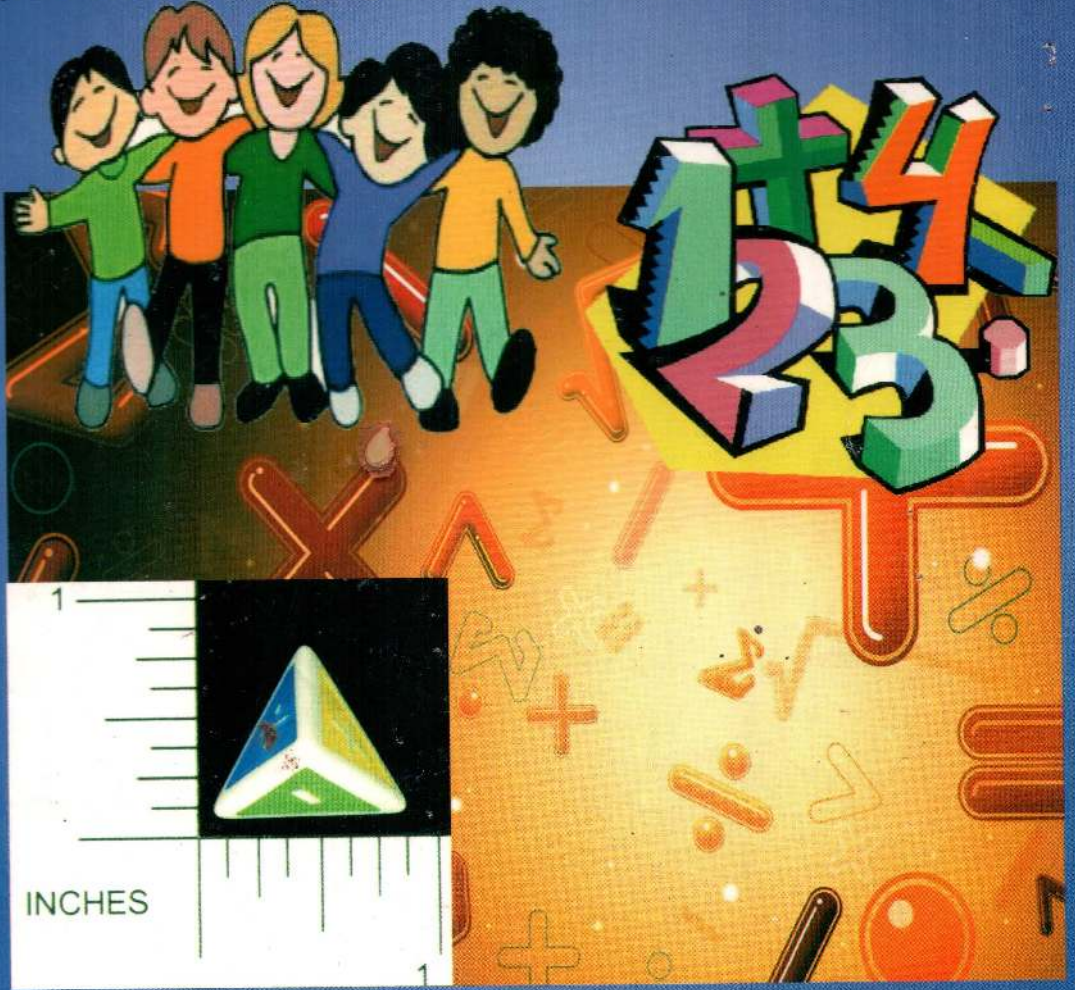


கணிதம்

இலகு கற்றல் கையேடு - 2

தரம் 11 மாணவர்களுக்கான துரித சுயகற்றல் செயல்நூல்



மாகாணக்கல்வித் திணைக்களம்
வடமாகாணம்

**வடமாகாண கல்வி, பண்பாட்டலுவல்கள், விளையாட்டுத்துறை,
கிளைஞர் விவகார அமைச்சின் செயலாளரது ஆசிச்செய்தி**

வடமாகாணக்கல்வித் திணைக்களத்தால் க.பொ.த.(சா/த) மாணவர்களின் கணித பாட அடைவை விருத்தி செய்யும் நோக்கில் வெளியிடப்படுகின்ற 'இலகுகற்றற் கையேடு' நூலுக்கு ஆசிச்செய்தி வழங்குவதில் பெருமைப்படுகின்றேன்.

பாடநூலுக்கு அப்பால் விரைவாகவும் சுயமாகவும் கணித எண்ணக்கருக்களை விருத்திசெய்து கொள்வதற்கும் பாட அடைவின் உயரிய இடத்தைத் தக்கவைத்துக் கொள்வதற்கும் இந்நூல் துணைபுரியும் எனக் கருதுகின்றேன். காலத்தின் தேவைக்கேற்ற வகையில் சுயகற்றலூடாக மீளவலியுறுத்தப்பட்டு கற்பதற்கு இந்நூல் வழிவகுக்கும்.

பல ஆசிரிய ஆளணியினரின் கற்றல்சார்ந்த நுட்பங்கள் இந் நூலினூடாக வெளிப்படுத்தப்பட்டிருப்பதைக் கண்கூடாக அறிய முடிகின்றது. பின்னடைவான மாணவர்களுக்கும் இயல்பற்ற சூழ்நிலையால் கற்கும் சந்தர்ப்பத்தை இழந்தவர்களுக்கும் இந்நூல் பெருந்துணை புரியும் என்பதில் ஐயமில்லை.

எனவே பல்பரிமாணத் தன்மையோடு இந்நூல் சிறப்புற வெளிவர எனது நல்லாசிகள்.

இ.இளங்கோவன்,

செயலாளர்.

வாழ்த்துச் செய்தி

வட மாகாணக்கல்வித் திணைக்களத்தால் அச்சிடப்பட்டு வெளிவருகின்ற கணித பாடத்திற்கான இலகு கற்றல் கையேடு எனும் நூலிற்கு வாழ்த்து செய்தி வழங்குவதில் பெருமகிழ்ச்சி எய்திக் கொள்கின்றேன்.

வடமாகாணத்தைப் பொறுத்தவரை பல்வேறு தடைகளை எதிர்கொண்டு கற்றல், கற்பித்தல் செயற்பாடுகள் நடைபெறுகின்றன. கணித பாட அடைவுமட்ட விருத்தியின் அளவு எமது மகாணத்தைப் பொறுத்தவரை குறைந்துகொண்டு வருகின்றது. இடப்பெயர்வுகள், கல்வியில் சம வாய்ப்பின்மை மற்றும் சமூகம் சார்ந்த தடைகள் இவ் அடைவுமட்ட விருத்தியில் ஏற்படும் வீழ்ச்சிக்கு காரணம் எனலாம். இத் தடைகளைத் தாண்டி கணித எண்ணக்கருவை வளர்த்து க.பொ.த. (சா/த) இல் உயர் அடைவுமட்டத்தை விருத்தி செய்யவும் சுயகற்றலை மாணவர்களிடம் ஊக்குவிக்கவும் இந்நூல் துணைபுரியும் என எதிர்பார்த்து அதற்கேற்ற வகையில் வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது.

இச்செயல்நூல் தரம் - 10, தரம் - 11 பாடத்திட்டத்தை உள்வாங்கி அலகு ரீதியில் இலகுபடுத்தப்பட்டு எளிமையான வழிகாட்டல்களிலிருந்து கடினமான வழிகாட்டல்களையும் பயிற்சிகளையும் அப்பயிற்சிக்குரிய விடைகளையும் தன்னகத்தே தாங்கி வருகின்றது.

வகுப்பறைக் கற்றல் கற்பித்தல் செயற்பாட்டிற்கும் பாடம் சார்ந்த வீட்டு வேலைகளுக்கும் இந்நூல் துணைபுரியும் என்பதில் ஐயமில்லை. எனவே இந் நூலை மாணவர்கள் பயன்படுத்தி கணித எண்ணக்கருவை விருத்திசெய்துகொள்வதுடன் கணித பாட அடைவிலும் உயர் பெறுபேற்றைப் பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

எனவே இந்நூல் சிறப்புடன் வெளிவர எனது வாழ்த்துக்களும் நல்லாசிகளும் உரித்தாகட்டும்.

வீ. இராசையா

மாகாணக்கல்விப் பணிப்பாளர்

வட மாகாணம்

முன்னுரை

கல்வி என்பது யாவருக்கும் உரியது மனிதனை மனிதனாக வாழவைக்கும் ஒரு வாழ்வியல் தத்துவம். எல்லா மனிதனுக்கும் உள்ள சிறப்புரிமையும் கூட, ஒவ்வொருவரும் தமது அன்றாட வாழ்விற்கு அவசியமான அடிப்படைத் தேர்ச்சிகளைப் பெற கல்வியே மூலோபாயமாகும். இத்தகைய கல்வி வாய்ப்பை பல காரணிகளால் நாட்டின் சில பகுதிகளில் வாழும் சிறார்களுக்கு சமமாகக் கிடைப்பதில் இடர்கள் நிலவியது என்பது எமக்கெல்லாம் தெரிந்ததொன்று. யுத்தத்தின் காரணமாக இடம்பெயர்ந்து அலைந்ததினாலும் இச் சிறார்கள் பாடசாலை நாட்களையும் காலத்தையும் கற்றல் அனுபவத்தையும் தொடர்ச்சியாகத் தொலைத்திருந்தனர். இவ்வாறு இழந்துபோன கல்வி வாய்ப்பையும் மீளவும் இவர்களுக்கு வழங்குவதற்கு வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களம் அதன் ஆளணியினரின் துணையுடன் இழப்பீட்டுக் கல்விச் செயற்பாடுகளில் ஈடுபட்டுவருகின்ற போதிலும் இதனை வலுப்படுத்தும் வகையிலான சுயகற்றல் நூல்களின் தேவை இருப்பது கண்டறியப்பட்டது. இத்தகைய ஒரு சந்தர்ப்பத்திலேயே ESDFP என்ற செயற்றிட்டத்தின் கீழ் கணித பாடத்திற்கான இலகுகற்றல் கையேடு துரித கற்றற் செயற்பாட்டின் ஒரு பகுதியாக வெளியிடப்படுகின்றது. இதனை இத்துறை சார்ந்த ஆற்றல் உடையோரின் அர்ப்பணிப்பான பெரும் முயற்சியின் மூலம் வெளிக்கொணர முடிகின்றது. தரம் 11 மாணவர்களை இலக்காகக் கொண்ட சுயகற்றற் கையேடாக இருந்தபோதிலும் தரம் -9,10 மாணவர்களுக்கும் பயன்தரவல்லது.

இதனை வெளியிடப் பணித்த மாகாணக்கல்விப் பணிப்பாளருக்கும் ஆசியுரை வழங்கிய கல்வி, பண்பாட்டலுவல்கள் விளையாட்டுத்துறை அமைச்சின் செயலாளர் திரு.இ.இளங்கோவன் அவர்களுக்கும் நன்றி கூறி விழைகின்றேன்.

முத்து. இராதாகிருஷ்ணன்,

மேலதிக மாகாணக்கல்விப் பணிப்பாளர்,

(கல்வி அபிவிருத்தி)

வடமாகாணம்.

பணிப்பு :

திரு. வீ. இராசையா - மாகாணக்கல்வி பணிப்பாளர் - வடமாகாணம்

வழிகாட்டல்கள் :

திரு. மு. இராதாகிருஷ்ணன்- மேலதிக மாகாணக்கல்விப்பணிப்பாளர் - வடமாகாணம்

ஆலோசனை :

1. திருமதி. ப. செல்வின் இரேனியஸ் - மேலதிக மாகாணக்கல்விப்பணிப்பாளர் - வடமாகாணம்
2. திரு. வ. ஸ்ரீஸ்கந்தராசா, பிரதிக்கல்விப் பணிப்பாளர் - வடமாகாணம்
3. திரு. த. கிருபாகரன், உதவிக்கல்விப் பணிப்பாளர் - வடமாகாணம்
4. திரு. தி. தர்மலிங்கம், ஆசிரியவளவாளர் - வடமாகாணம்
5. செல்வி. உதயகுமாரி சிவஞானம் - ஓய்வு பெற்ற உ. க. ப (கணிதம்)

ஆசிரியர் குழு

ஆசிரியர் பெயர்

அலுவலகம் / பாடசாலையின் பெயர்

திரு. ப. பாலச்சந்திரன்	உ.க.ப, வலயக்கல்வி அலுவலகம் வவுனியா தெற்கு
திரு. க. சூரியச்செல்வன்	உ.க.ப, வலயக்கல்வி அலுவலகம், வவுனியா வடக்கு
திரு. க. ராமச்சந்திரன்	சே.ஆ.ஆ, வலயக்கல்வி அலுவலகம், வவுனியா வடக்கு
திரு. கே. சிவகுமார்	ஆசிரியர், வ/ முஸ்லிம் ம.வி
திரு. பி. சிவராஜன்	ஆசிரியர், வ/ இறம்பைக்குளம் மகளிர் கல்லூரி
திரு. க. இலங்கைரத்தினம்	ஆசிரியர், வ/ வவுனியா தமிழ் ம.வி
திருமதி. ப. சிவராஜா	ஆசிரியர், வ/ வவுனியா தமிழ் ம.வி
திரு. கு. ரவிச்சந்திரன்	ஆசிரியர், வ/ இந்துக் கல்லூரி
திருமதி. கி. சூசைதாசன்	ஆசிரியர், வ/ இந்துக் கல்லூரி
திரு. எம். எம். அஸ்வர்	ஆசிரியர், வ/ அல் அமீன் ம. வி
திரு. எஸ். லோகேஸ்வரன்	ஆசிரியர், வ/ கோவிற்பு புளியங்குளம் முத்தமிழ் ம.வி
திருமதி. கே. வாசுகி	ஆசிரியர், வ/ சைவப்பிரகாசா மகளிர் கல்லூரி
திரு. சி. சிவச்செல்வன்	ஆசிரியர், வ/ சுந்தரபுரம் அ. த. க. பாடசாலை
திருமதி. பா. வரதராஜன்	ஆசிரியர், வ/ சித்தி விநாயகர் வித்தியாலயம்
திரு. ல. சதீஸ்குமார்	ஆசிரியர், வ/ புதுக்குளம் ம.வி
திரு. பொ. ரவிச்சந்திரன்	ஆசிரியர், வ/ சைவப்பிரகாசா மகளிர் கல்லூரி
திருமதி. பா.சிவசுப்பிரமணியம்	ஆசிரியர், வ/ பெரிய கோமரசன் குளம் ம.வி
திரு. நா. நித்தியலிங்கம்	ஆசிரியர், வ/ பூம்புகார் கண்ணகி வித்தியாலயம்
திரு. எஸ். குருபரன்	ஆசிரியர், வ/ கோவிற்பு புளியங்குளம் ம.வி
திருமதி. சு. ருபராஜா	ஆசிரியர், வ/ சுந்தரபுரம் அ.த.க.பா
திருமதி. சி. ஆர் குயின்ராஸ்	ஆசிரியர், வ/ இலங்கை திருச்சபை த.க.பா
செல்வி. ஜனார்த்தன்	ஆசிரியர், வ/ பெரிய கோமரசன் குளம் ம.வி
திரு. உ. துஸ்யந்தன்	ஆசிரியர், வ/ விபுலானந்தா கல்லூரி

பிரதம ஆசிரியர் :

திரு. வே. அரசகேசரி ஆசிரிய வளவாளர், மாகாணக்கல்வித் திணைக்களம் - வடமாகாணம்

கணினி எழுத்தமைப்பு / வடிவமைப்பு / அச்சுப்பதிப்பு

அன்ரா பிறிளர்ரஸ் பிரைவேட் லிமிடட், திருகோணமலை, 0262227498, 0267391070

3.0 அட்சரகணிதம்

3.1 அட்சர கணித கோவையும் காரணியும்

3:1:1 அட்சர கணித கோவைகள்

1) அட்சரகணித கோவைகளை உருவாக்குக.

உ-ம் a உடன் 3ஐக் கூட்டுக : $a + 3$

2 இல் இருந்து x ஐக் கழிக்க $2 - x$

i) a உடன் y ஐக் கூட்டுக. $a + y$

ii) m இலிருந்து 2 ஐக் கழிக்க $m - 2$

iii) x இன் இரு மடங்குடன் 4 ஐக் கூட்டுக. $4x + 4 = 4(x + 1)$

iv) 4இல் இலிருந்து x இன் இரு மடங்கை கழிக்க $4 - 2x = 2(2 - x)$

v) a இன் இரு மடங்குடன் b இன் 3 மடங்கைக் கழிக்க $(2a - 3b)$

2) தரப்பட்ட அட்சரகணிதக் கோவைகளை சொற்களில் எழுதுக?

உ-ம் $2x + 1$: x இன் இருமடங்குடன் 1 ஐக் கூட்டுக.

i) $4x + 2$ x இன் 4 மடங்குடன் 2 ஐக் கூட்டுக

ii) $2x - 1$ x இன் 2 மடங்கைக் கழிக்க

iii) $a + b$

iv) $2a - 3b$

3) சுருக்குக.

உ-ம் i. $4x + 3x = 7x$ ii. $7x - x = 6x$

(i) $2x + 3x$

v) $3x + 2y - 4x + y$

ix) $2a + 4 - a + 2$

(ii) $3x - 2x$

vi) $4x - 2a + x + 3a$

x) $2a - 5 + a + 8$

(iii) $x + 2 + 2x + 1$

vii) $3a + 2a - a$

xi) $a + 2b - 2a + b$

(iv) $3x + 3 - 2x + 5$

viii) $4a + a - 6a$

xii) $3x + 2y + x - 2y$

4.1 அடைப்பு நீக்குக.

உ-ம் i. $3(x+4) = 3x + 12$ ii. $3(x-4) = 3x - 12$

(i) $2[x + 3]$

v) $x[x - 2]$

ix) $2[a + b - 1]$

(ii) $a[x + 1]$

vi) $2[a - b]$

x) $3[x + 2y - 2]$

(iii) $a[a + b]$

vii) $b[a - b]$

xi) $a[a + b + c]$

(iv) $-2[x + 1]$

viii) $-2[x - y]$

xiii) $-x[x - y]$

4.2 அடைப்பு நீக்கிச் சுருக்குக.

உ-ம் i. $3(x+1)+2x = 3x+3+2x = 5x + 3$

i) $2[x + 2] + x$

vi) $2[a + b] + a$

ii) $x + 2[3x + 1]$

vii) $a - 2[a + b]$

iii) $2[x + 2] + 3[x - 1]$

viii) $2b + a + 2[a - b]$

iv) $2[x + 2] - 3[x + 1]$

ix) $2[x + 2] + 2[x + 2]$

v) $2x[x + 2] - 4[x + 1]$

x) $2a[a + b] - b[a + b]$

5. அடைப்புகளை நீக்கிச் சுருக்குக.

உ-ம்

$$\begin{aligned} \text{I. } [x+1][x+2] &= x[x+2] + 1[x+2] \\ &= x^2 + 2x + x + 2 \\ &= x^2 + 3x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II. } [x+2y][x-y] &= x[x-y] + 2y[x-y] \\ &= x^2 - xy + 2xy - 2y^2 \\ &= x^2 + xy - 2y^2 \end{aligned}$$

(i) $[x+2][x+2]$

(iv) $[a+3][a-1]$

(ii) $[2x+1][x+1]$

(v) $[x+y][2x-y]$

(iii) $[3x+1][x+2]$

(vi) $[2a-1][a-3]$

3.1.2 காரணிகள்

1. காரணிப்படுத்துக

உ-ம்

$$\text{I. } ax - ay = a[x - y] \quad 2x + 6 = 2[x + 3]$$

(i) $2x+2$

(iii) $3x+6y$

(v) $ab+bc+bd$

(ii) $ab+a$

(iv) $mx-nx$

(vi) $4x-8y+12$

2. காரணிப்படுத்துக

உ-ம்

$$a[x+y] + b[x+y] = [x+y][a+b]$$

(i) $a[2x+y] + b[2x+y]$

(iii) $2[a+b] - x[a+b]$

(ii) $m[x+y] - n[x+y]$

(iv) $2x[x-1] - y[x-1]$

3. காரணிப்படுத்துக

உ-ம்

$$\begin{aligned} \text{I. } ax + bx + a + b &= x[a+b] + [a+b] \\ &= (a+b)(x+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II. } 4x^2 + 2x + 6x + 3 &= 2x[2x+1] + 3[2x+1] \\ &= [2x+1][2x+3] \end{aligned}$$

(i) $2x+2y+ax+ay$

(iv) $4x^2 - 2xy + 2x - y$

(ii) $ax - ay - x + y$

(v) $ab - bc + ad - cd$

(iii) $x^2 + 3x + 2x + 6$

(vi) $m^2 - 4m - 2m + 8$

4. காரணிப்படுத்துக

உ-ம்

I. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

(i) $x^2 - y^2$

(ii) $4a^2 - 9b^2$

(iii) $a^2 - 1$

(iv) $[2x + 1]^2 - x^2$

(v) $m^2 - n^2$

(vi) $3m^2 - 27n^2$

(vii) $(a + b)^2 - a^2$

(viii) $(m + 1)^2 - m^2$

5. தரப்பட்ட முழுறுப்பு கோவைகளை காரணிப்படுத்துக

உ-ம்

I. $x^2 + 2x + 1$
 $= x^2 + x + x + 1$
 $= x[x + 1] + [x + 1]$
 $= [x + 1][x + 1]$
 $= [x + 1]^2$

II. $25x^2 - 10x + 1$
 $= 25x^2 - 5x - 5x + 1$
 $= 5x[5x - 1] - [5x - 1]$
 $= [5x - 1][5x - 1]$
 $= [5x - 1]^2$

(i) $x^2 + 4x + 4$

(ii) $x^2 + 6x + 9$

(iii) $x^2 + 10x + 25$

(iv) $4x^2 + 4x + 1$

(v) $4x^2 - 4x + 1$

(vi) $9x^2 - 6x + 1$

(vii) $x^2 + 2xy + y^2$

(viii) $a^2 + 2ab + b^2$

(ix) $2x^2 - 3xy + y^2$

(x) $4x^2 - 4xy + y^2$

(xi) $4a^2 - 4ab + b^2$

(xii) $6x^2 - 5x + 1$

(xiii) $x^2 - x - 6$

(xiv) $a^2 - 2a - 3$

(xv) $4x^2 + 2x - 2$

6. காரணி பற்றிய அறிவைப் பயன்படுத்தி சுருக்குக

உ-ம்

I. $98^2 - 2^2$
 $= (98 - 2)(98 + 2)$
 $= 96 \times 100$
 $= 9600$

II. $\sqrt{91 \times 109 + 81}$
 $= \sqrt{(100 - 9)(100 + 9) + 9^2}$
 $= \sqrt{100^2 - 9^2 + 9^2}$
 $= \sqrt{100^2} = 100$

(i) $27^2 - 23^2$

(ii) $97^2 - 3^2$

(iii) 103×97

(iv) $102 \times 98 + 4$

(v) $100^2 - 1^2$

(vi) $85^2 - 15^2$

(vii) 95×105

(viii) $\sqrt{102 \times 98 + 4}$

7. காரணிப்படுத்துக

$$a^3 - b^3 = [a - b] [a^2 + ab + b^2]$$

- | | | |
|-----------------|--------------------|------------------|
| (i) $x^3 - y^3$ | (iv) $8x^3 - 1$ | (vii) $a^3 - 8$ |
| (ii) $x^3 - 1$ | (v) $27x^3 - y^3$ | (viii) $8 - a^3$ |
| (iii) $1 - a^3$ | (vi) $1000x^3 - 1$ | |

8. காரணிப்படுத்துக

$$a^3 + b^3 = [a + b] [a^2 - ab + b^2]$$

- | | | |
|-------------------|--------------------|-------------------|
| (i) $x^3 + y^3$ | (iv) $1000x^3 + 1$ | (vii) $x^3 + y^3$ |
| (ii) $8x^3 + 1$ | (v) $27a^3 + 1$ | |
| (iii) $8a^3 + 27$ | (vi) $x^3 + 1$ | |

9. காரணிப்பற்றிய அறிவைப் பயன்படுத்தி சுருக்குக

$$\begin{aligned} 2^3 + 5^3 &= (2 + 5) (2^2 - 2 \times 5 + 5^2) \\ &= 7 [4 - 10 + 25] \\ &= 7 [19] = 133 \end{aligned}$$

- | | |
|-------------------|---------------------|
| (i) $102^3 + 3^3$ | (iii) $102^2 - 2^3$ |
| (ii) $52^3 + 2^3$ | (iv) $52^3 - 2^3$ |

10. விரித்தெழுதுக

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

- | | |
|----------------------|----------------------|
| (i) $[x + 2]^3$ | (v) $[a - b]^3$ |
| (ii) $[x + 1]^3$ | (vi) $[x - 2]^3$ |
| (iii) $[2x + 1]^3$ | (vii) $[2x - 1]^3$ |
| (iv) $[a + b]^3$ | (viii) $[x - y]^3$ |

3.1.3 அட்சரகணித பின்னங்கள்

1) சுருக்குக

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \frac{3x}{6} + \frac{2x}{6} = \frac{5x}{6}$$

- | | |
|--|--|
| (i) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4}$ | (iv) $\frac{2x}{3} - \frac{x}{2}$ |
| (ii) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4}$ | (v) $\frac{x}{2} - \frac{2x}{3} + \frac{x}{4}$ |

$$(iii) \frac{x}{2} - \frac{x+1}{3}$$

$$(vi) \frac{x+1}{3} - \frac{x}{2}$$

2) சுருக்குக உ-ம் I. $\frac{1}{x} + \frac{2}{x} = \frac{3}{x}$

$$(i) \frac{1}{3x} + \frac{1}{2x}$$

$$(iv) \frac{1}{a} + \frac{1}{2a}$$

$$(ii) \frac{1}{2x} - \frac{1}{3x}$$

$$(v) \frac{1}{a} - \frac{1}{2a}$$

$$(iii) \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$$

$$(vi) \frac{1}{3x} - \frac{2}{x} + \frac{1}{2x}$$

3) தரப்பட்ட கோவைகளின் பொ.ம.சிக் காண்க.

உ-ம் $2x, 3y$

I. $2x = 2 \times x$

$$3y = 3 \times y$$

$$\text{பொ. ம. சி} = 2 \times 3 \times x \times y \\ = 6xy$$

உ-ம் II. $a^2 - b^2, a^2 + 2ab + b^2$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$\text{பொ. ம. சி} = (a + b)^2 (a - b)$$

$$(i) (x+1), (x+2)$$

$$(iii) x^2 + 4x + 4, x + 2$$

$$(ii) a^2 - b^2, a + b$$

$$(iv) x^2 + 5x + 6, x + 3$$

4) தரப்பட்ட அட்சரகணிதப் பின்னங்களை சுருக்குக.

$$(i) \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+2}$$

$$(ii) \frac{1}{x+1} - \frac{1}{1+x}$$

$$(iii) \frac{1}{a^2 + b^2} - \frac{1}{a - b}$$

$$(iv) \frac{1}{a - b} - \frac{1}{b - a}$$

$$(v) \frac{1}{x^2 + 4x + 4} + \frac{1}{x + 2}$$

$$(vi) \frac{x}{x+2} + \frac{1}{x+1}$$

$$(vii) \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 2}$$

$$(viii) \frac{x+2}{x^2 + 5x + 6}$$

$$(ix) (a^2 - b^2) \times \frac{1}{(a - b)}$$

$$(x) \frac{2}{xy} \times \frac{x}{y}$$

5) தரப்பட்ட கோவைகளை நிறைவர்க்கமாக்க சேர்க்கவேண்டிய எண், உறுப்புக்களை இனங்கண்டு இடைவெளி நிரப்புக.

c + ம் I. $x^2 + 2x + 1 = [x + 1]^2$

(i) $x^2 + 4x + \dots = [x + \dots]^2$

(iii) $a^2 - 10a + \dots = [\dots]^2$

(ii) $x^2 + \dots x + 9 = [x + 3]^2$

(iv) $x^2 - 8x + \dots = [x -]^2$

6) தரப்பட்ட கோவைகளை நிறைவர்க்க கோவைகளின் வித்தியாசமாக தருக. உ-ம்

I. $x^2 + 4x + 3$
 $= x^2 + 4x + 4 - 4 + 3$
 $= [x + 2]^2 - 1$
 $= [x + 2]^2 - 1^2$

II. $x^2 + 5x + 1$
 $= x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 1$
 $= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{21}{4}$
 $= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{21}}{2}\right)^2$

(i) $x^2 + 6x + 3$

(iv) $x^2 + 8x - 2$

(ii) $x^2 - 6x + 2$

(v) $x^2 - 8x + 1$

(iii) $x^2 - 3x + 2$

(vi) $x^2 + x - 1$

மாதிரி வினாக்கள்

1) $x^2 - 9$ இன் ஒரு காரணி $(x + 3)$ எனின் மற்றைய காரணியைக் காண்க.

2) $x^3 - y^3$ இன் ஒரு காரணி $(x^2 + xy + y^2)$ எனின் மற்றைய காரணி யாது?

3) காரணிப்படுத்துக. $x^2 - x + 6$

4) $x^2 - 6x$ எனும் இருபடிக்கோவையை நிறைவர்க்கமாக்க சேர்க்க வேண்டிய மாறாத உறுப்பின் பெறுமானத்தை எழுதி, அக் கோவையை நிறை வர்க்கமாக எழுதிக் காட்டுக.

5) காரணிபற்றிய அறிவைப்பயன்படுத்தி சுருக்குக.

$$\sqrt{49^2 - 59 \times 39}$$

6) காரணிப்படுத்துக. $x^2 - x$

7) என்னிடம் ரூ x உம், எனது தம்பியிடம் ரூ. y + 5 உம் உள்ளது எனின் இருவரிடமும் உள்ள மொத்தப் பணத்திற்கான அட்சர கணித கோவையை எழுதுக.

8) சுருக்குக. $\frac{2x - 4}{2x} \times \frac{1}{x - 2}$

9) சுருக்குக. $\frac{1}{2[x-2]} + \frac{2}{(x+2)}$

10) சுருக்குக. $\frac{x}{2} - \frac{x}{3}$

11) சுருக்குக. $\frac{5}{x-y} - \frac{2}{y-x}$

12) சுருக்குக. $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \div (x-y)$

3:2 சமன்பாடு

3.2.1 எளிய சமன்பாடு

3.2.2 ஒருங்கமை சமன்பாடு

3.2.3 இருபடிச் சமன்பாடு

3.2.4 வர்க்கபூர்த்தி

3:2:1 எளிய சமன்பாடு

உ-ம் I

தீர்க்க $\frac{x}{2} + 1 = 5$

$$\frac{x}{2} + 1 - 1 = 5 - 1$$

$$\frac{x}{2} = 4$$

$$x = 8$$

II. $2[x+1] = 7$

$$2x + 2 = 7$$

$$2x = 7 - 2$$

$$2x = 5$$

$$x = 5/2 = 2 \frac{1}{2}$$

(i) $x + 2 = 5$

(v) $\frac{2}{x} + 4 = 3$

(ii) $2x - 1 = 3$

(vi) $\frac{x}{2} + \frac{1}{2} = 3$

(iii) $\frac{a}{9} - 1 = 4$

(vii) $2[x-1] + x = 4$

(viii) $\frac{1}{x} - 4 = 2$

3:2:2 தரப்பட்ட ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை தீர்க்க

உ-ம் $a + b = 3$ — ①
 $a - b = 1$ — ②

① + ② $\Rightarrow a + a = 4$
 $2a = 4$
 $a = 2$

$a = 2$ ஐ ① பிரதியிட்டால்
 $a + b = 3$
 $2 + b = 3$
 $b = 3 - 2 = 1$

$\begin{bmatrix} a = 2 \\ b = 1 \end{bmatrix}$

- (i) $2x + y = 3$
 $x + y = 2$
- (ii) $2a + b = 3$
 $a + 2b = 3$
- (iii) $5x - y = 6$
 $x + 2y = -1$
- (iv) $2m + 3n = 5$
 $3m + 2n = 5$
- (v) $2m - 3n = -1$
 $3m - 2n = 1$

(vi) 2 பென்சில்களினதும் 3 பேனாக்களினதும் மொத்த விலை ரூ. 55, 3 பென்சில்களினதும் 2 பேனாக்களினதும் விலை ரூ. 60 எனின்,
 1. ஒரு பென்சிலின் விலை யாது?
 2. ஒரு பேனாவின் விலை யாது?

(vi) 2 மாம்பழங்கள் வாங்கக்கூடிய பணத்திற்கு 3 கொய்யாபழம் வாங்கலாம். மாம்பழத்தின் விலை கொய்யாபழத்திலும் ரூ.5 கூடியது எனின்
 ஒரு மாம்பழத்தின் விலை யாது?
 ஒரு கொய்யாபழத்தின் விலை யாது?

3:2:3 இருபடிச் சமன்பாடுகளை தீர்த்தல்
 தீர்க்க

உ-ம்
 I. $x^2 + x = 0$
 $x [x + 1] = 0$
 $x = 0$ or $x + 1 = 0$
 $x = 0$ or $x = -1$

II. $x^2 + 2x + 1 = 0$
 $x^2 + x + x + 1 = 0$
 $x [x + 1] + [x + 1] = 0$
 $[x + 1] [x + 1] = 0$
 $x + 1 = 0$ or $x + 1 = 0$
 $x = -1$ or $x = -1$

- (i) $x^2 + 4x + 4 = 0$ (vi) $25x^2 - 10x + 1 = 0$
 (ii) $x^2 + 5x + 6 = 0$ (vii) $4x^2 - 4x + 1 = 0$
 (iii) $2x^2 + 3x + 1 = 0$ (viii) $4x^2 - 9 = 0$
 (iv) $2x^2 + x = 0$ (ix) $x [x + 2] = 0$
 (v) $x^2 - 9 = 0$

3:2:4 இருபடிச் சமன்பாடுகளை தீர்த்து விடையை முதலாம் தசமதானத்திற்கு திருத்தமாக தருக.

உ-ம் $x^2 + 2x - 3 = 0$

$a = 1, \quad b = 2, \quad c = -3$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-2 + 4}{2}$$

$x = 1, -3$

(i) $x^2 - 4x - 1 = 0$

(ii) $x^2 + 5x - 2 = 0$

(iii) $2x^2 + x - 1 = 0$

(iv) $3x^2 + x - 1 = 0$

இருபடிச் சமன்பாடுகளை இருவர்க்கங்களின் வித்தியாசமாக எழுதி தீர்க்க.

உ-ம்

I. $x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x - 2)^2 - 1 = 0$

$(x - 2 + 1)(x - 2 - 1) = 0$

$(x - 1)(x - 3) = 0$

$x - 1 = 0$ or $x - 3 = 0$

$x = 1, x = 3$

II. $x^2 + 5x + 1 = 0$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{21}}{2}\right)^2 = 0$$

$$\left(x + \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2}\right) \times \left(x + \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{21}}{2}\right) = 0$$

$$\left(x + \frac{0.42}{2}\right) \left(x + \frac{9.58}{2}\right) = 0$$

$x = +0.21 \quad x = +4.79$

(i) $x^2 - 4x + 2 = 0$

(ii) $x^2 - 4x - 2 = 0$

(iii) $x^2 + 2x - 1 = 0$

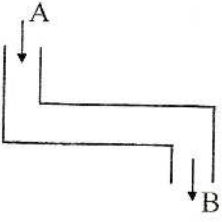
(iv) $x^2 + 3x - 1 = 0$

(v) $x^2 - 6x + 1 = 0$

மாதிரி வினாக்கள்

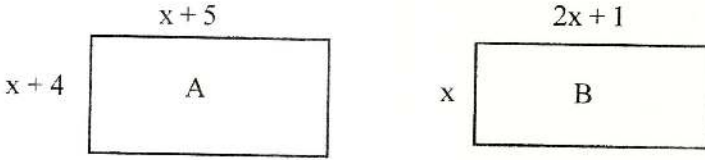
- 1) தீர்க்க $-3x = 12$
- 2) தீர்க்க $\frac{k}{3} = 2$
- 3) தீர்க்க $x^2 + 3x = 0$
- 4) $2x + 2y = 16$ எனின் $x + y$ இன் பெறுமானம் யாது?
- 5) $3x - 4y = 8$
 $5x + 6y = 10$ எனின் தரப்பட்ட சமன்பாடுகளை தீர்க்காது
 $4x + y$ இன் பெறுமானத்தை காண்க.
- 6) $3x - 9y = a$
 $5x + y = b$ எனின் $(x-y)$ இன் பெறுமானத்தை a, b இன் சார்பில் தருக.
- 7) தீர்க்க; $\frac{x}{3} = -1$
- 8) தீர்க்க; $2x - 3 = x + 12$

பகுதி B

- 1)  உருவானது ஒரு மாய இயந்திரமாகும். A இல் ஒரு எண்ணை இடும் போது அவ்வெண் B இனூடாக இருமடங்காகி ஒன்று குறைந்து வரும்.

- (i) A இனூடாக எண் 3 ஐ இடும் போது B இனூடாக வரும் எண் யாது? (2)
(ii) A இனூடாக (-5) எனும் எண்ணை இட்டால் B இனூடாக கிடைக்கும் எண் யாது? (2)
(iii) B இனூடாக எண் 7 வரவேண்டும் எனின் A இனுள் இடவேண்டிய எண் யாது? (3)
(iv) A இனூடாக x எனும் எண்ணை இடும் போது B இனூடாக Z எனும் எண் கிடைக்குமாயின் Z ஐ x சார்பில் தருக. (3)

2) கீழே காட்டப்பட்டுள்ள படத்தில் இரு செவ்வக வடிவமான துணிகள் உள்ளன. அவை பரப்பளவுகளில் சமனாகும். அவற்றின் அளவுகள் cm இல் காட்டப்பட்டுள்ளன.



- (i) செவ்வகம் A இன் பரப்பளவைக் காட்டும் x இலான அட்சர கணிதக் கோவையைத் தருக. (1)
(ii) செவ்வகம் B இன் பரப்பளவைக் காட்டும் x இலான அட்சர கணிதக் கோவையைத் தருக. (1)
(iii) x இலான இருபடிச் சமன்பாட்டை தருக. (1)
(iv) மேற்படி வினா (iii) இல் உள்ள இருபடிச்சமன்பாட்டைத் தீர்க்க. (3)
(v) x இற்கு சாத்தியமான பெறுமானத்தை பெறுக. (1)
(vi) செவ்வகம் இரண்டினதும் பரப்பளவுகள் சமன் என்பதை வாய்ப்புப் பார்க்க. (2)

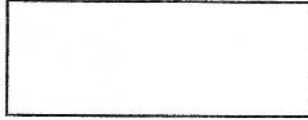
3) மின்சாரசபை வீடு ஒன்றுக்கு பின்வருமாறு மின்கட்டணம் அறவிடுகின்றது.

- ❖ நிலையான கட்டணம் = ரூ. 225
- ❖ 50 அலகு வரை அலகொன்றுக்கு = ரூபா 08 வீதமும்
- ❖ 50 - 100 அலகு வரை அலகொன்றுக்கு = ரூ 12 வீதமும்
- ❖ 100 அலகுகளுக்கு மேல் அலகொன்றுக்கு = ரூ. 20 வீதமும்

- (i) வீட்டில் 20 அலகுகள் பாவித்திருப்பின் வீடு ஒன்று செலுத்த வேண்டிய கட்டணம் யாது?
- (ii) 90 அலகுகள் பாவித்திருப்பின் செலுத்த வேண்டிய கட்டணம் யாது?
- (iii) 110 அலகுகள் பாவித்திருப்பின் செலுத்த வேண்டிய கட்டணம் யாது?
- (iv) x அலகுகள் பாவித்திருப்பின் செலுத்த வேண்டிய கட்டணத்திற்கான x இலான அட்சரகணிதக் கோவை ஒன்று பெறுக. [$x > 100$]
- (v) வினா (iv) இல் செலுத்தப்பட்ட மின் கட்டணம் ரூ 2225 எனின், x இன் பெறுமானம் யாது?
- 4) தபாற்கந்தோர் ஒன்றில் தந்தி அடிப்பதற்கு பின்வரும் கட்டணம் அறவிடப்படுகின்றது.

முதல் 10 சொற்கள் வரையும் ரூபா 5
 அடுத்த 10 சொற்கள் வரையும் ரூபா 10
 20 சொற்களுக்கு மேல், சொல் ஒன்றுக்கு ரூ 5 வீதமும்

- (i) 7 சொற்கள் கொண்ட தந்தியை அனுப்ப செலவு யாது?
- (ii) 12 சொற்கள் கொண்ட தந்தியை அனுப்ப செலவு யாது?
- (iii) 25 சொற்கள் கொண்ட தந்தியை அனுப்ப செலவு யாது?
- (iv) $W > 20$ ஆகும் போது W சொற்கள் கொண்ட தந்தி அனுப்ப ஆகும் செலவை W சார்பில் தருக?
- (v) வினா இல் மொத்தச் செலவு ரூபா 25 எனின் W ஐக் காண்க?
- 5) உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள செவ்வகத்தின் நீளம் அதன் அகலத்தின் இரண்டு மடங்கிலும் 7 கூடியதாகும். இச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 60m^2 ஆகும்.



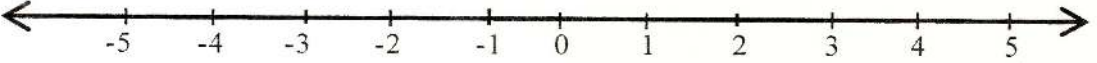
- (i) செவ்வகத்தின் அகலத்தை x எனக் கொண்டு நீளத்தை x சார்பில் தருக.
- (ii) x இல் ஒரு இருபடிச் சமன்பாடு ஒன்றை அமைக்கുക.
- (iii) வினா (ii) இல் பெற்ற சமன்பாட்டை $ax^2 + bx + c = 0$ என்னும் வடிவில் தருக.
- (iv) வினா (iii) இல் பெற்ற இருபடிச்சமன்பாட்டைத் தீர்த்து x ஐக் காண்க.
- (v) செவ்வகத்தின் நீளம் யாது?

3.3 சமனிலி

- 1) எண்களை எண்கோட்டில் வகைகுறித்தல்
-2, 0, 3

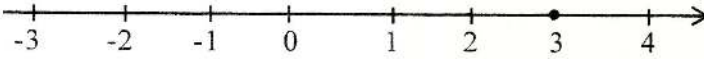


- I. பின்வரும் எண்களை எண்கோட்டில் வகைகுறிக்க.
-4, 3, -1, 2



- II. எண்கோடு ஒன்று வரைந்து பின்வரும் எண்களை வகைகுறிக்க.
2, -3, 0, -1

- 2) $x = 3$, $x = -2$ ஆகிய சமன்பாடுகளை எண்கோட்டில் குறித்தல்.
I. $x = 3$



- II. $x = -2$



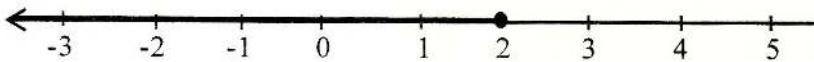
- (I) பின்வரும் சமன்பாடுகளை தனித்தனி எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.
(a) $x = -1$
(b) $x = 0$
(c) $x = 3$
(d) $x = -2$

- 3) சமனிலிகளை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டல்.

$$x > 1$$



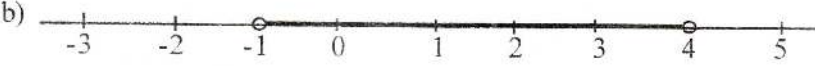
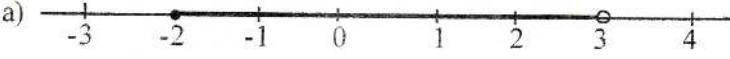
$$x \leq 2$$



I. பின்வரும் சமனிலிகளை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

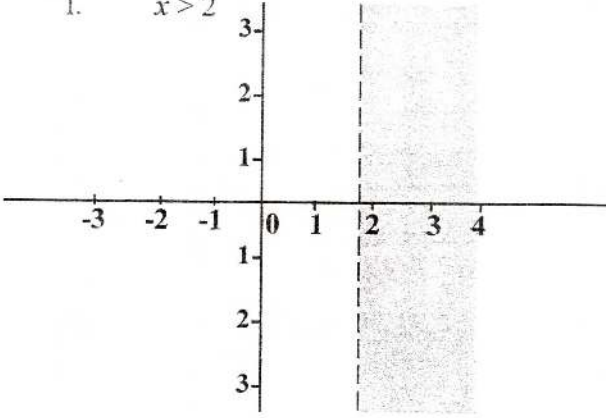
- (a) $-3 \leq x < 2$
- (b) $-1 < x < 4$
- (c) $-3 \leq x \leq 3$
- (d) $2 \geq x > -2$
- (e) $3 > x \geq -3$

II. எண்கோட்டில் வரைபுபடுத்தப்பட்ட சமனிலியை எழுதுக.

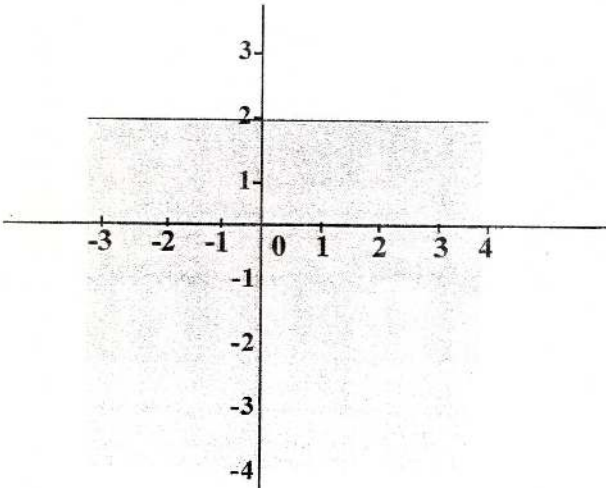


4) நேர்கோட்டு வரைபில் சமனிலியைக் குறித்தல்.

I. $x > 2$



II. $y \leq 2$

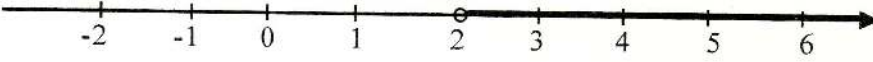


- (I) கீழே காட்டப்பட்டுள்ள சமனிலிகளுக்குரிய பிரதேசங்களை ஆள்கூற்றுத்தளங்களில் நிழற்றிக் காட்டுக.
- (a) $x > -2$
 (b) $x \geq 3$
 (c) $y < 2$
 (d) $y \leq -1$

5) சமனிலிகளின் தீர்வுகளை எண்கோட்டின் மீது குறித்தல்.

$$\begin{aligned} 3x + 4 &> 10 \\ 3x + 4 - 4 &> 10 - 4 \\ 3x &> 6 \\ \frac{3x}{3} &> \frac{6}{3} \\ x &> 2 \end{aligned}$$

தீர்வுத்தொடை



(I) பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்க்க. தீர்வுத்தொடையை எண்கோட்டில் காட்டுக.

