கணிதத்துக்கு

துணைக்கரம்

கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்

கல்வி அமைச்சு - கணிதக் கிளை

கல்வி
அமைச்சு

கணிதத்துக்கு துணைக்கரம்

கல்வி அமைச்சின் கணிதக் கிளை செயற்படுத்தும் பிள்ளைகளின் கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர சாதாரண தரப் பரீட்சையின் கணிதப் பெறுபேறுகளை அதிகரிக்கும் பரிகார வேலைத்திட்டம்.

கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்

முதற் பதிப்பு - ஆகஸ்ட் - 2007
திருத்திய இரண்டாம் பதிப்பு - 2012

கல்வி அமைச்சின் கணிதக் கிளையினால்
அரசாங்க அச்சகக் கூட்டுத்தாபனத்தில்
அச்சிடப்பட்டு வெளியிடப்பட்டது.

கௌரவ கல்வி அமைச்சரின் செய்தி

"கணிதத்தின் அடிப்படையையும் கருத்தையும் புரிந்துகொள்ளும்போது கற்றல் இலகுவாகும்"

கணிதபாடம் பிள்ளைகளின் தர்க்க ரீதியான ஆற்றலை வளர்ச்சியடையச் செய்வதோடு மூளையின் செயற்பாட்டை அதிகரிக்கவும் உதவும். தர்க்க ரீதியாக சிந்திக்கும் பிள்ளைகள் மிகச் சரியான தீர்மானங்களை எடுப்பவர்களாகப் பரிணாமமடையும் செயற்பாடு இடம் பெறுவது பிள்ளைகளுக்கு சிறுவயது முதல் கணிதச் செய்கைகளைச் சரியாகவும் முறையாகவும் கற்பிப்பதன் ஊடாகவேயாகும். அங்கு கணித பாடத்தின் அடிப்படைகளின் மூலம் பிள்ளைகளின் மனதில் சரியான அடித்தளத்தைக் கட்டியெழுப்ப வேண்டும். பெரும்பாலானோர் கணித பாடத்தைச் சிக்கலான, கடினமான ஒரு பாடமாக எண்ணினாலும் கணிதத்தின் அடிப்படையையும் கருத்தையும் விளங்கிக்கொள்ளும்போது பாடத்தைக் கற்பது இலகுவாகும்.

பிள்ளைகளுக்கு கணிதக் கல்வியை இலகுவாக்கி உள்ளத்துக்கு மகிழ்ச்சியையும் பாட அறிவையும் பிள்ளைகளுக்கு வழங்கும் வகையில் கல்வி அமைச்சின் கணிதப்பிரிவு "கணிதத்துக்கு துணைக்கரம்" இந் நூலைத் தயாரித்துள்ளது.

இந்நூலைக் கற்றும், தொடர் பயிற்சிகளில் ஈடுபட்டும் சுய அறிவை விருத்தி செய்வதன் மூலம் பாடத்தின் புதிய பகுதிகளைக் கண்டறிந்து கணிதத்தில் திறமையுடையவர்களாகி அற்புதமான படைப்புகளை நாட்டுக்கு வழங்க இலங்கையின் பிள்ளைகளுக்கு ஆற்றல் கிடைக்க வேண்டுமென்று ஆசீர்வதிக்கிறேன்.

பந்துல குணவர்தன
கல்வி அமைச்சர்,
கல்வி அமைச்சு

கல்விச் செயலாளரின் செய்தி

கணிதம் தொடர்பான அறிவு வாழ்வின் எல்லாச் சந்தர்ப்பங்களிலும் நம் அனைவருக்கும் தேவைப்படும் ஒன்றாகும். கணிதம் ஒரு பிரதானமான பாடமாகவும் கட்டாயம் சித்தியடையவேண்டிய பாடமாகவும் இருப்பதால் அதன் அடைவு மட்டத்தை உயர்ந்த பெறுமானத்தில் பேணிக்கொள்வது நம் அனைவரின் எதிர்பார்ப்பாகும்.

ஒரே வகுப்பில் வித்தியாசமான அறிவு மட்டங்களையுடைய பிள்ளைகள் இருப்பினும் கணிதம் எல்லோருக்கும் பொதுவானதாகக் கற்பிக்கப்படுவதால் வகுப்பறையில் பாடத்தை நன்கு விளங்கிக் கற்போர் குறித்த சில மாணவர்களே ஆவர். கணித பாடம் மாணவரின் ஆற்றலுக்கேற்பப் படிமுறை படிமுறையாக விளங்கிக்கொள்ளவேண்டிய ஒரு பாடம் என்பதால் கணிதத்தைக் கற்கும் பின்னடைவான மாணவர் மட்டில் மேலும் கவனத்தைச் செலுத்த வேண்டி உள்ளது.

இந்நிலைக்குத் தீர்வைக் காணும் நோக்கில் கல்வி அமைச்சின் கணிதக்கிளை, கஸ்டப்பிரதேச மாகாணங்களில் கணித பாடத்தில் பின்னடைவான பிள்ளைகளுக்காகத் தொடங்கிய கணித பின்னூட்டல் வேலைத்திட்டம் மிகப் பயனளித்துள்ளது. மேலும் அன்று க.பொ.த.சாதாரண தரத்தில் கணித பாடத்தின் சித்திச் சதவீதம் 40% ஆக இருந்த நிலை மாறி இக்கணித பின்னூட்டல் வேலைத்திட்டத்தை நடைமுறைப்படுத்திய பின்னர் அது 55% ஐத் தாண்டிச் சென்றுள்ளது.

மிகப்பயனுள்ள இக்கணித பாட வேலைத்திட்டம் எல்லா வலயங்களிலும் நடைமுறைப்படுத்தப்படும் எனவும் அதற்கு "கணிதத்துக்கு துணைக்கரம்" எனும் இந்நூல் பெருந்துணையாக அமையும் எனவும் நம்புகிறேன்.

எச்.எம்.குணசேகர

செயலாளர்,

கல்வி அமைச்சு

இசுருபாய, பத்தரமுல்ல

2012.04.17

கல்வி வெளியீட்டு ஆணையாளர் நாயகத்தின் செய்தி

சிந்தனைத்திறன் மிக்க ஒரு மனிதனை உருவாக்குவதற்கு கணித பாடம் மிக உறுதுணையாக இருக்கிறது. உலகின் மற்றைய நாடுகளையும் தோற்கடித்து இப்பாடத்தில் திறமைகளை வெளிப்படுத்தும் பிள்ளைகள் எமது நாட்டில் உள்ளனர். கணித பாடத்தில் பின்னடைவான மாணவர்களையும் இவ்வாறான உயர்ந்த நிலைக்குக் கொண்டு வருதல் முக்கியமானதாகும்.

இவ்வாறான ஒரு பணிக்கு பின்னூட்டல் நடவடிக்கையாக கல்வி அமைச்சின் கணிதக்கிளை தயாரித்துள்ள இந்நூலை கணித பாடத்தின் மேலதிக வாசிப்பு நூலாக உங்களுக்கு வழங்க கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம் நடவடிக்கை எடுத்துள்ளது. கணித பாடத்தில் பின்னடைவான மாணவர்கள் இந்நூலைக் கற்று பாட நிபுணர்களாக மாறுவதைக் காண்பது எமது எதிர்பார்ப்பாகும்.

இப்பணியில் பங்களிப்புச் செய்த அனைவருக்கும் எனது பாராட்டுகளைத் தெரிவிப்பதுடன், சீரான சிந்தனைத்திறனுடன் நாட்டின் நலனுக்காகச் செயற்படும் ஒரு சமூகத்தை உருவாக்குவதற்காக இம்முயற்சி பயனுடையதாக வேண்டும் என்று மனப்பூர்வமாக வாழ்த்துகிறேன்.

திஸ்ஸ ஹேவாவிதான
கல்வி வெளியீட்டு ஆணையாளர் நாயகம்

கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்,
இசுருபாய,
பத்தரமுல்ல
2012.04.17

கணிதக் கல்விப் பணிப்பாளரின் செய்தி

கணித பாடத்தில் பின்னடைவைக் காட்டும் மாணாக்கரின் அடைவு மட்டத்தை அதிகரிக்கும் நோக்குடன், கல்வி அமைச்சின் கணிதக் கிளை நடைமுறைப்படுத்திய விசேட சுயகற்றல் வேலைத்திட்டத்தின் கீழ் அறிமுகப்படுத்திய "கணிதத்துக்கு துணைக்கரம்" நூலை மாணவ உலகுக்கு மிக்க மகிழ்வுடன் வழங்குகிறோம்.

ஆசிரியர்கள், மாணவர்கள் மத்தியில் பரவலாகப் பிரபல்யமடைந்துள்ள இந்நூலைப் பயன்படுத்தி 2008, 2009, 2010, 2011 ஆகிய வருடங்களில் நாட்டில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட கல்வி வலயங்களில் நடைமுறைப்படுத்திய க.பொ.த.சா/த பரீட்சையின் பெறுபேறுகளை அதிகரிக்கும் பின்னூட்டல் வேலைத்திட்டத்தில் கலந்து கொண்ட மாணவர்களின் கணித சித்திச் சதவீதம் மிக உயர்ந்த மட்டத்தில் இருந்தது என்பது புள்ளிவிபரங்களால் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது. உதாரணமாக வடமேல் மாகாணத்தின் நிக்கவரட்டி கல்வி வலயத்தில் இவ்வேலைத்திட்டத்தில் கலந்து கொண்ட மாணவர்கள் A,B சித்திகளுடன் 92% சித்திச் சதவீதத்தைப் பெற்றுள்ளனர். இவர்கள் அனைவரும் மேற்படி வேலைத்திட்டத்திற்கு தேர்ந்தெடுப்பதற்கான அடிப்படையாகிய தரம் 10 இறுதித் தவணைப் பரீட்சையில் கணித பாடத்தில் 35% இலும் குறைவான புள்ளிகளைப் பெற்றவர்கள் என்பதை சிறப்பாகக் குறிப்பிட வேண்டும்.

கணிதத்துக்கு துணைக்கரம் நூலைப் பயன்படுத்தி இவ்வேலைத்திட்டத்தில் பங்கேற்ற கணித பாடத்தில் குறைந்த புள்ளிகளைப் பெற்ற மற்றைய வலயங்களைச் சேர்ந்த மாணவர்களும் 75% இலும் கூடிய சித்திச் சதவீதத்தைப் பெற்றுள்ளனர். எனவே, ஆசிரியர்கள், மாணவர்கள், பெற்றோர், மற்றும் அதிகாரிகள் ஆகியோரின் பலத்த வேண்டுதலின் பேரில் இவ்வேலைத் திட்டத்தை நாட்டில் எல்லா வலயங்களிலும் நடைமுறைப்படுத்த கல்வி அமைச்சு தீர்மானித்துள்ளது. அதற்கேற்ப இத்திருத்திய பதிப்பு, முதற்பதிப்பின் பயிற்சிகளின் திருத்தங்களுடன் புதிய பாடப்பகுதிகளையும், புதிய பரீட்சை முறைமைக்கு உரியதாகத் தயாரிக்கப்பட்ட வினாக்களையும் உள்ளடக்கியதாக வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது.

மாணவர்களை ஊக்குவித்து, அவர்களைச் சுய கற்றலுக்குத் தூண்டி எதிர்பார்க்கும் வெற்றியைப் பெற்றுக்கொள்ள அவசியமான வழிகாட்டலை ஆசிரியர்கள் வழங்குவார்கள் என எதிர்பார்க்கின்றேன்.

விஜயதாச ஹேவாவிதாரன
கல்விப் பணிப்பாளர் (கணிதம்)
கல்வி அமைச்சு இசுருபாய,
பத்தரமுல்ல.
2012.04.06

பங்களிப்புச் செய்தோர்

ஒழுங்கமைப்பும் வழிநடத்துகையும்

திரு.விஜேதாச ஹேவாவிதாரண	-	கல்விப் பணிப்பாளர் (கணிதம்) கல்வி அமைச்சு

முதற்பதிப்பு

திரு எச்.எம்.ஏ.ஜயசேன	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் ஹக்மன வலயம்
திரு.ஜே.டி.டி.ஆரியரத்ன	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் தெஹியோவிட்ட வலயம்

எழுத்தாளர் குழு

திருமதி.பீ.எம்.பிசோ மெனிக்கே	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் நிக்கவரட்டி வலயம்
திருமதி.எச்.வீ.ஜீ.பீ.விக்கிரமசிங்க	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் அம்பாந்தோட்டை வலயம்
திரு. பிரேமசிறி ரத்துவடு	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் அம்பலாங்கொடை வலயம்
திருமதி.ஜீ.எச்.எஸ்.ரஞ்சனி த சில்வா	-	தர்மபால வித்தியாலயம் பன்னிபிட்டிய
திரு. அமில ஜயசிங்க	-	நாபிரித்தவெவ. ம.வி. இப்பாகமுவ
திருமதி.டீ.எச்.வீரகோன்	-	ஸ்ரீ மேதங்கர ம.வி. ஹொரண.
திருமதி.டபிள்யு.கே.சிரானி புஸ்பமாலா	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் பிலியந்தலை வலயம்
திரு.வை.வீ.ஆர்.விதாரம	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் தெஹியோவிட்ட வலயம்
திரு.பீ.டீ.டியுடர்	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் காலி வலயம்
திருமதி.ஜீ.கே.எம்.டி.எஸ்.கவிராஜ்	-	உதவிக் கல்விப் பணிப்பாளர் ஹட்டன் வலயம்.
திரு.பீ.ஜீ.கே.எல்.டயஸ்	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் கண்டி வலயம்
திரு.பீ.எல்.மித்ரபால	-	உதவிக் கல்விப் பணிப்பாளர் ஹக்மன வலயம்
திரு.பீ.பீ.பீ.கலுபோவில	-	தர்மபால ம. வி. இரத்தினபுரி.

இரண்டாம் பதிப்பு

திரு.எச்.எம்.ஏ.ஜயசேன	-	ஓய்வுபெற்ற ஆசிரிய ஆலோசகர் ஹக்மன வலயம்
திருமதி.பீ.எம்.பிசோமெனிக்கே	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் நிக்கவரட்டி வலயம்

இரண்டாம் பதிப்பு உதவி

திருமதி.ஆர்.எம்.பீ.எம்.குமாரிஹாமி	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் நிக்கவரட்டி வலயம்
திருமதி.டி.எம்.எஸ்.டீ.கே.திசாநாயக்க	-	நிக்/ வாரி/ நாவின்ன க.வி. வாரியபொல
திருமதி.ஆர்.எம்.என்.குமாரிஹாமி	-	நிக்/ வாரி/ ஸ்ரீ சுனந்த ம. வி. பாதெனிய

கணினி பக்க அமைப்பு

ஏ.எம்.தம்மிக. சமன்குமார	-	"தம்மிக ஆட்ஸ்" வாரியபொல

ஒழுங்கமைப்பு உதவி:

திரு.சரத் வீரசிங்க	-	பிரதிக் கல்விப் பணிப்பாளர், கல்வி அமைச்சு, கணிதக் கிளை
செல்வி.பீ.பீ.நிரோசி	-	உதவிக் கல்விப் பணிப்பாளர், கல்வி அமைச்சு, கணிதக் கிளை
திருமதி.ஸ்ரீமா தசனாயக்க	-	உதவிக் கல்விப் பணிப்பாளர், கல்வி அமைச்சு, கணிதக் கிளை
திரு.ஆர்.டபிள்யு.மெத்தானந்த	-	உதவிக் கல்விப் பணிப்பாளர், கல்வி அமைச்சு, கணிதக் கிளை

மொழிபெயர்ப்பு

திரு.ஆர்.எஸ்.இ.புஸ்பராஜன்	-	உதவிக் கல்விப் பணிப்பாளர் வலயக் கல்விப் பணிமனை புத்தளம்

கணினி பக்க அமைப்பு

செல்வி. செல்லையா நகுலேஸ்வரி

பரீட்சை ஆணையாளரின் மதிப்பீட்டு அறிக்கையின்படி க.பொ.த.(சா/த) பரீட்சையில் மாணவ துலங்கல்கள் பற்றிய அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

அவதானிப்புகள் :

விடைப் பத்திரங்களைத் திருத்தும்போது மாணவ துலங்கல்களில் அதிகமாகக் காணக் கிடைத்ததாகப் பிரதம பரீட்சகர்களின் அறிக்கைகளில் குறிப்பிடப்பட்டிருந்த பொதுவான குறைபாடுகளில் சிலவற்றைக் கீழே தருகிறோம்.

1. வினாக்களை நன்கு வாசித்து சிக்கலின்றி விளங்கிக் கொள்ளாமை.
2. விடைகளுடன் காரணம் கூறத்தவறுதல், அலகுகளைக் குறிக்கத் தவறுதல் மற்றும் அவைபற்றிக் கவனம் செலுத்தாமை.
3. விடைகளுக்கு உரிய அலகுகளைக் குறிக்காமை.
4. மொழித் திறனிலுள்ள வெவ்வேறு குறைபாடுகளும் அதன் மூலம் மேலெழும் தொடர்பாடல் குறைபாடுகளும்.
5. மாணவரின் கையெழுத்து, இலக்கங்கள், குறியீடுகள் தெளிவின்மை.
6. கணித்தல் தொடர்பான அறிவு போதியதாக இல்லாமை.
   பெருக்கல் வாய்பாடுகளைச் சரியாக அறிந்திருக்காமை என்பன காரணமாகப் பிழைகள் விடுவதனால் கூடுதலான புள்ளிகளை இழத்தல்.
7. வினாவின் எண்ணையும் அதன் பகுதிகளின் எண்ணையும் தெளிவாகக் குறிப்பிடாமை.
8. பின்னம், தசமம் என்பவற்றைச் சுருக்குவதிலுள்ள குறைபாடுகள்.
9. கற்ற விடயங்களை மீட்டல் செய்யாமை.
10. அடிப்படைக் கணித எண்ணக்கருக்கள் கட்டியெழுப்பப்படாமை.
11. கேத்திர கணிதப் பிரசினங்களுக்கு தர்க்க ரீதியான விடைகளை வழங்குவதிலுள்ள குறைபாடுகள்.
12. கணிதப் பிரசினங்களுக்குத் தேவையான சுருக்குதல்களை பருமட்டான செய்கை முறைகளாகக் கருதி அவற்றை விடைகளுடன் உரியவாறு முன்வைக்காமை.

முடிவுகள் :

சில மாணவர்கள் கணிதம் 1A விடைப்பத்திரத்தில் இறுதி வினாக்களுக்கு விடையளித்திருக்காமை விடைப்பத்திரத்தில் காணக் கிடைத்தது. இதிலிருந்து இரு விடயங்கள் தெளிவாகின்றன.

1. கற்பித்தலில் பாடத்திட்டத்தில் இறுதி அலகுகளை நிறைவு செய்யாது கைவிட்டுச் செல்லும் நிலை உள்ளது என்பது
2. ஆரம்ப வினாக்களுக்கு அதிக நேரம் செலவழிப்பதனால் இறுதி வினாக்களுக்கு விடையளிக்க நேரம் போதாமல் போகிறது என்பது

கணித பாடத்தில் பருமட்டான செய்கைமுறை என்று எதுவுமில்லை. பிரசினம் தீர்க்கும்போது காட்ட வேண்டிய எளிய சுருக்குதலாயினும் பிரசினத்துக்கு அருகிலேயே காட்டப்பட வேண்டும். அப்போது பரீட்சகர் விடைக்குரிய உச்சப் புள்ளிகளை வழங்குவது இலகுவாயிருக்கும். ஆயினும் விடைக்குரிய சுருக்குதல்கள் யாவற்றையும் விடைத்தாள் கோவையின் கடைசிப் பக்கத்தில் ஒழுங்கற்றதாகச் செய்வதன் மூலம் அவற்றுக்குரிய புள்ளிகளை இழக்க வேண்டி ஏற்படும்.

மாணவ மணிகளுக்கு ஒரு வார்த்தை.....

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர சாதாரண தரப் பரீட்சைக்குத் தோற்றும் பிள்ளைகளில் குறிப்பிடத்தக்க எண்ணிக்கையினர் சித்தியடையாமைக்குக் காரணம் அவர்கள் கணிதத்தில் சித்தியைப் பெற முடியாமலிருப்பதாகும்.

கணிதமானது எளிய சந்தர்ப்பங்களிலிருந்து சிக்கலான சந்தர்ப்பங்கள் வரை முறையாக ஓர் ஒழுங்கில் கற்க வேண்டிய பாடமாகும். தரம் 6 முதல் 11 வரை ஒரே பாடத்திட்டம் முறையாக ஆழமானதாகும் வகையில் உள்ளதால் அடிப்படைச் சந்தரப்பங்களை விளங்கிக் கொள்ள சிரமமாயிருப்பின் பின்னர் கற்றல் மிகக் கஸ்டமானதாகும். தரம் 6 இலிருந்து கணிதத்தைக் கற்க உங்களுக்கு அக்கற்றல் சந்தர்பங்கள் கிடைக்காததால் அல்லது வேறு காரணங்களால் இப்பாடத்தின் மீது பின்னடைவு ஏற்படின் கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர சாதாரண தரப் பரீட்சையை சித்தியடைவது இயலாத ஓர் இலக்கு ஆகலாம். சிறப்பாக கணித பாடம் தொடர்பாக உங்களைத் தூண்டக்கூடிய மனித பௌதீக வளங்களில் பற்றாக்குறை ஏற்படும்போது கணித பாடத்தைச் சித்தி அடைவது பாரிய சவாலாகும்.

இவ்வாறான நிலைக்கு ஆளாகியிருக்கும் பிள்ளைகளின் கணித ஆற்றல்களைப் புடமிட்டு பரீட்சையில் சித்தியடைவதற்குத் தேவையான அறிவு, திறன் என்பவற்றை வழங்குவதற்கு இந்நூல் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. க.பொ.த.(சா/த) கணித பாடத்தில் சித்தியடைவதற்கு தரம் 10, 11 பாடவிடயங்களைக் கற்பது சிரமமாயினும் தரம் 6 முதல் 9 வரை கற்ற விடயங்களிலிருந்து மாத்திரம் பரீட்சையைச் சித்தியடையலாம் என்பது பின்வரும் அட்டவணையிலிருந்து தெளிவாகிறது.

தரம்	ஒவ்வொரு வருடமும் க.பொ.த.(சா/த) பரீட்சைக்கு வழங்கப் பட்ட கணித வினாப் பத்திரத்தில் அவ்வவ் வகுப்புகளுக்கு உரியதாகப்பெறக் கூடியதாயிருந்த புள்ளிகள்		
	2010	2009	2008
6	6.3	5.6	4.5
7	10.3	10.4	9.0
8	21.4	15.4	11.3
9	39.0	41.3	36.8

இதன்படி மெல்லக் கற்கும் மாணவர்களுக்காக கஸ்டமான பாட விடயங்களைத் தவிர்த்து சிறப்பாகத் தெரிந்தெடுத்த பாட அலகுகள் மிக எளிய மட்டத்திலிருந்து படிமுறையாக சிக்கலாகுமாறு உதாரணங்கள் மற்றும் பயிற்சிகளை ஒழுங்கு முறையில் உட்படுத்தி கணிதத்துக்கு துணைக்கரம் எனும் இந்நூல் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. கணித பாட விடயங்களை ஒழுங்காகவும் முறையாகவும் கற்று, மீட்டல் செய்து சாதாரண தரப் பரீட்சையில் சித்தியடைய இது மிகப் பெரிய துணைக்கரமாய் அமையும்.

- எப்போதும் ஒரு பயிற்சியிலுள்ள எல்லாப் பிரசினங்களுக்கும் ஒழுங்கு முறையில் விடையளிக்க. அவ்வாறே எல்லாப் பயிற்சிகளுக்கும் ஒழுங்கு முறையில் விடையளிக்கவும்.
- உங்களுக்கு விளங்காத விடயங்களை அறிந்த எவரிடமும் கேட்டறிவது பொருத்தமானது. நீங்கள் பெற்ற விடைகளின் செவ்வைத் தன்மையைப் பரீட்சித்துப் பார்ப்பது மிக முக்கியமானதாகும். பிறர் எழுதிய விடைகளைப் பிரதி செய்வதை எப்போதும் செய்ய வேண்டாம்.
- இங்கு உள்ளடக்கப்பட்டுள்ள எல்லா அலகுகளையும் நன்கு கற்பதன் மூலம் நீங்கள் நிச்சயமாக சாதாரண தரப் பரீட்சையில் வெற்றியைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- இதற்கு மேலதிகமாக கடந்தகால சா/தர பரீட்சை வினாப்பத்திரங்களுக்கும் கீழ் வகுப்புகளில் பாடநூல்களிலுள்ள பயிற்சிகளுக்கும் விடையளிப்பதன் மூலம் நீங்கள் உயர்ந்த வெற்றியைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- பெருக்கல் வாய்பாடுகளை சிறப்பாகப் பயிலுதல் 4 கணிதச் செய்கைகளுக்காக 100 சதுரப் பயிற்சி செய்தல் என்பன மிகப் பயனளிக்கும்.

உங்கள் வெற்றிக்கு எமது வாழ்த்துகள்.

உள்ளடக்கம்

1. காரணிகளும் மடங்குகளும்

மடங்குகள்

செயற்பாடு 1

1 தொடக்கம் 100 வரையிலான எண்களிலிருந்து பின்வரும் மடங்குகளை எழுதுக.

2 இன் மடங்குகள் = 2, 4, 6, 8, ...

3 இன் மடங்குகள் = 3, 6, 9, 12, ...

4 இன் மடங்குகள் = 4, 8, 12, 16, 20, ...

5 இன் மடங்குகள் = 5, 10, 15, ...

6 இன் மடங்குகள் = 6, 12, 18, 24, ...

7 இன் மடங்குகள் = 7, 14, 21, 28, ...

8 இன் மடங்குகள் = 8, 16, 24, 32, ...

9 இன் மடங்குகள் = 9, 18, 27, ...

10 இன் மடங்குகள் = 10, 20, ...

பொது மடங்குகளில் சிறியது (பொ.ம.சி)

உதாரணம்

(1). 2, 3, 5 ஆகியவற்றின் பொதுமடங்குகளில் சிறியதைக் காண்க. (பொ.ம.சி)

2 இன் மடங்குகள் :- 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28
$\boxed{30}$ 32 34 36 38 40 42 44 46 48 50 52 54 56
58 $\boxed{60}$ 62 64 66 68 70 72 74 76 78 80 82 84
86 88 $\boxed{90}$ 92 94 96 98 . . . .

3 இன் மடங்குகள் :- 3 6 9 12 15 18 21 24 27 $\boxed{30}$ 33
36 39 42 45 48 51 54 57 $\boxed{60}$ 63 66
69 72 75 78 81 84 87 $\boxed{90}$ 93 96 99

5 இன் மடங்குகள் :- 5 10 15 20 25 $\boxed{30}$ 35 40 45 50
55 $\boxed{60}$ 65 70 75 80 85 $\boxed{90}$ 95 100

மேலேயுள்ள மடங்குகளில் 2,3,5 ஆகியவற்றின் பொது மடங்குகளாவன கட்டங்களில் உள்ள எண்கள் மாத்திரமே ஆகும்.

2, 3, 5 ஆகியவற்றின் பொது மடங்குகள் :- 30, 60, 90

∴ 2, 3, 5 ஆகியவற்றின் பொது மடங்குகளில் சிறியது = 30

2, 3, 5 ஆகியவற்றின் பொது மடங்குகளில் பெரியதைக் கூற முடியாது.

பயிற்சி 1 : 1

(1). செயற்பாடு 1 இல் நீர் பெற்ற மடங்குகளிலிருந்து நிரப்புக.

பொ.ம.சி பெற வேண்டிய எண்கள்	பொது மடங்குகள்	பொது மடங்கு களில் சிறியது
2, 3		
3, 4		
3, 7		
4, 7		
3, 5, 6		
2, 3, 5		
2, 5, 6		
3, 5, 9		
3, 4, 5		

பொ.ம.சி பெற வேண்டிய எண்கள்	பொது மடங்குகள்	பொது மடங்கு களில் சிறியது
4, 5, 6		
1, 2, 3, 4		
2, 4		
3, 6		
5, 10		
3, 6, 9		
2, 4, 8		
3, 4, 6, 8		
5, 6, 8, 10		

(2). மடங்குகளின் அட்டவணையில் இருந்து பின்வரும் எண் தொகுதியின் பொது மடங்குகளில் சிறியதைக் காண்க.

(i). 4, 8, 12
(ii). 3, 7, 6
(iii). 4, 5, 8
(iv). 2, 4, 5
(v). 3, 6, 12, 4
(vi). 5, 7
(vii). 2, 4, 9
(viii). 2, 7, 9
(ix). 2, 6, 7, 12
(x). 4, 8, 5,10
(xi). 5, 7, 10, 2
(xii). 12, 6, 5, 4,

முதன்மை எண்களிலிருந்து எண்களின் பொது மடங்குகளில் சிறியதைக் காணல்

உதாரணம்

(1). 6, 8, 36 ஆகிய எண்களின் பொது மடங்குகளில் சிறியதைக் காண்க. (பொ.ம.சி)

(i). **காரணிகளைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம்**

எண்	காரணிகள் முதன்மை எண்களின் பெருக்கமாக	காரணிகள் வலுவில்
6	2×3	2×3
8	$2 \times 2 \times 2$	2^3
40	$2 \times 2 \times 2 \times 5$	$2^3 \times 5$

எல்லா எண்களினதும் எல்லாக் காரணிகளினதும் மிகப் பெரிய சுட்டியை உடைய வலுக்களின் பெருக்கம் பொ.ம.சி ஆகும்.

6, 8, 40 ஆகியவற்றின் பொது மடங்குகளில் சிறியது $= 2^3 \times 3 \times 5$

$= 8 \times 3 \times 5$

$= \underline{\underline{120}}$

(ii). **வகுத்தல் முறை மூலம் (முதன்மை எண்களால் வகுப்பதன் மூலம்)**

$$\begin{array}{r|l} 2 & 6, 8, 12 \\ \hline 2 & 3, 4, 6 \\ \hline 3 & 3, 2, 3 \\ \hline 2 & 1, 2, 1 \\ \hline & 1, 1, 1 \end{array}$$

வகுக்கும்போது மீதியின்றி வகுபடாத எண்ணொன்று இருப்பின் அவ்வெண் மீண்டும் எழுதப்படும்.

6, 8, 12 ஆகியவற்றின் பொ.ம.சி $= 2 \times 2 \times 3 \times 2$

$= \underline{\underline{24}}$

எண்கள் சிலவற்றின் பொ.ம.சி ஆனது அவ்வொவ்வொரு எண்ணினாலும் மீதியின்றி வகுபடும்.

பயிற்சி 1 : 2

(1). கீழே காட்டப்பட்டுள்ள எண்தொகுதிகளின் பொது மடங்குகளில் சிறியதை வகுத்தல் முறை மூலம் காண்க.

(i). 15, 18, 21
(ii). 9, 12, 25
(iii). 8, 15, 36
(iv). 12, 27, 30
(v). 15, 18, 25
(vi). 20, 25, 30
(vii). 18, 20, 30
(viii). 20, 36, 48
(ix). 6, 15, 20, 24
(x). 6, 8, 9, 18
(xi). 7, 9, 21, 3
(xii). 7, 6, 12, 14

(2). மேலேயுள்ள எண்தொகுதிகளின் பொது மடங்குகளில் சிறியதை காரணிகளைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

பொதுக் காரணிகளில் பெரியது (பொ.கா.பெ)

உதாரணம்

(1). 36, 54, 72 ஆகிய எண்களின் பொ.கா.பெ. ஐக் காண்க.

முறை 01 :- காரணிகள் மூலம்

36, 54, 72 ஆகியவற்றை இரண்டு எண்களின் பெருக்கமாக எழுதக் கூடிய மாதிரிகள்

$36 = 1 \times 36$	$54 = 1 \times 54$	$72 = 1 \times 72$
$36 = 2 \times 18$	$54 = 2 \times 27$	$72 = 2 \times 36$
$36 = 3 \times 12$	$54 = 3 \times 18$	$72 = 3 \times 24$
$36 = 4 \times 9$	$54 = 6 \times 9$	$72 = 4 \times 18$
$36 = 6 \times 6$		$72 = 6 \times 12$
		$72 = 8 \times 9$

'×' அடையாளத்தினால் பிணைக்கப்பட்டுள்ள எல்லா எண்களும் காரணிகளாகும்.

36 இன் காரணிகள் $\therefore = 1, 2, 3, 4, \boxed{6}, \boxed{9}, 12, \boxed{18}, 36$

54 இன் காரணிகள் $= 1, 2, 3, \boxed{6}, \boxed{9}, \boxed{18}, 27, 54$

72 இன் காரணிகள் $= 1, 2, 3, 4, \boxed{6}, 8, \boxed{9}, 12, \boxed{18}, 24, 36, 72$

36,54,72 ஆகியவற்றின் பொதுக் காரணிகள் கட்டமிடப்பட்டுள்ளன

36, 54, 72 ஆகிய எண்களின் பொதுக்காரணிகள் $= 6, 9, \boxed{18}$

36, 54, 72 ஆகிய எண்களின் பொதுக்காரணிகளில் பெரியது $= \underline{18}$

எண்கள் சிலவற்றை மீதியின்றி வகுக்கக்கூடிய மிகப் பெரிய எண் அவ்வெண்களின் பொதுக் காரணிகளில் பெரியது ஆகும்.

முறை 02 :- முதன்மைக் காரணிகள் மூலம்

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times \boxed{3^2}$$
$$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 = \boxed{2} \times 3^3$$
$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$$

மூன்று எண்களினதும் பொதுக் காரணிகளில் மிகக் குறைந்த வலுக்களைப் பெருக்குவதன் மூலமும் பொ.கா.பெ பெறப்படும் 36,54,72 ஆகியவற்றின் பொ.கா.பெ
$= 2 \times 3^2 = 2 \times 3 \times 3 = \underline{18}$

மூன்று எண்களினதும் சகல பொதுக் காரணிகளையும் பெருக்குவதன் மூலம் பொ.கா.பெ பெறப்படும்

$\therefore$ 36, 54, 72 ஆகியவற்றின் பொ.கா.பெ $= 2 \times 3 \times 3 = \underline{18}$

பயிற்சி 1 : 3

(1). கீழேயுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்பி 60, 90, 135 ஆகியவற்றின் பொதுக்காரணிகளில் பெரியதைக் காண்க.

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \quad = 2^2 \times 3 \times 5$

$90 = ... \times .... \times .... \times .... \quad = ... \times .... \times ....$

$135 = ... \times .... \times .... \times .... \quad = ... \times .... \times ....$

60, 90, 135 ஆகியவற்றின் பொதுக் காரணிகளில் பெரியது = ... × .... = ...

(2). காரணிகளைப் பயன்படுத்தி கீழே தரப்பட்டுள்ள எண் தொகுதிகளின் பொ.கா.பெ ஐக் காண்க.

(i). 12, 18, 30	(vii). 63, 105, 147
(ii). 36, 63, 45	(viii). 72, 180, 252
(iii). 54, 90, 108	(ix). 32, 48, 80, 96
(iv). 90, 135, 225	(x). 12, 30, 48, 66
(v). 70, 84, 98	(xi). 44, 11, 88, 33
(vi). 84, 140, 196	(xii). 18, 45, 36, 90

பொ.ம.சி / பொ.கா.பெ ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தல்

உதாரணம்

(1). ஒரு தொழிற்சாலையில் இயந்திரங்களின் நிலைமையைப் பரீட்சிப்பது நான்கு வாரங்களுக்கு ஒரு தடவையும் உற்பத்திகளின் நிலைமையைப் பரீட்சிப்பது மூன்று வாரங்களுக்கு ஒரு தடவையும் ஆவணங்கள் பேணலைப் பரீட்சிப்பது இரண்டு வாரங்களுக்கு ஒரு தடவையும் இடம் பெறுகின்றது. குறித்த ஒரு வருடத்தில் ஜனவரி மாதம் இரண்டாம் வாரத்தில் வரும் செவ்வாய்க்கிழமை மேற் குறித்த மூன்று பரீட்சித்தல்களும் இடம் பெற்றன. இதன் பின்னர் இம் மூன்று பரீட்சித்தல்களும் எத்தனை வாரங்களின் பின்னர் மீண்டும் ஒரே தடவையில் இடம் பெறும்?

இங்கு, இயந்திரங்களின் நிலைமையைப் பரீட்சிப்பது தொடக்கத்திலிருந்து 4,8,12... வாரங்களின் பின்னர் இடம் பெறும்.

உற்பத்திகளின் நிலைமையைப் பரீட்சிப்பது தொடக்கத்திலிருந்து 3,6,9... வாரங்களின் பின்னர் இடம் பெறும்.

ஆவணங்கள் பேணலின் நிலைமையைப் பரீட்சிப்பது தொடக்கத்திலிருந்து 2,4,6... வாரங்களின் பின்னர் இடம் பெறும்.

∴ ஒரே தடவையில் இடம் பெறும் சந்தர்ப்பத்தைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு பொ.ம.சி ஐப் பெற வேண்டும்.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 4\ \ 3\ \ 2 \\ \hline & 2\ \ 3\ \ 1 \end{array}$$

∴ 4, 3, 2 ஆகியவற்றின் பொ.ம.சி $= 2 \times 2 \times 3 \times 1 = 12$ ஆகும்.

∴12 வாரங்களின் பின்னர் மீண்டும் ஒரே தடவையில் பரீட்சித்தல்கள் இடம் பெறும்.

பயிற்சி 1 : 4

(1). ஒரு நோயாளிக்கு உறைக் குளிகை, வில்லை, திரவ மருந்து ஆகியவற்றை 6 மணித்தியாலத்திற்கு ஒரு தடவை உறைக் குளிகைகளையும் 8 மணித்தியாலத்திற்கு ஒரு தடவை வில்லைகளையும் 12 மணித்தியாலத்திற்கு ஒரு தடவை திரவ மருந்தையும் பாவிக்குமாறு ஆலோசனை வழங்கப்பட்டிருந்தது. குறித்த ஒரு தினத்தில் மு.ப 6.00 இற்கு இம் மூன்று வகைகளையும் ஒரே தடவையில் பாவித்த ஒருவர் மீண்டும் எத்தனை மணித்தியாலங்களின் பின்னர் அம் மூன்று வகைகளையும் ஒரே தடவையில் பாவிப்பார்? அந்நேரம் யாது?

(2). குறித்த ஒரு நகரிலிருந்து A எனும் நகரத்துக்கு 15 நிமிடங்களுக்கு ஒரு தடவையும் B எனும் நகரத்துக்கு 20 நிமிடங்களுக்கு ஒரு தடவையும் C எனும் நகரத்துக்கு 30 நிமிடங்களுக்கு ஒரு தடவையும் பஸ் வண்டிகள் புறப்பட்டுச் செல்கின்றன. மு.ப 7.00 மணிக்கு ஒரே தடவையில் மூன்று நகரங்களுக்கும் மூன்று பஸ் வண்டிகள் புறப்பட்டுச் சென்றன. மீண்டும் பஸ் வண்டிகள் ஒரே தடவையில் புறப்பட்டுச் செல்லும் நேரம் யாது?

(3). மின் சமிக்ஞைத் தூண் ஒன்றில் இருந்து நீலம், சிவப்பு, மஞ்சள் ஒளிகள் பின்வருமாறு வழங்கப்படும்.

நீல நிறச் சமிக்ஞை 3 மணித்தியாலங்களுக்கு ஒரு தடவை

சிவப்பு நிறச் சமிக்ஞை 4 மணித்தியாலங்களுக்கு ஒரு தடவை

மஞ்சள் நிறச் சமிக்ஞை 6 மணித்தியாலங்களுக்கு ஒரு தடவை

மூன்று சமிக்ஞைகளும் திங்கட் கிழமை $2000h$ இற்கு ஒரே தடவையில் ஒளிர்ந்தன. அச்சமிக்ஞைகள் மீண்டும் ஒரே தடவையில் ஒளிரும் நாளையும் நேரத்தையும் காண்க.

(4). $16cm, 24cm, 32cm$ நீளங்களையுடைய மூன்று கம்பித்துண்டுகள் உள்ளன. இவற்றிலிருந்து ஒரே அளவையுடைய மோதிரங்கள் செய்யத் தீர்மானிக்கப்பட்டது. எதுவித கழிவுமின்றி செய்யக்கூடிய பெரிய மோதிரத்துக்காக உபயோகிக்கப்படும் கம்பியின் நீளத்தைக் காண்க.

(5). மூன்று பொதிகளில் முறையே 45, 60, 90 வீதம் டொபிகள் உண்டு. கூடிய தொகை டொபிகள் உள்ளடங்குமாறும் டொபிகள் மீதியாகாதவாறும் எல்லாப் பைக்கற்றுகளிலுமுள்ள டொபிகளின் எண்ணிக்கை சமனாகுமாறும் மூன்று பொதிகளிலுமிருந்து வெவ்வேறாக பைக்கற்றுகளைச் செய்ய வேண்டியுள்ளது. அவ்வாறு செய்யக்கூடிய ஒரு பைக்கற்றில் இருக்கும் டொபிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

2. பின்னங்கள்

ஒரு பின்னம்

(i). அலகுப் பின்னம் (ii). முறைமைப் பின்னம்
(iii). முறைமையில் பின்னம் (iv). கலப்பு எண்கள்
எனப் பல வடிவங்களில் இருக்கும்.

> தொகுதி 1 ஆகுமாறு காட்டக்கூடிய பின்னங்கள் அலகுப் பின்னங்களாகும்.
> உதா :- $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$

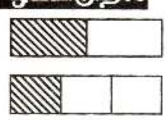
பயிற்சி 2 : 1

(1). 5 அலகுப் பின்னங்களை எழுதுக.

(2). பகுதி எண் 10 இலும் குறைவான சகல அலகுப் பின்னங்களையும் எழுதுக.

(3). $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{5}, \frac{5}{4}, \frac{1}{8}, \frac{8}{9}, \frac{1}{7}, \frac{1}{2}$ ஆகிய பின்னங்களிலிருந்து அலகுப் பின்னங்களைத் தெரிந்து மீண்டும் எழுதுக.

பின்னங்களை ஒப்பிடுதல்



$\frac{1}{2}$ ஒரே அளவில் கூடிய பகுதி நிழற்றப்பட்டுள்ளது. $\frac{1}{2}$ இற்காகும்.

$\frac{1}{3}$ எனவே $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$

அலகுப் பின்னங்களில் பகுதி எண்ணின் பெறுமானம் கூடும்போது பின்னத்தின் பெறுமானம் குறையும். தொகுதி எண்கள் சமனாகவுள்ள பின்னங்களிலும் இவ்வாறே ஆகும்.

உதா :- (i). $2 < 5 < 8 < 12 < 20$ (ii). $20 > 18 > 9 > 8 > 5 > 3$

எனவே, $\frac{1}{2} > \frac{1}{5} > \frac{1}{8} > \frac{1}{12} > \frac{1}{20}$ எனவே, $\frac{2}{20} < \frac{2}{18} < \frac{2}{9} < \frac{2}{8} < \frac{2}{5} < \frac{2}{3}$

பயிற்சி 2 : 2

(1). இங்கு தரப்பட்டுள்ள பின்னங்களை ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தி எழுதுக.

$\frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{3}, \frac{1}{10}, \frac{1}{6}$

(2). இங்கு தரப்பட்டுள்ள பின்னங்களை இறங்கு வரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தி எழுதுக.

$\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{12}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$

(3). "<" அல்லது ">" குறியீட்டை இட்டு வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(i). $\frac{1}{5}$ ..... $\frac{1}{8}$ (iii). $\frac{1}{6}$ ..... $\frac{1}{3}$ (v). $\frac{2}{7}$ ..... $\frac{2}{5}$ (vii). $\frac{1}{2}$ ..... $\frac{1}{3}$ ..... $\frac{1}{8}$

(ii). $\frac{1}{2}$ ..... $\frac{1}{10}$ (iv). $\frac{1}{4}$ ..... $\frac{1}{9}$ (vi). $\frac{3}{4}$ ..... $\frac{3}{5}$ (viii). $\frac{4}{9}$ ..... $\frac{4}{7}$ ..... $\frac{4}{5}$

(4). $\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{11}, \frac{2}{9}, \frac{2}{7}$ ஏறுவரிசையில் எழுதுக.

(5). $\frac{3}{7}, \frac{3}{5}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}$ இறங்கு வரிசையில் எழுதுக.

> **பகுதியிலும் தொகுதி சிறியதாயுள்ள பின்னங்கள் முறைமைப் பின்னங்களாகும்.**
> உதா:- $\frac{4}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{9}{10}, \frac{5}{8}$

பயிற்சி 2 : 3

(1). இங்கு தரப்பட்டுள்ள பின்னங்களில் முறைமைப் பின்னங்களைத் தெரிந்து எழுதுக.

$\frac{2}{5}, \frac{4}{3}, \frac{1}{2}, \frac{7}{13}, \frac{5}{6}, \frac{21}{20}, 1\frac{2}{3}$

(2). பகுதி எண் 5 ஆகவுள்ள எல்லா முறைமைப் பின்னங்களையும் எழுதுக.

பகுதியிலும் தொகுதி பெரிதாகவுள்ள அல்லது சமனாகவுள்ள பின்னங்கள் முறைமையில் பின்னங்களாகும்.

உதா :- $\frac{7}{2}, \frac{8}{5}, \frac{9}{4}, \frac{21}{20}, \frac{4}{4}, \frac{35}{20}$

பயிற்சி 2 : 4

(1). இங்கு தரப்பட்டுள்ள பின்னங்களில் முறைமையில் பின்னங்களைத் தெரிந்து எழுதுக.

$\frac{1}{2}, \frac{5}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{5}, \frac{11}{10}, \frac{25}{19}$

(2). தொகுதி எண் 6 ஆகவுள்ள ஐந்து முறைமையில் பின்னங்களை எழுதுக.

ஒரு முழு எண்ணையும் ஒரு முறைமைப் பின்னத்தையும் கொண்டுள்ள எண்கள் கலப்பு எண்களாகும்.

உதா :- $3\frac{1}{2}$, $4\frac{3}{7}$, $5\frac{1}{3}$, $2\frac{3}{8}$ $\qquad$ $3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}$ என வேறுபடுத்தலாம்.

பயிற்சி 2 : 5

(1). இங்கு தரப்பட்டுள்ள பின்னங்களில் கலப்பெண்களைத் தெரிந்து எழுதுக.

$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 2\frac{1}{5}, 4\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, 8\frac{5}{7}, 2\frac{7}{8}, \frac{2}{13}$

கலப்பு எண்களை முறைமையில் பின்னங்களாக மாற்றுதல்

உதாரணம்

(1). (i). $3\frac{1}{2}$ ஐ முறைமையில் பின்னமாக எழுதுக. $\qquad$ (ii). $5\frac{3}{8}$ ஐ முறைமையில் பின்னமாக எழுதுக.

$$3\frac{1}{2} = 3\frac{1}{2} = \frac{(2\times 3)+1}{2} = \frac{6+1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$5\frac{3}{8} = 5\frac{3}{8} = \frac{(5\times 8)+3}{8} = \frac{40+3}{8} = \frac{43}{8}$$

பயிற்சி 2 : 6

(1). இங்கு தரப்பட்டுள்ள கலப்பெண்களை முறைமையில் பின்னங்களாக மாற்றுக.
(விடையை ஒரே தடவையில் எழுதுக.)

(i). $2\frac{1}{3}$ $\quad$ (ii). $4\frac{3}{5}$ $\quad$ (iii). $8\frac{2}{7}$ $\quad$ (iv). $5\frac{3}{4}$ $\quad$ (v). $9\frac{2}{3}$

முறைமையில் பின்னங்களை கலப்பெண்களாக மாற்றுதல்

உதாரணம்

(1). (i). $\frac{5}{3}$ ஐ கலப்பெண்ணாக எழுதுக. $\qquad$ (ii). $\frac{9}{4}$ ஐ கலப்பெண்ணாக எழுதுக.

முறை 1 $\qquad$ முறை 2 தொகுதியைப் பகுதியால் வகுத்தல்

(i). $\frac{5}{3} = \frac{3+2}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$

(i). $3 \overline{)\,5\,}$ = 1, $\;5 - 3 = 2$

$\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

முறை 1 $\qquad$ முறை 2 தொகுதியைப் பகுதியால் வகுத்தல்

(ii). $\frac{9}{4} = \frac{8+1}{4} = \frac{8}{4} + \frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$

(ii). $4 \overline{)\,9\,}$ = 2, $\;9 - 8 = 1$

$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

பயிற்சி 2 : 7

(1). இங்கு தரப்பட்டுள்ள முறைமையில் பின்னங்களை கலப்பெண்களாக மாற்றி எழுதுக.

(i). $\frac{7}{4}$ $\quad$ (ii). $\frac{8}{3}$ $\quad$ (iii). $\frac{5}{2}$ $\quad$ (iv). $\frac{9}{5}$ $\quad$ (v). $\frac{10}{3}$ $\quad$ (vi). $\frac{20}{3}$ $\quad$ (vii). $\frac{25}{9}$ $\quad$ (viii). $\frac{23}{5}$ $\quad$ (ix). $\frac{20}{5}$ $\quad$ (x). $\frac{31}{8}$

சமவலுப் பின்னங்கள்

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ என நாம் அறிவோம். இவ்வாறு ஒன்றுக்கொன்று சமனான பின்னங்கள் சமவலுப் பின்னங்கள் ஆகும். ஒரு பின்னத்தின் தொகுதியையும் பகுதியையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கி அல்லது வகுத்து சமவலுப் பின்னங்களைப் பெறலாம்.

உதாரணம்

(1). தரப்பட்டுள்ள பின்னங்களுக்கு இரண்டு சமவலுப் பின்னங்கள் வீதம் எழுதுக.

(i). $\frac{3}{5}$ (ii). $\frac{40}{100}$

(i). $\frac{3}{5} \times \frac{2}{2} = \underline{\underline{\frac{6}{10}}}$

$\frac{3}{5} \times \frac{5}{5} = \underline{\underline{\frac{15}{25}}}$

(ii). $\frac{40}{100} = \frac{40 \div 10}{100 \div 10} = \underline{\underline{\frac{4}{10}}}$

$\frac{40}{100} = \frac{40 \div 20}{100 \div 20} = \underline{\underline{\frac{2}{5}}}$

ஒரு பின்னத்தின் தொகுதி, பகுதி ஆகிய இரண்டையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்குவதால் அல்லது ஒரே எண்ணால் வகுப்பதால் அப்பின்னத்தின் சமவலுப் பின்னம் பெறப்படும்

பயிற்சி 2 : 8

(1). தரப்பட்டுள்ள பின்னங்களுக்கு மூன்று சமவலுப் பின்னங்கள் வீதம் எழுதுக.

(i). $\frac{3}{4}$ (ii). $\frac{2}{5}$ (iii). $\frac{5}{7}$ (iv). $\frac{1}{3}$ (v). $\frac{7}{2}$ (vi). $\frac{6}{8}$ (vii). $\frac{8}{12}$ (viii). $\frac{15}{20}$ (ix). $\frac{12}{30}$ (x). $\frac{15}{50}$

பின்னங்களை எளிய வடிவில் காட்டுதல்

ஒரு பின்னத்தின் தொகுதியையும் பகுதியையும் ஒரே எண்ணால் வகுப்பதால் அப்பின்னத்தை எளிய வடிவில் காட்டலாம்.

உதாரணம்

(1). இங்கு தரப்பட்டுள்ள பின்னங்களை எளிய வடிவில் எழுதுக. (i). $\frac{4}{8}$ (ii). $\frac{15}{24}$

(i). $\frac{4}{8} = \frac{4 \div 2}{8 \div 2} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$

(ii). $\frac{15}{24} = \frac{15 \div 3}{24 \div 3} = \underline{\underline{\frac{5}{8}}}$

<u>ஒத்த எளிய முறை</u>

(i). $\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{8}_{2}} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$

(ii). $\frac{\cancel{15}^{5}}{\cancel{24}_{8}} = \underline{\underline{\frac{5}{8}}}$

பயிற்சி 2 : 9

(1). பின்வரும் பின்னங்களை எளிய வடிவில் எழுதுக.

(i). $\frac{15}{27}$ (ii). $\frac{10}{15}$ (iii). $\frac{24}{32}$ (iv). $\frac{25}{35}$ (v). $\frac{48}{108}$ (vi). $\frac{125}{500}$ (vii). $\frac{64}{72}$ (viii). $\frac{36}{81}$ (ix). $\frac{100}{125}$ (x). $\frac{60}{84}$

சமனான பகுதியையுடைய பின்னங்களைக் கூட்டல்

உதாரணம்

(i). $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \underline{\underline{\frac{5}{7}}}$ (ii). $\frac{14}{15} + \frac{13}{15} = \frac{27}{15} = 1\frac{\cancel{12}^{4}}{{}_{5}\cancel{15}} = 1\underline{\underline{\frac{4}{5}}}$

பயிற்சி 2 : 10

(1). பின்வரும் பின்னங்களைச் சுருக்கி எளிய வடிவில் எழுதுக.

(i). $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ (ii). $\frac{4}{9} + \frac{1}{9}$ (iii). $\frac{10}{11} + \frac{9}{11}$ (iv). $\frac{13}{17} + \frac{9}{17}$ (v). $\frac{5}{6} + \frac{5}{6}$

(vi). $\frac{7}{5} + \frac{3}{5}$ (vii). $\frac{3}{10} + \frac{9}{10}$ (viii). $\frac{21}{125} + \frac{97}{125}$ (ix). $\frac{124}{125} + \frac{117}{125}$ (x). $\frac{27}{40} + \frac{23}{40}$

சமனான பகுதியையுடைய கலப்பெண்களைக் கூட்டல்

உதாரணம்

முறை 01

(i). $3\frac{1}{8} + 2\frac{5}{8}$

$= 3 + 2 + \frac{1}{8} + \frac{5}{8}$

$= 5 + \frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{8}_{4}}$

$= 5 + \frac{3}{4}$

$= 5\frac{3}{4}$

(ii). $3\frac{11}{14} + 5\frac{9}{14}$

$= 3 + 5 + \frac{11}{14} + \frac{9}{14}$

$= 8 + \frac{\cancel{20}^{10}}{\cancel{14}_{7}}$

$= 8 + 1\frac{3}{7}$

$= 9\frac{3}{7}$

முறை 02
கலப்பெண்களை முறைமையில் பின்னங்களாக மாற்றுவதன் மூலம்

(ii). $3\frac{11}{14} + 5\frac{9}{14}$

$= \frac{53}{14} + \frac{79}{14}$

$= \frac{132}{14}$

$= 9\frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{14}_{7}}$

$= 9\frac{3}{7}$

பயிற்சி 2 : 11

(1). பின்வரும் பின்னங்களைச் சுருக்கி எளிய வடிவில் எழுதுக.

(i). $3\frac{1}{4} + 5\frac{1}{4}$ (ii). $8\frac{5}{13} + 3\frac{2}{13}$ (iii). $5\frac{9}{10} + 3\frac{7}{10}$ (iv). $3\frac{3}{8} + 2\frac{7}{8}$

(v). $3\frac{2}{5} + 3\frac{3}{5}$ (vi). $7\frac{4}{9} + 8\frac{8}{9}$ (vii). $5\frac{7}{12} + 3\frac{11}{12}$ (viii). $3\frac{2}{5} + 2\frac{3}{5}$

(ix). $3\frac{7}{15} + 4\frac{11}{15} + 2\frac{4}{15}$ (x). $2\frac{3}{7} + 3\frac{3}{7} + 3\frac{5}{7} + 2\frac{4}{7}$

சமனான பகுதியையுடைய பின்னங்களைக் கழித்தல்

உதாரணம்

(i). $\frac{5}{7} - \frac{3}{7}$

$= \frac{5-3}{7}$

$= \frac{2}{7}$

(ii). $1\frac{2}{9} - \frac{7}{9}$

$= \frac{9}{9} + \frac{2}{9} - \frac{7}{9}$

$= \frac{11}{9} - \frac{7}{9}$

$= \frac{4}{9}$

முறை 01

(iii). $3\frac{7}{8} - 2\frac{5}{8}$

$= 3 - 2 + \frac{7}{8} - \frac{5}{8}$

$= 1 + \frac{2}{8}$

$= 1\frac{1}{4}$

முறை 02 கலப்பெண்களை முறைமையில் பின்னங்களாக மாற்றுவதன் மூலம்

(iii). $3\frac{7}{8} - 2\frac{5}{8}$

$= \frac{31}{8} - \frac{21}{8} = \frac{10}{8}$

$= 1\frac{2}{8}$

$= 1\frac{1}{4}$

பயிற்சி 2 : 12

(1). பின்வரும் பின்னங்களைச் சுருக்கி எளிய வடிவில் எழுதுக.

(i). $\frac{8}{9} - \frac{2}{9}$ (ii). $\frac{8}{13} - \frac{7}{13}$ (iii). $\frac{11}{7} - \frac{6}{7}$ (iv). $\frac{17}{19} - \frac{15}{19}$ (v). $\frac{9}{10} - \frac{4}{10}$

(vi). $12\frac{4}{5} - 8\frac{3}{5}$ (vii). $13\frac{6}{7} - 5\frac{4}{7}$ (viii). $3\frac{5}{11} - 1\frac{6}{11}$ (ix). $8\frac{1}{5} - 6\frac{3}{5}$ (x). $8\frac{2}{7} - 2\frac{5}{7}$

(2). பின்வரும் பின்னங்களைச் சுருக்கி எளிய வடிவில் எழுதுக.

(i). $5\frac{3}{4} + 2\frac{3}{4} - 1\frac{3}{4}$ (ii). $2\frac{5}{7} + 2\frac{3}{7} - 3\frac{3}{7}$ (iii). $5\frac{5}{6} - 3\frac{1}{6} + 2\frac{1}{6}$

(iv). $8\frac{1}{9} - 3\frac{2}{9} - 3\frac{4}{9}$ (v). $6\frac{5}{11} - 2\frac{7}{11} + 3\frac{1}{11}$ (vi). $16\frac{1}{13} - 1\frac{7}{13} - 13\frac{1}{13}$

சமனற்ற பகுதியையுடைய பின்னங்களை சமனான பகுதியையுடைய பின்னங்களாக எழுதுதல்

உதாரணம்

(1). பின்வரும் பின்னச் சோடிகளை சமனான பகுதியையுடைய பின்னங்களாக எழுதுக.

(i). $\frac{1}{3}\ ,\ \frac{5}{6}$

$= \frac{1\times 2}{3\times 2}\ ,\ \frac{5}{6}$ 3,6 ஆகியவற்றின் பொ.ம.சி = 6

$= \frac{2}{6}\ ,\ \frac{5}{6}$

(ii). $\frac{2}{5}\ ,\ \frac{3}{8}$

$= \frac{2\times 8}{5\times 8}\ ,\ \frac{3\times 5}{8\times 5}$ 5,8 ஆகியவற்றின் பொ.ம.சி = 40

$= \frac{16}{40}\ ,\ \frac{15}{40}$

(iii). $\frac{5}{8}\ ,\ \frac{7}{10}$

$= \frac{5\times 5}{8\times 5}\ ,\ \frac{7\times 4}{10\times 4}$ 8,10 ஆகியவற்றின் பொ.ம.சி = 40

$= \frac{25}{40}\ ,\ \frac{28}{40}$

பயிற்சி 2 : 13

(1). பின்வரும் பின்னச் சோடிகளை சமனான பகுதியையுடைய பின்னங்களாக எழுதுக.

(i). $\frac{1}{2}\ ,\ \frac{3}{8}$ (ii). $\frac{5}{6}\ ,\ \frac{7}{12}$ (iii). $\frac{5}{8}\ ,\ \frac{7}{12}$ (iv). $\frac{5}{6}\ ,\ \frac{7}{9}$ (v). $\frac{3}{5}\ ,\ \frac{7}{8}$

(vi). $\frac{1}{6}\ ,\ \frac{5}{11}$ (vii). $\frac{2}{3}\ ,\ \frac{3}{4}$ (viii). $\frac{5}{7}\ ,\ \frac{4}{5}$ (ix). $\frac{7}{12}\ ,\ \frac{3}{7}$ (x). $\frac{5}{9}\ ,\ \frac{6}{7}$

சமனற்ற பகுதியையுடைய பின்னங்களைக் கூட்டல்

உதாரணம்

(1). பின்வரும் பின்னச் சோடிகளை சமனான பகுதியையுடைய பின்னங்களாக எழுதிக் கூட்டுக.

(i). $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$

$= \frac{2\times 2}{3\times 2} + \frac{5}{6}$ 3,6 ஆகியவற்றின் பொ.ம.சி - 6

$= \frac{4}{6} + \frac{5}{6}$

$= \frac{9}{6}$

$= \frac{3}{2}$

$= 1\frac{1}{2}$

(ii). $\frac{3}{15} + \frac{7}{10}$

$= \frac{3\times 2}{15\times 2} + \frac{7\times 3}{10\times 3}$ 10,15 ஆகியவற்றின் பொ.ம.சி = 30

$= \frac{6}{30} + \frac{21}{30}$

$= \frac{27}{30}$

$= \frac{9}{10}$

(iii). $1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3}$

$= 1 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$

$= 3 + \frac{3}{6} + \frac{4}{6}$ 2,3 ஆகியவற்றின் பொ.ம.சி = 6

$= 3\ \frac{7}{6}$

$= 3 + 1\frac{1}{6}$

$= 4\frac{1}{6}$

பொ.ம.சி ஐப் பயன்படுத்தி பகுதியைச் சமப்படுத்தி பின்னங்களைச் சுருக்குதல்

உதாரணம்

முன்னைய உதாரணத்தில் அறிந்து கொண்ட கூட்டலை பின்வரும் முறையில் பின்னங்களைச் சுருக்குவதில் பிரயோகிக்கலாம்

(i). $\frac{3}{5} + \frac{2}{7}$

$= \frac{7(3)+5(2)}{35}$ 5,7 ஆகியவற்றின் பொ.ம.சி = 35

$= \frac{21+10}{35}$

$= \frac{31}{35}$

(ii). $1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3}$

$= \frac{3}{2} + \frac{8}{3}$

$= \frac{3(3)+8(2)}{6}$

$= \frac{9+16}{6}$

$= \frac{25}{6}$

$= 4\frac{1}{6}$

பயிற்சி 2 : 14

(1). பின்வரும் பின்னங்களைச் சுருக்கி விடையை எளிய வடிவில் எழுதுக.

(i). $\frac{3}{4} + \frac{5}{12}$ (ii). $\frac{5}{7} + \frac{9}{14}$ (iii). $\frac{2}{3} + \frac{5}{9}$ (iv). $\frac{4}{5} + \frac{2}{15}$ (v). $\frac{5}{6} + \frac{2}{3}$

(vi). $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$ (vii). $\frac{5}{8} + \frac{1}{12}$ (viii). $\frac{7}{15} + \frac{3}{10}$ (ix). $\frac{1}{6} + \frac{7}{8}$ (x). $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$

(xi). $1\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6}$ (xii). $8\frac{1}{3} + 7\frac{2}{9}$ (xiii). $5\frac{1}{4} + 2\frac{1}{8}$ (xiv). $3\frac{1}{12} + 5\frac{1}{6}$ (xv). $5\frac{1}{2} + 7\frac{1}{4}$

சமனற்ற பகுதியையுடைய பின்னங்களைக் கழித்தல்

உதாரணம்

(i). $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$

$= \frac{3(1) - 1(2)}{4}$

$= \frac{3 - 2}{4}$

$= \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$

(ii). $\frac{5}{8} - \frac{7}{12}$

$= \frac{5(3) - 7(2)}{24}$

$= \frac{15 - 14}{24}$

$= \underline{\underline{\frac{1}{24}}}$

(iii). $3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}$

$= \frac{7}{2} - \frac{4}{3}$

$= \frac{21 - 8}{6}$

$= \frac{13}{6} \quad \underline{\underline{= 2\frac{1}{6}}}$

பின்னங்களைக் கூட்டுவதில் நன்கு பயிற்சி பெற்ற பின்னர் இப்படிமுறையைக்கைவிட்டு (iii) இல் உள்ளது போன்று அடுத்த படிமுறைக்கு நேரடியாகச் செல்லலாம்.

பயிற்சி 2 : 15

(1). பின்வரும் பின்னங்களைச் சுருக்கி விடையை எளிய வடிவில் எழுதுக.

(i). $\frac{7}{9} - \frac{1}{3}$ (ii). $\frac{8}{15} - \frac{2}{5}$ (iii). $\frac{6}{7} - \frac{5}{21}$ (iv). $2\frac{11}{12} - 1\frac{5}{6}$ (v). $\frac{7}{8} - \frac{5}{12}$

(vi). $2\frac{5}{12} - 1\frac{1}{4}$ (vii). $3\frac{13}{18} - 2\frac{5}{9}$ (viii). $\frac{7}{8} - \frac{5}{12}$ (ix). $\frac{5}{8} - \frac{3}{10}$ (x). $3\frac{8}{15} - 1\frac{3}{10}$

(xi). $\frac{3}{16} - \frac{1}{24}$ (xii). $4\frac{5}{6} - 1\frac{3}{8}$ (xiii). $2\frac{11}{20} - 1\frac{5}{12}$ (xiv). $12\frac{4}{5} - 7\frac{3}{4}$ (xv). $2\frac{5}{6} - 1\frac{2}{3}$

பின்னங்களைப் பெருக்கல்

உதாரணம்

(i). $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \underline{\underline{\frac{10}{21}}}$

(ii). $\frac{3}{4} \times \frac{8}{9} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \times \overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{4}} \times \underset{3}{\cancel{9}}} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$

(ii). $2\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{3} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} \underline{\underline{= 3}}$

பயிற்சி 2 : 16

(1). பின்வரும் பின்னங்களைப் பெருக்குக.

(i). $\frac{3}{7} \times \frac{2}{5}$ (ii). $\frac{5}{6} \times \frac{5}{8}$ (iii). $\frac{3}{8} \times \frac{1}{4}$ (iv). $\frac{7}{9} \times \frac{2}{5}$ (v). $\frac{3}{8} \times \frac{4}{7}$

(vi). $\frac{2}{9} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4}$ (vii). $\frac{4}{5} \times \frac{5}{8}$ (viii). $1\frac{1}{2} \times 4$ (ix). $8 \times \frac{3}{4}$ (x). $5 \times 1\frac{1}{3}$

(xi). $\frac{7}{12} \times 1\frac{1}{2}$ (xii). $2\frac{2}{3} \times \frac{5}{6}$ (xiii). $1\frac{1}{5} \times \frac{7}{18}$ (xiv). $3\frac{1}{3} \times 4\frac{4}{5}$ (xv). $3\frac{3}{4} \times 1\frac{7}{15}$

பின்னங்களை வகுத்தல்

பின்னத்தால் வகுக்கும் போது, அவ்வகுத்தலுக்குப் பதிலாகப் பின்னத்தின் நிகர்மாற்றினால் பெருக்கப்படும்.

உதாரணம்

(i). $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{5}{3}$ ($\frac{3}{5}$ இன் நிகர்மாறு $\frac{5}{3}$)

$= \frac{5}{6}$

(ii). $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$

$= \frac{1}{\cancel{2}_1} \times \frac{\cancel{4}^2}{3}$ ($\frac{3}{4}$ இன் நிகர்மாறு $\frac{4}{3}$)

$= \frac{2}{3}$

(iii). $2\frac{4}{5} \div 1\frac{2}{5}$

$= \frac{14}{5} \div \frac{7}{5}$ ($\frac{7}{5}$ இன் நிகர்மாறு $\frac{5}{7}$)

$= \frac{\cancel{14}^2}{\cancel{5}_1} \times \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{7}_1} = 2$

பயிற்சி 2 : 17

(1). பின்வரும் பின்னங்களின் நிகர்மாறுகளை எழுதுக

(i). $\frac{1}{3}$ (ii). $\frac{3}{4}$ (iii). $\frac{5}{7}$ (iv). $\frac{7}{10}$ (v). $\frac{27}{100}$

(vi). $\frac{2}{5}$ (vii). $\frac{31}{50}$ (viii). $\frac{7}{20}$ (ix). $\frac{1}{25}$ (x). $\frac{8}{5}$

(2). சுருக்குக.

(i). $3 \div \frac{2}{5}$ (ii). $7 \div \frac{21}{5}$ (iii). $1\frac{1}{2} \div 12$ (iv). $\frac{3}{4} \div 6$ (v). $2\frac{1}{7} \div 6\frac{3}{7}$

(vi). $\frac{3}{4} \div \frac{5}{8}$ (vii). $\frac{7}{12} \div \frac{19}{24}$ (viii). $\frac{9}{5} \div \frac{4}{45}$ (ix). $1\frac{2}{3} \div \frac{5}{3}$ (x). $\frac{4}{9} \div 2\frac{1}{3}$

(xi). $3\frac{3}{4} \div 5\frac{5}{8}$ (xii). $3\frac{1}{7} \div \frac{22}{7}$ (xiii). $5\frac{1}{4} \div 6\frac{3}{10}$ (xiv). $2\frac{1}{7} \div 3\frac{3}{4}$ (xv). $8\frac{1}{5} \div 5\frac{1}{8}$

பின்னங்களைச் சுருக்குதல்

உதாரணம்

(i). $1\frac{3}{7}$ இன் $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$

$= \frac{10}{7}$ இன் $\left(\frac{4+3}{12}\right)$

$= \frac{\cancel{10}^5}{\cancel{7}_1} \times \frac{\cancel{7}^1}{\cancel{12}_6}$

$= \frac{5}{6}$

(ii). $2\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{7} \times 6\frac{2}{3}$

$= \frac{9}{4} \div \frac{15}{7} \times \frac{20}{3}$

$= \frac{\cancel{9}^3}{\cancel{4}_1} \times \frac{7}{\cancel{15}_{\cancel{5}_1}} \times \frac{\cancel{20}^{\cancel{5}^1}}{\cancel{3}_1}$

$= 7$

பின்னங்களைச் சுருக்கும்போது பின்வரும் ஒழுங்குகளைக் கடைப்பிடிக்க வேண்டும்
1. அடைப்பினுள் சுருக்குக.
2. "இன்" ஐச் சுருக்குக.
3. × , ÷ என்பனவற்றை ஒரே தடவையில் இடமிருந்து வலமாகச் சுருக்குக.
4. +, - என்பவற்றை ஒரே தடவையில் சுருக்குக.

பயிற்சி 2 : 18

(1). சுருக்குக.

(I). $\frac{1}{6} + \frac{5}{6}$ இன் $\frac{1}{5}$ (ii). $2 \div \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$ (iii). $2 \times \frac{1}{4} \div \frac{1}{5}$ (iv). $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)$ இன் $1\frac{1}{5}$

(v). $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \div 2\frac{1}{2}$ (vi). $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} \times \frac{8}{9}$ (vii). $\frac{5}{7} - \frac{3}{7} \div 1\frac{1}{2}$ (viii). $1\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3} \div 1\frac{3}{5}$

(ix). $2\frac{1}{10} \div 1\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$ (x). $2\frac{4}{5} \div 1\frac{2}{5}$ இன் $\frac{3}{4}$ (xi). $\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$ இன் $\frac{1}{5}$ (xii). $\left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4}\right)$ இன் $\frac{1}{5}$

(xiii). $3\frac{1}{3} \div 1\frac{2}{3}$ இன் $\frac{1}{5}$ (xiv). $3\frac{1}{3} \div 1\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$ (xv). $2\frac{1}{5} - 1\frac{3}{10} + \frac{4}{5} \times \frac{3}{4}$

பின்னங்கள் தொடர்பான பிரசினங்கள்

உதாரணம்

பொருட்களை உற்பத்தி செய்யும் ஒருவன் சென்ற மாதத்தில் அவனது தயாரிப்புகளில் $\frac{3}{5}$ ஐ சந்தைக்கு அனுப்பினான். எஞ்சியவற்றின் $\frac{1}{2}$ ஐ அவன் தனது வீட்டிலே வைத்து விற்கக் கூடியதாயிருந்தது. 50 பொருட்கள் மாத்திரம் வீட்டில் எஞ்சியிருந்தன.

(i). சந்தைக்கு அனுப்பிய பின் எஞ்சியிருந்தவை உற்பத்தி செய்த பொருட்களின் என்ன பின்னமாகும்?

(ii). மொத்த உற்பத்தியின் என்ன பங்கை அவன் வீட்டிலே வைத்து விற்கக் கூடியதாயிருந்தது?

(iii). அம்மாதத்தின் மொத்த உற்பத்தி எவ்வளவு?

(i). சந்தைக்கு அனுப்பிய பின் எஞ்சிய பின்னம் $= 1-\frac{3}{5}$

$= \underline{\underline{\frac{2}{5}}}$

(ii). வீட்டில் வைத்து விற்ற பின்னம் = எஞ்சியதின் $\frac{1}{2}$

$= \frac{2}{5}$ இன் $\frac{1}{2}$

$= \frac{2}{5} \times \frac{1}{2}$

$= \underline{\underline{\frac{1}{5}}}$

(iii). அம்மாதத்தில் விற்ற மொத்தப் பின்னம் $= \frac{1}{5} + \frac{3}{5}$

$= \frac{4}{5}$

எஞ்சிய பின்னம் $= 1 - \frac{4}{5}$

$= \frac{1}{5}$

மொத்த உற்பத்தியின் $\frac{1}{5} = 50$

$\therefore$ மொத்த உற்பத்தி $= 50 \times 5$

$= \underline{250}$

பயிற்சி 2 : 19

(1). ஒரு மாங்காயக் குவியலில் $\frac{1}{4}$ பங்கு பழுதடைந்திருந்தது. பழுதடைந்திருந்த காய்களின் எண்ணிக்கை 17 ஆகும். குவியலிலிருந்த மாங்காய்களின் மொத்த எண்ணிக்கை யாது?

(2). ஒரு தந்தைக்குச் சொந்தமான காணியில் $\frac{1}{2}$ ஐ மனைவிக்கும் $\frac{1}{3}$ ஐ மகனுக்கும் மீதியை மகளுக்கும் கொடுத்தார். மகளுக்குக் கிடைத்த பங்கு 18 ஹெக்ரெயார் ஆகும்.

(i). மகளுக்குக் கிடைத்தது முழுக் காணியின் என்ன பங்கு?

(ii). முழுக் காணி எத்தனை ஹெக்ரெயர்களைக் கொண்டது?

(3). ஒரு விவசாயி தான் உற்பத்தி செய்த சின்ன வெங்காயத்தில் $\frac{4}{7}$ ஐ கொழும்புச் சந்தைக்கு அனுப்பிய பின் மீதியில் $\frac{1}{3}$ ஐ தம்புல்லை பொதுச் சந்தைக்கு அனுப்பியதுடன் எஞ்சியதை வீட்டுப் பாவனைக்காக வைத்தான். வீட்டுப் பாவனைக்காக வைத்தது முழு உற்பத்தியின் என்ன பங்கு?

(4).

ஒருவன் தன்னுடைய காணியில் சரிபாதியை மனைவிக்கும் மீதியை சமனாக மூன்று பிள்ளைகளுக்கும் பகிர்ந்தளிக்க எண்ணினான். ஆயினும் ஒரு அவசரத் தேவையின் காரணமாக காணியில் $\frac{1}{4}$ ஐ விற்க வேண்டி ஏற்பட்டது. அதன் பின்னர் எஞ்சிய காணியை முன்னர் எண்ணியவாறு பகிர்ந்தளித்தான்.

(i). காணியின் $\frac{1}{4}$ பகுதியை விற்ற பின் எஞ்சிய பகுதி முழுக் காணியின் என்ன பங்கு?

(ii). மனைவிக்குக் கிடைத்தது முழுக் காணியின் என்ன பங்கு?

(iii). ஒரு பிள்ளைக்குக் கிடைத்தது முழுக் காணியின் என்ன பங்கு?

(iv). காணியில் ஒரு பகுதியை விற்பதற்கு முன் ஒரு பிள்ளைக்குக் கிடைக்கவிருந்த காணியின் அளவுக்கும் பின்னர் கிடைத்த காணியின் அளவுக்கும் இடையிலான வித்தியாசம் 12 ஹெக்ரெயர் ஆயின் முழுக் காணியின் அளவை ஹெக்ரெயரில் காண்க.

(க.பொ.த. சா/த. 2008)

3. தசமங்கள்

பகுதியில் பத்தின் வலுவைக் கொண்டுள்ள பின்னங்கள் தசமங்கள் எனப்படும்.

$$\frac{1}{10} = 0.1 \ , \ \frac{1}{100} = 0.01 \ , \ \frac{1}{1000} = 0.001$$

பயிற்சி 3 : 1

(1). முதல் மூன்று நிரைகளையும் கற்று தசமங்களடங்கிய பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக.

பின்னம்	தசமமாக	வாசிக்கும் முறை
$\frac{1}{10}$	0.1	பூச்சியம் தசம் ஒன்று
$2\frac{5}{10}$	2.5	இரண்டு தசம் ஐந்து
$\frac{12}{100}$	0.12	பூச்சியம் தசம் ஒன்று இரண்டு
$\frac{1}{100}$	....	....
$2\frac{25}{100}$	....	....
....	0.8	....
....	2.752	....
....	....	பூச்சியம் தசம் ஒன்று இரண்டு மூன்று
....	....	நான்கு தசம் ஐந்து ஏழு

ஒரு தசம எண்ணில் இடப்பெறுமானம்

ஒரு தசம எண்ணில் ஒரு முழு எண் பகுதியும் ஒரு தசமப் பகுதியும் உண்டு. அவை தசமப் புள்ளியினால் வேறுபடுத்தப்படுகின்றன. தசமப்புள்ளியின் வலப்பக்கத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை தசமதானங்களின் எண்ணிக்கையாகும்.

எண்	முழு எண் பகுதி	தசமப் பகுதி	தசம எண்களின் எண்ணிக்கை
3.75	3	75	இரண்டு
0.5	0	5	ஒன்று.
17.214	17	214	மூன்று
8.052	8	052	மூன்று

பயிற்சி 3 : 2

(1).பின்வரும் அட்டவணையைப் பிரதி செய்து நிரப்புக.

	எண்	இடப் பெறுமானம்					
		100	10	1	1/10 0.1	1/100 0.01	1/1000 0.001
	3.75			3	7	5	
	21.5		2	1	5		
(i)	42.317						
(ii)	8.73						
(iii)				0	4		
(iv)				1	7	5	
(v)		3	1	8	5	4	3

பின்னங்களைத் தசமமாக எழுதுதல்

உதாரணம்

(1). பின்வரும் பின்னங்களைத் தசமமாக எழுதுக.

(i). $\frac{3}{5}$ (ii). $\frac{8}{25}$ (iii). $\frac{72}{125}$

முறை 1

பகுதியை 10 இன் வலுவாக மாற்றுவதன் மூலம்

(i). $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ $\underline{\underline{= 0.6}}$

(ii). $\frac{8}{25} = \frac{32}{100}$ $\underline{\underline{= 0.32}}$

(iii). $\frac{72}{125} = \frac{576}{1000}$ $\underline{\underline{= 0.576}}$

முறை 2

தொகுதியைப் பகுதியால் வகுத்தல் மூலம்

(i).
$$\begin{array}{r|l} & 0.6 \\ \hline 5 & 3 \\ & 0 \\ \hline & 30 \\ & 30 \\ \hline & 0 \end{array} \qquad \therefore \frac{3}{5} \underline{\underline{= 0.6}}$$

(ii).
$$\begin{array}{r|l} & 0.32 \\ \hline 25 & 8 \\ & 0 \\ \hline & 80 \\ & 75 \\ \hline & 50 \\ & 50 \\ \hline & 0 \end{array} \qquad \therefore \frac{8}{25} \underline{\underline{= 0.32}}$$

(iii).
$$\begin{array}{r|l} & 0.576 \\ \hline 125 & 72.0 \\ & 62\ 5 \\ \hline & 950 \\ & 875 \\ \hline & 750 \\ & 750 \\ \hline & 0 \end{array} \qquad \therefore \frac{72}{125} \underline{\underline{= 0.576}}$$

பயிற்சி 3 : 3

(1). பின்வரும் பின்னங்களைத் தசமமாக எழுதுக.

(i). $\frac{2}{5}$ (ii). $\frac{7}{10}$ (iii). $\frac{3}{4}$ (iv). $\frac{1}{4}$ (v). $\frac{7}{25}$

(vi). $\frac{13}{20}$ (vii). $\frac{7}{50}$ (viii). $\frac{5}{8}$ (ix). $2\frac{1}{5}$ (x). $3\frac{3}{20}$

மீளுந்தசமங்கள் (•)

உதாரணம்

(i). $\frac{1}{3}$ (ii). $\frac{4}{11}$ தசம எண்ணாகத் தருக.

(i). $\frac{1}{3}$ ஐ தசம எண்ணாகத் தருக.

$$\begin{array}{r|l} & 0.333 \\ \hline 3 & 1 \\ & 0 \\ \hline & 10 \\ & 9 \\ \hline & 10 \\ & 9 \\ \hline & 10 \\ & 9 \\ \hline & 1 \end{array}$$

இங்கு விடையாக ஒரே இலக்கம் அதாவது 3 மீண்டும் மீண்டும் வருவதால் அது $0.\dot{3}$ என எழுதப்படும். இது பூச்சியம் தசம் மீளும் தசமம் மூன்று என வாசிக்கப்படும்.

$\therefore \frac{1}{3} \underline{\underline{= 0.\dot{3}}}$

(ii). $\frac{4}{11}$ ஐ தசம எண்ணாகத் தருக.

$$\begin{array}{r|l} & 0.3636 \\ \hline 11 & 4 \\ & 0 \\ \hline & 40 \\ & 33 \\ \hline & 70 \\ & 66 \\ \hline & 40 \\ & 33 \\ \hline & 70 \\ & 66 \\ \hline & 4 \end{array}$$

இங்கு விடையாக ஒரே இரு இலக்கங்கள் மீண்டும் மீண்டும் வருவதால் அது $0.\dot{3}\dot{6}$ என எழுதப்படும். இது பூச்சியம் தசம் மீளும் தசமம் மூன்று ஆறு என வாசிக்கப்படும்.

$\frac{4}{11} = 0.3636......$

$\therefore \frac{4}{11} \underline{\underline{= 0.\dot{3}\dot{6}}}$

பயிற்சி 3 : 4

(1). பின்வரும் பின்னங்களைத் தசமமாக எழுதுக. விடையை வாசிக்கும் முறையையும் எழுதுக.

(i). $\frac{2}{3}$ (ii). $\frac{1}{6}$ (iii). $\frac{5}{9}$ (iv). $\frac{2}{11}$ (v). $\frac{2}{7}$

(vi). $\frac{5}{7}$ (vii). $\frac{22}{7}$ (viii). $\frac{50}{11}$ (ix). $\frac{7}{11}$ (x). $\frac{5}{3}$

ஒரு தசம எண்ணைப் பின்னமாக மாற்றுதல்

உதாரணம்

(1). பின்வரும் தசம எண்களைப் பின்னமாகத் தருக.

(i) 0.5 (ii) 0.74 (iii) 0.125 (iv) 3.25

(i) $0.5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ (ii) $0.74 = \frac{74}{100} = \frac{37}{50}$ (iii) $0.125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$ (iv) $3.25 = 3\frac{25}{100} = 3\frac{1}{4}$

> தசமப் புள்ளிக்கு நேரே 1 உம் அதற்கு வலப்பக்கமுள்ள தசம தானங்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமனான பூச்சியங்களையும் எழுதி ஒரு பின்னத்தின் பகுதி எண்ணைப் பெற்று எளிய முறையில் எழுதிக் காட்டுக.

பயிற்சி 3 : 5

(1). பின்வரும் தசம எண்களைப் பின்னமாகக் காட்டுக.

(i) 0.7 (ii) 0.4 (iii) 0.75 (iv) 0.175 (v) 0.48

(vi) 1.7 (vii) 3.15 (viii) 3.142 (ix) 1.5 (x) 0.0005

தசம எண்களைக் கூட்டலும் கழித்தலும்

உதாரணம்

முழு எண்களைப்போன்றே ஒரே இடப்பெறுமானமுடைய இலக்கங்களைத் தொடர்புபடுத்தி வலமிருந்து இடமாக தசம எண்களைக் கூட்டல் அல்லது கழித்தல் செய்யப்படும். தசம தானங்களின் முடிவில் தேவையாயின் பூச்சியங்களைச் சேர்க்கலாம்.

(1). கிடையாகக் கூட்டல் / கழித்தல்

(i). 12.7 + 5.2 = 17.9

(ii). 12.75 + 5.2 = 17.95

(iii). 12.75 + 5.2 + 4.845 = 22.795

(iv). 29.6 - 5.25 = 24.35

(1). நிலைக்குத்தாகக் கூட்டல் / கழித்தல்

(i)	(ii)	(iii)	(iv)
12.7	12.75	12.750	29.60
+ 5.2	+ 5.20	+ 5.200	- 5.25
17.9	17.95	4.845	24.35
		22.795	

பயிற்சி 3 : 6

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)
5.7	5.75	3.14	13.2	5.87	5.8	7.8	17.6
+ 3.2	+ 8.2	+ 0.7	+ 1.785	- 3.9	- 3.4	- 3.25	- 9.879
		10.125	4.53	17.9	17.95		

(ix). 3.2 + 7.8 =

(x). 4.28 + 5.2 =

(xi). 13.25 + 0.875 =

(xii). 4.2 + 10.72 + 3.3875 =

(xiii). 6.875 + 5.2 + 34.82 =

(xiv). 12.9 + 2.71 + 1.005 =

(xv). 13.49 - 4.17 =

(xvi). 8.75 - 3.175 =

(xvii). 5.435 - 2.189 =

(xviii). 17.32 - 8.754 =

(ixx). 15.75 - (3.72 + 8.754) =

(xx). 18.05 - (2.80 + 7.56) =

தசம எண்களைப் பெருக்கல்

(a). தசம எண்களை முழு எண்ணால் பெருக்கல்

உதாரணம்

(i). ஒரு பென்சில் ரூ. 3.50 வீதம் ஐந்து பென்சில்களின் விலை யாது?

ஐந்து பென்சில்களின் விலை $= 3.50 \times 5 =$ ரூ. 17.50

(ii). பெறுமானம் காண்க.

(a). 2.35×3 (b). 0.375×4 (c). 8.75×12

(a). $\begin{array}{r} 2.35 \times \\ 3 \\ \hline \underline{7.05} \end{array}$ (b). $\begin{array}{r} 0.375 \times \\ 4 \\ \hline \underline{1.500} \end{array}$ (c). $\begin{array}{r} 8.75 \times \\ 12 \\ \hline \underline{105.00} \end{array}$

(a). $2.35 \times 3 = 7.05$ (b). $0.375 \times 4 = 1.5$ (c). $8.75 \times 12 = 105$

பயிற்சி 3 : 7

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). $5.12 \times 5 =$	(v). $4.711 \times 8 =$	(ix). $0.005 \times 4 =$
(ii). $3.4 \times 6 =$	(vi). $32.1 \times 9 =$	(x). $1.003 \times 8 =$
(iii). $7.45 \times 4 =$	(vii). $5.432 \times 8 =$	(xi). $0.015 \times 9 =$
(iv). $12.352 \times 5 =$	(viii). $27.25 \times 5 =$	(xii). $2.103 \times 8 =$

(b). தசம எண்களை 10, 100, 1000 என்பவற்றால் பெருக்கல்

உதாரணம் (1). சுருக்குக.

(i). 12.5×10 (ii). 12.5×100 (iii). 12.5×1000

(i). $\begin{array}{r} 12.5 \times \\ 10 \\ \hline \underline{125.0} \end{array}$ $12.5 \rightarrow 125$ (ii). $\begin{array}{r} 12.5 \times \\ 100 \\ \hline \underline{1250.0} \end{array}$ $12.50 \rightarrow 1250$ (iii). $\begin{array}{r} 12.5 \times \\ 1000 \\ \hline \underline{12500.0} \end{array}$ $12.500 \rightarrow 12500$

(i). $12.5 \times 10 = 125.0$ (ii). $12.5 \times 100 = 1250.0$ (iii). $12.5 \times 1000 = 12500.0$

10, 100, 1000 என்பவற்றால் பெருக்கும் போது தசமப் புள்ளியானது முறையே 1, 2, 3 தசம தானங்கள் வலப்பக்கமாக நகரும்.

பயிற்சி 3 : 8

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). $2.4 \times 10 =$	(iv). $12.45 \times 10 =$	(vii). $5.002 \times 10 =$
(ii). $2.4 \times 100 =$	(v). $12.45 \times 100 =$	(viii). $5.002 \times 100 =$
(iii). $2.4 \times 1000 =$	(vi). $12.45 \times 1000 =$	(ix). $5.002 \times 1000 =$

(c) ஒரு தசம எண்ணை தசம எண்ணால் பெருக்கல்.

உதாரணம்

(i). 4.75×0.3

$\underline{= 1.425}$

$475 \times 3 = 1425$
4.75 இல் இரண்டு தசம தானங்கள்
0.3 இல் ஒரு தசம தானம்
∴ விடையில் மூன்று தசம தானங்கள் ஆகும்.

(ii). 4.75×0.12

$= 0.5700$

$\underline{= 0.57}$

$475 \times 12 = 5700$
4.75 இல் இரண்டு தசம தானங்கள்
0.12 இல் இரண்டு தசம தானங்கள்
∴ விடையில் நான்கு தசம தானங்கள் ஆகும்.

(iii). 13.21×2.3

$\underline{= 30.383}$

(விடையில் மூன்று தசம தானங்கள்)

$\begin{array}{r} 1321 \times \\ 23 \\ \hline 3963 \\ 2642 \\ \hline 30383 \end{array}$

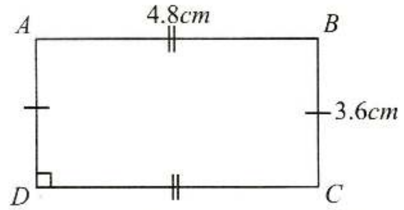
பயிற்சி 3 : 9

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). $3.5 \times 0.3 =$	(v). $0.85 \times 0.28 =$	(ix). $3.75 \times 0.21 =$
(ii). $0.25 \times 0.7 =$	(vi). $9.12 \times 4.1 =$	(x). $35.2 \times 0.07 =$
(iii). $9.2 \times 2.6 =$	(vii). $5.612 \times 2.3 =$	(xi). $0.025 \times 0.04 =$
(iv). $0.56 \times 2.6 =$	(viii). $82.1 \times 3.4 =$	(xii). $1.02 \times 0.08 =$

(2). உருவிலுள்ள செவ்வகம் $ABCD$ இன் பரப்பளவைக் காண்க.

(செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் × அகலம்)



(3). ஒரு பக்க நீளம் $4.5cm$ ஆகவுள்ள சதுரமொன்றின் பரப்பளவைக் காண்க. (சதுரத்தின் பரப்பளவு = (ஒரு பக்க நீளம்)^2)

தசம எண்களை வகுத்தல்

(a). தசம எண்களை முழு எண்ணால் வகுத்தல்

உதாரணம்

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). $6.408 \div 9$

$= 0.712$

```
    0.712
9 | 6.408
    0
    64
    63
     10
      9
      18
      18
      00
```

(ii). $3.46 \div 4$

$= 0.865$

```
    0.865
4 | 3.460
    0
    34
    32
     26
     24
      20
      20
      00
```

பயிற்சி 3 : 10

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). $8.72 \div 4 =$	(v). $4.654 \div 8 =$	(ix). $0.072 \div 6 =$
(ii). $5.985 \div 5 =$	(vi). $72.3 \div 6 =$	(x). $3.75 \div 8 =$
(iii). $27.32 \div 5 =$	(vii). $5.406 \div 12 =$	(xi). $2.008 \div 4 =$
(iv). $0.756 \div 9 =$	(viii). $92.19 \div 7 =$	(xii). $0.1008 \div 8 =$

(b). தசம எண்களை 10, 100, 1000 என்பவற்றால் வகுத்தல்.

உதாரணம்

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). $23.7 \div 10$

$= 2.37$

```
     2.37
10 | 23.70
     20
      37
      30
       70
       70
       00
```

> ஒரு தசம எண்ணை 10, 100, 1000 என்பவற்றால் வகுக்கும் போது தசமப் புள்ளியானது இடப்பக்கமாக முறையே ஒன்று, இரண்டு, மூன்று இடங்கள் நகரும்.

(ii). 23.7 ÷ 100

= 0.237

```
      0.237
100 | 23.700
       0
      ----
      237
      200
      ----
       370
       300
      ----
        700
        700
      -----
        000
```

(iii). 23.7 ÷ 1000

= 0.0237

```
        0.0237
1000 | 23.700
        0
       ----
       237
         0
       ----
       2370
       2000
       ----
        3700
        3000
       -----
         7000
         7000
       ------
         0000
```

பயிற்சி 3 : 11

(1). பெறுமானம் காண்க. விடையை ஒரே தடவையில் பெறுக.

(i). 213.4 ÷ 10 =

(ii). 213.4 ÷ 100 =

(iii). 213.4 ÷ 1000 =

(iv). 213.4 ÷ 10000 =

(v). 51.75 ÷ 10 =

(vi). 51.75 ÷ 100 =

(vii). 51.75 ÷ 1000 =

(viii). 51.75 ÷ 10000 =

(c) ஒரு தசம எண்ணை முழு எண்ணால் வகுத்தல்

உதாரணம்

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). $6.25 \div 0.5 = \frac{6.25}{0.5}$

$= \frac{62.5}{5}$

$= 12.5$

(ii). $6.25 \div 0.05 = \frac{6.25}{0.05}$

$= \frac{625}{5}$

$= 125$

(iii). $0.3756 \div 0.12 = \frac{0.3756}{0.12}$

$= \frac{37.56}{12}$

$= 3.13$

(iv). $6.45 \div 2.5$

$= 6.45 \div 2.5$

$= 64.5 \div 25$

$= 2.58$

```
     2.58
25 | 64.50
     50
     ---
     145
     125
     ---
      200
      200
     ----
      000
```

இங்கு பகுதியை ஒரு முழு எண்ணாக மாற்றிக்கொள்வதற்கு அதன் தசமப் புள்ளியை தசமதானங்களின் எண்ணிக்கைக்கு சமனாக வலப்பக்கம் நகர்த்துவதும் அத்தோடு தொகுதியின் தசமப் புள்ளியை சமனான எண்ணிக்கையில் வலப்பக்கம் நகர்த்துவதும் இடம்பெறுகிறது.

பயிற்சி 3 : 12

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). 5.25 ÷ 0.5 =

(ii). 4.26 ÷ 0.2 =

(iii). 5.25 ÷ 0.03 =

(iv). 1.008 ÷ 0.04 =

(v). 8.214 ÷ 0.06 =

(vi). 37.12 ÷ 1.2 =

(vii). 15.76 ÷ 2.8 =

(viii). 6.012 ÷ 1.2 =

(ix). 10.58 ÷ 3.8 =

(x). 43.2 ÷ 0.35 =

(xi). 116.76 ÷ 0.24 =

(xii). 9.87 ÷ 4.2 =

பயிற்சி 3 : 13 கடந்த காலப் பரீட்சை வினாக்கள்

(1). பெறுமானம் காண்க 62.36 - 7.83 (2006)

(2). பெறுமானம் காண்க 0.78 + 0.437 (2001)

(3). பெறுமானம் காண்க $1 - (0.2 \times 0.4)$ (2000)

(4). பெறுமானம் காண்க 0.2×0.1 (1999)

(5). பெறுமானம் காண்க $(2.50 - 1.03) \times 20$ (1997)

(6). பெறுமானம் காண்க $\frac{1 - 1.004}{1.2}$ (1996)

(7). பெறுமானம் காண்க $82 \div 8.2$ (2003)

(8). பெறுமானம் காண்க 2.7 - 1.014 (2001)

(9). பெறுமானம் காண்க $3.05 \times (2.5 - 1.6)$ (1998)

(10). பெறுமானம் காண்க 0.22×1.5 (1999)

(11). பெறுமானம் காண்க $(1000 \times 0.11) + 20.67$ (1996)

(12). பெறுமானம் காண்க $0.081 + (0.2 \times 0.3)$ (1993)

(13). 2.5*km* ஐ மீற்றர்களில் தருக. (2004)

(14). ஒரு பக்க நீளம் 3.2*cm* ஆகவுள்ள ஒரு சமபக்க முக்கோணியின் சுற்றளவைக் காண்க (2003)

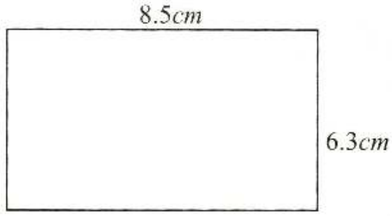
மேலதிகப் பயிற்சிகள்

(1). ஒரு பக்க நீளம் 5.3*cm* ஆகவுள்ள ஒரு சதுரத்தின் சுற்றளவைக் காண்க

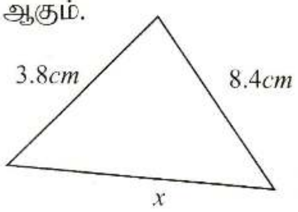
(2). இச்செவ்வகத்தின்

(i). சுற்றளவைக் காண்க.

(ii). பரப்பளவைக் காண்க



(3). உருவிலுள்ள முக்கோணியின் சுற்றளவு 17.7*cm* ஆகும். *x* இனால் காட்டப்படும் பக்கத்தின் நீளத்தைக் காண்க.



(4). ஒரே அளவிலான 10 மருந்து வில்லைப் பைக்கற்றுகளின் மொத்தத் திணிவு 127.5*g* ஆகும். ஒரு மருந்து வில்லைப் பைக்கற்றின் திணிவைக் காண்க.

4. அட்சர கணிதக் கோவைகள்

அட்சர கணிதத்தில் எண்களுக்குப் பதிலாக ஆங்கில அரிச்சுவடியில் சிம்பல் எழுத்துக்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. உதா :- a, b, c, x ....

இக்குறியீடுகளுக்கு உறுதியான ஒரு பெறுமானத்தைக் கூற முடியாதென்பதால் இவை தெரியாக் கணியங்கள் எனப்படும். தெரியாக் கணியங்களைக் கொண்ட உறுப்புகள் அட்சர கணித உறுப்புகள் எனப்படும். உதா :- $3x, 4a, 5b$

பயிற்சி 4 : 1

(1). $5, p, a, 3x, 32, 15y, 8, 7p,$ ஆகிய உறுப்புகளிலிருந்து அட்சர கணித உறுப்புகளைத் தெரிந்து எழுதுக.
(2) நீர் அறிந்த 5 அட்சரகணித உறுப்புகளை எழுதுக.

அட்சரகணிதக் கோவைகள்

ஓர் அட்சர கணித உறுப்பை மாத்திரம் எடுக்கும்போது அது ஓர் அட்சர கணிதக்கோவையாகக் கொள்ளப்படும் அட்சர உறுப்புடன் எண்களை அல்லது வேறு அட்சர உறுப்புகளை அல்லது + அல்லது குறியீடுகளைத் தொடர்புபடுத்தும்போது பல உறுப்புகளினாலான அட்சரகணிதக் கோவை கிடைக்கும்.

உதாரணங்கள் : $3x$, p , $5y$

- பல உறுப்புகளையுடைய அட்சர கணிதக் கோவைக்கு உதாரணங்கள் : $x + 2$, $3x + y$, $p - 5q + 4$

பயிற்சி 4 : 2

(1). பின்வரும் அட்சர கணிதக் கோவையிலுள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை எழுதுக.

(i). $3x + 2$
(ii). $5x$
(iii). $3x - 5$
(iv). $x + y$
(v). $10p$
(vi). $2x + y - 3$
(vii). $2a + 3b + 3c$
(viii). $2m^2 + 3m + 1$

அட்சர கணிதக் கோவைகளை உருவாக்குதல்

ஓர் உறுப்பு அட்சர கணிதக்கோவை

உதாரணம்

(1). ஒரு பிள்ளைக்கு 3 புத்தகங்கள் வீதம் 5 பிள்ளைகளுக்குத் தேவையான புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை $3 \times 5 = 15$ ஆகும். ஒரு பிள்ளைக்கு x புத்தகங்கள் வீதம் 5 பிள்ளைகளுக்குத் தேவையான புத்தகங்களின் எண்ணிக்கையை அட்சர கணிதக் கோவையாக எழுதுக.

தேவையான புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை $= x \times 5$
$= 5x$

> தெரியாக் கணியம் எப்போதும் எண்ணுக்குப் பின் எழுதப்பவதுடன் பெருக்கல் குறியீடு எழுதப்படுவதில்லை

(2). ஒரு பிள்ளைக்கு x புத்தகங்கள் வீதம் y பிள்ளைகளுக்குத் தேவையான புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை அடங்கிய ஓர் அட்சர கணிதக் கோவையை எழுதுக.

பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை $= y$
ஒரு பிள்ளைக்குத் தேவையான புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை $= x$
$\therefore$ தேவையான புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை $= x \times y = xy$

(3). பின்வரும் ஓர் உறுப்பு அட்சர கணிதக் கோவைகளில் குணகங்களை எழுதுக.

(i). $5x$ (ii). a (iii) $4ab$

(i). $5x = 5 \times x$
$\therefore 5x$ இன் குணகம் $= 5$

(ii). $a = 1 \times a$
$\therefore a$ இன் குணகம் $= 1$

(iii). $4ab = 4 \times a \times b$
$\therefore ab$ இன் குணகம் $= 4$

பயிற்சி 4 : 3

(1). ஒரு பிள்ளைக்கு 3 இனிப்புத் துண்டுகள் வீதம் x பிள்ளைகளுக்கு வழங்குவதற்குத் தேவையான இனிப்புத் துண்டுகளின் எண்ணிக்கையை ஓர் அட்சர கணிதக் கோவையாகத் தருக.

(2). ஒரு வாகனம் மணிக்கு p கிலோமீற்றர் செல்லும். அது 6 மணி நேரத்தில் பயணம் செய்யும் தூரத்தை p இல் தருக

(3). ஒரு மணித்தியாலத்தில் 60 நிமிடம் உண்டு. x மணித்தியாலங்களில் உள்ள நிமிடங்கள் எத்தனை?

(4). நான் ஓர் எண்ணை நினைத்தேன். அது c எனின் அதன் மூன்று மடங்கு எவ்வளவு?

(5). ஒரு புத்தகத்தின் விலை ரூபா. 10 ஆகும். p புத்தகங்களின் விலையை p இல் எழுதுக.

(6). ஒரு தந்தையின் வயது மகனின் வயதின் மூன்று மடங்காகும். மகனின் வயது x வருடங்களாயின் தந்தையின் வயதைக் காண்க.

(7). கீழே தரப்பட்டுள்ள ஓர் உறுப்பு அட்சர கணிதக் கோவைகளின் (அட்சர உறுப்புகளின்) குணகங்களை எழுதி அட்டவணையை நிரப்புக.

