குச் சமாந்தரமான ஒரு நேர்கோடு.



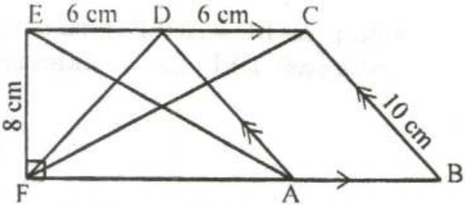
a) இணைகரம் PQED யின் பரப்பளவைக் காண்க.

b) ΔAPQ வின் பரப்பளவைக் காண்க.

c) QE = 8 cm ஆயின் Q விலிருந்து PD க்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளத்தைக் காண்க.

d) AQ = 7.5 cm எனில் P யிலிருந்து AQ வுக்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளத்தைக் காண்க.

4. படத்தில்,



a) ABCD யின் பரப்பளவைக் காண்க.

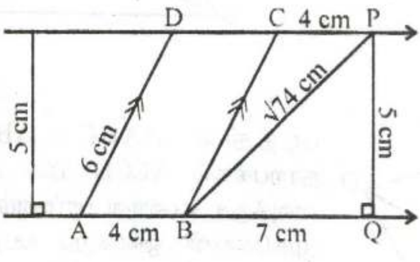
b) C யிலிருந்து AD க்கு வரையுஞ் செங்குத்தின் நீளத்தைக் காண்க.

c) ΔAED யின் பரப்பளவைக் காண்க.

d) ΔFDC யின் பரப்பளவைக் காண்க.

e) E யிலிருந்து நீட்டப்படும் AD க்கு வரையுஞ் செங்குத்தின் நீளத்தைக் காண்க.

5.



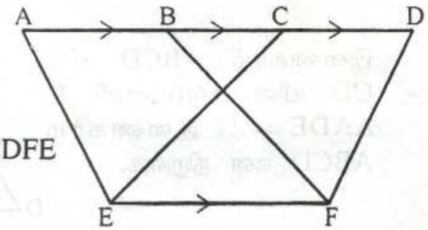
a) படத்தில் ABCD, ΔBPQ, ΔBCP ஆகியவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

b) B யிலிருந்து AD க்கு, Q விலிருந்து BP க்கு, C யிலிருந்து BPக்கு உள்ள செங்குத்து நீளங்களைக் காண்க.

c) AQPD யின் பரப்பளவைக் காண்க.

6. மூலைவிட்டங்கள் 5 cm, 6 cm ஆகவுள்ள சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

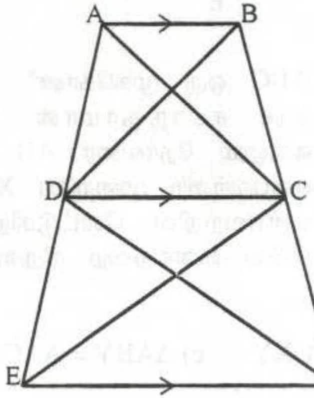
1.



படத்தில் AB = CD

சரிவகம் ABFE = சரிவகம் CDFE என நிறுவுக.

2.

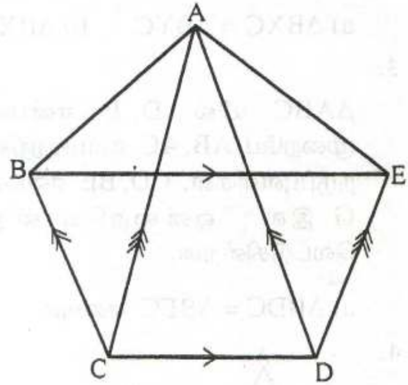


படத்தில்,

a) ΔACE = ΔBDF என நிறுவுக.

b) AB யில் X ஐயும் EF இல் Y ஐயும் குறித்து நாற்பக்கல் XDYC = ΔBDF என நிறுவுக.

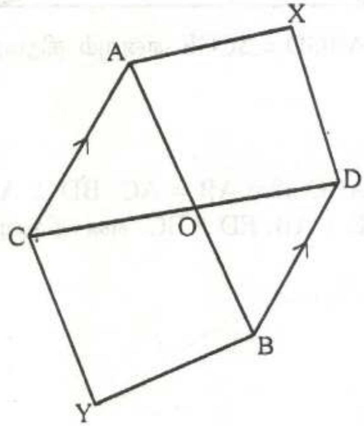
3.



படத்தில்,

ΔABC = ΔAED என நிறுவுக.

4.

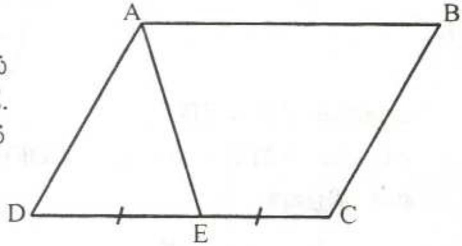


படத்தில் AB, CD என்ற வரைகள் ஒன்றையொன்று O வில் வெட்டுகின்றன. AC // DB. AODX, COBY என்பன இணைகரங்கள். இணைகரம் AODX = இணைகரம் COBY என நிறுவுக.

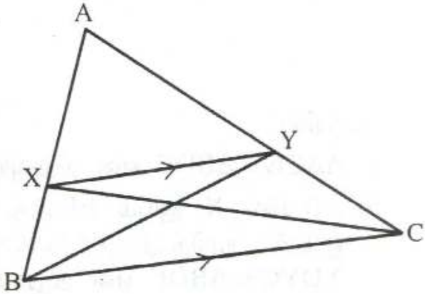
பயிற்சி 34

1\.

இணைகரம் ABCD யில் CD யின் நடுப்புள்ளி E. $\Delta ADE = \frac{1}{4}$ இணைகரம் ABCD என நிறுவுக.



2\.

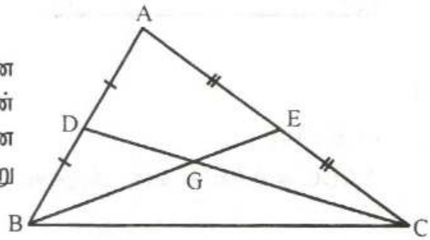


ABC ஒரு முக்கோணி. BC க்கு சமாந்தரமான XY என்னும் நேர்வரை AB, AC என்பவற்றை முறையே X, Y என்பவற்றில் வெட்டுகிறது. பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

a) $\Delta BXC = \Delta BYC$ b) $\Delta BXY = \Delta CXY$ c) $\Delta ABY = \Delta ACX$

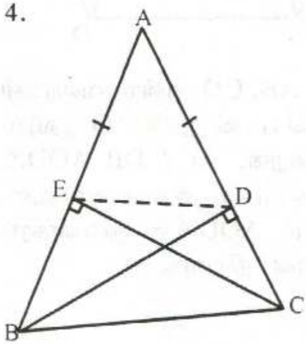
3\.

ΔABC யில் D, E என்பன முறையே AB, AC என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகள். CD, BE என்பன G இல் ஒன்றையொன்று வெட்டுகின்றன.



a) $\Delta BDC = \Delta BEC$ எனவும் b) $\Delta BGD = \Delta CGE$ எனவும் நிறுவுக.

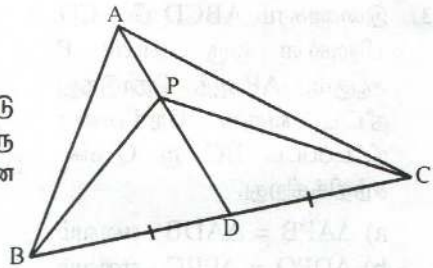
4\.



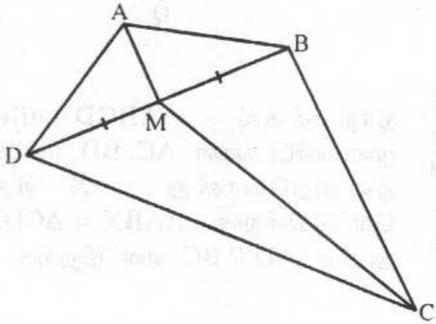
ΔABC யில் AB = AC. BD ⊥ AC. CE ⊥ AB. ED // BC என நிறுவுக.

5.

ΔABC யில் ஒரு மையக்கோடு AD. AD யில் யாதாவது ஒரு புள்ளி P. ΔAPB = ΔAPC என நிறுவுக.



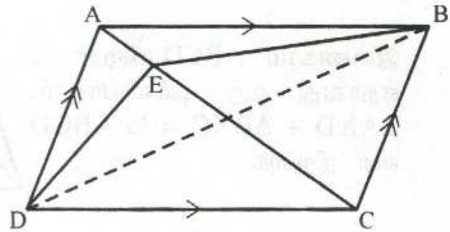
6.



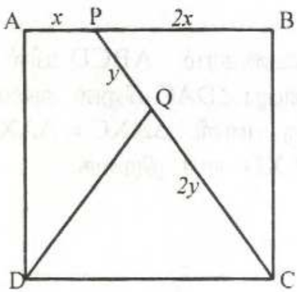
நாற்பக்கல் ABCD யில் ஒரு மூலைவிட்டம் BD. M என்பது BD யின் நடுப்புள்ளி. நாற்பக்கல் AMCB = நாற்பக்கல் AMCD என நிறுவுக.

பயிற்சி 35

1. இணைகரம் ABCD யின் மூலைவிட்டம் AC யில் யாதுமோர் புள்ளி E ஆகும். ΔADE = ΔABE என நிறுவுக. (உதவி: BD ஐத் தொடுக்க)



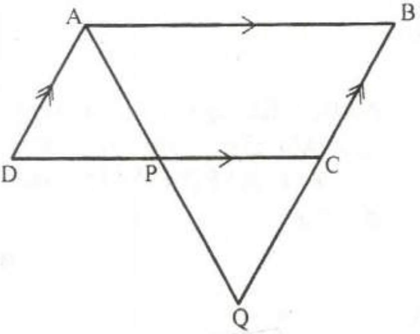
2.



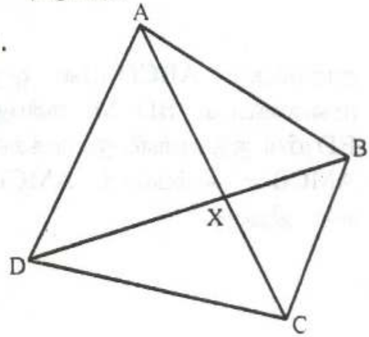
ABCD என்பது ஒரு சதுரம். P என்பது AP = ⅓ AB ஆக AB யில் உள்ள ஒரு புள்ளி. Q என்பது PQ = ⅓ PC ஆக PC யில் உள்ள ஒரு புள்ளி. நாற்பக்கல் APQD = ⅓ ABCD என நிறுவுக.

3. இணைகரம் ABCD யில் CD யிலுள்ள ஒரு புள்ளி P ஆகும். AP ஐத் தொடுத்து நீட்ட வரும் நேர்வரை நீட்டப்பட்ட BC ஐ Q வில் சந்திக்கிறது.

a) $\Delta APB = \Delta ADB$ எனவும்
b) $\Delta DPQ = \Delta PBC$ எனவும்
நிறுவுக.



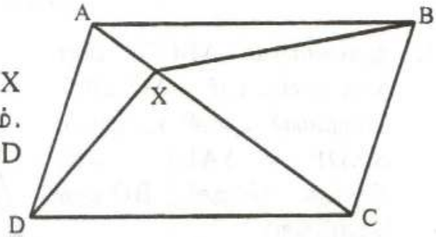
4.



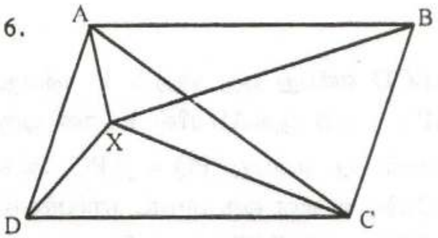
நாற்பக்கல் ABCD யில் மூலைவிட்டங்கள் AC, BD என்பன ஒன்றையொன்று X இல் வெட்டுகின்றன. $\Delta ABX = \Delta CDX$ ஆயின் AD // BC என நிறுவுக.

5.

இணைகரம் ABCD யினுள் X ஏதாவது ஒரு புள்ளியாகும். $\Delta AXD + \Delta BXC = ½$ ABCD என நிறுவுக.



6.

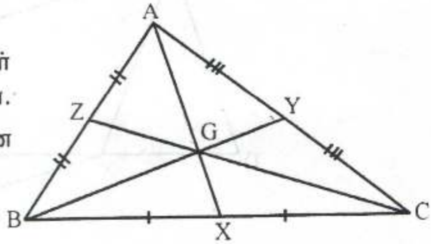


இணைகரம் ABCD யில் X என்பது $\angle DAC$ யினுள் அமைந்த ஒரு புள்ளி. $\Delta AXC = \Delta AXB - \Delta AXD$ என நிறுவுக.

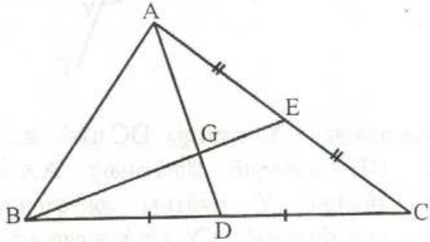
பயிற்சி 36

1.

ΔABC யில் மையக் கோடுகள் மூன்றும் G இல் சந்திக்கின்றன. $\Delta GAB = \Delta GBC = \Delta GAC$ என நிறுவுக.



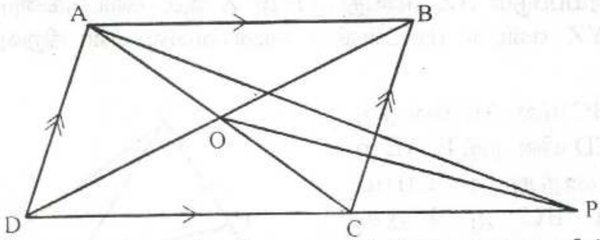
2.



ΔABCயில் மையக்கோடுகள் AD, BE என்பன G இல் வெட்டுகின்றன.

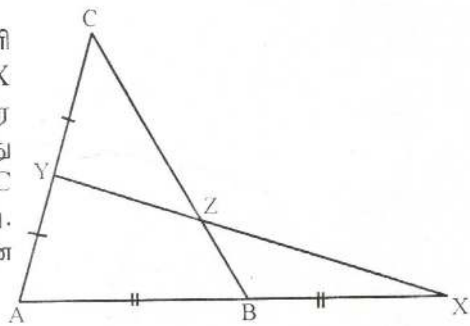
$\Delta BAG =$ நாற்பக்கல் CDGE என நிறுவுக.

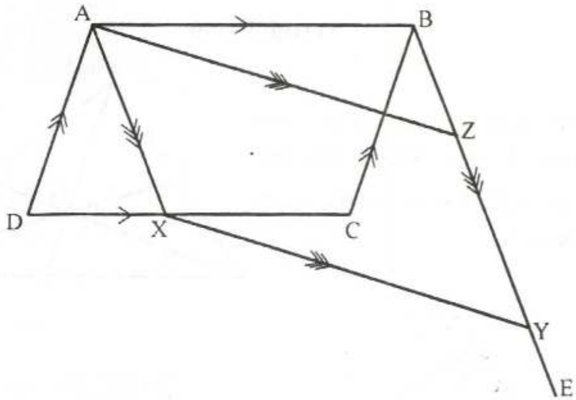
3.



ABCD என்னும் ஓர் இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று O வில் வெட்டுகின்றன. P என்பது நீட்டப்பட்ட DC யில் உள்ள யாதுமொரு புள்ளி. $\Delta DOP - \Delta APO = \frac{1}{4}$ இணைகரம் ABCD என நிறுவுக.

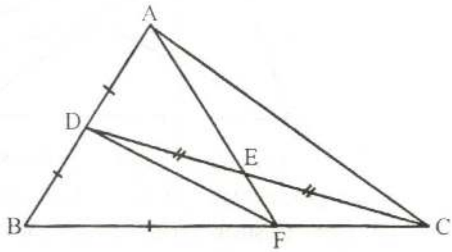
4. ABC என்னும் முக்கோணி யில் AB என்பது $AB = BX$ ஆகும்வண்ணம் X வரை நீட்டப்படுகிறது. Y என்பது AC யின் நடுப்புள்ளி. XY, BC ஐ Z இல் வெட்டுகிறது. $\Delta ABZ = \Delta AZY$ என நிறுவுக.





5 ABCD என்பது ஓர் இணைகரமாகும். X என்பது DC யில் உள்ள யாதுமொரு புள்ளியாகும். BE என்னும் நேர்வரை AX க்கு சமாந்தரமாக வரையப்பட்டுள்ளது. Y என்பது அச்சமாந்தர நேர்கோட்டிலுள்ள யாதுமொரு புள்ளியாகும். XY க்குச் சமாந்தரமாக வரையப்படும் AZ என்பது YB ஐ Z இல் வெட்டுகின்றது. ABCD, AXYZ என்பன பரப்பளவில் சமனானவை என நிறுவுக.

6. ΔABC யில் AB யின் நடு D. CD யின் நடு E. AE ஐ இணைத்து நீட்டப்பட அது BC ஐ F இல் வெட்டினால் ΔDFB = ΔAFC என நிறுவுக.



09

சதவீதம்

பாட உள்ளடக்கம் : கடன்கள், வாடகைக் கொள்வனவு, கூட்டு வட்டி.
பாட வேளை : 06

9.1. கடன்கள்:

மனிதனது தேவைகள் பல. அவன் அவற்றை அடைவதற்குப் பணம் செலவிட நேரிடுகிறது. அவன் உணவு, சுகாதாரம், ஆடை அணிகள், போக்குவரத்து என்பவற்றுக்குச் செலவிடும் செலவுகள் மடங்குகின்ற செலவுகள் எனவும், வியாபாரம் ஆரம்பிப்பது, காணிக் கொள்வனவு செய்வது, வாகனம் கொள்வனவு செய்வது என்பவற்றுக்குச் செலவிடும் செலவுகள் மூலதனச் செலவுகள் எனவும் வகைப்படுத்தப்படும்.

மூலதனச் செலவுகளுக்கு பணத்தட்டுப்பாடு ஏற்படும்போது வங்கிகளிலிருந்து பணம் பெறலாம். இவை நீண்டகாலக் கடன்கள் ஆகும். இவ்வகைக் கடன்கள் தவணை முறையிலேயே தீர்க்கப்படுகின்றன. இவற்றுக்கு வங்கிகள் கடனில் எஞ்சியிருக்கும் மீதிக்கே வட்டி அறவிடுகின்றன.

உ-ம் : ஒருவன் முச்சக்கர வண்டி ஒன்றைக் கொள்வனவு செய்வதற்காக வங்கி ஒன்றிலிருந்து ரூபா 240 000 ஐ கடன் பெற்றான். இதற்காக 10% ஆண்டு வட்டி செலுத்தப்பட வேண்டியதோடு கடன்தொகை வட்டியோடு 20 சம மாதத் தவணைகளிற் செலுத்தப்பட வேண்டும். ஒரு மாதக் கட்டணம் எவ்வளவு?

மாதம் ஒன்றில் செலுத்தப்படவேண்டிய

கடன் தொகையின் பகுதி $= \text{ரூபா } \frac{240000}{20}$

ரூபா $\frac{240000}{20}$ க்கு மாதம் ஒன்றிற்குச்

செலுத்தப்பட வேண்டிய வட்டி $= \text{ரூபா } \frac{240000}{20} \times \frac{10}{100} \times \frac{1}{12}$

$= \text{ரூபா } 100$

வட்டி செலுத்தப்பட வேண்டிய மாத

அலகுகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{20}{2}(1+20)$

$= 210$

மொத்தமாகச் செலுத்தப்பட
வேண்டிய வட்டி = ரூபா 100×210

= ரூபா 21000

மீளச் செலுத்தப்பட வேண்டிய
மொத்தம் = ரூ. 240000 + ரூ. 21000

= ரூபா 261000

∴ தவணைக் கட்டணம் = ரூபா $\frac{261000}{20}$

= ரூபா 13050

9.2. வாடகைக் கொள்வனவு:

எமக்குத் தேவையான பொருட்களை அத்தியாவசியப் பொருட்கள், ஆடம்பரப் பொருட்கள் என இரு தொகுதிகளாகப் பிரிக்கலாம். ஆடம்பரப் பொருட்கள் எனக் குறிப்பிடப்படுபவை அவரவர் தரத்தைப் பொறுத்து அத்தியாவசியப் பொருட்களாகவும் அமையலாம்.

இவற்றுக்கு குளிரூட்டி, சலவை இயந்திரம், நுண்சூடாக்கி என்பவை உதாரணமாகும். இவ்வகைப் பொருட்களைச் சந்தைப்படுத்தும் சில வியாபார ஸ்தாபனங்கள், கைப்பணத்திற்கு வாங்க முடியாத நுகர்வோர் முதலில் பொருளின் விலையில் ஒரு பகுதியைச் செலுத்தி எஞ்சியதைத் தவணைப் பணமாகச் செலுத்தலாம் என விளம்பரம் செய்யும். ஆனால் செலுத்தும் எஞ்சிய பணத்திற்குக் குறையும் நிலுவையில் வட்டியும் அறவிடப்படும். இம்முறை வாடகைக் கொள்வனவு முறை அல்லது இலகுவான செலுத்துதல் முறை எனக் கூறப்படும்.

உ-ம் : சலவை இயந்திரம் ஒன்று கைப்பணத்திற்கு ரூபா 36000 ற்கு விற்கப்படுகிறது. அதனை, முதலில் ரூபா 10000 உம் எஞ்சிய தொகையை வட்டியுடன் சமனான 13 மாதக் கட்டணங்களாகச் செலுத்தியும் வாங்கலாம். கடனுக்காக மாதம் ஒன்றிற்கு 4.5% வட்டி அறவிடப்படுகிறது எனின் மாதக் கட்டணம் ஒன்றின் பெறுமானம் எவ்வளவு?

கடனில் எஞ்சிய தொகை = ரூபா (36000 − 10000)
= ரூபா 26000

மாதம் ஒன்றில் கடன் தொகையில்

செலுத்தப்படும் பகுதி = ரூபா $\frac{26000}{13}$

மாத அலகுகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{13}{2}(1+13)$

$= \frac{13}{2} \times 14$

$= 91$

∴ செலுத்த வேண்டிய

மொத்த வட்டி = ரூபா $\left(\frac{26000}{13} \times \frac{4.5}{100} \times 91\right)$

= ரூபா 8190

∴ செலுத்த வேண்டிய
மொத்தப் பணம் = ரூபா (26000 + 8190)
= ரூபா 34190

∴ மாதக் கட்டணம் = ரூபா $\left(\frac{34190}{13}\right)$

= ரூபா 2630

9.3. வட்டி வீதத்தைக் கணித்தல்:

ஒரு வியாபார நிலையத்தில் கைப்பணத்திற்கு ரூபா 32400 ஆக விற்கப்படும் வர்ணத் தொலைக்காட்சிப்பெட்டி ஒன்றை வாடகைக் கொள்வனவு முறையில் முதலில் ரூபா 10000 உம் மீதியை ரூபா 1900 வீதம் சமனான 14 மாதக் கட்டணங்களாகச் செலுத்தியும் வாங்கலாம். குறிப்பிட்ட வியாபார நிலையம் அறவிடும் ஆண்டு வட்டி வீதம் எவ்வளவு?

முதற் கட்டணம் செலுத்திய பின்
எஞ்சிய தொகை = ரூபா (32400 − 10000)
= ரூபா 22400

அக்கடனில் ஒரு மாதம்

கட்ட வேண்டிய பகுதி $= \text{ரூபா } \frac{22400}{14} = \text{ரூபா } 1600$

மாத அலகுகள் $= \frac{14}{2}(1+14) = 105$

ரூபா *1900* வீதம் *14* மாதங்களில்
செலுத்தப்படும் தொகை $= \text{ரூபா } (1900 \times 14)$
$= \text{ரூபா } 26600$

∴ வட்டியாகச் செலுத்தப்படும்
தொகை $= \text{ரூபா } (26600 - 22400)$
$= \text{ரூபா } 4200$

மாத அலகு ஒன்றிற்கான வட்டி $= \text{ரூபா } \frac{4200}{105} = \text{ரூபா } 40$

ஆண்டு வட்டி வீதம் $= \frac{100 \times 40}{1600 \times \frac{1}{12}}$

$= \frac{100 \times 40 \times 12}{1600 \times 1}$

$= 30\%$

9.4. கூட்டு வட்டி:

ஒருவன் கடன்பட்ட பணத்திற்கு ஒவ்வொரு ஆண்டின் இறுதியிலும் கொடுக்கவேண்டிய வட்டியைக் கொடுக்காது, அதனை அடுத்த ஆண்டு முதலுடன் சேர்த்து அதனையும் கடனாகக் கருதி வட்டி கணிக்கப்படும் முறை கூட்டுவட்டிமுறை எனப்படும்.

உ-ம் : ரூபா 5000 ஐ 10% கூட்டு வட்டிக்குக் கடன் பெறும் ஒருவன் இரண்டு ஆண்டு முடிவில் கடனை அடைக்கச் செலுத்த வேண்டிய தொகை என்ன?

முதல் $= \text{ரூபா } 5000$

முதலாண்டு வட்டி $= \text{ரூபா } \left(5000 \times \frac{10}{100}\right)$

$= \text{ரூபா } 500$

$\therefore$ இரண்டாம் ஆண்டு முதல் $=$ ரூபா $5000 +$ ரூபா 500

$=$ ரூபா 5500

இரண்டாம் ஆண்டு வட்டி $=$ ரூபா $\left(5500 \times \frac{10}{100}\right)$

$=$ ரூபா 550

$\therefore$ இரண்டாம் ஆண்டு முடிவில்
கடனை அடைக்கச் செலுத்த
வேண்டிய மொத்தம் $=$ ரூபா $5500 +$ ரூபா 550

$=$ ரூபா 6050

இதனை வேறொரு முறையிலும் கணிக்கலாம். ஒவ்வொரு ரூபா 100 உம் ஓராண்டு முடிவில் வட்டியுடன் சேர்த்து ரூபா 110 ஆகும்.

$\therefore$ 2 ஆண்டு முடிவில் செலுத்தவேண்டிய மொத்தம்

$=$ ரூபா $\left(5000 \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}\right)$

$=$ ரூபா 6050

பயிற்சி 37

1. நாம் வங்கிகளில் கடன் வாங்கி தவணை முறையில் பணம் செலுத்தினால் எஞ்சியிருக்கும் மீதியிலேயே வட்டி கணிக்கப்படுகிறது. இம்முறையில் உள்ள நன்மைகள் என்ன?

2. ஒருவன் 12 சமனான மாதக் கட்டணங்களாகச் செலுத்த உடன்பட்டு, வங்கி ஒன்றிலிருந்து ரூபா 12000 கடன் பெற்றான். வட்டி குறையும் நிலுவையில் வருடம் 12% ஆகும்.
   1. கடனில் ஒரு மாதம் கட்டவேண்டியது எவ்வளவு?
   2. மாத அலகுகள் எத்தனை?
   3. வட்டி எவ்வளவு?
   4. மீளச் செலுத்தப்படவேண்டிய தொகை எவ்வளவு?
   5. ஒருமாதக் கட்டுப்பணம் எவ்வளவு?

3. ஒருவர் குறிப்பிட்ட நிதி நிறுவனம் ஒன்றிலிருந்து ரூபா 60000 ஐக் கடனாகப் பெற்றார். இக்கடனையும் வட்டியையும் சம பெறுமானம் கொண்ட 36 மாதாந்தத் தவணைகளில் கட்டிமுடிக்க ஒப்புக்கொண்டார். வட்டி குறையும் நிலுவையில் 6% ஆகும்.

1. ஒரு மாதத்தில் செலுத்தப்படும் கடன்பணம் எவ்வளவு?
2. ஒரு மாதக் கடன்பணத்துக்கான ஒரு மாத வட்டி எவ்வளவு?
3. வட்டி கணிக்கப்பட வேண்டிய மாத அலகுகள் எத்தனை?
4. மொத்த வட்டி எவ்வளவு?
5. ஒரு மாதக் கட்டுப்பணம் எவ்வளவு?

4. ஒருவன் சமமாதத் தவணைக் கட்டணங்களாக 5 வருடங்களில் செலுத்த உடன்பட்டு வங்கி ஒன்றிலிருந்து ரூபா 300 000 கடன் பெற்றான். வட்டி குறையும் நிலுவையில் 10% எனில் ஒருமாதக் கட்டுப்பணம் எவ்வளவு?

5. ஒருவன் சமமாதத் தவணைக் கட்டணங்களாக 5 வருடங்களில் செலுத்த உடன்பட்டு வங்கி ஒன்றிலிருந்து ரூபா 1 000 000 கடன் பெற்றான். வங்கி குறையும் நிலுவையில் 7.2% வட்டி அறவிடுகிறது. அவன் அதை 5 வருட முதிர்வின் போது 7.2% தனிவட்டி தரும் ஒரு நிதி நிறுவனத்தில் வைப்புச் செய்கிறான்.
   1. கடனில் வங்கிக்கு ஒருமாதம் கட்டவேண்டியது எவ்வளவு?
   2. மாத அலகுகள் எத்தனை?
   3. வட்டி எவ்வளவு?
   4. வங்கிக்குச் செலுத்த வேண்டிய மொத்தப்பணம் எவ்வளவு?
   5. நிதி நிறுவனத்திலிருந்து 5 வருட முடிவில் அவன் பெறும் பணம் எவ்வளவு?
   6. இத்தொழிற்பாட்டினால் அவன் அடையும் இலாபம் எவ்வளவு?

6. சேந்தன் பெற்றுக்கொண்ட வீடமைப்புக் கடன் ரூபா 1200 000 ஐ குறையும் நிலுவையில் 6% வட்டியுடன் 10 வருடங்களில் மாதாந்தத் தவணைப் பணமாகக் கட்டிமுடிக்க வேண்டும். ஒருமாதக் கட்டுப்பணம் எவ்வளவு?

பயிற்சி 38

1. வாடகைக் கொள்வனவு முறையில் பொருட்களைக் கொள்வனவு செய்வதில் நுகர்வோருக்கு ஏற்படக்கூடிய நன்மைகளையும் தீமைகளையும் அட்டவணைப்படுத்துக.

2. ஒரு வியாபார நிறுவனத்திலிருந்து ரூபா 24000 விலையுள்ள வர்ணத் தொலைக்காட்சிப்பெட்டியை தவணை முறையில் பணம் செலுத்தியும் வாங்கலாம். 2 வருடத்திற்கு சம தவணைப்பணமாகக் கட்ட உடன்படின் குறையும் நிலுவையில் 10% வட்டி அறவிடப்படும்.

   1. கடனில் ஒருமாதம் கட்டவேண்டியது எவ்வளவு?
   2. அதற்குரிய மாதவட்டி எவ்வளவு?
   3. மாத அலகுகள் எத்தனை?
   4. வட்டி எவ்வளவு?
   5. கட்டவேண்டிய மொத்தப் பணம் எவ்வளவு?
   6. ஒருமாதக் கட்டுப்பணம் எவ்வளவு?

3. கைப்பணத்திற்கு ரூபா 18000 ற்கு வாங்கக்கூடிய சலவை இயந்திரத்தை முதலில் ரூபா 3000 செலுத்தி எஞ்சியதை 30 மாதங்களில் சமதவணைப் பணமாகச் செலுத்தியும் வாங்கலாம். வட்டி குறையும் நிலுவையில் 12% ஆயின் பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

   1. முதலில் பணம் செலுத்தியபின் எஞ்சிய தொகை.
   2. கடனில் ஒருமாதக் கட்டுப்பணம்.
   3. மாத அலகுகள்.
   4. செலுத்தப்பட வேண்டிய வட்டி.
   5. ஒருமாதக் கட்டுப்பணம்.

4. ஒருவன் ரூபா 20000 விலையுள்ள குளிர்சாதனப் பெட்டியை வாடகைக் கொள்வனவுமுறையில் வாங்க விரும்புகின்றான். அதற்கு முதலில் ரூபா 6500 செலுத்தி பொருளை எடுத்து எஞ்சியதைக் குறையும் நிலுவையில் 12% வட்டியுடன் 18 மாதங்களுக்கு மாதாந்தம் செலுத்தலாம்.

   1. முதலில் பணம் செலுத்தியபின் எஞ்சிய தொகை எவ்வளவு?
   2. கடனில் ஒருமாதக் கட்டுப்பணம் எவ்வளவு?
   3. மாத அலகுகள் எத்தனை?
   4. செலுத்தப்படவேண்டிய வட்டி எவ்வளவு?
   5. ஒருமாதக் கட்டுப்பணம் எவ்வளவு?

5. ஒருவன் ரூபா 2 500 000 விலையுள்ள கார் ஒன்றை வாடகைக் கொள்வனவு முறையில் வாங்க விரும்புகின்றான். அதற்கு முதலில் ரூபா 1 000 000 ஐச் செலுத்தி எஞ்சியதைக் குறையும் நிலுவையில் 5 வருடங்களுக்கு மாதாந்தம் தவணைப்பணம் செலுத்தியும் வாங்கலாம்.

   1. முதற் கொடுப்பனவின்பின் எஞ்சிய தொகை எவ்வளவு?
   2. கடனில் ஒரு மாதம் கட்டவேண்டியது எவ்வளவு?
   3. மாத அலகுகள் எத்தனை?
   4. கடனுக்காக மாதம் ஒன்றிற்கு 2% வட்டி அறவிடப்படின் செலுத்தப்படவேண்டிய வட்டி எவ்வளவு?
   5. ஒரு மாதக் கட்டுப்பணம் எவ்வளவு?

6. தற்போது ரூபா 4 000 000 பெறுமதியான தொடர்மாடி வீடொன்றை அரசாங்கத்திடமிருந்து வாங்குவதற்கு முதலில் வீட்டின் பெறுமதியின் 25% ஐச் செலுத்தி மிகுதியை 10 வருடங்களில் சம மாதத் தவணைப் பணமாகச் செலுத்தியும் வாங்கலாம். கடனுக்கான வட்டி மாதம் ஒன்றிற்கு ½% அறவிடப்படின் ஒருமாதக் கட்டுப்பணம் எவ்வளவு?

பயிற்சி 39

1. ஒருவன் 12 மாதங்களில் குறையும் நிலுவையில் மாதாந்தம் சமதவணைப் பணமாகக் கட்ட உடன்பட்டு வங்கி ஒன்றிலிருந்து ரூபா 120 000 ஐக் கடன்படுகிறான். அவன் மாதாந்தம் ரூபா 10650 ஐக் கட்டுப்பணமாகக் கட்டுகிறான். அவன்,

   1. வங்கிக்குச் செலுத்திய மொத்தப் பணம் எவ்வளவு?
   2. வட்டியாகக் கட்டிய பணம் எவ்வளவு?
   3. கடனில் ஒருமாதம் கட்டவேண்டியது எவ்வளவு?
   4. மாத அலகுகள் எத்தனை?
   5. வங்கி அறவிட்ட மாத வட்டி வீதம் என்ன?

2. நுண்சூடாக்கி (micro oven) ஒன்றின் விலை ரூபா 15000. இது தவணைப்பண முறையிலும் விற்கப்பட்டது. அம்முறையில் பெறுவதற்கு ஒருவன் முதலில் பெறுமதியின் 20% ஐச் செலுத்திப் பின் 12 மாதங்களுக்கு ரூபா 1130 வீதம் செலுத்தினான்.

1. முதற் கட்டணம் செலுத்தியபின் கடன்தொகை எவ்வளவு?
2. அவன் 12 மாதங்களும் கட்டிய மொத்தப் பணம் எவ்வளவு?
3. அவன் வட்டியாகக் கட்டிய பணம் எவ்வளவு?
4. மாத அலகுகள் எத்தனை?
5. மாத அலகு ஒன்றின் வட்டி எவ்வளவு?
6. கடனில் ஒரு மாதம் கட்ட வேண்டியது எவ்வளவு?
7. வட்டி வீதம் என்ன?

3. ஒருவன் ரூபா 111 000 விலையுள்ள லாப்டொப் (Laptop) கணனி ஒன்றை வாடகைக் கொள்வனவு முறையில் முதலில் ரூபா 45000 கட்டி மீதியை ரூபா 7750 வீதம் சமனான 11 மாதக் கட்டணங்களாகச் செலுத்தி வாங்குகிறான்.
   1. முதற் கட்டணம் செலுத்தியபின் எஞ்சிய தொகை எவ்வளவு?
   2. மொத்த வட்டி எவ்வளவு?
   3. கடன் தொகையில் மாதம் ஒன்றிற்குச் செலுத்த வெண்டிய பணம் எவ்வளவு?
   4. மாத அலகுகள் எத்தனை?
   5. மாத அலகு ஒன்றிற்கான வட்டி எவ்வளவு?
   6. ஆண்டு வட்டி வீதம் என்ன?

பயிற்சி 40

1. ஆண்டு ஒன்றிற்கு 10% கூட்டுவட்டி தரும் வங்கி ஒன்றில் ஒருவன் ரூபா 10000 ஐ வைப்புச் செய்கிறான். 3 ஆண்டு முடிவில் வங்கியில் அவன் கணக்கில் உள்ள பணம் எவ்வளவு?

2. ரூபா 12000 க்கு 8% படி 3 வருடத்துக்குக் கிடைக்கும் தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்கும் இடையில் உள்ள வித்தியாசம் எவ்வளவு?

3. ரூபா 50000 க்கு முதல் வருடத்துக்கு 8% படியும் இரண்டாம் வருடத்துக்கு 10% படியும் மூன்றாம் வருடத்துக்கு 12% படியும் கிடைக்கும் கூட்டுவட்டி எவ்வளவு?

4. ஒருவன் ரூபா 25000 ஐ 16% வட்டிக்குக் கடன்பட்டான். ஒவ்வொரு 6 மாத முடிவிலும் வட்டி முதலுடன் சேர்த்துக் கணக்கு வைக்கப்படின் ஒருவருட முடிவில் அவன் கடனை மீள எத்தனை ரூபா கட்ட வேண்டும்?

10
கூட்டு வியாபாரமும் பங்குகளும்

பாட உள்ளடக்கம் : கூட்டு வியாபாரம், பங்குடைமை, பங்குகள், பங்குச் சந்தை
பாட வேளை : 05

10.1. கூட்டு வியாபாரம்:

நமது நாட்டில் பலர் சேர்ந்து வியாபாரம் செய்வதை நாம் அறிவோம். அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் பங்காளிகள் எனப்படுவர். அவர்கள் சில சமயங்களில் சமமான தொகைகளையும் வேறுசில சந்தர்ப்பங்களில் வித்தியாசமான தொகைகளையும் முதலீடு செய்வர். வருட முடிவில் அல்லது குறிக்கப்பட்ட கால எல்லையில் கிடைக்கும் நயத்தைத் தமது மூலதனத்தின் விகிதப்படி பங்கிட்டுக்கொள்வர்.

அவர்களது முதலீடு வித்தியாசமான காலங்களுக்கு அமைந்து இருப்பின் அவர்களது முதலீட்டுத் தொகைகளை அவர்கள் முதலீடு செய்த கால அலகுகளால் பெருக்கி, பின் அவற்றை விகிதமாக்கி இலாபத்தை அவ்விகிதப்படி பகிர்வர்.

நாம் தரம் 10 அலகு 10 இல் கூட்டுவியாபாரம் பற்றி ஓரிரு கணக்குகள் செய்திருப்பினும் இவ்வலகில் அதுபற்றி மேலும் கற்போம்.

உ-ம் 1: A, B, C என்பவர்கள் ஒரு வியாபாரத்தில் ஈடுபடுகின்றனர். A என்பவன் உடனே ரூபா 200 000 உம் B மூன்று மாதங்களின் பின் ரூபா 300 000 உம் C அதன் பின்னர் 4 மாதங்களால் ரூபா 400 000 உம் மூலதனமாக இடுகின்றனர். வருட முடிவில் கிடைத்த ரூபா 142 000 நயம் மூலதனத்திற்கேற்ப பங்கிடப்படின் நயத்தில் ஒவ்வொருவரும் பெறும் தொகை எவ்வளவு?

A யின் 12 மாதங்களுக்குரிய ரூபா 200 000 = 1 மாதத்திற்கு
$200\,000 \times 12$
= ரூபா 2 400 000

B யின் 9 மாதங்களுக்குரிய ரூபா 300 000 = 1 மாதத்திற்கு
$300\,000 \times 9$
= ரூபா 2 700 000

C யின் 5 மாதங்களுக்குரிய ரூபா 400 000 = 1 மாதத்திற்கு

$$400\,000 \times 5$$

= ரூபா 2 000 000

∴ மூலதன விகிதம் $= 2400000 : 2700000 : 2000000$

$= 24 : 27 : 20$

∴ A பெறுவது = ரூபா $142000 \times \frac{24}{71}$ = ரூபா 48 000

B பெறுவது = ரூபா $142000 \times \frac{27}{71}$ = ரூபா 54 000

C பெறுவது = ரூபா $142000 \times \frac{20}{71}$ = ரூபா 40 000

உ-ம் 2: P, Q, R என்பவர்கள் சேர்ந்து ரூபா 900 000 முதலீடுசெய்து வியாபாரம் செய்யத் தொடங்கினர். P, 5 மாத காலத்திற்கும் Q, 7 மாத காலத்திற்கும் R, 12 மாத காலத்திற்கும் மட்டும் முதலீடு செய்தனர். வருட முடிவில் இலாபம் மூலதனத்தின் விகிதத்திற்கேற்ப பங்கிடப்பட்ட போது P ரூபா 75 000 உம் Q ரூபா 70 000 உம் R ரூபா 60 000 உம் பெற்றனராயின் ஒவ்வொருவரும் இட்ட மூலதனம் எவ்வளவு?

நயவிகிதம் $= P : Q : R$ $= 75000 : 70000 : 60000$

$= 15 : 14 : 12$

மூலதனமிடப்பட்ட மாத விகிதம் $= P : Q : R = 5 : 7 : 12$

ஒரு மாதத்திற்குரிய நய விகிதம் $= \frac{15}{5} : \frac{14}{7} : \frac{12}{12}$

$= 3 : 2 : 1$

∴ மூலதனங்களின் விகிதம் $= 3 : 2 : 1$

∴ P யின் மூலதனம் = ரூபா $\left(900000 \times \frac{3}{6}\right)$ = ரூபா 450 000

Q வின் மூலதனம் = ரூபா $\left(900000 \times \frac{2}{6}\right)$ = ரூபா 300 000

R இன் மூலதனம் = ரூபா $\left(900000 \times \frac{1}{6}\right)$ = ரூபா 150 000

உ-ம் 3: X, Y, Z என்னும் மூவர் முறையே ரூபா 300 000, ரூபா 250 000, ரூபா 200 000 முதலீடு செய்து வியாபாரம் ஆரம்பித்தனர். வியாபாரத்தை நடாத்துவதற்காக இலாபத்தில் 10% X க்குக் கொடுப்பதாகவும் மிகுதியில் ரூபா 150 000 ஐ மூலதன விகிதப்படி பகிர்ந்து கொள்வதாகவும், எஞ்சிய இலாபத்தை சமமாகப் பகிர்ந்து கொள்வதாகவும் உடன்பாடு செய்து கொண்டனர். வருட முடிவில் கிடைத்த இலாபம் ரூபா 200 000 ஆயின் இலாபத்தில் ஒவ்வொருவரும் பெற்றது எவ்வளவு?

இலாபத்தில் X க்கு
கொடுக்க வேண்டியது $= \text{ரூபா} \left(200000 \times \frac{10}{100}\right)$

$= \text{ரூபா } 20\,000$

மூலதனங்களின் விகிதம் $= 300\,000 : 250\,000 : 200\,000$

$= 6 : 5 : 4$

ரூபா 150 000 இல் X, Y, Z என்பவர்கள் [illegible]

$$= 150000 \times \frac{6}{15} \;;\; 150000 \times \frac{5}{15} \;;\; 150000 \times \frac{4}{15}$$

$= \text{ரூபா } 60\,000 \;;\; \text{ரூபா } 50\,000 \;;\; \text{ரூபா } 40\,000 \;;$

சமமாகப்
பங்கிடப்பட்ட பணம் $= \text{ரூபா}(200\,000 - 20\,000 - 150\,000)$

$= \text{ரூபா } 30\,000$

$\therefore$ X இன் பங்கு $= \text{ரூபா } (20\,000 + 60\,000 + 10\,000)$

$= \text{ரூபா } 90\,000$

Y இன் பங்கு $= \text{ரூபா } (50\,000 + 10\,000)$

$= \text{ரூபா } 60\,000$

Z இன் பங்கு $= \text{ரூபா } (40\,000 + 10\,000)$

$= \text{ரூபா } 50\,000$

பயிற்சி 41

1. ரூபா 800 000 முதலிட்டு P ஒரு வியாபாரத்தை ஆரம்பித்தான். 2 மாதங்களின் பின்னர் ரூபா 120 000 மூலதனத்துடன் Q அவனுடன் சேர்ந்தான். Q சேர்ந்து 2 மாதங்களின் பின்னர் ரூபா 100 000 உடன் R உம் அவர்களுடன் சேர்ந்தான். வருட முடிவில் கிடைத்த இலாபம் ரூபா 75 400 ஆயின் ஒவ்வொருவரும் பெற்ற இலாபப் பங்கு எவ்வளவு?

2. X, Y, Z என்பவர்கள் கூட்டாக முறையே ரூபா 300 000, ரூபா 600 000, ரூபா 500 000 முதலீட்டுடன் வியாபாரத்தை ஆரம்பிக்கின்றனர். 2 மாதங்களின் பின் Y என்பவன் ரூபா 400 000 ஐயும் 4 மாதங்களின் பின் Z என்பவன் ரூபா 400 000 ஐயும் தத்தமது முதலீடுகளிலிருந்து எடுத்து விட்டனர். வருட முடிவில் கிடைத்த ரூபா 960000 இலாபத்தையும் அவர்களது முதலீடுகளுக்கேற்றபடி பங்கிடுக.

3. P, Q, R எனும் மூவர் சேர்ந்து ரூபா 900 000 முதலீடு செய்து வியாபாரம் தொடங்கினர். P தனது மூலதனத்தை 8 மாத காலத்திற்கும், Q 9 மாத காலத்திற்கும் R 12 மாத காலத்திற்கும் முதலிடுகின்றனர். வருட முடிவில் இலாபம் பங்கிடப்பட்ட போது P,Q, R என்பவர்கள் முறையே ரூபா 60 000, ரூபா 45 000, ரூபா 30 000 பெற்றால் ஒவ்வொருவரும் வியாபாரத்திலிட்ட மூலதனம் எவ்வளவு?

4. P யும் Q வும் முறையே ரூபா 300 000, ரூபா 480 000 மூலதனமிட்டு வியாபாரம் ஆரம்பிக்கின்றனர். 4 மாதங்களின் பின்னர் Q மேலதிகமாக ரூபா 120 000 மூலதனமிடுகிறான். வியாபாரம் நடத்தியமைக்காக P நயத்தில் 14% எடுத்துக்கொள்கிறான். எஞ்சிய நயம் மூலதன விகிதத்திற்கேற்ப பங்கிடப்பட்டபோது Q ரூபா 44800 நயமாகப் பெறின் P மொத்தமாகப் பெறும் நயம் எவ்வளவு?

5. A என்பவன் ரூபா 360 000 மூலதனமிட்டு வியாபாரம் ஆரம்பித்தான். 5 மாதங்களின் பின்னர் ஒரு குறித்த தொகை மூலதனத்துடன் B என்பவன் அவனுடன் சேர்ந்தான். அவர்களுடைய நயம் வருட முடிவில் 9 : 7 எனும் விகிதப்படி பங்கிடப்பட்டது. B யின் மூலதனம் எவ்வளவு?

6. X என்பவன் ரூபா 720 000 மூலதனத்துடன் வியாபாரம் ஆரம்பித்தான். சில மாதங்கள் கழித்து Y என்பவன் ரூபா 960 000 மூலதனமிட்டு X உடன் இணைந்தான். வருட முடிவில் நயம் 9 : 8 என்ற விகிதப்படி பங்கிடப்படின் Y எப்போது X உடன் இணைந்தான்?

10.2. பங்குகள்:

வியாபாரம் செய்யத் தேவைப்படும் மூலதனத்தை தனியாள் ஒருவரினாலோ கூட்டாக இரண்டு மூன்று பேரினாலோ முதலீடுசெய்ய முடியாத சந்தர்ப்பங்களில் குறிப்பிட்ட நிறுவனத்தைப் பொதுக் கம்பனியாகப் பிரகடனப்படுத்தி வேறு சில நிறுவனங்களிடமிருந்தோ வேறுசில தனியாட்களிடமிருந்தோ மூலதனத்தின் எஞ்சிய பகுதி பெறப் படுகிறது. இப்படியான சந்தர்ப்பங்களில் தேவையான முழு மூலதனத் தொகையும் பங்குகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. ஆரம்பத்திலேயே பங்கு ஒன்றின் விலை தீர்மானிக்கப்படுகிறது.