- (a) $2x - 5 > 1$
 (b) $3x + 5 < 2$
 (c) $4x + 5 \geq 13$
 (d) $2x - 7 \leq 3$

6) சமனிலிகளைத் தீர்த்து, தீர்வுகளை எண் கோட்டில் குறித்தல்.

$$\begin{aligned} 2x - 5 &\geq x - 3 \\ 2x - x &\geq -3 + 5 \\ x &\geq 2 \end{aligned}$$

தீர்வுத்தொடை



(I) பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்க்க. தீர்வுகளை எண் கோட்டின் மீது குறிக்க.

- (a) $4x + 4 \geq 2x - 6$
 (b) $6x - 3 > 5x$
 (c) $2x + 4 < 8 + 2$
 (d) $5 + 2x \leq x + 2$

- 7) சமனிலிகளைத் தீர்த்து எண்கோட்டில் குறித்து x இன் பொருத்தமான நிறையெண் தீர்வுகள் 3 எழுதுக.

$$2x - 3 \geq 6 - x$$

$$2x - x \geq 6 + 3$$

$$3x \geq 9$$

$$\frac{3x}{3} \geq \frac{9}{3}$$

$$x \geq 3$$



தீர்வுகள் 3, 4, 5

- (I) பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்த்து எண்கோட்டின் மீது குறித்து x இற்குப் பொருத்தமான நிறையெண் தீர்வுகள் 2 எழுதுக.

(a) $3x + 2 \leq 2x + 3$

(b) $5x - 6 \geq 3x - 2$

(c) $3x - 4 > x + 6$

(d) $2x + 10 < x + 7$

- (II) $4x - 5 \geq 9 - 3x$ என்ற சமனிலியைத் திருப்தி செய்யும் x இன் மிகச் குறைந்த நிறையெண்கள் பெறுமானத்தைக் காண்க.

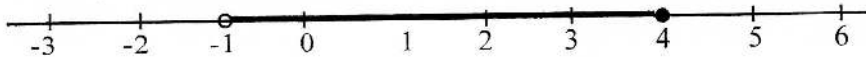
- (III) $5x - 6 > x - 2$ என்ற சமனிலியைத் திருப்தி செய்யும் x இன் மிகக் குறைந்த நிறையெண் பெறுமானத்தைக் காண்க.

மாதிரி வினாக்கள்

- பின்வரும் எண்களை எண்கோட்டில் வகை குறிக்க.
-3, 2
- $x = -2$ என்னும் சமன்பாட்டை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.
- $x < -1$ என்னும் சமனிலியை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.
- எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டப்பட்டுள்ள சமனிலியை எழுதுக.

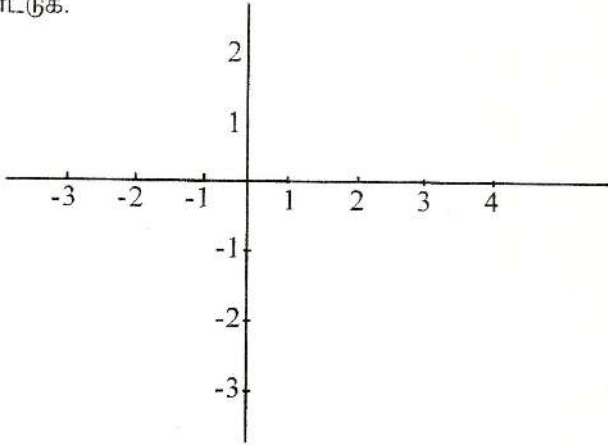


- எண்கோட்டில் வரைபுபடுத்தப்பட்ட சமனிலியை எழுதுக.



6. $-3 \leq x < 0$ என்னும் சமனிலியை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

7. கீழே காட்டப்பட்டுள்ள ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் $x \geq -1$ என்னும் பிரதேசத்தை நிழற்றிக் காட்டுக.



8. சமனிலியை தீர்க்க

$$2x - 6 > 2$$

9. சமனிலியைத் தீர்த்து தீர்வை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

$$2x + 3 \geq 9$$

10. பின்வரும் சமனிலியை தீர்த்து x இற்குப் பொருத்தமான இரு எண் பெறுமானங்களை எழுதுக.

$$3x - 6 \leq 9$$

3.4 சூத்திரம், பிரதியீடு

செவ்வகத்தின் பரப்பு A எனவும் நீளம் l , அகலம் b எனின்

$$A = l \times b$$

$A = lb$ இது செவ்வகத்தின் பரப்பிற்கான சூத்திரம்.

I. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் 10 cm, அகலம் 6cm ஆயின் அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

$$A = lb$$

இங்கு $l = 10\text{cm}$, $b = 6\text{cm}$

$$\begin{aligned} \therefore A &= 10 \times 6 \text{ cm}^2 \\ &= 60 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

II. $a = l^2$ எனும் சமன்பாட்டில் $a = 16$ ஆயின் l இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. நிறையெண் ஆகும்.

$$a = l^2$$

$$l^2 = a$$

$$l = \sqrt{a}$$

$$= \sqrt{16}$$

$$= 4$$

III. $P = x^2 + y$ என்னும் சூத்திரத்தில் $x = 2$, $y = -3$ ஆயின் P யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$P = x^2 + y$$

$$= 2^2 + (-3)$$

$$= 4 - 3$$

$$= 1$$

1. பக்க நீளங்கள் x cm, y cm, z cm ஆகவுள்ள முக்கோணியின் சுற்றளவு A இற்கான கோவையைத் தருக.
2. நீளம் l cm ஆகவுள்ள சதுரம் ஒன்றின் சுற்றளவு P இற்கான கோவையைத் தருக.
3. ஒரு பென்சிலின் விலை ரூபா x ஆயின் y பென்சில்களின் விலை A இற்கான கோவையைத் தருக.
4. 2, 6, 10 எனும் எனும் தொடரில் n ஆம் உறுப்பு T இற்கான கோவையைத் தருக.
5. ஒரு துவிச்சக்கர வண்டிச் சில்லின் சுற்றளவு c மீற்றர் ஆகும். இத் துவிச்சக்கரவண்டி l மீற்றர் ஓடும்போது அச்சில்லு n தடவைகள் சுழன்றதாயின் C யிற்கான **N h i t i a** l, n என்பவற்றில் தருக.

6. $a = -2$, $b = 3$ ஆயின் பின்வரும் சூத்திரங்களில் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
- I. $x = a + b$
 - II. $x = a + 3b$
 - III. $x = 2(a + 2b)$
 - IV. $x = a^2 b$
 - V. $x = a^2 - b^2$
7. $y = mx + c$ இல் $m = 2$, $x = -1$, $c = 3$ எனின் y இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
8. $A = \frac{1}{2}(a+b)h$ என்னும் சூத்திரத்தில் $a = 4$, $b = 6$ ஆயின் A யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.
9. $A = 2\pi rh$ என்னும் சூத்திரத்தில் $\pi = \frac{22}{7}$, $r = 14$, ஆயின் A இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
10. $S = \frac{n}{2}(a+1)$ என்னும் சூத்திரத்தில் $n = 10$, $a = 6$ ஆயின் S ஐக் காண்க.
11. $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$ என்னும் சூத்திரத்தில் $v = 3$, $u = 6$ ஆயின் f இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
12. $V^2 = U^2 + 2as$ என்னும் சூத்திரத்தில் $v = 4$, $u = 3$, $s = 1$ ஆயின் a யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.
13. $A = \sqrt{a^2 + h^2}$ என்னும் சூத்திரத்தில் $a = 6$, $h = 8$ ஆயின் A யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.
14. $S = ut + \frac{1}{2}at^2$ என்னும் சூத்திரத்தில் $a = 5$, $u = 2$, $t = 4$ ஆயின் S இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
15. $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ இல் $\pi = 4$, $l = 9$, $g = 16$ ஆயின் T யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

மாதிரி வினாக்கள்

1. $x = 2$ ஆயின் $x + 3$ இன் பெறுமானம் யாது?
2. $a = -3$ ஆயின் $6 - a$ யின் பெறுமானம் யாது?
3. $x = 2$, $y = -1$ ஆயின் $2x + y$ இன் பெறுமானம் யாது?
4. $a = -2$, $b = 3$ ஆயின் $a^2 b$ யின் பெறுமானம் யாது?
5. $m = 3$, $n = -2$ ஆயின் $3(m + n)$ இன் பெறுமானம் யாது?

எழுவாய் மாற்றம்

கீழே தரப்பட்டுள்ள சூத்திரங்களுக்கு எதிரே அடைப்பினுள் தரப்பட்டுள்ள உறுப்புக்களை எழுவாயாக மாற்றுங்கள்.

உ-ம்	$V = IR$	[I]	$V = IR$	[R]
I.	$\frac{V}{R} = \frac{IR}{R}$		$V = U + ft$	[u]
	$\frac{V}{R} = I$		$I = \frac{Ptr}{100}$	[t]
	$I = \frac{V}{R}$		$V = C\lambda$	[c]
			$c = \pi d$	[d]

கீழே தரப்பட்டுள்ள சூத்திரங்களுக்கு எதிரே அடைப்பினுள் தரப்பட்டுள்ள உறுப்புக்களை எழுவாயாக மாற்றுங்கள்.

உ-ம்

I. $V^2 = U^2 + 2fs$

$V^2 - U^2 = 2fs$ [S]

$\frac{V^2 - U^2}{2f} = S$

$S = \frac{V^2 - U^2}{2f}$

- | | | | |
|---|-----|--------------------------------|-----|
| (i) $a^2 = b^2 + C^2$ | [b] | (vi) $A = 2\pi r^2 + 2\pi rh$ | [h] |
| (ii) $V^2 = U^2 + 2fs$ | [f] | (vii) $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ | [π] |
| (iii) $I = P + \frac{Ptr}{100}$ | [t] | (viii) $A = \pi r^2 + \pi rl$ | [l] |
| (iv) $S = Ut + 1/2 ft^2$ | [u] | (ix) $A = 4\pi r^2$ | [r] |
| (v) $\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$ | [v] | | |

மாதிரி வினாக்கள்

- (i) $V = \pi r^2 h$ எனும் சூத்திரத்தில் r யை எழுவாயாக மாற்று.
- (ii) $a = b + \sqrt{c+d}$ எனின் C யை எழுவாயாக மாற்று.
- (iii) $A = T \sqrt{V-3}$ என்பதில் V ஐ எழுவாயாக்கு.
- (iv) $a + b = c$ என்பதில் a ஐ எழுவாயாக்கு.

3.5 தாயங்கள்

1. தரம் 11 இல் கற்கும் தீபா, கரன், சுதா ஆகிய மாணவர்கள் வைத்திருக்கும் பொருட்கள் பின்வருமாறு.

	பேனா	பென்சில்
தீபா	3	2
கரன்	2	1
சுதா	1	0

இவ் அட்டவணையில் 3 நிரைகளும் 2 நிரல்களும் உண்டு. இதை தாயம் வடிவில் எழுதும் முறை.

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

இத் தாயம் 3 நிரைகளையும் 2 நிரல்களையும் கொண்டது. இத்தாயத்தின் வரிசை 3×2 ஆகும்.

1. பின்வரும் தாயங்களின் வரிசையை எழுதுக.

I $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

II $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

III $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

III. (2 4 1)

V. $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

VI. $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

2 தாயத்தின் வகைகள்

1. நிரைத்தாயம்

இத் தாயம் ஒரு நிரையை மட்டும் கொண்டதாகும்.

உ-ம் (2 3)

2. நிரல் தாயம்

ஒரு நிரலை மட்டும் கொண்ட தாயமாகும்.

உ-ம்

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

3. பூச்சியத் தாயம் அல்லது வெறும் தாயம்

உ-ம்

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4. சதுரத் தாயம்

ஒரே எண்ணிக்கையுள்ள நிரைகளும் நிரல்களும் அமைந்த தாயம்.

உ-ம் I

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

II.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

5. அலகுத் தாயம்

முந்துறு மூலைவிட்டத்தில் 1 என்ற மூலகம் மட்டும் அமைந்தது சதுரத் தாயம் ஆகும்.

இது I என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படும்.

உ-ம்

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1. பின்வரும் தாயங்கள் எவ்வகையானவை.

உ-ம்

$$I = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$II = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$III. (2 \ 5 \ 1)$$

$$IV. \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$V. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$VI. \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

6. சம தாயங்கள்

A. $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$

$a=p, b=q, c=r, d=s$ ஆயின் $A=B$ ஆகும்.

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

- a. இத்தாயத்தின் வரிசை யாது?
b. இது எவ்வகையான தாயம் ஆகும்.

2. பின்வரும் தாயங்களில் எது அலகுத் தாயமாகும்.

$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

3. ஒரு மாணவன் கணிதபாடத்தில் 3 கணிப்பீடுகளில் பெற்ற புள்ளிகள் முறையே 7, 5, 4 ஆகும்.

- I. இத் தகவல்களை நிரல் தாயத்தினால் காட்டுக.
II. அதன் வரிசையை எழுதுக.

4. (a) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ என்ற தாயத்தின் வரிசையை எழுதுக.

(b) இதில் நிரைகளை நிரல்களாகவும், நிரல்களை நிரைகளாகவும் இடம் மாற்றும் போது கிடைக்கும் தாயத்தை எழுதுக.

(c) இத் தாயங்கள் இரண்டும் சமனானவையா? காரணம் தருக.

5. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$A = B$ ஆயின் a, b, c, d இன் பெறுமானங்களை எழுதுக.

3. தாயங்களைக் கூட்டல், கழித்தல்

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A+B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+3 & 1+1 \\ 3+2 & 0+4 \\ 1+1 & 2+0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 5 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A-B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2-3 & 1-1 \\ 3-2 & 0-4 \\ 1-1 & 2-0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

1. பின்வரும் தாயங்களைக் கூட்டுக.

I. $(4 \ 2 \ 1) + (1 \ 0 \ 3)$

II. $\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}$

$$\text{III. } \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. பின்வரும் தாயங்களைக் கழிக்க.

$$\text{I. } (5 \ 1 \ 4) - (3 \ 2 \ 1)$$

$$\text{II. } \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{III. } \begin{bmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$3. A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 7 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 7 \\ 6 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

ஆயின் பின்வரும் தாயங்களைக் காண்க.

$$\text{I. } A + B$$

$$\text{II. } B + C$$

$$\text{III. } A - C$$

$$\text{IV. } C - B$$

$$4. \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x & 3 \\ 1 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & 3 \end{bmatrix}$$

ஆயின் x, y, a, b என்பவற்றைக் காண்க.

4. ஒரு தாயத்தை ஒரு முழு எண்ணால் பெருக்கல்

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \text{ எனின் } 2A = 2 \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 2 & 2 \times 3 \\ 2 \times (-1) & 2 \times 5 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -2 & 10 \end{pmatrix}$$

1. சுருக்குக.

I. $3 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

II. $2(3 \ 1 \ 5)$

III. $-2 \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

2. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ஆயின்

I) $2A$ II) $3B$ III) $A + 2B$ IV) $-3C$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

பெருக்குக.

(i) $3 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

ii) $-2(-1 \ 3 \ 4)$

மாதிரி வினாக்கள்

1. தாயத்தின் வரிசையை எழுதுக.

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

2. $(-1 \ 3 \ 5)$ இத் தாயம் எவ்வகையைச் சார்ந்தது.

3. ஒரு தாயத்தின் வரிசை 3×3 ஆகும். இத் தாயம் எவ்வாறு அழைக்கப்படும்.

4. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ எனும் தாயத்தின் வகை யாது?

5. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & a \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ என்பதில்

$A = B$ ஆயின் a யின் பெறுமானம் யாது?

6. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ ஆயின் பின்வரும் தாயங்களைக் காண்க.

I. $A + B$

II. $A - B$

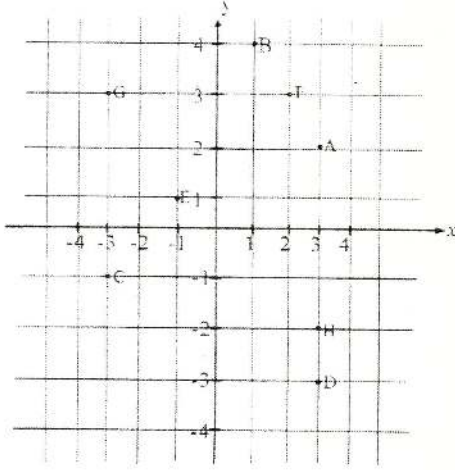
III. $2A$

IV. $A + 2B$

3.6 வரைபுகள்

3.6.1. நேர்கோட்டு வரைபுகள்

(1) ஆள்கூற்றுத்தளத்தில் புள்ளிகளை குறித்தல்



புள்ளி A உற்பத்தியிலிருந்து x அச்ச வழியே 3 அலகு தூரத்திலும் y அச்சிற்கு சமாந்தரமாக 2 அலகு தூரத்திலும் உள்ள புள்ளி எனவே A யின் ஆள்கூறுகள் (3,2) ஆகும். உற்பத்தி இன் ஆள்கூறுகள் (0,0)

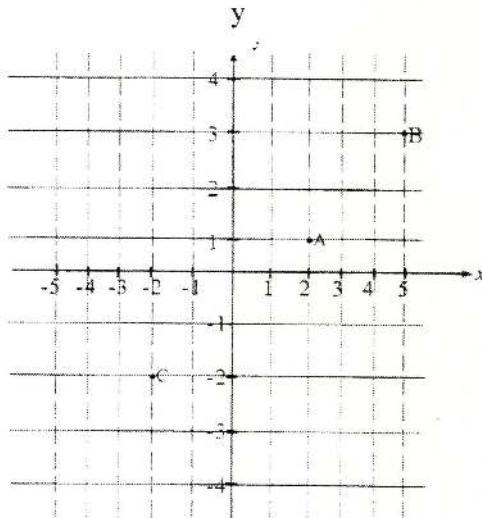
$B = (1,4)$ $C = (-3, -1)$ $D = (+3, -3)$ ஆகும்.

பின்வரும் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளைப் பூர்த்தி செய்க.

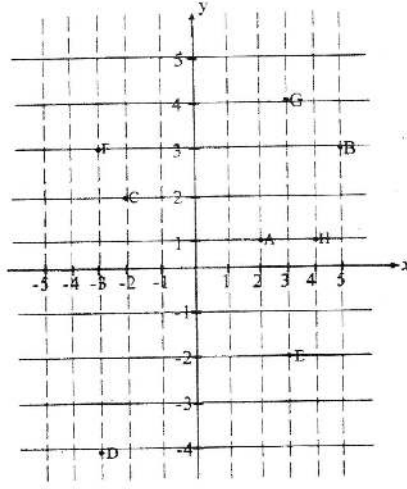
$E = (-1, \dots\dots)$ $F = (\dots\dots, 3)$ $G = (\dots\dots, \dots\dots)$ $H = (\dots\dots, \dots\dots)$

(II) தரப்பட்ட புள்ளிகளை ஆள்கூற்றுத்தளத்தில் குறிக்க.

- A = (2, 1)
- B = (5, 3)
- C = (-2, 2)
- D = (-3, 4)
- E = (3, 2)



1) கீழே ஆள்கூற்றுத்தளத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளை தருக.



2) தரப்பட்டுள்ள ஆள்கூறுகளை பொருத்தமான ஆள்கூற்றுத்தளத்தை வரைந்து குறித்துக் காட்டுக.

$A = (1, 4)$ $B = (3, 4)$ $C = (-2, -4)$ $D = (-2, 3)$ $E = (5, -3)$ $F = (3, 6)$

3) $y = 3x + 4$ என்னும் வரைபை வரைவதற்கு கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையை நிரப்புக.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-8	-2	13

Eg

$$\begin{aligned} y &= 3x + 4 \\ x &= -4 \text{ ஆக} \\ y &= 3 \times (-4) + 4 \\ &= 12 + 4 \\ &= -8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 3x + 4 \\ x &= -2 \text{ ஆக} \\ y &= 3 \times (-2) + 4 \\ &= -6 + 4 \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 3x + 4 \\ x &= 3 \text{ ஆக} \\ y &= 3 \times 3 + 4 \\ &= 9 + 4 \\ &= 13 \end{aligned}$$

I. பொருத்தமான ஆள்கூற்று தளத்தை வரைந்து அச்சக்களையும் புள்ளிகளையும் குறித்து வரைபை வரைக.

II. இவ் வரைபு y அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

III. வரைபு X அச்சின் நேர்த்திசையுடன் அமைக்கும் கோணம் கூர்ங்கோணமா? விரிகோணமா?

III) தரப்பட்ட வரைபு ஒன்றின் படித்திறன் வெட்டுத்துண்டு காணல்.

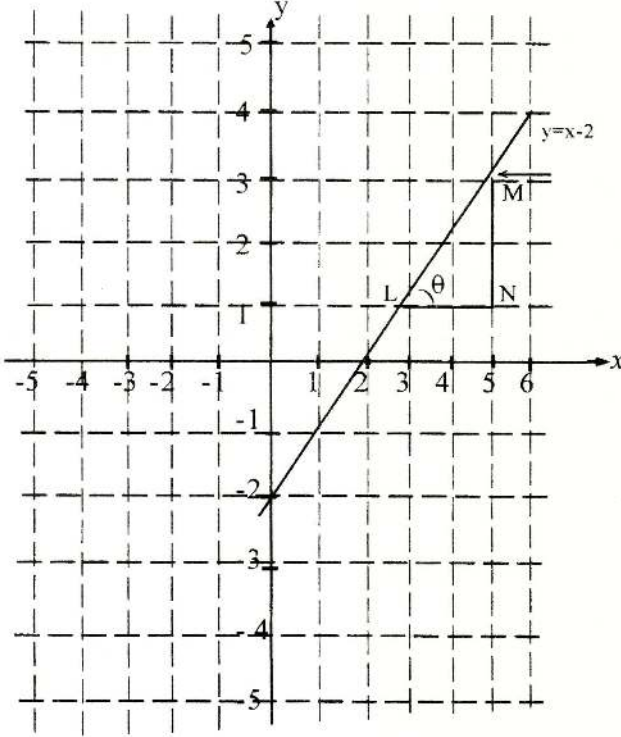
வெட்டுத்துண்டு :-

வரைபானது y அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் y ஆள்கூறு வரைபின் வெட்டுத்துண்டு ஆகும்.

படித்திறன் :-

வரைபானது x அச்சின் நேர்திசையுடன் அமைக்கும் கோணத்தின் தான்சன் பெறுமானம் படித்திறன் எனப்படும்.

அதாவது வரைபின் சாய்வு விகிதமாகும்.



மேலுள்ள வரைபின் வெட்டுத்துண்டு (- 2)

வரைபின் படித்திறனை காண்பதற்கு

வரைபில் உள்ள யாதாயினும் ஓர் புள்ளி (N) இல் இருந்து y அச்சுக்கு சமாந்தரமான கோடு ஒன்றும் வரைபில் உள்ள இன்னொர் புள்ளியிலிருந்து (L) x அச்சிற்கு சமாந்தரமான கோடு ஒன்றும் வரைந்து முக்கோணம் ஒன்றை பூர்த்தி செய்க.

$$\begin{aligned}\therefore \Delta LMN \text{ இல் தான்சன் } (\tan\theta) &= \frac{\text{எதிர்ப்பக்கம்}}{\text{அயற்பக்கம்}} \\ \tan\theta &= \frac{NM}{LN} \\ &= \frac{2}{2} = 1\end{aligned}$$

\therefore வரைபின் படித்திறன் 1 ஆகும்.

யாதாயினும் ஓர் நேர்கோடு ஒன்றின் பொது வடிவம் பின்வருமாறு அமையும்.
 $y = mx + c$ இங்கு m - படித்திறன், C - வெட்டுத்துண்டு

உதாரணம்.

(1) $y = 3x + 4$ என்னும் வரையின் படித்திறன் 3. வெட்டுத்துண்டு 4 ஆகும்.

(2) $y = -2x + 3$ என்னும் வரையின் படித்திறன் -2. வெட்டுத்துண்டு 3 ஆகும்.

• நேர்கோடு ஒன்றின் படித்திறன் நேர் பெறுமானம் உடையதாயின் வரைபு நேர் x அச்சுடன் அமைக்கும் கோணம் கூர்ங்கோணமாகும். படித்திறன் மறை பெறுமானம் உடையதாயின் வரைபு நேர் x அச்சுடன் அமைக்கும் கோணம் விரிகோணமாகும்.

$y = mx + c$ என்னும் சமன்பாட்டின் வெட்டுத்துண்டு C பூச்சியமாயின் வரைபு உற்பத்தியினூடாக செல்லும்.

நேர்கோடு ஒன்றின் வரைபு உற்பத்தியினூடாக செல்லுமாயின் அதன் வடிவம் $y = mx$ என அமையும்.

பயிற்சி 1

1. பின்வரும் சமன்பாடுகளினால் குறிக்கப்படும் வரைபுகளின் படித்திறன், வெட்டுத்துண்டு என்பவற்றை காண்க.

(1) $y = 2x$

(6) $y = 4x + 3$

(12) $-y = 3x + 2$

(2) $y = \frac{3}{4}x$

(7) $y = 3x - 2$

(13) $-y = -4x + 2$

(3) $y = \frac{-2}{3}x$

(9) $y = -4x + 2$

(14) $-y = \frac{4}{3}x + 2$

(4) $y = \frac{5}{4}x$

(10) $y = \frac{5}{2}x + 6$

(11) $y = \frac{-3}{4}x - 2$

(15) $y = 4x + 2/3$

உ-ம் $4y = 2x + 3$ என்னும் வரையின் படித்திறன், வெட்டுத்துண்டு ஆகியவற்றை காணல்.

$$4y = 2x + 3$$

$$y = \frac{2x + 3}{4}$$

$$y = \frac{2x}{4} + \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$$

∴ $4y = 2x + 3$ என்னும் படித்திறன் $\frac{1}{2}$

வெட்டுத்துண்டு $\frac{3}{4}$ ஆகும்.

அதாவது தரப்பட்டுள்ள சமன்பாட்டை $y = mx + c$ என்னும் வடிவத்திற்கு மாற்ற வேண்டும். பின்னர் அதிலிருந்து படித்திறன் வெட்டுத்துண்டு காணப்படல் வேண்டும்.

பயிற்சி : 2

படித்திறன் வெட்டுத்துண்டு என்பவற்றைக் காண்க.

1) $3y = 4x + 2$

6) $x + 3y = 6$

9) $2y = 10x + 6$

2) $2x + 3y = 7$

7) $3y = \frac{3}{4}x + 3$

10) $2x - \frac{4}{3}y = 3$

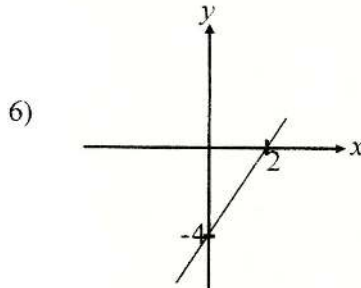
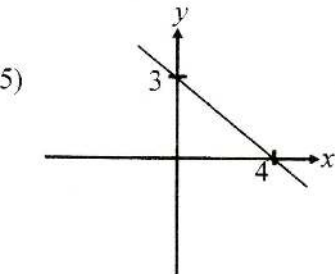
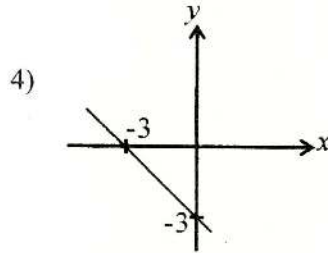
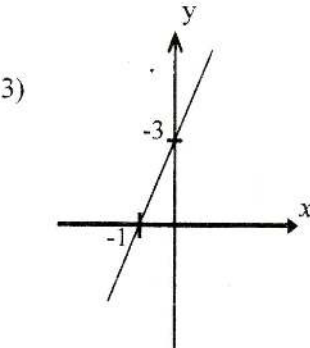
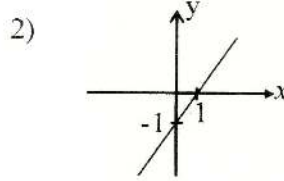
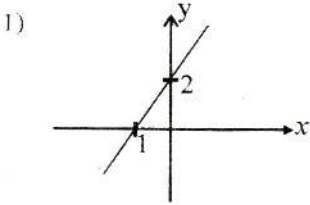
3) $3x - 2y = 8$

4) $5y + 6x = 10$

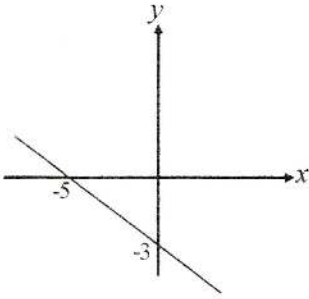
8) $8 = 3x + 4y$

5) $4x + 2y = 8$

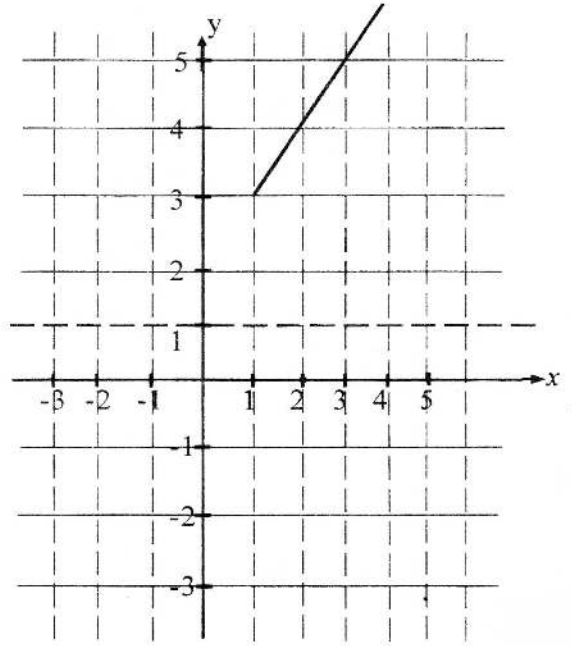
b) கீழே தரப்பட்டுள்ள வரைபுகளை பயன்படுத்தி படித்திறன் வெட்டுத்துண்டுகளை காண்க.



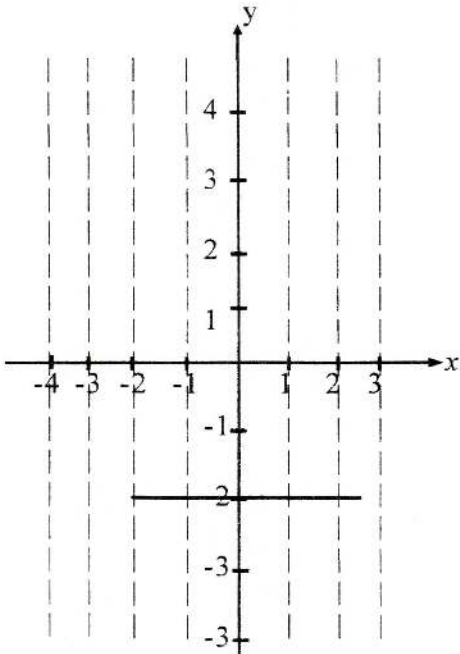
7)



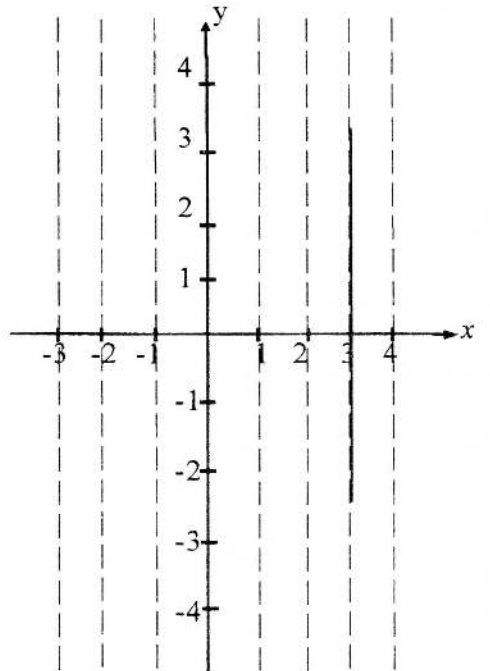
8)



9)



10)



யாதும் ஒரு நேர்கோட்டிற்கு சமாந்தரமான நேர்கோட்டின் படித்திறன் சமமாகும். வெட்டுத்துண்டு மட்டுமே மாற்றமடையும்.

அதாவது ஒரு நேர்கோட்டு வரைபு ஒன்றின் பொதுவடிவம் $y = mx + c$ இக்கோட்டிற்கு சமாந்தரமாக வரையப்படும் நேர்கோடு ஒன்றின் சமன்பாடு $y = m_1x + c_1$ என்னும் வடிவில் அமையும்.

உதாரணமாக,

$y = 3x + 2$ எனும் நேர்கோட்டிற்கு சமாந்தரமான ஒரு நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $y = 3x + 5$

பயிற்சி 3

- (1) $y = 4x + 7$ என்னும் நேர்கோட்டிற்கு சமாந்தரமான ஒரு நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை தருக.
- (2) $y = 2x + 4$ என்னும் நேர்கோட்டிற்கு சமாந்தரமானதும் உற்பத்தியினூடாக செல்வதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக.
- (3) $y = 2x + 4$ என்னும் நேர்கோட்டிற்கு சமாந்தரமானதும் வெட்டுப்புள்ளி (-5) ஆகவுள்ள நேர்கோடு ஒன்றின் சமன்பாட்டை எழுதுக.
- (4) $5y = 2x + 10$ என்னும் கோட்டிற்கு சமாந்தரமானதும் y அச்சை 3 இல் வெட்டுவதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக.
- (5) $y = 2x + 6$ என்னும் கோட்டிற்கு சமாந்தரமானதும் (5, 6) என்னும் புள்ளிக்கூடாகவும் செல்வதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

IV. நேர்கோட்டு வரைபு ஒன்றிற்கு செங்குத்தான நேர்கோடு ஒன்றின் சமன்பாடு காணல்.

ஒரு நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $y = mx + c$ என்னும் வடிவில் உள்ளது. இக்கோட்டிற்கு செங்குத்தான நேர்கோடு ஒன்றின் சமன்பாடு $y = m_1x + c_1$ என்னும் எனின் இரு கோடுகளினதும் படித்திறன்களின் பெருக்கம் -1 ஆகும்.

$$m \times m_1 = -1$$

$$m_1 = \frac{-1}{m}$$

உதாரணமாக

$y = 3x + 6$ என்னும் கோட்டிற்கு செங்குத்தாக (3.1) என்னும் புள்ளியின் ஊடாக செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை காண்க.

$y = 3x + 6$ என்னும் கோட்டிற்கு செங்குத்தான கோட்டின் சமன்பாடு $y = m_1 x + c$ என்க.

$$\therefore 3 \times m_1 = -1$$

$$m_1 = -1/3$$

\therefore செங்குத்து கோட்டின் சமன்பாடு

$$y = -1/3x + c$$

இக்கோடு (3. 1) என்னும் புள்ளியின் ஊடு செல்வதனால்

$$1 = -1/3 \times 3 + c$$

$$1 = -1 + c$$

$$c = 2$$

ஆகவே $y = 3x + 6$ என்னும் கோட்டிற்கு செங்குத்தாக (3. 1) எனும் புள்ளியினூடாக செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு

$$y = 1/3x + 2 \text{ ஆகும்.}$$

V. ஒருங்கமை சமன்பாட்டை வரைபு மூலம் தீர்த்தல்
உதாரணம்

$$2x - y = 2$$

$$x + y = 7$$

என்னும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை தீர்ப்போம்.

$$2x - y = 2 \text{ ————— ①}$$

$$x + y = 7 \text{ ————— ②}$$

சம (1) + சம (2) \Rightarrow

$$(2x - y) + (x + y) = 2 + 7$$

$$2x - y + x + y = 9$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

$x = 3$ என சமன்பாடு (1) இல் பிரதியிட

$$2x - y = 2$$

$$2 \times 3 - y = 2$$

$$6 - y = 2$$

$$y = 4$$

$$x = 3$$

$$y = 4$$

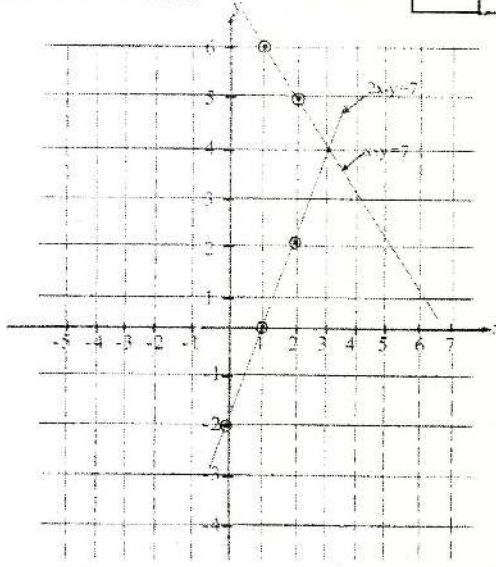
இதே ஒருங்கமை சமன்பாட்டை வரைபடுத்துவதன் மூலம் x,y என்பவற்றின் பெறுமதிகளை காண்போம்.

(1) $x + y = 7$

x	0	1	2
y	-2	0	2

$x + y = 7$

x	0	1	2	3
y	7	6	5	4



∴ இரு நேர்கோடுகளும் இடை வெட்டு புள்ளி (3,4) ஆகும். எனவே ஒருங்கமை சமன்பாட்டின் தீர்வு $x = 3, y = 4$

பயிற்சி 4

- a) கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒருங்கமை சமன்பாடுகளின் தீர்வுகளை வரைபை பயன்படுத்தி காண்க.
- b) இவ் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை தீர்ப்பதன் மூலம் உமது விடையை வாய்ப்புப் பார்க்க.

- (1) $2x + y = 5$ (2) $2x + 3y = 17$ (3) $2x + y = 7$
 $3x - y = 5$ $3x + 2y = 18$ $4x - 2y = 6$
- (4) $3x + 4y = 14$ (5) $3x - 2y = 14$
 $2x + y = 6$ $4x - y = 9$

யாதாயினும் ஒரு நேர்கோடு தரப்பட்ட புள்ளி ஒன்றின் ஊடாக செல்லுமாயின் அப்புள்ளியை அந்நேர்கோடு திருப்திப்படுத்தும்.

உதாரணம் :-

$y = 2x + 6$ என்னும் வரைபு $(-1, 4)$ என்னும் புள்ளியின் ஊடாக செல்லுமாயின் $(-1, 4)$ என்னும் புள்ளி அந்நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை திருப்தியாக்கும்.

$$y = 2x + 6$$

$$\text{இ. கை. ப} = 2x(-1) + 6$$

$$4 = -2 + 6$$

$$4 = 4$$

அதாவது இ. கை. ப. = வ. கை. ப

$\therefore (-1, 4)$ என்னும் புள்ளி $y = 2x + 6$ என்னும் சமன்பாட்டை பூரணப்படுத்துகின்றது. எனவே $y = 2x + 6$ என்னும் கோட்டின் மீது $(-1, 4)$ என்னும் புள்ளி அமைந்துள்ளது.

Eg

1) $y = 3x + 2$ என்னும் வரைபின் மீது பின்வரும் எப் புள்ளிகள் அமைந்துள்ளது. $(1.5), (2, 7), (4, 14), (0, 7), (3, 4)$

2) $y = 4x + 2$ என்னும் கோட்டின் மீது $(a, 5a)$ என்னும் புள்ளி அமைந்துள்ளது எனின் a யின் பெறுமானம் யாது?

2. வளைகோட்டு வரைபுகள்

$y = x^2$, $y = x^2 + 2$ ஆகிய இரு வரைபுகளையும் ஒரே ஆள் கூற்று தளத்தில் வரைக.

$$y = x^2$$

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

$$x = -2 \text{ ஆக } y = x^2$$

$$y = (-2)^2$$

$$y = 4$$

$$x = 1 \text{ ஆக } y = x^2$$

$$y = 1^2$$

$$y = 1$$

$$x = 0 \text{ ஆக}$$

$$y = 0^2$$

$$y = 0$$

$$x = -1 \text{ ஆக}$$

$$y = x^2$$

$$y = (-1)^2$$

$$y = 1$$

$$x = 2 \text{ ஆக } y = x^2$$

$$y = 2^2$$

$$y = 4$$

$y = x^2 + 2$ இன் புள்ளிகள்

x	-2	-1	0	1	2
y	6	3	2	3	6

$$x = -2 \text{ ஆக}$$

$$y = (-2)^2 + 2$$

$$= 4 + 2$$

$$= 6$$

$$x = 0 \text{ ஆக}$$

$$y = x^2 + 2$$

$$y = 0^2 + 2$$

$$y = 2$$

$$x = 2 \text{ ஆக}$$

$$y = x^2 + 2$$

$$= 2^2 + 2$$

$$= 4 + 2$$

$$= 6$$

$$x = -1 \text{ ஆக}$$

$$y = (-1)^2 + 2$$

$$= 1 + 2$$

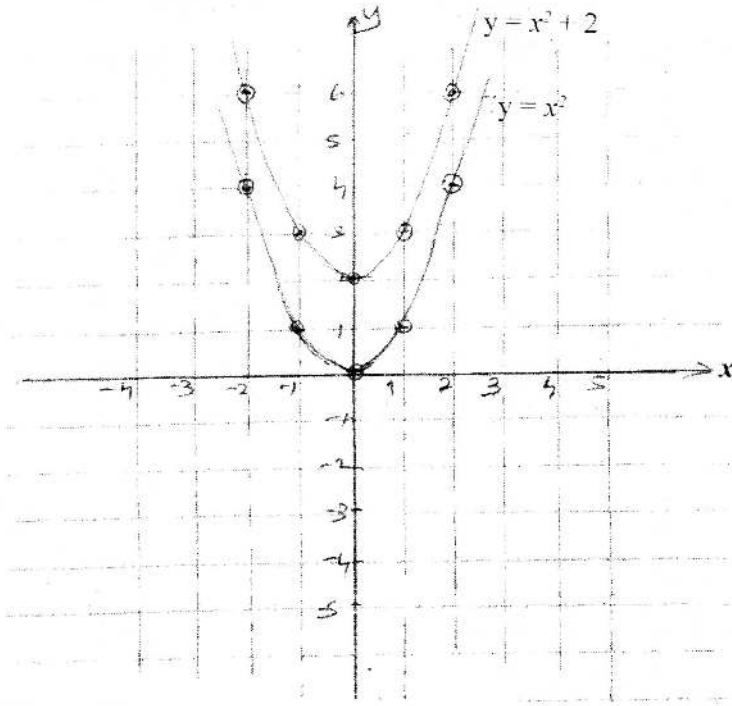
$$= 3$$

$$x = +1 \text{ ஆக}$$

$$y = (1)^2 + 2$$

$$= 1 + 2$$

$$= 3$$



- 1) (1) மேலுள்ள வரைபில் $y = (-x)^2$ இன் வரைபை வரைக.
 (2) மேலுள்ள வரைபில் $y = -(x)^2 - 3$ இன் வரைபை வரைக.
- 2) சார்பு $y = x^2 - 4x + 2$ இன் வரைபை வரையப் பொருத்தமான x இனதும் y இனதும் பெறுமானங்களுக்கான பூரணமற்ற அட்டவணை தரப்படுகின்றது. அட்டவணையை பூரணப்படுத்துக.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	+7	<u>2</u>	-1	-1	+2	7

$$y = x^2 - 4x + 2$$

$$x = 0 \text{ ஆக}$$

$$y = 0^2 - 4(0) + 2$$

$$y = 2$$

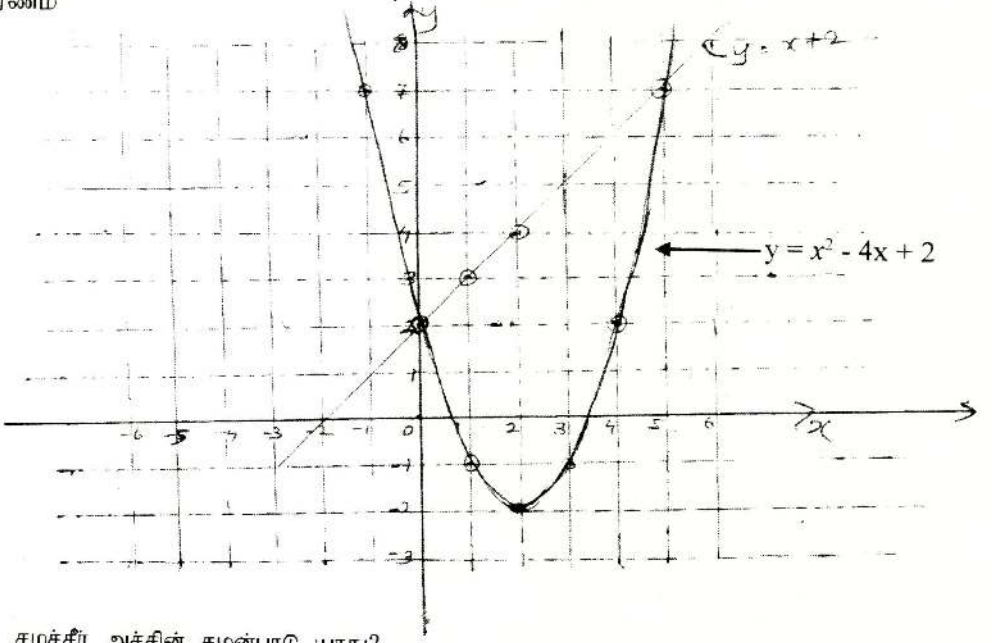
$$x = -1 \text{ ஆக}$$

$$y = (-1)^2 - 4(-1) + 2$$

$$= 1 + 4 + 2$$

$$= 7$$

I. பொருத்தமான ஆள்கூற்று தளத்தை வரைந்து வரைபை வரைக.
உதாரணம்



- (II) சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாடு யாது?
 $x = 2$
- (III) சார்பில் திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறு யாது?
(2, -2)
- (IV) சார்பின் இழிவுப் புள்ளியின் ஆள்கூறு யாது?
(2, -2)
- (V) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?
 $y = (-2)$
- (VI) சார்பின் உச்சியின் ஆள்கூறு யாது?
(2, -2)
- (VII) சார்பு மறையாக உள்ள x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?
 $0.5 < x < 3.5$
- (VIII) சார்பு பூச்சியமாகவும் மறையாகவும் உள்ள பெறுமான வீச்சு யாது?
 $0.5 \leq x \leq 3.5$
- (IX) சார்பு நேராகவுள்ள x இன் பெறுமான வீச்சு யாது?
 $0.5 > x > 3.5$
- (X) சார்பு பூச்சியமாகவும் நேராகவும் உள்ள பெறுமான வீச்சு யாது?
 $0.5 \geq x \geq 3.5$
- (XI) பொருத்தமான வரைபினை வரைந்து $-x^2 + 5x$ இன் மூலகங்களை காண்க?

$$y = x^2 - 4x + 2 \text{ ————— (1)}$$

$$0 = (-x) \text{ ————— (2) }^2 + 5x$$

சம (1) + சம (2) \Rightarrow

$$y + 0 = x^2 - 4x + 2 + (c - x^2 + 5x)$$

$$y = x^2 - 4x + 2 - x^2 + 5x$$

$$y = x + 2$$

x	0	1	2
y	2	3	4

இரு வரைபுகளும் வெட்டும் புள்ளி (0, 2), (5, 7) ஆகவே $-(x)^2 + 5x = 0$ இன் மூலகங்கள் (0, 5) ஆகும். அதாவது இருவரைபையும் வெட்டும் புள்ளியின் x ஆள்கூறு ஆகும்.