அட்சர உறுப்பு	$5x$	a	$3p$	$10y$	$8xy$	$3abc$
குணகம்	5					

பல உறுப்புகளினாலான அட்சரகணிதக் கோவைகள்

உதாரணம்

(1). ஒரு பிள்ளையிடம் ரூ. x உண்டு. அவனுக்கு மேலும் ரூ. 10 கிடைத்தால் அவனிடமுள்ள மொத்தப் பணம் எவ்வளவு? $=$ ரூ. $(x + 10)$

(2). p மீற்றர் நீளமுடைய ஒரு கயிற்றிலிருந்து 2 மீற்றர் துண்டொன்று வெட்டி அகற்றப்படின் எஞ்சிய துண்டின் நீளத்தை p இல் காண்க.
எஞ்சிய துண்டின் நீளம் $= (p - 2)$ மீற்றர்

(3). என்னிடம் ரூபா. x உண்டு. எனது நண்பனிடம் என்னிடமுள்ள தொகையின் மூன்று மடங்கிலும் ரூபா.10 அதிகமாக உண்டு. நண்பனிடம் உள்ள தொகையைக் காண்க.

என்னிடமுள்ள பணம் $= x$

பணத்தின் மூன்று மடங்கு $= x \times 3$

$= 3x$

$\therefore$ நண்பனிடம் உள்ள பணம் $=$ ரூ. $(3x+10)$

பயிற்சி 4 : 4

(1). ஒரு பென்சிலின் விலை ரூபா. 5 ஆகும். ஒரு புத்தகத்தின் விலை ரூபா. x ஆகும். ஒரு பென்சிலினதும் ஒரு புத்தகத்தினதும் மொத்த விலைக்கான ஓர் அட்சர கணிதக் கோவையை எழுதுக.

(2). ஒரு பஸ் வண்டியில் x பயணிகள் இருந்தனர். ஒரு தரிப்பிடத்தில் 8 பயணிகள் இறங்கினர். பஸ் வண்டியில் எஞ்சியிருந்த பயணிகளின் எண்ணிக்கையைக் காட்டும் ஓர் அட்சர கணிதக் கோவையை எழுதுக.

(3). ஒரு பிள்ளையிடம் ரூபா. x இருந்தது. அவனுக்கு மேலும் ரூபா. 50 கிடைத்ததாயின் அவனிடமுள்ள பணம் எவ்வளவு?

(4). ஒரு பிள்ளையின் தற்போதைய வயது 12 வருடங்களாகும்.
(i) இன்னும் 5 வருடங்களின் பின் அவனது வயதைக் காண்க.
(ii). x வருடங்களின் பின் அவனது வயதைக் காண்க.

(5). இரண்டு பொதிகளின் திணிவு 10 கிலோகிராம் ஆகும். அவற்றில் ஒன்றின் திணிவு x கிலோ கிராம் ஆயின் மற்றைய பொதியின் திணிவை x இல் எழுதுக.

(6). பீற்றரின் வயது p வருடங்களாகும். பீற்றரின் தம்பி பீற்றரிலும் 3 வருடங்கள் இளமையானவன். தம்பியின் வயதை p இல் எழுதுக.

(7). நான் ஓர் எண்ணை நினைத்து அதன் மூன்று மடங்குடன் 5 ஐக் கூட்டினேன்.

(i). நான் நினைத்த எண் 2 ஆயின் கிடைக்கும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii). நான் நினைத்த எண் x ஆயின் கிடைக்கும் பெறுமானத்தை x இல் எழுதுக.

(8). ஒரு செவ்வகத்தின் அகலம் a மீற்றராகும். அதன் நீளம் அகலத்தின் இருமடங்கிலும் 5 மீற்றர் குறைந்ததாகும். செவ்வகத்தின் நீளத்தை a இல் எழுதுக.

(9). ஒரு பேனையின் விலை ரூபா. x ஆகும். அவ்வாறான 5 பேனைகளின் விலையுடன் மேலும் ரூபா. 10 சேர்த்தால் ஒரு கணித உபகரணப் பெட்டி வாங்கலாம்.

(i). 5 பேனைகளின் விலையை x இல் எழுதுக.

(ii). கணித உபகரணப் பெட்டியின் விலையை x இல் எழுதுக.

(10). கீழே தரப்பட்டுள்ள கணிதச் செய்கைகளினால் கிடைக்கும் விடைகளை அட்சர கணிதக் கோவையாகத் தருக.

(i). p ஐ 12 ஆல் பெருக்கி 5 ஐக் கழித்தல்.

(ii). a ஐ x ஆல் பெருக்கி 4 ஐக் கூட்டுதல்.

(iii). x ஐ $2y$ ஆல் பெருக்கி 5 ஐக் கூட்டுதல்.

மேலும் அட்சர கணிதக் கோவைகள் (வகுத்தல் சந்தர்ப்பங்கள் உட்பட)

உதாரணம்

(1). 5 புத்தகங்களின் விலை ரூபா. 20 ஆகும். ஒரு புத்தகத்தின் விலை யாது?

ஒரு புத்தகத்தின் விலை $= $ ரூபா $\frac{20}{5}$

$= $ ரூபா. $\underline{\underline{4.00}}$

(2). 5 புத்தகங்களில் விலை ரூ.x ஆகும். ஒரு புத்தகத்தின் விலையை x இல்காண்க.

ஒரு புத்தகத்தின் விலை $=$ ரூ. $\frac{x}{5}$

> $\frac{x}{5}$ அட்சர கணித உறுப்பாகும்
> இதன் குணகம் $\frac{1}{5}$ ஆகும்.

(3). x இனிப்புகளை 8 பிள்ளைகள் மத்தியில் சமனாகப் பங்கிடும் போது ஒருவர் பெறும் இனிப்புகளின் எண்ணிக்கை யாது?

ஒருவர் பெறும் இனிப்புகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{x}{8}$

(4). நான் ஓர் எண்ணை நினைத்து அதனை 5 ஆல் வகுத்து 3 ஐக் கூட்டினேன். நினைத்த எண் x ஆயின் இறுதி விடையை x இல் தருக.

எண் $= x$

ஐந்தால் வகுக்கும் போது $= \frac{x}{5}$

2 ஐக் கூட்டும் போது விடை $= \frac{x}{5} + 3$

(5). x எனும் எண்ணுடன் ஐந்தைக் கூட்டி வரும் விடையை மூன்றால் பெருக்கி விடையை x இல் எழுதுக.

எண் $= x$

ஐந்தைக் கூட்டும் போது தொகை $= x + 5$

கூட்டுத்தொகையை மூன்றால் பெருக்கும் போது $= 3\,(x+5)$

> $(x+5)$ எனக் கிடைத்த கூட்டுத் தொகையை மூன்றால் பெருக்குவதைக் காட்டுவதற்கு அடைப்பு பயன்படுத்தப்படுகிறது $3\,(x+5)$

பயிற்சி 4 : 5

(1). (i). x எனும் எண்ணை 4 ஆல் வகுத்து வரும் விடையை எழுதுக.

(ii). பெறப்பட்ட விடையில் x இன் குணகம் யாது?

(2). (i). x எனும் எண்ணை 4 ஆல் வகுத்து வரும் விடையிலிருந்து 3 ஐக் கழிக்க இறுதி விடையை x இல் எழுதுக.

(3). x எனும் எண்ணுடன் 5 ஐக் கூட்டி வரும் விடையை 2 ஆல் பெருக்கும்போது கிடைக்கும் விடையை x இல் எழுதுக.

(4). a எனும் எண்ணிலிருந்து 2 ஐக் கழித்து வரும் விடையை 5 ஆல் பெருக்கும்போது கிடைக்கும் விடையை a இல் எழுதுக.

(5). p எனும் எண்ணுடன் 2 ஐக் கூட்டி வரும் விடையை 3 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் விடையை p இல் எழுதுக.

(6). y எனும் எண்ணிலிருந்து 3 ஐக் கழித்து வரும் விடையை 5 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் விடையை y இல் எழுதுக.

(7). பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக.

எண்	அறிவுறுத்தல்	செயல் ஒழுங்கு	விடை
x	எண்ணை 2 ஆல் பெருக்கி 3 ஐக் கழிக்க	$x \times 2 - 3$	$2x - 3$
a	எண்ணை 5 ஆல் பெருக்கி 2 ஐக் கூட்டுக		
p	எண்ணை 10 ஆல் பெருக்கி 1 ஐக் கழிக்க		
y	எண்ணை 2 ஆல் வகுத்து 3 ஐக் கூட்டுக		
m	எண்ணுடன் 3 ஐக் கூட்டி 7 ஆல் வகுக்க		
x	எண்ணை 2 ஆல் பெருக்கி வரும் விடையை 10 இலிருந்து கழிக்க.		

(8). ஒரு வீட்டில் மாதமொன்றில் பயன்படுத்திய மின் அலகுகளின் எண்ணிக்கை x ஆகும்.
ஓர் அலகு மின்சாரத்தின் கட்டணம் ரூபா. 5 ஆகும்.
ஒவ்வொரு மின் சிட்டையிலும் நிலையான கட்டணமாக ரூபா. 50 சேர்க்கப்படும்.
(i). ஓர் அலகு ரூபா 50 வீதம் x அலகுகளுக்கான பணத்தை x இல் எழுதுக.
(ii). நிலையான கட்டணத்துடன் மின் சிட்டையிலுள்ள கட்டணத்தை x இல் தருக.

நிகர்த்த உறுப்புகளும் நிகராத உறுப்புகளும்

அட்சரப் பகுதிகள் சமனாகவுள்ள உறுப்புகள் நிகர்த்த உறுப்புகள் எனப்படும்.

உதா: (1). $3x$, $5x$, $7x$ நிகர்த்த உறுப்புகள் (அட்சரப் பகுதி x)
(2). $3ab$, $7ab$, $5ab$ நிகர்த்த உறுப்புகள் (அட்சரப் பகுதி ab)

அட்சர பகுதிகள் சமனற்ற உறுப்புகள் நிகராத உறுப்புகளாகும்.

உதா: (1). x உம் y (2). $3a$ உம் $2x$ (3). $5pq$ உம் $2p$

அட்சர கணித உறுப்புகளைக் கூட்டலும் கழித்தலும்

இங்கு நிகர்த்த உறுப்புகள் மாத்திரம் கூட்டப்படும் அல்லது கழிக்கப்படும்.

உதாரணம்

(1). $3x + 2x + 5x$
$= (3+2+5)\ x$
$= 10x$

(2). $3pq + 2pq + pq$
$= (3+2+1)\ pq$
$= 6pq$

(3). $10p - 8p$
$= (10-8)p$
$= 2p$

(4). $8xy - 3xy + 2x$
$= 5xy + 2x$

(5). $x^2 + 2x^2 + x + 3x$
$= 3x^2 + 4x$

(6). $8a + 7x - 4a + 5$
$= 4a + 7x + 5$

பயிற்சி 4 : 6

சுருக்குக. (விடையை ஒரே தடவையில் பெறுக.)

(1). $5x + 2x$
(2). $3x + 2x + x$
(3). $3x + 2x + x$
(4). $5a + 2a - a$
(5). $3ab + 2ab$
(6). $5pq + pq - 2pq$
(7). $3x^2 + 2x^2$
(8). $5a^2 + a^2 - 2a^2$
(9). $7x + x + 5y - y$
(10). $3pq + 2p + 2pq + 5p$
(11). $10x - 2x + 8 + 3x$
(12). $8xy - 4xy - 5 + 5xy$
(13). $8x^2 - 8x + 2x^2$
(14). $2a^2 + 8ab - 3ab - a^2$
(15). $5xy + x + y - xy + y$

அட்சர கணிதக் கோவைகளைப் பெருக்கல்

உதாரணம்

(I). $4(x+2)$
$= 4 \times x + 4 \times 2$
$= 4x + 8$

(ii). $-2(x-2)$
$= (-2) \times x + (-2) \times (-2)$
$= -2x + 4$

(iii). $5(3a+2b) + 4(2a+b)$
$= 15a + 10b + 8a + 4b$
$= 23a + 14b$

(iv). $2(2x+3y) - 3(x-y)$
$= 4x + 6y - 3x + 3y$
$= 4x - 3x + 6y + 3y$
$= x + 9y$

(v). $2a(2a - b + 2c)$
$= 4a^2 - 2ab + 4ac$

பயிற்சி 4 : 7

சுருக்குக.

(1). $4(x+2)$
(2). $3(2x+1)$
(3). $3(a-2)$
(4). $5(2x-4y)$
(5). $2(3p+2q)$
(6). $3(2x+5) + 2(x+2)$
(7). $5(3a-2b) + 2(2a+2b)$
(8). $5(3x-2y) - 2(3x-2y)$
(9). $4(a+b+c) + 3(2a+b+3c)$
(10). $5(x^2+2x+1) - 3(x^2-2x-3)$
(11). $(10x-5y) + 2(x+y)$
(12). $2(pq+r) + 3(p+q+r)$
(13). $2a(a+b+c)$
(14). $4x(3a+2b+c)$
(15). $5ab(2a-b+3)$

அட்சர கணிதக் கோவையொன்றை அட்சரகணிதக் கோவையொன்றால் பெருக்கல்

உதாரணம்

சுருக்குக.

(1). $(x+3)(x+4)$
$= x(x+4) + 3(x+4)$
$= x^2 + 4x + 3x + 12$
$= x^2 + 7x + 12$

(2). $(a-2)(a-3)$
$= a^2 - 3a - 2a + 6$
$= a^2 - 5a + 6$

(3). $(2y+1)(y-5)$
$= 2y^2 - 10y + y - 5$
$= 2y^2 - 9y - 5$

(4). $(2p-2)(3p-5)$
$= 6p^2 - 10p - 6p + 10$
$= 6p^2 - 16p + 10$

பயிற்சி 4 : 8

சுருக்குக.

(1). $(x+3)(x+1)$
(2). $(x+2)(x+3)$
(3). $(a+1)(a-8)$
(4). $(x-5)(x+2)$
(5). $(x+5)(2x+1)$
(6). $(2x+3)(3x+1)$
(7). $(4x+1)(3x-2)$
(8). $(x-2)(3x-5)$
(9). $(3-x)(5-x)$
(10). $(2n-1)(n-6)$
(11). $(a+5)(2a-3)$
(12). $(x+y)(x-y)$

காரணிகள்

ஓர் எண் இன்னோர் எண்ணால் மீதியின்றி வகுபடுமாயின் இரண்டாவது எண் முதலாவது எண்ணின் ஒரு காரணி ஆகும்.

ஓர் எண்ணின் காரணிகள்

உதா: $6 = 1 \times 6$, $= 2 \times 3$ எனவே 6 ஆனது 1,2,3,6 என்பவற்றால் மீதியின்றி வகுபடும்.

$\therefore$ 6 இன் காரணிகள் = 1, 2, 3, 6

ஓர் அட்சர கணித உறுப்பின் காரணிகள்

உதா: $2x = 1 \times 2x$, $= 2 \times x$ எனவே $2x$ ஆனது 1, 2, x, $2x$ என்பவற்றால் மீதியின்றி வகுபடும்.

$\therefore$ $2x$ இன் காரணிகள் = 1, 2, x, $2x$

பயிற்சி 4 : 9

பின்வரும் அட்டவணையைப் பிரதி செய்து நிரப்புக.

எண்/ அட்சர கணிதக் கோவை	பெருக்கமாக எழுதக்கூடிய சகல விதங்களிலும்	சகல காரணிகளும்
2	1×2	$1, 2$
4	$1 \times 4, 2 \times 2$	$1, 2, 4$
10		
12		
$3x$		
$4a$		
ab	$1 \times ab, a \times b$	
x^2		
ab^2		
$(x+1)$		
$(a+b)^2$		

ஓர் உறுப்பிலும் கூடிய அட்சர கணிதக் கோவைகளின் காரணிகள்

உதாரணம்

காரணிப்படுத்துக.

(1). $2x + 6$

$2x$ இன் சகல காரணிகளும் $= 1, 2, x, 2x$

6 இன் சகல காரணிகளும் $= 1, 2, 3, 6$

$\therefore$ $2x$, 6 ஆகியவற்றின் பொ.கா.பெ.2

$\therefore$ $2x + 6 = 2(x+3)$

(2). $x^2 + 5x$

x^2 இன் காரணிகள் $= 1, x, x^2$

$5x$ இன் காரணிகள் $= 1, 5, x, 5x$

பொதுக் காரணிகளில் பெரியது x

$\therefore$ $x^2 + 5x = x(x+3)$

(3). $2x^2 - 6x$

$= 2x^2 - 6x$

$= 2x(x-3)$

(4). $2xy^2 + 4xy - 6x^2y$

$= 2xy^2 + 4xy - 6x^2y$

$= 2xy(y + 2 - 3x)$

காரணிப்படுத்திய பின் பெருக்கி அடைப்பை நீக்குவதன் மூலம் ஆரம்பக் கோவை கிடைக்கும்.

பயிற்சி 4 : 10

காரணிப்படுத்துக.

(1). $6x + 6$
(2). $4x + 10$
(3). $3a - 6$
(4). $5p - 10$
(5). $x^2 + 5x$
(6). $a^2 - 3ab$
(7). $3a + 6b + 9c$
(8). $2m^2 - 4m$
(9). $x^2y + xy^2$
(10). $12a^2 - 6ab$
(11). $x^3 - 5x^2 + 6x$
(12). $x^3 - x^2y + xy^2$
(13). $2a^5 - 6a^4b + 2a^3b^3$
(14). $12xy^3 + 9x^2y + 3x^3$
(15). $3x^3 - 6x^2 + 9x$

உதாரணம்

பின்வரும் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துக

(i). $x(a+b) + y(a+b)$

$x\underline{(a+b)} + y\underline{(a+b)}$

$= (a+b)(x+y)$

(ii). $x(a+b) - y(a+b)$

$x\underline{(a+b)} - y\underline{(a+b)}$

$= (a+b)(x-y)$

(iii). $x(a-b) - y(a-b)$

$x\underline{(a-b)} - y\underline{(a-b)}$

$= (a-b)(x-y)$

மேலே (i) (ii), (iii) ஆகிய கோவைகளில் இரண்டு உறுப்புகள் உண்டு. அவற்றில் பொதுக்காரணி முதலில் வெளியே எடுக்கப்பட்டு எஞ்சிய பகுதி இரண்டாவது அடைப்பினுள் எழுதப்பட்டுள்ளது.

பயிற்சி 4 : 11

(1). பின்வரும் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துக.

(i). $a(m+n)+b(m+n)$
(ii). $3a(b-c)+2a(b-c)$
(iiii). $x(2a-b)-y(2a-b)$
(iv). $2p(3x-2y)-4(3x-2y)$
(v). $c^2(x-2y)-2(x-2y)$
(vi). $ab(x+y)+c(x+y)$

உதாரணம்

பின்வரும் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துக.

(i). $\underbrace{ac+bc}+\underbrace{ad+bd}$
$= c(a+b)+d(a+b)$
$= (a+b)(c+d)$

(ii). $a^2-ac+ab-bc$
$= a(a-c)+b(a-c)$
$= (a+b)(a-c)$

(iii). $6ac-2cy-3a+y$
$= 2c(3a-y)-1(3a-y)$
$= (3a-y)(2c-1)$

நான்கு உறுப்புகளில் பொதுக் காரணியை எடுக்கக்கூடிய இரு உறுப்புகள் வீதம் வேறாக்கி காரணிப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

பயிற்சி 4 : 12

(1). பின்வரும் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துக.

(i). $ab+bx+ac+cx$
(ii). $am+an+bm+bn$
(iii). $ab-bx+ac-cx$
(iv). $am+an-bm-bn$
(v). $ab+bx-ac-cx$
(vi). $2m+2n-3m-3n$
(vii). $x^2-ax+5x-5a$
(viii). $x^2-3x-xy+3y$

உதாரணம்

பின்வரும் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துக.

(i). $x(a-b)-y(b-a)$
$= x(a-b)+y(a-b)$
$= (a-b)(x+y)$

(ii). $x(a-b)+y(b-a)$
$= x(a-b)-y(a-b)$
$= (a-b)(x-y)$

இரண்டு உறுப்புகளிலும் காரணிகள் $(a-b)$, $(b-a)$ என இருப்பதால் பொதுக் காரணியை எடுக்க முடியாது. அது $-y(b-a)$ என்ற உறுப்பு $+y(a-b)$ என ஒழுங்குபடுத்தப்பட்டுள்ளது.

(iii). $ab-bc+cd-ad$
$= b(a-c)+d(c-a)$
$= b(a-c)-d(a-c)$
$= (a-c)(b-d)$

$d(c-a) = -d(a-c)$ என்பதால்

பயிற்சி 4 : 13

(1). பின்வரும் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துக.

(i). $a(x-y)+b(y-x)$
(ii). $a(x-y)-b(y-x)$
(iii). $3a(2x-3y)+b(3y-2x)$
(iv). $3a(2x-3y)-b(3y-2x)$
(v). $x^2-3x-3y+xy$
(vi). $ap^2-bp^2-bq^2+aq^2$
(vii). $x(3a+b)-y(b+3a)$
(viii). $p(2x+y)+q(y+2x)$
(ix). $2x^2-ax-4x-2a$
(x). $6ac-2cy+3a-y)$

மூவுறுப்பி இருபடிக் கோவைகளின் காரணிகள்

உதாரணம்

மூவுறுப்பி இருபடிக் கோவைகள்

ஒரு கோவையில் + அல்லது - குறியீடுகளினால் உறுப்புகள் வேறுபடுத்தப்படும்.
தெரியாக் கணியம் x ஆகும் போது
($\pm x^2$ உறுப்பு $\pm x$ உறுப்பு $\pm$ மாறாவுறுப்பு) என்றவாறு மூவுறுப்பி இருபடிக் கோவைகள் அமையும்.

மூவுறுப்பி இருபடிக் கோவைகளுக்கான உதாரணங்கள்

(1). $x^2 + 3x + 6$ (2). $x^2 - 7x + 12$ (3). $- p^2 + p - 12$ (4). $6x^2 + 5x - 6$

செயற்பாடு 1

பின்வரும் அட்டவணையைப் பிரதி செய்து நிரப்புக.

எண் சோடி	எண் சோடியின் கூட்டுத்தொகை	எண் சோடியின் பெருக்கம்
3, 2	5	6
-3, -2	-5	6
-3, 2	-1	-6
-6, 3		
-6, -3		
2, -7		
	5	-14
	10	16
	-2	-15
	-9	20

இருபடி உறுப்பின் குணகம் 1 ஆகவுள்ள மூவுறுப்பி இருபடிக் கோவைகளின் காரணிகள்

உதாரணம்

(i). $x^2 + 7x + 12$ ஐ காரணிப்படுத்துக.

$x^2 + 7x + 12$ என்பது மூவுறுப்பி இருபடிக் கோவையாகும்.

இதன் முதலாவது, கடைசி உறுப்புகளின் பெருக்கம் $= x^2 \times 12 = 12x^2$

மேலேயுள்ள பெருக்கத்தின் குணகம் $= 12$

நடு உறுப்பின் குணகம் $= 7$

கூட்டுத்தொகை 7 ஆகவும் பெருக்கம் 12 ஆகவுமுள்ள எண்சோடி 4,3 ஆகும்.

$4 + 3 = 7$ உம் $4 \times 3 = 12$ உம் ஆவதால்

$x^2 + 7x + 12 = (x + 4)(x + 3)$

(ii). காரணிப்படுத்துக. $a^2 - 2a - 15$

$a^2 - 2a - 15$

$= (a + 3)(a - 5)$

முதல், கடைசி உறுப்புகளின் பெருக்கத்தின் குணகம் $= -15$

நடு உறுப்பின் குணகம் $= -2$

கூட்டுத்தொகை -2 உம் பெருக்கம் -15 உம் ஆகவுள்ள எண் சோடி 3,-5 ஆகும்.

பயிற்சி 4 : 14

பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்பி தரப்பட்டுள்ள மூவுறுப்பி இருபடிக்கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துக.

இருபடிக்கோவை	நடு உறுப்பின் குணகம்	ஆரம்ப, இறுதி உறுப்புகளின் பெருக்கத்தின் குணகம்	நடு உறுப்பின் குணகத்தைக் கூட்டுத் தொகையாகத் தரும் காரணிச் சோடி	இருபடிக்கோவையின் காரணிகள்
$x^2 + 5x + 6$	5	$(1 \times 6) = 6$	3, 2	$(x + 3)(x + 2)$
$a^2 + 6a + 8$				
$x^2 + 7x + 12$				
$x^2 + 4x + 4$				
$x^2 + 8x + 15$				
$a^2 - 5a + 4$	-5	4	-4, -1	$(a - 4)(a - 1)$
$p^2 - 10p + 16$				
$y^2 - 6y + 8$				
$x^2 - 7x + 10$				
$a^2 + 4a - 12$	4	-12	+6, -2	$(a + 6)(a - 2)$
$p^2 + 3p - 10$				
$y^2 + y - 12$				
$x^2 - x - 12$				
$a^2 + 2a - 15$				
$p^2 - 4p - 12$				
$x^2 - x - 20$	-1	-20	-5, +4	$(x - 5)(x + 4)$
$y^2 - 4y - 32$				
$a^2 - 8a - 20$				
$p^2 + p - 72$				
$x^2 - 16x + 60$				
$a^2 + 13a - 14$				

மேற்படி எல்லாக் கோவைகளிலும் முதல் உறுப்பின் குணகம் 1 ஆகும்.

வர்க்க உறுப்பின் குணகம் 1 இலும் கூடியதாயுள்ள மூவுறுப்பி இருபடிக்கோவைகளின் காரணிகள்

உதாரணம்

(i). $2x^2 + 7x + 5$

$$2x^2 + 7x + 5$$
$$= \underbrace{2x^2 + 5x} + \underbrace{2x + 5}$$
$$= x(2x + 5) + 1(2x + 5)$$
$$= (2x + 5)(x + 1)$$

ஆரம்ப, இறுதி உறுப்புகளின் பெருக்கம் $= 2x^2 \times 5 = 10x^2$
அப்பெருக்கத்தின் குணகம் $= 10$
நடு உறுப்பின் குணகம் $= 7$
கூட்டுத்தொகை 7 உம் பெருக்கம்
10 உம் ஆகவுள்ள எண் சோடி $= 5, 2$

$\therefore$ நடு உறுப்பை $7x = 5x + 2x$ என எழுதிக் காரணிகளைப் பெற்றுக் கொள்வோம். அப்போது இரண்டு உறுப்புகளுக்கும் பொதுவான காரணி $(2x + 5)$

(ii). $3x^2 - 11x + 10$

$$\overset{30x^2}{\overbrace{3x^2 - 11x + 10}}$$
$$= \underbrace{3x^2 - 5x}\ \underbrace{- 6x + 10}$$
$$= x(3x - 5) - 2(3x - 5)$$
$$= (3x - 5)(x - 2)$$

ஆரம்ப, இறுதி பெருக்கத்தின் குணகம்	$= 30$
நடு உறுப்பின் குணகம்	$= -11$
∴ எண்சோடி	$= -5, -6$
∴ $-11x = -5x - 6x$	

(iii). $4x^2 + 8x - 5$

$$\overset{-20x^2}{\overbrace{4x^2 + 8x - 5}}$$
$$= 4x^2 + 10x - 2x - 5$$
$$= 2x(2x + 5) - 1(2x + 5)$$
$$= (2x + 5)(2x - 1)$$

ஆரம்ப, இறுதி பெருக்கத்தின் குணகம்	$= -20$
நடு உறுப்பின் குணகம்	$= +8$
∴ எண்சோடி	$= +10, -2$
∴ $8x = +10x - 2x$	

(iii). $2x^2 - 4xy - 6y^2$

$$\overset{12x^2y^2}{\overbrace{2x^2 - 4xy - 6y^2}}$$
$$= 2x^2 - 6xy + 2xy - 6y^2$$
$$= 2x(x - 3y) + 2y(x - 3y)$$
$$= (x - 3y)(2x + 2y)$$
$$= (x - 3y)\,2(x + y)$$
$$= 2(x - 3y)(x + y)$$

ஆரம்ப, இறுதி பெருக்கத்தின் குணகம்	$= -12$
நடு உறுப்பின் குணகம்	$= +4$
∴ எண்சோடி	$= -6, 2$
∴ $-4xy = -6xy + 2xy$	

இதனை முதலிலேயே. $2x^2 - 4xy - 6y^2 = 2(x^2 - 2xy - 3y^2)$ எனப் பொதுக்காரணிகளாக எழுதியும் செய்யலாம்.

பயிற்சி 4 : 15

(1). பின்வரும் மூவுறுப்பி இருபடிக்கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துக.

(i). $4x^2 + 5x + 1$
(ii). $2x^2 + 9x + 4$
(iii). $3x^2 + 8x + 4$
(iv). $5a^2 + 11a + 2$
(v). $3p^2 - 8p + 5$
(vi). $2a^2 - 8a + 8$
(vii). $4y^2 - 12y + 5$
(viii). $5x^2 - 8x + 3$
(ix). $2x^2 + 6x - 8$
(x). $3a^2 + 4a - 4$
(xi). $5p^2 + 8a - 4$
(xii). $4y^2 + 6y - 4$
(xiii). $2a^2 - a - 6$
(xiv). $2x^2 - 9x - 5$
(xv). $15a^2 - a - 2$
(xvi). $2p^2 - 5p - 12$

வர்க்க வித்தியாசமொன்றின் காரணிகள்

$$\boxed{a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)}$$

உதாரணம்

(1). காரணிப்படுத்துக.

(i). $x^2 - 25$
$= x^2 - 5^2$
$= (x + 5)(x - 5)$

(ii). $4x^2 - 9y^2$
$= (2x)^2 - (3y)^2$
$= (2x - 3)(2x + 3)$

பயிற்சி 4 : 16

(1). காரணிப்படுத்துக.

(i). $x^2 - y^2$
(ii). $p^2 - q^2$
(iii). $x^2 - 25$
(vi). $a^2 - 36$
(v). $100 - a^2$
(vi). $81 - x^2$
(vii). $9x^2 - y^2$
(viii). $16a^2 - b^2$
(ix). $x^2 - 4y^2$
(x). $1 - 9p^2$
(xi). $25y^2 - 9$
(xii). $16x^2 - 9$
(xiii). $25a^2 - 36b^2$
(xiv). $x^2y^2 - 4a^2$
(xv). $16x^2 - 121$

உதாரணம்

(1). பின்வரும் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துக.

(i). $2a^2 - 8$
$= 2(a^2 - 4)$
$= 2(a^2 - 2^2)$
$= 2(a - 2)(a + 2)$

(ii). $9x - x^3$
$= x(9 - x^2)$
$= x(3^2 - x^2)$
$= x(3 - x)(3 + x)$

(iii). $\frac{x^2}{25} - \frac{1}{49}$
$= \left(\frac{x}{5}\right)^2 - \left(\frac{1}{7}\right)^2$
$= \left(\frac{x}{5} - \frac{1}{7}\right)\left(\frac{x}{5} + \frac{1}{7}\right)$

பயிற்சி 4 : 17

(1). பின்வரும் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துக.

(i). $12b^2 - 3$ (iv). $8a^2 - 2b^2$ (v). $3 - 27x^2$ (viii). $\frac{p^2}{4} - 25$

(ii). $16a^3 - 9a$ (v). $4x^3 - 9x$ (vi). $50a^2 - 8b^2$ (ix). $\frac{a^2}{4} - \frac{b^2}{9}$

(iii). $2a^2 - 32$ (vi). $8a^3 - 2a$ (vii). $\frac{x^2}{3} - 8\frac{1}{3}$ (x). $\frac{a^2}{9} - \frac{1}{4}$

காரணி அறிவைக் கொண்டு சுருக்குதலும் பெறுமானம் காணலும்

உதாரணம்

(i). காரணி அறிவைக் கொண்டு $135 \times 28 - 35 \times 28$ இன் பெறுமானம் காண்க.

$135 \times 28 - 35 \times 28 = 28(135 - 35)$
$= 28 \times 100$
$= \underline{\underline{2800}}$

இங்கு பொதுக் காரணியை வெளியே எடுப்பது பயன்படுத்தப்பட்டது.

(ii). $38^2 - 12^2$ இன் பெறுமானத்தை காரணி அறிவைக் கொண்டு காண்க.

$38^2 - 12^2 = (38 - 12)(38 + 12)$
$= 26 \times 50$
$= \underline{\underline{1300}}$

இங்கு வர்க்க வித்தியாசம் பயன்படுத்தப்பட்டது.

(iii). $\frac{22}{7} \times 12^2 - \frac{22}{7} \times 5^2$ இன் பெறுமானத்தை காரணி அறிவைக் கொண்டு காண்க.

$\frac{22}{7} \times 12^2 - \frac{22}{7} \times 5^2 = \frac{22}{7}(12^2 - 5^2)$

$= \frac{22}{7}(12 - 5)(12 + 5)$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 17$

$= \underline{\underline{374}}$

இங்கு பொதுக்காரணியை எடுத்தல், வர்க்கவித்தியாசம் ஆகிய இரண்டு சந்தர்ப்பங்களும் பயன்படுத்தப்பட்டன.

பயிற்சி 4 : 18

(1). காரணி அறிவைக் கொண்டு பெறுமானம் காண்க.

(i). $13^2 - 7^2$ (iii). $27^2 - 23^2$ (v). $(7.2)^2 - (2.8)^2$ (vii). $\frac{22}{7} \times 26^2 - \frac{22}{7} \times 6^2$

(ii). $35^2 - 15^2$ (iv). $75^2 - 25^2$ (vi). $1003^2 - 997^2$ (viii). $\frac{22}{7} \times 2.75^2 - \frac{22}{7} \times 0.25^2$

உதாரணம்

(1). காரணி அறிவைக் கொண்டு பெறுமானம் காண்க.

(i). 102×98	(ii). 45×55
$= (100+2)(100-2)$	$= (50-5)(50+5)$
$= 100^2 - 2^2$	$= 50^2 - 5^2$
$= 10000 - 4$	$= 2500 - 25$
$= \underline{\underline{9996}}$	$= \underline{\underline{2475}}$

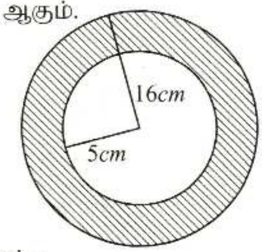
பயிற்சி 4 : 19

(1). காரணி அறிவைக் கொண்டு பெறுமானம் காண்க.

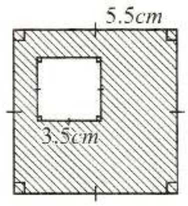
(i). 103×97 (iii). 32×28 (v). $102 \times 98 - 100^2$ (vii). 131×129

(ii). 28×22 (iv). 207×193 (vi). 92×88 (viii). 117×123

(2). நிழற்றப்பட்டுள்ள பகுதியின் பரப்பளவை காரணி அறிவைக் கொண்டு காண்க.
சிறிய வட்டத்தின் ஆரை $5cm$ உம் பெரிய வட்டத்தின் ஆரை $16cm$ உம் ஆகும்.
(r ஆரையுடைய ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவு πr^2 ஆகும்)



(3). நிழற்றப்பட்டுள்ள பகுதியின் பரப்பளவை காரணி அறிவைக் கொண்டு காண்க.
சிறிய சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளம் $3.5cm$ உம்
பெரிய சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளம $5.5cm$ உம் ஆகும்.



ஈருறுப்புக் கோவையொன்றின் கனம்

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

உதாரணம்

(i). $(x+3)^3 \quad = x^3 + (3 \times x^2 \times 2) + (3 \times x \times 2^2) + 2^3$

$= x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

(ii). $(2x+3y)^3 \quad = (2x)^3 - 3(2x)^2(3y) + 3(2x)(3y)^2 - (3y)^3$

$= 8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$

பயிற்சி 4 : 20

(1). விரித்தெழுதுக.

(i). $(x+y)^3$ (ii). $(a+3)^3$ (iii). $(2x+1)^3$ (iv). $(1-x)^3$ (v) $(x-3y)^3$ (vi) $(2y-3)^3$

பிரதியிடல்

ஒரு தெரியாக் கணியமுடைய அட்சர கணிதக் கோவைகளில் பிரதியிடல்.

உதாரணம்

(1). பெறுமானம் காண்க.

(I). $x = 5$ ஆகும் போது $x+3$	(ii). $y = (-2)$ ஆகும் போது $7y - 3$	(iii). $x = 4$ ஆகும் போது $x^2 - 2x$
$x + 3 = (5) + 3$	$7y - 3 = 7 \times (-2) - 3$	$x^2 - 2x = (4)^2 - 2 \times (4)$
$= 5+3$	$= -14 - 3$	$= 16 - 8$
$= 8$	$= -17$	$= 8$

பயிற்சி 4 : 21

(1). அட்சர உறுப்புக்காகத் தரப்பட்டுள்ள பெறுமானத்தைப் பிரதியிட்டு பின்வரும் கோவைகளின் பெறுமானம் காண்க.

(i). $x + 4$; $x = 2$
(ii). $2y + 3$; $y = 4$
(iii). $2x - 8$; $x = 3$
(vi). $3a + 5$; $a = 0$
(v). $-p + 2$; $p = 1$
(vi). $x - 4$; $x = -2$
(vii). $3y - 2$; $x = -5$
(viii). $2 - y$; $y = -3$
(ix). $4 - p^2$; $p = -1$

இரண்டு தெரியாக் கணியங்களையுடைய அட்சர கணிதக் கோவைகளில் பிரதியிடல்

உதாரணம்

(1). தரப்பட்டுள்ள பெறுமானங்களைப் பிரதியிட்டுப் பெறுமானம் காண்க.

(i). $x = 3$, $y = 4$ ஆகும் போது $x+2y$
$= 3 + 2 \times 4$
$= 3 + 8$
$\underline{\underline{= 11}}$

(ii). $x = -2$, $y = -3$ ஆகும் போது x^2+5y^2
$= (-2)^2 + 5 \times (-3)^2$
$= 4 + 5(9)$
$= 4 + 45$
$\underline{\underline{= 49}}$

பயிற்சி 4 : 22

(1). அட்சர உறுப்புக்காகத் தரப்பட்டுள்ள பெறுமானத்தைப் பிரதியிட்டு பின்வரும் கோவைகளின் பெறுமானம் காண்க.

(i). $x+2y$; $x = 2, y = 3$
(ii). $p+2q$; $p = 3, q = 4$
(iii). $4l + m$; $l = 2, m = 1$
(iv). $2k - 3l$; $k = 5, l = 1$
(v). $2x - 4y$; $x = 1, y = 2$
(vi). $2x + y$; $x = -2, y = 1$
(vii). $3a - 4b$; $a = -2, b = -3$
(viii). $2p - 7q$; $p = -1, q = -2$
(ix). $4xy - 3y$; $x = 2, y = 1$
(x). $5y - 4yz$; $y = 2, z = -3$
(xi). $x^2 + y^2$; $x = 1, y = 2$
(xii). $2p^2 + 3q^2$; $p = 2, q = -3$
(xiii). $4a^2 - b^2$; $a = 3, b = -1$
(xiv). $2a^2 - 4b^2$; $a = 1, b = -1$
(xv). $l^2y - 5y^2$; $l = -2, y = -3$
(xvi). $x^2 - 3x + 2$; $x = -1$
(xvii). $2x^2 - 4x + 7$; $x = 0$
(xviii). $5x^2 - 2x + 8$; $x = 1$
(xix). $x^2 + 10x + 2$; $x = -1$
(xx). $x^2 - 5x - 8$; $x = -2$

ஒரு சமன்பாட்டில் பிரதியிடுவதன் மூலம் ஒரு மாறிலியின் பெறுமானத்தைப் பெறுதல்

உதாரணம்

(1). x இன் பெறுமானத்தைப் பிரதியிட்டு y இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i). $x = 2$, ஆகும் போது
$y = x + 5$
$= (2) + 5$
$= 2 + 5$
$y = 7$

(ii). $x = -3$, ஆகும் போது
$y = x - 3$
$= (-3) - 3$
$= -3 - 3$
$y = -6$

(iii). $x = -3$, ஆகும் போது
$y = 2x - 5$
$= 2 \times (-3) - 5$
$= -6 - 5$
$y = -11$

பயிற்சி 4 : 23

(1). x இற்குத் தரப்பட்டுள்ள பெறுமானத்தைப் பிரதியிட்டு y இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i). $y = x + 4$; $x = 1$
(ii). $y = 5x + 2$; $x = 2$
(iii). $y = -3x + 4$; $x = 3$
(iv). $y = 2x - 5$; $x = 0$
(v). $y = -x - 4$; $x = 4$
(vi). $y = x - 5$; $x = -1$
(vii). $y = 2x + 2$; $x = -3$
(viii). $y = 3x - 5$; $x = 0$
(ix). $y = 5 - 4x$; $x = -2$
(x). $y = 5 - x$; $x = -4$

(2). $y = 2x - 3$ இற்குரிய பின்வரும் பெறுமான அட்டவணையை நிரப்புக.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$2x$	-6				2		
-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
$2x - 3$	-9				-1		
y	-9				-1		

இருபடிச் சமன்பாட்டில் பிரதியிடல்

உதாரணம்

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). $x = 3$, ஆகும் போது y இன் பெறுமானம் காண்க.

$y = x^2 + 2x - 3$
$= (3)^2 + 2(3) - 3$
$= 9 + 6 - 3$
$= 15 - 3$
$\underline{y = 12}$

(ii). $x = -2$, ஆகும் போது y இன் பெறுமானம் காண்க.

$y = -3x^2 - 2x + 4$
$= -3(-2)^2 - 2(-2) + 4$
$= -3(4) + 4 + 4$
$= -12 + 8$
$\underline{y = -4}$

பயிற்சி 4 : 24

(1). பின்வரும் ஒவ்வொரு சமன்பாட்டின் எதிரே x இற்குத் தரப்பட்டுள்ள பெறுமானத்துக்குரிய y இன் பெறுமானம் காண்க.

(i). $y = x^2 - 2x + 3$; $x = 1$

(ii). $y = 2x^2 + x - 2$; $x = 2$

(iii). $y = x^2 + 4x + 8$; $x = 0$

(iv). $y = 8 + 4x - x^2$; $x = 3$

(v). $y = 4 - 3x - 2x^2$; $x = 4$

(vi). $y = x^2 + 3x - 2$; $x = -1$

(vii). $y = x^2 - 8x + 3$; $x = -2$

(viii). $y = (x + 2)(x + 3)$; $x = -3$

(ix). $y = 4x^2 - x + 4$; $x = 0$

(x). $y = (x - 5)(x + 2)$; $x = -4$

(2). $y = x^2 - 2x - 2$ எனும் சமன்பாட்டில் x இற்குத் தரப்பட்டுள்ள பெறுமானத்துக்குரிய y இன் பெறுமானம் கண்டு பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக. விடையைப் பெற்ற விதத்தையும் எழுதுக.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

(3). $y = 2x^2 + x - 3$ இற்குரிய பின்வரும் பெறுமான அட்டவணையை நிரப்புக.

	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
	x^2	9					4	
y	$2x^2$	18					8	18
	$+x$	-3					2	
	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
	$2x^2 + x - 3$	12				0		
	y	12						

அட்சர கணிதப் பின்னங்கள்

$\frac{2}{3}$ சாதாரண பின்னமாகும். இதில் பகுதியும் தொகுதியும் எண்களாகும்.

$\frac{2}{x}, \frac{x}{2}, \frac{x+1}{2}, \frac{2}{x+1}$ இவையும் பின்னங்களேயாகும். ஆயினும் இவற்றில் பகுதியில் அல்லது தொகுதியில் தெரியாக் கணியம் சேர்ந்துள்ளது. எனவே இவ்வாறான பின்னங்கள் அட்சர கணிதப் பின்னங்கள் எனப்படும்.

அட்சர கணிதப் பின்னங்களைக் கூட்டல்

(a). பகுதி ஓர் எண்ணாகவுள்ள பின்னங்கள்

உதாரணம்

(1). சுருக்குக.

(i). $\frac{x}{7} + \frac{2x}{7}$

$= \frac{x+2x}{7}$

$= \frac{3x}{7}$

(ii). $\frac{a}{2} + \frac{a}{3}$

$= \frac{3a+2a}{6}$

$= \frac{5a}{6}$

(iii). $\frac{2x}{3} + \frac{x}{2} - \frac{3x}{4}$

$= \frac{4 \times 2x + 6 \times x - 3 \times 3x}{12}$

$= \frac{8x + 6x - 9x}{12}$

$= \frac{5x}{12}$

பயிற்சி 4 : 25

(1). சுருக்குக.

(i). $\frac{x}{9} + \frac{2x}{9}$

(ii). $\frac{5x}{7} + \frac{x}{7}$

(iii). $\frac{a}{3} + \frac{a}{4}$

(iv). $\frac{2x}{5} + \frac{x}{2}$

(v). $\frac{a}{4} + \frac{5a}{12} + \frac{a}{3}$

(vi). $\frac{2p}{3} + \frac{p}{2}$

(vii). $\frac{2x}{3} - \frac{x}{4}$

(viii). $\frac{2x}{5} + \frac{x}{2} - \frac{x}{4}$

(ix). $\frac{2x}{4} + \frac{x}{3} - \frac{2x}{5}$

(b). பகுதி அட்சர உறுப்பாகவுள்ள பின்னங்கள்

உதாரணம்

(1). சுருக்குக.

(i). $\frac{5}{x} + \frac{2}{x}$

$= \frac{5+2}{x}$

$= \frac{7}{x}$

(ii). $\frac{2}{3x} + \frac{5}{x}$

$= \frac{1(2)+3(5)}{3x}$

$= \frac{2+15}{3x}$

$= \frac{17}{3x}$

(iii). $\frac{5}{2x} + \frac{1}{(x+1)}$

$= \frac{5(x+1)+1(2x)}{2x(x+1)}$

$= \frac{5x+5+2x}{2x(x+1)}$

$= \frac{7x+5}{2x(x+1)}$

பயிற்சி 4 : 26

(1). சுருக்குக.

(i). $\frac{2}{x} + \frac{5}{x}$

(ii). $\frac{3}{a} + \frac{2}{a}$

(iii). $\frac{5}{2x} + \frac{1}{x}$

(iv). $\frac{4}{3a} + \frac{2}{a}$

(v). $\frac{3}{2p} + \frac{1}{p} + \frac{2}{3p}$

(vi). $\frac{4}{5x} + \frac{2}{x} - \frac{1}{2x}$

(vii). $\frac{2}{3x} + \frac{1}{4x} - \frac{5}{2x}$

(viii). $\frac{4}{5a} + \frac{2}{a} - \frac{4}{3a}$

(ix). $\frac{3}{2p} + \frac{1}{3p} + \frac{2}{4p}$

(x). $\frac{2}{(x+1)} + \frac{3}{(x+1)}$

(xi). $\frac{5}{(a-1)} + \frac{3}{(1-a)}$

(xii). $\frac{1}{x} + \frac{1}{(x+1)}$

(xiii). $\frac{3}{(x+2)} + \frac{2}{(x+1)}$

(c) தொகுதி ஓர் அட்சர கணிதக்கோவையாகவும் பகுதி ஓர் எண்ணாகவுமுள்ள பின்னங்கள்

உதாரணம்

(1). சுருக்குக.

(i). $\frac{x}{2} + \frac{x+3}{2}$

$= \frac{x+x+3}{2}$

$= \frac{2x+3}{2}$

(ii). $\frac{x+2}{3} + \frac{2x+3}{3}$

$= \frac{x+2+2x+3}{3}$

$= \frac{3x+5}{3}$

(iii). $\frac{5x}{2} + \frac{x+1}{3} - \frac{x-2}{6}$

$= \frac{3(5x)+2(x+1)-1(x-2)}{6}$

$= \frac{15x+2x+2-x+2}{6}$

$= \frac{16x+4}{6} = \frac{\overset{2}{\cancel{4}}(4x+1)}{\underset{3}{\cancel{6}}}$

$= \frac{2(4x+1)}{3}$

பயிற்சி 4 : 27

(1). சுருக்குக.

(i). $\frac{3x}{2} + \frac{x+2}{2}$

(ii). $\frac{x+2}{3} + \frac{2x+3}{3}$

(iii). $\frac{x+2}{2} + \frac{x}{3}$

(iv). $\frac{a-5}{3} + \frac{a-3}{6}$

(v). $\frac{a-5}{3} - \frac{a-3}{6}$

(vi). $\frac{2x-1}{3} + \frac{x}{2} - \frac{2x-5}{4}$

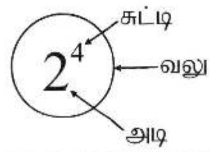
(vii). $\frac{2x+1}{3} - \frac{3x+2}{10} + \frac{x}{2}$

(viii). $\frac{x+5}{4} + \frac{2x-1}{3}$

(ix). $\frac{x+5}{4} - \frac{2x-1}{3}$

5. சுட்டிகள்

$2 \times 2 \times 2 \times 2$ என விரித்தெழுதிய கோவை 2^4 என சுருக்கி எழுதப்பட்டுள்ளது இங்கு பெருக்கப்பட்டுள்ள எண் 2 ஆகவும் பெருக்கப்பட்ட தடவைகள் 4 ஆகவும் உள்ளது. 2^4 இல் 2 அடியெனவும் 4 சுட்டியெனவும் 2^4 வலு எனவும் அழைக்கப்படும்.



பயிற்சி 5 : 1

(1). வலுக்களை விரித்தெழுதிப் பெறுமானம் காண்க.

(i). 2^5 (ii). 3^4 (iii). 10^3 (iv). $\left(\frac{1}{3}\right)^3$

வலுக்களை ஒப்பிடுதல்

உதாரணம்

(1). 3^2 , 2^3 ஆகியவற்றில் பெரிய வலுவைத் தெரிக.

$3^2 = 3 \times 3 = 9$

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$,

$9 > 8$ என்பதால்

$\therefore 3^2 > 2^3$

3^2 பெரியதாகும்.

பயிற்சி 5 : 2

(1). பின்வரும் வலுக்களின் பெறுமானம் காண்க.
அவற்றை $>$ அல்லது $<$ அல்லது $=$ மூலம் தொடர்புபடுத்துக.

(i). 3^3 ...... 2^3 (ii). 5^2 ...... 2^5 (iii). 1^4 ...... 4^1 (iv). 2^4 ...... 4^2

(v). 4^3 ...... 3^4 (vi). 3^5 ...... 5^3 (vii). 3^4 ...... 2^4 (viii). 6^2 ...... 2^6

சுட்டி விதிகள்

(a) **வலுக்களைப் பெருக்கல்**

உதாரணம்

(1). 2^4, 2^3 என்பவற்றை விரித்து எழுதுக. அதிலிருந்து $2^4 \times 2^3$ இன் பெருக்கத்தை வலுவில் எழுதுக.

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$
$$2^3 = 2 \times 2 \times 2$$
$$\therefore 2^4 \times 2^3 = (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$$
$$= 2^7$$

$\boxed{2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7} \longrightarrow$ ஒரே அடியையுடைய வலுக்களைப் பெருக்கும் போது சுட்டிகள் கூட்டப்படும்.

பயிற்சி 5 : 3

(1). கீழே (i) இலுள்ளது போன்று சுருக்குக.

(i). $2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$ (ii). $3^2 \times 3^4$ (iii). $5^2 \times 5^3$

(iv). $7^3 \times 7^2 \times 7^2$ (v). $x^3 \times x^2$ (vi). $x^5 \times x^2 \times x^2$

(vii). $p^3 \times p^3 \times p^2$ (viii). $2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^3$ (ix). $5^2 \times 5^3 \times 5^2 \times 5^3$

(x). $4^2 \times 4^2 \times 4^3 \times 4^2$ (xi). $a^2 \times a^2 \times a^3 \times a^3$ (xii). $x \times x \times x$

(b) சுட்டிகளுடனான சுருக்கல்

உதாரணம்

(i). $2x^2 \times 3x^2$

$= (2 \times x \times x) \times (3 \times x \times x) \longrightarrow$

$= 2 \times 3 \times x \times x \times x \times x$

$= 6x^4$

இதனை விரித்தெழுதாது ஒரே தடவையில் $2 \times 3 \times x^{2+2} = 6x^4$ என எழுதலாம்

(ii). $2x^2 \times 3y^2$

$= 2 \times x^2 \times 3 \times y^2$

$= 2 \times 3 \times x^2 \times y^2$

$= 6x^2y^2$

(iii). $3x^2 \times 2x^4 \times 5y$

$= 30x^6y$

பயிற்சி 5 : 4

(1). சுட்டி விதிகள் மூலம் சுருக்குக.

(i). $2x^5 \times 3x^2$ (ii). $5x^3 \times 2x^5$ (iii). $2x^3 \times 3x^4 \times x^2$ (iv). $5a^2 \times 2a^3 \times 2a^2$ (v). $2p^2 \times 2p^3 \times 2p^5$

(vi). $2x^5 \times 3y^2$ (vii). $3y^2 \times 2x^3$ (viii). $5x \times 2y^2 \times 2x^2$ (ix). $5x^2y \times 4xy^2$ (x). $5x^2y^2 \times 4xy^2$

(c) சுட்டிகளுடனான எண்களை வகுத்தல்

உதாரணம்

(i). $2^5 \div 2^3 = \dfrac{2^5}{2^3} = \dfrac{\overset{1}{\cancel{2}} \times \overset{1}{\cancel{2}} \times \overset{1}{\cancel{2}} \times 2 \times 2}{\underset{1}{\cancel{2}} \times \underset{1}{\cancel{2}} \times \underset{1}{\cancel{2}}}$

$\underline{\underline{= 2^2}}$

$\dfrac{2^5}{2^3} = 2^5 \div 2^3 = 2^{5-3} \underline{\underline{= 2^2}}$

ஒரே அடியையுடைய வலுக்களைப்பிரிக்கும் போது சுட்டிகள் கழிக்கப்படும்

(ii). $\dfrac{10a^5}{5a^2} = \dfrac{10 \times a^5}{5 \times a^2}$

$= 2a^{5-2}$

$\underline{\underline{= 2a^3}}$

(iii). $\dfrac{12x^4y^4}{2x^2y^2} = \dfrac{12 \times x^{4-2}y^{4-2}}{2}$

$\underline{\underline{= 6x^2y^2}}$

பயிற்சி 5 : 5

(1). சுட்டி விதிகள் மூலம் சுருக்குக.

(i). $2^5 \div 2^2$ (ii). $5^8 \div 5^3$ (iii). $7^4 \div 7^2$ (iv). $\dfrac{5^4}{5^2}$ (v). $\dfrac{x^4}{x^2}$

(vi). $a^7 \div a^3$ (vii). $p^8 \div p^2$ (viii). $2x^5 \div x^3$ (ix). $4a^4 \div 2a^2$ (x). $6x^8 \div 2x^3$

(xi). $8a^5 \div 2a^2$ (xii). $5p^6 \div 10p^2$ (xiii). $\dfrac{6x^5y^6}{3x^2y^2}$ (xiv). $\dfrac{10a^3b^3}{5a^2b}$ (xv). $\dfrac{8x^3y^3}{2xy^3}$

சிறப்பு வலுக்கள்

உதாரணம்

(i). $2^5 \div 2^5 = \dfrac{\overset{1}{\cancel{2}} \times \overset{1}{\cancel{2}} \times \overset{1}{\cancel{2}} \times \overset{1}{\cancel{2}} \times \overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{2}} \times \underset{1}{\cancel{2}} \times \underset{1}{\cancel{2}} \times \underset{1}{\cancel{2}} \times \underset{1}{\cancel{2}}} = 1$

சுட்டி விதிகளுக்கேற்ப $2^5 \div 2^5 = 2^{5-5} = 2^0$

$\boxed{\therefore 2^0 = 1}$

ஒவ்வொரு அடியிலும் சுட்டி 0 ஆயின் வலுவின் பெறுமானம் ஆகும். $a^0 = 1$

(ii). $2^5 \div 2^4 = \dfrac{\overset{1}{\cancel{2}} \times \overset{1}{\cancel{2}} \times \overset{1}{\cancel{2}} \times \overset{1}{\cancel{2}} \times 2}{\underset{1}{\cancel{2}} \times \underset{1}{\cancel{2}} \times \underset{1}{\cancel{2}} \times \underset{1}{\cancel{2}}} = 2$

$2^5 \div 2^4 = 2^{5-4} = 2^1$

$\boxed{\therefore 2^1 = 2}$

எந்த ஒரு அடியையும் சுட்டியாக 1 ஐயும் கொண்ட ஒரு வலுவின் பெறுமானம் அவ்வலுவின் அடியாக உள்ள எண் ஆகும். $a^1 = a$

பயிற்சி 5 : 6

(1). சுருக்குக.

(i). $x^5 \times x^0$ (ii). $x^5 \times x^0$ (iii). $x^5 \times x$ (iv). $2^4 \times 2 \times 2^0$

(v). $3a^3 \times a^0$ (vi). $3a^3 \div 3a$ (vii). $15p^6 \div 5p$ (viii). $\frac{12x^5}{2x^5}$

(ix). $8x^0 \times 8x$ (x). $a^0 \times x^0 \times 5^0 \times 4$ (xi). $\frac{x^8 \times x^2}{x^3\, a^2}$ (xii). $\frac{a^5}{a^2} \times a^3$

வலுவின் வலு

உதாரணம்

$x^5 = x \times x \times x \times x \times x$

$(x^2)^5 = x^2 \times x^2 \times x^2 \times x^2 \times x^2$

$= x^{10}$

$\boxed{\therefore (x^2)^5 = x^{2\times 5} = x^{10}}$ → வலுவின் வலுவாக உள்ள சந்தர்ப்பங்களில் சுட்டியானது அதன் மீதுள்ள சுட்டியினால் பெருக்கப்படும்.

$\boxed{(a^m)^n = a^{mn}}$

பயிற்சி 5 : 7

(1). சுருக்குக.

(i). $(2^2)^3$ (ii). $(3^3)^2$ (iii). $(3^4)^2$ (iv). $(x^5)^4$ (v). $(a^5)^7$

(vi). $(2^2)^5 \times 2^2$ (vii). $(3^2)^3 \times 3^2$ (viii). $(x^5)^2 \times x$ (ix). $(a^3)^4 \times a^3$ (x). $(p^2)^5 \times p^0 \times p$

பெருக்கமொன்றின் வலு

உதாரணம்

$ab = a \times b$

$\therefore\ (ab)^2 = (a \times b)^2$ ஆகும்.

$(ab)^2 = (a^1 \times b^1)^2$

$= a^{1\times 2} \times b^{1\times 2}$

$= \underline{\underline{a^2b^2}}$

$(2x^2y^2)^2$ சுருக்குக.

$(2x^2y^2)^2 = (2^1 \times x^2 \times y^2)^2$

$= 2^{1\times 2}\ x^{2\times 2}\ xy^{2\times 2}$

$= 2^2 \times x^4 \times y^4$

$= \underline{\underline{4x^4y^4}}$

பயிற்சி 5 : 8

(1). சுருக்குக.

(i). $(2x^2)^2$ (ii). $(3ab)^2$ (iii). $(4xy)^2$ (iv). $(xy^2)^2$ (v). $(3x^2y^3)^2$

(vi). $(a^2bc^3)^2$ (vii). $(3x^5)^2 \times 3x$ (viii). $(a^2b^3)^2 \times a^3$ (ix). $(2xy^2)^3 \times x$ (x). $(5x^3y^3)^2$

மறைச் சுட்டி

(1). சுருக்குக. $\frac{a^3}{a^5}$

சுட்டி விதிக்கேற்ப,

$$\frac{a^3}{a^5} = a^{3-5} = \underline{\underline{a^{-2}}}$$

விரித்தெழுதி சுருக்கும் போது

$$\frac{a^3}{a^5} = \frac{\cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{a}}{\cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times a \times a} = \underline{\underline{\frac{1}{a^2}}}$$

$$\boxed{\therefore a^{-2} = \frac{1}{a^2}}$$

எனவே

$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ உம் $\frac{1}{a^{-m}} = a^m$ ஆகும்.

உதாரணம்

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \underline{\underline{\frac{1}{25}}}$ (ii). $\frac{1}{4^{-3}} = 4^{+3} \ \underline{\underline{= 64}}$

பயிற்சி 5 : 9

(1). சுருக்குக.

(i). 2^{-3} (ii). 3^{-2} (iii). 6^{-2} (iv). 10^{-2}

(v). 4^{-1} (vi). $\frac{1}{5^{-2}}$ (vii). $\frac{1}{2^{-3}}$ (viii). $\frac{1}{3^{-2}}$

(ix). $\frac{1}{10^{-2}}$ (x). $(2^2)^{-2}$ (xi). $(3^3)^{-2}$ (xii). $(-2)^{-2}$

(2)பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களை நேர்ச்சுட்டிகளுடன் எழுதுக.

(i). x^{-2} (ii). p^{-5} (iii). a^{-5} (iv). $\frac{1}{x^{-2}}$ (v). $\frac{1}{p^{-5}}$

(vi). $\frac{1}{(xy)^{-2}}$ (vii). $(xy)^{-2}$ (viii). $\frac{1}{(pq)^{-5}}$ (ix). $(ab)^{-5}$ (x). $(-a)^{-3}$

$\sqrt{9}$ என்பது 9 இன் வர்க்க மூலமாகும்.
$\sqrt[3]{8}$ என்பது 8 இன் கன மூலமாகும்.

வர்க்க மூலம் $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$

கன மூலம் $\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$

நான்காம் மூலம் $\sqrt[4]{a} = a^{\frac{1}{4}}$

ஐந்தாம் மூலம் $\sqrt[5]{a} = a^{\frac{1}{5}}$

என்றவாறு a இன் மூலங்களை சுட்டி வடிவில் எழுத முடியும்.

உதாரணம்

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). $\sqrt{9}$

$\sqrt{9} = 9^{\frac{1}{2}}$

$= (3^2)^{\frac{1}{2}}$ ..... ($9 = 3^2$ ஆதலால்)

$= 3^{2\times\frac{1}{2}}$ (வலுவின் வலு)

$\underline{\underline{= 3}}$

(ii). $\sqrt[3]{125}$

$\sqrt[3]{125} = 125^{\frac{1}{3}}$

$= (5^3)^{\frac{1}{3}}$ .... ($125 = 5^3$ ஆதலால்)

$= 5^{\cancel{3}\times\frac{1}{\cancel{3}}}$ .... (வலுவின் வலு)

$= 5^1$

$\underline{\underline{= 5}}$

பயிற்சி 5 : 10

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). $\sqrt{16}$ (ii). $\sqrt{25}$ (iii). $\sqrt{100}$ (iv). $\sqrt[3]{8}$ (v). $\sqrt[3]{27}$ (vi). $\sqrt[3]{1000}$

(vii). $\sqrt{64}$ (viii). $\sqrt[3]{64}$ (ix). $\sqrt[6]{64}$ (x). $\sqrt{1}$ (xi). $\sqrt[4]{81}$ (xii). $\sqrt{49}$

உதாரணம்

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). $\sqrt{\frac{9}{16}}$

$$\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{9^{\frac{1}{2}}}{16^{\frac{1}{2}}} = \frac{(3^2)^{\frac{1}{2}}}{(4^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{3^{\cancel{2}\times\frac{1}{\cancel{2}}}}{4^{\cancel{2}\times\frac{1}{\cancel{2}}}} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$$

(ii). $\left(\frac{125}{64}\right)^{\frac{2}{3}}$

$$\left(\frac{125}{64}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{125^{\frac{2}{3}}}{64^{\frac{2}{3}}} = \frac{(5^3)^{\frac{2}{3}}}{(4^3)^{\frac{2}{3}}} = \frac{5^{\cancel{3}\times\frac{2}{\cancel{3}}}}{4^{\cancel{3}\times\frac{2}{\cancel{3}}}} = \frac{5^2}{4^2} = \underline{\underline{\frac{25}{16}}}$$

(iii). $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$

$$\sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{1}{4}} = \left\{\left(\frac{2}{3}\right)^4\right\}^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{4\times\frac{1}{4}} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

பயிற்சி 5 : 11

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). $\sqrt{\frac{9}{25}}$ (iv). $\sqrt{\frac{25}{100}}$ (vii). $\left(\frac{16}{25}\right)^{\frac{1}{2}}$ (x). $\left(\frac{8}{125}\right)^{\frac{1}{3}}$ (xiii). $\left(\frac{8}{1000}\right)^{\frac{2}{3}}$

(ii). $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ (v). $\sqrt{\frac{64}{81}}$ (viii). $\left(\frac{27}{125}\right)^{\frac{1}{3}}$ (xi). $\left(\frac{9}{25}\right)^{\frac{3}{2}}$ (xiv). $\left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{2}{3}}$

(iii). $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$ (vi). $\left(\frac{25}{64}\right)^{\frac{1}{2}}$ (ix). $\left(\frac{8}{1000}\right)^{\frac{1}{3}}$ (xii). $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}}$ (xv). $\left(\frac{8}{1000}\right)^{\frac{1}{3}}$

உதாரணம்

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). $$16^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{16^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{(4^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{4^{2\times\frac{1}{2}}} = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$$

(ii). $$\left(\frac{25}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\left(\frac{25}{9}\right)^{\frac{1}{2}}} = 1 \div \left(\frac{25}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 \div \frac{5}{3} = 1 \times \frac{3}{5} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

(iii). $$\left(\frac{27}{64}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{64}{27}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{4}{3}\right)^{\cancel{3}\times\frac{2}{\cancel{3}}} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{16}{9}\right)^2 = \underline{\underline{1\frac{7}{9}}}$$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^{m}$ என ஒரே தடவையில் எழுதலாம்.

இதற்கேற்ப $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^{5}$ ஆகும்.

பயிற்சி 5 : 12

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). $25^{-\frac{1}{2}}$

(ii). $\left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}$

(iii). $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}$

(iv). $\left(\frac{25}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}$

(v). $\left(27\right)^{-\frac{1}{3}}$

(vi). $\left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{1}{3}}$

(vii). $\left(\frac{8}{125}\right)^{-\frac{1}{3}}$

(viii). $\left(\frac{27}{1}\right)^{-\frac{2}{3}}$

(ix). $\left(125\right)^{-\frac{1}{3}}$

(x). $\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{4}}$

(xi). $\left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{1}{4}}$

(xii). $\left(\frac{64}{1000}\right)^{-\frac{1}{3}}$

உதாரணம்

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). $\left(\frac{4}{25}\right)^{\frac{3}{2}} \times 5^0 = \frac{4^{\frac{3}{2}}}{25^{\frac{3}{2}}} \times 1$ ($5^0 = 1$ என்பதால்)

$= \frac{2^{2\times\frac{3}{2}}}{5^{2\times\frac{3}{2}}} \times 1$

$= \frac{2^3}{5^3} \times 1 = \frac{8}{125} \times 1$

$= \underline{\underline{\frac{8}{125}}}$

பயிற்சி 5 : 13

(1). பின்வரும் கோவைகளின் பெறுமானம் காண்க.

(i). $\left(\frac{4}{25}\right)^{\frac{1}{2}} \times 5^0$

(ii). $(2^{-3}) \times 2^0$

(iii). $2^4 \times \frac{1}{2^{-3}}$

(iv). $\left(\frac{2}{5}\right)^3 \times 4^{-2}$

(v). $9^{\frac{3}{2}} \times 27^{-1}$

(vi). $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}} \times 27^{-\frac{2}{3}}$

(vii). $\left(\frac{9}{64}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \times 2^0$

(viii). $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \times 5^0$

(ix). $\left(\frac{125}{64}\right)^{\frac{1}{3}} \times \left(\frac{25}{64}\right)^{-\frac{1}{2}}$

(ix). $81^{-1\frac{5}{4}}$

உதாரணம்

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). $(0.81)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{81}{100}\right)^{\frac{3}{2}}$

$= \frac{81^{\frac{3}{2}}}{100^{\frac{3}{2}}} = \frac{9^{2\times\frac{3}{2}}}{10^{2\times\frac{3}{2}}}$

$= \frac{9^3}{10^3}$

$= \frac{729}{1000} = \underline{\underline{0.729}}$

பயிற்சி 5 : 14

(1). பின்வரும் வலுக்களின் பெறுமானம் காண்க.

(i). $(0.5)^2$

(ii). $(0.3)^3$

(iii). $(0.25)^{\frac{1}{2}}$

(iv). $(0.125)^{\frac{1}{3}}$

(v). $(0.64)^{\frac{3}{2}}$

(vi). $(0.25)^{\frac{3}{2}}$

(vii). $(0.027)^{\frac{2}{3}}$

(viii). $(0.008)^{-\frac{2}{3}}$

(ix). $(0.008)^{\frac{1}{3}}$

(x). $(0.008)^{\frac{2}{3}}$

சுட்டிகளுடனான சமன்பாடுகள்

உதாரணம்

(i). தீர்க்க. $9^x = 27$

$$9^x = 27$$
$$(3^2)^x = 3^3$$
$3^{2x} = 3^3$ —— இருபக்கமும் ஒரே அடிக்குக் கொணரல்

$2x = 3$ —— அடிகள் சமன் என்பதால் சுட்டிகள் சமன் எனக் கொள்ளல்

$$x = \frac{3}{2}$$

(ii). தீர்க்க. $4^x = 16 \times 2^x$

$$4^x = 16 \times 2^x$$
$$(2^2)^x = 2^4 \times 2^x$$
$$2^{2x} = 2^4 \times 2^x$$
$$2^{2x} = 2^{4+x}$$
$$2x = 4 + x$$
$$2x - x = 4$$
$$x = 4$$

பயிற்சி 5 : 15

(1). பின்வரும் சுட்டிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i). $2^x = 32$
(ii). $4^x = 32$
(iii). $5^x = 125$
(iv). $3^x = 27$
(v). $4^x = 64$
(vi). $3^{x-1} = 81$
(vii). $2^{-x} = 32$
(viii). $3^{-x} = 27$
(ix). $2^3 \times 4^x = 2^7$
(x). $81^x \times 27^x = 3^7$

சுட்டிகளைப் பயன்படுத்தி ஓர் எண்ணின் மூலத்தைக் காணல்

உதாரணம்

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). $\sqrt{144}$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 144 \\ 2 & 72 \\ 2 & 36 \\ 2 & 18 \\ 3 & 9 \\ & 3 \end{array}$$

$$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$
$$= (2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3)$$
$$= (2 \times 2 \times 3)^2$$
$$\therefore \sqrt{144} = 2 \times 2 \times 3$$
$$= 12$$

(ii). $\sqrt[3]{1728}$

$$\sqrt{1728} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$
$$1728 = (2 \times 2 \times 3)^3$$
$$\sqrt[3]{1728} = 2 \times 2 \times 3$$
$$= 12$$

பயிற்சி 5 : 16

(1). $3^2 \times 5^2 = 225$ ஆயின் $\sqrt{225}$ ஐக் காண்க.

(2). $2^4 \times 5^2 = 400$ ஆயின் $\sqrt{400}$ ஐக் காண்க.

(3). $2^3 \times 3^3 = 216$ ஆயின் $\sqrt[3]{216}$ ஐக் காண்க.

(4). $2^6 \times 3^4 = 5184$ ஆயின் $\sqrt{5184}$ ஐக் காண்க.

(5). $4^3 \times 3^2 = 576$ ஆயின் $\sqrt{576}$ ஐக் காண்க.

(6). $2^2 \times 3^2 \times 5^2 = 900$ ஆயின் $\sqrt{900}$ ஐக் காண்க.

6. மடக்கைகள்

$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$32 = 2^5$

32 ஐ அடி இரண்டில் எழுதும் போது சுட்டி 5 ஆகும். அடி இரண்டில் 32 இன் மடக்கை 5 ஆகும்.

இதனை மடக்கைக் குறிப்பீட்டு முறையில் $log_2 32 = 5$ எனக் காட்டலாம்.

$32 = 2^5$ இல்
எண் 32
அடி 2
சுட்டி 5

இதற்கேற்ப $2^5 = 32 \longleftrightarrow log_2 32 = 5$

சுட்டிக் குறிப்பீடு ⟷ மடக்கைக் குறிப்பீடு

உதாரணம்

(1). பின்வரும் சுட்டிக் குறிப்பீட்டிலான சமன்பாடுகளை மடக்கைக் குறிப்பீட்டில் காட்டுக.

(i). $9 = 3^2$ (ii). $64 = 4^3$ (iii). $1000 = 10^3$

(i). $9 = 3^2$, $\therefore log_3 9 = 2$

(ii). $64 = 4^3$, $\therefore log_4 64 = 3$

(iii). $1000 = 10^3$, $\therefore log_{10} 1000 = 3$

பயிற்சி 6 : 1

(1). பின்வரும் சுட்டிக் குறிப்பீட்டிலான சமன்பாடுகளை மடக்கைக் குறிப்பீட்டில் காட்டுக.

(i). $8 = 2^3$	(ii). $81 = 3^4$	(iii). $100 = 10^2$	(iv). $125 = 5^3$
(v). $216 = 6^3$	(vi). $9^2 = 81$	(vii). $2^8 = 256$	(viii). $4^5 = 1024$
(ix). $10^1 = 10$	(x). $3^3 = 27$	(xi). $121 = 11^2$	(xii). $7^2 = 49$

(2). பின்வரும் சுட்டிக் குறிப்பீட்டிலான சமன்பாடுகளை மடக்கைக் குறிப்பீட்டில் காட்டுக.

(i). $log_2 64 = 6$	(ii). $log_6 6 = 1$	(iii). $log_8 64 = 2$	(iv) $\log_5 25 = 2$
(v). $log_4 1 = 0$	(vi). $log_3 243 = 5$	(vii). $log_3 9 = 2$	(viii) $\log_{10} 100 = 2$
(ix). $log_6 36 = 2$	(x). $log_9 81 = 2$		

ஒரு மடக்கைக் கோவையின் பெறுமானம் காணல்

உதாரணம்

(i). $log_3 81$ இன் பெறுமானம் காண்க.

$log_3 81 = x$ எனக் கொள்வோம்

அப்போது, $3^x = 81$

$3^x = 3^4$

$\therefore x = 4$

$\therefore log_3 81 = 4$

(ii). $log_2 32$ இன் பெறுமானம் காண்க.

$log_2 32 = x$ எனக் கொள்வோம்

அப்போது $2^x = 32$

$2^x = 2^5$

$\therefore x = 5$

$\therefore log_2 32 = 5$

பயிற்சி 6 : 2

(1). பின்வரும் மடக்கைக் கோவைகளின் பெறுமானம் காண்க

(i). $log_5 125$	(vi). $log_{10} 10$
(ii). $log_2 4$	(vii). $log_{10} 1000$
(iii). $log_2 8$	(viii). $log_3 243$
(iv). $log_3 1$	(ix). $log_6 216$
(v). $log_2 128$	(x). $log_9 729$

இவ்வாறான பயிற்சிகளுக்கு நன்கு பழக்கப்பட்ட பின் மடக்கைக் கோவையொன்றைக் கண்டவுடன் அதன் பெறுமானத்தைக் கூறக் கூடியதாயிருக்கும்.

மடக்கைப் பண்புகள்

(a). ஒரு பெருக்கத்தின் மடக்கை

x , y ஆகியவற்றின் பெருக்கத்தின் மடக்கை x இன் மடக்கையினதும் y இன் மடக்கையினதும் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமனாகும்.

அதாவது, $\boxed{log_a (x \times y) = log_a x + log_a y}$

உதாரணம்

(1). பின்வரும் பெருக்கங்களின் மடக்கைகளை, மடக்கைகளின் கூட்டுத்தொகையாகத் தருக.

(i). $log_2 (3 \times 4)$ (ii). $\log_3 (2 \times 3 \times 4)$ (iii). $log_a (pqr)$

(i) $log_2 (3 \times 4) = log_2 3 + log_2 4$

(ii) $log_3 (2 \times 3 \times 4) = log_3 2 + log_3 3 + log_3 4$

(iii) $log_a (pqr) = log_a p + log_a q + log_a r$

பயிற்சி 6 : 3

(1). பின்வரும் பெருக்கங்களின் மடக்கைகளை, மடக்கைகளின் கூட்டுத்தொகையாகத் தருக.

(i). $log_2 (3 \times 7)$ (iv). $log_{10} (473 \times 585)$ (vii). $log_3 (47 \times 54 \times 12)$

(ii). $log_3 (5 \times 7)$ (v). $log_{10} (475 \times 275)$ (viii). $log_5 (53 \times 437 \times 17)$

(iii). $log_5 (18 \times 273)$ (vi). $log_2 (2 \times 8 \times 13)$ (ix). $log_{10} (734 \times 17 \times 128)$

(x). $log_{10} (475 \times 48 \times 275)$

உதாரணம்

(1). பின்வரும் மடக்கைக் கோவைகள் ஒரு பெருக்கத்தின் மடக்கையாக எழுதப்பட்டுள்ள முறையைக் கற்க.

(i). $log_2 5 + log_2 6$
$= log_2 (5 \times 6)$

(ii). $log_3 4 + log_3 6 + log_3 2$
$= log_3 (4 \times 6 \times 2)$

பயிற்சி 6 : 4

(1). பின்வரும் மடக்கைக் கோவைகளை ஒரு பெருக்கத்தின் மடக்கையாக எழுதுக.

(i). $log_3 4 + log_3 5$ (iv). $log_{10} 8 + log_{10} 4 + log_{10} 3$

(ii). $log_5 10 + log_5 23$ (v). $log_2 6 + log_2 10 + log_2 50$

(iii). $log_{10} 27 + log_{10} 47.5$ (vi). $\log_{10} 5.74 + log_{10} 27.5 + log_{10} 4.35$

(b). ஒரு விகிதத்தின் மடக்கை

$$\boxed{log_a \left(\frac{M}{N}\right) = log_a M - log_a N}$$

உதாரணம்

(1). பின்வரும் விகிதங்களின் மடக்கைகளை, மடக்கைகளின் வித்தியாசமாக எழுதியுள்ள முறையைக் கற்க.

(i). $log_3 \left(\frac{5}{8}\right)$
$= log_3 5 - log_3 8$

(ii). $log_{10} \left(\frac{57.5}{4.73}\right)$
$= log_{10} 5.75 - \log_{10} 4.73$

(iii). $log_3 \left(\frac{18}{27}\right)$
$= log_3 18 - log_3 27$

பயிற்சி 6 : 5

(1). பின்வரும் விகிதங்களின் மடக்கைகளை, மடக்கைகளின் வித்தியாசமாகத் தருக.

(i). $log_5 \left(\frac{8}{3}\right)$ (ii). $log_{10} \left(\frac{25.1}{4.3}\right)$ (iii). $log_4 \left(\frac{77}{5}\right)$

(iv). $log_9 \left(\frac{33}{5}\right)$ (v). $log_6 \left(\frac{41}{53}\right)$ (vi). $log_2 \left(\frac{29}{73}\right)$

உதாரணம்

(1). பின்வரும் கோவைகளின் மடக்கைகளை, மடக்கைகளின் கூட்டலாக அல்லது வித்தியாசமாகக் காட்டப்பட்டுள்ள முறையைக் கற்க.

(i). $\log_2\left(\frac{6\times 7}{5}\right)$
$= \log_2 6 + \log_2 7 - \log_2 5$

(ii). $\log_{10}\left(\frac{27.5\times 3.2}{4.5}\right)$
$= \log_{10} 27.5 + \log_{10} 3.2 - \log_{10} 4.5$

(iii). $\log_2\left(\frac{5\times 8}{3\times 7}\right)$
$= \log_2 5 + \log_2 8 - \log_2 3 - \log_2 7$

பயிற்சி 6 : 6

(1). பின்வரும் மடக்கைகளை, மடக்கைகளின் கூட்டலாக அல்லது வித்தியாசமாக எழுதுக.

(i). $\log_2\left(\frac{2\times 3}{5}\right)$ (ii). $\log_2\left(\frac{6\times 7}{8}\right)$ (iii). $\log_2\left(\frac{3}{4.5}\right)$ (iv). $\log_2\left(\frac{2.17\times 3.45}{27.2}\right)$

(v). $\log_2\left(\frac{5\times 7}{4\times 8}\right)$ (vi). $\log_2\left(\frac{2\times 1.8}{2.25\times 3}\right)$ (vii). $\log_2\left(\frac{15\times 1.3}{2.2}\right)$ (viii). $\log_2\left(\frac{3.95\times 42.1}{54.5\times 2.75}\right)$

உதாரணம்

(1). பின்வரும் மடக்கைக் கோவைகளை, பெருக்கங்களின் அல்லது விகிதங்களின் மடக்கைகளாக எழுதியுள்ள முறையைக் கற்க.

(i). $\log_2 8 - \log_2 3$
$= \log_2\left(\frac{8}{3}\right)$

(ii). $\log_{10} 3 + \log_{10} 5 - \log_{10} 2$
$= \log_{10}\left(\frac{3\times 5}{2}\right)$

(iii). $\log_5 8 + \log_5 2 - \log_5 7 - \log_5 3$
$= \log_5\left(\frac{8\times 2}{7\times 3}\right)$

(iv). $\log_3 5 - \log_3 2 - \log_3 4$
$= \log_3\left(\frac{5}{2\times 4}\right)$

பயிற்சி 6 : 7

(1). பின்வரும் மடக்கைக் கோவைகளை பெருக்கங்களின் அல்லது விகிதங்களின் மடக்கையாகத் தருக

(i). $\log_2 10 - \log_2 3$ (ii). $\log_3 8 - \log_3 2$ (iii). $\log_{10} 7.5 - \log_{10} 2.1$

(v). $\log_2 12 + \log_2 50 - \log_2 16$ (vi). $\log_{10}8.53 + \log_{10}27.2 - \log_{10}5.3$ (vii). $\log_2 15 - \log_2 35 + \log_2 10 - \log_2 18$

(iv). $\log_5 2 + \log_5 8 - \log_5 3$ (viii). $\log_5 4 + \log_5 6 - \log_5 8 - \log_5 3$

(c) **ஒரு வலுவின் மடக்கை**

$$\boxed{\log_a (M^r) = r \log_a M}$$

உதாரணம்

(1). பின்வரும் வலுக்களின் மடக்கை பெருக்கமொன்றின் வடிவில் தரப்பட்டுள்ள முறையைக் கற்க.

(i). $\log_2 (x)^3$
$= 3 \log_2 x$

(ii). $\log_5 (1.7)^5$
$= 5 \log_5 1.7$

(iii). $\log_{10} (2.75)^2$
$= 2 \log_{10} 2.75$

பயிற்சி 6 : 8

(1). பின்வரும் வலுக்களின் மடக்கையை பெருக்கமொன்றின் வடிவில் தருக.

(i). $\log_2 (5)^3$ (ii). $\log_{10} (3.42)^5$ (iii). $\log_5 (7.1)^2$

(iv). $\log_5 (3.2)^4$ (v). $\log_3 (7.5)^2$ (vi). $\log_4 (8.2)^3$

உதாரணம்

(1). பின்வரும் பெருக்கங்கள் ஒரு வலுவின் மடக்கையாகத் தரப்பட்டுள்ள முறையைக் கற்க.

(i). $x \log_a P$
$= \log_a (P)^x$

(ii). $5 \log_{10} 3.25$
$= \log_{10} 3.25^5$

(iii). $2 \log_5 8.3$
$= \log_5 8.3^2$

பயிற்சி 6 : 9

(1). பின்வரும் பெருக்கங்களை ஒரு வலுவின் மடக்கையாகத் தருக.

(i). $2 \log_3 5$ (ii). $2 \log_{10} 3.2$ (iii). $3 \log_5 4$ (iv). $4 \log_7 3$

(v). $3 \log_{10} 2.785$ (vi). $2 \log_8 3$

மடக்கைப் பண்புகளைப் பயன்படுத்தல்

உதாரணம்

(i) $log_a 72$ ஐ $log_a 2$, $log_a 3$ ஆகியவற்றில் காட்டுக..

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$72 = 2^3 \times 3^2$

$log_a (72) = log_a (2^3 \times 3^2)$ .... இருபக்கமும் log_a இடும்போது

$= log_a 2^3 + log_a 3^2$ .... மடக்கைப் பண்புகள்

$\underline{\underline{= 3\ log_a 2 + 2\ log_a 3}}$

(ii). $log_a 2 = p$, $log_a 3 = q$ ஆயின் $log_a 36$ இன் பெறுமானத்தை p , q என்பவற்றில் காண்க

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$36 = 2^2 \times 3^2$

$\therefore log_a (36) = log_a (2^2 \times 3^2)$

$= log_a 2^2 + log_a 3^2$

$= 2\ log_a 2 + 2 log_a 3$

$\underline{\underline{= 2p + 2q}}$

பயிற்சி 6 : 10

(1). பின்வரும் கோவைகளை $log_a 2$, $log_a 3$ என்பவற்றில் தருக.

(i). $log_a 6$ (ii). $log_a 18$ (iii). $log_a 54$

(iv). $log_a 12$ (v). $log_a 144$ (vi). $log_a 48$

(2). $log_a 2 = p, log_a 3 = q$ ஆயின் பின்வரும் கோவைகளை p , q என்பவற்றில் தருக.

(i). $log_a 6$ (ii). $log_a 24$ (iii). $log_a 108$ (iv). $log_a 324$ (v). $log_a 162$

10 ஐ அடியாகக் கொண்ட மடக்கைகளை எழுதும்போது log_{10} இதற்கு பதிலாக lg எழுதப்படும். இதன்படி $log_{10} 25$ என்பது $lg\ 25$ என எழுதப்படும். அடி 10 ஐத் தவிர மற்றைய எல்லா அடியிலும் log உடன் அடியின் எண்ணும் எழுதப்படல் வேண்டும்.

அடியையே எண்ணாகவும் கொண்டுள்ள போது மடக்கை

உதாரணம்

(i). $log_2 2$ (ii). $log_5 5$ (iii). $lg\ 10$ ஆகியவற்றின் பெறுமானம் காண்க.

(i). $log_2 2 = x$ என்போம்

அப்போது

$2^x = 2^1$

$x = 1$

$\therefore log_2 2 = 1$

(ii). $log_5 5 = x$ என்போம்.

அப்போது

$5^x = 5^1$

$x = 1$

$\therefore log_5 5 = 1$

(iii). $lg\ 10 = x$ என்போம்

அப்போது

$10^x = 10^1$ ...... (lg என்பது log_{10})

$\therefore x = 1$

$lg\ 10 = 1$

$\boxed{log_2 2 = 1 ,\ log_5 5 = 1 ,\ lg\ 10 = 1}$

இதற்கேற்ப, அடியையே எண்ணாகவும் கொண்டுள்ள போது அவ்வெண்ணின் மடக்கை 1 ஆகும். $log_a a = 1$

உதாரணம்

(i). $log_2 8$ (iii). $log_5 25$ (iii). $lg\ 1000$ ஆகியவற்றின் பெறுமானம் காண்க.

(i). $log_2 8 = log_2 2^3$

$= 3\ log_2 2$

$= 3 \times 1$

$\underline{\underline{= 3}}$

(ii). $log_5 25 = log_5 5^2$

$= 2\ log_5 5$

$= 2 \times 1$

$\underline{\underline{= 2}}$

(iii). $lg\ 1000 = lg\ 10^3$

$= 3\ lg\ 10$

$= 3 \times 1$

$\underline{\underline{= 3}}$

பயிற்சி 6 : 11

பெறுமானம் காண்க.

(i). $log_2 4$ (ii). $log_3 81$ (iii). $log_4 64$ (iv). $lg\ 100$ (v). $lg\ 10$ (vi). $lg\ 1$

மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தாது சுருக்குதலும் சமன்பாடு தீர்த்தலும்

(a). மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தாது சுருக்குதல்.

உதாரணம்

(1). பின்வரும் கோவைகளின் பெறுமானம் காண்க.

(i). $log_2 8 + log_2 4$ (ii). $lg\, 4 + lg\, 25$ (iii). $2\, lg\, 5 + 3\, lg\, 8 - ½\, lg\, 4$

(i). $log_2 8 + log_2 4$

$= log_2 (8 \times 4)$

$= log_2 32$

$= log_2 2^5$

$= 5\, log_2 2$

$= 5 \times 1$

$\underline{\underline{= 5}}$

(ii). $lg\, 4 + lg\, 25$

$= lg\, (4 \times 25)$

$= lg\, 100$

$= lg\, 10^2$

$= 2\, lg\, 10$

$= 2 \times 1$

$\underline{\underline{= 2}}$

(iii). $2\, lg\, 5 + 3\, lg\, 2 - ½\, lg\, 4$

$= lg\, 5^2 + lg\, 2^3 - lg\, 4^{½}$

$= lg\, \left(\frac{5^2 \times 2^3}{2}\right)$ $4^{½} = \sqrt{4} = 2$

$= lg\, \left(\frac{25 \times 2 \times 2 \times 2}{2}\right)$

$= lg\, 100 = lg\, 10^2$

$= 2\, lg\, 10 = 2 \times 1$

$\underline{\underline{= 2}}$

பயிற்சி 6 : 12

(1). பின்வரும் கோவைகளின் பெறுமானம் காண்க.

(i). $log_2 4 + log_2 4$ (ii). $log_6 12 + log_6 3$ (iii). $lg\, 2 + lg\, 5$

(iv). $2\, lg\, 2 + 2lg\, 5$ (v). $2\, lg\, 20 - 3lg\, 4 + lg\, 16$ (vi). $lg\, 28 - 2\, lg\, 3 + lg\, 225 - lg\, 7$

(vii). $2\, lg\, 8 + 2\, lg\, 5 - 2\, lg\, 4$ (viii). $2\, lg\, 5 + lg\, 160 - \frac{1}{3}\, lg\, 64$ (ix) $\frac{1}{3}\, lg\, 8 + 3\, lg\, 5 + 2\, lg\, 2$

(x). $\frac{1}{2}\, lg\, 9 + 2\, lg\, 6 - 3\, lg\, 3 + 2\, lg\, 5$

(b). மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தாது மடக்கைச் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்.

உதாரணம்

(1). பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i). $lg\, x = lg\, 7 + lg\, 2$ (ii). $2\, lg\, x + 2\, lg\, 3 = 2\, lg\, 6 + 2\, lg\, 2$ (iii). $lg\, x = \frac{1}{3}\, lg\, 27 + \frac{1}{2} lg\, 16$

(i).

$lg\, x = lg\, 7 + lg\, 2$

$lg\, x = lg\, (7 \times 2)$

$\underline{\underline{x = 14}}$

(ii).

$2\, lg\, x + 2\, lg\, 3 = 2lg\, 6 + 2lg\, 2$

$lg\, x^2 + lg\, 3^2 = lg\, 6^2 + lg\, 2^2$

$lg\, (x^2 \times 3^2) = lg\, (6^2 \times 2^2)$

$x^2 \times 9 = 6^2 \times 2^2$

$9x^2 = 36 \times 4$

$x^2 = \frac{36 \times 4}{9}$

$x^2 = 4^2$

$\underline{\underline{x = 4}}$

(iii).

$lg\, x = \frac{1}{3} lg\, 27 + \frac{1}{2}\, lg\, 16$

$= lg\, 27^{\frac{1}{3}} + lg\, 16^{\frac{1}{2}}$

$= lg\, (27^{\frac{1}{3}} \times 16^{\frac{1}{2}})$

$lg\, x = lg\, (3 \times 4)$

$\underline{\underline{x = 12}}$

$27^{\frac{1}{3}} = (3^3)^{\frac{1}{3}}$

$= 3^{3 \times \frac{1}{3}}$

$\underline{\underline{= 3}}$

பயிற்சி 6 : 13

(1). பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i). $lg\, x = lg\, 2 + lg\, 3$

(ii). $lg\, x = lg\, 20 - 2lg\, 2$

(iii). $2lg\, x = 2lg\, 5 + 2lg\, 2$

(iv). $4lg\, 2 + 2lg\, x + lg\, 5 = lg\, 15 + lg\, 12$

(v). $2lg\, 3 + 3lg\, 2 - lg\, x = lg\, 6$

(vi). $lg\, x = lg\, 25 - \frac{1}{3}\, lg\, 8$

(vii). $2\, lg\, x + 3lg\, 2 = 2lg\, 3 + \frac{1}{2}\, lg\, 16 + lg\, 2$

(viii). $2\, lg\, x = \frac{1}{2}\, lg\, 64 - lg\, 2 + 2\, lg\, 3$

(ix). $2\, lg3 + lg\, x - 2\, lg\, 2 = \frac{1}{2} lg\, 9$

(x). $\frac{1}{3}\, lg\, 27 + 3\, lg\, x = \frac{1}{4}\, lg\, 81$

(c). பொதுமடக்கையும் மடக்கை அட்டவணையும்

1 இற்கும் 10 இற்கும் இடையிலுள்ள எண்களை 10 இன் அடியில் எழுதும்போது கிடைக்கும் சுட்டிகள் மடக்கை அட்டவணையில் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன.

ஓர் எண்ணின் மடக்கையைக் காணல்

(1). பின்வரும் A , B என்பவற்றில் மடக்கை கிடைத்துள்ள முறையை நன்கு கற்க.

A.

எண்	விஞ்ஞானமுறைக் குறிப்பீடு	மடக்கை சிறப்பியல்பு	தசமக்கூட்டு
3547	3.547×10^3	3	. 5499
354.7	3.547×10^2	2	. 5499
35.47	3.547×10^1	1	. 5499
3.547	3.547×10^0	0	. 5499
0.3547	3.547×10^{-1}	$\overline{1}$	. 5499
0.03547	3.547×10^{-2}	$\overline{2}$	. 5499

B.

(i). lg 2 .753 = 0.4398	(iv). lg 0.2753 = $\overline{1}$. 4398
(ii). lg 27.53 = 1. 4398	(v). lg 0.02753 = $\overline{2}$.4398
(iii). lg 275.3 = 2. 4398	(vi). lg 0.000 354 = $\overline{4}$.5490

பத்திலும் கூடிய எண்களின் மடக்கைகளில் சிறப்பியல்பு நேராகும். 1-10 இடைப்பட்ட எண்களின் மடக்கைகளின் சிறப்பியல்பு 0 ஆகும். ஒன்றிலும் குறைந்த எண்களின் மடக்கைகளின் சிறப்பியல்பு மறை ஆகும். இவ்வாறான ஒன்றிலும் குறைந்த எண்ணில் தசமப்புள்ளிக்குப் பின் உள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கையை விட ஒன்றால் கூடிய பெறுமானத்தின் மறைப் பெறுமானம் சிறப்பியல்பு ஆகும். (விஞ்ஞான முறைக் குறிப்பீட்டில் சிறப்பியல்பைப் பெறுவதோடு ஒத்திருக்கின்றது).

உதா:- 0.03547 இங்கு தசமப் புள்ளியின் பின் ஒரு பூச்சியம் உண்டு மடக்கையின் சிறப்பியல்பு $\overline{2}$ ஆகும்
0.3547 இங்கு தசமப் புள்ளியின் பின் ஒரு பூச்சியம் இல்லை மடக்கையின் சிறப்பியல்பு $\overline{1}$ ஆகும்
0.003547 இங்கு தசமப் புள்ளியின் பின் இரண்டு பூச்சியங்கள் உண்டு மடக்கையின் சிறப்பியல்பு $\overline{3}$ ஆகும்

பயிற்சி 6 : 14

(1). மடக்கை அட்டவணையிலிருந்து பெறுமானம் பெறுக.

(i). lg 7.219 (ii). lg 8.319 (iii). *lg* 32.72 (iv). *lg* 54.38 (v). *lg* 492.1
(vi). lg 237.5 (vii). lg 0.9872 (viii). *lg* 0.4321 (ix). *lg* 0.02535 (x). *lg* 0.02535
(xi). lg 0.09721 (xii). lg 0.003821 (xiii). *lg* 0.007285

முரண் மடக்கையைப் பெறுதல் (Antilog)

ஏதாயினுமொரு மடக்கைப் பெறுமானத்திற்குரிய எண்ணை மடக்கை அட்டவணையிலிருந்து பெறுதல் Antilog - முரண் மடக்கையைப் பெறுதலாகும்.

உதாரணம்

(1). Antilog 1.5874 ஐக் காண்க.
தசமக்கூட்டு .5874 இற்குரியதாக அட்டவணையிலிருந்து கிடைக்கும் எண் 3.867 ஆகும்.
சிறப்பியல்பு 1 என்பதால் அதற்கு ஒத்த வகையில் 3.867 இல் தசமப் புள்ளியை ஒழுங்கு செய்வோம்.
அப்போது Antilog 1.5874 = 38.67

(2). Antilog $\overline{1}$. 4972 ஐக் காண்க.
சிறப்பியல்பு $\overline{1}$ என்பதால் அட்டவணையிலிருந்து கிடைக்கும் எண் 3.152 இல் தசமப்புள்ளியை ஒழுங்குசெய்வோம்.
அப்போது Antilog 1. 4972 = 0.3152 ஆகும்.

(3). Antilog 0.5723 ஐக் காண்க.
சிறப்பியல்பு 0 என்பதால் தசமப் புள்ளி மாறாது.
$\therefore$ Antilog 0.5723 = 3.735

பயிற்சி 6 : 15

(1). மடக்கை அட்டவணையிலிருந்து பெறுமானங்களைப் பெறுக.

(i). Antilog 0.7385 (ii). Antilog 0.2873 (iii). Antilog 1.5321 (iv). Antilog 1.9283

(v). Antilog 2.5431 (vi). Antilog 2.6285 (vii). Antilog $\bar{1}.9372$ (viii). Antilog $\bar{1}.7385$

(ix). Antilog $\bar{2}.5321$ (x). Antilog $\bar{2}.2873$ (xi). Antilog $\bar{3}.9283$ (viii). Antilog $\bar{3}.6285$

மடக்கை அட்டவணை மூலம் சுருக்குதல் (ஒன்றிலும் கூடிய எண்கள்)

மடக்கைப் பண்புகளை மீண்டும் நினைவுபடுத்துவோம்.

- எண்களைப் பெருக்கும்போது மடக்கை கூட்டப்படும் $lg\,(PQ) = lg\,P + lg\,Q$
- எண்களை வகுக்கும்போது மடக்கை கழிக்கப்படும் $lg\left(\frac{P}{Q}\right) = lg\,P - lg\,Q$
- ஓர் எண்ணின் வலுவிலுள்ள சுட்டியினால் மடக்கை பெருக்கப்படும் $lg\,(P)^r = r\,lg\,P$

உதாரணம்

மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி (i). 37.52×9.873 (ii). $\left(\frac{543.1}{27.98}\right)$ ஆகியவற்றின் பெறுமானம் காண்க.

(i)

$P = 37.52 \times 9.873$ என்க

அப்போது $lg\,P = lg\,(37.52 \times 9.873)$

$= lg\,37.52 + lg\,9.873$

$= 1.5742 + 0.9944$

$= 2.5686$

$P = \text{Antilog } 2.5686$

$\underline{\underline{= 370.3}}$

(ii)

$P = \left(\frac{543.1}{27.98}\right)$ என்க

அப்போது $lg\,P = lg\left(\frac{543.1}{27.98}\right)$

$= lg\,543.1 - lg\,27.98$

$= 2.7349 - 1.4469$

$= 1.2880$

$P = \text{Antilog } 1.2880$

$\underline{\underline{= 19.41}}$

(iii). $\left(\frac{58.7 \times 3.75}{29.27}\right)$ பெறுமானம் காண்க.

$P = \left(\frac{58.7 \times 3.75}{29.27}\right)$ என்க

$lg\,P = lg\left(\frac{58.7 \times 3.75}{29.27}\right)$

$= lg\,58.7 + lg\,3.75 - lg\,29.27$

$= 1.7686 + 0.5740 - 1.4664$

$= 2.3426 - 1.4664$

$= 0.8762$

$P = \text{Antilog } 0.8762$

$\underline{\underline{= 7.52}}$

பயிற்சி 6 : 16

(1). மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி பெறுமானம் காண்க.

(i). 38.2×45.41 (ii). 2.752×23.39 (iii). 584.1×8.752

(iv). $87.92 \times 2.987 \times 5.491$ (v). $3.798 \times 27.2 \times 4.359$ (vi). $\left(\frac{58.9}{27.2}\right)$

(vii). $\left(\frac{43.21}{11.98}\right)$ (viii). $\left(\frac{29.21 \times 9.257}{39.17}\right)$ (ix). $\left(\frac{87.52 \times 54.1}{253.2}\right)$

(x). $\left(\frac{39.1 \times 100.1}{82.7}\right)$

ஓர் எண்ணின் வலுவையும், ஓர் எண்ணின் மூலத்தையும் மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்திக் காணல்

(1). பெறுமானம் காண்க.

(i). 27.52^3 (iii). $\sqrt{27.52}$ (iii). $\left(\frac{54.25 \times 8.75^2}{\sqrt{293.1}}\right)$

(i). $P = 27.52^3$ என்க.

$P = lg\,(27.52)^3$

$= 3\,lg\,27.52$

$= 3 \times 1.4396 = 4.3188$

$P = \text{Antilog } 4.3188$

$\underline{\underline{= 20830}}$

(ii). $P = \sqrt{27.52}$ என்க.

$P = 27.52^{\frac{1}{2}}$

$lg\,P = lg\,(27.52)^{\frac{1}{2}}$

$= \frac{1}{2}\ lg\,27.52$

$= \frac{1}{2} \times 1.4396$

$= 0.7198$

$P = \text{Antilog } 0.7198$

$\underline{\underline{= 5.246}}$

(iii). $P = \left(\frac{54.25 \times 8.75^2}{\sqrt{293.1}}\right)$ என்க.

$lg\,P = lg\left(\frac{54.25 \times 8.75^2}{293.1^{\frac{1}{2}}}\right)$

$= lg\,54.25 + lg\,8.75^2 - lg\,293.1^{\frac{1}{2}}$

$= lg\,54.25 + 2\,lg\,8.75 - \frac{1}{2}\,lg\,293.1$

$= 1.7344 + 2 \times 0.9420 - \frac{1}{2} \times 2.4670$

$= 1.7344 + 1.8840 - 1.2335$

$= 3.6184 - 1.2335 = 2.3849$

$P = \text{Antilog } 2.3849 \quad \underline{\underline{= 242.6}}$

பயிற்சி 6 : 17

(1). மடக்கை அட்டவணையிலிருந்து பெறுமானம் காண்க.

(i). 3.098^2 (ii). 92.23^2 (iii). 8.754^3 (iv). $\sqrt{52.89}$

(v). $\sqrt[3]{52.89}$ (vi). $\sqrt{9.875}$ (vii). $\left(\frac{2.75^2 \times 89.25}{54.12^2}\right)$ (viii). $\left(\frac{\sqrt{57.25} \times 5.87}{48.75}\right)$

(ix). $\left(\frac{19.25^2 \times 587.4}{\sqrt{2.758}}\right)$ (x). $\left(\frac{54.1 \times \sqrt{73.5}}{3.87^3}\right)$

பிரிகோட்டுடனான மடக்கைகளைச் சுருக்குதல்.

(a). **மடக்கைகளைக் கூட்டல்**

உதாரணம்

(i). $\begin{array}{r} 0.4321 \\ +\underline{\bar{1}.7321} \\ \underline{\underline{0.1642}} \end{array}$ (ii). $\begin{array}{r} \bar{1}.8321 \\ +\underline{\bar{1}.7321} \\ \underline{\underline{\bar{1}.5642}} \end{array}$ (iii). $\begin{array}{r} \bar{1}.7321 \\ +\bar{2}.8321 \\ \underline{\bar{1}.5381} \\ \underline{\underline{\bar{2}.1023}} \end{array}$

(சிறப்பியல்பு $1 + 0 + \bar{1} = 0$) (சிறப்பியல்பு $1 + \bar{1} + \bar{1} = \bar{1}$) (சிறப்பியல்பு $2 + \bar{1} + \bar{2} + \bar{1} = \bar{2}$)

பயிற்சி 6 : 18

(1). பின்வரும் மடக்கைகளைக் கூட்டுக.