வியாபாரம் ஆரம்பிக்க ரூபா 1 000 000 தேவை எனக் கொள்வோம். அத்தொகையை ரூபா *10* கொண்ட 100 000 பங்குகளாகவோ, ரூபா *20* கொண்ட 50 000 பங்குகளாகவோ வசதிப்படி பிரிக்கலாம். ரூபா *10*, ரூபா *20*, ரூபா *50* போன்ற இப்பெறுமதிகள் பங்கு ஒன்றின் பெயர் மாத்திரையான பெறுமானம் எனப்படும்.

ஒருவனிடம் ரூபா 500 இருப்பின் அவன் இவ்வகையிலான ரூபா 10 பங்குகளில்50ஐ வாங்கலாம். இவ்வாறு செய்வதால் அவனும் குறிப்பிட்ட கம்பனியின் பங்குதாரன் ஆகிறான். ஓராண்டு முடிவில் சகல செலவீனங்களும் நீங்கலாகக் கிடைக்கும் நிகரலாபம் பங்காளர்களுக் கிடையில் பங்கிடப்படும். இந்த இலாபம் பங்குகளின் பெயர் மாத்திரையான பெறுமானத்தின் சதவீதமாகவே வழங்கப்படும். இது இலாபச் சதவீதம் அல்லது பங்கிலாபம் எனப்படும்.

50 பங்குகள் வாங்கியவனது பங்குகளின் பெயர் மாத்திரை பெறுமானம் (50×10) ரூபா *500* ஆகும். பங்கிலாபம் 10% எனத் தீர்மானிக்கப்படின் குறிப்பிட்ட பங்குதாரனுக்குக் கிடைக்கும் ஆண்டு வருமானம் $\left(500 \times \frac{10}{100}\right)$ ரூபா *50* ஆகும்.

பங்குகள் வைத்திருப்பவர்கள் அவற்றை விற்க விரும்பின் அக்கம்பனிக்கு விற்க முடியாது. வேறு நிறுவனங்களுக்கோ தனிப்பட்டவர்களுக்கோதான் விற்க முடியும். வியாபாரம் இலாபத்துடன் நடந்தால் அப்பங்குகளை பெயர் மாத்திரை பெறுமானத்திலும் பார்க்கக் கூடிய விலைக்கு அதாவது சமத்திலும் கூடிய விலைக்கு விற்க முடியும். நிறுவனம் நட்டமடையும் சந்தர்ப்பங்களில் இப்பங்குகளை சமத்திலும் குறைந்த விலைக்கு விற்க வேண்டியும் வரலாம். இவ்வாறு ஒரு பங்கு விற்கப்படும் விலை பங்கு ஒன்றின் சந்தைப் பெறுமானம் எனப்படும்.

பயிற்சி 42

பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

1. ரூபா 20 பங்குகள் 200 ஐ வாங்குவதற்குத் தேவையான பணம்.
2. ரூபா 400 க்கு வாங்கிய ரூபா 25 பங்குகளின் எண்ணிக்கை.
3. 20 பங்குகளை ரூபா 500 க்கு வாங்கினால் பங்கொன்றின் சந்தைப் பெறுமானம்.
4. 10 ரூபா பங்குகளில் 20ஐ 12 ரூபாப்படி வாங்கத் தேவையான பணம்.
5. ரூபா 26 பெறுமதியான ரூபா 20 பங்குகளில் 30 ஐ வாங்கத் தேவையான பணம்.
6. 20 ரூபா பங்குகளில் 30 ஐ ரூபா 660 க்கு வாங்கினால் பங்கு ஒன்றின் சந்தைப் பெறுமானம்.
7. 20 ரூபா பங்குகளில் 35ஐ சமத்திலும் ரூபா 2 கூடிய விலைக்கு விற்றுப் பெறும் பணம்.
8. 12% பங்குலாபம் தரும் ரூபா 10 பங்குகளில் 40 ஐ வைத்திருப்பவர் பெறும் வருட வருமானம்.
9. 6½% வருமானமுள்ள 70, 10 ரூபா பங்குகள் வைத்திருப்பவர் பெறும் வருட வருமானம்.
10. 3% வருமானமுள்ள 40 பங்குகளின் வருட வருமானம் ரூபா 24 ஆயின் பங்கு ஒன்றின் பெறுமதி.

பயிற்சி 43

1. ஒருவன் 9% வருமானம் தரும் ரூபா 10 பங்குகளில் 40 ஐ ரூபா 13 வீதம் வாங்கினான்.
   a) அவன் செலவிட்ட பணம் எவ்வளவு?
   b) பங்குகளின் பெயரளவு மதிப்பு எவ்வளவு?
   c) வருட வருமானம் என்ன?

2. ஒருவன் 12% இலாபம் தரும் ரூபா 20 பங்குகளில் 50 ஐ ரூபா 18 வீதம் வாங்கினான்.
   a) அவன் செலவிட்ட பணம்
   b) பங்குகளின் பெயரளவு மதிப்பு
   c) பங்குகளின் வருட வருமானம்

d) வருமானம் முதலீட்டின் எத்தனை சதவீதம் என்பவற்றைக் காண்க.

3. ஒருவன் 8% வருமானம் தரும் ரூபா 10 பங்குகளில் சிலவற்றை ரூபா 9 படி வாங்குவதற்கு ரூபா 1350 செலவிட்டான்.

   a) அவன் வாங்கிய பங்குகள் b) அவற்றின் பெயரளவு மதிப்பு c) வருட வருமானம் d) வருமானம் முதலீட்டின் எத்தனை சதவீதம் என்பவற்றைக் காண்க.

4. ஒருவன் 10% வருமானம் தரும் 10 ரூபா பங்குகளில் 40 ஐ வாங்கியதால் முதலீட்டின் 12½% ஐ வருட வருமானமாகப் பெற்றான்.

   a) பங்குகளின் பெயரளவு மதிப்பு b) வருட வருமானம் c) அவன் முதலீடு செய்த தொகை d) அவன் ஒரு பங்கை வாங்கிய விலை என்பவற்றைக் காண்க.

5. ஒருவன் ரூபா 13000 ஐ 8% வருமானம் தரும் 10 ரூபா பங்குகளை 13 ரூபாவாக வாங்குவதற்காக முதலீடு செய்தான். அவன் பெறும் வருட வருமானம் என்ன?

பயிற்சி 44

1. ஒரு நிறுவனத்தின் ரூபா 20 பங்குகளை ரூபா 18 வீதம் வாங்குவதற்கு ரூபா 7200 ஐ முதலீடு செய்த குமாருக்குக் கிடைத்த வருமானம் முதலீட்டின் $5\frac{5}{9}\%$ ஆகும். பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

   a) பங்குகளின் பெயரளவு மதிப்பு b) பங்குகளிலிருந்து கிடைக்கும் வருட வருமானம் c) நிறுவனம் வழங்கிய பங்கிலாபம்.

2. ஒருவன் தான் ரூபா 7200 க்கு ரூபா 18 படி வாங்கிய 10% இலாபம் தரும் ரூபா 20 பங்குகளை ரூபா 21 படி விற்றுப் பெற்ற பணத்திற்கு 15% இலாபம் தரும் ரூபா 10 பங்குகளை ரூபா 12 படி வாங்கினான். பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

   a) முதலில் வாங்கிய பங்குகள் b) அவற்றின் பெயரளவு மதிப்பு c) வருட வருமானம் d) அவற்றை விற்ற விலை e) புதிதாக வாங்கிய பங்குகளின் எண்ணிக்கை f) அவற்றின் பெயரளவு மதிப்பு g) புதிய வருட வருமானம் h) வருமான வித்தியாசம்.

3. ரூபா 5500 முதலீடு செய்து 8% இலாபம் தரும் ரூபா 10 பங்குகளை ரூபா 11 வீதம் வாங்கியவன், அவற்றை ரூபா 9 படி விற்றுப் பெற்ற பணத்திற்கு 15% இலாபம் தரும் ரூபா 10 பங்குகளை ரூபா 11.25

படி வாங்கினான். தற்போது அவனடையும் வருட வருமானம் எவ்வளவு?

4. ஒருவன் தன்னிடமிருந்த ரூபா 8000 க்கு 7% வருமானம் தரும் ரூபா 10 பங்குகளை ரூபா 8 வீதம் வாங்கி பின் அவற்றை ரூபா 12 படி விற்றுப் பெற்ற பணத்திற்கு 15% இலாபம் தரும் ரூபா 10 பங்குகளை வாங்கினான். இதனால் அவனது வருட வருமானம் ரூபா 500 ஆல் அதிகரித்தது. அவன் புதிய பங்குகளை என்ன விலைக்கு வாங்கினான்?

5. ஒருவன் ரூபா 8500 இல் ஒரு பகுதியை 12% இலாபம் தரும் ரூபா 10 பங்குகளை ரூபா 12.50 படி வாங்குவதற்கும் எஞ்சியதை 8% இலாபம் தரும் ரூபா 10 பங்குகளை ரூபா 7 படி வாங்குவதற்கும் செலவிட்டான். அதனால் அவனுக்கு வருட வருமானமாக ரூபா 880 கிடைத்தால் அவன் ஒவ்வொருவகைப் பங்குகளிலும் முதலீடு செய்தது எவ்வளவு?

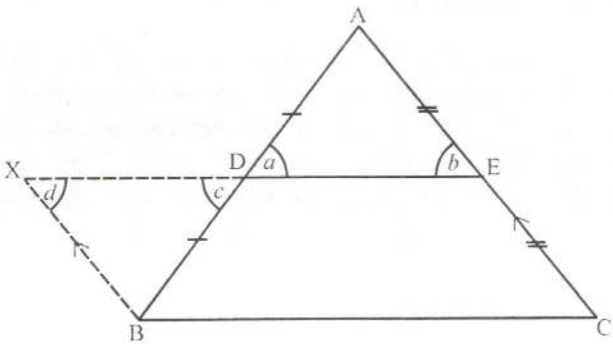
6. ஒருவன் ரூபா 25000 இல் ரூபா 15000 ஐ 8% இலாபம் தரும் ரூபா 20 பங்குகளை ரூபா 15 படி வாங்குவதற்கும் எஞ்சியதை ரூபா 10 பங்குகளை ரூபா 8 படி வாங்குவதற்கும் செலவிட்டான். அவனது மொத்த வருட வருமானம் ரூபா 2350 ஆயின் அவன் வாங்கிய ரூபா 10 பங்குகள் எத்தனை வீத இலாபம் தருவன?

11
நடுப்புள்ளித் தேற்றம்

பாட உள்ளடக்கம் : தேற்றம். மறுதலை. முடிவுகள் மட்டும்.
பாட வேளை : 06

11.1. தேற்றம்:

ஒரு முக்கோணியின் இருபக்கங்களுடைய நடுப்புள்ளிகளைத் தொடுக்கும் நேர்கோடு மூன்றாம் பக்கத்திற்குச் சமாந்தரமாகவும் நீளத்தில் அதன் அரைப்பங்காகவும் இருக்கும்.



தரவு : ΔABC யில் AD = BD ; AE = EC

நிறுவ வேண்டியது : DE // BC ; DE = ½BC

அமைப்பு : B யினூடாக CE க்கு சமாந்தரமாக ஒரு வரை வரைக. அது நீட்டப்பட்ட ED ஐ X இல் சந்திக்கட்டும்.

நிறுவல் : Δகள் ADE, XBD யில்

AD = BD (தரவு)

a = c (குத்தெதிர் கோணங்கள்)

b = d (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் : AE // BX)

$\therefore \Delta ADE \equiv \Delta XDB$

எனவே	DX = DE ; BX = AE
ஆனால்	AE = EC
அதாவது	BX =// CE

எனவே XECB ஓர் இணைகரம்.

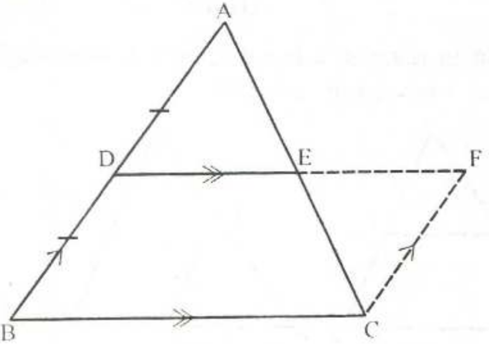
$XE = BC$

$DE = \frac{1}{2}BC$

அத்துடன் XE // BC ஆனதால் DE // BC

11.2. மறுதலை:

ஒரு முக்கோணியின் ஒரு பக்கத்தினது நடுப்புள்ளி ஊடாக வேறொரு பக்கத்திற்குச் சமாந்தரமாக வரையப்படும் நேர்கோடு மூன்றாம் பக்கத்தை இருசமகூறிடும்.



தரவு	: முக்கோணி ABC யின் பக்கம் AB யின் நடு D. D க்கு ஊடாக BC க்குச் சமாந்தரமாக வரையப்படும் வரை AC ஐ E யில் சந்திக்கிறது.
மேற்கோள்	: AE = EC
கருவி	: CF என்பதை BA க்குச் சமாந்தரமாகவும் நீட்டப்பட்ட DE ஐ F இல் சந்திக்குமாறும் வரைக.
நிறுவல்	: DF // BC (தரவு) BD // CF (கருவி)

∴ BCFD ஓர் இணைகரம்.

∴ BD = CF

ஆனால் BD = AD (தரவு)

∴ AD = CF

இனி, முக்கோணிகள் ADE, CFE என்பவற்றில்

∠ADE = ∠CFE (ஒன்றுவிட்ட∠கள்.BA // CF)

∠AED = ∠CEF (குத்தெதிர் ∠கள்)

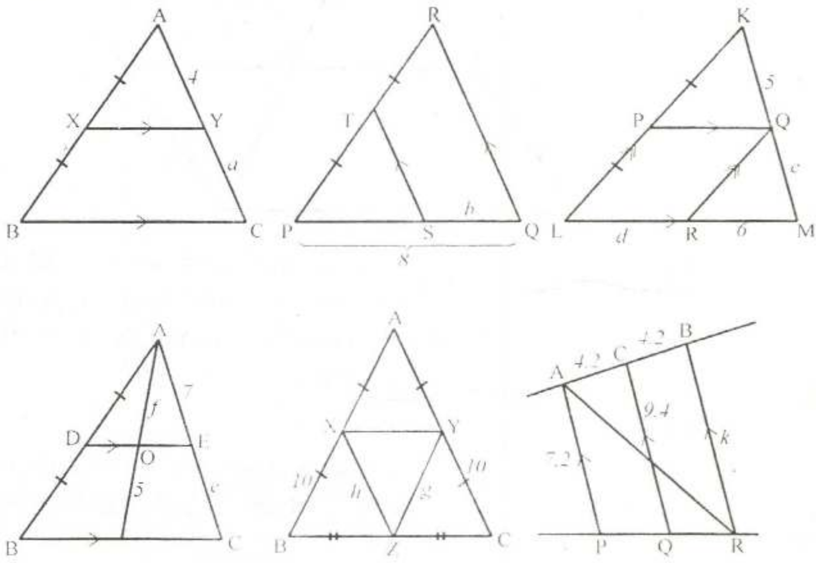
AD = CF (நிறுவப்பட்டது)

∴ ΔADE ≡ ΔCFE (கோ:கோ:ஒத்த பக்கம்)

∴ AE = EC (ஒருங்கிசை Δகளின் ஒத்த பக்கங்கள்)

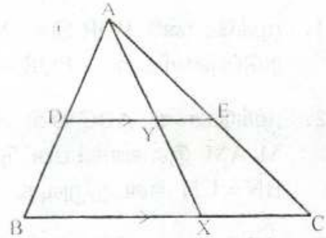
பயிற்சி 45

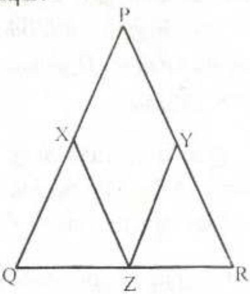
கீழுள்ள படங்களில் a, b, c, d, e, f, g, h, k, என்பவற்றின் பெறுமதிகளைக் காண்க. (அளவுகள் cm இல்)



பயிற்சி 46

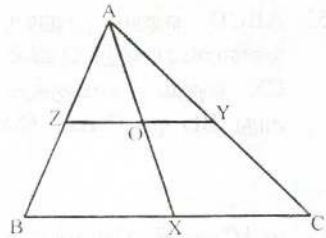
1. முக்கோணி ABC யில் AB யின் நடு D. AC யின் நடு E. BC யில் ஏதாவது ஒரு புள்ளி X. D யும் E யும், A யும் X உம் இணைக்கப்பட அவை ஒன்றையொன்று Y இல் வெட்டுகின்றன. AY = YX என நிறுவுக.

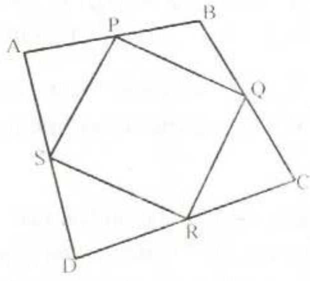


2. 

முக்கோணி PQR இல் PQ = PR. PQ, PR, QR என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே X, Y, Z என்பன. PYZX ஓர் சாய்சதுரம் என நிறுவுக.

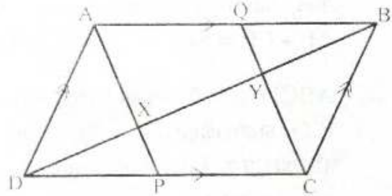
3. முக்கோணி ABC யில் AX ஒரு மையக்கோடு. AB யின் நடு Z. AC யின் நடு Y. ZY இணைக்கப்பட அது AX ஐ O வில் வெட்டுகிறது. OZ = OY என நிறுவுக.



4. 

ABCD ஒரு நாற்பக்கல். P, Q, R, S என்பன முறையே AB, BC, CD, DA என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகள். PQRS ஓர் இணைகரம் என நிறுவுக.

5. இணைகரம் ABCD யில் மூலைவிட்டம் DB இணைக்கப்படுகிறது. DC யின் நடு P. AB யின் நடு Q. AP, CQ என்பன BD ஐ முறையே X, Y எனும் புள்ளிகளில் வெட்டுகின்றன. DX = XY = YB என நிறுவுக.



பயிற்சி 47

1. முக்கோணி PQR இல் X, Y என்பன முறையே PQ, PR என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகள். $\angle PQR = \angle PRQ$ எனின் $\angle PXY = \angle PYX$ என நிறுவுக.

2. முக்கோணி ABC யில் AB யின் நடு P. AC யின் நடு Q. PQ வின் நடு M. AM இணைக்கப்பட்டு நீட்டப்பட அது BC ஐ N இல் வெட்டுகிறது. $BN = CN$ என நிறுவுக.

3. ABC ஒரு முக்கோணி. BC யின் நடு D. AD யின் நடு E. B யும் E யும் இணைக்கப்பட்டு நீட்டப்பட அது AC ஐ F இல் சந்திக்கிறது. D யினூடாக BF க்குச் சமாந்தரமாக வரையப்படும் நேர்வரை AC ஐ G இல் சந்திக்கிறது. $AF = FG = GC$ என நிறுவுக.

4. SR, AQ என்னும் நேர்வரைகள் ஒன்றையொன்று M இல் இருசமகூறிடுகின்றன. AS என்னும் வரை $AS = SP$ ஆகுமாறு புள்ளி P வரை நீட்டப்படுகிறது. PQRS ஓர் இணைகரம் என நிறுவுக.

5. ABCD எனும் சதுரத்தில் AC, BD எனும் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று O வில் வெட்டுகின்றன. AC க்கு C எனும் புள்ளியில் CX எனும் செங்குத்து வரையப்பட்டுள்ளது. AX இணைக்கப்பட அது BD ஐ E யில் வெட்டுகிறது. $AE = EX$ என நிறுவுக.

பயிற்சி 48

1. முக்கோணி ABC யில் AB யின் நடு X. CX இன் நடு Y. நீட்டப்பட்ட BY, AC என்பதை Z இல் சந்திக்கிறது. $AZ = 2CZ$ என நிறுவுக.

2. ABC ஒரு முக்கோணி. $AC = BC$. $CX \perp AB$. BC க்குச் சமாந்தரமாக X இனூடு வரையப்படும் கோடு AC ஐ இருசமகூறிடுகிறது என நிறுவுக.

3. ABCD ஓர் இணைகரம். இணைகரத்தின் புறத்தேயுள்ள ஒரு நேர்வரை XY ஆகும். A, B, C, D என்னும் புள்ளிகளிலிருந்து XY க்கு வரையப்பட்ட செங்குத்துகள் AP, BQ, CR, DS என்பனவாகும். $AP + CR = SD + BQ$ என நிறுவுக.

4. ABCD ஓர் இணைகரம். நீட்டப்பட்ட AB, AD என்பவற்றை முறையே F, G என்பவற்றில் சந்திக்குமாறும் $AF = AG$ ஆக இருக்குமாறும் C யினூடாக GF என்ற வரை வரையப்படுகிறது. B யினூடாக GF க்கு சமாந்தரமாக BX வரையப்படுகிறது. $\angle ABX = \angle CBX$ என நிறுவுக.

12
சமகோண முக்கோணிகள்

பாட உள்ளடக்கம்: சமகோண முக்கோணிகள், விகிதசம பிரிப்பு, இயல்பொப்பு
பாட வேளை : 12

12.1. ஒருங்கிசைந்த முக்கோணிகளும் சமகோணமுள்ள முக்கோணிகளும்:

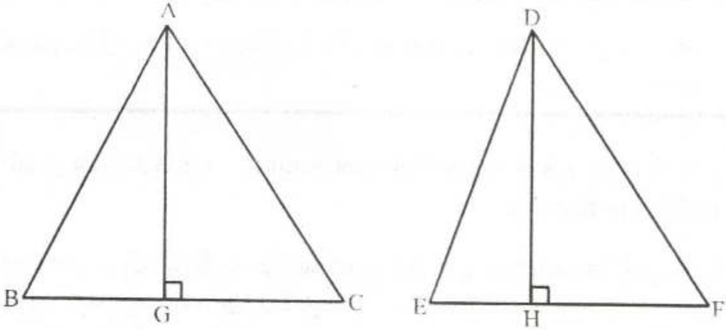
இரு முக்கோணிகள் ஒருங்கிசைந்தனவாக இருப்பின் அவற்றில் முதலாவதன் மூன்று பக்கங்களும் முறையே இரண்டாவதன் மூன்று பக்கங்களுக்கு சமனாகவும், முதலாவதன் மூன்று கோணங்களும் முறையே இரண்டாவதன் மூன்று கோணங்களுக்கு சமனாகவும் முதலாவதன் பரப்பு இரண்டாவதன் பரப்புக்குச் சமனாகவும் இருக்கும் என ஏற்கனவே கற்றுள்ளோம்.

ஒரு முக்கோணியின் ஏதாவது இரண்டு கோணங்கள் முறையே வேறொரு முக்கோணியின் ஏதாவது இரண்டு கோணங்களுக்குச் சமனாயின் அவ்விரு முக்கோணிகளும் சமகோண முக்கோணிகள் எனவும் அறிவோம். எப்போதும் ஒருங்கிசை முக்கோணிகள் சமகோண முக்கோணிகளாகும்.

ஆனால் சமகோண முக்கோணிகள் கட்டாயமாக ஒருங்கிசைந்தனவாக இருக்க வேண்டியதில்லை. இரண்டு சமகோண முக்கோணிகளில் ஒன்று மற்றையதன் உருப்பெருக்கமாக இருக்கலாம்.

12.2. முக்கோணிகளின் பரப்பு விகிதம்:

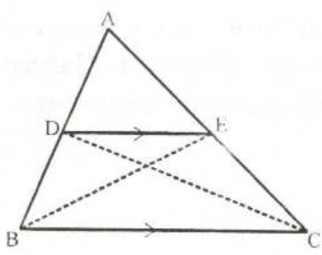
சம உயரமுள்ள முக்கோணிகளின் பரப்பு விகிதம் அவற்றின் அடிகளின் விகிதத்திற்குச் சமன்.



$$\frac{\text{முக்கோணி } ABC \text{யின் பரப்பு}}{\text{முக்கோணி } DEF \text{இன் பரப்பு}} = \frac{\frac{1}{2} BC.AG}{\frac{1}{2} EF.DH} = \frac{BC}{EF} \left(\because AG = DH\right)$$

12.3. முக்கோணியின் பக்கங்களின் விகிதசமப் பிரிப்பு:

ஒரு முக்கோணியில் அதன் ஒரு பக்கத்திற்கு சமாந்தரமாக வரையப்படும் நேர்வரை மற்றைய இரண்டு பக்கங்களையும் விகிதசமமாகப் பிரிக்கும்.



$$\frac{\Delta AED}{\Delta BED} = \frac{AD}{DB}$$

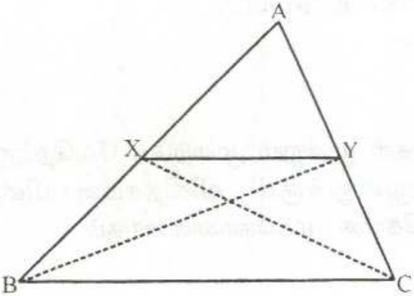
$$\frac{\Delta AED}{\Delta CED} = \frac{AE}{EC}$$

ஆனால் $\Delta BED = \Delta CED$ (ஒரே அடியிலும் ஒரே இரு சமாந்தர வரைகள் DE, BC க்கும் இடைப்பட்ட முக்கோணங்கள்)

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

மறுதலை:

ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்கள் இரண்டை விகிதசமமாகப் பிரிக்கும் நேர்கோடு அதன் மூன்றாம் பக்கத்திற்குச் சமாந்தரமாகும்.



$$\frac{AX}{XB} = \frac{\Delta AXY}{\Delta BXY}$$

$$\frac{AY}{YC} = \frac{\Delta AXY}{\Delta CXY}$$

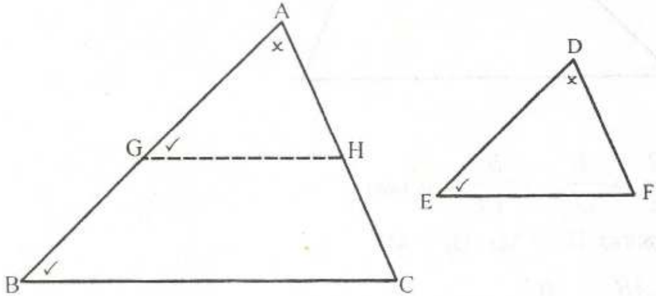
ஆனால் $\frac{AX}{XB} = \frac{AY}{YC}$ (தரவு)

$\therefore \Delta BXY = \Delta CXY$

$\therefore XY // BC.$

12.4. சமகோண முக்கோணிகளும் அவற்றின் ஒத்த பக்கங்களும்

இரு சமகோண முக்கோணிகளின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமனாகும்.



Δகள் ABC, DEF என்பன சமகோணமுடையவை.

AB யில் DE = AG ஆகுமாறு G உம் AC யில் DF = AH ஆகுமாறு H உம் குறிக்கப்படுகின்றன.

$\therefore \angle AGH = \angle DEF$

ΔABC யில் $\angle AGH = \angle ABC$

ஆனால் இவை ஒத்த கோணங்கள்

$\therefore GH // BC$

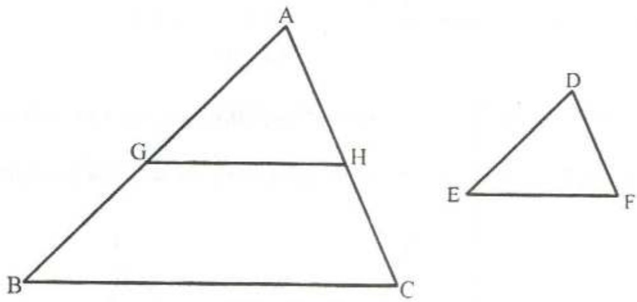
$$\therefore \frac{AG}{AB} = \frac{AH}{AC}$$

அதாவது $\frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC}$ ($\because AG = DE : AH = DF$)

இவ்வாறே $\frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC}$ எனவும் நிறுவலாம்.

மறுதலை:

ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்கள் மூன்றும் முறையே வேறொரு முக்கோணியின் பக்கங்கள் மூன்றுக்கும் விகிதசமனாயின் அம்முக்கோணிகள் இரண்டும் சமகோண முக்கோணிகளாகும்.



$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ (தரவு)

ஆனால் DE = AG ; DF = AH

$\therefore \frac{AB}{AG} = \frac{AC}{AH}$

$\therefore$ GH // BC (விகிதசமனாகப் பிரிப்பதால்)

$\therefore \angle AGH = \angle ABC$ (ஒத்த கோணங்கள்)

$\therefore$ AGH உம் ABC உம் சமகோண முக்கோணிகள்.

ஆனால் $\Delta AGH \equiv \Delta DEF$

$\therefore$ Δகள் ABC, DEF சமகோணமுடையவை.

12.5. இயல்பொத்த முக்கோணிகள்.

இரு வடிவங்களில் ஒத்த கோணங்கள் சமனாயும் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமனாயும் இருப்பின் அவ்வடிவங்கள் இயல்பொத்த வடிவங்கள் எனப்படும்.

முக்கோணிகளைப் பொறுத்தவரை சமகோண முக்கோணிகளின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமனானவை என அறிவோம்.

எனவே இரு முக்கோணிகள் இயல்பொத்து இருப்பதற்கு அவற்றின் ஒத்த கோணங்கள் சமனாயிருந்தாலே போதுமானது.

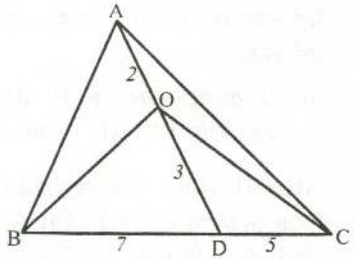
பயிற்சி 49

1. பின்வருவனவற்றை நிறுவுக. (அளவுகள் cm இல் குறிக்கப்பட்டுள்ளன)

a) $\dfrac{\Delta ABD}{\Delta ABC}=\dfrac{7}{12}$ b) $\dfrac{\Delta ACD}{\Delta ABC}=\dfrac{5}{12}$

c) $\dfrac{\Delta AOB}{\Delta ABC}=\dfrac{7}{30}$ d) $\dfrac{\Delta AOC}{\Delta ABC}=\dfrac{1}{6}$

e) $\dfrac{\Delta BOC}{\Delta ABC}=\dfrac{3}{5}$ f) $\dfrac{\Delta AOB}{\Delta OBC}=\dfrac{7}{18}$

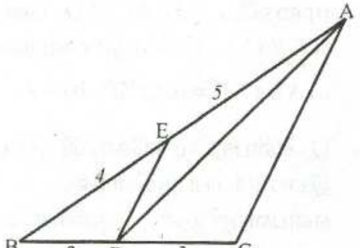


2. பின்வருவனவற்றை நிறுவுக. (அளவுகள் cm இல்)

a) $\dfrac{\Delta ABD}{\Delta ABC}=\dfrac{2}{5}$ b) $\dfrac{\Delta BED}{\Delta ABC}=\dfrac{8}{45}$

c) $\dfrac{\Delta AED}{\Delta ABC}=\dfrac{2}{9}$ d) $\dfrac{\Delta BED}{\Delta ADC}=\dfrac{8}{27}$

e) $\dfrac{\Delta AED}{\Delta ADC}=\dfrac{10}{27}$ f) $\dfrac{\Delta EDC}{\Delta ABC}=\dfrac{12}{45}$



பயிற்சி 50

1. அருகிலுள்ள படத்தின் உதவியுடன் கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

   a) PS : SQ = _____ : TR

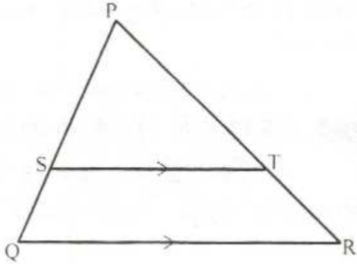
   b) PQ : PS = PR : _____

   c) PQ : SQ = _____ : TR

   d) QS : PQ = TR : _____

   e) PS = 7.2 cm, SQ = 4 cm, TR = 3.6 cm ஆயின் PR இன் நீளம் யாது?

   f) PQ = 7.2 cm, PR = 5.4 cm, QS = 2.8 cm ஆயின் PTயின் நீளத்தைக் கணிக்க.



2. ABC ஒரு முக்கோணி. BC க்குச் சமாந்தரமாக வரையப்பட்ட ஒரு நேர்வரை AB, AC என்பவற்றை முறையே D, E என்னும் புள்ளிகளில் சந்திக்கிறது.

   a) படத்தை வரைக. b) AD = 8 cm, AB = 12 cm, DE = 6 cm, AC = 15 cm ஆயின் BC, AE என்பவற்றின் நீளங்களைக் கணிக்க.

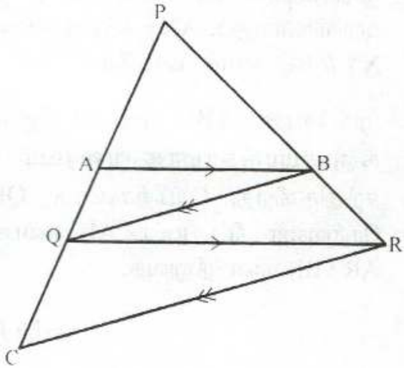
3. AB, CD என்ற நேர்வரைகள் ஒன்றையொன்று O எனும் புள்ளியில் வெட்டுகின்றன. AD // CB. AB = 15 cm, AO = 6 cm, AD = 9 cm, CO = 6 cm ஆயின் CD, CB ஆகியவற்றின் நீளங்களைக் கணிக்க.

4. ABCD ஒரு நாற்பக்கல். AC இணைக்கப்படுகிறது. X, Y, Z என்பன முறையே AB, AC, AD என்பவற்றில் மூன்று புள்ளிகள். XY // BC ; XZ // CD. பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

   a) AX : XB = AZ : ZD b) XZ // BD.

5. O என்பது முக்கோணி ABC யுள் ஒரு புள்ளி. OA, OB, OC என்பன இணைக்கப்படுகின்றன. X, Y, Z என்பன முறையே OA, OB, OC என்பவற்றிலுள்ள புள்ளிகள். YZ // BC , XZ //AC ஆயின் XY // AB என நிறுவுக.

1.



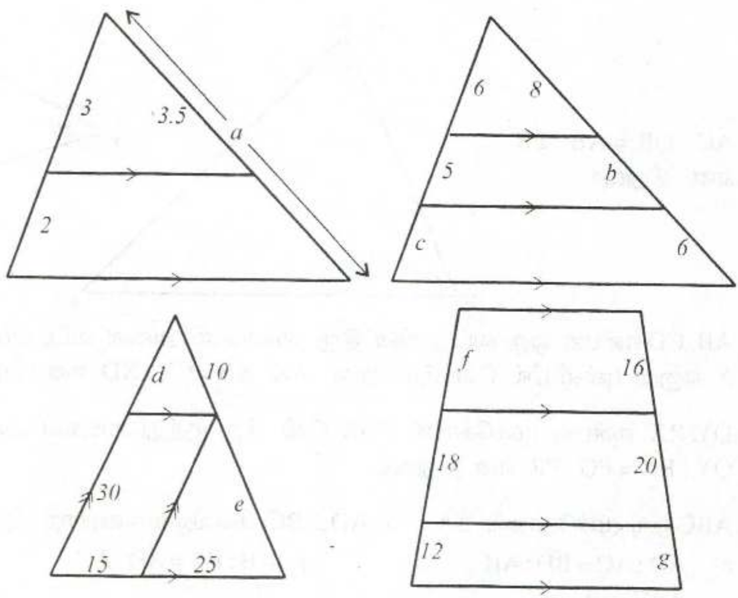
அருகிலுள்ள படத்தில்,

PA : AQ = PQ : QC என நிறுவுக.

2. ABCD ஒரு சரிவகம். AB // DC. AD யின் நடு X. X இனூடாக DC க்கு சமாந்தரமாக வரையப்படும் வரை, இணைக்கப்பட்ட AC ஐ Y இல் வெட்டி BC ஐ Z இல் சந்திக்கிறது. பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

a) AX : XD = AY : YC b) AX : XD = BZ : ZC

3. பின்வரும் படங்களில் a, b, c, d, e, f, g என்பவற்றின் பெறுமதிகளைக் கணிக்க.



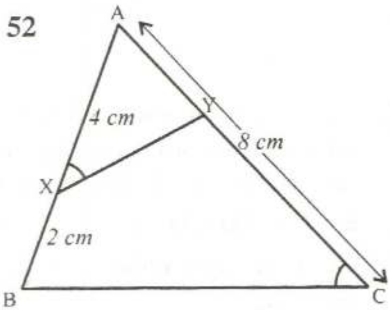
4. முக்கோணி ABC யில் X, Y என்பன AB, AC என்பவற்றிலுள்ள புள்ளிகளாகும். AX = 4.8 cm, XB = 6.4 cm, AY = 6 cm, YC = 8 cm ஆயின் XY // BC எனக் காட்டுக.

5. முக்கோணி ABC யில் AB யிலுள்ள P என்னும் ஒரு புள்ளியூடாக BC க்கு சமாந்தரமாக வரையும் நேர்வரை AC என்பதை Q வில் சந்திக்கிறது. C யிற்கூடாக QB க்குச் சமாந்தரமாக வரையும் நேர்வரை நீட்டப்பட்ட AB என்பதை R இல் சந்திக்கிறது. AB : BP = AR : BR என நிறுவுக.

பயிற்சி 52

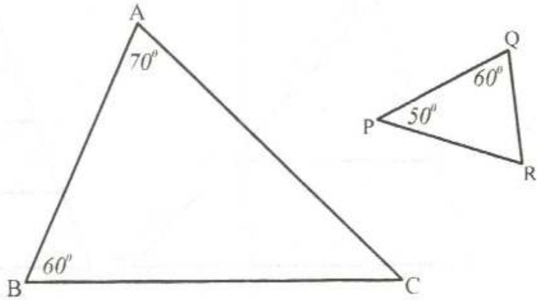
1.

AY யின் நீளத்தைக் கணிக்க.



2.

AC . QR = AB . PR
என நிறுவுக.



3. AB, CD என்பன ஒரு வட்டத்தின் இரு நாண்கள். அவை வட்டத்தினுள் X எனும் புள்ளியில் வெட்டுகின்றன. AX . XB = CX : XD என நிறுவுக.

4. QY, RX என்பன முக்கோணி PQR இன் இரு குத்துயரங்கள் ஆகும். QY : RX = PQ : PR என நிறுவுக.

5. ABC ஒரு முக்கோணி. $\angle A = 90^0$. $AD \perp BC$. பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.
   a) AD : AC = BD : AB   b) AB : BC = AD : AC
   c) $AB^2 = BD . BC$

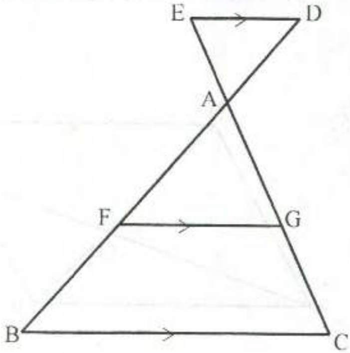
6. ABCD ஓர் ஒழுங்கான ஐங்கோணி. AC யும் BD யும் ஒன்றையொன்று O வில் வெட்டுகின்றன. பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

a) $AC : BD = AB : DC$ b) $OB : AB = BC : AC$

c) $AB . DC = BC^2$

பயிற்சி 53

1. அருகிலுள்ள வடிவத்தில் ED // FG // BC. கீழுள்ள கூற்றுக்களுள் கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.



a) $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{DE}{___}$

b) $AD : AF = ____ : FG$

c) $\dfrac{BC}{DE} = \dfrac{AC}{___}$

d) $FG : DE = ____ : AE$

e) $\dfrac{___}{AD} = \dfrac{AC}{AE}$ f) $AF : ____ = AG : AC$

g) $AD = 5$ cm , $AB = 11$ cm , $BC = 10$ cm ஆயின் ED யின் நீளத்தைக் கணிக்க.

h) $AE = 3$ cm , $ED = 4.5$ cm , $AG = 4.5$ cm ஆயின் FG ஐக் கணிக்க.

2. I. படத்திலுள்ள தரவின்படி கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

a) $DF : BG = AD : ____$

b) $FE : ____ = AE : AC$

c) $DF : ____ = AF : AG$

d) $____ : CG = AF : AG$

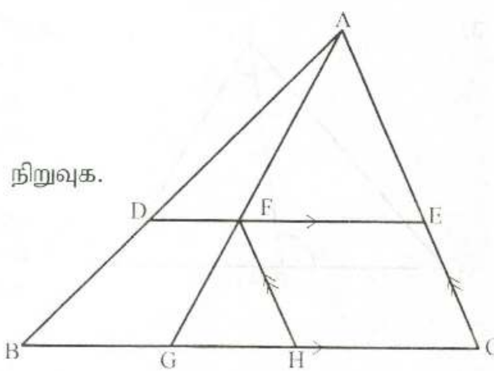
II. பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

a) $GF : BG = FE : GC$

b) $DF : FE = BG : GC$

c) $AD : AB = HC : GC$

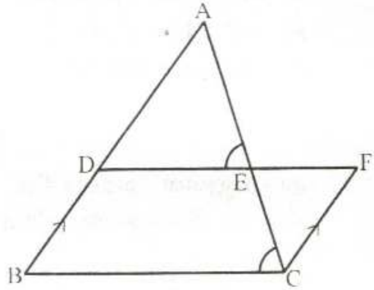
d) $FH : AC = BD : AB$



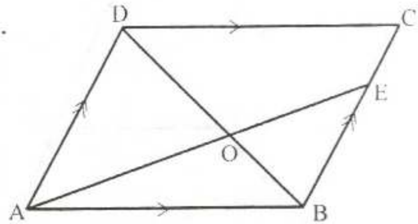
3. முக்கோணி ABC யில் $AX \perp BC$; $BY \perp AC$. $BC : AC = BY : AX$ என நிறுவுக.

4. a) படத்தில் எத்தனை சோடி சமகோண முக்கோணிகள் உள்ளன?

b) $AB : FC = AC : CE$ எனக் காட்டுக.



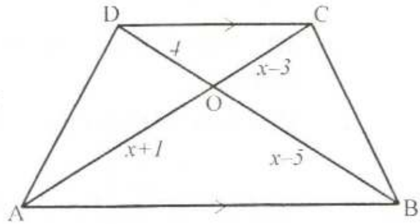
5.



ABCD ஓர் இணைகரம். BC யில் E ஏதாவது ஒரு புள்ளி. AE யும் BD யும் ஒன்றையொன்று O வில் வெட்டுகின்றன. $DO . EO = AO . BO$ என நிறுவுக.

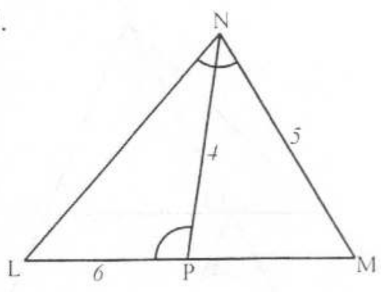
பயிற்சி 54

1.



படத்தில் AB // DC. x இன் பெறுமதி காண்க.

2.

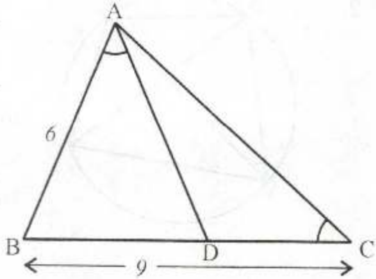


அருகிலுள்ள படத்தில் LPM என்பது ஒரு நேர்வரை. $\angle LPN = \angle LNM$.

a) $\angle LNP$ க்குச் சமனான ஒரு கோணத்தைப் பெயரிடுக.

b) LP = 6 cm , PN = 4 cm , NM = 5 cm ஆயின் இயல்பொப்பைப் பிரயோகித்து LN இன் நீளம் கணிக்க.

3. முக்கோணி ABC யில் BA = 6 cm , BC = 9 cm , $\angle BAD = \angle ACB$.

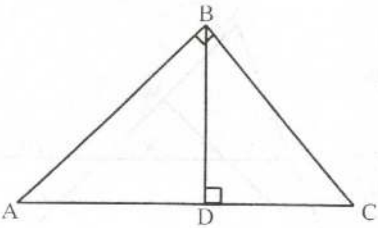


a) வேறொரு சோடி சமனான கோணங்களை எழுதுக.

b) BD யின் நீளத்தைக் கணிக்க.

c) ΔABD யின் பரப்பளவு 10 cm^2 எனின் ΔABC யின் பரப்பளவைக் கணிக்க.

4.

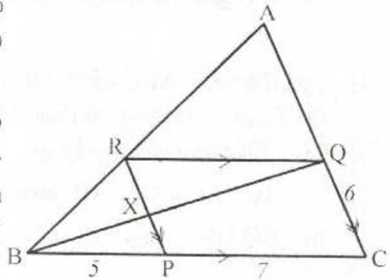


படத்தில் $\angle ABC = \angle BDC = 90^0$.

a) $\angle CBD$ க்குச் சமனான ஒரு கோணம் எது?

b) AC = 10 cm , BC = 7 cm ஆயின் CD யின் நீளத்தைக் கணிக்க.

5. படத்தில் RQ // BC ; RP // AC. BQ வும் RP யும் ஒன்றையொன்று X இல் வெட்டுகின்றன.



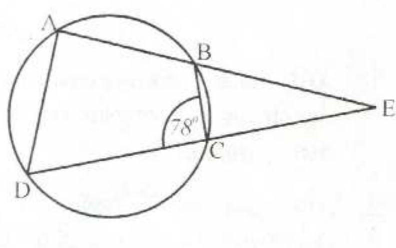
a) ΔBQC க்குஇயல்பொத்த இரு முக்கோணிகளைக் குறிப்பிடுக.

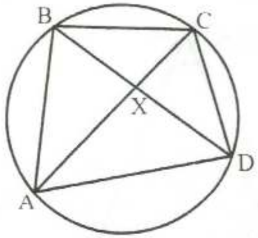
b) BP = 5 cm , PC = 7 cm , QC = 6 cm ஆயின் XP , AQ என்பவற்றின் நீளங்களைக் கணிக்க.

பயிற்சி 55

1.

ABCD ஓர் ஒருவட்ட நாற்பக்கல். முக்கோணிகள் ADE, BCE என்பன இயல்பொத்தவை எனக் காட்டுக.



2. 

ABCD ஓர் ஒருவட்ட நாற்பக்கல். மூலைவிட்டங்கள் AC யும் BD யும் X இல் வெட்டுகின்றன.

a) ΔABX உம் ΔDCX உம் இயல்பொத்தவை எனக் காட்டுக.

b) $AB = 5$ cm, $CD = 4$ cm, $BX = 2$ cm ஆயின் CX இன் நீளத்தைக் கணிக்க.

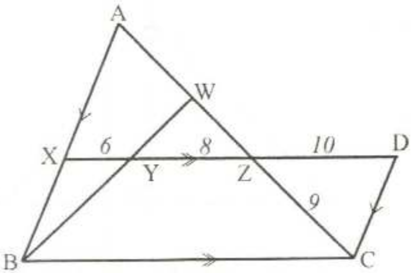
3. படத்தில் $XY = 6$ cm, $YZ = 8$ cm, $ZD = 10$ cm, $ZC = 9$ cm.

a) ΔZDC க்கு இயல்பொத்த முக்கோணி எது?

b) AZ இன் நீளத்தைக் கணிக்க.

c) ΔWYZ க்கு இயல்பொத்த முக்கோணி எது?

d) WZ இன் நீளத்தைக் கணிக்க.



4. முக்கோணி ABC யின் கோணம் BAC இருகூறிடப்பட அது BC ஐ Q விலும் முக்கோணியின் வெளி வட்டத்தை P யிலும் வெட்டுகிறது. PC இணைக்கப்படுகிறது.

a) $AC : AP = AQ : AB$ என நிறுவுக.

b) $BQ : AB$ க்கு சமனான ஒரு விகிதம் எழுதுக.

5. ABC ஒரு கூர்ங்கோண முக்கோணியாகும். AB, AC என்பவற்றில் முறையே D, E என்னும் புள்ளிகள் $AD : AC = AE : AB$ ஆக அமைந்துள்ளன. $\angle AED = \angle ABC$ என நிறுவுக.

பயிற்சி 56

1. ABC ஒரு முக்கோணி. AB என்னும் பக்கம் $PA : PC = PC : PB$ ஆகுமாறு P என்னும் புள்ளிக்கு நீட்டப்பட்டுள்ளது. $\angle PCB = \angle BAC$ என நிறுவுக.

2. ABC ஒரு முக்கோணி. AB ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டம் AC ஐ D யிலும் BC ஐ E யிலும் வெட்டுகிறது. Δகள் CDE, ABC என்பன இயல்பொத்தன என நிறுவுக.