(1) $y = x^2 + 2x - 4$ என்னும் வரைபை வரைவதற்கு x, y இன் பெறுமானங்களை கொண்ட பூரணமற்ற அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	4	-1	-4	4

- (i) தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் வெற்றிடங்களை நிரப்புக?
- (ii) வரைதாளில் x, y அச்சக்களை பெயரிட்டு இவ் அச்சங்களில் ஓரலகை குறிப்பதற்கு 10 சிறிய பிரிவுகளை பயன்படுத்தி மேலே தரப்பட்ட சார்பின் வரைபை வரைக?
- (iii) சார்பின் சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாடு யாது?
- (iv) சார்பின் இழிவு பெறுமானம் யாது? திரும்பற்புள்ளி யாது?
- (v) சார்பின் மூலகங்கள் யாது?
- (iv) சார்பு நேராக இருக்கும் பெறுமான வீச்சு யாது?
- (vii) சார்பு எப்பெறுமான வீச்சில் மறையாக குறையும்?
- (viii) சார்பு 2 இற்கு சமனாகவுள்ள x இன் பெறுமானம் எவை?
- (ix) சார்பு எப்பெறுமான வீச்சில் 2இலும் அதிகரிக்கும்?
- (x) சார்பு எப்பெறுமான வீச்சில் 2இலும் குறையும்?
- (xi) $x = -2$ ஆகும் போது சார்பின் பெறுமானம் யாது?
- (xii) x இன் வேறு எந்த பெறுமானத்திற்கு சார்பு இதே பெறுமானத்தை எடுக்கும்.
- (xiii) $x^2 + x - 4 = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலகங்களை காண்க?

(Q2) $y = x^2 + x - 3$ என்னும் வரைபினை வரைவதற்கு x, y என்பவற்றின் பெறுமானங்களை கொண்ட அட்டவணை ஒன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	4	-1	-1	3

- I. மேலே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையின் வெற்றிடங்களை நிரப்புக? (பெறுமானங்களை எங்கனம் பெற்றீர் எனக் காட்டுக)
- II. பொருத்தமான அளவீட்டினை பயன்படுத்தி மேலே தரப்பட்ட சார்பின் வரைபை வரைக?
- III. உமது வரைபில் இருந்து $x = 1.5$ ஆகும் போது சார்பின் பெறுமானம் யாது?
- IV. x இன் வேறு எந்த பெறுமானத்திற்கு சார்பானது அதே பெறுமானத்தை பெற்றுக் கொள்கின்றது.
- V. சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக?
- VI. சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?
- VII. $x^2 + x - 2 = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலகங்களைக் காண்க?

பயிற்சி

(Q1). $y = x^2 + 2x - 3$ என்னும் சார்பின் வரைபை வரைவதற்கு பூரணமற்ற அட்டவணை ஒன்று கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	5	0	-4	5	12

- a) அட்டவணையை பூரணப்படுத்துக?
- b) x அச்ச வழியேயும் y அச்ச வழியேயும் 10 சிறு பிரிவுகளை ஓரலகாக கொண்டு வரைபினை வரைக?
- c) சார்பின் திரும்பற் புள்ளி யாது?
- d) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?
- e) $y=2$ ஆகும் போது x இற்கு இரண்டு பெறுமானங்கள் உண்டு என வரைபில் காட்டுக?
- f) $x^2 + 2x - 1 = 0$ என்னும் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலகங்களை சார்பின் உதவியுடன் காண்க?

Q (2) $y = 1 + 3x - x^2$ என்ற சார்பின் வரைபை வரைவதற்காக x இனதும் y இனதும் பெறுமானங்கள் அடங்கிய பூரணமற்ற அட்டவணை தரப்பட்டுள்ளது.

x	-1.5	-1	0	1	-1.5	2	3	4	4.5
y	-5.75	-3	1	1	-3	-5.75

- அட்டவணையில் உள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக? (பெறுமானங்களை எங்ஙனம் பெற்றீர் எனக் காட்டுக)
- உமது வரைபுத்தாளில் x, y அச்சுக்கள் வழியே ஒரு அலகை குறிப்பதற்கு 10 சிறு பிரிவுகளை கொண்ட அளவிடையை தேர்ந்து எடுத்து வரைபை வரைக?
- வரைபை பயன்படுத்தி சார்பில் உயர்வுப் பெறுமானத்தை காண்க?
- சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக?
- சார்பு நேராக இருக்கும் x இன் பெறுமான வீச்சை எழுதுக?
- $x^2 - 3x - 3 = 0$ இன் மூலகங்களை காண்க?

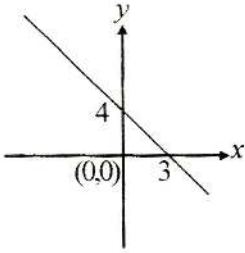
(Q3) $y = (x-1)(x-3)$ என்னும் சார்பின் வரைபை $-1 \leq x \leq 5$ என்னும் பெறுமான வீச்சில் வரைக.

- சார்பின் சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாட்டை எழுதுக?
- சார்பு மறையாக இருக்கும் x இன் பெறுமான வீச்சை எழுதுக?
- சார்பின் இழிவுப் பெறுமானத்தை காண்க?
- தக்க ஏகபரிமான வரைபு ஒன்றை வரைந்து சமன்பாடு $(x-1)(x-3) = 4-x$ இன் மூலகங்களை காண்க?
- சார்பு நேராக இருக்கும் பெறுமான வீச்சை எழுதுக?
- சார்பு மறையாக இருக்கும் பெறுமான வீச்சை எழுதுக?

மாதிரி வினாக்கள்

- 1) $2y = 4x + 6$ என்னும் சமன்பாட்டினால் குறிக்கப்படும் வரைபின் (a) படித்திறன் (b) வெட்டுத்துண்டு என்பவற்றைக் காண்க.
- 2) $y = 3x + c$ என்னும் நேர்கோடு (4,5) என்னும் புள்ளியின் ஊடாக சென்றால் c யின் பெறுமானம் யாது?
- 3) $2y = mx + 7$ என்னும் வரைபு (4, 5.5) என்னும் புள்ளியின் ஊடாக செல்லுமாயின் m இன் பெறுமானம் யாது?
- 4) (2,4), (3,6) என்னும் புள்ளிகளினூடாக செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு யாது?

5)



அருகில் காட்டப்பட்டுள்ள வரைபில்

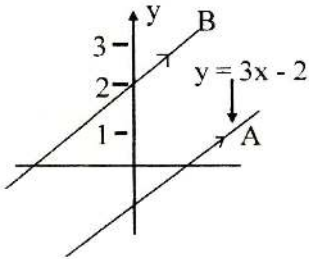
- (1) வெட்டுத்துண்டு
- (2) படித்திறன் என்பவற்றைக் காண்க.

- 6) $2y = -4x + 7$ என்னும் வரைபு x அச்சின் நேர்த்திசையுடன் அமைக்கும் கோணம் கூர்ங்கோணமா? விரிகோணமா? உமது விடைக்கான காரணம் யாது?

- 7) $\frac{3}{2}y = 2x + 2$ என்னும் வரைபு பின்வருவனவற்றுள் எப்புள்ளியினூடாகச் செல்கின்றது?
(a) (3,5) (b) (2, 4) (c) (1, 0)

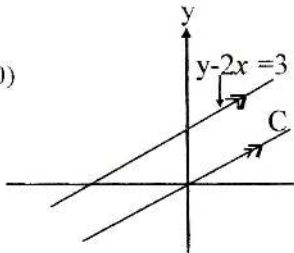
- 8) உற்பத்தி புள்ளியின் ஊடாகவும் (-2, 4) என்னும் புள்ளியினூடாகவும் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக?

9)



கோடு Bஇன் சமன்பாடு யாது?

10)



கோடு Bஇன் சமன்பாடு யாது?

3.1

1

(i) $a + y$ (iii) $4 - 2x$

(ii) $m - 2$ (iv) $2a - 3b$

2

- (i) x இன் நான்கு மடங்குடன் 2 ஐக் கூட்டுக.
 (ii) x இன் இருமடங்கிலிருந்து 1 ஐக் கழிக்க
 (iii) a உடன் b ஐக் கூட்டுக.
 (iv) a இன் இருமடங்கில் இருந்து b இன் 3 மடங்கை கழிக்க.

3

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| (i) $5x$ | (v) $-2x + 3y$ | (ix) $a + b$ |
| (ii) x | (vi) $5x + 9$ | (x) $3a + 3$ |
| (iii) $3x + 3$ | (vii) 49 | (xi) $-a + 3b$ |
| (iv) $x + 8$ | (viii) $-a$ | (xii) $4x$ |

4 : 1

- | | | |
|------------------|------------------|----------------------|
| (i) $2x + 6$ | (v) $x^2 - 2x$ | (ix) $2a + 2b - 2$ |
| (ii) $ax + 9$ | (vi) $2a - 2b$ | (x) $3x + 6y - 6$ |
| (iii) $a^2 + ab$ | (vii) $ab - b^2$ | (xi) $a^2 + ab + ac$ |
| (iv) $2x + 2$ | (viii) $2x + 2y$ | (xiii) $-x^2 + xy$ |

4 : 2

- | | |
|----------------|-----------------------|
| (i) $3x + 4$ | (vi) $3a + 2b$ |
| (ii) $7x + 2$ | (vii) $-a - 2b$ |
| (iii) $5x + 1$ | (viii) $3a$ |
| (iv) $-x + 1$ | (ix) $4x + 8$ |
| (v) $2x^2 - 4$ | (x) $2a^2 + ab + b^2$ |

5

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| (i) $x^2 + 4x + 4$ | (iv) $a^2 + 2a - 3$ |
| (ii) $2x^2 + 3x + 1$ | (v) $2x^2 + xy - y^2$ |
| (iii) $3x^2 + 7x + 2$ | (vi) $2a^2 - 7a + 3$ |

1) 3.1.2

- | | | |
|-----------------|-------------------|----------------------|
| (i) $2[x + 1]$ | (iii) $3[x + 2y]$ | (iii) $b[a + c + d]$ |
| (ii) $a[b + 1]$ | (iv) $x[m - n]$ | (vi) $4[x - 2y + 3]$ |

2

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| (i) $[2x + y][a + b]$ | (iii) $(a + b)(2 - x)$ |
| (ii) $[x + y][m - n]$ | (iv) $(n - 1)(2x - y)$ |

3

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| (i) $(2 + a)(x + y)$ | (iv) $(2x + 1)(2x - y)$ |
| (ii) $(x - y)(a - 1)$ | (v) $(a + c)(b + d)$ |
| (iii) $(x + 2)(x + 3)$ | (vi) $(m - 2)(m - 4)$ |

4

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| (i) $(x - y)(x + y)$ | (v) $(m - n)(m + n)$ |
| (ii) $(2a - 3b)(2a + 3b)$ | (vi) $3(m - 3n)(m + 3n)$ |
| (iii) $(a - 1)(a + 1)$ | (vii) $b(2a + b)$ |
| (iv) $(3x + 1)(x + 1)$ | (viii) $(2m + 1)$ |

5

- | | | |
|-------------------|------------------------|--------------------------|
| (i) $(x + 2)^2$ | (vi) $(3x - 1)^2$ | (xii) $[3x - 1][2x - 1]$ |
| (ii) $(x + 3)^2$ | (vii) $(x \times y)^2$ | (xiii) $(x - 3)(x + 2)$ |
| (iii) $(x + 5)^2$ | (viii) $(a + b)^2$ | (xiv) $[a - 3][a + 1]$ |
| (iv) $(2x + 1)^2$ | (ix) $(2x - y)(x - y)$ | (xv) $(2n - 1)[2x + 2]$ |
| (v) $(2x - 1)^2$ | (x) $(2n - y)^2$ | |
| | (xi) $(2a - b)^2$ | |

6

- | | |
|-------------|------------|
| (i) 200 | (v) 9999 |
| (ii) 9400 | (vi) 7000 |
| (iii) 9991 | (vii) 9975 |
| (iv) 100 00 | (viii) 100 |

7

- | | |
|--------------------------------|------------------------------------|
| (i) $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$ | (v) $[3x - y][9x^2 + 3xy + y^2]$ |
| (ii) $(x - 1)(x^2 + x + 1)$ | (vi) $[10x - 1][100x^2 + 10x + 1]$ |
| (iii) $(1 - a)(1 + a + a^2)$ | (vii) $[a - 2][a^2 + 2a + 1]$ |
| (iv) $[2x - 1](4x^2 + 2x + 1)$ | (viii) $[2 - a][4 + 2a + a^2]$ |

8

- | | |
|------------------------------------|---------------------------------|
| (i) $(x + y)(x^2 + xy + y^2)$ | (v) $[3a + 1][9a^2 + 3a + 1]$ |
| (ii) $[2x + 1][4x^2 + 2x + 1]$ | (vi) $[x + 1][x^2 + x + 1]$ |
| (iii) $[2a + 3][4a^2 + 6a + 9]$ | (vii) $[x + y][x^2 + xy + y^2]$ |
| (iv) $[10x + 1][100x^2 + 10x + 1]$ | |

9

- | | |
|--------------|-----------------|
| (i) 1061235 | (iii) 10 61 181 |
| (ii) 140 616 | (iv) 140 600 |

10

- | | |
|----------------------------------|------------------------------------|
| (i) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ | (v) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ |
| (ii) $x^2 + 3x^2 + 3x + 1$ | (vi) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ |
| (iii) $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$ | (vii) $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$ |
| (iv) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ | (viii) $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$ |

3 : 1 : 3

- | | | |
|------------------------|-----------------------|----|
| 1) (i) $\frac{3x}{4}$ | (iv) $\frac{x}{6}$ | 2. |
| (ii) $\frac{13x}{4}$ | (v) $\frac{x}{12}$ | |
| (iii) $\frac{5x+2}{6}$ | (vi) $\frac{2-x}{12}$ | |
| | | |

3

- | | | |
|---------------------|---------------------|-----------------------|
| (i) $\frac{5}{6x}$ | (ii) $\frac{1}{6x}$ | (iii) $\frac{11}{6x}$ |
| (iv) $\frac{3}{2a}$ | (v) $\frac{1}{2a}$ | (vi) $\frac{-7}{6x}$ |

- | | | |
|-------------------------------|---|------------------------------------|
| 4 (i) $\frac{-1}{(x+1)(x+2)}$ | (ii) $\frac{2}{1-x}$ | (iii) $\frac{1-a-b}{a^2-b^2}$ |
| (iv) $\frac{2}{a-b}$ | (v) $\frac{1+x+2}{[x+2]^2} = \frac{x+3}{(x+2)^2}$ | (vi) $\frac{x^2+2x+2}{(x+1)(x+2)}$ |
| (vii) $(x+2)$ | (viii) $\frac{1}{(x+3)}$ | (ix) $(a+b)$ (x) $\frac{2}{y^2}$ |

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 6. (i) $x^2 + 4x + 4 = [x+2]^2$ | (iii) $a^2 - 10a + 25 = [a-5]^2$ |
| (ii) $x^2 + 6x + 9 = [x+3]^2$ | (iv) $x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2$ |

- | | | |
|---------------------------------|-------------------------------|---|
| 7. (i) $[x+3]^2 - (\sqrt{6})^2$ | (ii) $(x+3)^2 - (\sqrt{7})^2$ | (iii) $\left(x - \frac{3^2}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$ |
| (iv) $(x+4)^2 - (\sqrt{18})^2$ | (v) $(x-4)^2 - (\sqrt{15})^2$ | (vi) $[x + \frac{1}{2}]^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$ |

மாதிரி வினாக்கள் / விடை

- | | | |
|------------------------|----------------------|---------------------------------|
| (i) $[x-3]$ | (v) 10 | (ix) $\frac{5x-6}{2[y-2][x+2]}$ |
| (ii) $[x-y]$ | (vi) $x[x-1]$ | (x) $\frac{x}{6}$ |
| (iii) $[x-3][x+2]$ | (vii) $x+y+5$ | (xi) $\frac{7}{x-y}$ |
| (iv) $9 \cdot [x-3]^2$ | (viii) $\frac{1}{x}$ | (xii) $\frac{-1}{x^2}$ |

3 : 2

- | | | | |
|-------------------------|--------------------------|-------------------|-----------------|
| 1) | | 2) | |
| (i) $x=3$ | (v) $x=-2$ | (i) $x=1, y=1$ | (iv) $m=1, n=1$ |
| (ii) $x=2$ | (vi) $x=5$ | (ii) $a=1, b=1$ | (v) $m=1, n=-1$ |
| (iii) $a=10$ | (vii) $x=2$ | (iii) $x=1, y=-1$ | (vi) 10, 15 |
| (iv) $x = \frac{-1}{4}$ | (viii) $x = \frac{1}{6}$ | | (vi) 15, 10 |

3)

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| (i) $x=-2$ | (v) $x=+3, -3$ |
| (ii) -2, -3 | (vi) $x = \frac{1}{5}$ |
| (iii) $-\frac{1}{2}, -1$ | (vii) $x = \frac{1}{2}$ |
| (iv) $x=0, -\frac{1}{2}$ | (viii) $\frac{3}{2}$ |
| | (ix) 0, -2 |

4)

- $x = 4.24, -0.24$
 $x = 0.37, 5.37$
 $x = -1, -1/2$
 $x = -0.76, 0.43$

5)

- | | | |
|----------------|----------------|--------------|
| (i) 3.4, 0.6 | (iii) $x=-1,$ | (v) $x=5.82$ |
| (ii) 4.5, -0.5 | (iv) -3.3, 0.3 | 0.18 |

மாதிரி வினாக்கள்

- | | | | |
|------------|------------------|------------|---------------|
| (i) $x=-4$ | (ii) $x=0, x=-3$ | (v) 9 | (vii) $x=-3$ |
| (ii) $K=6$ | (iv) $x+y=8$ | (vi) $a+b$ | (xiii) $x=15$ |

பகுதி B

- (1)
 i) 5 ii) -11 iii) 4 iv) $Z=2x-1$

(2) (i) $[x+5][x+4]$

(ii) $x[2x+1]$

(iii) $x^2 - 8x - 20 = 0$

(iv) $x = 10, x = -2$

(v) 10

(vi) $A = 210 \text{ cm}^2, B = 210 \text{ cm}^2$

(3) (i) 385

(ii) 1105

(iii) 1425

(iv) $20x - 775$

(v) 150 units

(4) (i) 5

(ii) 15

(iii) 40

(iv) $5w - 85$

(v) 22

(5) (i) $2x + 7$

(ii) $(2x + 7)x = 60$

(iii) $2x^2 + 7x - 60 = 0$

(iv) $x = 4$

(v) 15m

3.4 எழுவாய் மாற்றம்

$$R = \frac{V}{I}$$

$$[u] = v - ft$$

$$t = \frac{100 I}{Pr}$$

$$C = \frac{v}{\lambda}$$

$$d = \frac{e}{\pi}$$

$$(i) b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

$$(ii) f = \frac{v^2 - u^2}{2s}$$

$$(iii) t = \frac{(I - P)100}{Pr}$$

$$(iv) u = \frac{S - \frac{1}{2}ft^2}{t}$$

$$(v) h = \frac{A - 2\pi r^2}{2\pi r}$$

$$(vi) \pi = \frac{3v}{4\pi r^3}$$

$$(vii) \ell = \frac{A - \pi r^2}{\pi r}$$

$$(viii) r = \sqrt{\frac{A}{4\pi}}$$

3.3 சமச்சீர்

மாதிரி வினாக்கள்

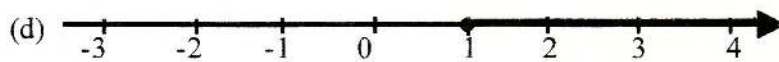
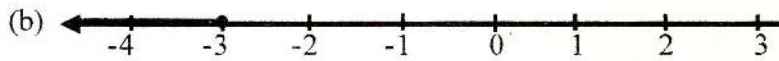
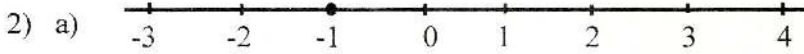
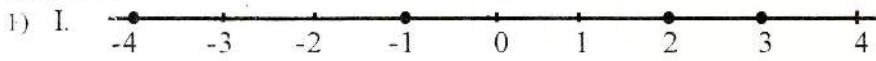
(i) $r = \sqrt{\frac{v}{\pi h}}$

(iii) $V = (A - T)^2 + 3$

(ii) $C = (a - b)^2 - d$

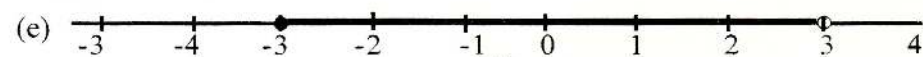
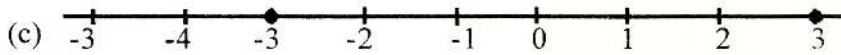
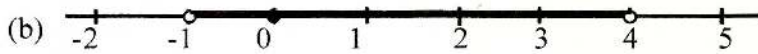
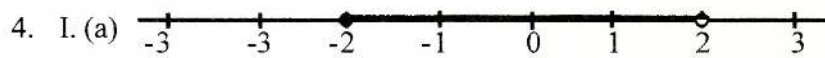
(iv) $a = c - b$

விடைகள்

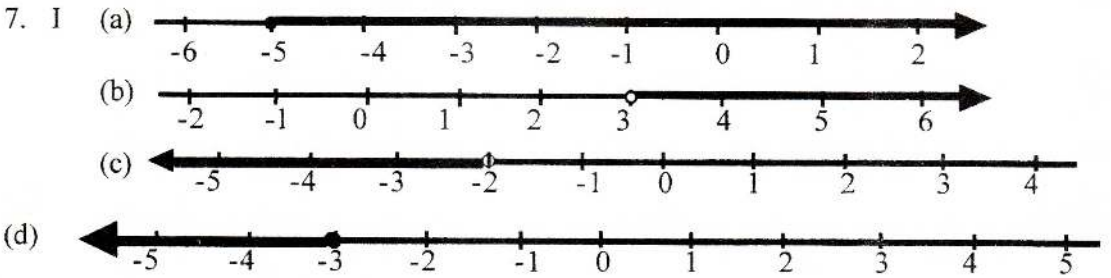
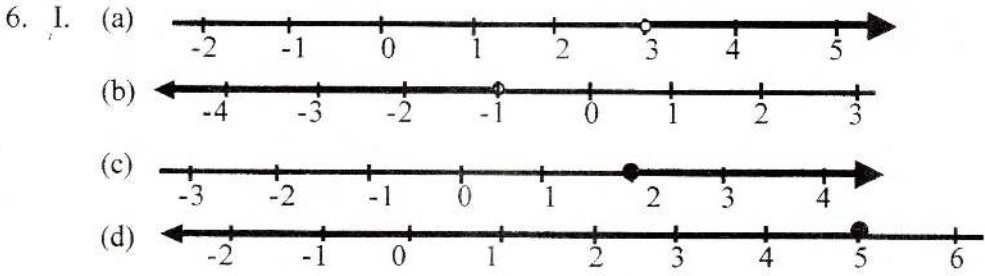


II (a) $x > -1$

(b) $x \leq 1$



- II (a) $-2 \leq x < 3$
 (b) $-1 < x < 4$



- 8) I. (a) 5, 4 II. 2
 (b) 2, 3 III. 3
 (c) 6, 7
 (d) -4, -5

3.5 தாயங்கள்

- 1) I. 3×3 II. 3×2 III. 2×3
 IV. 1×3 V. 3×1 VI. 2×2

- 2) I. சதுரத் தாயம் II. அலகுத் தாயம்
 III. நிரைத் தாயம் IV. நிரல் தாயம்
 IV. அலகுத் தாயம் VI. சதுரத் தாயம்

- 3) 1. (a) 3×3 3. $\begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ 4. (a) 2×3 (b) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$
 (b) சதுரத் தாயம்

2. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

வரிசை 3×1

(c) சமன் அல்ல காரணம்
 வரிசைகள் சமன் இல்லை

4) 1. I. (5 2 4)

II. $\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix}$

III. $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 6 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

2. I. (2 -1 3)

II. $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

III. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -4 & -1 \end{pmatrix}$

3. I. $\begin{pmatrix} 7 & 1 & 7 \\ 4 & 2 & 7 \\ 3 & 5 & 10 \end{pmatrix}$

II. $\begin{pmatrix} 8 & 3 & 2 \\ 2 & 6 & 12 \\ 8 & 4 & 8 \end{pmatrix}$

III. $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 5 \\ 2 & -4 & -5 \\ -5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

IV. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & -6 \end{pmatrix}$

4. $x = -1$ $y = 2$ $a = 5$ $b = 6$

5. 1. I. $\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

II. (6 2 10)

2. I. $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}$

II. $\begin{pmatrix} -6 & 3 \\ 9 & -15 \end{pmatrix}$

III. $\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 10 & -5 \end{pmatrix}$

IV. $\begin{pmatrix} -6 & 3 \\ 0 & -9 \end{pmatrix}$

3. (8 -9 -8)

3. 4. 1 பிரதியீடு

(1) $A = x + y + z$

(2) $P = t^2$

(3) $A = xy$

(4) $T_n = 3n - 1$

(5) $C = \frac{c}{t}$

(6) I. 1

(II) 7

(III) 8

(IV) 12

(V) (-5)

(7) 1

(8) 10

(9) 704

(10) 70

(11) 2

(12) $3\frac{1}{2}$

(13) 10

(14) 48

(15) 6

விடைகள் (வரைபுகள்)

பயிற்சிகள் 3.6.1

(i) 2, 0

(4) $\frac{5}{4}$

(7) 3 -2

(10) $\frac{5}{2}, 6$

(13) 4 -2

(2) $\frac{-3}{4}, 0$

(5) 7

(8) 3 6

(11) $\frac{-3}{4} -2$

(14) $\frac{4}{3} 2$

(3) $-\frac{2}{3}$

(6) 4 3

(9) -4 2

(12) -3 -2

(15) 4 $\frac{2}{3}$

பயிற்சிகள் 3.6.

(a) (1) $\frac{4}{3}, \frac{2}{3}$

(4) $\frac{-6}{5}, 2$

(7) $\frac{1}{4}, 1$

(10) $\frac{3}{2}, \frac{9}{4}$

(2) $\frac{-2}{3}, \frac{7}{3}$

(5) $-2, 4$

(8) $\frac{-3}{4}, 2$

(3) $\frac{3}{2}, 4$

(6) $\frac{-1}{3}, 2$

(9) $5, 3$

(b) (1) $(2, 2)$

(4) $-1, -3$

(7) $\frac{-3}{5}, -3$

(2) $(1, -1)$

(5) $\frac{-3}{4}, 3$

(8) $1, 2$

(3) $3, 3$

(6) $2, -4$

(9) $0, -2$

பயிற்சி

1) $y = 4x + 2$

2) $y = 2x$

3) $y = 2x - 5$

4) $y = \frac{5}{2}x + 3$

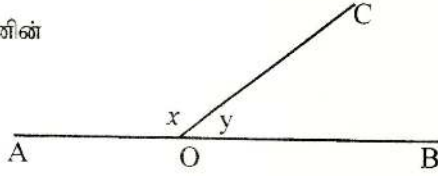
5) $y = 2x - 4$

4. கேத்திர கணிதம்

4.1 அடிப்படை கேத்திர கணிதம்

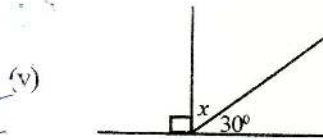
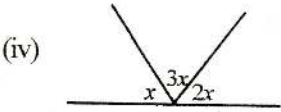
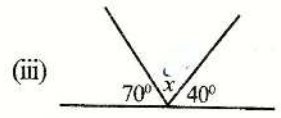
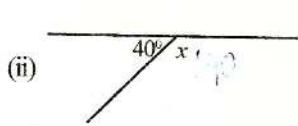
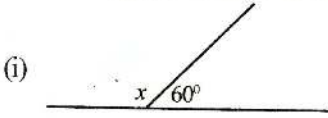
▲ AB ஒரு நேர்கோடு எனின்

$$x + y = 180^\circ$$

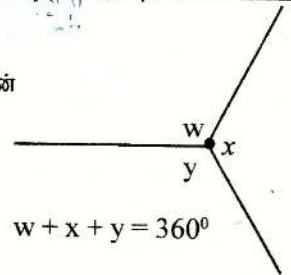


பயிற்சி

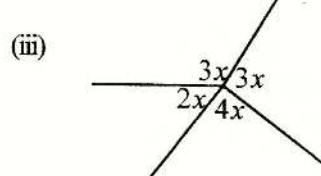
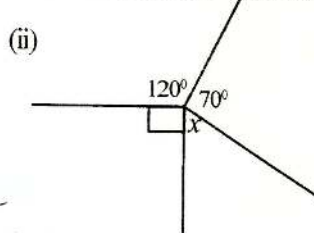
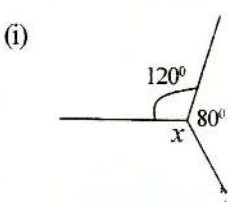
எழுத்திடப்பட்ட கோணங்களைக் கணிக்க.



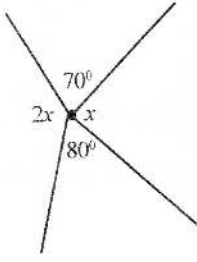
▲ ஒரு புள்ளி ஒன்றைச் சுற்றி அமைந்துள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்.



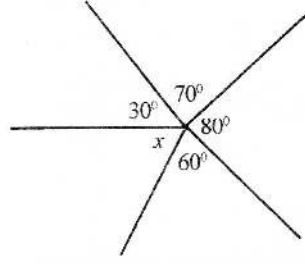
பயிற்சி : எழுத்திடப்பட்ட கோணங்களைக் காண்க.



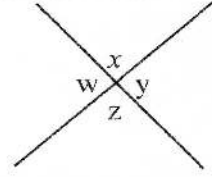
(iv)



(v)



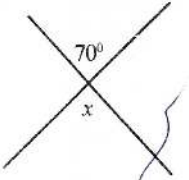
▲ இரு நேர்கோடுகள் வெட்டுவதால் அமையும் குத்தெதிர் கோணங்கள் சமனாகும்.



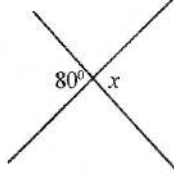
$$x = z, w = y$$

பயிற்சி : எழுத்திடப்பட்ட கோணங்களைக் கணிக்க.

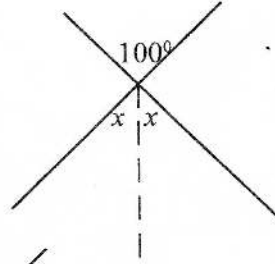
(i)



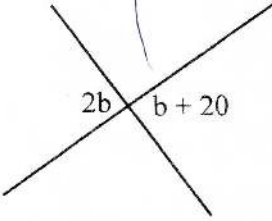
(ii)



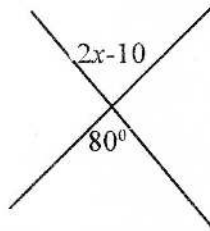
(iii)



(iv)

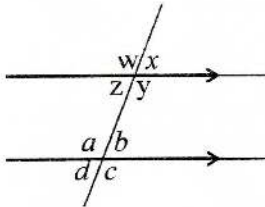


(v)



இரு சமாந்தர நேர்கோடுகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டுவதால் அமையும்

- (1) ஒத்த கோணச் சோடிகள் சமனாகும்.
- (2) ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடிகள் சமனாகும்.
- (3) நேயக் கோணச் சோடிகளின் கூட்டுத்தொகை 180°

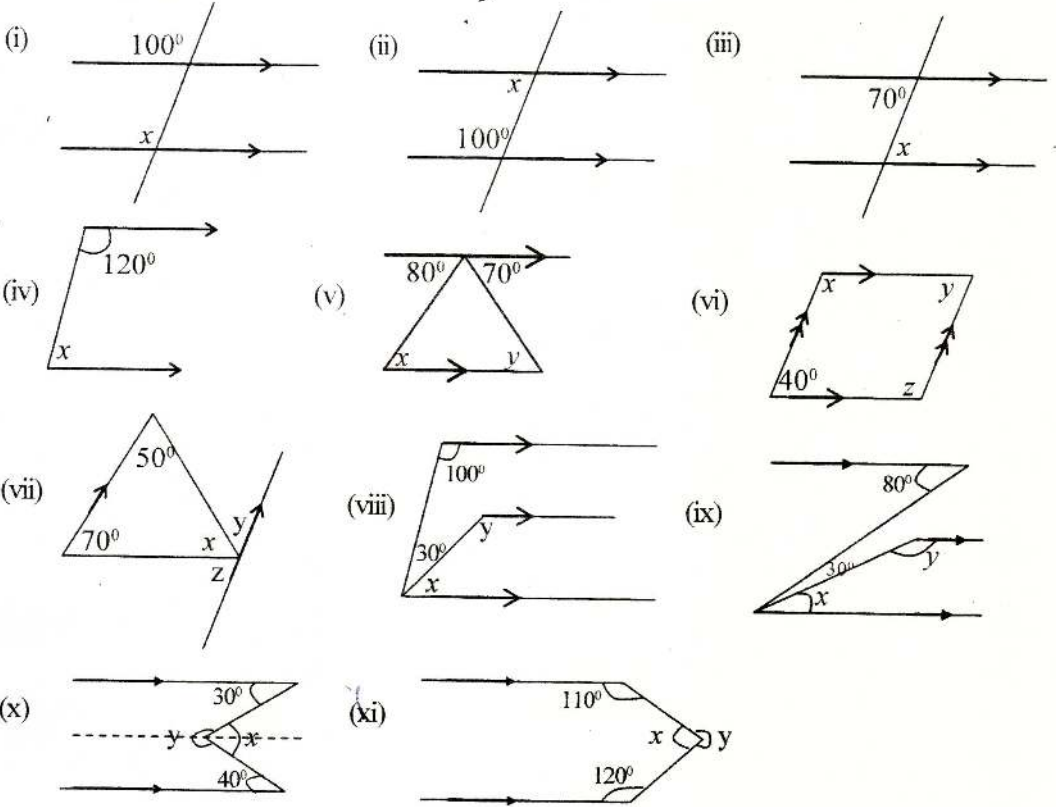


(i) ஒத்த கோணச் சோடிகள்
 $w = a, z = d, x = b, y = c$

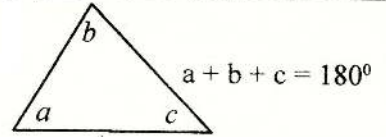
(ii) ஒன்று விட்ட கோணச் சோடிகள்
 $z = b, y = a$

(iii) நேயக் கோணச் சோடிகள்
 $z + a = 180^\circ, y + b = 180^\circ$

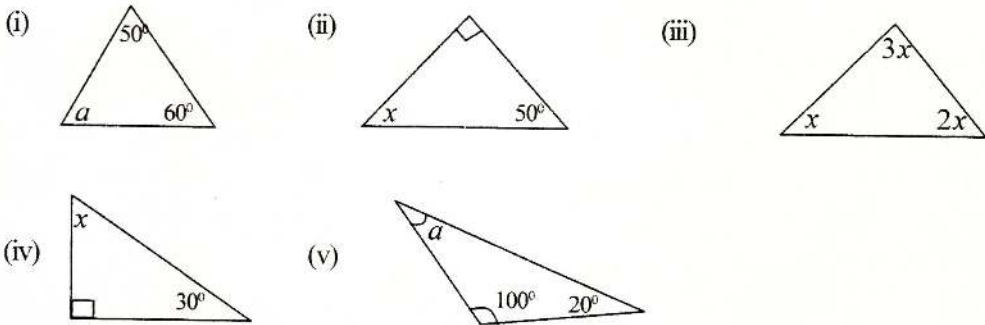
பயிற்சி : எழுத்திடப்பட்ட கோணங்களைக் காண்க.



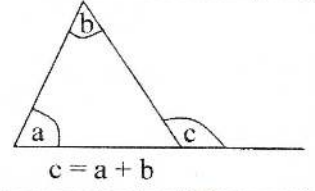
▲ முக்கோணமொன்றின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.



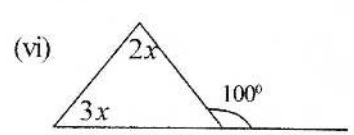
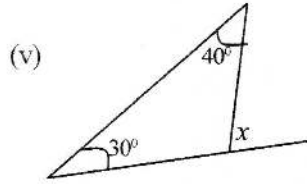
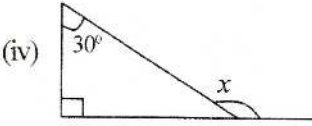
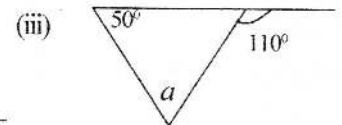
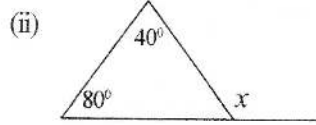
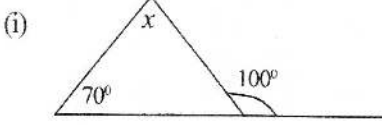
பயிற்சிகள் : எழுத்திடப்பட்ட கோணங்களைக் காண்க.



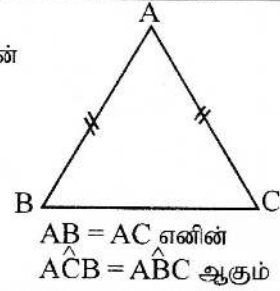
▲ முக்கோணியொன்றின் பக்கமொன்றை நீட்டுவதனால் உண்டாகும் புறக்கோணம் அதன் அகத்தெதிர் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகைக்கு சமமாகும்.



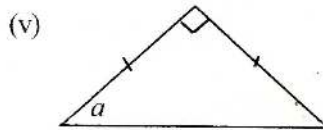
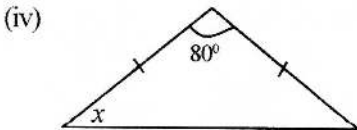
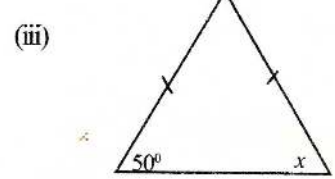
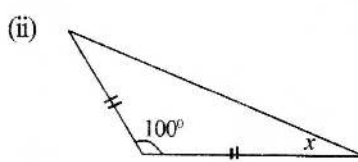
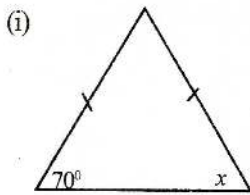
பயிற்சி : எழுத்திடப்பட்ட கோணங்களின் பருமன்களைக் காண்க?



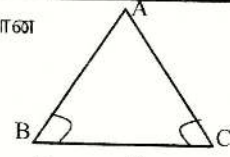
▲ ஒரு முக்கோணியொன்றில் இருபக்கங்கள் சமன் எனின் சமமான பக்கங்களுக்கு எதிரான கோணங்கள் சமனாகும்.



பயிற்சி : எழுத்திடப்பட்ட கோணங்களைக் கணிக்க.

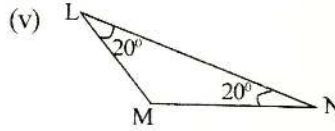
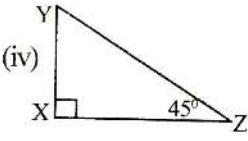
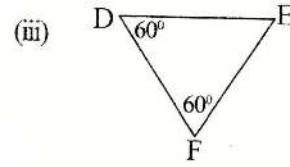
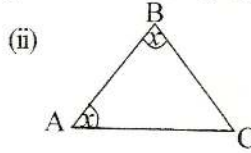
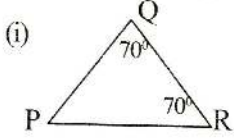


ஒரு முக்கோணியில் சமமான கோணங்களுக்கு எதிரான பக்கங்கள் சமமானவை.



$\hat{A}BC = \hat{A}CB$ ஆயின்
 $AC = AB$ ஆகும்.

பயிற்சி : பின்வரும் உருக்களில் சமமான பக்கங்களை பெயரிடுக.



(i) இரண்டு கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை 90° ஆயின், ஒரு கோணம் மற்றைய கோணத்தின் நிரப்புக் கோணமாகும்.

$x + y = 90^\circ$ ஆயின்
 x இன் நிரப்புக் கோணம் y
 y இன் நிரப்புக் கோணம் x

(ii) இரண்டு கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆயின் ஒரு கோணம் மற்றைய கோணத்தின் மிகை நிரப்புக் கோணமாகும்.

$a + b = 180^\circ$ ஆயின்
 a இன் மிகை நிரப்புக் கோணம் b
 b இன் மிகை நிரப்புக் கோணம் a

பயிற்சிகள்

1) பின்வரும் கோணங்களின் நிரப்பு கோணங்களை எழுதுக?

- (i) 10°
- (ii) 30°
- (iii) 45°
- (iv) 80°
- (v) 85°

2) பின்வரும் கோணங்களின் மிகை நிரப்பு கோணங்களை எழுதுக.

- (i) 20°
- (ii) 55°
- (iii) 90°
- (iv) 110°
- (v) 150°

1. பல்கோணிகள்

இரண்டுக்கு மேற்பட்ட கோடுகளால் அடைக்கப்பட்ட மூடிய தளவுரு பல்கோணியாகும்.

உ-ம் : முக்கோணி, நாற்பக்கல், ஐங்கோணி

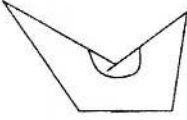
பல்கோணிகள் இருவகைப்படும்.

1. குழிவுப் பல்கோணி
2. குவிவுப் பல்கோணி

2. குழிவுப் பல்கோணி

பல்கோணி ஒன்றின் ஏதாவது அகக்கோணமொன்று 180° இலும் கூடுதலாக இருப்பின் அது குழிவுப் பல்கோணி எனப்படும்.

உ-ம்



3. குவிவுப் பல்கோணி

பல்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணங்கள் ஒவ்வொன்றும் 180° இலும் குறைவாகக் காணப்படுமாயின் அது குவிவுப் பல்கோணியாகும்.

உ-ம்



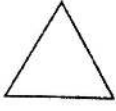
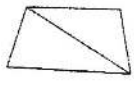

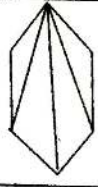
குவிவுப் பல்கோணி இருவகைப்படும்

1. ஒழுங்கான பல்கோணி
2. ஒழுங்கற்ற பல்கோணி

4. ஒழுங்கான பல்கோணி

பல்கோணி ஒன்றின் பக்கங்களும் கோணங்களும் ஒருங்கே சமனாகக் காணப்படின் ஒழுங்கான பல்கோணி எனப்படும்.

5. பல்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணங்கள்

	பக்கங்களின் எண்ணிக்கை 3	முக்கோணிகளின் எண்ணிக்கை 1	அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $1 \times 180^\circ$
	4	2	$2 \times 180^\circ$
	5	3	$3 \times 180^\circ$
	6	4	$4 \times 180^\circ$
n பக்கங்களையுடைய பல்கோணி	n	(n - 2)	(n-2) x 180°

பல்கோணி ஒன்றின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை = $(n-2) 180^\circ$

1. பின்வரும் எண்ணிக்கையான பக்கங்களையுடைய பல்கோணிகளின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

1. 8 பக்கங்கள்

$$\begin{aligned} \text{அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை} &= (n - 2) 180^\circ \\ &= (8 - 2) 180^\circ \\ &= 6 \times 180^\circ \\ &= 1080^\circ \end{aligned}$$

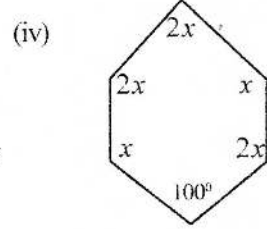
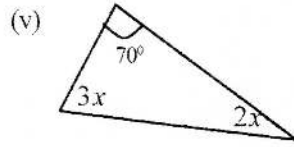
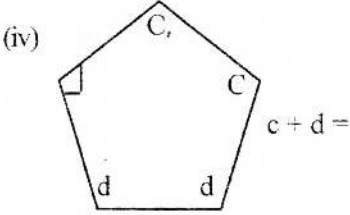
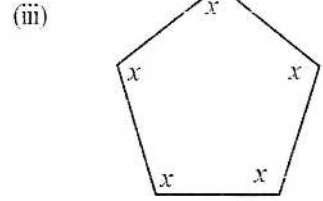
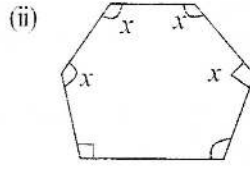
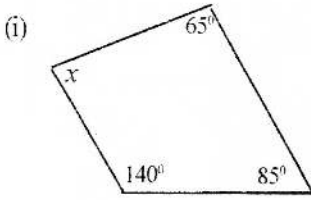
2. 10 பக்கங்கள்

3. 12 பக்கங்கள்

4. 20 பக்கங்கள்

5. 18 பக்கங்கள்

02. பின்வரும் பல்கோணிகளில் ஆங்கில எழுத்துக்கள் குறிக்கும் கோணத்தின் பருமன்களைக் காண்க.