(i). $\begin{array}{r} 0.5871 \\ +\ \underline{\bar{1}.3821} \end{array}$ (ii). $\begin{array}{r} \bar{1}.5372 \\ +\ \underline{\bar{1}.8354} \end{array}$ (v). $\begin{array}{r} \bar{1}.8215 \\ +\ \bar{2}.4718 \\ \underline{\bar{1}.3972} \end{array}$ (vii). $\begin{array}{r} \bar{1}.9400 \\ +\ \bar{1}.7290 \\ \underline{0.8752} \end{array}$

(ii). $\begin{array}{r} \bar{1}.7831 \\ +\ \underline{0.5283} \end{array}$ (iv). $\begin{array}{r} \bar{1}.5972 \\ +\ \underline{\bar{2}.9543} \end{array}$

(b). மடக்கைகளைக் கழித்தல்

உதாரணம்

(i).
$$\begin{array}{r} 0.7254 \\ -\,\underline{0.3254} \\ \underline{\underline{0.4000}} \end{array}$$

(ii).
$$\begin{array}{r} 0.7254 \\ -\,\underline{\bar{1}.3254} \\ \underline{\underline{1.4000}} \end{array}$$

(iii).
$$\begin{array}{r} \bar{1}+1 \\ 0.3254 \\ -\,\underline{\bar{1}.7254} \\ \underline{\underline{0.6000}} \end{array}$$

(iv).
$$\begin{array}{r} \bar{3}+1 \\ \bar{2}.5431 \\ -\,\underline{\bar{1}.8321} \\ \underline{\underline{\bar{2}.7110}} \end{array}$$

(சிறப்பியல்பு $0 - \bar{1} = 0 + 1$) (சிறப்பியல்பு $\bar{1} - \bar{1} = \bar{1} + 1 = 0$)(சிறப்பியல்பு $\bar{3} - \bar{1} = \bar{3} + 1 = \bar{2}$

பயிற்சி 6 : 19

(1). பின்வரும் மடக்கைகளைக் கழிக்க.

(i). $0.8397 - 0.5345$ (ii). $0.8397 - \bar{1}.5345$ (iii). $0.5345 - \bar{1}.8397$ (iv). $\bar{2}.5345 - \bar{1}.8397$ (v). $\bar{2}.5345 - \bar{1}.2336$ (vi). $\bar{2}.5345 - \bar{1}.8321$

(c). மடக்கைகளைப் பெருக்கல்

உதாரணம்

(i). $\bar{1}.8345 \times 2$

$= \underline{\bar{1}.6690}$

(சிறப்பியல்பு $\bar{2} + 1 = \bar{1}$)

(ii). $\bar{2}.8345 \times 3$

$= \underline{\bar{4}.5035}$

(சிறப்பியல்பு $\bar{6} + 2 = \bar{4}$)

பயிற்சி 6 : 20

(1). பின்வரும் மடக்கைகளைப் பெருக்குக.

(i). 0.7321×2 (ii). $\bar{1}.7321 \times 2$ (iii). $\bar{2}.7321 \times 2$ (iv). $\bar{1}.7321 \times 3$ (v). $\bar{2}.7321 \times 3$ (vi). $\bar{1}.5432 \times 3$

(d). மடக்கைகளை வகுத்தல்

உதாரணம்

(i). $0.2798 \div 2$

$= \underline{\underline{0.1399}}$

(ii). $\bar{2}.2798 \times \frac{1}{2}$

$= \frac{\bar{2}.2798}{2}$

$= \underline{\underline{\bar{1}.1399}}$

(iii). $\bar{1}.2798 \times \frac{1}{2}$

$= \frac{\bar{1}.2798}{2}$

$= \frac{\bar{2} + 1.2798}{2}$

$= \underline{\underline{\bar{1}.6399}}$

> இங்கு $\bar{1}$ ஆனது மீதியின்றி 2 ஆல் வகுப்படாததால் அது $\bar{1} = \bar{2} + 1$ என எழுதப்பட்டுள்ளது.

பயிற்சி 6 : 21

(1). பின்வரும் மடக்கைகளைச் சுருக்குக.

(i). $0.8374 \div 2$ (ii). $0.5974 \times \frac{1}{2}$ (iii). $\bar{2}.6472 \times \frac{1}{2}$ (iv). $\bar{1}.5442 \times \frac{1}{2}$ (v). $\bar{1}.8772 \times \frac{1}{2}$ (vi). $\bar{2}.5963 \times \frac{1}{3}$

மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குதல் (1 இலும் குறைந்த எண்கள்)

உதாரணம்

(I). 0.8542^2 இன் பெறுமானம் காண்க.

$P = 0.8542^2$

$lg\,P = lg\,(0.8542)^2$

$= 2\,lg\,0.8542$

$= 2 \times \bar{1}.9316$

$= \bar{1}.8632$

$P = \text{Antilog}\,\bar{1}.8632$

$= \underline{\underline{0.7298}}$

(ii). $\sqrt{0.8542}$ இன் பெறுமானம் காண்க

$P = \sqrt{0.8542}$

$lg\,P = lg\,\sqrt{0.8542} = lg\,(0.8542)^{\frac{1}{2}}$

$= \frac{1}{2}\,lg\,0.8545 = \frac{1}{2} \times \bar{1}.9316$

$= \frac{\bar{2} + 1.9316}{2}$

$= \bar{1}.9658$

$P = \text{Antilog}\,\bar{1}.9658$

$= \underline{\underline{0.9242}}$

(iii). $\frac{5.23 \times 0.8795^2}{\sqrt{0.5195}}$ இன் பெறுமானம் காண்க.

$P = \frac{5.23 \times 0.8795^2}{\sqrt{0.5195}}$

$lg\,P = lg\left(\frac{5.23 \times 0.8795^2}{\sqrt{0.5195}}\right)$

$= lg\,5.23 + lg\,0.8795^2 - lg\,0.5195^{\frac{1}{2}}$

$= lg\,5.23 + 2\,lg\,0.8795 - \frac{1}{2}\,lg\,0.5195$

$= 0.7185 + 2 \times \bar{1}.9424 - \frac{1}{2} \times \bar{1}.7156$

$lg\,P = 0.7185 + \bar{1}.8884 - \frac{\bar{2} + 1.7156}{2}$

$= 0.6069 - \bar{1}.8578 = 0.7491$

$P = \text{Antilog}\,0.7491$

$= 5.611$

$\therefore \frac{5.23 \times 0.8795^2}{\sqrt{0.5195}} = \underline{\underline{5.611}}$

பயிற்சி 6 : 22

(1). மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

(i). 0.7345^2 (ii). 0.07345^2 (iii). 0.7345^3 (iv). 0.07345^3

(v). $\sqrt{0.7345}$ (vi). $\sqrt[3]{0.7345}$ (vii). $\sqrt{0.07345}$ (viii). $\frac{1.925 \times 51.77}{0.8850^2}$

(ix). $\frac{\sqrt{0.705} \times 4.375}{0.725}$ (x). $\frac{0.0725^2 \times \sqrt{8.975}}{5.473}$

மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி சுருக்குதல் - பயன்படுத்தும் சந்தர்ப்பங்கள்

உதாரணம்

$A = \pi r^2$ மூலம் ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவு காட்டப்படும். $\pi = 3.142$ உம் $r = 4.53cm$ உம் ஆயின் A இனால் காட்டப்படும் வட்டத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

$A = \pi r^2$

$A = 3.142 \times 4.53^2$

$lg = lg(3.142 \times 4.53^2)$

$lg A = lg\,3.142 + 2\,lg\,4.53$

$= 0.4972 + 2 \times 0.6561$

$= 0.4972 + 1.3122 = 1.8094$

$A = \text{Antilog}\,1.8094 = 64.47$

$\therefore$ வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \underline{64.47\,cm^2}$

பயிற்சி 6 : 23

(I). குறுக்குவெட்டின் ஆரை r உம் உயரம் h உம் உடைய ஓர் உருளையின் கனவளவு $v = \pi r^2 h$ இன் மூலம் காட்டப்படும்.

$r = 3.75cm$, உம் $h = 20.6\,cm$ உம் உடைய ஓர் உருளையின் கனவளவைக்காண்க. ($\pi = 3.14$ எனக் கொள்க.)

(ii). $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ என்பதில் $\pi = 3.142$, $l = 70.5cm$, $g = 980$ ஆயின் T ஐக் காண்க.

7. சமன்பாடுகள்

சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்

(a). பாய்ச்சற்கோட்டுப் படங்களின் மூலம் எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்.

உதாரணம்

(i) $x + 5 = 7$ எனும் சமன்பாட்டுக்கு பாய்ச்சற்கோட்டுப் படம் வரைக. அதன் மறுதலைப் பாய்ச்சற்கோட்டுப் படத்தின் மூலம் தீர்வைப் பெற்றுக்கொள்க.

> மறுதலைப் பாய்ச்சற் கோட்டுப் படத்தை இடமிருந்து வலமாக அல்லது வலமிருந்து இடமாக வரையலாம்.

$x + 5 = 7$ பாய்ச்சற்கோட்டுப் படம் $\xrightarrow{x}$ $\boxed{\text{5 ஐக் கூட்டுக.}}$ $\xrightarrow[7]{x+5}$ $x + 5 = 7$

மறுதலைப் பாய்ச்சற்கோட்டுப் படத்தின் மூலம் தீர்த்தல் $\xrightarrow[7]{x+5}$ $\boxed{\text{5 ஐக் கழிக்க.}}$ $\xrightarrow[2]{x}$ $\therefore x = 2$

உதாரணம்

(ii). $2x - 3 = 7$ எனும் சமன்பாட்டை பாய்ச்சற்கோட்டுப் படத்தின் மூலம் தீர்க்க.

$2x - 3 = 7$ பாய்ச்சற்கோட்டுப் படம் $\xrightarrow{x}$ $\boxed{\text{2 ஆல் பெருக்குக}}$ $\xrightarrow{2x}$ $\boxed{\text{3 ஐக் கழிக்க.}}$ $\xrightarrow[7]{2x-3}$

மறுதலைப் பாய்ச்சற்கோட்டுப் படத்தின் மூலம் தீர்த்தல்

$\therefore x = 5$ $\xleftarrow[x]{5}$ $\boxed{\text{2 ஆல் வகுக்க.}}$ $\xleftarrow[2x]{10}$ $\boxed{\text{3 ஐக் கூட்டுக.}}$ $\xleftarrow[2x-3]{7}$

பயிற்சி 7 : 1

(1). பின்வரும் எளிய சமன்பாடுகளுக்குரிய பாய்ச்சற்கோட்டுப் படத்தையும் மறுதலைப் பாய்ச்சற்கோட்டுப் படத்தையும் வரைந்து அவற்றின் தீர்வுகளைக் காண்க.

(i). $x + 3 = 1$	(iii). $x - 5 = 1$	(v). $2x + 1 = 5$	(vii). $5x - 2 = 8$
(ii). $x + 2 = 7$	(iv). $a - 3 = 2$	(vi). $3a + 2 = 8$	(viii). $4x - 3 = 1$

(b). தெரியாக் கணியத்தின் குணகம் 1 ஆகும் சந்தர்ப்பங்களையுடைய சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்

உதாரணம்

(i). $x + 2 = 5$ (ii). $a - 3 = 2$ ஆகியவற்றைத் தீர்க்க. தீர்வுகளைச் சரி பிழை பார்க்க.

(i). $x + 2 = 5$

$x + \cancel{2} - \cancel{2} = 5 - 2$

$\underline{\underline{x = 3}}$

> தீர்வுகளைச் சரி பிழை பார்த்தல்.
> $x + 2 = 5$ இல் x இற்காக தீர்வைப் பிரதியீடு செய்யும் போது $3 + 2 = 5$ பெறப்படும்.
> $\therefore$ தீர்வு சரியானது

இதனை இவ்வாறும் எழுதலாம்.

(i). $x + 2 = 5$

$x = 5 - 2$

$\underline{x = 3}$

(ii). $a - 3 = 2$

$a - 3 + 3 = 2 + 3$

$\underline{a = 5}$

> சரி பிழை பார்த்தல்
> $5 - 3 = 2$
> தீர்வு சரியானது.

பயிற்சி 7 : 2

(1). பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க. கிடைக்கும் தீர்வுகளைச் சரி பிழை பார்க்க.

(i). $x + 2 = 6$	(vi). $x - 2 = 3$
(ii). $a + 4 = 10$	(vii). $P - 5 = 8$
(iii). $p + 7 = 9$	(viii). $a - 1 = 10$
(iv). $x + 2 = -8$	(ix). $y - 4 = -5$
(v). $a + 3 = -5$	(x). $a - 1 = 3$

(c) தெரியாக் கணியத்தின் குணகம் 1 இலும் கூடியதாயும் இடப்பக்கத்தில் தனி உறுப்பை உடையதுமான சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்.

உதாரணம்

தீர்க்க. $2x = 6$

$2x = 6$

$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$

$\underline{\underline{x = 3}}$

சரி பிழை பார்த்தல்
2×3
$= 6$

பயிற்சி 7 : 3

(1). பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க. கிடைக்கும் தீர்வுகளைச் சரி பிழை பார்க்க.

(i). $2x = 4$ (ii). $3p = 9$ (iii). $5a = 15$

(iv). $3x = 21$ (v). $4m = 16$ (vi). $2x = -6$

(vii). $3a = -10$ (viii). $5m = -10$ (ix). $4a = -8$

(x). $10x = -20$ (xi). $4x - 20 = 0$ (xii). $3a - 18 = 0$

(d). தெரியாக் கணியத்தின் குணகம் மறையாயும் இடப்பக்கத்தில் தனி உறுப்பையும் உடையதுமான சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்

உதாரணம்

(I). தீர்க்க. $-2x = 4$.

$-2x = 4$

$\frac{\cancel{-2}x}{\cancel{-2}} = \frac{\cancel{4}^{-2}}{\cancel{-2}}$

$\underline{\underline{x = -2}}$

சரி பிழை பார்த்தல்
-2×-2
$= 4$

(ii). தீர்க்க. $-x = 6$

$-x = 6$

$\frac{-x}{-1} = \frac{6}{-1}$

$\underline{\underline{x = -6}}$

சரி பிழை பார்த்தல்
$(-6) \times (-1)$
$= 6$

பயிற்சி 7 : 4

(1). பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க. கிடைக்கும் தீர்வுகளைச் சரி பிழை பார்க்க.

(i). $-3x = 6$ (ii). $-2a = 10$ (iii). $-5x = 10$

(iv). $-3m = 12$ (v). $-7a = 14$ (vi). $-3a = -6$

(vi). $-3a = -6$ (vii). $-x = -7$ (viii). $-a = -3$

(ix). $-p = 5$ (x). $-x = 2$ (xi). $-2x = 3$

(e). இடப் பக்கத்தில் குணகம் 1 அல்லாத தெரியாக் கணியத்தையுடைய உறுப்பையும் மேலுமொரு உறுப்பையும் கொண்டுள்ள சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்..

உதாரணம்

(i). தீர்க்க. $2x + 1 = 7$

$2x + 1 = 7$

$2x + 1 - 1 = 7 - 1$

$2x = 6$

$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$

$\underline{\underline{x = 3}}$

சரி பிழை பார்த்தல்
$2 \times 3 + 1$
$= 6 + 1$
$\underline{\underline{= 7}}$

இதனை பின்வருமாறும் எழுதலாம்.

$2x + 1 = 7$

$2x = 7 - 1$

$2x = 6$

$x = \frac{6}{2}$

$\underline{\underline{x = 3}}$

(ii). தீர்க்க. $-3 + 2a = 5$

$-3 + 2a = 5$

$\cancel{-3} + \cancel{3} + 2a = 5 + 3$

$2a = 8$

$\frac{\cancel{2}a}{\cancel{2}} = \frac{8}{2}$

$\underline{\underline{a = 4}}$

சரி பிழை பார்த்தல்
$-3 + 2 \times 4$
$= -3 + 8$
$\underline{\underline{= 5}}$

பயிற்சி 7 : 5

(1). பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க. கிடைக்கும் தீர்வுகளைச் சரி பிழை பார்க்க.

(i). $2x + 5 = 7$	(ii). $5p + 4 = 24$	(iii). $3m + 2 = 8$
(iv). $4x + 2 = 6$	(v). $3 + 5a = 13$	(vi). $2 + 6m = 20$
(vii). $1 + 7a = 15$	(viii). $2x - 2 = 8$	(ix). $4a - 5 = 3$
(x). $2a - 1 = 3$	(xi). $-3 + 2y = 5$	(xii). $-4 + 5a = 6$
(xiii). $-1 + 2x = 9$	(xiv). $-5 + 3x = -2$	(v). $-7 + 2x = -3$

(f). பின்னங்களுடனான அட்சர கணித உறுப்புகளடங்கிய சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்.

உதாரணம்

(i)தீர்க்க. $\frac{x}{2} = 3$

$$\frac{x}{2} = 3$$
$$\frac{x \times \cancel{2}^1}{\cancel{2}_1} = 3 \times 2$$
$$x = 6$$

சரி பிழை பார்த்தல்

$\frac{6}{2} = 3$

(ii). தீர்க்க $\frac{x}{2} + 3 = 6$

$$\frac{x}{2} + 3 = 6$$
$$\frac{x}{2} + 3 - 3 = 6 - 3$$
$$\frac{x}{2} = 3$$
$$\frac{x}{\cancel{2}} \times \cancel{2} = 3 \times 2$$
$$\underline{\underline{x = 6}}$$

சரி பிழை பார்த்தல்

$\frac{x}{2} + 3$

$= 3 + 3$

$\underline{\underline{= 6}}$

(iii).தீர்க்க $\frac{2x}{3} = -2$

$$\frac{2x}{3} = -2$$
$$\frac{2x \times \cancel{3}^1}{\cancel{3}_1} = -2 \times 3$$
$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{-6}{2}$$
$$\underline{\underline{x = -3}}$$

சரி பிழை பார்த்தல்

$\frac{2}{3} \times (-3)$

$= \frac{-6}{3}$

$\underline{\underline{= -2}}$

(iv). தீர்க்க $\frac{3x}{2} - 4 = -1$

$$\frac{3x}{2} - 4 = -1$$
$$\frac{3x}{2} - 4 + 4 = -1 + 4$$
$$\frac{3x}{2} = 3$$
$$\frac{3x}{2} \times 2 = 3 \times 2$$
$$3x = 6$$
$$\underline{\underline{\therefore x = 2}}$$

சரி பிழை பார்த்தல்

$\frac{3 \times 2}{2} - 4$

$= \frac{6}{2} - 4$

$\underline{\underline{= -1}}$

பயிற்சி 7 : 6

(1). பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க. கிடைக்கும் தீர்வுகளைச் சரி பிழை பார்க்க.

(i). $\frac{x}{3} = 2$	(ii). $\frac{a}{4} = 1$	(iii). $\frac{x}{3} = -1$	(iv). $\frac{a}{5} = -2$
(v). $\frac{3x}{2} = 3$	(vi). $\frac{5x}{2} = 10$	(vii). $\frac{a}{3} + 1 = 3$	(viii). $\frac{x}{2} + 3 = 5$
(ix). $\frac{a}{3} - 5 = -3$	(x). $\frac{x}{2} - 2 = 1$	(xi). $\frac{5a}{3} - 1 = 4$	(xii). $\frac{2m}{5} + 1 = 5$

(g). இடப்பக்கத்தில் அடைப்புடன் கூடிய உறுப்பைக் கொண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்.

உதாரணம்

தீர்க்க $2(x + 4)=10$

முறை (i) (அடைப்பை நீக்குவதன் மூலம்)

$$2(x + 4) = 10$$
$$2x + 8 = 10$$
$$2x = 10 - 8$$
$$2x = 2$$
$$\underline{\underline{x = 1}}$$

முறை (ii) (குணகத்தால் வகுப்பதன் மூலம்)

$$2(x + 4) = 10$$
$$\frac{2(x + 4)}{2} = \frac{10}{2}$$
$$x + 4 = 5$$
$$x = 5 - 4$$
$$\underline{\underline{x = 1}}$$

தீர்வை சரிபிழை பார்த்தல்

$2(1 + 4)$

$= 2 \times 5$

$\underline{\underline{= 10}}$

(iii) தீர்க்க $(2p - 3) = 15$

முறை (i) $3(2p - 3) = 15$

$$\begin{aligned} 6p - 9 &= 15 \\ 6p &= 15 + 9 \\ 6p &= 24 \\ p &= \frac{24}{6} \\ \underline{\underline{p}} &\underline{\underline{= 4}} \end{aligned}$$

முறை (ii) (குணகத்தால் வகுப்பதன் மூலம்)

$$\begin{aligned} 3(2p - 3) &= 15 \\ \frac{3(2p - 3)}{3} &= \frac{15}{3} \\ 2p - 3 &= 5 \\ 2p &= 5 + 3 \\ 2p &= 8 \\ \underline{\underline{p}} &\underline{\underline{= 4}} \end{aligned}$$

தீர்வை சரி பிழை பார்த்தல்
$3 (2 \times 4 - 3)$
$= 3 (8 - 3)$
$= 3 \times 5$
$\underline{\underline{= 15}}$

பயிற்சி 7 : 7

(1). பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க. கிடைக்கும் தீர்வுகளைச் சரி பிழை பார்க்க.

(i). $2(x + 4)$	=	10	(ii). $3(a + 1)$	=	9	(iii). $5(x + 2)$	=	20
(iv). $3(p - 1)$	=	6	(v). $2(3x - 5)$	=	2	(vi). $5(3a - 2)$	=	5
(vii). $4(2x + 1)$	=	-12	(viii). $2(5x - 3)$	=	-16	(ix). $2(2 - x)$	=	2
(x). $3(4 - a)$	=	6	(xi). $5(1 - a)$	=	-15	(xii). $4(1 - 2x)$	=	-12

பிரசினம் விடுவித்தலில் எளிய சமன்பாடுகளைப் பிரயோகித்தல்.

உதாரணம்

(1). x எனும் ஓர் எண்ணுடன் 10 ஐக் கூட்டினால் 25 கிடைக்கும்.

(i). மேலேயுள்ள தொடர்பை ஒரு சமன்பாட்டில் தருக.

(ii). சமன்பாட்டைத் தீர்த்து x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

தீர்வு

(i). $x + 10 = 25$

(ii).
$$\begin{aligned} x + 10 &= 25 \\ x &= 25 - 10 \\ \underline{\underline{x}} &\underline{\underline{= 15}} \end{aligned}$$

(2). நான் ஓர் எண்ணை நினைத்தேன். அவ்வெண்ணின் இரு மடங்கிலிருந்து ஐந்தைக் கழிக்கும் போது 15 கிடைக்கும். நினைத்த எண் யாது?

தீர்வு

நினைத்த எண் x என்போம்.

அப்போது எண்ணின் இரு மடங்கு $= 2x$

இரு மடங்கிலிருந்து 5ஐக் கழிக்கும்போது $= 2x - 5$

$\therefore$ சமன்பாடு

$$\begin{aligned} 2x - 5 &= 15 \\ 2x - 5 &= 15 \\ 2x &= 15 + 5 \\ 2x &= 20 \\ \underline{\underline{x}} &\underline{\underline{= 10}} \end{aligned}$$

$\therefore$ நினைத்த எண் $\underline{\underline{= 10}}$

பயிற்சி 7 : 8

(1). பின்வரும் தொடர்புகளைச் சமன்பாடுகளில் தருக. அச்சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து தொடர்புகளிலிருந்த தெரியாக் கணியத்தின் பெறுமானம் காண்க.

(i). x எனும் எண்ணுடன் 12 ஐக் கூட்டும்போது 20 கிடைக்கும்.

(ii). என்னிடம் ரூபா p உண்டு அதில் ரூபா 10 ஐச் செலவு செய்த பின் மீதி ரூபா 75 ஆகும்.

(iii). x எனும் ஓர் எண்ணுடன் ஐந்தைக் கூட்டும் போது கிடைக்கும் கூட்டுத் தொகையின் இரு மடங்கு 30 ஆகும்.

(iv). குறித்த ஒரு தொகைப் பணத்தின் அரைப்பங்குடன் ரூபா 10 ஐக் கூட்டும் போது ரூபா 50 கிடைக்கிறது. (குறித்த தொகை x ரூபா என்க.)

(v). நான் ஓர் எண்ணை நினைத்து அதை இரு மடங்காக்கி அதிலிருந்து ஐந்தைக் கழித்தேன். அப்போது கிடைத்த விடையை நான்கால் பெருக்கும்போது 20 கிடைத்தது. (நினைத்த எண் x என்க.)

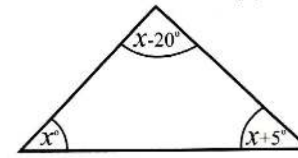
(2). ஒரு முக்கோணியின் மூன்று கோணங்களும் $x, 2x, 3x$ ஆகும். மூன்று கோணங்களினதும் பெறுமானங்களை வெவ்வேறாகக் காண்க. (ஒரு முக்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆகும்.)

(3). உருவிலுள்ள முக்கோணியின் கோணங்களின் பெறுமானங்கள் $x^0, x+5^0, x-20^0$ என x இல் தரப்பட்டுள்ளன.

(i). x இலான ஒரு சமன்பாட்டை எழுதுக.

(ii). x இன் பெறுமானம் காண்க.

(iii). முக்கோணியின் கோணங்களை வெவ்வேறாகக் காண்க.



(4). ஒரு புத்தகம் ஒரு பேனையின் விலையிலும் ரூபா 50 கூடியதாகும். ஒரு புத்தகமும் ஒரு பேனையும் வாங்குவதற்கு ரூபா 200 செலவாகிறது. புத்தகத்தின் விலை ரூபா x எனக் கொண்டு இத்தரவுகளடங்கிய ஒரு சமன்பாட்டை எழுதுக. சமன்பாட்டைத் தீர்த்து ஒரு புத்தகத்தினதும் ஒரு பேனையினதும் விலையைக் காண்க.

(5). ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் அகலத்தின் இரு மடங்காகும்.

(i). அகலம் x அலகுகளாயின் நீளத்தை x இல் தருக.

(ii). செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 24 அலகுகளாயின் x இலான ஒரு சமன்பாட்டை எழுதுக.

(iii). செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம் என்பவற்றைக் காண்க.

(h). பின்னங்களடங்கிய பல உறுப்புகளையுடைய சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்.

உதாரணம்

(i). தீர்க்க $\frac{x}{3} + \frac{x}{3} = 2$

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{3} = 2$$
$$\frac{2x}{3} = 2$$
$$\frac{2x}{\cancel{3}} \times \cancel{3} = 2 \times 3$$
$$2x = 6$$
$$\underline{\underline{x = 3}}$$

சரி பிழை பார்த்தல்

$$\frac{3}{3} + \frac{3}{3}$$
$$1 + 1$$
$$\underline{2}$$

(ii). தீர்க்க $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$$
$$\frac{x}{\cancel{2}} \times \cancel{6}^{3} + \frac{x}{\cancel{3}} \times \cancel{6}^{2} = 5 \times 6$$
(பகுதி எண்களின் பொ.ம.சி. ஆகின்ற 6 இனால் எல்லா உறுப்புகளையும் பெருக்குதல்)
$$3x + 2x = 30$$
$$5x = 30$$
$$\underline{\underline{x = 6}}$$

சரி பிழை பார்த்தல்

$$\frac{6}{2} + \frac{6}{3}$$
$$3 + 2$$
$$\underline{5}$$

பயிற்சி 7 : 9

(1). பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க. கிடைக்கும் தீர்வுகளைச் சரி பிழை பார்க்க.

(i). $\frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 4$ (ii). $\frac{x}{5} + \frac{x}{5} = 2$ (iii). $\frac{x}{3} + \frac{x}{3} + \frac{x}{3} = 6$ (iv). $\frac{2x}{3} + \frac{x}{3} = 4$

(v). $\frac{3a}{4} + \frac{a}{4} = 1$ (vi). $\frac{3x}{5} - \frac{2x}{5} = 2$ (vii). $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 7$ (viii). $\frac{a}{2} + \frac{a}{4} = 43$

(ix). $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$ (x). $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 1$ (xi). $\frac{x}{2} + \frac{2x}{3} - \frac{x}{6} = 2$ (viii). $\frac{5x}{2} + \frac{x}{5} - \frac{7x}{10} = 43$

(i). இடப்பக்கத்தில் அடைப்புடன் கூடிய உறுப்புடன் இரண்டு உறுப்புகளைக் கொண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல். உதாரணம்

தீர்க்க. $\frac{2(x+3)}{3} + 1 = 5$

$$\frac{2(x+3)}{3} + 1 = 5$$
$$\frac{2(x+3)}{3} = 5 - 1$$
$$\frac{2(x+3)}{3} = 4$$

$$\frac{2(x+3)}{\cancel{3}} \times \cancel{3} = 4 \times 3$$
$$2(x+3) = 12$$
$$\frac{\cancel{2}(x+3)}{\cancel{2}} = \frac{\cancel{12}^{6}}{{}_{1}\cancel{2}}$$

$$x + 3 = 6$$
$$x = 6 - 3$$
$$\underline{\underline{x = 3}}$$

மேலேயுள்ள உதாரணத்தில் சமன்பாட்டில் அடைப்புகளை நீக்குவதன் மூலமும் பின்வருமாறு தீர்க்கலாம்.

$$\frac{2(x+3)}{3}+1 = 5$$
$$\frac{2(x+3)}{3} = 5-1$$
$$\frac{2(x+3)}{3} = 4$$
$$\frac{2(x+3)}{\cancel{3}} \times \cancel{3} = 4 \times 3$$
$$2(x+3) = 12$$
$$2x+6 = 12 \text{ (அடைப்பை நீக்குதல்)}$$
$$2x = 12-6$$
$$2x = 6$$
$$\underline{x = 3}$$

சரி பிழை பார்த்தல்.
$$\frac{2(3+3)}{3}+1$$
$$= \frac{2(6)}{3}+1$$
$$= \frac{12}{3}+1$$
$$= 4+1$$
$$\underline{\underline{= 5}}$$

பயிற்சி 7 : 10

(1). பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க. கிடைக்கும் தீர்வுகளைச் சரி பிழை பார்க்க.

(i). $\frac{2(p+2)}{4}+3 = 6$
(ii). $\frac{3(x+3)}{2}+4 = 10$
(iii). $\frac{3(x-1)}{2}+2 = 5$
(iv) $\frac{2(5a+2)}{3}+2 = 10$
(v). $\frac{5(2a-1)}{3}+1 = 6$
(vi). $\frac{2(x+2)}{5}-1 = 1$
(vii). $\frac{3(a+1)}{2}-3 = 3$
(viii). $\frac{5(3x-1)}{2}-1 = 4$
(ix). $\frac{2(5-x)}{3}-1 = 1$
(x). $\frac{5(7-3x)}{2}-3 = 7$
(xi). $\frac{3(10-2y)}{4}-1 = 8$
(xii). $7+\frac{5(2-3x)}{11} = 12$

(I). சமன்பாட்டில் இருபக்கங்களிலும் தெரியாக் கணியங்களடங்கிய சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்.

உதாரணம்

$7x-8 = 3x-4$ ஐத் தீர்க்க.
$$7x-8 = 3x-4$$
$$7x-3x-8 = \cancel{3x}-\cancel{3x}-4$$ (3x ஐ இடப்பக்கம் கொண்டு வருவதற்காக இருபக்கங்களிலும் 3x ஐக் கழித்தல்)
$$4x-8 = -4$$
$$4x-8+8 = -4+8$$ (இருபக்கங்களிலும் 8 ஐக் கூட்டுதல்)
$$4x = 4$$
$$\underline{x = 1}$$

சரி பிழை பார்த்தல்
இ.கை.ப $= 7\times1-8$
$= 7-8$
$= -1$
$\underline{\underline{= 3\times1-4}}$
வ.கை.ப $= 3-4$
$\underline{\underline{= -1}}$

பயிற்சி 7 : 11

(1). பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க. கிடைக்கும் தீர்வுகளைச் சரி பிழை பார்க்க.

(i). $5x-2 = 2x+4$
(ii). $7a+2 = a+8$
(iii). $8m-1 = 7m+1$
(iv). $2x-5 = x+1$
(v). $3p-1 = 5+2p$
(vi). $10x-6 = 3+x$
(vii). $7n-4 = 3n+8$
(viii). $5n+4 = 10-n$
(ix). $2a-4 = 1-3a$
(x). $x-1 = 5-2x$

உதாரணம்

$5(x-3) = 2(x-1)+x-1$ ஐத் தீர்க்க.
$$5(x-3) = 2(x-1)+x-1$$
$$5x-15 = 2x-2+x-1$$
$$5x-15 = 3x-3$$ .... (நிகர்த்த உறுப்புகளைத் தொகுத்தல்)
$$5x-3x = -3+15$$
$$2x = 12$$
$$\underline{x = 6}$$

சரி பிழை பார்த்தல்
இ.கை.ப
$5(6-3)$
$= 5\times3$
$\underline{\underline{= 15}}$
வ.கை.ப
$2(6-1)+6-1$
$= 2\times5+5$
$\underline{\underline{= 15}}$
இ.கை.ப = வ.கை.ப

பயிற்சி 7 : 12

(1). பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க. கிடைக்கும் தீர்வுகளைச் சரி பிழை பார்க்க.

(i). $2(2x-3)-2x = x-2$
(ii). $5(x-3) = 3(x-1)$
(iii). $18-5(x+1) = 3(x-1)$
(iv). $5(4x-1) = 2(7x+2)$
(v). $3(a+2) = 2(a+2)-a$
(vi). $2(3m-5)-m = 2m+2(m+1)$
(vii). $1+7a = 15$
(viii). $3(x-5)+2x = 1-3x$
(ix). $2x-3(x+2) = 0$
(x). $8-2(a-2) = 3(a-1)$

உதாரணம்

$\frac{x}{4} + \frac{(5x-3)}{6} = \frac{(2x-1)}{3} - 1$ ஐத் தீர்க்க.

பகுதி எண்களின் பொது மடங்குகளில் சிறியதாகின்ற 12 இனால் எல்லா உறுப்புகளையும் பெருக்கும் போது

$$\cancel{12}^{3} \times \frac{x}{\cancel{4}_1} + \cancel{12}^{2} \times \frac{(5x-3)}{\cancel{6}_1} = \cancel{12}^{4} \times \frac{(2x-1)}{\cancel{3}_1} - 12 \times 1$$

$$3x + 10x - 6 = 8x - 4 - 12$$
$$13x - 6 = 8x - 16$$
$$13x - 8x = -16 + 6$$
$$5x = -10$$
$$x = -2$$

தீர்வைச் சரிபிழை பார்த்தல்

இ.கை.ப
$= \frac{-2}{4} + \frac{(5x -2 - 3)}{6}$
$= \frac{-1}{2} + \frac{(-10-3)}{6}$
$= \frac{-1}{2} - \frac{13}{6}$
$= \frac{-3-13}{6}$
$= \frac{-16}{6}$
$= \frac{-8}{3}$

வ.கை.ப
$\frac{(2x-1)}{3} - 1$
$= \frac{-4-1}{3} - 1$
$= \frac{-5}{3} - 1$
$= \frac{-5}{3} - \frac{3}{3}$
$= \frac{-8}{3}$

இ.கை.ப = வ.கை.ப

பயிற்சி 7 : 13

(1). பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க. கிடைக்கும் தீர்வுகளைச் சரி பிழை பார்க்க.

(i). $\frac{x}{2} + \frac{2(x+1)}{2} = \frac{x+1}{6}$

(ii). $\frac{3x+2}{4} = \frac{x+4}{3}$

(iii). $\frac{3x-3}{3} + \frac{5}{12} = \frac{x}{4} + \frac{2x+1}{5}$

(iv). $\frac{x+4}{2} + \frac{2x-4}{3} + \frac{3}{4} = \frac{4x-1}{2} + \frac{1}{4}$

(v). $\frac{p-1}{2} + \frac{5p-1}{3} = 2p - \frac{2}{3}$

(vi). $\frac{t-3}{5} - \frac{3(1-t)}{3} = \frac{3t}{5} + 2$

(j). அட்சர பின்னங்களடங்கிய எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்.

(i). $\frac{2}{x} + \frac{2}{x} = 2$ ஐத் தீர்க்க.

பகுதிகளின் பொ.ம.சி ஆகின்ற x இனால் எல்லா உறுப்புகளையும் பெருக்கும் போது

$$\cancel{x}^1 \times \frac{2}{\cancel{x}_1} + \cancel{x}^1 \times \frac{2}{\cancel{x}_1} = 2 \times x$$
$$2 + 2 = 2x$$
$$4 = 2x$$
$$x = 2$$

தீர்வைச் சரிபிழை பார்த்தல்
இ.கை.ப
$\frac{2}{2} + \frac{2}{2}$
$= 1 + 1$
$= 2$
வ.கை.ப = 2
$\therefore$ இ.கை.ப = வ.கை.ப

(ii). $\frac{3}{4} = \frac{1}{x} + \frac{1}{2x}$ ஐத் தீர்க்க.

பகுதிகளின் பொ.ம.சி ஆகின்ற $4x$ இனால் எல்லா உறுப்புகளையும் பெருக்கும் போது

$$4x \times \frac{3}{4} = 4x \times \frac{1}{x} + 4x \times \frac{1}{2x}$$
$$3x = 4 + 2$$
$$3x = 6$$
$$x = 2$$

தீர்வைச் சரிபிழை பார்த்தல்
இ.கை.ப $= \frac{3}{4}$
வ.கை.ப $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 2}$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$
$\frac{3}{4}$
$\therefore$ இ.கை.ப = வ.கை.ப

பயிற்சி 7 : 14

(1). பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க. கிடைக்கும் தீர்வுகளைச் சரி பிழை பார்க்க.

(i). $\frac{3}{a} + \frac{2}{a} = 1$

(ii). $\frac{1}{2} + \frac{2}{x} = \frac{5}{x}$

(iii). $\frac{2}{3a} + \frac{5}{3a} = \frac{a+2}{a}$

(iv). $\frac{1}{2} + \frac{2}{3x} = \frac{1}{6}$

(v). $\frac{1}{a} + \frac{2}{3a} - \frac{1}{2} = \frac{1}{a}$

(vi). $\frac{1}{2} + \frac{2}{3x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{6}$

உதாரணம்

$1 = \frac{2}{3} + \frac{2}{x+3}$ ஐத் தீர்க்க.

பகுதிகளின் பொது மடங்குகளில் சிறயதாகின்ற $3(x+3)$ இனால் எல்லா உறுப்புகளையும் பெருக்கும் போது

$$3(x+3) \times 1 = \cancel{3}^1(x+3) \times \frac{2}{\cancel{3}_1} + 3\cancel{(x+3)}^1 \times \frac{2}{\cancel{x+3}_1}$$
$$3x + 9 = 2x + 6 + 6$$
$$3x - 2x = 12 - 9$$
$$x = 3$$

தீர்வைச் சரிபிழை பார்த்தல்
இ.கை.ப = 1
வ.கை.ப $= \frac{2}{3} + \frac{2}{3+3}$
$= \frac{2}{3} + \frac{2}{6}$
$= \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$
$= \frac{3}{3}$
$= 1$
$\therefore$ இ.கை.ப = வ.கை.ப

பயிற்சி 7 : 15

(1). பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க. கிடைக்கும் தீர்வுகளைச் சரி பிழை பார்க்க.

(i). $\frac{1}{2} + \frac{2}{x+2} = \frac{1}{6}$ (iii). $\frac{5}{2a-3} + 1 = 0$ (v). $\frac{2}{x-1} + \frac{3}{x-1} - \frac{1}{3} = 2$

(ii). $\frac{3}{x-1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ (iv). $\frac{2}{x+4} = \frac{2}{3}$ (vi). $\frac{5}{x+1} - \frac{2}{x+1} = \frac{2}{5}$

ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்

(a). தெரியாக் கணியத்தின் குணகம் சமனாக உள்ளபோது சமன்பாட்டைத் தீர்த்தல்.

உதாரணம்

$a + b = 5$
$a - b = 1$ ஐத் தீர்க்க.

(i). சந்தர்ப்பம் :- b ஐ நீக்குவதன் மூலம்

$a + b = 5$ ——— ①
$a - b = 1$ ——— ②

① + ②; $a + b + (a - b) = 5 + 1$ (இரண்டு சமன்பாடுகளிலும் b இன் குறியீடு சமனற்றதாயிருப்பதால் கூட்டல்)

$a + \cancel{b} + a - \cancel{b} = 6$
$2a = 6$
$\underline{a = 3}$

a இன் பெறுமானத்தை ① இல் பிரதியிடுவதால்;
$3 + b = 5$
$b = 5 - 3$
$\underline{b = 2}$

∴ தீர்வுகள்
$a = 3$
$\underline{b = 2}$

$a + b = 5$
$a - b = 1$ ஐத் தீர்க்க.

(ii). சந்தர்ப்பம் :- a ஐ நீக்குவதன் மூலம்

$a + b = 5$ ——— ①
$a - b = 1$ ——— ②

① - ②; $a + b - (a - b) = 5 - 1$ (இரண்டு சமன்பாடுகளிலும் a இன் குறியீடு சமனற்றதாயிருப்பதால் கழித்தல்)

$\cancel{a} + b - \cancel{a} + b = 4$
$2b = 4$
$\underline{b = 2}$

b இன் பெறுமானத்தை ① இல் பிரதியிடுவதால்;
$a + 2 = 5$
$a = 5 - 2$
$\underline{b = 3}$

∴ தீர்வுகள்
$a = 3$
$\underline{b = 2}$

பயிற்சி 7 : 16

(1). பின்வரும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i). $x + y = 12$, $x - y = 2$
(ii). $a + b = 10$, $a - b = 8$
(iii). $m + n = 17$, $m - n = 1$
(iv). $3a + b = 3$, $3a - b = 9$
(v). $a + b = 8$, $a - b = 12$
(vi). $p + q = -6$, $p - q = 14$
(vii). $2x + 3y = 7$, $2x - 3y = 1$
(viii). $2p + 5q = 0$, $2p - 5q = 20$
(ix). $5a - 2b = 6$, $5a + 2b = 14$
(x). $3p - 2q = -2$, $3p + 2q = 14$
(xi). $7m - 8n = 15$, $7m + 8n = -1$
(xii). $-5x + 2y = 9$, $5x + 2y = -1$

(b). இரண்டு சமன்பாடுகளிலும் ஒரு தெரியாக்கணியத்தின் குணகம் மாத்திரம் சமனாயுள்ளபோது தீர்த்தல். உதாரணம்

$5x + 2y = 9$
$x - 2y = -3$ ஐத் தீர்க்க.

$5x + 2y = 9$ ——— ①
$x - 2y = -3$ ——— ②
① + ②; $5x + 2y + (x - 2y) = 9 + (-3)$
$5x + \cancel{2y} + x - \cancel{2y} = 9 - 3$
$6x = 6$
$\underline{x = 1}$

x இன் பெறுமானத்தை ① இல் பிரதியிடுவதால்;
$5 \times 1 + 2y = 9$
$5 + 2y = 9$
$2y = 9 - 5$
$2y = 4$
$y = 2$
தீர்வுகள் : $\underline{x = 1, \ y = 2}$

உதாரணம்

$$3a - b = 11$$
$$3a + 4b = 1$$ ஐத் தீர்க்க.

$3a - b = 11$ ——— ①

$3a + 4b = 1$ ——— ②

① - ②; $3a - b - (3a + 4b) = 11 - 1$

$3a - b - 3a - 4b = 10$

$-5b = 10$

$b = \frac{10}{-5}$

$\underline{b = -2}$

b இன் பெறுமானத்தை ① இல் பிரதியிடுவதால்

$3a - (-2) = 11$

$3a + 2 = 11$

$3a = 11 - 2$

$3a = 9$

$a = 3$

தீர்வுகள் : $\underline{a = 3\ ,\ b = -2}$

b இன் பெறுமானத்தைப் பின்வருமாறு காணலாம்
① இலிருந்து $3a = 11 + b$
இதனை ② இல் பிரதியிடுவதால்
$3a + 4b = 1$ ——— ②
$11 + b + 4b = 1$
$5b = 1 - 11$
$5b = -10$
$b = -2$

பயிற்சி 7 : 17

(1). பின்வரும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i).	$4a + 2b = 16$ $a - 2b = -1$	(v).	$2x - 3y = 1$ $-5x - 3y = -13$
(ii).	$3a + 4b = 17$ $2a - 4b = -2$	(vi).	$3m + 2n = 16$ $3m - 5n = 2$
(iii).	$6a - 2b = 10$ $-5a + 2b = -1$	(vii).	$5x + 3y = 11$ $5x - y = 7$
(iv).	$a - 5 = b$ $2a + b = 4$	(viii).	$3p + 2 = 2q$ $3p - q = -1$
(ix).	$2p + 6q = 14$ $-2p - q = -4$	(x).	$-3x + y = -1$ $-3x + 4y = 14$
(xi).	$2a - b = 9$ $3a - b = 14$	(xii).	$3m + 2n = -8$ $m - 2n = 0$

(c) இரண்டு சமன்பாடுகளிலும் இரு தெரியாக்கணியங்களினதும் குணகங்கள் சமனற்றதாயுள்ள போது ஒரு தெரியாக் கணியத்தின் குணகத்தைச் சமப்படுத்தி சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்.

உதாரணம்

$2x + 3y = -5$
$5x - 2y = 16$ ஐத் தீர்க்க.

(I). சந்தர்ப்பம் :- y ஐ நீக்குவதன் மூலம்

y ஐ நீக்க வேண்டுமாயின் இரண்டு சமன்பாடுகளிலும் y இன் குணகத்தைச் சமப்படுத்த வேண்டும். அது 2,3 ஆகியவற்றின் பொ.ம.சி ஆகின்ற 6 ஆக மாற்றப்பட வேண்டும்.

$2x + 3y = -5$ ——— ①

$5x - 2y = 16$ ——— ②

① × 2 ; $4x + 6y = -10$ ——— ③

② × 3 ; $15x - 6y = 48$ ——— ④

③ + ④ ;

$4x + 6y + (15x - 6y) = -10 + 48$

$4x + 6y + 15x - 6y = 38$

$19x = 38$

$\underline{x = 2}$

x இன் பெறுமானத்தை ① இல் பிரதியிடுவதால்

$2 \times 2 + 3y = -5$

$4 + 3y = -5$

$3y = -5 - 4$

$3y = -9$

$y = -3$

தீர்வுகள் $\underline{x = 2 \quad y = -3}$

$2x + 3y = -5$
$5x - 2y = 16$ ஐத் தீர்க்க.

(ii). சந்தர்ப்பம் :- x ஐ நீக்குவதன் மூலம்

x ஐ நீக்க வேண்டுமாயின் இரண்டு சமன்பாடு களிலும் x இன் குணகம் 10ஆக மாற்றப்பட வேண்டும்.

$2x + 3y = -5$ ——— ①

$5x - 2y = 16$ ——— ②

① × 5 ; $10x + 15y = -25$ ——— ③

② × 2 ; $10x - 4y = 32$ ——— ④

③ - ④ ;

$10x + 15y - (10x - 4y) = -25 - 32$

$\cancel{10x} + 15y - \cancel{10x} + 4y = -57$

$19y = -57$

$\underline{y = -3}$

y இன் பெறுமானத்தை ① இல் பிரதியிடுவதால்

$2x + 3 \times (-3) = -5$

$2x - 9 = -5$

$2x = -5 + 9$

$2x = 4$

$x = 2$

தீர்வுகள் $\underline{x = 2 \quad y = -3}$

பயிற்சி 7 : 18

(1). பின்வரும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i). $2a+3b = 10$ $a+2b = 6$	(iv). $2x+3y = 16$ $3x+2y = 19$	(vii). $2p+4q = 14$ $3p-q = 0$	(x). $-3p+q = -7$ $-5p-2q = -8$
(ii). $4x+3y = 11$ $2x+3y = 5$	(v). $4p+5q = 22$ $2p+3q = 12$	(viii). $4a+3b = 24$ $-2a+b = -2$	(xi). $a = 2b+3$ $a+b = 9$
(iii). $5m+3n = 23$ $m+2n = 6$	(vi). $2x+3y = 12$ $x-4y = -5$	(ix). $2x+3y = 22$ $-3x+2y = -7$	(xii). $2p-3 = q$ $p-q = 12$

பிரசினம் விடுவித்தலில் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைப் பிரயோகித்தல்.

உதாரணம்

(1). இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 8 உம் வித்தியாசம் 2 உம் ஆகும். இரு எண்களையும் காண்க.

இரு எண்களும் x , y என்போம் .

அப்போது $x+y = 8$ ——— ①

$x-y = 2$ ——— ②

① + ② ; $2x = 10$

$\underline{x = 5}$

x இன் பெறுமானத்தை ① இல் பிரதியிடுவதால்

$5+y = 8$

$y = 8-5$

$\underline{y = 3}$

$\therefore$ இரு எண்களும் 5, 3 ஆகும்.

(2). A இடம் உள்ள பணத்தின் இரு மடங்குடன் B இடம் உள்ள பணத்தின் 3 மடக்கைக் கூட்டும்போது ரூபா 12 ஆகிறது. A இடம் உள்ள பணத்தின் 9 மடங்கிலிருந்து. B இடம் உள்ள பணத்தின் 3 மடங்கைக் கழிக்கும் போது ரூபா 21 ஆகிறது.

- இத்தரவுகளிலிருந்து இரண்டு ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை எழுதுக.
- அச்சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து A இடமும் B இடமும் உள்ள பணத்தைத் தனித்தனியே காண்க.

A இடம் உள்ள பணம் ரூபா x எனவும் B இடம் உள்ள பணம் ரூபா y எனவும் கொள்வோம்.

அப்போது $2x+3y = 12$ ——— ①

$9x-3y = 21$ ——— ②

① + ② ; $11x = 33$

$x = 3$

x இன் பெறுமானத்தை ① இல் பிரதியிடுவதால்

$2\times 3+3y = 12$

$6+3y = 12$

$3y = 12-6$

$3y = 6$

$\underline{y = 2}$

$\therefore$ A இடம் உள்ள பணம் = ரூபா 3

B இடம் உள்ள பணம் = ரூபா 2

பயிற்சி 7 : 19

(1) இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 26 உம் வித்தியாசம் 8 உம் ஆகும். இரு எண்களையும் காண்க.

(2) ஓர் எண்ணின் இரு மடங்குடன் இன்னோர் எண்ணைக் கூட்டும் போது 15 கிடைக்கும். இரு எண்களினதும் வித்தியாசம் 3 ஆயின் இரு எண்களையும் காண்க.

(3) என்னிடம் ரூபா 2 நாணயங்களும் ரூபா 5 நாணயங்களுமாக 25 உண்டு. இப்பணத்தின் பெறுமதி ரூபா 80 ஆகும். ரூபா 2 ரூபா 5 நாணயங்களின் எண்ணிக்கைகளை வெவ்வேறாகக் காண்க.

(4) ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் மூன்றாம் உறுப்பு 14 உம், 7 ஆம் உறுப்பு 34 உம் ஆகும். விருத்தியின் முதலாவது உறுப்பையும் பொது வித்தியாசத்தையும் காண்க. (முதலாம் உறுப்பு a, பொது வித்தியாசம் d ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியின் n ஆம் உறுப்பு $T_n = a+(n-1)d$ ஆகும்.)

(5) ஒரு புத்தகமும் ஒரு பேனையும் வாங்குவதற்கு ரூபா 150 தேவைப்படுகிறது. 4 புத்தகங்களும் 3 பேனைகளும் வாங்கிய ஒருவர் அதற்கென ரூபா 510 ஐச் செலவழித்தார். ஒரு புத்தகத்தினதும் ஒரு பேனையினதும் விலைகளை வெவ்வேறாகக் காண்க.

(6) ஒரு அப்பிள் பழமும் இரண்டு தோடம்பழங்களும் ரூபா 110 ஆகும். இரண்டு அப்பிள் பழங்களும் மூன்று தோடம்பழங்களும் ரூபா 190 ஆகும். ஒரு அப்பிள் பழத்தினதும் ஒரு தோடம்பழத்தினதும் விலையை வெவ்வேறாகக் காண்க.

இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்

(a). காரணிகளைப் பயன்படுத்தி

இங்கு சமன்பாட்டின் வலது பக்கத்தைப் பூச்சியமாக மாற்றி இடது பக்கம் காரணிப்படுத்தப்படும்.

உதாரணம்

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$
$$x^2 + 3x + 2x + 6 = 0$$
$$x(x + 3) + 2(x + 3) = 0$$
$$(x + 3)(x + 2) = 0$$
$x + 3 = 0$ அல்லது $x + 2 = 0$

$\therefore$ $x = -3$ அல்லது $x = -2$

உதாரணம்

$$2a^2 - 9a = 5$$
$$2a^2 - 9a - 5 = 0$$
$$2a^2 - 10a + a - 5 = 0$$
$$2a(a - 5) + 1(a - 5) = 0$$
$$(a - 5)(2a + 1) = 0$$
$a - 5 = 0$ அல்லது $2a + 1 = 0$

$a = 5$ அல்லது $2a = -1$

$$a = -\frac{1}{2}$$

உதாரணம்

$$x^2 - 25 = 0$$
$$(x - 5)(x + 5) = 0$$
$x - 5 = 0$ அல்லது $x + 5 = 0$

$x = 5$ அல்லது $x = -5$

பயிற்சி 7 : 20

(1). பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i). $x^2 + 8x + 12 = 0$

(ii). $x^2 + 2x + 1 = 0$

(iii). $x^2 - 7x + 12 = 0$

(iv). $x^2 - 3x = 4$

(v). $3y^2 + 8y + 4 = 0$

(vi). $2x^2 - x = 10$

(vii). $x^2 - 49 = 0$

(viii). $x^2 = 1$

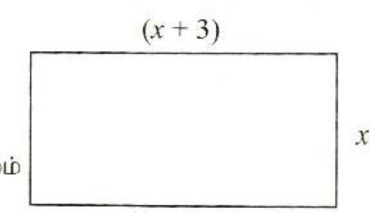
(ix). $x(x + 1) = 0$

(x). $2x^2 + 10x = 0$

(2). உருவிலுள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $40cm^2$ ஆகும். அதில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கு ஏற்ப,

(i). x இலான ஓர் இருபடிச் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(ii). எழுதிய சமன்பாட்டைத் தீர்த்து செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம் ஆகியவற்றைக் காண்க.



(b). சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம்.

$ax^2 + bx + c = 0$ சூத்திரத்தின் தீர்வு $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.இன் மூலம் பெறப்படும்.

உதாரணம்

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$
$$a = 2, b = 5, c = -3$$

$\left.\begin{matrix} ax^2 + bx + c = 0 \\ 2x^2 + 5x - 3 = 0 \end{matrix}\right\} a = 2, b = 5, c = -3$

தீர்வு $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \dfrac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2}$ (சூத்திரத்தில் a, b, c என்பவற்றுக்காகப் பிரதியிடுவதால்)

$= \dfrac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4}$

$= \dfrac{-5 \pm \sqrt{49}}{4}$

$x = \dfrac{-5 \pm 7}{4}$

$x = \dfrac{-5 + 7}{4}$ அல்லது $x = \dfrac{-5 - 7}{4}$

$x = \dfrac{2}{4}$ அல்லது $x = \dfrac{-12}{4}$

$x = \dfrac{1}{2}$ அல்லது $x = -3$

பயிற்சி 7 : 20

(1). பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i). $x^2 + 5x + 4 = 0$

(ii). $2x^2 - 5x + 3 = 0$

(iii). $3m^2 + 5m - 8 = 0$

(iv). $5x^2 - 2x - 3 = 0$

8. தொடைகள்

ஒரு தொடையின் மூலகங்கள் சங்கிலி அடைப்பினுள் எழுதப்படுவதுடன் தொடையின் ஒரு மூலகம் ஒரு தடவை மாத்திரம் எழுதப்படும்.

உதாரணம்

(1). $A = \{234\ 325$ எனும் எண்ணிலுள்ள இலக்கங்கள்$\}$ ஆகும். A இன் மூலகங்களை எழுதுக.

$A = \{2, 3, 4, 5\}$

(2). $B = \{$"POLONNARUWA" எனும், சொல்லிலுள்ள எழுத்துகள்$\}$ ஆகும்.B இன் மூலகங்களை எழுதுக.

$B = \{P, O, L, N, A, R, U, W\}$

பயிற்சி 8 : 1

(1). பின்வரும் தொடைகளை மூலகங்களுடன் எழுதுக.

$X = \{$"திகதி" எனும், சொல்லிலுள்ள எழுத்துகள்$\}$

$Y = \{$மூவாயிரத்து முன்னூற்று இருபத்து மூன்று எனும் எண்ணிலுள்ள இலக்கங்கள்$\}$

$P = \{1$ இற்கும் 10 இற்கும் இடையிலுள்ள 3 இன் மடங்குகள்$\}$

$Q = \{$எட்டிலும் குறைவான பக்கங்களையுடைய பல்கோணிகள்$\}$

தொடைக் குறிப்பீடு

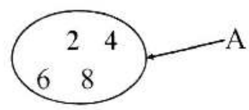
தொடைகளை நான்கு வகைகளாக குறிப்பீடு செய்யலாம்.

(1). சொற்களில் விபரித்தல். உதா:- $A = \{1$இற்கும் 10 இற்கும் இடையிலுள்ள இரட்டை எண்கள்$\}$

(2). மூலகங்களாகக் காட்டல். உதா:- $A = \{2, 4, 6, 8\}$

(3). வென் உருவில் காட்டல்.

உதா:-



(4). அட்சர கணித வடிவில் காட்டல் உதா :- $A = \{x\ ;\ x$ என்பது இரட்டை எண்ணாகும் $1 < x < 10\}$

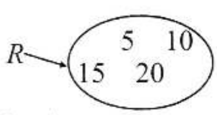
பயிற்சி 8 : 2

(1). பின்வரும் தொடைகளை வேறு இரண்டு குறிப்பீட்டு முறைகளில் எழுதுக.

(i). $P = \{20$ இற்கும் 50 இற்கும் இடையிலுள்ள 11 இன் மடங்குகள்$\}$

(ii). $Q = \{$சிவப்பு, நீலம், மஞ்சள்$\}$

(iii).



(iv). $S = \{x\ ;\ x$ என்பது முதன்மை எண்ணாகும். $1 < x < 15\}$

ஒரு தொடையின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கை (முதலிமை)யும் சூனியத் தொடையும்

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ இல் மூலகங்களின் எண்ணிக்கை ஐந்து ஆகும்.

அது, $n(A) = 5$ என எழுதப்படும்.

மூலகங்கள் இல்லாத தொடை சூனியத்தொடை எனப்படும்.

சூனியத்தொடை $\{\ \}$ அல்லது ϕ என எழுதப்படும்.

$P = \{$மூன்று பக்கங்களிலும் குறைவாகவுள்ள பல்கோணிகள்$\}$ $Q = \{$எமது பாடசாலையிலுள்ள மூன்று வயதிலும் குறைந்த மாணவர்கள்$\}$

$P = \{\ \}$ அல்லது $P = \phi$ $\qquad$ $Q = \phi$ அல்லது$Q = \{\ \}$

இதன்படி $n(P) = 0$, $n(Q) = 0$ ஆகும்.

பயிற்சி 8 : 3

(1). பின்வரும் தொடைகளிலுள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கைகளை தொடைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

A = {2 இற்கும் 15 இற்கும் இடையிலுள்ள 3 இன் மடங்குகள்} B = {"சுடுகாடு"எனும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துகள்}

C = {O} D = { 1 இற்கும் 5 இற்கும் இடையிலுள்ள 10 இன் மடங்குகள்}

E = { $5m$ இலும் கூடிய உயரமுள்ள மனிதர்கள்} F = { 0 இற்கும் 50 இற்கும் இடையிலுள்ள வர்க்க எண்கள்}

(2). மேலேயுள்ள தொடைகளில் சூனியத்தொடைகளைத் தெரிந்து எழுதுக.

தொடைப்பிரிவு

யாதாயினும் ஒரு தொடையின் மூலகங்களிலிருந்து உருவாக்கப்படும் வேறொரு தொடை முன்னைய தொடையின் தொடைப் பிரிவாகும்.

(i). A = {2, 3, 5} ஆயின்

A இன் தொடைப்பிரிவுகள் { } {2}, {3}, {5}, {2, 3}, {3, 5},{2, 5}, {2, 3, 5} ஆகும்.

கிடைத்த தொடைப் பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை 8 ஆகும். $8 = 2^3$ ஆகும்

> மூலகங்களின் எண்ணிக்கை (முதலிமை) n ஆகவுள்ள தொடையிலிருந்து எழுதக்கூடிய தொடைப்பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை 2^n ஆகும்.

தொடையில் வரும் சில குறியீடுகள்

$\in$ = மூலகமாகும் $\notin$ = மூலகமன்று

$\subset$ = தொடைப்பிரிவாகும் $\not\subset$ = தொடைப்பிரிவன்று

(ii). $A = \{3,6,9,12\}$ $B = \{6,12\}$ $P = \{5,7\}$ ஆயின்,

- 3 ஒரு மூலகம் தொடை A இன் என்பது "$3 \in A$"எனவும்
- 5 ஒரு மூலகமன்று தொடை A இன் என்பது "$5 \notin A$"எனவும்
- B தொடைப்பிரிவு தொடை A இன் என்பது "$B \subset A$"எனவும்
- P தொடைப்பிரிவன்று தொடை A இன் என்பது "$P \not\subset A$"எனவும் எழுதப்படும்.

பயிற்சி 8 : 4

(1). (i). X = {அ,ம்,பு} ஆயின் X இன் எல்லா தொடைப் பிரிவுகளையும் எழுதுக.

(ii). முதலிமை 5 ஐ உடைய ஒரு தொடையிலிருந்து எழுதக்கூடிய தொடைப் பிரிவுகள் எத்தனை?

(iii). 16 தொடைப் பிரிவுகளை எழுதக்கூடிய ஒரு தொடையின் முதலிமை யாது?

(2). பொருத்தமான வகையில் $\in$, $\subset$, $\in$, $\not\subset$ குறியீடுகளையிட்டு இடைவெளிகளை நிரப்புக.

(i). 5........{2,3,5,7} (ii). {5}........{2,3,5,7}

(iii). 1...........{முதன்மை எண்கள்} (iv). {0}...........{5705 எனும் எண்ணின் இலக்கங்கள்}

(v). {சிவப்பு, நீலம்}...........{பிரதான நிறங்கள்} (vi). {5,10,15}...........{5 இன் மடங்குகள்}

முடிவுள்ள தொடையும் முடிவிலித் தொடையும்

முடிவுள்ள தொடை

தீர்க்கமான மூலகங்களின் எண்ணிக்கையைக் கொண்டுள்ள தொடை முடிவுள்ள தொடையாகும்.

உதா :- A = {100 இலும் குறைந்த நிறைவர்க்க எண்கள்}

A = {1, 4, 9, 25, 36, 49, 64, 81} இங்கு மூலகங்களின் எண்ணிக்கையைத் தீர்மானிக்க முடியுமாதலால் A முடிவுள்ள தொடையாகும்.

முடிவிலித்தொடை

தீர்க்கமற்ற மூலகங்களின் எண்ணிக்கையைக் கொண்டுள்ள தொடை முடிவிலித் தொடையாகும்.

உதா :- P = {எண்ணும் எண்கள்} ஆயின் P = {0, 1, 2, 3.......} ஆகும்.

இங்கு மூலகங்களின் எண்ணிக்கைக்கு வரையறை இல்லை.

$\therefore$ P முடிவிலித்தொடையாகும்.

பயிற்சி 8 : 5

(1). பின்வரும் தொடைகள் முடிவுள்ள தொடைகளா? முடிவிலித் தொடைகளா? என எதிரே எழுதுக.

(i). {பாடசாலையில் நீர் கற்கும் பாடங்கள் }
(ii). {ஒரு வட்டத்தின் சமச்சீர் அச்சுகள்}
(iii). {தரப்பட்ட புள்ளிக்கூடாக வரையக்கூடிய நேர்கோடுகள்}
(iv). {கீழைத்தேய சங்கீத ஸ்வரங்கள்}
(v). $\{x/x$ ஒற்றை எண்கள் $\}$
(vi). {ஆங்கில அரிச்சுவடியின் உயிர் எழுத்துகள்}
(vii). {எண்ணும் எண்கள்}
(viii). {23347 எனும் எண்ணிலுள்ள இலக்கங்கள்}
(ix). {ஒரு ஆள்கூற்றுத்தளத்தில் y அச்சுக்கு சமாந்தரமான நேர்கோடுகள்}
(x). {நாற்பக்கல்கள்}

சமவலுத்தொடைகள்

இரண்டு தொடைகளிலுள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கை சமனாயின் (முதலிமை சமனாயின்) அத்தொடைகள் சமவலுத் தொடைகளாகும்.

உதா :- $A = \{1,4,9,16,25\}$ $B = \{a,e,i,o,u\}$

இங்கு $n(A) = 5,\ n(B) = 5$

$\therefore$ A , B என்பன சமவலுத்தொடைகளாகும். அது $A \sim B$ என எழுதப்படும்.

சம தொடைகள்

இரண்டு தொடைகளின் முதலிமையும் மூலகங்களும் சமனாயின் அத்தொடைகள் சம தொடைகளாகும்.

உதா :- P = {1 இற்கும் 5 இற்கும் இடையேயுள்ள முதன்மை எண்கள்} ஆயின் $P = \{2,3\}$ ஆகும்.

Q = {24 இன் முதன்மைக் காரணிகள்} ஆயின் $Q = \{2,3\}$ ஆகும்.

$\therefore$ P , Q என்பன சமனானவை. $P = Q$ என எழுதப்படும்.

பயிற்சி 8 : 6

(1). பின்வரும் தொடைச் சோடியின் மூலகங்களை எழுதி அவை சமவலுத்தொடைகளா இல்லையா என எழுதுக.

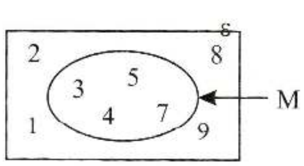
(i). A = {ஆங்கில அரிச்சுவடியின் உயிர் எழுத்துகள்}
B = {60 இலும் குறைந்த 10 இன் மடங்குகள்}

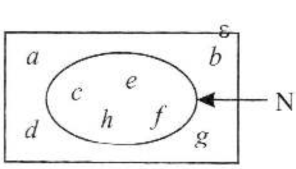
(ii). P = {6 இன் காரணிகள்}
Q = {8 இன் காரணிகள்}

(iii). $S = \{2,4,6,8,10,12,15\}$
T = {க,ச,ட,த,ப,ற}

(iv). X = {'கற்பகம்' என்ற சொல்லின் எழுத்துகள்}
Y = {'முப்பதம்' என்ற சொல்லின் எழுத்துகள்}

(iv).





(2). பின்வரும் தொடைச் சோடிகளின் மூலகங்களை எழுதி அத்தொடைச் சோடிகள் சம தொடைகளா? இல்லையா? என்பதை எதிரே எழுதுக.

(i). A = {43321 என்ற எண்ணிலுள்ள இலக்கங்கள்}
B = {34312 என்ற எண்ணிலுள்ள இலக்கங்கள்}

(ii). C = {12 இன் காரணிகள்}
D = {24 இன் காரணிகள்}

(iii). P = {50இலும் குறைந்த 3,4 ஆகிய இரண்டு எண்களினதும் பெருக்கங்கள்}
Q = {60 இலும் குறைந்த 12 இன் மடங்குகள்}

(iv). X = {முழு எண்கள்}
Y = {எண்ணும் எண்கள்}

(v). W = {'கருமை' என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துகள்}
Z = {'மருகை' என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துகள்}

தொடைகளின் இடைவெட்டு

இரண்டு தொடைகளின் பொது மூலகங்களினால் உருவான தொடை இடை வெட்டுத் தொடை ஆகும்.

$P = \{3,5,7,8\}$ $\quad Q = \{1,3,5,8,9\}$ ஆகிய தொடைகளைக் கருதுவோம்.

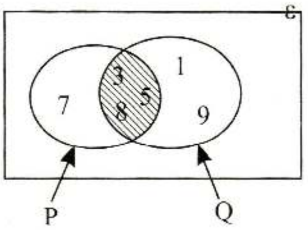
P , Q ஆகிய இருதொடைகளுக்கும் பொதுவான மூலகங்களின் தொடை $\{3,5,8\}$ என்பது தெளிவாகிறது.

இதனை $P \cap Q$ என குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி எழுதலாம்.

எனவே

$P \cap Q = \{3,5,8\}$ ஆகும்.

இத்தகவல்களை வென் உருவில் இவ்வாறு நிழற்றிக் காட்டலாம்.



பயிற்சி 8 : 7

(1). பின்வரும் தொடைச்சோடிகளின் இடைவெட்டுத் தொடையை எழுதுக.

(i). $A = \{3, 7, 9, 11\}$
$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

(ii). E = {CAT எனும் சொல்லின் எழுத்துகள்}
F = {HATஎனும் சொல்லின் எழுத்துகள்}

(iii). M = {1இற்கும் 10 இற்கும் இடையேயுள்ள 2 இன் மடங்குகள்}
N = {1இற்கும் 10 இற்கும் இடையேயுள்ள 4 இன் மடங்குகள்}

(v). C = {12 இன் முதன்மைக் காரணிகள்}
D = {8 இன் முதன்மைக் காரணிகள்}

(iv). X = {10 இலும் குறைந்த ஒற்றை எண்கள்}
Y = {10 இலும் குறைந்த முதன்மை எண்கள்}

(2). $A = \{1,2,3,4\}$ $\quad B = \{2,3,6\}$ $\quad C = \{3,4,7\}$ ஆயின், பின்வரும் தொடைகளை எழுதுக.

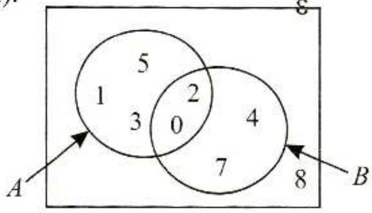
(i). $A \cap B$

(ii). $A \cap C$

(iii). $B \cap C$

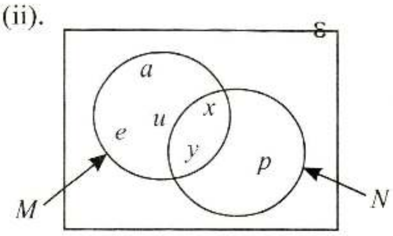
(3). வென்னுருவில் காட்டப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கு ஏற்ப பின்வரும் தொடைகளின் மூலகங்களை எழுதுக.

(i).



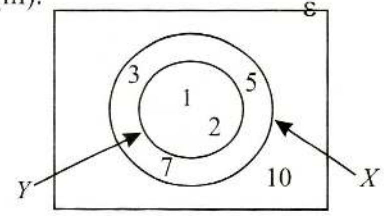
$A = \{........\}$
$B = \{........\}$
$A \cap B = \{........\}$

(ii).



$M = \{........\}$
$N = \{........\}$
$M \cap N = \{........\}$

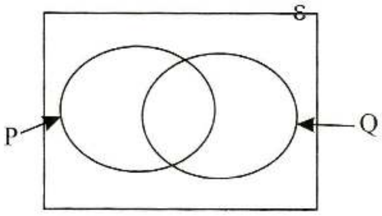
(iii).



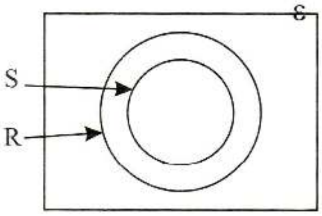
$X = \{........\}$
$Y = \{........\}$
$X \cap Y = \{........\}$

(4). பின்வரும் ஒவ்வொரு வென்னுருவிலும் உருவுடன் தரப்பட்டுள்ள தொடைக்குரிய பிரதேசத்தை நிழற்றுக.

(i). $P \cap Q$



(ii). $R \cap S$



தொடைகளின் ஒன்றிப்பு

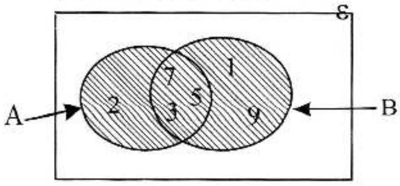
$A = \{2,3,5,7\}$ $B = \{1,3,5,7,9\}$ ஆகிய இரு தொடைகளையும் கருதுவோம்.

A ,B ஆகிய தொடைகளின் எல்லா மூலகங்களையும் உள்ளடக்கிய தொடை $\{1,2,3,5,7,9\}$ ஆகும்.
அது A , B ஆகிய தொடைகளின் ஒன்றிப்பு எனப்படும்.

அது $A \cup B$ எனக் குறியீட்டினால் காட்டப்படும்.

$\therefore$ $A \cup B = \{1,2,3,5,7,9\}$

இத்தகவல்களை இவ்வாறு வென் உருவில் காட்டலாம்.



பயிற்சி 8 : 8

(1). $P = \{2,4,6\}$ $Q = \{2,5,7,8\}$ $R = \{2,4\}$ ஆகிய தொடைகளிலிருந்து பின்வரும் தொடைகளை எழுதுக.

(i). $P \cup Q$ (ii). $P \cup R$ (iii). $Q \cup R$

(2). X = {தீபா, ராணி, ரியாஸ்} Y = {முரளி, சந்திரன்} Z = {ரியாஸ், ராணி, முரளி} ஆயின் பின்வரும் தொடைகளை எழுதுக.

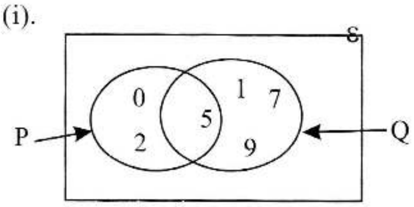
(i). $X \cup Y$ (ii). $X \cup Z$ (iii). $Y \cup Z$

(3). $A = \{2,4,6,8\}$ $B = \{1,3,5,7\}$ $C = \{1,2,3,4,\}$ ஆகும் போது பின்வரும் தொடைகளை எழுதுக.

(i). $A \cup B$ (ii). $A \cup C$ (iii). $B \cup C$

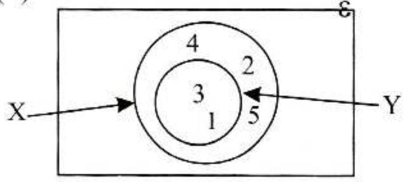
(4). பின்வரும் ஒவ்வொரு வென்னுருவிலுமிருந்து வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(i).



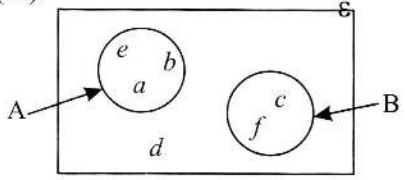
(*a*). P = {..........................}
(*b*). Q = {..........................}
(*c*). $P \cup Q$ = {..................}

(ii).



(*a*). X = {..........................}
(*b*). Y = {..........................}
(*c*). $X \cup Y$ = {.................}

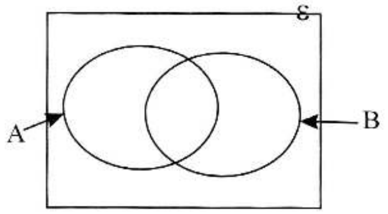
(iii).



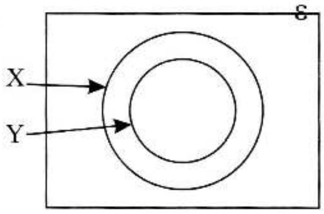
(*a*). A = {..........................}
(*b*). B = {..........................}
(*c*). $A \cup B$ = {....................}
(*d*). ε = {.......................}

(5). பின்வரும் ஒவ்வொரு வென்னுருவிலும் உருவுடன் தரப்பட்டுள்ள தொடைக்குரிய பிரதேசத்தை நிழற்றுக.

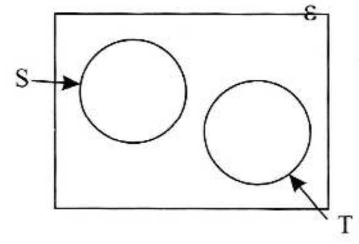
(i). $A \cup B$



(ii). $X \cup Y$



(iii). $S \cup T$

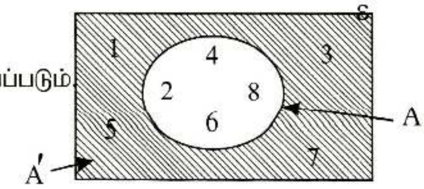


ஒரு தொடையின் நிரப்பி

ε = {1,2,3,4,5,6,7,8}   A = {2,4,6,8} ஆயின்

A ஐச் சாராத அகிலத் தொடையில் எஞ்சியுள்ள மூலகங்களின் தொடை A எனும் தொடையின் நிரப்பி எனப்படும். அது A′ எனக் குறிப்பீடு செய்யப்படும். அப்போது A′ = {1,3,5,7} ஆகும்.

இதனை வென்னுருவில் இவ்வாறு நிழற்றிக் காட்டலாம்.



பயிற்சி 8 : 9

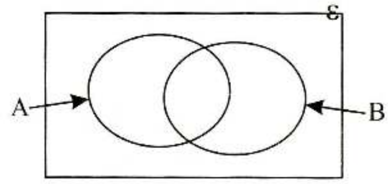
(1). பின்வரும் நிரப்பித் தொடைகளை எழுதுக.

(i). ε = {5, 10, 15 ,20, 25} உம் X ={10, 20} உம் ஆயின் X′ ={.....,......,......}

(ii). ε ={ஒரு கலவன் பாடசாலையின் பிள்ளைகள்} உம் A = {அப்பாடசாலையிலுள்ள ஆண் பிள்ளைகள்} உம் ஆயின் A′ = {............................}

(2). (i). தரப்பட்டுள்ள வென்னுருவைப் பிரதிசெய்து பின்வரும் தொடைகளிலிருந்து அதனை நிரப்புக.

ε = {1, 2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7 ,8 ,9 ,10}
A = {1 ,3 ,5 ,7 ,9 ,10}
B = {2 ,4 ,5 ,7 ,8}



(ii). மேலேயுள்ள வென்னுருவிலிருந்து பின்வரும் நிரப்பித் தொடைகளை எழுதுக.

(a). A′   (b). B′

(c). $(A \cup B)'$ (d). $(A \cap B)'$

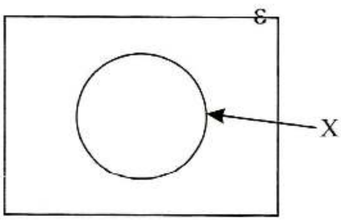
(3). ε = {a, b, c, d, e, f, g}   P = {a, c, e}   Q = {d , g}

இத்தொடைகளிலிருந்து பின்வரும் நிரப்பித் தொடைகளை எழுதுக.

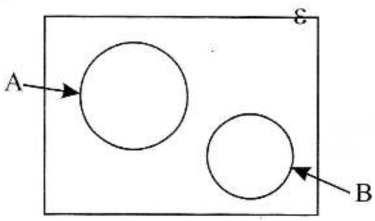
(i). P′   (ii). Q′   (iii). $(P \cup Q)'$ (iv). $(P \cap Q)'$

(4). ஒவ்வொரு வென் உருவிலும் அதற்கு மேலே தரப்பட்டுள்ள தொடைக்குரிய பிரதேசத்தை நிழற்றுக.

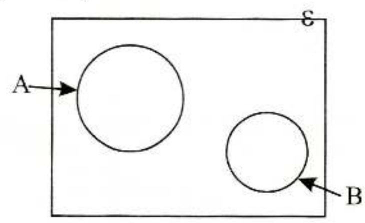
(i). X′



(ii). A′

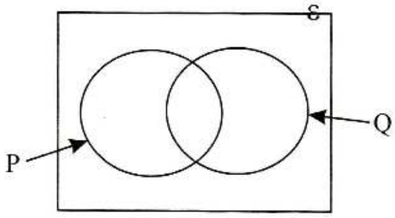


(iii). $(A \cup B)'$



(5). பின்வரும் வென்னுருவங்களை மீண்டும் மீண்டும் பிரதி செய்து வினவப்பட்டுள்ள பிரதேசங்களை நிழற்றுக.

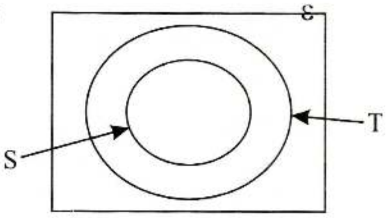
(a).



(i). P′   (ii). Q′

(iii). $(P \cup Q)'$ (iv). $(P \cap Q)'$

(b).



(i). S′   (ii). T′

(iii). $(S \cup T)'$ (iv). $(S \cap T)'$

மூட்டற்ற தொடைகள்

இரண்டு தொடைகளில் பொது மூலகங்கள் இல்லையாயின் அத்தொடைகள் மூட்டற்ற தொடைச் சோடி எனப்படும்.

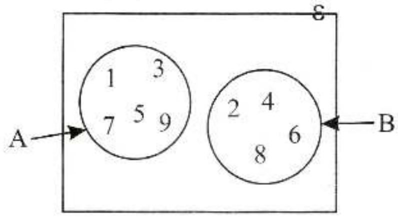
உதாரணம்

A = {10 இலும் குறைந்த ஒன்றை எண்கள்} B = {10 இலும் குறைந்த இரட்டை எண்கள்} ஆயின் A , B என்பன மூட்டற்ற தொடைச் சோடி எனக் காட்டுக.

A = {1,3,5,7,9} B = {2,4,6,8} இங்கு $A \cap B = \{\ \}$ ஆகும்.

அப்போது, A , B என்பன மூட்டற்ற தொடைகளாகும்.

இம்மூட்டற்ற தொடைகளை இவ்வாறு வென்னுருவில் காட்டலாம்.



பயிற்சி 8 : 10

(1). பின்வரும் தொடைச் சோடிகளின் மூலகங்களை எழுதி அவை மூட்டற்ற தொடைகளா? மூட்டுள்ள தொடைகளா என எழுதுக.

(i). A = {20இற்கும் 40இற்கும் இடையேயுள்ள 11 இன் மடங்குகள்}
B = {20இற்கும் 40இற்கும் இடையேயுள்ள 12 இன் மடங்குகள்}

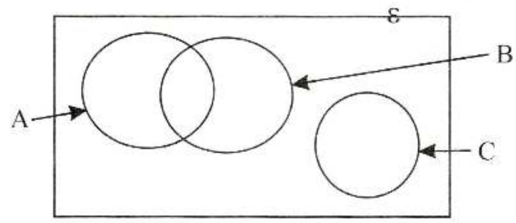
(ii). X = {COLOMBO எனும் சொல்லின் எழுத்துகள்}
Y = {INDIA எனும் சொல்லின் எழுத்துகள்}

(iii). P = {1 இற்கும் 10இற்கும் இடையேயுள்ள முதன்மை எண்கள்}
Q = {1 இற்கும் 10இற்கும் இடையேயுள்ள இரட்டை எண்கள்}

(iv). S = {முக்கோணிகள்}
T = {நாற்பக்கல்கள்}

(v). P = {பல்கோணிகள்}
R = {நாற்பக்கல்கள்}

(2). தரப்பட்டுள்ள வென்னுருவிலிருந்து இரண்டு சோடி மூட்டற்ற தொடைகளைப் பெயரிடுக.



இரண்டு தொடைகளின் முதலிமைகளுக்கிடையிலான தொடர்பு

A , B என்பன இரு தொடைகளாயின்

$$\boxed{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{ ஆகும்.}}$$

உதாரணம்

$n(A) = 30$, $n(B) = 15$, $n(A \cap B) = 5$ ஆயின்

(i). $n\ (A \cup B)$ ஐக் காண்க.

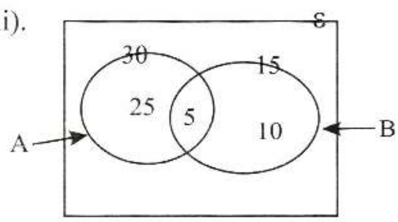
(ii). இத்தகவல்களை ஒரு வென்னுருவில் குறிக்க.

(i). $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$n(A \cup B) = 30 + 15 - 5$

$\underline{\underline{= 40}}$

(ii).



பயிற்சி 8 : 11

(1). $n(A)=22,\ n(B)=20,\ n(A\cap B)=2$ ஆயின் $n(A\cup B)$ ஐக் காண்க.

(2). $n(P)=18,\ n(Q)=46,\ n(P\cap Q)=13$ ஆயின் $n(P\cup Q)$ ஐக் காண்க.

(3). $n(X)=10,\ n(Y)=23,\ n(X\cap Y)=0$ ஆகும்போது $n(X\cup Y)$ ஐக் காண்க.

(4). $n(S)=11,\ n(T)=26,\ n(S\cup T)=33$ ஆயின் $n(S\cap T)$ ஐக் காண்க.

(5). $n(R)=24,\ n(R\cup S)=60,\ n(R\cap S)=10$ ஆயின் $n(S)$ ஐக் காண்க.

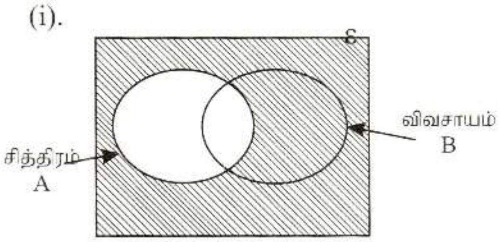
தொடைகளின் வென் உருவங்களில் வெவ்வேறு பிரதேசங்கள்

உதாரணம்

ε = {வகுப்பிலுள்ள மாணவர்கள்}
A = {வகுப்பில் சித்திரபாடம் கற்கும் மாணவர்கள்}
B = {வகுப்பில் விவசாயம் கற்கும் மாணவர்கள்}

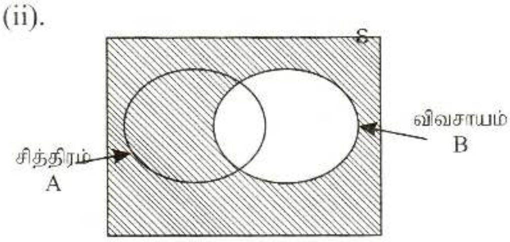
இத்தொடைகளிலிருந்து கீழே ஒவ்வொரு வென் உருவிலும் நிழற்றப்பட்டுள்ள பிரதேசங்களை விபரிக்க.

(i).



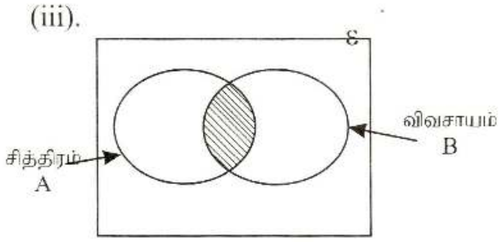
A' = {வகுப்பில் சித்திரத்தை கற்காத மாணவர்கள்}

(ii).



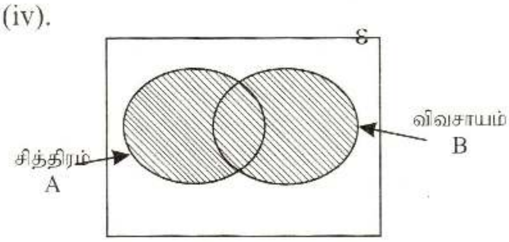
B' = {வகுப்பில் விவசாயம் கற்காத மாணவர்கள்}

(iii).



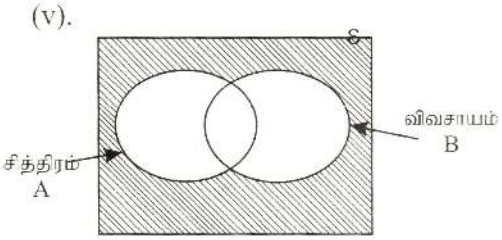
$A\cap B$ = {வகுப்பில் சித்திரமும் விவசாயமும் கற்கும் மாணவர்கள்}

(iv).



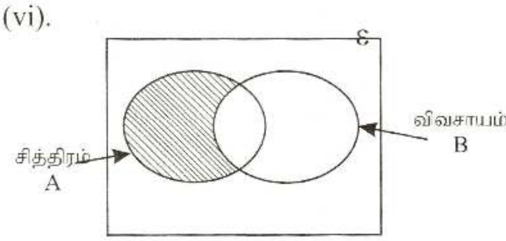
$A\cup B$ = {வகுப்பில் சித்திரம் அல்லது விவசாயம் கற்கும் மாணவர்கள்}

(v).



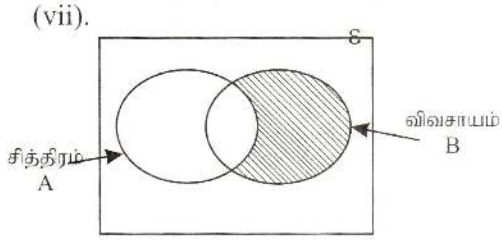
$(A\cup B)'$ = {வகுப்பில் சித்திரம் அல்லது விவசாயம் கற்காத மாணவர்கள்}

(vi).



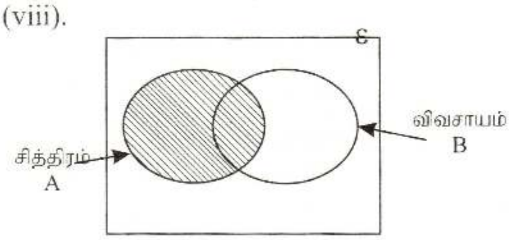
$A\cap B'$ = {வகுப்பில் சித்திரம் மாத்திரம் கற்கும் மாணவர்கள்}

(vii).



$A'\cap B$ = {வகுப்பில் விவசாயம் மாத்திரம் கற்கும் மாணவர்கள்}

(viii).



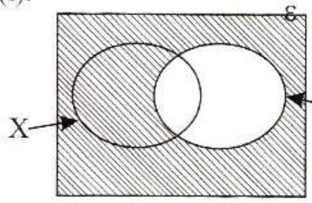
A = {வகுப்பில் சித்திரம் கற்கும் மாணவர்கள்}

பயிற்சி 8 : 12

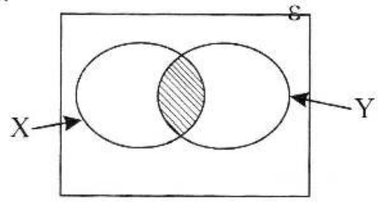
(1). பின்வரும் தொடைகளில் ஒவ்வொரு வென் உருவிலும் நிழற்றப்பட்டுள்ள பிரதேசங்களை விபரிக்க.

ε = {ஒரு விளையாட்டுக் கழகத்திலுள்ள வீரர்கள்}
X = {கிரிக்கட் வீரர்கள்}
Y = {எல்லே வீரர்கள்}

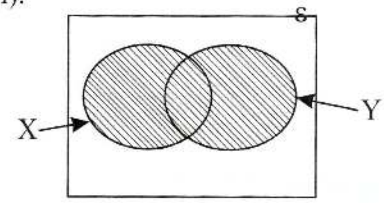
(i).



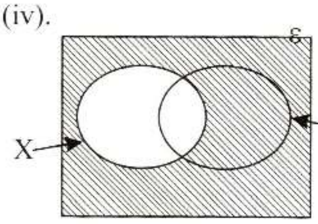
(ii).



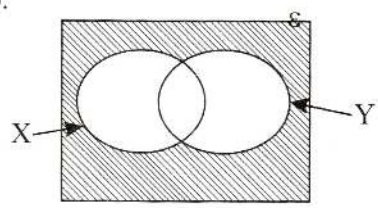
(iii).



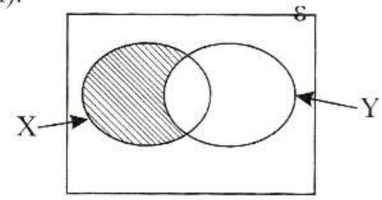
(iv).



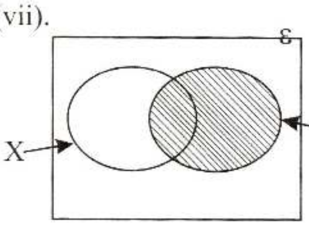
(v).



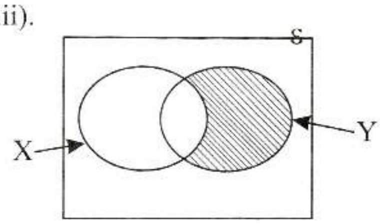
(vi).



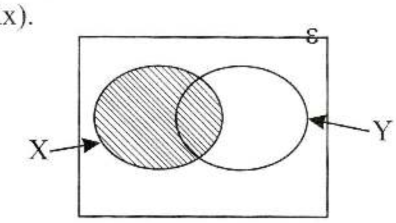
(vii).



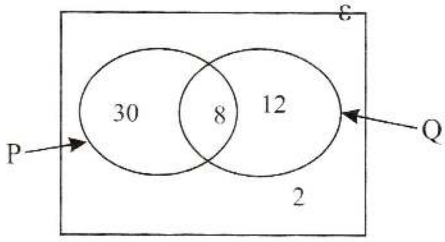
(viii).



(ix).



(2).



ε = {உல்லாச விடுதி ஒன்றிலிருந்த உல்லாசப் பயணிகள்}
P = {ஆங்கிலம் பேசக்கூடிய உல்லாசப் பயணிகள்}
Q = {பிரெஞ்சு பேசக்கூடிய உல்லாசப் பயணிகள்}

(i). உல்லாச விடுதியிலிருந்த உல்லாசப் பயணிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை $n(\varepsilon)$ யாது?

(ii). பிரெஞ்சு மொழி பேசக்கூடிய உல்லாசப் பயணிகளின் எண்ணிக்கை $n(Q)$ யாது?

(iii). ஆங்கில மொழி பேசக்கூடிய உல்லாசப் பயணிகளின் எண்ணிக்கை $n(P)$ யாது?

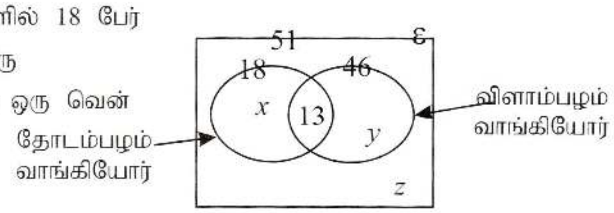
(iv). ஆங்கிலம், பிரெஞ்சு ஆகிய இரு மொழிகளையும் பேசச்கூடிய உல்லாசப் பயணிகளின் எண்ணிக்கை $n(P \cap Q)$ யாது?

(v). ஆங்கில மொழி மாத்திரம் பேசும் உல்லாசப் பயணிகளின் எண்ணிக்கை $n(Q' \cap P)$ யாது?

(vi). பிரெஞ்சு மொழி மாத்திரம் பேசும் உல்லாசப் பயணிகளின் எண்ணிக்கை $n(P' \cap Q)$ யாது?

(vii). இரு மொழிகளிலும் ஒன்றையேனும் பேச இயலாத உல்லாசப் பயணிகளின் எண்ணிக்கை $n(P \cup Q)'$ யாது?

(3). ஒரு சுற்றுலாவில் கலந்து கொண்ட 51 மாணவர்களில் 18 பேர் தோடம்பழமும் 46 பேர் விளாம்பழமும் 13 பேர் இரு வகைப்பழங்களையும் வாங்கினர். இத்தகவல்களை ஒரு வென் உருவில் பின்வருமாறு காட்டலாம். மேலேயுள்ள வென் உருவில் x, y , z என்பனவற்றுக்குப் பொருத்தமான பெறுமானங்களை எழுதுக.



(4). ஒரு வகுப்பிலிருந்த 24 மாணவர்களில் 10 பேரிடம் மொனிட்டர் பயிற்சிக் கொப்பிகளும் 13 பேரிடம் 80 பக்கங்களைக் கொண்ட பயிற்சிக் கொப்பிகளும் இருவரிடம் இரண்டு வகையான பயிற்சிக் கொப்பிகளும் இருந்தன.

(i). இத்தகவல்களை வென் உருவில் குறிக்க.

(ii). மொனிட்டர் பயிற்சிக் கொப்பிகள் மாத்திரம் வைத்திருந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(iii). 80 பக்கப் பயிற்சிக் கொப்பிகளை மாத்திரம் வைத்திருந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(5). ஒரு விளையாட்டுக் கழகத்தில் உதைப்பந்து விளையாடுவோரின் எண்ணிக்கை 15 ஆகும். எல்லே விளையாடுவோரின் எண்ணிக்கை 18 ஆகும். எல்லா மாணவர்களும் இவ்விரு விளையாட்டுகளிலும் ஒன்றிலேனும் பங்கு பற்றும் அதே வேளை 6 பேர் இரண்டும் விளையாடுகின்றனர்.

(i). இத்தகவல்களை ஒரு வென் உருவில் குறிக்க.

(ii). உதைப்பந்து மாத்திரம் விளையாடுவோரின் எண்ணிக்கை யாது?

(iii). இவ் விளையாட்டுக் கழகத்திலே வேறு விளையாட்டுகள் இல்லை எனின் மொத்த வீரர்களின் எண்ணிக்கை யாது?

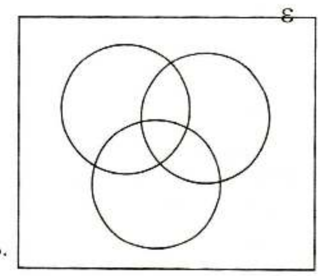
(iv). எல்லே விளையாடாதோரின் எண்ணிக்கை யாது?

மூன்று தொடைகள் தொடர்பான பயிற்சிகள்

பயிற்சி 8 : 13

(1). குறித்த ஒரு பாடசாலையில் க.பொ.த (சா.த) பரீட்சைக்குத் தோற்றிய 50 மாணவர்களில் விஞ்ஞானம், கணிதம், ஆங்கிலம் ஆகியன சித்தியடைந்த மாணவரின் எண்ணிக்கை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

கணிதம் சித்தியடைந்தோர் 32
விஞ்ஞானம் சித்தியடைந்தோர் 33
ஆங்கிலம் சித்தியடைந்தோர் 17
கணிதமும் விஞ்ஞானமும் சித்தியடைந்தோர் 18
விஞ்ஞானமும் ஆங்கிலமும் சித்தியடைந்தோர் 13
ஆங்கிலமும் கணிதமும் சித்தியடைந்தோர் 12
மூன்று பாடங்களிலும் சித்தியடைந்தோர் 10



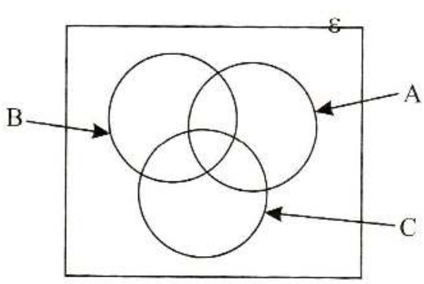
தரப்பட்டுள்ள வென் உருவில் மேற்படி தகவல்களைக் குறிக்க.
வென் உருவிலிருந்து மேற்குறித்த மூன்று பாடங்களில்

(i). ஒரு பாடமேனும் சித்தியடையாத மாணவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(ii). கணிதம் மாத்திரம் சித்தியடைந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(iii). கணிதமும் விஞ்ஞானமும் மாத்திரம் சித்தியடைந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(2). A, B , C ஆகிய தொடைகள் தொடர்பான பின்வரும் தகவல்களைத் தரப்பட்டுள்ள வென் உருவில் குறிக்க.



$n(\varepsilon) = 120,\ n(A) = 67,\ n(B) = 35$
$n(C) = 40,\ n(A \cap B \cap C) = 10,$
$n(A \cap B) = 15,\ n(A \cap C) = 12,\ n(B \cap C) = 13$

வென் உருவிலிருந்து

(i). $n(A \cup B \cup C)$ (ii). $n(A \cup B \cup C)'$

(iii). $n(A \cap B) \cap C'$

என்பவற்றைக் காண்க.

(3). $n(\varepsilon) = 20,\ A \subset B,\ n(A) = 8,\ n(B) = 10,\ n(C) = 5,\ B \cap C = \phi$ ஆயின் இத்தகவல்களை வென் உருவில் குறிக்க. அதிலிருந்து

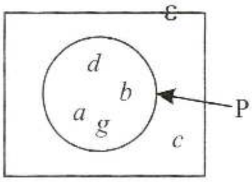
(i). மூட்டற்ற இரு தொடைச் சோடிகளைப் பெயரிடுக.

(ii). $A' \cap B$ தொடையை நிழற்றுக.

(iii). $n(A \cup B \cup C)'$ யாது?

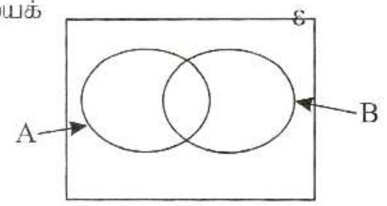
கடந்த காலப் பரீட்சை வினாக்கள்

(1). தரப்பட்டுள்ள வென் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள தரவுகளின் படி பின்வரும் கூற்றின் வெற்றிடத்தை நிரப்புக.
P = {............................}



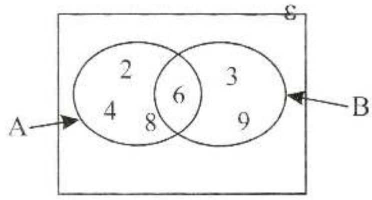
(2003 வினாப்பத்திரம் -I)

(2). தரப்பட்டுள்ள வென் உருவில் $A \cap B$ தொடையைக் காட்டும் பிரதேசத்தை நிழற்றுக.



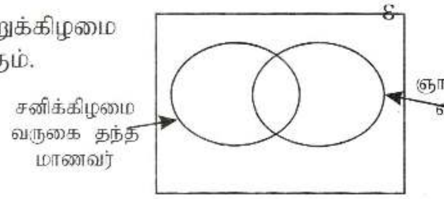
(2004 வினாப்பத்திரம் -I)

(3). தரப்பட்டுள்ள வென் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள தகவல்களைப் பயன்படுத்தி தொடை A ஐ அதன் மூலகங்களுடன் எழுதுக.



(2005 வினாப்பத்திரம் -I)

(4). (அ). குறித்த ஒரு பாடசாலையில் தரம் பதினொன்று மாணவர்கள் சனி, ஞாயிறு ஆகிய இரு தினங்களிலும் சிரமதானம் செய்தனர். அதற்கென சனிக்கிழமை வருகை தந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 102 ஆகும். ஞாயிற்றுக்கிழமை வருகைதந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 100 ஆகும். இரு தினங்களிலும் வருகை தந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 82 ஆகும்.



மேலேயுள்ள உருவை உமது விடைத்தாளில் பிரதிசெய்து பின்வருவனவற்றை உரிய பிரதேசங்களில் காட்டுக.