3. ஒரு வட்டத்தின் விட்டம் AB ஆகும். அவ்வட்டத்தின் AC என்ற நாண் P க்கு நீட்டப்படுகிறது. P யிலிருந்து நீட்டப்பட்ட AB க்கு PD என்ற செங்குத்து வரையப்படுகிறது.

   a) Δகள் ABC , APD என்பன இயல்பொத்தன என நிறுவுக.

   b) PCBD ஓர் ஒருவட்ட நாற்பக்கல் என நிறுவுக.

4. ΔABC யில் $B = 90^0$. AB யில் P யாதாயினும் ஒரு புள்ளி. AP ஐ விட்டமாகவுடைய வட்டம் AC ஐ Q விலே வெட்டினால் $AP : AB = AQ : AC$ என நிறுவுக.

5. ABC ஒரு முக்கோணி. AB யில் D ஒரு புள்ளி. $AC^2 = AB \cdot AD$ ஆயின் ΔADC யும் ΔABC யும் இயல்பொத்தன என நிறுவுக.

13
இருபடிச் சமன்பாடுகள்

பாட உள்ளடக்கம்: காரணிப்படுத்தல் மூலமும் நிறைவர்க்கம் ஆக்குதல் முறையிலும், வாய்ப்பாட்டைப் பிரயோகித்தும் இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்.

பாட வேளை : 07

13.1. அறிமுகம்:

நாம் கீழ் வகுப்புகளில் எளிய சமன்பாடுகளை அமைப்பதற்கும் அவற்றைத் தீர்ப்பதற்கும் கற்றுள்ளோம். அவ்வாறான சமன்பாடுகளுக்கு ஒரு தீர்வு மட்டுமே உண்டு.

இப்போது இரு கணியங்கள் பெருக்கப்படும் சந்தர்ப்பங்களை நோக்குவோம்.

$a \times b = 0$ ஆயின் ஒன்றில் $a = 0$ அல்லது $b = 0$ அல்லது a யும் b யும் பூச்சியங்கள் ஆகும்.

உ-ம்: $x \times 4 = 0$ ஆயின் $x = 0$ ஆகும்.

$x(x-1) = 0$ ஆயின் ஒன்றில் $x = 0$ அல்லது $x - 1 = 0$ ஆகும்.

அதாவது, $x = 0$ அல்லது $x = 1$ ஆகும்.

$(x-2)(x-3) = 0$ ஆயின் $x - 2 = 0$ அல்லது $x - 3 = 0$ ஆகும்.

அதாவது, $x = 2$ அல்லது $x = 3$ ஆகும்.

பின்வரும் சமன்பாடுகளை நோக்குக.

I. $x^2 + 3x + 2 = 0$

II. $y^2 - 5y + 6 = 0$

III. $x^2 - 9 = 0$

மேலுள்ள சமன்பாடுகளில் பின்வரும் இயல்புகள் காணப்படுகின்றன.

a) ஒவ்வொரு சமன்பாட்டிலும் ஒவ்வொரு தெரியாக் கணியம் உண்டு.

b) ஒவ்வொரு சமன்பாட்டிலும் தெரியாக் கணியத்தின் வர்க்கம் (இரண்டாம் படி) அமைவதோடு அக்கணியத்தின் முதலாம்

படியிலுள்ள உறுப்பு ஒன்றும் உண்டு. [எனினும் III இல் முதலாம் படியிலுள்ள உறுப்பு இல்லை]

மேற்படி சமன்பாடுகள் இருபடிச் சமன்பாடுகள் எனப்படும்.

13.2. இருபடிச் சமன்பாடு தீர்த்தல்:

ஓர் இருபடிச் சமன்பாட்டை அதன் அமைப்பிற்கேற்ப a) காரணிப்படுத்தித தீர்க்கலாம். b) நிறைவர்க்கமாக்கித் தீர்க்கலாம். c) வாய்ப்பாட்டில் பிரதியீடு செய்தும் தீர்க்கலாம்.

13.2.1. காணிப்படுத்தித் தீர்த்தல்:

உ-ம்: 1. $x^2-2x-3=0$

$(x-3)(x+1)=0$

ஒன்றில் $x-3=0$ அல்லது $x+1=0$

அதாவது $x=3$ அல்லது $x=-1$

தீர்வு $=\{3,-1\}$

உ-ம்: 2. $x^2+2x=0$

$x(x+2)=0$

ஒன்றில் $x=0$ அல்லது $x+2=0$

அதாவது $x=0$ அல்லது -2

தீர்வு $=\{0,-2\}$

உ-ம்: 3. $x^2+2x+1=0$

$(x+1)^2=0$

$(x+1)=0$ அல்லது $(x+1)=0$

$\therefore x=-1$ அல்லது $x=-1$

தீர்வு $\{-1,-1\}$

உ-ம்: 4. $x^2-9=0$

$x^2-3^2=0$

$(x+3)(x-3)=0$

ஒன்றில் $x+3=0$ அல்லது $x-3=0$

அதாவது $x=-3$ அல்லது $x=3$

தீர்வு $=\{-3,3\}$

உ-ம்: 5. $(a+3)^2-16=0$

$(a+3)^2-4^2=0$

$(a+3-4)(a+3+4)=0$ (இரு வர்க்கங்களின் வித்தியாசம்)

$(a-1)(a+7)=0$

ஒன்றில் $a-1=0$ அல்லது $a+7=0$

அதாவது $a=1$ அல்லது $a=-7$

தீர்வு $=\{1,-7\}$

உ-ம்: 6. $(x+3)(x-2)=6$

$\Rightarrow x^2-2x+3x-6=6$

$\Rightarrow x^2+x-6-6=0$

$\Rightarrow x^2+x-12=0$

$\Rightarrow (x+4)(x-3)=0$

ஒன்றில் $x=-4$ அல்லது $x=3$

தீர்வு $=\{-4, 3\}$

பயிற்சி 57

தீர்க்க:

1. $xy=0$ 2. $x(x-1)=0$ 3. $a(a+2)=0$
4. $(x-3)(x-2)=0$ 5. $(m+1)(m+3)=0$ 6. $(x+1)^2=0$
7. $3x(3-x)=0$ 8. $(x-3)(x-\frac{2}{3})=0$ 9. $(2x-3)(3x-2)=0$

பயிற்சி 58

காரணிப்படுத்தித் தீர்க்க

I. 1. $x^2+6x+8=0$ 2. $x^2-7x+12=0$ 3. $x^2+4x+4=0$
4. $x^2+5=6x$ 5. $x^2-x=132$ 6. $x^2=2x+99$
7. $24+10x+x^2=0$ 8. $10p=p^2+25$

II. 1. $3x^2-10x+3=0$ 2. $6x^2-13x+6=0$ 3. $2x^2-5x-12=0$
4. $6x^2+x=2$ 5. $(x+5)(x+3)=(x+5)$
6. $x^2-25=0$ 7. $3x^2-48=0$ 8. $7x^2-21=0$
9. $x(3x+2)=5$ 10. $(x+1)(2x+3)=4x^2-22$

13.2.2. நிறைவர்க்கமாக்கித் தீர்த்தல்:

ஓர் இருபடிச்சமன்பாட்டை காரணிப்படுத்தித் தீர்க்க முடியாவிடின் அதனை நிறைவர்க்கமாக்கித் தீர்க்கலாம்.

$x^2+6x+9=(x+3)^2$

$a^2+10a+25=(a+5)^2$

$c^2-4c+4=(c-2)^2$

$d^2-12d+36=(d-6)^2$

மேலுள்ள நான்கு கோவைகளும் நிறைவர்க்கங்களாக்கி எழுதப்பட்டுள்ளன. இவற்றில் ஏதாவது ஒரு கோலத்தை அவதானிக்க முடிகிறதா?

ஆம். ஒவ்வொரு கோவையினதும் மாறா உறுப்பானது அவற்றின் நடு உறுப்பின் குணகத்தின் அரைப்பங்கின் வர்க்கமாக அமைந்துள்ளது. மேலும் $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ ஆகும்.

எனவே இரு கணியங்களின் வர்க்கங்களின் வித்தியாசம் அக்கணியங்களின் கூட்டுத்தொகையினதும் அக்கணியங்களின் வித்தியாசத்தினதும் பெருக்கத்திற்குச் சமனாகும்.

நாம் இப்போது காரணிப்படுத்தித் தீர்க்க முடியாத $x^2+4x+1=0$ என்ற சமன்பாட்டை எவ்வாறு நிறைவர்க்கமாக்கித் தீர்க்கலாம் எனப் பார்ப்போம்.

உ-ம்: 7. $x^2+4x+1=0$

$x^2+4x=-1$

$x^2+4x+4=-1+4$ [x இன் குணகத்தின் அரைப்பங்கின் வர்க்கத்தை இரு பக்கமும் கூட்ட]

$(x+2)^2=3$

$\therefore x+2=\pm\sqrt{3}$

$x+2=\pm 1.7321$

அதாவது $x+2=+1.7321$ அல்லது $x+2=-1.7321$

$\therefore x=1.7321-2$ அல்லது $x=-1.7321-2$

$x=-0.2679$ அல்லது $x=-3.7321$

$\therefore x=-0.27$ அல்லது $x=-3.73$ [இரண்டு தசமதானத்திற்குத் திருத்தமாக]

உ-ம்: 8. பின்வரும் சமன்பாட்டைத் தீர்த்து விடையை இரு தசம தானங்களுக்குத் திருத்தமாகத் தருக.

$$2x^2 + 6x + 3 = 0$$

$$x^2 + 3x + \frac{3}{2} = 0$$ (முழுச் சமன்பாட்டையும் 2 ஆல் வகுக்க)

$$x^2 + 3x = -\frac{3}{2}$$

$$x^2 + 3x + \frac{9}{4} = -\frac{3}{2} + \frac{9}{4}$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$x + \frac{3}{2} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x + \frac{3}{2} = \pm\frac{1.7321}{2}$$

அதாவது $x = -\frac{3}{2} + \frac{1.7321}{2}$ அல்லது $x = -\frac{3}{2} - \frac{1.7321}{2}$

$x = -\frac{3}{2} + \frac{0.8661}{2}$ அல்லது $x = -\frac{3}{2} - \frac{0.8661}{2}$

$x = -\frac{2.1339}{2}$ அல்லது $x = -\frac{3.8661}{2}$

$x = -1.06695$ அல்லது $x = -1.93305$

$x = -1.07$ அல்லது $x = -1.93$

பயிற்சி 59

பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளை நிறைவர்க்கமாக்கித் தீர்த்து விடையை இரு தசமதானங்களுக்குத் திருத்தமாகத் தருக.

1. $x^2 - 6x + 7 = 0$
2. $x^2 + 11 = 8x$
3. $x^2 - 4x + 1 = 0$
4. $x^2 + 2x - 4 = 0$
5. $b^2 - 10 = 4b$
6. $a^2 - 8a + 3 = 0$
7. $x^2 + 7x + 3 = 0$
8. $x^2 - x - 1 = 0$
9. $2x^2 - 6x + 3 = 0$

10. $2x^2 - 7x = 3$

11. $2x^2 + (x+3)^2 = 10$

12. $(2x-3)^2 = 13$

13. $x(x+4) + 2x(x+3) = 5$

14. $(x-2)(3+4x) = 2x^2$

15. $\frac{1}{x+1} + \frac{3}{x+2} = \frac{2}{x}$

13.2.3. வாய்ப்பாட்டில் பிரதியீடு செய்து தீர்த்தல்:

இருபடிச் சமன்பாட்டின் நியம வடிவம் $ax^2 + bx + c = 0$ என்பதாகும்.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$= \frac{-4ac + b^2}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

உ-ம்: 9. பின்வரும் சமன்பாட்டை $ax^2 + bx + c = 0$ என்ற வாய்ப்பாட்டில் பிரதியீடு செய்து தீர்க்க.

$5x^2 - 15x + 11 = 0$

இங்கு $a = 5$; $b = -15$; $c = 11$ ஆகும்.

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-15) \pm \sqrt{225 - 4.5.11}}{10}$$

$$= \frac{15 \pm \sqrt{5}}{10}$$

$$= \frac{15 \pm 2.236}{10}$$

$$= \frac{17.236}{10} \text{ அல்லது } \frac{12.764}{10}$$

$= 1.7236$ அல்லது 1.2764

$= 1.72$ அல்லது 1.28

பயிற்சி 60

பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளை வாய்ப்பாட்டில் பிரதியிடுவதன் மூலம் தீர்க்க.

1. $x^2 - 3x - 3 = 0$
2. $2x^2 - 6x + 3 = 0$
3. $9x^2 - 6x = 5$
4. $7x^2 - 12x + 3 = 0$
5. $7x^2 + 16x + 5 = 0$
6. $3x^2 - 7x = 3$
7. $5(x^2 - 1) = 9x$
8. $4x^2 - 3x - 2 = 0$
9. $5(x^2 - 1) - 4x = 0$
10. $(x - 3)(3 + 4x) = 2x^2$
11. $(2x - 3)^2 = 13$
12. $5x(x + 1) - 2x(2x - 1) = 20$

13.3. ஓர் இருபடிச் சமன்பாட்டின் தீர்வு தரப்படின் அச்சமன்பாட்டை அமைத்தல்.

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x - 3)(x - 1) = 0$

$x = 3$ அல்லது $x = 1$

தீர்வு $= \{3, 1\}$

உ-ம்: 10. தீர்வு = {3, 1}

∴ சமன்பாடு : $(x-3)(x-1)=0$

$x^2-4x+3=0$

உ-ம்: 11. தீர்வு = {–3, 5}

∴ சமன்பாடு : $(x-(-3))(x-5)=0$

$(x+3)(x-5)=0$

$x^2-2x-15=0$

உ-ம்: 12. தீர்வு = {x, y}

∴ சமன்பாடு : $(a-x)(a-y)=0$

$a^2-(x+y)a+xy=0$

பயிற்சி 61

I. பின்வருவனவற்றை மூலங்களாகவுடைய இருபடிச் சமன்பாடுகளை காரணிகளின் பெருக்கமாகத் தருக.

1. $3, 2$ 2. $-2, 4$ 3. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$

4. $\frac{2}{3}, \frac{1}{5}$ 5. p, q 6. α, β

II. பின்வரும் எண்தொடைக்களை மூலகங்களாகக் கொண்ட சமன்பாடுகளை $ax^2+bx+c=0$ என்னும் வடிவில் தருக.

1. $\{2, 3\}$ 2. $\{-3, 4\}$ 3. $\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right\}$

4. $\left\{\frac{1}{4}, 0.6\right\}$ 5. $\left\{\frac{p}{2}, \frac{p}{3}\right\}$ 6. $\{\alpha, \beta\}$

பயிற்சி 62

13.4. இருபடிச் சமன்பாடுகள் அமைத்துத் தீர்க்க வேண்டிய யோசனைக் கணக்குகள்:

1. ஒரு செவ்வக வயலின் நீளம் அதன் அகலத்திலும் 11 m கூட. அதன் பரப்பளவு 840 m^2 ஆயின் வயலின் நீளத்தைக் காண்க.

2. இரு எண்களின் வித்தியாசம் 3. அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை 117. எண்களைக் காண்க.

3. ஒருவன் தன் மகனிலும் 3 மடங்கு வயதுடையவன். ஆறு வருடங்களின் முன் அவர்களின் வயதுகளின் பெருக்கம் 288 ஆகும். அவர்களது தற்போதைய வயதுகளைக் காண்க.

4. ஒருவன் 36 km தூரத்தை ஒருசீரான கதியில் சென்றான். அவன் தனது கதியை 3 km/h ஆல் அதிகரித்திருப்பின் அவன் ஒரு மணித்தியாலம் குறைய எடுத்திருப்பான். அவனது கதி என்ன?

5. ஒரே வகையான சில பொம்மைகளை ரூபா 100 க்கு வாங்கினேன். ஒவ்வொன்றினதும் விலை ரூபா 1 இனால் குறைந்திருந்தால் அதே பணத்திற்கு 5 பொம்மைகளைக் கூட வாங்கியிருப்பேன். ஒரு பொம்மையின் விலை என்ன?

6. 44 cm நீளமான கம்பி இரு துண்டுகளாக்கப்பட்டு அவை ஒவ்வொன்றும் ஒவ்வொரு சதுரவடிவமாக வளைக்கப்பட்டுள்ளன. இரு சதுரங்களின் முழுப் பரப்பளவு $68\frac{1}{2}\ cm^2$ ஆயின் அவ்விரு துண்டுகளின் நீளங்களையும் கணிக்க.

7. நிலையான நீரில் $12\ kmh^{-1}$ கதியுடன் செல்லக்கூடிய வள்ளம் ஒன்று ஆற்றோட்டத்திற்கு எதிராக 12 km தூரம் சென்று திரும்ப அப்புள்ளியை வந்தடைய 2 மணி 40 நிமிடம் எடுத்தது. ஆற்றோட்டத்தின் கதியைக் காண்க.

8. செவ்வக வடிவப் புற்றரை ஒன்றின் நீளம் 90 m; அகலம் 84 m. இதனைச் சுற்றி மாறா அகலமுள்ள பாதை உண்டு. பாதையின் பரப்பளவு புற்றரையின் பரப்பளவுக்குச் சமனாகும்.

   1. பாதையின் அகலம் x m எனக்கொண்டு பாதை சேர்ந்த புற்றரையின் நீள, அகலங்களைக் காண்க. பரப்பளவைக் காண்க.

   2. புற்றரையின் பரப்பளவைக் காண்க.

   3. இருபடிச்சமன்பாடு அமைப்பதன் மூலம் பாதையின் அகலத்தைக் காண்க.

14
வரைபுகள்

பாட உள்ளடக்கம் : ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை வரைபினை உபயோகித்துத் தீர்த்தல். $ax^2 + bx + c$ என்ற வடிவிலமைந்த கோவைகளின் வரைபு. சமச்சீர் அச்சு. உயர்வு இழிவுப் புள்ளிகள். வரைபினை உபயோகித்து இருபடிச் சமன்பாட்டின் தீர்வினைக் காணல்.

பாட வேளை : 10

உ-ம்: 1. $2x - y = 1$

$x + y = 5$

என்ற ஒருங்கமை சமன்பாட்டைத் தீர்ப்போம்.

$2x - y = 1$ ....(1)

$x + y = 5$ ....(2)

$(ச1 + ச2)$ $3x = 6$

$x = 2$

x இன் பெறுமதியை ச2 இல் பிரதியிட,

$2 + y = 5$

$y = 3$

$$\left.\begin{array}{l} x = 2 \\ y = 3 \end{array}\right\}$$

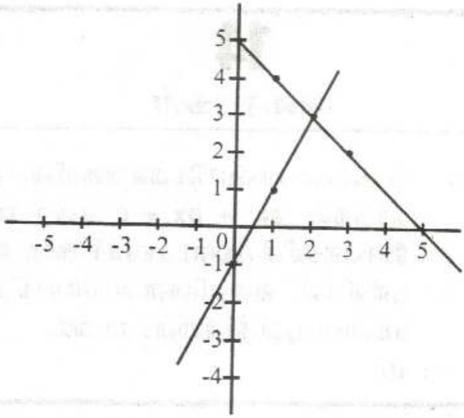
இதே சமன்பாடுகளை வரைபுப்படுத்துவதன் மூலம் x, y என்பவற்றின் பெறுமதிகளைக் காண்போம்.

1.

x	0	1	2
y	−1	1	3

2.

x	1	2	3
y	4	3	2



இரு நேர்கோடுகளும் இடைவெட்டும் புள்ளி (2, 3) ஆகும். எனவே இந்த ஒருங்கமை சமன்பாட்டின் தீர்வு $x = 2$; $y = 3$ ஆகும்.

உ-ம்: 2. x அச்சில் -3 முதல் +3 வரையும் y அச்சில் -3 முதல் 16 வரையும் அமைந்த ஆள்கூற்றுத்தளத்தில்

a) $y = x^2$

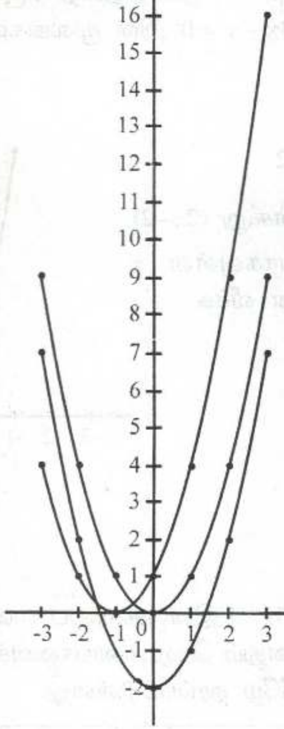
b) $y = x^2 - 2$

c) $y = (x + 1)^2$ ஆகிய சமன்பாடுகளை வரைபுப்படுத்துக.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	9	4	1	0	1	4	9
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
$y = x^2 - 2$	7	2	-1	-2	-1	2	7

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$x+1$	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = (x+1)^2$	4	1	0	1	4	9	16



உ-ம்: 3.

a) சார்பு $y = x^2 - 4x + 2$ இன் வரைபை வரையப் பொருத்தமான x இனதும் y யினதும் பெறுமானங்களைக் கொண்ட பூரணமற்ற அட்டவணை இங்கு தரப்பட்டுள்ளது.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	7	__	-1	__	-1	2	7

I. வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

II. x அச்சு வழியேயும் y அச்சு வழியேயும் 10 சிறிய சதுரங்களினால் ஒரு அலகு வகைகுறிக்கப்படுமாறு உள்ள அளவிடையை எடுத்து சார்பின் வரைபை வரைக.

b) உமது வரைபைப் பயன்படுத்தி

I. வரைபின் உச்சியின் ஆள்கூறை எழுதுக.

II. சார்பு மறையாகவுள்ள x இன் பெறுமான வீச்சை எழுதுக.

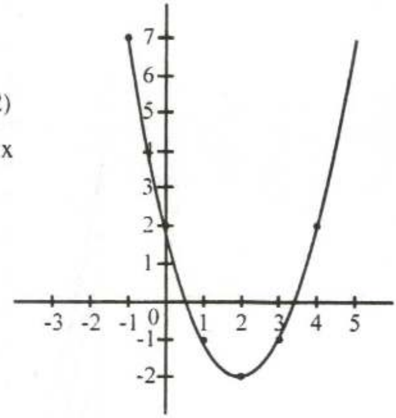
III. சார்பின் இழிவுப் பெறுமானத்தை எழுதுக.

IV. சமன்பாடு $2 + 4x - x^2 = 0$ இன் மூலங்களைக் காண்க.

a) I. வெற்றிடங்கள்

$0^2 - 4 \times 0 + 2 = 2$

$2^2 - 4 \times 2 + 2 = -2$



b) I. உச்சியின் ஆள்கூறு $(2, -2)$

II. சார்பு மறையாகவுள்ள x இன் பெறுமான வீச்சு $0.5 < x < 3.5$

III. $y = -2$

IV. $y = x^2 - 4x + 2$

$0 = -x^2 + 4x + 2$

$y = 4$

V. $\{-0.5, 4.5\}$

உ-ம்: 4. சார்பு $y = -x^2 + 5x - 1$ இன் வரைபை வரையப் பொருத்தமான x இனதும் y இனதும் பெறுமானங்களைக் கொண்ட பூரணமற்ற அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	-7	___	3	___	5	___	-1	___

a) I. மேலே குறிப்பிட்டுள்ள அட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

II. பூரணப்படுத்தப்பட்ட அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி மேலே குறிப்பிட்ட சார்பின் வரைபை வரைக.

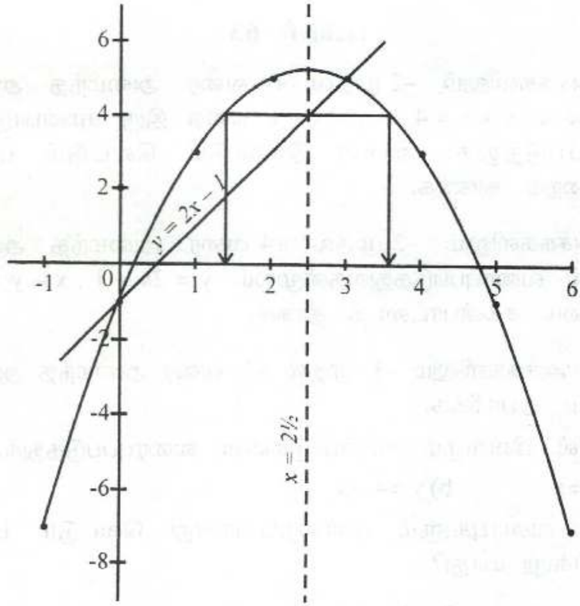
b) உமது வரைபிலிருந்து

I. சமச்சீர்க் கோட்டின் சமன்பாட்டினை எழுதுக.

II. சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானத்தை எழுதுக.

III. $-x^2 + 5x - 1 \geq 4$ ஆக இருக்கும் x இன் பெறுமானங்களின் வீச்சை எழுதுக.

IV. பொருத்தமான ஏகபரிமாண வரைபினை வரைந்து சமன்பாடு $-x^2 + 3x = 0$ இன் மூலங்களைப் பெறுக.



I. வெற்றிடங்கள்: $-(0)^2 + 5 \times 0 - 1 = -1$

$-(2^2) + 5 \times 2 - 1 = 5$

$-(4^2) + 5 \times 4 - 1 = 3$

$-(6^2) + 5 \times 6 - 1 = -7$

b) I. சமச்சீர்க் கோட்டின் சமன்பாடு $x = 2½$

II. சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானம் $y = 5.25$

III. $1.4 \leq x \leq 3.6$

IV. $y = -x^2 + 5x - 1$

$0 = -x^2 + 3x$

$y = 2x - 1$

$\therefore$ மூலங்கள் : $\{0, 3\}$

பயிற்சி 63

1. இரு அச்சுகளிலும் -2 முதல் $+4$ வரை அமைந்த ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் a) $x + y = 4$ b) $y = x + 1$ என்ற இரு சமன்பாடுகளையும் வரைபுப்படுத்துக. அவை இரண்டும் வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறைக் காண்க.

2. இரு அச்சுகளிலும் -2 முதல் $+4$ வரை அமைந்த ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைபுப்படுத்துவதன்மூலம் $y = 2x + 1$; $x - y = 0$ என்ற ஒருங்கமை சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

3. i) இரு அச்சுகளிலும் -3 முதல் $+3$ வரை அமைந்த ஆள்கூற்றுத் தளம் தயாரிக்க.

   ii) அதில் பின்வரும் சமன்பாடுகளை வரைபுப்படுத்துக.

   a) $y = x$ b) $y = 4 - x$

   iii) இரு வரைபுகளும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறு யாது?

4. i) இரு அச்சுக்களிலும் -3 முதல் $+3$ வரை அமைந்த ஆள்கூற்றுத் தளம் தயாரிக்க.

   ii) அதில் பின்வரும் சமன்பாடுகளை வரைபுப்படுத்துக.

   a) $y = x + 2$ b) $y = 2x + 1$

   iii) இரு வரைபுகளும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறு யாது?

5. i) x அச்சில் -3 முதல் $+3$ வரை அமையவும் y அச்சில் -5 முதல் $+5$ வரை அமையவும் தயாரிக்கப்பட்ட ஆள்கூற்றுத்தளத்தில் பின்வரும் சமன்பாடுகளை வரைபுப்படுத்துக.

   a) $x + y = 4$ b) $y = 2x + 1$ c) $2y = x - 1$

   ii) வரைபுகள் A யும் B யும் ஒன்றையொன்று எப்புள்ளியில் வெட்டுகின்றன?

   iii) $(3, 1)$ என்னும் புள்ளியில் வெட்டும் வரைபுகள் எவை?

   iv) $(-1, -1)$ என்னும் புள்ளியில் வெட்டும் வரைபுகள் எவை?

பயிற்சி 64

1. இரு அச்சுகளிலும் 2 cm ஐ ஒரு அலகாகக் குறிக்கும் ஆள்கூற்றுத்தளத்தில் $y = x^2$ என்னும் சமன்பாட்டை வரைபுப்படுத்துக.
   a) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?
   b) சார்பின் சமச்சீர் அச்சை சங்கிலிக்கோட்டால் குறிப்பிடுக.
   c) சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாடு யாது?
   d) x இன் எவ்வெப் பெறுமானங்களுக்கு சார்பு 4 என்ற பெறுமதியைப் பெறுகிறது?
   e) $y = 1$ என்ற வரை சார்பை எவ்வெப் புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது?

2. பொருத்தமான ஆள்கூற்றுத்தளம் தயாரித்துப் பின்வரும் சமன்பாடுகளை அதில் வரைபுப்படுத்துக.
   a) $y = x^2 + 1$ b) $y = x^2 - 1$ c) $y = (x + 1)^2$ d) $y = (x - 1)^2$
   a) வரைபுகள் I, III வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறு யாது?
   b) வரைபுகள் II, IV வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறு யாது?

3. $y = x^2$ என்னும் சமன்பாட்டின் வரைபைப் பயன்படுத்தி $x^2 - x - 6 = 0$ இன் மூலங்களைக் காண்க.

4. $y = (x + 1)^2$ என்னும் சமன்பாட்டின் வரைபைப் பயன்படுத்தி $x^2 + 2x - 1 = 0$ இன் மூலங்களைக் காண்க.

5. $y = 1 + 3x - x^2$ இன் வரைபைப் பயன்படுத்தி $x^2 - 3x - 3 = 0$ இன் மூலங்களைக் காண்க.

பயிற்சி 65

1. $y = x^2 + x - 3$ என்னும் வரைபினை வரைவதற்கு x, y என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் கொண்ட அட்டவணை ஒன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	3	-1	___	___	___	3

   a) மேலே தந்த அட்டவணையில் வெற்றிடங்களை நிரப்புக. (பெறுமானங்களை எங்ஙனம் நீர் பெற்றீர் எனக் காட்டுக)

b) வரைபுத் தாளில் x அச்சு வழியேயும் y அச்சு வழியேயும் ஓர் அலகைக் குறிப்பதற்கு 10 சிறு பிரிவுகளைக் கொண்ட அளவிடையைத் தேர்ந்தெடுத்து மேலே தரப்பட்ட சார்பின் வரைபை வரைக.

c) உமது வரைபிலிருந்து $x = 1\frac{1}{2}$ ஆகும்போது சார்பின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

d) x இன் வேறு எந்தப் பெறுமானங்களுக்குச் சார்பானது அதே பெறுமானத்தை எடுத்துக்கொள்கிறது?

e) சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

f) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?

g) $x^2 + x - 2 = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க.

2. $y = 2x^2 - 4x - 1$ என்பதன் வரைபை வரைவதற்கு x இனதும் y இனதும் பெறுமானங்கள் அடங்கிய அட்டவணை ஒன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	15	__	__	__	-1	__	15

a) மேலே உள்ள அட்டவணையில் வெற்றிடங்களை நிரப்புக. (பெறுமானங்களை எங்ஙனம் நீர் பெற்றீர் எனக் காட்டுக)

b) வரைபுத் தாளில் x அச்சு வழியேயும் y அச்சு வழியேயும் ஓர் அலகைக் குறிப்பதற்கு முறையே 10 சிறு பிரிவுகளையும் 5 சிறு பிரிவுகளையும் கொண்ட அளவிடைகளைத் தேர்ந்தெடுத்து மேலே தரப்பட்ட சார்பின் வரைபை வரைக. உமது வரைபைப் பயன்படுத்தி,

c) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானத்தை எழுதுக.

d) சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

e) சார்பு மறையாக இருக்கும் x இன் பெறுமானவீச்சைக் காண்க.

f) $x^2 - x - 1 = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க.

3. $y = -x^2 + 3x + 5$ என்பதன் வரைபை வரைவதற்கு x இனதும் y இனதும் பெறுமானங்களைக் கொண்ட பூரணமற்ற அட்டவணை ஒன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
y	-1.75	__	__	5	__	7	__	__	__	__	__	1

i) இவ்வட்டவணையில் உள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக. பெறுமானங்களை எங்ஙனம் நீர் பெற்றீர் எனக் காட்டுக.

b) தரப்பட்டுள்ள வரைபுத்தாளில் x அச்சு வழியேயும் y அச்சு வழியேயும் ஓர் அலகைக் குறிப்பதற்கு 10 சிறு பிரிவுகளைக் கொண்ட அளவிடைகளைத் தேர்ந்தெடுத்து பூரணப்படுத்திய அட்டவணையிலுள்ள பெறுமானங்களைக் குறிக்க. அவ்வாறு பெறப்பட்ட புள்ளிகளை இணைத்து ஒப்பமான வளையியைப் பெறுக.

b) உமது வரைபிலிருந்து,

i) x அச்சு வரைபு சமச்சீராகவுள்ள கோட்டை வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறைக் காண்க.

ii) நேராகவிருக்கும் அதேவேளையில் சார்பு அதிகரிக்கும் x இன் பெறுமானங்களின் வீச்சைக் காண்க.

iii) அச்சார்பின் உயர் பெறுமானத்தைக் காண்க.

f) $2x^2 - 6x - 1 = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க.

பயிற்சி 66

1. சார்பு $y = (x-2)^2 - 3$ இன் வரைபை வரைவதற்கான x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் கொண்ட பூரணமற்ற அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	6	1	__	-3	__	__	__

a) i) மேலே உள்ள அட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக. பெறுமானங்களைப் பெற்ற விதத்தினைக் குறிப்பிடுக.

ii) வரைபுத்தாளில் இரு அச்சுகளிலும் ஓர் அலகைக் குறிப்பதற்கு 2 cm ஐத் தெரிந்தெடுத்து சார்பின் வரைபை வரைக.

b) உமது வரைபிலிருந்து

i) சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

ii) சார்பு மறையாக இருக்கும் x இன் பெறுமானங்களின் வீச்சைக் காண்க.

iii) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானத்தை எழுதுக.

iv) அதே வரைபுத் தாளில் தக்க ஏகபரிமாண வரைபு ஒன்றை வரைந்து சமன்பாடு $(x - 2)^2 - 3 = 2 - x$ இன் மூலங்களைக் காண்க.

2. ஆட்சி -1 முதல் 5 வரை அமைய சார்பு $y = (x - 1)(x - 3)$ இன் வரைபை வரைக.

உமது வரைபிலிருந்து,

i) சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

ii) சார்பு மறையாக இருக்கும் x இன் பெறுமானங்களின் வீச்சைக் காண்க.

iii) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானத்தை எழுதுக.

iv) தக்க ஏகபரிமாண வரைபு ஒன்றை வரைந்து சமன்பாடு $(x - 1)(x - 3) = 4 - x$ இன் மூலங்களைக் காண்க.

3. I. வளையி $y = (x + 3)(x - 2)$, x அச்சை A யிலும் C யிலும், y அச்சை B யிலும் வெட்டுகிறது.

a) A, B, C என்பவற்றின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

b) சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

II. கிடையான தரையிலுள்ள ஒரு கட்டடத்துக்கு நிலைக்குத்தான சுவர்கள் உண்டு. அக்கட்டடத்திலுள்ள யன்னல் ஒன்றிலிருந்து ஒரு பந்து எறியப்படுகிறது. எந்தவொரு விநாடியிலும் அப்பந்தானது கட்டடத்திலிருந்து x மீற்றர் தூரத்திலும் நிலத்திலிருந்து y மீற்றர் நிலைக்குத்து உயரத்திலும் உள்ளது. கீழுள்ள அட்டவணையில் x, y என்பவற்றின் ஒத்த பெறுமதிகள் தரப்பட்டுள்ளன.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	20	24	26	26	24	20	14	6

a) x அச்சில் x மீற்றரை 2 cm ஆலும் y அச்சில் 5 மீற்றரை 2 cm ஆலும் வகைகுறித்து $0 \leq x \leq 8$, $0 \leq y \leq 30$ என்னும் பெறுமதிகளுக்கு அமைய ஆள்கூறுகளைக் குறித்து அவற்றினூடு ஒப்பமான விளையி வரைக.

b) நிலத்திலிருந்து யன்னலின் உயரத்தைக் காண்க.

15

தரவுகளை வகைகுறித்தலும் விளக்கம் கூறுதலும்

பாட உள்ளடக்கம் : தரவுகளை இனங்காணல், வலையுரு வரையம், சமனற்ற பருமன் கொண்ட வகுப்பாயிடை வரையுரு வரையம், மீடிறன் பல்கோணி, திரள் மீடிறன் வளையி, காலணைகள், காலணை இடைவீச்சு.

பாட வேளை : 06

15.1. ஈட்டுகள்:

ஆய்வு ஒன்றைச் செய்து அதிலிருந்து பெறப்படும் விபரங்களைக் கணக்கிடும்போது அவ்வெண்ணிக்கைகள் ஈட்டுகள் எனப்படும்.

ஈட்டுகள் சிலசமயங்களில் மாறிகள் எனவும் கூறப்படும். மாறிகள் இருவகைப்படும். ஒன்று பின்னகமாறி. மற்றது தொடர்மாறி.

பின்னகமாறி : வகுப்பிலுள்ள பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை, ஒரு சீப்பிலுள்ள வாழைப்பழங்கள், கிரிக்கற் விளையாட்டில் பெற்ற ஓட்டங்கள்.

தொடர்மாறி : பிள்ளை ஒன்றின் நிறை, பூஞ்செடி ஒன்றின் உயரம், ஒரு பிரயாணத்துக்கு எடுக்கும் நேரம்.

15.2. வலையுருவரையம்:

தரவுகளைக் குறிப்பதற்கு நிரல் வரைபுகளை வரைய உங்களுக்குத் தெரியும். பின்னகமாறித் தரவுகளாயின் நிரல்களுக்கு இடையில் இடைவெளி இருக்கவேண்டும். தொடர்மாறித் தரவுகளாயின் நிரல்களுக்கு இடையில் இடைவெளி இருக்கத் தேவையில்லை. இவ்வாறு வரையும் வரைபுகளை வலையுரு வரையம் எனலாம்.

15.3. பரப்பளவும் மீடிறனும்:

நிரல் வரைபில் நிரல் ஒன்றின் உயரம் மீடிறனுக்கு விகிதசமமாகும். ஆனால் வலையுரு வரையத்தில் நிரல் ஒன்றின் பரப்பளவு மீடிறனுக்கு விகிதசமமாகும்.

தரவில் வகுப்பாயிடைகளின் பருமன் சமனாக இருப்பின் அதன் நிரல் வரைபிலும் வலையுரு வரையத்திலும் நிரல்களின் அகலங்கள் சமமாயிருக்கும். ஆனால் முதலாவதுக்கு நிரல்களிடையில் இடைவெளி இருக்கும். மற்றையதற்கு நிரல்களிடையில் இடைவெளி இருக்காது.

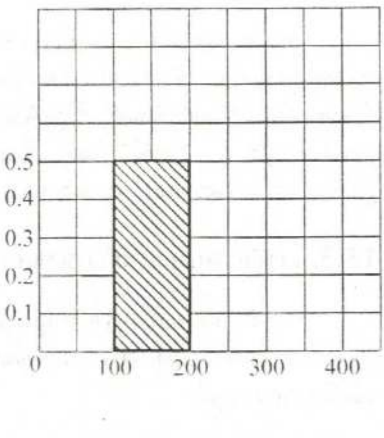
வகுப்பாயிடைகளின் பருமன் சமனற்றவையாக அமைந்த தரவுகளுக்கு வலையுரு வரையம் வரையும்போது வகுப்பாயிடையின் பருமன் இருமடங்காகும்போது அதற்கொத்த நிரலின் உயரம் அரை மடங்காகும். வகுப்பாயிடையின் பருமன் மூன்று மடங்கானால் அதற்கொத்த நிரலின் பருமன் மூன்றிலொரு பங்காகும். அப்போதுதான் நிரல்களின் பரப்பளவும் மீடிறனும் விகிதசமமாகும்.

15.4. மீடிறன் பல்கோணிகள்: 2 வகை.

1. வலையுரு வரையத்தில் பெறப்படும் செவ்வகங்களின் உச்சிகளின் நடுப்புள்ளிகளை முறையே இணைத்துப் பெறுவது.
2. வகுப்பாயிடையின் நடுப்பெறுமானம், செவ்வகத்தின் உயரம் என்ற வரிசைப்பட்ட சோடிகளைக் கொண்ட புள்ளிகளை இணைத்துப் பெறுவது.

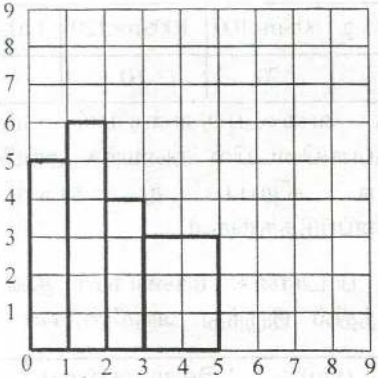
பயிற்சி 67

1. ஒரு கூட்டத்தில் 120 சிறார்கள் இருந்தனர். அவர்களிடம் எவ்வளவு தூரம் அவர்கள் நீந்துவார்கள் என வினவப்பட்டது. 30 பேர் 100 m இலும் குறைந்த தூரத்தையும் 50 பேர் குறைந்தது 100 m இலிருந்து கூடியது 200 m வரையும்,ஏனையோர் குறைந்தது 200 m இலிருந்து கூடியது 400 m வரையும் நீந்துவார்கள் எனக் கூறினர். இத்தகவலை ஒரு வலையுரு வரையத்தில் காட்ட முயற்சிக்கப்பட்டுள்ளது. எஞ்சியதை நீங்கள் கீறி முடியுங்கள்.



2. ஒரு கணிப்பீட்டைச் செய்வதற்குச் சில மாணவர்கள் எடுத்த நேரம் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது. அதன் வலையுரு வரையத்தின் ஒரு பகுதியும் அருகில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

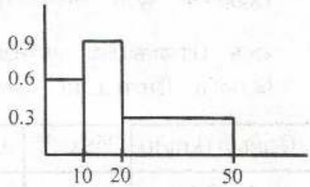
நேரம் (t நிமி)	மீடிறன்
$0 < t \leq 1$	5
$1 < t \leq 2$	6
$2 < t \leq 3$	p
$3 < t \leq 5$	q
$5 < t \leq 8$	6



a) p யினதும் q வினதும் பெறுமதிகளைக் காண்க.

b) வலையுரு வரையத்தைப் பூரணப்படுத்துக.

3. ஒரு கூட்டம் பொருட்களின் நீளம் (l metres) பற்றிய தகவலைப் பின்வரும் வலையுரு வரையம் காட்டுகிறது. 6 பொருட்கள் 100 m அல்லது அதனிலும் குறைந்த நீளமுடையன.



a) $10 < l < 20$. இந்த வீச்சிலுள்ள பொருட்கள் எத்தனை?

b) அக்கூட்டத்திலுள்ள முழுப் பொருட்களினதும் எண்ணிக்கை எத்தனை?

c) அக்கூட்டம் பொருட்களிலிருந்து ஒரு பொருள் எழுமாற்றாக எடுக்கப்பட்டு, திருப்பி வைக்கப்படாத நிலையில் வேறொரு பொருள் எடுக்கப்பட இரு பொருட்களும் 10 m அல்லது அதனிலும் குறைந்த நீளமுடையனவாய் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

பயிற்சி 68

1. 250 அப்பிள் பழங்களைக் கொண்ட ஒரு பெட்டியிலுள்ள எல்லா அப்பிள்களும் நிறுக்கப்பட்டுப் பெற்ற தகவல் பின்வருமாறு.

திணிவு g	$60 \le m < 100$	$100 \le m < 120$	$120 \le m < 140$	$140 \le m < 160$	$160 \le m < 220$
மீடிறன்	20	60	70	40	60

ஒரு வலையுருவரையம் வரையும்போது முதலாவது வகுப்பாயிடையில் அமைந்த அப்பிள்களைக் குறிக்க 10 cm உயர நிரல் கீறப்பட்டது. அந்த வலையுருவரையத்தைப் பூரணப்படுத்துங்கள்.

2. ஒரு பாடசாலை மாணாக்கர் தினமும் பாடசாலைக்கு எவ்வளவு தூரத்தில் இருந்து வருகிறார்கள் எனக் கணக்கிடப்பட்டது.

தூரம் (km)	2 இலும் குறைய	2 - 2.9	3 - 3.9	4 - 4.9	5 - 5.9
எண்ணிக்கை	100	40	20	30	10

இதனை ஒரு வலையுருவரையத்தில் காட்டுக.

3. ஒரு பாதையில் குறிப்பிட்ட ஒரு புள்ளியிலிருந்து அப்பாதையால் சென்ற மோட்டார் வண்டிகளின் வேகங்கள் கணிக்கப்பட்டன.

வேகம் (km/h)	$25 \le x < 35$	$35 \le x < 45$	$45 \le x < 55$	$55 \le x < 65$	$65 \le x < 75$	$75 \le x < 85$
எண்ணிக்கை	2	11	30	40	12	5

இத்தகவல்களைக் காட்ட ஒரு வலையுரு வரையம் வரையுங்கள்.

பயிற்சி 69

1. 40 முட்டைகளின் திணிவுகள் பின்வருமாறு அமைந்துள்ளன.

திணிவு (g)	மீடிறன்
$40 \le m < 50$	20
$50 \le m < 60$	15
$60 \le m < 80$	5

a) இத்தகவலை விபரிக்க வலையுரு வரையம் வரையுங்கள். (அச்சுக்களைக் கவனமாகப் பெயரிடுங்கள்)

b) வலையுரு வரையத்திற்கேற்ப மீடிறன் பல்கோணி வரையுங்கள்.

c) எழுமாற்றாக ஒரு முட்டை எடுக்கப்பட்டது. அதன் திணிவு $50 \leq m < 60$ இல் இருக்கக்கூடிய நிகழ்தகவு யாது?

d) இரு முட்டைகள் எழுமாற்றாக எடுக்கப்பட்டன. ஒன்றினது திணிவு $50 \leq m < 60$ இலும் மற்றயதன் திணிவு $60 \leq m < 80$ இலும் இருக்கக்கூடிய நிகழ்தகவு யாது?

2. 200 பொதிகளின் திணிவுகள் பின்வருமாறு. பின்வரும் தகவலை ஒரு மீடிறன் பல்கோணியில் காட்டுக.

திணிவு (kg)	மீடிறன்
0 - 4	50
5 - 9	64
10 - 14	43
15 - 19	26
20 - 25	17

a) மேலுள்ள பொதிகளின் தொகுதியில் எத்தனை நூற்று வீதமானவை 9.5 kg இலும் கூடிய திணிவுள்ளன?

b) எழுமாற்றாக ஒரு பொதி எடுக்கப்படின் அது 4.5 kg இலும் குறைந்ததாக இருப்பதற்காள நிகழ்தகவு யாது?

3. பின்வரும் தகவல்களைக் காட்ட மீடிறன் பல்கோணி வரையுங்கள்.

தொழிலாளரின் வயது	மீடிறன்
$15 \leq x < 20$	5
$20 \leq x < 25$	23
$25 \leq x < 30$	58
$30 \leq x < 35$	104
$35 \leq x < 40$	141
$40 \leq x < 45$	98
$45 \leq x < 50$	43
$50 \leq x < 55$	19
$55 \leq x < 60$	6

4. 23 தொழிலாளர்களின் வேதனப் பரம்பல் பற்றிய தகவலைக் காட்ட வலையுரு வரையமும் மீடிறன் பல்கோணியும் வரையுங்கள்.

வேதனம்	மீடிறன்	வேதனம்	மீடிறன்
12000 - 15000	2	16000 - 18000	5
19000 - 20000	8	21000 - 23000	6
24000 - 27000	2		

5. 100 மரத்துண்டுகள் அளக்கப்பட்டுத் தயாரிக்கப்பட்ட அட்டவணை பின்வருமாறு.

நீளம் (cm இல்)	மீடிறன்
29.5	2
29.6	4
29.7	11
29.8	18
29.9	31
30.0	22
30.1	8
30.2	3
30.3	1

இத்தகவலை வலையுரு வரையத்திலும் மீடிறன் பல்கோணியிலும் காட்டுக.

6. குறித்த ஒரு பாடசாலையில் தரம் 11 இலுள்ள மாணக்கரின் நிறைகள் கிட்டிய கிலோகிறாமில் பின்வரும் மீடிறன் பரம்பலில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

நிறை (kg இல்)	23 - 25	25 - 27	27 - 29	29 - 31	31 - 33
மீடிறன்	3	5	10	8	4

i) இத்தரவைப் பிரதிபலிக்கும் வலையுரு வரையம் வரைக. (மீடிறன் அச்சில் 1 அலகை 1 cm ஆல் குறிக்க)

ii) இவ்வலையுரு வரையத்தைப் பயன்படுத்தி மீடிறன் பல்கோணி வரைக.

15.5. திரள் மீடிறன் வளையி:

நாம் தரம் 9 இல் 20 ஆம் படிமுறையில் புள்ளிவிபரவியல் பற்றிக் கற்கும்போது தண்டு இலை வரைபு மூலம் எவ்வாறு காலணைகளைக் காண்பது எனப் படித்தோம்.

