4836.

Bright வெளியீடு

G. C. E. (A/L)

நூலகம்
யாழ்ப்பாணம்

# தூய கணிதம்
# PURE MATHS

$$ {}^{n}p_{r} = \frac{n!}{(n-r)!} \qquad {}^{n}C_{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} $$

## வரிசைமாற்றமும் சேர்மானமும்
## PERMUTATION & COMBINATION

125, வினாக்களையும் அவற்றிற்கான
விடைகளையும் கொண்டது

WITH 125 QUESTIONS & ANSWERS

ஆக்கம் :
V. T. மதியழகன்
B. Sc. (Cey), Dip-in-Eng.

விலை: 45/=

BRIGHT BOOK CENTRE (PVT) LTD.
S-27, First Floor P. O. Box - 162
Colombo Central Super Market Complex,
Colombo-11. T.P: 434770, 074-718592

G. C. E. (A/L)

பொது சன நூலகம்
29 DEC 1998
மாநகராட்சி மன்றம்
யாழ்ப்பாணம்

பொதுசன நூலகம்
யாழ்ப்பாணம்

# தூய கணிதம்

தேசிய நூலகப் பிரிவு
மாநகர நூலக சேவை
யாழ்ப்பாணம்.

## வரிசைமாற்றமும் சேர்மானமும்

4836 cc
123941

125, வினாக்களையும் அவற்றிற்கான
விடைகளையும் கொண்டது

ஆக்கம் :
**V. T. மதியழகன்**
B. Sc. (Cey), Dip-in-Eng.

123941 CC

தலைப்பு : வரிசைமாற்றமும் சேர்மானமும்

பதிப்புரிமை : Bright Book Centre (Pvt) Ltd.

பக்கங்கள் : 46

முதல் பதிப்பு : 1998 ஏப்பிரல்

ஆக்கம் : V.T. மதியழகன் B. Sc., Dip-in-Eng.

விலை : 45/=

அச்சுப்பதிப்பு : லக்ஷ்மி அச்சகம்

வெளியீடு : Bright Book Centre (Pvt) Ltd.



Mr. M. H. Hubert B.Sc (Hons)
Assistant Lecturer
Department of Methematics
Eastern University, Sri Lanka
Vantharumoolai.


# அணிந்துரை

திரு. V. T. மதியழகனால் எழுதப்பட்ட "வரிசை மாற்றமும் சேர்மானமும்" என்ற தூய கணித நூல் இவரது முதல் முயற்சியாகும். எனவே இந்நூலிற்கு அணிந்துரை எழுதுவதில் மகிழ்ச்சியடைகிறேன்.

க. பொ. த. உயர்தர வகுப்பிற்கான தூய கணிதத்தில் போதியளவு நூல்கள் இல்லாதது பெரிய குறைபாடாகும். இதனால் மாணவர்கள் பெருமளவு சிரமங்களை எதிர்நோக்குகின்றனர். வரிசை மாற்றமும் சேர்மானமும் என்னும் பகுதியில் மாணவர்கள் போதியளவு அக்கறை காட்டுவதில்லை. இப்பகுதி தொடர்பாக போதிய விளக்கம் இன்மையே காரணமாகும். ஏனெனில் இது அதிகளவு கணித சூத்திரங்களைக் கொண்டிராத தர்க்க ரீதியாக விடையளிக்கப்படவேண்டிய பகுதியாகும். எனவே இந்நூல் மாணவர்கள் இலகுவாக விளங்கிக் கொள்ளக்கூடியவாறு பலவிதமான உதாரணங்களுடன் விளக்கமாக எழுதப்பட்டுள்ளது. மாணவர்களின் கற்கும் ஆர்வத்தை அதிகரிப்பதற்காக சில வினாக்கள் சுவைபட எழுதப்பட்டுள்ளது. தூய கணிதத்தை கற்கும் மாணவர்கள் மாத்திரமன்றி வணிகப்புள்ளிவிபரவியல், வெளிவாரிப்படிப்பு, பொது அறிவிற்காக கற்போர் என்பவர்களுக்கும் பயன்படும். எனவே இந்நூல் ஆசிரியர்களிடமும் மாணவர்களிடமும் நல்ல வரவேற்பைப் பெறும் என்பதில் சந்தேகமில்லை. இத்துடன் நின்றுவிடாமல் மேலும் பல தூயகணித நூல்களை வெளியிட்டு மாணவர்களுக்கு சேவை செய்யவேண்டும் என இந்நூலாசிரியரை வாழ்த்துகிறேன்.