(i). இரு தினங்களிலும் வருகை தந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
(ii). சனிக்கிழமை மாத்திரம் வருகை தந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
(iii). ஞாயிற்றுக்கிழமை மாத்திரம் வருகை தந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

(ஆ). தரம் பதினொன்றில் மொத்த மாணவரின் எண்ணிக்கை 124 ஆயின் சிரமதானத்திற்கு ஒரு தினமேனும் வராத மாணவரின் எண்ணிக்கையைக் காண்க. (2000 வினாப்பத்திரம் -II)

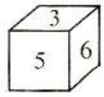
(5). "COMMUNICATION" என்ற சொல்லில் உள்ள எழுத்துகளின் தொடை X ஆயின்,
(i). தொடை X ஐ மூலகங்களுடன் எழுதுக.
(ii). $n(X)$ எவ்வளவு?
"GENERATION" என்ற சொல்லில் உள்ள எழுத்துகளின் தொடை Y ஆயின்,
(iii). X , Y ஆகிய இரு தொடைகளையும் வென் உருவில் காட்டுக.
(iv). $Z = \{A, N, I, T, O\}$ எனக் கொண்டு தொடை Z ஐ X , Y என்பவற்றில் தருக.

(2003 வினாப்பத்திரம் -II)

(6). குறித்த ஒரு நிறுவனத்திலுள்ள பணியாளர்களில் 68% சிங்கள மொழி தெரிந்தவர்களாவர். 40% ஆங்கில மொழி தெரிந்தவராவர். 20% இவ்விரு மொழிகளும் தெரியாதோராவர். இவர்களில் சிங்களம் ஆங்கிலம் ஆகிய இரு மொழிகளும் தெரிந்தவர்களின் சதவீதம் காண்க.

(2003 வினாப்பத்திரம் -II)

9. நிகழ்தகவு



1 இலிருந்து 6 வரை எண்களிடப்பட்ட ஒரு தாயக்கட்டை உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இத்தாயக்கட்டையின் ஆறு முகங்களும் பின்வருமாறு

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$

இத்தாயக்கட்டையில் 6 எண்கள் உள்ளன. இவற்றுள் ஓர் எண்ணாகிய 2 ஒரு பக்கத்தில் மாத்திரமே உண்டு எனவே தாயக்கட்டையை ஒரு தடவை மேலே எறியும் போது 2 உள்ள பக்கம் கிடைப்பதற்கான இயல்தகவை $\frac{1}{6}$ எனக் கூறலாம்.

இவ்வாறு ஒரு இயல்தகவை எண் பெறுமானத்தினால் காட்டுவது நிகழ்தகவு எனப்படும்.

ஒரு தாயக்கட்டையை ஒரு முறை மேலே எறியும் போது 2 கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$

தாயக்கட்டையை எறியும் போது ஆறு எண்களிலும் ஏதேனுமொன்று கிடைக்கலாம்.
அவ்வாறு கிடைக்கத்தக்க எண்களின் தொடை $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
தாயக்கட்டையை மேலே எறியும் போது 4 இலும் கூடிய ஓர் எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்போம். 4 இலும் கூடிய இரண்டு எண்கள் உண்டு. அவை 5 உம் 6 உம் ஆகும். மொத்த எண்களின் எண்ணிக்கை 6 ஆகும். எனவே 4 இலும் கூடிய ஓர் எண் கிடைப்பற்கான நிகழ்தகவு $= \underline{\underline{\frac{2}{6}}}$

பயிற்சி 9 : 1

(1). ஒரு பாத்திரத்தில் ஒரே அளவிலான ஒரு நீல நிறப் பந்தும் மூன்று சிவப்பு நிறப்பந்துகளும் இரண்டு மஞ்சள் நிறப் பந்துகளும் உண்டு.
  (i). பாத்திரத்திலுள்ள பந்துகளின் மொத்த எண்ணிக்கை யாது?
  (ii). மஞ்சள் நிறப் பந்துகள் எத்தனை உண்டு?
  (iii). பாத்திரத்திலிருந்து எழுமாறாக எடுக்கும் ஒரு பந்து
    - மஞ்சள் நிறமுடைய ஒன்றாக இருப்பதற்கான
    - சிவப்பு நிறமல்லாத ஒன்றாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(2). 1 இலிருந்து 6 வரை எண்களிடப்பட்ட ஒரு தாயக்கட்டையை மேலே எறியும் போது
  (i). 4 கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு
  (ii). 3 இலும் குறைந்த ஓர் எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்பவற்றைக் காண்க.

மாதிரி வெளி

யாதாயினுமொரு சோதனையில் பெறக்கூடிய எல்லா முடிவுகளையும் உள்ளடக்கிய தொடை அச்சோதனையின் மாதிரி வெளி எனப்படும். அதன் குறியீடு S ஆகும்.

உதாரணம்

ஒரு தாயக்கட்டையை மேலே எறியும் போது கிடைக்கத்தக்க பெறுபேறுகளை உள்ளடக்கிய மாதிரி வெளியை எழுதுக.

$$S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

பயிற்சி 9 : 2

(1). ஒரு நாணயத்தில் இரு முகங்களும் H , T எனப் பெயரிடப்பட்டுள்ளன.
நாணயத்தை மேலே எறியும் ஒரு சோதனையின் மாதிரி வெளியை எழுதுக.

(2). 1 இலிருந்து 4 வரை எண்களிடப்பட்ட சீரான நான்முகித் தாயக்கட்டை ஒன்றை மேலே எறியும் ஒரு சோதனையின் மாதிரி வெளியை எழுதுக.

(3). 2 நீல நிறப் பந்துகளும் 3 சிவப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ள ஒரு பாத்திரத்திலிருந்து ஒரு பந்தை எழுமாறாக எடுக்கும் சோதனையில் மாதிரி வெளி, $S = \{B_1, B_2, R_1, R_2, R_3\}$ ஆகும்.
(B - நீல நிறம், R - சிவப்பு நிறம்)

இதற்கேற்ப பின்வரும் சோதனைகளில் மாதிரி வெளியை எழுதுக.
  (i). மூன்று பக்கங்கள் வெள்ளை இரண்டு பக்கங்கள் நீலம் எஞ்சிய பக்கம் சிவப்பு ஆகவுள்ள ஒரு தாயக்கட்டையை மேலே எறிதல்
  (ii). ஒரு பையில் தோடம்பழச் சுவையையுடைய 4 இனிப்புகளும் பாற்சுவையுடைய 3 இனிப்புகளும் உண்டு. பையிலிருந்து ஓர் இனிப்பை எடுத்தல்.

உதாரணம்

1 இலிருந்து 6 வரை இலக்கங்கள் எழுதப்பட்ட ஒரு தாயக்கட்டையை மேலே எறியும் போது கிடைக்கக்கூடிய சகல பேறுகளும் காட்டப்படும் மாதிரி வெளியை எழுதுவோம்.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

மாதிரி வெளியிலுள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கை $n(S) = 6$ ஆகும்.

தாயக்கட்டையை மேலே எறியும் போது ஓர் ஒற்றை எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்போம். இங்குள்ள ஒற்றை எண்கள் 1,3,5 ஆகும். ஒற்றை எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி A ஆயின்

$A = \{1, 3, 5\}$ ஆகும்.

$n(A) = 3$

ஓர் ஒற்றை எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $p(A)$ ஆயின்

$$\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \text{ ஆகும்} \qquad \therefore \mathrm{P}(A) = \frac{3}{6}$$

பயிற்சி 9 : 3

(1). ஒரு பையில் ஒரே வகையான 2 சிவப்பு நிறப் பேனைகளும் 3 நீல நிறப் பேனைகளும் 1 கறுப்பு நிறப் பேனையும் உண்டு. இவற்றிலிருந்து ஒரு பேனை எழுமாறாக எடுக்கப்படுகின்றது.
   (i). மேற்படி நிகழ்ச்சியின் மாதிரி வெளியை எழுதுக.
   (ii). A என்பது சிவப்பு நிறப் பேனையொன்றை எடுக்கும் நிகழ்ச்சி ஆயின் $\mathrm{P}(A)$ ஐக் காண்க.
   (iii). B என்பது கறுப்பு நிறப் பேனையொன்றை எடுக்கும் நிகழ்ச்சி ஆயின் $\mathrm{P}(B)$ ஐக் காண்க.
   (vi). C என்பது நீல நிறப் பேனையொன்றை எடுக்கும் நிகழ்ச்சி ஆயின் $\mathrm{P}(C)$ ஐக் காண்க.

(2). அளவிலும் வடிவத்திலும் சமனான 15 அட்டைகளில் ஓர் அட்டையில் ஓர் எண் என்ற வீதம் 1 இலிருந்து 15 வரை எண்கள் எழுதப்பட்டுள்ளன. இவ்வட்டைகள் கலக்கப்பட்டு எழுமாறாக ஓர் அட்டை வெளியே எடுக்கப்படுகிறது.
   இதற்கேற்ப பின்வரும் நிகழ்ச்சிகள் நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க. வெளியே எடுக்கும் அட்டையில்
   (i). 10 கிடைத்தல்
   (ii). ஓர் இரட்டை எண் கிடைத்தல்
   (iii). ஒரு முதன்மை எண் கிடைத்தல்
   (iv). 3 இன் மடங்கொன்று கிடைத்தல்
   (v). 8 இலும் கூடிய ஓர் எண் கிடைத்தல்
   (vi). 5 ஆல் வகுபடும் ஓர் எண் கிடைத்தல்

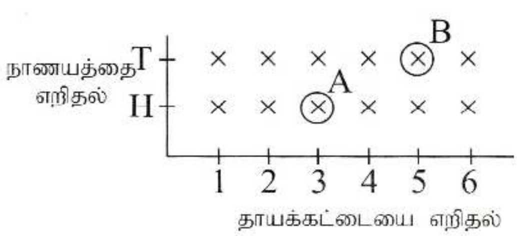
(3). 1 இலிருந்து 6 வரை எண்களிடப்பட்ட சதுரமுகித் தாயக்கட்டை ஒன்றை ஒரு தடவை மேலே எறியும் சோதனையில்
   (i). கிடைக்கத்தக்க எல்லாப் பேறுகளும் உள்ளடங்கிய மாதிரி வெளியை எழுதுக.
   (ii). ஓர் ஒற்றை ஈட்டு விழுவதற்கான நிகழ்ச்சி A ஆயின் A இன் மூலகங்களை எழுதுக.
   (iii). $\mathrm{P}(A)$ ஐக் காண்க.
   (iv). 4 இலும் கூடிய ஓர் ஈட்டு விழுவதற்கான நிகழ்ச்சி B ஆயின் B இன் மூலகங்களை எழுதுக.
   (v). $\mathrm{P}(B)$ ஐக் காண்க.
   (vi). 5 இலும் கூடிய ஓர் ஈட்டு விழுவதற்கான நிகழ்ச்சி C ஆயின் C இன் மூலகங்களை எழுதி அதன் நிகழ்தகவைக் காண்க.

மாதிரி வெளியின் புள்ளி வரைபு

1). ஒரு நாணயத்தை மேலே எறியும் சோதனைக்குரிய மாதிரிவெளி $S = \{H, T\}$ ஆகும்.
இதனை வரைபாக இவ்வாறு காட்டலாம்.

2). ஒரு நாணயமும் 1 இலிருந்து 6 வரை எண்களிடப்பட்ட ஒரு தாயக்கட்டையும் ஒரே தடவையில் மேலே எறியப்படுவதற்கான மாதிரி வெளி $S = \{(1,H)\ (2,H)\ (3,H)\ (4,H)\ (5,H)\ (6,H)\ (1,T)\ (2,T)\ (3,T)\ (4,T)\ (5,T)\ (6,T)\}$
இதனை வரைபாகப் பின்வருமாறு காட்டலாம்.

A இனால் காட்டப்படுவது தாயக்கட்டையில் 3 உம் நாணயத்தில் தலையும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சியாகும். B இனால் காட்டப்படுவது தாயக்கட்டையில் 5 உம் நாணயத்தில் பூவும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சியாகும். மொத்த நிகழ்ச்சிகளின் எண்ணிக்கை 12 ஆகும்.



பயிற்சி 9 : 4

(1). (i). 1இலிருந்து 6 வரை எண்களிடப்பட்ட ஒரு தாயக்கட்டையை மேலே எறியும் போது பேறுகளின் மாதிரி வெளியை எழுதுக.

(ii). அம்மாதிரி வெளியைப் புள்ளி வரைபில் காட்டுக.

(2). ஒரே வகையான 2 கறுப்புப் பேனைகளும் 3 நீலப் பேனைகளும் உள்ள ஒரு பெட்டியிலிருந்து எழுமாறாக ஒரு பேனை வெளியே எடுக்கப்பட்டு நிறம் குறிக்கப்படுகிறது.

(i). மேற்படி நிகழ்ச்சிக்குரிய மாதிரி வெளியை எழுதுக.

(ii). அம்மாதிரி வெளியை வரைபில் காட்டுக.

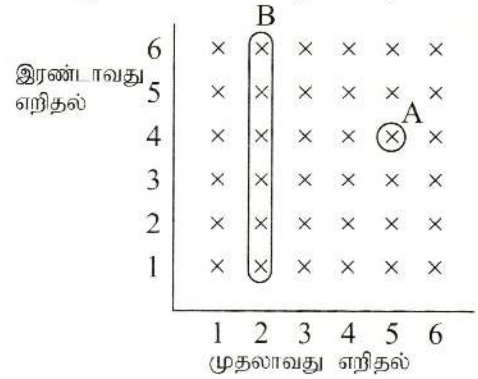
(3). சீரான நான்முகித் தாயக்கட்டை ஒன்றின் முகங்களில் 1,2,3,4 என எண்களிடப்பட்டுள்ளன. இத்தாயக் கட்டையும் கோடாத ஒரு நாணயமும் ஒரே தடவையில் மேலே எறியப்படுகின்றன.

(i). கிடைக்கத்தக்க எல்லாப் பேறுகளும் அடங்கிய மாதிரி வெளியை எழுதுக.

(ii). அம்மாதிரி வெளியை வரைபில் காட்டுக.

(4). 1 இலிருந்து 6 வரை எண்களிடப்பட்ட ஒரு தாயக்கட்டை இருமுறை மீண்டும் மீண்டும் மேலே எறியப்படுவதற்குரிய மாதிரி வெளியின் புள்ளி வரைபு தரப்பட்டுள்ளது.

(முதலாவது எறிதலில் 2 கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சிக்குரிய புள்ளிகள் B இனால் காட்டப்பட்டுள்ளன.)



(i). A இனால் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள நிகழ்ச்சி யாது?

(ii). முதலாவது எறிதலில் 6 கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சிக்குரிய புள்ளிகளைக் குறித்து C எனப் பெயரிடுக.

(iii). இரண்டாவது எறிதலில் 5 கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சிக்குரிய புள்ளிகளைக் குறித்து D எனப் பெயரிடுக.

(iv). இரு தடவைகளும் ஒரே பெறுமானம் விழும் நிகழ்ச்சிக்குரிய எத்தனை புள்ளிகள் உண்டு? அவற்றைச் சுற்றிக் கட்டமிடுக.

(v). இரு தடவைகளிலும் இரட்டை எண்கள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சிக்குரிய எத்தனை புள்ளிகள் உண்டு?

(5). சீரான நான்முகித் தாயக்கட்டை ஒன்றின் முகங்களில் 1,2,3,4 என எண்களிடப்பட்டுள்ளன. இத்தாயக் கட்டை இரு தடவை எறியப்படுகிறது.

(i). மாதிரி வெளியை ஒரு புள்ளி வரைபில் காட்டுக.

(ii). இரு தடவைகளிலும் இரட்டை எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி A எனின் A இன் மூலகங்களை எழுதுக.

(iii). $P(A)$ ஐக் காண்க.

(iv). இரு தடவைகளிலும் ஒரே எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(v). இரு தடவைகளிலும் விழுந்த ஈட்டுகளின் கூட்டுத்தொகை 4 இலும் கூடியதாக இருத்தலுக்கான நிகழ்ச்சி B ஆயின் B இற்குரிய புள்ளிகளை வரைபில் வேறாக்கிக் காட்டுக.

(vi). $P(B)$ ஐக் காண்க.

(6). ஒரு பையில் தோடம்பழச் சுவையுடைய 3 இனிப்புகளும் லெமன் சுவையுடைய 2 இனிப்புகளும் உண்டு. எழுமாறாக ஓர் இனிப்பை எடுத்து சுவையைக் குறித்த பின் மீண்டும் பையிலிட்டு மேலும் ஓர் இனிப்பு எடுக்கப்படுகிறது.

(i). மேற்படி சோதனைக்குரிய மாதிரி வெளியைப் புள்ளி வரைபில் காட்டுக.

(ii). இரு தடவைகளிலும் தோடம்பழச் சுவையுடைய இனிப்புகள் கிடைப்பதற்குரிய நிகழ்ச்சிக்குரிய புள்ளிகளை வேறாக்கி A எனப் பெயரிடுக.

(iii). இரு தடவைகளிலும் ஒரே வகைச் சுவையுடைய இனிப்புகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு B ஆயின் B இற்குரிய புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை யாது?

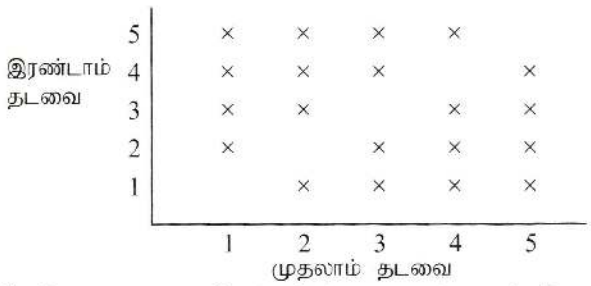
(iv). $P(A)$ ஐயும் $P(B)$ ஐயும் காண்க.

(v). முதலில் தோடம்பழச் சுவையுடைய இனிப்பும் பின்னர் லெமன் சுவையுடைய இனிப்பும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

உதாரணம்

(1). 1 இலிருந்து 5 வரை எண்களிடப்பட்ட சமனான அட்டைகளைக் கொண்ட தொகுதியிலிருந்து எழுமாறாக ஓர் அட்டை எடுக்கப்பட்டு மீண்டும் வைக்கப்படாமல் மேலும் ஓர் அட்டை எடுக்கப்படுகிறது.

(i). இச்சோதனைக்குரிய மாதிரி வெளியை வரைபில் காட்டுக.



இங்கு எண் 1 உடைய அட்டையை முதலில் எடுத்தால் இரண்டாம் தடவை எண் 1 கிடைக்காது எனவே (1,1) என ஒரு நிகழ்ச்சி இல்லை அவ்வாறே (2,2) (3,3) (4,4) (5,5) ஆகிய நிகழ்ச்சிகளும் இல்லை

(ii). இரு தடவைகளிலும் இரட்டை எண்ணைக் கொண்ட அட்டைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது? இந்நிகழ்ச்சிக்கு உரித்தாவது (2,4) (4,2) ஆகிய புள்ளிகள் மாத்திரமே ஆகும்.

$\therefore$ நிகழ்தகவு $= \dfrac{\text{(இரு சந்தர்ப்பங்களிலும் இரட்டை எண் கிடைத்த தடவைகளின் எண்ணிக்கை)}}{\text{(மாதிரி வெளியிலுள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கை)}} = \dfrac{2}{20}$

பயிற்சி 9 : 5

(1). ஒரு பையில் ஒரே அளவும் ஒரே வடிவமும் உடைய நீலம், சிவப்பு, மஞ்சள், பச்சை ஆகிய நிறங்களை உடைய ஒவ்வொரு பந்து வீதம் உண்டு. எழுமாறாக ஒரு பந்து எடுக்கப்பட்டு அது மீண்டும் இடப்படாது இன்னொரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது.

(i). மாதிரி வெளியுடன் கூடிய புள்ளி வரைபை வரைக.

(ii). முதலில் எடுத்த பந்து நீலமாகவும் இரண்டாவது சிவப்பாகவும் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

(iii). இரண்டாவதாக எடுத்த பந்து நீலமாகவும் முதலாவது சிவப்பாகவும் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

(2). ஒரு பையில் ஒரே அளவிலான 4 எலுமிச்சம் பழங்கள் உண்டு. பையிலிருந்து எழுமாறாக ஒரு பழம் எடுக்கப்பட்டு மீண்டும் உள்ளே இடப்படாமல் மீண்டும் ஒன்று எடுக்கப்படுகிறது. இந்நிகழ்வுக்கான மாதிரி வெளியைப் புள்ளி வரைபில் காட்டுக.

(3). ஒரு பையில் ஒரே வடிவமும் ஒரே பருமனுமுடைய 2 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும் 4 மஞ்சள் நிறப் பந்துகளும் உண்டு. எழுமாறாக ஒன்று எடுக்கப்பட்டு மீண்டும் உள்ளே இடப்படாமல் மேலும் ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது.

(i). கிடைக்கக் கூடிய பேறுகளைப் புள்ளி வரைபில் காட்டுக.

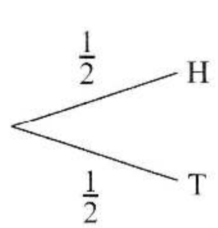
(ii). இரு தடவைகளிலும் சிவப்பு நிறப் பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

(iii). முதலில் சிவப்பும் இரண்டாவதாக மஞ்சளும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

மரவரிப்படங்கள்

உதாரணம்

(1). ஒரு நாணயத்தை மேலே எறியும் போது கிடைக்கத்தக்க பேறுகளை ஒரு மரவரிப்படத்தில் காட்டுக.

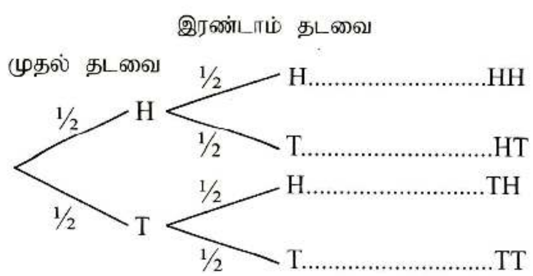


கோடாத ஒரு நாணயத்தில் பூ கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சிக்குரிய நிகழ்தகவு $\frac{1}{2}$ உரிய கிளையின் மீது எழுதப்படும்.

(2). ஒரு நாணயம் இரு தடவைகள் மேலே எறியப்படுகிறது. இச்சோதனைக்குரியதாக கீழே தரப்பட்டுள்ள மரவரிப்படத்தைப் பயன்படுத்தி இந்நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

(i). இரு தடவையும் பூ கிடைத்தல் (ii). முதலில் பூவும் இரண்டாவதாக தலையும் கிடைத்தல்

(iii). இரு தடவையும் ஒரே பேறு கிடைத்தல்



மரவரிப்படங்களில் கிளைகளின் மீதுள்ள நிகழ்தகவுகளின் பெருக்கத்தினால் விடையின் நிகழ்தகவு கிடைக்கும்

(I). TT எனக் காட்டப்படுவது இரு தடவையும் "பூ" கிடைக்கும் சந்தர்ப்பமாகும்.

இரு தடவையும் "பூ" கிடைக்கும் நிகழ்தகவு $P(TT) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

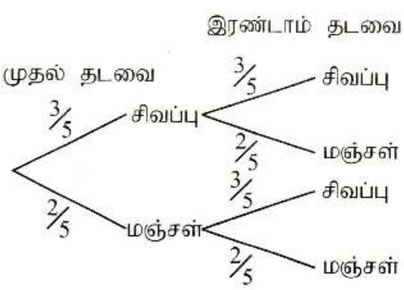
(ii). முதலில் பூவும் இரண்டாவதாக தலையும் கிடைக்கும் சந்தர்ப்பம் TH ஆகும் $P(TH) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

(iii). இரு தடவையும் ஒரே பேறு கிடைத்தல் $\{HH,TT\}$ ஆகும்.

இரு தடவையும் ஒரே பேறு கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$

பயிற்சி 9 : 6

(1). ஒரு பாத்திரத்தில் ஒரே அளவிலான 3 சிவப்புப் பந்துகளும் 2 மஞ்சள் பந்துகளும் உண்டு. எழுமாறாக ஒரு பந்து எடுக்கப்பட்டு நிறம் குறிக்கப்பட்டு மீண்டும் உள்ளே இடப்பட்டு இன்னுமொரு பந்து எடுக்கப் படுகிறது. உரிய மரவரிப்படம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது. மரவரிப்படத்திலிருந்து பின்வருவனவற்றின் நிகழ் தகவுகளைக் காண்க.



(i). இரு தடவைகளிலும் சிவப்புப் பந்து கிடைத்தல்

(ii). இரு தடவைகளிலும் மஞ்சள் பந்து கிடைத்தல்

(iii). இரு தடவைகளிலும் ஒரே நிறப் பந்து கிடைத்தல்

(iv). முதலில் சிவப்பு பின்னர் மஞ்சள் பந்து கிடைத்தல்

(v). முதலில் மஞ்சள் பின்னர் சிவப்புப் பந்து கிடைத்தல்

(2). ஒரு பையில் ஒரே அளவிலான 3 பச்சை நிறப்பந்துகளும் 2 நீலநிறப் பந்துகளும் உண்டு. எழுமாறாக ஒரு பந்து எடுக்கப்பட்டு நிறம் குறிக்கப்பட்டு மீண்டும் பையில் இடப்பட்டு மேலும் ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது.

(i). எல்லா இயல்தகவுகளையும் காட்டும் மரவரிப்படத்தை வரைக. மரவரிப்படத்திலிருந்து,

(ii). இரு தடவைகளிலும் நீலப் பந்து கிடைத்தல்

(iii). முதலில் பச்சை நிறப் பந்தும் பின்னர் நீல நிறப் பந்தும் கிடைத்தல்

(iv). இரு தடவைகளிலும் இரு நிறங்களில் பந்து கிடைத்தல்

(v). இரு தடவைகளிலும் ஒரே நிறத்தில் பந்து கிடைத்தல்

என்பனவற்றுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

உதாரணம்

(1). ஒரு பெட்டியில் ஒரே வகையிலான 3 சிவப்புப் பேனைகளும் 4 நீலப் பேனைகளும் உண்டு. பெட்டியின் உள்ளே பார்க்காது ஒரு பேனை எடுக்கப்படுகிறது. முதலில் எடுத்த பேனையை பெட்டிக்கு உள்ளே வைக்காமல் மேலுமொரு பேனை எடுக்கப்படுகிறது.

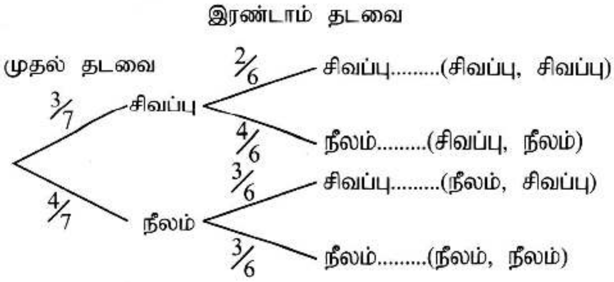
(i). உரிய மாதிரி வெளியைக் காட்டும் மரவரிப் படத்தை வரைக. மரவரிப்படத்திலிருந்து,

(ii). இரு தடவையும் சிவப்புப் பேனை கிடைத்தல்

(iii). முதலில் சிவப்புப் பேனையும் இரண்டாவதாக நீலப் பேனையும் கிடைத்தல்

(iv). ஒரே நிறப் பேனைகள் கிடைத்தல்

ஆகிய நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.



(ii). இரு தடவையும் சிவப்புப் பேனை கிடைப்பதற்கான சந்தர்ப்பம் (சிவப்பு,சிவப்பு) ஆகும்.

இரு தடவையும் சிவப்புப் பேனை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{6}{42}$

(iii). முதலில் சிவப்புப் பேனையும் பின்னர் நீலப் பேனையும் கிடைப்பதற்கான சந்தர்ப்பம் (சிவப்பு,நீலம்) ஆகும்.

அந் நிகழ்தகவு $= \left(\frac{3}{7} \times \frac{4}{6}\right) = \frac{12}{42}$

(iv). ஒரே நிறத்தில் பேனைகள் கிடைப்பதற்கான இரண்டு சந்தர்ப்பங்கள் உண்டு. அவை (சிவப்பு,சிவப்பு), (நீலம், நீலம்) ஆகும்.

ஒரே நிறத்தில் பேனைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \left(\frac{3}{7} \times \frac{2}{6}\right) + \left(\frac{4}{7} \times \frac{3}{6}\right) = \frac{6}{42} + \frac{12}{42} = \frac{18}{42}$

பயிற்சி 9 : 7

(1). ஒரு பாத்திரத்தில் 3 நீல நிற மாபிள்களும் 4 மஞ்சள் நிற மாபிள்களும் உண்டு. ஒரு மாபிள் எழுமாறாக எடுக்கப்பட்டு மீண்டும் உள்ளே இடப்படாமல் மேலும் ஒரு மாபிள் எடுக்கப்படுகிறது.

(i). எல்லா இயல்தகவுகளையும் காட்டும் மரவரிப்படத்தை வரைக. அம்மரவரிப்படத்திலிருந்து,

(ii). இரு தடவையும் இரண்டு நிறங்களில் மாபிள்கள் எடுத்தல்.

(iii). முதலில் எடுத்த மாபிள் நீல நிறமாக இருத்தல்.

(iv). முதலில் மஞ்சள் மாபிளும் பின்னர் நீல நிற மாபிளும் எடுத்தல்.

ஆகிய நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

(2). ஒரு தொகுதி புத்தகங்களில் 5 நாவல்களும் 3 கவிதை நூல்களும் மாத்திரம் இருந்தன. குமார் இத்தொகுதியிலிருந்து எழுமாறாக ஒரு புத்தகத்தை எடுத்தான். பின்னர் ராஜன் இன்னுமொரு புத்தகத்தை எழுமாறாகத் தெரிந்தெடுத்தான்.

(i). புத்தகங்களைத் தேர்ந்தெடுக்கும் சகல பேறுகளையும் உள்ளடக்கிய மரவரிப்படத்தை வரைக. மரவரிப்படத்திலிருந்து,

(ii). இருவரும் நாவல்களை எடுத்தல்

(iii). இருவரும் இருவகைப் புத்தகங்களை எடுத்தல்

(iv). குமார் ஒரு நாவலையும் ராஜன் ஒரு கவிதை நூலையும் எடுத்தல்

ஆகிய நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

(3). ஒரு சாவிக்கொத்தில் 5 சாவிகள் உண்டு குறித்த ஒரு கதவை ஒரு சாவியினால் மா்ததிரமே திறக்க முடியும்.

(i). முதலாவது எத்தணிப்பில் கதவு திறபடல் / திறபடாமை ஆகியவற்றைக் காட்டும் மரவரிப்படத்தை வரைக.

(ii). இரண்டாவது எத்தணிப்புக்காக மரவரிப்படத்தை நீடித்து வரைக.

(iii). இரண்டாவது எத்தணிப்பில் கதவு திறபடும் நிகழ்தகவைக் காண்க.

(4). ஒரு பைக்கற்றிலிருந்த குறித்த ஒரு வகை வித்துகள் முளைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{9}{10}$ ஆகும். இவ்வகையைச் சார்ந்த ஒரு மரத்தில் பலன் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{19}{20}$ ஆகும்.

(i). மேற்குறித்த பைக்கற்றிலிருந்த விதைகளிலிருந்து முளைத்த ஒரு மரத்திலிருந்து பலன் பெற்றுக்கொள்ளக் கூடியதான நிகழ்தகவை ஒரு மரவரிப்படம் மூலம் காண்க.

10. சதவீதம்

சதவீதம்

ஒரு பாடசாலையில் 100 மாணவர்கள் உள்ளனர். ஒவ்வொரு இல்லத்திலும் சமனான தொகையினர் இருக்குமாறு உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு இவர்கள் நான்கு இல்லங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளனர். தாமரை இல்லத்தின் மாணவரின் எண்ணிக்கை மொத்த மாணவர் தொகையின் $\frac{25}{100}$ பின்னமாகும்.

இது சதவீதமாக **25%** எனக் குறிக்கப்படும்.

உதாரணம்

ஒரு வகுப்பில் 100 மாணவர்கள் உள்ளனர். இவர்களில் 60 பேர் பெண்களாவர். பெண்களின் சதவீதத்தைக் காண்க. பெண்களின் தொகை பின்னமாக $\frac{60}{100}$ ஆகும்.

இது சதவீதமாக **60%** ஆகும்.

இவ்வாறு பகுதி 100 ஆகவுள்ள எல்லாப் பின்னங்களும் சதவீதம் எனப்படும்.

பயிற்சி 10 : 1

(1). வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(i). $\frac{15}{100}$ ⟶ 15% ⟶ நூற்றுக்கு பதினைந்து

(ii). $\frac{25}{100}$ ⟶ .... ⟶ ....

(iii). .... ⟶ 20% ⟶ ....

(iv). .... ⟶ .... ⟶ நூற்றுக்கு முப்பத்தியிரண்டு

சதவீதம்

உதாரணம்

(1). $\frac{2}{5}$ ஐ சதவீதமாக எழுதுக.

முறை (i) சமவலுப்பின்னங்கள் முறையில் பகுதி எண்ணை 100 ஆக மாற்றுவதன் மூலம்)

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 20}{5 \times 20} = \frac{40}{100} = 40\%$$

முறை (ii) 100% இனால் பெருக்குவதன் மூலம்

$$\frac{2}{\cancel{5}_1} \times \cancel{100}^{20}\% = 40\%$$

> பகுதியை 100 ஆக மாற்றுவதன் மூலம் அல்லது 100 % இனால் பெருக்குவதன் மூலம் ஒரு பின்னத்தைச் சதவீதமாக மாற்றலாம்.

பயிற்சி 10 : 2

(1). பின்வரும் பின்னங்களை பகுதியை 100 ஆக மாற்றுவதன் மூலம் சதவீதமாக எழுதுக.

$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{13}{20}$, $\frac{62}{200}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{2}{25}$, $\frac{5}{50}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{65}{500}$

(2). பின்வரும் பின்னங்களை 100 % இனால் பெருக்குவதன் மூலம் சதவீதமாக எழுதுக.

$\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{13}{20}$, $\frac{7}{50}$, $\frac{85}{100}$, $\frac{43}{200}$, $\frac{7}{25}$, $\frac{370}{250}$

(3). பின்வரும் பின்னங்களைச் சதவீதமாக எழுதுக.

$\frac{5}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{40}{325}$, $\frac{13}{7}$, $\frac{63}{40}$

சதவீதங்களைப் பின்னங்களாகக் காட்டுதல்

உதாரணம்

(1). பின்வரும் சதவீதங்களைப் பின்னமாக எளிய வடிவில் தருக. (i). 15% (ii). 7 ½ % (iii). 0.5%

(i). 15%

$$= \frac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{100}_{20}} = \underline{\underline{\frac{3}{20}}}$$

(ii). 7 ½ %

$$= \frac{7\frac{1}{2}}{100} = \frac{\frac{15}{2}}{100} = \frac{15}{2} \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{15}{200} = \underline{\underline{\frac{3}{40}}}$$

(iii). 0.5%

$$= \frac{0.5}{100} = \frac{5}{1000}$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{200}}}$$

பயிற்சி 10 : 3

(1). பின்வரும் சதவீதங்களைப் பின்னமாக எளிய வடிவில் தருக.

(i). 50%	(iv). 8%	(vii). $12\frac{1}{2}$ %	(x). 0.1%
(ii). 20%	(v). 23%	(viii). 143%	(xi). $3\frac{1}{2}$ %
(iii). 12%	(vi). 120%	(ix). 4.5%	(xii). $7\frac{1}{2}$ %

தசம எண்களைச் சதவீதமாகக் காட்டுதல்

உதாரணம்

(1). பின்வரும் தசம எண்களைச் சதவீதமாக எழுதியுள்ள முறையைக் கற்க.

(i). $0.5 = \frac{5}{10}$

$$= \frac{5}{10} \times 100\%$$

$$= \underline{\underline{50\%}}$$

(ii). $0.23 = \frac{23}{100}$

$$= \underline{\underline{23\%}}$$

(iii). $1.35 = \frac{135}{100}$

$$= \underline{\underline{135\%}}$$

பயிற்சி 10 : 4

(1). பின்வரும் தசம எண்களைச் சதவீதமாக எழுதுக.

(i). 0.2	(iv). 0.48	(vii). 2.05	(x). 3.5
(ii). 0.3	(v). 0.68	(viii). 0.07	(xi). 0.385
(iii). 0.25	(vi). 1.45	(ix). 1.8	(xii). 2.45

ஓர் அளவின் குறித்த சதவீதத்தைக் கணித்தல்

உதாரணம்

(i). ரூபா. 750 இன் 12% எவ்வளவு?

(ii). $80kg$ இன் $12\frac{1}{2}$% எவ்வளவு?

(i). ரூபா. 750 இன் 12% = ரூ. 750 × $\frac{12}{100}$

$$= ரூ.\ \cancel{750}^{15} \times \frac{\cancel{12}^{6}}{\cancel{100}_{2}}$$

= ரூ. 90

(ii). $80kg$ இன் $12\frac{1}{2}$% = $80kg$ இன் $12\frac{1}{2}$%

$$= 80kg \times \frac{12\frac{1}{2}}{100}$$

$$= \cancel{80}^{\cancel{4}\,2}kg \times \frac{\cancel{25}^{5}}{\cancel{2} \times \cancel{100}_{\cancel{2}\,1}}$$

$$= \underline{10kg}$$

பயிற்சி 10 : 5

(1). பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i). ரூ. 300 இன் 5% எவ்வளவு? (iv). ரூ. 400 இன் $12\frac{1}{2}\%$

(ii). ரூ. 450 இன் 8% எவ்வளவு? (v). 500 மீற்றரின் $3\frac{1}{4}\%$

(iii). 48 கிலோமீற்றரின் 25% (vi). 550kg இன் 60%

(2). ஒரு மாங்காய்க் குவியலிலிருந்த 480 மாங்காய்களில் 15% பழுதடைந்தவை. பழுதடைந்த பழங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(3). ஒரு பாடசாலையில் 780 மாணவர்கள் உள்ளனர். இவர்களில் 60% ஆனோர் பெண்களாவர் பெண்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

இலாபம் / நட்டம்

வியாபாரம் ஒன்றில் ஈடுபடும் ஒரு வியாபாரி எப்போதும் ஒரு பொருளுக்காக செலவு செய்த தொகையை விடக் கூடிய தொகைக்கு அதனை விற்பனை செய்ய விரும்புவார். அவ்வாறு செய்ய முடிகின்ற போது வியாபாரிக்கு இலாபம் கிடைத்தது என்பர். வியாபாரி செலவு செய்த தொகையை விடக் குறைந்த தொகைக்கு விற்பனை செய்தால் நட்டம் ஏற்பட்டது என்பர்.

இலாபம் = விற்பனை விலை - கொள்விலை
நட்டம் = கொள்விலை - விற்பனைவிலை

ஒரு பொருளின் கொள்விலை ரூபா 100 ஆயின் அதனை விற்பதால் கிடைக்கும் இலாபம் இலாப சதவீதம் எனப்படும்.

$$\text{இலாப சதவீதம்} = \frac{\text{இலாபம்}}{\text{கொள்விலை}} \times 100\%$$

$$\text{நட்டசதவீதம்} = \frac{\text{நட்டம்}}{\text{கொள்விலை}} \times 100\%$$

உதாரணம்

(1). ரூ.80 இற்கு வாங்கிய ஒரு பொருளை ரூ.108 இற்கு விற்பதால் வியாபாரிக்குக் கிடைக்கும் இலாப சதவீதத்தைக் காண்க.

இலாபம் = ரூ. 108 - ரூ. 80 = ரூ. 28

$$\text{இலாபசதவீதம்} = \frac{\overset{7}{\cancel{28}}}{\underset{1}{\cancel{80}}_{\cancel{4}}} \times \overset{5}{\cancel{100}}\%$$

$$= 35\%$$

(2). ரூ.350 இற்கு வாங்கப்பட்ட ஒரு பொருள் 20% இலாபத்துடன் விற்கப்பட்ட விலையைக் காண்க.

முறை I

கொள்விலை (ரூ)	இலாபம் (ரூ)
100	20
350	x

$$100 \times x = 350 \times 20$$

$$\therefore x = \frac{35\cancel{0} \times 2\cancel{0}}{1\cancel{00}}$$

$$= 70$$

$\therefore$ விற்றவிலை = ரூ. 350 + 70

= ரூ. <u>420</u>

இங்கு 20 % என்பது ரூ.100 இற்கு வாங்கிய ஒரு பொருளை விற்பதால் ரூ.20 இலாபம் கிடைக்கும் என்பதாகும்.

முறை II

கொள்விலை (ரூ)	விற்றவிலை (ரூ)
100	120
350	a

$$100 \times a = 350 \times 120$$

$$\therefore a = \frac{35\cancel{0} \times 12\cancel{0}}{1\cancel{00}}$$

$$= 420$$

$\therefore$ விற்றவிலை = ரூ. 420

இலாப சதவீதம் 20% என்பதால் ரூ100 இற்கு வாங்கிய ஒரு பொருளை ரூ.20 இலாபம் வைத்து ரூ.120 இற்கு விற்பார்கள்

(3). ஒரு வியாபாரிக்கு ஒரு பொருளை ரூ.4700 இற்கு விற்றதன் மூலம் 6% நட்டம் ஏற்பட்டது. அப்பொருளின் கொள்விலையைக் காண்க.

கொள்விலை(ரூ.)	விற்றவிலை(ரூ)
100	94
x	4700

$$94 \times x = 4700 \times 100$$

$$\therefore x = \frac{\cancel{4700}^{100} \times \cancel{100}^{50}}{\cancel{94}_{\cancel{47}}}$$

$$x = 5000$$

∴ கொள்விலை = <u>ரூ. 5000</u>

6% நட்டம் என்பது ரூ.100 இற்கு வாங்கிய ஒரு பொருளை விற்பதால் ரூ.6 நட்டம் ஏற்படும் என்பதாகும் அதாவது அதனை ரூ.94 இற்கு விற்பது ஆகும்.

பயிற்சி 10 : 6

(1). மேலே உள்ள உதாரணம் 1 ஐக் கற்று விடை தருக.

(i). ரூ.240 இற்கு வாங்கிய கண்ணாடிக் குவளைகளை ரூ.300 இற்கு விற்பதால் கிடைக்கும் இலாபத்தையும் இலாப சதவீதத்தையும் காண்க.

(ii). ரூ.1340 இற்கு வாங்கிய ஒரு சாரியை ரூ.1775 இற்கு விற்பதன் மூலம் கிடைக்கும் இலாபச் சதவீதத்தைக் காண்க.

(iii). ரூ.350 இற்கு வாங்கிய ஒரு தொகைப் பழங்களை ரூ.280 இற்கு விற்பதன் மூலம் அடையும் நட்ட சதவீதத்தைக் காண்க.

(2). மேலே உள்ள உதாரணம் 2 ஐக் கற்று விடை தருக.

(i). ரூ.1200 இற்கு வாங்கிய ஒரு மின் உபகரணத்தை 15% இலாபத்துடன் விற்கும் விலையைக் காண்க.

(ii). ரூ.475 இற்கு வாங்கிய ஒரு ஒரு மேற்சட்டையை 16% இலாபத்துடன் விற்கும் விலையைக் காண்க.

(iii). உற்பத்திச்செலவு ரூ.175 ஆகவுள்ள சுவர் அலங்காரமொன்றை 40% இலாபத்துடன் விற்கும் விலையைக் காண்க.

(iv). ரூ.900 இற்கு வாங்கிய ஒரு தொகை முட்டைகளை 3% நட்டத்துடன் விற்கும் விலையைக் காண்க.

(3). மேலே உள்ள உதாரணம் 3 ஐக் கற்று விடை தருக.

(i). ரூ.2400 இற்கு ஒரு கடிகாரத்தை விற்பதன் மூலம் 20% இலாபம் கிடைத்தது. வியாபாரி கடிகாரத்தை வாங்கிய விலையைக் காண்க.

(ii). $1kg$போஞ்சியை ரூ.65 இற்கு விற்பதன் மூலம் ஒரு வியாபாரிக்கு 30% இலாபம் கிடைத்தது அவன் $1kg$ போஞ்சியை வாங்கிய விலை யாது?

(iii). ஒரு மேசை 42% இலாபமுடையதாக ரூ.4899 விற்கும் விலை குறிக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் உற்பத்திச் செலவைக் காண்க.

(4). (i). ரூ.140 இற்கு வாங்கப்பட்ட ஒரு பொருள் 30% இலாபத்துடன் விற்கப்படும்போது கிடைக்கும் இலாபம் என்ன?

(ii). ஒரு வியாபாரி ரூ.300 இற்கு வாங்கிய கடிகாரத்தை ஒது பழுதடைந்ததினால் 17% நட்டத்துடன் விற்றால் அவன் அடைந்த நட்டத்தைக் காண்க.

(iii). உற்பத்திச் செலவு ரூ.3500 உடைய ஒரு கட்டிலை 22% இலாபத்துடன் விற்பதால் கிடைக்கும் இலாபத்தைக் காண்க.

கழிவு

ஒரு பொருளை விற்பதற்குத் தீர்மானிக்கும் விலை அதன் குறித்த விலை ஆகும். அதனை விற்கும்போது குறித்த விலையின் சிறிய ஒரு பெறுமானம் குறைக்கப்பட்டு விற்கப்படும் சந்தர்ப்பங்கள் உண்டு. இங்கு குறைக்கப்பட்ட அளவு **கழிவு** எனப்படும்.

கழிவைக் குறித்த விலையின் சதவீதமாக எழுதும் போது அது கழிவுச் சதவீதம் எனப்படும்.

உதாரணம்

(1). ரூ.560 என விலை குறிக்கப்பட்டுள்ள ஒரு கடிகாரம் ரூ.532 இற்கு விற்கப்படுகிறது. இங்கு வழங்கப்பட்ட (i). கழிவு (ii). கழிவுச் சதவீதம் என்பவற்றைக் காண்க.

முறை 1

(i). கழிவு = ரூ. **560 - 532**

= ரூ. <u>28</u>

(ii). கழிவுச் சதவீதம் $= \frac{\cancel{28}^{1}}{_{1}\cancel{28}\,\cancel{560}} \times \cancel{100}^{5} = 5\%$

முறை 2

குறித்த விலை(ரூ.)	கழிவு(ரூ.)
560	28
100	x

$$560 \times x = 28 \times 100$$

$$\therefore x = \frac{\cancel{28}^{1} \times \cancel{100}^{5}}{\cancel{560}_{\cancel{28}\,1}}$$

$$x = 5\%$$

∴ கழிவுச் சதவீதம் = <u>5%</u>

(2). ரூ. 870 என விலை குறிக்கப்பட்டுள்ள ஒரு பொருள் விற்கப்படும்போது 4% கழிவு வழங்கப்படுமாயின் அப்பொருளை விற்கும் விலையைக் காண்க.

முறை 1

குறித்தவிலை(ரூ)	கழிவு(ரூ)
100	4
875	x

$$100 \times x = 875 \times 4$$

$$\therefore x = \frac{\overset{35}{\cancel{875}} \times \cancel{4}^{1}}{\cancel{100}\,\cancel{4}_{1}}$$

கழிவு = $x = 35$

$\therefore$ விற்கும் விலை = ரூ. 875 - 35

= ரூ. <u>840</u>

> 4% கழிவு என்பது குறித்த விலை ரூ.100 ஆயின் ரூ.4 குறைத்து விற்கப்படும் என்பதாகும்.

முறை 2

குறித்தவிலை(ரூ)	விற்பனைவிலை(ரூ)
100	96
875	x

$$100 \times x = 875 \times 96$$

$$\therefore x = \frac{\overset{35}{\cancel{875}} \times \cancel{96}^{24}}{\cancel{100}\,\cancel{4}_{1}}$$

$$x = 840$$

$\therefore$ விற்கும் விலை = <u>ரூ. 840</u>

> கழிவு 4% என்பதால் குறித்த விலை ரூ.100 ஆக உள்ள போது விற்கும் விலை ரூ.96 ஆகும்.

(3). ஒரு பொருள் 7% கழிவு வழங்கப்பட்டு ரூ.1860 இற்கு விற்கப்படுகிறது. அதன் குறித்த விலையைக் காண்க.

குறித்தவிலை(ரூ)	விற்பனைவிலை(ரூ)
100	93
x	1860

$$93 \times x = 1860 \times 100$$

$$\therefore x = \frac{\overset{20}{\cancel{1860}} \times 100}{\cancel{93}_{1}}$$

$$x = 2000$$

$\therefore$ விற்கும் விலை = <u>ரூ.2000</u>

> 7% கழிவு என்பது குறித்த விலை ரூ.100 ஆயின் ரூ.7 குறைத்து விற்கப்படும் என்பதாகும்.

பயிற்சி 10 : 7

(1). ரூ. 3500 என விலை குறிக்கப்பட்ட ஒரு மின் உபகரணம் ரூ.3360 இற்கு விற்கப்பட்டது. இங்கு வழங்கப்பட்டுள்ள கழிவுச் சதவீதத்தைக் காண்க.

(2). ரூ.1500 என விலை குறிக்கப்பட்ட ஓர் ஆடை 8% கழிவுடன் விற்கப்படும் விலையைக் காண்க.

(3). பண்டிகைக் காலத்தில் ரூ.3000 இலும் கூடிய பெறுமதிக்கு பொருட்களைக் கொள்வனவு செய்வோருக்கு 10% விசேட கழிவு வழங்கப்படும். ரூ.3480 பெறுமதியான பொருட்களைக் கொள்வனவு செய்யும் ஒருவர் செலுத்த வேண்டிய பணத்தைக் காண்க.

(4). ரூ.4500 விலை குறிக்கப்பட்டுள்ள ஒரு பொருளை உடன் பணத்திற்கு விற்கும் போது 6% கழிவு வழங்கப்படுகிறது. நுகர்வோர் பெற்ற கழிவு யாது?

(5). ரூ.900 விலை குறிக்கப்பட்ட ஒரு சோடி சப்பாத்து விற்பனையின் போது 10% கழிவு வழங்கப்படுகிறது. சப்பாத்து சோடியின் விற்பனை விலையைக் காண்க.

(6). ஒரு குறித்த புத்தகக் கடைக்காரர் பயிற்சிக் கொப்பிகளுக்காக 15% கழிவு கொடுக்கிறார். ரூ.420 பெறுமதியுடைய கொப்பிகளை வாங்கிய ஒருவருக்கு கிடைக்கும் கழிவு எவ்வளவு?

(7). 4% கழிவு கொடுத்து ரூ.576 இற்கு விற்கப்படும் ஒரு பொருளின் குறித்த விலையைக் காண்க.

(8). ஒரு வியாபாரி ஒரு பொருளைக் கொள்வனவு செய்து 25% இலாபம் கிடைக்கும் வகையில் அதில் விலை குறிக்கிறார். அதனை உடன் பணத்துக்கு விற்கும்போது 4% கழிவு கொடுத்து ரூ.840 இற்கு விற்றார். வியாபாரி

(i). பொருளிற்கு குறித்த விலையைக் காண்க

(ii). பொருளை வாங்கிய விலையைக் காண்க

தரகு

எதையேனும் விற்பனை செய்வதற்காக இடைத்தரகர் ஒருவரின் (புரோக்கரின்) உதவியைப் பெற்றுக் கொள்ளும் போது அச்சேவையின் நிமித்தம் தரகருக்கு வழங்கப்படும் பணம் 'தரகு' (புரோக்கர் கட்டணம்) எனப்படும். அது விற்பனை விலையின் குறித்த சதவீதமாக வழங்கப்படும்.

உதாரணம்

(1). ஒரு தரகர் குறித்த வாகனமொன்றை விற்பனை செய்து கொடுப்பதற்கு 5% தரகு அறவிடுகிறார். ரூ.950 000 இற்கு ஒரு வாகனத்தை விற்கும் போது

(i). தரகருக்கு (ii). வாகன உரிமையாளருக்கு கிடைக்கும் பணத்தைக் காண்க.

(i).

விற்ற விலை(ரூ.)	தரகு
100	5
950 000	x

$$100 \times x = 950\,000 \times 5$$

$$\therefore x = \frac{950\,0\cancel{00} \times 5}{1\cancel{00}}$$

$$x = 47\,500$$

∴ தரகுக் கட்டணம் = ரூ. 47 500

> 5% என்பது ரூ.100 இற்கு விற்கும்போது ரூ.5 தரகு அறவிடப்படும் என்பதாகும்.

(ii). வாகன உரிமையாளருக்குக் கிடைக்கும் பணம் = 950 000 - 47 500 = ரூ.. 902 500

(2). குறித்த ஒரு வகைப்பால் மாப்பைக்கற்றுகளை விநியோகிக்கும் ஒரு விற்பனை முகவருக்கு அவர் விநியோகிக்கும் பைக்கற்றுகளின் பெறுமதியின் 4% தரகு வழங்கப்படுகின்றது. குறித்த ஒரு மாதத்தில் தரகுப் பணம் ரூ.32 456 செலுத்தப்பட்டது ஆயின் அம்மாதத்தில் விநியோகிக்கப்பட்ட பால்மாப்பைக் கற்றுகளின் பெறுமதியக் காண்க.

விநியோகித்த விலை (ரூ)	தரகு
100	4
x	32 456

$$4 \times x = 32\,456 \times 100$$

$$\therefore x = \frac{32\,456 \times \cancel{100}^{25}}{\cancel{4}_1}$$

$$x = 811\,400$$

∴ விநியோகிக்கப்பட்ட பால்மா பக்கற்றுக்களின் பெறுமதி = ரூ. 811 400

பயிற்சி 10 : 8

(1). ஒரு காணி விற்பனைக்காக ஒரு தரகர் 3% தரகு அறவிடுகிறார். ரூ.820000 இற்கு ஒரு காணியை விற்கும் போது தரகர் பெறும் தரகைக் காண்க.

(2). ரூ.150 000 இற்கு ஒரு காணி விற்கப்பட்ட போது தரகாக 4% ஐ தரகருக்கு செலுத்த வேண்டி ஏற்பட்டது தரகர் பெற்ற தரகைக் காண்க.

(3). ரூ. 600 000 பெறுமதியுடைய மோட்டர் வாகனமொன்றை விற்றுக்கொடுப்பதற்காக $5\frac{1}{2}$% தரகு அறவிடும் ஒரு தரகர் பெறும் தரகைக் காண்க.

(4). குறித்த ஒரு வகை சவர்க்காரத்தை விற்பனை செய்யும் ஒரு முகவருக்கு அவர் விற்பனை செய்யும் சவர்க்காரங்களின் பெறுமதியின் 5% தரகாகக் கிடைக்கும் ரூ.38 350 ஐ தரகாகப் பெற்ற ஒரு மாதத்தில் விற்பனை செய்த சவர்க்காரத்தின் பெறுமதியைக் காண்க.

(5). ஒரு தரகர் $5\frac{1}{2}$% தரகு பெறும் ஒப்பந்தத்தில் ஒரு வீட்டை விற்பனை செய்யப் பொறுப்பெடுத்தார். அவர் தரகாக ரூ.37 400 ஐப் பெற்றாரெனின் வீட்டை விற்பனை செய்த விலையைக் காண்க.

சொத்து வரி

உள்ளூராட்சி நிறுவனங்கள் தமது நிர்வாக எல்லைக்குள் செய்யும் வெவ்வேறு பொதுச் சேவைகளுக்கு செலவு செய்தவற்குத் தேவையான பணத்தைப் பல்வேறு வரிகளாக பொது மக்களிடமிருந்து அறவிட்டுக் கொள்கின்றன. தமது எல்லையிலுள்ள சொத்துகளுக்கு அவற்றின் ஆண்டுப் பெறுமானத்திற்கேற்ப அறவிடப்படும் பணம் **வரி** எனப்படும். இப்பணம் உரிய சொத்துக்களின் மதிப்பிட்ட பெறுமானத்தின் சதவீதமாக அறவிடப்படுவதோடு இதனை காலாண்டுக்கு ஒரு முறையும் செலுத்தலாம்.

காலாண்டு = ஓர் ஆண்டின் $\frac{1}{4}$ = 3 மாதங்கள்

உதாரணம்

(1). 8% வரி அறவிடும் உள்ளூராட்சி நிறுவனமொன்றுக்கு ஆண்டுப் பெறுமதி ரூ.40 000 ஆகவுள்ள ஒரு வீட்டுக்காக செலுத்த வேண்டிய காலாண்டு வரியைக் காண்க.

பெறுமதி (ரூ)	ஆண்டு வரி(ரூ)
100	8
400 000	x

$$100 \times x = 40\,000 \times 8$$

$$\therefore x = \frac{40\,0\cancel{00} \times 8}{1\cancel{00}}$$

$$x = 3\,200$$

$\therefore$ வரிப்பணம் = <u>ரூ. 3 200</u>

8% என்பது மதிப்பிட்ட பெறுமதி ரூ.100 ஆயின் வரியாக ஓர் ஆண்டில் ரூ.8 செலுத்த வேண்டும் என்பதாகும்.

$\therefore$ காலாண்டுப்பணம் = ரூ. $\frac{3\,200}{4}$ = <u>ரூ. 800</u>

(2). காலாண்டு வரி ரூ.320 ஆகவுள்ள ஒரு வீட்டிற்காக வருடாந்தம் 8% வரி அறவிடப்படுகிறது. வீட்டின் ஆண்டுப் பெறுமானத்தைக் காண்க..

பெறுமதி (ரூ)	ஆண்டு வரி(ரூ)
100	8
x	(320×4)

$$8 \times x = (320 \times 4) \times 100$$

$$\therefore x = \frac{(\overset{160}{\cancel{320}} \times \overset{1}{\cancel{4}}) \times 100}{\cancel{8}_{2}}$$

$$x = 16\,000$$

$\therefore$ வீட்டின் பெறுமானம் = <u>ரூ. 16 000</u>

காலாண்டு வரி ரூ.320 ஆகையால் ஆண்டு வரி ரூ 320 × 4

பயிற்சி 10 : 9

(1). ஆண்டுப்பெறுமானம் ரூ.17800 ஆகவுள்ள ஒரு வீட்டிற்காக 8% ஆண்டு வரி செலுத்த வேண்டும்.
(i). ஆண்டு வரியைக் காண்க.
(ii). காலாண்டு வரியைக் காண்க.

(2). ஒரு நகரசபை ஒரு வீட்டின் பெறுமானத்தின் 8% ஐ ஆண்டு வரியாக அறவிடுகிறது. ஆண்டுப் பெறுமதி ரூ. 38 000 ஆகவுள்ள ஒரு வீட்டிற்காக செலுத்த வேண்டிய ஆண்டு வரியைக் காண்க.

(3). ஒரு கடையின் ஆண்டுப் பெறுமதி ரூ.52000 ஆகும். உள்ளூராட்சி நிறுவனம் ஒன்று 12% வரியை அறவிடுமாயின் காலாண்டு வரியைக் காண்க.

(4). ஒரு கட்டடத்துக்காக காலாண்டு வரி ரூ.290 அறவிடப்படுகிறது. ஆண்டு வரி வீதம் 10% ஆகும். கட்டடத்தின் ஆண்டுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(5). ஒரு வீட்டின் ஆண்டுப் பெறுமானத்தின் 7% ஐ வரியாகச் செலுத்த வேண்டும். ஒரு காலாண்டுக்கு ரூ.560 ஐ வரியாகச் செலுத்தும் ஒரு வீட்டின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

தீர்வை வரி

வெவ்வேறு பொருட்களை இறக்குமதி அல்லது ஏற்றுமதி செய்யும் போது அவற்றுக்காக சுங்கப்பிரிவினர் அறவிடும் வரிப்பணம் **தீர்வை வரி** எனப்படும். அது பொருளின் ஆரம்பப் பெறுமதியின் சதவீதமாக அறவிடப்படும்.

> தீர்வை வரி செலுத்திய பின் ஒரு பொருளின் பெறுமதி = ஆரம்பப் பெறுமதி + தீர்வை வரி

உதாரணம்

(1). ரூ. 12 000 பெறுமதியுடைய ஒரு மின் உபகரணத்தை இலங்கைக்கு கொண்டு வரும் போது பெறுமதியின் 60% ஐ தீர்வை வரியாகச் செலுத்த வேண்டும். வரி செலுத்திய பின் உபகரணத்தின் பெறுமதியைக் காண்க.

முறை 1

ஆரம்பப் பெறுமதி (ரூ)	தீர்வை வரி (ரூ.)
100	60
12 000	x

$$100 \times x = 12\,000 \times 60$$
$$\therefore x = \frac{12\,0\cancel{00} \times 60}{1\cancel{00}}$$
$$x = 7\,200$$

∴ தீர்வை வரி = <u>ரூ. 7 200</u>

> 60% என்பது ஆரம்பப் பெறுமதி ரூ.100 ஆயின் தீர்வை வரி ரூ.60 செலுத்த வேண்டும் என்பதாகும். அதாவது பின்னைய பெறுமதி ரூ. 160 (100+60) என்பதாகும்.

∴ பின்னைய பெறுமதி = ரூ.12 000 + 7 200
= <u>ரூ. 19 200</u>

முறை 2

ஆரம்பப் பெறுமதி (ரூ)	பின்னைய பெறுமதி (ரூ.)
100	160
12 000	x

$$100 \times x = 12\,000 \times 160$$
$$\therefore x = \frac{12\,0\cancel{00} \times 160}{1\cancel{00}}$$
$$x = 19\,200$$

∴ பின்னைய பெறுமதி = <u>ரூ. 19 200</u>

(2). குறித்த ஒரு மின் உபகரணத்தை இறக்குமதி செய்த போது தீர்வை வரியாக ரூ.6720 செலுத்த வேண்டி ஏற்பட்டது. தீர்வை வரி வீதம் 32% ஆகும். தீர்வை வரி செலுத்த முன்னர் மின் உபகரணத்தின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

முன்னைய பெறுமதி (ரூ)	தீர்வை வரி (ரூ.)
100	32
x	6720

$$32 \times x = 6\,720 \times 100$$
$$\therefore x = \frac{\overset{210}{\cancel{6\,720}} \times 100}{\underset{1}{\cancel{32}}}$$
$$x = 21\,000$$

∴ முன்னைய பெறுமதி = <u>ரூ. 21 000</u>

(3). குறித்த ஒரு வாகனத்தை இறக்குமதி செய்ய 40% தீர்வை வரி அறவிடப்படுகிறது. தீர்வை வரி செலுத்திய பின்னர் அவ்வாகனத்தின் பெறுமதி ரூ.1 750 000 ஆகும். தீர்வை வரி செலுத்த முன்னர் வாகனத்தின் பெறுமதியைக் காண்க.

முன்னைய பெறுமதி (ரூ)	பின்னைய பெறுமதி (ரூ.)
100	140
x	1 750 000

$$140 \times x = 1\,750\,000 \times 100$$
$$\therefore x = \frac{\overset{12\,500}{\cancel{1\,750\,000}} \times 100}{\underset{1}{\cancel{140}}}$$
$$x = 1\,250\,000$$

∴ முன்னைய பெறுமதி = <u>ரூ. 1 250 000</u>

பயிற்சி 10 : 10

(1). வாகன இறக்குமதியின்போது அதன் பெறுமானத்தின் 70%ஐ தீர்வையாகச் செலுத்த வேண்டும். ரூ.600 000 பெறுமதியான ஒரு வாகனத்தை இலங்கைக்குக் கொண்டு வந்த பின் அதன் பெறுமதியைக் காண்க.

(2). தைத்த ஆடைகள் இறக்குமதிக்காக அரசு 20% தீர்வை அறவிடுகிறது. ரூ.75 000 பெறுமதியான தைத்த ஆடைகளை இறக்குமதி செய்த பின் அவற்றின் பெறுமதி யாது?

(3). குறித்த ஒரு வகை மருந்தை இலங்கைக்கு இறக்குமதி செய்ய 18% தீர்வை அறவிடப்படுகிறது. ரூ.60 000 பெறுமதியுடைய மருந்தை இறக்குமதி செய்யும்போது செலுத்த வேண்டிய தீர்வையைக் காண்க.

(4). ரூ.185 000 பெறுமதியுடைய மின் உபகரணங்களை இறக்குமதி செய்வதற்காக 30% தீர்வை செலுத்தப்படுகிறது. செலுத்தப்படும் தீர்வையைக் காண்க.

(5). குறித்த ஒரு மின் உபகரணத்துக்காக தீர்வையாக ரூ.1575 பெறப்படுகிறது. தீர்வை சதவீதம் 35% ஆயின் தீர்வை செலுத்த முன் மின் உபகரணத்தின் பெறுமதியைக் காண்க.

(6). இலங்கைக்கு இறக்குமதி செய்யப்பட்ட ஒரு தொகை மருந்துக்காக தீர்வை செலுத்திய பின் அம்மருந்தின் பெறுமதி ரூ. 284 000 ஆகும். தீர்வை சதவீதம் 42% ஆயின் வரி செலுத்த முன்னர் மருந்தின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

பங்குகள்

பாரிய அளவில் பண முதலீடு செய்து நடத்தப்படும் நிறுவனங்களில் தமது பணத்தை முதலிட்டு அந்நிறுவனம் சம்பாதிக்கும் இலாபத்தின் உரிமையாளராகும் சந்தர்ப்பம் எவருக்குமே உண்டு. இங்கு ஒரு குறித்த தொகைப் பணம் பங்கு என அழைக்கப்படுகின்ற அலகொன்றாகக் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளடதுடன் முதலீட்டாளர் விரும்பும் எண்ணிக்கையிலான பங்குகளைச் சொந்தமாக்கியும் கொள்ளலாம். ஒரு பங்கின் பெறுமானம் அதன் பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானம் எனவும் அது விற்கப்படும் விலை சந்தைப் பெறுமானம் எனவும், முதலீடு செய்த பணத்துக்காக வழங்கப்படும் இலாப சதவீதம் பங்கிலாபம் எனவும் அழைக்கப்படும்.

$$\text{பங்குகளின் எண்ணிக்கை} = \frac{\text{முதலீடு செய்த பணம்}}{\text{ஒரு பங்கின் பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானம்}}$$

பங்குகளின் பெயர் மாத்திரைப்பெறுமானம் = ஒரு பங்கின் பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானம் $\times$ பங்குகளின் எண்ணிக்கை

வருட வருமானம் = பங்குகளின் பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானம் $\times$ பங்கிலாபம்

உதாரணம்

(1). 15% பங்கிலாபம் தரும் ஒரு நிறுவனத்தில் ரூ.10 பங்குகளை ரூ.12 வீதம் வாங்குவதற்கு குமார் ரூ.60 000 ஐ முதலீடு செய்கிறார்.

(i). குமார் வாங்கிய பங்குகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
(ii). ஒரு பங்கின் பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானத்தைக் காண்க.
(iii). வருட வருமானத்தைக் காண்க.

(i). வாங்கிய பங்குகளின் எண்ணிக்கை $= \dfrac{60000}{12} = 5000$

(ii). ஒரு பங்கின் பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானம் = ரூ. 10

$\therefore$ பங்குகளின் பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானம் = ரூ. 5000×10 = <u>ரூ. 50 000</u>

(iii). வருட வருமானம் = x ஆயின்

பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானம் (ரூ.)	வருமானம் (ரூ.)
100	15
50 000	x

$$100 \times x = 50\,000 \times 15$$

$$\therefore x = \frac{50\,00\cancel{0} \times 15}{10\cancel{0}}$$

$$x = 7\,500$$

$\therefore$ வருட வருமானம் = <u>ரூ. 7 500</u>

(2). 20% பங்கிலாபம் வழங்கும் கம்பனி ஒன்றில் 1500 பங்குகளை வாங்கிய ஒருவர் வருட வருமானமாக ரூ.15 000 ஐப் பெற்றார்.

(i). அவர் வாங்கிய பங்குகளின் பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii). ஒரு பங்கின் பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i). அவர் வாங்கிய பங்குகளின் பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானம் $= x$ ஆயின்

பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானம் (ரூ.)	பங்கிலாபம் (ரூ.)
100	20
x	15 000

$$20 \times x = 15\,000 \times 100$$

$$\therefore x = \frac{\overset{750}{\cancel{15\,000}} \times 100}{{}_{1}\cancel{20}}$$

$$x = 75\,000$$

$\therefore$ பங்குகளின் பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானம் = <u>ரூ. 75 000</u>

(ii). ஒரு பங்கின் பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானம் $= \dfrac{75\,000}{1\,500}$

= <u>ரூ. 50</u>

பயிற்சி 10 : 11

(1). ரூ.20 000 ஐ முதலிட்டு பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானம் ரூ.10 ஐ உடைய எத்தனை பங்குகளை சமத்தில் வாங்கலாம்?

(2). ரூ.8 பெயர்மாத்திரைப் பெறுமானமுடைய பங்குகளை ரூ.10 வீதம் வாங்குவதற்கு ரூ.15 000 ஐ முதலிட்டால்

(i). வாங்கக்கூடிய பங்குகளின் எண்ணிக்கை யாது?

(ii). அப்பங்குகளின் பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானம் யாது?

(3). ரவி ரூ.15 பெயர்மாத்திரைப் பெறுமானமுடைய 500 பங்குகளை ரூ.12 வீதம் வாங்கினான்.

(i). ரவி பங்குகளை வாங்குவதற்கு முதலீடு செய்த பணம் எவ்வளவு?

(ii). அப்பங்குகளின் பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானம் யாது?

(4). 8% பங்கிலாபம் வழங்கும் ஒரு நிறுவனத்தில் ரூ.10 பங்குகள் 1000 ஐ கபிலன் வைத்திருந்தான்.

(i). பங்குகளின் பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானம் யாது?

(ii). இம்முதலீட்டினால் கபிலன் பெறும் வருட வருமானத்தைக் காண்க.

(5). ரூ.20 பங்குகளை ரூ.22 வீதம் வாங்குவதற்கு குமார் ரூ.66 000 ஐ முதலிட்டான்

(i). வாங்கிய பங்குகளின் எண்ணிக்கை யாது?

(ii). அப்பங்குகளின் பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானம் யாது?

(iii). நிறுவனம் 25% பங்கிலாபம் வழங்குமாயின் குமார் தனது பங்கு முதலீட்டினால் பெறும் வருட வருமானத்தைக் காண்க.

(6). 15% பங்கிலாபம் வழங்கும் ஒரு நிறுவனத்தில் 5000 பங்குகளை வாங்கிய காசிம் வருட வருமானமாக ரூ.7500 ஐப் பெற்றான்.

(i). அவன் வாங்கிய பங்குகளின் பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii). ஒரு பங்கின் பெயர் மாத்திரைப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

எளிய வட்டி

ஏதேனுமொரு கடன்பணத்தை திருப்பிச் செலுத்தும்போது கடன் தொகையைவிட மேலதிகமாகச் செலுத்தும் பணம் எளிய வட்டி எனப்படும். கடன்பணத்தின் சதவீதமாக வட்டியைக் குறிப்பிடும்போது அது வட்டிவீதம் எனப்படும்.

வட்டிவீதம் $= \dfrac{\text{வட்டி}}{\text{கடன்பணம்}} \times 100$

மொத்தப்பணம் = கடன் பணம் + வட்டி

உதாரணம்

(1). ரூ.65 000 ஐக் கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் 2 வருடங்களில் ரூ.91 000 செலுத்தி கடனிலிருந்து விடுபட்டார். வருடாந்த எளிய வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

2 வருடங்களுக்கான வட்டி = ரூ. 91 000 - ரூ. 65 000 = ரூ. 26 000

1 வருடத்துக்கான வட்டி = ரூ. 26 000 ÷ 2 = ரூ. 13 000

வட்டி வீதம் $= \dfrac{\cancel{13\,000}^{1}}{\cancel{65\,000}_{5_1}} \times \cancel{100}^{20} = \underline{20\%}$

கடன் (ரூ.)	வட்டி (ரூ.)
100	x
65 000	13 000

$65\,000 \times x = 13\,000 \times 100$

$\therefore x = \dfrac{\cancel{13\,000}^{1} \times 100^{20}}{\cancel{65\,000}_{5_1}}$

$\underline{\underline{x = 20\%}}$

$I = \dfrac{Prt}{100}$

P = கடன்
I = வட்டி
r = வட்டி வீதம்
t = காலம்

இச்சூத்திரத்தில் பிரதியிடுவதாலும் வட்டியைக் கணிக்கலாம்.

(2). ரூ. 80 000 ஐ 18% வருடாந்த எளிய வட்டி வீதத்தில் 2 வருடங்களுக்குக் கடனாகப் பெற்ற ஒருவர்
(i). ஒரு வருடத்துக்கு செலுத்த வேண்டிய வட்டி
(ii). 2 வருட முடிவில் செலுத்த வேண்டிய மொத்தப்பணம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

(i). ஒரு வருடத்துக்கு செலுத்த வேண்டிய வட்டி = ரூ. x ஆயின்

கடன் (ரூ.)	வட்டி(ரூ.)
100	18
80 000	x

$100 \times x = 80\,000 \times 18$

$\therefore x = \dfrac{80\,0\cancel{00} \times 18}{{}_1\cancel{100}}$

$x = 14\,400$

$= \underline{\underline{\text{ரூ. } 14\,400}}$

(ii). 2 வருட முடிவில் செலுத்த வேண்டிய வட்டி = ரூ. $14\,400 \times 2$
= ரூ. 28 800

∴ மொத்தப்பணம் = 80 000 + 28 800
= ரூ. $\underline{\underline{108\,800}}$

பயிற்சி 10 : 12

(1). ரூ.30 000 கடன் பணத்துக்காக வருடாந்தம் 12% எளிய வட்டி அறவிடப்படுகிறதாயின் ஒரு வருடத்திற்கான வட்டியைக் காண்க.

(2). ரூ.2 500 கடன் பணத்துக்காக வருடாந்தம் 8% எளிய வட்டி அறவிடப்படுகிறதாயின் ஒரு வருடத்திற்கான வட்டியைக் காண்க.

(3). ஒரு நிதி நிறுவனத்திலிருந்து 11% வருட வட்டியில் ரூ. 5000 ஐக் கடனாகப் பெற்ற ஒருவர் ஒரு வருடத்தில் செலுத்த வேண்டிய வட்டியைக் காண்க.

(4). ரூ.75 000 கடன் பணத்துக்கு மாதாந்தம் 5% வட்டி அறவிடப்படுகிறது. ஒரு மாதத்துக்கு செலுத்த வேண்டிய வட்டியைக் காண்க.

(5). ரூ.15 000 கடன் பணத்துக்காக 15 % வருடாந்த எளிய வட்டி அறவிடப்படுகிறது. 2½ வருடங்களின் பின் கடனிலிருந்து விடுபடச் செலுத்த வேண்டிய மொத்தப் பணத்தைக் காண்க.

வெவ்வேறு சிட்டைகள் தயாரித்தல்

உதாரணம்

ஒரு நகரசபை வீடுகளின் நீர்ப் பாவனைக்காக பின்வருமாறு கட்டணம் அறவிடுகிறது.

முதல் 10 அலகுகளுக்கு ரூ. 20 ஆகும்.
10 தொடக்கம் - 15 அலகுகள் வரை - ஒரு அலகுக்கு ரூ.3 வீதம்
15 தொடக்கம் - 20 அலகுகள் வரை - ஒரு அலகுக்கு ரூ.10 வீதம்
20 தொடக்கம் - 25 அலகுகள் வரை - ஒரு அலகுக்கு ரூ.20 வீதம்
25 தொடக்கம் - 30 அலகுகள் வரை - ஒரு அலகுக்கு ரூ.25 வீதம்
30 தொடக்கம் - 50 அலகுகள் வரை - ஒரு அலகுக்கு ரூ.50 வீதம்
50 இலும் கூடிய அலகுகள் - ஒரு அலகுக்கு ரூ.100 வீதம்

மேலதிகமாக நிலையான கட்டணமாக ரூ.50 உம் அறவிடப்படுகிறது. 27 அலகுகள் நீரை நுகரும் ஒரு வீட்டுக்கான சிட்டையைத் தயாரிக்க.

தொகுதி	தொகுதி அலகுகளின் எண்ணிக்கை	தொகுதியின் ஓர் அலகுக்கு கட்டணம்	தொகுதிக்கான கட்டணம் (ரூ)
முதல் 10 அலகுகள்	10	-	20.00
10 - 15 அலகுகள்	5	3.00	15.00
15 - 20 அலகுகள்	5	10.00	50.00
20 - 25 அலகுகள்	5	20.00	100.00
25 - 27 அலகுகள்	2	25.00	50.00
	27		235.00
		நிலையான கட்டணம்	50.00
		மொத்தக் கட்டணம்	285.00

பயிற்சி 10 : 13

மேலேயுள்ள அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ள கட்டணங்களின் படி கீழே தரப்பட்டுள்ள வீடுகளுக்கான நீர்ச்சிட்டைகளைத் தயாரிக்க.

வீடு	A	B	C	D	E
நீர்பாசன பாவனை அலகு	12	23	30	31	60

மேலதிக பயிற்சி

(1). மோட்டார் வாகன இறக்குமதியாளர் ஒருவர் குறித்த ஒரு வாகனத்தை இறக்குமதி செய்வதற்காக ரூ.600 000 ஐ முதலிட்டார். அதனை இறக்குமதி செய்யும் போது ரூ.366 000 தீர்வையாகவும் போக்கு வரத்து மற்றும் வேறு கட்டணங்களாக ரூ.84 000 உம் செலவாகியது.
(i). வாகனத்துக்காக செலவு செய்யப்பட்ட மொத்தத் தொகை யாது?
(ii). அறவிடப்பட்ட தீர்வையின் சதவீதத்தைக் கணிக்க.
(iii). வாகனத்தை அவர் ரூ.1 500 000 இற்கு விற்றார் எனின் பெற்ற இலாபத்தைக் காண்க.

(2). ஒரு வியாபாரியின் வருட வருமானத்தில் முதல் ரூ.300 000 இற்கு வரி விலக்கு உண்டு. அதற்கு மேலதிகமாகப் பெறும் வருமானத்திற்காக வருடாந்தம் அரசுக்கு 10% வரி செலுத்த வேண்டும். வருட வருமானமாக ரூ.650 000 பெறும் ஒருவர் செலுத்த வேண்டிய வரிப்பணத்தைக் காண்க.

(3). ரூபா. 150 000 பெறுமதியுடைய ஒரு வீட்டிற்காக வருடாந்தம் 8% வரி செலுத்த வேண்டும். வீட்டுச் சொந்தக்காரன் மாத வாடகை ரூபா. 3000 இற்கு வீட்டை வாடகைக்கு விடுகிறான். வருடாந்தம் வீட்டின் திருத்த வேலைக்காக ரூ.10 000 செலவாகிறது.
(i). வீட்டுக்காக செலுத்த வேண்டிய வருட வரியைக் காண்க.
(ii). வீட்டை ஒரு வருடத்துக்கு வாடகைக்கு விடுவதன் மூலம் வீட்டுச் சொந்தக்காரன் பெறும் பணத்தைக் காண்க.
(iii). திருத்தச் செலவு, வரி செலுத்துகை என்பவற்றின் பின் வீட்டுச் சொந்தக்காரனுக்கு மீதியாகும் தொகையைக் காண்க.

11. விகிதமும் விகிதசமனும்

ஒரே அலகினால் காட்டப்படும் பல கணியங்களுக்கிடையேயுள்ள எண் ரீதியான தொடர்பு **விகிதம்** எனப்படும் விகிதத்தை எளிய வடிவில் எழுத வேண்டும்.

உதாரணம்

(1). ஒரு சீமெந்துக் கலவைக்காக 4 தாச்சி மண்ணும் 1 தாச்சி சீமெந்தும் பயன்படுத்தப்பட்டது மண், சீமெந்து ஆகியவற்றுக்கிடையிலான விகிதத்தைக் காண்க.

மண், சீமெந்து என்பவற்றுக்கிடையேயுள்ள விகிதம் $= 4 : 1$ இது நாலுக்கு ஒன்று என வாசிக்கப்படும்.

(2). ஒரு புத்தகத்தின் விலை ரூ.20 ஆகும். ஒரு பேனையின் விலை ரூ.12 ஆகும். ஒரு புத்தகத்தின் விலைக்கும் ஒரு பேனையின் விலைக்கும் இடையிலான விகிதத்தைக் காண்க.

ஒரு புத்தகத்தினதும் ஒரு பேனையினதும் விலைகளுக்கிடையிலான விகிதம் $= 20 : 12$

4 ஆல் வகுத்தல் 4 ஆல் வகுத்தல்

இவ்விகிதத்தை எளிய வடிவில் எழுதும்போது $= 5 : 3$

$$\boxed{5 : 3 = \frac{5}{3} \qquad x : y = \frac{x}{y}}$$

பின்னமாக எழுதும் போது $=\frac{5}{3}$

(3). ஒரு வகைப் பானத்தைத் தயாரிப்பதற்கு $1l$ நீருடன் $300ml$ பழச்சாறு கலக்கப்படுகிறது.

(i). நீர், பழச்சாறு என்பவற்றுக்கிடையிலுள்ள விகிதம்

(ii). பழச்சாறு, நீர் என்பவற்றுக்கிடையிலுள்ள விகிதம் என்பவற்றைக் காண்க.

(i). நீர், பழச்சாறு என்பவற்றுக்கிடையிலுள்ள விகிதம் $= 1000 : 300 = 10 : 3$

($1l = 1000ml$ ஒரே அலகில் எடுத்தல்)

(ii). பழச்சாறு, நீர் என்பவற்றுக்கிடையிலுள்ள விகிதம் $= 300 : 1000 = 3 : 10$

பயிற்சி 11 : 1

(1). பின்வரும் அட்டவணையில் உள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

கணியங்கள்	கணியங்களுக் கிடையிலான விகிதம்	எளிய வடிவில்	பின்னமாக
(i). ஒரு புத்தகத்தின் விலை ரூ.20 ஒரு பேனையின் விலைரூ.12	20 : 12	5 : 3	5/3
(ii). சீனி $1kg$, மாவு $600g$	1000 : 600	.... :	....
(iii). ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் $50cm$, அகலம் $30cm$	.... :	.... :	....
(iv). தந்தையின் வயது 48 வருடங்கள், மகனின் வயது......	...... : 16	.... :	....
(v). 30 நிமிடம் 1½ மணித்தியாலம்	30 :	.... :	....
(vi). 18 பெண் பிள்ளைகள்,.... ஆண் பிள்ளைகள்	.... :	.... :	3/4

(2). பின்வரும் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(i). $5 : 3 = 15 : ....$ (ii). .... : 2 = 12 : 8 (iii). 8 : 6 : 4 = ... : .... : ....

(iv). 9 : .... : 3 = 3 : 5 : 1 (v). $\frac{1}{3} : \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \times 6 : \frac{1}{6} \times .... = 2 : ....$

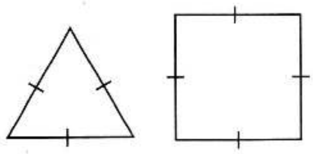
(3). பால் டொபி செய்வதற்கு 250g டின் பாலும் 750g சீனியும் தேவை என்க.
அவை கலக்கப்படும் விகிதத்துக்கேற்ப பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக.

	டின் பாலின் அளவு	சீனியின் அளவு	டின் பால், சீனி என்பவற்றுக்கு இடையிலுள்ள விகிதம்	விகிதம் எளிய வடிவில்
(i).	250g	750g	250 : 750	1 : 3
(ii).	100g	....	100 : 300	1 : 3
(iii).	200g	....	.... :	.... : ....
(iv).	500g	....	.... :	.... : ....
(v).	750g	....	750 : 2250	.... : ....
(vi).	1kg	....	.... :	1 : 3
(vii).	1½kg	....	.... :	.... : ....

(4). ரகுவின் உயரம் 1m 40cm உம் காசிமின் உயரம் 1m உம் ஆகும்.
ரகு, காசிம் ஆகியோரின் உயரங்களுக்கிடையிலான விகிதத்தைக் காண்க.

(5). ஒரு சீமெந்துப் பைக்கற்றில் ஐந்து தாச்சி சீமெந்து உண்டு. 1:4 என்ற விகிதத்தில் கலக்கப்படுகின்ற சீமெந்துக் கலவைக்காக ஒரு பைக்கற் சீமெந்துக்குத் தேவைப்படும் மண் தாச்சிகளின் எண்ணிக்கை யாது?

(6). உருவில் ஒரு பக்க நீளம் x cm ஆகவுள்ள ஒரு முக்கோணியும் ஒரு சதுரமும் காட்டப்பட்டுள்ளன.
இவற்றின் சுற்றளவுகளுக்கிடையிலான விகிதத்தை எழுதுக.
சமபக்க முக்கோணியின் சுற்றளவு 9 cm ஆயின் மேற்படி விகிதத்திலிருந்து சதுரத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.



விகிதத்திற்கு ஏற்ப பங்கிடுதல்

உதாரணம்

(1). ரூ.300 ஐ A, B ஆகியோருக்கிடையில் 2 : 1 என்ற விகிதத்தில் பங்கிடுக.

முறை (i) - விகிதம் A : B = 2 : 1

A இற்குக் கிடைக்கும் அளவு (முழுவதின் பின்னமாக) $= \frac{2}{3}$

$\therefore$ A இற்குக் கிடைக்கும் பணம் $=$ ரூ. $\cancel{300}^{100} \times \frac{2}{\cancel{3}_1}$

$=$ ரூ. 200

B இற்குக் கிடைக்கும் அளவு (முழுவதின் பின்னமாக) $= \frac{1}{3}$

$\therefore$ B இற்குக் கிடைக்கும் பணம் $=$ ரூ.$\cancel{300}^{100} \times \frac{1}{\cancel{3}_1}$

$=$ ரூ. 100

முறை (ii).

$$\begin{array}{ccccc} A & : & B & & \\ 2 & : & 1 & \longrightarrow & 3 \text{ (விகிதத்தின் கணியங்களின் கூட்டுத்தொகை)} \\ \downarrow \times 100 & & \downarrow \times 100 & & \downarrow \times 100 \\ 200 & : & 100 & & 300 \end{array}$$

300 ÷ 3 இன் மூலம் பெருக்க வேண்டிய எண்ணாகிய 100 ஐப் பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

A இற்குக் கிடைக்கும் பணம் = ரூ. 200
B இற்குக் கிடைக்கும் பணம் = ரூ. 100

பயிற்சி 11 : 2

(1). ரூ.800 ஐ கமலா, விமலா ஆகியோரிடையே 5 : 3 என்ற விகிதத்தில் பங்கிட வேண்டும். இதற்கேற்ப பூரணமற்ற ஒரு குறிப்பு தரப்பட்டுள்ளது.

$$\begin{array}{ccccc} \text{கமலா} & & \text{விமலா} & & \\ 5 & : & 3 & \longrightarrow & \boxed{A} \\ \downarrow \boxed{E} & & \downarrow \boxed{C} & & \downarrow \boxed{B} \\ \boxed{F} & & \boxed{D} & & 800 \end{array}$$

(I). A, B, C, D, E, F ஆகிய கட்டங்களை முறையே நிரப்புக.
(ii). B, C, E, ஆகிய கட்டங்களில் வரும் பெறுமானங்கள் பற்றி உமது கருத்தை எழுதுக.
(iii). கமலா, விமலா ஆகியோர் பெறும் பணத்தை வெவ்வேறாகக் காண்க.

(2). ஓர் உரக்கலவையில் தோட்டமண், இரசாயனப் பசளைகள் என்பன 2 : 3 எனும் விகிதத்தில் உள்ளன. $50kg$ உரக்கலவையிலுள்ள தோட்டமண் இரசாயனப் பசளை என்பவற்றின் அளவுகளை வெவ்வேறாகக் காண்க. (உதவி - பின்வரும் குறிப்பை நிரப்புக)

தோட்டமண்		இரசாயனப் பசளைகள்		விகிதத்தில் கணியங்களின் கூட்டுத்தொகை
2	:	3	$\longrightarrow$	$\square$
$\boxed{\times\ }$		$\boxed{\times\ }$		$\boxed{\times\ }$
$\square$		$\square$		$50kg$

(3). ஒரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களின் நீளங்களுக்கிடையிலுள்ள விகிதம் 3 : 4: 5 ஆகும். அதன் சுற்றளவு $36cm$ ஆகும். முக்கோணியின் பக்கங்களின் நீளங்களைத் தனித்தனியே காண்க.

(i). சிறிய பக்கம் முக்கோணியின் சுற்றளவின் என்ன பின்னமாகும்.

(ii). பெரிய பக்கம் முக்கோணியின் சுற்றளவின் என்ன பின்னமாகும்.

(4). ஒரு முக்கோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும். அதன் கோணங்களுக்கிடையிலான விகிதம் 1 : 2 : 3 ஆகும்.

(i) முக்கோணியின் கோணங்களின் பெறுமானங்களை வெவ்வேறாகக் காண்க..

(ii). இம்முக்கோணியின் சிறப்புப் பெயர் என்ன?

(5). ஒரு கொங்கிரீற்றுக் கலவையில் மண், கல், சீமெந்து என்பவற்றுக்கிடையிலுள்ள விகிதம் 3 : 2 : 1 ஆகும். கலவையில் 60 தாச்சிகளைத் தயாரிக்க தேவையான பொருட்களின் அளவை வெவ்வேறாகக் காண்க.

ஒரு விகிதத்தின் ஒரு கணியம் தெரியும் போது மற்றைய கணியத்தைக் காணல்.

உதாரணம்

(1). A , B ஆகியோரிடையே 3 : 5 எனும் விகிதத்தில் ஒரு குறித்த தொகைப் பணத்தைப் பங்கிட்டபோது A பெற்ற தொகை ரூ. 150 ஆகும்.

(i). B பெற்ற தொகை என்ன? (ii). பங்கிட்ட பணம் எவ்வளவு?

முறை I

A	:	B		விகிதத்திலுள்ள கணியங்களின் கூட்டுத்தொகை
3	:	5	$\longrightarrow$	8
$\boxed{\times 50}$		$\boxed{\times 50}$		$\boxed{\times 50}$
ரூ. 150		ரூ. 250		ரூ. 400

(i). B பெற்ற பணம் = ரூ. 250.00

(ii). பங்கிட்ட பணம் = ரூ. 400.00

முறை II

பங்கிட்ட விகிதம் = 3 : 5

A பெற்ற பின்னம் = $\frac{3}{8}$

A பெற்ற பணம் = ரூ. 150

$\therefore$ பணத்தின் $\frac{3}{8}$ = ரூ. 150

(I). B பெற்ற பணம் = ரூ. $150 \times \frac{5}{3}$

= ரூ. 250.00

(ii). பங்கிட்ட பணம் = ரூ. $150 \times \frac{8}{3}$

= ரூ. 400.00

பயிற்சி 11 : 3

(1). சுரேஸ், ரமேஸ் ஆகியோரிடையே 5 : 4 எனும் விகிதத்தில் ஒரு தொகைப் பணத்தைப் பங்கிட்டபோது சுரேஸ் பெற்ற தொகை ரூ. 450 ஆகும்.

(i). ரமேஸ் பெற்ற தொகையையும் பங்கிட்ட தொகையையும் காண்பதற்காக பின்வரும் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

சுரேஸ்		ரமேஸ்		(சுரேஸ் + ரமேஸ்)
5	:	4	$\longrightarrow$	$\square$
$\boxed{\times P}$		$\boxed{\times\ }$		$\boxed{\times\ }$
450		$\square$		$\square$

(உதவி - முதலில் P ஐக் காண்க.)

(i). ரமேஸ் பெற்ற தொகை = ரூ. .... (ii). பங்கிட்ட பணம் = ரூ..................

(2). ஒரு கட்டடத்தின் நீளம், அகலம் என்பவற்றுகிடையிலுள்ள விகிதம் 4 : 1 ஆகும். அதன் நீளம் $20m$ ஆயின் அகலம் யாது?

(3). 22 கரட் தங்கத்திலுள்ள தங்கம், செம்பு ஆகிய திணிவுகளுக்கிடையிலுள்ள விகிதம் 11 : 1 ஆகும். $110g$ தங்கத்துடன் சேர்க்க வேண்டிய செம்பின் நிறையைக் காண்க.

(4). A, B, C என்பன மூன்று பொதிகளாகும். அவற்றின் திணிவுகளுக்கிடையிலுள்ள விகிதம் 2 : 3 : 5 ஆகும். பொதி B இன் திணிவு $750g$ ஆகும்.
(i). பொதி A இன் திணிவு யாது?
(ii). பொதி C இன் திணிவு யாது?
(iii). மூன்று பொதிகளினதும் மொத்தத் திணிவு எத்தனை kg எனக் காண்க.

உதாரணம்

(1). A, B , C ஆகியோரிடையே ஒரு குறித்த தொகைப் பணத்தை 2 : 4 : 7 எனும் விகிதத்தில் பங்கிட்ட போது B ஐ விட ரூ.150 அதிகமாக C பெற்றார். மூவரும் பெற்ற பணத்தை வெவ்வேறாகக் காண்க..

முறை I

A	B	C	(C - B)
2 :	4 :	7 →	(7 - 4) = 3
$\boxed{\times 50}$	$\boxed{\times 50}$	$\boxed{\times 50}$	$\boxed{\times 50}$
$\boxed{ரூ. 100}$	$\boxed{ரூ. 200}$	$\boxed{ரூ. 350}$	$\boxed{ரூ. 150}$

(I). B பெற்ற பணம் = ரூ. 100.00
(ii). பங்கிட்ட பணம் = ரூ. 200.00
(iii). பங்கிட்ட பணம் = ரூ. 350.00

குறிப்பு
B, C என்பவற்றுக்கிடையிலான வித்தியாசம் ரூ.150 ஆகும். இதற்கு உரிய விகிதத்தின் உறுப்புகளுக்கிடையிலுள்ள வித்தியாசம் 3 ஆகும். இதனை 50 ஆல் பெருக்கும் போது 150 கிடைக்கப் பெறும்.
∴ மீதி உறுப்புகளும் 50 ஆல் பெருக்கப்பட்டுள்ளன.

முறை II

மொத்தப் பணத்திலிருந்து B பெற்ற பின்னம் $= \frac{4}{13}$

மொத்தப் பணத்திலிருந்து C பெற்ற பின்னம் $= \frac{7}{13}$

∴ இருவருக்கும் இடையிலான வித்தியாசம் $= \frac{7}{13} - \frac{4}{13}$
$= \frac{3}{13}$

∴ பணத்தின் $\frac{3}{13}$ = ரூ. 150

∴ பங்கிட்ட பணம் = ரூ. 150 × $\frac{13}{3}$
= ரூ. <u>650.00</u>

∴ A பெற்றது = ரூ. 650 × $\frac{2}{13}$
= ரூ. <u>100.00</u>

B பெற்றது = ரூ. 650 × $\frac{4}{13}$
= ரூ. <u>200.00</u>

பயிற்சி 11 : 4

(1). வெரலுக் காய்களைக் கொண்ட ஒரு பொதியை ராணி, மாலா, சீதா ஆகியோரிடையே 5 : 4 : 3 என்ற விகிதத்தில் பங்கிட்டபோது மாலாவை விட சீதாவுக்கு 5 குறைவாகக் கிடைத்தது.
(i). மூவரும் பெற்ற காய்களின் எண்ணிக்கையை வெவ்வேறாகக் காண்க.
(ii). பொதியிலிருந்த காய்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(2). கந்தசாமி, சிவசாமி, ஆறுமுகசாமி ஆகிய விவசாயிகள் ஒரு போகத்தில் பெற்ற அறுவடை முறையே 4 : 7 : 8 என்ற விகிதத்தில் இருந்தது.
(i). கூடிய அறுவடையைப் பெற்றவர் யார்?
(ii). கந்தசாமியை விட 18 புசல் நெல் சிவசாமிக்குக் கிடைத்ததெனின் மூவரின் அறுவடையையும் வெவ்வேறாகக் காண்க.

(3). ஒரு முக்கோணியின் மூன்று கோணங்களினதும் பெறுமானங்களுக்கிடையிலான விகிதம் 2 : 3 : 4 ஆகும். பெரிய கோணத்தினதும் சிறிய கோணத்தினதும் பெறுமானங்களுக்கிடையிலான வித்தியாசம் 40^0 ஆகும். ஒவ்வொரு கோணத்தின் பெறுமானத்தையும் வெவ்வேறாகக் காண்க.

கூட்டு விகிதங்கள்

உதாரணம்

(1). P : Q = 4 : 5 உம் P : R = 6 : 5 உம் ஆயின் P, Q, R என்பவற்றுக்கிடையிலுள்ள விகிதத்தைக் காண்க.

$$\begin{array}{ccc|ccc} \boxed{P} & : & Q & \boxed{P} & : & R \\ 4 & : & 5 & 6 & : & 5 \\ \downarrow\times 3 & & \downarrow\times 3 & \downarrow\times 2 & & \downarrow\times 2 \\ 12 & & 15 & 12 & & 10 \end{array}$$

இங்கு பொதுக் கணியம் P ஆகும். அதற்கு ஒத்த பெறுமானங்களாகிய 4,6 என்பவற்றின் பொ.ம.சி 12 என்பதால் P இன் பெறுமானத்தை 12 என ஒழுங்கமைக்க வேண்டும்.

$\therefore$ P : Q : R = 12 : 15 : 10

(2). A : B = 2 : 3 , B : C = 6 : 5 ஆகுமாறு ரூ.450 A, B, C ஆகிய மூவரிடையே பகிர்ந்தளிக்கப்பட்டது.

(i). A : B : C ஐக் காண்க.

(ii). A, B , C ஆகியோருக்குக்கிடைத்த பணத்தை வெவ்வேறாகக் காண்க.

$$\begin{array}{cc|cc} A & B & B & C \\ 2 & 3 & 6 & 5 \\ \downarrow\times 2 & \downarrow\times 2 & \downarrow & \downarrow \\ 4 & 6 & 6 & 5 \end{array}$$

இங்கு இரு சந்தர்ப்பங்களுக்கும் பொதுவான B இன் பெறுமானம் சமப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

(i). $\therefore$ A : B : C = 4 : 6 : 5

(ii).

$$\begin{array}{ccccccc} A & : & B & : & C & & (A+B+C) \\ 4 & : & 6 & : & 5 & & 15 \\ \downarrow\times 30 & & \downarrow\times 30 & & \downarrow\times 30 & & \downarrow\times 30 \\ \text{ரூ.}120 & & \text{ரூ.}180 & & \text{ரூ.}150 & & \text{ரூ.}450 \text{ (மொத்தப் பணம்)} \end{array}$$

A பெற்ற பணம் = ரூ. 120

B பெற்ற பணம் = ரூ. 180

C பெற்ற பணம் = ரூ. 150

பயிற்சி 11 : 5

(1). A : B = 5 : 3, A : C = 3 : 4 ஆயின் A : B : C ஐக் காண்க.

(2). X : Z = 5 : 3 , Y : Z = 3 : 2 ஆயின் X : Y : Z ஐக் காண்க.

(3). PQR ஒரு முக்கோணி ஆகும். $\hat{P} : \hat{Q} = 2 : 3$, $\hat{P} : \hat{R} = 1 : 2$ ஆயின்

(i). $\hat{P}, \hat{Q}, \hat{R}$ என்பவற்றுக்கிடையிலுள்ள விகிதத்தைக் காண்க.

(ii). ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

விகிதமும் ஒருமை விகிதமும்

ஒன்றுக்கொன்று வேறுபட்ட அலகுகளைக் கொண்ட இரு கணியங்களுக்கிடையிலான எண் ரீதியான தொடர்பு விகிதம் எனப்படும்.

உதாரணம்

(1).

(i). 3 மீற்றர் சீத்தையின் விலை ரூ.180 ஆகும். இதனை $3m \rightarrow$ ரூ. 180 என எழுதலாம்.

(ii). ஒரு அமெரிக்க டொலர் $\rightarrow$ ரூ.110 ஆகும்.

(iii). ஒரு வாகனத்தின் வேகம் மணிக்கு 60 கிலோமீற்றராகும்.

1 மணி $\rightarrow$ $60km$

(iv). 5 நிமிடங்களில் 500 சொற்களைத் தட்டச்சு செய்வர்

5 நிமிடம் $\rightarrow$ 500 சொற்கள்

ஒரு கணியத்தின் பெறுமானம் 1 ஆகவுள்ள விகிதம் ஒருமை விகிதமாகும்.

மேலே (ii) , (iii) என்பன ஒருமை விகிதங்களாகும். (i) , (iv) என்பன ஒருமை விகிதங்கள் அல்ல.

(2). 5 புத்தகங்களின் விலை ரூ.60 ஆகும். இதனை
(i). ஒருமை விகிதமாக எழுதுக. (ii). அதிலிருந்து 3 புத்தகங்களின் விலையைக் காண்க.

(i). 5 புத்தகங்கள் $\rightarrow$ ரூ. 60.00

1 புத்தகம் $\rightarrow$ ரூ. $\frac{60}{5}$

1 புத்தகம் $\rightarrow$ ரூ.12.00

(ii). 3 புத்தகங்களின் விலை = ரூ. 12×3
= ரூ. 36.00

இம்முறையில் தீர்த்தலை ஒருமை முறையில் தீர்த்தல் என்போம்.

பயிற்சி 11 : 6

(1). பின்வரும் பிரசினங்களை ஒருமை முறையில் தீர்க்க.

(i). $2kg$ பருப்பின் விலை ரூ.300.00 ஆகும். $5\ kg$ பருப்பின் விலையைக் காண்க.

(ii). 4 மாங்காய்களின் விலை ரூ.60.00 ஆகும். 7 மாங்காய்களின் விலையைக் காண்க.

(iii). ஓர் இயந்திரத்திலிருந்து 4 நிமிடங்களில் 20 உருப்படிகள் வெளியாகும். 30 நிமிடங்களில் வெளியாகும் உருப்படிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(iv). ஒரு வாகனம் மாறா வேகத்தில் 3 மணித்தியாலங்களில் $60km$ தூரத்தைக் கடக்கும். வாகனத்தின் வேகத்தைக் காண்க.

(v). $1\frac{1}{2}kg$ சீனியின் விலை ரூ. 147ஆயின் $2kg$ சீனியின் விலையைக் காண்க.

விகிதசமன்

உதாரணம்

(1). $8 : 5 = x : 10$ எனும் விகித சமனில் x இன் பெறுமானம் காண்க.

$8 : 5 = x : 10$

இதனை பின்னமாக எழுதும்போது

$$\frac{8}{5} = \frac{x}{10}$$

$$5 \times x = 8 \times 10$$

$$5x = \frac{8 \times 10}{5}$$

$$x = 16$$

அல்லது

$$\frac{8}{5} \overset{\times 2}{=} \frac{x}{10}$$

$$x = 16$$

(2). இரண்டு பிள்ளைகளின் நிறைகளுக்கிடையிலான விகிதம் 4 : 5 ஆகும். முதலாவது பிள்ளையின் நிறை $32kg$ ஆகும். இத்தகவல்கள் அடங்கிய விகித சமனை எழுதி அதிலிருந்து இரண்டாவது பிள்ளையின் நிறையைக் காண்க. இரண்டாவது பிள்ளையின் நிறை $x\ kg$ ஆயின் விகிதசமன்

$$4 : 5 = 32 : x$$

$$\frac{4}{5} = \frac{32}{x}$$

$$4x = 160$$

$$x = 40$$

இரண்டாவது பிள்ளையின் நிறை $= 40kg$

$$\boxed{\begin{array}{l} a : b = \frac{a}{b} \\ 8 : 5 = \frac{8}{5} \end{array}}$$

பயிற்சி 11 : 7

(1). பின்வரும் விகித சமன்களில் தரப்பட்டுள்ள x இன் பெறுமானம் காண்க.
(i). $8 : x = 120 : 45$ (ii). $7 : 4 = 35 : x$ (iii). $30 : 21 = x : 7$

(2). இரண்டு மரக்கீலங்களின் நீளங்களுக்கிடையிலான விகிதம் 9 : 5 ஆகும். சிறிய மரக்கீலத்தின் நீளம் 40cm ஆயின் மற்றைய கீலத்தின் நீளத்தைக் காண்க. (உதவி :- பெரிய கீலத்தின் நீளத்தை x என்க.)