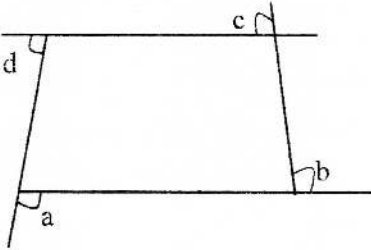


03. ஒழுங்கான தசகோணி ஒன்றின் அகக் கோணமொன்றின் பருமன் யாது?

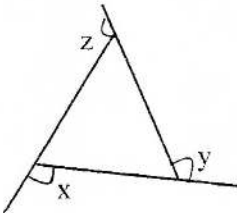
04. அகக் கோணங்களின் பெறுமதி 720° எனின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை யாது?

6. பல்கோணி ஒன்றின் புறக்கோணங்கள்

எந்த ஒரு பல்கோணியினதும் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்.

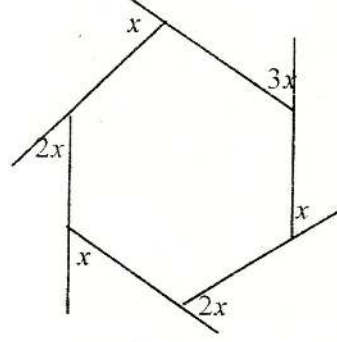
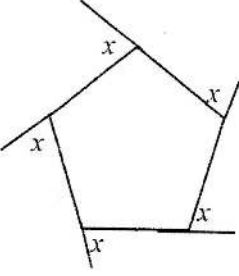
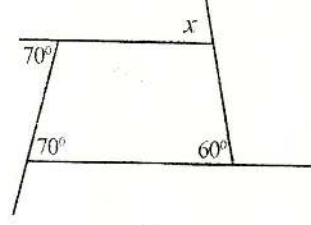
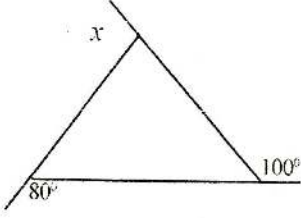


$$a + b + c + d = 360^\circ$$



$$x + y + z = 360^\circ$$

- 1) பின்வரும் பல்கோணிகளில் x இனால் குறிக்கப்படும் கோணங்களின் பருமன்களைக் காண்க.



- 2) ஒழுங்கான நவகோணி ஒன்றின் புறக்கோணமொன்றின் பருமனைக் காண்க.
- 3) ஒழுங்கான பல்கோணியொன்றின் புறக்கோணமொன்று 45° எனின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- 4) ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் புறக்கோணமொன்று 36° எனின் அகக்கோணமொன்றின் பருமன் யாது?
- 5) ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணம் புறக் கோணத்தின் இருமடங்காகும். அப்பல்கோணியின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- 6) ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் ஒரு உச்சியிலுள்ள புறக்கோணத்திற்கும் அகக் கோணத்திற்கும் இடையிலான விகிதம் $2 : 3$ ஆகும்.
 (i) புறக் கோணம் ஒன்றின் பருமன் யாது?
 (ii) பக்கங்களின் எண்ணிக்கை யாது?

4.2. முக்கோணிகள்

1. ஒருங்கிசைவு

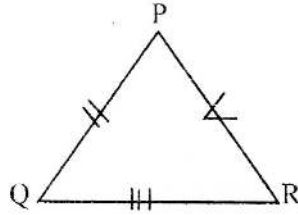
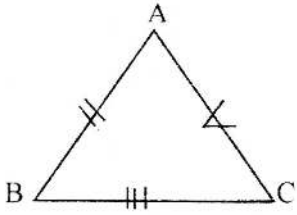
ஒத்த இரு வடிவங்கள் ஒன்றின் மேல் ஒன்று பொருந்தும் செயன்முறை ஒருங்கிசைவு எனப்படும்.

முக்கோணிகளின் ஒருங்கிசைவு

முக்கோணிகளில் ஒருங்கிசைவு நான்கு நிபந்தனைகளின் கீழ் நிறைவு பெறும்.

நிபந்தனை I

ஒரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களும் முறையே வேறொரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களுக்கும் சமனாயின் அவ்விரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசையும்.



$\Delta ABC, PQR$ இல்

$AB = PR$ [தரவு]

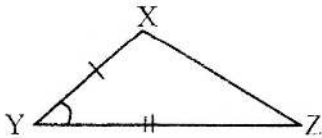
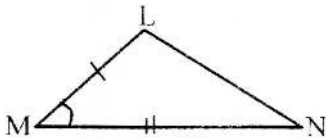
$AC = PQ$ [தரவு]

$BC = QR$ [தரவு]

$\therefore \Delta ABC \cong PQR$ [ப. ப. ப.]

நிபந்தனை II

ஒரு முக்கோணியின் இரண்டு பக்கங்களும் அமைகோணமும் முறையே இன்னொரு முக்கோணியின் இரண்டு பக்கங்களுக்கும் அமைகோணத்திற்கு சமனாக இருப்பின் அவ்விரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசையும்.



$\Delta LMN, \Delta XYZ$ என்பவற்றில்

$LM = XY$ [தரவு]

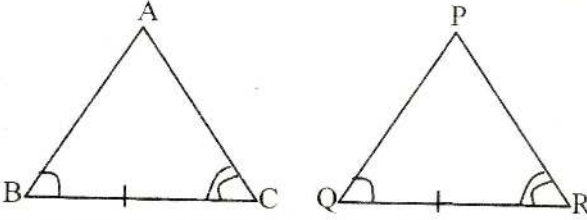
$\hat{LMN} = \hat{XYZ}$ [தரவு]

$MN = YZ$ [தரவு]

$\therefore \Delta LMN \cong \Delta XYZ$ [ப. கோ. ப]

நிபந்தனை III

ஒரு முக்கோணியின் இரண்டு கோணங்களும் ஒரு பக்கமும் முறையே இன்னொரு முக்கோணியின் இரண்டு கோணங்களுக்கும் ஒத்த பக்கத்திற்கும் சமனாக இருப்பின் அவ்விரண்டு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசையும்.



$\Delta ABC, \Delta PQR$ என்பவற்றில்

$$\hat{A}BC = \hat{P}QR \text{ [தரவு]}$$

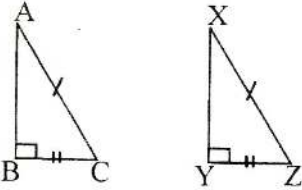
$$\hat{A}CB = \hat{P}RQ \text{ [தரவு]}$$

$$BC = QR \text{ [தரவு]}$$

$$\therefore \Delta ABC \equiv \Delta PQR \text{ [கோ. கோ. ப]}$$

நிபந்தனை IV

செங்கோண முக்கோணி ஒன்றின் செம்பக்கமும் இன்னொரு பக்கமும் முறையே இன்னொரு செங்கோண முக்கோணி ஒன்றின் செம்பக்கத்திற்கும் இன்னொரு பக்கத்திற்கும் சமனாக இருப்பின் அவ்விரண்டு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசையும்.



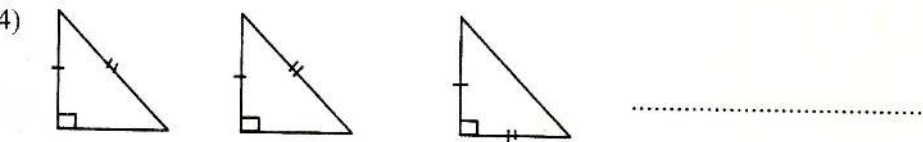
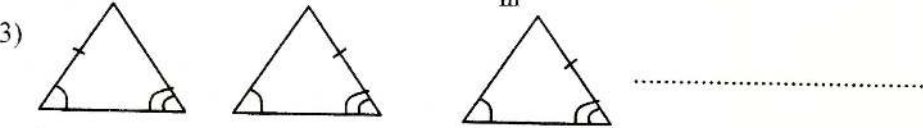
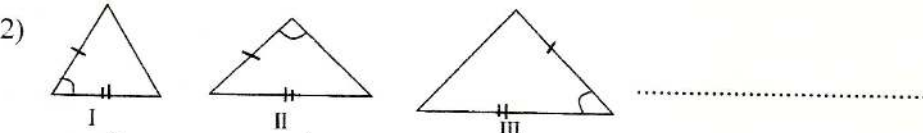
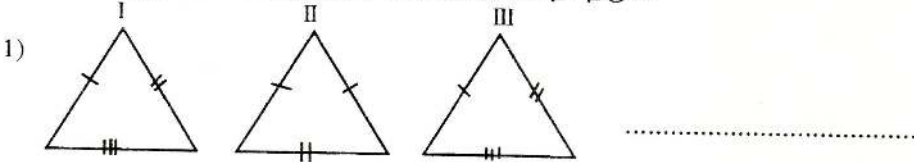
செங்கோண ΔABC , செங்கோண ΔXYZ என்பவற்றில்

$$AC = XZ \text{ [தரவு]}$$

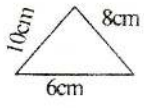
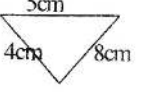
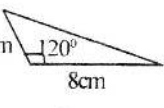
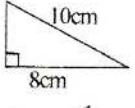
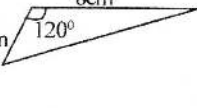
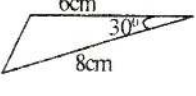
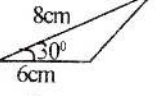
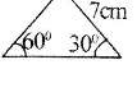
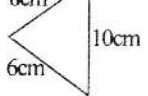
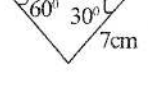
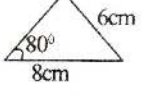
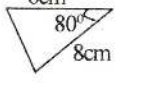
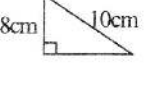
$$BC = YZ \text{ [தரவு]}$$

$$\therefore \Delta ABC \equiv \Delta XYZ \text{ [செ. ப., ப]}$$

- 1) பின்வரும் முக்கோணிகளில் ஒருங்கிசைவான முக்கோணச் சோடிகளைத் தெரிவு செய்து அவை ஒருங்கிசைவதற்குரிய காரணங்களைத் தருக.

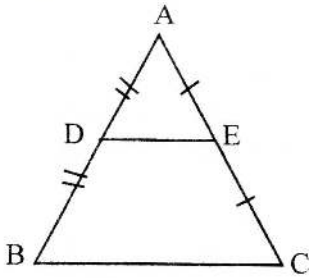


2) பின்வரும் முக்கோணத் தொகுதியில் இருந்து ஒருங்கிசையும் முக்கோணச் சோடிகளைத் தெரிவு செய்து அதற்குரிய காரணத்தைத் தருக?

- 1)  2)  3)  4)  5) 
- 6)  7)  8)  9)  10) 
- 11)  12)  13) 

நடுப்புள்ளித் தேற்றம்

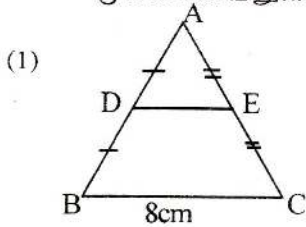
நடுப்புள்ளித் தேற்றம் முக்கோணி ஒன்றின் இருபக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோடானது மூன்றாம் பக்கத்திற்கு சமாந்தரமாகவும் அதன் அரைப்பங்காகவும் இருக்கும்.



$\triangle ABC$ யில்
 $AD = BD$ [தரவு]
 $AE = EC$ [தரவு]
 $\therefore DE \parallel BC$, $DE = \frac{1}{2} BC$

உ-ம்

முக்கோணியிலுள்ள தரவுகளை அவதானித்து x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



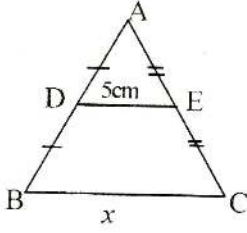
$$DE = \frac{1}{2} BC \text{ [ந. 4. தேற்றப்படி]}$$

$$DE = \frac{1}{2} \times 8$$

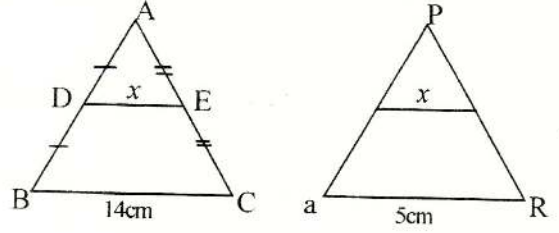
$$= 4\text{cm}$$

பின்வரும் முக்கோணிகளில் காணப்படும் தரவுகளுக்கேற்ப x ஐக் காண்க.

(i)

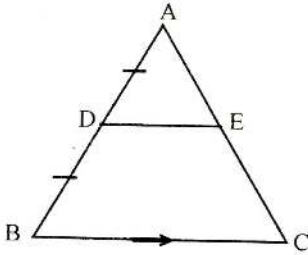


(ii)



நடுப்புள்ளித் தேற்றத்தின் மறுதலை

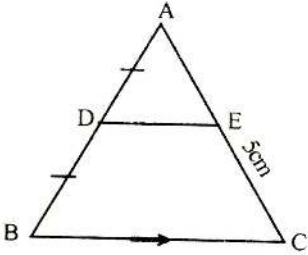
ஒரு முக்கோணியின் பக்கமொன்றின் நடுப்புள்ளியினூடாக மற்றொரு பக்கத்திற்குச் சமாந்தரமாக வரையப்படும் நேர்கோடு மூன்றாம் பக்கத்தினை இருசம கூறிடும்.



முக்கோணி ABC இல்
 $AD = BD$, $DE \parallel BC$ எனின் $AE = EC$ ஆகும்.

உ-ம்

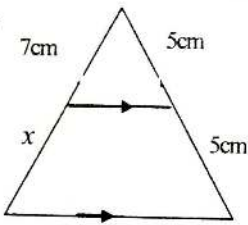
முக்கோணியிலுள்ள தரவுகளை அவதானித்து a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



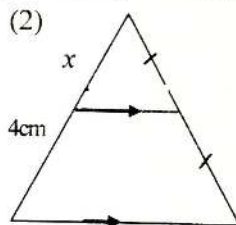
முக்கோணி ABC இல்
 $AE = EC$,
 $AE = 5\text{cm}$ [ந. பு. தேற்ற மறு தலைப்படி]

பின்வருவனவற்றில் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

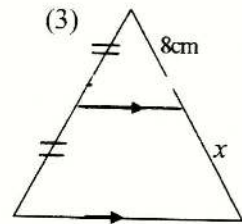
(1)



(2)



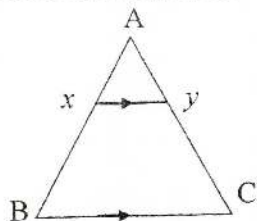
(3)



3. இயல்பொத்த முக்கோணிகள்

தேற்றம்

ஒரு முக்கோணியின் பக்கமொன்றுக்குச் சமாந்தரமாக வரையப்படும் நேர்கோடு ஏனைய இரு பக்கங்களையும் விகிதசமனாகப் பிரிக்கும்.

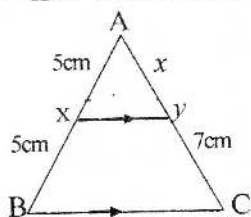


அதாவது முக்கோணி ABC இல்

$$\frac{AX}{XB} = \frac{AY}{YC}$$

உ-ம் :-

(i) x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க?



முக்கோணி ABC இல்

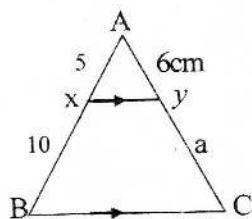
$$\frac{AX}{XB} = \frac{AY}{YC} \quad [\text{தேற்றப்படி}] \quad [\because xy \parallel BC]$$

$$\frac{5}{5} = \frac{x}{7}$$

$$\frac{5 \times 7}{5} = x$$

$$x = 7 \text{ cm}$$

(ii) a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க?



முக்கோணி ABC இல்

$$\frac{AX}{XB} = \frac{AY}{YC} \quad [XY \parallel BC]$$

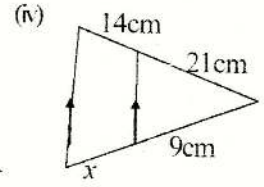
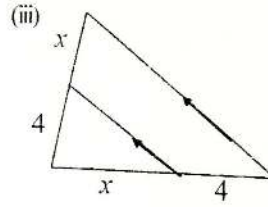
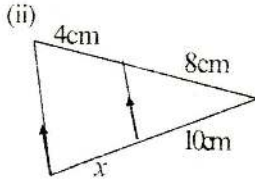
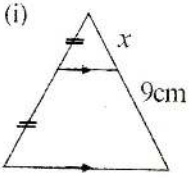
$$\frac{5}{10} = \frac{6}{a}$$

$$5a = 60$$

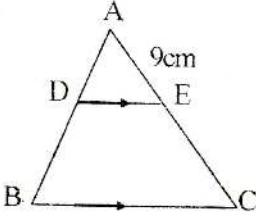
$$a = \frac{60}{5}$$

$$a = 12 \text{ cm}$$

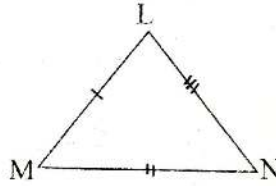
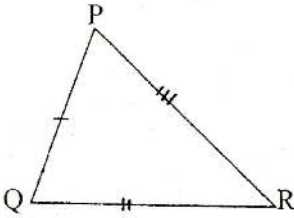
பின்வரும் முக்கோணிகளில் தரவுகளை அவதானித்து x இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.



முக்கோணி ABC யில் $AB = 36$ cm, $AC = 24$ cm, $AE = 9$ cm எனின் AD இன் நீளத்தைக் காண்க.



இயல்பொத்த முக்கோணிகள்

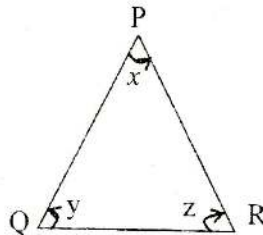
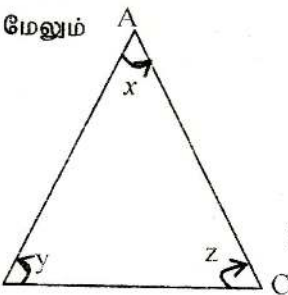


$\Delta PQR, \Delta LMN$ இல்

$$\begin{aligned} \hat{P} &= \hat{L} \\ \hat{Q} &= \hat{M} \\ \hat{R} &= \hat{N} \end{aligned}$$

ஒரு முக்கோணியின் மூன்று கோணங்களும் இன்னொரு முக்கோணியின் மூன்று கோணங்களுக்கும் சமனாயின் இவ்விரு முக்கோணிகளும் இயல்பொத்தவை எனப்படும்.

மேலும்



$\Delta ABC, \Delta PQR$ இல்

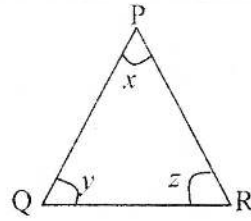
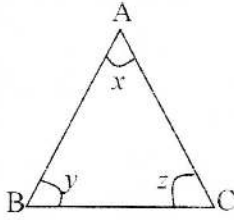
$$\begin{aligned} \hat{A} &= \hat{P} \\ \hat{B} &= \hat{Q} \\ \hat{C} &= \hat{R} \end{aligned}$$

$\therefore \Delta ABC, \Delta PQR$ என்பன

இயல்பொத்தவை

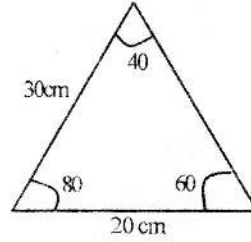
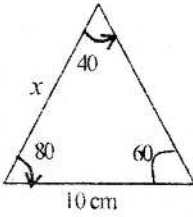
தேற்றம் :-

இயல்பொத்த முக்கோணிகளின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமனானவை.



$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$$

உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள தரவுக்கேற்ப x ன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



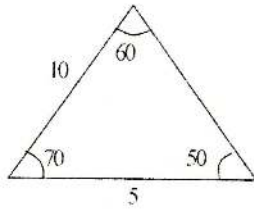
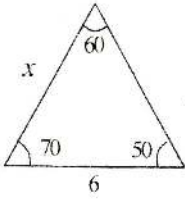
$$\frac{x}{30} = \frac{10}{20}$$

$$x = \frac{10}{20} \times 30$$

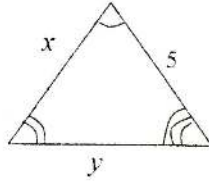
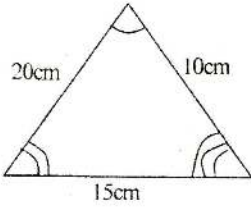
$$x = 15\text{ cm}$$

பின்வரும் முக்கோணிகளில் ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள நீளங்களைக் கணிக்க.

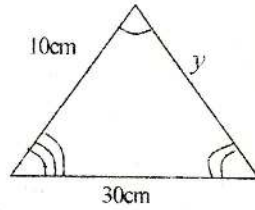
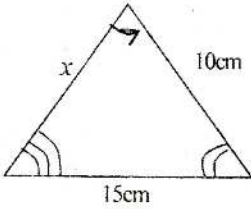
I.



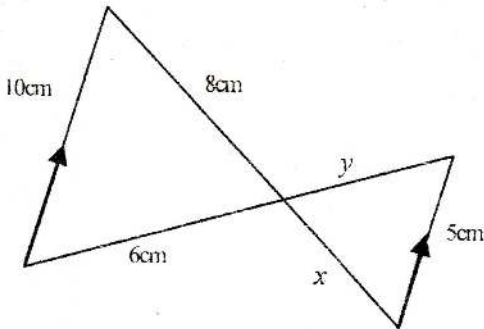
II.



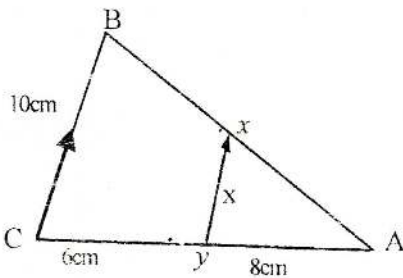
III.



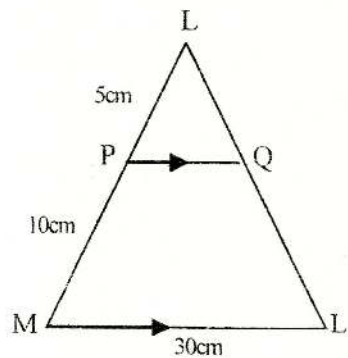
IV.



V.



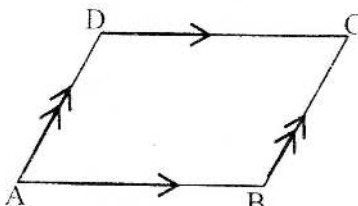
VI.



4.3 இணைகரங்கள்

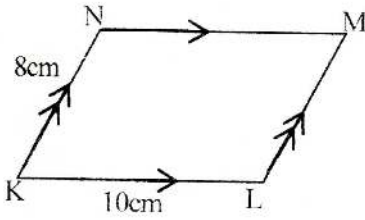
இணைகரம் : எதிர்ப்பக்கங்கள் சமாதரமாக உள்ள நாற்பக்கல் இணைகரம் எனப்படும்.

(1) இணைகரத்தின் எதிர்ப்பக்கங்கள் சமனாகும்.



$AB = CD$
 $AD = BC$

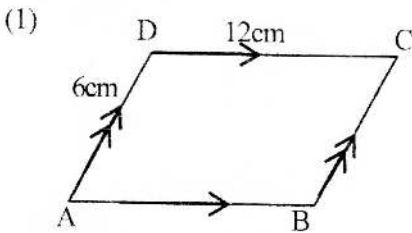
உ-ம்



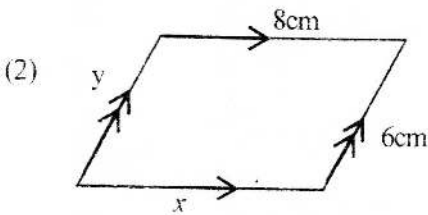
MN, ML ன் நீளத்தைக் காண்க?

MN = 10cm, ML = 8cm

பயிற்சி

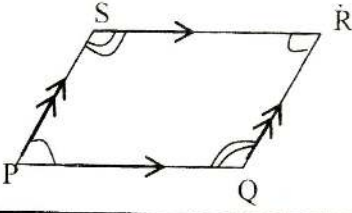


AB, BC ன் நீளத்தைக் காண்க?



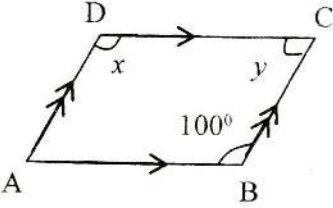
x, y ஐ காண்க?

(2). இணைகரத்தின் எதிர்க்கோணங்கள் சமனாகும்.



$$\begin{aligned} \hat{PQR} &= \hat{PSR} \\ \hat{SPQ} &= \hat{SRQ} \end{aligned}$$

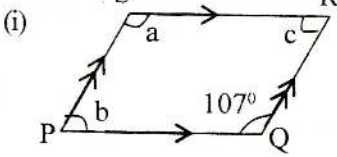
உ-ம்



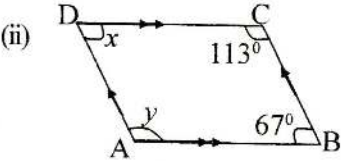
x, y ஐ காண்க?

$$\begin{aligned} x &= 100^\circ, y = 180 - 100 \\ &= 80^\circ \end{aligned}$$

பயிற்சி

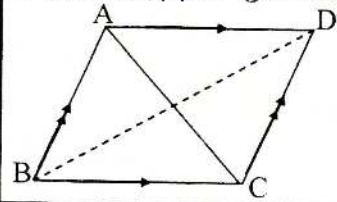


a, b, c ஐ காண்க?



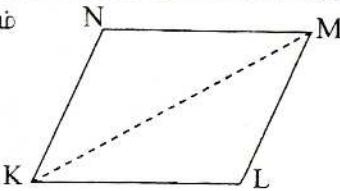
x, y ஐ காண்க?

3. இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் அதன் பரப்பளவை இருசம கூறிடும்.



ΔABC இன் பரப்பளவு = ΔACD ன் பரப்பளவு
 ΔABD இன் பரப்பளவு = ΔBCD ன் பரப்பளவு

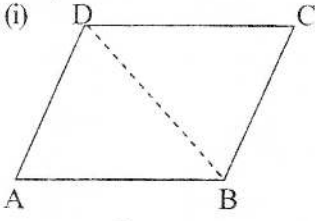
உ-ம்



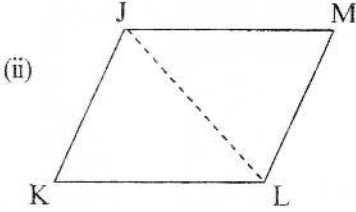
இணைகரம் KLMN இன் பரப்பளவு 80 cm^2 எனின் முக்கோணி KMN இன் பரப்பளவைக் காண்க?

$$\Delta KMN \text{ இன் பரப்பளவு} = \frac{80}{2} = 40 \text{ cm}^2$$

பயிற்சி

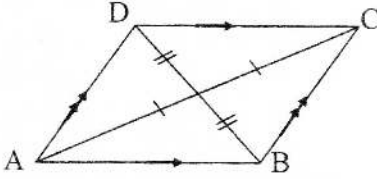


இணைகரம் ABCD இன் பரப்பளவு 45 cm^2 எனின் முக்கோணி ABD இன் பரப்பளவைக் காண்க?



முக்கோணி JKL இன் பரப்பளவு 45 cm^2 எனின் இணைகரம் JKLM இன் பரப்பளவைக் காண்க?

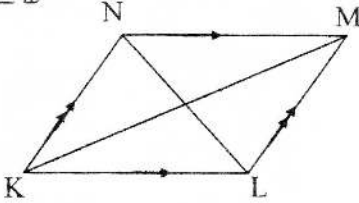
4. இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசம கூறிடும்



$$AO = OC$$

$$BO = OD$$

உ-ம்

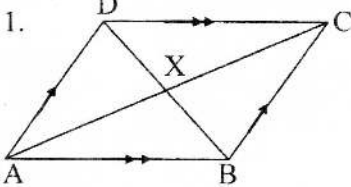


$KM = 16 \text{ cm}$, $LN = 12 \text{ cm}$ எனின் LO , KO இன் நீளங்களைக் கணிக்க.

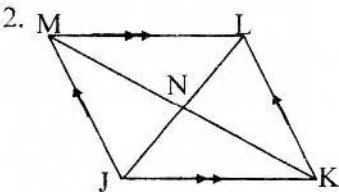
$$KO = \frac{16}{2} = 8 \text{ cm}$$

$$LO = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$$

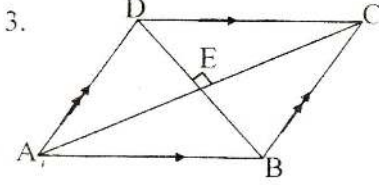
பயிற்சி



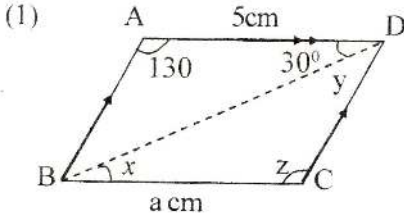
$AC = 18 \text{ cm}$, $BD = 10 \text{ cm}$ எனின் AX , XB இன் நீளங்களைக் காண்க?



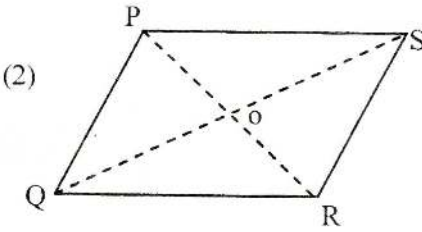
$JN = 4 \text{ cm}$, $KN = 13 \text{ cm}$ எனின் KM , JL இன் நீளங்களைக் காண்க?



$AC = 12\text{cm}$, $BD = 16\text{cm}$ எனின்
 E இன் நீளங்களைக் காண்க?



தரப்பட்டுள்ள இணைகரம் ABCD இல்
 a , x , y , z என்பவற்றைக் காண்க.

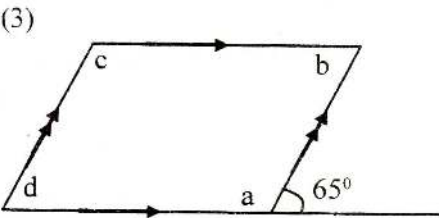


I. ΔPOS இன் பரப்பளவு 40 cm^2 எனில்
 இணைகரம் PQRS இன் பரப்பளவு யாது?

II. $\hat{PQR} = 50^\circ$ எனின் \hat{QPS} , \hat{PSR} இன்
 பெறுமானங்களைக் காண்க?

III. OP, OR என்பவற்றிற்கிடையிலான தொடர்பை
 தருக?

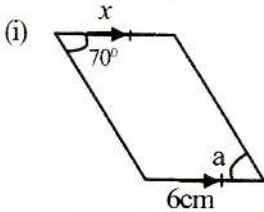
IV. \hat{SPR} , \hat{PQR} என்பவற்றிற்கிடையிலான
 தொடர்பை காரணத்துடன் கூறுக?



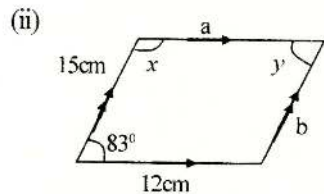
உருவின் தரவுகளுக்கேற்ப a , b , c , d
 என்பவற்றை காண்க?

பயிற்சி

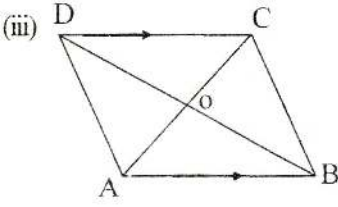
வினாக்களுக்கு விடை தருக?



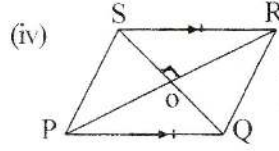
$x = \dots\dots\dots$, $a = \dots\dots\dots$



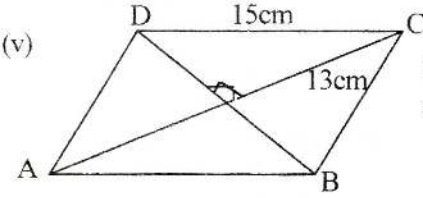
$x = \dots\dots\dots$, $y = \dots\dots\dots$
 $a = \dots\dots\dots$, $b = \dots\dots\dots$



BD = 12cm.
AC = 18 cm எனின்
BO, CO இன் நீளத்தைக்
காண்க?



PR = 16cm, SQ = 12cm எனின்
SR இன் நீளம் யாது?



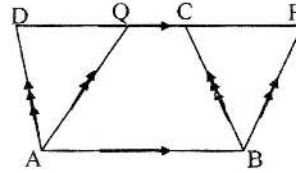
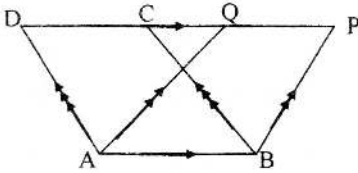
BD இன் நீளத்தைக்
காண்க?

2) இணைகரம் ABCD யினுள்ளே x என்பது யாதேனும் ஒரு புள்ளியாகும். XC இன் நடுப்புள்ளி L. BL = LY ஆகுமாறு BL, Y இற்கு நீட்டப்படுகிறது. XD, AY என்பன ஒன்றையொன்று M இல் வெட்டுகின்றன.

- BXYC ஓர் இணைகரம் எனவும்
- XD யின் நடுப்புள்ளி M எனவும் நிறுவுக.

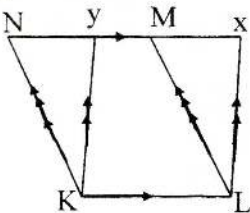
சமாந்தரக் கோடுகளுக்கு இடையில் உள்ள தளவுருக்களின் பரப்பளவு

1) ஒரே அடியிலும் ஒரே இரு சமாந்தர நேர்கோடுகளுக்கு இடையிலும் அமைந்துள்ள இணைகரங்கள் பரப்பளவில் சமனானவை ஆகும்.



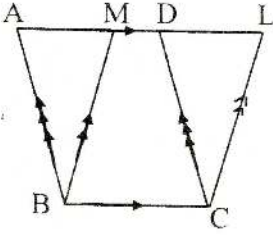
இணைகரம் ABPQ = இணைகரம் ABCD

உ-ம்



இணைகரம் KLXY பரப்பளவு 80 cm^2 எனின்
இணைகரம் KLMN பரப்பளவு யாது?
 80 cm^2 (இணை KLXY ன் பரப்பு = இன் KLMN பரப்பு)

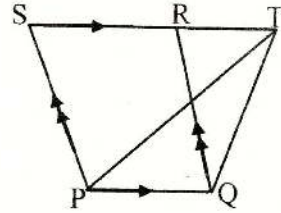
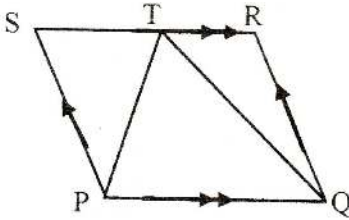
பயிற்சி



இணைகரம் ABCD பரப்பளவு 45 cm^2 எனின்
இணைகரம் BCLMன் பரப்பளவு யாது?

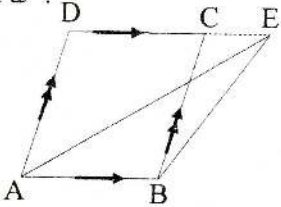
2)

ஒரே அடியிலும் ஒரே இரு சமந்ர கோடுகளுக்கிடையிலும் ஒரு முக்கோணியும் ஓர் இணைகரமும் அமைந்திருப்பின் அம்முக்கோணியின் பரப்பளவு இணைகரத்தின் பரப்பளவின் அரைமடங்காகும்.



ΔPQT ன் பரப்பளவு = $\frac{1}{2}$ இணைகரம் PQRSன் பரப்பளவு

உ-ம் :

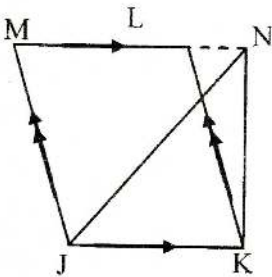


இணைகரம் ABCD ன் பரப்பளவு 60 cm^2 எனின்
முக்கோணி ABE ன் பரப்பளவு யாது?

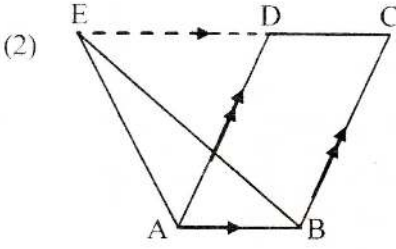
$$\begin{aligned} \text{ABEன் பரப்பளவு} &= \frac{1}{2} \text{ இணைகரம் ABCDன் பரப்பு} \\ &= \frac{1}{2} \times 60 \\ &= 30 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

பயிற்சி

(1)

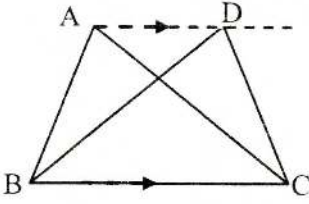


இணைகரம் JKLM ன் பரப்பளவு 120 cm^2 எனின்
முக்கோணி JKN ன் பரப்பளவு யாது?



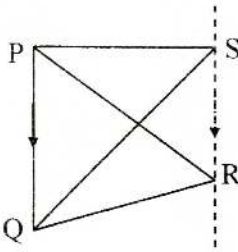
முக்கோணி ABE ன் பரப்பளவு 45cm^2 எனின் இணைகரம் ABCD ன் பரப்பளவைக் காண்க?

3) ஒரே அடியிலும் ஒரே இரு சமாந்தர நேர்கோடுகளுக்கு இடையிலும் அமைந்துள்ள முக்கோணிகள் பரப்பளவில் சமனாகும்.



முக்கோணி ABC ன் பரப்பளவு = ABCD ன் பரப்பளவு

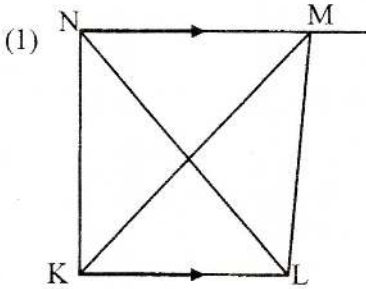
உ-ம்



முக்கோணி ΔPQR ன் பரப்பளவு 30cm^2 எனின் முக்கோணி PQS ன் பரப்பளவு யாது?

முக்கோணி PQS ன் பரப்பளவு = முக்கோணி PQR ன் பரப்பளவு = 30cm^2

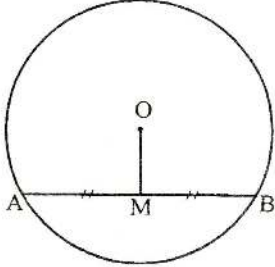
பயிற்சி



முக்கோணி KLM ன் பரப்பளவு 25cm^2 எனின் முக்கோணி KLN ன் பரப்பளவைக் காண்க?

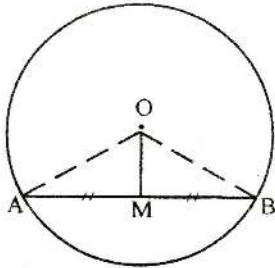
4.4 வட்டம்

தேற்றம் : வட்டமொன்றின் நாணின் நடுப்புள்ளியை மையத்துடன் இணைக்கும் கோடு அந்நாணிற்சுச் செங்குத்தாகும்.



$AM = MB$ எனின்
 $AB \perp OM$ ஆகும்.

$AB \perp OM$ எனக் காட்டுவோம்.



ΔAOM , ΔBOM என்பவற்றில்

$OA = OB$ (வட்டத்தின் ஆரை)

OM (பொதுப்பக்கம்)

$AM = MB$ (AB யின் நடுப்புள்ளி)

$\therefore \Delta \hat{A}OM \equiv \Delta \hat{B}OM$ (ப.ப.ப)

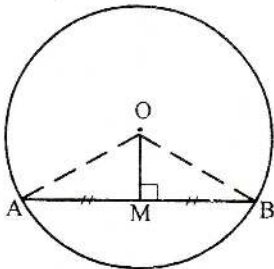
$\therefore \hat{O}MA = \hat{O}MB$

ஆனால் $\hat{O}MA + \hat{O}MB = 180^\circ$

$2\hat{O}MA = 180^\circ$

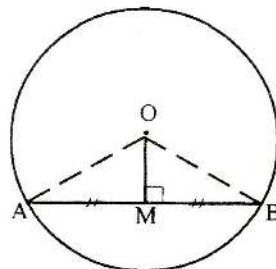
$\therefore \hat{O}MA = 90^\circ \therefore AB \perp OM$

தேற்றம் : வட்டமொன்றின் மையத்திலிருந்து நாணிற்சு வரையப்படும் செங்குத்து அந்நாணை இருசம கூறிடும்.



$OM \perp AB$ எனின்

$OM = AB$



$AB \perp OM$ எனக் காட்டுவோம்.

ΔAOM , ΔBOM என்பவற்றில்

$OA = OB$ (ஆரை)

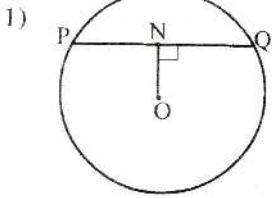
$OM = OM$ (பொது)

$\hat{O}MA = \hat{O}MB = 90^\circ$ ($AB \perp OM$)

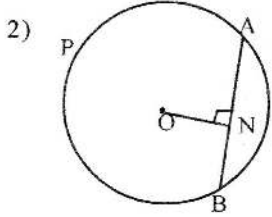
$\therefore \Delta OAM \equiv \Delta OBM$ (செ.ப.ப)

$\therefore AM = MB$

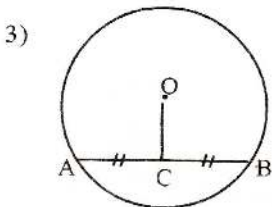
பயிற்சி 1



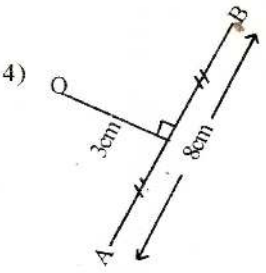
O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் நாண் $PQ = 12\text{cm}$ எனின் PN இன் நீளம் யாது?



வட்ட மையம் O $AN = 4\text{cm}$ எனின் AB இன் நீளம் யாது?



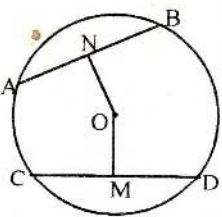
மையம் O, $AC = CB$ எனின் \hat{OCB} யின் மருமன் யாது?



Oவை மையமாகவும் A, B யினூடாகச் செல்வதுமான வட்டத்தின் ஆரையின் நீளம் யாது?

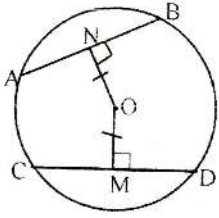
5) 20cm விட்டமுள்ள வட்டமொன்றில் 12cm நீளமுள்ள நானொன்று உண்டு. மையத்திலிருந்து அந்நாணின் தூரம் என்ன?

தேற்றம்:- ஒரு வட்டத்தின் சமநீளமுடைய நாண்கள் அவ்வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து சமதூரத்தில் இருக்கும்.



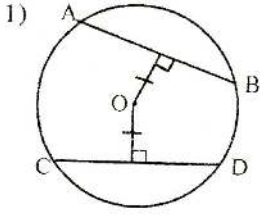
O வட்டத்தின் மையம்
 $AB = CD$ எனின் ($ON \perp AB$, $OM \perp CD$)
 $ON = OM$ ஆகும்.

தேற்றம்:- ஒரு வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து சமதூரத்திலுள்ள நாண்கள் சமநீளமானவை.

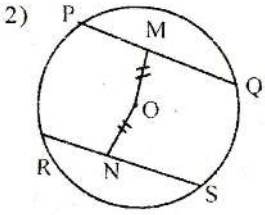


$ON = OM$ எனின்
 $AB = CD$ ஆகும்.

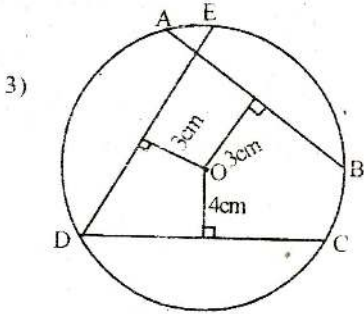
பயிற்சி 2



வட்ட மையம் O ஆகும். $AB = 8\text{cm}$ எனின் CD யின் நீளம் யாது?

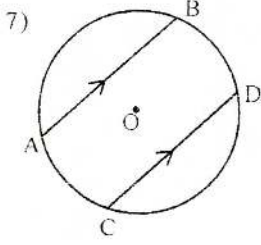


O வட்ட மையம் $OM = ON$ ஆகும். $PM = 6\text{cm}$ எனின் RS இன் நீளம் யாது?

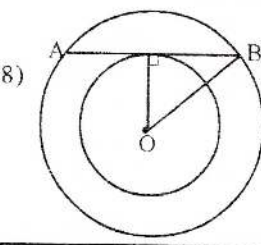


உருவில் சமமான இரு நாண்களைப் பெயரிடுக.

- 4) வட்டமொன்றில் மையத்திலிருந்து 3cm தூரத்திலுள்ள நாணின் நீளம் 8cm எனின் மையத்திலிருந்து 4cm தூரத்திலுள்ள நாணின் நீளம் என்ன?
- 5) 5cm ஆரையுள்ள வட்டமொன்றில் 6cm , 8cm நீளமுள்ள இரு சமாந்தர நாண்கள் உள்ளன. அவற்றின் இடைத்தூரம் என்ன?
- 6) A, B என்பவற்றை மையங்களாகக் கொண்டதும் 5cm ஆரை உடையதுமான இருவட்டங்கள் P, Q-வில் இடைவெட்டுகின்றன. PQ-வின் நீளம் 8cm எனின் AB-யின் நீளம் யாது?

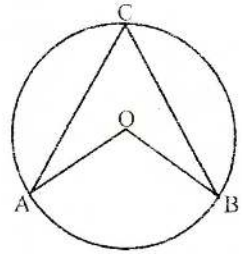


O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் AB, CD என்பன இரு சமாந்தர நாண்கள்வட்டத்தின் ஆரை 13cm, AB = 24cm, ABஇற்கும் CDஇற்கும் இடைப்பட்ட தூரம் 17cm எனின் CDயின் நீளம் என்ன?

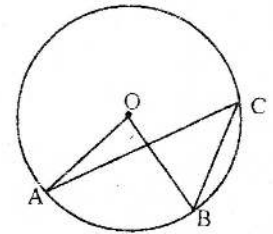


ஒரு மையவட்டங்கள் இரண்டின் மையம் O AB யின் நீளம் 16cm, OByின் நீளம் 10cm எனின் சிறிய வட்டத்தின் ஆரையாது?