இப்படிக்கு
*ம. கெ. கியூபேட்*

கணிதத்துறை
கிழக்கு பல்கலைக்கழகம்

# முகவுரை

தமிழ்மொழி மூலம் தூயகணிதத்தை கற்கும் மாணவர்களுக்கு "வரிசைமாற்றமும் சேர்மானமும்" என்னும் பகுதியில் விளக்கமான நூல் இல்லாமை பெருங்குறைபாடாகும். எனது இச்சிறு முயற்சி இக்குறைபாட்டை ஓரளவு நிவர்த்தி செய்யும் என நம்புகிறேன். க.பொ.த. உயர்தர பரீட்சை பாடத்திட்டத்திற்கேற்ப எல்லாவிதமான கணக்குகளையும் விளக்கி அவற்றின் கீழ் ஏராளமான பயிற்சிகள் விடைகளுடன் தரப்பட்டுள்ளது. ஆசிரியர்களின் உதவியின்றி மாணவர்கள் சுயமாக கற்று பயிற்சிகளுக்கு விடையளிக்கக் கூடியவாறு மிகவும் இலகுவாகவும் படிமுறைக் கிரமமாகவும் விளக்கப்படுத்தியுள்ளேன். எனினும் மாணவர்களின் சிந்திக்கும் திறனை அதிகரிப்பதற்காக கூடிய கடினமான பயிற்சிகளும் சேர்க்கப்பட்டுள்ளது. இந்நூலிலுள்ள தவறுகளைச் சுட்டிக்காட்டி அவற்றைத் திருத்துவதற்கான ஆலோசனைகளைத் தருபவர்களுக்கு மிகவும் நன்றியுடையவனாவேன்.

இந்நூலுக்கு அணிந்துரை எழுதிய கிழக்குப் பல்கலைக்கழக கணித விரிவுரையாளர் திரு. *M. H.* கியூபேட் அவர்களுக்கும் சிறந்த முறையில் அச்சிட்டு, வெளியிட்ட ***Bright*** புத்தக நிறுவனத்தாருக்கும் எனது நன்றியைத் தெரிவித்துக் கொள்கிறேன்.

***V. T.* மதியழகன்**

5B, Bandaranayake Mawatha,
Ratmalana.
01-04-1998

# வரிசைமாற்றமும் சேர்மானமும்

## காரணியக் குறியீடு (Factorial Notation)

$$n! = n(n-1)(n-2)\ldots\ldots\ldots\ldots3.2.1$$

அதாவது n இலிருந்து 1 வரைக்குமான எல்லா முழு எண்களினதும் பெருக்கமாகும்.

n! ஆனது காரணிய n (Factorial n) என அழைக்கப்படும்.

Eg: $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

குறிப்பு:- $0! = 1$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

## வரிசைமாற்றம் (Permutation)

தரப்பட்ட பொருட்கள் சிலவற்றையோ அல்லது எல்லாவற்றையுமோ எடுத்துச் செய்யக்கூடிய ஒழுங்குகள் ஒவ்வொன்றும் வரிசைமாற்றம் எனப்படும்.

(i) A, B என்னும் இரு வேறுவேறான பொருட்களின் வரிசைமாற்றம்.

இவற்றை AB, BA என்னும் இரு வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம்.

ஆகவே இரு பொருட்களின் வரிசைமாற்றம் $= 2$

$= 2 \times 1$

$= 2!$

(ii) A, B, C என்னும் மூன்று வேறுவேறான பொருட்களின் வரிசைமாற்றம்.

இம் மூன்று பொருட்களையும் ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA என்னும் ஆறு வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம்.

ஆகவே மூன்று பொருட்களின் வரிசைமாற்றத் தொகை

$= 6$

$= 3 \times 2 \times 1$

$= 3!$

(iii) இதேபோல் தரப்பட்ட n வேறுவேறான பொருட்களின் வரிசை மாற்றத் தொகை n! ஆகும்.

Eg(1): ஒரு கூட்டத்திற்கு வருகைதந்த 7 முக்கிய நபர்களை முன் வரிசையிலுள்ள 7 ஆசனங்களில் இருத்தக்கூடிய வழிகளின் எண்ணிக்கை யாது?

இது 7 வேறுவேறான பொருட்களின் வரிசைமாற்றத் தொகைக்குச் சமனாகும்.

ஆகவே 7 நபர்களை 7 ஆசனங்களில் இருத்தக்கூடிய வழிகள் $= 7!$

$= 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 5040$

Eg(2): கல்வியாளர்கள் மகாநாடு ஒன்றிற்கு வெவ்வேறு துறைகளைச் சேர்ந்த 6 பேராசிரியர்கள் வருகை தந்தனர். இவர்களை முன்வரிசையிலுள்ள 6ஆசனங்களில் இருத்தவேண்டி உள்ளது. கணிதப் பேராசிரியரும் புள்ளிவிபரவியல் பேராசிரியரும் எப்போதும் அருகருகே இருக்க விரும்புகின்றனர். இவர்களை எத்தனை வழிகளில் இருத்தலாம்?