இப்படிமுறையில் திரள்மீடிறன் வரைபு வரைந்து அவ்வரைபைப் பிரயோகித்து எவ்வாறு காலணைகள், காலணை இடைவீச்சு என்பவற்றைக் கணிப்பது எனப் பார்ப்போம். கீழ்வரும் உதாரணத்தை அவதானியுங்கள்.

ஒரு பிரபல கல்லூரியில் 270 மாணாக்கர் உள்ள பல பிரிவுகளைக் கொண்ட ஒரு வகுப்பில் அவர்கள் கணித பாடத்தில் பெற்ற புள்ளிகளின் பரம்பல் கீழுள்ள அட்டவணையில் உள்ளது.

வகுப்பாயிடை	மீடிறன்	திரள் மீடிறன்	வரிசைப்பட்ட சோடிகள்
			(0, 0)
$0 < x \leq 10$	21	21	(10, 21)
$10 < x \leq 20$	40	61	(20, 61)
$20 < x \leq 30$	49	110	(30, 110)
$30 < x \leq 40$	61	171	(40, 171)
$40 < x \leq 50$	39	210	(50, 210)
$50 < x \leq 60$	41	251	(60, 251)
$60 < x \leq 70$	19	270	(70, 270)

கிடை அச்சில் 0 முதல் 80 வரையும் நிலைக்குத்து அச்சில் 0 முதல் 300 வரையும் அமைய ஆள்கூற்றுத்தளம் தயாரித்து நாலாம் நிரலிலுள்ள வரிசைப்பட்ட சோடிகளால் குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகளைக் குறித்து ஓர் ஒப்பமான வளையி கீறினால் அவ்வரைபே **திரள் மீடிறன் வரைபு** ஆகும்.

ஈட்டுகளின் மொத்தம் 270 ஆதலால் கீழ்க் (முதலாவது) காலணை

$$\frac{270}{4} = 67\frac{1}{2}$$ ஆம் ஈட்டாகும்.

இடையம் (இரண்டாவது காலணை) $\frac{270}{2} = 135$ ஆம் ஈட்டாகும்.

மேல் (மூன்றாவது) காலணை $\frac{270}{4} \times 3 = 202\frac{1}{2}$ ஆம் ஈட்டாகும்.

அதனாலே $21, 35, 48$ என்பன முறையே முதலாம், இரண்டாம், மூன்றாம் காலணைகளாக வரும். $48 - 21 = 27$ என்பது காலணை இடைவீச்சாகும்.

குறிப்பு:

மீடிறன் மொத்தம் 50 இலும் குறையும் சந்தர்ப்பங்களில் காலணைகள் கணிக்கும் போது $\frac{n+1}{4}, \frac{n+1}{2}, \frac{n+1}{4} \times 3$ ஆகிய ஈட்டுகளை எடுக்க.

பயிற்சி 70

1. ஒரு வகுப்பில் 50 மாணாக்கர் உள்ளனர். அவர்கள் கணித பாடத்தில் பெற்ற புள்ளிகளின் பரம்பலைப் பின்வரும் அட்டவணை காட்டுகிறது.

வகுப்பாயிடை	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80
மீடிறன்	3	5	7	11	10	8	4	2

I. புள்ளிகளின் இடையைக் காண்க.

II. a) திரள் மீடிறன் அட்டவணையைத் தயாரிக்க.

b) திரள் மீடிறன் வரைபு ஒன்று வரைக.

c) புள்ளிகளின் இடையத்தைக் காண்பதற்கு வரைபைப் பயன்படுத்துக.

d) வரைபிலிருந்து கீழ்க் காலணை, மேற்காலணை, காலணை இடைவீச்சு என்பவற்றைக் கணிக்க.

2. ஒரு கூட்டத்தில் கலந்துகொண்ட 40 பேரிடம் பின்வரும் தகவல் பெறப்பட்டது.

குடும்ப வருமானம் (1000 ரூபாவில்)	3	4	5	6	7	8
மீடிறன்	5	8	12	10	3	2

i) இடையைக் கணிக்க.

ii) திரள் மீடிறன் அட்டவணையைத் தயாரிக்க.

iii) திரள் மீடிறன் வரைபு வரைக.

iv) வரைபிலிருந்து இடையத்தைக் காண்க.

3. இரண்டு தேங்காய்க் குவியல்களில் காணப்பட்ட தேங்காய்களின் சுற்றளவுகளை cm இல் அளந்து கீழ்க்காணும் தரவுகள் பெறப்பட்டன.

சுற்றளவு	14 - 15	16 - 17	18 - 19	20 - 21	22 - 23	24 - 25	26 - 27
முதலாம் குவியல்	3	10	14	18	9	5	1
இரண்டாம் குவியல்	1	2	12	16	20	8	1

i) ஒவ்வொரு குவியலினதும் தேங்காய்களின் சுற்றளவுகளின் காலணைகளைக் கணிக்க.

ii) ஒவ்வொரு குவியலினதும் தேங்காய்களின் காலணை இடைவீச்சைக் கணிக்க.

iii) இந்த இரண்டு குவியல்களினதும் விலை சமனாயின் எந்தக் குவியலைக் கொள்வனவு செய்ய நீர் விரும்புவீர்?

பயிற்சி 71

1. 40 மாணாக்கர் உள்ள ஒரு வகுப்பில் மாணாக்கர் ஒரு குறிப்பிட்ட பாடத்திற் பெற்ற புள்ளிகளின் மீடிறன் கீழே உள்ள அட்டவணையில் உள்ளது.

புள்ளிகள்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
மீடிறன்	1	2	3	4	6	7	8	4	3	2

அ) திரள் மீடிறன் அட்டவணை தயாரிக்க

ஆ) திரள் மீடிறன் வரைபு வரைக.

இ) வரைபிலிருந்து இடையம், மேற்காலணை, கீழ்க்காலணை, காலணையிடைவீச்சு என்பவற்றைக் கணிக்க.

ஈ) சித்திப்புள்ளி 35 ஆயின் சித்தியடையும் மாணாக்கரின் தொகையைக் கணிக்க.

உ) மாணாக்கருள் 75% ஆனோர் சித்தியடையுமாறு சித்திப் புள்ளியைத் தீர்மானிக்க.

2. ஒரு நாட்டில் உள்ள 40 நகரங்களில் 2006 ஆம் ஆண்டு யூலை மாதம் முதலாம் திகதி எடுக்கப்பட்ட புள்ளிவிபரங்களின் அடிப்படையில் பெறப்பட்ட மீடிறன் அட்டவணை பின்வருமாறு

குடித்தொகை கிட்டிய 1000 ல்	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80	80 - 90
எண்ணிக்கை	2	3	5	11	8	6	3	2

i) திரள் மீடிறன் வளையியை வரைக.

ii) காலணை இடைவீச்சைக் காண்க.

3. கோழிப்பண்ணை ஒன்றில் ஒருதினம் பெறப்பட்ட முட்டைகள் தனித்தனி நிறுக்கப்பட்டுப் பின்வரும் திரள்மீடிறன் அட்டவணை தயாரிக்கப்பட்டது. நிறைகள் கிறாமில் தரப்பட்டுள்ளன.

நிறை	50 - 55	56 - 60	61 - 65	66 - 70	71 - 75	76 - 80	81 - 85	86 - 90
மீடிறன்	4	6	10	18	12	6	3	1

திரள்மீடிறன் அட்டவணை தயாரித்து வரைபுப்படுத்துக. வரைபைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

i) முட்டைகளின் நிறையின் இடையம்.

ii) நிறையின் அடிப்படையில் நிறை குறைந்த முட்டைகள் 30% ஆனவை சிறியவை எனவும் நிறையில் கூடிய 11 முட்டைகள் பெரியவை எனவும் மிகுதி நடுத்தரம் எனவும் தரம் பிரிக்கப்பட்டன.

a) சிறிய முட்டைகளுள் மிகப் பெரியதன் நிறை

b) பெரியதர முட்டைகளுள் மிகச் சிறியதன் நிறை

c) நடுத்தர முட்டைகளின் நிறைகளின் வீச்சு.

4. அதிகூடிய புள்ளி 100 பெறக்கூடிய ஒரு பரீட்சையில் 36 மாணவிகள் பெற்ற புள்ளிகளின் திரள்மீடிறன் அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

புள்ளிகள்	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
குறிப்பிட்ட புள்ளியோ அதிலும் குறையவோ பெற்ற மாணவிகளின் எண்ணிக்கை	1	4	8	16	24	29	32	34	35	36

a) 61 இலிருந்து 70 வரை புள்ளிகள் பெற்ற மாணவிகள் எத்தனை பேர்?

b) வரைபுத்தாளில் கிடையச்சில் 5 மாணவிகளை 2 cm ஆலும் நிலைக் குத்து அச்சில் 10 புள்ளிகளை 1 cm ஆலும் குறித்து இப்புள்ளிகளை அந்த ஆள்கூற்றுத்தளத்தில் குறித்து ஒப்பமான விளையி வரைக.

c) வரைபிலிருந்து இடையப் புள்ளியை மதிப்பிடுக.

பயிற்சி 72

1. ஒரு தடகள விளையாட்டு நிகழ்ச்சியில் 80 மாணாக்கர் பங்குபற்றினர். அவர்கள் ஓடிய தூரங்கள் பின்வருமாறு இரு முறைகளில் அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டது.

தூரம் (km)	$0<x\leq1$	$1<x\leq2$	$2<x\leq3$	$3<x\leq4$	$4<x\leq5$	$5<x\leq6$	$6<x\leq7$	$7<x\leq8$
மாணவர்	2	5	11	18	17	A	8	5

தூரம் (km)	1	2	3	4	5	6	7	8
குறிப்பிட்ட தூரத்தையோ அதிலும் குறைந்த தூரத்தையோ ஓடி முடித்தோர்	2	7	B	36	53	67	75	80

a) A, B என்பவற்றின் பெறுமதி காண்க.

b) நிலைக்குத்து அச்சில் 10 பிள்ளைகளைக் குறிக்க 2 cm உம் கிடை அச்சில் 1 km ஐக் குறிக்க 2 cm உம் அளவிடை எடுத்து இரண்டாம் அட்டவணைப்படி ஒப்பமான மீடிறன் வளையி வரைக.

c) வரைபைப் பயன்படுத்தி இடையத்தையும் காலணை இடைவீச்சையும் காண்க.

2. முதியோர் விடுதியிலுள்ள 81 முதியோரின் வயதுப் பரம்பல் கீழுள்ள திரள்மீடிறன் அட்டவணையில் உள்ளது.

வயது	<60	<65	<70	<80	<90	<100
முதியோர் எண்ணிக்கை	0	21	38	62	74	81

கிடை அச்சில் 5 வருடத்தைக் குறிக்க 2 cm உம் நிலைக்குத்து அச்சில் 10 முதியோரைக் குறிக்க 2 cm உம் அளவிடை எடுத்து இப்பரம்பலைக் குறிக்கும் திரள்மீடிறன் வளையி வரைக.

3. ஓர் ஆய்வு நிறுவனத்தில் 500 மரக்கன்றுகள் வளர்க்கப்பட்டன. அவற்றின் உயரம் கீழுள்ள திரள்மீடிறன் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

உயரம் (cm)	10	20	30	40	50	60	70
குறிப்பிட்ட அல்லது அதனிலும் குறைந்த உயரமுள்ள மரங்கள்	29	75	148	270	395	458	500

a) கிடை அச்சில் 10 cm ஐக் குறிக்க 2 cm உம் நிலைக்குத்து அச்சில் 50 மரங்களைக் குறிக்க 2 cm உம் அளவிடை எடுத்து இப்பரம்பலைக் குறிக்கும் திரள் மீடிறன் வளையியை வரைக.

b) உமது வரைபை உபயோகித்து,

i) பரம்பலின் இடையத்தைக் காண்க.

ii) பரம்பலின் மேற்காலணைப் பெறுமதியை மதிப்பிடுக.

iii) 55 cm இலும் உயரமான மரங்களின் எண்ணிக்கையை மதிப்பிடுக.

iv) 25 cm அல்லது அதனிலும் குறைந்த உயரமுள்ள மரங்களின் நூற்றுவீதத்தை மதிப்பிடுக.

16

பெருக்கல் விருத்தி

பாட உள்ளடக்கம்: n ஆவது உறுப்பு, பெருக்கல் இடை, n உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை.

பாட வேளை : 08

2, 5, 8, 11, 14 எனும் தொடரியில் ஒரு குறிப்பிட்ட உறுப்புடன் 3 கூட்டப்படும்போது அதற்கு அடுத்த உறுப்பு கிடைக்கிறது. இவ்வகைத் தொடர் கூட்டல் விருத்தி என ஆண்டு 10 இல் கற்றுள்ளோம்.

2, 4, 8, 16, 32 என்னும் தொடரியைக் கருத்திற் கொள்வோம். இத்தொடரியில் ஒரு குறிப்பிட்ட உறுப்பை அதற்கு முன் உறுப்பால் பிரிக்கும் போது 2 விடையாகக் கிடைக்கிறது. இந்த 2 பொது விகிதம் எனவும் இவ்வகைத் தொடர் பெருக்கல் விருத்தி எனவும் கூறப்படும்.

பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் n ஆம் உறுப்பு:

$a, ar, ar^2, ar^3, ar^4 ....$ என்பது a ஐ முதலுறுப்பாகவும் r ஐ பொது விகிதமாகவும் கொண்ட பெருக்கல் விருத்தியில் அடுத்து வரும் உறுப்புக்களாகும்.

$T_3 = ar^2$

$T^5 = ar^4$

$T^n = ar^{n-1}$

பெருக்கல் இடை:

ஒரு பெருக்கல் விருத்தியிலுள்ள அடுத்துவரும் மூன்று உறுப்புகளில் இரண்டாம் உறுப்பானது முதலாம், மூன்றாம் உறுப்புக்களின் பெருக்கல் இடையாகும்.

a, ar, ar^2

பெருக்கல் இடை $= \sqrt{a \times ar^2} = \sqrt{a^2 r^2} = \pm ar$

n உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை:

$r > 1$ ஆகும் போது $S_n = \dfrac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$r < 1$ ஆகும் போது $S_n = \dfrac{a(1 - r^n)}{1 - r}$

பயிற்சி 73

1. பின்வருவனவற்றுள் எவை பெருக்கல் விருத்தியெனத் தீர்மானியுங்கள்.

   a) 2, 4, 8, 16, 32 .... b) 5, 7, 9, 11, 13 ....

   c) 80, 40,, 20, 10 .... d) 1, 2, 3, 5, 8, 13 ....

   e) -1, 1, -1, 1, -1 .... f) -16, -8, -4 ....

   g) a, 2a, 3a, 4a .... h) $x, \frac{x}{2}, \frac{x}{4}, \frac{x}{8}$ ....

   i) x^2, x^3, x^4, x^5 .... j) $2x, 4x^2, 8x^3, 16x^4$ ....

2. பின்வரும் பெருக்கல் விருத்திகளின் பொது விகிதத்தைக் காணுங்கள்.

   a) 8, 16, 32 .... b) 2, 6, 18, 54 ....

   c) 180, 90, 45, 22.5 .... d) 1, -3, 9, -27 ....

   e) x, 2x, 4x, 8x .... f) x, x^2, x^3, x^4 ....

   g) -2, 2, -2, 2 .... h) 0.5, 0.05, 0.005 ....

   i) $\sqrt{3}, 3, 3\sqrt{3}, 9$ .... j) $2\frac{2}{3}, 1\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ ....

3. பெருக்கல் விருத்தியில் முதலுறுப்பையும் பொது விகிதத்தையும் பொதுவாக எந்தெந்த ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிப்பிடுவர்?

4. a யும் r உம் பின்வருவனவாக அமைந்த பெருக்கல் விருத்திகளின் முதல் நான்கு உறுப்புகளையும் எழுதுங்கள்.

   a) $a = 4, r = 2$ b) $a = 10, r = \frac{1}{2}$ c) $a = 4, r = -1$

   d) $a = -2, r = 3$ e) $a = 0.5, r = 10$ f) $a = 1000, r = 0.5$

   g) $a = x, r = 2$ h) $a = y, r = y$ i) $a = 50x^3, r = p$

   j) $a = -50, r = -x$

பயிற்சி 74

1. பின்வரும் தொடரிகள் ஒவ்வொன்றிற்கும் பின்னால் காட்டப்பட்டுள்ள உறுப்பைக் காண்க.
   a) 2, 4, 8, 16 .... 7 ஆம் உறுப்பு
   b) 10, 5, 2.5 .... 5 ஆம் உறுப்பு
   c) a, ar, ar^2, ar^3 .... n ஆம் உறுப்பு
   d) 1, -3, 9 .... 5 ஆம் உறுப்பு
   e) 6, 9, 13.5 .... 5 ஆம் உறுப்பு
   f) 64, -32, 16 .... 8 ஆம் உறுப்பு
   g) $10x, 20x^2, 40x^3$ .... 6 ஆம் உறுப்பு
   h) $3, 2, \frac{4}{3}, \frac{8}{9}$ .... 7 ஆம் உறுப்பு

2. பின்வரும் தொடரிகள் ஒவ்வொன்றிலும் 5ம் 8ம் உறுப்புகளைக் காண்க.
   a) 3, 6, 12 ....
   b) 64, -32, 16 ....
   c) $4\frac{1}{3}$, $8\frac{2}{3}$, $17\frac{1}{3}$ ....

3. $a = 3$, $r = 2$ ஆயின் t_{10} ஐக் காண்க.

4. $a = 10$, $r = -2$ ஆயின் t_7 ஐக் காண்க.

5. $a = ½$, $r = ¼$ ஆயின் t_6 ஐக் காண்க.

6. $t_2 = 10$, $t_5 = 80$ ஆயின் a, r என்பவற்றைக் காண்க.

7. $t_3 = 4$, $t_5 = 16$ ஆயின் a, r என்பவற்றைக் காண்க.

8. $t_2 = 80$, $t_5 = 10$ ஆகவுள்ள பெருக்கல் விருத்தியில் முதல் 5 உறுப்புகளையும் எழுதுக.

பயிற்சி 75

1. 4, 16 என்னும் உறுப்புகளுக்கிடையில் ஒரு பெருக்கல் இடையைப் புகுத்துக.

2. 4, 13½ என்னும் உறுப்புகளுக்கிடையில் இரண்டு பெருக்கல் இடைகளைப் புகுத்துக.

3. 9, 81 என்னும் உறுப்புகளுக்கிடையில் ஒரு பெருக்கல் இடையைப் புகுத்துக.

4. 2, 512 என்னும் உறுப்புகளுக்கிடையில் மூன்று பெருக்கல் இடைகளைப் புகுத்துக.

5. 3 க்கும் 96 க்கும் இடையில் 4 பெருக்கல் இடைகளைப் புகுத்துக.

பயிற்சி 76

1. 2, 4, 8,..... எனும் பெருக்கல் விருத்தியில் முதல் 8 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை காண்க.

2. 10, 5, 2.5,..... எனும் பெருக்கல் விருத்தியில் முதல் 6 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை காண்க.

3. 4, –8, 16, –32 எனும் பெருக்கல் விருத்தியில் முதல் 8 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை காண்க.

4. a, ar, ar^2 எனும் பெருக்கல் விருத்தியில் n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை காண்க.

5. 3, 6, 12, 24 எனும் பெருக்கல் விருத்தியில் 6ம் உறுப்பிலிருந்து 10ம் உறுப்பு வரையுள்ள எண்களின் கூட்டுத்தொகை காண்க.

6. 2, 4, 8 எனும் பெருக்கல் விருத்தியில் m உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை காண்க.

7. 2, 10, 50,..... எனும் பெருக்கல் தொடரியில் முதல் 8 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை காண்க.

8. 4, 6, 9,..... எனும் பெருக்கல் விருத்தியில் எத்தனை உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 32½ ஆகும்?

9. 2, 4, 8,..... எனும் பெருக்கல் விருத்தியில் எத்தனை உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 510 ஆகும்?

பயிற்சி 77

1. $a = 2, r = 3$ ஆயின் T_7 ஐக் காண்க.

2. நான்காம் உறுப்பு 24 உம் ஏழாம் உறுப்பு 192 உம் ஆக அமைந்த பெருக்கல் விருத்தியின் பத்தாம் உறுப்பைக் காண்க.

3. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் மூன்றாம் நான்காம் உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 36. ஏழாம் எட்டாம் உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 576. அத்தொடரியின்

   a) முதலாம் உறுப்பைக் காண்க.

   b) பொது விகிதத்தைக் காண்க.

   c) அத்தொடரியின் 10 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

4. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் மூன்று உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை $4\frac{2}{3}$ ஆகும். அவற்றின் பெருக்குத்தொகை –8. எண்களைக் காண்க.

5. பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் இரண்டாவது உறுப்பு 6. முதல் மூன்று உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 21. அவ்விருத்தியின் முதல் எட்டு உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை காண்க.

6. $n-3$, n, $n+6$ என்பன பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் முதல் மூன்று உறுப்புகளாகும்.

   a) n இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

   b) அவ்விருத்தியின் முதல் 7 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

7. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் முதல் உறுப்பு a. பொதுவிகிதம் r. அதன் இரண்டாம் மூன்றாம் உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 6. நான்காம் உறுப்பு ஏழாம் உறுப்பின் எட்டு மடங்காகும். இவ்விருத்தியின் i) பொதுவிகிதம் ii) முதலுறுப்பு iii) நான்காம் உறுப்பு என்பவற்றைக் காண்க.

பலவினப் பயிற்சி

1. பெருக்கல்விருத்தி ஒன்றின் அடுத்து வரும் மூன்று உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 14. அவற்றின் பெருக்கம் 64. அம்மூன்று உறுப்புகளையும் காண்க.

2. 4 உறுப்புகளையும் பொதுவிகிதம் நேர் எண்ணாகவும் கொண்ட ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் முதலிரு உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 9 ஆகவும், இறுதி உறுப்புகள் இரண்டினதும் கூட்டுத்தொகை 36 ஆகவும் இருப்பின் அவ்விருத்தியைக் காண்க.

3. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் இரண்டாம் உறுப்பு 8. முதல் மூன்று உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 28. 7ஆம் உறுப்பு பெறக்கூடிய இரு பெறுமானங்களையும் காண்க.

4. $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}$ .... என்ற தொடரில் எத்தனையாவது உறுப்பு $\frac{1}{384}$ ஆகும்?

5. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் பொதுவிகிதம் 0.2. முதலுறுப்பு 1 ஆயின், 0.00032 எத்தனையாம் உறுப்பாகும்?

6. இரு எண்களுக்கு இடையேயுள்ள பெருக்கலிடை 10. ஓர் எண் 50 ஆயின் மறு எண்ணைக் காண்க.

7. கூட்டல் இடை 5 ஆகவும் பெருக்கல் இடை 4 ஆகவும் உள்ள இரு எண்களைக் காண்க.

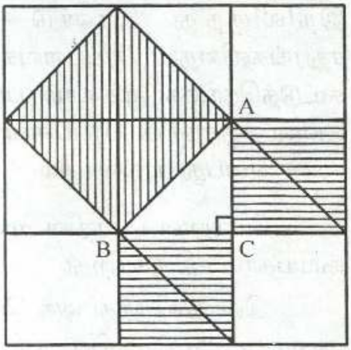
8. 3, 6, 12, ... என்னும் பெருக்கல் விருத்தியின் 8 ஆம் உறுப்பையும் முதல் 8 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையையும் காண்க.

17

பைதகரசின் தேற்றம்

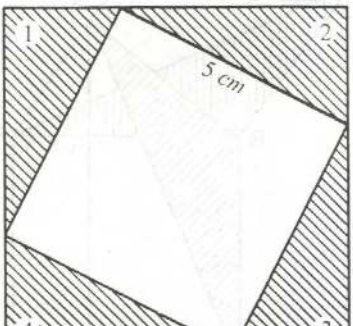
பாட உள்ளடக்கம் : விளக்கம், முறைப்படி நிறுவல், விரிவு
பாட வேளை : 06

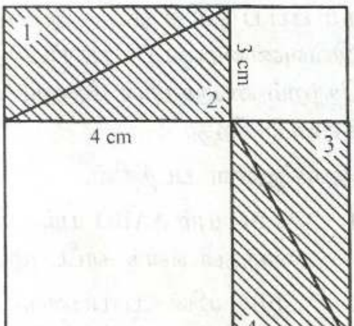
ABC ஒரு முக்கோணி. கோணம் C செங்கோணம். AB, BC, AC எனும் பக்கங்களை அவற்றின் பக்கங்களாகக் கொண்ட மூன்று சதுரங்கள் அமைக்கப்பட்டுள்ளன. இச்சதுரங்களின் பரப்பளவுகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பு யாது? ஊகிக்க முடிகிறதா?



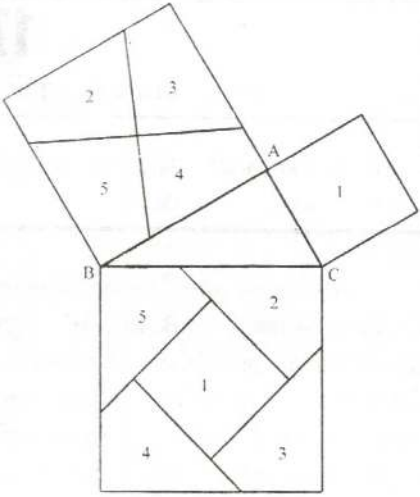
சிறிய இரு சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகை பெரிய சதுரத்தின் பரப்பளவுக்குச் சமனாய் உள்ளது.

7 cm நீளமுள்ள இரு சதுரங்கள் கீறுங்கள். செங்கோணங்களை அமைக்கும் பக்கங்கள் 3 cm உம் 4 cm உம் ஆக அமையும் 8 செங்கோண முக்கோணிகளை வெட்டி எடுங்கள். நீங்கள் கீறிய சதுரங்கள் ஒவ்வொன்றின் மீதும் நான்கு நான்காக கீழே படத்தில் காட்டியவாறு முக்கோணிகளை வையுங்கள்.





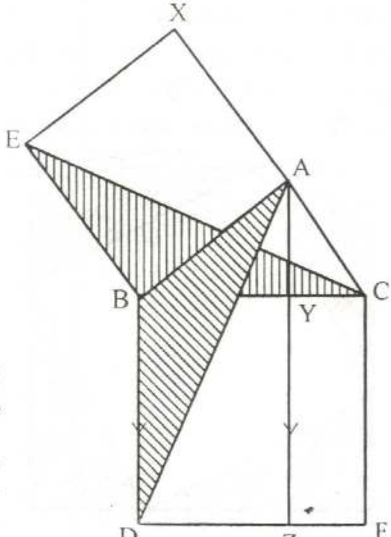
குறிப்பிட்ட முக்கோணத்தின் செம்பக்கத்தை ஒரு பக்கமாகக் கொண்டு அமையும் சதுரம் முதலாம் படத்திலும், முக்கோணி யின் மற்றிரு பக்கங்களையும் பக்கங்களாகக் கொண்டு அமையும் சதுரங்கள் இரண்டாம் படத்திலும் நிழற்றப்படாது காட்டப்பட்டுள்ளன. இதிலிருந்து இரண்டு சிறு சதுரங்களினதும் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகை முதலாம் படத்தி லுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவுக்குச் சமன் என்பது புலனாகும்.



மேலுள்ள படத்தின் மூலமும் $AC^2 + AB^2 = BC^2$ என்பதைக் காட்டக் கூடியதாய் இருக்கிறது.

இவற்றிலிருந்து ஒரு செங்கோண முக்கோணியின் செம்பக்கத்தில் அமையும் சதுரத்தின் பரப்பளவு செங்கோணத்தைக் கொண்ட பக்கங்களில் அமையும் சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகைக்கு சமன் என்பது புலனாகும்.

கி.மு ஆறாம் நூற்றாண்டில் வாழ்ந்த கணித விற்பன்னர் பைதகரசு என்பவர்தான் முதலில் இந்த உண்மையைக் கூறினார் என நம்பப்படுகிறது. அதனால் இவ்வுண்மையைப் புலப்படுத்தும் தேற்றம் பைதகரசின் தேற்றம் எனக் கூறப்படுகிறது.



அருகிலுள்ள படத்தில்,

1. ΔEBC யும் ΔABD யும் ஒருங்கிசைந்தன எனக் காட்ட முடியுமா?
2. ΔEBC யின் பரப்பளவு சதுரம் ABEX இன் பரப்பளவின் என்ன பங்கு?

3. ΔABD யின் பரப்பளவு செவ்வகம் BDZY யின் பரப்பளவின் என்ன பங்கு?

4. சதுரம் ABEX இன் பரப்பளவு = செவ்வகம் BDZY யின் பரப்பளவு எனலாமா?

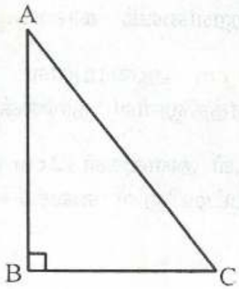
இவ்வாறே செவ்வகம் CYZF இன் பரப்பளவு AC ஐ ஒரு பக்கமாகக் கொண்ட சதுரத்தின் பரப்பளவுக்குச் சமன் எனக் காட்ட முயலுங்கள்.

இம் முடிவுகளிலிருந்து $BC^2 = AB^2 + AC^2$ எனக் கூறலாமா?

பயிற்சி 78

1. செங்கோண முக்கோணி ABC யில் இரு பக்கங்களின் நீளங்கள் தரப்பட்டுள்ளன. மூன்றாம் பக்கத்தின் நீளத்தைக் கணிக்க.

	AB	BC	AC
a)	3	4	_____
b)	5	_____	13
c)	_____	24	25
d)	_____	6	10
e)	_____	24	26
f)	9	12	_____



2. ஓர் அறையின் நீளம் 24 m; அகலம் 18 m. அதன் எதிர் மூலைகளுக்கு இடையில் உள்ள தூரம் என்ன?

3. ஓர் 20 m நீளமுள்ள ஏணி சுவரில் சாய்ந்துள்ளது. நிலத்திலுள்ள முனை சுவரிலிருந்து 12 m தூரத்தில் உள்ளது. சுவரில் எவ்வளவு உயரத்தில் ஏணி தொடுகிறது?

4. நிலைக்குத்தாக நடப்பட்ட இரு தூண்களின் உயரங்கள் முறையே 9 m, 14 m ஆகும். இரு தூண்களுக்கும் இடையிலான தூரம் 12 m எனின், இரு தூண்களின் உச்சிகளுக்கிடையிலான தூரத்தைக் காண்க.

5. 16 m நீளமான நிலைக்குத்தான ஒரு பனை இடையில் ஓரிடத்தில் முறிந்து அதன் நுனி அதன் அடியிலிருந்து 8 m தூரத்தில் தரையைத் தொடுகிறது. பனை எவ்வளவு உயரத்தில் முறிந்தது?

பயிற்சி 79

1. 80 m உயரமான ஒரு வெளிச்சவீட்டின் உச்சியிலிருந்து கடலிலிருக்கும் ஒரு வள்ளத்தின் தூரம் 170 m ஆகும். வள்ளம் வெளிச்சவீட்டின் அடியிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் நிற்கிறது?

2. இரு செங்குத்தான சுவர்கள் ஒரே நில மட்டத்தில் உள்ளன. அவற்றின் இடைத்தூரம் 17 m. 13 m நீளமுள்ள ஏணி ஒரு சுவரில் சாத்தப்பட்டுள்ளது. ஏணியின் உச்சி நிலத்திலிருந்து 5 m உயரத்தில் சுவரைத் தொடுகிறது. ஏணியின் அடி நகர்த்தப்படாது ஏணி மற்றச் சுவரில் சாத்தப்பட்டால் ஏணியின் நுனி எத்தனை மீற்றர் உயரத்தில் இரண்டாம் சுவரைத் தொடும்?

3. ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் 16 cm; 12 cm. அதன் சுற்றளவைக் காண்க.

4. 15 cm ஆரையுள்ள ஒரு வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 9 cm தூரத்திலுள்ள நாணின் நீளமென்ன?

5. உள் அளவுகள் 12 cm நீளமும் 4 cm அகலமும் 3 cm உயரமுமுள்ள பெட்டியினுள் வைக்கக்கூடிய பென்சிலின் அதிகூடிய நீளம் என்ன?

பயிற்சி 80

1. PQRS ஒருசதுரம். $PR^2 = 2PQ^2$ என நிறுவுக.

2. சமபக்க முக்கோணி ABC யில் $AD \perp BC$. $AD^2 = 3BD^2$ என நிறுவுக.

3. ΔABC யில் $AD \perp BC$. $AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$ என நிறுவுக.

4. PQRS ஒரு செவ்வகம். $PQ = 2PS$. $SQ^2 = 5\,PS^2$ என நிறுவுக.

5. ΔPQR இல் $PQ > PR$. $PX \perp QR$. $PQ^2 - PR^2 = QX^2 - XR^2$ என நிறுவுக.

பயிற்சி 81

1. ΔABC யில் $AX \perp BC$. Y என்பது AX இல் ஒரு புள்ளி. $AB^2 - AC^2 = BY^2 - CY^2$ என நிறுவுக.

2. PQRS ஒரு நாற்பக்கல். $\angle P = \angle R = 90^0$. $PS^2 - QR^2 = SR^2 - PQ^2$ என நிறுவுக.

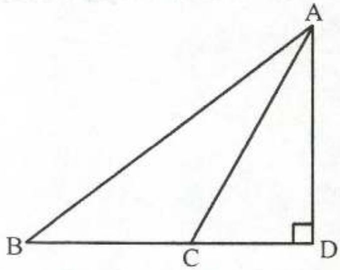
3. AB, AC என்பன ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரு கோடுகள். P என்பது AC யிலுள்ள ஒரு புள்ளி. $AC^2 + PB^2 = AP^2 + BC^2$ என நிறுவுக.

4. AB, AC என்பன ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரு கோடுகள். P, Q என்பன முறையே AC, AB என்பவற்றிலுள்ள இரு புள்ளிகள். $BC^2 + PQ^2 = PB^2 + CQ^2$ என நிறுவுக.

5. சமபக்க முக்கோணி XYZ இல் $XA \perp YZ$. $4XA^2 = 3YZ^2$ என நிறுவுக.

பயிற்சி 82

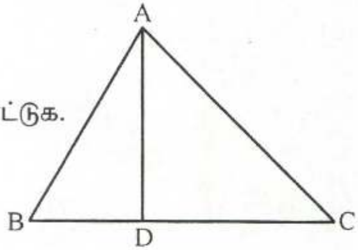
1. ΔABC யில் $\angle B = 90^0$. AC யின் நடு X. X இலிருந்து AC க்கு வரையப்பட்ட செங்குத்து XN. $AN^2 - NC^2 = AB^2$ என நிறுவுக.
2. சமபக்க முக்கோணி ABC யில் P என்பது BC யில் ஒரு புள்ளி. $PB = 1/3\ BC$. $9AP^2 = 7AB^2$ என நிறுவுக.
3. படத்தில்



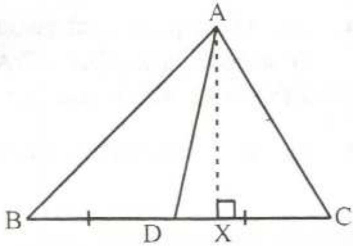
   a) நேர்வரை BD ஐக் கருத்தில் கொண்டு $BD^2 = BC^2 + CD^2 + 2BC.CD$ எனக் கூறலாமா?
   b) எந்த அட்சரகணித சர்வ சமன்பாட்டின்படி இம்முடிவைப் பெற்றீர்?
   c) a யிலுள்ள சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களுக்கும் AD^2 ஐக் கூட்டுக.
   d) இதிலிருந்து $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$ என்ற முடிவைப் பெறுக.
   e) இதிலிருந்து விரிகோண முக்கோணி ABC யில் விரிகோணத்திற்கு எதிரான பக்கத்திலுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு அக்கோணத்தை அமைத்துள்ள பக்கங்களில் அமையும் சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகையுடன் அவற்றின் ஒரு பக்கத்தாலும் அதன் மீதுள்ள மற்றப் பக்கத்து எறியத்தாலும் அமையும் செவ்வகத்தின் பரப்பின் இரு மடங்கைக் கூட்ட வரும் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமன் எனக் கூறலாமா?

4. படத்தில் $\angle ACB < 90^0$

   $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC\ .\ CD$ எனக் காட்டுக.



5. முக்கோணி ABC யில் BC யின் நடு D. $AX \perp BC$



a) $\angle ADB$ எவ்வகைக் கோணம்?

b) விரிகோண முக்கோணி ABD ஐக் கருத்திற் கொண்டு $AB^2 = AD^2 + BD^2 + 2BD.\ DX$ எனக் காட்டுக.

c) $\angle ADC$ எவ்வகைக் கோணம்?

d) கூர்ங்கோண முக்கோணி ADC யில் $AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2\,DC.\ DX$ எனக் காட்டுக.

e) b, d என்பவற்றிலிருந்து $AB^2 + AC^2 = 2\,AD^2 + 2\,BD^2$ எனக் காட்டுக.

18

திரிகோண கணிதம்

பாட உள்ளடக்கம்: சைன், கோசை, தான் அட்டவணை வாசித்தல், இவற்றைப் பயன்படுத்திக் கணித்தல், உயரமும் தூரமும், திசைகோள் என்பனபற்றி படத்தால் குறித்தலும் கணித்தலும்.

பாட வேளை : 12

மடக்கை அட்டவணையின் உதவியுடன் எண்களின் மடக்கைகளைக் கணிப்பதைப்போலவே சைன், தான்சன் அட்டவணைகளை உபயோகித்து கோணங்களின் சைன், கோசைன், தான்சன் பெறுமதிகளைக் கணிக்கலாம்.

உ-ம்: 1. $\sin 20^0 12'$ இன் பெறுமதி காண்க.

சைன் அட்டவணையில் 20^0 நிரையிலும் $12'$ நிரலிலும் உள்ளது *0.3453* ஆகும்.

$\therefore \sin 20^0 12' = 0.3453$

உ-ம்: 2. $\sin 32^0 45'$ இன் பெறுமதி காண்க.

32^0 நிரையிலும் $42'$ நிரலிலும் உள்ளது *0.5402* ஆகும். அந்நிரையின் இடைவித்தியாசப் பகுதியில் $3'$ நிரலில் உள்ளது 7. அதாவது *0.0007.*

எனவே $\sin 32^0 45' = 0.5402 + 0.0007$

$= 0.5409$ ஆகும்.

உ-ம்: 3. $\sin x^0 = 0.1840$ ஆயின் x இன் பெறுமதி கணிக்க.

அட்டவணையின் நடுப்பகுதியில் *0.1840*, 10^0 நிரையிலும் $36'$ நிரலிலும் உள்ளது.

$\therefore x = 10^0 36'$. 0.1840 ஐச் சைன் பெறுமானமாகக் கொண்ட கோணம் $10^0 36'$ ஆகும்.

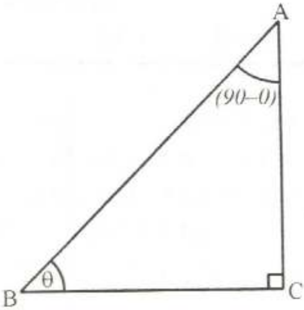
உ-ம்: 4. $\sin y^0 = 0.4620$ ஆயின் y இன் பெறுமதி என்ன?

அட்டவணையின் நடுப்பகுதியில் 0.4620 இல்லை. ஆனால் அதற்கு மிகக்கிட்டிய சிறிய பெறுமானமான 0.4617, 27^0 நிரையிலும் 30` நிரலிலும் உண்டு. இத்துடன் 0.0003 சேர்த்தால் 0.4620 ஆகும். இந்த 3, 1 என்ற இடைவித்தியாசப் பகுதியில் உள்ளது.

$\therefore$ 0.4620 ஐச் சைன் பெறுமானமாகக் கொண்ட கோணம்
$= 27^0 30` + 1` = 27^0 31`$ ஆகும்.

$\therefore y = 27^0 31`$.

படத்தில்,



$$\text{Cos}\theta = \frac{BC}{AB}$$

$$\text{Sin}(90-\theta) = \frac{BC}{AB}$$

$$\therefore \text{Cos}\,\theta = \text{Sin}\,(90-\theta)^0$$

எனவே ஒரு கோணத்தின் கோசைன் பெறுமதி கணிப்பதற்குப் பதிலாக அக்கோணத்தின் நிரப்பியின் சைன் பெறுமதி கணிக்கலாம்.

உ-ம்: 5. $\text{Cos}\,27^0\,13`$ யின் பெறுமதி கணிக்க.

$90^0\,00` - 27^0\,13` = 62^0\,47`$

$\therefore \text{Cos}\,27^0\,13` = \text{Sin}\,62^0\,47`$

இனி, அட்டவணையின் உதவியுடன் $\text{Sin}\,62^0\,47`$ யின் பெறுமதி கணிக்கலாம்.

இவ்வாறே தான்சன் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி ஒரு கோணத்தின் தான்சன் பெறுமதியைக் கணிக்கலாம்.

பயிற்சி 83

1. பின்வரும் கோணங்களின் சைன் பெறுமதி காண்க.
   a) 50^0 b) 47^0 c) $20^0\,02`$ d) $32^0\,54`$ e) $27^0\,43`$

2. பின்வருவன எக்கோணங்களின் சைன் பெறுமதி ஆகும்?
   a) 0.4226 b) 0.6508 c) 0.8910 d) 0.5678
   e) 0.4292 f) 0.7782 g) 0.9681 h) 0.8793

3. பின்வரும் கோணங்களின் கோசைன் பெறுமதி கணிக்க.

a) 54^0 b) 73^0 c) $42^0 18`$  d) $51^0 27`$ e) $62^0 19`$

4. பின்வருவன எவ்வெக் கோணங்களின் கோசைன் பெறுமதிகள் ஆகும்?

a) 0.3437	b) 0.4894	c) 0.6131	d) 0.3308
e) 0.8398	f) 0.9772	g) 0.7719	h) 0.7125

5. பின்வரும் கோணங்களின் தான்சன் பெறுமதி காண்க.

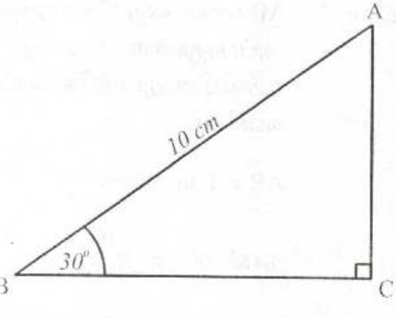
a) 23^0 b) 42^0 c) $37^0 18`$  d) $29^0 45`$ e) $67^0 52`$

6. பின்வருவன எவ்வெக் கோணங்களின் தான்சன் பெறுமதிகள் ஆகும்?

a) 0.1228	b) 0.2419	c) 0.5228	d) 1.000
e) 1.0355	f) 1.5108	g) 2.3238	h) 1.3824

ஒரு செங்கோண முக்கோணியின் ஏதாவது இரு பக்கங்களின் நீளங்கள் தெரிந்தால் மூன்றாம் பக்கத்தின் நீளத்தைக் கணிக்க ஏற்கனவே நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.

இப்போது அருகிலுள்ள படத்தில் ஒரு கூர்ங்கோணப் பெறுமதியும் ஒரு பக்கத்தின் நீளமும் தரப்பட்டிருக்கிறது. ஏனைய பக்கங்களை எவ்வாறு கணிப்பது எனப் பார்ப்போம்.



$$\text{Sin } 30^0 = \frac{AC}{10}$$

$$AC = (10 \text{ Sin } 30)^0 \text{ m}$$
$$= (10 \times 0.5000) \text{ m}$$
$$= 5 \text{ cm}$$

$$\text{Cos } 30^0 = \frac{BC}{10}$$

$$\therefore BC = (10 \text{ Cos } 30^0) \text{ m. } (\text{Cos } 30^0 = \text{Sin } 60^0)$$
$$= (10 \times 0.8660)$$
$$= 8.66 \text{ cm}$$

1. **ஏற்றக்கோணம்:** பார்வைக்கோடு கிடைக்கோட்டுக்கு மேல் இருக்குமாயின் அவ்விரு கோடுகளுக்கும் இடைப்பட்ட கோணம் ஏற்றக்கோணம் எனப்படும்.

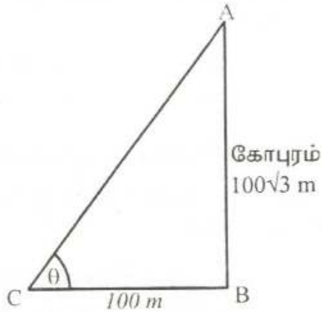
2. **இறக்கக்கோணம்:** பார்வைக்கோடு கிடைக்கோட்டுக்குக் கீழ் இருக்குமாயின் அவ்விரு கோடுகளுக்கும் இடைப்பட்ட கோணம் இறக்கக்கோணம் எனப்படும்.

உ-ம்: 6. ஒரு கோபுரத்தின் உயரம் $100\sqrt{3}$ m ஆகும். அக்கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 100 m தூரத்துக்கு அப்பாலுள்ள புள்ளி O விலிருந்து அக்கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணத்தைக் கணிக்க.

AB என்பது கோபுரம் என்க.

$$\text{தான் } \theta = \frac{100\sqrt{3}}{100} = 3$$

$$\therefore \theta = 60^0.$$

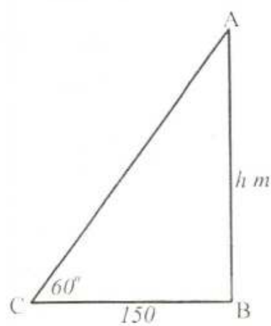


உ-ம்: 7. AB என்ற ஒரு கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 150 m தூரத்துக்கு அப்பாலுள்ள C என்ற புள்ளியிலிருந்து அக்கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 60^0 ஆயின் கோபுரத்தின் உயரத்தைக் கணிக்க.

AB = h m என்க.

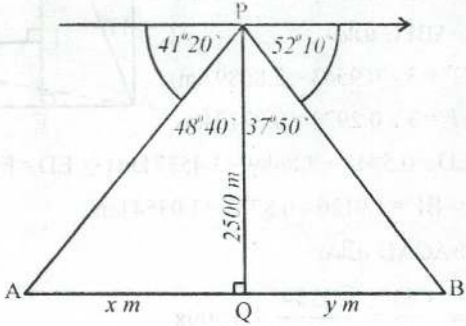
$$\text{தான் } 60^0 = \frac{h}{150}$$

$$\begin{aligned} h &= (150 \text{ தான் } 60^0) \text{ m} \\ &= (150 \times \sqrt{3}) \text{ m} \\ &= (150 \times 1.732) \text{ m} \\ &= 259.8 \text{ m} \end{aligned}$$



உ-ம்: 8. ஒரு நதிக்கு மேலாக 2500 m உயரத்தில் பறக்கும் விமானத்தில் இருந்து நதியின் இரு கரைகளினதும் இறக்கக் கோணங்கள் $41^{0}20'$ ஆகவும் $52^{0}10'$ ஆகவும் அவதானிக்கப்பட்டது. நதியின் அகலத்தைக் கணிக்க.

நதியின் கரைகள் AB எனவும் விமானம் P எனவும் கொள்க.



$$\text{தான் } 48^{0}40' = \frac{x}{2500}$$

$$\begin{aligned} x &= (2500 \text{ தான் } 48^{0}40')\,m \\ &= (2500 \times 1.1369)\,m \\ &= 2842.25\,m \end{aligned}$$

$$\text{தான் } 37^{0}50' = \frac{y}{2500}$$

$$\begin{aligned} y &= (2500 \text{ தான் } 37^{0}50')\,m \\ &= (2500 \times 0.7766)\,m \\ &= 1941.5\,m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore AB &= (2842.25 + 1941.5)\,m \\ &= 4783.75\,m \end{aligned}$$

உ-ம்: 9. ஒரு மனிதன் A யிலிருந்து புறப்பட்டு 017^{0} திசைகோளில் 2 km நடந்து B ஐ அடைந்தான். அவன் அங்கிருந்து 107^{0} திசைகோளில் 3 km நடந்து C ஐ அடைந்தான். A யிலிருந்து C யின் திசைகோளைக் கணிக்க.