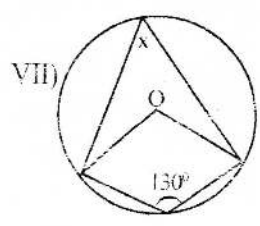
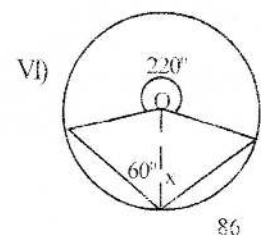
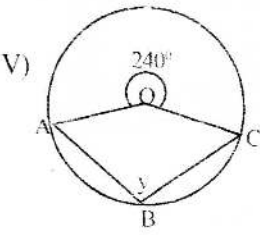
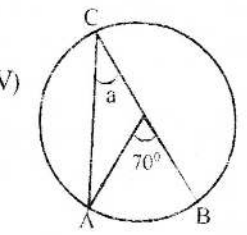
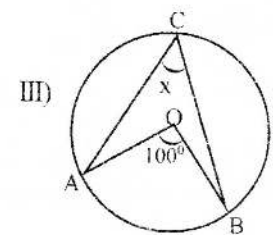
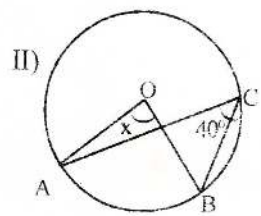
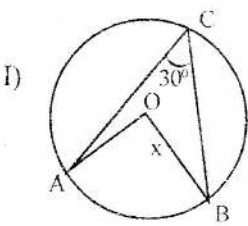
தேற்றம்:- ஒரு வட்டத்தின் வில் ஒன்றினால் மையத்தில் எதிரமைக்கும் கோணம் பரிதியில் எஞ்சிய பகுதியில் எதிரமைக்கும் கோணத்தின் இருமடங்காகும்.



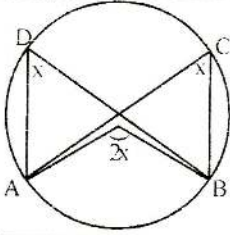
வட்டத்தின் மையம் O
 $\hat{AOB} = 2\hat{ACB}$



பயிற்சி 3 பின்வரும் உருக்களில் ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பட்ட கோணத்தின் பெறுமானம் காண்க..

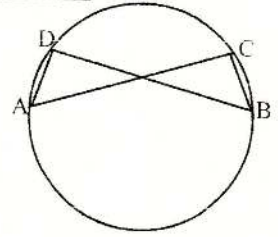


தேற்றம்:- ஒரு வட்டத்தின் ஒரே துண்டக் கோணங்கள் சமனாகும்.

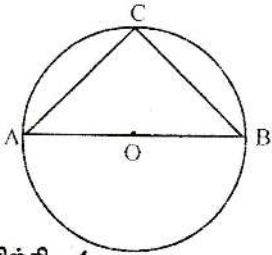


$$\hat{A}DB = \hat{A}CB$$

$$\hat{D}AC = \hat{C}BD$$



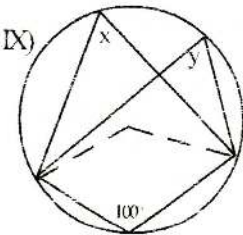
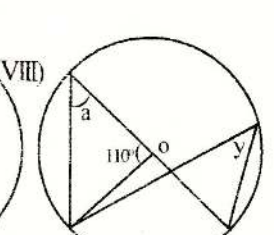
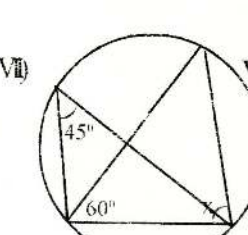
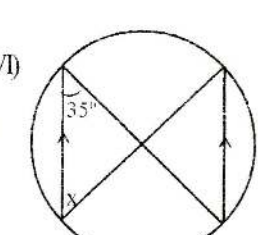
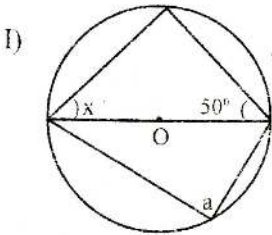
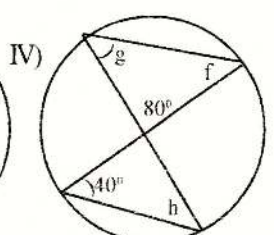
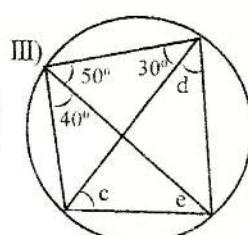
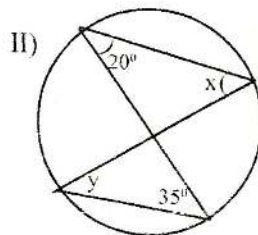
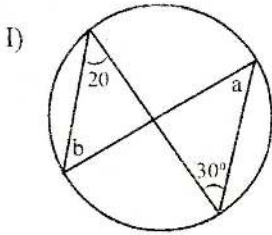
தேற்றம்:- ஓர் அரைவட்டக் கோணம் செங்கோணமாகும்.



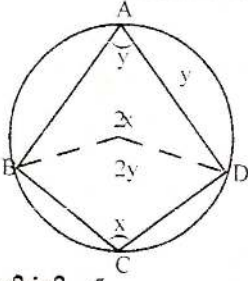
AB விட்டமெனில்
 $\hat{A}CB = 90^\circ$ ஆகும்.

பயிற்சி 4

பின்வரும் உருக்களில் ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பட்ட கோணங்களின் பெறுமானங்கள் எழுதுக.



தேற்றம்:- ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் எதிர்க்கோணங்கள் மிகை நிரப்பிகளாகும்.

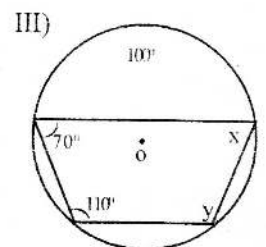
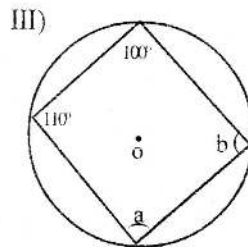
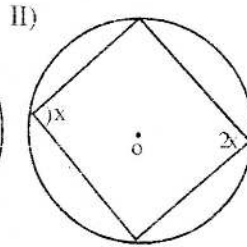
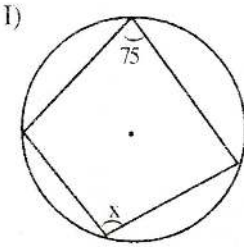


$$\hat{B}AD + \hat{B}CD = 180^\circ$$

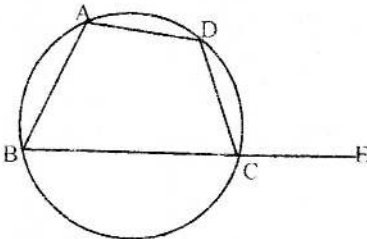
$$\hat{A}BC + \hat{A}DC = 180^\circ$$

பயிற்சி 5

ஆங்கில எழுத்துக்களால் காட்டப்பட்ட கோணங்களை கணிக்க.



தேற்றம்:- ஒரு வட்ட நாற்பக்கலின் ஒரு பக்கத்தை நீட்டும் போது உண்டாகும் புறக்கோணம் அதன் அகத்தெதிர்க்கோணத்திற்கு சமனாகும்.



$$\hat{D}CE = \hat{B}AD \text{ ஆகும்.}$$

$\hat{D}CE = \hat{B}AD$ எனக் காட்டுவோம்.

$$\hat{B}CD + \hat{DCE} = 180^\circ \text{ (BE நேர்கோடு)}$$

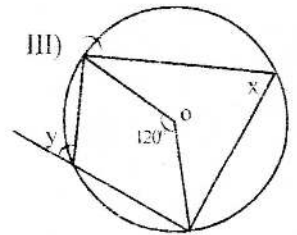
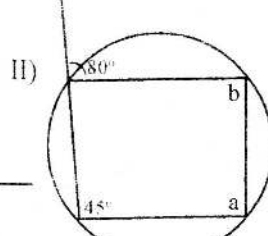
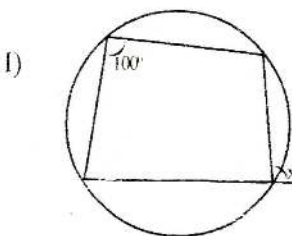
$$\hat{B}CD + \hat{B}AD = 180^\circ \text{ (வட்ட நாற்பக்கல்)}$$

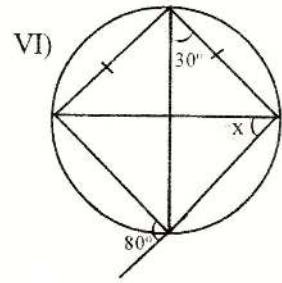
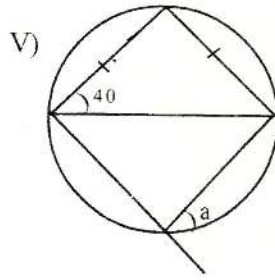
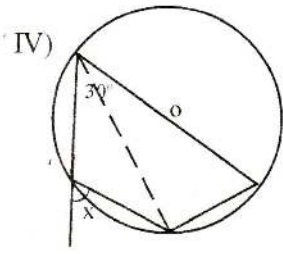
$$\hat{B}CD + \hat{DCE} = \hat{B}AD + \hat{B}CD$$

$$\therefore \hat{D}CE = \hat{B}AD$$

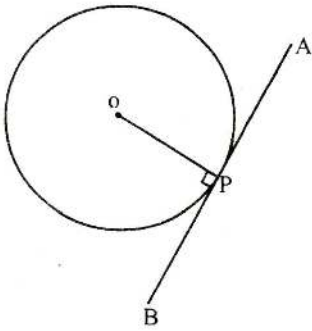
பயிற்சி 6

தரப்பட்ட உருக்களில் ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பெறுமானம் காண்க.





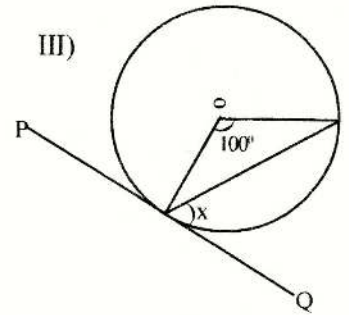
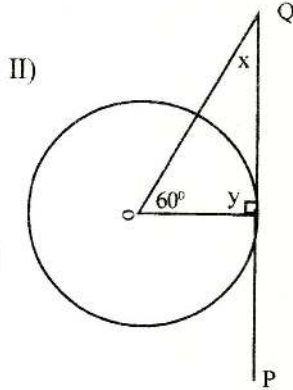
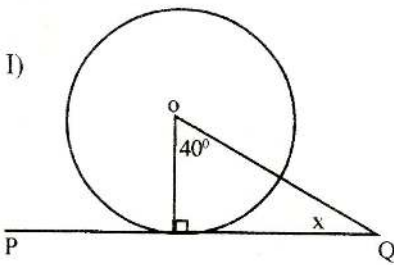
தொடலி



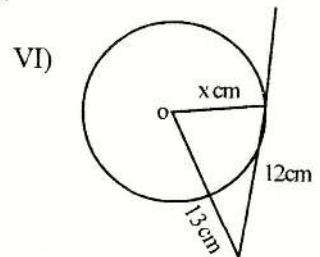
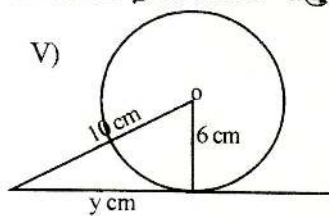
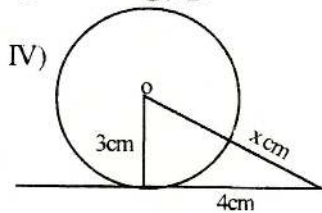
தொடலியானது, தொடுபுள்ளியையும் மையத்தையும் இணைக்கும் கோட்டிற்கு செங்குத்தாகும்.
 $OP \perp AB$

பயிற்சி 7

ஆங்கில எழுத்துக்களால் காட்டப்பட்ட கோணங்களைக் கணிக்க.

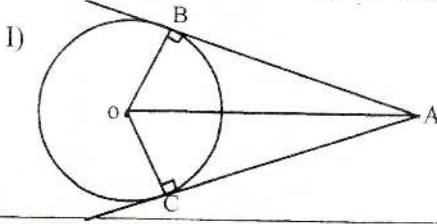


ஆங்கில எழுத்துக்களால் காட்டப்பட்ட நீளங்களை எழுதுக.



தேற்றம்:- வெளிப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு இரு தொடலிகள் வரையப்பட்டால்.

1. தொடலிகள் இரண்டும் நீளத்தில் சமனாகும்.
2. தொடலிகள் வட்டத்தின் மையத்தில் எதிரமைக்கும் கோணங்கள் சமனாகும்.
3. வெளிப்புள்ளியையும் மையத்தையும் இணைக்கும் கோடு தொடலிகள் இரண்டிற்கும் இடையிலுள்ள கோணத்தை இருசம கூறிடும்.



1. $AB = AC$
2. $\hat{A}OB = \hat{A}OC$
3. $\hat{O}AB = \hat{O}AC$ எனக் காட்டுவோம்.

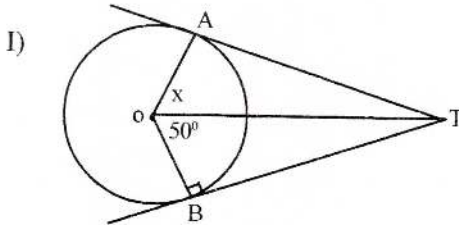
செங்கோண முக்கோணிகள் OBA, OCA ல்

$$OB = OC \text{ (ஆரைகள்)}$$

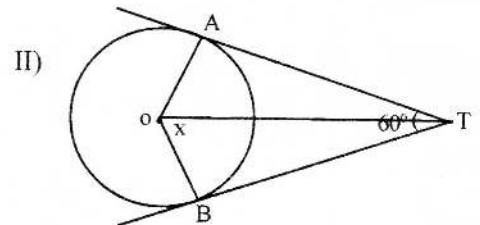
$$OA = OA \text{ (பொது)}$$

$$\therefore \Delta OBA \equiv \Delta OCA \text{ (செ.ப.ப)}$$

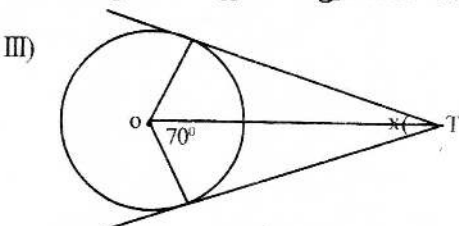
$$\therefore AB = AC, \hat{A}OB = \hat{A}OC, \hat{O}AB = \hat{O}AC$$



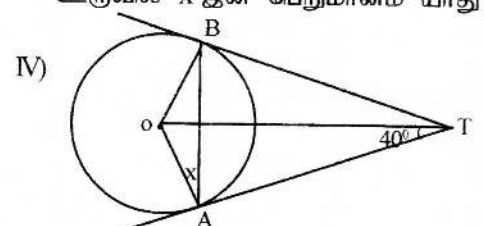
உருவில் x இன் பெறுமானம் யாது



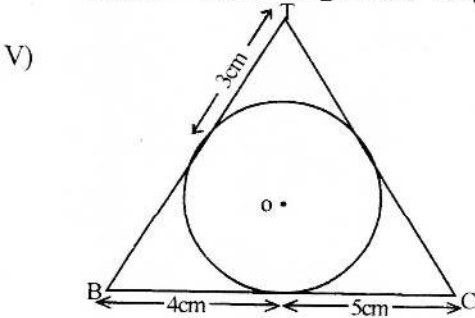
உருவில் x இன் பெறுமானம் யாது



உருவில் x இன் பெறுமானம் யாது



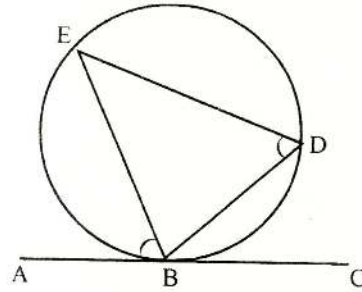
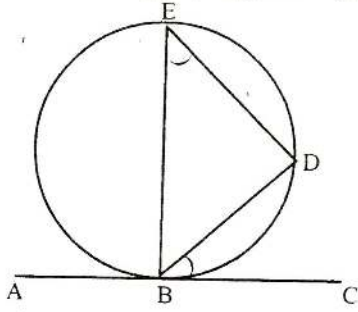
உருவில் x இன் பெறுமானம் யாது



AB, BC, CA என்பன O வை மையமாகவுடைய வட்டத்தைத் தொட்டுச் செல்கின்றன. AB, BC, CA யின் நீளம் யாது?

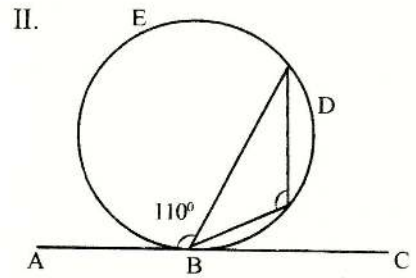
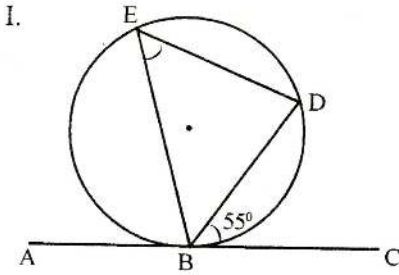
ஒன்றுவிட்ட துண்டக் கோணம்

வட்டத்தின் தொடலிக்கும் தொடுபுள்ளியில் உள்ள நாணுக்கும் இடையிலுள்ள கோணமானது ஒன்றுவிட்ட துண்டக் கோணத்திற்குச் சமனாகும்.



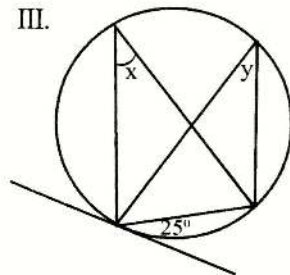
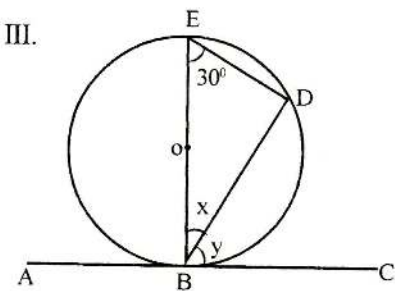
$\hat{B}E D = \hat{C}B D$ ஒன்றுவிட்ட துண்டக்கோணம் $\hat{A}B E = \hat{B}D E$ ஒன்றுவிட்ட துண்டக்கோணம்

பயிற்சி 9



$\hat{B}E D$ இன் பெறுமானம் யாது

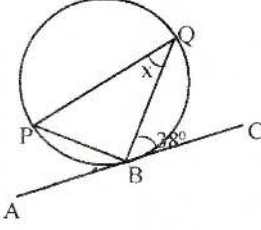
$\hat{B}D E$ இன் பெறுமானம் யாது?



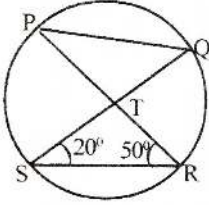
உருவில் x, y இன் பெறுமானம் காண்க.

x, y இன் பெறுமானம் யாது?

- V) PQ ஒரு விட்டமாக உள்ள ஒரு வட்டத்திற்கு வரையப்பட்டுள்ள தொடலி AC ஆனது வட்டத்தை Bயில் தொடுகின்றது. $\hat{QBC} = 38^\circ$ ஆகும். x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



- VI. தரப்பட்டுள்ள வட்டத்தின் நாண்கள் PR உம் SQவும் T இல் இடைவெட்டுகின்றன. $\hat{PRS} = 50^\circ$ உம் $\hat{QSR} = 20^\circ$ உம் ஆகும்.



- i) முக்கோணி PQT இல் மூன்று கோணங்களினதும் பருமன்களைக் காண்க.
- ii) முக்கோணி PQT உம் முக்கோணி SRT உம் இயல்பொத்தவை எனக் காட்டுவதற்கான காரணங்களைத் தருக.

4.4 வட்டம் விடைகள்

பயிற்சி :- 1

- 1) 6cm 2) 8cm 3) 90° 4) 5cm 5) 8cm

பயிற்சி :- 2

- 1) 8cm 2) 12cm 3) AB, DE 4) 6cm 5) 7cm
6) 6cm 7) 10cm 8) 6cm

பயிற்சி :- 3

- I) 60° II) 80° III) 50° IV) 35° V) 120° VI) 50°

பயிற்சி :- 4

- I) $a = 20^\circ$, $b = 30^\circ$ II) $x = 35^\circ$, $y = 20^\circ$ III) $C = 50$, $d = 40$, $e = 30$
IV) $g = 40^\circ$, $f = 60^\circ$, $h = 60^\circ$ V) $a = 90^\circ$ $x = 40^\circ$ VI) $x = 35^\circ$
VII) $x = 35^\circ$ VII) $a = 35^\circ$, $y = 35^\circ$ IX) $x = 80^\circ$, $y = 80^\circ$

பயிற்சி :- 5

- I) 105° II) 60° 120° III) $a = 80^\circ$ $b = 70^\circ$
IV) $x = 70^\circ$ $y = 110^\circ$

பயிற்சி :- 6

- I) $x = 100^\circ$ II) $a = 80^\circ$ $b = 135^\circ$ III) $x = 60^\circ$ $y = 60^\circ$
IV) $x = 60^\circ$ V) $a = 100^\circ$ VI) $x = 50^\circ$

பயிற்சி :- 7

- I) $x = 50^\circ$ II) $x = 30^\circ$, $y = 60^\circ$ III) $x = 50^\circ$ IV) 5cm
V) 8cm VI) 5cm

பயிற்சி :- 8

- I) 50° II) $x = 60^\circ$ III) $x = 40^\circ$ IV) $x = 40^\circ$
V) $AB = 7cm$ $BC = 9cm$ $CA = 8cm$

பயிற்சி :- 9

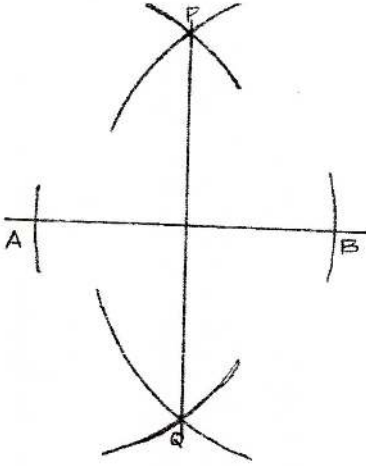
- I) $\hat{BED} = 55^\circ$ II) $\hat{BDE} = 110^\circ$ III) $y = 30^\circ$ $x = 60^\circ$
IV) $y = 25^\circ$ $x = 25^\circ$ V) $x = 52^\circ$ VI) $\hat{PQT} = 20^\circ$ $\hat{QPT} = 50$ $\hat{PTQ} = 110^\circ$

மூன்று கோணங்களும் சமனாகும்.

4.5 கேத்திரகணித அமைப்புக்கள்

1. அடிப்படை அமைப்புக்கள்

தரப்பட்ட நேர்கோடு ஒன்றின் இருசமவெட்டி செங்குத்து அமைத்தல்.



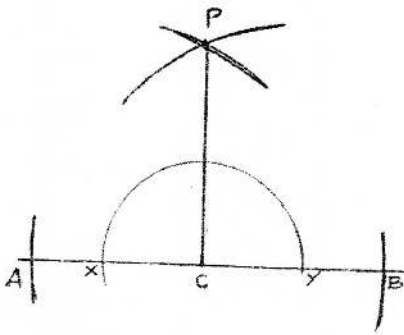
படிமுறைகள்

- புள்ளி A,B களில் இருந்து AB இன் அரைவாசியிலும் கூடிய அளவொன்றை கவராயத்தில் தெரிவு செய்து வெட்டுவதன் மூலம் புள்ளி P ஐ பெறுக.
- இவ்வாறு தெரிவு செய்யப்பட்ட அதே அளவைக் கொண்டு AB இன் மறுபுறத்தில் A,B களில் இருந்து விற்களை வெட்டுவதன் மூலம் Q ஐப் பெறுக.

.....
 • கோடு PQ ஆனது கோடு AB இன்
 • இருசம வெட்டிச் செங்குத்து ஆகும்.
 •

குறிப்பு:- இரு புள்ளிகளில் இருந்து சமதூரத்தே அசையும் புள்ளிகளின் ஒழுக்கானது அவ் இரு புள்ளிகளையும் இணைக்கும் நேர்கோட்டின் செங்குத்து இரு கூறாக்கி ஆகும்.

1.2 தரப்பட்ட நேர்கோட்டில் உள்ள புள்ளி ஒன்றில் அந்நேர்கோட்டிற்குச் செங்குத்து அமைத்தல்.

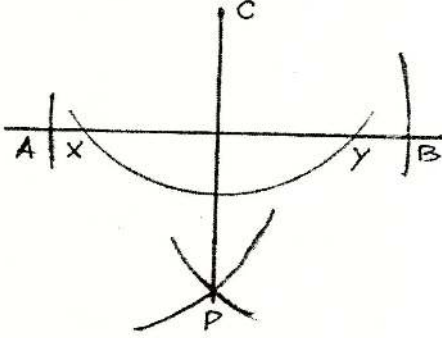


படிமுறைகள்

- தரப்பட்ட நேர்கோடு AB இல் C எனும் யாதுமொரு புள்ளியைக் குறிக்க.
- C ஐ மையமாகக் கொண்டு கோடு AB இல் அரைவட்டம் ஒன்றை அமைக்க.
- அவ் அரைவட்டம் கோடு AB ஐ வெட்டும் இடங்களை x,y எனப் பெயரிடுக.
- கவராயத்தில் பொருத்தமான அளவு ஒன்றைத் தெரிவு செய்து x,y களில் இருந்து விற்களை வெட்டுவதன் மூலம் P ஐ பெறுக.

.....
 • கோடு PC ஆனது கோடு AB க்கான
 • செங்குத்து ஆகும்.
 •

1.3 தரப்பட்ட நேர்கோட்டுக்கு வெளியேயுள்ள புள்ளி ஒன்றில் இருந்து அந்நேர்கோட்டுக்கு செங்குத்து அமைத்தல்



படிமுறைகள்

- தரப்பட்ட கோட்டுக்கு வெளியே C எனும் யாதுமொரு புள்ளியைக் குறிக்க.
- படத்தில் காட்டியவாறு கவராயத்தில் பொருத்தமான அளவு ஒன்றைத் தெரிவு செய்து C ஐ மையமாகக் கொண்டு வில்லொன்றை வரைக. அது கோடு AB ஐ வெட்டும் இடங்களை x,y எனப் பெயரிடுக.
- கவராயத்தில் யாதுமொரு அளவைத் தெரிவு செய்து விற்களை வெட்டுவதன் மூலம் P ஐ பெறுக.

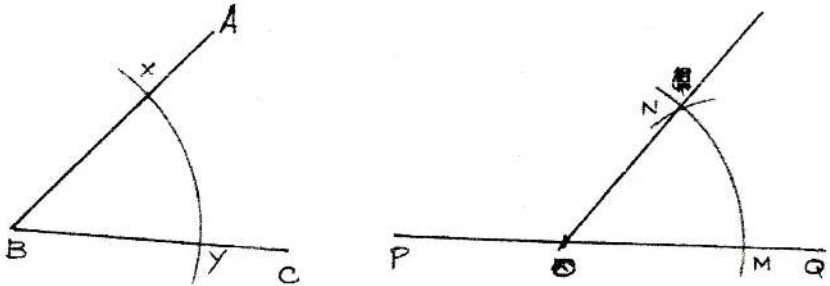
.....
 • கோடு PC ஆனது கோடு AB க்கான
 • செங்குத்து ஆகும்.
 •

பயிற்சி

- AB = 8cm ஆகமாறு நேர்கோட்டுத்துண்டம் AB ஐ அமைக்க.
 - கோடு AB இன் இருசம வெட்டிச் செங்குத்தை அமைக்க.
- AB = 7cm ஆகமாறு நேர்கோட்டுத்துண்டம் ஒன்றை அமைக்க.
 - A,B எனும் புள்ளிகளில் இருந்து சமதூரத்தே அசையும் புள்ளிகளின் ஒழுக்கை அமைக்க.
- யாதுமொரு முக்கோணி ஒன்றை வரைந்து அதற்கு ABC எனப் பெயரிடுக.
 - ஒவ்வொரு பக்கங்களினதும் இருசமவெட்டிச் செங்குத்துகளை அமைக்க.
- AB = 8cm ஆகவுள்ள நேர்கோடு AB ஐ அமைக்க.
 - AX = 5cm ஆகமாறு AB இல் புள்ளி X ஐக் குறிக்க.
 - புள்ளி X இல் AB இற்கு செங்குத்து ஒன்றை அமைக்க.
- AB = 8cm ஆகமாறு கோடு AB ஐ அமைக்க.
 - கோடு AB க்கு வெளியே யாதுமொரு புள்ளி X ஐக் குறிக்க.
 - X இல் இருந்து கோடு AB க்கு செங்குத்து ஒன்றை அமைக்க.

1.4 பாகைமானியின் உதவி இல்லாமல் தரப்பட்ட கோணமொன்றுக்கு சமனான கோணமொன்றை அமைத்தல்.

தரப்பட்ட கோணம்

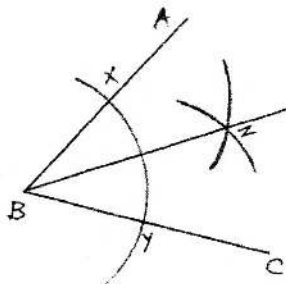


படிமுறைகள்

- படத்திற் காட்டியவாறு கவராயத்தில் பொருத்தமான அளவொன்றை தெரிவுசெய்து Bஐ மையமாகக் கொண்டு வில்லொன்றை வரைக. கோடுகளை AB, BCஐ வெட்டும் புள்ளிகள் x,y என்க.
- இவ் அளவை மாற்றாமல் Oஐ மையமாகக் கொண்டு கோடு PQஇல் வில்லொன்றை வெட்டுக. அது PQஐ வெட்டும் புள்ளியை M என்க.
- கவராயத்தில் xy இன் அளவை எடுத்து புள்ளி Mஐ மையமாகக் கொண்டு வில்லில் வெட்டுக. அது அவ்வில்லை வெட்டும் புள்ளியை N என்க.
- ON ஐ இணைக்க.

.....
 : கோணம் \hat{ABC} க்கு சமமான கோணம் \hat{NOM} பெறப்படும். :

1.5 பாகைமானியின் உதவி இல்லாமல் தரப்பட்ட கோணம் ஒன்றை இருசம கூறிடுதல்.



படிமுறைகள்

- கவராயத்தில் ஒரு அளவை எடுத்து Bஐ மையமாகக் கொண்டு வில்லொன்றை வெட்டுக. அது AB, BC ஐ வெட்டும் இடங்களை x,y என்க.
- கவராயத்தில் ஒரு அளவை எடுத்து x,y களை மையங்களாகக் கொண்டு விற்களை வரைந்து அவை வெட்டும் புள்ளியை z என்க.
- BZ ஐ இணைக்க.

.....
 • கோடு BZ ஆனது கோணம் ABC ஐ இரு சமசூறிடும்.

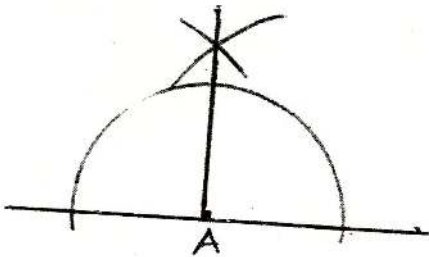
குறிப்பு:- இரு சமாதரமற்ற நேர்கோடுகளில் இருந்து சமதூரத்தில் அசையும் புள்ளிகளின் ஒழுக்கானது அவ் இரு கோடுகளாலும் ஆக்கப்படும் கோண இருகூறாக்கி ஆகும்.

பயிற்சி

- (1) i) விரும்பிய யாதுமொரு கோணம் ஒன்றை வரைக.
 ii) நீர் வரைந்த கோணத்திற்கு சமமான கோணமொன்றை ஒரு நேர்கோட்டிலுள்ள புள்ளி ஒன்றில் அமைக்க.
- (2) i) விரும்பிய யாதுமொரு கோணம் ஒன்றை அமைக்க.
 ii) பாகைமாளியின் உதவியின்றி அக்கோணத்தை இருசமசூறிடிக.
- (3) i) விரும்பிய முக்கோணி ஒன்றை வரைந்து ABC எனப் பெயரிடுக.
 ii) ABC, BAC ஆகிய கோணங்களை இருசமசூறிடிக.
 iii) மேற்படிவினா (ii) இன் கோண இருகூறாக்கிகள் சந்திக்கும் புள்ளியை O எனப் பெயரிடுக.

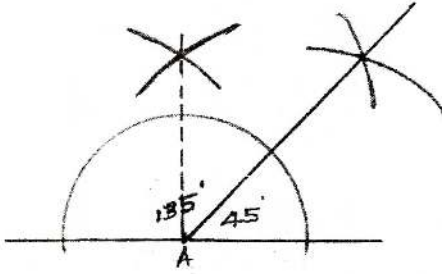
1.6 பாகைமாளியின் உதவியின்றி சில கோணங்களை அமைத்தல்.

- (1) 90° அமைத்தல்



தரப்பட்ட கோட்டிலுள்ள புள்ளி A இற்கு செங்குத்து அமைப்பதன் மூலம் 90° ஐ பெறலாம்.

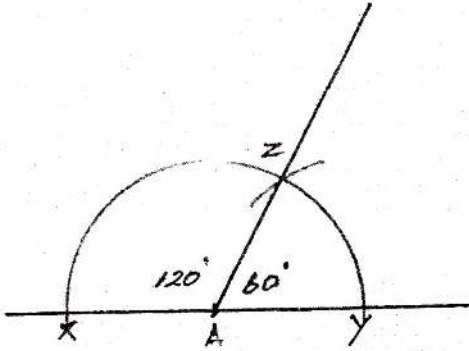
(2) 45° அமைத்தல்



- புள்ளி Aஇல் கோட்டிற்கு செங்குத்து அமைப்பதால் 90° பெறப்படும்.
- 90° கோணத்தை இருசம கூறிடுவதால் 45° பெறப்படும்.

.....
 • 45° க்கு இடப்புறமாக அமையும் கோணம்
 • 135° என்பதை கவனிக்க.

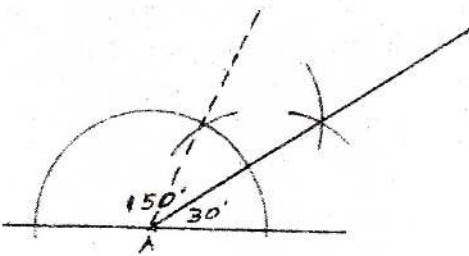
(3) 60° கோணம் அமைத்தல்



- தரப்பட்ட கோட்டிலுள்ள புள்ளி Aஐ மையமாகக் கொண்டு அக் கோட்டுக்கு அரைவட்டவில் ஒன்றை அமைக்க. அதற்கு x,y எனப் பெயரிடுக.
- அரைவட்ட ஆரையை மாற்றாமல் yஐ மையமாகக் கொண்டு வில்லொன்றை வெட்டுக.
- அது அரைவட்டத்தை வெட்டும் இடத்தை Z எனப் பெயரிடுக.
- AZ ஐ இணைக்க.
- $Z\hat{A}Y = 60^\circ$ ஆகும்.

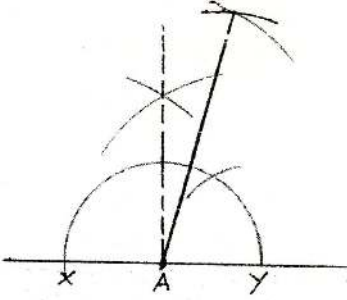
.....
 • 60° இற்கு இடப்புறமாக அமையும் கோணம் 120° என்பதை கவனிக்க.
 • தேவையாயின் இடப்புறம் 60° உம் வலப்புறம் 120° உம் அமைக்கலாம்.

(4) 30° அமைத்தல்



.....
 • 30° க்கு இடப்புறமாக அமையும் கோணம்
 • 150° ஆகும் என்பதை கவனிக்க.

(5) 75° அமைத்தல்



- புள்ளி A இல் கோட்டிற்கு செங்குத்து அமைக்க.
- கோடு AY யுடன் 60° ஐ அமைக்க.
- 30° ஐ சம கூறிடுக.
- $(60^\circ + 15^\circ)$ 75° பெறப்படும்.

75°க்கு இடப்புறமாக அமையும் கோணம் 105° என்பதை கவனிக்க.

பயிற்சி

(1) i) $AB = 7\text{cm}$ ஆகவுள்ள நேர்கோடு ஒன்றை அமைக்க

ii) $\hat{BAC} = 60^\circ$ ஆகுமாறு கோட்டை அமைக்க.

iii) $AB = 6\text{cm}$ ஆகுமாறு புள்ளி C ஐ குறிக்க.

iv) $\triangle ABC$ ஐ பூரணப்படுத்துக.

2) $AB = 8\text{cm}$, $\hat{BAC} = 60^\circ$, $ABC = 45^\circ$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.

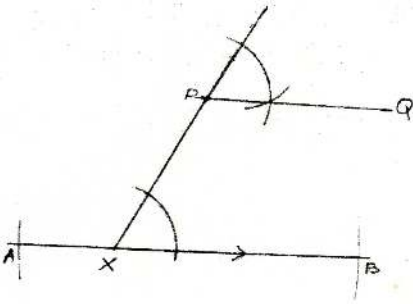
3) $AB = 8\text{cm}$, $\hat{BAC} = 90^\circ$, $AC = 7\text{cm}$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.

4) $AB = 5\text{cm}$, $\hat{ABC} = 120^\circ$, $BC = 14\text{cm}$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.

சமாந்தரக்கோடுகள் அமைத்தல்

1.7 பாகைமாளியின் உதவியின்றி சில கோணங்களை அமைத்தல்.

தரப்பட்ட கோட்டுக்கு வெளியேயுள்ள புள்ளி ஒன்றினூடாக தரப்பட்ட கோட்டுக்கு சமாந்தரம் அமைத்தல்



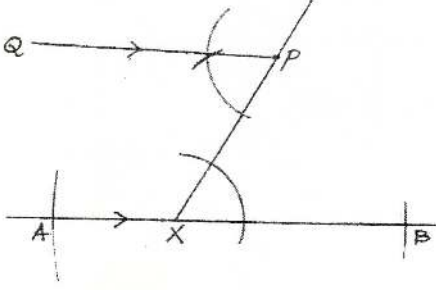
படிமுறைகள்

- கோடு AB யை வரைக.
- தரப்பட்ட கோட்டுக்கு வெளியே உள்ள புள்ளி P இனூடாக யாதுமொரு நேர்கோட்டை வரைந்து அது AB ஐ வெட்டும் புள்ளியை x எனப் பெயரிடுக..
- P இல் \hat{PXB} இற்கு சமமான ஒத்தகோணம் ஒன்றை அமைக்க.

ஒத்தகோணம் சமனாக அமைவதால் $PQ \parallel AB$ ஆகும்.

- ஒன்றுவிட்ட கோணங்களைப் பயன்படுத்தி சமாந்தரக்கோடுகளை அமைத்தல்.

தரப்பட்ட கோட்டுக்கு வெளியேயுள்ள புள்ளி ஒன்றினூடாக தரப்பட்ட கோட்டுக்கு சமாந்தரக் கோடு அமைத்தல்.



படிமுறைகள்

- தரப்பட்ட கோடு ABயை வரைக.
- தரப்பட்ட கோட்டுக்கு வெளியே உள்ள புள்ளி P இனூடாக யாதுமொரு நேர்கோட்டை வரைந்து அது AB ஐ வெட்டும் புள்ளியை X எனப் பெயரிடுக..
- P இல் PXB இற்கு சமமான ஒன்றுவிட்ட கோணம் ஒன்றை அமைக்க.

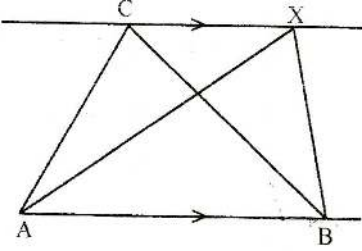
ஒன்றுவிட்ட கோணம் சமனாக
அமைவதால் $PQ \parallel AB$ ஆகும்.

பயிற்சி

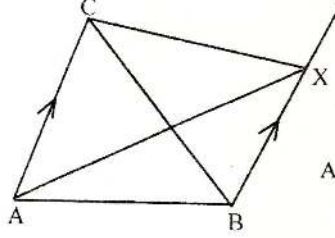
- AB எனும் யாதுமொரு நேர்கோட்டை அமைக்க
 - அக்கோட்டுக்கு புறத்தே X எனும் ஒரு புள்ளியை குறிக்க.
 - X இனூடாக கோடு ABக்கு சமாந்தரக்கோடு ஒன்றை அமைக்க.
- யாதுமொரு முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க
 - AB க்கு சமாந்தரமாக C இனூடாக நேர்கோடு ஒன்றை அமைக்க.
- $AB = 8\text{cm}$ ஆகவுள்ள நேர்கோடு ஒன்றை அமைக்க.
 - $\hat{BAD} = 60^\circ$ ஆகுமாறு புள்ளி A இல் 60° ஐ அமைக்க.
 - $AD = 6\text{cm}$ ஆகுமாறு D ஐ குறிக்க.
 - D இனூடாக கோடு ABக்கு சமாந்தரக்கோடு ஒன்றை அமைக்க.
 - $DC = 8\text{cm}$ ஆகுமாறு சமாந்தரக் கோட்டில் C ஐக் குறிக்க.
 - நாற்பக்கல் ABCD ஐ பூரணப்படுத்துக.
 - நாற்பக்கல் ABCD இன் கேத்திரகணிதப் பெயரைக் காரணத்துடன் குறிப்பிடுக.
- $AB = 7.5\text{cm}$, $\hat{BAD} = 60^\circ$, $AB \parallel DC$, $DC = 4\text{cm}$ ஆகவுள்ள சரிவகம் ABCD ஐ அமைக்க.

2. பரப்பமைப்புகள்

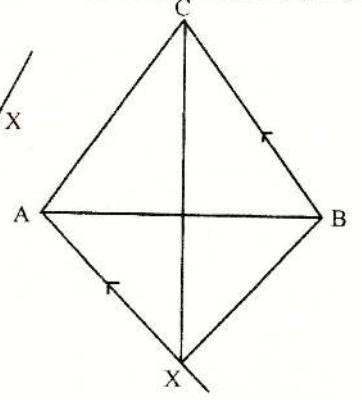
தேற்றம் : ஒரே அடியிலும் ஒரே இரு சமாந்தரக்கோடுகளுக்கு இடையிலும் அமைந்த முக்கோணிகள் பரப்பளவில் சமனாகும்.



$\Delta ABC = \Delta ABX$
(AB ஒரே அடி $AB \parallel CX$)



$\Delta ABC = \Delta ACX$
(AC ஒரே அடி $AC \parallel BX$)



$\Delta ABC = \Delta BCX$
(BC ஒரே அடி $BC \parallel AX$)

பயிற்சி

(1) i) $AB = 8\text{cm}$, $\angle BAC = 60^\circ$, $AC = 6\text{cm}$ ஆகவுள்ள ΔABC ஐ அமைக்க.

ii) C இலூடாக AB க்கு சமாந்தர நேர்கோடு ஒன்றை அமைக்க.

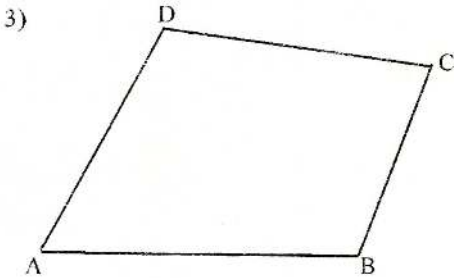
iii) $CX = 5\text{cm}$ ஆகுமாறு சமாந்தரக்கோட்டில் புள்ளி X ஐ குறிக்க.

vi) ΔABX ஐப் பூரணப்படுத்துக

v) $\Delta ABC = \Delta ABX$ ஆவதற்குரிய காரணத்தைக் குறிப்பிடுக.

2) (i) $AB = 6\text{cm}$, $\angle ABC = 120^\circ$, $BC = 5\text{cm}$ ஆகவுள்ள ΔABC ஐ அமைக்க

(ii) $\Delta ABC = \Delta ABD$ ஆகவும், $AD = BD$ ஆகவும் உள்ள புள்ளி D ஐ குறித்துக் காட்டுக.



i) உருவில் உள்ளது போல் நாற்பக்கம் ABCD ஐ அமைக்க.

ii) DB ஐ இணைக்க.

iii) DB க்கு சமாந்தரமாக C இலூடாக ஒரு நேர்கோட்டை அமைக்க.

iv) வினா (iii) அமைக்கப்பட்ட நேர்கோடு நீட்டப்பட்ட நேர்கோடு AB ஐ வெட்டும் புள்ளியை X எனப் பெயரிடுக.

v) $\triangle DBC = \triangle DEX$ ஆவதற்குரிய காரணத்தைக் குறிப்பிடுக.

vi) நாற்பக்கல் ABCD இற்கு பரப்பளவில் சமமான முக்கோணி ஒன்றைப் பெயரிடுக.

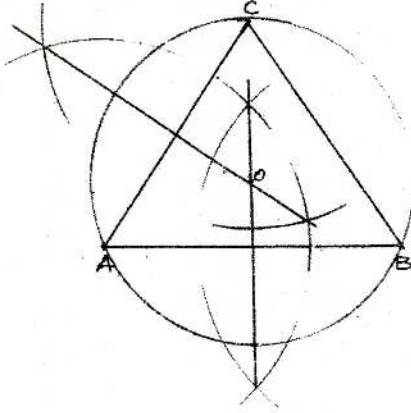
4) i) $AB = 8\text{cm}$, $\hat{A}BC = 120^\circ$, $BC = 6\text{cm}$ ஆகவுள்ள இணைகரம் ABCDஐ அமைக்க.

ii) இணைகரம் ABCDக்கு பரப்பளவில் சமமான முக்கோணி ஒன்றை அமைக்க.

iii) இணைகரமும், முக்கோணியும் பரப்பளவில் சமமாக இருப்பதற்குரிய காரணத்தைக் குறிப்பிடுக.