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | M | S | 5! வழிகள் |
| | | | | S | M | 5! வழிகள் |

கணிதவியல் (M) பேராசிரியரையும், புள்ளிவிபரவியல் (S) பேராசிரியரையும் ஒன்றாகக் கட்டிவைக்கப்பட்டுள்ளது என்க. எனவே இது 5 வேறுவேறான பொருட்களின் வரிசைமாற்றத் தொகைக்குச் சமனாகும். இவ்விரு பேராசிரியர்களையும் அவர்களுக்குள் இடமாற்றம் செய்யலாம்.

எனவே இரு பேராசிரியர்களும் ஒன்றாக இருக்குமாறு இருத்தக்கூடிய வழிகள் $= 2 \times 5!$

$= 2 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$

$= 240$

Eg(3): அணிவகுப்பு ஒன்றிற்காக 10 சிறுவர்களை ஒரு வரிசையில் நிறுத்த வேண்டியுள்ளது. இதில் குறித்த ஒரு சிறுவனும் சிறுமியும் அருகருகே இருக்க விரும்பவில்லை. இவர்களை **வரிசைப்படுத்தக்கூடிய வழிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க?**



குறித்த சிறுவனும் சிறுமியும் ஒன்றாக நிற்பதாகக் கருதிக் கொண்டு இதற்கான வரிசைமாற்றத்தைக் காணல் வேண்டும்.

இத் தொகையை, நிபந்தனையின்றி அவர்களை வரிசைப் படுத்தக்கூடிய வழிகளின் தொகையில் இருந்து கழித்தல் வேண்டும்.

நிபந்தனையின்றி 10 சிறுவர்களையும் வரிசைப்படுத்தக் கூடிய வழிகள் $= 10!$

குறித்த சிறுவனும் சிறுமியும் அருகருகே நிற்குமாறு வரிசைப்படுத்தக்கூடிய வழிகள் $= 2 \times 9!$

$\therefore$ குறித்த சிறுவனும் சிறுமியும் **அருகருகே நிற்காதவாறு** வரிசைப்படுத்தக்கூடிய வழிகள் $= 10! - 2 \times 9!$

$= 2903040$

**<u>Exercise: (1)</u>**

(1) $\dfrac{8!}{2 \times 5!}$ இன் பெறுமானம் யாது? (Ans: 168)

(2) 100m ஓட்டப்பந்தயத்தில் பங்குபற்றும் 8 வீரர்களை ஓட்டப்பாதையின் ஆரம்பத்தில் எத்தனை வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம்? (Ans: 40320)

(3) 9 நபர்களை ஒரு வரிசையிலுள்ள 9 ஆசனங்களில் இருத்த வேண்டியுள்ளது. இதில் ஒரு கணவன் - மனைவி தம்பதியரும் அடங்குவர். மனைவி எப்போதும் கணவனுக்கு வலது பக்கத்திலேயே இருக்க விரும்புகிறார். இவர்களை வரிசைப்படுத்தக் கூடிய வழிகளின் எண்ணிக்கை யாது? (Ans: 40320)

(4) குறிக்கப்பட்ட இரண்டு புத்தகங்கள் ஒருங்கு வைக்கப்படல் ஆகாதாயின் ஒரு தட்டின் மீது 9 புத்தகங்கள் ஒழுங்காக வைக்கப்படத் தக்க வேறுவேறான வரிசைகளின் தொகை யாது? (Ans: 282240)

(5) ஐக்கிய நாடுகள் சபையின் கூட்டம் ஒன்றிற்கு வருகைதந்த 8 வெவ்வேறு நாடுகளின் பிரதிநிதிகள் ஒரு வரிசையிலுள்ள 8 ஆசனங்களில் அமரவேண்டியுள்ளனர். இதில் அமெரிக்கா, ரஷ்யா, ஈராக் ஆகிய நாட்டுப்பிரதிநிதிகள் மூவரும் ஒருவருக்கொருவர் அருகில் இருக்க விரும்பவில்லை. ஆனால் இருவர் அருகருகே அமரலாம். இவர்கள் ஆசனங்களில் அமரக்கூடிய வழிகள் எத்தனை? (Ans: 36000)

## தரப்பட்ட பொருட்களுள் சிலவற்றை எடுத்து வரிசைமாற்றம் செய்தல்

(i) தடவைக்கு இரண்டாக எடுக்கப்படும் மூன்று வேறுவேறான பொருட்களின் வரிசைமாற்றம். $\left({}^{3}p_2\right)$

மூன்று பொருட்களும் A, B, C என்க.