$AD = AE + ED$

$CD = FE = BE - BF$

செங்கோண ΔAEB யில்

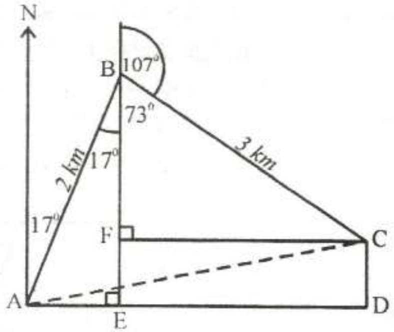
$AE = 2$ சைன் $17^0 = 2 \times 0.2924 = 0.5848$ km

$BE = 2$ சைன் $73^0 = 2 \times 0.9563 = 1.9126$ km

செங்கோண ΔBFC யில்

$FC = 3$ சைன் $73^0 = 3 \times 0.9563 = 2.8689$ km

$BF = 3$ சைன் $17^0 = 3 \times 0.2924 = 0.8772$ km



$\therefore AD = AE + ED = 0.5848 + 2.8689 = 3.4537$ km ($\because ED = FC$)

$CD = FE = BE - BF = 1.9126 - 0.8772 = 1.0354$ km

செங்கோண ΔCAD யில்

தான் $\angle CAD = \dfrac{CD}{AD} = \dfrac{1.0354}{3.4537} = 0.2998$

$\therefore \angle CAD = 16^0 41'$

$\angle NAC = 90^0 - 16^0 41' = 73^0 19'$

$\therefore$ A யிலிருந்து C யின் திசைகோண் : $073^0 19'$

பயிற்சி 84

1. DEF ஒரு முக்கோணி. $\angle E = 90^0$, DF = 10 cm, $\angle DFE = 30^0$ ஆயின் DE யின் நீளத்தைக் கணிக்க.

2. ΔLMN இல் $\angle M = 90^0$, LN = 15 cm, $\angle LNM = 40^0$ ஆயின் MN இன் நீளத்தைக் கணிக்க.

3. ΔPQR இல் $\angle Q = 90^0$, PQ = 4 cm, QR = 5 cm, $\angle PQR$ ஐக் கணிக்க.

பயிற்சி 85

1. 10 m நீளமான ஓர் ஏணியின் நுனி $5\sqrt{3}$ உயரமான சுவரின் உச்சியைத் தொடுமாறு சாத்தி வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஏணி கிடையுடன் அமைக்கும் கோணத்தைக் கணிக்க.

2. ஒரு பட்டம் 65 m உயரத்தில் பறக்கிறது. அத்துடன் தொடுக்கப்பட்ட நூல் கிடையுடன் 45^0 கோணம் அமைப்பின் நூலின் நீளத்தைக் கணிக்க.

3. சுவர் ஒன்றின் அடியிலிருந்து 3 m தூரத்தில் அடி இருக்குமாறு சாத்திவைக்கப்பட்ட ஏணி ஒன்று கிடையுடன் 60^0 கோணம் அமைப்பின் ஏணியின் நீளத்தைக் கணிக்க.

4. ஒரு கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 35 m தூரத்தில் உள்ள புள்ளியிலிருந்து அக்கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 60^0 ஆயின் அக்கோபுரத்தின் உயரத்தைக் கணிக்க.

பயிற்சி 86

1. ஒரு பனைமரம் முறிந்து அதன் நுனி பனையின் அடியிலிருந்து 25 m தூரத்தில் நிலத்தைத் தொட்டவண்ணம் உண்டு. அந்நுனி தரையுடன் 30^0 கோணம் அமைப்பின்,
   a) மரத்தின் உயரத்தையும்
   b) மரம் அடியிலிருந்து எத்தனை மீற்றர் உயரத்தில் முறிந்தது என்பதையும் கணிக்க.

2. ஒரு கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து எதிரெதிர்த்திசைகளில் A, B என்னும் இருவர் நின்று நோக்கியபோது கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணங்கள் முறையே 45^0, 60^0 எனக் காணப்பட்டது.அவர்கள் இருவருக்கும் இடைத் தூரம் 100 m எனின் கோபுரத்தின் உயரத்தைக் கணிக்க.

3. ஒரு வீதியின் இரு பக்கங்களிலும் A, B என்னும் இரு கட்டடங்கள் உள்ளன. 10 m நீளமான ஒரு ஏணி A என்ற கட்டடத்தில் சாத்தி வைக்கப்பட்டபோது அது கிடையுடன் 45^0 கோணத்தை ஆக்கியது. ஏணியின் அடி நகர்த்தப்படாமல் ஏணியின் நுனி B என்ற கட்டடத்தில் சாத்தப்பட்டபோது ஏற்றக்கோணம் 60^0 ஆகக் காணப்பட்டது. வீதியின் அகலத்தைக் கணிக்க.

4. கடற்கரையிலுள்ள 40 m உயரமான வெளிச்சவீட்டின் உச்சியில் நிற்பவன் கடலில் நிலைகொண்டுள்ள இரு வள்ளங்களின் இறக்கக்கோணங்கள் முறையே 60^0, 30^0 ஆக இருப்பதை அவதானிக்கிறான். வள்ளங்களும் வெளிச்சவீடும் ஒரே நேர்கோட்டில் உள்ளன எனக்கொண்டு வள்ளங்களுக்கு இடையில் உள்ள தூரத்தைக் காண்க.

பயிற்சி 87

1. கிடையான தரையிலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து ஒருவன் அவதானித்தபோது 5 m உயரமுள்ள ஒரு கட்டடத்தின் உச்சியில் நாட்டப்பட்ட ஒரு கொடிக்கம்பத்தின் அடியின் ஏற்றக்கோணம் 45^0 ஆகவும் அக்கொடிக்கம்பத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 60^0 ஆகவும் காணப்பட்டது. கொடிக்கம்பத்தின் உயரம் காண்க.

2. 30 m உயரமுள்ள கோபுரத்தின் அடி B யிலிருந்து நேர் மேற்கேயுள்ள புள்ளி C ஆகும்.
   i) புள்ளி C யிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சி A யின் ஏற்றக்கோணம் $40^0\ 10'$ ஆயின் B யிலிருந்து C யின் தூரத்தைக் கணிக்க.
   ii) புள்ளி C யிலிருந்து நேர்கிழக்கே 25 m தூரத்திலுள்ள புள்ளி D யிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணத்தைக் கணிக்க.

3. P என்ற புள்ளியிலிருந்து புறப்பட்ட ஒரு கப்பல் 342^0 திசைகோளில் 8 km தூரம் சென்றது. பின் அது தன் பாதையை மாற்றி 058^0 திசைகோளில் 15 km தூரம் சென்று Q என்ற புள்ளியை அடைந்தது. P யிலிருந்து Q வின் திசைகோளைக் கணிக்க.

4. ஒரு நேர்ப்பாதை வழியாகத் தெற்கு நோக்கிச் செல்லும் ஒருவன் ஒரு குறிப்பிட்ட கணத்தில் ஒரு கோபுரம் 140^0 திசைகோளில் இருப்பதாக அவதானிக்கிறான். பின்னர் 440 m சென்றபின் அக்கோபுரம் 110^0 திசைகோளில் இருப்பதாக அவதானித்தான். அவன் இன்னும் எத்தனை மீற்றர் சென்றால் அவன் கோபுரத்துக்கு நேர் மேற்கே நிற்பான்?

பயிற்சி 88

1. ஒரு கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து எதிரெதிர்த் திசைகளில் A, B என்னும் இருவர் நின்று நோக்கியபோது கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் $20^0, 24^0$ ஆகக் காணப்பட்டது. கோபுரத்தின் உயரம் 40 m ஆயின் A க்கும் B க்கும் இடையிலுள்ள தூரத்தைக் காண்க.

2. ஒருவன் ஒரு மலையின் அடியிலிருந்து சொற்ப தூரத்தில் உள்ள புள்ளியிலிருந்து அவதானித்தபோது மலையின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணம் $15^0\ 20'$ ஆகக் காணப்பட்டது. அவன் மலையை நோக்கி மேலும் 5 km தூரம் சென்றபின் மலையின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் $25^0\ 10'$ ஆகத் தென்பட்டது. மலையின் உயரத்தைக் கணிக்க.

3. கடலின்மேல் 1500 m உயரத்தில் பறந்துகொண்டிருந்த ஓர் உலங்கு வானூர்தியிலிருந்து அவதானித்த ஒருவன் ஒரு குறிப்பிட்ட கணத்தில் கடலில் வானூர்தியை நோக்கி வந்துகொண்டிருந்த P, Q என்னும் இரு வள்ளங்களின் இறக்கக்கோணங்கள் முறையே 30^0, 60^0 என அமைந்திருக்கக் கண்டான். அக்கணத்தில் வள்ளங்களுக்கிடையில் இருந்த தூரத்தைக் கணிக்க.

பயிற்சி 89

1. P என்ற துறைமுகத்திலிருந்து புறப்பட்ட ஒரு கப்பல் 080^0 திசைகோளில் 3 km தூரத்தைக் கடந்து பின் 047^0 திசைகோளில் 4 km தூரத்தைக் கடந்து Q என்ற புள்ளியை அடைந்தது. P யிலிருந்து Q வின் திசைகோளையும் தூரத்தையும் கணிக்க.
2. AB = 2 km ; BC = 3 km. A யிலிருந்து B யின் திசைகோள் 024^0. B யிலிருந்து C யின் திசைகோள் 282^0. A யிலிருந்து C யின் திசைகோளைக் கணிக்க.
3. நாற்பக்கல் ABCD யில் $\angle BAD = \angle BCD = 90^0$. $\angle ADB = 20^0$; $\angle BDC = 31^0$; BD = 5 cm. AE என்பது DC க்குச் செங்குத்தாயின் a) CE b) AE c) $\angle ACE$ என்பவற்றைக் கணிக்க.
4. நீர் மட்டத்திலிருந்து 300 m உயரமுள்ள ஒரு மலையின் உச்சியிலிருக்கும் ஒருவனுக்கு ஒரு வள்ளத்தின் இறக்கக்கோணம் 20^0 ஆகத் தென்பட்டது. அவனை நோக்கி அவ்வள்ளம் 10 நிமிடங்கள் வந்தபின் அதன் இறக்கக்கோணம் 40^0 ஆனது. வள்ளத்தின் வேகத்தைக் கணிக்க.

19

தாயங்கள்

பாட உள்ளடக்கம்: அறிமுகம் (வரிசை 3 × 3 வரை) கூட்டல், கழித்தல், எண்ணிக் கணியத்தால் பெருக்குதல்.

பாட வேளை : 06

19.1. அறிமுகம்:

அதிக அளவிலான எண்சார்ந்த தரவுகள் கையாளப்படும்போது அவ்வெண்களை தாய வடிவில் ஒழுங்குபடுத்துதல் உகந்ததாகும்.

வரைவிலக்கணம்: தாயம் என்பது சில தகவல்களைத் தரும் செவ்வக எண்கோலமாகும்.

விளக்கம்: ஒரு கார் உற்பத்தி நிறுவனத்தினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் 4 வகையான கார்களை ஒரு விற்பனையாளன் 3 விற்பனை நிலையங்கள் மூலம் விற்பனை செய்து வருகிறான் என்க.

அவன் அத்தகவல்களைப் பின்வருமாறு குறித்து வைத்தால் அவனது கையிருப்பை மிக இலகுவாக அறியலாம்.

கார் வகை

$$\text{விற்பனை நிலையம்}\quad \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

ஒரு குறிப்பிட்ட கிழமையில் நடைபெற்ற விற்பனை பின்வருமாறு என்க.

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

அக்கிழமையில் அவன் புதிய கார்களை இறக்குமதி செய்யாவிடில் அக்கிழமையின் இறுதியிலுள்ள கையிருப்பை முதலாம் கூட்ட எண்களிலிருந்து இரண்டாம் கூட்ட எண்களை முறைப்படி கழித்துப் பின்வருமாறு பெறலாம்.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

தாயத்தின் வரிசை:

ஒரு தாயம் 3 நிரைகளையும் 4 நிரல்களையும் கொண்டதாயின் அத்தாயத்தின் வரிசை 3×4 எனப்படும். வழக்கமாக ஒரு தாயம் வளைந்த அடைப்புக்குறியினால் அடைக்கப்பட்டிருக்கும். நாம் ஆரம்பத்தில் உதாரணமாக எடுத்துக்கொண்ட தாயம் 3×4 தாயமாகும்.

தாயத்தின் வகைகள்:

1. **நிரைத் தாயம்:**

   இத்தாயம் ஒரு நிரையை மட்டும் கொண்ட தாயம்.

   உ-ம்: $(3 \quad 5)$

2. **நிரல் தாயம்:**

   ஒரு நிரலை மட்டும் கொண்ட தாயம்.

   உ-ம்: $\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$

3. **பூச்சியத் தாயம் அல்லது வெறும் தாயம்:**

   எல்லா மூலகங்களும் பூச்சியமாக அமைந்த தாயம்.

   உ-ம்: $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

4. சதுரத் தாயம்:

ஒரே எண்ணிக்கையுள்ள நிரைகளும் நிரல்களும் அமைந்த தாயம்.

உ-ம்: I. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ II. $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

5. மூலைவிட்டத் தாயம்:

சதுரத் தாயம் ஒன்றில் முந்துறு மூலைவிட்டம் நீங்கலாக ஏனைய மூலகங்கள் எல்லாம் பூச்சியமாக அமைந்த தாயம்.

உ-ம்: $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

6. அலகுத் தாயம்:

முந்துறு மூலைவிட்டத்தில் *1* என்ற மூலகம் மட்டும் அமைந்த சதுரத் தாயம்.

உ-ம்: I. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ II. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

இது வழக்கமாக I என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படும். (Identity matrix)

தாயக் கூட்டல்:

ஒரே வரிசையையுடைய தாயங்களை மட்டும் கூட்டலாம்.

உ-ம்: $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+2 & 4+1 \\ 5+0 & 3+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$

தாயக் கழித்தல்:

ஒரே வரிசையுடைய தாயங்களை மட்டும் கழிக்கலாம்.

உ-ம்: $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 1 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-4 & 2-3 \\ 1-7 & 8-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$

தாயப் பெருக்கல்:

ஒரு தாயம் ஓர் எண்ணால் பின்வருமாறு பெருக்கப்படும்.

$$3\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\times2 & 3\times3 \\ 3\times1 & 3\times4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 3 & 12 \end{pmatrix}$$

உ-ம்: *1.* ஒரு இல்லத்தரசி ஒரு கிழமையில் பின்வருவனவற்றை வாங்கினாள். திங்கள் - ஒரு பைக்கற் பால், *1* இறா. பாண்: செவ்வாய் - *3* பைக்கற் பால் : புதன் - *2* பைக்கற் பால், *1* இறா. பாண் : வியாழன் - *2* இறா. பாண் : வெள்ளி - *3* பைக்கற் பால் : சனி - *2* பைக்கற் பால், *3* இறா. பாண் : ஞாயிறு - 3 பைக்கற் பால். இத்தகவலை 2×7 தாயமாகத் தருக.

விடை: $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 & 3 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

உ-ம்: *2.* $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ ஆயின், பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

I. $A+B$ II. $A-B$ III. $A+A$ (வழக்கமாக 2A என எழுதப்படும்)
IV. 5B

விடை: I. $A+B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ II. $A-B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

III. $2A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ IV. $5B = 5\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 10 & 15 \end{pmatrix}$

உ-ம்: 3. தனித்தாயமாகத் தருக:

$$4\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}-5\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$$

விடை: $= \begin{pmatrix}20\\-4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}15\\-20\end{pmatrix}$

$$=\begin{pmatrix}5\\16\end{pmatrix}$$

உ-ம்: 4. $2M-\begin{pmatrix}0 & 4\\-6 & 8\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}2 & 0\\0 & -4\end{pmatrix}$ ஆகுமாறு M என்ற தாயத்தைக் காண்க.

விடை: $2M-\begin{pmatrix}0 & 4\\-6 & 8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & 0\\0 & -12\end{pmatrix}$

$$\therefore 2M=\begin{pmatrix}6 & 4\\-6 & -4\end{pmatrix}$$

$$M=\begin{pmatrix}3 & 2\\-3 & -2\end{pmatrix}$$

பயிற்சி 90

1. $A=(2\ \ 3), B=(2\ \ 0), C=\begin{pmatrix}2 & 1\\2 & 3\end{pmatrix}, D=\begin{pmatrix}1 & 0\\2 & 1\end{pmatrix}, E=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\2 & 3 & 4\end{pmatrix}$ ஆயின் எந்தெந்தச் சோடித் தாயங்களைக் கூட்டலாம்?

2. a) $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 0\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2 & -3\\1 & -1\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}3 & -1\\4 & 3\end{pmatrix}$

ஆயின் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

I. $A+B$ II. $A+C$ III. $A-B$ IV. $B-A$ V. $A-C$

VI. $3A$ VII. $2A+B$ VIII. $3B+2C$ IX. $4B-3C$ X. $B+A$

b) $A + B = B + A$ ஆகுமா?

c) $(A+B)+C = A+(B+C)$ ஆகுமா?

d) b, c என்பவற்றிலிருந்து தாயக்கூட்டல் எந்த விதிகளுக்கு அமைவானது எனக் கூறுக.

பயிற்சி 91

1. பின்வரும் தாயக்கூட்டலில் A, B என்பவற்றின் பெறுமதிகளைக் காண்க. $\begin{pmatrix} A & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ B & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -6 & 9 \end{pmatrix}$

2. $A\begin{pmatrix} x \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}$ ஆயின் A, x என்பவற்றின் பெறுமதி காண்க.

3. பின்வருவனவற்றைத் தனித்தாயங்களாகத் தருக.

   a) $2\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$

   b) $3\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

   c) $2\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$

4. $3M - \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -2 & 7 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$ ஆயின் M இன் பெறுமதி காண்க.

5. $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ ஆயின்

   I. $A + 2B$ யின் பெறுமதி காண்க.

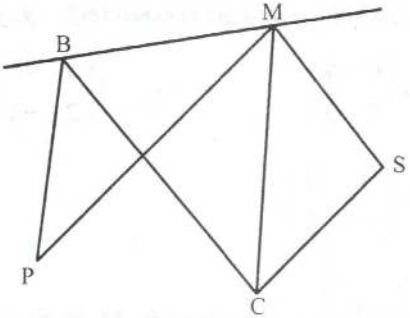
   II. $A + C = B$ ஆக அமையும்படி தாயம் C ஐக் காண்க.

பயிற்சி 92

1. $p=\begin{pmatrix}5\\-2\end{pmatrix}$, $q=\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$, $r=\begin{pmatrix}x\\7\end{pmatrix}$, $s=\begin{pmatrix}4\\y\end{pmatrix}$ ஆயின் I. $2p+3q$ II. $p-q$ என்பவற்றின் பெறுமதி காண்க. III. $2r + 3s = \begin{pmatrix}16\\17\end{pmatrix}$ ஆயின் x, y என்பவற்றின் பெறுமதி காண்க.

2. $u=\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$, $v=\begin{pmatrix}4\\q\end{pmatrix}$, $w=\begin{pmatrix}p\\5\end{pmatrix}$ ஆகவும் $3u=v+w$ ஆகவும் இருப்பின் p, q என்பவற்றின் பெறுமதி காண்க.

3. ஒரு சிறிய நகரிலுள்ள தபாற்கந்தோர் (P), பஸ் நிலையம் (B), சந்தை (M), பாடசாலை (S), படமாளிகை (C), என்பவற்றைத் தொடுக்கும் வீதிகளை கீழுள்ள படம் காட்டுகிறது.



பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

	P	B	M	S	C
P	0	1	1	0	__
B	1	0	1	__	__
M	1	1	0	__	__
S	__	__	__	__	__
C	__	__	__	__	__

இது பாதைத் தாயம் எனப்படும்.

4. வினா 3 இல் M இலிருந்து S க்கும் B யிலிருந்து C க்கும் ஒருவழிப் பாதையாயின் சரியான பாதைத்தாயத்தை எழுதுக.

20
சமனிலிகள்

பாட உள்ளடக்கம்:	ஒரு மாறி மட்டும் உள்ள $ax + b \gtreqless cx + d$ என்ற அமைப்புள்ள சமனிலிகளைத் தீர்த்தலும் தீர்வை எண்வரையில் குறித்தலும். சமனிலிகள் சம்பந்தமான உத்திக் கணக்குகள்.
பாட வேளை	: 06

நாங்கள் தரம் 8, 9, 10 என்பனவற்றில் சமனிலிகள் பற்றிக் கற்றுள்ளோம். இவ்வலகில் சமனிலிகள் பற்றி மேலும் கற்போம்.

20.1. சமனிலிகள் தொடர்பான சில பண்புகள்:

I x, y என்னும் இரு கணியங்களை எடுத்துக்கொண்டால் $x = y$, $x > y, x < y, x \leq y, x \geq y, x <> y$ என அமையக்கூடிய 6 சந்தர்ப்பங்கள் உள்ளன.

II x ஒரு நேர் எண்ணாயின் $x > 0$ எனவும், மறை எண்ணாயின் $x < 0$ எனவும், மறை எண் அல்லவெனில் $x \geq 0$ எனவும், நேர் எண் அல்லவெனில் $x \leq 0$ எனவும் குறிப்பிடலாம்.

III. $x > y$ ஆயின் $x - y > 0$;

$x < y$ ஆயின் $x - y < 0$;

$x \geq y$ ஆயின் $x - y \geq 0$;

$x \leq y$ ஆயின் $x - y \leq 0$ ஆகும்.

IV. z ஏதாவது ஓர் எண்ணாயிருக்கும் போது

$x < y$ ஆயின் $x + z < y + z$;

$x > y$ ஆயின் $x + z > y + z$;

$x \leq y$ ஆயின் $x + z \leq y + z$;

$x \geq y$ ஆயின் $x + z \geq y + z$ ஆகும்.

V.

	இருப்பின்	இருக்கும்
1	$x < y\,;\, z > 0$	$xz < yz\,;\, \frac{x}{z} < \frac{y}{z}$
2	$x \leq y\,;\, z > 0$	$xz \leq yz\,;\, \frac{x}{z} \leq \frac{y}{z}$
3	$x > y\,;\, z > 0$	$xz > yz\,;\, \frac{x}{z} > \frac{y}{z}$
4	$x \geq y\,;\, z > 0$	$xz \geq yz\,;\, \frac{x}{z} \geq \frac{y}{z}$
5	$x < y\,;\, z < 0$	$xz > yz\,;\, \frac{x}{z} > \frac{y}{z}$
6	$x \leq y\,;\, z < 0$	$xz \geq yz\,;\, \frac{x}{z} \geq \frac{y}{z}$
7	$x > y\,;\, z < 0$	$xz < yz\,;\, \frac{x}{z} < \frac{y}{z}$
8	$x \geq y\,;\, z < 0$	$xz \leq yz\,;\, \frac{x}{z} \leq \frac{y}{z}$

மேலுள்ள பண்புகளின் பிரயோகம்:

உ-ம்: *1.* $x > y$ எனின் $x + a > y + a$ என நிறுவுக.

$x = y + m$ என்க.

எனவே $x + a = y + m + a$ ஆகும்.

ஆனால் $y + m + a > y + a$

$\therefore\ x + a > y + a$

உ-ம்: 2. $a > b, b > c$ ஆயின் $a > c$ என நிறுவுக.

$a > b$

$a = b + x$ என்க. --------- (1)

$b > c$

$b = c + y$ என்க. --------- (2)

ச1 இல் *ச2* ஐப் பிரதியிடின்,

$a = c + y + x$

ஆனால் $c + y + x > c$

$\therefore\ a > c$

உ-ம்: 3. $a > b, c < 0$ எனின் $ac < bc$ என நிறுவுக.

$a = b + x$ என்க. (இங்கு $x > 0$)

$c \times a = c(b + x)$

$ac = bc + cx$

இங்கு $c < 0 ; x > 0$ ஆதலால் $cx < 0$

எனவே $bc + cx < bc$

$\therefore ac < bc$

உ-ம்: 4. பின்வரும் சமனிலிகளில் x எடுக்கக்கூடிய பெறுமான வீச்சைக் காண்க.

a) $2x + 7 \leq 13$ $\qquad x \in z^+$

$2x + 7 - 7 \leq 13 - 7$

$2x \leq 6$

$x \leq 3$

$\therefore x \in \{1, 2, 3\}$ அல்லது $x \in \{x : 1 \leq x \leq 3 ; x \in z\}$

b) $2x + 15 \geq 7$ $\qquad x \in z^-$

$2x + 15 - 15 \geq 7 - 15$

$2x \geq -8$

$x \geq -4$

$\therefore x \in \{-4, -3, -2, -1\}$ அல்லது $x \in \{x : x \geq -4 ; x \in z^-\}$

c) $3x - 2 \leq x + 6$ $\qquad x \in z^+$

$3x - 2 + 2 \leq x + 6 + 2$

$3x \leq x + 8$

$3x - x \leq x + 8 - x$

$2x \leq 8$

$x \leq 4$

$\therefore x \in \{1, 2, 3, 4\}$ அல்லது $x \in \{x : x \leq 4 ; x \in z^+\}$

d) $5x + 3 \geq 2x - 6$ $\qquad x \in z^-$

$5x + 3 - 3 \geq 2x - 6 - 3$

$5x \geq 2x - 9$

$5x - 2x \geq 2x - 9 - 2x$

$3x \geq -9$

$x \geq -3$

$\therefore x \in \{-3, -2, -1\}$ அல்லது $x \in \{x : x \geq -3 ; x \in z^-\}$

e) $x-4<2x-1\geq 3x \qquad x\in z$

இங்கு இரு சமனிலிகள் உள்ளன.

ஒன்று $x-4<2x-1$

மற்றது $2x-1\geq 3x$

$x-4<2x-1$

$x-4-2x<2x-1-2x$ $\qquad$ $2x-1\geq 3x$

$-x-4<-1$ $\qquad$ $2x\geq 3x+1$

$-x-4+4<-1+4$ $\qquad$ $2x-3x\geq 3x+1-3x$

$-x<3$ $\qquad$ $-x\geq 1$

$\frac{-x}{-1}>\frac{3}{-1}$ $\qquad$ $\frac{-x}{-1}\leq\frac{1}{-1}$

$x>-3$ $\qquad$ $x\leq -1$

$\therefore x\in\{-2,-1\}$ அல்லது $x\in\{x:-3<x\leq -1; x\in z\}$

பயிற்சி 93

1. $a>b$ எனின் $a+1>b+1$ என நிறுவுக.
2. $p>q, q>r$ எனின் $p>r$ எனக் காட்டுக.
3. $x-5<2x+4$ எனின் x இன் எல்லைப் பெறுமானத்தைக் காண்க.
4. $x<y$ எனின் $4(x+y)<8y$ என நிறுவுக.
5. $a<b, c<0$ எனின் $ac>bc$ என நிறுவுக.

பயிற்சி 94

பின்வரும் சமனிலிகளைத் திருப்திப்படுத்தும் x இன் நிறையெண் பெறுமானங்களின் தொடைகளை எழுதுக.

1. $\frac{3x}{4}<2$ $\qquad$ 2. $3x-4>2$ $\qquad$ 3. $4(x-3)<5$

4. $4x-2>3x-1$ $\qquad$ 5. $2(x-3)\leq 3(x-1)$ $\qquad$ 6. $2(3-x)\geq 3(1-x)$

7. $5(3-2x)\leq 3(4-3x)$

பயிற்சி 95

பின்வரும் சமனிலிகளைத் திருப்திப்படுத்தும் x இன் நிறையெண் பெறுமானங்களைப் பட்டியற்படுத்துக.

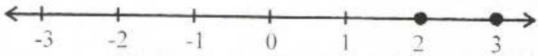
1. $3x-4<27\leq 4x-5$
2. $3x+1<23\leq 5x-1$
3. $-9\leq 5-2x\leq -4$
4. $2x-1<9\leq 4x-3$

பயிற்சி 96

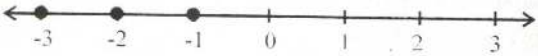
பின்வரும் ஒவ்வொரு சமனிலிகளிலும் x எடுக்கக்கூடிய பெறுமான வீச்சைக் காண்க.

1. $\frac{5x}{3}<2 ; x\in z^{+}$
2. $5x-1>4 ; x\in z$
3. $3(x-2)<6 ; x\in z^{+}$
4. $3x-2>2x-1 ; x\in z$
5. $3(x-2)<2(x-1) ; x\in w$
6. $3(2-x)\geq 2(1-x) ; x\in z^{-}$
7. $4(2-x)\leq 3(3-2x) ; x\in z$

20.2. சமனிலிகளின் தீர்வுத் தொடைகளை எண்கோட்டில் வகை குறித்தல். (இங்கு $x\in z$)



$x>1$



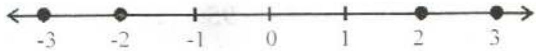
$x<0$

$x\leq 2$

$x\geq -1$

$-1<x<2$

$-2<x\leq 2$



$x < -1$ உம் $x \geq 2$

$x > -4 \cap x < 1$

உ-ம்: கீழுள்ள சமனிலியின் தீர்வுத்தொடையைக் கண்டு, அதனை எண்கோட்டில் வரைபுப்படுத்துக.

$2x-3 \leq x+1$

$2x-3+3 \leq x+1+3$

$2x \leq x+4$

$2x-x \leq x+4-x$

$x \leq 4$

$x \in \{x : x \leq 4 ; x \in z\}$

உ-ம்: கீழுள்ள சமனிலியின் தீர்வுத்தொடையைக் கண்டு, அதனை எண்கோட்டில் வரைபுப்படுத்துக.

$x-4 < 2x-1 \geq 3x$

இங்கு இரண்டு சமனிலிகள் உள்ளன.

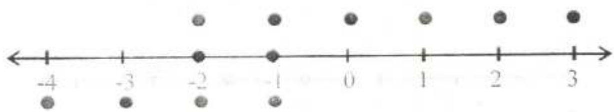
ஒன்று : $x-4 < 2x-1$

மற்றது : $2x-1 \geq 3x$

முதலாவதின் தீர்வுத்தொடை : $x > -3$

இரண்டாவதின் தீர்வுத்தொடை : $x \leq -1$

இரண்டு தொடைகளையும் ஒரே எண்வரையில் வரைபுப்படுத்தினால்.



பயிற்சி 97

பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்த்து தீர்வை எண்வரையில் வரைபுப்படுத்துக.

1. $3x > 6$ 2. $x - 5 > 4$ 3. $x + 4 > 6$
4. $3x - 4 \leq 5$ 5. $5x + 11 \leq 23 - x$ 6. $4x - 12 \geq 6x - 10$
7. $3x - 2 < 2x + 1 < 3x + 5$ 8. $2x + 1 \leq x + 5 \leq 3x + 9$

பயிற்சி 98

1. $2x + 3 \leq x + 7$ ஐயும் $3x - 2 > 2x - 3$ ஐயும் திருப்தி செய்யும் x இன் நிறையெண் பெறுமான வீச்சைக் கண்டு அதனை எண்வரையில் வரைபுப்படுத்துக.

2. $3x - 2 \leq x + 6$ ஐயும் $6x - 5 \geq 4x - 3$ ஐயும் திருப்தி செய்யும் x இன் மெய்யெண் பெறுமான வீச்சைக் கண்டு அதனை எண்வரையில் வரைபுப்படுத்துக.

3. $2x - 3 < x + 1 \leq 2x + 5$ என்னும் சமனிலியைத் திருப்தி செய்யும் x இன் நிறையெண் பெறுமான வீச்சைக் கண்டு அதனை எண்வரையில் வரைபுப்படுத்துக.

4. $3x + 4 \geq 2x + 1 > 3x - 1$ என்னும் சமனிலியைத் திருப்தி செய்யும் x இன் நிறையெண் பெறுமான வீச்சைக் கண்டு அதனை எண்வரையில் வரைபுப்படுத்துக.

பயிற்சி 99

1. $x > 18$, $3x + 2 \leq 93$ என்னும் இரு சமனிலிகளையும் திருப்தி செய்யும் x இன் முதன்மையெண் பெறுமானங்களைப் பட்டியற்படுத்துக.

2. $-3 < x \leq 3\frac{1}{3}$ என்னும் சமனிலியில்,
   a) x இன் மிகப் பெரிய நிறையெண் பெறுமானம்.
   b) x இன் மிகச் சிறிய நிறையெண் பெறுமானம்.
   c) x இன் மிகப் பெரிய விகிதமுறு எண் பெறுமானம்
   ஆகியவற்றைக் காண்க.

3. $2 \leq a \leq 5$, $-7 \leq b \leq -3$ ஆயின்,
   a) $a - b$ யின் அதிஉயர் பெறுமானத்தையும்
   b) $a^2 + b^2$ இன் அதிகுறைந்த பெறுமானத்தையும் காண்க.

20.3. சமனிலிகள் சம்பந்தமான உத்திக் கணக்குகள்.

உ-ம்: *ஒருவன் ஒன்று ரூபா 10 படி x மாம்பழங்களையும் ஒன்று ரூபா 18 படி (x + 6) தோடம்பழங்களையும் வாங்கினான். அவன் வைத்திருந்த ரூபா 300 இல் பஸ்ஸில் செல்வதற்கும் சிறிது பணம் தேவை எனில் x இல் ஒரு சமனிலி அமைத்து தீர்த்து, x இன் பெறுமதியின் வீச்சைக் காண்க.*

$$10 \times x + 18(x+6) < 300$$

$$10x + 18x + 108 < 300$$

$$28x + 108 < 300$$

$$28x < 192$$

$$x < 6\frac{6}{7}$$

மிகுதிப் பணமும் தேவையாதலால் $x < 6$.

பயிற்சி 100

பின்வருவனவற்றிற்கு x இல் ஒரு சமனிலி அமைத்து, தீர்த்து, x இன் பெறுமான வீச்சைக் காண்க.

1. ஒருவன் ஒருவகைக் கொப்பிகளில் x ஐ ஒன்று ரூபா 12 வீதமும் ஒருவகைப் பேனாக்களில் (x + 4) ஐ ஒன்று ரூபா 15 வீதமும் வாங்கினான். அவன் ரூபா 200 க்குக் குறைந்த தொகையையே செலவிட்டான்.
2. ஒருவன் 2 m நீளமான கம்பியிலிருந்து ஒரு துண்டை வெட்டி (x + 10) cm நீளமும் x cm அகலமுமுள்ள ஒரு செவ்வக வடிவத்தை அமைத்தான்.
3. ஒரு பையன் x kmh^{-1} கதியில் 3 மணித்தியாலம் நடந்தபின் (x + 2) kmh^{-1} கதியில் அரை மணித்தியாலம் ஓடினான். அவன் எல்லாமாக 30 km க்குக் குறைந்த தூரத்தையே கடந்தான்.
4. 40 cm^2.பரப்பளவுள்ள ஒரு கடதாசி அட்டையிலிருந்து ஒருவன் x cm நீளமும் 5 cm அகலமுமுள்ள செவ்வக வடிவங்களை வெட்டினான்.

21
வட்ட நாற்பக்கல்

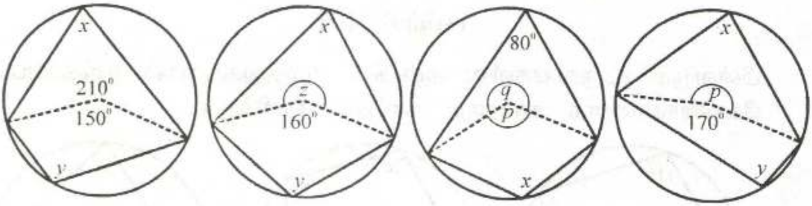
பாட உள்ளடக்கம் : வட்டம் ஒன்றில் எதிரமைக்கப்படும் கோணங்கள், வட்ட நாற்பக்கல்.
பாட வேளை : 06

21.1. வரைவிலக்கணம்:

ஒரு நாற்பக்கலின் நான்கு உச்சிகளும் ஒரு வட்டத்தின் பரிதியில் அமைந்தால் அது வட்டநாற்பக்கல் எனப்படும்.

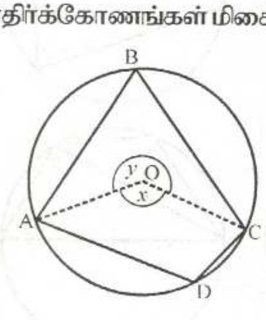
ஒரு வட்டத்தின் வில் அவ்வட்டத்தின் மையத்தில் எதிரமைக்கும் கோணம் பரிதியில் எஞ்சிய பாகத்தில் யாதுமொரு புள்ளியில் அமைக்கும் கோணத்தின் இரு மடங்காகும் என தரம் 10 அலகு 34 இல் கற்றுள்ளோம்.

கீழுள்ள வட்டநாற்பக்கல் ஒவ்வொன்றினதும் எதிர்க்கோணங்கள் ஆகிய x, y என்பவற்றின் பருமனைக் கணக்கிட்டு எதிர்கோணங்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.



தேற்றம்

ஒரு வட்டநாற்பக்கலின் எதிர்க்கோணங்கள் மிகைநிரப்பு கோணங்களாகும்



தரவு : ABCD ஒரு வட்டநாற்பக்கல் ஆகும். O என்பது வட்டத்தின் மையமாகும்.

மேற்கோள் : I. $\angle ABC + \angle ADC = 180^0$

II. $\angle BAD + \angle BCD = 180^0$

கருவி : AO, CO என்பவற்றை இணைக்க.

நிறுவல் : $\angle AOC$ ஐ x^0 எனவும் பின்வளைகோணம் $\angle AOC$ ஐ y^0 எனவும் கொள்வோம்.

$2\angle ABC = x^0$

$2\angle ADC = y^0$

$\therefore\ 2\angle ABC + 2\angle ADC = (x+y)^0 = 360^0$

$\therefore\ \angle ABC + \angle ADC = 180^0$

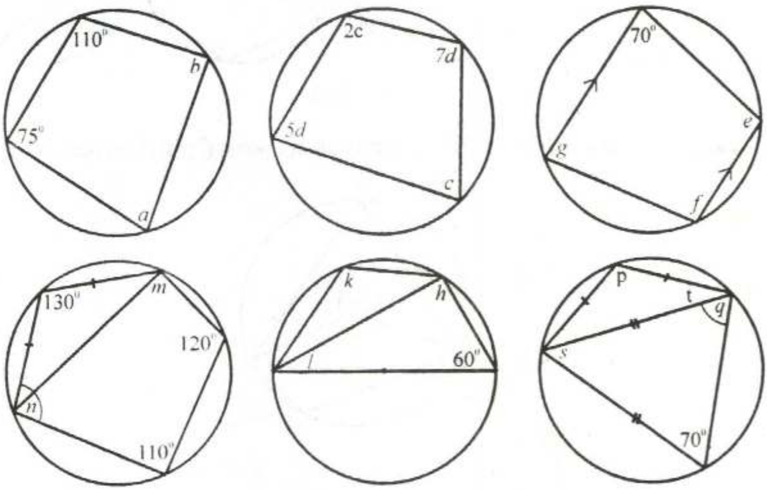
இவ்வாறே, $\angle BAD + BCD = 180^0$ என நிறுவலாம்.

மேலுள்ள தேற்றத்தின் மறுதலை:

ஒரு நாற்பக்கலின் எதிர்க்கோணங்கள் மிகைநிரப்பிகள் ஆயின் அந்நாற்பக்கலின் உச்சிகள் ஒரே வட்டப் பரிதியின்மீது அமையும்.

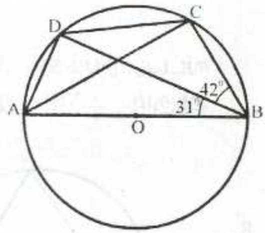
பயிற்சி 101

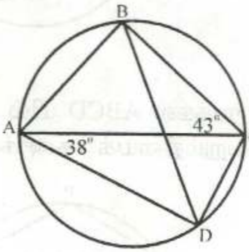
பின்வரும் உருவங்களில் ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பட்ட கோணங்களைக் காரணம் காட்டிக் கணிக்குக.



பயிற்சி 102

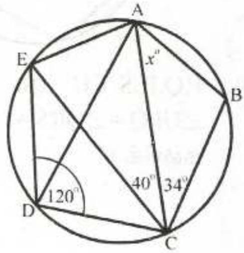
1. படத்தில் O வட்ட மையமாகும். ∠ADC. ∠BCD என்பவற்றைக் கணிக்க.

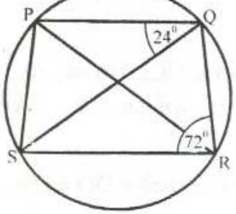


2. 

படத்தில் AC விட்டமாகும். ∠BCD ஐக் கணிக்க.

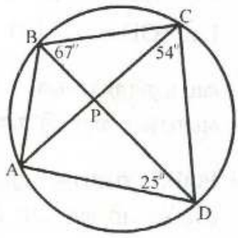
3. படத்தில் A, B, C, D, E என்பன ஒரு வட்டத்தின் பரிதியில் அமைந்த புள்ளிகளாகும். x இன் பெறுமதி காண்க.

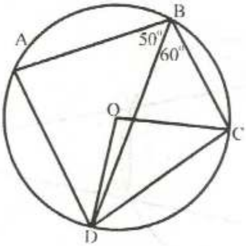


4. 

PQRS ஒரு வட்டநாற்பக்கல். ∠QPS, ∠PRQ என்பவற்றைக் கணிக்க.

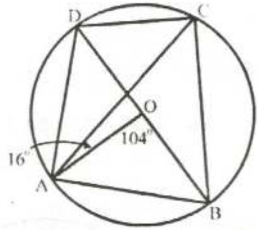
5. ABCD எனும் வட்டநாற்பக்கலில் BAD, CPD என்னும் கோணங்களின் பருமன்களைக் கணிக்க.



6. 

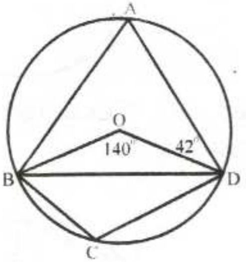
ABCD எனும் வட்டநாற்பக்கலின் மையம் O. ∠ADO வைக் கணிக்க.

7.

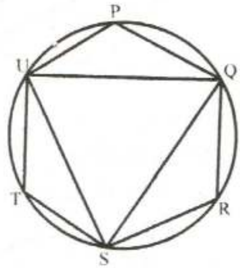


வட்டநாற்பக்கல் ABCD யின் விட்டம் BD ஆகும். ∠ABC ஐக் கணிக்க.

8.



வட்டநாற்பக்கல் ABCD யில் ∠ABO வின் பெறுமதியைக் கணிக்க.



9. P,Q,R,S,T,U ஓர் ஒருவட்ட அறுகோணி. ∠UPQ + ∠QRS + ∠STU வின் பெறுமதியைக் கணிக்க.

பயிற்சி 103

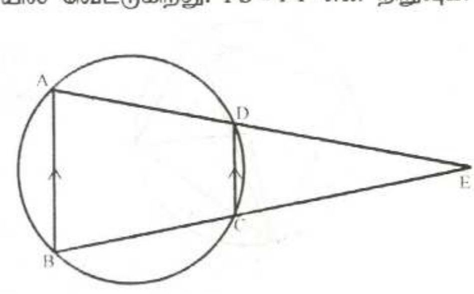
1. ABCD என்னும் வட்டநாற்பக்கலில் மூலைவிட்டங்கள் AC யும் BD யும் ஒன்றையொன்று O வில் வெட்டுகின்றன. AB // DC. பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

   I. ∠AOD = 2∠ABD II. CO = DO III. CO = CB எனின் DO = DA.

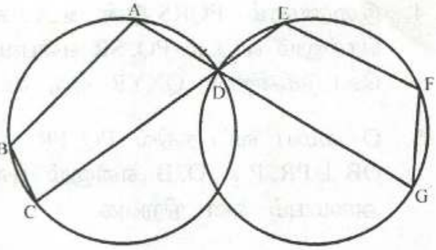
2. வட்டநாற்பக்கல் ABCD யில் மூலைவிட்டம் AC, ∠BAD, ∠BCD என்பவற்றை இருசமகூறிடுகிறது. ∠ABC = 90^0 என நிறுவுக.

3. PQRS என்பது ஓர் இணைகரம். P, Q, R என்னும் புள்ளிகளினூடு கீறப்படும் வட்டம் RS ஐ T யில் வெட்டுகிறது. PS = PT என நிறுவுக.

4. ABCD என்ற வட்ட நாற்பக்கலில் AB // DC. AD யும் BC யும் நீட்டப்பட அவை ஒன்றையொன்று E யில் வெட்டுகின்றன. ED = EC என நிறுவுக.



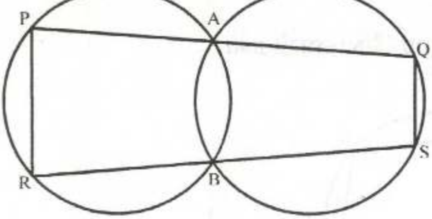
5.



படத்தில், ADG, CDE என்பன நேர்வரைகள். ∠ABC = ∠EFG என நிறுவுக.

6. ABCD என்பது ஒரு வட்டநாற்பக்கல் ஆகும். கோணங்கள் ABC, ADC என்பவற்றின் இருகூறாக்கிகள் வட்டத்தை முறையே X, Y என்பவற்றில் சந்திக்கின்றன. XY என்பது வட்டத்தின் விட்டம் என நிறுவுக.

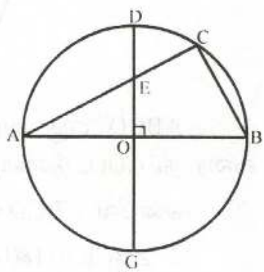
7.



படத்தில் PAQ வும் RBS உம் நேர்வரைகள். PR // QS என நிறுவுக.

பயிற்சி 104

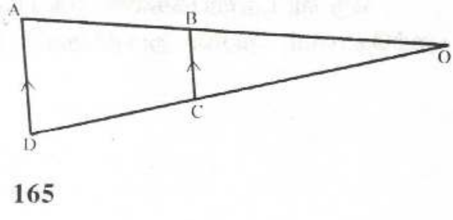
1.



AB, DG என்பன வட்டத்தின் விட்டங்கள் ஆகும். $\angle DOB = 90^0$. BCEO ஒரு வட்டநாற்பக்கல் என நிறுவுக.

2. ABC ஒரு முக்கோணி. AB = AC. BC க்கு சமாந்தரமாக வரையப்பட்ட PQ என்ற நேர்வரை AB ஐ P யிலும் AC ஐ Q விலும் வெட்டுகின்றது. BCQP ஒரு வட்டநாற்பக்கல் என நிறுவுக.

3. படத்தில் AO = DO. AD // BC. நாற்பக்கலின் A, B, C, D என்னும் உச்சிகள் ஒரு வட்டத்தின் பரிதியில் அமையும் என நிறுவுக.

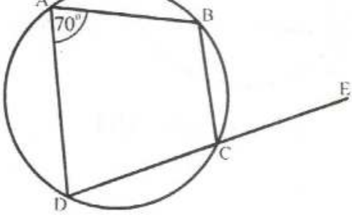


4. இணைகரம் PQRS இன் உச்சிகள் P, S என்பவற்றுக்கு ஊடாகச் செல்லும் வட்டம் PQ, SR என்பவற்றை முறையே X, Y என்பவற்றில் வெட்டுகின்றன. QXYR ஒரு வட்டநாற்பக்கல் என நிறுவுக.

5. O மைய வட்டத்தில் PQ, PR என்பன இரு நாண்கள். $OA \perp PQ$; $OB \perp PR$. P, A, O, B எனனும் புள்ளிகள் ஒரு வட்டத்தின் பரிதியில் அமையும் என நிறுவுக.

6. ABC ஒரு கூர்ங்கோண முக்கோணி. AB ஐ விட்டமாகக் கொண்டு வரையப்பட்ட வட்டம் AB, AC என்பவற்றை முறையே P, Q என்னும் புள்ளிகளில் வெட்டுகின்றது. AP, PQ என்பன இணைக்கப்பட அவை ஒன்றையொன்று X இல் வெட்டுகின்றன. $\angle AXB = \angle BAC + \angle ABC$ என நிறுவுக.

21.2. வட்டநாற்பக்கலின் புறக்கோணங்கள்.



ABCD ஒரு வட்டநாற்பக்கலாகும். அதன் DC என்ற பக்கம் E வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. $\angle DAB = 70^0$ என்க.

எனவே $\angle BCD = (180 - 70)^0 = 110^0$ ஆகும்.

$\therefore \angle BCE = (180 - 110)^0 = 70^0$ ஆகும்.

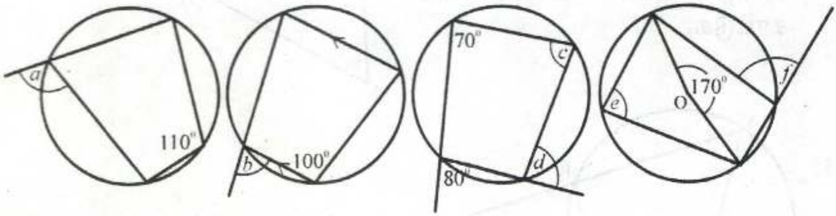
$\angle BCE$ என்பது வட்டநாற்பக்கல் ABCD யின் ஒரு புறக்கோணம் ஆகும்.

எனவே,

ஒரு வட்டநாற்பக்கலின் ஒரு பக்கத்தை நீட்டுவதால் உண்டாகும் புறக்கோணம் அதன் அகத்தெதிர் கோணத்திற்குச் சமனாகும்.