3. வட்ட அமைப்புகள்

3.1 முக்கோணி ஒன்றின் சுற்றுவட்டம் அமைத்தல்.



படிமுறைகள்

- யாதுமொரு முக்கோணி ABCஐ வரைக.
- பக்கம் ABஇன் இருசமவெட்டிச் செங்குத்தை அமைக்க.
- பக்கம் ACக்கு இருசமவெட்டிச் செங்குத்து அமைக்க.
- மேற்படி செங்குத்துகள் சந்திக்கும் புள்ளியை O எனப் பெயரிடுக.
- Oவை மையமாயும் OAஐ ஆரையாகவும் கொண்டு வட்டம் ஒன்றை அமைக்க.

இவ்வட்டம் A,B,C ஆகிய உச்சிகளினூடாகச் செல்வதால் இது $\triangle ABC$ இன் சுற்றுவட்டம் எனப்படும்.

பயிற்சி

(1) i) $AB = 7\text{cm}$, $\hat{B}AC = 60^\circ$, $AC = 6\text{cm}$ ஆகவுள்ள $\triangle ABC$ ஐ அமைக்க.

ii) A,B ஆகிய புள்ளிகளில் இருந்து சமதூரத்தில் இருக்கும் புள்ளிகளின் ஒழுக்கை அமைக்க.

iii) B,C ஆகிய புள்ளிகளில் இருந்து சமதூரத்தில் இருக்கும் புள்ளிகளின் ஒழுக்கை அமைக்க.

iv) வினா (ii), (iii) இன் ஒழுக்குகள் சந்திக்கும் புள்ளியை O எனப் பெயரிடுக.

v) O வை மையமாகவும் OAஐ ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டம் ஒன்றை அமைக்க.

(vi) நீர் அமைத்த வட்டம் B, C ஆகிய உச்சிகளின் ஊடாகச் செல்கிறதா?

2) (i) $AB = 7.5\text{cm}$, $\hat{A}BC = 45^\circ$, $BC = 6\text{cm}$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABCஐ அமைக்க.

(ii) ΔABC இன் சுற்றுவட்டத்தை அமைக்க.

(iii) வட்ட ஆரையை அளந்து எழுதுக.

(iv) நீர் வரைந்த வட்ட மையம் எங்கே அமைந்துள்ளது என்பதை ΔABC சார்பாகக் குறிப்பிடுக.

3) i) $AB = 5\text{cm}$, $\hat{A}BC = 120^\circ$, $BC = 4\text{cm}$ ஆகவுள்ள ΔABC ஐ அமைக்க.

ii) A, B, C இனூடாகச் செல்லும் வட்டம் ஒன்றை அமைக்க.

iii) ΔABC சார்பாக வட்ட மையம் எங்கே அமைந்துள்ளது எனக் குறிப்பிடுக.

4) i) $AB = 5\text{cm}$, $\hat{B}AC = 90^\circ$, $AC = 4\text{cm}$ ஆகவுள்ள ΔABC ஐ அமைக்க.

ii) AB, BC, AC என்பவற்றை நாண்களாகக் கொண்ட வட்டமொன்றை அமைக்க.

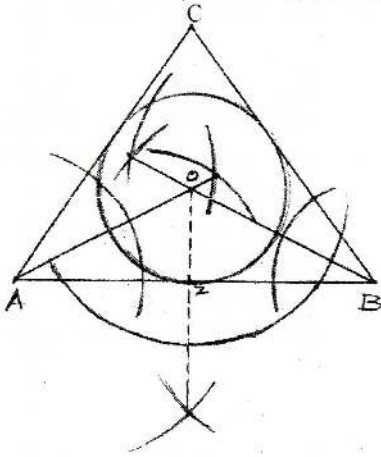
iii) ΔABC சார்பாக வட்ட மையம் எங்கே அமைந்துள்ளது எனக் குறிப்பிடுக.

5) i) $AB = 8\text{cm}$, $\hat{B}AD = 60^\circ$, $AD = 7\text{cm}$, $DC = 6\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$ ஆகவுள்ள நாற்பக்கல் ABCD ஐ அமைக்க.

ii) A, B, D இனூடாகச் செல்லும் வட்டம் ஒன்றை அமைக்க.

iii) வட்ட ஆரையை அளந்து எழுதுக.

3.2 முக்கோணி ஒன்றின் உள்வட்டம் அமைத்தல்.



படிமுறைகள்

- யாதுமொரு முக்கோணி ABCஐ வரைக.
- $\hat{B}AC, \hat{A}BC$ ஆகியவற்றில் இருகூறாக்கிகள் சந்திக்கும் புள்ளியை O எனப் பெயரிடுக.
- O இல் இருந்த பக்கம் ABக்கு செங்குத்து ஒன்றை அமைக்க. அது ABஐ வெட்டும் புள்ளிகளை Z எனப் பெயரிடுக.
- Oஐ மையமாயும் OZ ஐ ஆரையாயும் கொண்ட வட்டம் ஒன்றை அமைக்க.

இவ்வட்டம் முக்கோணியின் பக்கங்கள் AB, BC, AC ஆகிய பக்கங்களை தொட்டு செல்வதால் ΔABC இன் உள்வட்டம் எனப்படும்.

பயிற்சி

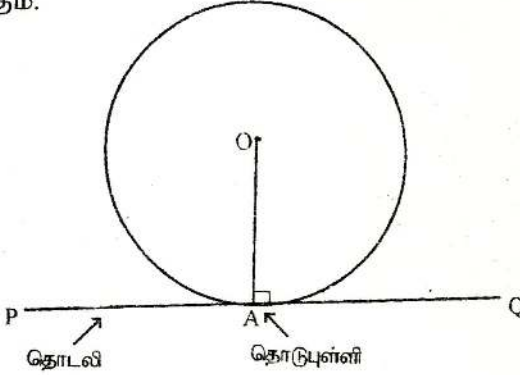
- $AB = 8\text{cm}$, $\hat{B}AC = 60^\circ$, $AC = 7\text{cm}$ ஆகவுள்ள ΔABC ஐ அமைக்க.
 - ΔABC க்கு உள்வட்டம் ஒன்றை அமைக்க.
 - வட்ட ஆரையை அளந்து எழுதுக.
- $AB = 7.5\text{cm}$, $\hat{A}BC = 45^\circ$, $BC = 6\text{cm}$ ஆகவுள்ள ΔABC ஐ அமைக்க.
 - AB, BC, AC ஆகிய பக்கங்களை தொடுமாறு வட்டம் ஒன்றை அமைக்க.
 - வட்ட ஆரையை அளந்து எழுதுக.
- $AB = 7\text{cm}$, $\hat{B}AC = 60^\circ$, $AC = 6\text{cm}$ ஆகவுள்ள ΔABC ஐ அமைக்க.
 - AB, BC, AC ஆகிய பக்கங்களை தொடலிகளாகக் கொண்ட வட்டம் ஒன்றை அமைக்க.
 - வட்ட ஆரையை அளந்து எழுதுக.
- $AB = 8\text{cm}$, $\hat{B}AC = 60^\circ$, $\hat{A}BC = 45^\circ$ ஆகவுள்ள ΔABC ஐ அமைக்க.
 - AB, BC ஆகிய கோடுகளில் இருந்து சமதூரத்தே இருக்கும் புள்ளிகளின் ஒழுக்கை அமைக்க.
 - AB, AC ஆகிய கோடுகளில் இருந்து சமதூரத்தே அசையும் புள்ளிகளின் ஒழுக்கை அமைக்க.

- iv) மேற்படி வினா (ii), (iii) இன் ஒழுக்குகள் சந்திக்கும் புள்ளியை O எனப் பெயரிடுக.
v) O இல் இருந்து பக்கம் ABக்கு செங்குத்து ஒன்றை அமைத்து அது ABஐ வெட்டும் புள்ளியை Z எனப் பெயரிடுக.
vi) O ஐ மையமாயும் OAஐ ஆரையாயும் கொண்ட வட்டம் ஒன்றை அமைக்க.

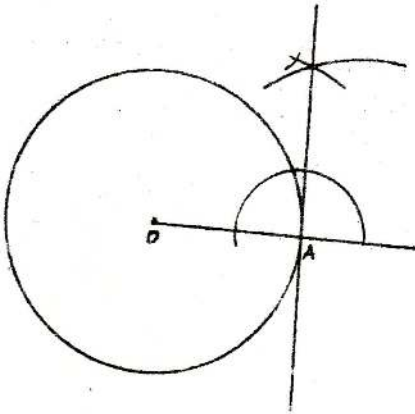
- (5) i) $AB = 8\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, $AC = 11.5\text{cm}$ ஆகவுள்ள இணைகரம் ABCD ஐ அமைக்க.
ii) $\triangle ACD$ இன் உள் வட்டம் ஒன்றை அமைக்க.
iii) வட்ட ஆரையை அளந்து எழுதுக.

4. தொடலி அமைப்புகள்

- ❖ ஒரு வட்டம் ஒன்றை ஒரு நேர்கோடு தொட்டுச் செல்லுமாயின் அக்கோடு அவ்வட்டத்தின் தொடுகோடு அல்லது தொடலி எனப்படும். அக்கோடு அவ்வட்டத்தை தொடும் இடம் தொடு புள்ளி எனப்படும்.
- ❖ ஒரு வட்டத்தின் தொடலி தொடுபுள்ளியில் அமையும் ஆரைக்கு செங்குத்தாகும்.
- ❖ ஆரைக்கு செங்குத்தாக பரிதியிலுள்ள புள்ளியினூடாக வரையும் கோடு அவ்வட்டத்தின் தொடலி ஆகும்.



❖ தொடலி அமைத்தல்



- O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டம் ஒன்றை அமைக்க.
- வட்டப் பரிதியில் யாதுமொரு புள்ளி Aஐ குறிக்க
- OA இணைத்து நீட்டுக.
- கோடு OAஇற்கு Aஇல் செங்குத்துக் கோடு ஒன்றை அமைக்க.
- அக்கோடு ஆரை OAக்கு செங்குத்தாக அமைவதால் இது வட்டத்தின் தொடலி எனப்படும்.

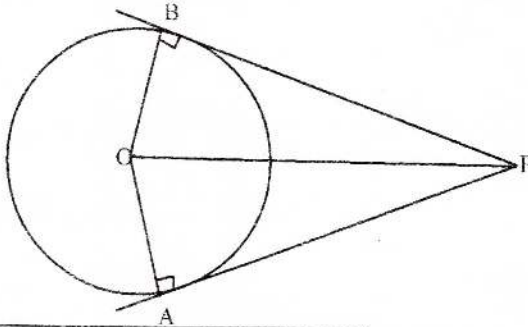
பயிற்சி

- (1) i) O வை மையமாகவும் 5cm ஐ ஆரையாயும் கொண்ட வட்டம் ஒன்றை அமைக்க.
 ii) இவ் வட்டத்திற்கு யாதுமொரு தொடலியை அமைக்க.
- (2) i) AB எனும் நேர்கோடு ஒன்றை அமைக்க.
 ii) கோடு ABஇல் யாதுமொரு புள்ளி Pஐ குறிக்க.
 iii) கோடு ABஐ Pஇல் தொடும் வட்டம் ஒன்றை அமைக்க.
 iv) வட்டம் சார்பாக கோடு ABஇற்கு வழங்கக்கூடிய கேத்திரகணதம் பெயர் யாது?
- (3) i) $AB = 7\text{cm}$, $\angle BAC = 60^\circ$, $AC = 6\text{cm}$ ஆகவுள்ள $\triangle ABC$ ஐ அமைக்க.
 ii) BA ஐ Aஇல் தொட்டு C இனூடாகச் செல்லும் வட்டம் ஒன்றை அமைக்க.
- (4) i) $AB = 7\text{cm}$, $\angle BAD = 60^\circ$, $AD = 6\text{cm}$ ஆகவுள்ள ABCDஐ அமைக்க.
 ii) CA ஐ Aஇல் தொட்டு Dஇனூடாகச் செல்லும் வட்டம் ஒன்றை அமைக்க.

தேற்றம்

வட்டமொன்றுக்கு வெளியேயுள்ள புள்ளி ஒன்றில் இருந்து வரையும்

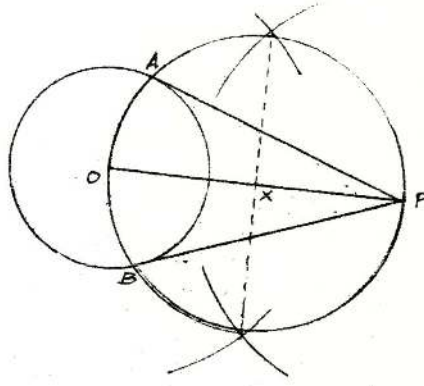
- i) தொடலிகள் இரண்டும் நீளத்தில் சமன்
 ii) தொடலிகளால் மையத்தின் எதிரமைக்கப்படும் கோணங்கள் சமன் ஆகும்.
 iii) தொடலிகள் வெளிப்புள்ளியுடன் அமைக்கும் கோணங்கள் சமன் ஆகும்.



PA, PB என்பன தொடலிகள் ஆகும்.

$$\begin{aligned} PA &= PB \\ \angle AOP &= \angle BOP \\ \angle APO &= \angle BPO \end{aligned}$$

வெளிப்புள்ளி ஒன்றில் இருந்து வட்டத்திற்கு இரு தொடலிகளை அமைத்தல்.



படிமுறைகள்

- Oவை மையமாகக் கொண்ட வட்டம் ஒன்றை அமைக்க
- வட்டத்திற்கு வெளியே யாதுமொரு புள்ளி Pஐ குறிக்க.
- O,P ஐ இணைக்க.
- கோடு OPஇன் செங்குத்து இருகூறாக்கி ஒன்றை அமைத்து அது கோடு OPஐ வெட்டும் புள்ளியை X எனப் பெயரிடுக.
- Xஐ மையமாகவும் XP ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டம் ஒன்றை அமைக்க.
- அவ்வட்டம் முன்னைய வட்டத்தை வெட்டும் இடங்களை A, B எனப் பெயரிடுக.
- PA, PB ஐ இணைக்க.

.....
 • அரைவட்டக் கோணம் செங்கோணம் என்பதால் $\widehat{OAP} = \widehat{OBP} = 90^\circ$ ஆகவே $OA \perp PA$, $OB \perp PB$ என்பதால் PA, PB தொடலிகள் ஆகும்.
 •

பயிற்சி

- (1) i) O வை மையமாகவும், 4cm ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டம் ஒன்றை அமைக்க.
 ii) வட்டத்திற்கு பரிதியில் A எனும் யாதுமொரு புள்ளியைக் குறித்து Aஇல் தொடும் ஒரு தொடலியை அமைக்க.
 iii) AP 6cm ஆகுமாறு நீர் அமைத்த தொடலியில் P எனும் ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க.
 iv) P இல் இருந்து வட்டத்திற்கு இன்னுமொரு தொடலியை அமைக்க.
- (2) i) O வை மையமாயும் 3cm ஆரையாயும் கொண்ட வட்டம் ஒன்றை அமைக்க.
 ii) $OP = 7cm$ ஆகுமாறு Oஐ வட்டத்திற்கு வெளியே P வரை நீட்டுக.
 iii) Pஇல் இருந்து வட்டத்திற்கு இரு தொடலியை அமைக்க.

- (3) i) $BC = 9\text{cm}$, $\angle CBA = 60^\circ$, $BA = 4.5\text{cm}$ ஆகவுள்ள ஒரு முக்கோணி ABCஐ அமைக்க.
- ii) பக்கம் BCஇன் நடுப்புள்ளி L இல் பக்கம் BCஐ தொடுவதும் பக்கம் ACஐத் தொடுவதும் இடையே இடையே வட்டத்தை அமைக்க. இதன் மையத்தை O எனப் பெயரிடுக.
- iii) CL தவிர Cயிலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையத்தக்க மற்றைய தொடலியை அமைத்து புள்ளி Pயில் சந்திக்குமாறு அத்தொடலியையும் கோடு BAஐயும் நீட்டுக.
- iv) $\triangle PBC$ இன் ஒரு விசேட கோணங்களைக் கண்டித்து இயல்பை எழுதுக.
- (4) i) $PQ = 6\text{cm}$, $\angle PQR = 90^\circ$, $PR = 8.8\text{cm}$ ஆக இருக்குமாறு முக்கோணி PQR ஐ அமைக்க.
- ii) முக்கோணி PQR இன் பக்கம் PQவை Qவிடும் பக்கம் PRஐ ஒரு புள்ளி L இலும் தொடுமாறு வரையத்தக்க வட்டத்தின் மையத்தின் அமைவைக் கண்டு அதனை C என பெயரிடுக.
- iii) அவ்வட்டத்தை அமைக்க.
- b) நீர் அமைத்த வட்டத்தின் ஆரையை r எனக் கொண்டு அவ்வட்டத்தின் பரப்பளவிற்கும் முக்கோணி PCRஇன் பரப்பளவிற்குமிடையே உள்ள விகிதம் $r = 1.4$ இற்குச் சமமென காட்டுக.
($\pi = \frac{22}{7}$ என கொள்க.)
- c) மேற்குறித்த புள்ளி Cஇன் அமைவைக் காண்பதற்கு நீர் பயன்படுத்திய முறையைத் தவிர அதற்கு உகந்த வேறொரு முறையைத் தெரிவிக்க.
- 5) a) i) $AB = 6\text{cm}$, $\angle ABC = 90^\circ$, $BC = 4\text{cm}$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABCஐ அமைக்க
- ii) AB யை Dஇல் சந்திக்குமாறு $\angle ACB$ யின் இரு கூறாக்கியை அமைக்க.
- iii) D யை மையமாகவும் BDயை ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டத்தை வரைக.
- iv) Aயிலிருந்து வட்டத்திற்கு AE, AFஎன்னும் இரு தொடலிகளை அமைக்க.
- b) i) $\triangle ABC$ இல் பைதகரசின் தோற்றத்தைப் பிரயோகித்து AC யின் நீளத்தை $\sqrt{13}$ இன் சார்பில் தருக.
- ii) $\frac{\text{முக்கோணி AED யின் பரப்பளவு}}{\text{முக்கோணி BCD யின் பரப்பளவு}} = \frac{\sqrt{13}}{2} - 1$ எனக் காட்டுக.
- iii) பக்கம் ACயின் நீளத்தை அளந்து அதிலிருந்து $\sqrt{13}$ இன் பெறுமானத்தை முதலாம் தசமத்திற்கு பெறுக

5.1 தொடைகள் (Sets)

- * தெளிவாக வரையறுக்கப்பட்ட கூட்டம் தொடை எனப்படும்.
- * தொடையை குறிப்பதற்கு பயன்படுத்தப்படும் குறியீடு { ----- }
 $உ + ம$ I. { வாரத்தில் உள்ள நாட்கள் }
 II { 0இலும் கூடிய 10இலும் குறைந்த இரட்டை எண்கள் }
 III. { மூல வர்ணங்கள் }

* தொடைகள் அல்லாதவை

வரையறுக்க முடியாதவற்றை அதாவது சிறப்பம்சங்களைக் குறிப்பனவற்றை தொடையாகக் கருதமுடியாது.

- $உ + ம$ I. உயரமான மாணவர்கள்
- II அழகான மாணவிகள்

* தொடைகளைப் பெயரிட ஆங்கில நெட்டெழுத்துக்களை பயன்படுத்தலாம்.

* தொடைகளை எழுதிக் காட்டுதல்

முறை I : சொற்களில் எழுதுதல்

$உ + ம$ A = { வாரத்தில் உள்ள நாட்கள் }

முறை II : மூலகங்கள் யாவற்றையும் விரித்து இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதுதல்.

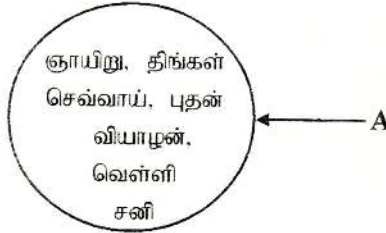
$உ + ம$ A = { திங்கள், செவ்வாய், புதன், வியாழன், வெள்ளி, சனி, ஞாயிறு }

முறை III : மூலகங்களை பிறப்பிக்கும் வடிவம்

$உ + ம$ A = { x/x, வாரத்தில் உள்ள நாட்கள் }

முறை IV : வென்வரிப்படத்தில் வகை குறித்தல்

$உ + ம$



பயிற்சி 1

கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தொடையையும் விரும்பிய ஏதாவது ஒரு தொடைக் குறியீட்டு முறையில் எழுதுக.

- I P = { 10இலும் குறைந்த முதன்மை எண்கள் }
- II Q = { 20இலும் குறைந்த சதுர எண்கள் }
- III R = { 1இற்கும் 8இற்கும் இடைப்பட்ட இரட்டை எண்கள் }
- IV S = { J எனும் முதல் எழுத்தில் உள்ள மாதங்கள் }
- V X = { 1இற்கும் 25இற்கும் இடையே உள்ள 4இன் மடங்குகள் }

* மூலகம் (\in)

ஒரு தொடையில் உள்ள உறுப்புக்கள் அத்தொடையின் மூலகங்கள் எனப்படும்.

$$உ + ம் A = \{ 2, 4, 6, 8 \}$$

மூலகம் தொடை

$$2 \in A$$

2 ஆனது தொடை A யின் ஒரு மூலகம்

* ஒரு தொடையில் ஒரு மூலகம் ஒரு முறை மட்டுமே எழுதப்படும்.

உ + ம் "DOOR" எனும் சொல்லில் உள்ள எழுத்துக்களின் தொடையை எழுதுக?

$$X = \{ D, O, R \}$$

* மூலகமன்று \notin

கருதப்படும் தொடையில் காணப்படாத உறுப்புக்கள் அத்தொடையின் மூலகமன்று.

$$உ + ம் A = \{ 2, 3, 5, 7 \}$$

4 தொடை Aயின் மூலகமன்று

$$4 \notin A$$

பயிற்சி : 2

I. தொடைக் குறியீட்டில் எடுத்துரைக்க

I. 5 தொடை X இன் ஒரு மூலகம்

II. 7 தொடை A ன் ஒரு மூலகமன்று

2. தொடைக் குறியீட்டினை அல்லது சொற்களைப் பயன்படுத்தி வெற்றிடத்தை நிரப்புக.

I. 6 { முக்கோணிகள் }

II. மனிதன் { முலையூட்டி }

III. ஊதாநிறம் { மூல வர்ணங்கள் }

IV. $X = \{ 1, 24, 9 \}$ எனின் 6 X

பயிற்சி : 3

பின்வரும் தொடைகளின் மூலகங்களை எழுதுக.

I. $A = \{ \text{MATHEMATICS} \}$ என்ற சொல்லில் உள்ள எழுத்துக்கள் }

II. $B = \{ 10 \text{ இலும் குறைந்த முதன்மை எண்கள் } \}$

III. $D = \{ 20 \text{ இலும் குறைந்த 3 இன் மடங்குகள் } \}$

IV. $P = \{ x : x \leq 15, \text{ ஒற்றை எண்கள் } \}$

V. $X = \{ x : 5 < x < 30, x, 5 \text{ இன் மடங்குகள் } \}$

முதலிமை :-

ஒரு தொடையில் உள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கை அத் தொடையின் முதலிமை எனப்படும். ஒரு தொடையின் முதலிமை $n(\dots)$ இனால் குறிக்கப்படும்.

உ + ம : $A = \{ 10\text{இற்கு குறைந்த முதன்மை எண்கள்} \}$

$A = \{ 2, 3, 5, 7 \}$

$n(A) = 4$

பயிற்சி : 4

பின்வரும் தொடைகளுக்குரிய மூலகங்களை எழுதி முதலிமையை காண்க?

I. $A = \{ 20\text{இற்கும் } 30\text{இற்கும் இடைப்பட்ட இரட்டை எண்கள்} \}$

II. $B = \{ 1 \text{ தொடக்கம் } 10 \text{ வரையான எண்ணும் எண்கள்} \}$

III. $P = \{ \text{வானவில்லில் உள்ள நிறங்கள்} \}$

IV. $T = \{ \text{COLOMBO எனும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்கள்} \}$

*** முடிவுள்ள தொடை :-**

ஒரு தொடையில் உள்ள மூலகங்கள் முடிவுள்ளதாயின் அது முடிவுள்ள தொடை எனப்படும்.

உ + ம $A = \{ 20\text{இலும் குறைவான } 3\text{இன் மடங்குகள்} \}$

$B = \{ \text{ஆங்கில நெடுங்கணக்கிலுள்ள உயிர் எழுத்துக்கள்} \}$

*** முடிவிலித் தொடை :-**

ஒரு தொடையில் உள்ள மூலகங்கள் முடிவில்லாது காணப்பட்டால் அது முடிவிலித் தொடை ஆகும்.

உ + ம $X = \{ \text{இரட்டை எண்கள்} \}$

$D = \{ \text{சதுர எண்கள்} \}$

பயிற்சி : 5

கீழே தரப்பட்ட தொடைகளை முடிவிலித் தொடைகள், முடிவுள்ள தொடைகள் என வேறுபடுத்துக.

I. $X = \{ 1\text{இற்கும் } 5\text{இற்கும் இடைப்பட்ட முதன்மை எண்கள்} \}$

II. $P = \{ \text{நிங்கள் பரிட்சைக்குத் தோற்றும் பாடங்கள்} \}$

III. $Y = \{ \text{முக்கோண எண்கள்} \}$

IV. $U = \{ 8462 \text{ எனும் எண்ணில் உள்ள இலக்கங்கள்} \}$

அகிலத்தொடை (ξ)

பல தொடைகள் தரப்படுமிடத்து அதனை வகைகுறிக்கும் மிகப் பெரிய தொடை அகிலத்தொடை எனப்படும்.

உ + ம $A = \{ \text{முக்கோணி, அறுகோணி} \}$

$B = \{ \text{முக்கோணி, ஐங்கோணி} \}$ என்பதை

வகை குறிக்கும் பொருத்தமான அகிலத்தொடையினைத் தருக.

$\xi = \{ \text{பல்கோணிகள்} \}$

தொடைப்பிரிவு / உபதொடை [C]

A, B எனும் இரு தொடைகள் தரப்பட்டிருந்தால் தொடை Bஇல் உள்ள மூலகங்களின் தொடை Aஇல் முழுமையாக உள்ளடக்கப்பட்டிருந்தால் B என்பது Aஇன் உபதொடை ஆகும்.

$$உ + ம் A = \{ 2, 4, 6 \}$$

$$B = \{ 2 \}$$

B என்பது A இன் உபதொடை ஆகும்.

$$B \subset A$$

$$D = \{ 8, 9 \} \text{ எனின்,}$$

$$D \not\subset A$$

D என்பது A இன் உபதொடை அன்று

பயிற்சி : 6

உபதொடை, உபதொடையானது என்பவற்றுள் பொருத்தமான குறியை இடுக.

I. $\{ 5 \}$ _____ $\{ 2, 3, 5, 7 \}$

II. $\{ 2, 4 \}$ _____ $\{ 6, 8, 10 \}$

III. $\{ 3, 4 \}$ _____ $\{ 3, 4, 5 \}$

IV. $X = \{ 2, 4, 6, 8 \}$
 $\{ 2, 4 \}$ _____ X

◆ சமதொடைகள் :-

இரு தொடைகளில் ஒரே மூலகங்கள் காணப்பட்டால் அவை இரண்டும் சமதொடைகள் ஆகும்.

$$உ + ம் A = \{ 10\text{வம் குறைந்த இரட்டை எண்கள்} \} A = \{ 2, 4, 6, 8 \}$$

$$B = \{ 2, 4, 6, 8 \}$$

$$\therefore A = B$$

தொடை Aயில் உள்ள மூலகங்களும் தொடை Bயில் உள்ள மூலகங்களும் சமன் ஆகும்.

சமவலுத்தொடை : [~]

இரு தொடைகளில் முதலிமைகள் சமனாயின் அவ்விரு தொடைகளும் சமவலுத்தொடைகள் ஆகும்.

$$உ + ம் P = \{ C, O, M, U, N, I, A, T \}$$

$$n(P) = 8$$

$$\therefore n(P) = n(Q)$$

$$\therefore P \sim T$$

$$Q = \{ G, E, N, R, A, T, I, O \}$$

$$n(Q) = 8$$

பயிற்சி : 7

பின்வரும் தொடைகளில் சமவலுத்தொடைகளைத் தெரிக.

- I. $X = \{ \text{வி, க, ட} \}$ $Y = \{ 2, 3, 5 \}$
- II. $T = \{ 5, 10, 15, 20 \}$ $P = \{ 3, 5, 7, 11 \}$
- III. $A = \{ 10\text{இற்கு குறைந்த இரட்டை எண்கள்} \}$
 $B = \{ 10\text{இற்கு குறைந்த 2இன் மடங்கு எண்கள்} \}$
- IV. $P = \{ \text{TEN என்ற சொல்லில் உள்ள எழுத்துக்கள்} \}$
 $Q = \{ \text{NET என்ற சொல்லில் உள்ள எழுத்துக்கள்} \}$

பயிற்சி : 8

பின்வரும் தொடைகளில் சமதொடைகளைத் தெரிக.

- I. $P = \{ x : 0 < x \leq 10, x \text{ இரட்டை எண்கள்} \}$
 $Q = \{ \text{ஆங்கில உயிர் எழுத்துக்கள்} \}$
- II. $X = \{ \text{TEA என்ற சொல்லில் உள்ள எழுத்துக்கள்} \}$
 $Y = \{ \text{EAT என்ற சொல்லில் உள்ள எழுத்துக்கள்} \}$
- III. $A = \{ 2\text{இலும் கூடிய 10இலும் குறைந்த முதன்மை எண்கள்} \}$
 $B = \{ 1\text{இலும் கூடிய 10இலும் குறைந்த ஒற்றை எண்கள்} \}$
- IV. $D = \{ \text{நகரம் எனும் சொல்லில் உள்ள எழுத்துக்கள்} \}$
 $E = \{ \text{தகரம் எனும் சொல்லில் உள்ள எழுத்துக்கள்} \}$

*** தொடை ஒன்றின் நிரப்பி :-**

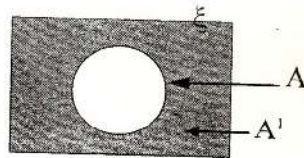
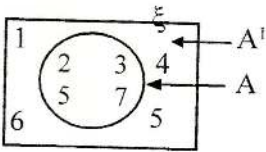
தொடை A இல் காணப்படாத அகிலத்தொடையில் காணப்படும் மூலகங்கள் A இன் நிரப்பித் தொடை ஆகும்.

$உ + ம் ட் = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \}$

$A = \{ 2, 3, 5, 7 \}$

தொடை A இன் நிரப்பி A^1 இனால் குறிப்பிடப்படும்.

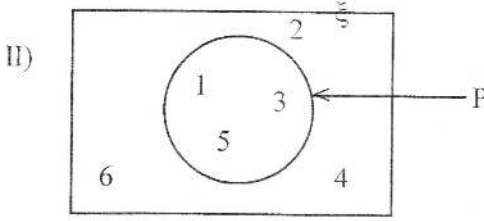
$A^1 = \{ 1, 4, 5, 6 \}$



பயிற்சி : 9

I) $\xi = \{ 6, 7, 8, 9, 10 \}$

$A = \{ 6, 8, 10 \}$ எனின் A^c ஐ காண்க



வென்வரிப்படத்தை பயன்படுத்தி P^c ஐ காண்க?

III) $\xi = \{ 1 \text{ தொடக்கம் } 10 \text{ வரையான எண்ணும் எண்கள்} \}$

$X = \{ 2, 3, 5, 7 \}$

X^c ஐ காண்க?

♦ வெறுந்தொடை / சூனியத்தொடை

குறியீடு :- $\{ \}$ அல்லது \emptyset

ஒரு மூலகமும் காணப்படாத தொடை வெறுந்தொடை எனப்படும்.

உ + ம I. $A = \{ 10 \text{ இற்கு குறைந்த } 12 \text{ இன் மடங்கு எண்கள்} \}$

II. $B = \{ 1 \text{ இற்கும் } 2 \text{ இற்கும் இடைப்பட்ட முழு எண்கள்} \}$

♦ இடைவெட்டு

இரு தொடைகள் தரப்பட்டால், அவற்றில் பொதுவாக உள்ள மூலகங்கள் அவ்விரு தொடையானதும் இடைவெட்டு எனப்படும்.

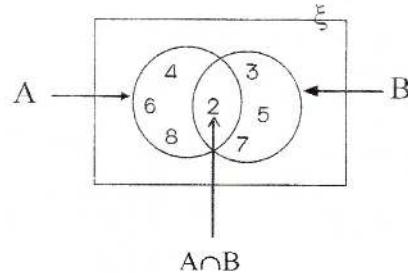
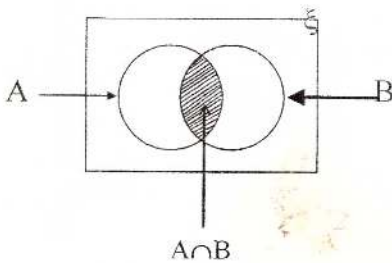
$A = \{ 2, 4, 6, 8 \}$

$B = \{ 2, 3, 5, 7 \}$

A இடைவெட்டு B என்பது $A \cap B$ இனால் குறிப்பிடப்படும்.

$A \cap B = \{ 2 \}$

இடைவெட்டை வென்வரிப்படத்தில் காட்டல்



◆ ஒன்றிப்புத் தொடை

இரு தொடைகள் தரப்பட்டால் அவற்றில் உள்ள அனைத்து மூலகங்களையும் கொண்ட தொடை அவ்விரு தொடைகளின் ஒன்றிப்பு அகும்.

உ + ம்

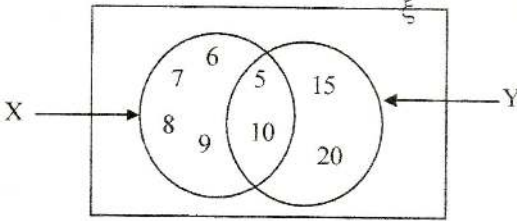
$$X = \{ 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}$$

$$Y = \{ 5, 10, 15, 20 \}$$

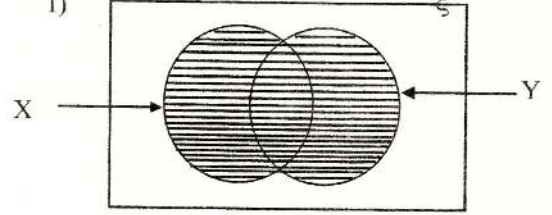
X ஒன்றிப்பு y என்பது $X \cup Y$ என குறிப்பிடப்படும்.

$$X \cup Y = \{ 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15, 20 \}$$

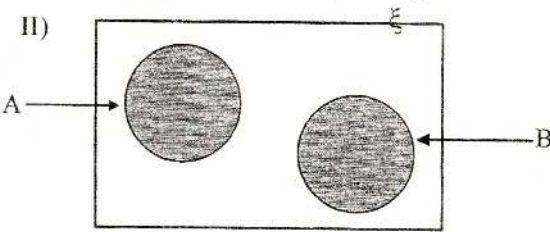
ஒன்றிப்பை காட்டுவதற்கான வென்வரிப்படம்



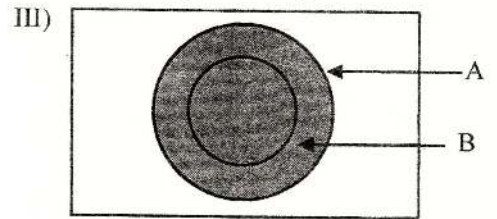
I) Aயும் Bயும் இடை வெட்டும் போது



Aயும் Bயும் இடை வெட்டாத போது

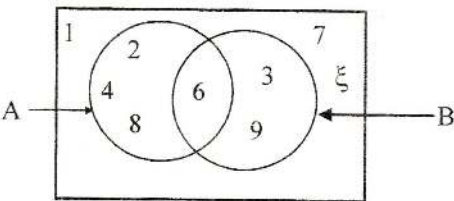


III) BCA ஆகும் போது



பயிற்சி : 10

I) தரப்பட்ட வென்வரிப்படத்தில் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.



I) $A \cap B$

II) $A \cup B$

III) $n(A)$

IV) $n(B)$

V) $n(A \cap B)$

VI) $n(A \cup B)$

◆ மூட்டற்ற தொடை

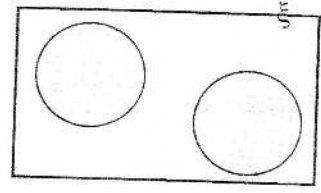
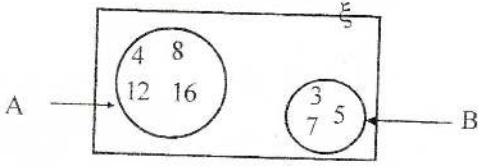
இரு தொடைகளின் இடைவெட்டுத் தொடை வெறுந்தொடையாயின் அவை மூட்டற்ற தொடைகள் எனப்படும்.

$$A = \{ 4, 8, 12, 16 \}$$

$$B = \{ 3, 5, 7 \}$$

$$\therefore A \cap B = \{ \} \text{ OR } \emptyset$$

மூட்டற்ற தொடைக்கான வென்வரிப்படம்



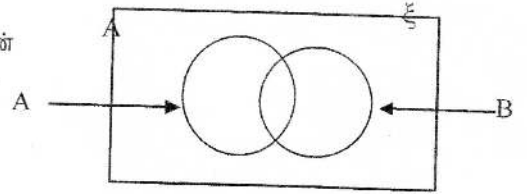
பயிற்சி : 11

கீழே தரப்பட்ட தொடைகளில் மூட்டற்ற தொடைகளைத் தெரிக.

- I. $X = \{2, 4, 6, 8\}$ $Y = \{2, 3, 5\}$
 II. $P = \{க, ம, ல\}$ $Q = \{நி, ம, ல\}$
 III. $M = \{20இலும் குறைந்த முக்கோணி எண்கள்\}$
 $N = \{20இலும் குறைந்த முதன்மை எண்கள்\}$
 IV. $A = \{10, 12, 14\}$ $B = \{5, 10, 15\}$

பயிற்சி : 12

A, B என்பன இரு தொடைகள் ஆகும் எனின் இவ்வரும தொடைகளை வென்வரிப்படத்தில் சிழற்றிக் காட்டுக.



- I) A II) B III) $A \cap B$ IV) $A \cup B$ V) A^c VI) B^c
 VII) $(A \cap B)^c$ VIII) $(A \cup B)^c$

— + ம்

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$= \{2, 3, 5, 7\}$$

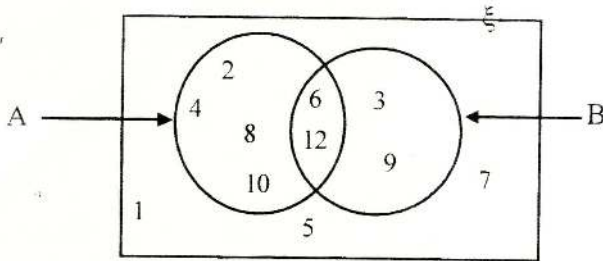
$$= \{2, 4, 6, 8, 10\} \text{ எனின்}$$

தரப்பட்ட தகவல்களைக் காட்ட வென்வரிப்படம் வரைக.

- $A \cap B$ காண்க III) $A \cup B$
 I) A^c V) B^c VII) $(A \cap B)^c$

பயிற்சி : 13

A, B எனும் இரு தொடைகள் வென்வரிப்படத்தில் தரப்பட்டுள்ளன.



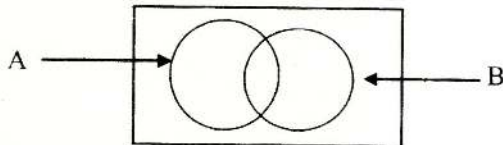
I. $A = \{ 2 \text{ தொடக்கம் } 12 \text{ வரைள்ள } 2\text{இன் மடங்குகள்} \}$ இவ்வாறு தொடை B ஐயும் எழுதுக.

II. A^c இன் மூலகங்களை எழுதுக.

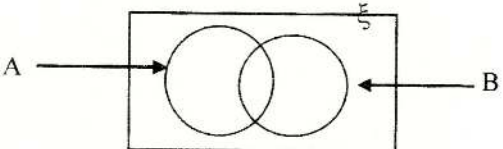
III. தொடை $\{6, 12\}$ ஐ A, B ஆகியவற்றின் சார்பில் எழுதுக?

IV. $(A \cup B)^c$ இன் மூலகங்கள் எழுதுக.

◆ இரு தொடைகளின் முதல்மைகளுக்கிடையிலான தொடர்பு A, B என்பன இடைவெட்டும் தொடைகள்



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$



உ + ம்

$$A = \{ 2, 3, 5, 7 \} \implies n(A) = 4$$

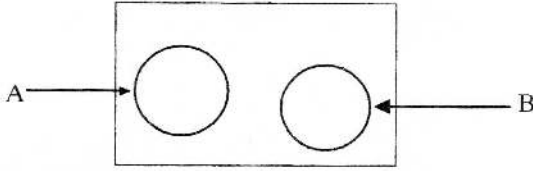
$$B = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \} \implies n(B) = 5$$

$$A \cup B = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10 \} \implies n(A \cup B) = 8$$

$$A \cap B = \{ 2 \} \implies n(A \cap B) = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore n(A) + n(B) - (A \cap B) &= 4 + 5 - 1 \\ &= 8 \\ &= n(A \cup B) \end{aligned}$$

◆ A, B என்பன மூட்டற்ற தொடைகள் ஆக உள்ள போது



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

பயிற்சி வினாக்கள் 14

1) $A \subset B$ ஆகவும். $\xi = 50$ $n(A) = 19$, $n(B) = 40$ உம் எனின்

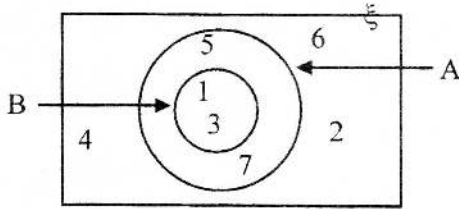
I) தரவை வென் உருவில் குறிக்க

II) பின்வருவனவற்றை காண்க

I. $n(A')$

II. $n(B')$

2) தரப்பட்ட வென் உருவை பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றை காண்க.



I) $A =$

II) $B =$

III) $A \cap B =$

IV) $A \cup B =$

உ + ம்

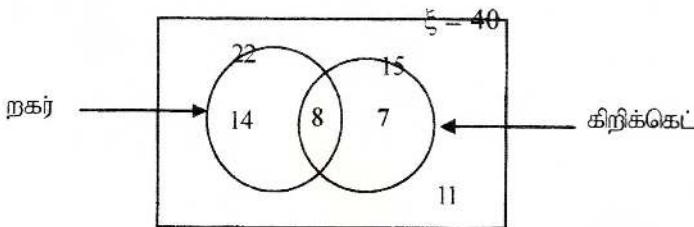
ஒரு விளையாட்டுக் குழுவில் உள்ள 40 பேரில் 22 பேர் நகர் விளையாட்டிலும், 15 பேர் கிரிக்கெட் விளையாட்டிலும் ஈடுபடுவர். 8 பேர் இவ் இரு விளையாட்டுக்களிலும் ஈடுபடுவர்.

I. இதனை வென்வரிப்படத்தில் குறித்துக் காட்டுக.

II. இவ் இரு விளையாட்டுக்களிலும் ஈடுபடாதவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?

III. இவ் இரு விளையாட்டுக்களிலும் நகர் மட்டும் விளையாடுவோரின் எண்ணிக்கை யாது?

IV. கிரிக்கெட் மட்டும் விளையாடுவோரின் எண்ணிக்கை யாது?



I. 11

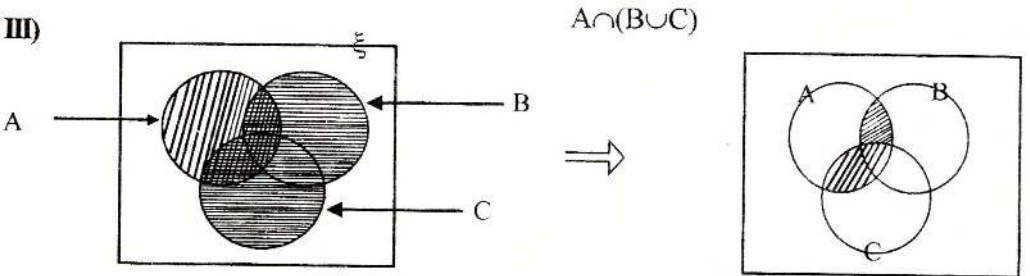
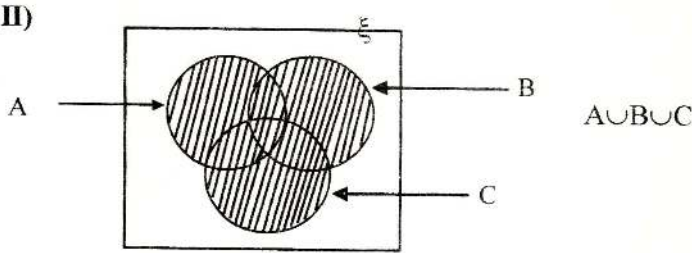
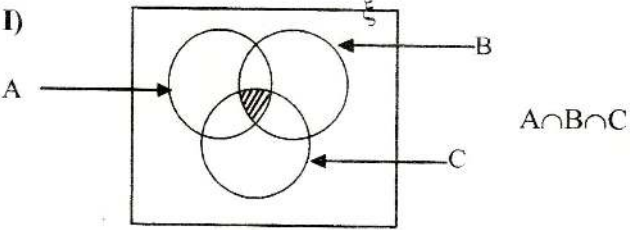
II. 14

III. 7

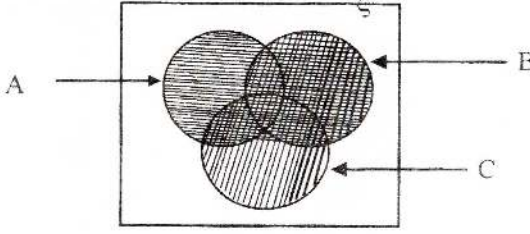
3) ஆண்டு 10. இலுள்ள 30 மாணவர்களிடமிருந்து பெற்ற தகவல்களுக்கு ஏற்ப, கணிதம் சித்தியடைந்தோர் 18 பேர் விஞ்ஞானம் சித்தியடைந்தோர் 13 பேர் இவ் இரு பாடங்களிலும் சித்தியடைந்தோர் 6 பேர் ஆகும்.