இவற்றை இரண்டு இரண்டாக எடுத்து AB, BA, AC, CA, BC, CB என்னும் 6 வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம்.

$$\therefore \quad {}^{3}p_2 = 6 = \frac{3\times2\times1}{1} = \frac{3!}{(3-2)!}$$

(ii) தடவைக்கு இரண்டாக எடுக்கப்படும் நான்கு வேறுவேறான பொருட்களின் வரிசைமாற்றம். $\left({}^{4}p_2\right)$

நான்கு பொருட்களும் A, B, C, D என்க.

இவற்றை இரண்டு இரண்டாக எடுத்துப் பின்வரும் வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம். AB, BA, AC, CA, AD, DA, BC, CB, BD, DB, CD, DC

$$\therefore \quad {}^{4}p_2 = 12 = \frac{4\times3\times2\times1}{2\times1} = \frac{4!}{(4-2)!}$$

(iii) இதேபோல் தடவைக்கு r ஆக எடுக்கப்படும் n வேறுவேறான பொருட்களின் வரிசைமாற்றத் தொகை ${}^{n}p_r$ ஆனது

$$\boxed{{}^{n}p_r = \frac{n!}{(n-r)!}}$$ இனால் தரப்படும்.

**நிறுவல்:-** எம்மிடம் n பொருட்களும் ஒரு நேர்கோட்டில் r வெற்றிடங்களும் உள்ளன என்க. இந்த n பொருட்களைக் கொண்டு r வெற்றிடங்களையும் நிரப்பவேண்டும் எனக் கொள்க.

● ● ● ●..........● ● ● n - பொருட்கள்

□ □ □..........□ □ r - வெற்றிடங்கள்

முதலாவது வெற்றிடத்தை n பொருட்களில் இருந்து ஏதாவது ஒரு பொருளினால் நிரப்பலாம். ஆகவே முதலாம் வெற்றிடம் n வழிகளில் நிரப்பப்படலாம். முதலாம் வெற்றிடம் ஏதாவது ஒரு வழியில் நிரப்பப்பட்ட பின்னர் இரண்டாம் வெற்றிடம் எஞ்சிய (n-1) பொருட்களிலிருந்து யாதாயினும் ஒரு வழியில் நிரப்பப்படலாம். ஆகவே இரண்டாவது வெற்றிடம் (n-1) வழிகளில் நிரப்பப்படலாம். முதலாவது வெற்றிடம் நிரப்பப்படும் ஒவ்வொரு வழிக்கும் இரண்டாவது வெற்றிடம் (n-1) வழிகளால் நிரப்பப்படலாம். எனவே முதலிரு வெற்றிடங்களும் n(n-1) வழிகளால் நிரப்பப்படலாம். எனவே முதலிரு வெற்றிடங்களும் நிரப்பப்பட்ட பின்னர் மூன்றாம் வெற்றிடம் எஞ்சிய (n-2) பொருட்களிலிருந்து யாதாயினும் ஒரு வழியில் நிரப்பப்படலாம். இது (n-2) வழிகளில் நிரப்பப்படலாம். முதல் இரண்டு வெற்றிடங்களும் நிரப்பப்படும் ஒவ்வொரு வழிக்கும் மூன்றாம் வெற்றிடம் (n-2) வழிகளில் நிரப்பப்படலாம். எனவே முதல் மூன்று வெற்றிடங்களும் n(n-1)(n-2) வழிகளில் நிரப்பப் படலாம்.



இவ்வாறு r வெற்றிடங்களும் நிரப்பப்படும் வழிகளின் எண்ணிக்கை $n(n-1)(n-2)\ldots\ldots\ldots\ldots(n-\overline{r-1})$ ஆகும்.

$${}^{n}p_r = n(n-1)(n-2)\ldots\ldots\ldots\ldots(n-r+1)$$

$${}^{n}p_r = n(n-1)(n-2)\ldots\ldots\ldots\ldots(n-r+1)\ .\ \frac{(n-r)(n-r-1)\ldots\ldots\ldots1}{(n-r)(n-r-1)\ldots\ldots\ldots1}$$

$$\boxed{{}^{n}p_r = \frac{n!}{(n-r)!}}$$

Eg(1): முறைக்கு 5 ஆக எடுக்கப்படும் 7 வேறுவேறான பொருட்களின் வரிசைமாற்றம் யாது?

$${}^{7}p_5 = \frac{7!}{(7-5)!} = \frac{7!}{2!} = 2520$$

Eg(2): MATHS என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களை தடவைக்கு 3 ஆக எடுத்துச் செய்யப்படும் வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கை யாது?