பயிற்சி 105

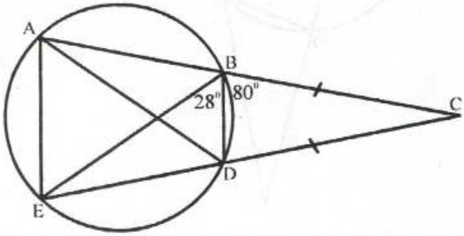
கீழுள்ள வட்டங்களில் ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பட்ட பெறுமானங்களைக் கணிக்க.



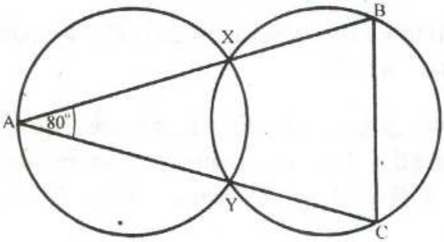
பயிற்சி 106

1.

படத்தில், A, B, D, E என்பன வட்டப் பரிதியில் உள்ள புள்ளிகள். ∠DEA, ∠ADE, ∠DAB என்பவற்றின் பெறுமதி கணிக்க.



2.



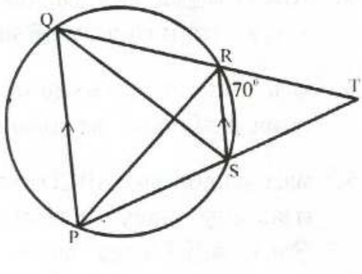
படத்தில் AX = AY. ∠BCY யின் பெறுமதி காண்க.

3.

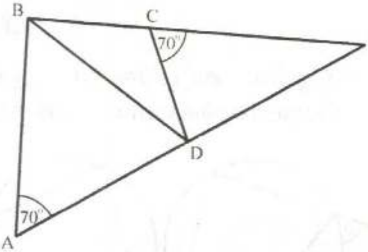
I. படத்தில் ∠QPS, ∠RST, ∠PQR என்பவற்றின் பெறுமதி கணிக்க.

II. PR = QS எனக் காட்டுக.

III. PS = QR எனக் காட்டுக.

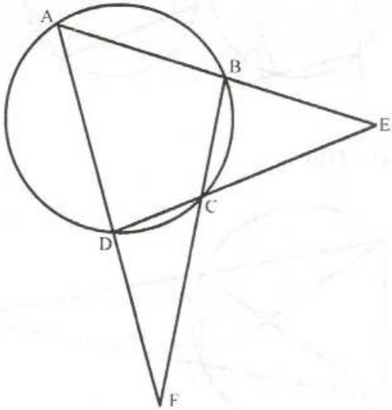


4.



படத்தில் $\angle DBC = \angle DAC$ எனக் காட்டுக.

5.



படத்தில் ABCD ஒரு வட்ட நாற்பக்கல். ABE, DCE, ADF, BCF என்பன நேர்வரைகள். $\angle CEB = 40^0$; $\angle AFB = 50^0$. வட்ட நாற்பக்கலின் கோணங்களின் பருமன்களைக் கணிக்க.

பயிற்சி 107

1. நாற்பக்கல் ABCD யில் $\angle ADB = 51^0$, $\angle ABC = 89^0$, $\angle BAC = 40^0$. ABCD ஒரு வட்டநாற்பக்கல் எனக் காட்டுக.

2. ABCDEFG என்பது ஒரு வட்டத்தின் பரிதியில் உச்சிகள் அமைந்த ஒழுங்கான எழுகோணியாகும். FB, AE என்பன இணைக்கப்பட அவை ஒன்றையொன்று X இல் வெட்டுகின்றன. FE = EX எனக் காட்டுக.

3. ABCD எனும் வட்டநாற்பக்கலில் $\angle BAC = x^0$, $\angle ADB = y^0$, $\angle ABC = z^0$. x, y, z என்பவற்றுக்கு இடையில் ஒரு தொடர்பு காண்க.

4. ஒரு வட்டநாற்பக்கலின் கோணங்களின் இருகூறாக்கிகளால் அமைக்கப்படும் நாற்பக்கலும் வட்டநாற்பக்கல் எனக் காட்டுக.

5. வட்டநாற்பக்கல் ABCD யில் AB = AC ஆகும்.நீட்டப்பட்ட CD யில் X ஏதாவது ஒரு புள்ளி ஆகும். AD என்பது $\angle BDX$ ஐ இருசமகூறிடுகிறது எனக் காட்டுக.

பயிற்சி 108

1. இரு வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று A, B என்னும் புள்ளிகளில் வெட்டுகின்றன. AC என்பது ஒரு விட்டமாக அமையுமாறு C என்பது முதலாம் வட்டப் பரிதியில் ஒரு புள்ளி. நீட்டப்பட்ட CA யும் CB யும் இரண்டாம் வட்டத்தை முறையே L, M என்னும் புள்ளிகளில் சந்திக்கின்றன. $\angle ALM = 90^0$ என நிறுவுக.

2. வட்டம் ADCB யினுடைய விட்டம் AB ஆகும். நாண் DC ஆனது E க்கு நீட்டப்பட்டுள்ளது. $\angle ABD + \angle BCE = 90^0$ என நிறுவுக.

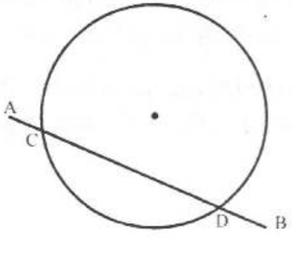
3. ABCD என்னும் வட்டநாற்பக்கலில் BC என்பது E வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. $\angle A$ யின் இருகூறாக்கி வட்டத்தின் பரிதியை F இல் சந்திப்பின் CF என்பது $\angle DCE$ யின் இருகூறாக்கி என நிறுவுக.

4. ABCD என்னும் வட்டநாற்பக்கலில் AD = DC ஆகும். BT = BC ஆகுமாறு AB என்பது T வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. DB // CT என நிறுவுக.

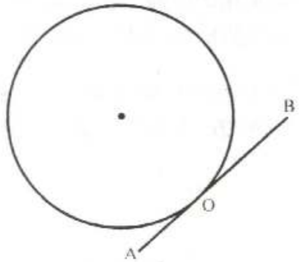
22
தொடலிகள்

பாட உள்ளடக்கம் :	தொடலி. விளக்கம். ஒரு வட்டத்தின் புறப்புள்ளியிலிருந்து அவ்வட்டத்திற்குத் தொடலிகள் வரைதல். – தேற்றம். ஒன்றுவிட்ட துண்டக்கோணம்: விளக்கம்.
பாட வேளை	: 10

22.1. தொடலி:

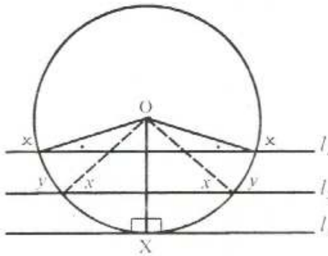


உரு 1

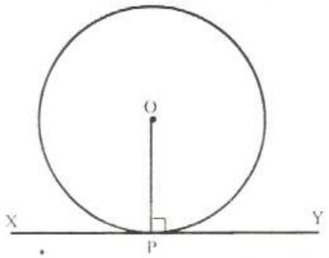


உரு 2

உரு *1* இல் AB என்பது வட்டத்தின் வெட்டி ஆகும்.
உரு *2* இல் AB என்பது வட்டத்தின் தொடலி ஆகும்.



உரு 3



உரு 4

உரு 3 இல் l_1 வெட்டியாகும் ; l_3 தொடலியாகும் : $OX \perp l_3$

எனவே ஒரு வட்டத்தின் ஆரை (OX) வட்டத்தைத் தொடும் புள்ளி (X) யிலிருந்து ஆரைக்குச் செங்குத்தாக வரையும் நேர்கோடு அப்புள்ளியில் வட்டத்தைத் தொடும். அதாவது வெட்டுப்புள்ளிகள் ஒன்றுடன்

ஒன்று பொருந்தும்போது (X இல்) அக்கோடு (l_1) வட்டத்தைத் தொடுகிறது.

பிறிதொரு வகையில் கூறுவதானால்,

ஒரு வட்டத்தை ஒரு நேர்கோடு தொட ஆகும் புள்ளியை அவ்வட்டத்தின் மையத்துடன் இணைக்கும் வரை (உரு 4 இல் OP) அத்தொடலிக்குச் செங்குத்தாகும்.

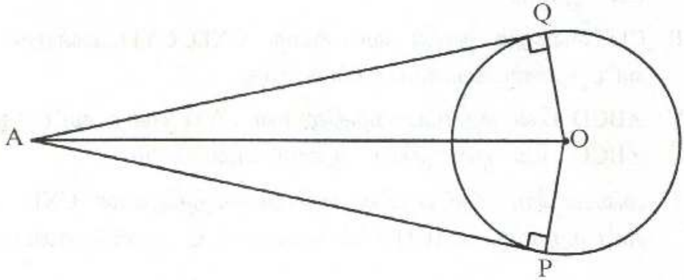
22.2. ஒரு வட்டத்தின் வெளியே உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து அவ்வட்டத்துக்கு இரண்டு தொடலிகள் மட்டும் வரையலாம்.

I. அந்த தொடலிகள் இரண்டும் நீளத்தில் சமனாயிருக்கும்.

II. அவை வட்டத்தின் மையத்தில் சமனான கோணங்களை எதிரமைக்கும்.

III. அவை அப்புள்ளியை மையத்தோடு தொடுக்கும் நேர்கோட்டோடு சமனான கோணங்களை அமைக்கும்.

மேற்கூறிய உண்மையைத் தேற்ற வடிவில் முறைப்படி நிறுவுவோம்.



தரவு : A என்பது O என்பதை மையமாகவுடைய வட்டத்திற்கு வெளியேயுள்ள ஒருபுள்ளியாகும். AP, AQ என்பன A யிலிருந்து அவ்வட்டத்திற்கு வரைந்த தொடலிகளாகும்.

மேற்கோள் : I. $AP = AQ$

II. $\angle AOP = \angle AOQ$

III. $\angle PAO = \angle QAO$

நிறுவல் : $\angle APO = \angle AQO = 90^0$ (தொடலிகளுக்கும் தொடு புள்ளியிலுள்ள ஆரைகளுக்கும் இடைப்பட்ட கோணங்கள்)

இனி, செங்கோண முக்கோணிகள் APO, AQO இல்

$PO = QO$ (ஒரே வட்ட ஆரைகள்)

$AO = AO$ (பொது)

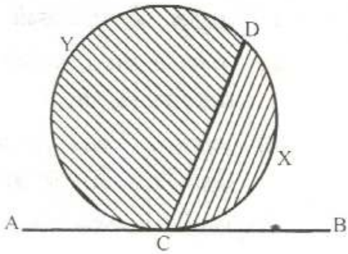
$\therefore \Delta APO \equiv \Delta AQO$ (செ.மு : செ.ப. : ப)

$\therefore AP = AQ$

$\angle AOP = AOQ$

$\angle PAO = \angle QAO$

22.3. ஒன்றுவிட்ட துண்டு:



அருகிலுள்ள படத்தில்,

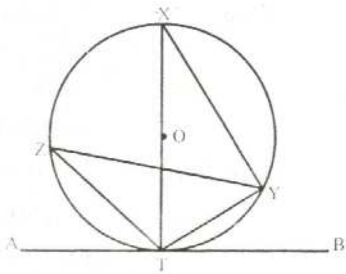
I. வட்டம் CYDX இன் தொடலி ACB ஆகும்.

II. அவ்வட்டத்தின் ஒரு நாண் CD ஆகும்.

III. CD என்னும் நாண் வட்டத்தை CXD, CYD என்னும் இரு வட்டத்துண்டங்களாகப் பிரிக்கிறது.

IV. $\angle BCD$ யின் எதிர்ப்பக்கத்திலுள்ள CYD என்ற வட்டத்துண்டு $\angle BCD$ யின் ஒன்றுவிட்ட துண்டு எனப்படும்.

V. அவ்வாறே, $\angle ACD$ யின் எதிர்ப்பக்கத்திலுள்ள CXD எனும் வட்டத்துண்டு $\angle ACD$ யின் ஒன்றுவிட்ட துண்டு எனப்படும்.



அருகிலுள்ள படத்தில் O வை மையமாகவுடைய வட்டத்துக்கு AB ஒரு தொடலியாகும். தொடுபுள்ளி T.

1. $\angle OTB$ எத்தனை பாகை?

   TO வை நீட்ட அது வட்டத்தை X இல் சந்திக்கிறது.

2. TX க்கும் வட்டத்துக்கும் என்ன தொடர்பு உண்டு?

   TX என்ற விட்டம் வட்டத்தின் பரிதியில் TYX என்ற கோணத்தை அமைக்கிறது.

3. $\angle TYX$ எத்தனை பாகை?

TY என்ற நாண் வட்டத்தின் பெருவில் TZXY யில் TZY என்ற கோணத்தை அமைக்கிறது.

4. $\angle TXY$ யும் $\angle TZY$ யும் சமனா? சமனாயின் ஏன்?

5. ΔTXY இல் $\angle TXY + \angle YTX$ எத்தனை பாகை?

6. $\angle XTY + \angle YTB$ எத்தனை பாகை?

7. $\angle TXY + \angle YTX = \angle XTY + \angle YTB$ ஆகுமா?

8. $\angle TXY = \angle YTB$ ஆகுமா? ஏன்?

9. $\angle TZY = \angle YTB$ ஆகுமா?

மேலுள்ள வினாக்களுக்கு நீங்கள் பெற்ற விடைகளை பின்வரும் சரியான விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப்பாருங்கள்.

1. 90^0 2. TX வட்டத்தின் விட்டம் 3. 90^0 (அரைவட்டக்கோணம்)

4. ஆம். ஒரே துண்டக் கோணங்கள் 5. 90^0 6. 90^0 7. ஆம்

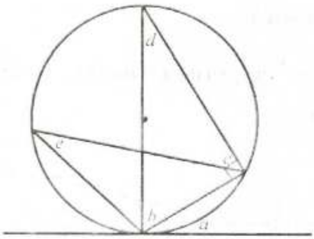
8. ஆம். இரு பக்கமும் பொதுக்கோணம் $\angle XTY$ ஐ நீக்குவதால்

9. ஆம்

எனவே ஒரு வட்டத்தை ஒரு நேர்கோடு தொட ஆகும் தொடு புள்ளியிலிருந்து ஒரு நாணை வரைந்தால் தொடுகோட்டுடன் அந்நாண் அமைக்கும் கோணம் அவ்வட்டத்தின் ஒன்றுவிட்ட துண்டத்தில் அந்நாண் அமைக்கும் கோணத்திற்குச் சமனாகும்.

வெவ்வேறு அணுகல்கள்:

I.



$c = 90^0$. ஏன்? .... அரைவட்டக்கோணம்.

$a + b = 90^0$. ஏன்?..... தொடலிக்கும் தொடுபுள்ளியிலுள்ள ஆரைக்கும் இடைப்பட்ட கோணம்.

$b + d = 90^0$. ஏன்? .... செங்கோண முக்கோணியின் கூர்ங்கோணங்கள்.

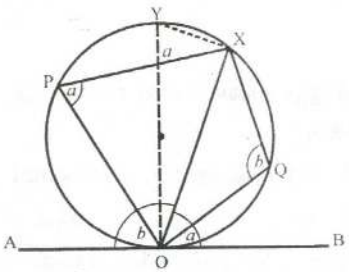
$\therefore\ a + b = b + d$

$a = d$. ஏன்? .... இரு பக்கமும் b ஐ நீக்குவதால்.

$d = e$. ஏன்? .... ஒரேதுண்டக் கோணங்கள்.

$\therefore\ a = e$

II.



வட்டத்தின் தொடலி AOB ; வட்டத்தின் நாண் OX.

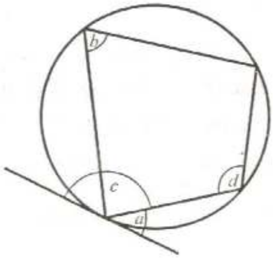
$\angle XOB = \angle OYX\ (\because 90^0 - \angle YOX)$

$\angle OYX = \angle OPX$ (ஒரேதுண்டக் கோணங்கள்)

$\therefore\ \angle XOB = \angle OPX$

$\angle AOX = \angle OQX\ (\because\ \angle AOX + \angle BOX = 180^0$; $\angle OPX + \angle OQX = 180^0)$

III. அருகிலுள்ள படத்தில்,



I. a + c யின் பெறுமதி யாது?

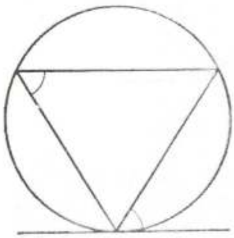
II. b + d யின் பெறுமதி யாது?

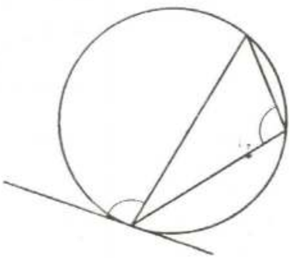
III. a + c = b + d எனலாமா? ஏன்?

IV. a க்குச் சமனான பெறுமதி யாது?

V. c = d எனலாமா?

நாம் இதுவரை ஆராய்ந்து கண்ட முடிவுகளைப் பின்வருமாறு படமூலம் காட்டலாம்.





பயிற்சி 109

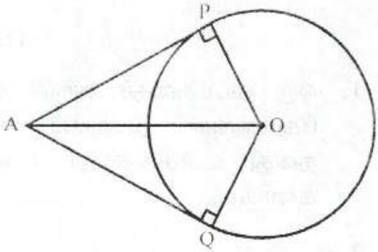
1. 5 cm ஆரையுள்ள ஒரு வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 13 cm தூரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து அவ்வட்டத்துக்கு வரையப்படும் தொடலியின் நீளம் என்ன?

2. இரண்டு ஒருமைய வட்டங்களின் ஆரைகள் 5 cm, 13 cm ஆகும். சிறிய வட்டத்தைத் தொடும் பெரிய வட்டத்தின் நாணின் நீளம் என்ன?

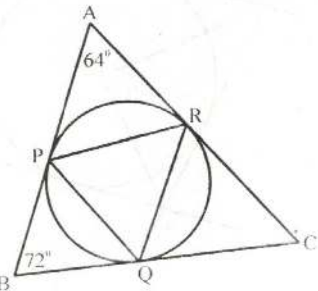
3. படத்தில,

   I. $\angle PAO = 16^0$ எனின் $\angle POQ$ வின் பருமன் யாது?

   II. $\angle AOQ$ வின் பருமன் 58^0 எனின் $\angle PAQ$ வின் பருமன் யாது?



4.

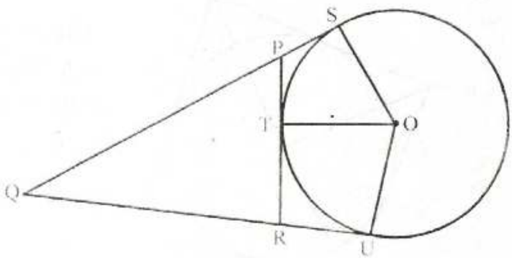


படத்தில்

   I. முக்கோணி PQR இன் கோணங்களைக் கணிக்க.

   II. AB = 8 cm ; BC = 7 cm ; CA = 5 cm ஆயின் BQ வின் நீளத்தைக் கணிக்க.

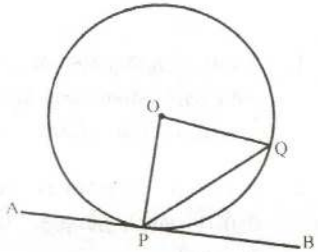
5. முக்கோணி PQR இன் வெளிவட்டம் PR நீட்டப்பட்ட QP, நீட்டப்பட்ட QR என்பவற்றை முறையே T, S, U என்னும் புள்ளிகளில் தொடுகிறது.



   a) $\angle P = 60^0$; $\angle R = 70^0$ ஆயின் $\angle UOS$ இன் பெறுமதி காண்க.

   b) PQ = 6 cm ; QR = 5 cm ; PR = 4 cm ஆயின் QS இன் நீளம் என்ன? (PS = x cm எனக் கொண்டு கணிக்க)

6. அருகிலுள்ள படத்தின்படி



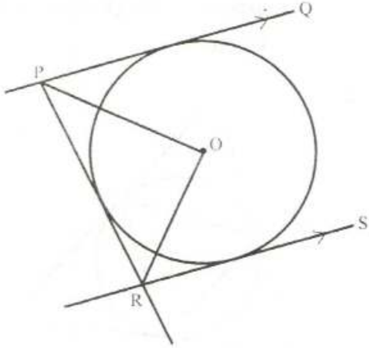
a) $\angle QPB = 30^0$ எனின் $\angle OPQ$. $\angle POQ$ என்பவற்றைக் கணிக்க.

b) $\angle POQ = 70^0$ எனின் $\angle QPB$ ஐக் கணிக்க.

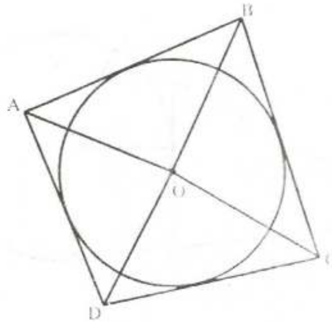
பயிற்சி 110

1. ஒரு வட்டத்தைச் சுற்றி வரையப்பட்ட ஒரு நாற்பக்கலின் மூன்று கோணங்கள் முறையே 70^0, 84^0, 96^0 ஆகும். தொடுபுள்ளிகளைத் தனது உச்சிகளாகக் கொண்ட நாற்பக்கலின் கோணங்களைக் கணிக்க.

2. PQ, PR, RS என்பன O மைய வட்டத்தின் தொடலிகள். PQ // RS. $\angle POR = 90^0$ எனக் காட்டுக.



3. ABCD என்பது O மைய வட்டத்துக்குச் சுற்றுருவமாக வரையப்பட்ட நாற்பக்கல்.



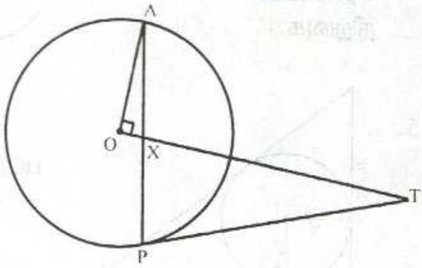
a) $\angle AOD + \angle BOC = 180^0$ என நிறுவுக.

b) $AB + DC = AD + BC$ என நிறுவுக.

4. AP, AQ என்பன O மைய வட்டத்தின் இரு தொடலிகள். P, Q என்பன தொடுபுள்ளிகள். AQ வுக்கு A யில் வரையப்பட்ட செங்குத்து நீட்டப்பட்ட OP ஐ R இல் சந்திப்பின் OR = AR என நிறுவுக.

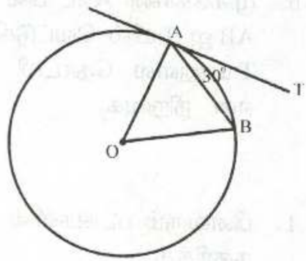
5. AB, AC என்பன ஒரு வட்டத்தின் இரு நாண்கள். AD அதன் விட்டம். வட்டத்துக்கு D யில் உள்ள தொடலி நீட்டப்பட்ட AB, AC என்பவற்றை X, Y என்பவற்றில் சந்தித்தால் BCYX ஒரு வட்டநாற்பக்கல் என நிறுவுக.

6. O மைய வட்டத்துக்கு PT என்பது ஒரு தொடலி. $\angle AOT = 90^0$. AP யும் OT யும் ஒன்றையொன்று X இல் வெட்டுகின்றன. TX = TP என நிறுவுக. (உதவி: OP ஐ இணைக்க)



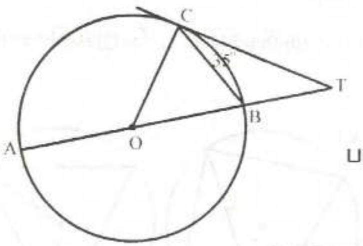
பயிற்சி 111

1.



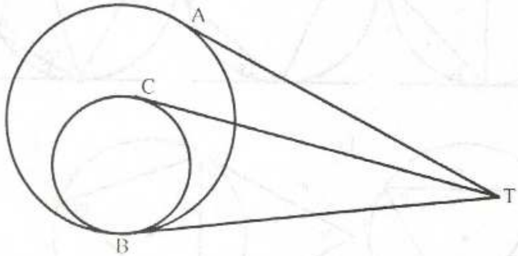
படத்தில் AOB ஒரு சமபக்க முக்கோணி எனக் காட்டுக.

2.



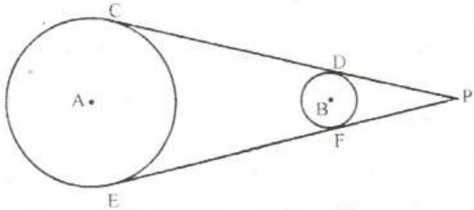
படத்தில் $\angle BTC$ ஐக் கணிக்க.

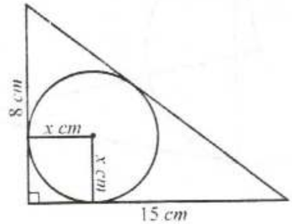
3.



இரு வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று உட்புறமாக B யில் தொடுகின்றன. TA, TB என்பன பெரிய வட்டத்தின் தொடலிகளாகும். TC என்பது சிறிய வட்டத்தின் தொடலியாகும். CT = AT என நிறுவுக.

4. PDC, PFE என்பன இரு வட்டங்களுக்கும் பொதுத் தொடலிகள். CE // DF என நிறுவுக.



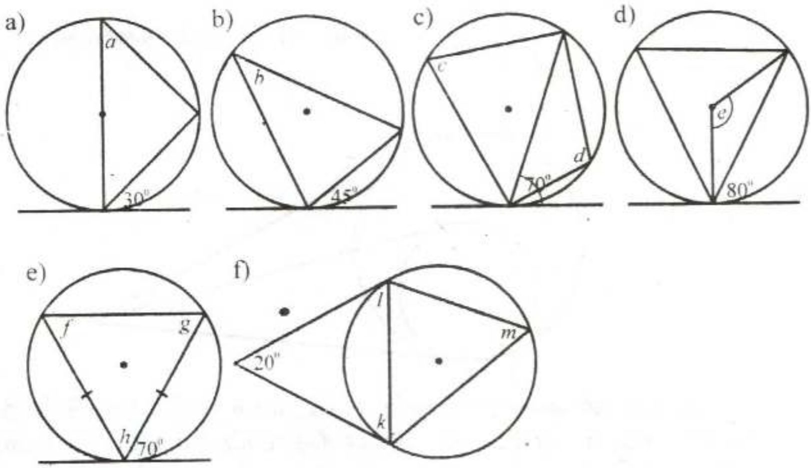
5. 

படத்தில் x இன் பெறுமதி காண்க.

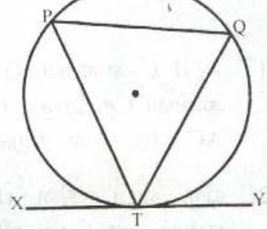
6. முக்கோணி ABC யில் $\angle C = 90^0$. BC ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டம் AB ஐ T யில் வெட்டுகிறது. முக்கோணி BTC யின் சுற்றுவட்டத்துக்கு T யிலுள்ள தொடலி AC ஐ M இல் வெட்டினால் AC யின் நடு M என நிறுவுக.

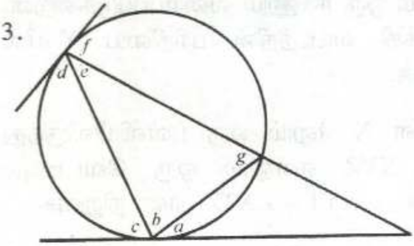
பயிற்சி 112

1. பின்வரும் படங்களில் அட்சரங்களால் குறிக்கப்பட்ட பெறுமதிகளைக் கணிக்க.



2. அருகிலுள்ள படத்தில் ∠QTY, ∠PTX என்பவற்றுக்குச் சமனான கோணங்கள் எவை?



3. 

அருகிலுள்ள படத்தில்,

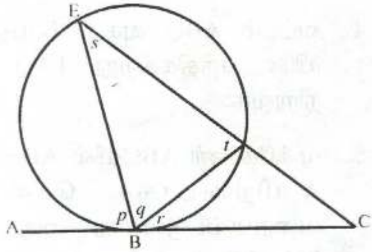
I. a க்குச் சமனான பெறுமதி யாது?

II. c க்குச் சமனான பெறுமதி யாது?

III. f க்குச் சமனான பெறுமதி யாது?

IV. d க்குச் சமனான பெறுமதி யாது?

4. அருகிலுள்ள படத்தில்



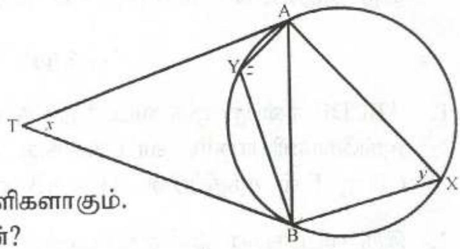
I. $p = 80^0$ ஆயின் t யின் பெறுமதி என்ன?

II. $r = 40^0$ ஆயின் s இன் பெறுமதி என்ன?

III. $q + r = 110^0$ ஆயின் t யின் பெறுமதி என்ன? (முதலில் p யின் பெறுமதி காண்க)

IV. $p + q = 120^0$ ஆயின் s ன் பெறுமதி என்ன? (முதலில் r இன் பெறுமதி காண்க)

5. அருகிலுள்ள படத்தில் TA, TB என்பன வட்டத்தின் தொடலிகளாகும். X, Y என்பன பெருவில், சிறுவில் ஆகியவற்றில் உள்ள புள்ளிகளாகும்.



I. TA = TB எனலாமா? ஏன்?

II. TAB எவ்வகை முக்கோணி?

III. ∠TBA க்கு சமனான கோணம் எது?

IV. $x = 40^0$ எனின் y இன் பெறுமதி காண்க.

V. $y = 80^0$ எனின் x இன் பெறுமதி என்ன?

VI. $x = 50^0$ ஆயின் z இன் பெறுமதி காண்க

பயிற்சி 113

1. A, B, C என்பன ஒரு வட்டத்தின் பரிதியிலுள்ள மூன்று புள்ளிகள். அவ்வட்டத்திற்கு C யிலுள்ள தொடலி AB க்கு சமாந்தரமாயின் AC = BC என நிறுவுக.

2. ஒரு வட்டத்தின் பரிதியிலுள்ள X என்னும் புள்ளியிலிருந்து XT எனும் ஒரு தொடலியும் XD எனும் ஒரு நாணும் வரையப்படுகின்றன. கோணம் DXT இன் இருகூறாக்கி வட்டத்தின் பரிதியை Y யில் சந்திப்பின் XY = YD என நிறுவுக.

3. ஒரு வட்டத்திற்கு வெளியேயுள்ள X எனும் ஒரு புள்ளியிலிருந்து XT எனும் ஒரு தொடலியும் XYZ என்னும் ஒரு வெட்டியும் அவ்வட்டத்திற்கு வரையப்பட்டன. $\angle XYT = \angle XTZ$ என நிறுவுக.

4. வட்டம் ABQ வுக்கு B யிலுள்ள தொடலி ஒரு வட்டம் ABP ஐ T யிலே சந்திக்கிறது. PAQ ஒரு நேர்கோடு எனின் TP // BQ என நிறுவுக.

5. முக்கோணி ABC யில் AB = AC. BC ஐ B யிலே தொடக்கூடியதாகவும் A யிற்கூடாகச் செல்லக்கூடியதாகவும் ஒரு வட்டம் வரையப்பட்டுள்ளது. அது மீண்டும் AC ஐ D யிலே வெட்டினால் BC = BD என நிறுவுக.

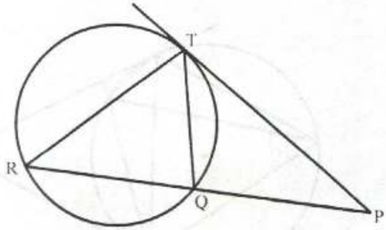
6. ABCD என்பது ஓர் ஒருவட்டநாற்பக்கல். AB என்பதை A யிலே தொட்டு D யிற்கூடாகச் செல்லும் வட்டம் CD என்பதை மீண்டும் E யிற் சந்திப்பின் AE // BC என நிறுவுக.

பயிற்சி 114

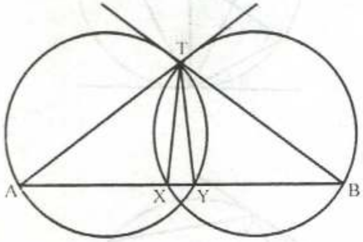
1. ABCDE என்பது ஒரு வட்டத்துக்கு உள் வரையப்பட்ட ஓர் ஒழுங்கான ஐங்கோணியாகும். வட்டத்துக்கு A யிலுள்ள தொடலி நீட்டப்பட்ட CB ஐ F ல் சந்திப்பின் AF = AB எனக் கணிப்பின் மூலம் காட்டுக.

2. இரு வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று A, B என்பவற்றில் வெட்டுகின்றன. ஒரு வட்டத்தின் பரிதியிலுள்ள P என்ற ஒரு புள்ளியிலிருந்து PAQ, PBR என்னும் நேர்கோடுகள் மற்றைய வட்டத்தை Q, R என்பவற்றில் வெட்டுமாறு வரையப்பட்டுள்ளன. QR என்பது P யிலுள்ள தொடலிக்குச் சமாந்தரம் என நிறுவுக.

3. படத்தில் PT தொடலி. PQR வெட்டி. $\angle RTQ = \angle TPQ$ எனின் RT ஒரு விட்டம் என நிறுவுக.

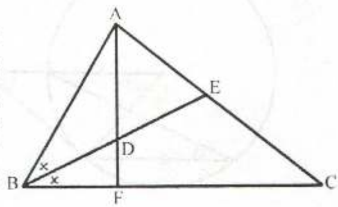


4.



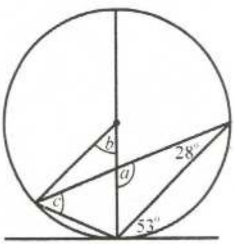
படத்தில் AT, BT என்பன வட்டங்களின் தொடலிகள். AXYB ஒரு நேர்வரை. TX = TY என நிறுவுக.

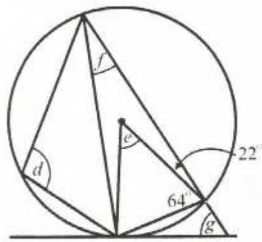
5. படத்தில் $\angle ABC$ ஐ BE இருசமகூறிடுகிறது. ADF எனும் நேர்கோடு AD = AE ஆக அமையுமாறு BE ஐ D யில் வெட்டுகிறது. A, F, C எனும் புள்ளிகளினூடாகச் செல்லும் வட்டத்துக்கு AB தொடலியாகும் எனக் காட்டுக.

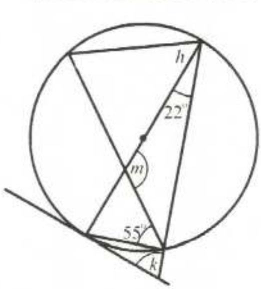


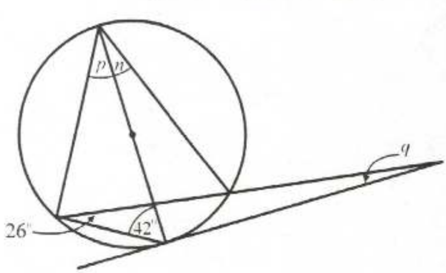
பயிற்சி 115

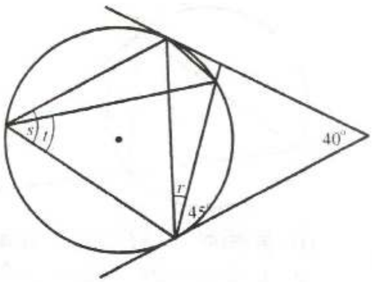
கீழுள்ள படங்களில் ஆங்கில எழுத்துக்களாலும் α, β, θ என்ற குறியீடுகளாலும் குறிக்கப்பட்ட பெறுமானங்களைக் காண்க.

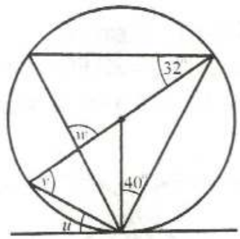


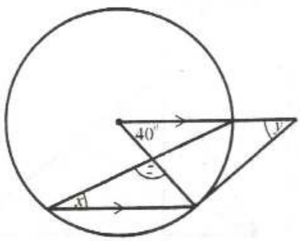


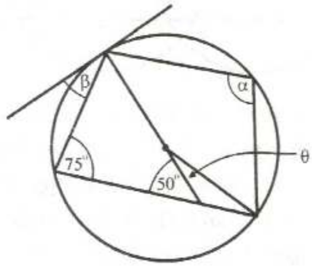





s
t
40°
r
45°


32°
w
v
40°
u


40°
y
z
x


β
α
75°
50°
θ

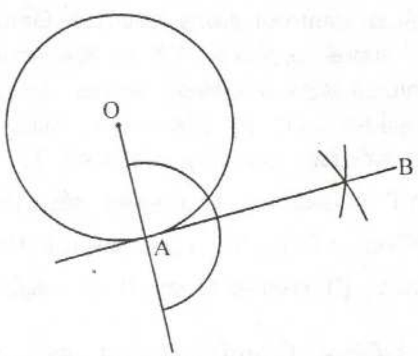
23

அமைப்புகள்

பாட உள்ளடக்கம்: வட்டத்தில் தரப்பட்ட புள்ளியில் அவ்வட்டத்துக்குத் தொடலி வரைதல். வட்டத்தின் புறத்தேயுள்ள புள்ளியிலிருந்து அவ்வட்டத்துக்குத் தொடலி வரைதல். நேர்வரையை சம துண்டங்களாகப் பிரித்தல்.

பாட வேளை : 06

23.1. ஒரு வட்டத்தின் பரிதியில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் அவ்வட்டத்திற்கு தொடலி வரைதல்.



தரவு : O வை மையமாகவுடைய ஒரு வட்டம். அதன் பரிதியில் ஒரு புள்ளி A.

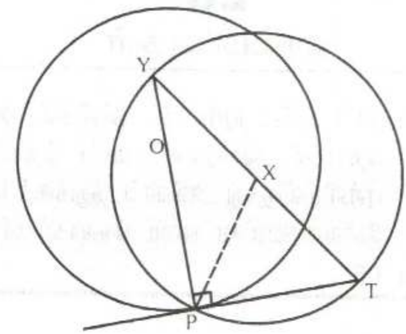
அமைப்பு : OA ஐ இணைத்து நீட்டுக. A யிற்கூடாக OA க்கு AB என்ற செங்குத்து வரைக.

பெறுபேறு : AB என்பது வேண்டிய தொடலியாகும்.

நிறுவல் : ஒரு வட்டத்தின் தொடலி அதன் தொடுபுள்ளியில் அமையும் ஆரைக்குச் செங்குத்து.

இங்கு, OA என்பது தரப்பட்ட வட்டத்தின் ஆரை. AB அவ்வாரைக்குச் செங்குத்து. எனவே, AB என்பது வட்டத்தின் தொடலியாகும்.

பிறிதொரு முறை:



தரவு : O மைய வட்டத்தில் P ஒரு புள்ளி.

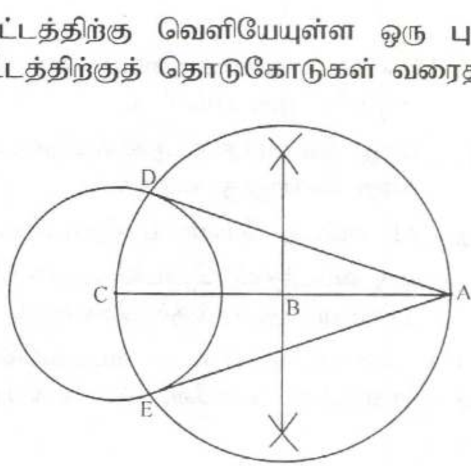
அமைப்பு : ஏதாவது ஒரு புள்ளி X ஐக் குறிக்க. XP ஐ ஆரையாகக் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரைக. PO வை இணைத்து நீட்டி அவ்வட்டத்தை வெட்டச் செய்க. அப்புள்ளியை Y எனக் குறிக்க. YX ஐ இணைத்து நீட்டி கீறிய வட்டத்தைச் சந்திக்கச் செய்க. அப்புள்ளியை T எனக் குறிக்க. TP ஐ இணைக்க. வட்டத்துக்கு P என்ற புள்ளியில் அமைந்த தொடலி TP ஆகும்.

நிறுவல் : YT இரண்டாம் வட்டத்தின் விட்டமாகும்.

எனவே, $\angle TPY = 90^0$ (அரைவட்டக் கோணம்)

எனவே, PT என்பது O மைய வட்டத்தின் தொடலியாகும்.

23.2 ஒரு வட்டத்திற்கு வெளியேயுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து அவ்வட்டத்திற்குத் தொடுகோடுகள் வரைதல்.



தரவு : C ஐ மையமாகவுடைய வட்டம்; அதற்கு வெளியே A என்றவொரு புள்ளி.

அமைப்பு : CA ஐ இணைத்து அதனை இருசமகூறிடுக. அப்புள்ளியை B எனக் குறிக்க. B ஐ மையமாகவும் AB ஐ ஆரையாகவும் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரைக. அது முதல் வட்டத்தை வெட்டட்டும். அப்புள்ளிகளை D,E எனக் குறிக்க. AD, AE என்பனவற்றை இணைக்க.

AD யும் AE யும் தேவையான தொடலிகள் ஆகும்.

நிறுவல் : AC என்பது இரண்டாம் வட்டத்தின் விட்டமாகும்.

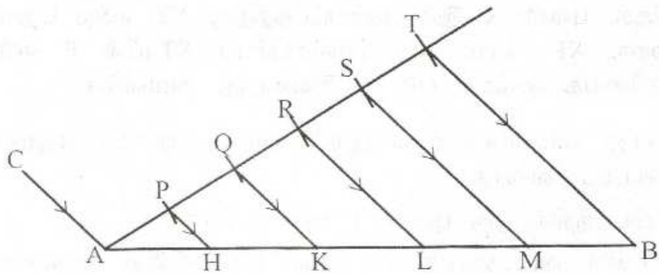
$\therefore \angle ADC = 90^0$ (அரைவட்டக்கோணம்)

எனவே, AD என்பது D யினூடு செல்லும் DC என்னும் ஆரைக்குச் செங்குத்தாகும்.

$\therefore$ AD என்பது தந்த வட்டத்தின் தொடலியாகும்.

இவ்வாறே, AE என்பதும் அவ்வட்டத்தின் பிறிதொரு தொடலியாகும்.

23.3 தரப்பட்ட ஒரு நேர்வரையை சமநீளமுள்ள பல துண்டங்களாகப் பிரித்தல்.



ஒரு நேர்வரையை ஐந்து சம துண்டங்களாகப் பிரிக்கிறோம் என்க.

தரவு : ஒரு நேர்வரை AB.

அமைப்பு : A யினூடாக பிறிதொரு வரையை வரைக.

பிரிகருவி மூலம் இவ்வரையில் சமநீளமுள்ள AP, PQ, QR, RS, ST என்ற விற்களை வரைக. TB ஐ இணைக்க. PH, QK, RL, SM என்ற நான்கு வரைகளை TB க்கு சமாந்தரமாக AB ஐ H, K, L, M எனும் புள்ளிகளில் சந்திக்குமாறு வரைக.

H, K, L, M என்பன AB ஐ ஐந்து சமபகுதிகளாகப் பிரிக்கின்றன.

நிறுவல் : CA என்ற நேர்வரையை PH க்கு சமாந்தரமாக வரைக.

அமைப்பின்படி

CA, PH, QK, RL, SM, TB என்பன சமாந்தர வரைகள். இச்சமாந்தரங்களை AT வெட்ட வரும் வெட்டுத்துண்டுகள் சமன்.

எனவே இச்சமாந்தரங்களை AB வெட்ட வரும் வெட்டுத்துண்டுகளும் சமனாகும்.

$\therefore$ AH = HK = KL = LM = MB.

பயிற்சி 116

1. O என்ற புள்ளியை மையமாகவும் ஆரை 5 cm ஆகவும் அமைந்த ஒரு வட்டம் வரைக. அவ்வட்டத்தில் P என்ற புள்ளியைக் குறிக்க. புள்ளி P யில் அவ்வட்டத்திற்கு PT என்ற தொடலியை வரைக.

2. O என்ற புள்ளியை மையமாகவும் ஆரை 3 cm ஆகவும் அமைந்த ஒரு வட்டம் வரைக. அவ்வட்டத்தில் X என்ற ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க. புள்ளி X இல் அவ்வட்டத்திற்கு XT என்ற தொடலியை வரைக. XP = 4 cm ஆக அமையும்படி XT யில் P என்ற ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க. OP ஐ இணைத்து அளவிடுக.

3. a) O ஐ மையமாக உள்ளதும் 5 cm ஆரை உள்ளதுமான ஒரு வட்டம் வரைக.
   b) வட்டத்தில் ஒரு புள்ளி T ஐக் குறிக்க.
   c) T யில் வட்டத்துக்கு TA என்ற தொடலியை அமைக்க.
   d) $\angle ATX = 52^0$ ஆக அமையுமாறு வட்டத்துக்கு TX என்ற நாண் ஒன்று வரைக.
   e) $\angle ATY = 137^0$ ஆக அமையுமாறு வட்டத்துக்கு TY என்ற நாண் ஒன்று வரைக
   f) XY ஐ இணைத்து அளவிடுக.

4. O ஐ மையமாகவும் 2.5 cm ஆரையை உடையதுமான ஒரு வட்டம் வரைக. O விலிருந்து 6.5 cm தூரத்தில் T என்ற புள்ளியைக் குறிக்க. T யிலிருந்து வட்டத்துக்கு TA, TB என்ற இரு தொடலிகளை வரைக.

TB யின் நீளத்தை அளவிட்டுக் குறிக்க.

5. O ஐ மையமாகவும் 4 cm ஆரையை உடையதுமான ஒரு வட்டம் வரைக. O விலிருந்து 5 cm தூரத்தில் புள்ளி T ஐக் குறிக்க. T யிலிருந்து வட்டத்துக்கு TA, TB என்ற இரு தொடலிகளை வரைக. AO, BO என்பவற்றை இணைக்க. பின்வருவனவற்றை அளவிடுக.
a) TA b) TB c) ∠AOB d) ∠ATB

பயிற்சி 117

1. X ஐ மையமாகவும் 4 cm ஆரையுடையதுமான வட்டம் அமைக்க. X இலிருந்து 7 cm தூரத்தில் P என்ற புள்ளியைக் குறிக்க. P யிலிருந்து வட்டத்துக்கு PT என்ற தொடலியை அமைக்க. $\angle PTQ = 74^0$ ஆக அமையுமாறு வட்டத்துக்கு TQ என்ற நாணை வரைக. பெருவில்லில் ஏதாவது ஒரு புள்ளி Y ஐக் குறிக்க. TY, YQ என்பவற்றை இணைக்க. ∠TYQ வை அளவிட்டுக் குறிக்க.

2. AB = 8cm, BC = 7cm, CA = 6cm ஆக அமைய முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க. முக்கோணி ABC யின் உள்வட்டத்தை அமைக்க. அது AB, BC, CA என்பவற்றை முறையே D, E, F என்னும் புள்ளிகளில் தொடட்டும். DE, EF, FD என்பவற்றை இணைத்து முக்கோணி DEF ஐப் பெறுக. முக்கோணி DEF இன் கோணங்களை அளவிடுக.

3. PQ = 6.5cm, QR = 5.7cm, RP = 5.1 cm ஆக அமைய முக்கோணி PQR ஐ அமைக்க. PQ வையும் PR ஐயும் நீட்டுக. QR, நீட்டப்பட்ட PQ, நீட்டப்பட்ட PR என்பவற்றைத் தொடும்படி முக்கோணி PQR இன் வெளிவட்டத்தை அமைக்க. அதன் ஆரையை அளவிட்டுக் குறிக்க.

4. a) ஒன்றுக்கொன்று 4 cm தூரத்தில் அமைய இரண்டு சமாந்தர வரைகள் வரைக.
   b) கீழுள்ள வரையில் X என்ற ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க.
   c) மையம் X ஆகவும் ஆரை 5 cm ஆகவும் அமைய மேலுள்ள வட்டத்தை Y யில் வெட்டும்படி ஒரு வில் வரைக.
   d) XY ஐத் தொடுத்து நீட்டுக.
   e) XY, இரு சமாந்தர வரைகள் என்பனவற்றைத் தொடும்படி ஒரு வட்டம் வரைக.
   f) அதன் ஆரையை அளவிட்டுக் குறிக்க.

5. a) $\angle ABC = 60^0$ ஆக அமையும்படி ஒரு கோணம் அமைக்க.
   b) BC யில் B யிலிருந்து 4 cm தூரத்தில் X என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.
   c) X இனூடாகச் செல்வதும், AB ஐத் தொடுவதுமான வட்டத்தை அமைக்க.
   d) அதன் ஆரையை அளவிட்டுக் குறிக்க.