- I) இதனை வென்வரிப்படத்தில் குறித்துக் காட்டுக
- II) இவ் இரு பாடங்களிலும் சித்தியடையாதோர் எத்தனை பேர்?
- III) இவ் இரு பாடங்களிலும் கணிதம் மட்டும் சித்தியடைந்தோர் எத்தனை பேர்?
- IV) விஞ்ஞானம் மட்டும் சித்தியடைந்தோர் எத்தனை பேர்?

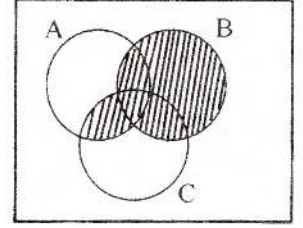
A, B, C என்பன ஒன்றையொன்று இடைவெட்டும் தொடக்களாகும்.



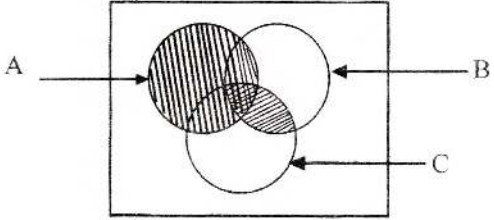
IV)



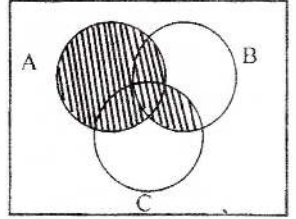
$$(A \cup B) \cap (B \cup C)$$



V)

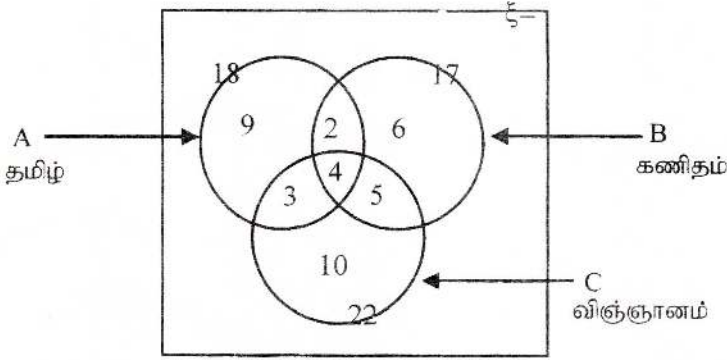


$$A \cup (B \cap C)$$



உ + ம்

ஒரு குழு மாணவர்களிடம் கணிதம், விஞ்ஞானம், தமிழ் ஆகிய பாடங்களில் சித்தியடைந்தோரின் எண்ணிக்கை பற்றிய தகவல்கள் கீழே வென்வரிப்படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இதனை பயன்படுத்தி பின்வரும் வினாக்களிற்கு விடையளிக்க.



- I. தமிழில் சித்தியடைந்தோர் எத்தனை பேர்? 18 பேர்
- II. கணிதத்தில் சித்தியடைந்தோர் எத்தனை பேர்? 17 பேர்
- III. விஞ்ஞானத்தில் சித்தியடைந்தோர் எத்தனை பேர்? 22 பேர்
- IV. கணிதம் மட்டும் சித்தியடைந்தோர் எத்தனை பேர்? 2 பேர்
- V. தமிழ் மட்டும் சித்தியடைந்தோர் எத்தனை பேர்? 9 பேர்
- VI. விஞ்ஞானம் மட்டும் சித்தியடைந்தோர் எத்தனை பேர்? 10 பேர்
- VII. தமிழும், விஞ்ஞானமும் சித்தியடைந்தோர் எத்தனை பேர்? $(3 + 4) = 7$
- VIII. கணிதமும் விஞ்ஞானமும் சித்தியடைந்தோர் எத்தனை பேர்? $(4 + 5) = 9$ பேர்

- IX. மூன்று பாடங்களிலும் சித்தியடைந்தோர் எத்தனைபேர்? $(4 + 5) = 9$
 X. இரு பாடங்களில் மட்டும் சித்தியடைந்தோர் எத்தனை பேர்? $(3 + 2 + 5) = 10$ பேர்
 XI. ஆகக் குறைந்தது இரு பாடங்களிலாவது சித்தியடைந்தோர்? $(3 + 2 + 4 + 5) = 14$ பேர்
 XII. ஒரு பாடம் மட்டும் சித்தியடைந்தோர்? $9 + 6 + 10 = 25$ பேர்

பயிற்சி 15 (கடந்தகால வினாக்கள்)

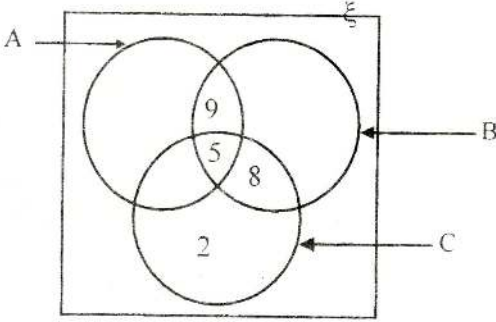
- 2007 -

- 1) ஒரு அகிலத்தொடை ஓ் ற்குரிய A, B, C எனும் 3 தொடைகள் வென்வரிப்படத்தில் காணப்படுகின்றன. அதில் சில பிரதேசங்களுக்குரிய மூலகங்களின் எண்ணிக்கைகளும் தரப்பட்டுள்ளன.

மேலும் $n(A) = 30,$

$n(B) = 37,$

$n(\xi) = 60$



- I) வென்வரிப்படத்தை விடைத்தாளில் பிரதி செய்து அதில் A, C ஆகிய தொடைகளுக்குரிய ஆனால் தொடை Bயிற்குரியதாக அமையாத பிரதேசத்தை நிழற்றுக்க.

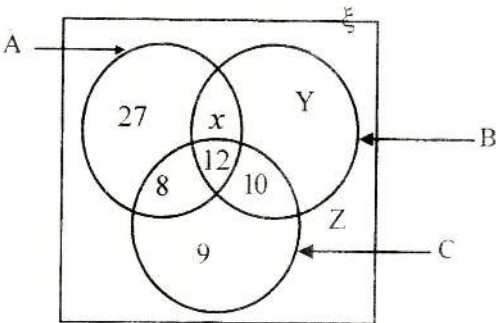
- II) தொடை B யிற்கு மாத்திரம் உரிய மூலகங்களின் எண்ணிக்கை யாது?

- III) $n(A \cup B \cup C)$ யாது?

- IV) $n[(A \cup B)]$ யாது?

2) - 2006 -

குறித்த உல்லாசப்பயணிகள் குழு ஒன்று 100 பேர்களைக் கொண்டுள்ளது. அவர்களிடையே ஆங்கிலம், பிரெஞ்சு, ஜேர்மன் ஆகிய மொழிகளைப் பேசுத்தக்கவர்களின் எண்ணிக்கைகள் பற்றிய தகவல்கள் வென்வரிப்படத்தில் காணப்படுகின்றன.



$A = \{ \text{ஆங்கிலத்தை பேசுத்தக்கவர்கள்} \}$

$B = \{ \text{பிரெஞ்சு பேசுத்தக்கவர்கள்} \}$

$C = \{ \text{ஜேர்மனைப் பேசுத்தக்கவர்கள்} \}$

- I) ஜேர்மன் மொழியைப் பேசுதக்க ஆனால் ஆங்கிலத்தை அல்லது பிரெஞ்சைப் பேச இயலாத எத்தனை பேர் இக் குழுவில் உள்ளனர்?
- II) குழுவில் எத்தனைபேர் ஜேர்மன் மொழியை மாத்திரம் அறிந்தவர்களுடன் பேசுதக்கவர்கள்?
- III) ஆங்கிலம், பிரெஞ்சு ஆகிய இரு மொழிகளையும் பேசுதக்கவர்களின் எண்ணிக்கை 25 எனின் x இன் பெறுமானம் யாது?
- IV) குழுவில் அரைவாசிப் பேர் பிரெஞ்சு மொழியைப் பேசுதக்கவர்களெனின் Z ன் பெறுமானத்தை காண்க?
- 3) "CALCULATOR" எனும் சொல்லில் உள்ள எழுத்துக்களின் தொடை A எனின்.
- I. தொடை A ஐ மூலகங்களுடன் எழுதுக?
n(A) எவ்வளவு?
- II. "ENERATOR" எனும் சொல்லில் உள்ள எழுத்துக்களின் தொடை B எனின்
a) தொடை B ஐ மூலகங்களுடன் தருக?
b) n(B) எவ்வளவு?
- III. இவ் இரு தொடைகளின் முதலிமைபற்றி யாது கூறுவீர்? இதில் இரு தொடைகளினதும் விசேட பெயர் யாது?
- IV. தொடை A, B ஆகிய இரு தொடைகளையும் ஒரு வென்வரிப்படத்தில் காட்டுக.
- V. $C = \{R, O, T\}$ எனக் கொண்டு தொடை C ஐ A, B ஆகியவற்றின் சார்பில் எழுதுக?

விடைகள் (தொடைகள்)

பயிற்சி - 1

I. $P = \{1, 3, 5, 7\}$

, $P \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$

II. $R = \{2, 4, 6\}$

, $R = \{n : n \in \mathbb{N} \wedge n < 8, n \text{ இரட்டை எண்கள்} \}$

III. $S = \{\text{January, Jaune, Jauly}\}$

, $S \rightarrow \begin{pmatrix} \text{January} \\ \text{June, July} \end{pmatrix}$

IV. $X = \{4, 8, 12, 16\}$

, $X = \{x : x \in \mathbb{N}, x < 25, x \text{ என்பது நான்கின் மடங்குகள்} \}$

பயிற்சி 2

I) $5 \in A$

II) $7 \notin A$

III) \in

IV) \in

V) \notin

பயிற்சி 3

I. $A = \{M, A, T, H, E, I, C, S\}$

II. $B = \{2, 3, 5, 7\}$

III. $D = \{3, 6, 9, 12, 15, \dots\}$

IV. $P = \{1, 3, 5, 7, 11, 15\}$

V. $X = \{10, 15, 20, 25\}$

பயிற்சி 4

I. $A = \{22, 24, 26, 28\}$, $n(A) = 4$

II. $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $n(B) = 10$

III. $P = \{V, I, B, G, Y, O, R\}$, $n(P) = 7$

IV. $T = \{C, O, L, M, B\}$, $n(T) = 5$

பயிற்சி 5

I) முடிவுள்ள தொடை

II) முடிவுள்ள தொடை

III) முடிவிலித்தொடை

IV) முடிவுள்ள தொடை

பயிற்சி 6

I) \subset

II) $\not\subset$

III) \subset

IV) \subset

பயிற்சி 7

I, III, VI

பயிற்சி 8

II, III

பயிற்சி 9

I) $A^c = \{7, 9\}$

II) $P^c = \{2, 4, 6\}$

III) $X = \{1, 4, 6, 8, 10\}$

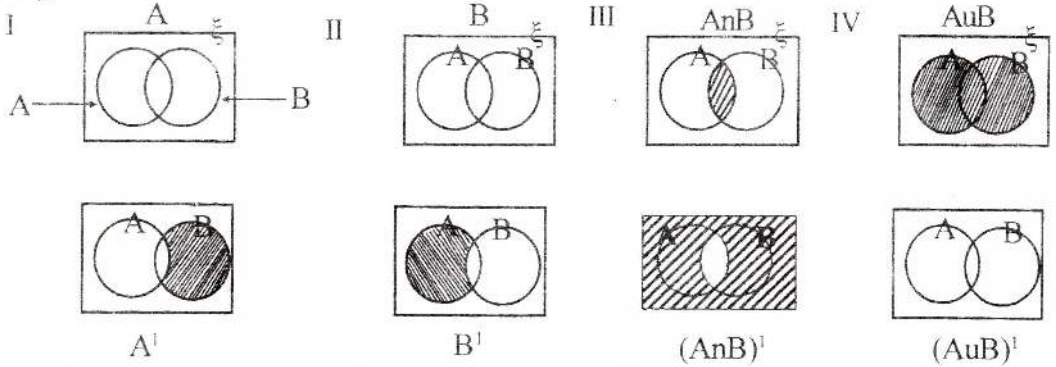
பயிற்சி 10

- I) {6} II) {2, 3, 4, 6, 8, 9} III) $n(A) = 4$ IV) $n(B) = 3$ V))
 $n(A \cap B) = 1$
 VI) $n(A \cup B) = 6$

பயிற்சி 11

I, II, III

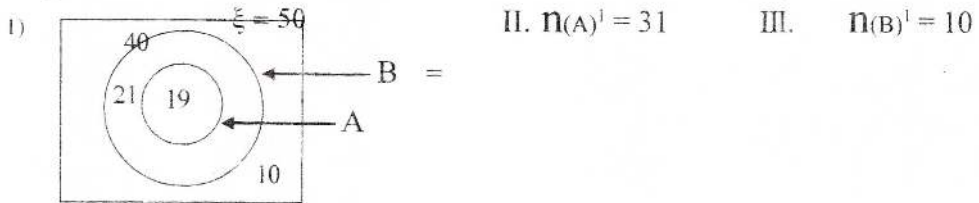
பயிற்சி 12



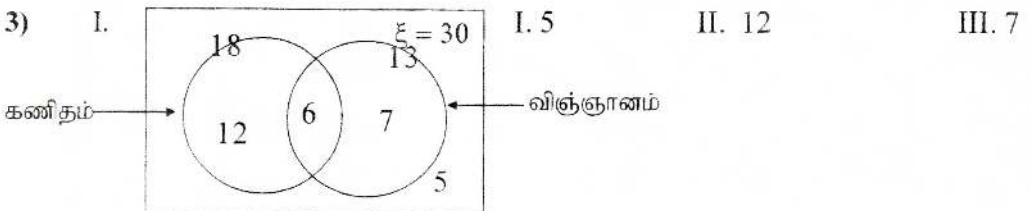
பயிற்சி 13

- I. $B = \{3, 6, 9, 12\}$ II. $A' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ III. $A \cap B = \{6, 12\}$
 IV. $(A \cup B)' = \{1, 5, 7\}$

பயிற்சி 14

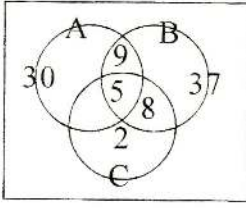


- 2). I. $A = \{1, 3, 5, 7\}$ II. $B = \{1, 3, \dots\}$
 III. $A \cap B = \{1, 3\}$ IV. $A \cup B = \{1, 3, 5, 7\}$



பயிற்சி 15

I.



II. 15

III. 55

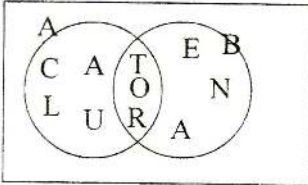
IV. 2

2) I. ஜேர்மன் மொழி மட்டும் 9 பேர் II. 39 பேர் III. $x = 13$ IV. $Z = 6$

3) I. $A = \{ C, A, L, U, T, O, R \} - n(A) = 7$
 II. $B = \{ E, N, R, A, T, O, R \} - n(B) = 7$

III. முதலிமைகள் சமன். சமவலுத்தொடை.

IV.



V. $C = AnB$

5.2 நிகழ்தகவு (Probability)

ஒரு நிகழ்வானது நிகழ்வதற்கான சந்தர்ப்பத்தை அளவிடுவதே நிகழ்தகவு. நிகழ்தகவு 3 வழிகளில் நிகழலாம்

- 1) நிச்சயமாக நடைபெறும் நிகழ்ச்சி
- 2) நிச்சயமாக நடைபெறாத நிகழ்ச்சி
- 3) எழுமாறான / சந்தேகத்திற்கு இடமான, சிலவேளை மட்டும் நடைபெறும் நிகழ்ச்சி

I. நிச்சயமாக நடைபெறும் நிகழ்வொன்றின் நிகழ்தகவு

ஒரு நிகழ்வு நிச்சயமாக நிகழும் எனின் அதன் நிகழ்தகவுப் பெறுமானம் 1 ஆகும். உ - ம் : மேலே எறிந்த கல் கீழே விழும் என்பதற்கு நிகழ்தகவு யாது?

I

II. நிச்சயமாக நடைபெறாத நிகழ்வொன்றின் நிகழ்தகவு

ஒரு நிகழ்வானது நிச்சயமாக நடைபெறாது எனின் அதன் நிகழ்தகவுப் பெறுமானம் 0 ஆகும்.

உ - ம் சூரியன் மேற்கில் உதித்தல் என்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது? 0

III. எழுமாற்று நிகழ்வொன்றின் நிகழ்தகவு

ஒரு நிகழ்வானது சிலவேளை மட்டும் நடைபெறும் எனின் அது எழுமாற்று நிகழ்வு ஆகும். அதன் நிகழ்தகவுப் பெறுமானம் 0 இற்கும் 1 இற்கும் இடைப்பட்ட பின்னமாக அமையும்.

$$\text{நிகழ்தகவு} = \frac{\text{எதிர்பார்த்த நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{மொத்த நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

உ - ம் :- நாணயம் ஒன்று சுண்டப்படும் போது தலை விழுவதற்கான நிகழ்தகவு?

நிகழக்கூடிய மொத்த நிகழ்ச்சிகளின் எண்ணிக்கை = 2

தேவையான நிகழ்ச்சிகளின் எண்ணிக்கை (H) = 1

எனவே தலை விழுவதற்கான நிகழ்தகவு = $P(H) = \frac{1}{2}$

மாதிரி வெளி

நிகழ்வு ஒன்றில் நிகழக்கூடிய அனைத்து நிகழ்ச்சிகளையும் உள்ளடக்கிய தொடை மாதிரி வெளி ஆகும்.

உ - ம் :- நாணயம் ஒன்றை மேலே சுண்டுதல்

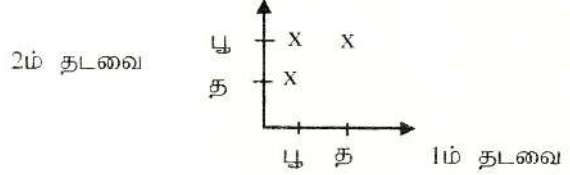
$$S = \{ \text{தலை, பு} \}$$

I. தெக்காட்டின் தளத்தில் வகை குறித்தல் (புள்ளி வரைபு)

மாதிரி வெளியை தெக்காட்டின் தளத்தில் குறிப்போம்.

நாணயம் ஒன்றை ஒரு முறை சுண்டும் போது நிகழக்கூடிய நிகழ்ச்சிகளின் மாதிரி வெளியை புள்ளி வரைபில் காட்டுக? $\begin{array}{c} X & X \\ H & T \end{array}$

உ -ம் :- நாணயம் ஒன்றை இரு தடவைகள் சுண்டும் போது நிகழக்கூடிய நிகழ்ச்சிகளை வரைபில் காட்டுக.



(I) தம்முட் புறநீங்கும் நிகழ்ச்சிகள்

இரு நிகழ்ச்சிகள் A,B எனின் A எனும் நிகழ்ச்சி நிகழும் போது B எனும் நிகழ்ச்சி நிகழாமலும் B எனும் நிகழ்ச்சி நிகழும் போது A எனும் நிகழ்ச்சி நிகழாமலும் இருப்பின் அவை தம்முள் புறநீங்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனப்படும்.

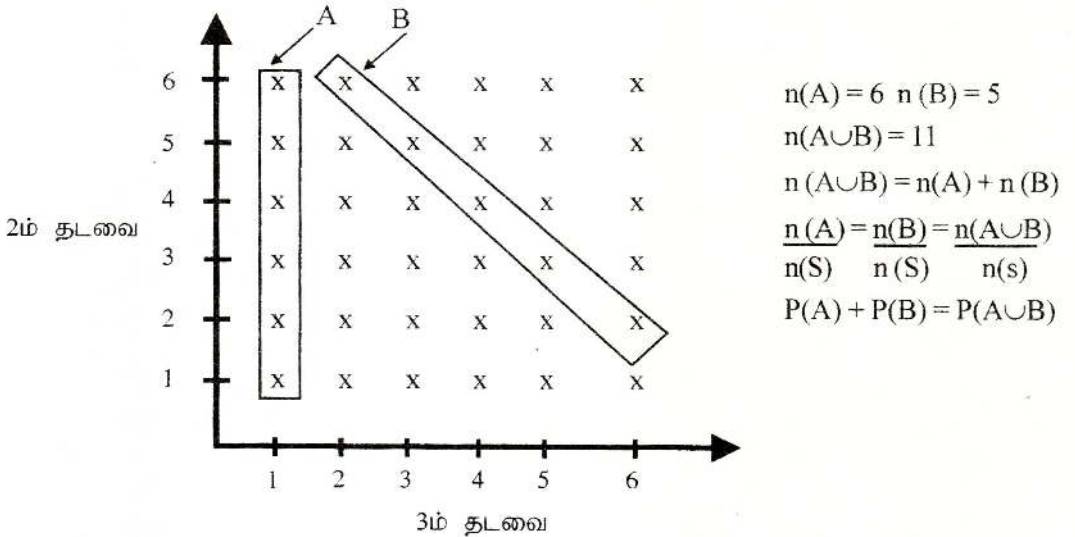
உ-ம் :- 1 தொடக்கம் 6 வரை இலக்கமிடப்பட்ட ஒரு தாயக்கட்டையை அடுத்தடுத்து 2 தடவைகள் மேலே எறியப்படுகின்றன.

I) இந் நிகழ்ச்சிகளின் மாதிரி வெளியை வரைபில் காட்டுக?

II) முதலாவது தடவை எண் 1 வரும் நிகழ்வை வரைபில் A எனக் காட்டுக.

III) கூட்டுத்தொகை 8 வரும் நிகழ்வை வரைபில் B எனக் காட்டுக.

Iv) Aயும் Bயும் தம்முட் புறநீங்குவனவா? (தம்முட் புறநீங்கும் நிகழ்ச்சி)



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

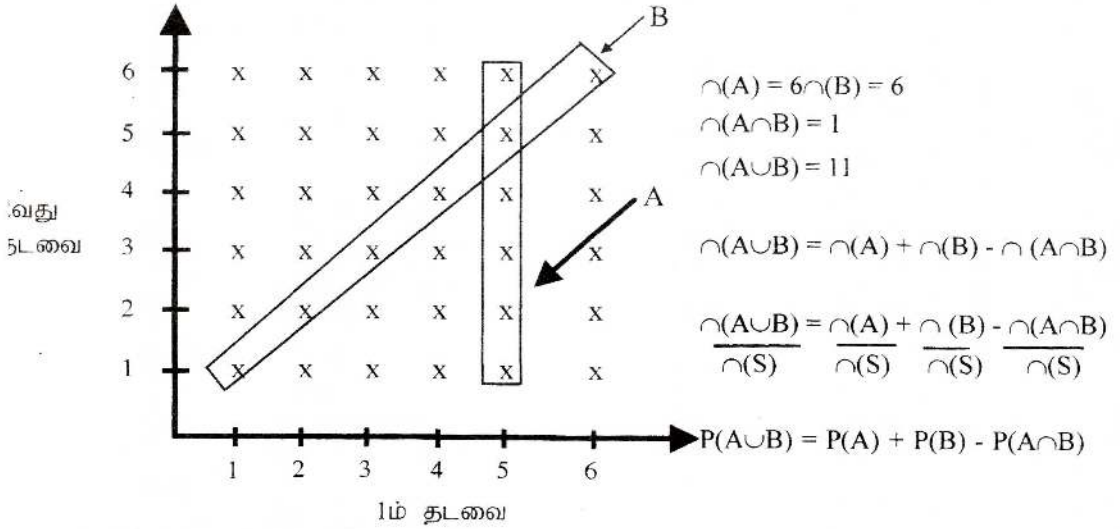
II) தம்முள் புறநீங்கா நிகழ்ச்சி

இரு நிகழ்ச்சிகள் A, B எனின் A எனும் நிகழ்ச்சி நிகழும் போது B எனும் நிகழ்ச்சி நிகழ்வதாயும், B எனும் நிகழ்ச்சி நிகழும் போது A எனும் நிகழ்ச்சி நிகழ்வதாயும் இருப்பின் அவை தம்முள் புறநீங்கா நிகழ்ச்சிகள் எனப்படும்.

உ -ம் :- 1-6 வரை எண்ணிடப்பட்ட ஒரு கோடாத சதுரமுகி தாயக்கட்டை ஒன்றை மேலே 2 தடவைகள் எறிந்தால்

- 1) மாதிரி வெளியை வரைபொன்றில் காட்டுக?
- 2) முதலாவது தடவை எண் 5 தோன்றுவதற்கான நிகழ்வை வரைபில் A எனக் காட்டுக?
- 3) இருதடவைகளும் ஒரே எண்கள் வருவதை வரைபில் B எனக் காட்டுக?
- 4) Aயும், Bயும் தம்முட் புறநீங்குவனவா?

(தம்முள் புறநீங்கா நிகழ்ச்சி.)



$$n(A) = 6, n(B) = 6$$

$$n(A \cap B) = 1$$

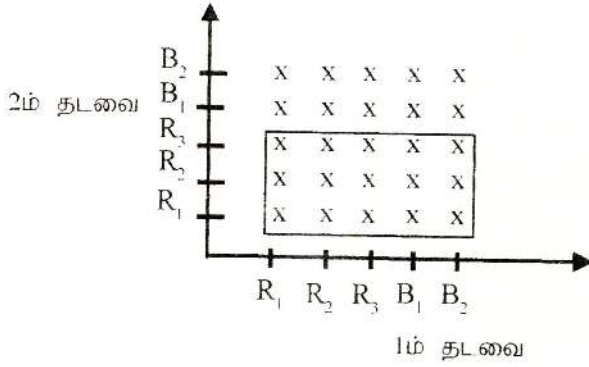
$$n(A \cup B) = 11$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

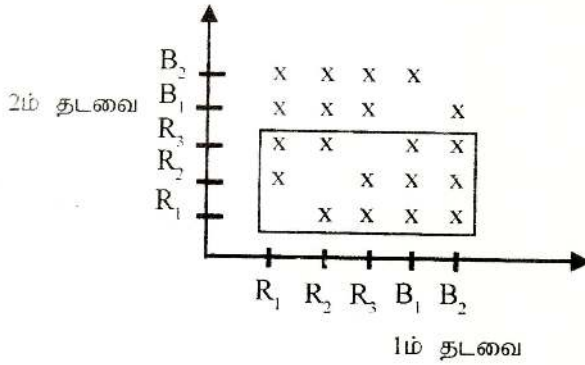
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- I. பை ஒன்றினுள் ஒரே அளவான 3 சிவப்பு 2 நீல மாபிள்கள் உண்டு. பையினுள் இருந்து எழுமாறாக ஒரு மாபிள் வெளியே எடுக்கப்பட்டு அதன் நிறம் குறித்த பின் மீண்டும் இடப்பட்டு திரும்பவும் ஒரு மாபிள் வெளியே எடுக்கப்பட்டு அதன் நிறம் குறிக்கப்பட்டது. இந் நிகழ்வுக்குரிய நிகழ்ச்சிகளின் மாதிரிவெளியை புள்ளி வரைபில் காட்டுக.



I) 2ம் தடவை சிவப்பு நிற மாபிள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
15/25

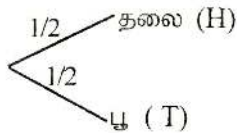
II) பை ஒன்றினுள் ஒரே அளவான 3 சிவப்பு 2 நீல மாபிள்கள் உண்டு. அவற்றில் இருந்து எழுமாறாக ஒரு மாபிள் வெளியே எடுக்கப்பட்டு அதன் நிறம் குறிக்கப்பட்ட பின் மீண்டும் பையினுள் இடப்படாமல் திரும்பவும் ஒரு மாபிள் வெளியே எடுக்கப்பட்டு அதன் நிறம் குறிக்கப்பட்டது. இந் நிகழ்வுக்குரிய நிகழ்ச்சிகளின் மாதிரி வெளியை புள்ளி வரைபில் காட்டுக.



I) 2ம் தடவை சிவப்பு நிற மாபிள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
12/20

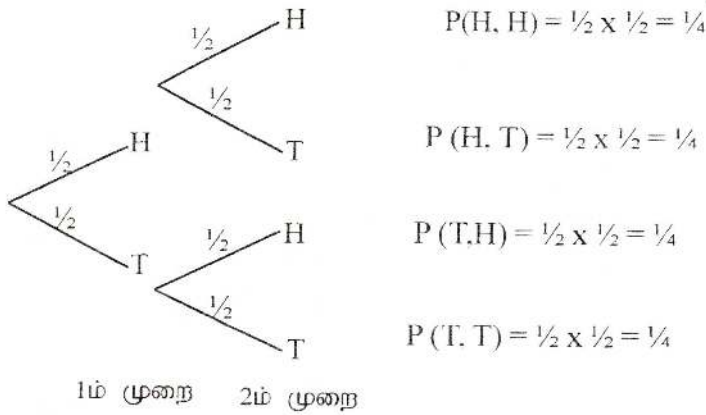
II. மரவரிப்படத்தில் வகை குறித்தல்

உ-ம் :- நாணயம் ஒன்றை ஒரு முறை சுண்டும் போது நிகழக்கூடிய நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்வை மரவரிப்படத்தில் காட்டுவோம்.



தலை விழுவதற்கான நிகழ்தகவு?
 $P(H) = 1/2$

உ-ம் :- நாணயம் ஒன்றை இரு முறை சுண்டும் போது நிகழக்கூடிய நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்வுகளை மரவரிப்படத்தில் காட்டுக?



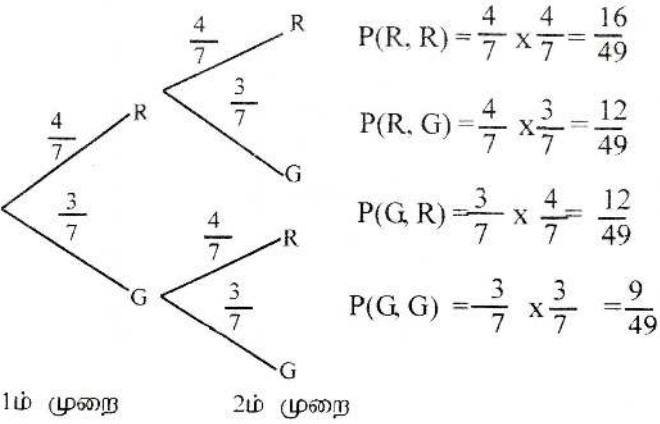
1) இரு தடவைகளும் தலை விழுவதற்கான நிகழ்தகவு?
 $P(H, H) = \frac{1}{4}$

2) 2ஆம் தடவை மாத்திரம் தலை விழுவதற்கான நிகழ்தகவு?
 $P(T, H) = \frac{1}{4}$

பிரதி வைப்புடன் நடைபெறும் நிகழ்ச்சி

உ-ம் ஒரு பையினுள் அளவிலும், பருமனிலும் சமனான 4 சிவப்பு 3 பச்சை நிறமான மாபிள்கள் உள்ளன. A என்பவன் ஒரு மாபிளை எழுமாறாக எடுத்துப் பார்த்து விட்டு மீண்டும் பையினுள் இட்டு மீண்டும் பையினுள் இட்டு மீண்டும் ஒரு மாபிளை வெளியே எடுக்கிறான்?

- I) நிகழ்வுகளை மரவரிப்படத்தில் காட்டுக?
- II) இரு முறைகளும் சிவப்பு மாபிள் வருவதற்கான நிகழ்தகவு?
- III) இரு முறைகளும் வித்தியாசமான நிற மாபிள்கள் வருவதற்கான நிகழ்தகவு?



விடைகள்

$$I) \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{16}{49}$$

$$II) \frac{12}{49} \times \frac{12}{49} = \frac{24}{49}$$

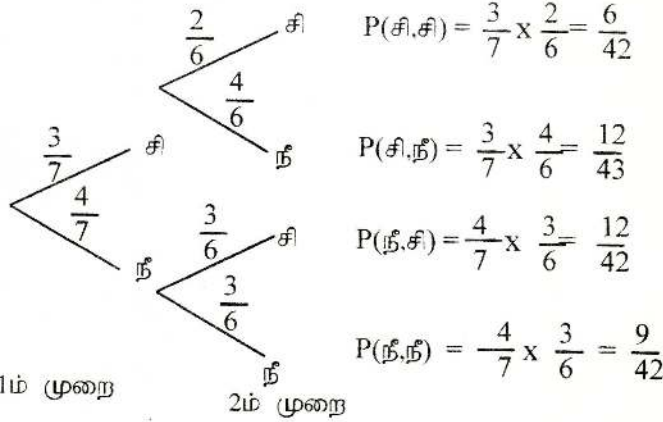
பிரதி வைப்பு இன்றி நடைபெறும் நிகழ்ச்சி

உ -ம் :-

பெட்டி ஒன்றினுள் ஒரே வகையைச் சேர்ந்த 3 சிவப்பு குமிழ் முனைப் பேனைகளும் 4 நீல நிறக் குமிழ் குமிழ் முனைப் பேனைகளும் உண்டு. முதலில் பெட்டியிலிருந்து எழுமாறாக ஒரு பேனை எடுக்கப்பட்டு அதன் நிறம் குறிக்கப்பட்ட பின் அதனை மீண்டும் பெட்டியினுள் இடாமல் மற்றுமொரு பேனை மீண்டும் எழுமாறாக எடுக்கப்பட்டது. இப்பரிசோதனையின் பேறுகளை மரவரிப்படத்தில் காட்டுக. பின்வருவனவற்றின் நிகழ்தகவை காண்க?

I) இரு தடவைகளும் சிவப்பு பேனை கிடைத்தல்.

II) சிவப்பு பேனை ஒன்றும், நீலப் பேனை ஒன்றும் கிடைத்தல்.



$$I) \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{6}{42}$$

$$II) \frac{12}{42} + \frac{12}{42} = \frac{24}{42}$$

வினாக்கள்

- 1) ஒரு கோடாத சதுரமுகி தாயக்கட்டை ஒன்றைச் சுண்டி எண் 5ஐப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
- 2) ஒரு சதுரமுகித் தாயக்கட்டை ஒன்றை சுண்டி இரட்டை எண்களைப் பெற நிகழ்தகவு என்ன?
- 3) வெடி ஒன்று வெடிப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{3}{5}$ ஆகும். அவ் வெடி வெடிக்காமைக்கான நிகழ்தகவு யாது?
- 4) தாயக்கட்டையொன்றின் முகங்களில் 1 - 6 வரை இலக்கங்கள் இடப்பட்டுள்ளன. இதை சுண்டும் போது சதுர எண் தோன்றக்கூடிய மாதிரி வெளியை தருக?
- 5) ஒரு பெட்டியினுள் 5 சிவப்பு, 2 பச்சை, 4 மஞ்சள் நிற பவளங்கள் உண்டு. எழுமாறாக ஒரு பவளம் வெளியே எடுக்கப்பட்டால் அது
 - I) சிவப்பாக இருக்க
 - II) 1 பச்சை அல்லது மஞ்சள் ஆக இருக்க நிகழ்தகவு யாது?
- 6) 1, 2, 3, 4 என முகங்களிலே இலக்கமிடப்பட்ட ஒரு சதுரமுகித் தாயக்கட்டையொன்று இரு தடவைகள் எறியப்பட்டன.
 - I) நிகழ்ச்சிகளின் மாதிரி வெளியை தெக்காட்டின் தளமொன்றில் காட்டுக.
 - II) பின்வருவனவற்றின் நிகழ்தகவைக் காண்க?
 1. இரு முறைகளும் ஒரே எண்கள் பெறப்படல்.
 2. கூட்டுத்தொகை 6 பெறப்படல்
 3. கூட்டுத்தொகை 6இலும் கூடியதாக இருத்தல்
- 7) ஒரு பெட்டியினுள் அளவிலும், பருமனிலும் சமனான 2 சிவப்பு, 3 பச்சை, 1 மஞ்சள் நிறமான இனிப்புக்கள் உண்டு. x என்பவன் இனிப்பு ஒன்றை எழுமாறாக எடுத்துப் பார்த்து விட்டு மீண்டும் இட்டு மீண்டும் ஒன்றை எடுக்கின்றான்.
 1. இந்நிகழ்ச்சிகளின் மாதிரி வெளியை காட்ட புள்ளி வரைபு ஒன்றை வரைக.
 2. பின்வருவனவற்றின் நிகழ்தகவைக் காண்க?
 1. இரு முறைகளும் சிவப்பு நிற இனிப்பை எடுத்தல்.
 2. இரு முறைகளும் ஒரே நிற இனிப்பை எடுத்தல்
 3. ஒரு முறையாவது பச்சை நிற இனிப்பை எடுத்தல்.
 4. இரண்டாவது முறை மஞ்சள் நிற இனிப்பை எடுத்தல்.
- 8) வெடி ஒன்று வெடிப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{3}{5}$ ஆகும் என மதிப்பிடப்பட்டிருந்தது. ரவி 3 வெடிகளை வாங்கினான்.
 1. மரவரிப்படம் வரைக?
 2. 3 வெடிகளும் வெடித்தல்
 3. ஒரு வெடிகளும் மட்டும் வெடித்தல்
 4. ஒரு வெடியாவது வெடித்தல் ஆகியவற்றுக்கான நிகழ்தகவு யாது?

- 9) விமானம் ஒன்றிந்து இலக்கு ஒன்றை நோக்கி இரு குண்டுகள் வீசப்படுகின்றன. அது சரியாக இலக்கிலே விழுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.3 என எதிர்பார்க்கப்பட்டது.
1. மரவரிப்படம் வரைக.
 2. இரு குண்டுகளும் சரியாக இலக்கில் விழுதல்
 3. இரு குண்டுகளும் சரியாக விழாது இருத்தல்
 4. ஒரு குண்டு மட்டும் சரியாக விழுதல் ஆகியவற்றுக்கான நிகழ்தகவைக் காண்க?
- 10) 50 சத நாணயம் ஒன்றும். ஒரு ரூபா நாணயம் ஒன்றும் ஒரே நேரத்தில் மேலே சுண்டப்பட்டன. ஒவ்வொரு நாணயத்திலும் தலை பெறுவதும், பூ பெறுவதும் சம இயல்தகவு நிகழ்ச்சிகளாகும்.
- 1) மரவரிப்படம் ஒன்றை வரைக.
 - 2) பின்வருவனவற்றின் நிகழ்தகவைக் காண்க?
 1. 50 சத நாணயத்திலே தலையைப் பெறுதல்
 2. இரு நாணயங்களிலும் தலையைப் பெறுதல்
 3. தலை ஒன்றையும், பூ ஒன்றையும் பெறுதல்
 4. 50 சத நாணயத்தில் தலையும், ஒரு ரூபா நாணயத்தில் பூவும் பெறுதல்.
- 11) பாலா நேரத்துக்குக் கல்லூரிக்குச் செல்வதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{4}{5}$ ஆகும்.
- I) தொடர்ந்து மூன்று நாட்களுக்கு அவன் பாடசாலை செல்வதற்கான மரவரிப்படத்தை வரைக.
 - II) மூன்று நாட்களும் நேரம் பிந்தாது பாடசாலைக்கு அவன் செல்லும் நிகழ்தகவு என்ன?
 - III) ஒரு நாள் மட்டும் அவன் பாடசாலைக்கு பிந்திச் செல்லும் நிகழ்தகவு என்ன?
 - IV) குறைந்தது ஒரு நாளாவது அவன் பாடசாலைக்கு நேரத்துக்கு போகும் நிகழ்தகவு என்ன?
- 12) ஒரு குறிப்பிட்ட கார் நிறுத்தும் இடத்திலிருந்து மாலையில் கார்கள் புறப்படும் போது முதலாவது சந்தியில் இடது பக்கம் திரும்பும் நிகழ்தகவு $\frac{3}{4}$ ஆகவும் அடுத்த சந்தியில் இடது பக்கம் திரும்பும் நிகழ்தகவு $\frac{2}{5}$ ஆகவும் காணப்பட்டது. புறப்பட்ட ஒரு கார்
- a) முதலில் வலமாகவும் இரண்டாம் முறையும் வலமாகவும் திரும்பும் நிகழ்தகவு யாது?
 - b) அது ஒரு சந்தியில் வலது பக்கமும் ஒன்றில் இடது பக்கமும் திரும்பும் நிகழ்தகவு யாது?
- 13) ஓர் உறையினுள் நிறத்தில் மட்டும் வேறுபட்ட ஆனால் மற்றெல்லா வகையிலும் ஒரே விதமான 8 மாபிள்கள் இருந்தன. அவற்றுள் 4 சிவப்பு, 3 பச்சை, எஞ்சியது மஞ்சள். உறையிள் இருந்து எழுமாற்றாக ஒரு மாபிள் எடுக்கப்பட்டு அதன் நிறம் அவதானிக்கப்பட்டது.
- a) 1. சாத்தியமான நிகழ்ச்சிகளைக் காட்டும் மரவரிப்படம் வரைக.
 2. ஒவ்வொரு நிகழ்ச்சிக்குமுரிய நிகழ்தகவை மரவரிப்படத்தில் எழுதுக.
 3. எடுக்கப்படும் மாபிள் பச்சை or மஞ்சள் நிறமாயிருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவு யாது?

b) அது திருப்பி உறையினுள் வைக்கப்பட்டு வேறொரு மாயிள் எடுக்கப்பட்டு அதன் நிறம் அவதானிக்கப்படுகிறது.

IV) உமது மரவரிப்படத்தை இந் நிகழ்ச்சிகளையும் உள்ளடக்கும் வண்ணம் விரிவுபடுத்துக.

V) இந்நிகழ்ச்சிக்ரூரிய நிகழ்தகவை மரவரிப்படத்தில் குறிக்க.

VI) முதலாவது மாயிள் சிவப்பு நிறமானதாகவும் இரண்டாவது மாயிள் மஞ்சள் நிறமானதாயும் இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவு யாது?

14) ஒரு சாடியினுள் ஒரே அளவான 12 இனிப்புகளும் 8 சிவப்பு நிறமானவை. ஏனையவை மஞ்சள் நிறம். மதுசா ஒரு இனிப்பை எடுத்து உண்கிறாள். பின்னர் பிரகாஷ் ஒரு இனிப்பை எடுத்து உண்கிறான்.

a) மரவரிப்படம் வரைக.

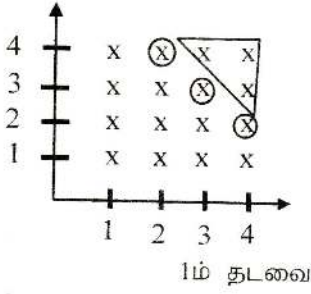
b) இருவரும் மஞ்சள் நிற இனிப்பை உண்பதற்குரிய நிகழ்தகவு யாது?

c) இருவரும் வெவ்வேறு நிற இனிப்பை உண்பதற்குரிய நிகழ்தகவு யாது?

விடைகள்

- 1) $1/6$
- 2) $3/6$
- 3) $2/5$
- 4) $S = \{1, 4\}$
- 5) $5/12, 7/12$

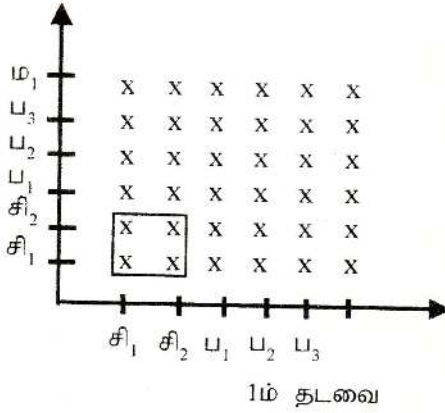
6) 2ம் தடவை



1. $4/16$
2. $3/16$
3. $3/16$

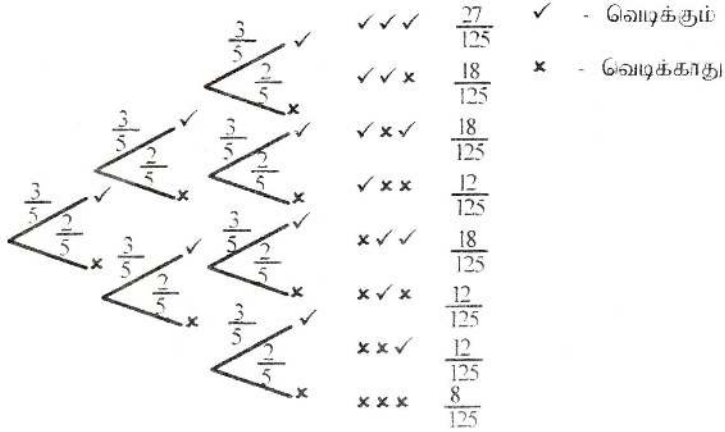
7)

2ம் தடவை



1. $4/36$
2. $4/36 + 9/36 + 1/36 = 14/36$
3. $21/36$
4. $6/36$

8)



1ம் படிமுறை

2ம் படிமுறை

3ம் படிமுறை

2) $\frac{27}{125}$

3) $\frac{36}{125}$

4) $\frac{117}{125}$

10) 1) $\frac{1}{2}$

2) $\frac{1}{4}$

3) $\frac{1}{2}$

4) $\frac{1}{4}$

12. a) $\frac{2}{20}$

b) $\frac{11}{20}$

14. b. $\frac{12}{132}$

c. $\frac{12}{132}$

9) 2) $\frac{9}{100}$

3) $\frac{49}{100}$

4) $\frac{42}{100}$

11) ii. $\frac{64}{125}$

iii. $\frac{48}{125}$

13. 3. $\frac{4}{8}$

6. $\frac{4}{64}$

iv. $\frac{124}{125}$

5.3 புள்ளி விபரவியல்

5.31 தண்டு - இலை வரைபு

- ⇒ தண்டு - இலை வரைபின் மூலம் ஆகாரம். இடையம் என்பவற்றை காணமுடியும்.
- ⇒ எண் பரம்பல் ஒன்றின் இடையைக் காணமுடியும்.
- ⇒ எண்பரம்பல் ஒன்றின் காலணைகளையும் காலணையிடை வீச்சையும் காணமுடியும்.