இச்சொல்லிலுள்ள 5 எழுத்துக்களும் வேறுவேறானவை.

$${}^{5}p_3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 60$$

Eg(3): ஒரு வரிசையிலுள்ள 6 ஆசனங்களில் 3 மனிதர்களை இருத்தக்கூடிய வழிகள் எத்தனை?

இது முறைக்கு 3 ஆக எடுக்கப்படும் 6 வேறுவேறான பொருட்

களின் வரிசைமாற்றத் தொகைக்குச் சமனாகும்.

$$^{6}p_{3} = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = 120$$

Eg(4): ஒரு வரிசையில் 8 ஆசனங்கள் உண்டெனில் எவையேனும் இரண்டு அடுத்துள்ள ஆசனங்கள் வெறுமையாகாதவாறு 6 மனிதர்களை இருத்தக்கூடிய வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க?

கட்டுப்பாடு யாதுமின்றி 8 ஆசனங்களில் 6 மனிதர்களை இருத்தக்கூடிய வழிகள் $= {}^{8}p_{6} = \frac{8!}{(8-6)!}$

8 ஆசனங்களில் அடுத்துள்ள இரு ஆசனங்கள் வெறுமையாகுமாறு 7 வழிகளில் தெரிவு செய்யலாம்.

இரண்டு அடுத்துள்ள ஆசனங்கள் வெறுமையாகுமாறு ஏதாவது **ஒரு வழியில்** தெரிவு செய்யப்படும்போது, எஞ்சிய 6 ஆசனங்களில் 6 மனிதர்களை இருத்தும் வழிகள் 6! ஆகும்.

அடுத்துள்ள இரு ஆசனங்கள் வெறுமையாகுமாறு 7 வழிகளில் தெரிவு செய்யப்படுவதால், இரண்டு அடுத்துள்ள ஆசனங்கள் **வெறுமையாகுமாறு** 6 மனிதர்களை இருத்தக்கூடிய வழிகள்

$$= 7 \times 6!$$

எனவே இரண்டு அடுத்துள்ள ஆசனங்கள் **வெறுமையாகாதவாறு** 6 மனிதர்களை இருத்தக்கூடிய வழிகள்

$$= {}^{8}p_{6} - 7 \times 6!$$

$$= \frac{8!}{2!} - 7 \times 6!$$

$$= 15120$$

Eg(5): 4 ஆண்பிள்ளைகளையும் 4 பெண்பிள்ளைகளையும் எவரேனும் இரு பெண்கள் ஒருங்கு நிற்காதவாறு ஒரு வரிசையில் நிற்கச் செய்யக்கூடிய வழிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க?

_ M _ M _ M _ M _

நான்கு ஆண்களையும் ஒரு வரிசையில் இருத்தக்கூடிய வழிகளின் எண்ணிக்கை = 4! ஆகும்.

இவ் ஆண்களுக்கிடையில் 5 இடைவெளிகள் இருக்கின்றன. இவ் ஐந்து இடைவெளியையும் 4 பெண்களால் நிரப்பப்படும்போது



எவரேனும் இரு பெண்கள் ஒருங்கு நிற்கமாட்டார்கள். ஆகவே 5 இடைவெளிகளையும் 4 பெண்களால் நிரப்பப்படும் வழிகள்

$$= {}^{5}p_{4}$$

ஆண்களைத் தெரிவுசெய்யும் ஒவ்வொரு வழிக்கும் பெண்களை ${}^{5}p_{4}$ வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம். ஆகவே இரு பெண்கள் ஒருங்கு நிற்காதவாறு வரிசைப்படுத்தக்கூடிய வழிகள்

$$= 4! \times {}^{5}p_{4}$$

$$= 4! \times 5!$$

$$= 2880$$

Eg(6): ஒரு எண் ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட தடவைகள் பாவிக்க முடியுமாயின் 1, 3, 5, 7, 9 என்ற எண்களிலிருந்து 4 இலக்கங்கள் (4 digits) கொண்ட எத்தனை எண்கள் ஆக்க முடியும்?

| | | | |
|---|---|---|---|

முதலாவது இலக்கம் தரப்பட்ட 5 எண்களுள் யாதும் ஒன்றால் நிரப்பப்படலாம். இதேபோல் இரண்டாவது இலக்கமும் தரப்பட்ட 5 எண்களுள் யாதும் ஒன்றால் நிரப்பப்படலாம். (ஏனெனில் ஒரு எண் திரும்பவும் பாவிக்கப்படலாம்.)

இவ்வாறே மூன்றாம் இலக்கமும் நான்காம் இலக்கமும் முறையே 5 எண்களுள் யாதும் ஒன்றால் நிரப்பப்படலாம்.