நேர்விகித சமன்

புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை	விலை
1	ரூ. 12.00
2	ரூ. 24.00
3	ரூ. 36.00
4	ரூ. 48.00
5	ரூ. 60.00

அட்டவணையின் படி புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் போது விலையும் அதற்கு ஒத்ததாக அதிகரிக்கிறது. புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை குறையும் போது ஒத்ததாக விலையும் குறைகிறது. அப்போது இரு புத்தக எண்ணிக்கைகளுக்கிடையிலான விகிதம் அதற்கொத்த இரு விலைகளுக்கிடையிலான விகிதத்துக்குச் சமனாகும். இவ்வாறான விகித சமன் நேர் விகித சமன் எனப்படும்.

உ-ம்:- இரண்டு புத்தக எண்ணிக்கைகளுக்கிடையிலான விகிதம் $= 2 : 4 = 1 : 2$

ஒத்த விலைகளுக்கிடையிலான விகிதம் $= 24 : 48 = 1 : 2$

$\therefore$ இரண்டு விகிதங்களும் சமனாகும். புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை, விலை ஆகியவற்றுக்கிடையில் நேர் விகித சமன் உண்டு.

உதாரணம்

(1). 5 மாங்காய்களின் விலை ரூ.75 ஆகும். இவ்வாறான 7 மாங்காய்களின் விலையைக் காண்க.

7 மாங்காய்களின் விலை ரூ. x என்போம்.

அப்போது, மாங்காய்களின் எண்ணிக்கை விலை (ரூ.)

$$\begin{array}{cc} 5 & 75 \\ 7 & x \end{array}$$

$$5 : 7 = 75 : x$$

$$\frac{5}{7} = \frac{75}{x}$$

$$5x = 75 \times 7$$

$$x = \frac{\cancel{75}^{15} \times 7}{\cancel{5}_1}$$

$$= 105$$

மாங்காய்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் போது விலையும் அதிகரிப்பதால் இது நேர்விகித சமனாகும். இவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களில் பின்வருமாறு இலகுவாக தொடர்பைப் பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

$$\left.\begin{array}{cc} 5 & 75 \\ 7 & x \end{array}\right\} \rightarrow \frac{75 \times 7}{5}$$

$\therefore$ 7 மாங்காய்களின் விலைரூ.105.00 (இதனை ஒருமை முறையிலும் தீர்க்கலாம்.)

பயிற்சி 11 : 8

(1). நேர்விகித சமனை எழுதி பின்வரும் பிரசினங்களைத் தீர்க்க.

(i). 3 தேயிலைப் பைக்கற்றுகளின் விலை ரூ.120.00 ஆகும். இவ்வாறான 8 பைக்கற்றுகளின் விலையைக் காண்க.

(ii). 5 பேனைகளின் விலை ரூ.95.00 ஆகும். அவ்வாறான 12 பேனைகளின் விலையைக் காண்க.

(iii). 4 பெட்டிகளின் திணிவு 500g ஆகும். அவ்வாறான 12 பெட்டிகளின் திணிவைக் காண்க.

நேர்மாறு விகிதசமன்

நேர்மாறாக விகித சமனாகும் கணியங்களில் ஒரு கணியம் அதிகரிக்கும் போது மற்றைய கணியம் குறையும். நேர்மாறு விகித சமனை அறிந்து கொள்ள இப்பண்பு பயன்படுத்தப்படுகிறது.

உதாரணம்

இங்கு மனிதரின் எண்ணிக்கை குறைந்துள்ளது. அப்போது அவ் வேலைக்கு எடுக்கும் காலம் அதிகரிக்கும். எனவே இது நேர்மாறு விகித சமனாகும்.

(1). 5 மனிதர் ஒரு வேலையை முடிப்பதற்கு 8 நாட்கள் எடுப்பர்.

4 மனிதர் இவ்வேலையை முடிக்க எடுக்கும் காலத்தைக் காண்க.

மனிதர்களின் எண்ணிக்கை காலம் (நாட்கள்)

$$\begin{array}{cc} 5 & 8 \\ 4 & x \end{array}$$

இது நேர்மாறு விகித சமனாகும்.

நேர்மாறு விகித சமனில் மனிதருக்கிடையிலுள்ள விகிதத்தையும் எடுக்கும் காலத்தின் ஒத்த பெறுமானங்களையும் மாற்றி எழுதி சமப்படுதலாம்.

அதாவது $5 : 4 = x : 8$ ஆகும்.

$$\frac{5}{4} = \frac{x}{8}$$

$$4 \times x = 5 \times 8$$

$$x = \frac{8 \times 5}{4}$$

$$x = 10$$

அல்லது

மனிதர்கள் காலம் (நாட்கள்)

$$5 \xrightarrow{\times} 8$$

$$4 \xrightarrow{\times} x$$

$$4 \times x = 5 \times 8$$

$$x = \frac{8 \times 5}{4}$$

$$x = \underline{\underline{10}}$$

நேர்விகித சமனில் அம்புக்குறி இட்ட விதத்தையும் நேர்மாறு விகித சமனில் அம்புக்குறி இட்ட விதத்தையும் ஒப்பிடுக.

$\therefore$ 4 மனிதருக்கு எடுக்கும் காலம் $\underline{\underline{10}}$ நாட்கள் ஆகும்.

(2). மணிக்கு 40 கிலோமீற்றர் வேகத்தில் குறித்த ஒரு தூரத்தைக் கடக்க 3 மணி நேரம் எடுக்கிறது. 2 மணி நேரத்தில் அப்பயணத்தை முடிக்க செல்ல வேண்டிய வேகத்தைக் காண்க.

வேகம்	நேரம்
40	3
x	2

$$40 : x = 2 : 3$$

$$\frac{40}{x} = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{40 \times 3}{2}$$

$$\underline{\underline{x = 60}}$$

இங்கு நேரம் 3 மணித்தியாலத்திலிருந்து 2 மணித்தியாலம் வரை குறைந்துள்ளது. எனவே வேகத்தை அதிகரிக்க வேண்டும்.
$\therefore$ நேர்மாறு விகிதம் உள்ளது.

$\therefore$ செல்ல வேண்டிய வேகம் $\underline{\underline{60kmh^{-1}}}$

பயிற்சி 11 : 9

(1). 15 மனிதர் 4 நாட்களில் ஒரு வேலையை முடிப்பர்.

(i). ஒரு மனிதனுக்கு எடுக்கும் நாட்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(ii). இவ்வேலையை 20 மனிதர் எத்தனை நாட்களில் முடிப்பர்?

(2). $45kmh^{-1}$ வேகத்தில் பயணம் செய்யும் ஒரு மோட்டார் வாகனம் 2 மணித்தியாலங்களில் பயணத்தை முடிக்கலாம். $30kmh^{-1}$ வேகத்தில் அப்பயணத்தை முடிக்க எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

(3). இராணுவ பாசறை ஒன்றில் 500 படை வீரர்களுக்கு 30 நாட்களுக்குப் போதுமான உணவு உண்டு அப்பாசறைக்கு மேலும் 100 படை வீரர்கள் சேரும் போது அவ்வுணவு எத்தனை நாட்களுக்குப் போதுமானது?

மேலதிகப் பயிற்சி

(1). குறித்த ஒரு வகை உணவுக்காக கலவையைத் தயாரிப்பதற்காக அரிசிமா **500***g*, சீனி 750*g*, தேங்காய் **200***g* கலக்கப்படுகின்றது.

(i). அரிசி மா, சீனி, தேங்காய் என்பவற்றுக்கிடையிலான விகிதத்தை எளிய வடிவில் தருக.

(ii). $1kg$ அரிசி மாவுக்காக கலக்கப்பட வேண்டிய தேங்காயின் அளவு என்ன?

(iii). $1kg$ அரிசி மாவினால் செய்யப்பட்ட கலவையின் மொத்த நிறையைக் காண்க.

(2). செவ்வக வடிவிலான ஒரு காணியின் நீளம், அகலம் என்பவற்றுக்கிடையிலான விகிதம் 5 : 3 ஆகும். அதன் சுற்றளவு $320m$ ஆகும். காணியின் நீளம், அகலம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

(3). முக்கோணி ABC இல் கோணங்களுக்கிடையிலான விகிதம் 4 : 5 : 3 ஆகும். முக்கோணியின் ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(4). A, B, C ஆகிய மூன்று பொதிகளின் திணிவுகளுக்கிடையிலான விகிதம் 2. : 5 : 3 ஆகும்.

(i). கூடிய திணிவுடைய பொதி யாது?

(ii). 3 பொதிகளினதும் மொத்த திணிவு $2kg$ ஆயின் ஒவ்வொரு பொதியினதும் திணிவுகளை வெவ்வேறாகக் காண்க.

(iii). ஒவ்வொரு பொதிக்கும் $200g$ வீதம் சேர்க்கப்பட்டால் மூன்று பொதிகளிலுமுள்ள திணிவுகளுக்கிடையிலான விகிதத்தைக் காண்க.

(5). நேசன் ரூ.70 000 ஐ முதலிட்டு ஒரு தொழிலைத் தொடங்கினான். 5 மாதங்களின் பின்னர் கணேஸ், ராகுல் ஆகியோர் முறையே ரூ.80 000, ரூ.60 000 வீதம் முதலிட்டு மேற்படி தொழிலில் இணைந்து கொண்டனர். ஒரு வருட முடிவில் கிடைத்த இலாபம் ரூபா. 104 000 ஆகும்.

(i). இம்மூவரிடையே இலாபம் பங்கிடப்பட வேண்டிய விகிதத்தைக் காண்க.

(ii). ஒவ்வொருவருக்கும் கிடைக்க வேண்டிய இலாபத்தைக் காண்க.

12. அளவியல்

சுற்றளவு

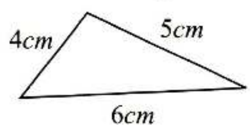
சுற்றளவு என்பது ஒரு மூடிய தள உருவில் சுற்றியுள்ள தூரமாகும்.

ஒரு முக்கோணியின் சுற்றளவு

உதாரணம்

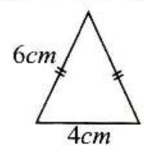
(1).

(i). சமனில்பக்க முக்கோணி



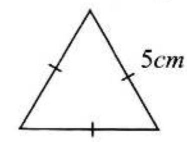
சுற்றளவு $= 6cm + 5cm + 4cm$
$= \underline{15cm}$

(ii). இருசமபக்க முக்கோணி



சுற்றளவு $= 6cm + 6cm + 4cm$
$= \underline{16cm}$

(iii). சமபக்க முக்கோணி



சுற்றளவு $= 5cm + 5cm + 5cm$
$= \underline{15cm}$

(2). $20cm$ சுற்றளவுடைய ஒரு முக்கோணியில் இரண்டு பக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை $15cm$ ஆகும். எஞ்சிய பக்கத்தின் நீளத்தைக் காண்க.

முக்கோணியின் சுற்றளவு $= 20cm$

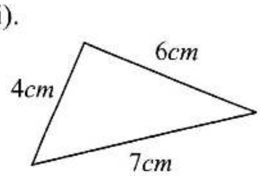
இரு பக்கங்களின் நீளங்களின் கூட்டுத்தொகை $= 15cm$

$\therefore$ எஞ்சிய பக்கத்தின் நீளம் $= 20cm - 15cm = \underline{5cm}$

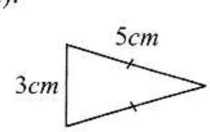
பயிற்சி 12 : 1

(1). பின்வரும் முக்கோணிகளின் சுற்றளவைக் காண்க.

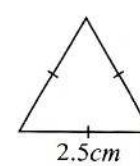
(i).



(ii).



(iii).



(2). ஒரு பக்க நீளம் $3.5cm$ ஆகவுள்ள ஒரு சமபக்க முக்கோணியின் சுற்றளவைக் காண்க.

(3). இருசமபக்க முக்கோணி ABC இல் $AB = BC = 8cm$ உம் அதன் சுற்றளவு $20cm$ உம் ஆகும். பருமட்டான உருவம் வரைந்து அதன் பக்கங்களில் நீளங்களைக் குறிக்க. AC இன் நீளத்தைக் காண்க.

(4). $8cm$, $10cm$, $6cm$ நீளங்களையுடைய ஒரு முக்கோணியின் சுற்றளவைக் காண்க.

(5). $21cm$ சுற்றளவுடைய ஒரு சமபக்க முக்கோணியில் ஒரு பக்க நீளத்தைக் காண்க.

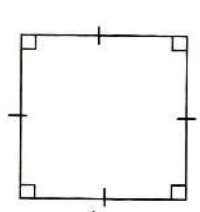
(6). ஒரு பக்க நீளம் a அலகுகளுடைய ஒரு சமபக்க முக்கோணியின் சுற்றளவை a இன் சார்பில் எழுதுக.

சதுரம், செவ்வகம் ஆகியவற்றின் சுற்றளவு

உதாரணம்

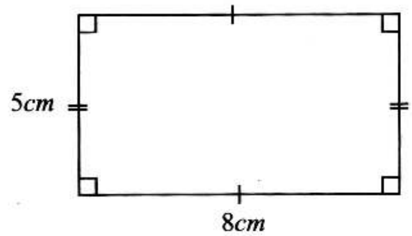
(1).

(i). சதுரம்



சுற்றளவு $= 4cm + 4cm + 4cm + 4cm$
$= 4 \times 4cm$
$= \underline{16cm}$

(ii). செவ்வகம்



சுற்றளவு $= 5cm + 8cm + 5cm + 8cm$
$= 2(5cm + 8cm)$
$= 2 \times 13cm$
$= \underline{\underline{26cm}}$

(2).

(i). $24cm$ சுற்றளவுடைய ஒரு சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளத்தைக் காண்க.

ஒரு பக்க நீளம் $= \frac{24}{4}\ cm$

$= \underline{\underline{6cm}}$

(ii). $20cm$ சுற்றளவையும் $8cm$ நீளத்தையுமுடைய ஒரு செவ்வகத்தின் அகலத்தைக் காண்க.

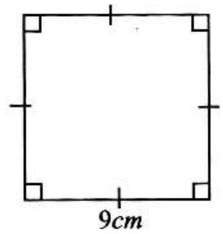
இரண்டு நீளப் பக்கங்கள் $= 8cm \times 2 = 16cm$

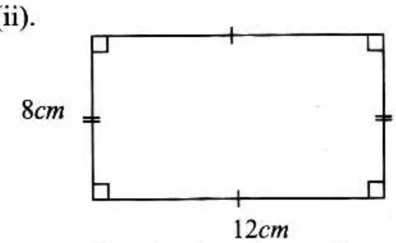
$\therefore$ இரண்டு அகலப் பக்கங்கள் $= 20cm - 16cm = 4cm$

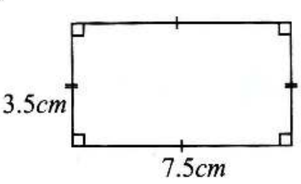
$\therefore$ அகலம் $= \underline{\underline{2cm}}$

பயிற்சி 12 : 2

(1). பின்வரும் உருவங்களின் சுற்றளவைக் காண்க.

(i). 

(ii). 

(iii). 

(2). $20cm$ சுற்றளவுடைய ஒரு சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளத்தைக் காண்க.

(3). $12cm$ நீளமும் $9cm$ அகலமும் உடைய ஒரு செவ்வகத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

(4). செவ்வக வடிவிலான ஒரு பாடசாலைக் கட்டடத்தின் நீளம் $30m$ உம் அகலம் $8m$ உம் ஆகும். கட்டடத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

(5). செவ்வக வடிவிலான ஒரு புத்தகத்தின் முதல் பக்கத்தின் அகலம் $15cm$ ஆகும் அதன் சுற்றளவு $70cm$ ஆயின் நீளத்தைக் காண்க.

(6). நீளம் x அலகுகளும் அகலம் y அலகுகளுமுடைய ஒரு செவ்வகத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

(7). அகலம் x அலகுகளும் நீளம் அதன் இரு மடங்காகவுமுள்ள செவ்வகத்தின்

(i). நீளத்தை x இல் தருக.

(ii). சுற்றளவை x இல் தருக.

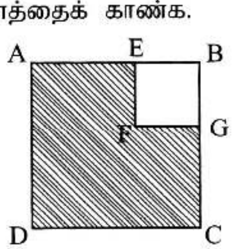
(8). அகலத்தைப்போல் மூன்று மடங்கு நீளமுடைய ஒரு செவ்வகத்தின் சுற்றளவு $120m$ ஆயின் அதன் நீளம், அகலம் என்பவற்றைக் காண்க.

(9). $50m$ நீளமும் $40m$ அகலமுமுடைய ஒரு செவ்வக வடிவக் காணியைச் சுற்றி 4 நிரைகள் கம்பி அடிக்க வேண்டி இருந்தது

(i). காணியைச் சுற்றி ஒரு நிரைக் கம்பி அடிக்கத் தேவையான கம்பியின் நீளத்தைக் காண்க.

(ii). 4 நிரைகளுக்கும் தேவையான கம்பியின் நீளத்தைக் காண்க.

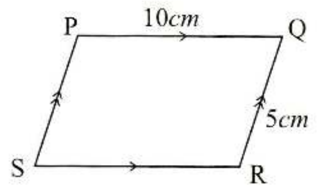
(10). உருவில் $10cm$ பக்கமுடைய சதுரவடிவிலான ஒரு கடதாசி காட்டப்பட்டுள்ளது. நிழற்றிய பகுதி எஞ்சி நிற்குமாறு உருவிலுள்ளவாறு $3cm$ பக்கமுடைய ஒரு சதுரவடிவிலான பகுதி வெட்டி அகற்றப்பட்டுள்ளது. நிழற்றிய பகுதியின் சுற்றளவைக் காண்க.



இணைகரத்தின் சுற்றளவு

எதிர்ப் பக்கங்கள் சமாந்தரமாக உள்ள நாற்பக்கல் இணைகரம் எனப்படும். எல்லாப் பக்கங்களும் சமனாகவுள்ள உச்சிக் கோணங்கள் செங்கோணங்கள் அல்லாத நாற்பக்கல் சாய்சதுரம் எனப்படும்.

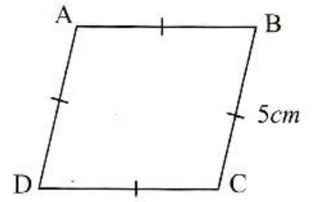
உதாரணம்



இணைகரம் $PQRS$ இன்

சுற்றளவு $= 2(10cm + 5cm)$

$= \underline{\underline{30cm}}$



இணைகரம் $ABCD$ இன்

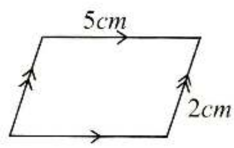
சுற்றளவு $= 5cm + 5cm + 5cm + 5cm$

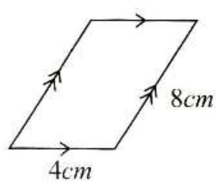
$= 5cm \times 4$

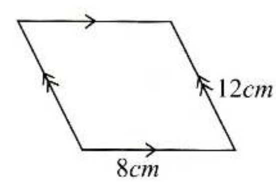
$= \underline{\underline{20cm}}$

பயிற்சி 12 : 3

(1). பின்வரும் இணைகரங்களின் சுற்றளவுகளைக் காண்க.





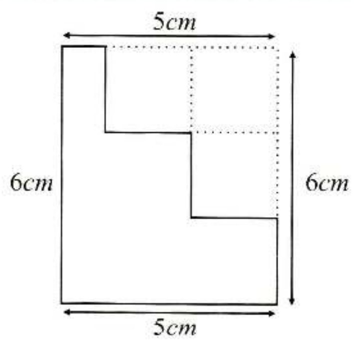


(2). பின்வரும் அளவுகளையுடைய சாய்சதுரங்களின் சுற்றளவுகளைக் காண்க.

(i). ஒரு பக்க நீளம் $10cm$ (ii). ஒரு பக்க நீளம் $9cm$ (iii). ஒரு பக்க நீளம் $8cm$

(3). ஒரு சாய்சதுரத்தின் சுற்றளவு $120cm$ ஆயின் அதன் ஒரு பக்க நீளத்தைக் காண்க.

கூட்டுத்தள உருவங்களின் சுற்றளவு



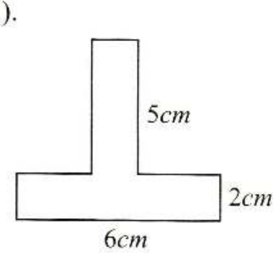
சுற்றளவு $= 6cm + 6cm + 5cm + 5cm$

$= \underline{\underline{22cm}}$

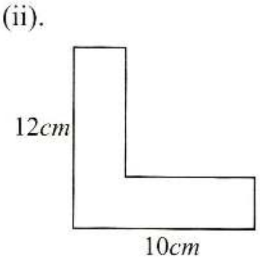
பயிற்சி 12 : 4

(1). பின்வரும் கூட்டுத்தள உருவங்களின் சுற்றளவைக் காண்க.

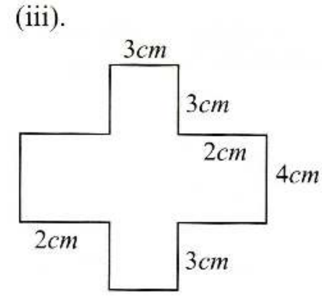
(i).



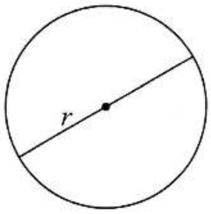
(ii).



(iii).



ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவு



வட்டத்தின் ஆரை $= r$

வட்டத்தின் விட்டம் $d = 2r$

சுற்றளவு $C = \pi \times$ விட்டம் என்பதால்

$= \pi \times d$

$= \pi d$

$= \pi \times 2r$

$= 2\pi r$

சுற்றளவு $C = \pi d$
சுற்றளவு $C = 2\pi r$

உதாரணம்

(1). $21cm$ விட்டமுடைய வட்டத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

சுற்றளவு $C = \pi d$

சுற்றளவு $= \frac{22}{7} \times 21cm$

$= \underline{\underline{66cm}}$

(2). $14cm$ ஆரையுடைய ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

சுற்றளவு $C = 2\pi r$

சுற்றளவு $= 2 \times \frac{22}{7} \times 14cm$

$= \underline{\underline{88cm}}$

(3). $44m$ சுற்றளவுடைய வட்டவடிவான பூப்பாத்தி ஒன்றின் ஆரையைக் காண்க.

சுற்றளவு $= 44m$, ஆரையை r என்போம்

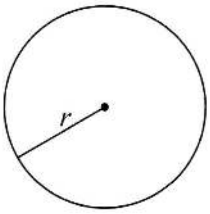
$\therefore$ சுற்றளவு $C = 2\pi r$

அப்போது $2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$

$\frac{44}{7} r = 44$

$r = \frac{\cancel{44}^{1}}{{}_{1}\cancel{44}} \times 7$

$= 7$ $\therefore$ ஆரை $= \underline{\underline{7m}}$



$C = 44m$

பயிற்சி 12 : 5

(1). பின்வரும் விட்டங்களையுடைய வட்டங்களின் சுற்றளவைக் காண்க.

(i). $14cm$ (ii). $28cm$ (iii). $10.5cm$ (iv). $0.7cm$

(2). பின்வரும் ஆரைகளையுடைய வட்டங்களின் சுற்றளவைக் காண்க.

(i). $14cm$ (ii). $21m$ (iii). $10.5cm$ (iv). $1.4cm$ (v). $0.7cm$

(3). பின்வரும் சுற்றளவுகளையுடைய வட்டங்களின் ஆரையைக் காண்க.

(i). $88cm$ (ii). $110m$ (iii). $77cm$ (iv). $4.4m$

ஓர் ஆரைச் சிறையின் சுற்றளவு

வில்லின் நீளம் $= \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

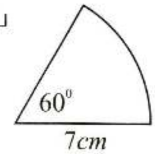
$\therefore$ சுற்றளவு $=$ வில்லின் நீளம் $+ 2r$

உதாரணம்

(1). உருவில் 60^{0} கோணத்தையுடைய $7cm$ ஆரையுடைய ஓர் ஆரைச்சிறை காட்டப்பட்டுள்ளது.

(i). வில்லின் நீளத்தைக் காண்க.

(ii). ஆரைச்சிறையின் சுற்றளவைக் காண்க.



(i). வில்லின் நீளம்

$$= \text{வட்டத்தின் சுற்றளவின் } \frac{60^{0}}{360^{0}}$$

$$= 2 \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \cancel{7} \times \frac{\cancel{60^{0}}^{1}}{\cancel{360^{0}}_{\cancel{6}\,3}} \; cm$$

$$= \frac{22}{3} \, cm$$

$$= 7\frac{1}{3} \; cm$$

(ii). ஆரைச்சிறையின் சுற்றளவு

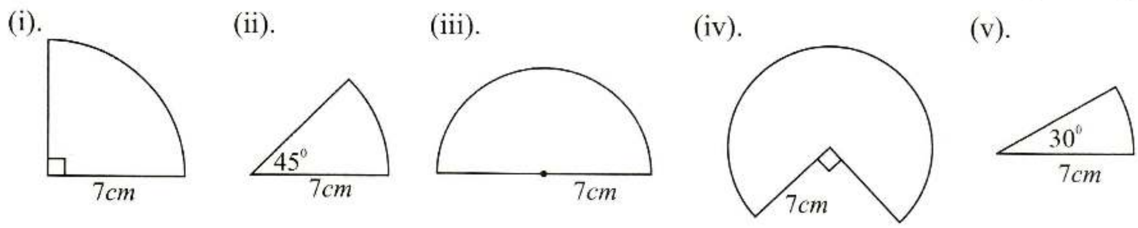
$$= \text{வில்லின் நீளம்} + 2r$$

$$= 7\frac{1}{3} \, cm + 7cm + 7cm$$

$$= 21\frac{1}{3} \, cm$$

பயிற்சி 12 : 6

(1). பின்வரும் (i) முதல் (v) வரையிலான உருவங்களிலிருந்து கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.



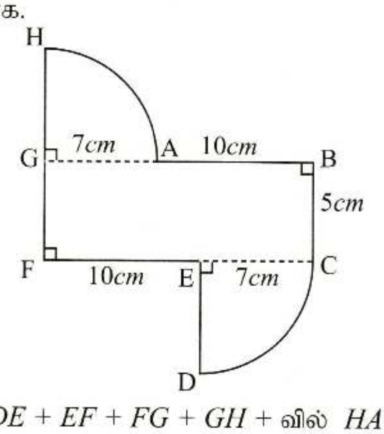
உருவின் எண்	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)
ஆரைச் சிறையின் கோணம்	90^{0}				
வட்டத்தின் சுற்றளவின் ஆரைச் சிறையின் விற்பகுதியின் நீளத்துக்கான பின்னம்.	$\frac{90^{0}}{360^{0}} = \frac{1}{4}$				

(2). மேலே (i) முதல் (v) வரையிலான உருவங்களிலுள்ள ஆரைச் சிறைகளின்
    (a) வில்லின் நீளம்   (b) சுற்றளவு என்பவற்றைக் காண்க.

ஆரைச் சிறைகள் உட்பட்ட கூட்டுத்தள உருவங்களின் சுற்றளவு

உதாரணம்

(1). உருவில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கு ஏற்ப அதன் சுற்றளவைக் காண்க.



ஆரைச் சிறைகளின் ஆரை $= 7cm$

ஆரைச் சிறைகளின் கோணம் $= 90^{0}$

$\therefore$ ஒரு ஆரைச்சிறையின் விற்பகுதியின் நீளம் $= \cancel{2}^{1} \times \frac{\cancel{22}^{11}}{\cancel{7}_{1}} \times \cancel{7}^{1} \times \frac{\cancel{90}^{1}}{\cancel{360}_{\cancel{4}\,\cancel{2}\,1}} \; cm$

$= 11cm$

$\therefore$ உருவின் சுற்றளவு $= AB + BC + \text{வில் } CD + DE + EF + FG + GH + \text{வில் } HA$

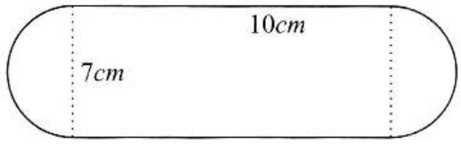
$= 10cm + 5cm + 11cm + 7cm + 10cm + 5cm + 7cm + 11cm$

$= \underline{66cm}$

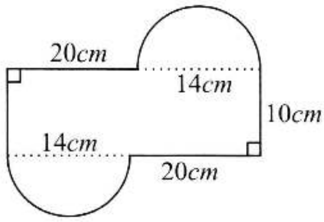
பயிற்சி 12 : 7

(1). பின்வரும் கூட்டு உருவங்களின் சுற்றளவுகளைக் காண்க.
எல்லா உருவங்களிலும் அரைவட்ட வடிவான பகுதிகளே இணைந்துள்ளன.

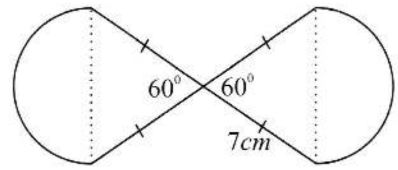
(i).



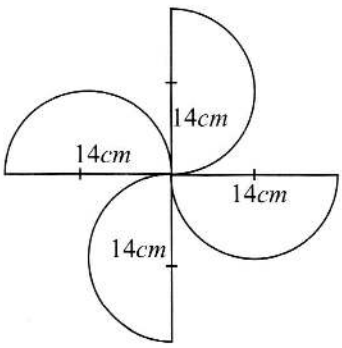
(ii).



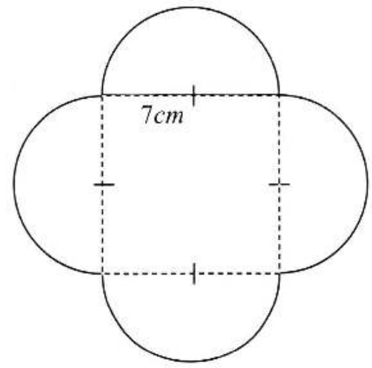
(iii).



(iv).

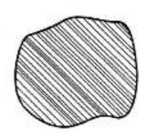


(v).

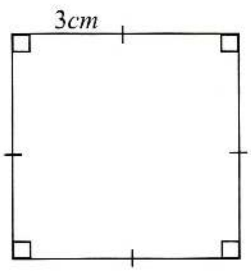


பரப்பளவு

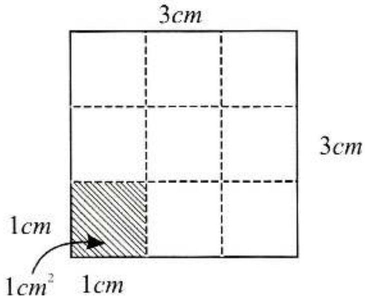
ஒரு மேற்பரப்பிலுள்ள இடத்தின் அளவு பரப்பளவு எனப்படும்



ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவு



ஒரு பக்க நீளம் $3cm$ ஆகவுள்ள ஒரு சதுரம் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. சதுரத்தினால் சூழப்பட்டுள்ள இடத்தின் அளவு அதன் பரப்பளவாகும்.



சதுரத்தை $1cm$ பக்க நீளமுடைய சதுரங்களாகப் பிரிக்கும் போது ஒரு சதுர சென்ரிமீற்றர் பரப்பளவுடைய 9 சிறிய சதுரங்கள் கிடைக்கும். அப்போது சதுரத்தின் பரப்பளவு 9 சதுர சென்ரிமீற்றர்களாகும். அது $\mathbf{9cm^2}$ என எழுதப்படும்.
சதுரத்தின் பரப்பளவு அதன் பக்க நீளங்களிலிருந்து
$3cm \times 3cm = 9cm^2$ எனக் கிடைக்கும்.

இதன் படி,

ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவு = (ஒரு பக்க நீளம்)^2 ஆகும்.

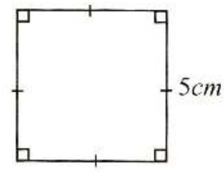
உதாரணம்

(1). உருவில் தரப்பட்டுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

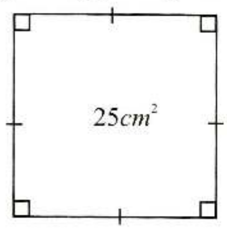
சதுரத்தின் பரப்பளவு $= (5cm)^2$

$= 5cm \times 5cm$

$= \underline{\underline{25cm^2}}$



(2). உருவில் தரப்பட்டுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு $25cm^2$ ஆகும். இதன் ஒரு பக்க நீளத்தைக் காண்க.



சதுரத்தின் நீளம் x என்போம்

அப்போது $x^2 = 25cm^2$

$x = \sqrt{25}cm$

$= 5cm$

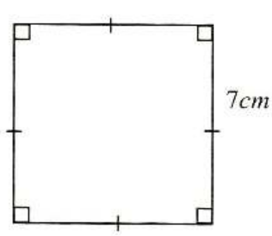
$\therefore$ சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளம் $= \underline{\underline{5cm}}$

> பரப்பளவு mm^2, cm^2 , m^2 போன்ற சதுர அலகுகளினால் கூறப்படும்.

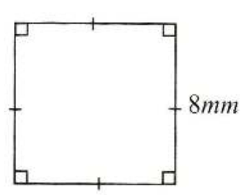
பயிற்சி 12 : 8

(1). உருவிலுள்ள சதுரங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

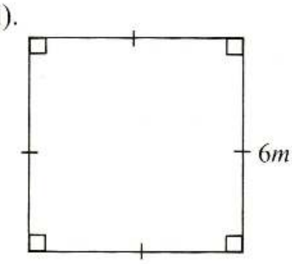
(i).



(ii).



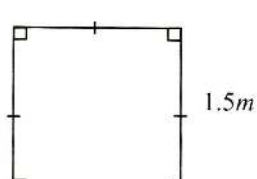
(iii).



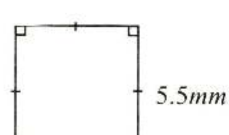
(2). ஒரு பக்க நீளம் $10cm$ ஆகவுடைய ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

(3). பின்வரும் உருவங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

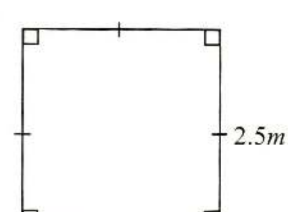
(i).



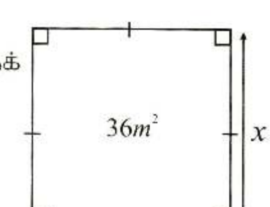
(ii).



(iii).



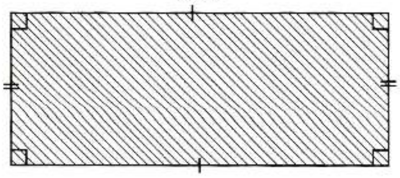
(4). தரப்பட்டுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு $36m^2$ ஆகும். இதன் ஒரு பக்க நீளம் x எனின், x இன் நீளத்தைக் காண்க.

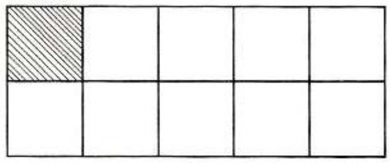


(5). சதுர வடிவிலான உலோகத்தகடு ஒன்றின் பரப்பளவு $64m^2$ ஆகும். அதன் ஒரு பக்க நீளத்தைக் காண்க.

ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு

இச் செவ்வகத்தினுள் உள்ள இடத்தின் அளவு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு ஆகும்.





செவ்வகத்தை $1cm^2$ பரப்பளவுடைய சதுரங்களாகப் பிரிக்கும் போது ஒரு நிரையில் 5 சதுரங்களுள்ள 2 நிரைகள் கிடைக்கும்

ஒரு செவ்வகத்தின் இடத்தின் அளவு அல்லது பரப்பளவு இவ்வாறு கிடைக்கும்.

செவ்வகத்திலுள்ள சதுரங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை = ஒரு நிரையிலுள்ள சதுரங்களின் எண்ணிக்கை × நிரைகளின் எண்ணிக்கை

பரப்பளவு $= 5 \times 2\ cm^2$

$= 10\ cm^2$

ஒரு நிரையிலுள்ள சதுரங்களின் எண்ணிக்கை செவ்வகத்தின் நீளத்துக்குச் சமனாகும். நிரைகளின் எண்ணிக்கை செவ்வகத்தின் அகலத்திற்குச் சமனாகும்.

இதற்கேற்ப செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் × அகலம்

$= 5\ cm \times 2\ cm$

$= \underline{\underline{10\ cm^2}}$

உதாரணம்

(1). $6m$ நீளம், $2.5m$ அகலம் உடைய செவ்வக வடிவப் பூப்பாத்தியின் பரப்பளவைக் காண்க.

செவ்வக வடிவப் பூப்பாத்தியின் பரப்பளவு = நீளம் × அகலம்

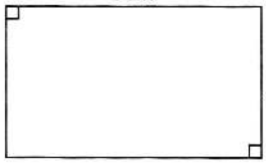
$= 6m \times 2.5m$

$= 15m^2$

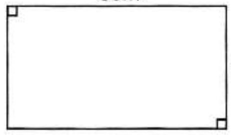
பயிற்சி 12 : 9

(1). பின்வரும் செவ்வகங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

(i).



(ii).



(iii).

(2). $12cm$ நீளமும் $8cm$ அகலமும் உடைய ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

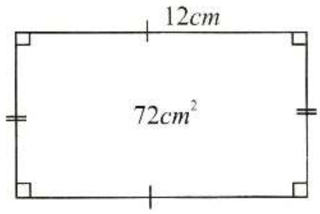
(3). $20m$ நீளமும் $12m$ அகலமும் உடைய ஒரு செவ்வக வடிவக் காணியின் பரப்பளவைக் காண்க.

(4). $30cm$ நீளமும் $\frac{1}{2}m$ அகலமும் உடைய ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு எத்தனை cm^2 ஆகும்.

ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவும் நீளமும் தரப்படும் போது அகலத்தைக் காணல்

உதாரணம்

(1). $72cm^2$ பரப்பளவும் $12cm$ நீளமும் உடைய ஒரு செவ்வகத்தின் அகலத்தைக் காண்க.



அகலம் $= x$ ஆயின்

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $= 12 \times x\ cm^2$

$\therefore\ 12 \times x = 72$

செவ்வகத்தின் அகலம் $x = \frac{72}{12}$

$= 6cm$

ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவும் அகலமும் தரப்படும் போது நீளத்தைக் காணல்

உதாரணம்

(1). ஒரு செவ்வக வடிவக் காணியின் பரப்பளவு $28m^2$ ஆகும். அதன் அகலம் $4m$ ஆயின் நீளத்தைக் காண்க.

காணியின் நீளம் $= x$ ஆயின்

செவ்வக வடிவக் காணியின் பரப்பளவு $= x \times 4m^2$

$x \times 4 = 28$

காணியின் நீளம் $x = \frac{28}{4}$

$= 7m$

> ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவை அதன் நீளத்தால் வகுக்கும் போது அகலமும், அகலத்தால் வகுக்கும் போது நீளமும் கிடைக்கும்

பயிற்சி 12 : 10

(1). பின்வரும் அட்டவணையிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

	செவ்வகத்தின் நீளம்	செவ்வகத்தின் அகலம்	பரப்பளவு
(i).	$4cm$	$3cm$	.........cm^2
(ii).	$6cm$	....	$30cm^2$
(iii).	$12m$	....	$84m^2$
(iv).	....	$9cm$	$135cm^2$
(v).	....	$7m$	$119m^2$

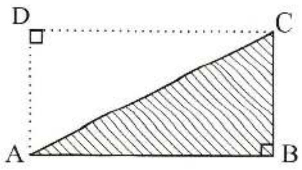
(2). செவ்வக வடிவிலான ஒரு தகட்டின் பரப்பளவு $96cm^2$ ஆகும். அதன் நீளம் $12cm$ ஆயின் அகலத்தைக் காண்க.

(3). செவ்வக வடிவிலான ஒரு பதாகையின் பரப்பளவு $6m^2$ ஆகும். அதன் அகலம் $1.5m$ ஆயின் நீளத்தைக் காண்க.

(4). $60m^2$ பரப்பளவுடைய ஒரு செவ்வக வடிவிலான மேடை அமைக்கத் தீர்மானிக்கப்பட்டுள்ளது. இதற்கான நீள அகலங்களுக்குப் பொருத்தமான இரு அளவீடுகளை முன்மொழிக. உமது விடைக்கான காரணம் கூறுக.

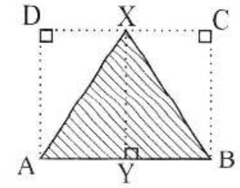
ஒரு முக்கோணியின் பரப்பளவு

(i).



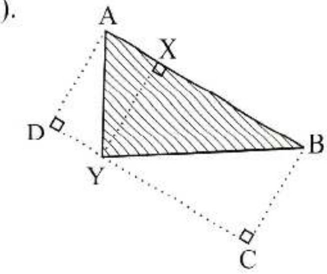
$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times ABCD$

(ii).



$\Delta ABX = \frac{1}{2} \times ABCD$

(iii).



$\Delta ABY = \frac{1}{2} \times ABCD$

ஒவ்வொரு முக்கோணிக்கும் தொடர்புடையதாக ஒரு செவ்வகம் இருக்கும்.
ஒவ்வொரு முக்கோணியும் அது தொடர்புடைய செவ்வகத்தின் பரப்பளவின் அரைப்பங்காகும்.

ஒரு முக்கோணியின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ Δ தொடர்புடைய செவ்வகத்தின் பரப்பளவு

$= \frac{1}{2} \times AB \times BC$

$= \frac{1}{2} \times$ முக்கோணியின் அடி $\times$ செங்குத்து உயரம்

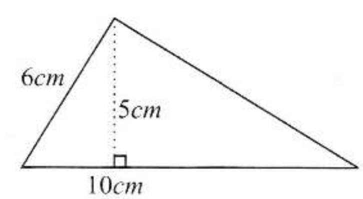
ஒரு முக்கோணியில் ஓர் உச்சியில் இருந்து அதற்கு எதிரேயுள்ள பக்கத்துக்கு வரையப்படும் செங்குத்தின்படி முக்கோணியின் அடிப்பக்கம் தீர்மானிக்கப்படும் செங்குத்தின் அடியானது அடிப்பக்கத்தின் மீது அமையும்

முக்கோணியின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ முக்கோணியின் அடி $\times$ செங்குத்து உயரம்

உருவம்	அடிப்பக்கம்	செங்குத்து
(i). முக்கோணி	AB	BC
(ii). முக்கோணி	AB	XY
(iii). முக்கோணி	AB	XY

உதாரணம்

(1). உருவில் தரப்பட்டுள்ள முக்கோணியின் பரப்பளவைக் காண்க.

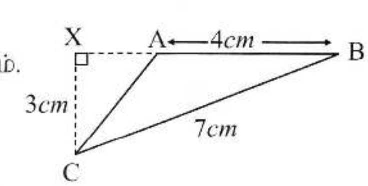


முக்கோணியின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ அடி $\times$ செங்குத்துயரம்

$= \frac{1}{2} \times 10cm \times 5cm$

$= 25cm^2$

(2). உருவில் தரப்பட்டுள்ள முக்கோணி ABC இன் பரப்பளவைக் காண்க.



முக்கோணி ABC இன் செங்குத்துயரம் CX ஆகும். அடிப்பக்கம் AB ஆகும்.

முக்கோணி ABC இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ அடி $\times$ செங்குத்துயரம்

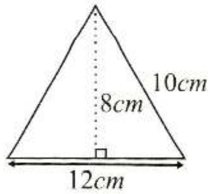
$= \frac{1}{2} \times 4cm \times 3cm$

$= 6\ cm^2$

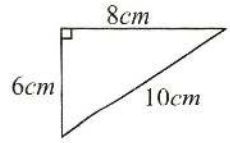
பயிற்சி 12 : 11

(1). தரப்பட்டுள்ள அளவீடுகளுக்கேற்ப பின்வரும் ஒவ்வொரு முக்கோணியினதும் பரப்பளவைக் காண்க.

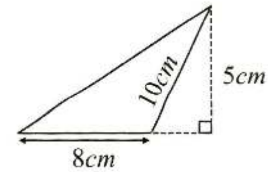
(i).



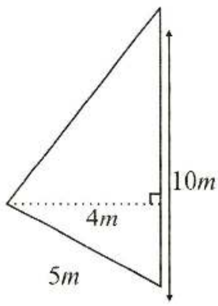
(ii).



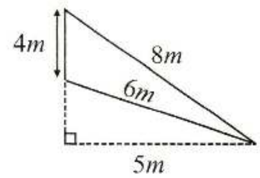
(iii).



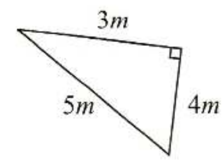
(iv).



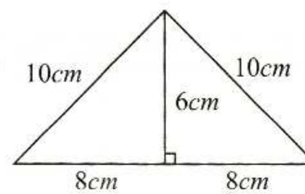
(v).



(vi).

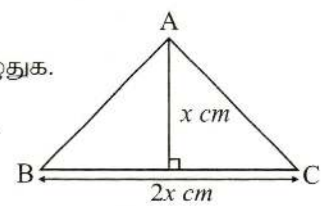


(2). உருவில் மெல்லிய கம்பியினால் அமைக்கப்பட்ட இரும்புச் சட்டகமொன்று காட்டப்பட்டுள்ளது. இச்சட்டகத்தில் மெல்லிய தகடொன்று பொருத்த வேண்டியுள்ளது. அத்தகட்டின் பரப்பளவு யாது?



(3). (i). உருவில் தரப்பட்டுள்ள முக்கோணி ABC இன் பரப்பளவை x இல் எழுதுக.

(ii). முக்கோணி ABC இன் பரப்பளவு $121cm^2$ ஆயின் x இன் பெறுமானம் காண்க.



ஒரு முக்கோணியின் பரப்பளவிலிருந்து அதன் அடியை அல்லது செங்குத்துயரத்தைப் பெறல்

உதாரணம்

(1). உருவிலுள்ள முக்கோணியின் பரப்பளவு $20m^2$ உம் அதன் அடி $10m$ உம் ஆகும். செங்குத்துயரம் x இனால் காட்டப்பட்டுள்ளது. முக்கோணியின் செங்குத்துயரத்தைக் காண்க.

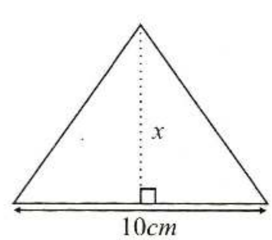
முக்கோணியின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times 10m \times x$

$$\therefore \quad \frac{1}{\cancel{2}_1} \times \cancel{10}^5 \times x = 20$$

$$5x = 20$$

$$x = 4$$

$\therefore$ செங்குத்துயரம் $\underline{\underline{= 4cm}}$



பயிற்சி 12 : 12

(1). பின்வரும் ஒவ்வொரு முக்கோணியினதும் செங்குத்துயரங்களைக் காண்க.

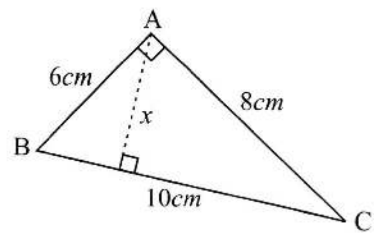
(i). பரப்பளவு $= 20cm^2$, அடி $= 8cm$
(ii). பரப்பளவு $= 50cm^2$, அடி $= 10cm$
(iii). பரப்பளவு $= 45cm^2$, அடி $= 9cm$

(2). பின்வரும் ஒவ்வொரு முக்கோணியினதும் அடியின் நீளத்தைக் காண்க.

(i). பரப்பளவு $= 50cm^2$, செங்குத்துயரம் $= 10cm$
(ii). பரப்பளவு $= 40cm^2$, செங்குத்துயரம் $= 4cm$
(iii). பரப்பளவு $= 32cm^2$, செங்குத்துயரம் $= 4cm$

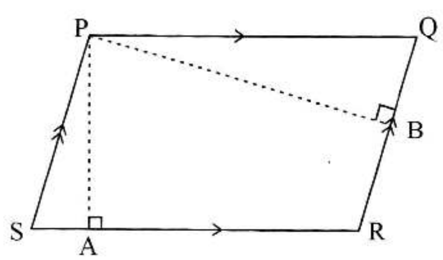
(3). உருவிலுள்ள முக்கோணி ABC இன்,

(i). பரப்பளவைக் காண்க.
(ii). x இனால் காட்டப்படும் செவ்வகத்தின் நீளத்தைக் காண்க.



ஓர் இணைகரத்தின் பரப்பளவு

இணைகரத்தின் பரப்பளவு =
அடியின் நீளம் × அடிக்கும் அதன் சமாந்தரக் கோட்டிற்கும் இடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம்



இணைகரம் $PQRS$ இல் செங்குத்து PA இன் படி SR ஆனது அடி ஆகும்.
இணைகரம் $PQRS$ இன் பரப்பளவு $= SR \times PA$
மேலும் இணைகரம் $PQRS$ இன் பரப்பளவு $= QR \times PB$

உதாரணம்

(1). உருவிலுள்ள இணைகரம் $ABCD$ இல் $CD = 12cm$, $BC = 8cm$, $AP = 6cm$, $AQ = 9cm$ ஆகும். அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

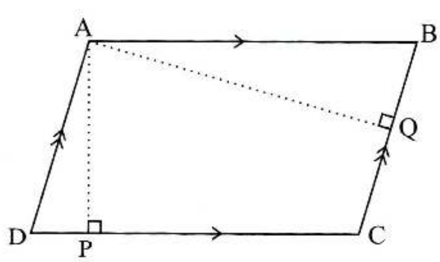
(a). CD ஐ அடியாகக் கொண்டால் இணைகரம் $ABCD$ இன் பரப்பளவு

= (அடி × அடிக்கும் அதன் சமாந்தரக் கோட்டிற்கும் இடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம்)

$= CD \times AP$

$= 12cm \times 6cm$

$= 72cm^2$



(b). BC ஐ அடியாகக் கொண்டால்,

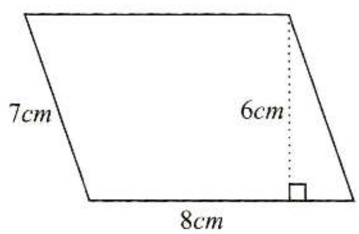
இணைகரம் $ABCD$ இன் பரப்பளவு $= BC \times AQ$

$= 8cm \times 9cm$

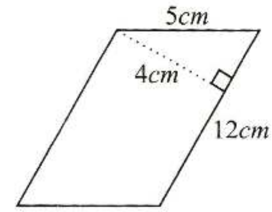
$= 72cm^2$

(1). பின்வரும் ஒவ்வொரு இணைகரத்திலும் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப பரப்பளவுகளைக் காண்க.

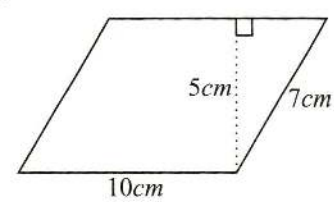
(i).



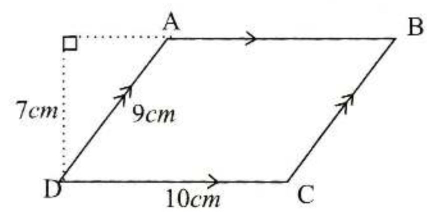
(ii).



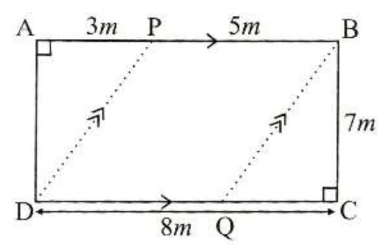
(iii).



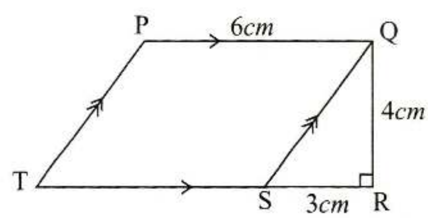
(2). பின்வரும் இணைகரம் $ABCD$ இன் பரப்பளவைக் காண்க.



(3). பின்வரும் உருவிலுள்ள இணைகரம் $PBQD$ இன் பரப்பளவைக் காண்க.



(4). பின்வரும் உருவிலுள்ள இணைகரம் $PQST$ இன் பரப்பளவைக் காண்க.



ஓர் இணைகரத்தின் பரப்பளவிலிருந்து கணித்தல்கள் செய்தல்

உதாரணம்

(1). உருவிலுள்ள இணைகரம் $PQRS$ இல் $SR = 8cm$ உம் பரப்பளவு $24cm^2$ உம் ஆகும். அடிக்கும் அதன் சமாந்தரக் கோட்டுக்கும் இடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம் a இனால் காட்டப்பட்டுள்ளது. a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

இணைகரத்தின் பரப்பளவு = அடி × {அடிக்கும் அதன் சமாந்தரக் கோட்டிற்கும் இடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம்}

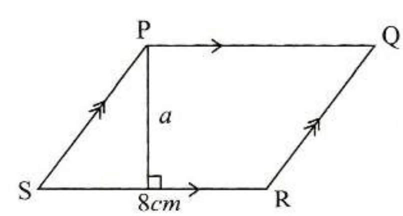
$$= 8cm \times a$$

$$\therefore 8cm \times a = 24cm^2$$

$$8a = 24cm$$

$$a = \frac{24}{8}$$

$$= \underline{\underline{3cm}}$$



பயிற்சி 12 : 14

(1). பின்வரும் ஒவ்வோர் இணைகரத்திலும் அடிக்கும் அதன் சமாந்தரக் கோட்டிற்குமிடையிலுள்ள தூரத்தைக் காண்க.

(i). பரப்பளவு $= 20cm^2$, அடி $= 5cm$

(ii). பரப்பளவு $= 48cm^2$, அடி $= 6cm$

(iii). பரப்பளவு $= 30m^2$, அடி $= 5m$

(2). பின்வரும் ஒவ்வோர் இணைகரத்திலும் அடியின் நீளத்தைக் காண்க.

(i). பரப்பளவு $= 16cm^2$, அடிக்கும் அதன் சமாந்தரக் கோட்டிற்குமிடையிலுள்ள தூரம் $= 4cm$

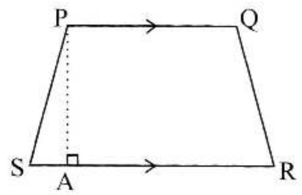
(ii). பரப்பளவு $= 50cm^2$, அடிக்கும் அதன் சமாந்தரக் கோட்டிற்குமிடையிலுள்ள தூரம் $= 5cm$

(iii). பரப்பளவு $= 32m^2$, அடிக்கும் அதன் சமாந்தரக் கோட்டிற்குமிடையிலுள்ள தூரம் $= 8m$

ஒரு சரிவகத்தின் பரப்பளவு

ஒரு சரிவகத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}$ (சமாந்தரப் பக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை) × சமாந்தரப் பக்கங்களுக்கிடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம்.

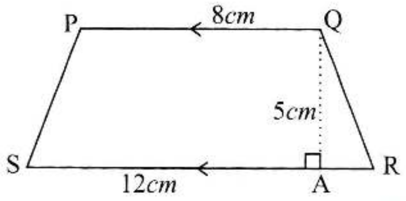
அதற்கேற்ப,



உருவிலுள்ள சரிவகம் $PQRS$ இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}(PQ + SR) \times PA$

உதாரணம்

(1). உருவிலுள்ள சரிவகம் $PQRS$ இல், $PQ = 8cm$, $SR = 12cm$ உம் $QA = 5cm$ ஆகும். அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



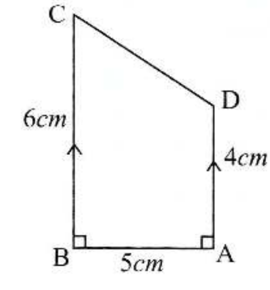
சரிவகம் $PQRS$ இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}(PQ + SR) \times QA$

$= \frac{1}{2}(8cm + 12cm) \times 5cm$

$= \frac{1}{\cancel{2}_1} \cancel{20}^{10}cm \times 5cm$

$= 50cm^2$

(2). உருவிலுள்ள சரிவகம் $ABCD$ இல் $AD = 4cm$, $BC = 6cm$, $AB = 5cm$ ஆகும். சரிவகத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.



சரிவகம் $ABCD$ இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}$ (சமாந்தரப் பக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை) × சமாந்தரப் பக்கங்களுக்கிடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம்

$= \frac{1}{2}(4cm + 6cm) \times 5cm$

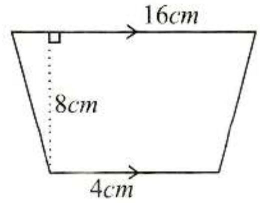
$= \frac{1}{2} \times 10cm \times 5cm$

$= 25cm^2$

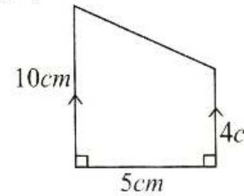
பயிற்சி 12 : 15

(1). பின்வரும் ஒவ்வொரு சரிவகத்திலும் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப பரப்பளவுகளைக் காண்க.

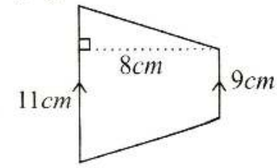
(i).



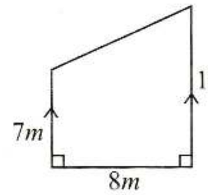
(ii).



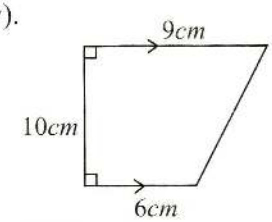
(iii).



(v).



(iv).



ஒரு சரிவகத்தின் பரப்பளவிலிருந்து சமாந்தரப் பக்கங்களின் நீளங்களை அல்லது சமாந்தரப் பக்கங்களுக்கிடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரத்தைக் காணல்

உதாரணம்

(1). உருவிலுள்ள சரிவகம் $PQRS$ இன் பரப்பளவு $50cm^2$ உம் சமாந்தரப் பக்கங்களின் நீளங்கள் $8cm$, $12cm$ உம் ஆகும். அவ்விரு பக்கங்களுக்கிடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம் a ஆயின் a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

சரிவகம் $PQRS$ இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}\ (PQ + SR) \times PA$

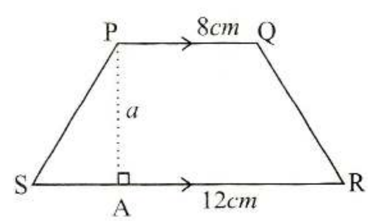
$= \frac{1}{2}\ (8cm + 12cm) \times a$

$= \frac{1}{2} \times 20cm \times a$

$\frac{1}{2} \times \cancel{20}^{10}cm \times a = 50cm^2$

$10a = 50$

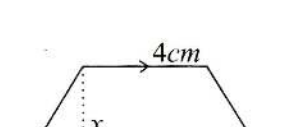
$\underline{\underline{a = 5cm}}$



பயிற்சி 12 : 16

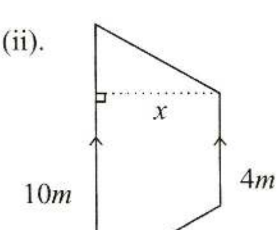
(1). பின்வரும் ஒவ்வொரு சரிவகத்திலும் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப x இன் பெறுமானம் காண்க.

(i).



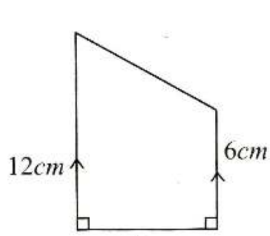
பரப்பளவு $= 32cm^2$

(ii).



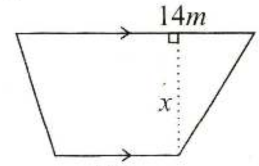
பரப்பளவு $= 21m^2$

(iii).



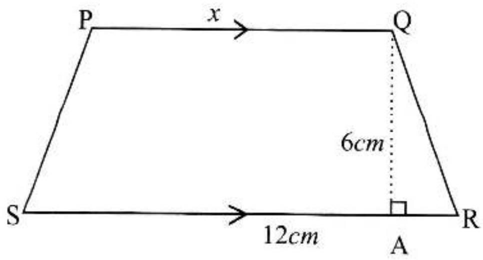
பரப்பளவு $= 45cm^2$

(iv).



பரப்பளவு $= 50m^2$

(2). உருவிலுள்ள சரிவகம் $PQRS$ இன் பரப்பளவு $54cm^2$ ஆகும்.
தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப x இன் பெறுமானம் காண்க.



சரிவகம் $PQRS$ இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \ (PQ + SR) \times QA$

$= \frac{1}{2} (x + 12) \times 6cm$

$\therefore \quad \frac{1}{2} (x + 12) \times 6cm = 54$

$\frac{1}{2} (x + 12) = \frac{54}{6} = 9$

$\therefore \quad x + 12 = 18$

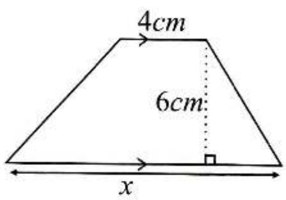
$x = 18 - 12$

$\underline{\underline{= 6cm}}$

பயிற்சி 12 : 17

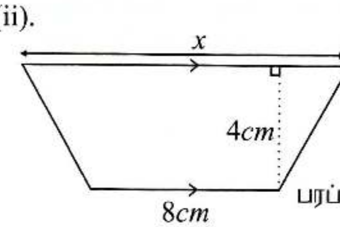
(1). பின்வரும் ஒவ்வொரு சரிவகத்திலும் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப x இன் பெறுமானம் காண்க.

(i).



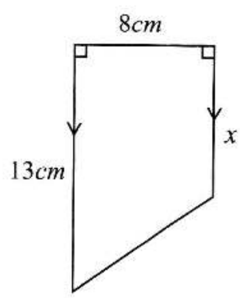
பரப்பளவு = $30cm^2$

(ii).



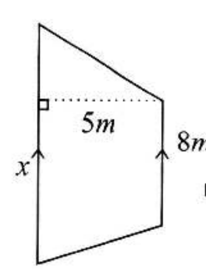
பரப்பளவு = $40cm^2$

(iii).



பரப்பளவு = $80cm^2$

(iv).



பரப்பளவு = $60m^2$

ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவு

r ஆரையுடைய ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவு πr^2 ஆகும்.

உதாரணம்

(1). $7cm$ ஆரையுடைய ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவு $A = \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7cm^2$

$\underline{\underline{= 154cm^2}}$

(2). ஒரு வட்டத்தின் விட்டம் $28cm$ ஆயின் அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

வட்டத்தின் விட்டம் $= 28cm$

$\therefore$ வட்டத்தின் ஆரை $= 14cm$

வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \frac{22}{\cancel{7}_1} \times \cancel{14}^2 \times 14 \ cm^2$

$\underline{\underline{= 616 \ cm^2}}$

பயிற்சி 12 : 18

(1). பின்வரும் ஆரைகளையுடைய வட்டங்களின் பரப்பளவைக் காண்க.

(i). $14cm$ (ii). $0.7cm$ (iii). $3.5m$ (iv). $1.4cm$ (v). $10.5m$

(2). பின்வரும் விட்டங்களையுடைய வட்டங்களின் பரப்பளவைக் காண்க.

(i). $14cm$ (ii). $1.4m$ (iii). $7m$ (iv). $21m$ (v). $2.8cm$

ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவிலிருந்து அதன் ஆரையைக் காணல்

உதாரணம்

(1). ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவு $616cm^2$ ஆகும். அதன் ஆரையைக் காண்க.

வட்டத்தின் பரப்பளவு $= 616cm^2$

ஆரையை r என்போம்

அப்போது, $\pi r^2 = 616$

$$\frac{22}{7} \times r^2 = 616$$

$$r^2 = \cancel{616}^{28} \times \frac{7}{\cancel{22}_1}$$

$$= 28 \times 7 \qquad \boxed{28 \times 7 = (4 \times 7 \times 7)}$$

$$r^2 = 2^2 \times 7^2$$

$$r = (2 \times 7)$$

$\therefore$ வட்டத்தின் ஆரை $= 14cm$

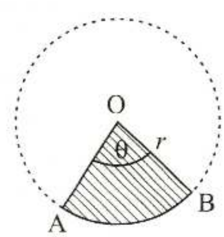
பயிற்சி 12 : 19

(1). பின்வரும் பரப்பளவுகளையுடைய வட்டங்களின் ஆரைகளைக் காண்க.

(i). $154m^2$ (ii). $38.5cm^2$ (iii). $1.54m^2$ (iv). $6.16cm^2$

ஓர் ஆரைச் சிறையின் பரப்பளவு

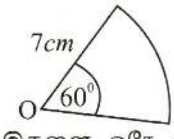
உருவிலுள்ள AOB என்பது மையத்தில் கோணம் θ^0 உடனான ஆரைச் சிறை ஆகும். அதன் பரப்பளவு முழு வட்டத்தின் பரப்பளவின் $\frac{\theta^0}{360^0}$ பகுதி ஆகும்.



> r ஆரையும் மையத்தில் கோணம் θ^0 ஐ உடையதுமான
>
> ஓர் ஆரைச்சிறையின் பரப்பளவு $\frac{\theta^0}{360^0}\pi r^2$ ஆகும்.

உதாரணம்

(1). $7cm$ ஆரையுடைய ஒரு வட்டத்தின் மையத்தில் 60^0 கோணத்தை அமைக்கும் ஓர் ஆரைச் சிறை உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. ஆரைச் சிறையின் பரப்பளவைக் காண்க.



வட்டத்தின் ஆரை $= 7cm$

வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \frac{22}{7} \times 7cm \times 7cm = 154cm^2$

முழு வட்டத்தின் $\frac{60^0}{360^0}$ பகுதி ஆரைச்சிறையில் அடங்கியுள்ளது

$\therefore$ ஆரைச்சிறையின் பரப்பளவு $= 154 \times \frac{\cancel{60^0}^1}{\cancel{360^0}_6} = 154 \times \frac{1}{6}$

$= 25.67cm^2$

இதனை ஒரே தடவையில் எழுதி பின்வருமாறு சுருக்கலாம்.

பரப்பளவு $= \frac{\cancel{60^0}^1}{\cancel{360^0}_{\cancel{6}_3}} \times \frac{\cancel{22}^{11}}{\cancel{7}} \times \cancel{7}cm \times 7cm$

$= \frac{77}{3}$

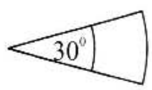
$= 25.67cm^2$

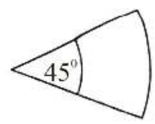
பயிற்சி 12 : 20

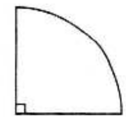
(1). பின்வரும் ஆரைச்சிறைகள் $154cm^2$ பரப்பளவுடைய ஒரு வட்டத்திலிருந்து பெறப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு உருவிலுமுள்ள

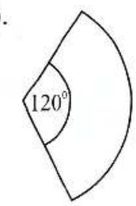
(i). ஆரைச்சிறையின் பரப்பளவு முழு வட்டத்தின் என்ன பின்னமாகும்?

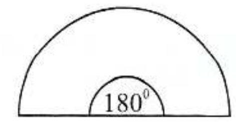
(ii). ஆரைச் சிறையின் பரப்பளவைக் காண்க.

(a).


(b).


(c).


(d).


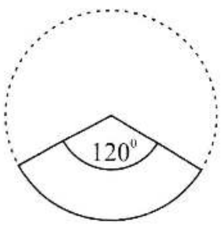
(e).


(2). உருவில் $14cm$ ஆரையுடைய ஒரு வட்டத்திலிருந்து வேறாக்கப்பட்ட ஓர் ஆரைச் சிறை காட்டப்பட்டுள்ளது.

(i). வட்டத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

(ii). ஆரைச் சிறையின் பரப்பளவு வட்டத்தின் பரப்பளவின் என்ன பங்கு?

(iii). ஆரைச்சிறையின் பரப்பளவைக் காண்க.



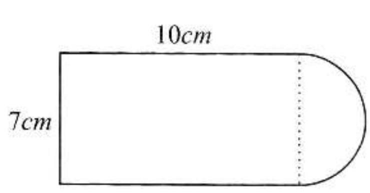
(3). ஒரு புனலைச் செய்வதற்கு $21cm$ ஆரையுடைய வட்ட வடிவிலான உலோகத் தகடொன்றின் 200^0 உடனான ஓர் ஆரைச்சிறைப்பகுதி தேவைப்படுகிறது. அவ்வாரைச் சிறையின் பரப்பளவைக் காண்க.

கூட்டுத்தள உருவங்களின் பரப்பளவு

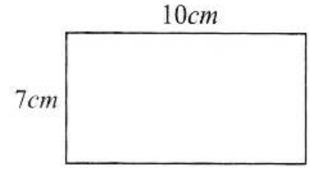
சில எளிய தளவுருவங்கள் ஒன்றிணைந்து கூட்டுத்தளவுருவங்கள் உருவாகும். இணைந்த வெவ்வேறு தளவுருவங்களை இனங்கண்டு அவற்றின் பரப்பளவுகளை வெவ்வேறாகப் பெறுவதன் மூலம் கூட்டுத்தள உருவங்களின் பரப்பளவுகளைக் காணலாம்.

உதாரணம்

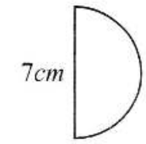
(1). இக்கூட்டுத்தளவுருவின் பரப்பளவைக் காண்க.



இக்கூட்டுத்தள உருவம் உருவாக இணைந்துள்ள எளிய தள உருவங்களாவன.

(i).


செவ்வகம்

(ii).


$\frac{7}{2}cm$ ஆரையுடைய அரை வட்டம்

(I). செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $= 10cm \times 7cm$

$= 70cm^2$

(ii). அரை வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \frac{\cancel{22}^{11}}{\cancel{7}_1} \times \frac{\cancel{7}^1}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{{}^1\cancel{180^0}}{\cancel{360^0}_{\cancel{2}_1}}\ cm^2$

$= \frac{77}{4}\ cm^2$

$= 19.25cm^2$

ஓர் அரைவட்டத்தில் ஆரைச் சிறையின் கோணம் 180^0 ஆகும். அது வட்டத்தின் $\frac{180^0}{360^0}$ ஆகும்.

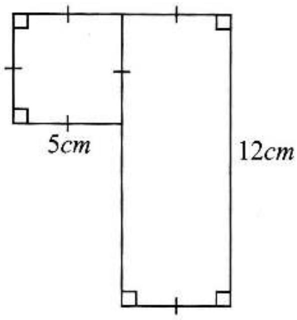
$\therefore$ கூட்டுத்தள உருவின் பரப்பளவு $= 70cm^2 + 19.25cm^2$

$= \underline{\underline{89.25cm^2}}$

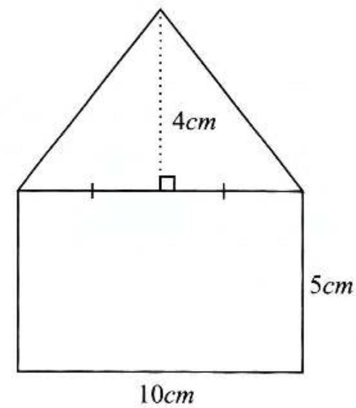
பயிற்சி 12 : 21

(1). பின்வரும் கூட்டுத் தள உருவங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

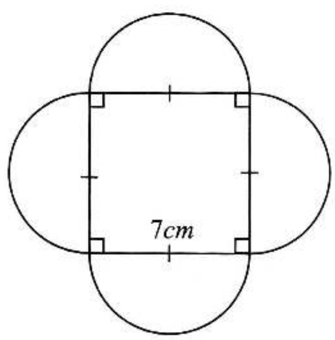
(i).



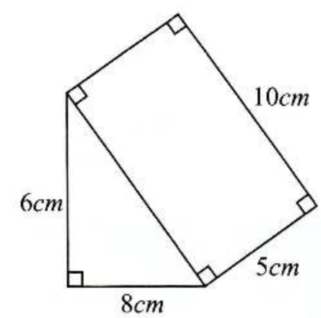
(ii).



(iii).

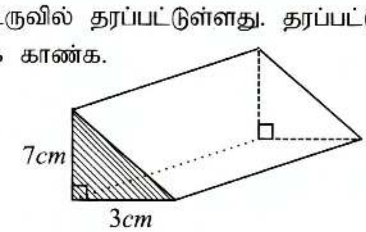


(iv).



மேலதிகப் பயிற்சி

(1). செங்கோண முக்கோணி வடிவ முகத்துடனான ஓர் அரியம் உருவில் தரப்பட்டுள்ளது. தரப்பட்டுள்ள அளவீடுகளுக்கேற்ப நிழற்றப்பட்டுள்ள முகத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.



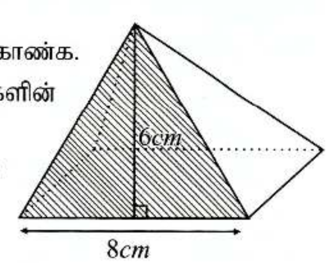
(2). உருவில் ஒரு பக்க நீளம் $8cm$ உடைய சதுர வடிவிலான அடியையுடைய ஒரு கூம்பகம் காட்டப்பட்டுள்ளது. உருவிலுள்ள அளவீடுகளுக்கேற்ப,

(i). நிழற்றப்பட்டுள்ள முக்கோணி வடிவ முகத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

(ii). ஒரு கூம்பகத்திலுள்ள இவ்வாறான முக்கோணி வடிவ முகங்களின் எண்ணிக்கை எத்தனை?

(iii). முக்கோணி வடிவ முகங்கள் எல்லாவற்றினதும் பரப்பளவைக் காண்க.

(iv). கூம்பகத்தின் அடியின் பரப்பளவைக் காண்க.

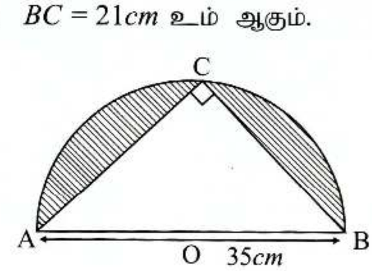


3). உருவில் அரைவட்டத்தின் மீது அமைந்துள்ள A,B,C ஆகிய புள்ளிகள் காட்டப்பட்டுள்ளன. அரைவட்டத்தின் மையம் O ஆகும். விட்டம் $35cm$ உம் $AC = 28cm$, $BC = 21cm$ உம் ஆகும்.

(i). அரை வட்டத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

(ii). முக்கோணியின் பரப்பளவைக் காண்க.

(iii). உருவில் நிழற்றிய பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.



13. புள்ளி விபரவியல்

ஆகாரம்

2, 3, 4, 4, 5 ஆகிய எண்களில் கூடிய தடவைகள் உள்ள எண் 4 என்பதால் அது இவ்வெண்களின் ஆகாரம் எனப்படும்.

பயிற்சி 13 : 1

(1). பின்வரும் எண் பரம்பல்களின் ஆகாரத்தைக் காண்க.

(i). 2, 3, 5, 5, 3, 7, 3

(ii). 4, 3, 3, 4, 2, 6, 8, 4

(iii). 20, 21, 25, 22, 24, 25

(iv). 41, 45, 43, 42, 43, 34, 45, 48, 40, 45

பல்லாகாரம்

2, 3, 3, 4, 4, 5, 6 எனும் எண் பரம்பலில் 3,4 ஆகிய இரண்டு எண்களும் இரண்டு தடவைகள் வீதம் உள்ளன. எனவே அது பல்லாகாரச் சந்தர்ப்பம் எனக் கருதப்படும். இங்கு 3, 4 என்பன ஆகாரங்களாகும்.

பயிற்சி 13 : 2

(1). பின்வரும் எண் பரம்பல்களின் ஆகாரத்தைக் காண்க.

(i). 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6

(ii). 20, 25, 21, 23, 23, 22, 25

(iii). 12, 13, 14, 14, 15, 15, 16

(iv). 41, 45, 43, 46, 44, 45, 43, 43, 45

ஓர் எண் பரம்பலின் ஆகாரம்

ஈட்டு	1	2	3	4	5	6
மீடிறன்	2	3	7	8	6	4

மேலேயுள்ள அட்டவணையின் படி இந்த ஈட்டுகளின் ஆகாரம் கூடிய மீடிறனுக்கு ஒத்த ஈட்டாகும். கூடிய மீடிறன் 8 என்பதால், இந்த ஈட்டுகளின் ஆகாரம் 4 ஆகும்.

பயிற்சி 13 : 3

(1). பின்வரும் ஈட்டுகளின் ஆகாரங்களைக் காண்க.

(i).

ஈட்டு (x)	5	10	15	20	25
மீடிறன் (f)	3	8	10	7	4

(ii).

ஈட்டு (x)	5	6	7	8	9
மீடிறன் (f)	2	12	16	9	1

கூட்டமாக்கப்பட்ட ஒரு தரவுத் தொகுதியின் ஆகார வகுப்பு

வகுப்பாயிடை	0-10	11-20	21-30	31-40	41-50
மீடிறன்	2	5	10	8	5

இவ்வாறான ஒரு தரவுத்தொகுதியில் ஒரு ஆகார வகுப்பு உண்டு. அது கூடிய மீடிறனுக்கு ஒத்த வகுப்பாயிடையாகும். அது (21 - 30) வகுப்பாயிடையாகும்.

பயிற்சி 13 : 4

(1). பின்வரும் கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுத்தொகுதிகளின் ஆகார வகுப்பைக் காண்க.

வகுப்பாயிடை	0-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40
மீடிறன்	10	12	16	14	13	11	9	5

வகுப்பாயிடை-வயது (வருடங்கள்)	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49
மீடிறன்	9	50	107	144	146	40

இடையம்

ஓர் எண் தொகுதியை ஏறுவரிசையில் அல்லது இறங்கு வரிசையில் ஒழுங்கு செய்த பின் சரிமத்தியில் அமையும் ஈட்டு இடையமாகும். 6, 8, 5, 3, 6, 4, 1 என்ற எண் தொகுதியை ஏறுவரிசையில் எழுதும் போது 1, 3, 4, 5, 6, 6, 8 எனவரும். எனவே இடையம் 5 ஆகும்.

பயிற்சி 13 : 5

(1). பின்வரும் ஈட்டுகளின் இடையத்தைக் காண்க.

(i). 8, 7, 6, 8, 7, 9, 5

(ii). 10, 3, 4, 4, 6, 7, 2, 8, 4

(iii). 12, 20, 18, 16, 13, 8, 14

(iv). 15, 7, 13, 9, 4, 0, 8

ஈட்டுகளின் எண்ணிக்கை இரட்டையாகும் போது இடையம் காணல்

ஈட்டுகளின் எ்ணணிக்கை இரட்டை ஆகும் போது எண் கூட்டத்தை ஏறுவரிசையில் அல்லது இறங்கு வரிசையில் ஒழுங்கு செய்த பின் சரிமத்தியில் அமையும் இரண்டு ஈட்டுகளின் கூட்டுத்தொகையை இரண்டால் வகுப்பதன் மூலம் இடையம் பெறப்படும்

உதா 2, 5, 6, $\underbrace{6, 7}$, 8, 8, 9

இடையம் $= \frac{6+7}{2} = \frac{13}{2} = 6.5$

பயிற்சி 13 : 6

(1). பின்வரும் ஈட்டுகளின் இடையத்தைக் காண்க.

(i). 11, 8, 13, 9, 10, 7, 12, 8

(ii). 20, 25, 24, 23, 22, 21

(iii). 9, 10, 21, 15, 18, 12, 14, 10, 17, 11

(iv). 5, 9, 2, 8, 7, 0, 1, 6, 10, 7

இடையத்தின் அமைவைச் சூத்திரத்தின் மூலம் காணல்

ஈட்டுகளின் எண்ணிக்கை (n) ஆயின், இடையம் $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ ஆவது ஈட்டாகும்.

உதாரணம்

(1). பின்வரும் எண்களின் இடையத்தைக் காண்க.

(i). 6, 8, 5, 3, 6, 4, 1

(ii). 12, 17, 14, 13, 14, 15, 11, 16, 16, 18

(i). ஏறுவரிசையில் எழுதும் போது 1, 3, 4, 5, 6, 6, 8 ஆகும்.

இங்கு ஈட்டுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை 7 என்பதால் இடையத்தின் அமைவிடம் $= \left(\frac{7+1}{2}\right)$

$= 4$ ஆவது ஈட்டாகும்.

$\therefore$ இடையம் $\underline{= 5}$ ஆகும்.

(ii). ஏறுவரிசையில் எழுதும் போது 11, 12, 13, 14, 14, 15, 16, 16, 17, 18 என வரும்.

இங்கு, 10 ஈட்டுகள் உள்ளன. எனவே இடையத்தின் அமைவு $= \left(\dfrac{10+1}{2}\right) = 5.5$ ஆவதாகும்.

$$= \left(\frac{14+15}{2}\right) = 14.5$$

$\therefore$ இடையம் $= \underline{\underline{\mathbf{14.5}}}$ **ஆகும்.**

பயிற்சி 13 : 7

(1). பின்வரும் ஈட்டுகளின் (*a*) இடையத்தின் அமைவிடத்தைக் காண்க. (*b*) இடையத்தைக் காண்க.

(i). 8, 7, 12, 14, 9, 11, 15

(ii). 1, 5, 4, 7, 3, 2, 1, 5, 6, 4

(iii). 21, 20, 22, 23, 24, 25, 20, 28, 24, 23, 25, 26, 21

(iv). 8, 3, 2, 12, 10, 19, 15, 10, 12, 8, 16, 3, 2, 7

(2). குறித்த ஒரு மாதத்தில் ஒரு வகுப்பில் வருகை தராத மாணவரின் எண்ணிக்கை பின்வருமாறு
4, 2, 5, 2, 1, 4, 2, 5, 2, 3, 4, 5, 2, 3, 5, 2, 2, 3, 5, 4, 2, 6, 2

(i). மேலேயுள்ள எண்களை ஏறுவரிசையில் ஒழுங்கு செய்க.

(ii). வருகை தராத மாணவரின் ஆகாரத்தைக் காண்க.

(iii). இடையத்தின் அமைவிடத்தைக் காண்க.

(iv). இடையத்தைக் காண்க.

திரள் மீடிறன் மூலம் இடையம் காணல்

உதாரணம்

(1). ஒரு வாழைப்பழ வியாபாரத்தில் ஒரு கிலோகிராமிலுள்ள வெவ்வேறு அளவுகளினாலான வாழைப்பழங்களின் எண்ணிக்கையும் உரிய தடவைகள் பற்றிய தகவல்களும் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. இத்தகவல்களின் இடையத்தைக் காண்க.

$1kg$ இலுள்ள பழங்கள் எண்ணிக்கை(x)	மீடிறன் (f)	திரள் மீடிறன் (fx)
14	2	2
15	4	6
16	8	14
17	10	24
18	16	40
19	14	54
20	10	64
21	6	70
22	4	74
23	1	75

மீடிறன் பெறுமானம் மேலிருந்து கீழாக கூட்டப்பட்டு திரள் மீடிறன் நிரலில் எழுதப்பட்டுள்ளது.

இதற்கேற்ப இங்கு மொத்தத் தடவைகளின் எண்ணிக்கை 75 ஆகும்.

அதன் இடையம் $\left(\dfrac{75+1}{2}\right) = \dfrac{76}{2} = 38$ ஆவது ஈட்டாகும்.

அதாவது, 38 ஆவது ஈட்டாகும். அது மீடிறன் 16 ஐ உடைய கூட்டத்திலுள்ளது. இதற்கு ஒத்த ஈட்டு 18 ஆகும்.

எனவே ஒரு கிலோகிராமில் உள்ள இடையப் பழங்களின் எண்ணிக்கை 18 ஆகும்.

பயிற்சி 13 : 8

(1). ஒரு பரீட்சையில் 10 இற்கும் 20 இற்கும் இடையில் புள்ளிகள் பெற்ற மாணவர்களின் எண்ணிக்கைகள் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

(i). திரள் மீடிறன் நிரலை நிரப்புக.

(ii). பரம்பலின் மொத்த ஈட்டுகளின் எண்ணிக்கை யாது?

(iii). இடையம் அமைந்துள்ள மீடிறன் கூட்டம் யாது?

(iv). பரம்பலின் இடையம் யாது?

புள்ளிகள் (x)	மீடிறன் (f) (மாணவர்களின் எண்ணிக்கை)	திரள் மீடிறன்
10	1	
11	2	
12	3	
13	3	
14	5	
15	8	
16	6	
17	5	
18	3	
19	2	
20	2	

(2). ஒரு தொழிற்சாலையில் 30 நாட்களில் பணியாளர்களின் வரவு பற்றிய தகவல்கள் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன. திரள் மீடிறன் நிரையை நிரப்பி இடையத்தைக் காண்க.

தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
நாட்களின் எண்ணிக்கை	1	2	3	5	6	3	4	3	2	1
திரள் மீடிறன										

கூட்டமாக்கப்பட்ட ஒரு தரவுத் தொகுதியின் இடைய வகுப்பைக் காணல்.

உதாரணம்

(1). ஒரு விற்பனை நிலையத்தில் விற்கப்பட்ட மாவின் அளவு (kg) பற்றிய தகவல்கள் அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளன.

விற்பனை நடைபெற்ற மொத்த நாட்களின் எண்ணிக்கை 20 ஆகும். இங்கு இடையவகுப்பு $\left(\frac{20+1}{2}\right)$ஆவது திரள் மீடிறனுக்குரிய வகுப்பாகும்.

அதாவது 10.5 இற்கு ஒத்த வகுப்பாகிய (20-25) தரப்பட்ட எண் பரம்பலின் இடைய வகுப்பாகும்.

மாவு (kg)	நாட்களின் எண்ணிக்கை	திரள் மீடிறன்
5-10	1	1
10-15	3	4
15-20	5	9
20-25	7	16
25-30	3	19
30-35	1	20
	20	

பயிற்சி 13 : 9

(1). தரப்பட்டுள்ள மீடிறன் அட்டவணையில் திரள் மீடிறன் நிரலை நிரப்பி இடையம் அமைந்துள்ள வகுப்பைக் காண்க.

வயது (வகுப்பாயிடை)	பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை	திரள் மீடிறன்
2- 4	2	
5- 7	3	
8-10	6	
11-13	4	
14-16	3	

(2). ஒரு கிராமத்திலிருந்து நகரத்துக்குச் செல்ல உரிய பஸ் வண்டி வரும் வரை காத்திருக்க வேண்டி ஏற்பட்ட காலம் பற்றிய தகவல்கள் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

காலம் (நிமிடம்)	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
நாட்களின் எண்ணிக்கை	3	4	7	10	6	5

திரள் மீடிறன் நிரையொன்றை உபயோகித்து மேலேயுள்ள தகவல்களின் இடைய வகுப்பைக் காண்க.

இடை

(1). 8, 5, 3, 9, 12, 6 4, 5 எனும் எண் பரம்பலின் கூட்டுத்தொகையை ஈட்டுகளின் எண்ணிக்கையினால் வகுக்கும்போது பெறப்படும் பெறுமானம் இடை எனப்படும்.

$$\text{இடை} = \frac{\text{ஈட்டுகளின் கூட்டுத்தொகை}}{\text{ஈட்டுகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{8+5+3+9+12+6+4+5}{8}$$

$$= \frac{52}{8}$$

$$= \underline{\underline{6.5}}$$

பயிற்சி 13 : 10

(1). பின்வரும் எண் பரம்பல்களின் இடையைக் காண்க.

(i). 3, 5, 4, 6, 2
(ii). 5, 6, 7, 8, 10, 3, 4, 5
(iii). 20, 22, 25, 30, 23, 34
(iv). 2.2, 5.8, 3.4, 7.3, 6.5
(v). 15, 10, 20, 8, 7, 12, 8, 16
(vi). 18, 20, 32, 43, 57, 24

கூட்டமாக்கப்படாத ஒரு எண் பரம்பலின் இடை காணல்

(1). ஒரு வகுப்பிலுள்ள 20 மாணவர் சிரமதானம் ஒன்றுக்காக சுய விருப்பில் வழங்கிய பணம் ரூபா 38, 30, 36, 33, 40, 36, 38, 33, 40, 36 36, 33. 30, 40, 38, 36, 38, 33, 36, 38 ஆகும். இத்தகவல்களை பின்வரும் அட்டவணையில் காட்டுவோம்.

பணம் ரூபா (x)	வரவுக்குறி	மீடிறன் (f)	fx
30	//	2	60
33	////	4	132
36	~~////~~ /	6	216
38	~~////~~	5	190
40	///	3	120
		$\Sigma f = 20$	$\Sigma fx = 718$

$$\text{இடை} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

$$= \frac{718}{20}$$

$$= \underline{35.9}$$

வகுப்பில் சேர்க்கப்பட்ட பணத்தின் இடை ரூபா 35.90 ஆகும்.

பயிற்சி 13 : 11

(1). அந்தூரியம் மலர் உற்பத்தி நிலையமொன்றில் 50 சோடிகளிலிருந்து ஒரு மாதத்தில் பெற்ற பூக்களின் எண்ணிக்கை பின்வரும் அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

(i). (fx) நிரலை நிரப்பி இடையைக் காண்க

(ii). அந்தூரியம் உற்பத்தியில் ஒரு செடியிலிருந்து பெறப்படும் பூக்களின் இடை எண்ணிக்கை யாது?

பூக்களின் எண்ணிக்கை (x)	மீடிறன் (f)	(fx)
1	5	
2	9	
3	7	
4	11	
5	8	
6	10	

(2). குறித்த ஒரு மாதத்தில் ஒரு நகரில் தினமும் இடம்பெற்ற வாகன விபத்துகளின் எண்ணிக்கையிலிருந்து அமைக்கப்பட்ட ஓர் அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

வாகன விபத்துகளின் எண்ணிக்கை (x)	1	2	3	4	5	6	7
மீடிறன் (f) (நாட்களின் எண்ணிக்கை)	3	2	7	5	4	7	2

(i). fx நிரலைப் பயன்படுத்தி ஈட்டுளின் இடையைக் காண்க.

(ii). ஒரு நாளில் இடம் பெறும் வாகன விபத்துகளின் இடைப் பெறுமானம் யாது?

(3). குறித்த ஒரு மாதத்தில் ஒரு வகுப்பில் வருகை தராத பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை பின்வருமாறு,

4, 2, 5, 2, 1, 4, 2, 5, 2, 3, 4, 5, 2, 3, 5, 2, 2, 3, 5, 4, 2, 6, 2

(i). தரப்பட்டுள்ள தகவல்களிலிருந்து அட்டவணையை நிரப்புக.

(ii). வருகை தராத நாட்களின் ஆகாரத்தைக் காண்க.

(iii). வருகை தராத நாட்களின் இடையைக் காண்க.

வருகை தராத பிள்ளைகள் (x)	வரவுக்குறி	நாட்களின் எண்ணிக்கை (f)	(fx)
1			
2			
3			
4			
5			
6			

உத்தேச இடையிலிருந்து உண்மை இடை காணல்

உதாரணம்

(1). $100cm$ நீளம் கொண்ட ஒரு தொகைத்துணித் துண்டுகளிலிருந்து எழுமாறாகத் தெரிவு செய்யப்பட்ட 100 துண்டுகளின் நீளங்களை அளந்து பெறப்பட்ட தகவல்கள் அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளன. உத்தேச இடையை $100cm$ எனக் கொண்டு துணித் துண்டொன்றின் நீளத்தின் இடையைக் காண்க.

ஒரு துண்டின் நீளம் cm இல் (x)	மீடிறன் (f)	விலகல் (d)	(fd)	
97	2	-3	-6	
98	5	-2	-10	-36
99	20	-1	-20	
100	38	0	0	
101	25	1	25	
102	6	2	12	49
103	4	3	12	
	$\Sigma f = 100$		$\Sigma fd = -36 + 49 = 13$	

உண்மை இடை = உத்தேச இடை + விலகல் இடை

உண்மை இடை = உத்தேச இடை $+ \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$

$= 100 + \frac{13}{100}$

$= 100.13$

உத்தேச இடை A உம்

விலகல்களின் இடை $\frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$ உம் ஆகும் போது

உண்மை இடை $= A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$

பயிற்சி 13 : 12

(1). ஒரு மாணவர் குழுவினரின் உயரங்கள் பற்றிப் பெறப்பட்ட தகவல்கள் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

உத்தேச இடை 136cm எனக்கொண்டு உண்மை இடையைக் காண்க.

உயரம் cm (ஈட்டு) (x)	விலகல் (d)	மீடிறன் (f)	(fd)
133		2	
134		15	
135		33	
136		28	
137		11	
138		8	
139		2	
140		1	

(2). ஒரு வாகனம் 20 நாட்களில் பயணித்த தூரம் பற்றித் திரட்டிய தகவல்கள் அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளன. 285 ஐ உத்தேச இடையாகக் கொண்டு வாகனம் ஒரு நாளில் பயணித்த இடைத்தூரத்தைக் காண்க.

தூரம் (km)	270	275	280	285	290	300
நாட்களின் எண்ணிக்கை	1	2	3	6	5	3

கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுகளின் இடை காணல்

உதாரணம்

(1). குறித்த ஒரு வேலைத்தளத்தில் பணியாற்றிய பணியாளர்களின் ஒரு மணித்தியாலத்துக்குரிய சம்பளப் பரம்பல் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது. ஆகார வகுப்பின் நடுப்பெறுமானத்தை உத்தேச இடையாகக் கொண்டு ஒரு பணியாளரின் இடைச் சம்பளத்தைக் காண்க.

நடுப்பெறுமானம் $= \frac{50 + 54}{2}$

விலகல் $d = (x - 62)$

சம்பள வகுப்பு	நடுப் பெறுமானம்(x)	பணியாளர்களின் எண்ணிக்கை (f)	விலகல் (d)	fd
50-54	52	10	-10	-100 } -175
55-59	57	15	-5	-75
60-64	62	50	0	0
65-69	67	12	5	60
70-74	72	8	10	80 } 215
75-79	77	5	15	75
		$\Sigma f = 100$		$\Sigma fd = -175 + 215 = 40$

$\therefore$ இடை $= 62 + \frac{40}{100}$

$= 62.40$ $\therefore$ ஒரு மணித்தியாலத்தின் இடைச்சம்பளம் = ரூ. 62.40

பயிற்சி 13 : 13

(1). ஒரு பரீட்சையில் 40 பிள்ளைகள் பெற்ற புள்ளிகள் அடங்கிய மீடிறன் பரம்பலொன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

வகுப்பாயிடை	0-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
மீடிறன்	01	03	04	05	08	07	05	04	02	01

41-50 வகுப்பாயிடையின் நடுப்பெறுமானத்தை உத்தேச இடையாகக் கொண்டு உண்மை இடையைக் காண்க.

(2). ஒரு கோழிப் பண்ணையில் தினமும் விற்கப்படும் முட்டைகளின் எண்ணிக்கை பற்றிய தகவல்கள் கீழே அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளன.

ஒரு நாளில் விற்கப்பட்ட முட்டைகளின் எண்ணிக்கை	100-105	106-110	111-115	116-120	121-125	126-130	131-135
மீடிறன் (நாட்களின் எண்ணிக்கை)	1	3	14	28	18	9	2

ஆகார வகுப்பின் நடுப்பெறுமானத்தை உத்தேச இடையாகக் கொண்டு ஒரு நாளில் விற்ற முட்டைகளின் இடை எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தண்டு இலை வரைபு

உதாரணம்

(1). விளையாட்டுக் கழகமொன்றின் 20 உறுப்பினர்களின் நிறைகள் கிலோகிராமில் பின்வருமாறு,

34, 40, 35, 51, 54, 53, 47, 36, 42, 35, 62, 53, 53, 65, 71, 64, 53, 46, 70, 71

மேலேயுள்ள ஈட்டுகளின் ஒன்றினிடத்தின் பெறுமானம் வலது பக்க நிரலிலும் எஞ்சிய இடத்திலக்கங்களுக் குரிய பெறுமானங்கள் இடது பக்க நிரலிலும் அமையுமாறு தண்டு இலை வரைபு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.

தண்டு	இலை
3	4 5 6 5
4	0 7 2 6 7
5	1 4 3 3 3 3
6	2 5 4
7	1 0

தண்டு	இலை
3	4 5 5 6
4	0 2 6 7 7
5	1 3 3 3 3 4
6	2 4 5
7	0 1

தரவுகளை வரைவிலக்கணப்படுத்த இலகுவாகும் பொருட்டு வலப்பக்கத்திலுள்ளவாறு ஏறுவரிசையில் ஒழுங்கு செய்வோம்.

மேலே வலப்பக்கத்திலுள்ள அட்டவணையிலிருந்து பின்வரும் தகவல்கள் வெளிப்படுகின்றன.

(i). விளையாட்டுக் கழகத்திலுள்ள குறைந்த நிறையுள்ள உறுப்பினரின் நிறை $34kg$ ஆகும்.

(ii). கூடிய நிறையுள்ள உறுப்பினரின் நிறை $71kg$ ஆகும்.

(iii). தரவுகளின் வீச்சு ($71kg$-$34kg$) அதாவது $37kg$ ஆகும்.

(iv). $40kg$ இலும் குறைந்த நிறையுடைய உறுப்பினர்களின் எண்ணிக்கை 4 ஆகும்.

(v). கூடியதொகை உறுப்பினர்களின் நிறை (அதாவது நிறைகளின் ஆகாரம்) $53kg$ ஆகும்.

(vi). இப்பரம்பலின் இடைய நிறை $\frac{(20+1)}{2} = 10.5$ இற்கு ஒத்த பெறுமானமாகும். அதாவது 10 ஆம் 11 ஆம் உறுப்பினர்களின் நிறைகளின் கூட்டுத்தொகையை இரண்டால் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் பெறுமானமாகும்

$$\text{இடையம்} = \frac{51+53}{2}\ kg = \frac{104}{2}\ kg = 52kg$$

பயிற்சி 13 : 14

(1). 11, 35, 18, 23, 10, 32, 25, 34, 28, 23 ஆகிய ஈட்டுகளின்

(i). குறைந்த பெறுமானம் (ii). கூடிய பெறுமானம் (iii). வீச்சு (iv). இடையம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

(2). 13 வயதின் கீழ் மாணவர் குழு ஒன்று தூரம் பாய்தல் போட்டியொன்றில் ஒரு சுற்றில் பாய்ந்த தூரங்கள் (cm) பின்வரும் தண்டு, இலை வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ளன.

தண்டு	இலை
23	8 8 9 9
24	0 1 2 3 3 4 4 4 4 4 5 7 7 7
25	0 0 0 1 1 2 4

(i). பாய்ந்த குறைந்த தூரம் யாது?

(ii). பாய்ந்த கூடிய தூரம் யாது?

(iii). தூரங்களின் வீச்சு யாது?

(iv). கூடுதலான தொகையினர் பாய்ந்த தூரம் யாது?

(v). $240cm$ இலும் குறைந்த தூரத்தைப் பாய்ந்த மாணவரின் எண்ணிக்கை யாது?

(vi). $250cm$ இலும் கூடிய தூரத்தைப் பாய்ந்த மாணவரின் எண்ணிக்கை யாது?

(vii). $247cm$ தூரம் பாய்ந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(viii). குழுவிலிருந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(ix). பாய்ந்த இடையத் தூரம் யாது?

காலணையும் காலணை இடை வீச்சும்

3, 4, 6, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 20, 22 இவ்வெண்களை ஏறுவரிசையில் எழுதிய பின்னர் பரம்பலின் இடையம் 13 ஆகும். 13 இன் இருபக்கங்களிலுமுள்ள கீழ்ப்பகுதியும் மேற்பகுதியும் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன.

$$\underbrace{3,\ 4,\ 6,\ 9,\ 11}_{\text{கீழ்ப் பகுதி}},\ 13,\ \underbrace{15,\ 17,\ 19,\ 20,\ 22}_{\text{மேற் பகுதி}}$$

கீழ்ப் பகுதி இடையம் (முதலாம் காலணை) $Q_1 = 6$

மேற் பகுதி இடையம் (மூன்றாம் காலணை) $Q_3 = 19$

இடையம் (இரண்டாம் காலணை) $Q_2 = 13$

இதன் படி 6, 13, 19 ஆகிய எண்களினால் எண் பரம்பலானது நான்கு சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுன்றது நான்கின் பங்குகளாகப் பிரிக்கப்படும் Q_1, Q_2, Q_3 ஆகிய ஈட்டுகள் காலணைகள் எனப்படும்.

Q_3, Q_1 ஆகியவற்றின் வித்தியாசம் காலணை இடை வீச்சு எனப்படும். இப்பரம்பலின்
காலணை இடைவீச்சு $= Q_3 - Q_1 = 19 - 6 = 13$

பயிற்சி 13 : 15

(1). பின்வரும் எண் பரம்பல்களில்

(i). இடையம் (ii). முதலாம் காலணை

(iii). மூன்றாம் காலணை (iv). காலணை இடை வீச்சு

ஆகியவற்றைக் காண்க.

(*a*) 2, 3, 4, 3, 3, 4, 3, 9, 4, 5, 2

(*b*) 5, 3, 2, 6, 1, 4, 5, 8, 7, 9

(*c*) 6, 6, 4, 5, 3, 3, 2, 5, 4, 1, 7

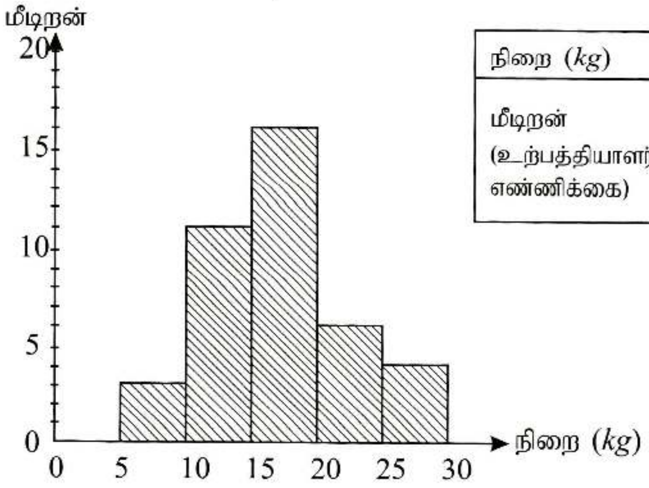
(*d*) 2, 7, 3, 2, 5, 4, 1, 0, 9, 5, 8, 3, 5, 1, 4, 6

வலையுரு வரையமும் மீடிறன் பல்கோணியும்

உதாரணம்

பின்வரும் அட்டவணையில் கொடித்தோடை சேகரிக்கப்படும் ஒரு மத்திய நிலையத்திற்கு உற்பத்தியாளர்கள் கொண்டு வந்த கொடித்தோடைகளின் நிறைகள் பற்றித் திரட்டப்பட்ட தகவல்கள் காட்டப்பட்டுள்ளன. இத் தகவல்களை வலையுரு வரையத்தில் காட்டுக.