உ-ம்

15 மாணவர் பெற்ற புள்ளிகள் தரப்பட்டுள்ளது. இதனை தண்டு இலை வரைபில் காட்டுக.
12, 20, 09, 31, 40, 52, 15, 27, 28, 32, 40, 40, 43, 58, 34

- ⇒ தரப்பட்ட எண் பரம்பலை ஏறுவரிசையில் எழுதுக.
09, 12, 15, 20, 27, 28, 31, 32, 34, 40, 40, 40, 43, 52, 58

தண்டு	இலை
0	9
1	2 5
2	0 7 8
3	1 2 4
4	0 0 0 3
5	2 8

இங்கு 3/1 என்பது - 31

- ⇒ இலைப்பகுதியில் ஒரு வரிசையில் கூடிய தடவைகள் குறிக்கப்பட்டுள்ள இலக்கத்துக்கு உரிய எண் ஆகாரம் எனப்படும். இதன்படி ஆகாரம் 40 ஆகும்.
- ⇒ புள்ளி பரம்பலின் வீச்சு யாது?
அதி கூடிய புள்ளி = 58
அதி குறைந்த புள்ளி = 09
வீச்சு = 58 - 09
= 49
- ⇒ 2ம் நிரையில் வகைகுறிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகளை தனித்தனியே எழுதுக?
12, 15
- ⇒ புள்ளிப் பரம்பலின் இடையம் யாது?

$$\begin{aligned} \text{இடையம்} &= \frac{15 + 1}{2} \text{ ஆவது ஈட்டு} = \frac{16}{2} \text{ ஆவது ஈட்டு} \Rightarrow 8 \text{ வது ஈட்டு} \\ &= 32 \end{aligned}$$

$$\left[\frac{\text{ஈட்டுக்களின்} + 1}{2} \right]$$

எண்ணிக்கை

⇒ 30 புள்ளிகளுக்கு மேற்பட்ட புள்ளிகளைப் பெற்றவர்கள் எத்தனை பேர்? 9 பேர்

⇒ மாணவர் பெற்ற புள்ளிகளின் இடையை காண்க.

$$= \frac{481}{15} = \frac{\text{ஈட்டுக்களின் மொத்த கூட்டுத்தொகை}}{\text{ஈட்டுக்களின் எண்ணிக்கை}}$$

$$= 32.06$$

$$\approx 32$$

பயிற்சி 1

1. பின்வரும் எண் பரம்பலை தண்டு - இலை வரைபில் தருக?

61, 53, 32, 45, 28, 56, 40, 32, 35, 24, 66, 32, 41

I. பரம்பலின் வீச்சைக் காண்க.

II. ஆகாரம் யாது?

III. இடையம் யாது?

2. மாணவர் குழு ஒன்று ஒரு பரீட்சையில் கணித பாடத்தில் பெற்ற புள்ளிகள் தண்டு-இலை வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ளன.

தண்டு	இலை
3	0 1 2
4	3 4
5	5 6 8
6	2 7 7 8
7	3 5 9

I. இதில் நான்காம் நிரையில் வகை குறிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகளை தனித்தனியாக எழுதுக.

II. தண்டு - இலை வரைபில் வகைகுறிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகளைப் பெற்ற மாணவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை யாது?

III. அப்புள்ளிகளின் ஆகாரத்தை காண்க?

IV. அப்புள்ளிகளின் வீச்சை காண்க.

V. அப்புள்ளிகளின் இடையத்தை காண்க.

☞ தண்டு இலை வரைபின் மூலம் காலணைகளையும் காலணையிடை வீச்சையும் காணல்.

ஓர் எண்பரம்பல் சமமான நான்கு பகுதிகளாக பிரிக்கப்படும் போது பிரிகோட்டின் மீதுள்ள பெறுமானங்கள் காலணைகள் எனப்படும்.

உ - ம் 2, 4, 5, 7, 9, 10, 15, 16, 17, 18, 19

1ம் காலணை 2ம் காலணை 3ம் காலணை

Q_1

Q_2

Q_3

Q_1 - 1ம் காலணை - 5

(இடையம்) Q_2 - 2ம் காலணை - 11

Q_3 - 3ம் காலணை - 17

காலணையிடை வீச்சு = $Q_3 - Q_1$

3ம் காலணைக்கும் 1ம் காலணைக்கும் உள்ள வித்தியாசம் காலணை இடைவீச்சு ஆகும்.

மேற்றரப்பட்ட எண் பரம்பலில் காலணையிடை வீச்சு
= 17-5

$$Q_3 - Q_1 = 12$$

காலணையிடை வீச்சு $Q_3 - Q_1$

$$Q_1 = \frac{1}{4}(n+1) \text{ ஆவது ஈட்டு}$$

$$Q_2 = \frac{1}{2}(n+1) \text{ ஆவது ஈட்டு}$$

$$Q_3 = \frac{3}{4}(n+1) \text{ ஆவது ஈட்டு}$$

உ-ம்

ஒரு போட்டியின் போது குழு ஒன்றில் இருந்த ஆட்டக்காரர்கள் சேர்த்த புள்ளிகளின் பரம்பல் தண்டு இலை வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

தண்டு	இலை
0	0
1	2 8
2	5 5 6
3	2 4
4	0 4
5	4

I) புள்ளி பரம்பலின் வீச்சு யாது?

$$54 - 00 = 54$$

II) புள்ளி பரம்பலின் ஆகாரம் யாது?

$$25$$

III) புள்ளி பரம்பலின் 1ம் காலணை யாது?

$$Q_1 = \frac{1}{4}(n+1) \text{ ஆவது ஈட்டு (n ஈட்டுக்களின் எண்ணிக்கை)}$$

$$= \frac{1}{4}(11+1) \text{ ஆவது ஈட்டு}$$

$$= \frac{1}{4} \times 12 \text{ ஆவது ஈட்டு}$$

$$\Rightarrow 3 \text{ வது ஈட்டு}$$

$$= 18$$

IV) Q_2 - இடையம்

$$\begin{aligned} Q_2 &= \frac{1}{2} \times (n+1) \text{ ஆவது ஈட்டு} \\ &= \frac{1}{2} (11+1) \text{ ஆவது ஈட்டு} \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \text{ ஆவது ஈட்டு} \\ &\Rightarrow 6 \text{ வது ஈட்டு} \\ &= 26 \end{aligned}$$

V) $Q_3 = \frac{3}{4} (n+1)$ ஆவது ஈட்டு

$$\begin{aligned} Q_3 &= \frac{3}{4} \times (11+1) \text{ ஆவது ஈட்டு} \\ &= \frac{3}{4} \times 12 \text{ ஆவது ஈட்டு} \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \text{ ஆவது ஈட்டு} \\ &\Rightarrow 9 \text{ வது ஈட்டு} \\ &= 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{காலணையிடை வீச்சு}) Q_3 - Q_1 &= 40 - 18 \\ &= 22 \end{aligned}$$

பயிற்சி 2

தண்டு	இலை		
0	2	4	8
1	3	5	
2	2	3	5
3	5	8	
4	6	7	9
5	3	5	8

- I) தண்டு இலை வரைபில் வகைகுறிக்கப்பட்டுள்ள மொத்த எண்ணிக்கை யாது?
 II) இடையம் யாது?
 III) 1ம், 3ம் காலணை காண்க?
 IV) காலணையிடை வீச்சை காண்க?

2) தோட்டம் ஒன்றில் 15 மரங்களில் தேங்காய்களின் எண்ணிக்கை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.
 8, 12, 7, 9, 5, 7, 14, 16, 13, 15, 11, 14, 17, 18, 8

- I) தகவலை தண்டு இலை வரைபில் காட்டுக?
 II) இதில் இடையத்தை காண்க.
 III) இதில் 1ம், 3ம் காலணைகளைக் காண்க?

3) 21 மாணவர்கள் மாதப் பரீட்சை ஒன்றில் கணித பாடத்தில் பெற்ற புள்ளிகளின் பரம்பல் கீழே காணப்படுகின்றது.

42	22	17	65	56	31	33
64	45	58	33	20	74	26
45	39	28	35	62	52	54

- I) இப்புள்ளிகளைத் தண்டு இலை வரைபில் காட்டுக.
 II) இப்புள்ளிகளின் பரம்பலின் இடையம் யாது?
 III) இது ஓராகரப் பரம்பலா? உமது விடைக்கு காரணம் தருக?

**தண்டு இலை வரைபு
விடைகள்**

பயிற்சி 1

	தண்டு	இலை	ஏறுவரிசை
I)	2	8 4	4 8
	3	2 2 5 2	2 2 2 5
	4	5 0 1	0 1 5
	5	3 6	3 6
	6	1 6	1 6
			3/2 என்பது 32

II) 32

$$\text{III) } Q_2 = \frac{15 + 1}{2}$$

$$\Rightarrow 8 \text{ வது ஈட்டு} \\ = 41$$

2) I) 55, 56, 58

II) 15

III) 67

IV) $79 - 30 = 49$

$$\text{IV) } Q_2 = \frac{15 + 1}{2} = \frac{16}{2}$$

$$8 \text{வது ஈட்டு} \\ = 58$$

பயிற்சி 2

(1)

I) 16

$$\text{II) } Q_2 = \frac{16 + 1}{2}$$

$$= 17/2$$

$$= 8 \frac{1}{2} \text{ வது ஈட்டு}$$

$$= \frac{25 + 35}{2}$$

$$= \frac{60}{2} = 30$$

$$\text{III) } Q_1 = \frac{17}{4}$$

$$= 4 \frac{1}{4}$$

$$= 8 \text{ வது ஈட்டு}$$

$$= 3 + \frac{1}{4} (15-13)$$

$$= 13 + \frac{1}{4} \times 2$$

$$= 13.5$$

(2)

தண்டு	இலை	ஏறுவரிசை
0	8 7 9 5 7 8	5 7 7 8 9 9
1	2 4 6 3 5 1 4 7 8	1 2 3 4 4 5 6 7 8

$$I) Q_2 = \frac{1}{2}(n+1) = \frac{1}{2} \times 16 \Rightarrow 8\text{வது ஈட்டு}$$

$$= 12$$

II) 08

III) 15

IV) 7

(3)

தண்டு	இலை	ஏறுவரிசை
1	7	7
2	2 8 0 6	0 2 6 8
3	9 3 5 1 3	1 3 3 5 9
4	2 5 5	2 5 5
5	8 6 2 4	2 4 6 8
6	4 5 2	2 4 5
7	4	4

II) 45

III) ஈராஈரஈப் பரஈஈஈ

5. 32 வட்ட வரைபு / பை வரைபு

- ◆ தரப்படும் தரவுகளை ஆரைச்சிறையின் கோணங்களாக எடுத்து வரையப்படும் வரைபு பைவரைபு அல்லது வட்ட வரைபு எனப்படும்.
- ◆ ஒரு வட்ட மையத்தில் எதிர் அமைக்கும் கோணம் 360° ஆகும்.

உ-ம்

ஒருவனின் மாதாந்த வருமானம் ரூ 7200 ஆகும்.

அவர் செலவு செய்த விபரம் வருமாறு

உணவு - ரூ. 3600.00

உடை - ரூ. 1000.00

வாடகை - ரூ 2000.00

கல்வி - ரூ 600.00

	பணம் (செலவு)	மொத்த வருமானத்தின் பின்னமாக	வகை குறிக்கும் கோணம்
உணவு	3600.00	$\frac{3600}{7200}$	$\frac{3600}{7200} \times 360 = 180^\circ$
உடை	1000.00	$\frac{1000}{7200}$	$\frac{1000}{7200} \times 360 = 50^\circ$
வாடகை	2000.00	$\frac{2000}{7200}$	$\frac{2000}{7200} \times 360 = 100^\circ$
கல்வி	600.00	$\frac{600}{7200}$	$\frac{600}{7200} \times 360 = 30^\circ$
	7200.00	7200	7200

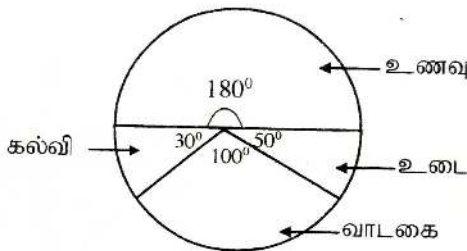
வட்ட வரைபில் காட்டுவோம்

உணவுக்கு / வகைகுறிக்கும் கோணம் = 180°

உடைக்கு வகைகுறிக்கும் கோணம் = 50°

வாடகைக்கு வகைகுறிக்கும் கோணம் = 100°

கல்விக்கு வகைகுறிக்கும் கோணம் = 30°



பயிற்சி 1

1. ஒருவனின் மாத வருமானம் ரூ. 3.6000 ஆகும். உணவிற்கு ரூ. 20.000உம், உடைக்கு ரூ. 6000ம், போக்குவரத்திற்கு ரூ. 3000உம், கல்விக்கு ரூ. 5000உம், செலவாக மீதி வங்கிக்கு இடப்பட்டது.

I. வங்கியில் இட்ட தொகை யாது?

II. ஒவ்வொன்றிற்கும் செலவு செய்யும் பணத்தை வகை குறிக்கும் கோணத்தை காண்க?

- a) உணவு ⇒
- b) உடை ⇒
- c) போக்குவரத்து ⇒
- d) கல்வி ⇒
- e) வங்கி ⇒

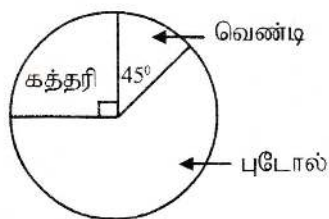
III. தகவலை பை வரைபு / வட்டவரைவில் காட்டுக?

2. ஒருவர் தனது வருமானத்தில் 20% வீட்டு வாடகைக்கும் 60% உணவிற்கும், 10% கல்விக்கும் செலவிடுகிறார். மீதியை வங்கியிலிடுகிறார். தகவலை பை வரைவில் காட்டுக.

வகை குறிக்கும் கோணம்

- a) வீட்டு வாடகை - $\frac{20}{100} \times 360 = 72^\circ$
- b) உணவு - =
- c) கல்வி - =
- d) மீதி (வங்கி) - =

3. ஒருவர் தனது காணியில் பயிரிடப்பட்ட மூன்று வகைப் பயிர்கள் பற்றிய தகவல்கள் வட்ட வரைவில் காட்டப்பட்டுள்ளன.



- I) கூடுதலாக பயிரிடப்படும் பயிர் யாது?
- II) குறைவாக பயிரிடப்படும் பயிர் யாது?
- III) புடோல் பயிரிடப்படும் இடத்தின் பரப்பளவை வகைகுறிக்கும் கோணம் யாது?
- IV) கத்தரி பயிரிடப்பட்ட இடத்தின் பரப்பளவு 250m^2 எனின் வெண்டி பயிரிடப்பட்ட இடத்தின் பரப்பளவு காண்க?

வட்ட வரைபு
விடைகள்

- 1) ரூ. 2000 II) a) 200° b) 60° c) 30° d) 50°
 e) 20°
- 2) a) 21° b) 36° c) 36°
- 3) I. புட்டால் II. வெண்மீ III. 220 IV. $125m^2$

5.33 வலையுருவரையம் மீடிறன் பல்கோணி

பின்கைமான தரவுகள் - தொடரான தரவுகள்

பின்கைமான தரவுகள்

முழு எண்களை எண்ணிக்கையாக பெறக்கூடிய தரவுகளை பின்னமாக தரவுகள் என அழைப்போம்.

உ-ம் வகுப்பொன்றிலுள்ள பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை
வாழைப்பழ சீப்பொன்றிலுள்ள பழங்களின் எண்ணிக்கை

Cricket விளையாட்டு ஒன்றில் பெற்ற ஓட்டங்கள்

பின்னகமான தரவுகளை குறித்துக் காட்டுவதற்கு முக்கியமாக படவரைபு, சலாகை வரைபுகள் என்பன பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

பின்னகமான தரவுகளைக் காட்டுவதற்கு சலாகை வரைபு மிகவும் பொருத்தமானது.

தொடரான தரவுகள்

முழு எண்கள் மாத்திரமின்றி முழு எண்களுக்கு இடைப்பட்ட பெறுமானங்களையும் எண்ணிக்கையாக பெறக்கூடிய தரவுகளை தொடரான தரவுகள் என அழைப்போம்.

உ-ம் பிள்ளையொன்றின் நிறை

பூச்செடி ஒன்றின் உயரம்

பிரயாணம் ஒன்றிற்கு எடுக்கும் நேரம்.

வலையுரு வரையம்

தொடரான தரவுகளை குறித்துக் காட்டுவதற்கு

(தொகுதியாக்கப்பட்ட தரவுகளை) சலாகைகள் மூலம் காட்டுவதற்கு வரையப்படும் வரைபு வலையுருவரையம் ஆகும்.

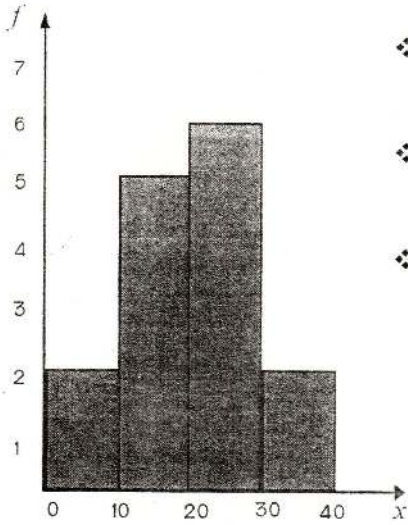
பின்னகமாறித் தரவுகளாயின், நிரல்களுக்கிடையில் இடைவெளி இருக்க வேண்டும்.

தொடர் மாறித் தரவுகளாயின் நிரல்களுக்கிடையில் இடைவெளி இல்லை.

உ-ம்

தொகுதியாக்கப்பட்ட எண் பரம்பல் ஒன்று வலையுரு வரையம் மூலம் காட்டப்பட்டுள்ளது.

எலுமிச்சம் பழங்களின் நிறை (x)	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40
எலுமிச்சம் பழங்களின் எண்ணிக்கை (f)	2	5	6	2

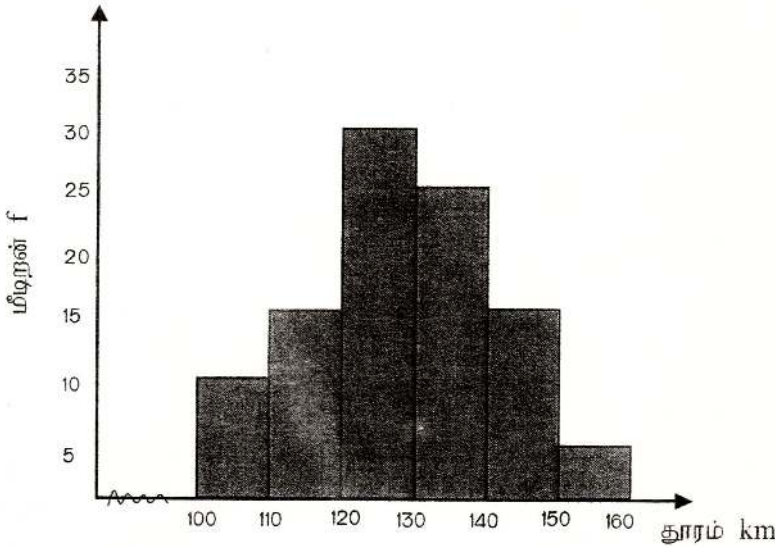


- ❖ வகுப்பாயிடையின் பெறுமானங்கள் கீடை அச்சிலும் மீறன் நிலைக்குத்து அச்சிலும் குறிக்கப்பட்டுள்ளன.
- ❖ சலாகைகள் செவ்வக வடிவமானவை. சலாகைகளுக்கிடையில் இடைவெளி இல்லை.
- ❖ செவ்வகங்களின் நீளங்களுக்கும் மீறன்களுக்கும்மீடையில் தொடர்புகள் உண்டு. வகுப்பாயிடைகளின் பருமன்கள் சமமாக இருப்பதனால் செவ்வகங்களின் நீளங்கள் மீறன்களுக்கு விகிதசமமாக இருப்பது அதற்கு ஒரு காரணமாகும்.

வலையுரு வரையத்திலுள்ள செவ்வகங்களின் அகலங்கள் சமமாக இருப்பதோடு பரப்புகள் மூலம் மீறன் காட்டப்படுகின்றது.

உ-ம்

- 1) எரிபொருள் விரயம் தொடர்பாக செய்யப்பட்ட ஆய்வில் ஒவ்வொரு மோட்டார் வண்டியும் 10⁴ எரிபொருளில் சென்ற ஆகக்கூடிய தூரங்கள் கிட்டிய கிலோ மீற்றரில் வலையுரு வரையத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



- i) எத்தனை மோட்டார் வண்டிகளிலிருந்து தரவுகள் பெறப்பட்டன?
 ii) ஆகார வகுப்பை எழுதுங்கள்?
 iii) 120km இற்கு குறைவான தூரம் பயணம் செய்த வாகனங்கள் எத்தனை?
 iv) 140km இற்கு கூடுதலான தூரம் பயணம் செய்த வாகனங்களின் எண்ணிக்கையை நூற்று வீதத்தில் தருக?

i) மோட்டார் வண்டிகளின் எண்ணிக்கை = $10 + 15 + 30 + 25 + 15 + 15$
 $= 100$

ii) ஆகார வகுப்பு 120 - 130

iii) 120 Kmக்கு குறைவான தூரம் பயணம் செய்த வாகனங்களின் எண்ணிக்கை
 $= 10 + 15 = 25$

iv) 140 Km க்கு கூடுதலான தூரம் பயணம் செய்த வாகனங்களின் எண்ணிக்கை
 $= 15 + 5 = 20$

நூற்று வீதத்தில் $\frac{20}{100} \times 100\%$
 $= 20\%$

பயிற்சி வினாக்கள்

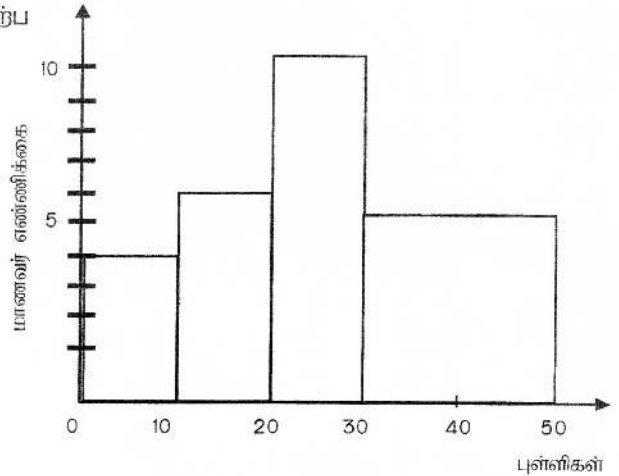
- 01) காய்கறி வியாபாரி ஒருவர் 40 நாட்களில் விற்ற குறித்த காய்கறிவகை ஒன்றின் நிறைகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

நிறை (kg)	5 - 10	10 - 15	15 - 20	20 - 25	25 - 30
நாட்களின் எண்ணிக்கை (f)	4	7	16	8	5

இத்தரவுகளை வலையுருவரையம் ஒன்றில் குறித்துக் காட்டுக?

- 02) வகுப்பொன்றில் 30 மாணவர்கள் கணித பாடத்துக்கு பெற்ற புள்ளிகளை வகைகுறிக்கும் வலையுரு வரையம் இங்கு காட்டப்பட்டுள்ளது. இவ் வலையுரு வரையத்துக்கு ஏற்ப

- i) அதிக எண்ணிக்கையான மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகளின் வகுப்பாயிடை யாது?
 ii) 30 இற்கும் 50 இற்கும் இடையே புள்ளிகளைப் பெற்ற மாணவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?



03) தோட்டத் தொழிலாளர் ஒருவரினால் இரப்பர் மரங்களின் சுற்றளவை அளக்க பெறப்பட்ட தகவல்கள் கீழ்க்கண்ட சென்ரிமீற்றரில் கீழேயுள்ள அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

சுற்றளவு (Cm)	35 - 40	40 - 45	45 -50	50 -55	55 - 65
மீடறன்	12	20	28	32	4

இத்தரவுகளை வரையறுவரையம் ஒன்றில் குறித்துக் காட்டுக?

மீடறன் பல்கோணி

நேர்கோடுகளினால் அடைக்கப்பட்ட உருவமே மீடறன் பல்கோணி ஆகும். இதன் ஒரு புயம் கிடை அச்சாகும். பரம்பலின் தொடக்க வகுப்புக்கு முந்தைய வகுப்பின் நடுப்பெறுமானத்தை குறிக்கும் புள்ளியில் ஆரம்பித்து ஏனைய வகுப்புகளின் நடுப்பெறுமானங்களுக்குரிய மீடறன்களைக் குறிக்கும் புள்ளிகளையும் கடைசி வகுப்புக்கு அடுத்த வகுப்பின் நடுப் பெறுமானத்தைக் குறிக்கும் புள்ளியையும் தொடுத்து ஏனைய புயங்கள் பெறப்படும்.

பல்கோணியானது இரு முறைகளில் வரையப்படும்.

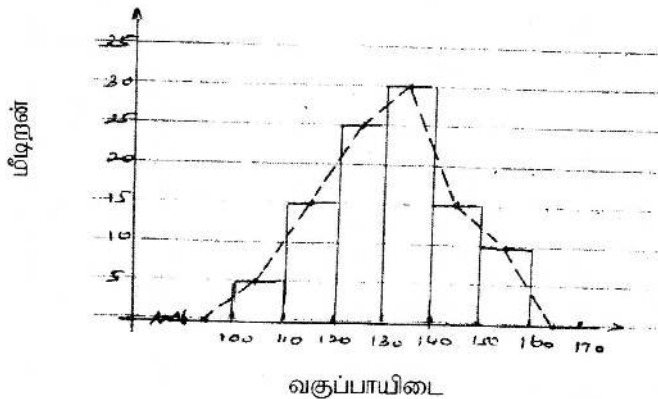
- வலையுரு வரையத்தை வரைந்து, அதிலிருந்து மீடறன் பல்கோணியை வரைதல்.
- ஒவ்வொரு வகுப்பினதும் நடுப்பெறுமானத்தையும் அதன் மொத்த மீடறன்களையும் உபயோகித்து வரைதல்.

தூரம் (Km)	100 - 110	110 - 120	120 - 130	130 - 140	140 - 150	150 - 160
மீடறன்	5	15	25	30	15	10

மேலே காட்டப்பட்டுள்ள பரம்பலுக்கான,

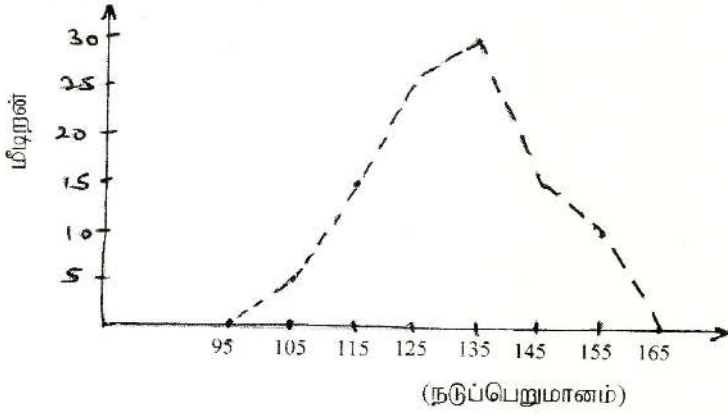
- வலையுரு வரையத்தை வரைந்து அதிலிருந்து மீடறன் பல்கோணியை வரைக?
- நடுப்பெறுமானங்களையும், ஒத்த மீடறன்களையும் கொண்டு மீடறன் பல்கோணி வரைக?
- வலையுரு வரையத்தின் பரப்பளவும், மீடறன் பல்கோணியின் பரப்பளவும் சமமாகுமா என்பதை ஆராய்க?

1)



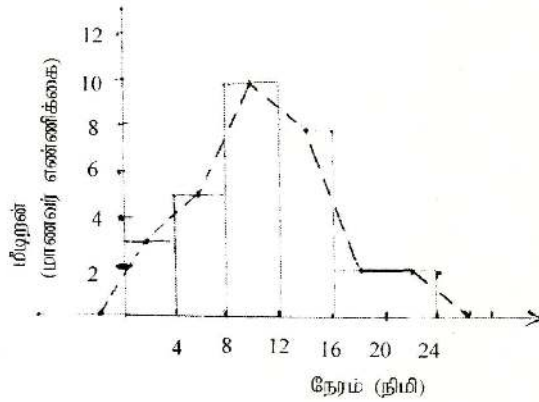
iii) மீடறன் பல்கோணியை வரைவதற்காக, வகுப்பாயிடைகளின் நடுப் பெறுமானங்களையும் ஒத்த மீடறன்களையும் கொண்ட அட்டவணை.

நடுப்பெறுமானம்	95	105	115	125	135	145	155	165
மீடறன்	0	5	15	25	30	15	10	0



iii) வலையுரு வரையத்தின் பரப்பளவும், மீடறன் பல்கோணியின் பரப்பளவும் சமமாகும்.

02) குறிப்பிட்ட நாளொன்றில் பாடசாலைக்கு தாமதமாக வந்த மாணவர்கள் எவ்வளவு நேரம் தாமதம் அடைந்தார்கள் என்ற விபரம் கீழேயுள்ள வலையுரு வரையத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இதிலிருந்து மீடறன் பல்கோணியை வரைக?



வலையுரு வரையத்தின் பரப்பளவும், மீடறன் பல்கோணியின் பரப்பளவும் சமமாதல் வேண்டும். பருமன்கள் சமனற்ற வகுப்பாயிடைகள் கொண்ட பரம்பலொன்றிற்கு மீடறன் பல்கோணி வரைவதற்கு எல்லா வகுப்புக்களும் சமமான பருமன்களைக் கொண்டவாறு வகுப்புக்களை வேறாக்கி மீடறன் பல்கோணியை வரைய வேண்டும்.

பயிற்சி வினாக்கள்

01) ஒரு குறித்த நோய்க்காக நடைபெறும் கிளிநிக்கில் 10 நாட்களில் புதிதாக பதிவு செய்யப்பட்ட நோயாளிகளின் வயதுகள் பற்றிய தகவல்கள் காட்டப்பட்டுள்ளன.

வயது (ஆண்டுகள்)	நோயாளிகளின் எண்ணிக்கை
00 - 10	04
10 - 20	06
20 - 30	10
30 - 40	16
40 - 50	24
50 - 60	10
60 - 80	08
80 - 90	02

- i) மேற்குறித்த தகவல்களை வகை குறிப்பதற்கான வலையுருவரையத்தை வரைக.
- ii) இதிலிருந்து மீடறன் பல்கோணியை அமைக்க.

02) காய்கறி வியாபாரி ஒருவர் 40 நாட்களில் விற்ற குறித்த காய்கறி வகை ஒன்றின் நிறைகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

நிறை (kg)	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
நாட்களின் எண்ணிக்கை	4	7	16	8	5

வகுப்பாயிடைகளின் நடுப் பெறுமானங்களை கருத்திற் கொண்டு மேற்குறித்த தரவுகளுக்குப் பொருத்தமான மீடறன் பல்கோணியை வரைக.

03) பாடசாலையொன்றின் 11ஆந் தரத்திலுள்ள மாணவர்களின் நிறையைக் கிட்டிய கிலோ கிராமிற்குக் காட்டும் மீடறன் பரம்பல் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

நிறை	23-25	25-27	27-29	29-31	31-33
மீடறன் (மாணவர்களின் எண்ணிக்கை)	3	5	10	8	4

- i) இத்தகவல்களை காட்டும் வலையுருவரையத்தை வரைக.
- ii) வலையுரு வரையத்தைப் பயன்படுத்தி இப் பரம்பலின் மீடறன் பல்கோணியை வரைக?

5.34 எண் பரம்பல் ஒன்றின் இடை, இடையம், காலணை இடைவீச்சு கணித்தல் பின்னக மாறிகள்

முழு எண்களாக எண்ணிக்கையைப் பெறக் கூடிய மாறிகள் பின்னக மாறிகள் எனப்படும்.

உ-ம் :- மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

5, 4, 7, 6

தொடர் மாறிகள்

குறித்த பெறுமான வீச்சு மூலம் காட்டப்படும் மாறிகள் தொடர் மாறிகள் எனப்படும்.

உ-ம் :- மாணவர்களின் நிறைகள், உயரம்

ஆகாரம்

அதி கூடிய தடவைகள் ஒரே பெறுமானம் பெறப்பட்டால் அது ஆகாரம் எனப்படும்.

இடையம்

ஒழுங்காக்கப்பட்ட தரவுகளின் நடுப்பெறுமானம் இடையம் ஆகும்.

இடை

தரவுகளின் சராசரிப் பெறுமானம் இடை ஆகும்.

உ-ம் :- புத்தகசாலை ஒன்றில் 09 நாட்களில் விற்பனையான அப்பியாசக் கொப்பிகள் பற்றிய விபரம் பின்வருமாறு.

35, 32, 30, 28, 31, 35, 35, 40, 34

விடையளிக்கும் முன்பாக தரவுகளை ஏறுவரிசைப்படுத்துக.

28, 30, 31, 32, 34, 35, 35, 35, 40

ஆகாரம் = 35

இடையம் = $\frac{(\text{சுட்டுக்களின் எண்ணிக்கை} + 1)}{2}$ ஆவது ஈட்டு

2

$$= \frac{9 + 1}{2}$$

இடையம் = 5வது ஈட்டு

= 34

❖ இடை = $\frac{\text{தரவுகளின் கூட்டுத்தொகை}}{\text{தரவுகளின் எண்ணிக்கை}}$

$$= \frac{28 + 30 + 31 + 32 + 34 + 35 + 35 + 35 + 40}{9}$$

9

$$= \frac{300}{9} = 33.33$$

9

❖ முதலாம் காலணை = $\frac{1}{4}$ (தரவுகளின் எண்ணிக்கை + 1) ஆவது ஈட்டு

$$(Q_1) = \frac{1}{4} (9 + 1)$$

$$= 10/4$$

$$= 2.5 \text{ வது ஈட்டு}$$

$$= 2\text{வது ஈட்டு} + \frac{1}{2} (3\text{வது ஈட்டு} - 2\text{வது ஈட்டு})$$

$$= 30 + \frac{1}{2} (31-30)$$

$$= 30 + \frac{1}{2}$$

$$= 30.5$$

❖ மூன்றாம் காலணை = $\frac{3}{4}$ (தரவுகளின் எண்ணிக்கை + 1) ஆவது ஈட்டு

$$(Q_3) = \frac{3}{4} (9 + 1)$$

$$= 30/4 \text{ ஆவது ஈட்டு}$$

$$= 7.5 \text{ ஆவது ஈட்டு}$$

$$= 7 \text{ ஆவது ஈட்டு} + \frac{1}{2} (8\text{வது ஈட்டு} - 7\text{வது ஈட்டு})$$

$$= 35 + \frac{1}{2} (35 - 35)$$

$$= 35$$

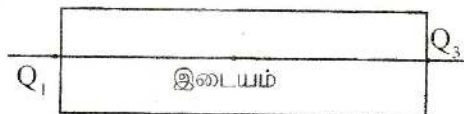
❖ காலணை இடை வீச்சு = $(Q_3) - (Q_1)$

$$= 35 - 30.5$$

$$= 4.5$$

பெட்டி வீசை வரைபு

தரவுகளுக்கு விளக்கமளிப்பதற்கான ஒரு சாதனமாகும்.



கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுத் தொகுதிகள்

வகுப்பு எல்லைகளும் பருமனும்

10 - 15 என்ற வகுப்பாயிடை தரப்படுமாயின் வகுப்பாயிடையின்

கீழ் எல்லைப் பெறுமானம் 10

மேல் எல்லைப் பெறுமானம் 15

இவ்வகுப்பாயிடையில் 10, 11, 12, 13, 14, 15 என்ற பெறுமானங்கள் உள்ளடக்கப்படும். எனவே

வகுப்பாயிடையின் பருமன் 6

இடை கணித்தல்

கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுகளைக் கொண்ட எண் பரம்பல் ஒன்றின் இடையினை இரு முறைகளில் கணிக்கலாம்.

முறை I இடை = $\frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{\text{மீடிற்றினதும் நடுப்பெறுமானத்தினதும் பெருக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை}}{\text{மீடிற்றன்களின் எண்ணிக்கை}}$

முறை II எடுகொண்ட / உத்தேச இடையினை பயன்படுத்தி இடைகாணல்
இடை = உத்தேச இடை + விலகல் இடை

$$= A + \frac{\sum fx}{\sum f}$$

உ-ம் I

வகுப்பாயிடை	நடுப்பெறுமானம் (x)	மீடறன் (f)	fx
1 - 10	5.5	2	11.0
11 - 20	15.5	9	139.5
21 - 30	25.5	13	331.5
31 - 40	35.5	4	142.0
41 - 50	45.5	2	91.0
		30	715.0

$$\begin{aligned} \text{இடை} &= \frac{\sum fd}{\sum f} \\ &= 715/30 \\ &= 23.84 \end{aligned}$$

உ-ம் II

எடுகொண்ட இடையை பயன்படுத்தி இடை காணல்

வகுப்பாயிடை	நடுப்பெறுமானம் (x)	மீடறன் (f)	விலகல் (d)	fd
1 - 10	5.5	2	-20	-40
11 - 20	15.5	9	-10	-90
21 - 30	25.5	13	0	0
31 - 40	35.5	4	10	40
41 - 50	45.5	2	20	40
		30	0	-50

$$\begin{aligned} \text{இடை} &= \text{எடுகொண்ட இடை} + \text{விலகல் இடை} \\ &= A + \frac{\sum fd}{\sum f} \\ &= 25.5 + (-50/30) \\ &= 25.5 - 1.66 \\ &= 23.84 \end{aligned}$$

5.35 திரள் மீடறன் வளையி

திரள் மீடறன் அட்டவணை

திரள் மீடறன் நிரலிலுள்ள எல்லா எண்களும் அவ்வெண்கள் அமைந்துள்ள நிரையிலும் அதற்கு மேலுள்ள நிரைகளிலும் உள்ள மீடறன்களைக் கூட்டுவதனால் பெறப்படும் மீடறன்கள் திரள் மீடறன்கள் எனப்படும்.

உ-ம் :- தொலைத்தொடர்பு நிலையமொன்றில் வாடிக்கையாளர்கள் அழைப்புகளுக்காக கணித்த விபரம் பின்வருமாறு.

வகுப்பாயிடை நேரம் (min)	மீடறன் (வாடிக்கையாளர்கள்)	திரள் மீடறன்
0 - 2	1	1
2 - 4	3	4
4 - 6	13	17
6 - 8	6	23
8 - 10	2	25

திரள் மீடறன் வளையி

வகுப்பாயிடையின் மேல் எல்லைப் பெறுமானத்தை x அச்சாகவும் திரள் மீடறனை y அச்சாகவும் கொண்டு வரையப்படும் வளையி திரள் மீடறன் வளையி ஆகும்.

உ-ம் :-மேற்குறித்த தரவுகளின் வரைபின் ஆள்கூறு பின்வருமாறு அமையும்.

(2, 1), (4, 4), (6, 17), (8, 23), (10, 25)

திரள் மீடறன் வளையியிலிருந்து இடையம், காலணை இடை வீச்சினைக் காணல்

இடையம்

மீடறன்களின் கூட்டுத்தொகையின் அரைப்பங்கினூடாக கிடைக்கோடு வரையப்பட்டு x அச்சினை வெட்டும் புள்ளி பெறப்படுமாயின் அது இடையம் ஆகும்.

இதே போல் $\frac{1}{4}$ பங்கிற்கூடாக முதலாம் காலணையும் $\frac{3}{4}$ பங்கிற்கூடாக 3ம் காலணையும் பெறப்படும்.

மூன்றாம் காலணைக்கும் முதலாம் காலணைக்கும் இடைப்பட்ட வித்தியாசம் காலணை இடைவீச்சாகும்.

i) மாந்தோப்பு ஒன்றிலிருந்து பறிக்கப்பட்ட மாங்காய்களின் தகவல்கள் பின்வருமாறு.

மாங்காய்களின் எண்ணிக்கை	1-20	21-40	41-60	61-80	81-100
மரங்களின் எண்ணிக்கை (f)	18	20	32	17	13

- 1) ஆகார வகுப்பு
- 2) இடை
- 3) 500 மாமரங்களிலிருந்து எதிர்பார்க்கப்படும் மாங்காய்களின் எண்ணிக்கையினைக் காண்க.

2) கணித பாடப் பரீட்சையில் குறித்த பாடசாலையின் 11ம் வகுப்பு பெற்ற புள்ளிகள் வருமாறு.

வகுப்பாயிடை	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
மாணவர் தொகை	2	5	8	10	18	12	8	7	3	2

- 1) திரள் மீடறன் அட்டவணையினைத் தயாரிக்குக.
 - 2) திரள் மீடறன் வளையியை வரைக.
 - 3) வரைபினூடாக இடையம், முதலாம் காலணை, மூன்றாம் காலணை பெறுமானங்களைக் காண்க.
 - 4) காலணை இடைவீச்சை எழுதுக.
- 3) வாரமொன்றில் 100 கடைகளில் விற்பனையான அரிசியின் நிறை பற்றிய விபரம் பின்வருமாறு.

நிறை (Kg)	5-10	10-15	15-20	20-25	25-35	35-50	50-60	60-65
மீடறன்	8	12	15	11	18	16	13	7

- 1) வலையுரு வரையம் வரைக.
- 2) இதிலிருந்து மீடறன் பஸ்கோணி வரைக.
- 3) வலையுரு வரையத்தினதும் மீடறன் பஸ்கோணியினதும் பரப்பளவுகளை குறிப்பிடுக.

விடைகள்

1) ஆகார வகுப்பு = 41 - 60

2)

வகுப்பாயிடை	x	மீழறன் (f)	விலகல் (d)	fd
1 - 20	10.5	18	-40	-720
21 - 40	30.5	20	-20	-400
41 - 60	50.5	32	0	0
61 - 80	70.5	17	20	340
81 - 100	90.5	13	40	520
		100		-1120+860 (-260)

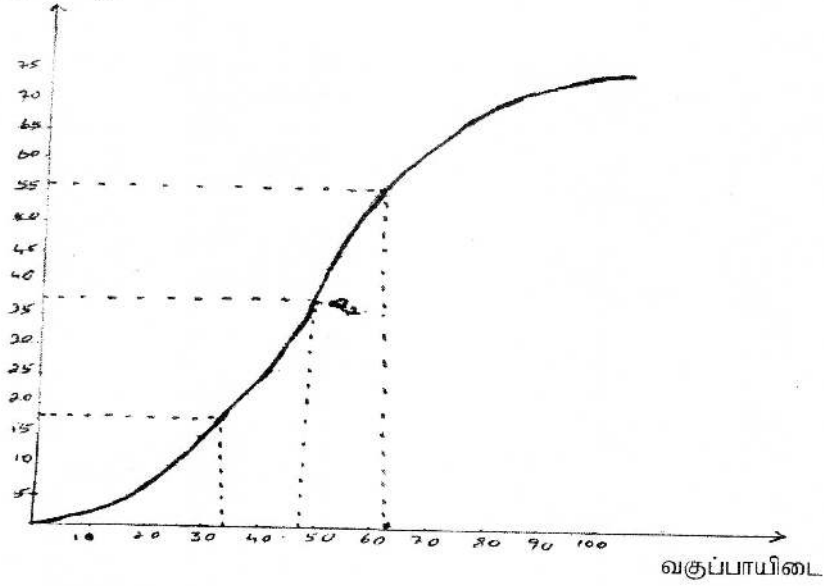
$$\begin{aligned} \text{இடை} &= 50.5 + \left(\frac{-260}{100} \right) \\ &= 50.5 - 2.6 \\ &= 47.9 \\ &\underline{\underline{50}} \end{aligned}$$

3) ∴ 500 மரங்களிலிருந்து கிடைக்கக்கூடிய $\underline{\underline{50}} \times 500$
 $\underline{\underline{25000}}$ மாங்காய்கள்

2) (i)

வகுப்பாயிடை	மாணவர் தொகை (f)	திரள் மீழறன்
1 - 10	2	2
11 - 20	5	7
21 - 30	8	15
31 - 40	10	25
41 - 50	18	43
51 - 60	12	55
61 - 70	8	63
71 - 80	7	70
81 - 90	3	73
91 - 100	2	75

2) திரள் மீறன்



$$\begin{aligned}
 3) \text{ இடையம்} &= 75/2 \text{ வது ஈட்டு} \\
 &= 37.5 \text{ வது ஈட்டு} \\
 &\underline{\hspace{1cm}} 47
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= 75/4 \text{ வது ஈட்டு} \\
 &= 18.75 \text{ வது ஈட்டு} \\
 &\underline{\hspace{1cm}} 34
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_3 &= (3/4 \times 75) \text{ வது ஈட்டு} \\
 &= 56.25 \text{ வது ஈட்டு} \\
 &\underline{\hspace{1cm}} 62
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4) \text{ காலணை இடை வீச்சு} &= Q_3 - Q_1 \\
 &= 62 - 34 \\
 &= 28
 \end{aligned}$$

கடந்த கால வினாக்கள் (O/L)

2007 - பகுதி II

a) ஒரு குறித்த கடையில் விசுக்கோத்துப் பைக்கற்று வகை ஒன்றின் விற்பனை பற்றி 30 நாட்களில் பெற்ற தகவல்கள் பின்வரும் அட்டவணையில் காணப்படுகின்றன. அதில் 0 - 10 இனால் 0 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட, ஆனால் 10இலும் குறைந்த எண்கள் உள்ள வகுப்பாயிடை காட்டப்படுகின்றது. ஏனைய வகுப்பாயிடை காட்டப்படுகின்றது. ஏனைய வகுப்பாயிடைகளின் எல்லைகளும் அவ்வாறேயாகும்.

விசுக்கோத்துப் பைக்கற்றுக்களின் எண்ணிக்கை	நாட்களின் எண்ணிக்கை
0 - 10	3
10 - 20	4
20 - 30	5
30 - 40	7
40 - 50	6
50 - 60	5

இத்தகவல்களுக்கேற்ப

- i) ஒரு நாளில் விற்கப்பட்டிருப்பதாக கருதத்தக்க விசுக்கோத்துப் பைக்கற்றுக்களின் உயர்ந்தபட்ச எண்ணிக்கை யாது?
 - ii) ஒரு நாளில் விற்கப்படும் விசுக்கோத்துப் பைக்கற்றுக்களின் எண்ணிக்கையின் இடையைக் காண்க.
 - iii) எதிர்வரும் 50 நாட்களில் எத்தனை விசுக்கோத்துப் பைக்கற்றுக்கள் விற்கப்படுமென இக்கடையின் உரிமையாளர் எதிர்பார்க்கலாம்?
- b) விசுக்கோத்துக்களைச் செய்யும் போது பாலும் மாவும் 1 : 2 என்னும் விகிதத்திற்கும் மாவும் சீனியும் 3:2 என்னும் விகிதத்திற்கும் கலக்கப்படுமெனின் விசுக்கோத்தைச் செய்யத் தயார் செய்த 130Kg கலவையில் இருக்கும் மாவின் அளவு யாது?

விடைகள்

i) 59

ii) இடை = $990/30 = 33$

iii) $50 \times 33 = 1650$

b) பால் : மா : சீனி

1 : 2

3 : 2

2 : 6 : 4

மாவின் பங்கு = $6/13$

மாவின் நிறை = $6/13 \times 130\text{Kg}$
= 60 kg