ஆகவே ஆக்கக்கூடிய எண்கள் $= 5 \times 5 \times 5 \times 5$
$= 625$

Eg(7): ஒரு எண் ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட தடவைகள் பாவிக்கப்பட முடியாதாயின் 2, 4, 6, 8, 9 என்ற எண்களிலிருந்து 3 இலக்கங்கள் (3 digits) கொண்ட எத்தனை எண்கள் ஆக்க முடியும்?

| | | |
|---|---|---|

முதலாவது இலக்கம் 5 வழிகளில் தெரியப்படலாம். இரண்டாவது இலக்கம் மிகுதியாக உள்ள 4 எண்களிலுமிருந்து 4 வழிகளில் தெரியப்படலாம். மூன்றாவது இலக்கம் 3 வழிகளில் தெரியப்படலாம்.

ஆகவே ஆக்கக்கூடிய 3 இலக்க எண்களின் எண்ணிக்கை

$$= 5 \times 4 \times 3$$

$$= 60$$

Eg(8): ஒரு இலக்கம் திரும்பப் பாவிக்கப்பட முடியாதாயின் 0, 1, 2, 3, 4, 5 என்ற எண்ணிலிருந்து 4 இலக்கங்கள் கொண்ட எத்தனை முழு எண்கள் ஆக்கலாம்?

இங்கு முதலாவது இலக்கமாக 0 பாவிக்கமுடியாது. ஆகவே 4 இலக்கங்களைக் கொண்ட எண்கள்

$$= 5 \times 5 \times 4 \times 3$$

$$= 300$$

Eg(9): ஒரு இலக்கம் திரும்பப் பாவிக்கப்பட முடியாதாயின் 2, 3, 4, 5 என்ற எண்ணிலிருந்து எத்தனை முழு எண்கள் உருவாக்க முடியும்?

∴ உருவாக்கப்படக்கூடிய

(a) 4 இலக்க எண்கள் $= 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

(b) 3 இலக்க எண்கள் $= 4 \times 3 \times 2 = 24$

(c) 2 இலக்க எண்கள் $= 4 \times 3 = 12$

(d) 1 இலக்க எண்கள் $= 4 = 4$

∴ உருவாக்கப்படக்கூடிய முழு எண்களின் தொகை

$$= 24 + 24 + 12 + 4$$

$$= 64$$

Eg(10): ஒரு இலக்கம் ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட தடவைகள் பாவிக்கப்பட முடியாததாயின் 1, 2, 3, 5, 7 என்ற எண்ணிலிருந்து 100 இற்கு மேற்பட்ட எத்தனை எண்களை ஆக்க முடியும்?

உருவாக்கப்படும் எண்கள் 100 இற்கு மேற்பட்டதாக இருக்க வேண்டுமாதலால் இரு இலக்க எண்கள் சேர்க்கப்பட மாட்டாது.

∴ உருவாக்கப்படக்கூடிய

(a) 3 இலக்க எண்கள் $= 5 \times 4 \times 3 = 60$

(b) 4 இலக்க எண்கள் $= 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$

(c) 5 இலக்க எண்கள் $= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

∴ மொத்த எண்கள் $= 300$



Eg(11): ஒரு இலக்கம் ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட தடவைகள் பாவிக்கப்பட முடியாததாயின் 1, 2, 5, 7, 6 என்ற எண்களிலிருந்து 15000 இலும் கூடுதலான 5 இலக்க எண்கள் எத்தனை உருவாக்க முடியும்?

15,...................... என ஆரம்பிக்கும் எண்கள்

$$= 3 \times 2 \times 1 = 6$$

1, ......................... என ஆரம்பிக்கும் எண்கள்

$$= 2 \times 3 \times 2 \times 1 = 12$$

முதலாவது இலக்கம் 2 அல்லது அதைவிடக் கூடுதலாக உள்ள எண்கள் $= 4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 96$

∴ மொத்த எண்கள் $= 4 + 12 + 96 = 114$

Eg(12): ஒரு இலக்கம் திரும்பப்பாவிக்கப்படமுடியாததாயின் 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 என்ற எண்களிலிருந்து எத்தனை ஐந்திலக்க ஒற்றை எண்களை உருவாக்க முடியும்?

கடைசி இலக்கம் 1, 3, 5, 7 என்ற ஒற்றை எண்களிலிருந்து 4 வழிகளில் தெரிவு செய்யப்படலாம். நான்காவது இலக்கம் 6 வழிகளில் தெரிவுசெய்யப்படலாம். இவ்வாறே பிறவும்.