நிறை (kg)	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
மீடிறன் (உற்பத்தியாளர்களின் எண்ணிக்கை)	3	11	16	6	4



கொடித்தோடை கொண்டு வந்த உற்பத்தியாளர்களின் எண்ணிக்கை வலையுரு வரையத்தின் நிரல்களின் பரப்பளவுகளுக்கு விகித சமனாகும். ஒரு நிரலின் அகலம் ஓர் அலகு ஆகும்.

உற்பத்தியாளர்களின் எண்ணிக்கை $= 3 + 11 + 16 + 6 + 4$
$= 40$

$20kg$ அல்லது $20kg$ இலும் கூடியதாகக் கொண்டு வந்த உற்பத்தியாளர்களின் எண்ணிக்கை 10 ஆகும்.

பயிற்சி 13 : 16

(1). ஒரு மாணவர் குழுவினர் கணித பாடத்தில் பெற்ற புள்ளிகள் பின்வரும் மீடிறன் பரம்பலில் காட்டப்பட்டுள்ளன.

புள்ளிகள்	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
மீடிறன்	3	6	10	8	4

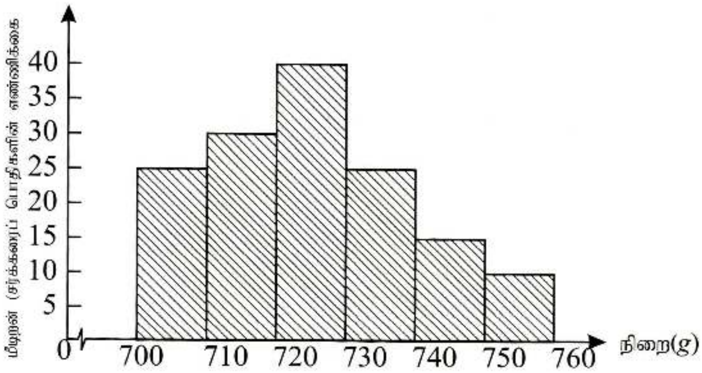
மேலேயுள்ள தகவல்களை ஒரு வலையுரு வரையத்தில் காட்டுக.

(2). குறித்த ஒரு தினத்தில் வியாபார நிலையமொன்றில் விற்கப்பட்ட சர்க்கரைப் பொதிகளின் எண்ணிக்கை பற்றிய தகவல்களைக் காட்டும் வலையுரு வரையம் இங்கு காட்டப்பட்டுள்ளது.
இதற்கேற்ப,

(i). விற்கப்பட்ட மொத்த சர்க்கரைப் பொதிகளின் எண்ணிக்கை யாது?

(ii). (750-760) g நிறையுள்ள சர்க்கரைப் பொதிகளின் எண்ணிக்கை யாது?

(iii). கூடுதலான சர்க்கரைப் பொதிகள் விற்கப்பட்ட நிறை வகுப்பு யாது?

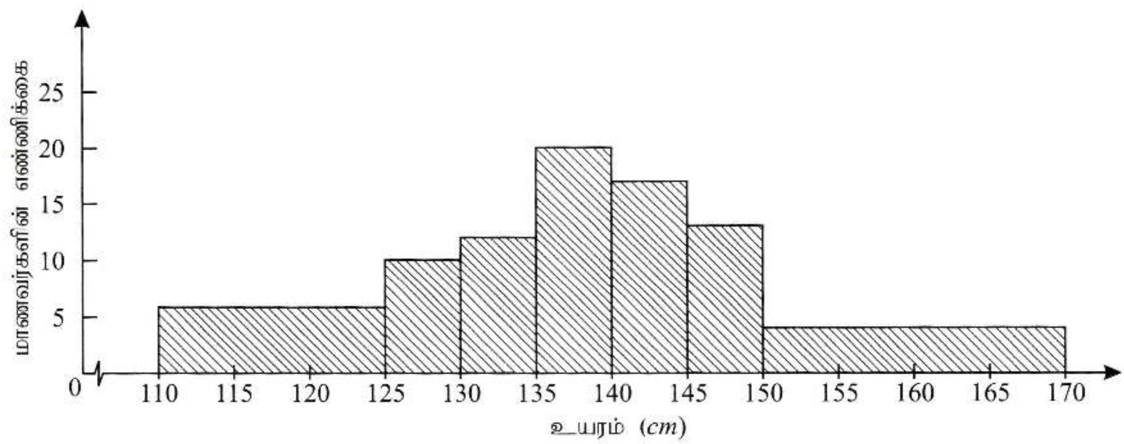


சமனற்ற வகுப்பாயிடைகளையுடைய எண் பரம்பலொன்றின் வலையுரு வரையம்

உதாரணம்

உயரம் (cm)	110-125	125-130	130-135	135-140	140-145	145-150	150-170
மீடிறன் (மாணவர்களின் எண்ணிக்கை)	18	10	12	20	17	13	16

இத்தகவல்களை வலையுரு வரையத்தில் காட்டுக.



சிறிய வகுப்பாயிடையின் பருமன் (5) காட்டப்படும் கிடைத்தூரத்தை ஒரு அலகாகக் கொண்டால் 110-125 வகுப்பாயிடைக்கு 3 அலகுகளைக் கொண்ட கிடைத்தூரமும் 150-170 வகுப்பாயிடைக்கு 4 அலகுகளைக் கொண்ட கிடைத்தூரமும் எடுக்கப்பட வேண்டும்.

அப்போது, 110-125 வகுப்பாயிடைக்கான செவ்வகத்தின் உயரம் $= \frac{18}{3} = 6$ (பரப்பளவு 18)

அவ்வாறே 150-170 வகுப்பாயிடைக்கான செவ்வகத்தின் உயரம் $= \frac{16}{4} = 4$ (பரப்பளவு 16)

பயிற்சி 13 : 17

(1). குறித்த ஒரு பிரதேசத்தில் விவசாயிகள் பற்றிச் செய்யப்பட்ட ஓர் ஆய்வில் பெறப்பட்ட தகவல்கள் பின்வருமாறு,

விவசாயிகளின் வயது (வரு)	15-25 இலும் குறைந்த	25-35 இலும் குறைந்த	35-45 இலும் குறைந்த	45-65 இலும் குறைந்த
மீடிறன்	25	50	75	40

இத்தகவல்களை ஒரு வலையுரு வரையத்தில் காட்டுக.

(2). தரம் 5 இல் மொழி ஆற்றல் பற்றிய பரீட்சை ஒன்றில் ஒரு மாணவர் குழுவினர் பெற்ற புள்ளிகளும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கையும் பற்றிய எண் பரம்பலொன்று கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

புள்ளிகள் எல்லை	10-30	30-40	40-50	50-70
மீடிறன் (மாணவர் எண்ணிக்கை)	16	18	16	20

இத்தகவல்களை ஒரு வலையுரு வரையத்தில் காட்டுக.

மீடிறன் பல்கோணி

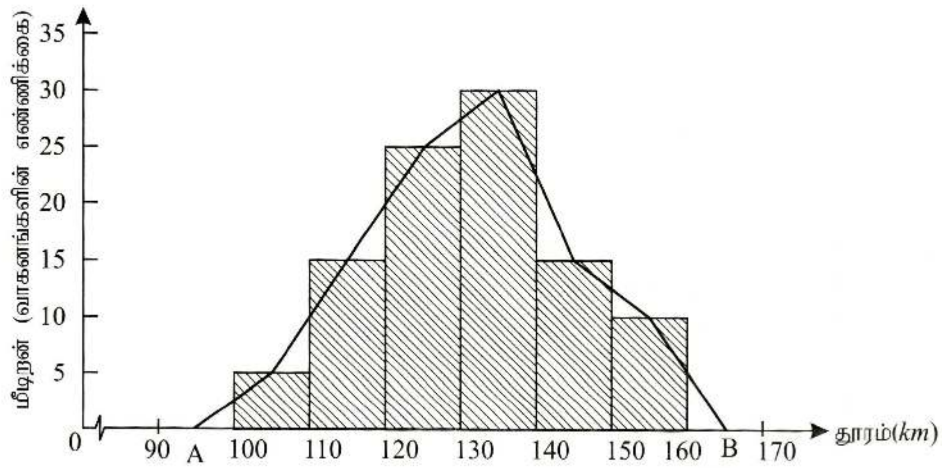
மீடிறன் பல்கோணியை வரையும் போது எண் பரம்பலை ஒரு வலையுரு வரையத்தில் குறித்து அதன் ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் உச்சியின் நடுப்புள்ளியையும் பெற்று அவற்றை முறையே இணைத்து சரியாக கிடை அச்சுடன் இணைப்பதன் மூலம் மீடிறன் பல்கோணியைப் பெறலாம்.

உதாரணம்

தூரம் (km)	100-110	110-120	120-130	130-140	140-150	150-160
மீடிறன் (வாகனங்களின் எண்ணிக்கை)	5	15	25	30	15	10

(i). இத்தகவலை வலையுரு வரையத்தில் காட்டுக.

(ii). அதிலிருந்து மீடிறன் பல்கோணியை வரைக.



A ஐப் பெறுதல் - 90-100 வகுப்பாயிடையின் நடுப்புள்ளி

B ஐப் பெறுதல் - 160-170 வகுப்பாயிடையின் நடுப்புள்ளி

வலையுரு வரையத்தின் பரப்பளவும் மீடிறன் பல்கோணியின் பரப்பளவும் சமனானவை ஆகும்.

பயிற்சி 13 : 18

(1). பின்வரும் எண் பரம்பல்களுக்குரிய வலையுரு வரையத்தை வரைந்து அதன் மீது மீடிறன் பல்கோணியை வரைக.

(i).

வகுப்பாயிடை	21-25	25-29	29-33	33-37	37-41	41-45
மீடிறன் (f)	15	25	40	70	45	20

(ii).

திணிவு (kg)	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
மீடிறன் (f)	3	11	16	6	4

மேலதிகப் பயிற்சி

(1). ஒரு தவணைப் பரீட்சையில் ஒரு மாணவன் 10 பாடங்களில் பெற்ற புள்ளிகள் பின்வருமாறு 70, 40, 52, 75, 98, 48, 35, 60, 71 , 52 ஆகும். அவன் பெற்ற புள்ளிகளின்

(i). ஆகாரம் (ii). இடையம் (iii). இடை

ஆகியவற்றைக் காண்க.

(2). ஒரு வாரத்தின் 5 நாட்களில் ஒரு வகுப்பு மாணவரின் வரவு பின்வருமாறு,
35, 39, 45, 39, 43 வரவின்

(i). ஆகாரம் (ii). இடையம் (iii). இடை
ஆகியவற்றைக் காண்க.

(3). நாதன் அரையாண்டுப் பரீட்சையொன்றில் 8 பாடங்களில் 65.5 இடைப் புள்ளியைப் பெற்றான். அவன் 8 பாடங்களிலும் பெற்ற மொத்தப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(4). ஏழு பொதிகளின் இடைத்திணிவு 2.85 kg ஆகும் ஆறு பொதிகளின் மொத்தத் திணிவு 16.95kg ஆகும். எஞ்சிய பொதியின் திணிவைக் காண்க.

கடந்தகாலப் பரீட்சை வினாக்கள் (க.பொ.த.சா/த) பகுதி I

(1). ஒரு பாத்தியிலுள்ள 10 மிளகாய்ச் செடிகளில் குறித்த தினத்தில் பறித்த மிளகாய்களின் எண்ணிக்கை கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது இப்பரம்பலின்,
16, 9, 3, 16, 6, 22, 13, 24, 9, 9

(i). ஆகாரம் (ii). இடையம் என்பவற்றைக் காண்க. **(1999)**

(2). 17 பிள்ளைகளிடமிருந்த பணத்தின் இடை ரூ.34 ஆகும். வேறு 3 பிள்ளைகளிடமிருந்த பணத்தின் இடை ரூ.74 ஆகும். 20 பிள்ளைகளிடமுமிருந்த மொத்தப் பணம் எவ்வளவு? **(1999)**

(3). மொத்தப் புள்ளிகளாக 10 ஐப் பெறத்தக்க ஒரு வினாப்பத்திரத்திற்கு எட்டுப் பிள்ளைகள் பெற்ற புள்ளிகள் 3, 6, 5, x, 7, 4, 8, 2 ஆகும். இப்புள்ளிகளின்
ஆகாரம் 5 ஆயின் x இனால் குறிப்பிடப்படும் புள்ளி யாது? **(2000)**

(4). உச்சப் புள்ளிகள் 20 ஐப் பெறத்தக்க ஒரு வினாப்பத்திரத்திற்கு 11 மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகள் இங்கு தரப்பட்டுள்ளன.
5, 7, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 18
இப்பரம்பலின் காலணை இடை வீச்சைக் காண்க. **(2000)**

(5). 2, 3, 6, 6, 8 ஆகிய எண்களின் (i). இடையம் (ii). இடை ஆகியவற்றை எழுதுக. **(2002)**

(6). 3, 4, 4, 6, 7, 8 ஆகிய ஈட்டுகளின் ஆகாரம் யாது? **(2004)**

(7). பின்வரும் தண்டு இலை வரைபில் எத்தனை ஈட்டுகள் உள்ளன? **(2005)**

தண்டு	இலை
1	2 8
2	5 5 6
3	6 7
4	1

(8). பின்வரும் அட்டவணையில் வெற்றிடங்களை நிரப்புக. **(2004)**

வகுப்பாயிடை	மீடிறன்	திரள் மீடிறன்
91-100	05	90
81-90	......	85
71-80	30	.....
61-70	40	40

(1). 21 மாணவர்கள் ஒரு மாதாந்தப் பரீட்சையில் கணித பாடத்தில் பெற்ற புள்ளிகளின் பரம்பல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

42, 22, 17, 65, 56, 31, 33, 64, 45, 58, 33, 20, 74, 26, 45, 39, 28, 35, 62, 52, 54

(i). இப்புள்ளிப் பரம்பலின் வீச்சு யாது?

(ii). இப்புள்ளிப் பரம்பலின் இடையம் யாது?

(iii). இது ஓராகாரப் பரம்பலா? உமது விடைக்கான காரணத்தை எழுதுக. (2004)

(2). 11 ஆம் தர மாணவன் ஒருவன் தனக்கு ஒதுக்கப்பட்ட ஒரு செயற்றிட்டத்திற்காக குறித்த ஒரு கடையில் 30 நாட்களில் விற்கப்பட்ட அரிசியின் அளவுகள் பற்றிப் பெற்ற தகவல்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

விற்கப்பட்ட அரிசியின் அளவு (kg) 4	0-54	55-69	70-84	85-99	100-114	115-129
நாட்களின் எண்ணிக்கை (மீடிறன்)	2	3	6	8	7	4

(i). மேற்குறித்த தகவல்களுக்கேற்ப அக்கடையில் நாளொன்றில் விற்கப்பட்ட அரிசியின் நிறை உயர்ந்தபட்ச அளவாக எத்தனை கிலோ கிராமாக இருக்கலாம்?

(ii). வகுப்பாயிடை 85-99 இன் நடுப்பெறுமானத்தை எடுகொண்ட இடையாகக் கொண்டு நாளொன்றில் விற்கப்படும் அரிசியின் இடை அளவை kg இல் காண்க.

(iii). எதிர்வரும் வாரத்தில் 7 நாட்களில் கடையில் விற்கப்படக்கூடுமென எதிர்பார்க்கத்தக்க அரிசியின் அளவு எத்தனை கிலோ கிராம்? எமது விடைக்கான காரணத்தை எழுதுக. (2001)

(3). மாணவர் குழு ஒன்று ஒரு பரீட்சையில் கணித பாடத்திற் பெற்ற புள்ளிகள் தண்டு இலை வரைபில் தரப்பட்டுள்ளன. இங்கு நான்காம் நிரையில் வகை குறிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகளை வெவ்வேறாக எழுதுக. தண்டு இலை வரைபில் வகை குறிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகளைப் பெற்ற மாணவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் காண்க. அப்புள்ளிகளின்

(i). ஆகாரம்

(ii). வீச்சு

(iii). இடையம்

ஆகியவற்றைக் காண்க.

தண்டு	இலை
3	0 1 2
4	3 4
5	5 6 8
6	2 7 7 8
7	3 5 9

(2002)

(4). சுதாகர் தனது கடையில் ஒரு நாளில் விற்கப்படும் 1kg சீனிப் பைக்கற்றுகளின் எண்ணிக்கை பற்றித் திரட்டிய தகவல்கள் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

ஒரு நாளில் விற்கப்பட்ட பைக்கற்றுக்களின் எண்ணிக்கை	10	11	12	13	14	15
நாட்களின் எண்ணிக்கை	3	3	5	7	8	4

(i). அவன் தகவல் திரட்டிய நாட்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(ii). ஒரு நாளில் விற்கப்பட்ட சீனிப் பைக்கற்றுகளின் எண்ணிக்கையின் இடையைக் கிட்டிய முழு எண்ணில் காண்க.

(iii). இதற்கேற்ப எதிர்வரும் வாரத்தில் ஐந்து நாட்களில் விற்பனை செய்வதற்காக அவன் தயார் செய்து வைத்திருக்க வேண்டிய சீனிப் பைக்கற்றுகளின் எண்ணிக்கை யாது? (2004)

(5). கொள்ளை நோய்த்தடுப்பு நிகழ்ச்சித் திட்டம் ஒன்றின் முன்னேற்றத்தைப் பரிசீலித்தபோது குறித்த பிரதேசம் ஒன்றில் உள்ள ஒரு மருத்துவ மனைக்கு 42 நாட்களில் அனுமதிக்கப்பட்ட நோயாளிகள் தொடர்பாகப் பெறப்பட்ட தகவல்கள் கீழேயுள்ள மீடிறன் பரம்பலில் தரப்பட்டுள்ளன (இங்கு வகுப் பாயிடைகள் முதல் 6 நாட்கள், அடுத்த 12 நாட்கள் பின்னர் ஒவ்வொன்றும் 6 நாட்கள் என்றவாறு தரப்பட்டுள்ளன. என்பதைக் கவனிக்க)

வகுப்பாயிடை (நாட்கள்)	0-6	6-18	18-24	24-30	30-36	36-42
மீடிறன் (நோயாளிகளின் எண்ணிக்கை)	6	20	8	6	3	1

(i). இப்பரம்பலை வகைகுறிப்பதற்கு ஒரு வலையுருவரையத்தை வரைக.

(ii). இவ்வலையுரு வரையத்தைக் கொண்டு உரிய மீடிறன் பல்கோணியையும் அதே படத்தில் வரைக.

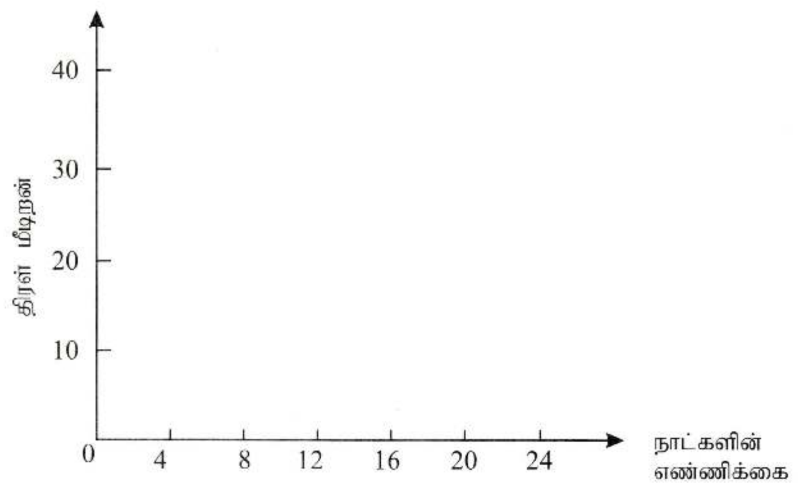
(iii). கொள்ளை நோய்த் தடுப்பு நிகழ்ச்சித் திட்டம் வெற்றியீட்டியுள்ளதா எனக் காரணங்கள் தந்து முடிவெடுக்க. **(2004)**

(6). 40 பாடசாலை மாணவர்கள் ஒரு மாதத்தில் பாடசாலைக்கு வருகை தந்தமை தொடர்பான தகவல்கள் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன. (0-4 என்பது 0 இலும் கூடிய 4 அல்லது அதிலும் குறைந்தது)

வகுப்பாயிடை (வருகை தந்த நாட்களின் எண்ணிக்கை)	மீடிறன் (மாணவர்களின் எண்ணிக்கை)	திரள் மீடிறன்
0 - 4	2	2
4 - 8	3	5
8 - 12	5	-----
12 - 16	20	30
16 - 20	-----	40

(i). அட்டவணையில் உள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(ii). தரப்பட்டுள்ள அச்சுகளின் மீது திரள் மீடிறன் வளையியை வரைக.



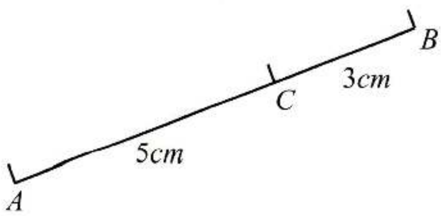
(iii). திரள் மீடிறன் வளையியிலிருந்து

(a). இடையத்தைக் காண்க.

(b). 40 மாணவர்களிடையே குறைவாகப் பாடசாலைக்கு வந்த 25% மாணவர்களை வேறுபடுத்த வேண்டியுள்ளது. அதற்காக எத்தனை நாட்களிலும் குறைவாக வந்த மாணவர்களைத் தெரிந்தெடுக்க வேண்டும்.

(c). 40 மாணவர்களிடையே கூடுதலாகப் பாடசாலைக்கு வந்த 25% மாணவர்களை வேறுபடுத்துவதற்கு 18 நாட்களுக்குக் கூடுதலாகப் பாடசாலைக்கு வந்த மாணவர்களைத் தெரிந்தெடுக்க வேண்டும்" என்னும் கூற்று பொய்யானதெனக் காட்டுக. **(2009)**

14. அடிப்படைக் கேத்திர கணிதம்



உருவில் நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB காட்டப்பட்டுள்ளது.
புள்ளி C ஆனது AB இன் மீது குறிக்கப்பட்டுள்ளது.

$AC = 5cm,\ BC = 3\ cm$ ஆகும்.

$$\therefore \quad AB = AC + BC$$
$$= \underline{\underline{5cm + 3\ cm}}$$

பயிற்சி 14 : 1

(1). (i). $7cm$ நீளமுடைய நேர் கோட்டுத்துண்டத்தை வரைக.
(ii). அதனை AB எனப் பெயரிடுக.
(iii). AB இன் மீது புள்ளி X ஐக் குறிக்க.
(iv). AX, BX ஆகிய நேர் கோட்டுத்துண்டங்களின் நீளங்களை அளந்து எழுதுக.
(v). வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

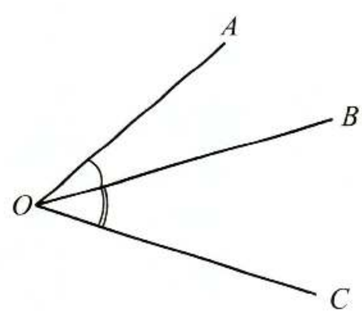
$AB = AX + \ldots\ldots\ldots\ldots$
$= \ldots\ldots\ldots cm + \ldots\ldots\ldots\ldots\ cm$
$= \underline{\underline{\ldots\ldots\ldots\ldots\ cm}}$

(2). (i). $XY = 6cm$ நீளமுடைய நேர்கோட்டுத் துண்டத்தை வரைக.
(ii). கோடு XY இன் நடுப்புள்ளியைக் குறித்து P எனப் பெயரிடுக.
(iii). PX இன் நீளத்தை அளந்து எழுதுக.

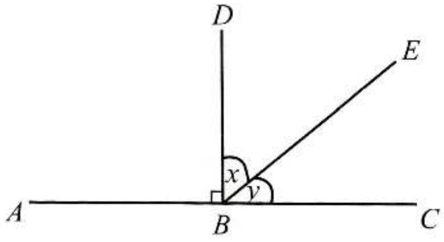
அடுத்துள்ள கோணங்கள்

உருவிலுள்ள தகவல்களின் படி,

- கோணம் AOB இன் உச்சி O ஆகும்.
- OA, OB, என்பன $A\hat{O}B$ இன் புயங்களாகும்.
- $A\hat{O}B$. $B\hat{O}C$ ஆகிய இரண்டுக்கும் "O" எனும் பொது உச்சியும் OB எனும் பொதுப் புயமும் உண்டு.
- AOB, BOC ஆகிய இரு கோணங்கள் ஒரு பொதுப்புயத்தின் இரு மருங்கிலும் அமைந்துள்ளதால் $A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$ என்பன ஓர் அடுத்துள்ள கோணச் சோடியாகும்.



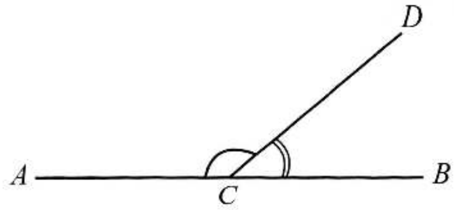
> பொது உச்சியும் பொதுப் புயமும் உள்ள, பொதுப் புயத்தின் இரு மருங்கிலும் அமைந்துள்ள இரண்டு கோணங்கள் அடுத்துள்ள கோணங்கள் எனப்படும்.



உருவிலுள்ள தகவல்களின் படி,
$x + y = 90^\circ$ ஆகும்.
$\therefore D\hat{B}E$, $E\hat{B}C$ என்ற கோணச்சோடி நிரப்பு கோணச்சோடி ஆகும்.

> கூட்டுத்தொகை 90° ஆகவுள்ள கோணச் சோடி நிரப்பு கோணச்சோடி ஆகும்.

x , y என்பன நிரப்பு அடுத்துள்ள கோணச்சோடிகள் ஆகும்.



உருவில் நேர்கோடு AB ஐ நேர்கோடு CD ஆனது C இல் சந்திக்கிறது.. $A\hat{C}D$, $B\hat{C}D$ என்பன ஒரு நேர்கோட்டின் மீது அமைந்துள்ள இரண்டு கோணங்கள் ஆகும் $A\hat{C}D + B\hat{C}D = 180^0$ ஆகும்.

கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆகவுள்ள கோணச்சோடிகள் மிகை நிரப்பு கோணச் சோடிகளாகும்.

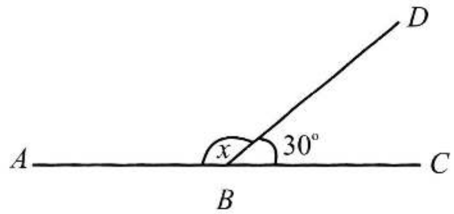
ACD, BCD என்பன மிகை நிரப்பு அடுத்துள்ள கோணச்சோடி ஆகும்.

தேற்றம்

ஒரு நேர்கோட்டின் மீது அமைந்துள்ள அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆகும்.

உதாரணம்

(1). உருவில் x இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.



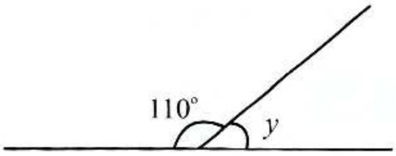
$x + 30^\circ = 180^\circ$ (ஒரு நேர்கோட்டின் மீதுள்ள கோணம்)

$x + 30^\circ - 30^\circ = 180^\circ - 30^\circ$ (அடிப்படை வெளிப்படையுண்மை)

$\underline{\underline{x = 150^\circ}}$

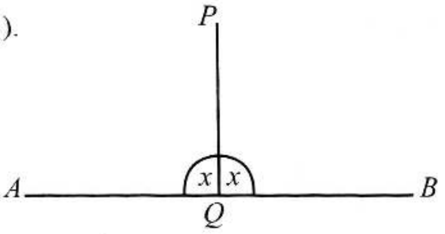
பயிற்சி 14 : 2

(1). y இன் பெறுமானம் காண்க.



(2) நேர்கோட்டுத்துண்டம் PQ ஐ வரைக. நேர்கோடு PQ ஐ R இல் சந்திக்குமாறு நேர்கோடு SR ஐ வரைக.
$P\hat{R}S + S\hat{R}Q$ இன் பெறுமானம் யாதாக இருக்க வேண்டும்?
$P\hat{R}S$, $S\hat{R}Q$ ஆகியவற்றைப் பாகைமானியால் அளந்து $P\hat{R}S + S\hat{R}Q$ இன் பெறுமானம் காண்க.

(3).

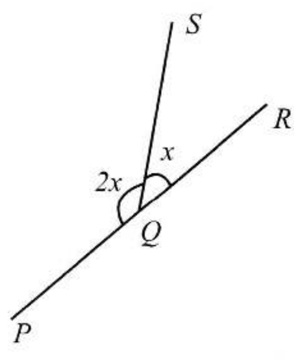


AB ஒரு நேர்கோடாகும்

x இன் பெறுமானம் யாது?

x இற்குக் கிடைக்கும் பெறுமானத்திற்கேற்ப PQ இன் சிறப்புப் பெயர் யாது?

(4).

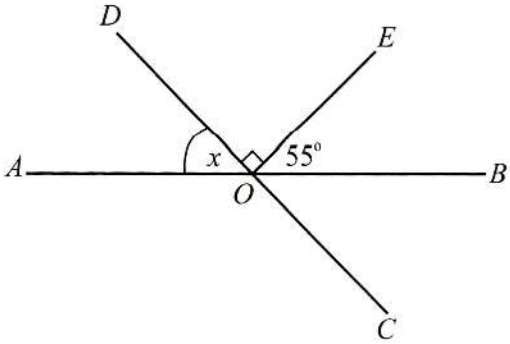


(i). உருவிலுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப ஒரு சமன்பாட்டை உருவாக்குக.

(ii). x இன் பெறுமானம் காண்க.

(iii). $P\hat{Q}S$, $S\hat{Q}R$ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களை வெவ்வேறாகக் காண்க.

(5).



உருவில் AB, CD ஆகிய நேர்கோடுகள் O இல் இடைவெட்டுகின்றன

$D\hat{O}E$ ஒரு செங்கோணமும் $B\hat{O}E = 55^\circ$ உம் ஆகும்.

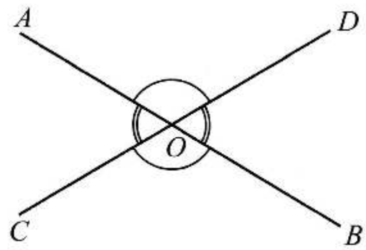
இவ்வுருவில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களின்படி

(i) $B\hat{O}C$ இன் பெறுமானம் காண்க.

(ii) x இன் பெறுமானம் காண்க.

(iii) மேலே $B\hat{O}C$, $A\hat{O}D$ என்பவற்றுக்கிடையிலுள்ள ஒரு தொடர்பை எழுதுக.

குத்தெதிர்க் கோணங்கள்



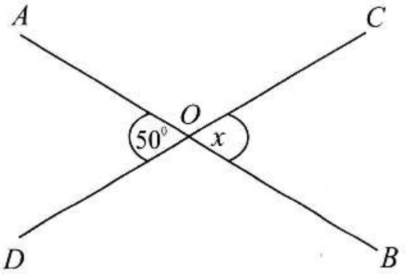
AB, CD ஆகிய நேர்கோடுகள் O இல் இடைவெட்டுகின்றன.

$A\hat{O}C = D\hat{O}B$ (குத்தெதிர்க் கோணங்கள்)

$A\hat{O}D = B\hat{O}C$ (குத்தெதிர்க் கோணங்கள்)

தேற்றம் - ஒரு நேர்கோட்டை இன்னொரு நேர்கோடு வெட்டிச் செல்லும் போது உண்டாகும் குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமனாகும்.

உதாரணம்



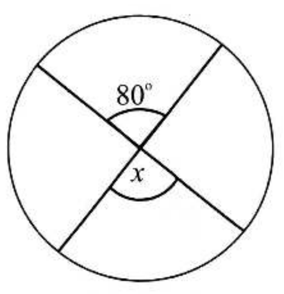
AB, CD ஆகிய இரு நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று O இல் இடை வெட்டுகின்றன.

$A\hat{O}D = 50^\circ$ ஆயின் x° இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$x = 50^\circ$ (குத்தெதிர்க் கோணம்)

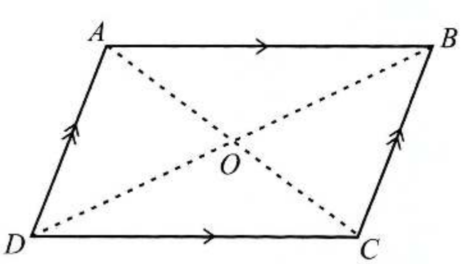
பயிற்சி 14 : 3

(1).



x இனால் தரப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(2).

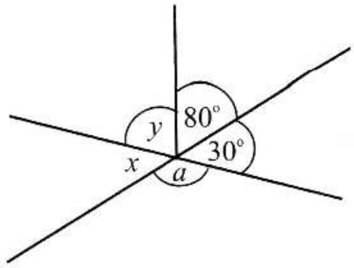


AC, BD ஆகிய மூலைவிட்டங்கள் O இல் வெட்டுகின்றன.

(i). $A\hat{O}D$ இற்கு சமனான ஒரு கோணத்தைப் பெயரிடுக.

(ii). உமது விடைக்கான காரணத்தை எழுதுக.

(3)



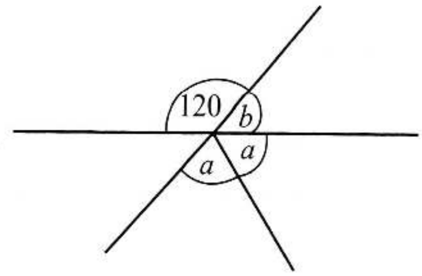
உருவிலுள்ள தகவல்களின் படி

(i). x° இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii). y° இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iii). a இனால் காட்டப்படும் பெறுமானம் யாது?

(4)



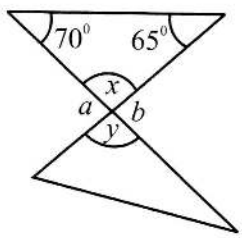
உருவிலுள்ள தகவல்களின் படி,

(i). a இலான ஒரு சமன்பாட்டை எழுதுக.

(ii). a இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iii). b இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(5).



ஒரு முக்கோணியில் மூன்று அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும். அதற்கேற்ப உருவிலுள்ள தகவல்களின் படி,

(i). x இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

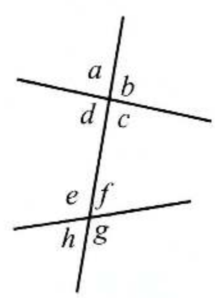
(ii). y இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iii). a, b ஆகியவற்றைக் காண்க.

சமாந்தரக் கோடுகள் தொடர்பான கோணங்கள்

சமாந்தரமல்லாத இரண்டு கோடுகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டும்போது

- நான்கு சோடி ஒத்த கோணங்களும் (a, e) (b, f) (d, h) (c, g)
- இரண்டு சோடி ஒன்றுவிட்ட கோணங்களும் (d, f) (c, e)
- இரண்டு சோடி நேயக் கோணங்களும் (d, e) (c, f) உருவாகும்.



பயிற்சி 14 : 4

(1). பின்வரும் ஒவ்வோர் உருவிலும் உள்ள

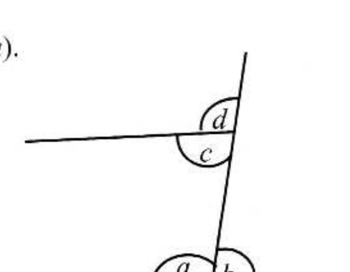
(i) நேயக் கோணச் சோடிகளை

(ii) ஒத்த கோணச் சோடிகளை

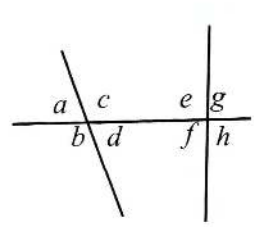
(iii) ஒன்று விட்ட கோணச் சோடிகளை

உருவுடன் எழுதுக.

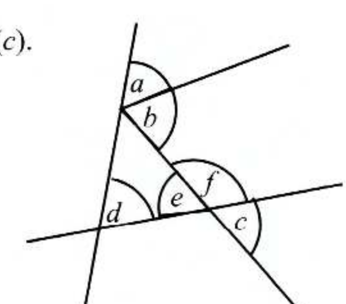
(*a*).



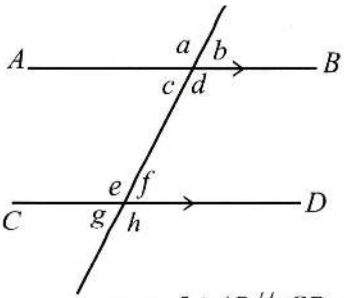
(*b*).



(*c*).



இரண்டு சமாந்தர நேர்கோடுகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டிச் செல்லும் போது உருவாகும் கோணங்கள்



தேற்றம்

இரண்டு சமாந்தர நேர்கோடுகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டும் போது உண்டாகும்,

- ஒத்த கோணங்கள் சமனாகும்
- ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமனாகும்
- நேயக் கோணச்சோடியொன்றின் கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆகும்.

உருவில் $AB \parallel CD$ ஆகும்.

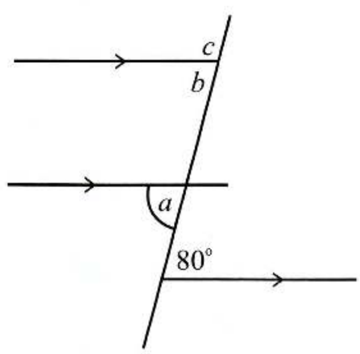
(i). $a = e,\ b = f,\ c = g,\ d = h$ ஆகிய ஒத்த கோணங்கள் சமனாகும்.
ஒன்றுக்கொன்று சமனான நான்கு ஒத்த கோணச் சோடிகள் உண்டு.

(ii). $c = f,\ d = e$ ஆகிய ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமனாகும். ஒன்றுக்கொன்று சமனான இரண்டு ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடிகள் உண்டு.

(iii). $c + e = 180^\circ$, $d + f = 180^\circ$ ஒரு நேயக் கோணச் சோடியின் கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆகும்.
கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆகவுள்ள இரண்டு நேயக் கோணச் சோடிகள் உண்டு.

உதாரணம்

(1). உருவிலுள்ள தகவல்களின் படி a, b, c ஆகியவற்றால் காட்டப்படும் பெறுமானங்களைக் காண்க.



$a = 80^\circ$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$b = a$ (ஒத்த கோணங்கள்)

$\therefore\ b = 80^\circ$

மேலும் $b = 80^\circ$ ஒன்றுவிட்ட கோணமுமாகும்.

$c + b = 180^\circ$ (மிகை நிரப்பு அடுத்துள்ள கோணங்கள்)

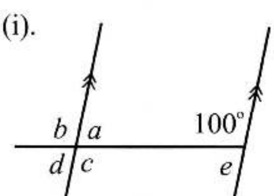
$c = 180^\circ - 80^\circ$

$\underline{\underline{c = 100^\circ}}$

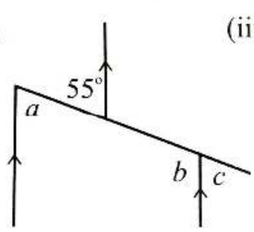
பயிற்சி 14 : 5

(1). பின்வரும் உருவங்களில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப a, b, c, d, e ஆகியவற்றினால் காட்டப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

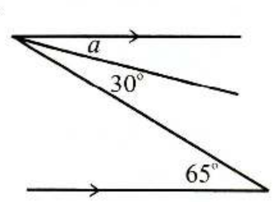
(i).



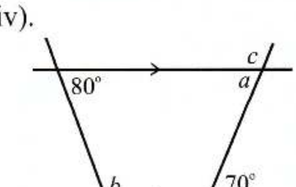
(ii).



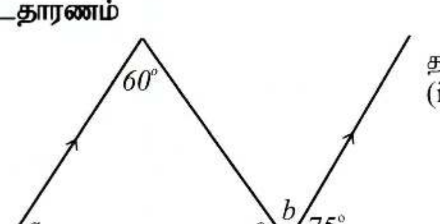
(iii).



(iv).



உதாரணம்



தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப,
(i). a (ii). b (iii). c என்பவற்றால் காட்டப்படும் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i) $a = 75^0$ (ஒத்த கோணங்கள்)

(ii) $b = 60^0$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

(iii) $c + b + 75^\circ = 180^\circ$ (ஒரு நேர் கோட்டின் மீது அமைந்துள்ள கோணம்)

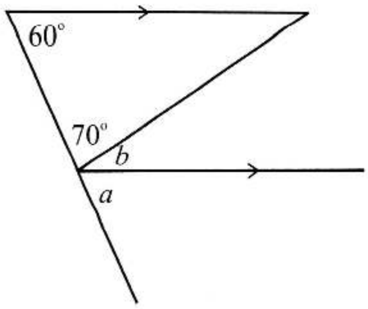
$c + 60 + 75 = 180^\circ$

$\underline{\underline{c}} = 180^\circ - 135^0$

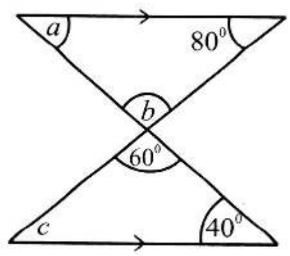
பயிற்சி 14 : 6

(1). பின்வரும் உருவங்களிலுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப a, b, c, d ஆகியவற்றால் தரப்படும் பெறுமானங்களைக் காண்க.

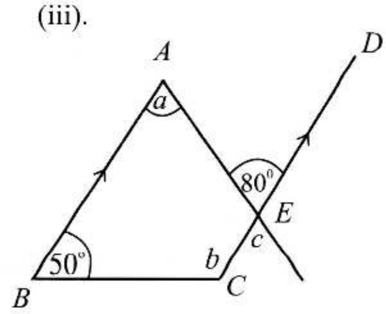
(i).



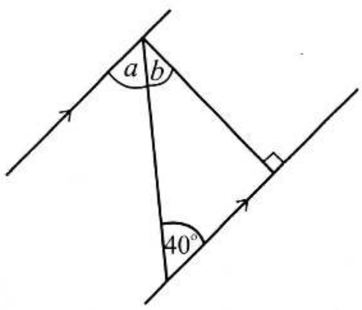
(ii).



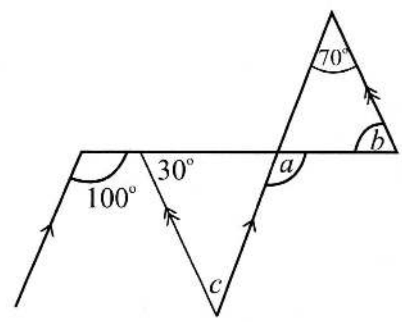
(iii).



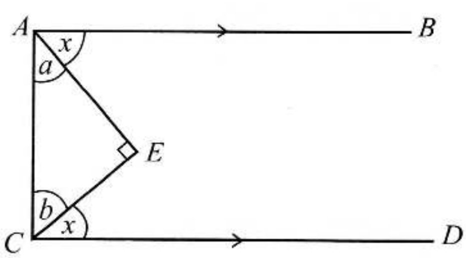
(iv).



(v).



(2)



(I) $E\hat{A}C$ இன் நிரப்பிக் கோணத்தைப் பெயரிடுக.

(ii) $a + b$ இன் பெறுமானம் யாது?

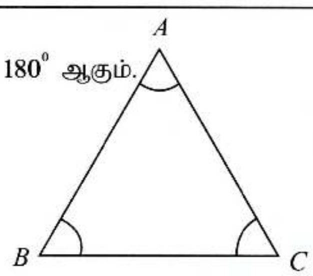
(iii) x இன் பெறுமானம் காண்க.

முக்கோணிகள்

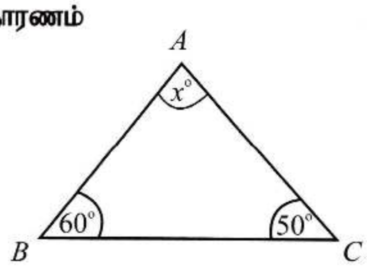
தேற்றம் -

ஒரு முக்கோணியின் மூன்று அகக் கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.

$A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180^\circ$ ஆகும்.



உதாரணம்



உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள தகவல்களின் அடிப்படையில் x இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180^\circ$ (ஒரு முக்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)

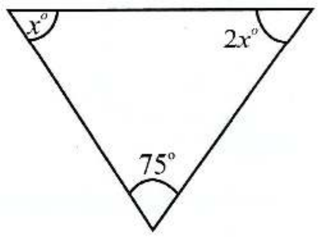
$60^\circ + x^\circ + 50^\circ = 180^\circ$

$x^\circ = 180^\circ - 110^\circ$

$x^\circ = 70^\circ$

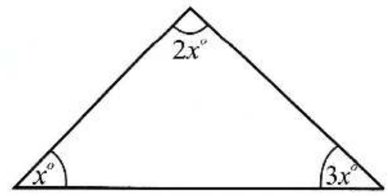
(1). பின்வரும் உருவங்களில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களின் படி x, y, a ஆகியவற்றால் காட்டப்படும் கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.(வெற்றிடங்களை நிரப்புவதன் மூலம் விடைகளைப் பெறலாம்.)

(i).



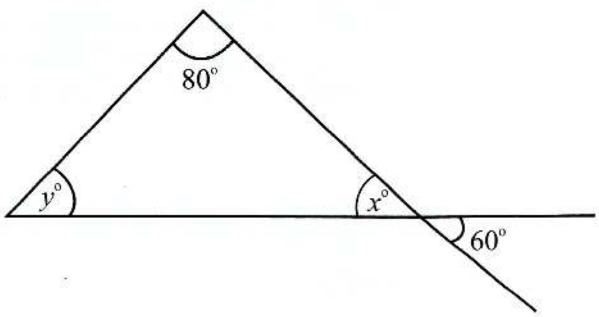
$x + 2x + 75^\circ$ = ... (..............................)
$3x + 75^\circ$ = ...
$3x$ = ...
x = ...

(ii).



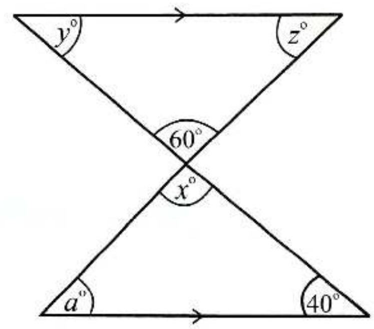
$x + 2x^\circ + 3x^\circ$ = ... (..............................)
$6x^\circ$ = ...
x = ...
$2x^\circ$ = ...
$3x^\circ$ = ...

(iii).



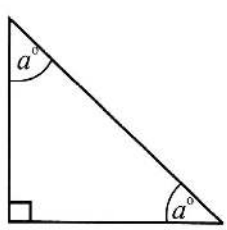
x° = ... (..............................)
y° = ... (..............................)

(iv).



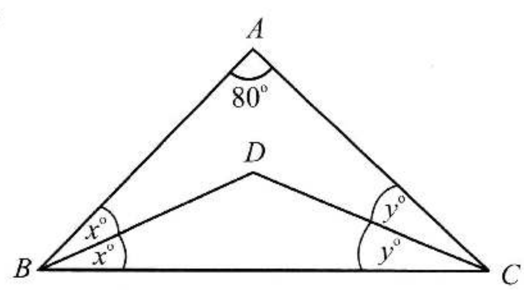
x° = ... (..............................)
y° = ... (..............................)
a° = ... (..............................)
z° = ... (..............................)

(2). (i).



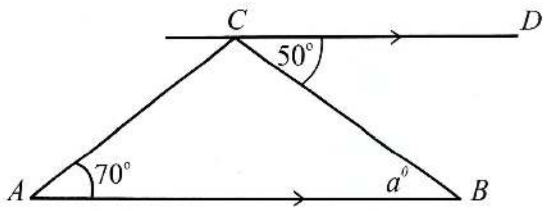
- உருவிலிருந்து a இனாலான ஒரு சமன்பாட்டை எழுதுக.
- a இன் பெறுமானம் காண்க.

(ii).



- முக்கோணி ABC இன் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையிலிருந்து x, y என்பன உள்ளடங்கிய ஒரு சமன்பாட்டை எழுதுக.
- சமன்பாட்டைத் தீர்த்து $(x + y)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
- $B\hat{D}C$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iii).

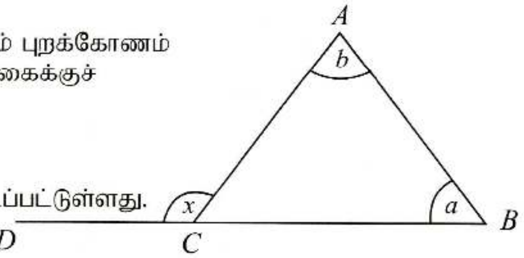


- a இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.
- $A\hat{C}B$ இன் பெறுமானம் காண்க.

புறக்கோணங்கள்

தேற்றம்

ஒரு முக்கோணியின் ஒரு பக்கத்தை நீட்ட உண்டாகும் புறக்கோணம் அதன் அகத்தெதிர்க் கோணங்கள் இரண்டினதும் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமனாகும்.



முக்கோணி ABC இல் பக்கம் BC ஆனது D வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது.

$A\hat{C}D$ புறக்கோணமாகும். (x).

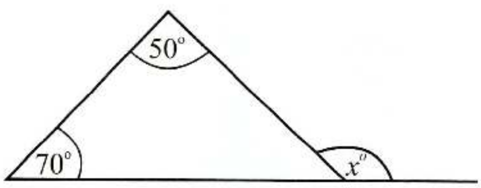
$A\hat{C}D$ புறக்கோணமாகும் போது $A\hat{B}C$, $B\hat{A}C$ ஆகிய இரண்டு கோணங்களும் அகத்தெதிர்க் கோணங்களாகும்.

அப்போது,

$$A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$$
$$x = a + b$$

உதாரணம்

(1). பின்வரும் உருவில் x இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.



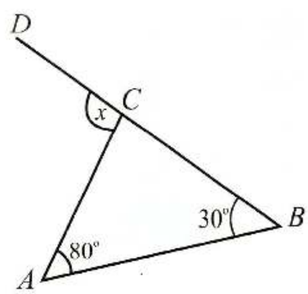
$$x^\circ = 70^\circ + 50^\circ$$
$$= \underline{\underline{120^\circ}}$$

(ஒரு முக்கோணியின் ஒரு பக்கத்தை நீட்ட உண்டாகும் புறக்கோணம் அதன் அகத்தெதிர்க் கோணங்கள் இரண்டினதும் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமனாகும்.)

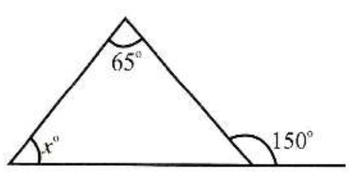
பயிற்சி 14 : 8

(1). பின்வரும் உருவங்களில் x இனால் காட்டப்படும் பெறுமானங்களைக் காண்க.

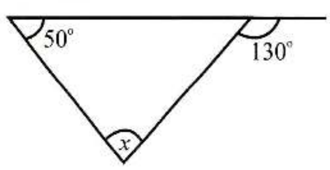
(i).



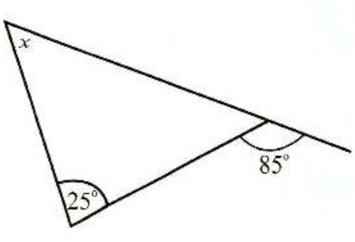
(ii).



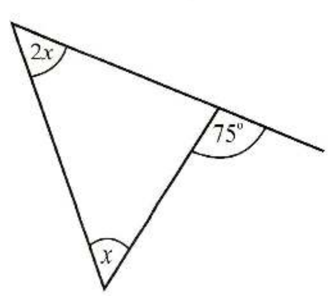
(iii).



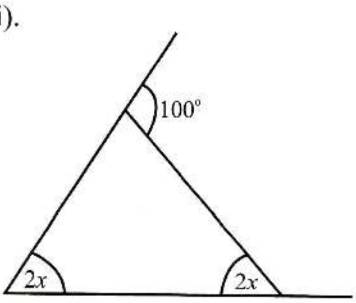
(iv).



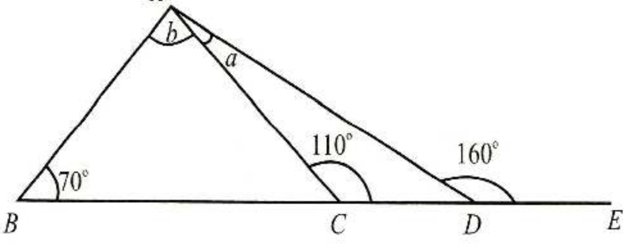
(v).



(vi).



(2).



உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள தகவல்களின்படி

(i). முக்கோணி ACD ஐக் கருத்தில் கொண்டு a இலான ஒரு சமன்பாட்டை எழுதுக.

(ii). a இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iii). b இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

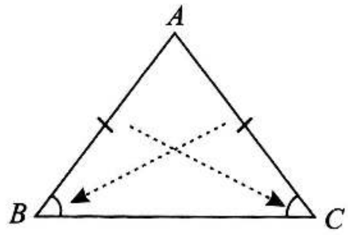
(முக்கோணி ABC ஐக் கருத்தில் கொள்க.)

இருசமபக்க முக்கோணிகள்

இரண்டு பக்கங்கள் சமனாகவுள்ள முக்கோணி இருசமபக்க முக்கோணி ஆகும்.

தேற்றம்

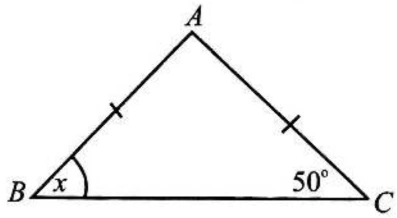
ஒரு முக்கோணியின் இரண்டு பக்கங்கள் சமனாயின் சமனான பக்கங்களுக்கு எதிரான கோணங்கள் சமனாகும்.



முக்கோணி ABC இல் $AB = AC$ ஆகும்.
தேற்றத்தின்படி
$A\hat{B}C = A\hat{C}B$ ஆகும்.
(AB, AC ஆகிய பக்கங்களுக்கு எதிரான கோணங்கள்)

உதாரணம்

(1). உருவிலுள்ள தகவல்களின் படி x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

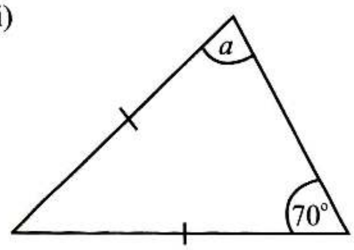


$A\hat{B}C = A\hat{C}B$ ($AB = AC$ என்பதால்)
$x = 50^\circ$

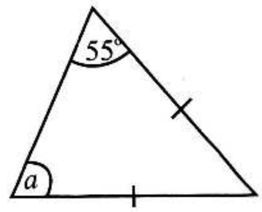
பயிற்சி 14 : 9

(1). பின்வரும் உருவங்களில் a இனால் காட்டப்படும் பெறுமானங்களைக் காண்க.

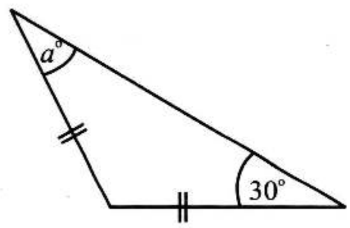
(i)



(ii)

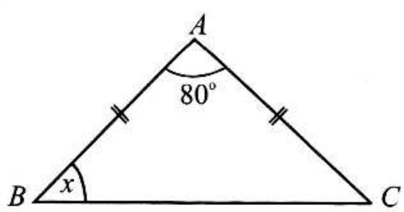


(iii)



உதாரணம்

(1).



உருவிலுள்ள தகவல்களின் படி,
(i). x இனாலான ஒரு சமன்பாட்டை உருவாக்குக.
(ii). x இன் பெறுமானம் காண்க.

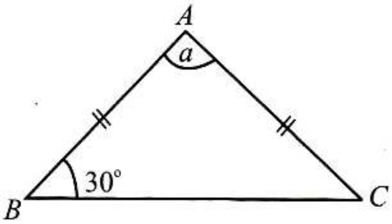
$A\hat{B}C = x$ (தரவு)
$A\hat{B}C = A\hat{C}B$ ($AB = AC$ என்பதால்)
$\therefore A\hat{C}B = x$

(i). $x + x + 80^0 = 180^0$

(ii). $x + x + 80^0 = 180^0$
$2x = 180^0 - 80^0$
$2x = 100^0$
$\underline{\underline{x = 50^0}}$

பயிற்சி 14 : 10

(1). உருவிலிருந்து விடை தருக.

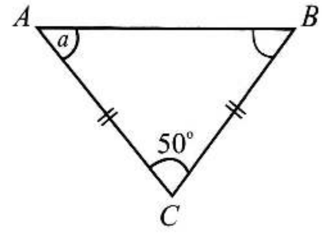


(i). $A\hat{C}B$ இற்கு சமனான ஒரு கோணத்தைப் பெயரிடுக.

(ii). a இனாலான ஒரு சமன்பாட்டை எழுதுக.

(iii). a இன் பெறுமானம் காண்க.

(2). உருவிலிருந்து விடை தருக.

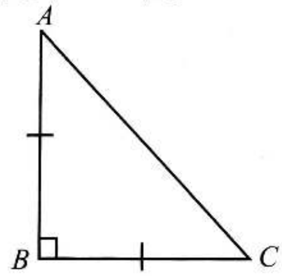


(i). $A\hat{B}C$ ஐ a இல் எழுதுக.

(ii). a இனாலான ஒரு சமன்பாட்டை எழுதுக.

(iii). a இன் பெறுமானம் காண்க.

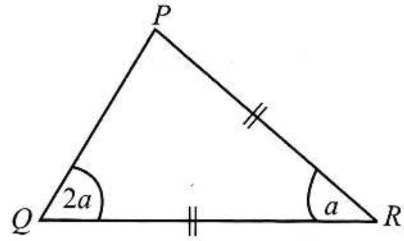
(3). உருவிலிருந்து விடை தருக.



(i) $B\hat{A}C$ இற்கு சமனான ஒரு கோணத்தைப் பெயரிடுக.

(ii) $B\hat{A}C$ இன் பெறுமானம் காண்க.

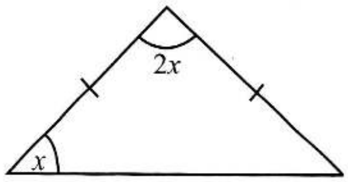
(4). உருவிலிருந்து விடை தருக.



(i) a இனாலான ஒரு சமன்பாட்டை எழுதுக.

(ii) a இன் பெறுமானம் காண்க.

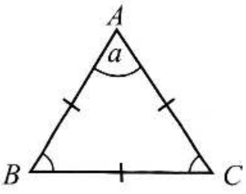
(5). உருவிலிருந்து விடை தருக.



(i) x இனாலான ஒரு சமன்பாட்டை எழுதுக.

(ii) x இன் பெறுமானம் காண்க.

(6). உருவிலிருந்து விடை தருக.



(i) $\hat{B}$, $\hat{C}$ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களை a இல் எழுதுக.

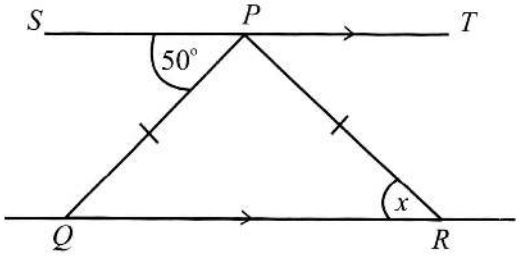
(ii) a இனாலான ஒரு சமன்பாட்டை எழுதுக.

(iii) a இன் பெறுமானம் காண்க.

இருசமபக்க முக்கோணித்தேற்றம் உள்ளடங்கிய பிரசினங்கள்

உதாரணம்

(1). உருவிலிருந்து விடை எழுதுக.



(i). $P\hat{Q}R$ ஐக் காண்க.

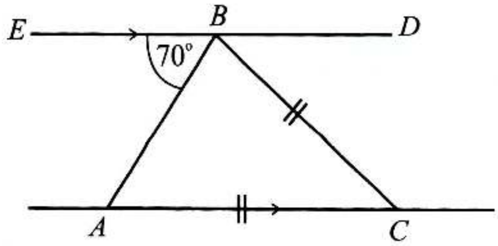
(ii). x இனால் காட்டப்படும் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i). $P\hat{Q}R = 50^{\circ}$ ஒன்றுவிட்டகோணங்கள் ($SP /\!/ QR$)

(ii). $x \quad = 50^{\circ}$ ($PQ = PR$ என்பதால் $P\hat{Q}R = P\hat{R}Q$)

பயிற்சி 14 : 11

(1). உருவிலிருந்து விடை தருக.

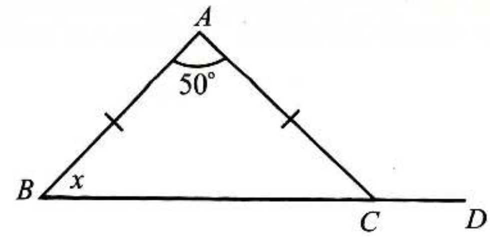


(i). $B\hat{A}C$

(ii). $A\hat{B}C$

(iii). $A\hat{C}B$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

(2). உருவிலுள்ள முக்கோணி ABC இல் பக்கம் BC ஆனது D வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது.



(i) $A\hat{C}B$ இன் பெறுமானத்தை x இல் காண்க.

(ii) x இனாலான சமன்பாட்டை எழுதுக.

(iii) x இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iv) $A\hat{C}D$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(3). உருவிலுள்ள தகவல்களின் படி

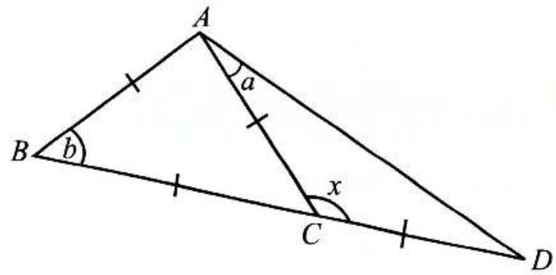
(i). பக்கங்களின் அடிப்படையில் முக்கோணி ABC எவ்வகையைச் சார்ந்தது?

(ii). $B\hat{A}C$ இன் பெறுமானம் காண்க.

(iii). b இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iv). x இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(v). a இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.



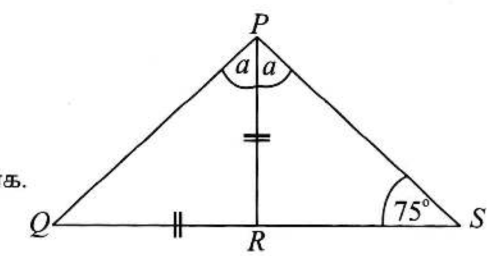
(4). உருவிலுள்ள தகவல்களின் படி

(i). $P\hat{Q}S$ இன் பெறுமானத்தை a இல் காண்க.

(ii). a இனாலான ஒரு சமன்பாட்டை உருவாக்குக.

(iii). a இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iv). $P\hat{Q}R$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



(5). உருவிலுள்ள தகவல்களின் படி

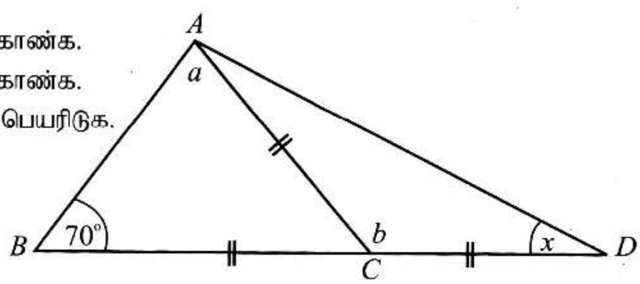
(i). a இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii). b இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

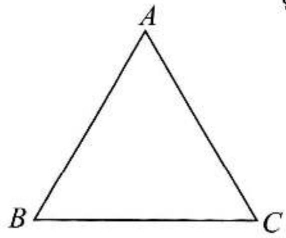
(iii). $C\hat{A}D$ இற்கு சமனான ஒரு கோணத்தைப் பெயரிடுக.

(iv). முக்கோணி ACD இலிருந்து x இனாலான ஒரு சமன்பாட்டை உருவாக்குக.

(v). x இன் பெறுமானம் காண்க.



முக்கோணிகளின் ஒருங்கிசைவு



ஒரு முக்கோணியின் உறுப்புகள் அதன் பக்கங்களும் கோணங்களுமாகும்.

முக்கோணி ABC இன் உறுப்புகள்

(i). பக்கங்கள் : AB, AC, BC ஆகியன

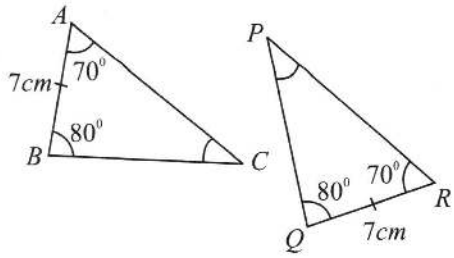
(ii). கோணங்கள் : $A\hat{B}C, A\hat{C}B, B\hat{A}C$ ஆகியன.

ஒருங்கிசைவான முக்கோணிகள்

ஒன்றின் மீது ஒன்றை வைக்கும் போது சரியாகப் பொருந்தும் ஒரு சோடி முக்கோணி ஒருங்கிசைவான முக்கோணிச் சோடியாகும்.

ஒருங்கிசையும் முக்கோணிகளில் ஒத்த உறுப்புகளைச் சமப்படுத்தல்

ஒருங்கிசையும் இரண்டு முக்கோணிகள் ஒன்றுடனொன்று பொருந்தும் போது ஒன்றின் மீது ஒன்று பொருந்தும் உறுப்புகள் ஒத்த உறுப்புகள் ஆகும். இந்த ஒத்த உறுப்புகள் ஒன்றுக்கொன்று சமனானவை. ஆகும்.



ABC, PQR என்பன ஒருங்கிசையும் முக்கோணிகள் ஆகும். அவற்றில் ஒன்றுக்கொன்று சமனான கோணச் சோடிக்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்கள் ஒத்த பக்கங்கள் ஆகும். சமனான பக்கச் சோடிக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள் ஒத்த கோணங்கள் ஆகும்.

$AC = PR$ (80^0 இன் எதிர்ப்பக்கங்கள்)

$BC = PQ$ (70^0 இன் எதிர்ப்பக்கங்கள்)

$A\hat{C}B = Q\hat{P}R$ ($7cm$ இற்கு எதிர்க்கோணம்)

> ஒருங்கிசையும் இரு முக்கோணிகளில் ஒன்றுக்கொன்று சமனான கோணங்களுக்கு எதிரே சமனான பக்கங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமனான பக்கங்களுக்கு எதிரே சமனான கோணங்களும் அமையும்.

ஒருங்கிசைவான முக்கோணிகள்

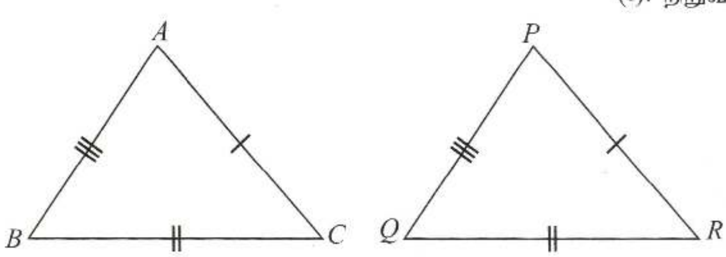
(a). ப.ப.ப. நிபந்தனை

ஒரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களும் இன்னொரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களுக்கும் சமனாகுமாயின் அவ்விரு முக்கோணிகளும் ப.ப.ப. நிபந்தனையின் கீழ் ஒருங்கிசையும்.

உதாரணம்

(1). (i). ABC, PQR ஆகிய இரு முக்கோணிகளில் $AC = PR$, $BC = QR$, $AB = PQ$ ஆகம். $\Delta ABC \equiv \Delta PQR$ எனக் காட்டுக.

(ii). இரண்டு முக்கோணிகளிலும் சமனாகும் கோணச் சோடிகளை எழுதுக.



(i). நிறுவல் :- ABC, PQR ஆகிய முக்கோணிகளில்

$AC = PR$ (தரவு)

$BC = QR$ (தரவு)

$AB = PQ$ (தரவு)

$\therefore \Delta ABC \equiv \Delta PQR$ (ப.ப.ப.)

(ii). $\hat{A} = \hat{P}$

$\hat{B} = \hat{Q}$

$\hat{C} = \hat{R}$

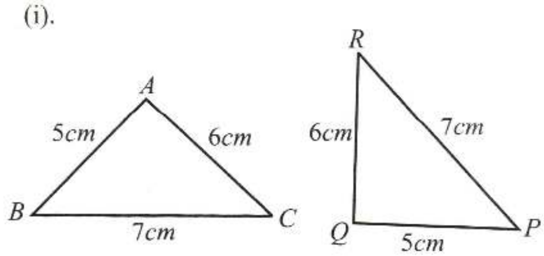
(ஒருங்கிசையும் முக்கோணிகளில் ஒத்த உறுப்புகள் சமனாவதால்)

பயிற்சி 14 : 12

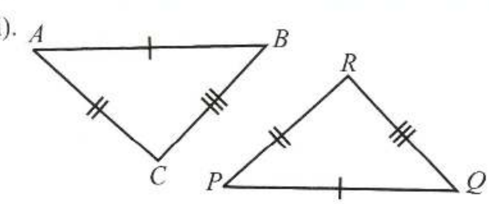
(1). (a). பின்வரும் முக்கோணிச் சோடிகள் ஒருங்கிசையும் எனக் காட்டுக. ஒருங்கிசையும் நிபந்தனையையும் குறிப்பிடுக.

(b). இவற்றில் சமனாகும் கோணச்சோடிகளை எழுதுக.

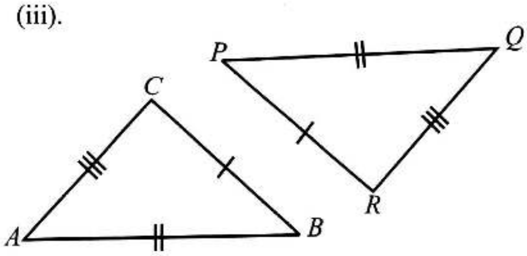
(i).



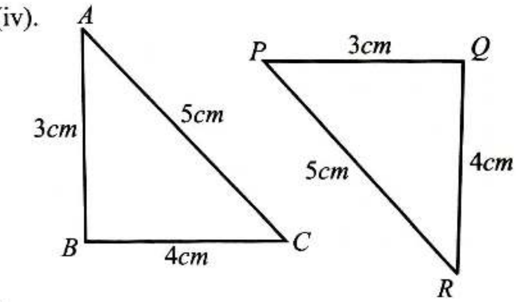
(ii).



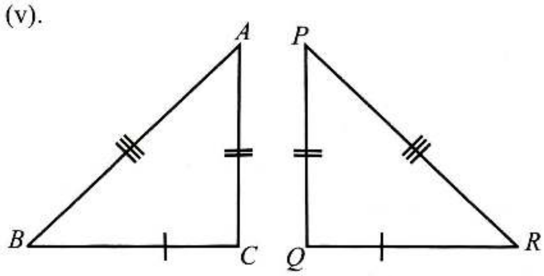
(iii).



(iv).

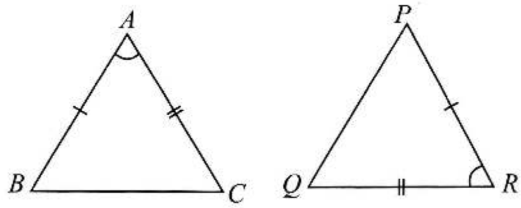


(v).



ப.கோ.ப. நிபந்தனை

ஒரு முக்கோணியின் இரண்டு பக்கங்கள் இன்னொரு முக்கோணியின் இரண்டு பக்கங்களுக்கும் அப்பக்கங்களால் அடைக்கப்படும் இரண்டு கோணங்களுக்கும் சமனாகுமாயின் அவ்விரு முக்கோணிகளும் ப.கோ.ப நிபந்தனையின் கீழ் ஒருங்கிசையும்.



$AB = PR$

$AC = QR$

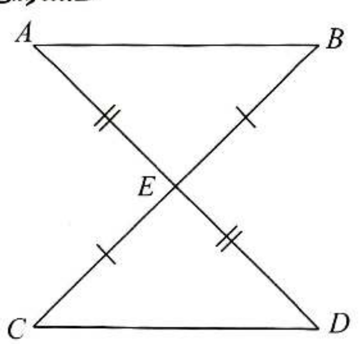
இச்சோடிப் பக்கங்களால் அடைக்கப்படும் கோணங்கள்.

$B\hat{A}C$, $P\hat{R}Q$ ஆகும்.

$B\hat{A}C = P\hat{R}Q$ ஆவதால்

$\Delta ABC \equiv \Delta PQR$ (ப.கோ.ப)

உதாரணம்



தரவு:- AB, CD ஆகிய நேர்கோடுகள் E இல் ஒன்றையொன்று வெட்டுகின்றன.

$AE = ED$ உம், $BE = EC$ உம் ஆகும்.

நி.வே :- (i). $\Delta AEB \equiv \Delta CED$ எனக் காட்டுக.

(ii). $\hat{A}$ இற்கு சமனான கோணத்தை எழுதுக.

(i). நிறுவல் :- AEB, ECD ஆகிய முக்கோணிகளில்

$AE = ED$ (தரவு)

$BE = EC$ (தரவு)

$A\hat{E}B = C\hat{E}D$ (குத்தெதிர்க் கோணங்கள்)

$\therefore \Delta AEB \equiv \Delta ECD$ **(ப.கோ.ப)**

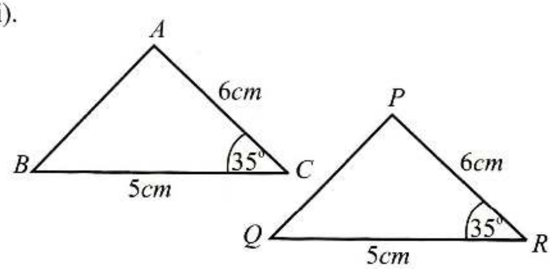
(ii). $\hat{A} = \hat{D}$ (ஒருங்கிசையும் Δ களில் ஒத்த உறுப்புகள் சமனாவதால்)

பயிற்சி 14 : 13

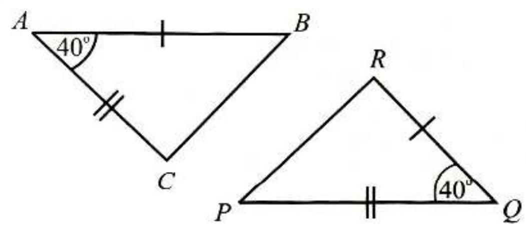
(1). (a) பின்வரும் முக்கோணிச் சோடிகள் ஒருங்கிசையும் எனக் காட்டுக.

(b) ஒவ்வொரு சோடியிலும் சமனாகும் மற்றைய உறுப்புகளின் சோடிகள் அனைத்தையும் எழுதுக.

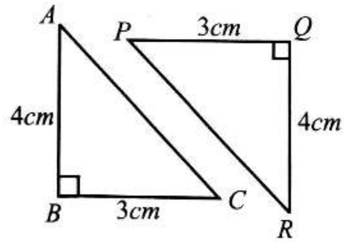
(i).



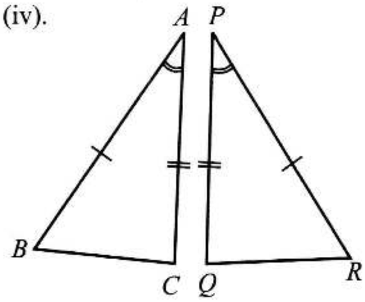
(ii).



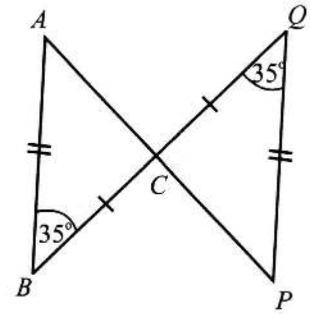
(iii).



(iv).

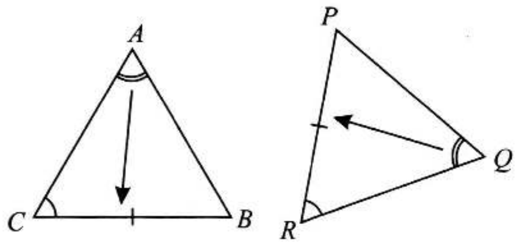


(v).



கோ.ப.கோ நிபந்தனை

ஒரு முக்கோணியின் இரண்டு கோணங்கள் இன்னொரு முக்கோணியின் இரண்டு கோணங்களுக்கும், முதலாவது முக்கோணியின் ஒரு பக்கம் இரண்டாவது முக்கோணியில் ஒத்த ஒரு பக்கத்திற்கும் சமனாகுமாயின் அவ்விரு முக்கோணிகளும் கோ.ப.கோ நிபந்தனையின் கீழ் ஒருங்கிசையும்



$A\hat{C}B = P\hat{R}Q$

$C\hat{A}B = P\hat{Q}R$

BC இற்கு ஒத்த பக்கம் PR ஆகும்.

$BC = PR$ ஆவதால்

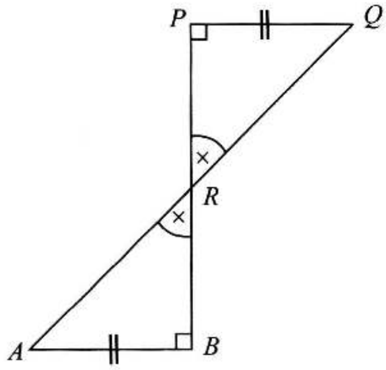
$\Delta ABC \equiv \Delta PQR$ **(கோ.ப.கோ)**

உதாரணம்

(1). PB , AQ ஆகிய நேர்கோடுகள் R இல் இடைவெட்டுகின்றன. $Q\hat{P}R = A\hat{B}R = 90^0$ $PQ = AB$ ஆகும்.

(i). $PQR\,\Delta \equiv ABR\,\Delta$ எனக் காட்டுக.

(ii). முக்கோணிச் சோடியில் சமனாகும் மற்றைய உறுப்புகளின் சோடிகள் அனைத்தையும் எழுதுக.



(i). PQR , ABR ஆகிய முக்கோணிகளில்,

$Q\hat{P}R = A\hat{B}R = 90^0$ (தரவு)

$P\hat{R}Q = A\hat{R}B$ (குத்தெதிர்க் கோணங்கள்)

$PQ = AB$ (தரவு)

$\therefore\ \Delta PQR \equiv \Delta ABR$ (கோ.ப.கோ)

(ii). $PR = BR$ (ஒருங்கிசையும் Δ களில் ஒத்த உறுப்புகள் சமனாவதால்)

$QR = AR$ (ஒருங்கிசையும் Δ களில் ஒத்த உறுப்புகள் சமனாவதால்)

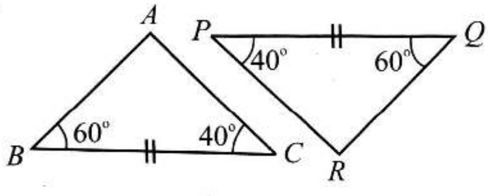
$P\hat{Q}R = B\hat{A}R$(ஒருங்கிசையும் Δ களில் ஒத்த உறுப்புகள் சமனாவதால்)

பயிற்சி 14 : 14

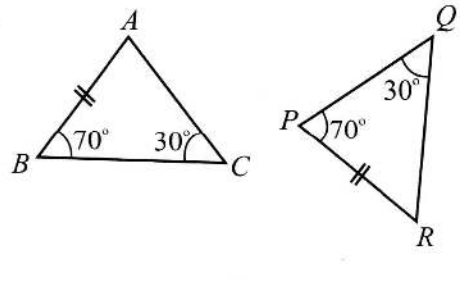
(1). (i). பின்வரும் ஒவ்வொரு முக்கோணிச் சோடியும் ஒருங்கிசையும் எனக் காட்டுக.

(ii). முக்கோணிச் சோடிகளில் சமனாகும் மற்றைய உறுப்புகளின் சோடிகள் அனைத்தையும் எழுதுக.

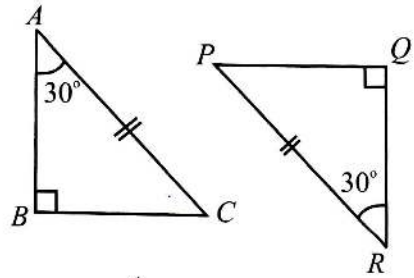
(i).



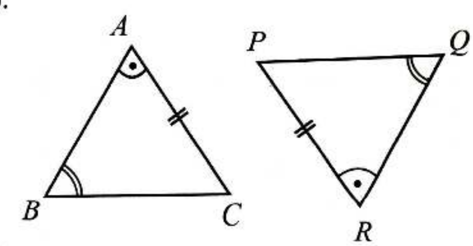
(ii).



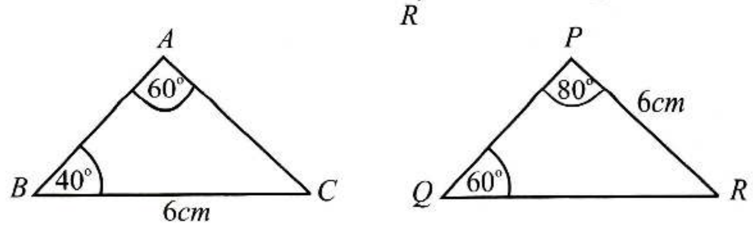
(iii).



(iv).

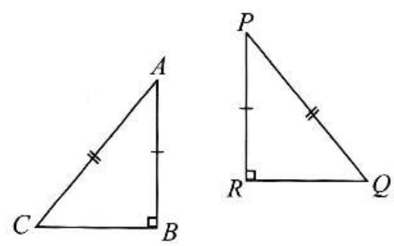


(v).



செ.ப.ப. நிபந்தனை

இரண்டு செங்கோண முக்கோணிகளில் செம்பக்கமும் இன்னொரு பக்கமும் முறையே சமனாகுமாயின் அம்முக்கோணிச் சோடி செ.ப.ப. நிபந்தனையின் கீழ் ஒருங்கிசையும்.



$A\hat{B}C = 90^0$, $P\hat{R}Q = 90^0$

$\therefore$ ABC , PRQ என்பன இரண்டு செங்கோண முக்கோணிகளாகும்.

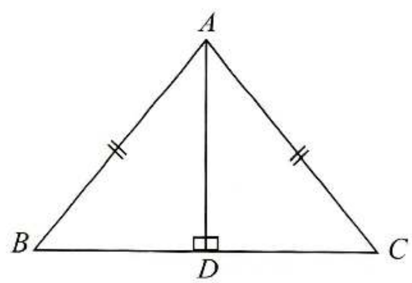
$AB = PR$

$AC = PQ$

$\therefore$ $\Delta ABC \equiv \Delta PQR$ (செ.ப.ப)

உதாரணம்

(1). முக்கோணி ABC இல் $AB = AC$ ஆகும். A இலிருந்து பக்கம் BC இற்கு செங்குத்து AD வரையப்பட்டுள்ளது. $ABD\,\Delta \equiv ADC\,\Delta$ எனக் காட்டுக.



ABD , ADC ஆகிய முக்கோணிகளில்

$A\hat{D}B = A\hat{D}C = 90^0$ (தரவு)

$\therefore$ ABD, ADCஎன்பன இரண்டு செங்கோண முக்கோணிகளாகும்.

$AB = AC$ (தரவு)

$AD = AD$ (பொதுப் பக்கம்)

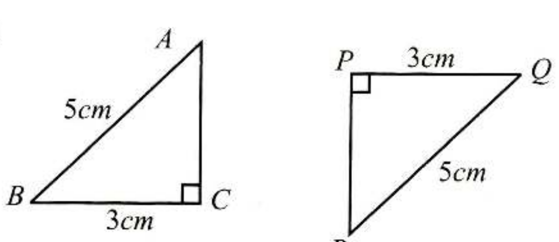
$\therefore$ $\Delta ABD \equiv \Delta ADC$ (செ.ப.ப)

பயிற்சி 14 : 15

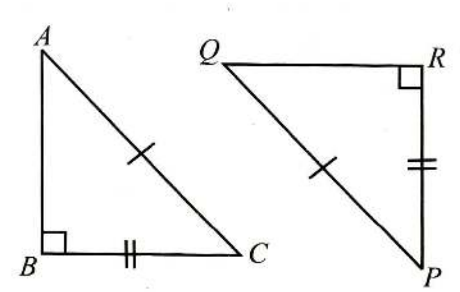
(1). (i). பின்வரும் ACB ,PQR எனும் முக்கோணிச் சோடிகள் ஒருங்கிசையும் எனக் காட்டுக.

(ii). முக்கோணிச் சோடிகளில் சமனாகும் மற்றைய உறுப்புகளின் சோடிகள் அனைத்தையும் எழுதுக.

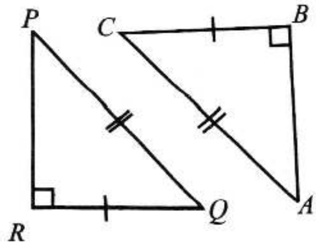
(i).



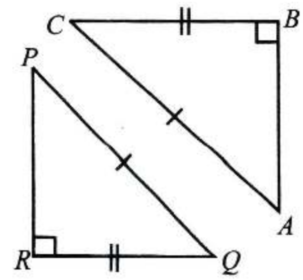
(ii).



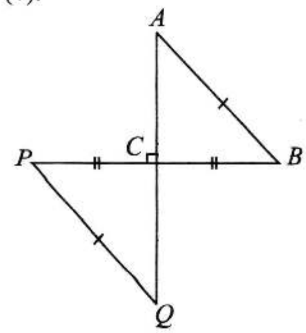
(iii).



(iv).

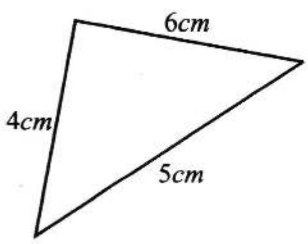


(v).

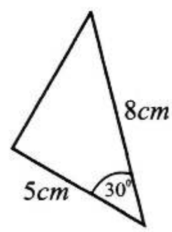


(2). பின்வரும் முக்கோணிகளில் ஒருங்கிசையும் முக்கோணிச் சோடிகளைத் தெரிந்து எழுதுக. அவற்றுக்குரிய அட்சரச் சோடிகளை எழுதுக. ஒருங்கிசையும் நிபந்தனையையும் எழுதுக.

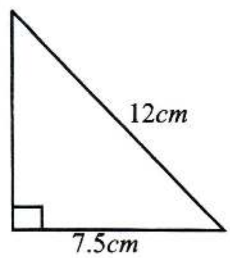
(*a*)



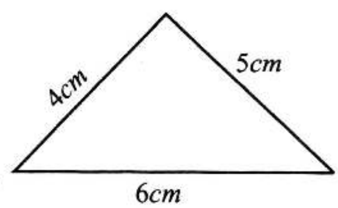
(b)



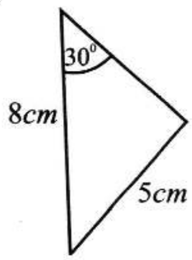
(c)



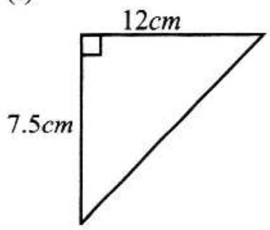
(d)



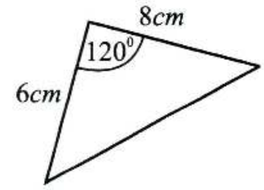
(e)



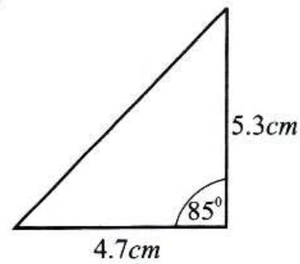
(f)



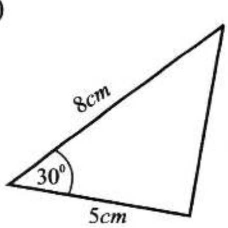
(g)



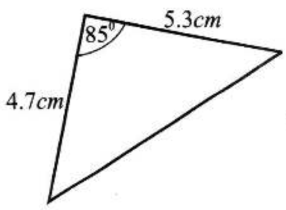
(h)



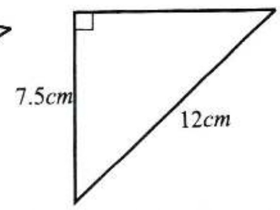
(i)



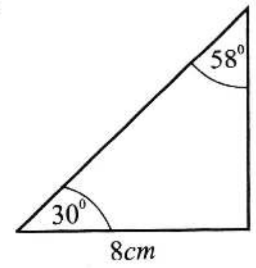
(j)



(k)



(l)

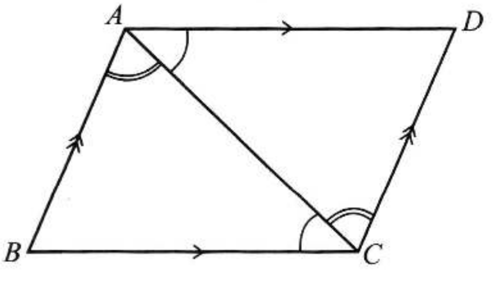


கூட்டு உருவங்களில் உள்ள முக்கோணிகளை ஒருங்கிசையச் செய்தல்

தரப்பட்டுள்ள தகவல்களின் அடிப்படையில் இரண்டு முக்கோணிகளும் ஒருகிசைவது எந்நிபந்தனையின் கீழ் என்பதை அறிந்து கொள்ள வேண்டும்.

உதாரணம்

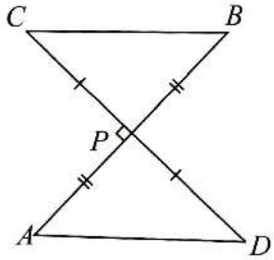
(1). $ABCD$ ஓர் இணைகரமாகும். ABC , ADC ஆகிய முக்கோணிகள் ஒருங்கிசையும் எனக் காட்டுக.



ADC , ABC ஆகிய முக்கோணிகளில்

$D\hat{A}C = A\hat{C}B$	(ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் $AD \parallel BC$)
$A\hat{C}D = C\hat{A}B$	(ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் $AB \parallel DC$)
$AC = AC$	(பொதுப்பக்கம்)
$\therefore \Delta ABC \equiv \Delta ADC$	**(கோ.ப.கோ)**

(2). நேர்கோடு AB இன் நடுபுள்ளி P இனூடாக உருவிலுள்ளவாறு செங்குத்துக்கோடு CD வரையப்பட்டுள்ளது. CD இன் நடுப்புள்ளி Pஆகும். $\Delta ADP \equiv \Delta PCB$ எனக் காட்டுக.



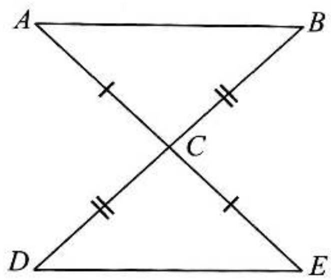
APD, PCB ஆகிய முக்கோணிகளில்

$A\hat{P}D$	$=$	$C\hat{P}B$	(குத்தெதிர்க்கோணங்கள்)
AP	$=$	PB	(AB இன் நடுப்புள்ளி P என்பதால்)
PD	$=$	CP	(CD இன் நடுப்புள்ளி P என்பதால்)
$\therefore \Delta APD$	$\equiv$	ΔPCB	**(ப.கோ.ப)**

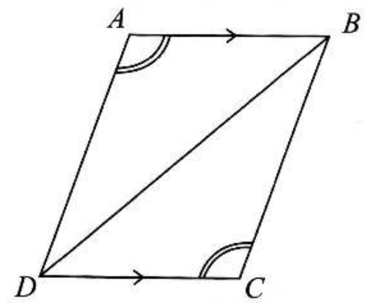
பயிற்சி 14 : 16

(1). பின்வரும் ஒவ்வொரு உருவிலும் குறிக்கப்பட்டுள்ள தகவல்களின்படி,
- ஒருங்கிசையும் முக்கோணிச்சோடி ஒன்று வீதம் பெயரிடுக.
- அம்முக்கோணிச் சோடிகள் ஒருங்கிசையும் எனக் காட்டுக.

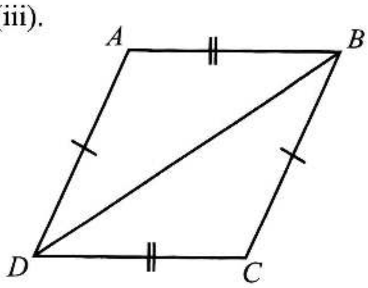
(i).



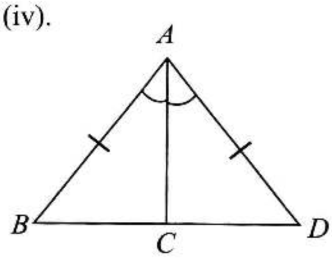
(ii).



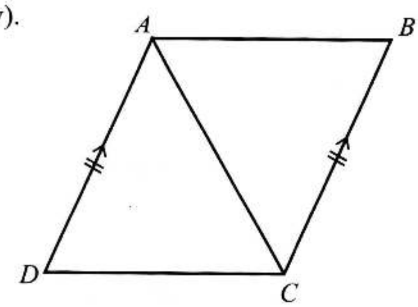
(iii).



(iv).



(v).



உதாரணம்

(1). O ஐ மையமாகவுடைய ஒரு வட்டத்தின் மீது A, B ஆகிய புள்ளிகள் அமைந்துள்ளன. OA, OB என்பவற்றுக்கு செங்குத்தாக PA, PB ஆகிய நேர்கோடுகள் உருவிலுள்ளவாறு வரையப்பட்டுள்ளன.

(i). $\Delta PAO \equiv \Delta PBO$ எனக் காட்டுக.

(ii). உருவில் சமனாகும் எஞ்சிய உறுப்புகளின் சோடிகளை எழுதுக.

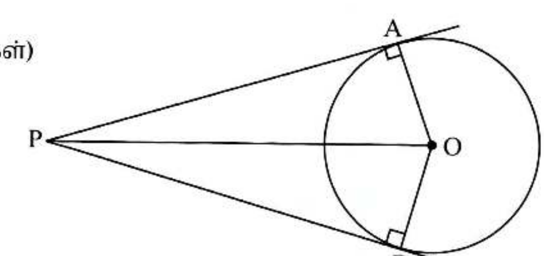
(i). ΔPAO , ΔPBO என்பவற்றில்,

$OA = OB$ (ஒரே வட்டத்தின் ஆரைகள்)

$OAP = OBP = 90^{0}$ (தரவு)

$PO = PO$ (பொதுப்பக்கம்)

$\therefore \Delta PAO \equiv \Delta PBO$ (செ.ப.ப)



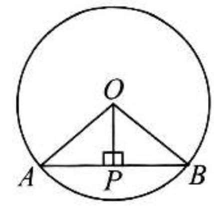
(ii). $PA = PB$ (ஒருங்கிசையும் Δ களில் ஒத்த உறுப்புகள்)

$A\hat{P}O = B\hat{P}O$ (ஒருங்கிசையும் Δ களில் ஒத்த உறுப்புகள்)

$AOP = BOP$ (ஒருங்கிசையும் Δ களில் ஒத்த உறுப்புகள்)

பயிற்சி 14 : 17

(1). O என்பது வட்டத்தின் மையமாகும். நாண் AB இற்குச் செங்குத்தாக OP வரையப்பட்டுள்ளது. $AP = PB$ எனக் காட்டுவதற்கு பின்வரும் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.



AOP, OBP ஆகிய முக்கோணிகளில்

$OA = \ldots\ldots\ldots\ldots (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)$

$A\hat{P}O = \ldots\ldots\ldots\ldots (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)$

$OP = \ldots\ldots\ldots\ldots (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)$

$\therefore \Delta OAP \equiv \Delta OBP \quad (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)$

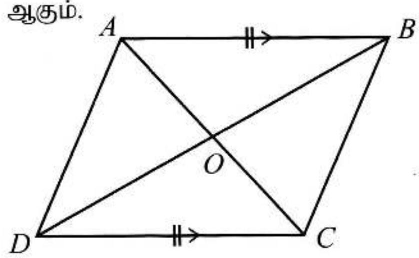
$\therefore AP = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (ஒத்த உறுப்புகள் சமனாவதால்)

(2). நாற்பக்கல் $ABCD$ இல் $AB = CD$ உம் AB சமாந்தரம் DC உம் ஆகும். AC, BD ஆகிய மூலைவிட்டங்கள் O இல் இடை வெட்டுகின்றன.

(i) $\Delta AOB \equiv \Delta DOC$ எனக் காட்டுக.

(ii) $AO = OC,\ BO = OD$ எனக் காட்டுக.

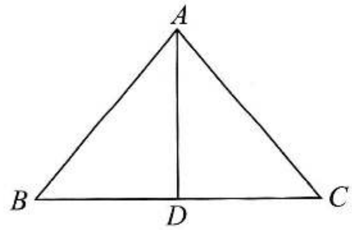
(iii) $\Delta BOC \equiv \Delta AOD$ எனக் காட்டுக.



(3). முக்கோணி ABC இல் $AB = AC$ ஆகும். $B\hat{A}C$ இன் இரு கூறாக்கியானது பக்கம் BC ஐ D இல் சந்திக்கின்றது.

(i). $\Delta ABD \equiv \Delta ADC$ எனக் காட்டுக.

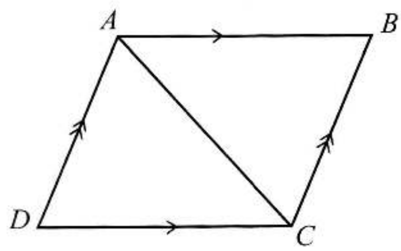
(ii). $A\hat{B}C = A\hat{C}B$ எனக் காட்டுக.



(4). உருவில் இணைகரம் $ABCD$ காட்டப்பட்டுள்ளது.

(i). $\Delta ABC \equiv \Delta ADC$ எனக் காட்டுக.

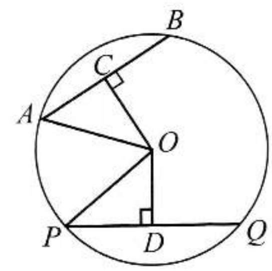
(ii). $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ எனக் காட்டுக.



(5). உருவிலுள்ள O ஐ மையமாகவுடைய வட்டத்தில் $AB,\ PQ$ என்பன இரண்டு நாண்களாகும். AB இற்கு OC செங்குத்து ஆவதுடன் PQ இற்கு OD செங்குத்தும் ஆகும். $AC = PD$ ஆயின்

(I) $\Delta ACO \equiv \Delta POD$ எனக் காட்டுக.

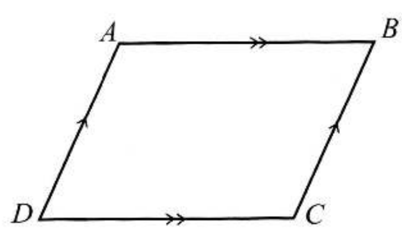
(ii) $OC = OD$ எனக் காட்டுக.



(6). உருவில் இணைகரம் $ABCD$ தரப்பட்டுள்ளது.

(i) மூலைவிட்டங்கள் இரண்டையும் இணைக்க.

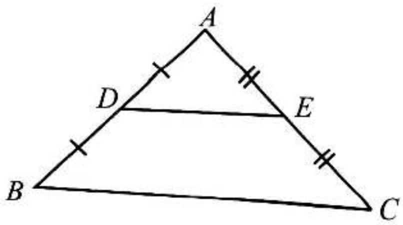
(ii) முக்கோணிகளின் ஒருங்கிசைவிலிருந்து இரண்டு மூலைவிட்டங்களும் ஒன்றையொன்று இரு சம கூறிடும் எனக் காட்டுக.



நடுப்புள்ளித் தேற்றம்

தேற்றம்

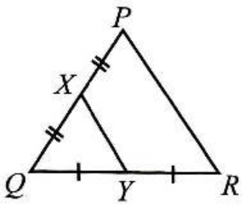
ஒரு முக்கோணியின் இரண்டு பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடு மூன்றாம் பக்கத்திற்குச் சமாந்தரமாகவும் நீளத்தில் அதன் அரை மடங்காகவும் இருக்கும்.



முக்கோணி ABC இல்
பக்கம் AB இன் நடுப்புள்ளி D உம்
பக்கம் AC இன் நடுப்புள்ளி E உம் ஆகும்.
நடுப்புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடு DE ஆகும்.
நடுப்புள்ளித் தேற்றப்படி,
DE, BC இற்கு சமாந்தரமாகும் ($DE // BC$)
$DE = \frac{1}{2} BC$ ஆகும்.

உதாரணம்

(1). முக்கோணி PQR இல் PQ , QR ஆகிய பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே X, Y ஆகும்.
$PR = 10cm$, $PQ = 14\ cm$, $QR = 12cm$ ஆகும்.



(i) PR இற்குச் சமாந்தரமான ஒரு பக்கத்தைப் பெயரிடுக. காரணத்தை எழுதுக.
(ii) XY இன் நீளத்தைக் காண்க.
(iii) $Q\hat{Y}X$ இற்கு சமனான ஒரு கோணத்தைப் பெயரிடுக.
(iv) முக்கோணி QXY இன் சுற்றளவைக் காண்க.

(i) $PR // XY$. காரணம் - நடுப்புள்ளித் தேற்றம்

(ii) $XY = \frac{1}{2} PR = \frac{1}{2} \times 10cm = 5\ cm.$

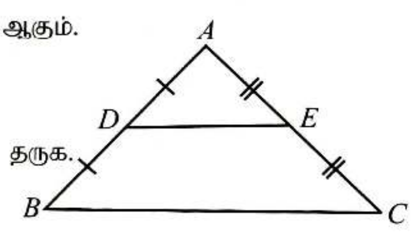
(iii) $Q\hat{Y}X = P\hat{R}Q$ (ஒத்த கோணம் $XY//PR$)

(iv) $QX = \frac{1}{2} PQ, \quad QY = \frac{1}{2} QR, \quad XY = \frac{1}{2} PR$

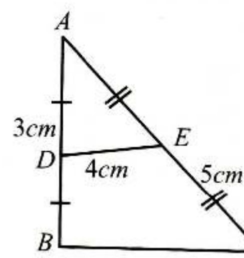
சுற்றளவு $= 7\ cm + 6cm + 5\ cm = 18\ cm$

பயிற்சி 14 : 18

(1). முக்கோணி ABC இல் AB,AC ஆகிய பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள் D, E ஆகும்.
$AB = 12cm$, $AC = 14cm$, $BC = 16cm$ ஆகும்.
(i). BC இற்கு சமாந்தரமான ஒரு பக்கத்தைப் பெயரிடுக.
(ii). $A\hat{C}B$ இற்கு சமனான ஒரு கோணத்தைப் பெயரிடுக. காரணத்தைத் தருக.
(iii). பக்கம் DE இன் நீளம் யாது?
(iv). முக்கோணி ADE இன் சுற்றளவைக் கணிக்க.