பயிற்சி 118

1. a) AB என்ற ஒரு வரையை வரைக.
   b) A யிலிருந்து 4 cm தூரத்தில் X_1 என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.
   c) $AX_1X_2 = 60^0$ ஆகவும் $X_1X_2 = 3$ cm ஆகவும் அமைய X_2 என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.
   d) AB ஐ X_1 இல் தொடுவதும் X_2 வினூடு செல்வதுமான வட்டத்தை வரைக.
   e) அதன் ஆரையை அளவிட்டுக் குறிக்க.

2. a) AB = 6.5cm, BC = 7.4cm, CA = 5.3cm ஆக அமைய முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.
   b) BC க்கு சமாந்தரமாக A யினூடு XAY எனும் நேர்வரையை வரைக.
   c) BC, AB, XAY எனும் நேர்வரைகளைத் தொடும் வட்டத்தை அமைக்க.
   d) அதன் ஆரையை அளவிட்டுக் குறிக்க.

3. AB = 7.2cm, BC = 7.5cm, CA = 5 cm ஆக அமைய முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க. கோணம் A யின் இருசமவெட்டியை வரைக. அது BC ஐ M இல் வெட்டட்டும். BC என்பதை M இல் தொட்டு, A யிற் கூடாகச் செல்லும் வட்டத்தை வரைக. அதன் ஆரையை அளவிட்டுக் குறிக்க.

4. O என்பது 7 cm ஆரையுள்ள ஒரு வட்டத்தின் மையமாகும். P, Q என்பன $\angle POQ = 50^0$ ஆகும்வண்ணம் பரிதியிலுள்ள இரு புள்ளிகளாகும். OP, OQ என்பவற்றையும் PQ என்னும் வில்லையும் தொடும் வட்டத்தை வரைக. அதன் ஆரையை அளவிட்டுக் குறிக்க.

5. பக்கங்களின் நீளங்கள் 7cm, 6cm, 5cm ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC க்குச் சமகோணமுள்ள முக்கோணி ஒன்றை 3 cm ஆரையுள்ள வட்டத்தினுள் அமைக்க.

பயிற்சி 119

1. a) 8 cm நீளமுள்ள AB என்ற நேர்வரையை வரைக.
   b) AB ஐ ஐந்து சமதுண்டுகளாகப் பிரிக்க.

2. a) 9cm நீளமுள்ள CD என்ற நேர்வரையை வரைக. CX : XD = 2 : 3 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்க.
   c) CX இன் நீளத்தை அளவிட்டுக் குறிக்க.

3. a) 7 cm நீளமுள்ள XY என்ற நேர்வரையை வரைக.
   b) அதனை 2 : 3 : 4 என்ற விகிதத்தில் P, Q என்ற புள்ளிகளால் பிரிக்க.

24
தொடைகள்

பாட உள்ளடக்கம்: வென் உருக்கள் (3 தொடைகள் வரை), பிரதேசங்களை இனங் காணல், பிரச்சினங்கள், தொடைச் செய்கைகளைப் பிரயோகித்தல்.

பாட வேளை : 06

24.1 வென் உருக்கள்:

தொடைகளுக்கு இடையேயுள்ள தொடர்புகளை மிகவும் தெளிவாக உருக்கள் மூலம் காட்டும் முறையை முதலில் 1834 - 1923 காலப்பகுதியில் வாழ்ந்த வென் (Venn) என்ற ஆங்கில கணிதவியலாளர் அறிமுகப்படுத்தினார். இவை வென் உருக்கள் (Venn Diagrams) எனப்படும்.

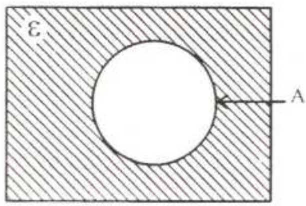
வென் உருக்கள் மூலம் கணிதப் பிரச்சினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு வென் உருக்களின் பிரதேசங்களை இனங்கண்டு குறிப்பிடத் தெரிந்திருக்க வேண்டும்.

விளக்கம் 1:

ε = {தரம் 11 இல் உள்ள மாணாக்கர் (ஆண் + பெண்)}

A = {தரம் 11 இல் உள்ள மாணவர்கள்}

இதில் புள்ளிகள் இடப்பட்ட பிரதேசம் கருதுவது {தரம் 11 இல் உள்ள மாணவிகள்}. இதனை தொடை A^1 அதாவது தொடை A யின் நிரப்பி எனவும் கூறலாம்.

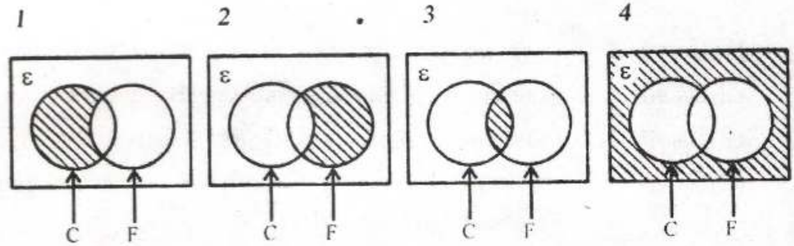


விளக்கம்: 2

ε = {தரம் 11 இல் உள்ள மாணவர்கள்}

C = {கிறிக்கற் விளையாடத் தெரிந்தோர்}

F = {உதைபந்து விளையாடத் தெரிந்தோர்}



1. கிறிக்கற் மட்டும் விளையாடத் தெரிந்தோர் $C \cap F^{1}$
2. உதைபந்து மட்டும் விளையாடத் தெரிந்தோர் $C^{1} \cap F$
3. கிறிக்கற் உதைபந்து இரண்டும் விளையாடத் தெரிந்தோர் $C \cup F$
4. இரு விளையாட்டுக்களில் ஒன்றேனும் விளையாடத் தெரியாதோர். $(C \cup F)^{1}$

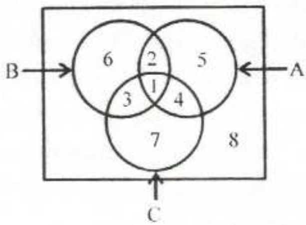
விளக்கம்: 3

$\mathcal{E}$ = {ஒரு கூட்டத்திற்கு சமூகமளித்த மக்கள்}

A = {தமிழ் தெரிந்தோர்}

B = {ஆங்கிலம் தெரிந்தோர்}

C = {சிங்களம் தெரிந்தோர்}



அருகிலுள்ள பிரச்சினத்தில் வென் உரு 8 பிரதேசங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.

பிரதேசம் 1 - மூன்று மொழிகளும் தெரிந்தோர் $A \cap B \cap C$

பிரதேசம் 2 - தமிழும் ஆங்கிலமும் மட்டும் தெரிந்தோர் $C^{1} \cap (A \cap B)$

பிரதேசம் 3 - ஆங்கிலமும் சிங்களமும் மட்டும் தெரிந்தோர் $A^{1} \cap (B \cap C)$

பிரதேசம் 4 - தமிழும் சிங்களமும் மட்டும் தெரிந்தோர் $B^{1} \cap (A \cap C)$

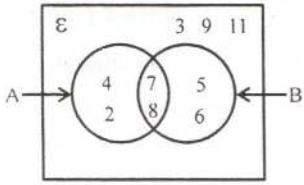
பிரதேசம் 5 - தமிழ் மட்டும் தெரிந்தோர் $A \cap (B \cup C)'$

பிரதேசம் 6 - ஆங்கிலம் மட்டும் தெரிந்தோர் $B \cap (A \cup C)'$

பிரதேசம் 7 - சிங்களம் மட்டும் தெரிந்தோர் $C \cap (A \cup B)'$

பிரதேசம் 8 - இம்மூன்று மொழிகளிலும் ஒன்றேனும் தெரியாதோர் $(A \cup B \cup C)'$

உ-ம்: 1. அருகிலுள்ள வென் உருவின்படி பின்வரும் தொடைகளையும் விளைவு தொடைகளையும் பட்டியற்படுத்துக.



a) A　　b) B　　c) A'　　d) B'

e) $A \cap B$　　f) $A \cup B$　　g) $(A \cup B)'$　　h) $(A \cap B)'$

i) $\varepsilon \cap A$　　j) $\varepsilon \cup B$

விடை: a) $\{2, 4, 7, 8\}$　　b) $\{5, 6, 7, 8\}$　　c) $\{3, 5, 6, 9, 11\}$

d) $\{2, 3, 4, 9, 11\}$　　e) $\{7, 8\}$　　f) $\{2, 4, 5, 6, 7, 8\}$

g) $\{3, 9, 11\}$　　h) $\{2, 3, 4, 5, 6, 9, 11\}$　　i) A

j) ε

உ-ம்: 2. ஒரு பத்திரிகை விற்பனை நிலையத்தில் ஒரு் நாள் 23 பேர் வீரகேசரியையும் (V) 20 பேர் தினக்குரலையும் (T) 20 பேர் சுடரொளியையும் (S) வாங்கினர். அவர்களுள் 9 பேர் வீரகேசரி சுடரொளி ஆகிய இரு பத்திரிகைகளையும், 8 பேர் தினக்குரல் சுடரொளி ஆகிய பத்திரிகைகளையும் 7 பேர் வீரகேசரி தினக்குரல் ஆகிய பத்திரிகைகளையும் வாங்கினர். அவர்களுள் 3 பேர் மூன்றுவகைப் பத்திரிகைகளையும் வாங்கினர்.

I. உரிய வென்வரிப்படம் வரைக. II. விபரங்களை அதில் நிரப்புவதன் மூலம் பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

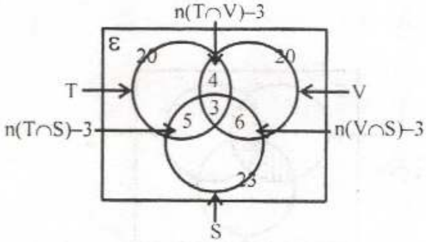
a) வீரகேசரி மட்டும் வாங்கியோர் எண்ணிக்கை

b) தினக்குரல் மட்டும் வாங்கியோர் எண்ணிக்கை

c) சுடரொளி மட்டும் வாங்கியோர் எண்ணிக்கை

d) அன்று அந்த நிலையத்தில் பத்திரிகை வாங்கியோர் எண்ணிக்கை $n(V \cup T \cup S)$

விடை: I. $n(V) = 20 ; n(T) = 20 ; n(S) = 23 ; n(V \cap S) = 9 ; n(T \cap S) = 8 ;$
$n(V \cap T) = 7 ; n(V \cap S \cap T) = 3$



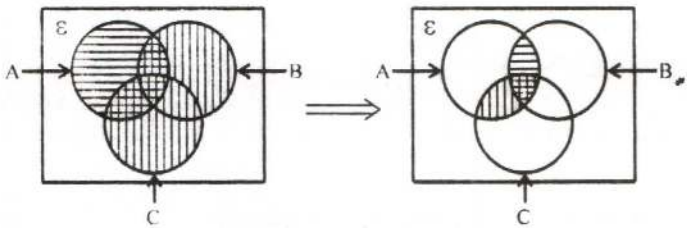
II. a) $20 - (4 + 3 + 6) = 7$
b) $20 - (5 + 4 + 3) = 8$
c) $20 - (5 + 6 + 3) = 9$
d) $8 + 4 + 7 + 5 + 3 + 6 + 9 = 4$

24.2. தொடைகள் சம்பந்தமான விதிகள்.

1. $X \cup Y = Y \cup X$
2. $X \cap Y = Y \cap X$
3. $(X \cup Y) \cup Z = X \cup (Y \cup Z)$
4. $(X \cap Y) \cap Z = X \cap (Y \cap Z)$
5. $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$
6. $X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$
7. $(X \cup Y)^{1} = X^{1} \cap Y^{1}$
8. $(X \cap Y)^{1} = X^{1} \cup Y^{1}$
9. $X \cup X^{1} = \mathcal{E}$
10. $X \cap X^{1} = \varnothing$
11. $X \cup X = X$
12. $X \cap X = X$
13. $X \cup \varnothing = X$
14. $X \cap \varnothing = X$
15. $(X^{1})^{1} = X$

24.2.1 வென் உருக்கள் வரைவதன் மூலம் விதிகளை வாய்ப்புப் பார்த்தல்.

உ-ம்: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$



24.2.2 ஒன்றுடன் ஒன்று இடைவெட்டும் மூன்று தொடைகளின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கைகளுக்கிடையில் உள்ள தொடர்பு.

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(a \cap B \cap C)$

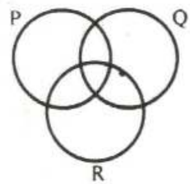
24.1 உ-ம் 2 இல் வாய்ப்புப் பார்த்தல்.

$42 = 20 + 20 + 23 - 9 - 8 - 7 + 3$

$42 = 42$

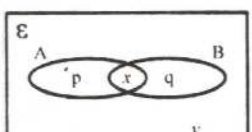
பயிற்சி 120

1. $P = \{a, b, c, d\}$, $Q = \{b, c, d, e, f\}$, $R = \{a, c, f, g\}$ ஆயின் அருகில் தரப்பட்ட வென் படத்தைப் பிரதிசெய்து அதில் இத்தொடைகளின் மூலகங்களைக் குறிக்க. $(P \cup Q) \cap R$ இன் மூலகங்களைப் பட்டியற்படுத்துக.



2. a) $\mathcal{E} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$, $X = \{1, 5, 9\}$, $Y = \{3, 9, 11\}$ ஆயின் I. $X \cap Y^1$ II. $(X \cup Y)^1$ என்பவற்றின் மூலகங்களைப் பட்டியற்படுத்துக.

   b) அருகிலுள்ள வென் உருவில் ஒரு கூட்டத்திலுள்ள பிள்ளைகளை $\mathcal{E}$ குறிக்கிறது. A = { A என்ற குழுவிலுள்ள பிள்ளைகள் } ; B = { B என்ற குழுவிலுள்ள பிள்ளைகள் } ; p, q, x, y என்பன ஒவ்வொரு



தொடைப்பிரிவிலுமுள்ள பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கையைக் கருதும். $n(\mathcal{E}) = 200$, $n(A) = 75$, $n(B) = 35$.

I. p ஐ x இன் சார்பில் குறிப்பிடுக. II. y இன் மிகக் குறைந்த பெறுமானத்தைக் காண்க. III. x இன் மிகக் கூடிய பெறுமானத்தைக் காண்க. IV. $p = 45$ ஆயின் q வின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

3. $\mathcal{E} = \{ x : x$ ஒரு நிறை எண்: $2 < x < 10 \}$, $A = \{ x : x$ ஒரு முதன்மை எண்$\}$, $B = \{ x : x$ மூன்றின் மடங்கு $\}$ ஆயின் a) $n(A \cup B)$ ஐக் கணிக்க. b) $A^1 \cap B^1$ இன் மூலகங்களைப் பட்டியற்படுத்துக.

4. சர்வதேச பாடசாலை ஒன்றில் படிக்கும் மாணவர்கள் எல்லோரும் ஆங்கிலம், பிரெஞ்சு, ஜேர்மன் ஆகிய மொழிகளில் ஒன்றிலாவது பரிச்சயமுடையவராய் இருத்தல் வேண்டும். 33 பேர் உள்ள ஒரு குழுவில் 2 பேர் மூன்று பாஷைகளும் தெரிந்திருந்தனர். 3 பேர் ஆங்கிலமும் பிரெஞ்சும் மட்டும் தெரிந்திருந்தனர். 5 பேர் ஜேர்மனும் ஆங்கிலமும் மட்டும் தெரிந்திருந்தனர். ஆங்கிலம் மட்டும் தெரிந்தோர் x பேர். பிரெஞ்சு மட்டும் தெரிந்தோர் x பேர். ஜேர்மன் மட்டும் தெரிந்தோர் $(x + 1)$ பேர்.

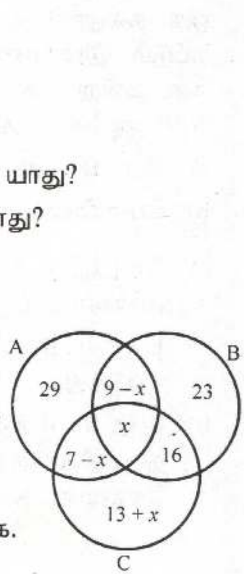
   a) இதனை வென் படத்தில் காட்டுக.
   b) x இன் பெறுமதி கணிக்க.
   c) ஆங்கிலம் தெரிந்தோர் எத்தனை பேர்?

5. $n(\mathcal{E}) = 15$, $n(A) = 11$, $n(B) = 6$ ஆயின்

   a) $n(A \cap B)$ யின் அதிகுறைந்த பெறுமானம் யாது?
   b) $n(A \cup B)^1$ இன் அதிகூடிய பெறுமானம் யாது?

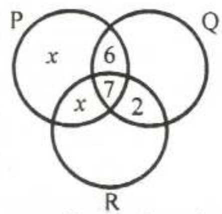
பயிற்சி 121

1. $\mathcal{E} = A \cup B \cup C$ ஆகுமாறு A, B, C என்பன மூன்று தொடைகள் ஆகும். ஒவ்வொரு தொடைப் பிரிவுகளிலும் உள்ள மூலகங்களின், எண்ணிக்கை வென்னுருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



   a) $n(B)$ ஐக் கணிக்க.
   b) $n(A) = 41$ ஆயின் x இன் பெறுமதி கணிக்க.
   c) $n(A^1 \cap B \cap C)$ ஐக் கணிக்க.

2. ஒரு கூட்டம் மக்களிடம் ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் எதன் மூலம் பிரயாணம் செய்தனர் என வினவப்பட்டது. ஒவ்வொருவரும் குறிப்பிட்ட வாகனங்களில் ஒன்றிலோ பலவற்றிலோ பிரயாணம் செய்தனர். 6 பேர் பஸ்ஸிலும் புகையிரதத்திலும் மட்டும் பிரயாணம் செய்தனர்.



2 பேர் புகையிரதத்திலும் காரிலும் மட்டும் பிரயாணம் செய்தனர். 7 பேர் மூன்றிலும் பிரயாணம் செய்தனர். பஸ்ஸில் மட்டும் x பேர் பிரயாணம் செய்தனர். அதே தொகையினர் பஸ்ஸிலும் காரிலும் மட்டும் பிரயாணம் செய்தனர். 35 பேர் பஸ்ஸிலும் 25 பேர் புகையிரதத்திலும் பிரயாணம் செய்தனர் எனக் கொண்டு

I. a) x இன் பெறுமதி காண்க.

b) புகையிரதத்தில் மட்டும் பிரயாணம் செய்தோர் தொகை காண்க.

c) இரண்டு வாகனங்களிலாலும் பிரயாணம் செய்தோர் தொகையைக் காண்க.

II. வினவப்பட்ட மக்களின் தொகை 85 எனக்கொண்டு காரில் மட்டும் பிரயாணம் செய்தோர் தொகையைக் கணிக்க.

3. ஒரு கல்லூரியில் ஒரு வகுப்பிலுள்ள 200 மாணாக்கர் பௌதீகம் மட்டும் இரசாயனம் மட்டும் அல்லது பௌதீகமும் இரசாயனமும் என மூன்று வகையாகக் கற்கின்றனர். 80% ஆனோர் பௌதீகமும் 30% ஆனோர் இரசாயனமும் கற்கின்றனர்.

a) இரு பாடங்களும் கற்போர் எத்தனை பேர்?

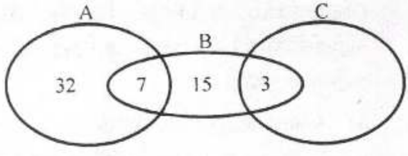
b) பௌதீகம் மட்டும் கற்போர் எத்தனை பேர்?

4. a) $\mathcal{E} = \{2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$, A = { முதன்மை எண்கள் }, B = { இரட்டை எண்கள் }, C = { மூன்றின் மடங்குகள் } ஆயின்

I. $A \cap B$, II. $(A \cap C^{1}) \cup B^{1}$ என்பவற்றின் மூலகங்களைப் பட்டியற் படுத்துக.

b) P, Q, R என்னும் தொடைகள் பின்வரும் நிபந்தனைகளைத் திருப்திப்படுத்துகின்றன. $Q \subset P$, $n(Q \cap R) = 0$, $n(P \cap R) = n(R)$. மேலுள்ள தகவல்களை விளக்கும் ஒரு வென்உரு வரைக.

5. $\mathcal{E} = A \cup B \cup C$ ஆக அமையுமாறு A, B, C என்பன மூன்று தொடைகள் ஆகும். தரப்பட்ட வென் உருவில் சில தொடைப் பிரிவுகளின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கை குறிக்கப்பட்டுள்ளது. $n(\mathcal{E}) = 66$ எனக் கொண்டு

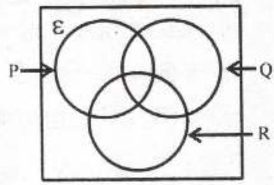


a) $n(A \cup B)$ b) $n(C)$ c) $n(A \cap B^{I})$

என்பவற்றைக் கணிக்க.

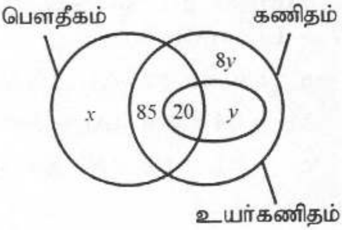
பயிற்சி 122

1. a) அருகிலுள்ள படத்தில் $P \cup (Q \cap R)$ என்னும் பிரதேசத்தை நிழற்றுக.



b) $P \cup Q = \mathcal{E}$ ஆகுமாறு P, Q என்பன இரு தொடைகள் ஆகும். $n(P \cap Q) = 9$, $n(P) = 16$, $n(P^{I}) = 12$ ஆயின் I. $n(P \cup Q)$ II. $n(Q^{I})$ என்பவற்றைக் கணிக்க.

2. பல்கலைக்கழகத்தில் ஒரு வகுப்பில் உள்ள பிள்ளைகள் கணிதம், உயர்கணிதம், பௌதீகம் ஆகிய பாடங்களில் ஒன்றையோ பலதையோ எடுக்க முடியும். வென்உரு பொருத்தமாகவுள்ள பாடத் தெரிவுகளையும் எண்களும் எழுத்துக்களும் ஒவ்வொரு பாடத்தையும் எடுக்கும் மாணாக்கரின் எண்ணிக்கையையும் கருதும்.



I. பௌதீகம் எடுப்போர் தொகை 123 ஆயின் x இன் பெறுமதி கணிக்க.

II. கணிதம் எடுப்போரில் 1/6 பங்கினர் உயர்கணிதம் எடுக்கின்றனர் எனக்கொண்டு y இன் பெறுமதி கணிக்க.

III. கணிதம் எடுக்கும் மாணாக்கர் எத்தனை பேர்?

3. ஒரு வகுப்பிலுள்ள 56 மாணாக்கரில் சரித்திரம், ஆங்கிலம், விவசாயம் ஆகிய பாடங்களில் ஒன்றையேனும் எல்லோரும் எடுக்கின்றனர். விவசாயம் கற்கும் 14 பேரில் 4 பேர் சரித்திரமும் ஆங்கிலமும் கற்கின்றனர். 3 பேர் ஆங்கிலமோ சரித்திரமோ கற்கவில்லை. 5 பேர் சரித்திரம் கற்காது ஆங்கிலம் கற்கின்றனர்.

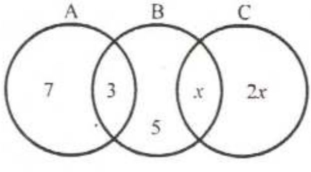
விவசாயம் கற்காத 42 பேரில் 6 பேர் சரித்திரமும் ஆங்கிலமும் கற்கின்றனர். x பேர் சரித்திரம் மட்டும், 2x பேர் ஆங்கிலம் மட்டும் கற்கின்றனர்.

a) வென்உரு வரைக.

b) x இன் பெறுமானம் கணிக்க.

c) ஆங்கிலம் கற்போர் எத்தனை பேர்?

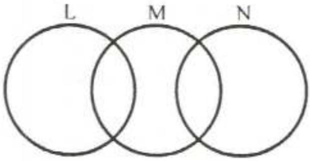
4. $\mathcal{E} = A \cup B \cup C$ ஆகுமாறு A, B, C என்பன மூன்று தொடைகளாகும். அருகிலுள்ள வென் உருவில் தொடைப்பிரிவுகள் ஒவ்வொன்றிலும் உள்ள மூலகங்கள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. $n(B) = n(C)$ ஆயின்



a) x இன் பெறுமதி காண்க.

b) $n(B \cup C)^{1}$ ஐக் கணிக்க.

5. $\mathcal{E} = L \cup M \cup N$ ஆகுமாறு L, M, N என்பன மூன்று தொடைகள் ஆகும். $n(\mathcal{E}) = 85$, $n(L \cap M) = 12$, $n(M \cap N) = 15$, $n(L) = n(M) = 30$.



a) வென்உருவைப் பிரதிசெய்து தகவல்களைக் குறிக்க.

b) $n(M^{1})$ இன் பெறுமானம் கணிக்க.

c) $n\{(L \cap M) \cup N\}$ இன் பெறுமதி கணிக்க.

பயிற்சி 123

1. 20 மாணாக்கருள்ள வகுப்பொன்றில் இரசாயனம், பௌதீகம், உயிரியல் ஆகிய பாடங்களில் ஒன்றையேனும் எல்லோரும் கற்கின்றனர். பௌதீகம் கற்போர் அனைவரும் இரசாயனமும் கற்கின்றனர். 3 பேர் எல்லாப் பாடங்களையும் கற்கின்றனர். 4 பேர் இரசாயனம் மட்டும் கற்கின்றனர். 8 பேர் பௌதீகம் கற்கின்றனர். 14 பேர் இரசாயனம் கற்கின்றனர்.

a) வென் உரு வரைக.

b) உயிரியல் மட்டும் படிப்போர் எத்தனை பேர்?

c) இரசாயனமும் உயிரியலும் மட்டும் கற்போர் எத்தனை பேர்?

2. ஒரு குழுவிலுள்ளோர் கிறிக்கற், உதைபந்து, கைப்பந்து ஆகிய விளையாட்டுக்களில் ஒன்றையோ பலவற்றையோ விளையாடுவர்.4 பேர் மூன்று விளையாட்டுக்களும் விளையாடுவர். 17 பேர் கிறிக்கற் உதைபந்து என்பவற்றை விளையாடுவர். 21 பேர் கிறிக்கற் தவிர மற்றைய இரண்டையும் விளையாடுவர். 12 பேர் கிறிக்கற் கைப்பந்து ஆகியவற்றை விளையாடுவர். 42 பேர் கிறிக்கற் மட்டும் விளையாடுவர். x பேர் உதைபந்து மட்டும் விளையாடுவர். $(x-2)$ பேர் கைப்பந்து மட்டும் விளையாடுவர். 16 பேர் இவை ஒன்றிலேனும் பங்குபற்ற மாட்டார்கள்.

a) வென் உரு வரைக.

b) குழுவிலுள்ளோர் மொத்தம் 250 பேர் எனக்கொண்டு x இன் பெறுமதி கணிக்க.

c) உதைபந்து விளையாடாதோர் எத்தனை பேர்?

3. அறிஞர்கள் கலந்துகொண்ட கருத்தரங்கு ஒன்றில் ஒவ்வொருவரும் பேசக்கூடிய மொழி பற்றிய விபரம் பின்வருமாறு. தமிழ், சிங்களம், ஆங்கிலம் ஆகிய மொழிகளுள் ஒன்றையேனும் எல்லோரும் பேசுவர். ஆங்கிலம் பேசக்கூடிய எல்லோரும் தமிழ் அல்லது சிங்களம் பேசுவர். ஆங்கிலம் பேசக்கூடியவர் 23 பேர். தமிழ் பேசக்கூடியவர் 31 பேர். சிங்களம் பேசக்கூடியவர் 41 பேர். இம்மூன்று மொழிகளும் பேசுவோர் 6 பேர். ஆங்கிலம் பேசுபவர்களில் 9 பேர் தமிழ் பேச மாட்டார்கள். 7 பேர் ஆங்கிலம் பேச மாட்டார்கள்; ஆனால் தமிழும் சிங்களமும் பேசுவர். மேலுள்ள விபரங்களை வென் உருவில் குறிக்க. பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

I. தமிழ் மட்டும் பேசுவோர் தொகை.

II. ஏதேனும் இரு மொழிகள் மட்டும் பேசுவோர் தொகை.

III. கருத்தரங்கில் கலந்துகொண்டோர் தொகை.

4. ஒரு கிராமத்தில் உள்ளோருள் 6% ஆனோர் வீரகேசரி, தினகரன், தினக்குரல் ஆகிய மூன்று தினசரிகளையும் வாசிக்கின்றனர். 15% ஆனோர் மேலே கூறிய தினசரிகளுள் இரண்டை மாத்திரம் வாசிக்கின்றனர். 61% ஆனோர் தினக்குரல் அல்லது தினகரனை வாசிக்கின்றனர். 71% ஆனோர் தினக்குரல் அல்லது வீரகேசரி வாசிக்கின்றனர். 20% ஆனோர் தினக்குரல் மட்டுமே வாசிக்கின்றனர். எத்தனை நூற்றுவீதமானோர் இவற்றுள்

I. யாதாவது ஒரு பத்திரிகையை மட்டும் வாசிக்கின்றனர்?

II. ஒரு பத்திரிகையும் வாசிப்பதில்லை?

பயிற்சி 124

1. $P = \{1, 2, 3\}$, $Q = \{3, 4, 5\}$ ஆயின் a) $P \cup Q$ வைக் காண்க. b) $Q \cup P$ ஐக் காண்க. $P \cup Q = Q \cup P$ ஆகுமா?

2. $X = \{2, 5, 7\}$, $Y = \{5, 7, 8\}$ ஆயின் a) $X \cap Y$ ஐக் காண்க. b) $Y \cap X$ ஐக் காண்க. $X \cap Y = Y \cap X$ ஆகுமா?

3. $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{6, 4, 5\}$, $C = \{3, 6, 8\}$ ஆயின் a) $(A \cup B) \cup C$ ஐக் காண்க. b) $A \cup (B \cup C)$ ஐக் காண்க. c) தொடைகளின் ஒன்றிப்பு செய்கையானது தொகுப்பு விதிக்கு அமைவானதா?

4. வினா 3 க்கு உள்ள தரவின்படி a) $(A \cap B) \cap C$ ஐக் காண்க. b) $A \cap (B \cap C)$ ஐக் காண்க. c) தொடைகளின் இடைவெட்டு செய்கையானது தொகுப்பு விதிக்கு அமைவானதா?

5. $L = \{5, 7, 8\}$, $M = \{6, 7, 9\}$, $N = \{5, 8, 9\}$ ஆயின் a) $L \cap (M \cup N)$ ஐக் காண்க. b) $(L \cap M) \cup (L \cap N)$ ஐக் காண்க. c) $L \cap (M \cup N) = (L \cap M) \cup (L \cap N)$ ஆகிறதா? d) தொடகளின் ஒன்றிப்பு இடைவெட்டு செய்கைகள் பரம்பல் விதிக்கு அமைவானதா?

6. வினா 5 க்குரிய தரவில் a) $L \cup (M \cap N)$ ஐக் காண்க. b) $(L \cup M) \cap (L \cup N)$ ஐக் காண்க. c) a, b என்பவற்றுக்குக் கிடைத்த விடைகள் சமனானவையா? d) இதிலிருந்து நீர் என்ன உய்த்தறிகிறீர்?

7. $\mathcal{E} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $P = \{1, 2, 3\}$, $Q = \{3, 4, 5\}$ ஆயின் a) $(P \cup Q)^1$ b) $P^1 \cap Q^1$ என்பவற்றைக் காண்க. c) $(P \cup Q)^1 = P^1 \cap Q^1$ ஆகுமா?

8. வினா 7 க்குரிய தரவின்படி a) $(P \cap Q)^1$ b) $P^1 \cup Q^1$ என்பவற்றைக் காண்க. c) $(P \cap Q)^1 = P^1 \cup Q^1$ ஆகுமா?

9. $\mathcal{E} = \{2, 3, 4\}$, $A = \{2, 3\}$ ஆயின் a) $A \cap A^1$ b) $A \cup A^1$ என்பவற்றைக் காண்க.

10. $X = \{2, 3, 4\}$ ஆயின் a) $X \cup X$ b) $X \cap X$ c) $X \cup \varnothing$ d) $X \cap \varnothing$ e) $(X^1)^1$ என்பவற்றைக் காண்க.

25
நிகழ்தகவு

பாட உள்ளடக்கம்: மாதிரிவெளியை மரவரிப்படத்தில் குறித்தல் (மூன்று படிவரை). அதைப் பிரயோகித்து பிரச்சினை தீர்த்தல்.

பாட வேளை : 07

25.1. மரவரிப்படங்கள்:

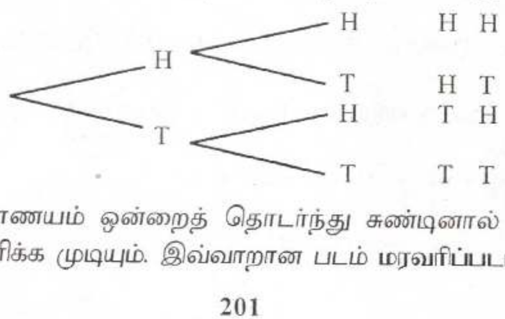
இரண்டு நாணயங்களையோ அல்லது இரண்டு தாயக்கட்டைகளையோ எறிந்து செய்யப்படும் பரிசோதனைகளின் மாதிரி வெளியை ஒரு தெக்காட்டின் தளத்தில் குறித்துக் காட்டலாம்.

ஆனால் நாணயம் ஒன்றை மூன்று தடவைகள் சுண்டும்போது பெறப்படும் நிகழ்ச்சிகளின் மாதிரிவெளியை தெக்காட்டின் தளத்தில் காட்ட முடியாது.

இவ்வாறான சந்தர்ப்பத்தில் மாதிரிவெளியைக் குறிப்பதற்கு பிறிதொரு முறையை ஆராய்வோம்.

ஒரு நாணயத்தைச் சுண்டும்போது பெறப்படும் தலை, பூ என்ற பெறுபேற்றை புள்ளி வரைபில் H T எனக் குறிப்பிட அறிந்திருந்தோம். இப்போது அதனை < H T எனக் குறிப்போம்.

மீண்டும் ஒருமுறை நாணயத்தைச் சுண்டி பெறுபேற்றைப் பின்வருமாறு தொடர்ந்து பதிவோம்.



இதேபோல் நாணயம் ஒன்றைத் தொடர்ந்து சுண்டினால் கிளைகளை மேலும் விஸ்தரிக்க முடியும். இவ்வாறான படம் மரவரிப்படம எனப்படும்.

கோடாத ஒரு நாணயத்தைச் சுண்டித் தலையையோ பூவையோ பெறுவதற்கு சமசந்தர்ப்பம் உண்டு. அதாவது இந்த நிகழ்ச்சிகள் சம இயல்தகவுடைய நிகழ்ச்சிகள் எனப்படும்.

மேலும், நாணயத்தை முதல் முறை சுண்டுதல், இரண்டாவது முறை சுண்டுதல் என்னும் இரு நிகழ்ச்சிகளும் ஒன்றையொன்று சாராதவை. இவற்றைச் சாரா நிகழ்ச்சிகள் என்பர்.

முதல்முறை H விழுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{2}$

இரண்டாம் முறை H விழுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{2}$

எனவே இரண்டு முறையும் H விழுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

இவ்வாறே (H, T), (T, H), (T, T) என்ற ஒவ்வொரு நிகழ்ச்சிகளினதும் நிகழ்தகவுகள் $\frac{1}{4}$ ஆகும்.

ஒரு பையுள் ஒரே மூலப்பொருளால் செய்யப்பட்ட ஒரே அளவான ஆனால் நிறத்தில் மட்டும் வேறுபட்ட 4 சிவப்புப் பந்துகளும் 3 பச்சைப் பந்துகளும் உள்ளன எனக் கொள்வோம். பையைக் குலுக்கி அதனுள் பார்க்காது (எழுமாற்றாக) ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது என்க.

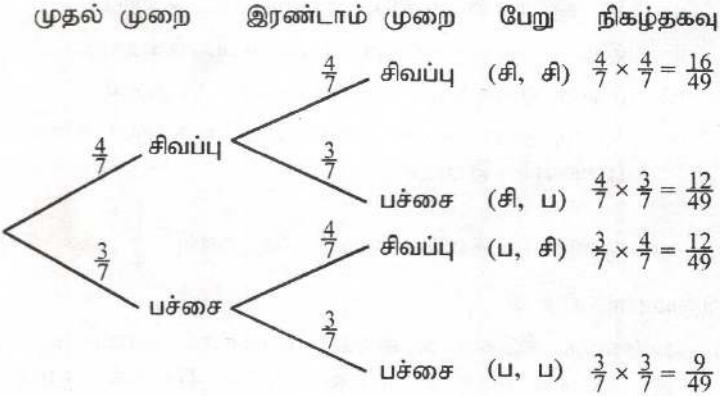
எடுப்பது,

சிவப்புப் பந்தாய் இருக்கும் நிகழ்தகவு $\frac{4}{7}$ ஆகும்.

பச்சைப் பந்தாய் இருக்கும் நிகழ்தகவு $\frac{3}{7}$ ஆகும்.

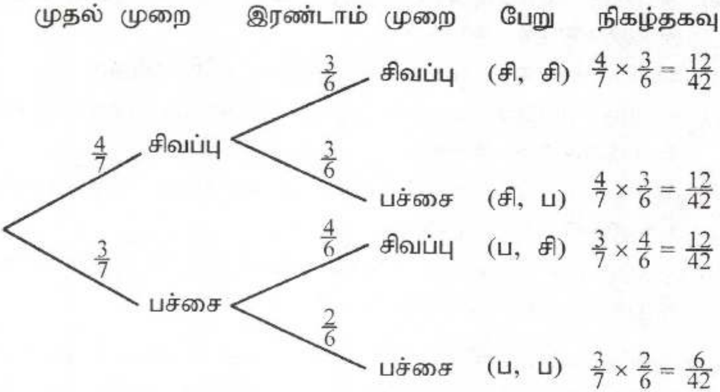
எடுத்த பந்தைத் திரும்பவும் பையுள் போட்டுவிட்டு அதனுள் இருந்து ஒரு பந்தை எடுத்தால் $P(R) = \frac{4}{7}$; $P(G) = \frac{3}{7}$ ஆகவே இருக்கும்.

இந்நிகழ்ச்சிக்குரிய மரவரிப்படம்:



இம்முறை பிரதியிடல் முறை ஆகும். அதாவது எடுத்த பந்தைத் திருப்பவும் பையுள் வைத்துவிட்டு மீண்டும் எடுத்தல்.

பிரதியிடா முறையில் இப்பிரச்சினையை எவ்வாறு அணுகலாம்.



பயிற்சி 125

1. 50 சத நாணயம் ஒன்றும் ஒரு ரூபா நாணயம் ஒன்றும் ஒரே நேரத்தில் மேலே சுண்டப்பட்டன. ஒவ்வொரு நாணயத்திலும் தலை பெறுவதும் பூ பெறுவதும் சம இயல்தகவு நிகழ்ச்சிகளாகும்.

   நிகழக்கூடிய நிகழ்ச்சிகளின் மாதிரி வெளியைக் காட்டும் மரவரிப்படம் ஒன்றை வரைக.

   மரவரிப்படத்திலிருந்து பின்வரும் நிகழ்ச்சிகள் ஒவ்வொன்றினதும் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

i) 50 சத நாணயத்திலே தலையைப் பெறுதல்.
ii) இரு நாணயங்களிலும் தலையைப் பெறுதல்.
iii) தலை ஒன்றையும் பூ ஒன்றையும் பெறுதல்.
iv) 50 சத நாணயத்தில் தலையையும் ஒரு ரூபா நாணயத்தில் பூவையும் பெறுதல்.

2. முட்டை ஒன்று பழுதடையக்கூடிய நிகழ்தகவு $\frac{1}{4}$ என சேந்தன் அனுமானிக்கிறான்.

i) ஒவ்வொரு திங்கள் காலையும் செவ்வாய் காலையும் அவன் ஒரு முட்டையைச் சாப்பிடுவானாயின் இதைக் குறிப்பதற்கு ஒரு மரவரிப்படத்தை வரைக.
ii) இரண்டு முட்டைகளும் பழுதற்றவையாக இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவைக் காண்க.
iii) இரண்டு முட்டைகளும் பழுதானவையாக இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவைக் காண்க.
iv) மரவரிப்படத்தை புதன்கிழமைக்கும் விரிவாக்குக.
v) மூன்று முட்டைகளும் பழுதானவையாக இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவைக் காண்க.
vi) மூன்று முட்டைகளும் பழுதற்றவையாக இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவைக் காண்க.
vii) குறைந்தது இரண்டு முட்டைகளாகுதல் பழுதற்றவைகளாக இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவைக் காண்க.

3. ஒரு பெட்டியினுள் 2 நீலநிறக் குமிழ்முனைப் பேனாக்களும் 3 சிவப்பு நிறக் குமிழ்முனைப் பேனாக்களும் உள்ளன. அவற்றுள் ஒன்றை எழுமாற்றாகத் தெரிவுசெய்த சேந்தன் அதனைத் திரும்பவும் பெட்டியுள் இட்டு மீண்டும் ஒன்றை எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்கிறான். எல்லா இயல்தகவுகளையும் காட்டும் மரவரிப்படம் வரைக.

பின்வருவனவற்றின் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

a) முதல் முறை எடுத்த பேனா நீல நிறமுடையதாய் இருத்தல்.
b) முதல் எடுத்தது நீலமாகவும் இரண்டாம் முறை எடுத்தது சிவப்பாகவும் இருத்தல்.
c) இருமுறையும் எடுத்தது ஒரே வகையாக இருத்தல்.

4. ஒரு பையில் ஒரே அளவான 3 சிவப்புப் பந்துகளும் 2 பச்சைப் பந்துகளும் உள்ளன. பையுள் பார்க்காது வைகுந்தன் ஒரு பந்தை எடுக்கிறான்.

   i) இச்செயலைக் குறிப்பதற்கு ஒரு மரவரிப்படத்தை வரைக.

   ii) வைகுந்தனின் தங்கை சோபனாவும் இன்னுமொரு பந்தை எடுக்கிறாள். இதையும் மரவரிப்படத்தில் குறிக்க.

   iii) இருவரும் சிவப்புப் பந்தை எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

   iv) இருவரும் பச்சைப் பந்தை எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

   v) இரண்டு வெவ்வேறு நிறப் பந்துகளை இருவரும் எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

5. பாலா நேரத்துக்குக் கல்லூரிக்குச் செல்வதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{4}{5}$ ஆகும்.

   i) தொடர்ந்து மூன்று நாட்களுக்கு அவன் பாடசாலை செல்வதற்கான மரவரிப்படத்தை வரைக.

   ii) மூன்று நாட்களும் நேரம் பிந்தாது பாடசாலைக்கு அவன் செல்லும் நிகழ்தகவு என்ன?

   iii) ஒருநாள் மட்டும் அவன் பாடசாலைக்கு பிந்திச் செல்லும் நிகழ்தகவு என்ன?

   iv) குறைந்தது ஒரு நாளாகுதல் அவன் பாடசாலைக்கு நேரத்துக்குப் போகும் நிகழ்தகவு என்ன?

பயிற்சி 126

1. ஓர் உறையில் 8 மாபிள்கள் உள்ளன. அவற்றுள் 4 சிவப்பு, 2 பச்சை, மிகுதி வெள்ளை. இரு மாபிள்கள் எழுமாற்றாக அடுத்தடுத்து எடுக்கப்படுகின்றன. அவை திரும்ப வைக்கப்படவில்லை. எல்லா இயல்தகவுகளையும் அவற்றிற்குரிய நிகழ்தகவுகளையும் விளக்கும் ஒரு மரவரிப்படம் வரைக.

   a) பின்வருவனவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகள் என்ன?

      i) இரண்டும் சிவப்பு மாபிள்களாக இருத்தல்.

      ii) ஒரு மாபிள் சிவப்பு மற்றது வெள்ளையாக இருத்தல்.

      iii) இரு மாபிள்களும் வெள்ளையாக இருத்தல்.

இப்பொழுது இன்னுமொரு மாபிள் எடுக்கப்படுகின்றது. மரவரிப்படத்தை விரிவாக்குக.

b) பின்வருவனவற்றிற்குரிய நிகழ்தகவு என்ன?

i) மூன்றும் பச்சை மாபிள்களாக இருத்தல்.

ii) மூன்றும் சிவப்பு மாபிள்களாக இருத்தல்.

iii) ஒவ்வொன்றும் வெவ்வேறு நிறத்தில் இருத்தல்.

2. ஒரு சிறுமி தனது பணப்பையுள் 6 ஐம்பது சத நாணயங்களும் 1 இரண்டு ரூபா நாணயமுமாக 7 நாணயங்கள் வைத்திருந்தாள். அவள் அதனுளிருந்து எழுமாற்றாக ஒன்றன்பின் ஒன்றாக இரண்டு நாணயங்களை எடுத்தாள்.

a) பொருத்தமான மரவரிப்படம் வரைக.

b) இரு நாணயங்களதும் மொத்தப் பெறுமதி பின்வருமாறு அமையும் நிகழ்தகவு யாது?

i) ரூபா 1 ii) ரூபா 1.50 iii) ரூபா 4

3. சாரணன் வைகுந்தனின் உடுப்புப் பெட்டியினுள் 3 வெள்ளைக் காற்சட்டையும் 1 நீலக் காற்சட்டையும் 3 வெள்ளைச் சேட்டும் 2 நீலச் சேட்டும் 1 வெள்ளைத் தொப்பியும் 1 நீலத் தொப்பியும் இருந்தன. அவன் எழுமாற்றாக ஒரு காற்சட்டையும் 1 சேட்டும் 1 தொப்பியும் எடுத்து அணிந்தான். அவன் அணிந்திருக்கக்கூடிய உடைகளின் எல்லா இயல்தகவுகளையும் அவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகளையும் விளக்கக்கூடிய மரவரிப்படம் வரைக.

உமது படத்திலிருந்து பின்வருவனவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

i) அவனுடைய காற்சட்டை, தொப்பி, சேட் மூன்றும் ஒரே நிறத்தினாலானவை.

ii) மூன்று அணிகளில் குறைந்தது இரண்டு என்றாலும் ஒரே நிறத்தினாலானவை.

iii) அவனது சேட்டும் காற்சட்டையும் ஒரே நிறத்தினாலானவை.

iv) மூன்று அணிகளும் நீலநிறத்தினாலானவை.

4. ஒரு மனிதன் ஒவ்வொரு நாளும் மாலை நேரத்தில் தொலைக்காட்சி பார்ப்பான், அல்லது புத்தகம் வாசிப்பான். அவன் தொலைக்காட்சி பார்ப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{4}{5}$. அவன் தொலைக்காட்சி பார்த்தால் அவன் நித்திரையாகும் நிகழ்தகவு $\frac{3}{4}$. புத்தகம் வாசித்தால் அவன் நித்திரையாகும் நிகழ்தகவு $\frac{1}{4}$. அவன் நித்திரையாகக் கூடிய நிகழ்தகவைக் காண்க.

பயிற்சி 127

1. ஒரு குறிப்பிட்ட கார் நிறுத்தும் இடத்திலிருந்து (car park) மாலையில் கார்கள் புறப்படும்போது முதலாவது சந்தியில் இடது பக்கம் திரும்பும் நிகழ்தகவு $\frac{3}{4}$ ஆகவும் அடுத்த சந்தியில் இடது பக்கம் திரும்பும் நிகழ்தகவு $\frac{2}{5}$ ஆகவும் காணப்பட்டது. புறப்பட்ட ஒரு கார்
   a) முதலில் வலமாகவும் இரண்டாம் முறையும் வலமாகவும் திரும்பும் நிகழ்தகவு யாது?
   b) அது ஒரு சந்தியில் வலது பக்கமும் ஒன்றில் இடது பக்கமும் திரும்பும் நிகழ்தகவு யாது?

2. ஒரு குறித்த வித்து மாதிரியிலிருந்து எழுமாற்றாக எடுக்கப்படும் ஒரு வித்து முளைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{7}{10}$ ஆகும் எனவும் அது அவ்வாறு முளைத்துக் கிடைக்கும் ஒரு மரம் காய்க்கும் நிகழ்தகவு $\frac{5}{8}$ எனவும் காணப்பட்டது. இதற்கேற்ப அம்மாதிரியில் இருந்து ஒரு வித்தை எழுமாற்றாக எடுத்தால் அது,
   a) முளைக்காமைக்கான நிகழ்தகவு என்ன?
   b) முளைக்கும் அல்லது முளைக்காத நிகழ்ச்சிக்குரிய மரவரிப்படத்தை வரைக.

c) முளைக்கும்போது கிடைக்கும் ஒரு தாவரம் காய்க்கும் அல்லது காய்க்காத நிகழ்ச்சிகளைக் காட்டுவதற்கு நீர் வரைந்துள்ள மரவரிப்படத்தை விரிவுபடுத்துக.

d) முளைத்தாலும் காய்க்காமைக்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

3. ஒரு பலகாரப் பார்சலில் 5 மோதகங்களும் 4 வடைகளும் இருந்தன. அதனுள் இருந்து பாலா, மாலா, சீலா ஆகிய மூவர் ஒவ்வொரு பலகாரத்தை எழுமாற்றாக எடுத்து உண்கின்றனர்.