∴ ஐந்திலக்க ஒற்றை எண்களின் தொகை

$$= 4 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3$$
$$= 1440$$

**<u>Exercise: (2)</u>**

(1) முறைக்கு 8 ஆக எடுக்கப்படும் 10 வேறுவேறான பொருட்களை நேர்கோடு ஒன்றில் எத்தனை வழிகளில் ஒழுங்குபடுத்தலாம்?
(Ans: 1814400)

(2) MICROWAVE என்ற சொல்லிலிருந்து தடவைக்கு நான்காக எடுத்துச் செய்யத்தக்க வரிசைமாற்றங்களைக் காண்க.
(Ans: 3024)

(3) ஒரு வரிசையில் 9 ஆசனங்கள் உள்ளன. எவையேனும் மூன்று அடுத்துள்ள ஆசனங்கள் வெறுமையாகாதவாறு 6 மனிதர்களை

ஆசனங்களில் அமர்த்தக்கூடிய வழிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க? (Ans: 55440)

(4) 6 பெண்களையும் 3 ஆண்களையும் எவரேனும் இரு ஆண்கள் ஒருங்கு நிற்காதவாறு வரிசைப்படுத்தக்கூடிய வழிகளைக் காண்க? (Ans: 151200)

(5) n சிறுவர்களும் n சிறுமிகளும் ஒரு வரிசையில் நிற்கும்போது அவர்களுள் எவரேனும் இரு சிறுமிகள் ஒருங்கு நிற்காதவாறு வரிசைப்படுத்தக் கூடிய வழிகளின் எண்ணிக்கை n! (n+1)! எனக்காட்டுக.

(6) பாராளுமன்றக் கூட்டத்தொடரின் இறுதி நேரத்தில் a எண்ணிக் கையான ஆளும் கட்சியினரும் b எண்ணிக்கையான எதிர்க்கட்சி யினரும் குரூப் போட்டோ (Group Photo) ஒன்றிற்குத் தயாரா கின்றனர். (இங்கு $a+1 \geq b$ ) எதிர்க்கட்சியினர் எவரும் அடுத் தடுத்து நிற்காதவாறு இவர்களை ஒழுங்குபடுத்தக்கூடிய வழிகள் $\dfrac{a!(a+1)!}{(a+1-b)!}$ எனக் காட்டுக?

(7) LAMBCHOP என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களை உயிர் எழுத்துக்கள் ஒருங்கு இருக்காதவாறு எத்தனை வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம்? (Ans: 30240)

(8) 12 வேறுவேறான கொடிகள் எம்மிடம் இருக்கும்போது ஒன்றன்பின் ஒன்றாக 4 கொடிகளை உயர்த்துவதாற் கொடுக்கக்கூடிய வேறு வேறான குறிப்புகளின் எண்ணிக்கை யாது? (Ans: 11880)

(9) 3 பரிசுகளைப் பெற 10 போட்டியாளர்கள் இருக்கின்றனர். ஒருவரும் ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட பரிசுபெறத் தகுதி இல்லையெனில் அப்பரிசுகள் எத்தனை வழிகளில் வழங்கப்படலாம்? (Ans: 720)

(10) ஒரு இலக்கம் மீளவும் பாவிக்கப்பட முடியாதாயின் 1, 2, 3, 4 என்ற இலக்கங்களிலிருந்து. 2000 இற்கும் 4000 இற்கும் இடைப்பட்ட எத்தனை எண்களை உருவாக்கலாம்? (Ans: 12)

(11) ஒரு இலக்கம் மீளவும் பயன்படுத்த முடியாதாயின் 0, 1, 2, 3, 4 என்ற இலக்கங்களிலிருந்து எத்தனை எண்களை உருவாக்க முடியும்? இவற்றுள் எத்தனை 9 இற்கும் 2000 இற்கும் இடையில் இருக்கும்? (Ans: 260 ; 88)

(12) 7, 6, 4, 3 என்ற இலக்கங்களிலிருந்து n இலக்க எண்கள் $4^n$ ஆக்கமுடியும் எனக்காட்டுக?

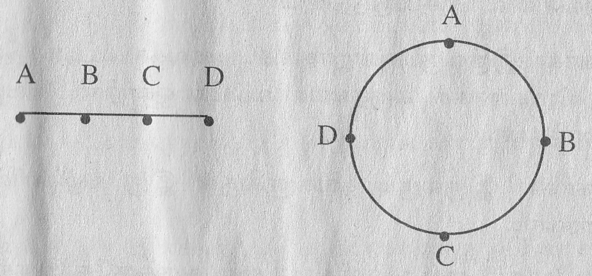


(13) ஒரு இலக்கம் ஒரு தடவைக்குமேல் பாவிக்கப்பட முடியாதாயின் 0, 2, 3, 5, 7 என்ற இலக்கங்களிலிருந்து 5 ஆல் வகுபடக்கூடிய 4 இலக்க எண்கள் எத்தனை உருவாக்கப்பட முடியும்? (Ans: 42)