(2). உருவில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களின் அடிப்படையில்
(i). முக்கோணி ABC இன் சுற்றளவைக் காண்க.
(ii). ΔADE , ΔABC ஆகியவற்றின் சுற்றளவுகளுக்கிடையிலான விகிதத்தைக் காண்க.



(3). உருவில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களின் படி

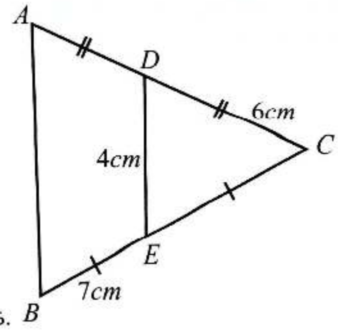
(i). AB, DE என்பவற்றுக்கிடையிலுள்ள விசேட கேத்திர கணிதத் தொடர்புகள் இரண்டை எழுதுக.

(ii). பக்கம் AB இன் நீளம் யாது?

(iii). பக்கம் AC இன் நீளம் யாது?

(iv). முக்கோணி ABC இன் சுற்றளவைக் கணிக்க.

(v). ΔCDE இன் சுற்றளவு: ΔABC இன் சுற்றளவு என்பதைக் காண்க.



(4). முக்கோணி ABC இல் AB, BC, AC ஆகிய பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே P,R,Q ஆகும். $PQ = 6cm$, $PR = 5cm$, $QR = 7cm$ ஆயின்,

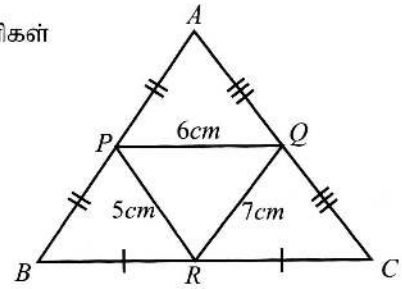
(i). பக்கம் AB இன் நீளம்

(ii). பக்கம் BC இன் நீளம்

(iii). பக்கம் AC இன் நீளம்

(iv). முக்கோணி ABC இன் சுற்றளவைக் கணிக்க.

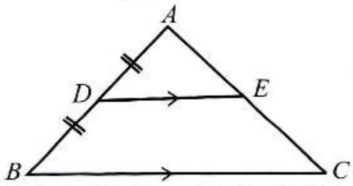
(v). சிறிய முக்கோணிகள் நான்கினதும் சுற்றளவுகளை வெவ்வேறாகக் காண்க.



நடுப்புள்ளித் தேற்றத்தின் மறுதலை

தேற்றம்

ஒரு முக்கோணியின் ஒரு பக்கத்தின் நடுப்புள்ளியிலிருந்து இன்னொரு பக்கத்திற்குச் சமாந்தரமாக வரையப்படும் கோடு எஞ்சிய பக்கத்தை இரு சம கூறிடும்.



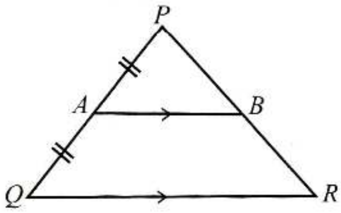
முக்கோணி ABC இல் பக்கம் AB இன் நடுப்புள்ளி D ஆகும். BC இற்கு சமாந்தரமாக D இனூடாக வரையப்பட்ட கோடு DE ஆகும். அப்போது தேற்றத்தின் படி E என்பது AC இன் நடுப்புள்ளி ஆகும். எனவே $AE = EC$ ஆகும்.

உதாரணம்

(1). முக்கோணி PQR இல் பக்கம் PQ இன் நடுப்புள்ளி A ஆகும். $QR \parallel AB$ ஆகும்.

(i). $PB = 6cm$ ஆயின் BR இன் நீளத்தைக் காண்க.

(ii). $AB = 8cm$ ஆயின் QR இன் நீளத்தைக் காண்க.



(I). $PB = BR$ (PRஇன் நடுப்புள்ளி B ஆகும். நடுப்புள்ளித் தேற்றத்தின் மறுதலைப்படி)

$\therefore BR = 6cm$

(ii). $AB = \frac{1}{2}QR$ (ந.பு.தேற்றப்படி)

$\therefore 2AB = QR$

$2 \times 8 = QR$

$QR = 16\ cm$

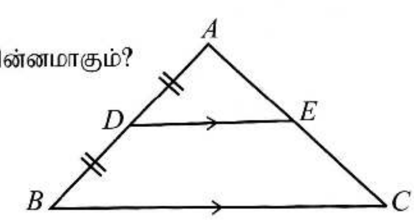
பயிற்சி 14 : 19

(1). உருவிலுள்ள தகவல்களின் படி

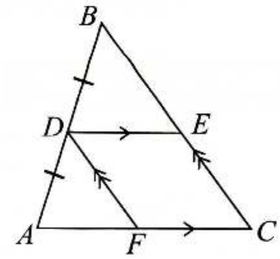
(i). பக்கம் AE இன் நீளமானது பக்கம் AC இன் நீளத்தின் என்ன பின்னமாகும்?

(ii). உமது விடைக்கான காரணம் தருக.

(iii). $AC = 8cm$, $DE = 7cm$, $AB = 10cm$ ஆயின் முக்கோணி ABC இன் சுற்றளவைக் காண்க.



(2). உருவிலுள்ள முக்கோணி ABC இல் $AB = 50cm, AC = 50cm, BC = 56cm$ ஆகும்.



(i). பக்கம் BE இன் நீளம் யாது?

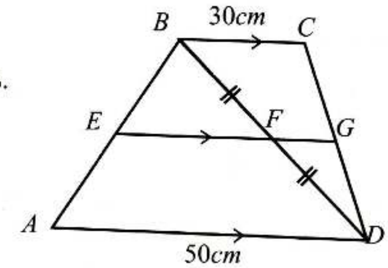
(ii). பக்கம் AF இன் நீளம் யாது?

(iii). முக்கோணி ABC இன் சுற்றளவைக் காண்க.

(iv). முக்கோணி ADF இன் சுற்றளவைக் காண்க.

(v). ABC, ADF ஆகிய முக்கோணிகளின் சுற்றளவுக்குக் கிடையிலான தொடர்பை எழுதுக.

(3). உருவிலுள்ள தகவல்களின் படி,



(i). AE,EB என்பவற்றுக்கிடையிலான ஒரு தொடர்பை எழுதுக. விடைக்கான காரணம் தருக.

(ii). CG, GD என்பவற்றுக்கிடையிலான ஒரு தொடர்பை எழுதுக. விடைக்கான காரணம் தருக.

(iii). EF இன் நீளம் யாது?

(iv). FG இன் நீளம் யாது?

(v). EG இன் நீளம் யாது?

(4). முக்கோணி ABC இல் $AB = 6cm, BC = 7cm, AC = 8cm$ ஆகும்.
BC, AC, AB ஆகிய பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே P, Q, R ஆகும்.

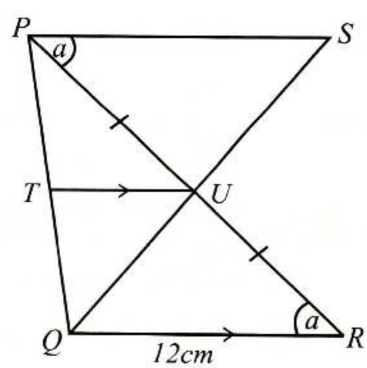
(i). மேலேயுள்ள தகவல்களை ஓர் உருவப்படத்தில் காட்டுக.

(ii). AB இற்குச் சமாந்தரமான ஒரு பக்கத்தைப் பெயரிடுக.

(iii). PQ இன் நீளத்தைக் காண்க.

(iv). முக்கோணி PQR இன் சுற்றளவைக் காண்க.

(5). உருவிலுள்ள தகவல்களின் படி,



(i). PT, QT என்பவற்றுக்கிடையிலான ஒரு தொடர்பை எழுதுக. விடைக்கான காரணம் தருக.

(ii). $QR // PS$ எனக் காட்டுக.

(iii). QU, SU என்பவற்றுக்கிடையிலான ஒரு தொடர்பை எழுதுக. விடைக்கான காரணம் தருக.

(iv). TU இன் நீளம் யாது?

(v). PS இன் நீளத்தைக் காண்க.

(vi). $PQRS$ ஓர் இணைகரம் எனக் காட்டுக.

15. கேத்திர கணித அமைப்புகள்

புள்ளிகளின் ஒழுக்குகள்

நான்கு அடிப்படை ஒழுக்குகள்

(1). ஒரு புள்ளியிலிருந்து சமதூரத்தில் அமைந்துள்ள புள்ளிகளின் ஒழுக்கு ஒரு வட்டமாகும்.
(O ஐ மையமாகவுடையதும் $5cm$ ஆரையுடையதுமான வட்டம் புள்ளி O இலிருந்து $5cm$ தூரத்திலுள்ள புள்ளிகளின் ஒழுக்காகும்)

(2). இரு புள்ளிகளிலிருந்து சமதூரத்திலுள்ள புள்ளிகளின் ஒழுக்கு அவ்விரு புள்ளிகளையும் இணைக்கும் கோட்டுக்கு வரையப்பட்ட செங்குத்து இரு சமகூறாக்கி ஆகும்.

(3). ஒரு கோட்டிலிருந்து சமதூரத்திலுள்ள புள்ளிகளின் ஒழுக்கு அக்கோட்டிற்கு சமாந்தரமான கோடாகும்.

(4). ஒன்றையொன்று வெட்டும் இரு நேர்கோடுகளிலிருந்து சமதூரத்திலுள்ள புள்ளிகளின் ஒழுக்கு அந்நேர்கோடுகளால் அமையும் கோணத்தின் இரு சமகூறாக்கியாகும்.

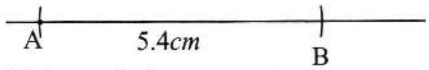
க.பொ.த.(சா/த)ப் பரீட்சையில் கவராயத்தையும் *mm, cm* அளவுத்திட்டத்தைக் கொண்ட ஒரு நேர் விளிம்மையும் மாத்திரம் பயன்படுத்தி அமைப்புகளைச் செய்யுமாற்றல் மதிப்பிடப்படுகிறது. மெல்லிய கூரான முனையையுடைய ஒரு பென்சிலைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் அமைப்புக் கோடுகளை தெளிவானதாக்கிக் கொள்ளலாம்.

அடிப்படை அமைப்புகள்

தரப்பட்ட நீளத்தையுடைய ஒரு நேர்கோட்டுத்துண்டத்தை அமைத்தல்

செயற்பாடு 1

$5.4cm$ நீளமுடைய நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB ஐ அமைக்க.



படிமுறை 01 - $5.4\ cm$ இலும் கூடிய நீளமுடைய ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டத்தை வரைக. அதில் A எனும் புள்ளியை ஒரு முனைக்கு அருகே உருவிலுள்ளவாறு குறிக்க.

படிமுறை 02 - தரப்பட்ட நீளம் $5.4cm$ ஐ கவராயத்திலெடுத்து Aஇல் கவராயத்தின் நுனியை வைத்து கோட்டின் மீது ஒரு வில் வெட்டுக. B ஐக் குறிக்க.

பயிற்சி 15 : 1

(1). $7cm$ நீளமுடைய நேர்கோட்டுத் துண்டம் PQ ஐ வரைக.

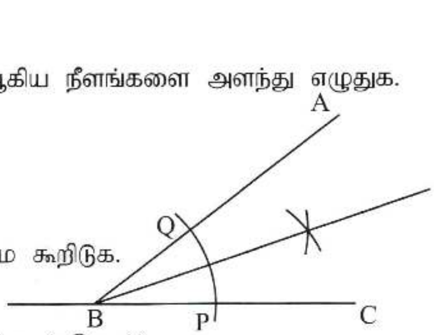
(2). $8cm$ நீளமுடைய நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB ஐ வரைக. அதன் நடுப்புள்ளியைக் குறித்து O எனப் பெயரிடுக.

(3). $6.5cm$ நீளமுடைய நேர்கோட்டுத் துண்டம் PQ ஐ அமைக்க.
PQ இன் மீது நீர் விரும்பிய ஏதேனுமொரு புள்ளி A ஐக் குறிக்க
A இற்கூடாக நேர்கோட்டுத் துண்டம் BC ஐ வரைக BA, AC, PA, QA ஆகிய நீளங்களை அளந்து எழுதுக.

ஒரு கோணத்தை இரு சம கூறிடுதல்

செயற்பாடு 2

நீர் விரும்பிய ஏதேனுமொரு கோணம் ABC ஐ வரைந்து அதனை இரு சம கூறிடுக.



படிமுறை 01 - B இன் மீது கவராயத்தின் நுனியை வைத்து BA, BC என்பவற்றின் மீது சமதூரத்தில் இரு புள்ளிகளைக் குறிக்க(P உம் Qஉம்)

படிமுறை 02 - கவராய நுனியை P,Q என்பவற்றில் வெவ்வேறாக வைத்து கோணத்தின் உள்ளே ஒன்றையொன்று வெட்டுமாறு இரண்டு விற்களை வரைக.

படிமுறை 03 - கோணத்தின் உச்சியையும் விற்கள் வெட்டிய புள்ளியையும் இணைத்து நீட்டுக.

பயிற்சி 15 : 2

(கவராயம், நேர் விளிம்பு என்பவற்றை மாத்திரம் பயன்படுத்துக.)

(1). நீர் விரும்பிய ஏதேனுமொரு கோணத்தை வரைந்து அதனை PQ எனப் பெயரிடுக.. $P\hat{Q}R$ இன் பெறுமானத்தைப் பாகைமானியால் அளந்து கொள்க. $P\hat{Q}R$ஐ இரு சம கூறாக்கி இருகூறாக்கியுள்ள கோணங்களை அளந்து சமனாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளதை உறுதிப்படுத்திக் கொள்க.

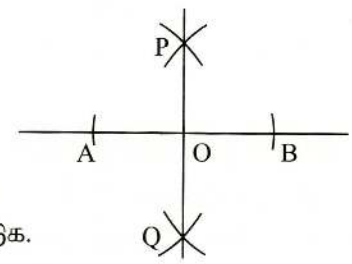
(2). பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி 100^0 கோணமொன்றை வரைக.
அதனை இரு சமகூறாக்கி இரண்டு 50^0 கோணங்களைப் பெறுக.

(3). ஒரு முக்கோணி வரைந்து ABC எனப் பெயரிடுக. (i). $A\hat{B}C$, $B\hat{A}C$ ஆகியவற்றை இரு கூறாக்குக.
(ii). இருகூறாக்கிகள் சந்திக்கும் புள்ளியை P எனப் பெயரிட்டு PC ஐ இணைக்க.
(iii). $B\hat{C}P$, $A\hat{C}P$ ஆகியவற்றை அளந்து எழுதுக.

ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டத்துக்கு செங்குத்து இரு சமகூறாக்கி அமைத்தல்

செயற்பாடு 3

$6cm$ நீளமுடைய நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB ஐ வரைந்து அதில் A, B என்பவற்றிலிருந்து சமதூரத்தில் அமையும் ஒழுக்காகிய செங்குத்து இரு சமகூறாக்கி PQ ஐ வரைக.



படிமுறை 01 - $6cm$ நீளமுடைய கோட்டுத்துண்டம் AB ஐ வரைக.

படிமுறை 02 - கோட்டின் நீளத்தின் அரை மடங்கிலும் கூடிய நீளத்திற்கு கவராயத்தை விரித்து A இன் மீதும் B இன் மீதும் கவராய நுனியை வைத்து கோட்டின் இரு மருங்கிலும் விற்களை வரைக.

படிமுறை 03 - விற்களின் வெட்டுப் புள்ளிகளை இணைத்து PQ எனப் பெயரிடுக.
AB இன் செங்குத்து இரு கூறாக்கி PQ ஆகும்.
$AO = OB$ என்பதையும் $A\hat{O}P = 90^0$ என்பதையும் அளந்து உறுதிப்படுத்துக.

பயிற்சி 15 : 3

(1). $8cm$ நீளமுடைய நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB ஐ வரைந்து அதன் செங்குத்து இரு சமகூறாக்கியை அமைக்க.

(2). $6cm$ நீளமுடைய நேர்கோட்டுத் துண்டம் PQ ஐ வரைந்து அதன் செங்குத்து இரு சமகூறாக்கியை வரைக. அதனை AB எனப் பெயரிடுக. கோடு PQ ஐ செங்குத்து இரு சமகூறாக்கி வெட்டிச் சென்ற புள்ளியை O எனப் பெயரிடுக. OP இன் நீளத்தை அளந்து எழுதுக. OQ இன் நீளத்தை அளக்க. ஒரு கோட்டின் செங்குத்து இருசம கூறாக்கியினால் அக்கோடு வெட்டப்படும் போது காணக் கிடைக்கும் விசேட பண்பு யாது?

(3). $7cm$ நீளமுடைய நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB ஐ வரைந்து அதன் செங்குத்து இரு சமகூறாக்கியை அமைக்க அச்செங்குத்து இரு சமகூறாக்கியின் மீது P எனும் ஏதெனுமொரு புள்ளியைக் குறித்து PA, PB ஆகியவற்றின் நீளங்களை அளக்க.

(4). ஏதேனுமொரு முக்கோணி வரைந்து அதன் மூன்று பக்கங்களின் செங்குத்து இரு சமகூறாக்கிகளை அமைக்க.

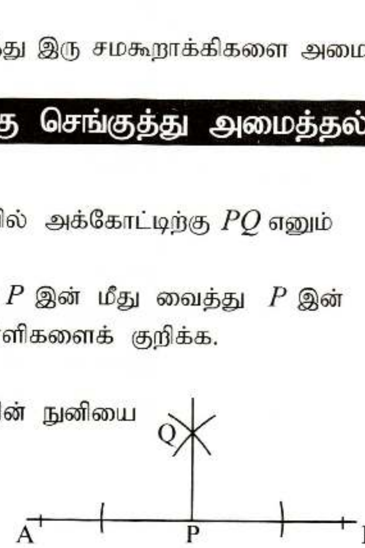
ஒரு நேர்கோட்டின் மீதுள்ள ஒரு புள்ளியில் அந்நேர்கோட்டிற்கு செங்குத்து அமைத்தல்

செயற்பாடு 4

AB எனும் ஏதேனுமொரு நேர்கோட்டின் மீது அமைந்துள்ள P எனும் புள்ளியில் அக்கோட்டிற்கு PQ எனும் செங்குத்தை அமைக்க.

படிமுறை 01 - AB இன் மீது புள்ளி P ஐக் குறித்து கவராயத்தின் நுனியை P இன் மீது வைத்து P இன் இரு பக்கமும் சமனான தூரங்களில் அமையுமாறு இரண்டு புள்ளிகளைக் குறிக்க.

படிமுறை 02 - P இன் இரு பக்கங்களிலும் குறித்த புள்ளிகளில் கவராயத்தின் நுனியை வைத்து AB இற்கு ஒரே பக்கத்தில் ஒன்றையொன்று வெட்டுமாறு இரு விற்களை வரைந்து அப்புள்ளியையும் P ஐயும் இணைக்க.



பயிற்சி 15 : 4

(1). நீர் விரும்பிய ஒரு நேர்கோட்டை வரைந்து AB எனப் பெயரிடுக. AB இன் மீது ஏதேனுமொரு புள்ளியைக் குறித்து P எனப் பெயரிடுக. P இல் AB இற்கு செங்குத்து அமைக்க.

(2). $8cm$ நீளமுடைய நேர்கோடு PQ ஐ அமைக்க $PA = 3.4cm$ ஆகுமாறு PQ இன் மீது புள்ளி A ஐக் குறிக்க. A இல் PQ இற்கு செங்குத்தாக கோடு AB ஐ அமைக்க. $B\hat{A}Q$, $B\hat{A}P$ ஆகிய கோணங்களைப் பாகைமானியால் அளந்து அமைப்பு சரியானது என்பதை உறுதிப்படுத்துக.

ஒரு வெளிப்புள்ளியிலிருந்து ஒரு நேர்கோட்டிற்கு செங்குத்து அமைத்தல்

செயற்பாடு 5

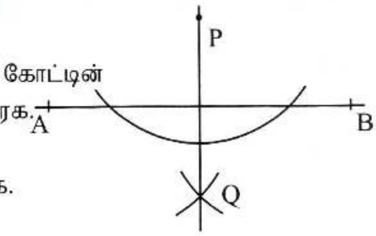
நேர்கோடு AB இற்குப் புறத்தே புள்ளி P அமைந்துள்ளது. P இலிருந்து AB இற்கு PQ எனும் செங்குத்தை அமைக்க.

படிமுறை 01 - கோடு AB ஐ வரைந்து அதற்குப் புறத்தே புள்ளி P ஐக் குறிக்க.

படிமுறை 02 - P இல் கவராய நுனியை வைத்து கோட்டை இரண்டு புள்ளிகளில் வெட்டுமாறு ஒரு வில் வரைக.

படிமுறை 03 - வில்லினால் கோடு வெட்டப்பட்ட புள்ளிகளில் இருந்து மீண்டும் கோட்டின் ஒரு பக்கத்தில் ஒன்றையொன்று வெட்டும் இரு விற்களை வரைக. இடைவெட்டும் புள்ளியை Q எனப் பெயரிடுக.

படிமுறை 04 - P ஐயும் மேலே இடைவெட்டும் புள்ளியாகிய Q ஐயும் இணைக்க.



பயிற்சி 15 : 5

(1). $8cm$ நீளமுடைய நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB ஐ வரைக. நேர்கோட்டுக்குப் புறத்தே அமைந்துள்ள புள்ளி P ஐக் குறித்து அப்புள்ளியிலிருந்து AB இற்கு ஒரு செங்கோணத்தை அமைக்க.

(2). $8cm$ நீளமுடைய நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB ஐ வரைக அதற்குப் புறத்தே உள்ள புள்ளி P ஐக் குறிக்க. P இலிருந்து AB இற்கு PQ எனும் செங்குத்தை அமைக்க.
$A\hat{Q}P$, $B\hat{Q}P$ ஆகிய கோணங்களை அளந்து அமைப்பு சரியானது என்பதை உறுதிப்படுத்துக.

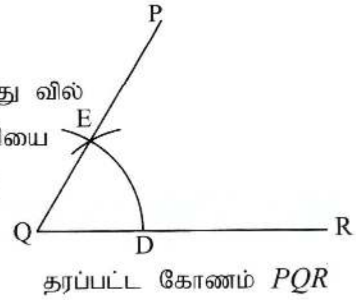
ஒரு கோணத்தைப் பிரதி செய்தல்

செயற்பாடு 6

கவராயத்தையும் நேர்விளிம்பையும் மாத்திரம் பயன்படுத்தி தரப்பட்டுள்ள $P\hat{Q}R$ இற்கு சமனான $A\hat{B}C$ ஐ அமைக்க.

படிமுறை 01 - அமைக்க வேண்டிய கோணத்தின் பக்கம் BC ஐ உரிய இடத்தில் வரைந்து கொள்க.

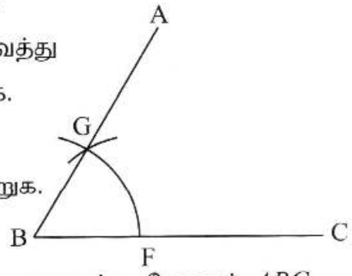
படிமுறை 02 - தரப்பட்டுள்ள கோணத்தில் Q இல் கவராய நுனியை வைத்து வில் DE ஐ வரைக. கவராயத்தின் இடைவெளியை மாற்றாது நுனியை B இல் வைத்து கோடு BC வெட்டப்படும் வகையில் ஒரு வில் வரைக. F ஐக் குறிக்க.



தரப்பட்ட கோணம் PQR

படிமுறை 03 - $P\hat{Q}R$ இல் D இன் மீது கவராயத்தின் நுனியை வைத்து கோணத்தின் அளவை (தூரம் DE) கவராயத்தில் எடுத்து கவராயத்தின் நுனியை இரண்டாவது உருவில் F இல் வைத்து முதலில் வரைந்த வில்லை வெட்டுமாறு ஒரு வில் வரைக. (இடைவெட்டும் புள்ளி G ஆகும்.)

படிமுறை 04 - BG ஐ இணைத்து தேவையான அளவு நீட்டி BA ஐப் பெறுக.



அமைத்த கோணம் ABC

பயிற்சி 15 : 6

(1). நீர் விரும்பிய ஒரு கோணத்தை வரைந்து அதனை $A\hat{B}C$ எனப் பெயரிடுக. அக்கோணத்தின் வலப்பக்கமாக $A\hat{B}C$ இற்கு சமனான ஒரு கோணத்தை அமைக்க.

(2). 75^0 கோணமொன்றை வரைக. கவராயத்தையும் நேர்விளிம்பையும் பயன்படுத்தி இக்கோணத்தை வேறாக அமைக்க

தரப்பட்டுள்ள ஒரு நேர்கோட்டிற்குச் சமாந்தரமான நேர்கோடொன்றை அமைத்தல்

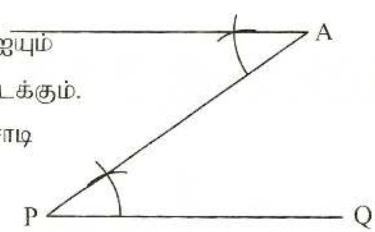
செயற்பாடு 7

கோடு PQ இற்கு சமாந்தரமான ஒரு கோட்டை அதற்குப் புறத்தே உள்ள புள்ளி A இனூடாக அமைக்க.

படிமுறை 01 - கோடு PQ ஐ வரைந்து அதற்குப் புறத்தே உள்ள புள்ளி A ஐ P உடன் இணைக்க.

படிமுறை 02 - $A\hat{P}Q$ இற்கு சமனான ஒரு கோணத்தை PA ஒரு புயமாக அமையுமாறு A இல் அமைக்க (ஒன்றுவிட்ட கோணம் ஆகுமாறு)

படிமுறை 03 - கோணத்திற்காக வில் வெட்டப்பட்ட புள்ளியையும் A ஐயும் இணைக்கும் போது PQ இற்கு சமாந்தரமான கோடு கிடைக்கும். இங்கு ஒன்றுக்கொன்று சமனான ஒன்றுவிட்ட கோணச்சோடி அமைக்கப்பட்டுள்ளது. ஒத்த கோணச் சோடியை அமைப்பதன் மூலமும் சமாந்தர கோட்டுச் சோடியைப் பெறலாம்.



பயிற்சி 15 : 7

(1). $5cm$ நீளமுடைய நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB ஐ அமைக்க AB இற்குப் புறத்தே P எனும் புள்ளியைக் குறிக்க P இனூடாக AB இற்கு சமாந்தர கோடொன்றை அமைக்க

(2). நீர் விரும்பிய நேர்கோட்டுத்துண்டம் PQ ஐ வரைக.
அதற்குப் புறத்தே உள்ள புள்ளி A இற்கூடாக PQ இற்கு சமாந்தரமாக கோடு AB ஐ அமைக்க.
அமைத்த கோணச்சோடியின் அடிப்படையில் இரண்டு கோடுகளினதும் சமாந்தரத் தன்மை பற்றி விபரிக்க.

(3). ஏதேனுமொரு முக்கோணி ABC ஐ வரைக. AC இற்கு சமாந்தரமாக B இனூடாகவும் BC இற்கு சமாந்தரமாக A இனூடாகவும் AB இற்கு சமாந்தரமாக C இனூடாகவும் மூன்று கோடுகளை வரைக. அவற்றை நீட்டுவதன் மூலம் கிடைக்கும் உருவம் யாது?

60^0 கோணமொன்றை அமைத்தல்

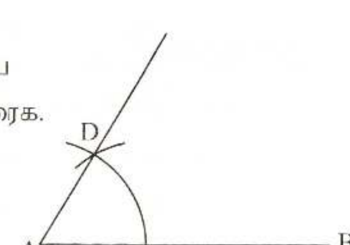
செயற்பாடு 8

கவராயம், நேர்விளிம்பு என்பவற்றை மாத்திரம் பயன்படுத்தி 60^0 கோணமொன்றை அமைக்க.

படிமுறை 01 - நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB ஐ வரைக

படிமுறை 02 - A இல் கவராயத்தின் நுனியை வைத்து வில் CD ஐ வரைக. கவராயத்தின் ஆரையை மாற்றாது C இல் கவராயத்தின் நுனியை வைத்து முன்னைய வில்லை D இல் வெட்டுமாறு ஒரு வில் வரைக.

படிமுறை 03 - A , D ஆகிய புள்ளிகளை இணைத்து நீட்டுக.
(இங்கு 60^0 கோணம் கிடைக்கப் பெற்றது சமபக்க முக்கோணி ADC அமைக்கப்பட்டதனால் ஆகும்.)



பயிற்சி 15 : 8

(கவராயத்தையும் நேர்விளிம்பையும் மாத்திரம் பயன்படுத்துக.)

(1). 60^0 கோணமொன்றை அமைக்க.

(2). 60^0 கோணமொன்றை அமைத்து அதனை இருகூறிட்டு 30^0 கோணமொன்று பெறுக.

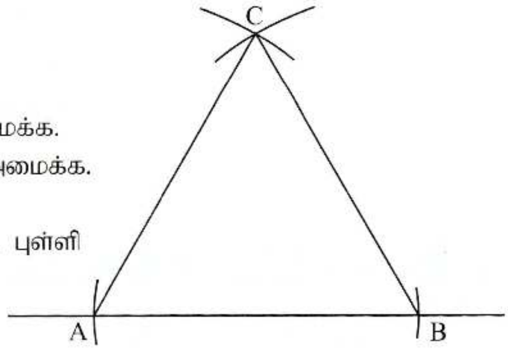
(3). 60^0 கோணமொன்றை அமைக்க அதற்கு அடுத்துள்ளதாக மேலுமொரு 60^0 கோணத்தை அமைக்க. இரண்டாவது 60^0 கோணத்தை இருகூறிட்டு 30^0 ஐ வேறாக்கி 90^0 கோணமொன்றைப் பெறுக.

(4). பின்வரும் பெறுமானங்களையுடைய கோணங்களை அமைக்க.

(i). 120^0 (ii). 30^0 (iii). 45^0

(iv). 75^0 (v). $37\frac{1}{2}^0$ (vi). $22\frac{1}{2}^0$

சமபக்க முக்கோணி அமைத்தல்



செயற்பாடு 9

ஒரு பக்க நீளம் $6cm$ உடைய சமபக்க முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.

படிமுறை 01 - $6cm$ நீளமுடைய நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB ஐ அமைக்க.

படிமுறை 02 - கவராயத்தில் $6cm$ ஐ எடுத்து A, B என்பவற்றில் கவராயத்தின் நுனியை வைத்து விற்கள் வெட்டி புள்ளி C ஐப் பெறுக.

பயிற்சி 15 : 9

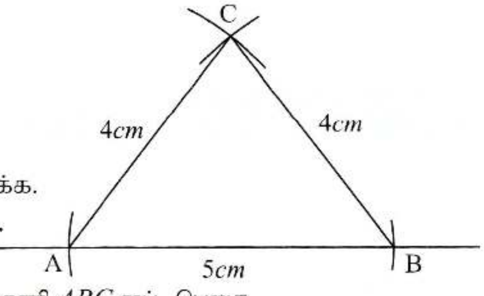
(1). (a). பின்வரும் சமபக்க முக்கோணிகளை அமைக்க.

(b). அவற்றின் கோணங்களையும் வெவ்வேறாக அளந்து எழுதுக.

(i). ஒரு பக்க நீளம் $6cm$ (ii). ஒரு பக்க நீளம் $4.8cm$

(iii). ஒரு பக்க நீளம் $5.4\ cm$ (iv). ஒரு பக்க நீளம் $6.5cm$

இருசமபக்க முக்கோணியை அமைத்தல்



செயற்பாடு 10

$AB = 5cm$, $AC = BC = 4cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.

படிமுறை 01 - $AB = 5cm$ ஆகவுள்ள கோட்டுத்துண்டத்தை வரைக.

படிமுறை 02 - கவராயத்தில் $4cm$ ஐ எடுத்து A , B என்பவற்றை மையங்களாகக் கொண்டு விற்களை வரைந்து முக்கோணி ABC ஐப் பெறுக.

பயிற்சி 15 : 10

(1). பின்வரும் இருசமபக்க முக்கோணிகளை அமைக்க.

(i). $AB = 4cm$, $AC = BC = 5cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC

(ii). $PQ = 5.4cm$, $PR = RQ = 3.8\ cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி PQR

(iii). $XY = 7.2cm$, $XZ = YZ = 5.8cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி XYZ

(iv). $KL = 5.3cm$, $KM = LM = 6.4cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி KLM

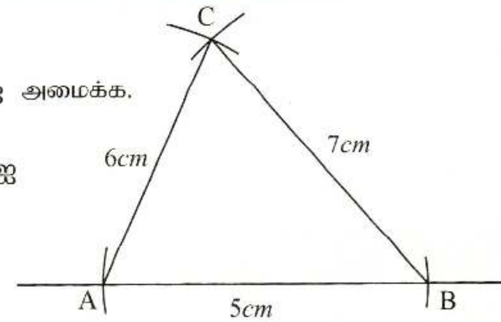
மூன்று பக்கங்களின் நீளங்கள் தரப்படும்போது முக்கோணியை அமைத்தல்

செயற்பாடு 11

$AB = 5cm$, $BC = 7cm$, $AC = 6cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.

படிமுறை 01 - AB ஐ வரைக.

படிமுறை 02 - A ஐ மையமாகக் கொண்டு $6cm$ தூரத்திலும் B ஐ மையமாகக் கொண்டு $7cm$ தூரத்திலும் விற்களை வரைந்து C ஐப் பெறுக.



பயிற்சி 15 : 11

(1). பின்வரும் அளவுகளையுடைய முக்கோணிகளை அமைக்க.

(i). $BC = 7cm$, $CA = 8cm$, $AB = 6cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC

(ii). $PQ = 5.8cm$, $PR = 6.2cm$, $QR = 4.7cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி PQR

(iii). $KL = 7.2cm$, $KM = 5.8cm$, $LM = 6.5cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி KLM

(vi). $AB = 2.4cm$, $AC = 5.3cm$, $BC = 4.8cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC

இரண்டு பக்கங்களும் அடைகோணமும் தரப்படும் போது முக்கோணியை அமைத்தல்

செயற்பாடு 12

$AB = 10cm$, $AC = 7cm$, $B\hat{A}C = 60^0$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க

படிமுறை 01 - பருமட்டான ஒரு படம் வரைந்து அதில் தகவல்களை உள்ளடக்குக.

படிமுறை 02 - AB ஐ வரைக.

படிமுறை 03 - $B\hat{A}C = 60^0$ ஐ அமைக்க.

படிமுறை 04 - $AC = 7cm$, ஐக் குறிக்க.

படிமுறை 05 - BC ஐ இணைத்து முக்கோணியைப் பூரணப்படுத்துக.

பயிற்சி 15 : 12

(1). பின்வரும் முக்கோணிகளை அமைக்க.
(கவராயம், நேர்விளிம்பு என்பவற்றை மாத்திரம் பயன்படுத்துக.)

(i). $A\hat{B}C = 90^0$, $BA = 6cm$, $BC = 8cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC

(ii). $A\hat{B}C = 75^0$, $BA = 7cm$, $BC = 5cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC

(iii). $A\hat{B}C = 30^0$, $BA = 7cm$, $BC = 4cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC

(iv). $P\hat{Q}R = 120^0$, $PQ = 4.8cm$, $QR = 5.2$ ஆகவுள்ள முக்கோணி PQR

இரண்டு கோணங்களும் ஒரு பக்கமும் தரப்படும் போது முக்கோணியை அமைத்தல்

செயற்பாடு 13

$AB = 6{,}2cm$, $B\hat{A}C = 90^0$, $A\hat{B}C = 60^0$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.

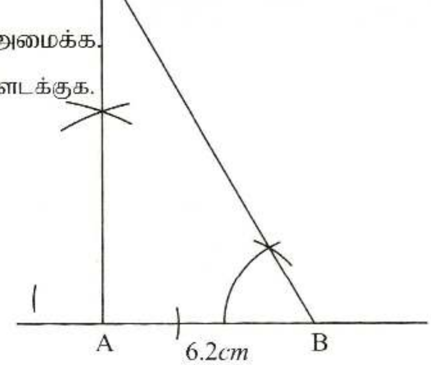
படிமுறை 01 - பருமட்டான ஒரு படம் வரைந்து அதில் தகவல்களை உள்ளடக்குக.

படிமுறை 02 - AB ஐ வரைக.

படிமுறை 03 - A இல் 90^0 கோணத்தை வரைக.

படிமுறை 04 - B இல் 60^0 கோணத்தை வரைக.

படிமுறை 05 - 90^0 60^0 கோணங்களின் புயங்கள் C இல் இடை வெட்டுமாறு நீட்டுக.



பயிற்சி 15: 13

(1). பின்வரும் முக்கோணிகளை அமைக்க.

(i). $AB = 7cm,\quad B\hat{A}C = 60^0,\quad A\hat{B}C = 75^0$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC

(ii). $PQ = 6.8cm,\quad Q\hat{P}R = 30^0,\quad P\hat{Q}R = 30^0$ ஆகவுள்ள முக்கோணி PQR

(iii). $PQ = 5.7cm,\quad Q\hat{P}R = 30^0,\quad P\hat{Q}R = 120^0$ ஆகவுள்ள முக்கோணி PQR

வட்ட அமைப்பு

செயற்பாடு 14

(1). $3.5cm$ ஆரையுடைய வட்டத்தை வரைக.

(2). (i). $7.4cm$ விட்டமுடைய வட்டத்தின் ஆரையைக் காண்க. (ii). அவ்வட்டத்தை வரைக.

ஒரு முக்கோணியின் சுற்று வட்டம்

செயற்பாடு 15

$AB = 7.2cm,\ AC = 6.5cm,\ BC = 5.8cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணியை வரைந்து அதன் சுற்றுவட்டத்தை அமைக்க.

படிமுறை 01 - முக்கோணியை வரைந்து கோடு AB இன் செங்குத்து இருகூறாக்கியைப் பெறுக.

படிமுறை 02 - BC இன் செங்குத்து இரு கூறாக்கியைப் பெறுக.

படிமுறை 03 - இருகூறாக்கிகள் சந்திக்கும் புள்ளியை O எனப் பெயரிடுக.

படிமுறை 04 - OA அல்லது OB அல்லது OC ஐ ஆரையாகவும் O ஐ மையமாகவும் கொண்டு வட்டத்தை வரைக.

> நீர் பெற்றுக்கொள்ளும் வட்டம் முக்கோணி ABC இன் சுற்றுவட்டமாகும் O என்பது சுற்றுவட்ட மையமாகும்.

ஒரு முக்கோணியின் உள் வட்டம்

செயற்பாடு 16

$AB = 7.2cm, BC = 6.8cm,\ AC = 5.6cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC ஐ அமைத்து அதன் உள்வட்டத்தை வரைக.

படிமுறை 01 - முக்கோணியை வரைந்து அதில் நீர் விரும்பிய இரு கோணங்களின் இருகூறாக்கிகளைப் பெறுக.

படிமுறை 02 - இரு கூறாக்கிகள் சந்திக்கும் புள்ளியை P எனப் பெயரிடுக.

படிமுறை 03 - P இலிருந்து முக்கோணியின் ஓர் அடிக்கு செங்குத்து வரைந்து அதனை PX எனப் பெயரிடுக.

படிமுறை 04 - PX ஐ ஆரையாகவும் P ஐ மையமாகவும் கொண்டு வட்டத்தை அமைக்க.

> நீர் பெற்றுக் கொள்ளும் வட்டம் முக்கோணி ABC இன் உள் வட்டமாகும்.

(தொடலிகள் தொடர்பான அமைப்புகளை அலகு 16 ஐக் கற்றதன்பின் முயற்சிக்கவும்)

தொடலி அமைப்பு

செயற்பாடு 17

படிமுறை 01- $2.5cm$ ஆரையுள்ள ஒரு வட்டம் அமைக்க அதன் மையத்தை O எனப் பெயரிடுக.

படிமுறை 02 - அதன் பரிதியின் மீது ஒரு புள்ளியைக் குறித்து அதனை P எனப் பெயரிடுக.

படிமுறை 03 - OP ஐ இணைத்து நீட்டுக.

படிமுறை 04 - P இற்கூடாக OP இற்கு ஒரு செங்குத்து வரைக.

> அக்கோடு வட்டத்தின் தொடலி ஆகும்.

ஒரு வட்டத்திற்கு வெளிப் புள்ளியில் இருந்து தொடலிகள் அமைத்தல்

செயற்பாடு 18

2.7cm ஆரையுள்ள வட்டத்திற்கு வெளியே அமைந்துள்ள புள்ளி P இலிருந்து ஒரு தொடலி அமைக்க.

படிமுறை 01 - 2.7cm ஆரையையும் O எனும் மையத்தையும் உடைய வட்டத்தை அமைக்க.

படிமுறை 02 - வட்டத்திற்கு வெளியே புள்ளி P ஐக் குறிக்க.

படிமுறை 03 - OP ஐ இணைக்க. அதன் செங்குத்து இரு கூறாக்கியை வரைக.

படிமுறை 04 - OP ஐ விட்டமாக உடைய வட்டத்தை அமைக்க.

படிமுறை 05 - அவ்வட்டத்தை முன்னைய வட்டம் வெட்டிச் செல்லும் இரு புள்ளிகளை X, Y எனப் பெயரிடுக.

படிமுறை 06 - PX, PY என்பவற்றை இணைக்க.

> PX, PY என்பன O ஐ மையமாகவுடைய வட்டத்திற்கு
> வெளிப்புள்ளியாகிய P இலிருந்து வரைந்த இரு தொடலிகள் ஆகும்

பயிற்சி 15 : 14

(1). (i). $AB = 7cm, A\hat{B}C = 60^0$, $BC = 5.5cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.

(ii). $A\hat{C}B$, இன் இரு கூறாக்கியைப் பெறுக அது AB ஐச் சந்திக்கும் புள்ளியை P எனப் பெயரிடுக.

(iii). P இலிருந்து AC இற்கு செங்குத்து வரைந்து அக்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியை M எனப் பெயரிடுக.

(iv). P ஐ மையமாகவும் PM ஐ ஆரையாகவுமுடைய வட்டத்தை வரைக.

(2). (i) $BC = 6cm, A\hat{B}C = 90^0$, $BA = 4cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.

(ii). அம்முக்கோணியின் சுற்று வட்டத்தை அமைக்க.

(iii). இச்சுற்று வட்டத்தின் மையத்தின் அமைவு பற்றிய விசேடமொன்றைக் குறிப்பிடுக. நீர் குறிப்பிடும் அமைவுக்கான காரணம் யாது?

(3). $PQ = 7cm, Q\hat{P}R = 45^0$, $QR = 4cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணியை அமைத்து பின்வரும் படிமுறைகளின் படி அதன் வெளிவட்டத்தை வரைக.

(i). முக்கோணியை வரைந்து PR, PQ ஆகிய பக்கங்களை நீட்டி இரண்டு புறக் கோணங்களைப் பெறுக.

(ii). அவ்விரு புறக்கோணங்களையும் இருகூறாக்கி இரு கூறாக்கிகள் சந்திக்கும் புள்ளியை O எனப் பெயரிடுக.

(iii). நீட்டப்பட்ட PR இற்கு அல்லது நீட்டப்பட்ட PQ இற்கு அல்லது QR இற்கு O இலிருந்து செங்குத்து வரைந்து OX எனப் பெயரிடுக.

(iv). O ஐ மையமாகவும் OX ஐ ஆரையாகவும் கொண்டு வட்டத்தை வரைக.

(4). (i). $AB = 7.5cm, A\hat{B}C = 120^0$, $BC = 5cm$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.

(ii). நீட்டப்பட்ட AB இற்கு புள்ளி C இலிருந்து செங்குத்து அமைத்து சந்திக்கும் புள்ளியை D எனப் பெயரிடுக.

(iii). AD இன் செங்குத்து இருகூறாக்கியை வரைக. அது AC ஐச் சந்திக்கும் புள்ளியை Pஎனப் பெயரிடுக.

(iv). புள்ளி P முக்கோணி ADC இன் சுற்றுவட்டம் ஆகியவற்றுக்கிடையிலுள்ள தொடர்பை எழுதுக.

(5). (i). 4cm ஆரையும் O ஐ மையமாகவும் உடைய ஒரு வட்டத்தை வரைந்து அவ்வட்டத்தின் மீது உள்ள புள்ளி P இல் வட்டத்திற்கு ஒரு தொடலி அமைக்க.

(ii). தொடலியின் மீது A எனும் ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க.

(iii). அவ்வட்டத்திற்கு A இலிருந்து மேலுமொரு தொடலியை அமைக்க. உமது அமைப்பு சரியானது எனக் காட்டுக.

(6). (i). $4cm$ ஆரையுடைய ஒரு வட்டம் வரைக. அதன் மையத்தை O எனப் பெயரிடுக.

(ii). வட்டத்திற்கு வெளியேயுள்ள புள்ளி P ஐக் குறிக்க.

(iii). புள்ளி P இலிருந்து வட்டத்திற்கு PA, PB எனும் இரண்டு தொடலிகளை அமைக்க.

(iv). நீர் பெற்ற தொடலிகளின் நீளங்களை அளந்து எழுதுக. அவற்றின் நீளங்கள் பற்றி யாது கூறலாம்?

நாற்பக்கல் அமைத்தல்

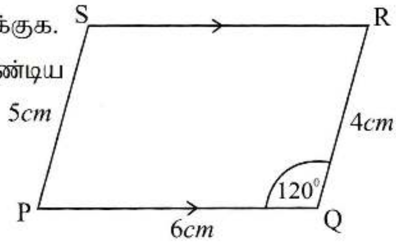
உதாரணம்

$PQ = 6cm$, $P\hat{Q}R = 120^0$, $QR = 4cm$, $PQ \, // \, SR$, $PS = 5cm$ ஆகவுள்ள சரிவகம் $PQRS$ ஐ அமைப்பதற்கு பின்வரும் படிமுறைகளைப் பின்பற்றுக.

(i). பருமட்டான ஒரு படம் வரைந்து அதில் தகவல்களை உள்ளடக்குக.

(ii). PQ இல் தொடங்கி நாற்பக்கலை அமைப்பதற்காக செல்ல வேண்டிய பாதையை பருமட்டான படத்தின் படி விளக்குக.

(iii). நாற்பக்கல் $PQRS$ ஐ அமைக்க.



பயிற்சி 15 : 15

(1). பின்வரும் அளவுகளையுடைய நாற்பக்கல்களை அமைக்க. (வரையத் தொடங்குவதற்கு முன் தரப்பட்டுள்ள அளவுகளை உள்ளடக்கி பருமட்டான ஒரு படம் வரைந்து கொள்க.)

(i). ஒரு பக்க நீளம் $5cm$ உடைய ஒரு சதுரம்

(ii). $6cm$ நீளம் $4cm$ அகலமுடைய செவ்வகம்

(iii). $AB = 5.8cm$, $D\hat{A}B = 60^0$, $AD = 4.5cm$ ஆகவுள்ள இணைகரம் $ABCD$

(iv). $AB = 5cm$, $C\hat{A}B = 30^0$, $AC = 8cm$ ஆகவுள்ள இணைகரம் $ABCD$

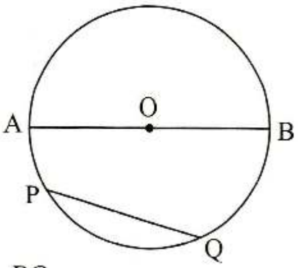
(v). $AB = 6cm$, $AD = 4cm$, $AB \, // \, Dc$ உம் இரண்டு சமாந்தர கோடுகளுக்கிடையிலான செங்குத்துயரம் $3.6cm$ உம் ஆகவுள்ள இணைகரம் $ABCD$

(vi). $PQ = 3cm$, $PS = 4cm$, $S\hat{P}Q = 90^0$, $QR = 5cm$, $RS = 6cm$ ஆகவுள்ள நாற்பக்கல் $PQRS$

(vii). $AB = 6cm$, $BC = 4cm$, $AC = 7cm$, $AD = 6cm$, $CD = 4cm$ ஆகவுள்ள நாற்பக்கல் $ABCD$

(viii). $AB = 10cm$, $AD = 8cm$, $BD = 7cm$, $A\hat{B}C = 120^0$ உம் B , D ஆகிய புள்ளிகளிலிருந்து சமனான தூரத்தில் புள்ளி C அமைந்துள்ளதுமான நாற்பக்கல் $ABCD$

16. வட்டத் தேற்றங்கள்



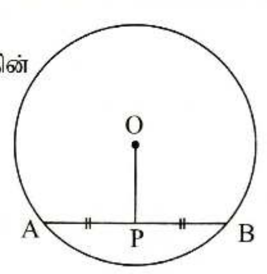
உருவில் தரப்பட்டுள்ள வட்டத்தின் மையம் O ஆகும்.
OA , OB என்பவற்றால் வட்டத்தின் ஆரைகள் தரப்பட்டுள்ளன.
AB விட்டமாகும்.

$OA = OB$ ஆகும். அப்போது $\boxed{AB = 2\,OA}$

வட்டத்தின் மீதுள்ள இரண்டு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடு நாண் ஆகும். PQ ஒரு நாண் ஆகும். மையத்தின் ஊடாகச் செல்லும் நாண் விட்டமாகும்.

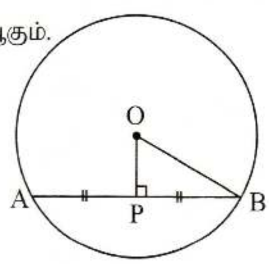
தேற்றம்

ஒரு வட்டத்தின் விட்டமல்லாத ஒரு நாணின் நடுப்புள்ளியையும் வட்டத்தின் மையத்தையும் இணைக்கும் கோடு அந்நாணுக்கு செங்குத்தாகும்.
O ஐ மையமாகவுடைய வட்டத்தில் AB ஒரு நாண் ஆகும்.
AB இன் நடுப்புள்ளி P ஆகும்.
அப்போது $AP = PB$ ஆகும்.
தேற்றத்தின் படி OP, AB இற்கு செங்குத்து ஆகும்.



உதாரணம்

(1). உருவில் O ஐ மையமாகவுடைய வட்டம் தரப்பட்டுள்ளது. நாணிண் நடுப்புள்ளி P ஆகும்.
(i). OPB ஒரு செங்கோண முக்கோணி எனக் காட்டுக.
(ii). $OP = 9cm$ உம் வட்டத்தின் ஆரை $15cm$ உம் ஆயின் நாண் AB இன் நீளத்தைக் காண்க.



விடை

(i). நாண் AB இன் நடுப்புள்ளி P ஆகும்.
மையம் Oஆனது P உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளதால் $OP \perp AB$ ஆகும். (தேற்றத்தின் படி ஒரு நாணின் நடுப்புள்ளியையும் மையத்தையும் இணைக்கும் கோடு நாணுக்குச் செங்குத்தாகும்)
$\therefore$ முக்கோணி OPB இவ் $O\hat{P}B = 90^\circ$ ஆகும்.
$\therefore$ OPB ஒரு செங்கோண முக்கோணி ஆகும்.

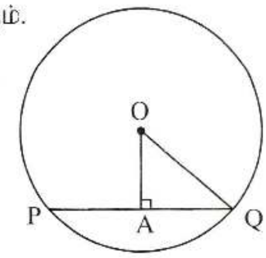
(ii). செங்கோண முக்கோணி OPB இல்
$OP = 9cm$ (தரவு),
$OB = 15cm$ (ஆரை)
$OB^2 = OP^2 + PB^2$ (பைதகரசின் தேற்றம்)
$15^2 = 9^2 + PB^2$
$15^2 - 9^2 = PB^2$
$225 - 81 = PB^2$
$144 = PB^2$
$\therefore PB = 12cm$
ஆனால், $PB = AP$ (P என்பது AB இன் நடுப்புள்ளி ஆகும்)
$\therefore AB = 12 \times 2\ cm$
$= 24cm$

பயிற்சி 16 : 1

(1). உருவிலுள்ள வட்டத்தின் மையம் O ஆகும். PQ இன் நடுப்புள்ளி A ஆகும்.

(i). $O\hat{A}Q$ இன் பெறுமானம் யாது? விடைக்கான காரணம் யாது?

(ii). முக்கோணி OAQ இன் சிறப்புப் பெயர் என்ன?



(2). O ஐ மையமாகவுடைய வட்டத்தில் AB ஒரு நாண் ஆகும்.

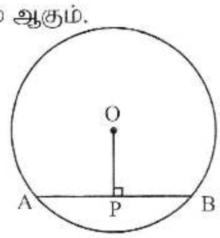
P என்பது AB இன் நடுப்புள்ளியாகும். $AB = 24cm$ உம் வட்டத்தின் ஆரை $13cm$ உம் ஆகும்.

(i). AP இன் நீளம் யாது?

(ii). முக்கோணி BOP எவ்வகையைச் சார்ந்தது?

(iii). முக்கோணி BOP இற்கு பைதகரசின் தொடர்பை எழுதுக.

(iv). OP இன் நீளத்தைக் காண்க.

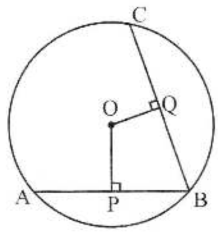


(3). O ஐ மையமாகவுடைய வட்டத்தில் $OP = 8cm$, $AB = 12cm$ ஆகும்.

(i). வட்டத்தின் ஆரையைக் காண்க.

(ii). $OQ = 6cm$ ஆயின் BQ இன் நீளத்தைக் காண்க.

(iii). நாண் BC இன் நீளத்தைக் காண்க.



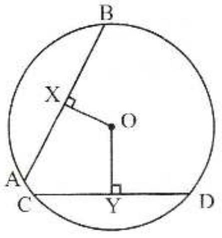
(4). உருவில் தரப்பட்டுள்ள O ஐ மையமாகவுடைய வட்டத்தில்,

$OX = OY = 3cm$ உம் $CD = 8cm$ உம் ஆகும்.

OX, OY என்பன முறையே AB, CD என்பவற்றுக்கு செங்குத்துகளாகும்.

(i). வட்டத்தின் ஆரையைக் காண்க.

(ii). AB இன் நீளத்தைக் காண்க.



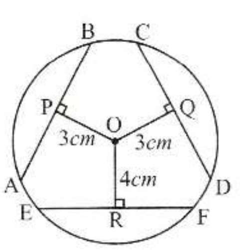
(5). உருவில் O ஐ மையமாகவுடைய $5cm$ ஆரையையுடைய வட்டம் தரப்பட்டுள்ளது.

$OP = 3cm$, $OQ = 3cm$, $OR = 4cm$ ஆகும்.

$OP \perp AB$, $OQ \perp CD$, $OR \perp EF$ ஆகும்

(i). நீளத்தில் சமனான இரண்டு நாண்களைத் தெரிந்து எழுதுக.

(ii). உமது தெரிவுக்கான காரணத்தை எழுதுக.



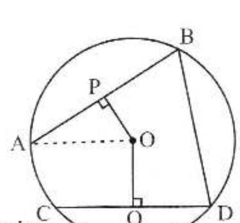
(6). உருவில் தரப்பட்டுள்ள வட்டத்தின் மையம் O ஆகும்.

அதன் ஆரை $5cm$ உம் $AB = 6cm$ உம்

$BD = 8cm$, $BD = CD$ உம் ஆகும்.

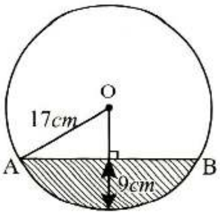
(i). OP, OQ ஆகியவற்றின் நீளங்களைக் காண்க.

(ii). குழிவுப் பல்கோணி $BPOQD$ இன் சுற்றளவைக் காண்க.



(7). O ஐ மையமாகவுடைய $17cm$ ஆரையுடைய வட்டவடிவ நீர்க்குழாய் ஒன்றின் குறுக்கு வெட்டு உருவில் தரப்பட்டுள்ளது.

அதிலுள்ள நீரின் உச்ச ஆழம் $9cm$ ஆகும்.



(i). நீர்மட்டம் AB ஐ ஒரு நாணாகக் கொண்டு மையத்திலிருந்து நீர்மட்டத்துக்குள்ள உயரத்தைக் காண்க.

(ii). AB இன் நீளத்தைக் காண்க.

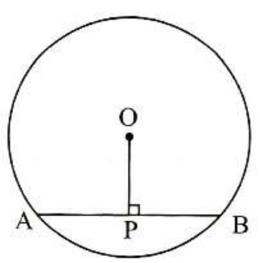
(8). $5cm$ ஆரையுடைய ஒரு வட்டத்தில் $6cm$ நீளமுடைய ஒரு நாண் உண்டு. அந்நாணின் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கை விபரிக்க.

ஒரு வட்டத்தின் நாண்

தேற்றம்

ஒரு வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து நாணுக்கு வரையப்படும் செங்குத்தினால் அந்நாண் இரு சமகூறாக்கப்படும்.

AB என்பது O ஐ மையமாகவுடைய வட்டத்தில் ஒரு நாணாகும் மையத்திலிருந்து நாணுக்கு செங்குத்து OP வரையப்பட்டுள்ளது அப்போது தேற்றத்தின் படி நாண் இரு சமகூறிடப்படும்



$$\therefore \; AP = PB$$

உதாரணம்

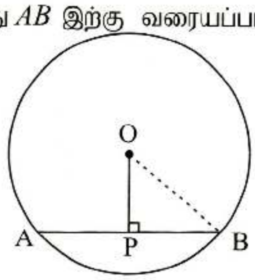
O ஐ மையமாகவுடைய வட்டத்தில் நாண் AB இன் நீளம் $10cm$ ஆகும். O இலிருந்து AB இற்கு வரையப்பட்ட செங்குத்து OP இன் நீளம் $12cm$ ஆகும். OP ஆனது AB இற்கு செங்குத்தாகும்.

(i). PB இன் பெறுமானம் காண்க.

(ii). முக்கோணி OPB எவ்வகையைச் சார்ந்தது?

(iii). முக்கோணி OPB இன் பக்கங்களிலிருந்து பைதகரசின் தொடர்பை எழுதுக.

(iv). தரப்பட்டுள்ள பெறுமானத்திலிருந்து வட்டத்தின் ஆரையைக் காண்க.



விடை

(i). $AB = 10cm \qquad \therefore \; PB = \frac{10}{2} = 5cm$

காரணம் : ஒரு வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து வரையப்படும் செங்குத்தினால் நாண் இருசமகூறிடப்படும்.

(ii) செங்கோண முக்கோணி ஆகும்.

(iii). $OP^2 + PB^2 = OB^2$

(iv). $OB^2 = OP^2 + PB^2$

$= 12^2 + 5^2$

$= 144 + 25$

$= 169$

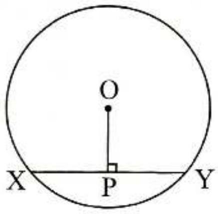
$OB = 13 \qquad \therefore$ வட்டத்தின் ஆரை $\underline{\underline{= 13cm}}$

பயிற்சி 16 : 2

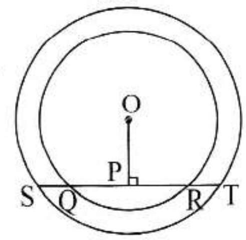
(1). உருவில் தரப்பட்டுள்ள வட்டத்தின் மையம் O ஆகும். தரப்பட்டுள்ள தகவல்களின் படி

(i). XP, PY என்பவற்றின் நீளங்களுக்கிடையிலுள்ள தொடர்பை எழுதுக.

(ii). விடைக்கான காரணத்தையும் தருக.

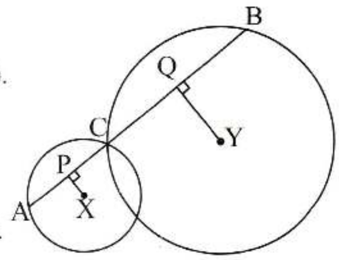


(2). உருவில் தரப்பட்டுள்ள இரண்டு வட்டங்களும் ஒரு மைய வட்டங்களாகும். மையம் O ஆகும். $SQPRT$ ஒரு நேர்கோடாகும் OP ஆனது ST இற்கு செங்குத்தாகும்.
உருவில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கு ஏற்ப பின்வரும் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

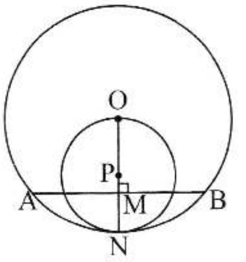


(i). SP = ...
(ii). QP = ...
(iii). $SP - QP$ = ... - ....
$\therefore SQ$ = ...

(3). X, Y என்பன வட்டங்களின் மையங்களாகும்.
$AC = 6cm$, $BC = 10cm$ ஆகும்.
(i). PC இன் நீளம்
(ii). CQ இன் நீளம்
(iii). PQ இன் நீளம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

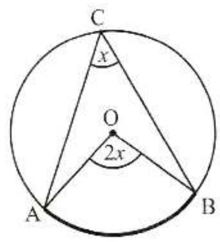


(4). உருவிலுள்ள பெரிய வட்டத்தின் மையம் O உம் சிறிய வட்டத்தின் மையம் P உம் ஆகும்.
OPM ஒரு நேர்கோடு, அது AB இற்கு செங்குத்தாகும்.
தரப்பட்ட தகவல்களிலிருநது
ஒன்றுக்கொன்று நீளத்தில் சமனான மூன்று கோட்டுத் துண்டச் சோடிகளை எழுதுக.

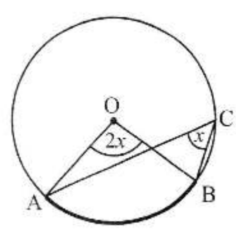


தேற்றம்

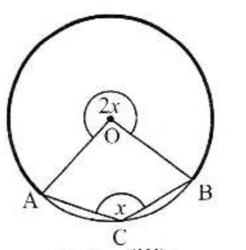
ஒரு வட்டத்தின் வில்லினால் மையத்தில் எதிரமைக்கப்படும் கோணம் அவ்வில்லினால் வட்டத்தின் எஞ்சிய பகுதியின் மீது எதிரமைக்கப்படும் கோணத்தின் இரு மடங்காகும்.



உரு (i)



உரு (ii)



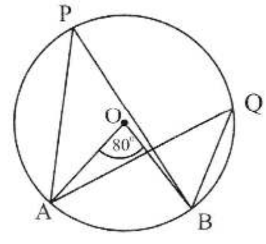
உரு (iii)

உரு (i) உரு (ii) என்பவற்றில் $A\hat{O}B = 2A\hat{C}B$ $A\hat{O}B$ (பின்வளைகோணம்) $= 2A\hat{C}B$

உருவிலுள்ள வட்டத்தின் மையம் O ஆகும். (i), (ii) உருவங்களில் சீறிவில் AB இனால் எதிரமைக்கப்படும் கோணமும் உருவம் (iii) இல் பேரிவில் AB இனால் எதிரமைக்கப்படும் கோணமும் காட்டப்பட்டுள்ளன.

உதாரணம்

(1). உருவிலுள்ள வட்டத்தின் மையம் O ஆகும்.
$A\hat{O}B = 80^0$ ஆயின்
(i). $A\hat{P}B$ ஐக் காண்க.
(ii). $A\hat{Q}B$ ஐக் காண்க.



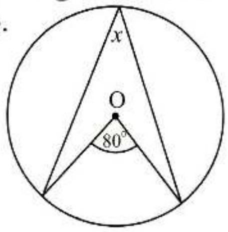
(i). $A\hat{O}B = 2A\hat{P}B$
$80^0 = 2A\hat{P}B$
$\underline{\underline{A\hat{P}B = 40^0}}$

(ii). $\frac{1}{2}A\hat{O}B = A\hat{Q}B$
$\frac{1}{2} \times 80^0 = A\hat{Q}B$
$\therefore \underline{\underline{A\hat{Q}B = 40^0}}$

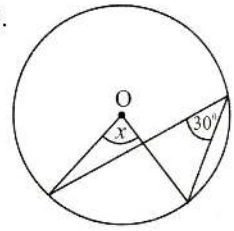
பயிற்சி 16 : 3

(1). பின்வரும் உருவங்களிலுள்ள வட்டங்களின் மையம் O ஆகும். x இனால் தரப்படும் கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

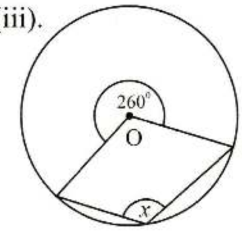
(i).



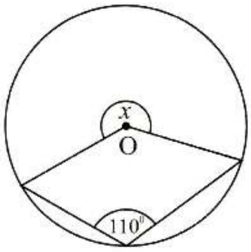
(ii).



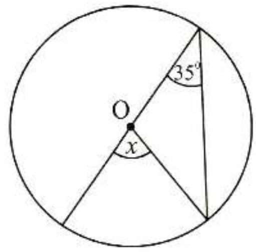
(iii).



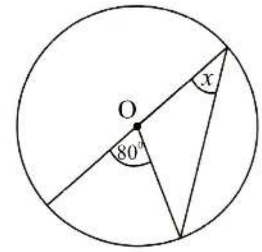
(iv).



(v).



(vi).

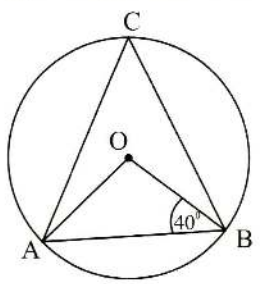


(2). பின்வரும் உருவின் படி

(i). $A\hat{B}O$ இற்கு சமனான ஒரு கோணத்தை எழுதுக.

(ii). $A\hat{O}B$ இன் பெறுமானம் யாது?

(iii). $A\hat{C}B$ இன் பெறுமானம் காண்க.

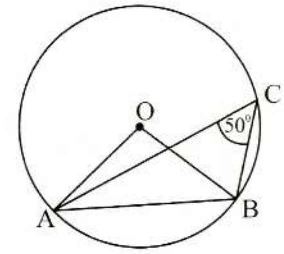


(3). பின்வரும் உருவில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப

(i). $A\hat{O}B$ இன் பெறுமானம் யாது?

(ii). $O\hat{A}B$ இற்கு சமனான ஒரு கோணத்தைப் பெயரிடுக.

(iii). $O\hat{A}B$ இன் றுமானம் காண்க.



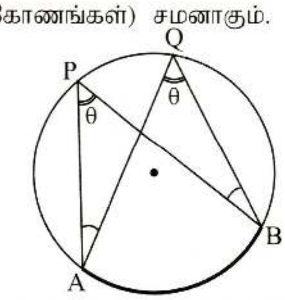
தேற்றம்

ஒரே வட்டத் துண்டத்தில் அமைந்துள்ள கோணங்கள் (ஒரே துண்டக் கோணங்கள்) சமனாகும்.

சீறிவில் AB இனால் வட்டத்தின் எஞ்சிய பகுதியின் மீது P, Q ஆகிய புள்ளிகளில் எதிரமைக்கப்படும் $A\hat{P}B$, $A\hat{Q}B$ ஆகியவை ஒரே வட்டத் துண்டக்கோணங்களாகும்.

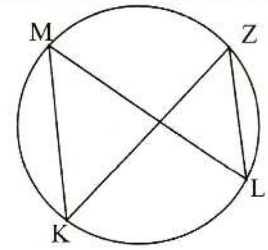
தேற்றத்தின் படி

$$A\hat{P}B = A\hat{Q}B$$



பயிற்சி 16 : 4

(1). இவ்வுருவில் உள்ள சமனான இரு சோடிக் கோணங்களை எழுதுக.



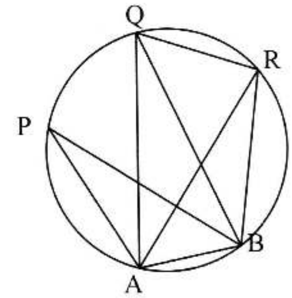
(2). (i). $A\hat{P}B$ இற்குச் சமனாகும் இரண்டு கோணங்களை எழுதுக.

(ii). $P\hat{A}Q$ இற்குச் சமனாகும் கோணம் யாது?

(iii). $P\hat{A}R$ இற்குச் சமனாகும் கோணம் யாது?

(iv). $A\hat{R}Q$ இற்குச் சமனாகும் கோணம் யாது?

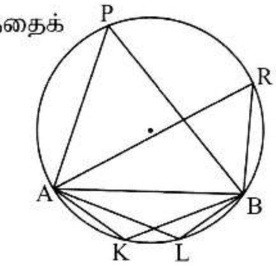
(v). $Q\hat{A}R$ இற்குச் சமனாகும் கோணம் யாது?



(3). (i). நாண் AB இன் மேல் பக்கத்திலுள்ள $APRB$ எனும் வட்டத் துண்டத்தைக் கருதி சமனாகும் இரண்டு கோணச்சோடிகளை எழுதுக.

(ii). நாண் AB இன் கீழ் பக்கத்திலுள்ள வட்டத்துண்டத்தைக் கருதி சமனாகும் இரண்டு கோணச்சோடிகளை எழுதுக.

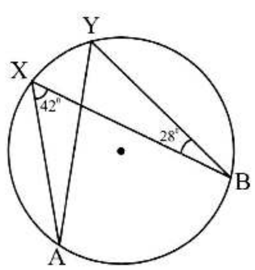
(iii). $K\hat{A}L$ இற்கு சமனான ஒரு கோணத்தைப் பெயரிடுக.



(4). உருவில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கு ஏற்ப,

(i). $A\hat{Y}B$ இன் பெறுமானத்தை எழுதுக.

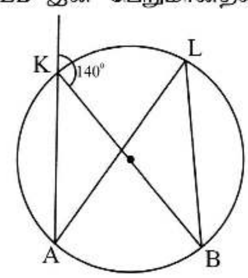
(ii). $X\hat{A}Y$ இன் பெறுமானத்தை எழுதுக.



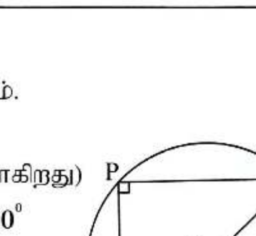
(5). உருவில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கு ஏற்ப

(i). $A\hat{K}B$ இன் பெறுமானத்தை எழுதுக.

(ii). $A\hat{L}B$ இன் பெறுமானத்தை எழுதுக.



(6). a, b, c, d ஆகிய அட்சரங்களால் தரப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



தேற்றம்

ஓர் அரைவட்டத்தின் மீது அமைந்துள்ள கோணம் செங்கோணமாகும்.

உருவில் AB ஒரு விட்டமாகும் (விட்டத்தினால் அரைவட்டம் உருவாகிறது)

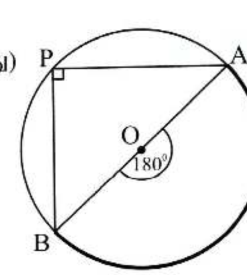
வில் AB இனால் மையத்தில் எதிரமைக்கப்படும் கோணம் $A\hat{O}B = 180^0$

வில் AB இனால் வட்டத்தின் எஞ்சிய பகுதியின் மீது எதிரமைக்கப்படும்

கோணம் $\qquad A\hat{P}B = \dfrac{180^0}{2} = 90^0$

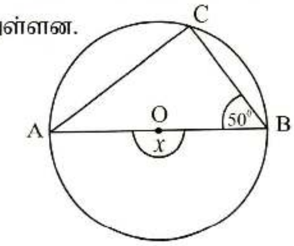
அரைவட்டத்தின் மீது அமைந்துள்ள கோணம் APB ஆகும்.

$\therefore A\hat{P}B = 90^0$



உதாரணம்

O ஐ மையமாகவுடைய வட்டத்தின் மீது முக்கோணி ABCஇன் உச்சிகள் அமைந்துள்ளன. AOB ஒரு நேர்கோடாகும். தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கு ஏற்ப,



(i). AB இன் சிறப்புப் பெயர் என்ன?
(ii). $A\hat{C}B$ இன் பெறுமானம் யாது? காரணம் யாது?
(iii). $C\hat{A}B$ இன் பெறுமானம் காண்க.
(iv). உருவில் x எனத் தரப்பட்டுள்ள $A\hat{O}B$ இன் பெறுமானம் என்ன?

விடை

(i). AB ஒரு விட்டமாகும் (முக்கோணியின் ஒரு பக்கம் மையத்துக்கூடாகச் செல்கிறது)

(ii). $A\hat{C}B = 90^0$ (அரைவட்டத்தின் மீது அமைந்துள்ள கோணம்)

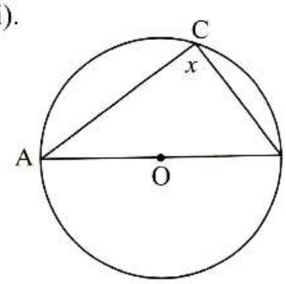
(iii). $C\hat{A}B + A\hat{C}B + A\hat{B}C = 180^0$
$C\hat{A}B + 90^0 + 50^0 = 180^0$
$\therefore\ C\hat{A}B = 180^0 - 140^0 = 40^0$

(iv). $A\hat{O}B = 180^0$

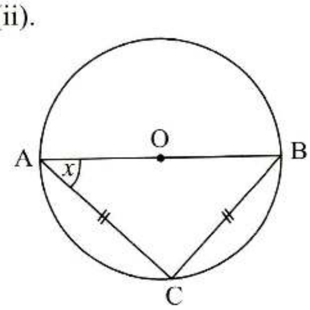
பயிற்சி 16 : 5

(1). பின்வரும் ஒவ்வொரு வட்டத்தினதும் மையம் O ஆகும். இவ்வுருவங்களில் x இனால் தரப்படும் பெறுமானங்களைக் காண்க.

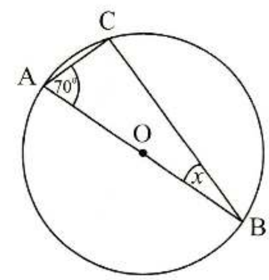
(i).



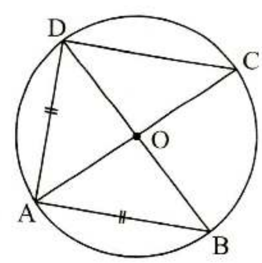
(ii).



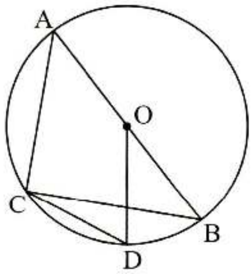
(iii).



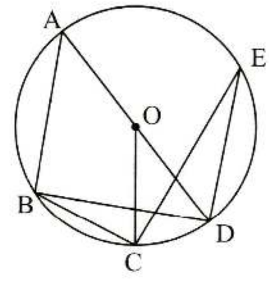
(2). O ஐ மையமாகவுடைய வட்டத்தில் AC, BD ஆகிய நேர்கோடுகள் மையத்தினூடாகச் செல்கின்றன.
(i). AC, BD ஆகிய கோடுகளின் சிறப்புப் பெயரை எழுதுக.
(ii). உருவிலுள்ள இரண்டு செங்கோணங்களைப் பெயரிடுக.
(iii). முக்கோணி ABD இலிருந்து $A\hat{B}D$ இன் பெறுமானம் காண்க.
(iv). $A\hat{C}D$ இன் பெறுமானம் காண்க.



(3). O ஐ மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் AB ஒரு விட்டமாகும்
$D\hat{O}B = 60^0$ ஆகும்.
(i). $D\hat{C}B$ இன் பெறுமானம் காண்க. உமது விடைக்கு ஆதாரமாகிய தேற்றத்தை எழுதுக.
(ii). $A\hat{C}B$ இன் பெறுமானம் காண்க.
(iii). $D\hat{C}A$ இன் பெறுமானம் காண்க.

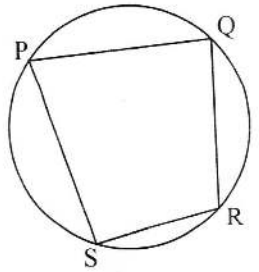


(4). உருவில் O மையமும் AD விட்டமும் ஆகும்.
$C\hat{E}D = 40^0$ ஆகும்.
(i). $C\hat{O}D$ இன் பெறுமானம் காண்க.
(ii). $A\hat{B}D$ இன் பெறுமானம் காண்க.
(iii). $A\hat{B}C$ இன் பெறுமானம் காண்க.



வட்ட நாற்பக்கல்

உச்சிகள் வட்டத்தின் மீது அமைந்துள்ள நாற்பக்கல் வட்ட நாற்பக்கலாகும்.



$PQRS$ ஒரு வட்ட நாற்பக்கலாகும்.

தேற்றம்

ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் எதிர்க் கோணங்கள் மிகை நிரப்பிகளாகும்.

$ABCD$ இன் உச்சிகள் வட்டத்தின் மீது அமைந்துள்ளதால் அது வட்ட நாற்பக்கலாகும்.

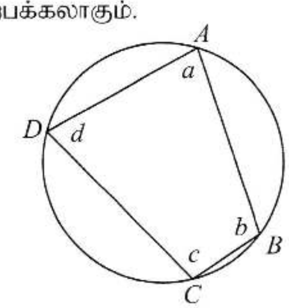
($A\hat{B}C$ இன் எதிர்க்கோணம் $A\hat{D}C$ஆகும்

$D\hat{A}B$ இன் எதிர்க்கோணம் $D\hat{C}B$ ஆகும்)

தேற்றத்தின் படி

$\therefore A\hat{B}C + A\hat{D}C = 180^0$, அதாவது $b + d = 180^0$

$\therefore D\hat{A}B + D\hat{C}B = 180^0$, அதாவது $a + c = 180^0$



உதாரணம்

(1). உருவிலுள்ள தகவல்களின் படி

(a). $P\hat{S}R$ (b). $S\hat{P}Q$ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

விடைகள்

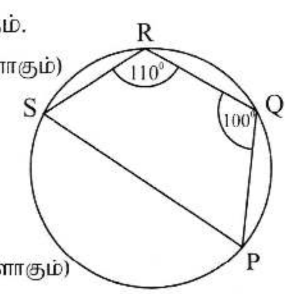
(a). $PQRS$ வட்டத்தின் மீது அமைந்துள்ளதால் $PQRS$ ஒரு வட்ட நாற்பக்கலாகும்.

$\therefore P\hat{Q}R + A\hat{S}R = 180^0$ (ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் எதிர்க்கோணங்கள் மிகை நிரப்பிகளாகும்)

$100 + P\hat{S}R = 180^0$

$P\hat{S}R = 180^0 - 100^0$

$= 80^0$



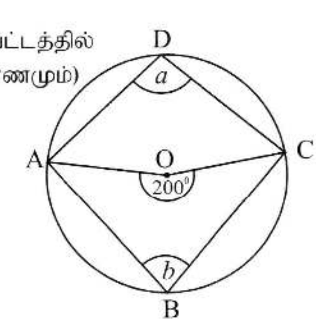
(b). $S\hat{R}Q + S\hat{P}O = 180^0$ (ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் எதிர்க் கோணங்கள் மிகை நிரப்பிகளாகும்)

$\therefore S\hat{P}Q = 180^0 - 110^0$

$= 70^0$

(2). உருவிலுள்ள தகவல்களின் படி a, b என்பவற்றால் தரப்படும் பெறுமானங்களைக் காண்க. வட்டத்தின் மையம் O ஆகும்.

(பின்வளை) $A\hat{O}C = 2A\hat{D}C$ (மையத்தில் எதிரமைக்கப்படும் கோணமும் வட்டத்தில் எஞ்சிய பகுதியின் மீது எதிரமைக்கப்படும் கோணமும்)



$200^0 = 2A\hat{D}C$

$A\hat{D}C = 200^0 = 100^0$

$a = 100^0$

$A\hat{D}C + A\hat{B}C = 180^0$ (வட்ட நாற்பக்கல்களின் எதிர்க் கோணங்கள்)

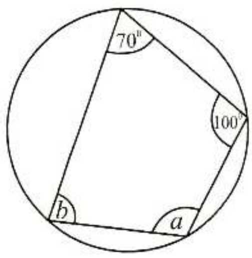
$100^0 + A\hat{B}C = 180^0$

$A\hat{B}C = 180^0 - 100^0 = 80^0$

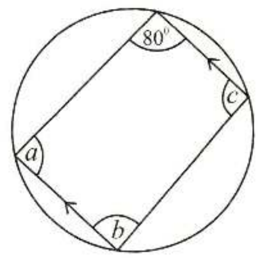
பயிற்சி 16 : 6

(1). பின்வரும் O ஐ மையமாகவுடைய வட்டங்களில் ஆங்கில அட்சரங்களால் தரப்படும் கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

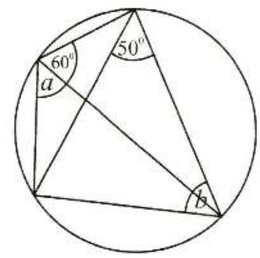
(i).



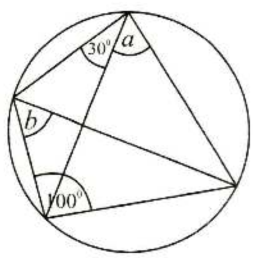
(ii).



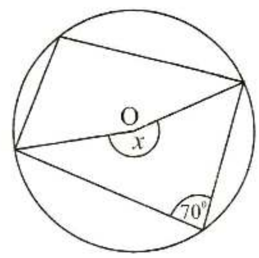
(iii).



(iv).



(v).



தேற்றம்

ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் ஒரு பக்கத்தை நீட்ட உண்டாகும் புறக்கோணம் அதன் அகத்தெதிர்க் கோணத்துக்கு சமனாகும்.

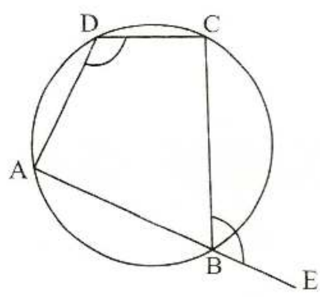
உருவில் $ABCD$ ஒரு வட்ட நாற்பக்கலாகும்.

இங்கு பக்கம் AB ஆனது E வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது.

புறக்கோணம் $C\hat{B}E$ ஆகும்.

அதன் அகத்தெதிர்க் கோணம் $A\hat{D}C$ ஆகும்.

தேற்றத்தின் படி $A\hat{D}C = C\hat{B}E$ ஆகும்.



உதாரணம்

உருவில் பக்கம் AB ஆனது E வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. தரப்பட்டுள்ள தகவல்களின் அடிப்படையில் $A\hat{C}B$ இன் பெறுமானம் காண்க.

$A\hat{D}C = C\hat{B}E$ (புறக்கோணம் = அகத்தெதிர்க் கோணம்)

$C\hat{B}E = 100^0$ (தரப்பட்டுள்ளது.)

$A\hat{D}C = 100^0$

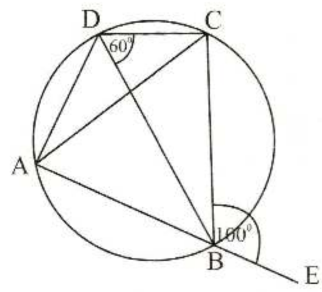
$A\hat{D}B + B\hat{D}C = A\hat{D}C$

$A\hat{D}B + 60^0 = 100^0$

$\therefore\ A\hat{D}B = 100^0 - 60^0 = 40^0$

$A\hat{D}B = A\hat{C}B$ (ஒரே துண்டக் கோணங்கள்)

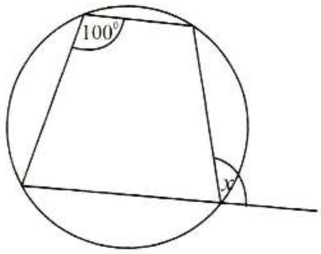
$\underline{\underline{A\hat{C}B = 40^0}}$



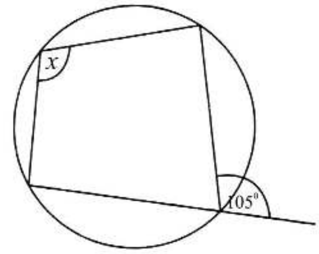
பயிற்சி 16 : 7

(1). ஆங்கில அட்சரங்களால் தரப்படும் கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

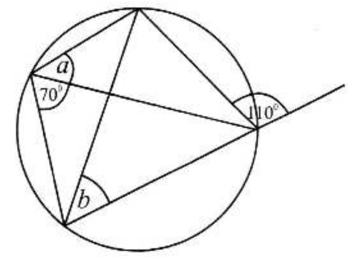
(i).



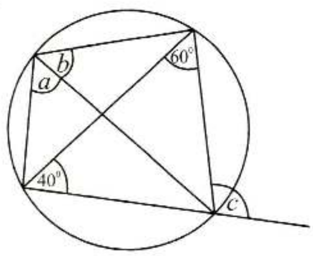
(ii).



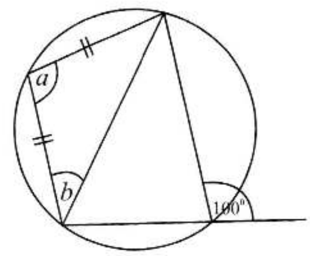
(iii).



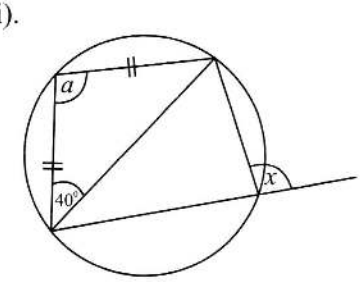
(iv).



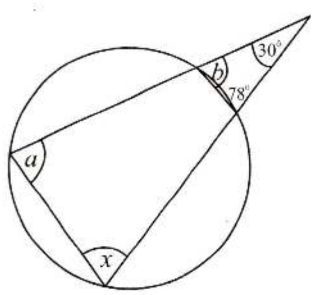
(v).



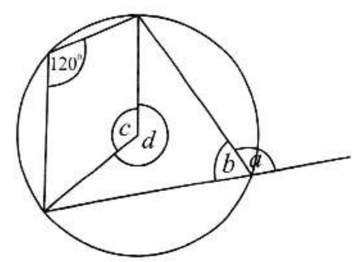
(vi).



(vii).

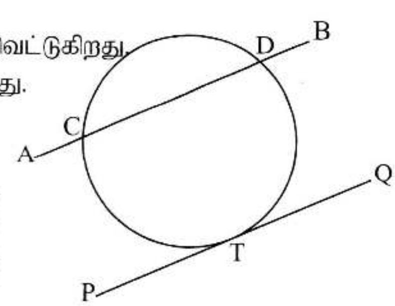


(viii).



ஒரு வட்டத்துக்கு வரையப்பட்ட தொடலிகள்

நேர்கோடு AB ஆனது வட்டத்தை C,D என்பவற்றில் வெட்டுகிறது.
நேர்கோடு PQ ஆனது T இல் வட்டத்தைத் தொடுகிறது.



PQ ஆனது வட்டத்துக்கு வரையப்பட்ட தொடலி ஆகும். T தொடு புள்ளி ஆகும்.

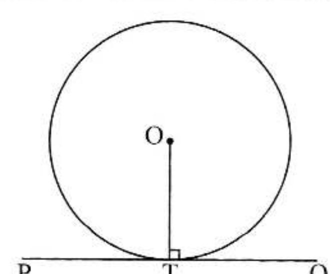
தேற்றம்

ஒரு வட்டத்தின் மீதுள்ள ஒரு புள்ளியினூடாக ஆரைக்குச் செங்குத்தாக வரையப்படும் ஒரு நேர்கோடு வட்டத்தைத் தொட்டுச் செல்லும்.

தேற்றம்

ஒரு வட்டத்திற்கு வரையப்படும் தொடலி தொடுபுள்ளியில் ஆரைக்குச் செங்குத்தாகும்.

T தொடுபுள்ளியாகும். OT ஆரையாகும். $OT \perp PQ$ ஆகும். அப்போது $O\hat{T}Q = \mathbf{90^0}$

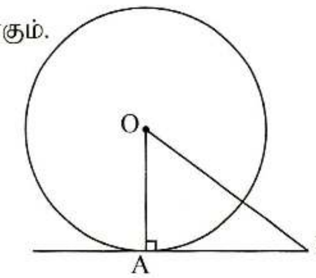


பயிற்சி 16 : 8

(1). O ஐ மையமாகவுடைய வட்டத்தில் AB, என்பது A இல் வரைந்த தொடலியாகும்.

(i). $O\hat{A}B$ இன் பெறுமானம் காண்க.

(ii). $A\hat{O}B = 30^{\circ}$ ஆயின் $O\hat{B}A$ இன் பெறுமானம் காண்க.

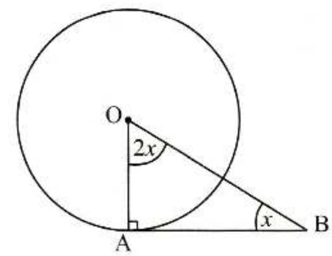


(2). உருவிலுள்ள வட்டத்தின் மையம் O ஆகும். AB ஒரு தொடலியாகும்.

(i). x இலான ஒரு சமன்பாட்டை எழுதுக.

(ii). x இன் பெறுமானம் காண்க.

(iii). $OB = 5cm$, $OA = 3cm$ ஆயின் தொடலி AB இன் நீளத்தைக் காண்க.



(3). O மையமாகும் A, P, C என்பன வட்டத்தின் மீதுள்ள புள்ளிகள் ஆகும். AB தொடலியாகும்.

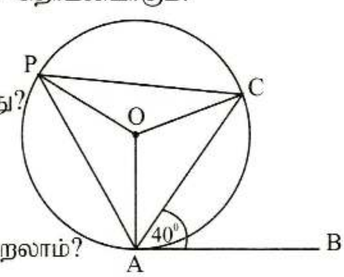
(i). $C\hat{A}B = 40^{\circ}$ ஆயின் $O\hat{A}C$ இன் பெறுமானம் காண்க.

(ii). OA, OC ஆகிய பக்கங்களின் நீளங்களுக்கிடையிலுள்ள தொடர்பு யாது?

(iii). $A\hat{O}C$ இன் பெறுமானம் என்ன?

(iv). $A\hat{P}C$ இன் பெறுமானம் காண்க. காரணம் யாது?

(v). $A\hat{P}C$, $C\hat{A}B$ ஆகிய கோணங்களின் பெறுமானங்கள் பற்றி யாது கூறலாம்?



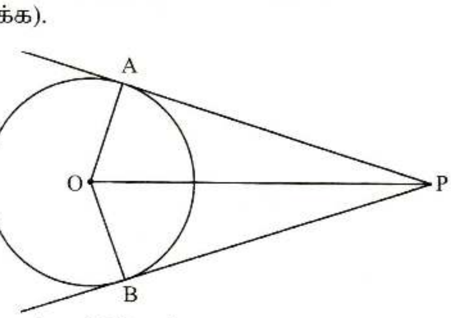
ஒரு வெளிப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட தொடலிகள்

O ஐ மையமாகவுடைய வட்டத்திற்கு வெளியே புள்ளி P அமைந்துள்ளது. வெளிப்புள்ளி P இலிருந்து வட்டத்துக்கு இரண்டு தொடலிகள் வரையலாம். (உருவைப் பார்க்க).

அவை PA, PB ஆகும்.

OA, OB ஆகிய ஆரைகளை வரைந்தால்,

$O\hat{A}P$, $O\hat{B}P$ என்பன செங்கோணங்களாகும்.



இவ்வுருவில் OAP, OBP ஆகிய முக்கோணிகள் ஒருங்கிசையும் எனக்காட்டுவோம்.

($OA = OB$ ஆரை) எனவும் OP பொதுப்பக்கம் எனவும் $O\hat{A}P = O\hat{B}P = 90^{\circ}$ எனவும் கருத்தில் கொள்வோம்.

$\Delta OAP \equiv \Delta OPB$ என்பதால் (i). PA , PB என்பன ஒன்றுக்கொன்று சமனானவை

(ii). $A\hat{O}P$, $B\hat{O}P$ என்பன ஒன்றுக்கொன்று சமனானவை

(iii). $A\hat{P}O = O\hat{P}B$ ஆகும்.

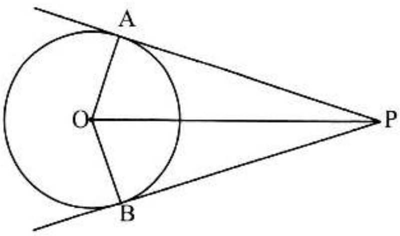
தேற்றம்

ஒரு வெளிப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்துக்கு வரையப்படும் தொடலிகள்

(i). நீளத்தில் சமனானவை (உருவில் $PA = PB$ என்பது)

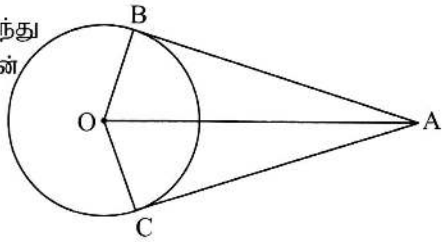
(ii). தொடலிகளினால் மையத்தில் சமனான கோணங்கள் எதிரமைக்கப்படும் (உருவில் $A\hat{O}P = B\hat{O}P$ என்பது)

(iii). வெளிப்புள்ளியையும் மையத்தையும் இணைக்கும் கோட்டினால் தொடலிகளுக்கிடையிலுள்ள கோணம் இருசம கூறிடப்படும். (உருவில் $A\hat{P}O = O\hat{P}B$)

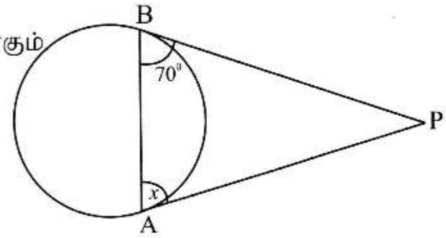


பயிற்சி 16 : 9

(1). உருவில் O ஐ மையமாகவுடைய வட்டத்திற்கு புள்ளி A இலிருந்து இரு தொடலிகள் வரையப்பட்டுள்ளன. தொடலித் தேற்றங்களின் படி இவ்வுருவுக்கேற்றதாக உம்மால் கூறக்கூடிய எல்லாக் கேத்திர கணிதத் தொடர்புகளையும் எழுதுக.



(2). PA, PB என்பன வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட இரு தொடலிகளாகும். x இன் பெறுமானம் காண்க. காரணத்தையும் எழுதுக.



(3). O ஐ மையமாகவுடைய வட்டத்திற்கு P இலிருந்து PA, PB ஆகிய தொடலிகள் வரையப்பட்டுள்ளன

(i). $O\hat{A}P$ இன் பெறுமானம் யாது?

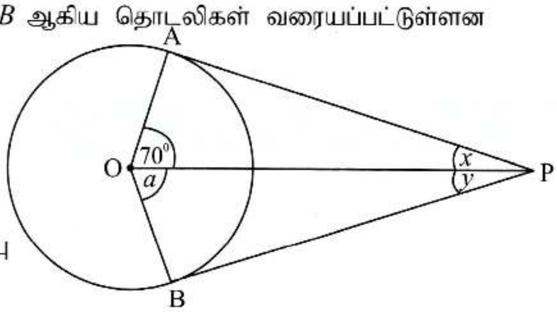
(ii). $O\hat{B}P$ இன் பெறுமானம் யாது?

(iii). a இனால் தரப்படும் பெறுமானம் என்ன?

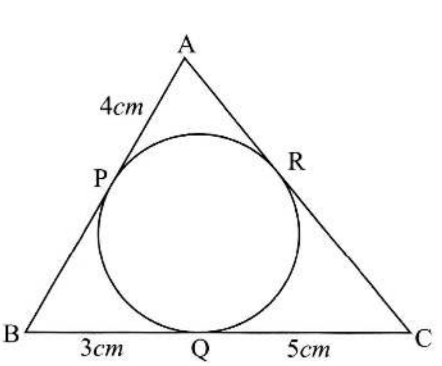
(v). x இனால் தரப்படும் பெறுமானம் காண்க.

(vi). x, y என்பவற்றின் பருமன்களுக்கிடையிலான தொடர்பு யாது?

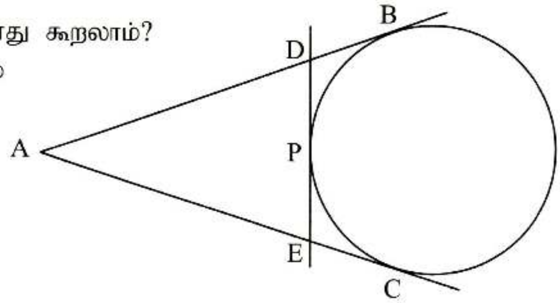
(vii). $A\hat{P}B$ இன் பெறுமானம் காண்க



(4). தரப்பட்டுள்ள தரவுகளின் படி முக்கோணி ABC இன் சுற்றளவைக் காண்க.
(AB, AC, BC என்பன வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட தொடலிகளாகும்.)



(5). உருவில் AB, AC, DE என்பன வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட தொடலிகளாகும். $AB = 13cm$ ஆயின் முக்கோணி ADE இன் சுற்றளவைக் காண்க.
(உதவி- AB, AC என்பனவற்றின் நீளங்கள் பற்றி யாது கூறலாம்? BD, DP என்பன பற்றியும் EP, EC என்பன பற்றியும் யாது கூறலாம்?



(6). O ஐ மையமாகவுடைய வட்டத்தில் AB ஒரு விட்டமாகும். AP ஒரு தொடலியாகும்

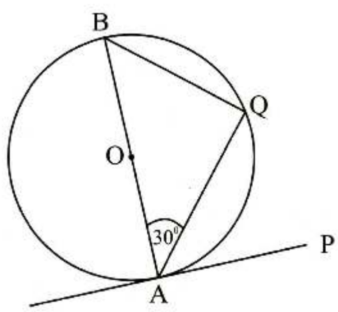
(i). உருவிலுள்ள இரண்டு செங்கோணங்களை எழுதுக.

(ii). $A\hat{B}Q + B\hat{A}Q$ இன் பெறுமானம் யாது?

(iii). $A\hat{B}Q$ இன் பெறுமானம் என்ன?

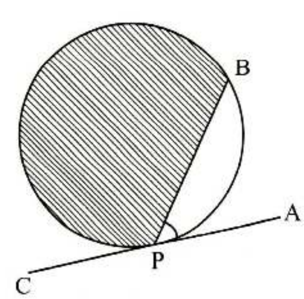
(iv). $B\hat{A}Q + Q\hat{A}P$ இன் பெறுமானம் எவ்வளவு?

(v). $Q\hat{A}P$ இற்குச் சமனான ஒரு கோணத்தை உருவிலிருந்து தெரிந்து எழுதுக.



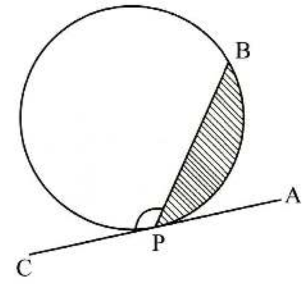
ஒன்றுவிட்ட வட்டத் துண்டக் கோணங்கள்

வட்டத்திற்கு P இல் வரையப்பட்டுள்ள தொடலி PA ஆகும்.
P இல் வரையப்பட்ட நாண் PB ஆகும்.
நாணின் ஒரு பக்கத்தில் அமைந்துள்ள தொடலிக்கும் நாணுக்கும் இடையிலுள்ள கோணமாகிய $B\hat{P}A$ இற்கு எதிர்ப்பக்கத்தில் ஒன்று விட்ட வட்டத்துண்டக் கோணம் உள்ளது.

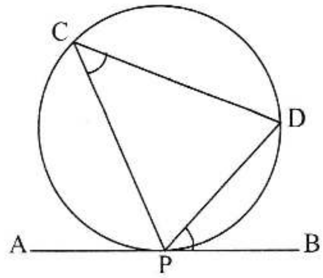


உருவில் நிழற்றப்பட்டிருப்பது $B\hat{P}A$ இற்கு ஒத்த ஒன்று விட்ட வட்டத் துண்டமாகும்.

நாணுக்கும் தொடலிக்கும் இடையிலுள்ள $B\hat{P}C$ ஐக் கருதினால் உருவில் நிழற்றப்பட்டிருப்பது ஒன்று விட்ட வட்டத்துண்டமாகும்.

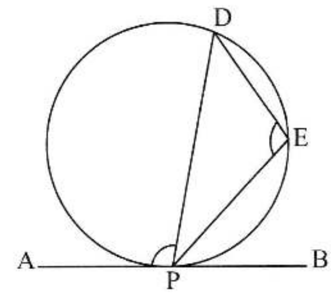


தேற்றம்



ஒரு வட்டத்திற்கு வரையப்படும் தொடலிக்கும் தொடு புள்ளியிலுள்ள நாணுக்கும் இடையிலுள்ள கோணம் ஒன்றுவிட்ட வட்டத்துண்டத்திலுள்ள கோணங்களுக்குச் சமனாகும். இவ்வுருவில் காட்டப்பட்டுள்ள ஒன்றுவிட்ட வட்டத் துண்டத்தின்படி

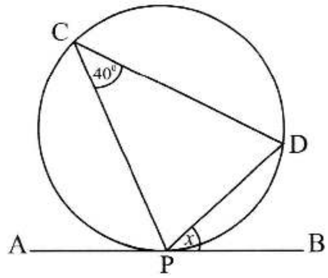
$$D\hat{P}B = P\hat{C}D$$



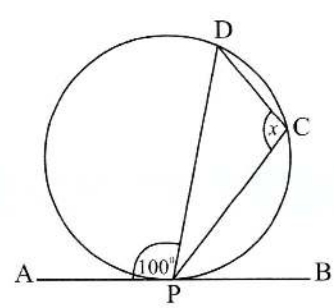
இவ்வுருவில் நாண் DP இன் மறுபக்கத்தில் ஒன்றுவிட்ட துண்டத்தைக் கருதினால் $A\hat{P}D = P\hat{E}D$ ஆகும்.

பயிற்சி 16 : 10

(1). உருவில் APB ஒரு தொடலியாகும். P தொடு புள்ளியாகும். x இன் பெறுமானம் காண்க. உமது விடைக்கான காரணம் தருக.



(2). x இனால் தரப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

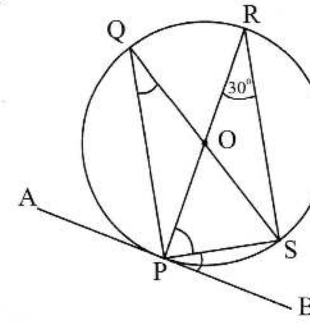


(3). O ஐ மையமாகவுடைய வட்டத்தில் APB ஒரு தொடலியாகும்.

(i). $P\hat{R}S = 30^0$ ஆகும். $B\hat{P}S$ இன் பெறுமானம் காண்க.

(ii). $R\hat{P}S$ இன் பெறுமானம் காண்க.

(iii). $P\hat{Q}S$ இன் பெறுமானம் காண்க.

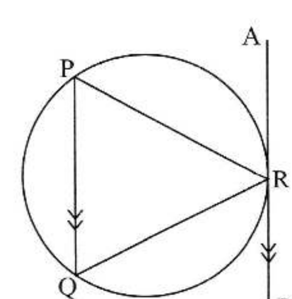


(4). உருவில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளின் படி

(i). $Q\hat{R}B$ இற்கு சமனான இரண்டு கோணங்களைப் பெயரிடுக.