எல்லா இயல்தகவுகளையும் அவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகளையும் காட்டும் மரவரிப்படம் வரைக. அதிலிருந்து பின்வருவனவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

a) மூவரும் மோதகம் எடுத்தல்.

b) யாராவது இருவர் வடை எடுத்தல்.

c) ஒருவராகுதல் மோதகம் எடுத்தல்.

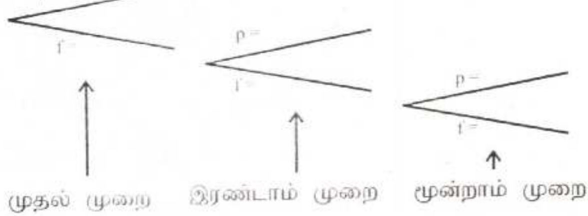
d) பாலாவும் சீலாவும் வடையும் மாலா மோதகமும் எடுத்தல்.

4. ஒரு குறிப்பிட்ட கணக்கியல் கல்லூரியில் கற்கும் மாணாக்கர் முதலாம் முயற்சியில் CIMA சித்தியெய்தும் நிகழ்தகவு 70% ஆகும். சித்தியடையாத மாணாக்கர் திரும்பவும் பரீட்சை எடுக்கும்போது சித்தியெய்தும் வாய்ப்பு 10% ஆல் குறைகிறது.

a) தரப்பட்ட மரவரிப்படத்தைப் பிரதிசெய்து பூரணப்படுத்துக.

b) எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்யப்பட்ட அக்கல்லூரி மாணவன் ஒருவன் இரண்டாம் முறையில் சித்தியெய்தும் நிகழ்தகவு யாது?

c) அக்கல்லூரியிலிருந்து 1000 பேர் பரீட்சை எழுதியிருந்தால் மூன்றாம் முறையில் எத்தனைபேர் சித்தியடைந்திருப்பர்?



5. ஒரு பாடசாலை பஸ்ஸில் ஏறுவதற்காக 5 சிறுவர்களும் 3 சிறுமிகளும் காத்திருந்தனர். அது வந்ததும் அவர்கள் எழுமாற்றாக பஸ்ஸில் ஏறினர்.

   a) ஒரு சிறுமி முதலில் ஏறக்கூடிய நிகழ்தகவு என்ன?

   b) முதலாவதாக ஏறியது சிறுமியாகில் இரண்டாவதாக ஏறுவதும் சிறுமியாக இருக்கும் நிகழ்தகவு யாது?

   c) முதலில் ஏறிய இருவரில் ஒருவர் சிறுவனாகவும் ஒருவர் சிறுமியாகவும் இருக்கும் நிகழ்தகவு யாது?

   d) முதலில ஏறிய மூவரும் சிறுமிகளாக இருக்கக்கூடிய நிகழ்தகவு யாது?

பயிற்சி 128

1. ஓர் உறையினுள் நிறத்தில் மட்டும் வேறுபட்ட ஆனால் மற்றெல்லா வகையிலும் ஒரே விதமான 8 மாபிள்கள் இருந்தன. அவற்றுள் 4 சிவப்பு, 3 பச்சை, எஞ்சியது மஞ்சள். உறையில் இருந்து எழுமாற்றாக ஒரு மாபிள் எடுக்கப்பட்டு அதன் நிறம் அவதானிக்கப்பட்டது.

   a) i) சாத்தியமான நிகழ்ச்சிகளைக் காட்டும் மரவரிப்படம் வரைக.

      ii) ஒவ்வொரு நிகழ்ச்சிக்குமுரிய நிகழ்தகவை மரவரிப்படத்தில் எழுதுக.

      iii) எடுக்கப்படும் மாபிள் பச்சை அல்லது மஞ்சள் நிறமாயிருப் பதற்குரிய நிகழ்தகவு யாது?

   b) அது திருப்பி உறையினுள் வைக்கப்பட்டு வேறொரு மாபிள் எடுக்கப்பட்டு அதன் நிறம் அவதானிக்கப்படுகிறது.

      iv) உமது மரவரிப்படத்தை இந்நிகழ்ச்சிகளையும் உள்ளடக்கும் வண்ணம் விரிவுபடுத்துக.

      v) இந்நிகழ்ச்சிக்குரிய நிகழ்தகவை படத்தில் எழுதுக.

      vi) முதலாவது மாபிள் சிவப்பு நிறமானதாகவும் இரண்டாவது மாபிள் மஞ்சள் நிறமானதாகவும் இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவு யாது?

2. ஓர் உறையினுள் ஒரே அளவான 4 பந்துகள் உள்ளன. அவற்றுள் 2 சிவப்பு. 2 பச்சை. உறை குலுக்கப்பட்டு அதனுள் இருந்து ஒரு பந்து எடுக்கப்பட்டு நிறம் குறிக்கப்படுகிறது. எடுக்கப்பட்ட பந்து

திருப்பி வைக்கப்படாத வகையில் பிறிதொரு பந்து எடுக்கப்பட்டு அதன் நிறமும் குறிக்கப்படுகிறது. சம இயல்தகவுகளையும் அவற்றிற்குரிய நிகழ்தகவுகளையும் காட்டும் மரவரிப்படம் வரைக. இரண்டும் திருப்பி வைக்கப்படாத வகையில் மீண்டும் ஒருமுறை ஒரு பந்து எடுக்கப்பட்டு அதன் நிறமும் குறிக்கப்படுகிறது. இதற்கமைய மரவரிப்படத்தை விரிவாக்குக.

a) எடுக்கப்படும் மூன்று பந்துகளும் சிவப்பாக இருப்பதற்குரிய நிழ்தகவு என்ன?

b) எடுக்கப்படும் மூன்று பந்துகளுள் இரண்டு சிவப்பாக இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவு என்ன?

c) எடுக்கப்படும் மூன்று பந்துகளுள் இரண்டு என்றாலும் சிவப்பாக இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவு என்ன?

d) எடுக்கப்படும் மூன்று பந்துகளுள் முதலாவது மட்டும் சிவப்பாக இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவு என்ன?

3. ஒரு பையுளிருந்த ஒரே அளவான 12 இனிப்புகளுள் 8 சிவப்பு நிறமானவை. ஏனையவை மஞ்சள் நிறம். மதுசா ஒரு இனிப்பை எடுத்து உண்கிறாள். பின்னர் பிரகாஷ் ஒரு இனிப்பை எடுத்து உண்கிறான்.

a) மரவரிப்படம் வரைக.

b) இருவரும் மஞ்சள் நிற இனிப்பை உண்பதற்குரிய நிகழ்தகவு யாது?

c) இருவரும் வெவ்வேறு நிற இனிப்பை உண்பதற்குரிய நிகழ்தகவு யாது?

4. சோபனாவிடமுள்ள 6 T- சேட்களில் சிவப்பு 1 : நீலம் 1 : மஞ்சள் 1. ஏனையவை வெள்ளை. அவளிடம் மூன்று பாவாடைகள் உள்ளன. ஒன்று ஊதா, ஒன்று சிவப்பு, மற்றது நீலம். அவள் ஒரு T- சேட்டும் ஒரு பாவாடையும் எழுமாற்றாகத் தெரிவு செய்கிறாள்.

I. சாத்தியமான நிகழ்ச்சிகளைக் காட்டும் மரவரிப்படம் வரைக.

II. பின்வருவனவற்றுக்கான நிகழ்தகவு காண்க. அவள்

a) சிவப்பல்லாத T- சேட் தெரிவு செய்தல்.

b) ஒரு வெள்ளை T- சேட்டும் ஊதா பாவாடையும் தெரிவு செய்தல்.

c) ஒரே நிறமுடைய T- சேட்டும் பாவாடையும் தெரிவு செய்தல்.

விடைகள்

பயிற்சி 01:

1. a) 0.75 b) 0.4 c) 3.25 d) $0.\dot{3}$
   e) $0.\dot{2}8571\dot{4}$ f) $0.\dot{5}$
2. a) $0.\dot{6}$ b) 0.25 c) 1.4 d) $0.\dot{4}2857\dot{1}$
   e) 7.0 f) $0.\dot{4}$

   முடிவுறு தசமங்கள் : b, c, e

   மீளும் தசமங்கள் : a, d, f
3. முடிவுறு தசமங்கள் : a, d. மீளும் தசமங்கள் b, e. முடிவில் தசமங்கள் c, f
4. விகிதமுறா எண். 5. π, $\sqrt{2}$, 0.121 211 222 .....
6. முடிவில் தசமம்; விகிதமுறா எண்.

பயிற்சி 02:

சரியான கூற்றுக்கள் : 1, 3, 4, 5, 7, 8, 9

பயிற்சி 03:

1. c 2. d 3. d 4. c 5. d

பயிற்சி 04:

1. விகிதமுறா எண் 2. முடிவுறு தசமம் அல்லது மீளும் தசமம்
3. விகிதமுறா எண் 4. விகிதமுறு எண்
5. விகிதமுறு எண்ணாகவோ விகிதமுறா எண்ணாகவோ வரும்.

பயிற்சி 05:

1. a) $2\sqrt{2}$ b) $3\sqrt{2}$ c) $3\sqrt{3}$ d) $3\sqrt{5}$
   e) $5\sqrt{2}$ f) $7\sqrt{2}$ g) $5\sqrt{5}$ h) $8\sqrt{6}$
   i) $9\sqrt{7}$ j) $10\sqrt{7}$
2. a) $\sqrt{4}$ b) $\sqrt{27}$ c) $\sqrt{50}$ d) $\sqrt{24}$
   e) $\sqrt{63}$ f) $\sqrt{150}$ g) $\sqrt{288}$ h) $\sqrt{147}$
   i) $\sqrt{605}$ j) $\sqrt{15}$

பயிற்சி 06:

1. a) $3\sqrt{5}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $7\sqrt{7}$ d) $17\sqrt{3}$
   e) $13\sqrt{2}$ f) $\sqrt{7}$ g) $3\sqrt{6}$ h) $11\sqrt{7}$

2. a) $2\sqrt{11}$ b) $4\sqrt{2}$ c) $\sqrt{2}$ d) $-4\sqrt{5}$
e) $\sqrt{7}$ f) $10\sqrt{6}$ g) $2\sqrt{3} + 7\sqrt{2}$ h) $5(\sqrt{7} + \sqrt{6})$

பயிற்சி 07:

1. a) 9 b) 12 c) $9\sqrt{5}$ d) $10\sqrt{3}$
e) $10\sqrt{6}$ f) 30 g) $21\sqrt{10}$ h) $48\sqrt{2}$

2. a) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ b) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ c) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ d) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
e) $\frac{\sqrt{14}}{10}$ f) $3\sqrt{3}$ g) $\frac{6}{7}$ h) $\frac{4\sqrt{15}}{5}$

பயிற்சி 08:

1. a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ c) $\frac{\sqrt{6}}{9}$ d) $4\sqrt{2}$ e) $\sqrt{2}$
2. a) 5.196 b) 3.536 c) 2.981 d) 0.817

பயிற்சி 09:

1. a) $x^{3/4}$ b) $y^{5/3}$ c) $a^{2/3}$ d) $m^{1/4}$ e) a^2
2. a) a யின் வர்க்கமூலம் b) b யின் வர்க்கத்தின் கனமூலம்
c) p யின் p ஆம் அடுக்கின் y ஆம் மூலம்
d) x இன் நான்காம் அடுக்கின் ஐந்தாம் மூலம்
e) a யின் b ஆம் அடுக்கின் c ஆம் மூலம்
3. a) b b) $x^{1/6}$ c) $y^{-3/2}$ d) $a^{1/6}$
e) $a^{3/4}$ f) $x^{-7/4}$
4. a) 6 b) 2 c) -2 d) 27
e) 32 f) 9
5. a) ¾ b) ¼ c) $^{125}/_{8}$ d) 1½
e) 6¼ f) ⅝ g) $^{4}/_{15}$
6. a) $\frac{1}{x^2}$ b) x^3 c) a d) $\frac{1}{y}$
e) (a + b) f) $\frac{2}{x^{1/4}}$ g) $\frac{x^{1/2}}{5}$ h) $\frac{6}{x^{3/2}}$

பயிற்சி 10:

1. a) m = 2 b) x = 1 c) x = −12 d) p = 3
   e) x = 1 f) x = −1 g) x = 2
2. a) $x = \frac{5}{3}$ b) x = 2.2 c) x = 2 d) x = 2
   e) k = 15 f) x = 4
3. a) x = 3 b) x = −2 c) x = 7

பயிற்சி 11:

1. a) 2 b) 1 c) 0 d) 3
2. a) 4 b) 2 c) 1 d) 5 e) 2
3. a) 2 b) 3 c) 1 d) 2 e) 3
   f) 2 g) −3
4. a) 1 b) 1 c) 3 d) 0 e) 2

பயிற்சி 12:

1. a) 4 b) 4 c) 2 d) 1 e) 12
3. a) 0.7781 b) 1.4771 c) 1.0791 d) 1.1761 e) 0.8751
   f) 1.6532 g) 1.8751 h) 1.5562
4. a) 2 b) 200.95 c) 3.966

பயிற்சி 13:

1. a) 7.275×10^{-1} ; $\bar{1}.8674$
   c) 7.368×10^{-3} ; $\bar{3}.8674$ e) 8.483×10^{0} ; 0.9286
   g) 3.842×10^{-4} ; $\bar{4}.5845$ i) 3.843×10^{0} ; 0.5846
   k) 3.284×10^{0} ; 0.5164
2. a) 2 b) 1 c) 0 d) −1
   e) −4 f) −2 g) −2 h) −3
3. e

பயிற்சி 14:

a) 274 b) 0.3342 c) 0.04131 d) 0.5544
e) 0.0801 f) 1.991 g) 84.3 h) 0.006013
i) 0.000033 j) 64160 k) 205.3 l) 0.001395

பயிற்சி 15:

I. 1. 3.7115 2. 2.8162 3. 2.6418 4. 1.0336
5. $\bar{2}.6196$ 6. $\bar{3}.8397$

II. 1. 1.2782 2. 1.6864 3. 3.4269 4. 4.3224
5. 0.3297 6. 3.4411

பயிற்சி 16:

a) 0.009106	b) 0.3779	c) 0.9717	d) 1.100
e) 0.5545	f) 1.364	g) 6.463	h) 1.059
i) 1.223	j) 0.00459		

பயிற்சி 17:

a) 5.937	b) 0.3038	c) 5.2	d) 1.952
e) 0.2056	f) 0.9529	g) 3.014	h) 0.6909

பயிற்சி 18:

a) 3.352	b) 3.738	c) 1.17	d) 0.03831
e) 4.157	f) 3.431	g) 0.6147	h) 5.785
i) 2.239	j) 5.774		

பயிற்சி 19:

1. 301.7 cm^2	2. 301.7 cm^2	3. 1672 cm^2	4. 8 cm
5. 301.7 cm^2	6. 3 cm	7. 13 cm	8. 26 cm
9. 6 cm	10. 2310 cm^2	11. 282.86 cm^2	

பயிற்சி 20:

1. 616 cm^2	2. 3½ cm	3. 4158 cm^2	4. 1144 cm^2
5. 361.43 cm^2	7. 21:11	8. 7 cm	

பயிற்சி 21:

1. 27.71 cm^2 2. 8 cm 3. 360 cm^2 4. 156 cm^2
5. 936 cm^2 6. 49.48 cm^2 ; 37.95 cm^2 ; 222.8 cm^2
7. 96 cm^2 8. 25 cm^2 ; 320 cm^2

பயிற்சி 22:

1. a) 261.9 cm^3 b) 314.29 cm^3 c) 1018.29 cm^3
2. 7 cm 3. 550 cm^2 4. 6.4 cm 5. 56.32 *l*
6. 75.43 ml 7. 9 cm 8. 188.57 cm^2 ; 301.7 cm^3
9. 16:15 10. 12 cm ; 5 cm
11. உயரம் குறைந்தது 6 m. சாயுயரம் : குறைந்தது 9.22 m.

பயிற்சி 23:

1. $1437.3\ cm^3$ 2. 7 cm ; $616\ cm^2$ 3. $38808\ cm^3$ 4. 8
5. a) $1188\ cm^3$ b) 84 6. a) 7 cm b) 1¾ cm
7. $445.24\ cm^3$ 8. $3490.7\ cm^3$
9. a) ஆம் b) $\frac{xr}{3} cm^3$ c) $\frac{4\pi r^2}{x}$ d) $\frac{4}{3}\pi r^3$
10. a) 11 cm b) $2002\ cm^3$ c) $1848\ cm^3$ 11. 6.3 cm

பயிற்சி 24:

1. $\frac{16\sqrt{2}}{9}\ cm^3$ 2. $144\ cm^3$ 3. 9 cm 4. 6.12 cm
5. $60\ cm^3$ 6. $720\ cm^3$ 7. $350\ cm^3$ 8. 2 cm
9. 2 cm 10. 8 cm

பயிற்சி 25:

I 1. $.... + 9a^2 + ... + 27$ 2. $x^3 - 6x^2y + ... - 8y^3$
3. $27p^3 + ... + 144\ pq^2 + ...$ 4. $... - 225\ a^2p + ... - 27p^3$

II 1. $a^3 + 3a^2 + 3a + 1$ 2. $b^3 - 6b^2 + 2b - 8$
3. $a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3$ 4. $8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27$
5. $8 - 36x + 54x^2 - 27x^3$ 6. $27x^3 + 108\ x^2y + 144\ xy^2 + 64y^3$
7. $p^6 - 3p^4q^2 + 3p^2q^4 - q^6$ 8. $27a^3 - 54a^2b + 36ab^2 - 8b^3$

III 1. 2197 2. 117649 3. 1092727 4. 970299
5. 912.673 6. 8365.427 7. 967 361 669 8. 26 198.073

IV $(a^3 + 9a^2 + 27a + 27)\ cm^3$

பயிற்சி 26:

I 1. $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$ 2. $(p - q)(p^2 + pq + q^2)$
3. $(a + 1)(a^2 - a + 1)$ 4. $(b - 3)(b^2 + 3b + 9)$
5. $(c - 4)(c^2 + 4c + 16)$ 6. $(4x - 1)(16x^2 + 4x + 1)$
7. $(xy + 5)(x^2y^2 - 5xy + 25)$ 8. $(c^2 + 2d)(c^4 - 2c^2d + 4d^2)$

II 1. $(3p + 4q)(9p^2 - 12pq + 16q^2)$ 2. $(x - 0.5)(x^2 + 0.5x + 0.25)$
3. $x(x + 1)(x^2 - x + 1)$ 4. $pq(p - q)(p^2 + pq + q^2)$
5. $(rs - 3t)(r^2s^2 + 3rst + 9t^2)$ 6. $\left(\frac{1}{3}y - \frac{1}{2}z\right)\left(\frac{1}{9}y^2 + \frac{1}{6}yz + \frac{1}{4}z^2\right)$
7. $3p^2 + 9p + 7$ 8. $(x^4 + y^4)(x^8 - x^4y^4 + y^8)$

III 1. $x(2x-1)(4x^2+2x+1)$
2. $4(2a-b)(4a^2+2ab+b^2)$
3. $(x+1)(x-1)(x^4+x^2+1)$
4. $(c^2+2d)(c^4-2c^2d+4d^2)$
5. $(x^4+y^4)(x^8-x^4y^4+y^8)$
6. $(4+m^3)(16-4m^3+m^6)$
7. $8(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$
8. $(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$

IV 1. 2540 2. 1206 3. 161 4. 858

பயிற்சி 27:

1. $(x^3+9x^2+27x+27)\ cm^3$
2. $91.05\ cm^3$
3. $(80x^3+516x^2-138x+109)\ cm^3$
4. $(7x^3+18x^2-6x+9)\ cm^3$

பயிற்சி 28:

1. $a^3(a-2)$
2. $ab(a+b)$
3. $p(p+2)(p-2)$
4. $(x-2)(x+2)(x^2+2x+4)$
5. $(x-1)(x+1)(x^2+x+1)$
6. $(a+1)^2(a+2)$
7. $(x-1)(x+2)(x-3)$
8. $(a-2b)(a+b)(a-3b)$
9. $(x-3)(x-11)(x-15)$
10. $(x+2)(x-2)(3x-7)$

பயிற்சி 29:

1. $\frac{17}{12x}$
2. $\frac{2x}{(x+1)(x-1)}$
3. $\frac{2(8-3x)}{(2-x)(4-x)}$
4. 0
5. $\frac{x+4}{x(x+1)(x+2)}$
6. $\frac{2}{x(x+2)}$
7. $\frac{2(x+1)}{x(x+2)(x+3)}$
8. $\frac{3}{x(x-2)}$

பயிற்சி 30:

1. $\frac{ab-b^2+b}{a^2-b^2}$
2. $\frac{4(a+1)}{a^2-16}$
3. $\frac{4(x+1)}{(x+2)(x-2)}$
4. $\frac{b-2}{(b+1)^2}$
5. $\frac{2ab}{a^2-b^2}$
6. $\frac{7}{(x+3)(x-4)}$
7. $\frac{8}{(x+2)(x+10)}$
8. $\frac{2}{(x+1)(x-2)(x-4)}$
9. $\frac{17-19x}{12(1-x)(1+x)}$

10. $\frac{1}{(b-c)(c-a)}$ 11. $\frac{4y}{(2-y)(2+y)}$ 12. $\frac{1}{y+3}$

13. $\frac{4}{x+1}$ 14. $\frac{12(z+1)}{(2z-3)(2z+3)}$

பயிற்சி 31:

1. $\frac{ln^2}{5k^3}$ 2. $\frac{3a}{4b}$ 3. $\frac{a-2}{a-3}$

4. $\frac{3(x^2+2x+4)}{2(x+5)}$ 5. $\frac{x-1}{x+1}$ 6. x – 2

7. $\frac{5}{2x^2}$ 8. $\frac{3a}{4x^2}$ 9. $\frac{z^3}{6x^2}$

10. $\frac{(x+5)(2x+1)}{(x-1)(x+1)}$ 11. $\frac{x+1}{x+5}$ 12. x

13. x 14. $\frac{2(x-2)^2}{x(x+2)(x-3)}$

பயிற்சி 32:

1. ஆம் 2. ΔABD
3. a) 24 cm^2 b) 12 cm^2 c) 3 cm d) 3.2 cm
4. a) 48 cm^2 b) 4.8 cm c) 24 cm^2 d) 24cm^2 e) 2.4 cm
5. a) 20 cm^2 ; 17.5 cm^2; 10 cm^2 b) 3.33 cm ; 4.06 cm ; 2.32 cm
c) 47.5 cm^2 6. 15 cm^2

பயிற்சி 37:

2. ரூபா 1000 ; 78 ; ரூபா 780 ; ரூபா 12780 ; ரூபா 1065
3. ரூபா 1666.67 ; ரூபா 8.34 ; 666 ; ரூபா 5550 ; ரூபா 1820.83
4. ரூபா 6270.83 5. ரூபா 16666.67 ; 1830 ; ரூபா 183 000 ;
ரூபா 1183000 ; ரூபா 1360000 ; ரூபா 177000 6. ரூபா 13025

பயிற்சி 38:

2. ரூபா 1000 ; ரூபா 8.34 ; 300 ; ரூபா 2500 ; ரூபா 26500 ; ரூபா 1104.17
3. ரூபா 15000 ; ரூபா 500 ; 465 ; ரூபா 2325 ; ரூபா 577.50
4. ரூபா 13500 ; ரூபா 750 ; 171 ; ரூபா 1282.50 ; ரூபா 826.25
5. ரூபா 1500 000 ; ரூபா 25000 ; 1830 ; ரூபா 76250 ; ரூபா 26270.84
6. ரூபா 25630.21

பயிற்சி 39:

1. ரூபா 127800 ; ரூபா 7800 ; ரூபா 10000 ; 78 ; 12%
2. ரூபா 12000 ; ரூபா 13560 ; ரூபா 1560 ; 78 ; ரூபா 20 ; ரூபா 1000 ; 24%
3. 62.3%

பயிற்சி 40:

1. ரூபா 13310 2. ரூபா 286.54 3. ரூபா 6528 4. ரூபா 29160

பயிற்சி 41:

1. ரூபா 62400 ; ரூபா 7800 ; ரூபா 5200
2. ரூபா 360 000 , ரூபா 320 000 , ரூபா 280 000
3. ரூபா 450 000 ; ரூபா 300 000 ; ரூபா 150 000 4. ரூபா 35200
5. ரூபா 480 000 6. வியாபாரம் ஆரம்பித்து 4 மாதங்களின் பின்.

பயிற்சி 42:

1. ரூபா 4000 2. 16 3. ரூபா 25 4. ரூபா 240
5. ரூபா 780 6. ரூபா 22 7. ரூபா 740 8. ரூபா 48
9. ரூபா 45.50 10. ரூபா 20

பயிற்சி 43:

1. a) ரூபா 520 b) ரூபா 400 c) ரூபா 36
2. a) ரூபா 900 b) ரூபா 1000 c) ரூபா 120 d) $13\frac{1}{3}\%$
3. a) ரூபா 150 b) ரூபா 1500 c) ரூபா 120 d) $8\frac{8}{9}\%$
4. a) ரூபா 400 b) ரூபா 40 c) ரூபா 320 d) ரூபா 8
5. ரூபா 800

பயிற்சி 44:

1. a) ரூபா 8000 b) ரூபா 400 c) 5%

2. a) 400 b) ரூபா 8000 c) ரூபா 800 d) ரூபா 8400
e) 700 f) ரூபா 7000 g) ரூபா 1050 h) ரூபா 250

3. ரூபா 600 4. ரூபா 15 5. முதலாம் வகை ரூபா 5000
இரண்டாம் வகை ரூபா 3500 6. 6%

பயிற்சி 45:

a = 4 cm ; b = 4 cm ; c = 5 cm ; d = 6 cm ; e = 7 cm ; f = 5 cm ; g = 5 cm ;
h = 5 cm ; k = 11.6 cm

பயிற்சி 50:

1. a) PT b) PT c) PR d) PR
e) 9.9 cm f) 3.3 cm

2. BC = 9 cm ; AE = 10 cm 3. CD = 10 cm ; CB = 13.5 cm

பயிற்சி 51:

3. a = $5.8\dot{3}$ cm ; b = $6.\dot{6}$ cm ; c = 4.5 cm ; d = 18 cm ; e = 16.6 cm ;
f = 14.4 cm ; g = $13.\dot{3}$ cm.

பயிற்சி 52:

1. AY = 3 cm

பயிற்சி 53:

1. a) BC b) ED c) AE d) AG
e) AB f) AB g) $4.\dot{5}\dot{4}$ cm h) 6.75 cm

2. a) AB b) GC c) BG d) FE

4. a) 3

பயிற்சி 54:

1. 11 2. a) ∠LMN b) 7.5 cm

3. a) ∠BAC = ∠ADB b) 4 cm c) 22.5 cm^2

4. a) ∠BAC b) 4.9 cm

5. a) ΔRXQ , ΔBXP b) 2.5cm ; 8.4 cm

பயிற்சி 55:

2. b) 1.6 cm 3.a) ΔAXZ b) 14.4 cm c) ΔWBC
d) 4.5 cm

4. b) PC : AP

பயிற்சி 57:

1. ஒன்றில் $x = 0$ அல்லது $y = 0$
2. $x = 0$ அல்லது 1
3. $a = 0$ அல்லது -2
4. $x = 3$ அல்லது 2
5. $m = -1$ அல்லது -3
6. $x = -1$
7. $x = 0$ அல்லது 3
8. $x = 3$ அல்லது $\frac{2}{3}$
9. $x = \frac{3}{2}$ அல்லது $\frac{2}{3}$

பயிற்சி 58:

I

1. $x = -2$ அல்லது -4
2. $x = 3$ அல்லது 4
3. $x = -2$
4. $x = 1$ அல்லது 5
5. $x = -11$ அல்லது 12
6. $x = 11$ அல்லது -9
7. $x = -6$ அல்லது -4
8. $x = 5$

II.

1. $x = \frac{1}{3}$ அல்லது 3
2. $x = \frac{3}{2}$ அல்லது $\frac{2}{3}$
3. $x = 4$ அல்லது $-\frac{3}{2}$
4. $x = -\frac{2}{3}$ அல்லது $\frac{1}{2}$
5. $x = -2$ அல்லது -5
6. $x = 5$ அல்லது -5
7. $x = 4$ அல்லது -4
8. $x = \sqrt{3}$ அல்லது $-\sqrt{3}$
9. $x = 1$ அல்லது $-\frac{5}{3}$
10. $x = -2\frac{1}{2}$ அல்லது 5

பயிற்சி 59:

1. 4.73 அல்லது 1.27
2. 6.24 அல்லது 1.76
3. 3.73 அல்லது 0.27
4. 1.24 அல்லது – 3.24
5. 1.74 அல்லது –5.74
6. 7.61 அல்லது 0.39
7. – 0.46 அல்லது –6.54
8. 1.62 அல்லது – 0.62
9. 2.37 அல்லது 0.63
10. 3.89 அல்லது – 0.39
11. 0.16 அல்லது –2.16
12. 3.31 அல்லது – 0.31
13. 0.44 அல்லது –3.77
14. 3.39 அல்லது – 0.89
15. 1.69 அல்லது –1.19

பயிற்சி 60:

1. 3.79 அல்லது –0.79
2. 2.37 அல்லது 0.63
3. 1.15 அல்லது –0.48
4. 1.41 அல்லது 0.30
5. – 0.37 அல்லது –1.916
6. 2.70 அல்லது –0.37
7. 2.25 அல்லது –0.45
8. 1.18 அல்லது –0.43

9. 1.48 அல்லது –0.68 10. 5.34 அல்லது –0.84

11. 3.30 அல்லது –0.30 12. 2.18 அல்லது –9.18

பயிற்சி 61:

I 1. $(x-3)(x-2)=0$ 2. $(x+2)(x-4)=0$

3. $(x-\frac{1}{2})(x-\frac{1}{4})=0$ 4. $(x-\frac{2}{3})(x-\frac{1}{5})=0$

5. $(x-p)(x-q)=0$ 6. $(x-\alpha)(x-\beta)=0$

II 1. $x^2-5x+6=0$ 2. $x^2-x-12=0$

3. $6a^2-7a+2=0$ 4. $20a^2-17a+3=0$

5. $6a^2-5p+p^2=0$ 6. $a^2-(\alpha+\beta)a+\alpha\beta=0$

பயிற்சி 62:

1. 35 m 2. 9 , 6 அல்லது –6 , –9 3. 42 வருடம் ; 14 வருடம்

4. 9 kmh^{-1} 5. ரூபா 5 6. 30 cm , 14 cm

7. 6 kmh^{-1}

8. $(2x+90)$ m ; $(2x+84)$ m ; $(4x^2+348x+7560)$ m^2 ; 7560 m^2 ; 18 m

பயிற்சி 63:

1. (1.5 , 2.5) 2. x = –1 , y = –1 3. iii) (2,2) 4. (1,3)

5. ii) (1,3) iii) a யும் c யும் iv) b யும் c யும்

பயிற்சி 64:

1. a) y = 0 c) x = 0 d) –2,2 e) (–1,1) (1,1)

2. a) (0,1) b) (1,0) 3. (–2,3) 4. –2.4, 0.4

5. 3.8 , –0.8

பயிற்சி 65:

1. a)

x	–1	0	1
y	–3	–3	–1

c) 0.75 d) –2.5 e) –0.5 f) y = –3.25 g) {–2,1}

2. a)

x	–1	0	1	3
y	5	–1	–3	5

c) y = –3 d) x = 1 e) $-0.2 < x < 2.2$ f) –0.6 , 1.6

3. a) i)

x	−1	−0.5	0.5	1.5	2	2.5	3	3.5
y	1	3.5	6.25	7.25	7	6.25	5	3.25

b) i) (1.5,0)   ii) $-1.2 \le x \le 1.5$ iii) 7.25   iv) –0.2 , 3.2

பயிற்சி 66:

1. a)

x	1	3	4	5
y	−2	−2	1	6

b) i) $x = 2$ ii) $0.3 \le x \le 3.7$ iii) $y = -3$ iv) –0.3, 3.3

2. i) $x = 2$ ii) $1.0 \le x \le 3.0$ iii) $y = -1$ iv) 0.4, 2.6

3 I a) (–3,0) (0,–6) (2,0)   b) $x = -0.5$

II b) 20 m   c) i) 27 m   ii) 8 m   iii) 3.5 m   d) 6.4 m

பயிற்சி 67:

2. a) $p = 4$; $q = 6$ 3. a) 9   b) 24   c) $\frac{5}{92}$

பயிற்சி 69:

1. c) $\frac{3}{8}$ d) $\frac{5}{104}$ 2. a) 43%   b) ¼

பயிற்சி 70:

1. I. 39

II. c) 39   d) $Q_1 = 27$; $Q_3 = 52$; காலணை இடைவீச்சு = 25

2. i) ரூபா 4100   iv) ரூபா 4600

3. i) $Q_1 = 17.4$; $Q_2 = 19.4$; $Q_3 = 21.0$

$Q_1 = 19.0$; $Q_2 = 20.9$; $Q_3 = 22.2$

ii) 3.6 ; 3.2   iii) இரண்டாவது தொகுதி

பயிற்சி 71:

1. இ) 56, 61, 40, 21   ஈ) 32   உ) 40   2. II. 21000

3. i) 67.5 g   ii) a) 64.5 g   b) 74.5 g   c) (64.5 – 74.5) g

4. a) 3   c) 42

பயிற்சி 72:

1. a) 14, 18   b) 4.3 km ; 2.4 km

3. b) i) 39 cm   ii) 48 cm   iii) 160   iv) 22%

பயிற்சி 73:

1. a, c, e, f, h, i, j　　2. a) 2　　b) 3　　c) ½
d) –3　　e) 2　　f) x　　g) –1
h) 0.1　　i) $\sqrt{3}$　　j) ½

3. a. r

4. a) 4, 8, 16, 32　　b) 10, 5, 2.5, 1.25　　c) 4, –4, 4, –4
d) –2, –6, -18, –54　　e) 0.5, 5, 50, 500　　f) 1000, 500, 250, 125
g) x, 2x, 4x, 8x　　h) y, y^2, y^3, y^4
i) $50x^3, 50x^3p, 50x^3p^2, 50x^3p^3$　　j) $-50, 50x, -50x^2, 50x^3$

பயிற்சி 74:

1. a) 128　　b) 0.625　　c) ar^{n-1}　　d) 81
e) 30.375　　f) –½　　g) $320x^6$　　h) $\frac{64}{243}$

2. a) 48,384　　b) 4, –½　　c) $69\frac{1}{3}, 554\frac{2}{3}$

3. 1536　　4. 640　　5. $\frac{1}{1024}$　　6. 5, 2

7. a = 1 ; r = 2 அல்லது –2　　8. 160, 80, 40, 20, 10

பயிற்சி 75:

1. 8　　2. 6, 9　　3. 27　　4. 8, 32, 128
5. 6, 12, 24, 48

பயிற்சி 76:

1. 510　　2. 19.6875　　3. –330

4. $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ (r > 1 ஆனால்)

$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$ (r < 1 ஆனால்)

5. 2976　　6. $2(2^m - 1)$　　7. 195 312　　8. 4　　9. 8

பயிற்சி 77:

1. 1458 2. 1536 3. a) 3, 2, 1536 4. $\frac{2}{3}, -2, 6$

5. 765 6. a) 6 b) 381

7. T = 2 : a = 1: $t_4 = 8$

பலவினப்பயிற்சி

1. 2, 4, 8 2. 3, 6, 12, 24 3. ¼ , 256 4. 8 ம் உறுப்பு

5. 6ம் உறுப்பு 6. 2 7. 2, 8 8. 384,765

பயிற்சி 78:

1. a) 5 b) 12 c) 7 d) 8
   e) 10 f) 15

2. 30 m 3. 16 m 4. 13 m 5. 6 m

பயிற்சி 79:

1. 150 m 2. 12 m 3. 40 m 4. 24 cm

5. 13 cm

பயிற்சி 82:

3. a) ஆம் b) $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ e) ஆம்

5. a) விரிகோணம் e) கூர்ங்கோணம்

பயிற்சி 83:

1. a) 0.7660 b) 0.7314 c) 0.3486 d) 0.5432
   e) 0.4651

2. a) 25^0 b) $40^0 36`$ c) $63^0$ d) $34^0 36`$
   e) $25^0 25`$ f) $51^0 06`$ g) $75^0 30`$ h) $61^0 34`$

3. a) 0.5878 b) 0.2924 c) 0.7396 d) 0.6232
   e) 0.4646

4. a) $69^0 54`$ b) $60^0 42`$ c) $52^0 11`$ d) $70^0 41`$
   e) $32^0 53`$ f) $12^0 15`$ g) $39^0 28`$ h) $44^0 33`$

5. a) 0.4245 b) 0.9004 c) 0.7618 d) 0.5716

6. a) 7^0 b) $13^0 36`$ c) $27^0 36`$ d) 45^0
   e) 46^0 f) $56^0 30`$ g) $66^0 43`$ h) $54^0 07`$

பயிற்சி 84:

1. 5 cm 2. 11.49 cm 3. 5.362 cm 4. $38^0 40'$

பயிற்சி 85:

1. $40^0 54'$ 2. 91.92 m 3. 6 m 4. 60.62 m

பயிற்சி 86:

1. a) 43.32 m b) 14.44 m 2. 63.4 m 3. 12.07 m
4. 46.19 m

பயிற்சி 87:

1. 3.66 m 2. 35.54 m 3. $033^0 22'$ 4. 193.46 m

பயிற்சி 88:

1. 199.74 m 2. 3290.4 m 3. 1732.05 m

பயிற்சி 89:

1. $066^0 53'$, 4.803 km 2. $319^0 17'$, 3.24 km
3. a) 1.33 cm b) 3.65 cm c) $67^0 45'$ 4. $2.8 kmh^{-1}$

பயிற்சி 90:

1. A யும் B யும் , C யும் D யும்

2. a) I. $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ II. $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$ III. $\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

IV. $\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ V. $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ VI. $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$

VII. $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$ VIII. $\begin{pmatrix} 15 & -11 \\ 11 & 3 \end{pmatrix}$ IX. $\begin{pmatrix} -1 & -9 \\ -8 & -3 \end{pmatrix}$

X. $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

b) ஆம் c) ஆம் d) பரிமாற்று விதி ; தொகுப்பு விதி

பயிற்சி **91:**

1. $A = 3$, $B = -1$ b) 2. $A = 2$, $x = 4$

3. a) $\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 11 & 12 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

4. $M = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 5. I. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ II. $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

பயிற்சி **92:**

1. I. $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ II. $\begin{pmatrix} 8 \\ -3 \end{pmatrix}$ III. $x = 2$, $y = 1$

2. $p = 2$; $q = 8$

3.

$$\begin{array}{c} \\ P \\ B \\ M \\ S \\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} P & B & M & S & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} - & - & - & - & 0 \\ - & - & - & 0 & 1 \\ - & - & - & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

4.

$$\begin{array}{c} \\ P \\ B \\ M \\ S \\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} P & B & M & S & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

பயிற்சி **93:**

3. $x > -9$

பயிற்சி **94:**

1. { ...... −1, 0, 1, 2 } 2. { 3, 4, 5, ... } 3. { ....0, 1, 2, 3, 4 }
4. { 2, 3, 4 .... } 5. { −3, −2, −1, ... } 6. { −3, −2, −1, ... }
7. { 3, 4, 5, ... }

பயிற்சி **95:**

1. { 8, 9, 10 } 2. { 5, 6, 7 } 3. { 5, 6, 7 } 4. { 3, 4 }

பயிற்சி **96:**

1. { 1 } 2. { 2, 3, 4, ... } 3. { 1, 2, 3 } 4. { 2, 3, 4, ... }
5. { 0, 1, 2, 3 } 6. { ......, −3, −2, −1 } 7. { .... −4, −3, −2, −1, 0 }

பயிற்சி 97:

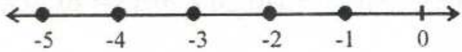
1.

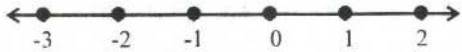
2.

3.

4.

5.

6. 

7. 

8.

பயிற்சி 98:

1.

2.

3.

4.

பயிற்சி 99:

1. { 19, 23, 29 }   2. a) 3   b) -2 c) $3\frac{1}{3}$

3. a) 12   b) -45

பயிற்சி 100:

1. $27x < 140$; $\{ x : 1 \leq x \leq 5 ; x \in z^+ \}$
2. $x < 45$; $\{ x : 0 < x \leq 45 ; x \in R \}$

3. $7x < 58$; { $x : 0 < x \leq 8.28$; $x \in R$ }

4. $x < 8$; { $x : 5 \leq x \leq 8$; $x \in R$ }

5. $x \leq 4$; { $x : 0 < x \leq 4$; $x \in z^{+}$ }

6. $2x > 5$; { $x : 2x > 5$; $x \in R$ }

7. $x < 18$; { $x : x < 18$; $x \in z^{+}$ }

8. $3x \leq 26$; { $x : x < x \leq 8\frac{2}{3}$; $x \in z^{+}$ }

9. $x < 15$; { $x : 0 < x < 15$; $x \in R$ }

10. $x < 340$; { $x : 0 < x < 340$; $x \in R$ }

பயிற்சி 101:

$a = 70^0$; $b = 105^0$; $c = 60^0$; $d = 30^0$; $e = 110^0$; $f = 110^0$; $g = 70^0$; $m = 70^0$;
$n = 85^0$; $k = 120^0$; $l = 30^0$; $h = 90^0$; $p = 110^0$; $q = 70^0$; $s = 40^0$; $t = 35^0$

பயிற்சி 102:

1. 107^0 ; 121^0 2. 95^0 3. 46^0 4. 108^0 , 48^0
5. 101^0 , 92^0 6. 40^0 7. 74^0 8. 28^0 9. 360^0

பயிறந்சி 105:

$a = 110^0$; $b = 80^0$; $c = 80^0$; $d = 70^0$; $e = 85^0$; $f = 85^0$

பயிற்சி 106:

1. 80^0 ; 72^0 ; 52^0 2. 50^0 3. 70^0 , 70^0, 70^0 5. $\angle A = 45^0$; $\angle B = 85^0$; $\angle C = 135^0$; $\angle D = 95^0$

பயிற்சி 107:

3. $x + y + z = 180^0$

பயிற்சி 109:

1. 12 cm 2. 24 cm 3. I 148^0 II 62^0
4. $\angle P = 68^0$; $\angle Q = 58^0$; $\angle R = 54^0$
5. a) 130^0 b) 7½ cm 6. a) 60^0 , 60^0 b) 35^0

பயிற்சி 110:

1. 90^0 , 103^0 , 90^0 , 73^0

பயிற்சி 111:

2. 20^0 5. $x = 3$

பயிற்சி 112:

1. $a = 30^0$, $b = 45^0$, $c = 70^0$, $d = 110^0$, $e = 160^0$, $f = 70^0$, $g = 70^0$, $h = 40^0$, $l = 80^0$, $k = 80^0$, $m = 80^0$
2. ∠TPQ , ∠PQT 3. I e II g III b IV g
4. I 80^0 II 40^0 III 70^0 IV 60^0
5. I ஆம், வட்டத்தின் புறப்புள்ளி ஒன்றிலிருந்து அதற்கு வரையும் தொடலிகள்.

   II இருசமபக்க முக்கோணி III ∠TAB , ∠AXB IV 70^0

   V 20^0 VI 115^0

பயிற்சி 115:

$a = 115^0$; $b = 56^0$; $c = 53^0$; $d = 94^0$; $e = 52^0$; $f = 26^0$; $g = 94^0$; $h = 55^0$; $k = 68^0$; $m = 123^0$; $n = 26^0$; $p = 48^0$; $q = 22^0$; $r = 25^0$; $s = 70^0$; $t = 45^0$; $u = 40^0$; $v = 50^0$; $w = 98^0$; $x = 20^0$; $y = 50^0$; $z = 120^0$; $\alpha = 105^0$; $\beta = 35^0$; $\theta = 30^0$

பயிற்சி 116:

2. 5 cm 3. 4. 6 cm
5. a) 3 cm b) 3 cm c) 106^0 d) 74^0

பயிற்சி 117:

1. 74^0 2. $\angle D = 56^0$; $\angle E = 63^0$; $\angle F = 61^0$
3. 4.7 cm 4. 2 cm 5. 2.3 cm

பயிற்சி 118:

1. 1.7 cm 2. 2.25 cm 3. 2.4 cm 4. 2.1 cm

பயிற்சி 120:

1. {a,c,f}
2. a) I {1,5} II {7}

   b) I (75 – x) II 90 III 35 IV 5
3 a) 5 b) {4,8} 4. b) 6 c) 16
5. a) 2 b) 4

பயிற்சி 121:

1. a) 48 b) 4 c) 16
2. I a) 11 b) 10 c) 26 II 38
3. a) 20 b) 140^0 4. a) I {2} II {2,3,5,9}

5. a) 57 b) 12 c) 32

பயிற்சி 122:

1. b) I 28 II 7 2. I 18 II 15 III 150
3. a) 12 b) 39 4. a) 4 b) 7
5. b) 55 c) 64

பயிற்சி 123:

1. b) 6 c) 2 2. b) 74 c) 122
3. I 10 II 24 III 59
4. I 70% II 9%

பயிற்சி 124:

1. a) {1,2,3,4,5} b) {1,2,3,4,5} ஆம்
2. a) {5,7} b) {5,7} ஆம்
3. a) {2,3,4,5,6,8} b) {2,3,4,5,6,8} ஆம்
4. a) { } b) { } c) ஆம்
5. a) {5,7,8} b) {5,7,8} c) ஆம் d) ஆம்
6. a) {5,7,8,9} b) {5,7,8,9} c) ஆம்
   d) தொடை ஒன்றிப்பு. இடைவெட்டு செய்கைகள் பரம்பல் விதிக்கு அமைவன.
7. a) { } b) { } c) ஆம்
8. a) {1,2,4,5} b) {1,2,4,5} c) ஆம்
9. a) { } b) { ε }
10. a) X b) X c) X d) ∅ e) X

பயிற்சி 125:

1. I. $\frac{1}{2}$ II. $\frac{1}{4}$ III. $\frac{1}{2}$ IV. $\frac{1}{4}$
2. II. $\frac{9}{16}$ III. $\frac{1}{16}$ V. $\frac{1}{64}$ VI. $\frac{27}{64}$ VII. $\frac{27}{32}$
3. a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{6}{25}$ c) $\frac{13}{25}$
4 III. $\frac{3}{10}$ IV. $\frac{1}{10}$ V. $\frac{3}{5}$

5. II. $\frac{64}{125}$ III. $\frac{48}{125}$ V. $\frac{124}{125}$

பயிற்சி 126:

1. a) I. $\frac{3}{14}$ II. $\frac{2}{7}$ III. $\frac{1}{28}$

   b) I. 0 II. $\frac{1}{14}$ III. $\frac{2}{7}$

2. b) I. $\frac{5}{7}$ II. $\frac{2}{7}$ III. 0

3. a) $\frac{11}{40}$ b) 1 c) $\frac{11}{40}$ d) $\frac{1}{20}$ 4. $\frac{13}{20}$

பயிற்சி 127:

1. a) $\frac{3}{20}$ b) $\frac{11}{20}$

2. a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{21}{80}$

3. a) $\frac{5}{42}$ b) $\frac{5}{14}$ c) $\frac{20}{21}$ d) $\frac{5}{42}$

4. b) 42% c) 60 பேர்

5. a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{2}{7}$ c) $\frac{15}{28}$ d) $\frac{1}{56}$

பயிற்சி 128:

1. a) III. $\frac{1}{2}$ b) VI. $\frac{1}{14}$

2. a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{6}$

3. b) $\frac{1}{11}$ c) $\frac{16}{33}$

4. II. a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{9}$

புதிய பாடத்திட்டத்திற்கு அமைய
ஆசிரியரினால் எழுதப்பட்ட நூல்கள்

1. கணிதம் தரம் 6
2. கணிதம் தரம் 7
3. கணிதம் தரம் 8
4. கணிதம் தரம் 9
5. கணிதம் தரம் 10
6. கணிதம் தரம் 11
7. Mathematics Grade - 6
8. Mathematics Grade - 7
9. Mathematics Grade - 8
10. Mathematics Grade - 9
11. Mathematics Grade - 10
12. Mathematics Grade - 11

ISBN 978-955-1472-67-2