(ii). நீர் பெயரிட்ட கோணங்களை உருவில் சமனான குறியீடுகளால் குறிக்க

(iii). PQR ஓர் இருசமபக்க முக்கோணி எனக் காட்டுக.



17. வரைபுகள்

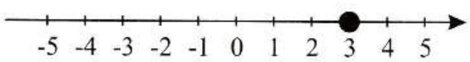
எண் கோட்டின் மீது குறித்தல்

சமன்பாடுகள்

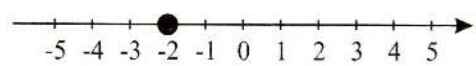
உதாரணம்

$x = 3$, $x = -2$ ஆகிய சமன்பாடுகளை ஒரு எண்கோட்டின் மீது குறிக்க.

$x = 3$



$x = -2$



பயிற்சி 17 : 1

(1). பின்வரும் சமன்பாடுகளை எண்கோடுகளின் மீது குறிக்க.

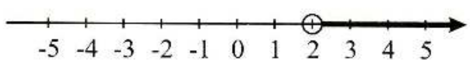
(i). $x = 1$ (ii). $x = -3$ (iii). $x = 0$ (iv). $x = 4$ (v). $x = -1$

சமனிலிகள்

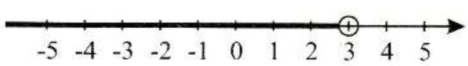
உதாரணம்

(I). $x > 2$ (ii). $x < 3$ (iii). $x \geq 2$ (iv). $x \leq 3$ என்பவற்றை எண் கோடுகளின் மீது குறிக்க.

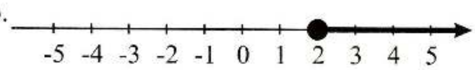
(i).



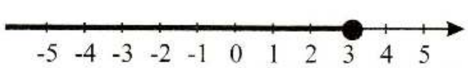
(ii).



(iii).



(iv).



பயிற்சி 17 : 2

(1). பின்வரும் சமனிலிகளை எண் கோடுகளின் மீது குறிக்க.

(i). $x > 1$ (ii). $x \geq 1$ (iii). $x < 3$ (iv). $x \leq 3$

(v). $x > -2$ (vi). $x \geq -2$ (vii). $x < -2$ (viii). $x \leq -2$

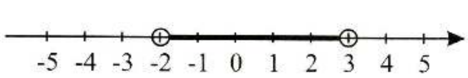
பிரதேசங்கள்

உதாரணம்

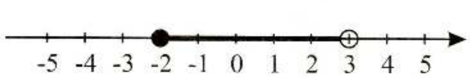
எண் கோடுகளின் மீது குறிக்க. (i). $-2 < x < 3$ (ii). $-2 \leq x < 3$

(iii). $-2 < x \leq 3$ (iv). $-2 \leq x \leq 3$

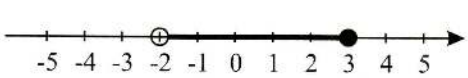
(i).



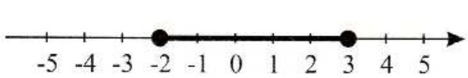
(ii).



(iii).



(iv).



பயிற்சி 17 : 3

(1). பின்வரும் பிரதேசங்களை எண்கோடுகளின் மீது குறிக்க

(i). $-3 < x < 2$ (ii). $-1 < x < 3$ (iii). $-3 \leq x < 2$

(iv). $-1 < x \leq 3$ (v). $-3 \leq x \leq 2$ (vi). $-1 \leq x \leq 3$

நேர்கோட்டு வரைபுகள்

$y = mx + c$ என்ற வடிவிலான ஒரு சார்பிலிருந்து படித்திறன் m உம் வெட்டுத்துண்டு c உம் உடைய ஒரு நேர்கோட்டு வரைபு கிடைக்கும்.

உதாரணம்

(1). பின்வரும் சமன்பாடுகளுக்குரிய நேர்கோடுகளின் (a) படித்திறன் (b) வெட்டுத்துண்டு ஆகியவற்றைக் காண்க.

(i). $y = 2x - 3$ (ii). $2x + y = 3$ (iii). $x + 2y - 2 = 0$

(i). $y = 2x - 3$

$y = mx + c$

படித்திறன் $(m) = 2$

வெட்டுத்துண்டு $(c) = -3$

(ii). $2x + y = 3$

$y = -2x + 3$

$y = mx + c$

படித்திறன் $(m) = -2$

வெட்டுத்துண்டு $(c) = 3$

(iii). $x + 2y - 2 = 0$

$2y = -x + 2$

$y = -\frac{1}{2}x + 1$

$y = mx + c$

படித்திறன் $(m) = -\frac{1}{2}$

வெட்டுத்துண்டு $(c) = 1$

> தரப்பட்டுள்ள சமன்பாட்டை $y = mx + c$ என்ற வடிவில் எழுதுவதன் மூலம் வரைபை வரையாது படித்திறன் (m) வெட்டுத்துண்டு (c) என்பவற்றைப் பெறலாம்.

பயிற்சி 17 : 4

(1). பின்வரும் வரைபுகளுக்குரிய நேர்கோடுகளின் படித்திறனையும் வெட்டுத்துண்டையும் காண்க.

(i). $y = 3x - 2$ (ii). $y = x + 3$ (iii). $y = -2x + 1$ (iv). $y - x = 0$

(v). $y + 2x - 3 = 0$ (vi). $x - 2y = 0$ (vii). $2x - y - 1 = 0$ (viii). $2y - 4x + 1 = 0$

நேர்கோட்டு வரைபை வரைதல்

ஒரு நேர்கோட்டு வரைபை வரையும் போது ஆள்கூற்றுத்தளத்தின் மீது இரண்டு புள்ளிகளை மாத்திரம் குறித்தல் போதுமானது ஆயினும் திருத்தம் கருதி 3 புள்ளிகள் குறிக்கப்படுகின்றன

நேர்கோட்டு வரைபை வரைவதற்காக ஆள்கூறுகளைப் பெறல்

உதாரணம்

(1). $y = 2x - 3$ எனும் வரைபை வரைவதற்கு 3 ஆள்கூறுகளைப் பெறுக.

(i). பெறுமான அட்டவணை மூலம்

$y = 2x - 3$

x	-2	0	2
$2x$	-4	0	4
-3	-3	-3	-3
y	-7	-3	1

(ii). பிரதியிடல் மூலம்

$x = -2$ ஆகும்போது
$y = 2x - 3$
$y = 2 \times (-2) - 3$
$y = -4 - 3$
$y = -7$

$x = 0$ ஆகும்போது
$y = 2x - 3$
$y = 2 \times 0 - 3$
$= 0 - 3$
$y = -3$

$x = 2$ ஆகும்போது
$y = 2x - 3$
$y = 2 \times 2 - 3$
$= 4 - 3$
$y = 1$

பயிற்சி 17 : 5

(1). பின்வரும் நேர்கோடுகளை வரைவதற்கு இலகுவான ஒரு முறையில் 3 ஆள்கூறுகள் வீதம் பெறுக.

(i). $y = 2x$ (ii). $y = 3x + 1$ (iii). $y = -2x$ (iv). $y = -3x + 1$

(v). $x + y = 2$ (vi). $y = 2x = 3$ (vii). $2y = 4x - 2$ (viii). $\frac{1}{2}y + x = 0$

நேர்கோட்டு வரைபுகளை வரைதல்

(1). ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் (i). $y = 3x$ (ii). $y = 3x + 2$ (iii). $y = 3x - 2$ ஆகிய வரைபுகளை வரைக. அவற்றின் (a) படித்திறன் (b) வெட்டுத்துண்டு ஆகியவற்றை வெவ்வேறாக எழுதுக.

(i). $y = 3x$

x	-1	0	1
y	-3	0	3

ஆள்கூறுகள் (-1,-3), (0,0), (1,3)

(ii). $y = 3x + 2$

x	-1	0	1
y	-1	2	5

ஆள்கூறுகள் (-1,-1), (0,2), (1,5)

(iii). $y = 3x - 2$

x	-1	0	1
y	-5	-2	1

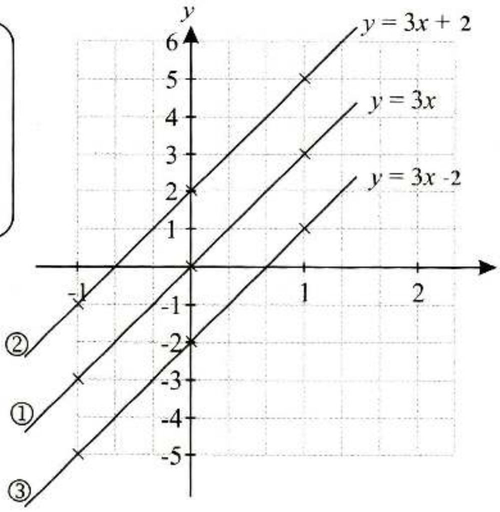
ஆள்கூறுகள் (-1,-5), (0,-2), (1,1)

(i). $y = 3x$
படித்திறன் = 3
வெட்டுத்துண்டு = 0

(ii). $y = 3x + 2$
படித்திறன் = 3
வெட்டுத்துண்டு = 2

(iii). $y = 3x - 2$
படித்திறன் = 3
வெட்டுத்துண்டு = -2

- நேர்கோட்டு வரைபுகளின் படித்திறன்கள் சமனாகும் போது கோடுகள் சமாந்தரம் ஆகும்.
- ஒரு நேர்கோட்டினால் y அச்சு வெட்டிச் செல்லப்படும் புள்ளியின் y இன் பெறுமானம் வெட்டுத்துண்டு ஆகும்



$y = 3x$
$y = 3x + 2$
$y = 3x - 2$

இம் மூன்று சமன்பாடுகளிலும் படித்திறன் சமனாக இருப்பதால் அக்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமானவை ஆகும்.

பயிற்சி 17: 6

(1). பின்வரும் நேர்கோட்டு வரைபுகளை வரைக.

(i). $y = 2x,\ y = 2x + 3,\ y = 2x - 3$ ஆகியவற்றை ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைக.
(ii). $y = -2x,\ y = -2x + 3,\ y = -2x - 4$ ஆகியவற்றை ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைக.
(iii). $y = x,\ y = x + 5,\ y = -x - 4$ ஆகியவற்றை ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைக.

(2). மேலே (1) இல் வரைந்த வரைபுகளிலிருந்து பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடை தருக.

(i). ஒவ்வொரு நேர்கோட்டினதும் படித்திறனையும் வெட்டுத்துண்டையும் எழுதுக.
(ii). படித்திறன் சமனான உள்ள நேர்கோடுகளின் அமைவு பற்றி உமது வரைபிலிருந்து விசேட கருத்தொன்றை எழுதுக.
(iii). அச்சுகளின் உற்பத்திப் புள்ளிக்கூடாகச் செல்லும் நேர்கோடுகளின் வெட்டுத்துண்டு பற்றிய உமது கருத்தை எழுதுக.
(iv). படித்திறன் (-) ஆகும்போது நேர்கோடுகளின் அமைவு பற்றி நீர் வரைந்த வரைபிலிருந்து விபரிக்க.

- வெட்டுத்துண்டு 0 ஆகவுள்ள நேர்கோடுகள் உற்பத்திப்புள்ளிக்கூடாகச் செல்லும்.
- X அச்சில் நேர்த்திசையுடன் ஒரு கூர்ங்கோணத்தை அமைக்கும் கோடுகளின் படித்திறன் + ஆகும்.
- X அச்சில் நேர்த்திசையுடன் ஒரு விரிகோணத்தை அமைக்கும் கோடுகளின் படித்திறன் - ஆகும்.
- படித்திறன் சமனாக உள்ள நேர்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரம் ஆகும்.

தரப்பட்டுள்ள ஒரு நேர்கோட்டின் படித்திறனையும் வெட்டுத் துண்டையும் காணல்

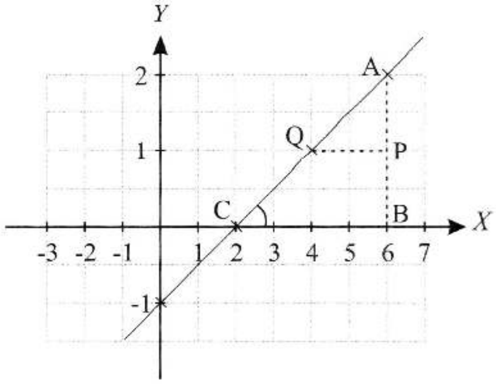
உதாரணம்

(1). பின்வரும் நேர்கோட்டு வரைபின்

(i). வெட்டுத்துண்டு

(ii). படித்திறன்

(iii). சமன்பாடு ஆகியவற்றைக் காண்க.



(i). வெட்டுத்துண்டு (c) = -1 (கோடு y அச்சை வெட்டுகிறது)

(ii). படித்திறன் (m) $= \frac{AP}{PQ}$ அல்லது $\frac{AB}{BC}$

$= \frac{1}{2}$ அல்லது $\frac{2}{4}$

$= \frac{1}{2}$ (x அச்சில் நேர்த்திசையுடன் ஒரு கூர்ங்கோணத்தை அமைப்பதால் படித்திறன் நேர் ஆகும்)

(iii). $y = mx + c$

$y = \frac{1}{2}x - 1$

(2). A(6, 2), B(2, 0) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின்

(i). படித்திறன் (ii). வெட்டுத்துண்டு (iii). சமன்பாடு ஆகியவற்றைக் காண்க.

(i). படித்திறன் (m) $= \dfrac{y \text{ ஆள்கூறுகளின் வித்தியாசம்}}{x \text{ ஆள்கூறுகளின் வித்தியாசம்}}$ A(6, 2) B(2, 0)

$= \frac{2-0}{6-2} = \frac{2}{4} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$

(ii). வெட்டுத்துண்டு c ஆயின் $m = ½$ என்பதால்

சமன்பாடு $y = \frac{1}{2}x + c$ ஆகும்.

இக்கோடு (6, 2) புள்ளிக்கூடாகச் செல்வதால்

$x = 6,\ y = 2$ என்பவற்றைப் பிரதியிடுவதால்

$2 = \frac{1}{\cancel{2}_1}\cancel{6}^3 + c$

$2 = 3 + c$

$2 - 3 = c$

$\underline{\underline{-1 = c}}$

(iii). சமன்பாடு $\underline{\underline{y = \frac{1}{2}x - 1}}$

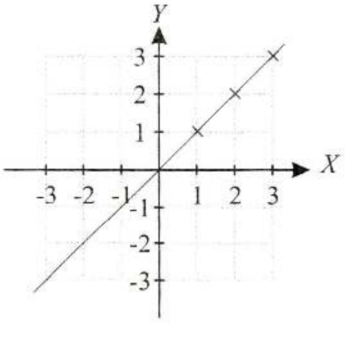
பயிற்சி 17 : 7

(1). பின்வரும் நேர்கோட்டு வரைபுகளின்

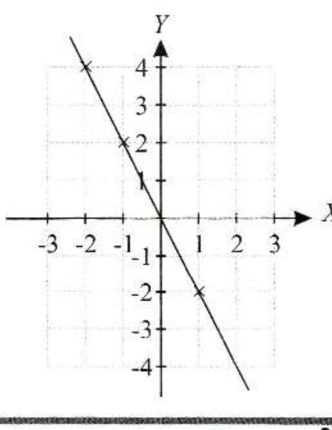
(a) படித்திறன் (b) வெட்டுத்துண்டு (c) சமன்பாடு

ஆகியவற்றைக் காண்க.

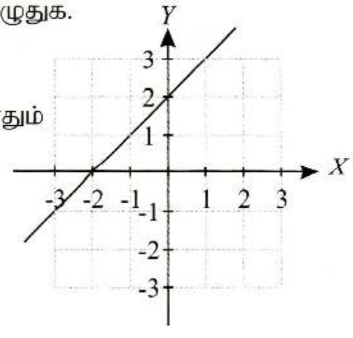
(i).



(ii).



(2). உரு (a) இல் தரப்பட்டுள்ள நேர் கோட்டிற்குச் சமாந்தரமானதும் y அச்சை -2 இல் வெட்டிச் செல்வதுமான கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக.



உரு (a)

(3). $y = 3x - 1$ எனும் சமன்பாட்டினால் தரப்படும் கோட்டிற்கு சமாந்தரமானதும் (0 , 2) புள்ளிக்கூடாகச் செல்வதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(4). $y = 3x + 1$ எனும் சமன்பாட்டினால் தரப்படும் நேர்கோட்டிற்கு சமாந்தரமானதும் உற்பத்திப் புள்ளிக்கூடாகச் செல்வதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(5). படித்திறன் 4 ஐ உடையதும் (0 , -3) புள்ளிக்கூடாகச் செல்வதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(6). பின்வரும் புள்ளிச் சோடிகளை இணைக்கும் நேர்கோடுகளின் (a) படித்திறன் (b) வெட்டுத்துண்டு (c) சமன்பாடு ஆகியவற்றைக் காண்க.

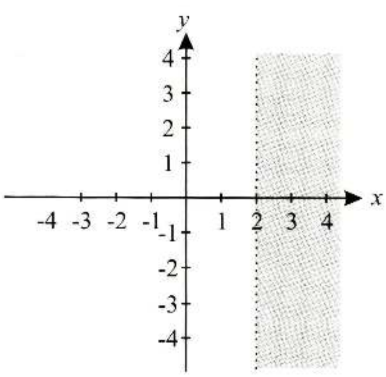
(i). $A = (5 , 6)$, $B = (1 , 2)$ (ii). $P = (3 , 6)$, $Q = (-1 , -2)$ (iii). $X = (3 , -2)$, $Y = (1 , 4)$ (iv). $S = (0 , 4)$, $R = (1 , -1)$

ஒரு நேர்கோட்டு வரைபில் சமனிலிகளைக் குறித்தல்

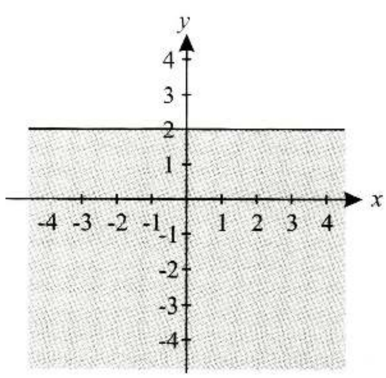
உதாரணம்

பின்வரும் பிரதேசங்களை ஒரு நேர்கோட்டு வரைபில் நிழற்றுக.

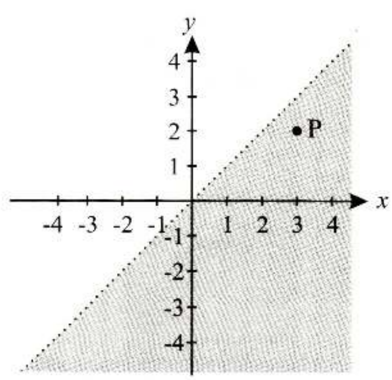
(i). $x > 2$ (ii). $y \leq 2$ (iii). $y < x$



($x = 2$ இற்கு உரியதல்ல என்பதால் புள்ளிக் கோட்டினால் வரையப்பட்டுள்ளது)



($y = 2$ இற்கு உரியதால் $y = 2$ கோடு வரையப்பட்டுள்ளது.)



($y = x$ கோடு வரையப்பட்டுள்ளது. அதில் $y = x$ உரியதல்ல என்பதால் புள்ளிக் கோட்டினால் வரையப்பட்டுள்ளது)
p இன் ஆள்கூறுகள் (3,2) இல் $x = 3, y = 2$ என்பதால் $y < x$

பயிற்சி 17 : 8

(1). பின்வரும் சமனிலிகளை ஆள்கூற்றுத் தளங்களில் குறிக்க. (உரிய பிரதேசங்களை நிழற்றுக).

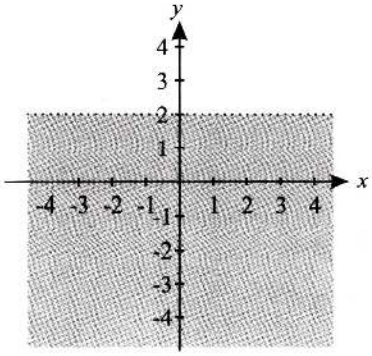
(i). $x > 3$ (ii). $x \geq 3$ (iii). $y > -1$ (iv). $x < 2$

(v). $y \geq -1$ (vi). $y < x$ (vii). $y \geq x$ (viii). $x \leq -1$

கடந்த காலப் பரீட்சை வினாக்கள்

(1). $y = x - 2$ எனும் சமன்பாட்டினால் தரப்படும் நேர்கோடு x அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக. **(2001)**

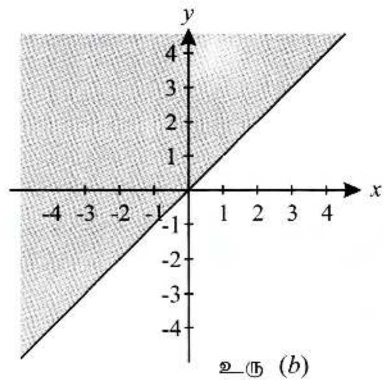
(2). உரு (a) இல் நிழற்றப்பட்டுள்ள பிரதேசத்தினால் தரப்படும் சமனிலியை எழுதுக. **(2001)**



உரு (a)

(3). $y = 3x + 5$ என்ற நேர்கோட்டிற்குச் சமாந்தரமாகவும் $(0\ ,\ -2)$ என்ற புள்ளிக்கூடாகச் செல்வதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக. **(2001)**

(4). தரப்பட்டுள்ள உரு (b) இல் நிழற்றப்பட்டுள்ள பிரதேசத்தினால் குறிப்பிடப்படும் சமனிலியை எழுதுக. **(2001)**

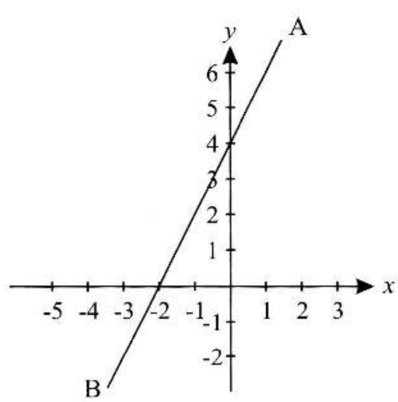


உரு (b)

(5). தரப்பட்டுள்ள உரு (c) இல் காட்டப்படும் நேர்கோடு AB இன் சமன்பாட்டை $y = mx + c$ என்ற வடிவில் எழுதும்போது c இன் பெறுமானம் காண்க. **(2000)**

(6). $-1 < x \leq 4$ எனும் சமனிலியை ஓர் எண் கோட்டின் மீது குறிக்க **(2000)**

(7). $2x + y = 1$ எனும் சமன்பாட்டினால் தரப்படும் நேர்கோட்டின் படித்திறன் யாது? **(2000)**

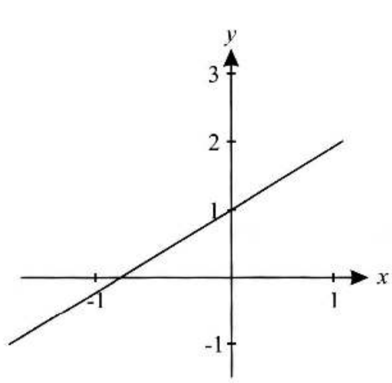


உரு (c)

(8). ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் $x \leq 1$ எனும் சமனிலியைக் குறிக்கும் பிரதேசத்தை கிடைக்கோடுகள் வரைந்தும் $y < 3$ எனும் சமனிலியைக் குறிக்கும் பிரதேசத்தை நிலைக்குத்துக் கோடுகள் வரைந்தும் நிழற்றி பருமட்டான படத்தில் காட்டுக. **(2000)**

(9). $(3\ ,\ 5)$, $(3\ ,\ 3)$, $(5\ ,\ 6)$ ஆகிய புள்ளிகளில் $y > x\ ,\ x < 4$ ஆகியவற்றைத் திருப்தி செய்யும் புள்ளி யாது? **(1999)**

(10). பின்வரும் உரு (d) இல் தரப்பட்டுள்ள நேர்கோட்டின் படித்திறனைக் காண்க. **(1999)**



உரு (d)

இருபடிச் சார்பொன்றின் வரைபை வரைவதற்காக ஆள்கூறுகளைப் பெறல்

உதாரணம்

(1). $y = x^2 - 2x + 3$ எனும் சார்பில் x இன் பெறுமானங்கள் -2, -1, 0, 1, 2 ஆகும்போது y இன் பெறுமானங்களைக் காண்க. x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களை ஆள்கூறுகளாக எழுதுக.

(i). அட்டவணை மூலம்

$y = x^2 - 2x + 3$

	x	-2	-1	0	1	2
	x^2	4	1	0	1	4
y	$-2x$	4	2	0	-2	-4
	3	3	3	3	3	3
	y	11	6	3	2	3

(-2 , 11), (-1 , 6), (0 , 3), (1 , 2), (2 , 3)

(ii). பெறுமானங்களை வெவ்வேறாகப் பிரதியிடுவதன் மூலம்

<u>$x = -2$ ஆகும் போது</u>

$y = (-2)^2 - 2 \times (-2) + 3$
$= 4 + 4 + 3$
$= 11$

<u>$x = -1$ ஆகும் போது</u>

$y = (-1)^2 - 2 \times (-1) + 3$
$= 1 + 2 + 3$
$= 6$

<u>$x = 0$ ஆகும் போது</u>

$y = 0 - 2 \times 0 + 3$
$= 3$

<u>$x = 1$ ஆகும் போது</u>

$y = (1)^2 - 2 \times (1) + 3$
$= 1 - 2 + 3$
$= 2$

பயிற்சி 17 : 9

(1). பின்வரும் சார்புகளில் தரப்பட்டுள்ள x இன் பெறுமானங்களுக்குப் பொருத்தமான y இன் பெறுமானங்களைக் காண்க. x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களை ஆள்கூறுகளாக எழுதுக.

(i). $y = x^2 - 1$: x இன் பெறுமானங்கள் -2, -1, 0, 1

(ii). $y = x^2 + 3$: x இன் பெறுமானங்கள் -3, -2, -1, 0, 1

(iii). $y = x^2 + 3x + 1$: x இன் பெறுமானங்கள் -2, -1, 0, 1, 2, 3

(iv). $y = x^2 - 3x + 2$: x இன் பெறுமானங்கள் -2, -1, 0, 1, 2, 3

(v). $y = x^2 - x - 1$ $-2 \leq x \leq 2$ (-2) உம் 2 உம் உட்பட இடையிலுள்ள பெறுமானங்கள்

(vi). $y = -x^2 - 2x - 1$ $-2 \leq x \leq 2$

(vii). $y = 2x^2 - 2x + 1$ $-3 \leq x \leq 1$

(viii). $y = 2x^2 - 3x - 2$ $-1 \leq x \leq 3$

$y = ax^2$ இன் வரைபு

உதாரணம்

(1). $y = x^2$ எனும் சார்பின் வரைபை வரைவதற்குத் தயாரிக்கப்பட்ட முழுமையற்ற ஓர் அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	....	1	0	....	4	....

(i). அட்டவணையின் வெற்றிடங்களை நிரப்புக. பெறுமானங்களைப் பெற்ற விதத்தைக் காட்டுக.

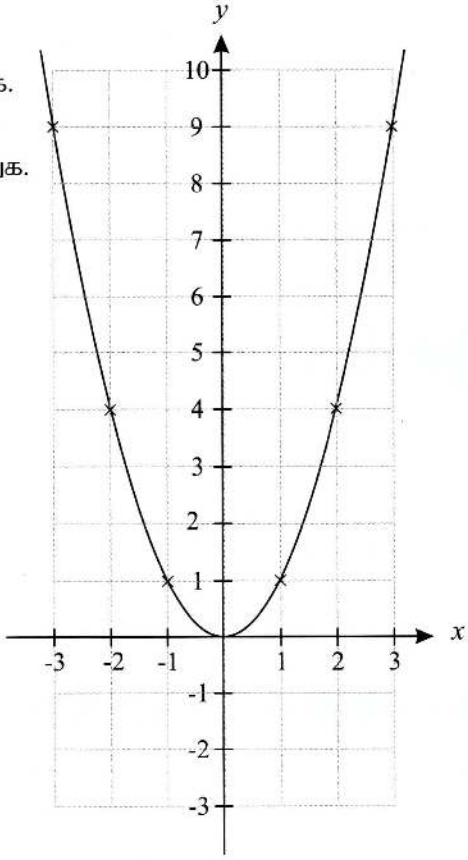
(ii). x, y ஆகிய பெறுமானங்களைக் கருத்தில் கொண்டு பொருத்தமான ஓர் ஆள்கூற்றுத் தளம் அமைத்து $y = x^2$ இன் வரைபை வரைக.

(iii). சமச்சீர் அச்சை வரைந்து அதன் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(iv). உச்சியின் (திரும்பற் புள்ளியின்) ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

(v). சார்புக்கு இருப்பது உயர்வுப் பெறுமானமா? இழிவுப் பெறுமானமா?

(vi). உயர்வு அல்லது இழிவுப் பெறுமானத்தை எழுதுக.



விடைகள்

(i). $y = x^2$

$x = -2$ ஆகும் போது : $y = (-2)^2 = 4$

$x = 1$ ஆகும் போது : $y = 1^2 = 1$

$x = 3$ ஆகும் போது : $y = 3^2 = 9$

(iii). $x = 0$

(iv). $(0\ ,\ 0)$

(v). இழிவுப் பெறுமானம்

(vi). இழிவுப் பெறுமானம் = 0

பயிற்சி 17 : 10

(1). சில சார்புகளின் வரைபுகளை வரைவதற்காகத் தயாரிக்கப்பட்ட x,y பெறுமானங்களைக் கொண்ட முழுமையற்ற சில அட்டவணைகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

(a). $y = 2x^2$ $(-3 \leq x \leq 3)$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	18	.....	.....	.....	.....	8	18

(b). $y = ...\ x^2$ $(-4 \leq x \leq 3)$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	8	.....	.....	0.5	.....	.....	.....	4.5

(c). $y = -2x^2$ $(-3 \leq x \leq 3)$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	.....	......	.....	......	......	......	.....

(d). $y =$ ...... x^2 $(-4 \leq x \leq 4)$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	.....	......	.....	......	......	......	.....	.....	.....

மேலேயுள்ள அட்டவணைகளைப் பூரணப்படுத்துக.

(i). மேலே ஒவ்வொரு சார்புக்குமான வரைபுகளை வரைவதற்குப் பொருத்தமான ஆள்கூற்றுத் தளங்களை வெவ்வேறாக அமைத்து அவ்வாள்கூற்றுத் தளங்களில் வரைபுகளை வரைக.

(ii). ஒவ்வொரு வரைபிலும் சமச்சீர் அச்சுகளை வரைந்து அவற்றின் சமன்பாடுகளை எழுதுக.

(iii). ஒவ்வொரு சார்புக்கும் இருப்பது உயர்வுப் பெறுமானமா? இழிவுப் பெறுமானமா என்பதை எழுதுக.

(iv). ஒவ்வொரு சார்பிலும் உயர்வு அல்லது இழிவுப் பெறுமானத்தை எழுதுக.

(v). ஒவ்வொரு வரைபிலும் உயர்வு அல்லது இழிவுப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

$y = ax^2$ எனும் வடிவிலுள்ள சார்புகளின் வரைபு
- பரவளைவு வடிவத்தை எடுக்கும்.
- அவை $x = 0$ கோட்டை அதாவது y அச்சைப் பற்றி சமச்சீரானவை
- பரப்பளவின் உச்சி X அச்சின் மீது இருக்கும். உச்சியின் ஆள்கூறுகள் (0 , 0).
- x^2 இன் குணகம் (+) ஆகும் போது இழிவையும் (-) ஆகும் போது உயர்வையும் வரைபு கொண்டிருக்கும்.

$y = ax^2 + c$ வடிவில் உள்ள சார்புகளின் வரைபுகள்

உதாரணம்

(i). $-3 \leq x \leq 3$ எனும் வீச்சில் $y = x^2 + 3$ இன் வரைபை வரைவதற்குப் பொருத்தமான பெறுமான அட்டவணையொன்றைத் தயாரிக்க.

(ii). $y = x^2 + 3$ இன் வரைபைப் பொருத்தமான ஓர் ஆள்கூற்றுத்தளத்தில் வரைக.

(iii). வரைபின் சமச்சீர் அச்சை வரைந்து அதன் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(iv). சார்பு உயர்வுப் பெறுமானமுடையதா? இழிவுப் பெறுமானமுடையதா?

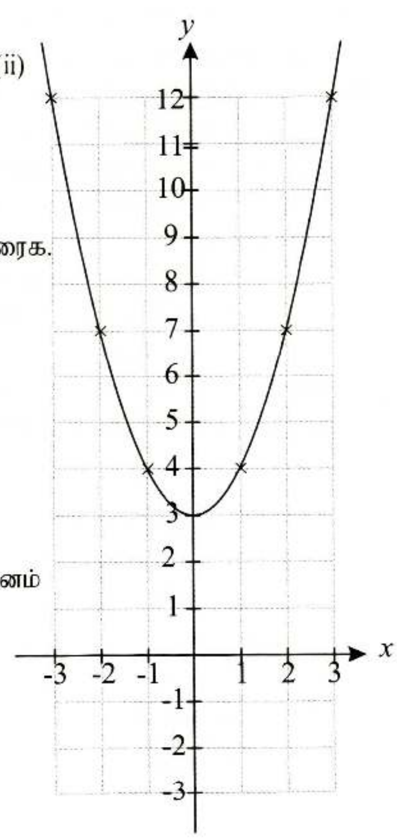
(v). சார்பின் உயர்வு அல்லது இழிவுப் பெறுமானத்தை எழுதுக.

விடைகள்

(i).

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	9	4	1	0	1	4	9
3	3	3	3	3	3	3	3
y	12	7	4	3	4	7	12

(ii)



(iii). $x = 0$ (y அச்சு)

(iv). இழிவுப் பெறுமானம்

(v). 3

$y = x^2$ இன் வளையி 3 அலகுகளினால் y அச்சில் நேர்த்திசையில் இடம் பெயரும் போது $y = x^2 + 3$ இன் வளையி பெறப்பட்டுள்ளது என்பதை விளங்கிக்கொள்க.

பயிற்சி 17 : 11

(1). பின்வரும் சார்புகளின் வரைபுகளை வரைவதற்காகத் தயாரிக்கப்பட்ட முழுமையற்ற சில அட்டவணைகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

(*a*). $y = x^2 + 2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	11			2			11

(*b*). $y = x^2 - 2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	7		-1				7

(*c*). $y = -x^2 + 2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-7		1			-2	

(*d*). $y = 2x^2 - 3$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	15			-3	-1		

(i). மேற்படி அட்டவணைகளில் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(ii). மேற்படி சார்புகளின் வரைபுகளை வரைவதற்குப் பொருத்தமான ஆள்கூற்றுத் தளங்களை வெவ்வேறாகத் தயாரித்து வரைபுகளை வரைக.

(iii). ஒவ்வொரு வரைபிலுமிருந்து பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடை தருக

- வரைபின் சமச்சீர் அச்சை வரைந்து அதன் சமன்பாட்டை எழுதுக.
- உச்சியின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.
- சார்புக்கு இருப்பது உயர்வுப் பெறுமானமா? இழிவுப் பெறுமானமா?
- சார்பின் உயர்வு அல்லது இழிவுப் பெறுமானத்தை எழுதுக.

(2). $-3 \leq x \leq 2$ எனும் வீச்சில் $y = -2x^2 + 1$ இன் வரைபை வரைவதற்கு ஒரு பெறுமான அட்டவணை தயாரிக்க. பொருத்தமான ஒரு ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் அவ்வரைபை வரைக. மேலே வினா (1) இல் (iii) இன் கீழ் வினவப்பட்டுள்ள வினாக்களுக்கு இவ்வரைபிலிருந்து விடை தருக.

$y = ax^2 + bx + c$ வடிவிலான சார்புகளின் வரைபு

உதாரணம்

$y = x^2 - x - 2$ இன் வரைபை வரைவதற்குத் தயாரிக்கப்பட்ட பூரணமற்ற ஓர் அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	10	....	....	-2	....	0	4	....

(i). அட்டவணையில் வெற்றிடங்களுக்குப் பொருத்தமான பெறுமானங்களைக் காண்க.

(ii). பொருத்தமான ஓர் ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் $y = x^2 - x - 2$ இன் வரைபை வரைக.

(iii). வரைபிலிருந்து பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடை தருக.

(*a*). வரைபின் சமச்சீர் அச்சை வரைந்து அதன் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(*b*). உச்சியின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

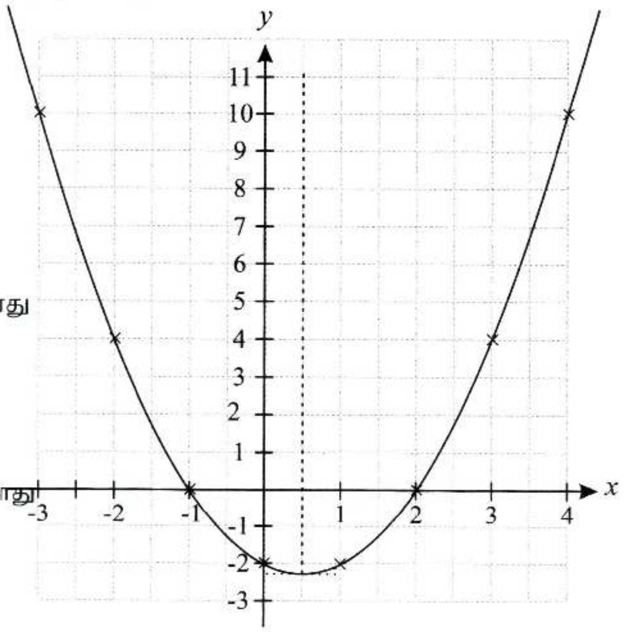
(*c*). சார்புக்கு இருப்பது உயர்வுப் பெறுமானமா? இழிவுப் பெறுமானமா?

(*d*). சார்பின் உயர்வு அல்லது இழிவுப் பெறுமானத்தை எழுதுக.

(*e*). சார்பு மறையாகும் x இன் பெறுமான ஆயிடை யாது?

(*f*). சார்பு 0 ஆகும் x இன் பெறுமானம் யாது?

(*g*). $x^2 - x - 2 = 0$ இன் மூலங்களைக் காண்க.



$x = -2$ ஆகும் போது

$y = (-2)^2 - (-2) - 2$

$= 4 + 2 - 2$

$= 4$

$x = 1$ ஆகும் போது

$y = (1)^2 - 1 - 2$

$= 1 - 1 - 2$

$= -2$

$x = -1$ ஆகும் போது

$y = (-1)^2 - (-1) - 2$

$= 1 + 1 - 2$

$= 0$

$x = 4$ ஆகும் போது

$y = 4^2 - 4 - 2$

$= 16 - 4 - 2$

$= 10$

(iii). (*a*) $x = \frac{1}{2}$

(*b*) உச்சியின் ஆள்கூறுகள் (0.5, -2.25)

(*c*) இழிவுப் பெறுமானம்

(*d*) -2.25

(*e*) சார்பு மறையாகும் x இன் பெறுமானங்கள் -1 இற்கும் 2 இற்கும் இடையில் $(-1 < x < 2)$

(*f*) சார்பு 0 ஆவது $x = -1$, $x = 2$ என்பவற்றிலாகும்.

(*g*) $y = x^2 - x - 2$ இன் மூலங்கள் : -1,2 ஆகும் (வரைபு X அச்சை வெட்டும் இரண்டு புள்ளிகளுமாகும்)

பயிற்சி 17 : 12

(1). பின்வரும் சார்புகளின் வரைபுகளை வரைவதற்குப் பொருத்தமான பெறுமான அட்டவணைகளைத் தயாரிக்க.

(i). $y = x^2 - x - 6$ $\quad -4 \leq x \leq 5$

(ii). $y = -x^2 - 2x + 3$ $\quad -5 \leq x \leq 3$

(iii). $y = 2x^2 - 3x - 2$ $\quad -2 \leq x \leq 4$

(iv). $y = 1 + 2x - 2x^2$ $\quad -2 \leq x \leq 3$ (1991 சா.த)

(v). $y = -x^2 + 4x + 12$ $\quad 0 \leq x \leq 6$ (2003 சா.த)

(vi). $y = x^2 - 9$ $\quad -4 \leq x \leq 7$ (2004 சா.த)

(2). மேலேயுள்ள வரைபுகளை வரைவதற்குப் பொருத்தமான ஆள்கூற்றுத் தளங்களை அமைத்து அவ்வரைபுகளை வெவ்வேறாக வரைக.

உமது வரைபிலிருந்து பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடை தருக.

(*a*) சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாடு யாது?

(*b*) சார்பின் உயர்வு அல்லது இழிவுப் பெறுமானம் யாது?

(*c*) ஒவ்வொரு சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க.

(*d*) வரைபுகள் (i), (iii), (vi) ஆகிய சார்புகள் மறையாகும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?

(*e*) வரைபுகள (ii), (iv), (v) ஆகிய சார்புகள் நேராகும் x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?

(*f*) ஒவ்வொரு சார்பும் 0 ஆகும் x இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

18. கூட்டல் விருத்தி

3, 5, 7, 9, ... என்பது ஓர் எண் கோலமாகும்.

அதன் முதலாம் உறுப்பு $T_1 = 3$, இரண்டாம் உறுப்பு $T_2 = 5$, மூன்றாம் உறுப்பு $T_3 = 7$ .... ஆகும்.

கோலத்தில் அடுத்துள்ள உறுப்புகளுக்கிடையிலுள்ள வித்தியாசம் $5 - 3 = 2$, $7 - 5 = 2$, $9 - 7 = 2$ ஆவதால் இக்கோலத்திற்கு ஒரு பொது வித்தியாசம் உண்டு. பொது வித்தியாசம் $d = 2$ ஆகும்.
இவ்வாறான பொது வித்தியாசத்தை உடைய ஒரு எண் கோலம் கூட்டல் விருத்தி எனப்படும்.
இதற்கேற்ப 3, 5, 7, 9, ... எனபது முதலாம் உறுப்பு 3 உம் பொது வித்தியாசம் 2 உம் உடைய ஒரு கூட்டல் விருத்தி ஆகும்.

பயிற்சி 18 (1

(1). பின்வரும் எண் கோலங்களில் கூட்டல் விருத்திகளைத் தெரிந்து எழுதுக.

(i). 5, 8, 11, 14 ....
(ii). 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10 ....
(iii). 5, 10, 15, 20 ....
(iv). 2, 3, 5, 8, 12 ....
(v). 1, 1.5, 2, 2.5 ....
(vi). 8, 6, 4, 2 ....
(vii). 2½ , 3½, 4½, 5½........
(viii). 85, 80, 70, 55, 35 .....

(2). பின்வரும் கூட்டல் விருத்திகளில் a, d என்பவற்றைக் காண்க.

(i). 10, 12, 14, 16 .....
(ii). 30, 27, 24, 21 ....
(iii). 1.5, 1.8, 2.1, 2.4 .....
(iv). 12, 19, 26, 33 .....
(v). 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5 .....
(vi). 3, 1, -1, -3 ....
(vii). 1000, 1200, 1400, 1600 .....
(viii). 8, 7.5, 7, 6.5 ....

a;d என்பன தரப்படுமிடத்து கூட்டல் விருத்தியைப் பெறல்

உதாரணம்

$a = 2, d = -3$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியை எழுதுக.

2, 2 + (-3), 2 + (-3) + (-3), 2 + (-3) + (-3) + (-3)..... என்றவாறு
2, -1, -4, -7.... எனும் கூட்டல் விருத்தி அமையும்

முதலாம் உறுப்பு a, T_1 இரண்டாம் உறுப்பு T_2 மூன்றாம் உறுப்பு T_3 என்றவாறு காட்டும் போது

$T_1 = 2 \qquad\qquad = 2$
$T_2 = 2+(-3) \qquad = -1$
$T_3 = 2+(-3) + (-3) \quad = -4$
$T_4 = 2+(-3)+(-3)+(-3) = -7$

பயிற்சி 18 : 2

(1). பின்வரும் அட்டவணையில் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

	a	d	கூட்டல் விருத்தி
(i).	2	5	2, 7, 12, 17 ....
(ii).	7	3	....
(iii).	5	2	....
(iv).	4	3	....
(v).	100	20	....
(vi).	5	-2	....
(vii).	-3	2	....

(2). $a = (-5), d = 1$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் முதல் ஆறு உறுப்புகளை எழுதுக.

(3). முதல் உறுப்பு a, பொது வித்தியாசம் d ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் முதல் நான்கு உறுப்புகளையும் a, d என்பவற்றில் எழுதுக.

ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் உறுப்புகளைக் காணல்

முதல் உறுப்பு a பொது வித்தியாசம d ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் n உறுப்புகள் இருப்பின் n ஆம் உறுப்பு T_n ஆகும். அப்போது

$\boxed{T_n = a + (n-1)d}$ ஆகும்.

முதலாம் உறுப்பு a
பொது வித்தியாசம் d ஆகும்போது
$T_1 = a$
$T_2 = a + d$
$T_3 = a + d + d = a + 2d$
$T_4 = a + d + d + d = a + 3d$
....
....
$T_{10} = a + 9d$
....
....
$T_n = ... a + (n-1)d$

(1). 3,7,11,15....எனும் கூட்டல் விருத்தியில் பத்தாம் உறுப்பைக் காண்க.

$a = 3 \quad d = 7 - 3 = 4 \quad n = 10$ என்பதால்

$$\begin{aligned} T_n &= a + (n-1)d \\ T_{10} &= 3 + (10-1)4 \\ &= 3 + 9 \times 4 \\ &= 3 + 36 \\ &= 39 \end{aligned}$$

பத்தாம் உறுப்பு 39 ஆகும்.

(2). 5,2, -1, -4 ...எனும் கூட்டல்விருத்தியில் 23ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

$a = 5 \quad d = (-1)-2 = -3 \quad n = 23 \quad T_{23} = ?$

$$\begin{aligned} T_n &= a + (n-1)d \\ T_{23} &= 5 + (23-1)(-3) \\ &= 5 + 22 \times (-3) \\ &= 5 + (-66) \\ &= -61 \end{aligned}$$

இருபத்து மூன்றாம் உறுப்பு -61 ஆகும்.

பயிற்சி 18 : 3

(1). $a = 5, d = 2$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் 10 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

(2). $a = 7, d = 3$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் $n = 23$ ஆயின் T_{23} ஐக் காண்க.

(3). 38, 35, 32, 29 ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் பதின்மூன்றாம் உறுப்பைக் காண்க.

(4). $a = (-5), d = 4$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் 21 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

(5). $a = 100, d = 20$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் 12 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

(6). முதலாம் உறுப்பு4, பொது வித்தியாசம் 2 ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் $3T_3 = T_{11}$ எனக் காட்டுக.

n ஆம் உறுப்பு n இன் சார்பில் தரப்பட்டுள்ள போது கூட்டல் விருத்தி

உதாரணம்

ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் n ஆம் உறுப்பு $4n - 5$ ஆகும்

(i). இவ் விருத்தியில் முதல் மூன்று உறுப்புகளையும் எழுதுக.
(ii). a, d என்பவற்றைக் காண்க.
(iii). ஏழாம் உறுப்பைக் காண்க.

(i). $T_n = 4n - 5$

$n = 1$ ஆகும் போது முதலாம் உறுப்பு $T_1 = 4 \times 1 - 5 = -1$

$n = 2$ ஆகும் போது இரண்டாம் உறுப்பு $T_2 = 4 \times 2 - 5 = 3$

$n = 3$ ஆகும் போது மூன்றாம் உறுப்பு $T_3 = 4 \times 3 - 5 = 7$

இதற்கேற்ப விருத்தி -1, 3, 7 ..... ஆகும்

(ii). $a = \underline{-1}$, $d = 7 - 3 = \underline{4}$

(iii). $T_7 = 4 \times 7 - 5 = \underline{23}$

பயிற்சி 18 : 4

(1). n ஆம் உறுப்பு $5n - 2$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியின் முதல் மூன்று உறுப்புகளையும் எழுதுக.

(2). n ஆம் உறுப்பு $2n - 1$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியைப் பெறுக.

(3). $T_n = 3n + 2$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் a, d ஆகியவற்றைக் காண்க.

(4). ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் n ஆம் உறுப்பு $22 - 4n$ ஆகும் T_6 ஐக் காண்க.

(5). ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் $T_n = 4 - 3n$ ஆகும்.
(i). a (ii). d (iii). T_{11} ஆகியவற்றைக் காண்க.

ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் முதலாம் உறுப்பும் இன்னோர் உறுப்பும் தரப்படும் போது பொது வித்தியாசத்தைப் பெறல்

உதாரணம்

ஒரு கூட்டல் விருத்தியின் முதலாம் உறுப்பு 5 உம் ஆறாவது உறுப்பு 23 உம் ஆகும்.
(i). விருத்தியின் பொது வித்தியாசத்தைக் காண்க.
(ii). விருத்தியின் முதல் மூன்று உறுப்புகளையும் எழுதுக.

ஒரு கூட்டல் விருத்தியின் உறுப்புகளை a, d என்பவற்றின் சார்பில் எழுதும்போது,

$a,$	$a + d,$	$a + 2d,$	$a + 3d$ .... ஆகும்.
(முதல் உறுப்பு)	(இரண்டாம் உறுப்பு)	(மூன்றாம் உறுப்பு)	(நான்காம் உறுப்பு)

இதற்கேற்ப ஏழாம் உறுப்பு $T_7 = a + 6d$ ஆகும் $a = 5$, $T_7 = 23$ என்பதால்

$$23 = 5 + 6d$$
$$23 - 5 = 6d$$
$$18 = 6d$$
$$d = 3$$

கூட்டல் விருத்தியில் முதல் மூன்று உறுப்புகளும் 5, 8, 11, ... ஆகும்.

பயிற்சி 18 : 5

(1). $a = 2$ உம் ஏழாம் உறுப்பு 20 ஆகவுமுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் d ஐக் காண்க.

(2). $a = 5$, $T_{10} = 23$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் முதல் மூன்று உறுப்புகளையும் காண்க.

(3). $a = 7$, $T_8 = 28$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் d, T_4 ஆகியவற்றைக் காண்க.

பொது வித்தியாசமும் ஓர் உறுப்பும் தரப்படும் போது உரிய கூட்டல் விருத்தியைப் பெறல்

உதாரணம்

ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் $d = 4$, $T_5 = 19$ ஆகும். அதன் முதலாம் உறுப்பையும் அவ்விருத்தியின் முதல் மூன்று உறுப்புகளையும் காண்க.

$$T_5 = a + 4d = 19$$
$$a + 4 \times 4 = 19$$
$$a = 3$$

$\therefore$ கூட்டல் விருத்தியில் 3, 7, 11, 15 ....ஆகும்.

பயிற்சி 18 : 6

(1). ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் பொது வித்தியாசம் 5 உம் எட்டாம் உறுப்பு (T_8) 42 உம் ஆகும். இவ்விருத்தியின்
(i). a ஐக் காண்க. (ii). முதல் 6 உறுப்புகளையும் எழுதுக.

(2). $d = (-2)$, $T_9 = (-6)$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் (i). a ஐக் காண்க. (ii). T_{20} ஐக் காண்க.

(3). $T_7 = 42$ உம் $d = 6$ உம் உடைய கூட்டல் விருத்தி ஆறின் மடங்குகளின் விருத்தி எனக் காட்டுக.

(4). $T_8 = 35$, $d = 5$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் முதலாம் உறுப்பு பூச்சியம் எனக் காட்டுக.

ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் தரப்படும் உறுப்பு எத்தனையாம் உறுப்பு எனக் காணல்

உதாரணம்

(1). முதலாம் உறுப்பு 9, பொது வித்தியாசம் 3 ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் 36 எத்தனையாம் உறுப்பு ஆகும்?

$a = 9 \qquad d = 3 \qquad T_n = 36 \qquad n = ?$

$$a + (n - 1)d = 36$$
$$9 + (n - 1)3 = 36$$
$$9 + 3n - 3 = 36$$
$$3n = 30$$
$$n = 10$$

36 இவ்விருத்தியின் பத்தாம் உறுப்பாகும்

பயிற்சி 18 : 7

(1). $a = 10, d = 2$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் 32 எத்தனையாம் உறுப்பாகும்?

(2). $a = 30, d = -3$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் 9 எத்தனையாம் உறுப்பாகும்?

(3). முதலாம் உறுப்பு $2\frac{1}{2}$ பொது வித்தியாசம் $\frac{1}{2}$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் 10 எத்தனையாம் உறுப்பாகும்

(4). முதலாம் உறுப்பு 4, பொது வித்தியாசம் 2 ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் 72 எத்தனையாம் உறுப்பாகும்?

(5). ஒருவரின் முதற்சம்பளம் ரூ.6000 ஆகும். சம்பளமானது வருடாந்தம் ரூ.120 இனால் அதிகரிக்கின்றது. அவனது சம்பளம் எத்தனையாம் வருடத்தில் ரூ.7080 ஆகும்?

ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் இரண்டு உறுப்புகள் தரப்படும்போது அவ்விருத்தியை அறிதல்

உதாரணம்

(1). ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் மூன்றாம் உறுப்பு 8 உம், ஏழாம் உறுப்பு 20 உம் ஆகும். அவ்விருத்தியைக் காண்க.

மூன்றாம் உறுப்பு $a + 2d = 8$ ----- ①

ஏழாம் உறுப்பு $a + 6d = 20$ ----- ②

② - ① $4d = 12$

$d = 3$

d இன் பெறுமானத்தை ① இல் பிரதியிடுவதால்

$$a + 2 \times 3 = 8$$
$$a + 6 = 8$$
$$a = 8 - 6$$

$a = 2$ முதல் உறுப்பு $= 2$, பொது வித்தியாசம் $= 3$

$\therefore$ விருத்தி **2, 5, 8, 11, 14** ....ஆகும்.

பயிற்சி 18 : 8

(1). ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் மூன்றாம் உறுப்பு $(T_3) = 10$, ஏழாம் உறுப்பு $(T_7) = 22$ ஆகும். அதன் முதலாம் உறுப்பையும் பொது வித்தியாசத்தையும் காண்க.

(2). ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் $T_4 = 23, T_6 = 35$ ஆயின் விருத்தியின் முதல் மூன்று உறுப்புகளையும் எழுதுக.

(3). $T_3 = 24, T_8 = 9$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் a, d என்பவற்றைக் காண்க.

(4). $T_4 = 17, T_9 = 42$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் T_{12} ஐக் காண்க.

(5). $T_5 = 24, T_{10} = 49$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் T_{15} ஐக் காண்க.

கூட்டல் இடை

உதாரணம்

(1). 7, 17 என்பவற்றின் கூட்டலிடையைக் காண்க.

$$\text{கூட்டல் இடை} = \frac{7+17}{2} = \frac{24}{2} = \underline{\underline{12}}$$

$$\text{கூட்டல் இடை} = \frac{\text{தரப்பட்ட இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகை}}{2}$$

(2). 5,14 என்பவற்றுக்கிடையில் இரண்டு உறுப்புக்களைக் காண்க.
உறுப்புகளை x,y என்க. அப்போது விருத்தி 5, x, y, 14 ஆகும்.

இங்கு $a = 5$ $T_4 = 14$

$$a + 3d = 14$$
$$5 + 3d = 14$$
$$3d = 9$$
$$d = 3$$

கூட்டல் விருத்தி 5, 8, 11, 14 ஆகும்.

∴ கூட்டல் இடைகள் 8, 11 ஆகும்.

பயிற்சி 18 : 9

(1). 3, 11 என்பவற்றுக்கிடையில் கூட்டலிடையைக் காண்க.

(2). 18, 8 என்பவற்றுக்கிடையில் கூட்டலிடை யாது?

(3). 10, x, 22 என்பன ஒரு கூட்டல்விருத்தியில் முறையே அமைந்துள்ள மூன்று உறுப்புகளாகும். x ஐக் காண்க.

(4). 7, x, y, 13 என்ற கூட்டல் விருத்தியில் x, y என்பவற்றைக் காண்க.

(5). ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் 10, 31 ஆகியவற்றுக்கிடையில் இரண்டு உறுப்புகள் உண்டு அவ்வுறுப்புகள் இரண்டையும் காண்க.

ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை

கூட்டல் விருத்தியில் முதலாம் உறுப்பு (a) கடைசி உறுப்பு (l) உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை (n) ஆயின் அவ்வுறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை (S_n) ஐக் காண்பதற்கு பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பிரயோகிக்கலாம்.

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a+l)}$$

உதாரணம்

முதலாம் உறுப்பு 3, எட்டாம் உறுப்பு 31 ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியின் முதல் எட்டு உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

$a = 3$, $T_8 = (l) = 31$, $n = 8$

$$S_n = \frac{n}{2}(a+l)$$

$$S_8 = \frac{8}{2}(3+3l) = \frac{8}{2} \times 34 = \underline{\underline{136}}$$

பயிற்சி 18 : 10

(1). $a = 8$, $l = 16$, $n = 5$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியின் உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

(2). முதலாம் உறுப்பு 22, கடைசி உறுப்பு 7 ஆகவுள்ள 6 உறுப்புகளைக் கொண்ட கூட்டல் விருத்தியின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

(3). முதலாம் உறுப்பு 5, பத்தாம் உறுப்பு 23 ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் பத்து உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

(4). $a = 3$, $T_{10} = 30$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் பத்து உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

(5). 4, 7, 10 ...... எனும் கூட்டல் விருத்தியில் எட்டாம் உறுப்பைக் காண்க. முதல் எட்டு உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் முதலாம் உறுப்பு (a) பொது வித்தியாசம் (d) உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை (n) தெரியும் போது அவ்வுறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை (S_n) ஐக் காண்பதற்குப் பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பிரயோகிக்கலாம்.

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}}$$

உதாரணம்

(1). 3, 7, 11, 15 ...... எனும் கூட்டல் விருத்தியில் 8 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

$a = 3, \quad d = 4, \quad n = 8, \quad S_n = ?$

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$
$$S_8 = \frac{8}{2}\{2 \times 3 + (8-1)4\}$$
$$= \frac{8}{2}(6 + 28)$$
$$= \frac{8}{2} \times 34 = \underline{\underline{136}}$$

எட்டு உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 136 ஆகும்.

பயிற்சி 18 : 11

(1). $a = 3, d = 4, n = 20$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் S_{20} ஐக் காண்க.

(2). 3, 7, 11, 15 .... எனும் கூட்டல் விருத்தியில் 12 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

(3). 8, 5, 2, -1 எனும் கூட்டல் விருத்தியில் 10 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

(4). 10, 16, 22, 28 ..... எனும் கூட்டல் விருத்தியில் 20 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

(5). -3, -1, 1, 3 .... எனும் கூட்டல் விருத்தியில் 10 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

(6). முதலில் ரூ.1000 உம் பின்னர் மாதாந்தம் ரூ.1200, 1400, 1600 ... என்றவாறும் ஒரு வங்கிக் கணக்கில் வைப்புச் செய்தால் ஆறுமாத முடிவில் வங்கியிலுள்ள மொத்தப் பணம் எவ்வளவு?

ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை தரப்படும் போது அது எத்தனை உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை எனக் காணல்

உதாரணம்

முதலாம் உறுப்பு 5, கடைசி உறுப்பு 15 ஆகவுள்ள ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் எத்தனை உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 60 ஆகும்?

$a = 5, \quad l = 15, \quad S_n = 60, \quad n = ?$

$$\frac{n}{2}(a + l) = S_n$$
$$\frac{n}{2}(5 + 15) = 60$$
$$\frac{n}{\cancel{2}_1} \times \cancel{20}^{10} = 60$$
$$10n = 60$$
$$n = 6$$

$\therefore$ உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை 6 ஆகும்.

பயிற்சி 18 : 12

(1). ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் $a = 6$,$l = 48$, $S_n = 216$ஆயின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை (n) யாது?

(2). ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் முதலாம் உறுப்பு 3 உம் கடைசி உறுப்பு 48 உம் ஆகும். அவ்வுறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 408 ஆயின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(3). முதலாம் உறுப்பு 8 உம் கடைசி உறுப்பு 78 உம் உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 473 உம் ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் எத்தனை உறுப்புகள் உண்டு?

(4). முதலாம் உறுப்பு 13, கடைசி உறுப்பு 97 ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் எத்தனை உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 1210 ஆகும்?

ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் முதலாம் உறுப்பு, பொது வித்தியாசம், உறுப்புகளின் கூட்டுத் தொகை என்பன தரப்படும் போது அதிலுள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காணல்

உதாரணம்

3, 5, 7, 9 .... கூட்டல் விருத்தியின் கூட்டுத்தொகை எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டும்போது 35 ஆகும்?

$$\frac{n}{2}\ \{2a + (n-1)d\} = S_n$$

$$\frac{n}{2}\ \{2 \times 3 + (n-1)2\} = 35$$

$$\frac{n}{2}\ (6 + 2n - 2) = 35$$

$$n\ (2n + 4) = 70$$ (சுருக்கி 2 ஆல் பெருக்கும் போது)

$$2n^2 + 4n - 70 = 0$$

சமன்பாட்டை 2 ஆல் வகுக்கும் போது

$$n^2 + 2n - 35 = 0$$

$$(n + 7)\ (n - 5) = 0$$

$n + 7 = 0$ அல்லது $n - 5 = 0$

$\therefore\ n = -7$ அல்லது 5 $\therefore n = -7$ அல்லது 5 ஆகும்

ஒரு கூட்டல் விருத்தியிலுள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை மறையாகாது. எனவே $n = 5$ ஐ எடுப்போம். அப்போது 5 உறுப்புகளைக் கூட்டும் போது கூட்டுத்தொகை 35 ஆகும்.

பயிற்சி 18 : 13

(1). $a = 4$, $d = 3$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் $S_n = 50$ ஆகுவது எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டும் போது எனக் காண்க.

(2). $a = 3$, $d = 4$ ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் $S_n = 105$ ஆவதற்கு கூட்டப்பட வேண்டிய உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை யாது?

(3). 2, 7, 12, 17 ..... எனும் விருத்தியின் கூட்டுத்தொகை 87 ஆவதற்கு எத்தனை உறுப்புகளை எடுக்க வேண்டும்?

(4). -1, 3, 7, 11 ..... எனும் கூட்டல் விருத்தியில் உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 35 ஆவதற்கு எடுக்க வேண்டிய உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

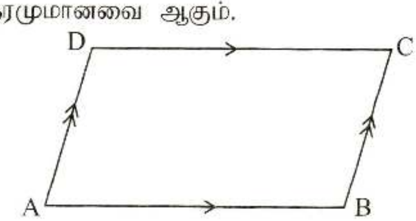
(5). ஒரு பிள்ளை தினமும் ரூ. 2, 4, 6....... என்றவாறு முறையே உண்டியலில் பணத்தை இட்டாள். இவ்வாறு உண்டியலில் ரூ. 90 சேர எத்தனை நாட்கள் பணத்தை இட வேண்டும்?

19. இணைகரங்கள்

எதிர்ப்பக்கங்கள் சமாந்தரமாகவுள்ள நாற்பக்கல் இணைகரமாகும்.

ஓர் இணைகரத்தின் பண்புகள்

(1). ஓர் இணைகரத்தின் இரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் சமனும் சமாந்தரமுமானவை ஆகும்.

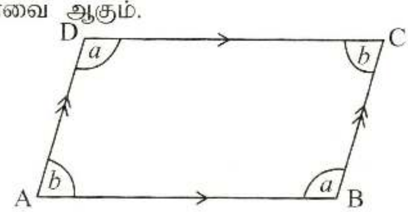


$AB \parallel DC,\ AD \parallel BC$

உம்

$AB = CD,\ AD = BC$ உம் ஆகும்

(2). ஓர் இணைகரத்தின் எதிர்க் கோணங்கள் சமனானவை ஆகும்.

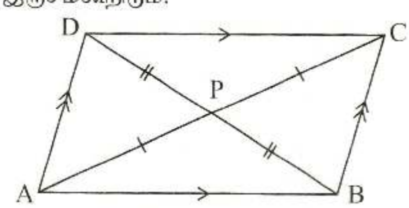


$D\hat{A}B = B\hat{C}D$

உம்

$A\hat{D}C = A\hat{B}C$ உம் ஆகும்.

(3). ஓர் இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசமகூறிடும்.



$DP = PB$

உம்

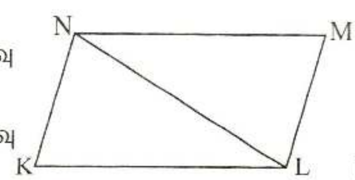
$AP = PC$ உம் ஆகும்

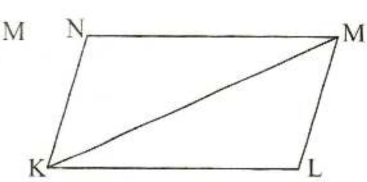
(4). ஓர் இணைகரத்தின் மூலைவிட்டத்தினால் அவ்விணைகரம் பரப்பளவில் சமனான இரண்டு முக்கோணிகளாகப் பிரிக்கப்படும்.

ΔKLN இன் பரப்பளவு = ΔNML இன் பரப்பளவு

உம்

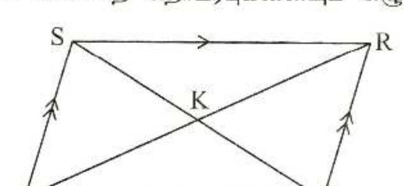
ΔNKM இன் பரப்பளவு = ΔKLM இன் பரப்பளவு





பயிற்சி 19 : 1

(1). *PQRS* ஓர் இணைகரமாகும். அதன் மூலைவிட்டங்கள் *K* இல் வெட்டுகின்றன. இவ்வுருவிலிருந்து எழுதக் கூடிய எல்லாத் தொடர்புகளையும் எழுதுக.



(2). *ABCD* ஓர் இணைகரமாகும். *AC, BD* ஆகிய மூலைவிட்டங்கள் *O* இல் வெட்டுகின்றன.

$AB = 8cm$ ஆயின் $DC =$ ....

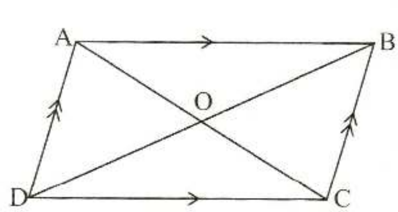
$AO = 5cm$ ஆயின் $OC =$ ....

$AD = 6cm$ ஆயின் $BC =$ ....

$BO = 6cm$ ஆயின் $OD =$ ....

AC மூலை விட்டத்தின் நீளம் = ...

BD மூலை விட்டத்தின் நீளம் = ...



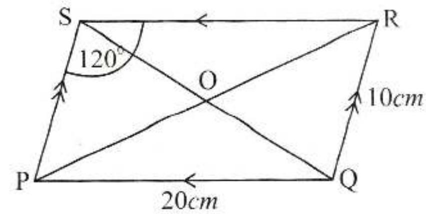
(3). உருவில் தரப்பட்டுள்ள இணைகரம் $PQRS$ இல் PR, QS ஆகிய மூலைவிட்டங்கள் O இல் வெட்டுகின்றன. வழங்கப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப பின்வரும் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

$PS =$ .... $\quad P\hat{Q}R =$ ....

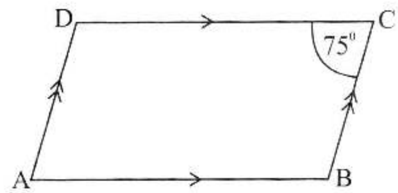
$SR =$ .... $\quad Q\hat{P}S =$ ....

$S\hat{R}Q =$ ....

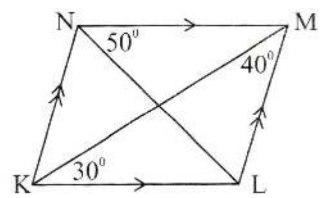
இணைகரம் $PQRS$ இன் சுற்றளவு = ...



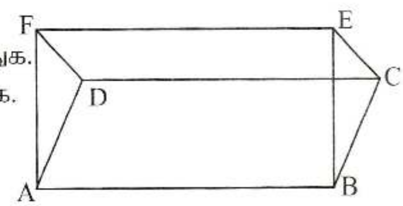
(4). $ABCD$ ஓர் இணைகரமாகும் $BCD = 75^0$ ஆயின்
(i). $D\hat{A}B$ (ii). $A\hat{B}C$ (iii). $A\hat{D}C$
என்பவற்றின் பெறுமானம் காண்க.
(உதவி: $\hat{A}BC$ ஐப் பெற்றுக்கொள்வதற்காக $DC \parallel AB$ என்பதைக் கவனத்தில் கொள்க.)



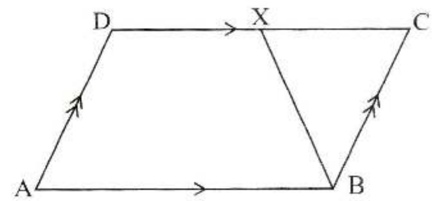
(5). $KLMN$ ஓர் இணைகரமாகும்.
$K\hat{M}L = 40^0$, $M\hat{K}L = 30^0$, $M\hat{N}L = 50^0$ ஆகும்.
பின்வரும் கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.
(i). $N\hat{M}K$ (iii). $N\hat{L}K$ (v). $N\hat{L}M$
(ii). $N\hat{K}L$ (iv). $K\hat{L}M$ (vi). $K\hat{N}L$



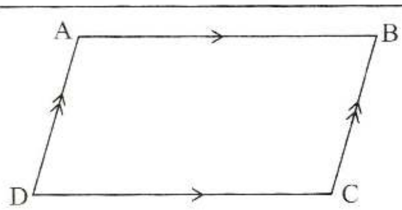
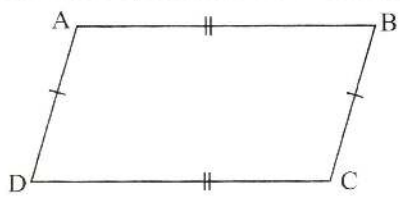
(6). $ABCD$, $ABEF$ என்பன இரண்டு இணைகரங்களாகும்.
(i). AB, CD ஆகிய பக்கங்களுக்கிடையிலான இரு தொடர்புகளை எழுதுக.
(ii). AB, EF ஆகிய பக்கங்களுக்கிடையிலான இரு தொடர்புகளை எழுதுக.
(iii). மேலே (i), (ii) என்பவற்றில் பெற்ற விடைகளிலிருந்து அப்பக்கங்கள் பற்றி நீர் காணக்கூடிய வேறு தொடர்புகளை எழுதுக.

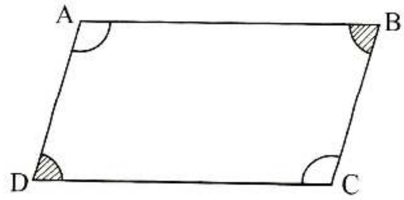
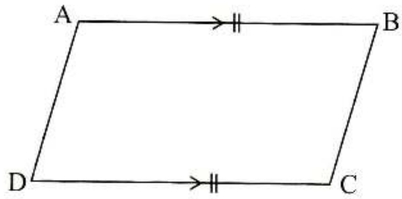
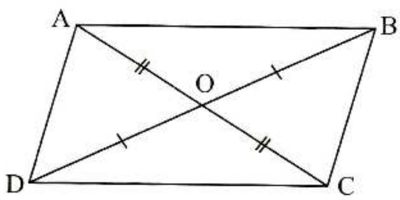


(7). உருவில் இணைகரம் $ABCD$ காட்டப்பட்டுள்ளது.
$BC = BX$ ஆகுமாறு DC இன் மீது X அமைந்துள்ளது.
(i). $AD = 8cm$ ஆயின் BX இன் நீளத்தைக் காண்க.
உமது விடைக்கான காரணத்தைத் தருக.
(ii). $D\hat{A}B = 75^0$ ஆயின்
(a) $B\hat{C}X$ இன் பெறுமானம் காண்க.
(b) $C\hat{B}X$ இன் பெறுமானம் காண்க.



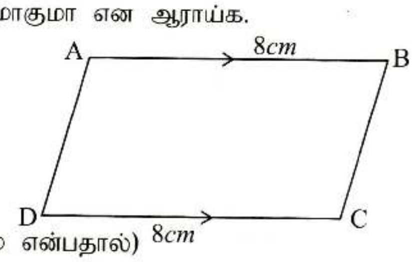
ஒரு நாற்பக்கல் ஓர் இணைகரமாவதற்குத் தேவையானவை

<table>
<tr><td></td><td>1. எதிர்ப்பக்கங்கள் சமாந்தரமாயின் அந்நாற்பக்கல் ஓர் இணைகரமாகும்.
$AB \parallel DC$
$AD \parallel BC$ ஆயின்
$ABCD$ ஓர் இணைகரமாகும்.</td></tr>
<tr><td></td><td>2. எதிர்ப்பக்கங்கள் சமனாயின் அந்நாற்பக்கல் ஓர் இணைகரமாகும்.
$AB = DC$
$AD = BC$ ஆயின்
$ABCD$ ஓர் இணைகரமாகும்.</td></tr>
</table>

	3. எதிர்க் கோணங்கள் சமனாயின் அந் நாற்பக்கல் ஓர் இணைகரமாகும். $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ $B\hat{A}D = B\hat{C}D$ ஆயின் $ABCD$ ஓர் இணைகரமாகும்.
	4. ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் சமனும் சமாந்தரமுமாயின் அந்நாற்பக்கல் ஓர் இணைகரமாகும். $AB = DC,$ $AB \parallel DC$ ஆயின் $ABCD$ ஓர் இணைகரமாகும்.
	5. மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசம கூறிடுமாயின் அந்நாற்பக்கல் ஓர் இணைகரமாகும். $AO = OC$ $BO = OD$ ஆயின் $ABCD$ ஓர் இணைகரமாகும்.

உதாரணம்

தரப்பட்டுள்ள தகவல்களின் படி நாற்பக்கல் $ABCD$ ஓர் இணைகரமாகுமா என ஆராய்க.
உமது விடைக்கான காரணத்தையும் குறிப்பிடுக.



$ABCD$ ஓர் இணைகரமாகும்.

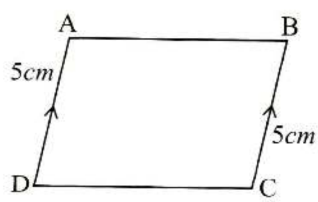
காரணம் : நாற்பக்கலின் எதிர்ப்பக்கங்களான $AB \parallel CD,$

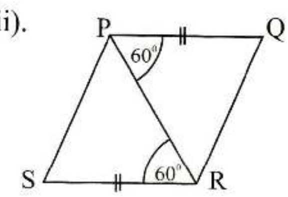
$AB = 8cm,\ CD = 8cm \quad \therefore\ AB = CD$ ஆகும்.

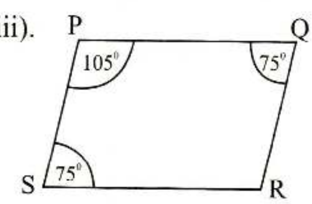
(ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் சமனும் சமாந்தரமும் என்பதால்)

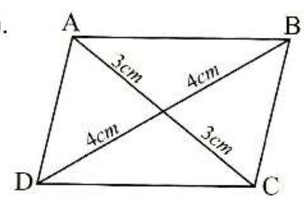
பயிற்சி 19 : 2

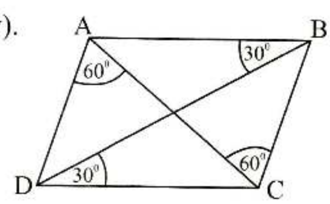
(1). தரப்பட்டுள்ள தரவுகளின் படி பின்வரும் உருவங்களிலிருந்து இணைகரங்களைத் தெரிந்தெடுக்க. இணைகரமாவதற்கான காரணத்தையும் விடையுடன் தருக.

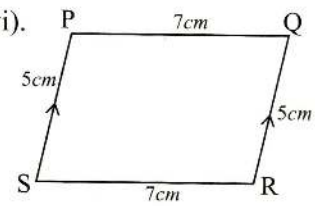
(i).


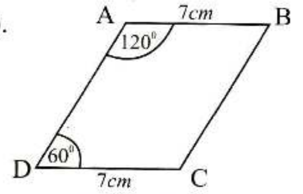
(ii).


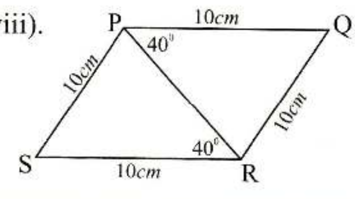
(iii).


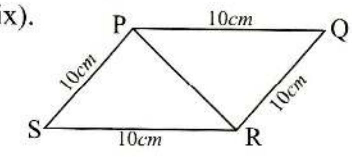
(iv).


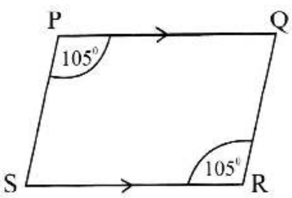
(v).


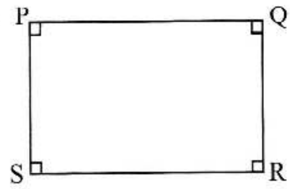
(vi).


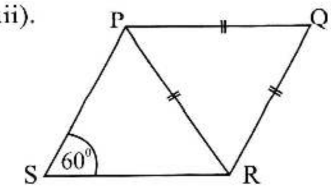
(vii).


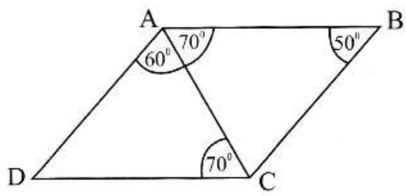
(viii).


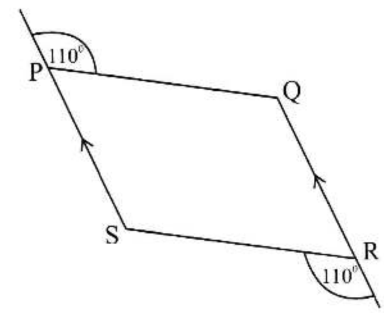
(ix).


(x). 

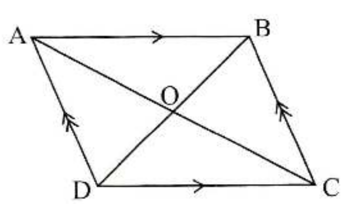
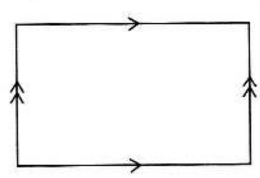
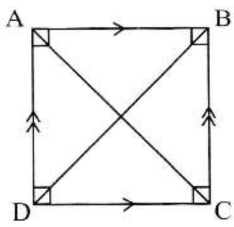
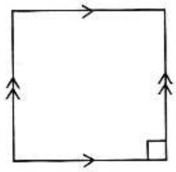
(xi). 

(xii). 

(xiii). 

(xiv). 

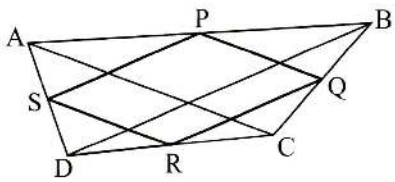
ஓர் இணைகரத்தின் மேலும் சில பண்புகள்

<table>
<tr><td colspan="2">ஓர் இணைகரம் ஒருசாய் சதுரமாவதற்கு இருக்க வேண்டிய தேவைகள்.</td></tr>
<tr><td>
</td><td><u>இணைகரம் ABCD இல்</u>
(i). அயற்பக்கங்கள் சமனாயின் அல்லது
(ii). மூலைவிட்டத்தினால் உச்சிக் கோணங்கள் இருசமகூறிடப்படுமாயின் அல்லது
(iii). மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக இருசம கூறிடுமாயின் ABCD ஒரு சாய்சதுரமாகும்.</td></tr>
<tr><td colspan="2">ஒருசாய்சதுரம் இணைகரம் செவ்வகமாவதற்கு இருக்க வேண்டிய தேவைகள்</td></tr>
<tr><td></td><td><u>இணைகரம் ABCD இல்</u>
(i). உச்சிக்கோணங்கள் செங்கோணங்களாயின் அல்லது
(ii). மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமனாயின் அது ஒரு செவ்வகமாகும்.</td></tr>
<tr><td colspan="2">ஓர் இணைகரம் ஒரு சதுரமாவதற்கு இருக்க வேண்டிய தேவைகள்</td></tr>
<tr><td>
</td><td><u>ABCD சாய்சதுரமாயின்</u>
(i). அதன் உச்சிக் கோணங்கள் செங்கோணங்களாயின் அல்லது
(ii). மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமனாயின் அது ஒரு சதுரமாகும்.</td></tr>
<tr><td colspan="2">ஒரு செவ்வகம் ஒரு சதுரமாவதற்கு இருக்க வேண்டிய தேவைகள்</td></tr>
<tr><td></td><td><u>ஒரு செவ்வகத்தில்</u>
(i). ஒரு அயற்பக்கச்சோடி சமனாயின் அல்லது
(ii). மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருசமகூறிடுமாயின் அது ஒரு சதுரமாகும்.</td></tr>
</table>

பயிற்சி 19 (3

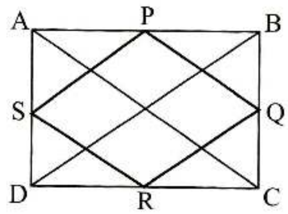
(1). நாற்பக்கல் $ABCD$ இல் AB, BC, CD, DA ஆகிய பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே P, Q, R, S ஆகும். தரப்பட்டுள்ள தரவுகளின் படி $PQRS$ இற்கு வழங்கக்கூடிய பொருத்தமான பெயரை எழுதுக. உமது விடைக்கான காரணங்களைக் குறிப்பிடுக. (நடுப்புள்ளித் தேற்றத்தை நினைவில் கொள்க)

(i).



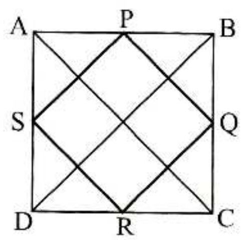
$ABCD$ ஒரு நாற்பக்கலாயின்
$PQRS$ - .... ஆகும்.
முடிவுக்குக் காரணம் :- ....
$AC = 8cm$, ஆயின் PQ = ... ,SR = ...
$BD = 12cm$, PS= .... , QR = ...

(ii).



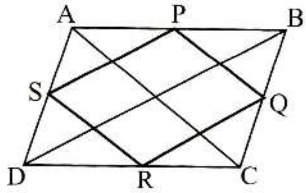
$ABCD$ ஒரு செவ்வகமாயின்
$PQRS$ - .... ஆகும்.
முடிவுக்குக் காரணம் :- ....
$AC = 8cm$, ஆயின் PQ = ... , SR = ...
$BD = 8cm$, ஆயின் PS= .... , QR = ...

(iii).



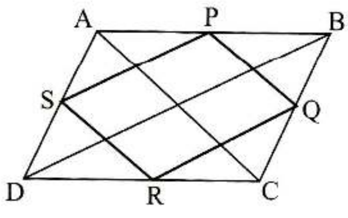
$ABCD$ ஒரு சதுரமாயின்
$PQRS$ - .... ஆகும்.
முடிவுக்குக் காரணம் :- ....
$AC = 6cm$, ஆயின் PQ = ... , SR = ...
$BD = 6cm$, ஆயின் PS= .... , QR = ...

(iv).



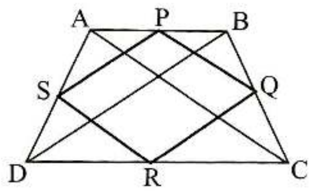
$ABCD$ ஓர் இணைகரமாயின்
$PQRS$ - .... ஆகும்.
முடிவுக்குக் காரணம் :- ....
$AC = 8cm$, ஆயின் PQ = ... , SR = ...
$BD = 10cm$, ஆயின் PS = ... , QR = ...

(v).



$ABCD$ ஒரு சாய்சதுரமாயின்
$PQRS$ - .... ஆகும்.
முடிவுக்குக் காரணம் :- ....
$AC = 10cm$, ஆயின் PQ = ... , SR = ...
$BD = 16cm$, ஆயின் PS= .... , QR = ...

(vi).



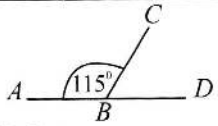
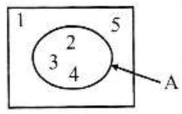
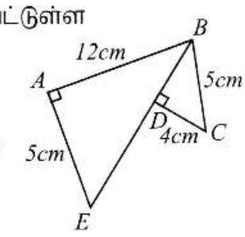
$ABCD$ ஒரு சரிவகமாயின்
$PQRS$ - .... ஆகும்.
முடிவுக்குக் காரணம் :- ....
$AC = 14cm$, ஆயின் PQ = ... , SR = ...
$BD = 6cm$, ஆயின் PS= .... , QR = ...

க.பொ.த.(சா.த) பரீட்சைக்கான வினாக்களின் வகைகளும் விடைகளும் - சில உதாரணங்கள்

கணிதம் I வினாப்பத்திரம் A,B என இருபகுதிகளைக் கொண்டது. இதற்கு இரண்டு மணி நேரத்தில் விடையளிக்க வேண்டியுள்ளதுடன் வினாப்பத்திரத்திலேயே விடையளிக்கவும் வேண்டும். மொத்தப் புள்ளியாக 100 வழங்கப்படும்.

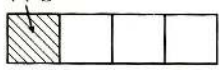
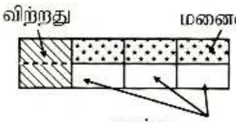
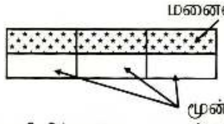
<u>கணிதம் I வினாப்பத்திரம் A பகுதி</u>

- 1 புள்ளி வீதம் 10 வினாக்களையும் 2 புள்ளிகள் வீதம் 20 வினாக்களையும் கொண்டது. பாடத்திட்டம் முழுமையாக உள்ளடக்கப்படுமாறு வினாக்கள் தயாரிக்கப்படும்.

	வினா	விடை	புள்ளி	ஆலோசனையும் வேறு விடயங்களும்
01	ஒன்று ரூ. 12.50 வீதம் 6 பேனைகளை வாங்குவதற்குத் தேவையான பணத்தைக் காண்க. **(2008)**	ரூ. 75.00 அல்லது 75/=	01	அலகு குறிப்பிடுதல் முக்கியமாகும்.
02	 உருவிலுள்ள $C\hat{B}D$ இன் பருமன் யாது? **(2009)**	65^0	01	65 இற்குப் புள்ளி இல்லை
03	உருவிலுள்ள தகவல்களின் படி $n(A)'$ யாது?  (2009)	2	01	{1, 5} இற்குப் புள்ளி இல்லை நிரப்பித் தொடையின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கையையே எழுத வேண்டும்.
04	$3x + y - 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டினால் தரப்படும் நேர்கோட்டின் படித்திறனைக் காண்க **(2008)**	-3	02	$y = -3x + 5$ என y ஐ எழுவாயாக மாற்றுவதற்கு 01 புள்ளி கிடைக்கும்
05	முதலாம் உறுப்பு 8, பொதுவிகிதம் 2 ஆகவுள்ள ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் 25 ஆம் உறுப்பை 2 இன் வலுவில் தருக. **(2008)**	2^{27} அல்லது 8×2^{24}	02	$T_n = ar^{n-1}$ சூத்திரம் அல்லது $T_{25} = ar^{24}$ எழுதப்பட்டிருந்தால் 01 புள்ளி கிடைக்கும்.
06	அளவீடுகளுடன் தரப்பட்டுள்ள இரண்டு செங்கோண முக்கோணிகளினால் அமைக்கப்பட்டுள்ள உருவின் சுற்றளவைக் காண்க.  (2009)	36cm	02	*BE* இன் நீளம் 13*cm* அல்லது *BD* இன் நீளம் 3*cm* என எழுதியிருப்பின் 01 புள்ளி கிடைக்கும். பெரும்பாலும் பயன்படுத்தப்படும் பைதகரசின் மும்மைகள் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளதால் *BE,BD* ஆகிய நீளங்களை ஞாபகத்திலிருந்து பெற்றவர்களுக்கும் புள்ளி கிடைக்கும்.

கணிதம் I வினாப்பத்திரம் B பகுதி

- இப்பகுதியில் கேத்திர கணிதம், அட்சரகணிதம் ஆகிய பகுதிகளின் வினாக்கள் தரப்படுவதில்லை. 10 புள்ளிகள் வீதம் 5 வினாக்களைக் கொண்டது.

வினா	விடை	புள்ளி	வேறு முறைகள்
ஒருவன் தனக்குச் சொந்தமான காணியில் சரிபாதியை மனைவிக்கும் எஞ்சிய பகுதியை தனது பிள்ளைகள் மூவருக்கும் சமனாகவும் பகிர்ந்தளிக்கத் தீர்மானித்தான். ஆயினும் ஓர் அவசரத் தேவையின் காரணமாக காணியின் $\frac{1}{4}$ பகுதியை அவன் விற்க வேண்டி ஏற்பட்டது. பின்னர் எஞ்சிய காணியை முன்னர் தீர்மானித்தவாறு பகிர்ந்தளித்தான்.			
(i). காணியின் $\frac{1}{4}$ ஐ விற்றபின் எஞ்சிய பகுதி முழுக்காணியின் என்ன பின்னமாகும்?	$(1-\frac{1}{4})$ $\frac{3}{4}$	1 1 → 02	விற்றது  எஞ்சியது $\frac{3}{4}$
(ii). மனைவிக்குக் கிடைத்தது முழுக் காணியின் என்ன பங்கு?	$(\frac{3}{4}$ இன் $\frac{1}{2})$ $\frac{3}{8}$	1 1 → 02	விற்றது மனைவி $\frac{3}{8}$  மூன்று பிள்ளைகளுக்கும்
(iii). ஒரு பிள்ளைக்குக் கிடைத்தது முழுக் காணியின் என்ன பங்கு?	$1-(\frac{1}{4}+\frac{3}{8})$ $\frac{1}{8}$	1 1 → 02	$\frac{1}{8}$
(iv). காணியின் ஒரு பங்கை விற்பதற்கு முன்னர் ஒரு பிள்ளைக்குக் கிடைக்க இருந்த காணியின் அளவிற்கும் பின்னர் கிடைத்த காணியின் அளவிற்கும் இடையிலான வித்தியாசம் 12 ஹெக்ரெயர் எனின் முழுக் காணியின் பரப்பளவை ஹெக்ரெயர்களில் காண்க.	$\frac{1}{6}$ ஐப் பெறல் $\frac{1}{6}-\frac{1}{8}=\frac{1}{24}$ ஐப் பெறல் காணியின் $\frac{1}{24}=12ha$ பெறல் காணி $=288ha$	1 1 1 1 → 04	மனைவி  மூன்று பிள்ளைகளுக்கும் காணிவிற்பதற்கு முன் ஒரு பிள்ளைக்கு → $\frac{1}{6}$

10

இது A, B என இரு பகுதிகளைக் கொண்டது. ஒவ்வொரு பகுதியிலும் 6 வினாக்கள் வீதம் உண்டு. ஒரு பகுதியில் 5 வினாக்கள் வீதம் 10 வினாக்களுக்கு வேறு தாள்களில் விடை எழுத வேண்டும்.

மொத்த நேரம் $2\frac{1}{2}$ மணித்தியாலம். 100 புள்ளிகள் வழங்கப்படும்..

(1). விற்பனை நிலையம் A

மலிவு! மலிவு
எல்லா ஆடைகளுக்கும்
10% கழிவு

விற்பனை நிலையம் B

விலை ரூ.1000 இலிருந்து ரூ. 2000 வரையிலான ஆடைகளுக்கு ரூ. 200 உம் ரூ. 2000 இலும் கூடிய எல்லா ஆடைகளுக்கும் ரூ. 250 உம் கழிக்கப்படும்.

(a). ராணி ஒரு சட்டை வாங்குவதற்காக இரண்டு விற்பனை நிலையங்களிலும் விலையை ஆராய்ந்தாள். அவள் வாங்க விரும்பிய ரூ. 1500 வீதம் விலை குறிக்கப்பட்ட ஒரே மாதிரியாகத் தைத்து முடிக்கப் பட்ட சட்டைகள் இரண்டு விற்பனை நிலையங்களிலும் உள்ளன.

(i). விற்பனை நிலையம் A இல் அச்சட்டையை வாங்க அவள் செலுத்த வேண்டிய பணம் யாது?

(ii). அச்சட்டையை மிகக் குறைந்த விலையில் பெறக்கூடிய விற்பனை நிலையம் எது?

(iii). அச்சட்டையை விற்பனை நிலையம் B இல் வாங்கும் போது கழிக்கப்படும் தொகையை குறித்த விலையின் சதவீதமாகத் தருக.

(b). விற்பனை நிலையம் A இல் ரூ. 3150 இற்கு வாங்கக்கூடிய ஓர் ஆடையின் குறித்த விலை யாது?

விடையும் புள்ளியும்

(a). (i). ரூ. $1500 \times \frac{90}{100}$ .... 1 + 1

விலை = ரூ. 1 350 .... 1 → 3

அல்லது

கழிவு $= 1\ 500 \times \frac{10}{100}$ 1

= ரூ. 150 1

விலை = ரூ. 1 350 .... 1 → 3

(ii). விற்பனை நிலையம் B இல் விலை ரூ.1 500 - ரூ.200 அல்லது - ரூ 1 300 1

∴ விற்பனை நிலையம் B இல் மிகக் குறைந்த விலையில் பெறலாம் .... 1 → 2

(iii). $\frac{200}{1500} \times 100\%$ 1

$13\frac{1}{3}$ அல்லது 13.33% .... 1 → 2

(b). குறித்த விலை = ரூ. $3\ 150 \times \frac{100}{90}$ ..... 1 + 1

= ரூ. 3 500 .... 1 → 3

அல்லது

குறித்த விலை = ரூ. x ஆயின்

$x \times \frac{90}{100}$ = ரூ. 3 150 ..... 1 + 1

x = ரூ. 3 500 ..... 1 → 3

மேலதிகப் பயிற்சி

(1). (அ) ஒரு மாணவர் குழுவினருக்கு செயற்பாடு ஒன்றிற்காக வழங்கப்பட்ட ஒரு கயிறு சிறிய துண்டு 12cm உம் அதற்கடுத்த ஒவ்வொரு துண்டும் முன்னர் வெட்டப்பட்ட துண்டிலும் 5cm கூடியதாகுமாறும் வெட்டப்பட்டது.

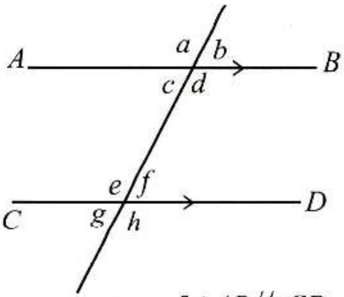
(i) முதல் மூன்று துண்டுகளின் நீளங்களை முறையே எழுதுக. (1 புள்ளி)

(ii) 12 ஆம் துண்டின் நீளத்தை சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்க. (3 புள்ளி)

(iii) 20 துண்டுகள் வெட்டுவதற்குத் தேவையான கயிற்றின் குறைந்த நீளத்தைக் காண்க. (3 புள்ளி)

(ஆ) 2, 6, 18 ....இப்பெருக்கல் விருத்தியில் 8 ஆம் உறுப்பை சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்க. (3 புள்ளி)

இரண்டு சமாந்தர நேர்கோடுகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டிச் செல்லும் போது உருவாகும் கோணங்கள்



தேற்றம்

இரண்டு சமாந்தர நேர்கோடுகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டும் போது உண்டாகும்,

- ஒத்த கோணங்கள் சமனாகும்
- ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமனாகும்
- நேயக் கோணச்சோடியொன்றின் கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆகும்.

உருவில் $AB \nparallel CD$ ஆகும்.

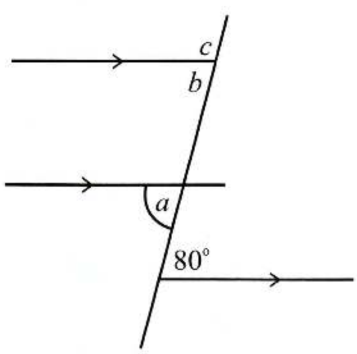
(i). $a = e,\ b = f,\ c = g,\ d = h$ ஆகிய ஒத்த கோணங்கள் சமனாகும்.
ஒன்றுக்கொன்று சமனான நான்கு ஒத்த கோணச் சோடிகள் உண்டு.

(ii). $c = f,\ d = e$ ஆகிய ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமனாகும். ஒன்றுக்கொன்று சமனான இரண்டு ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடிகள் உண்டு.

(iii). $c + e = 180^\circ$, $d + f = 180^\circ$ ஒரு நேயக் கோணச் சோடியின் கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆகும்.
கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆகவுள்ள இரண்டு நேயக் கோணச் சோடிகள் உண்டு.

உதாரணம்

(1). உருவிலுள்ள தகவல்களின் படி a, b, c ஆகியவற்றால் காட்டப்படும் பெறுமானங்களைக் காண்க.



$a = 80^\circ$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$b = a$ (ஒத்த கோணங்கள்)

$\therefore\ b = 80^\circ$

மேலும் $b = 80^\circ$ ஒன்றுவிட்ட கோணமுமாகும்.

$c + b = 180^\circ$ (மிகை நிரப்பு அடுத்துள்ள கோணங்கள்)

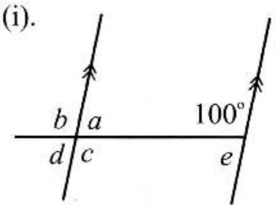
$c = 180^\circ - 80^\circ$

$\underline{\underline{c = 100^\circ}}$

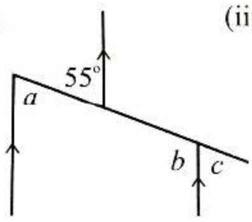
பயிற்சி 14 : 5

(1). பின்வரும் உருவங்களில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப a, b, c, d, e ஆகியவற்றினால் காட்டப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

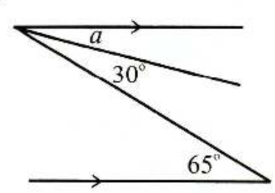
(i).



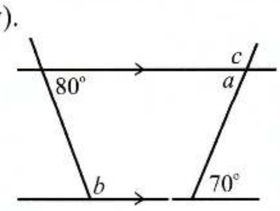
(ii).



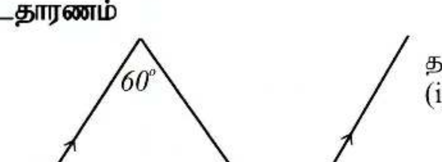
(iii).



(iv).



உதாரணம்



தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப,
(i). a (ii). b (iii). c என்பவற்றால் காட்டப்படும் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i) $a = 75^0$ (ஒத்த கோணங்கள்)

(ii) $b = 60^0$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

(iii) $c + b + 75^\circ = 180^\circ$ (ஒரு நேர் கோட்டின் மீது அமைந்துள்ள கோணம்)

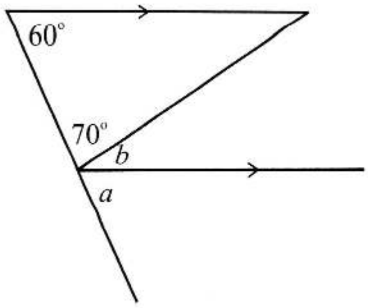
$c + 60 + 75 = 180^\circ$

$\underline{\underline{c}} = 180^\circ - 135^0$

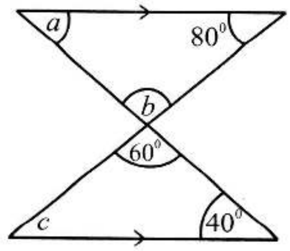
பயிற்சி 14 : 6

(1). பின்வரும் உருவங்களிலுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப a, b, c, d ஆகியவற்றால் தரப்படும் பெறுமானங்களைக் காண்க.

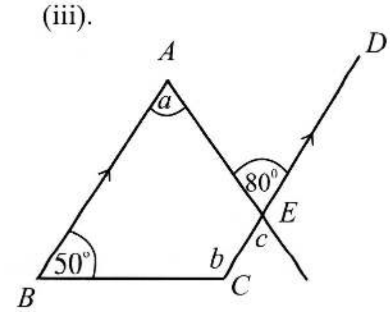
(i).



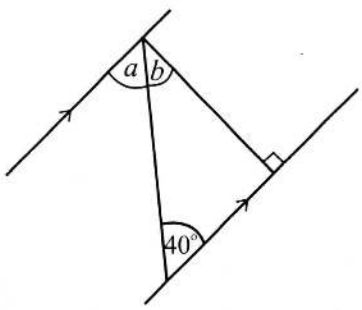
(ii).



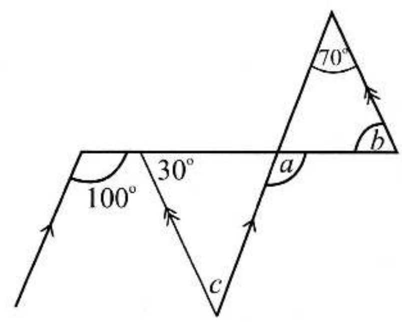
(iii).



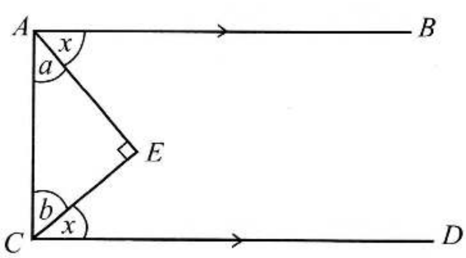
(iv).



(v).



(2)



(I) $E\hat{A}C$ இன் நிரப்பிக் கோணத்தைப் பெயரிடுக.

(ii) $a + b$ இன் பெறுமானம் யாது?

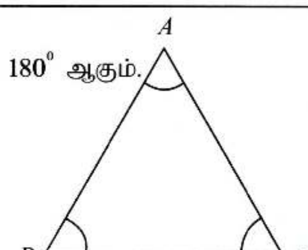
(iii) x இன் பெறுமானம் காண்க.

முக்கோணிகள்

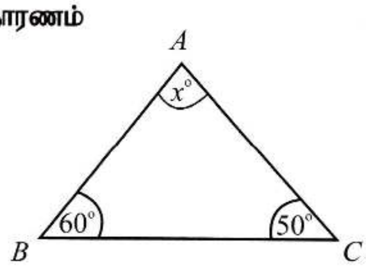
தேற்றம் -

ஒரு முக்கோணியின் மூன்று அகக் கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.

$A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180^\circ$ ஆகும்.



உதாரணம்



உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள தகவல்களின் அடிப்படையில் x இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180^\circ$ (ஒரு முக்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)

$60^\circ + x^\circ + 50^\circ = 180^\circ$

$x^\circ = 180^\circ - 110^\circ$

$x^\circ = \underline{\underline{70^\circ}}$

ගණිතයට අත්වැලක් (දෙමළ) - 11 ශ්‍රේණිය

விலை: ரூபா. 290/=