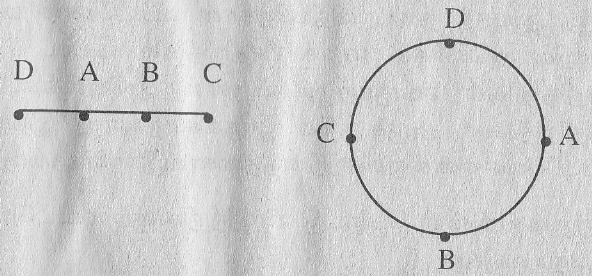
## வட்ட வரிசைமாற்றம்

n வேறுவேறான பொருட்களை ஒரு வட்டத்தில் ஒழுங்குபடுத் தக்கூடிய வழிகளின் எண்ணிக்கை (n-1)! ஆகும்.

இதனைப் பின்வருமாறு விளங்கிக் கொள்ளலாம். A, B, C, D என்னும் நான்கு பொருட்களை நேர்கோடு ஒன்றின் வழியேயும் வட்டம் ஒன்றின் வழியேயும் வரிசைப்படுத்தும் ஒழுங்கை கருதுக.




B யானது A இனாலும், C யானது B இனாலும், D யானது C இனாலும், A யானது D இனாலும் இடம்பெயர்க்கப்படுகிறது என்க.




மேற்கூறியவாறு இடம்பெயர்க்கப்படும்போது நேர்கோட்டில் ஒழுங்கு மாறியுள்ளது. ஆனால் வட்டத்தில் ஒழுங்கு மாறவில்லை.

எனவே வட்டம் ஒன்றின் வழியே பொருட்களை வரிசைப் படுத்தும்போது, **ஒன்றை நிலையாக்கி** மீதிப்பொருட்களையே வரிசைப்படுத்த வேண்டும்.

ஆகவே மேலுள்ள 4 பொருட்களில் ஒன்றை நிலையாக்கி மீதி 3 பொருட்களையும் 3! வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம்.

இதேபோல் n பொருட்களை வட்டம் ஒன்றின் வழியே $(n-1)!$ வழிகளில் ஒழுங்குபடுத்தலாம்.

Eg(1): 8 சிறுமிகள் வட்ட மேசையைச் சுற்றி எத்தனை வழிகளில் அமரமுடியும்?

அமரக்கூடிய வழிகள் $= (8-1)! = 7! = 5040$

Eg(2): கிரிக்கெட் ஆட்டத்தில் உலகக்கோப்பையை கைப்பற்றிய 11 வீரர்களுக்கும் வட்டமேசை ஒன்றில் அமர்த்தி விருந்தளிக்கப் படுகிறது. கப்டனும் உதவிக்கப்டனும் எப்போதும் அருகருகே அமர்ந்து உணவருந்த விரும்புகின்றனர். இவர்களை எத்தனை வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம்?

இவர்கள் இருவரும் ஒன்றாகக் கட்டி வைக்கப்பட்டால் மொத்தம் 10 வீரர்களாகக் கருதலாம். வட்டம் ஒன்றில் 9! வழிகளில் அமர்த்தலாம்.

இவர்கள் இருவரும் தங்களுக்குள் இரு வழிகளில் மாறி அமரலாம்.

எனவே கப்டனும் உதவிக்கப்டனும் அருகருகே இருக்குமாறு $2 \times 9!$ வழிகளில் அமரலாம்.

Eg(3): அணு ஆயுதத் தடை விதிப்பிற்கான வட்டமேசை மகாநாடு ஒன்றில் அமெரிக்க, ஈராக் பிரதிநிதிகள் உட்பட 7 நாட்டு பிரதிநிதிகள் பங்குபற்றுகின்றனர். அமெரிக்க, ஈராக் பிரதிநிதிகள் அருகருகே இருக்காதவாறு இவர்களை வட்டமேசை ஒன்றைச் சுற்றி எத்தனை வழிகளில் அமர்த்தலாம்?

நிபந்தனையின்றி 7 நாட்டு பிரதிநிதிகளும் வட்டமேசையில் அமரும் வழிகள் $= (7-1)! = 6!$

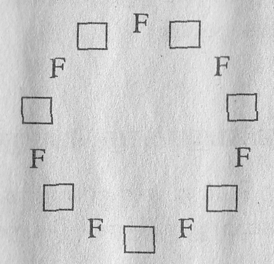
அமெரிக்க, ஈராக் நாட்டு பிரதிநிதிகள் ஒன்றாக வட்டமேசையில் அமரும் வழிகள் $= 2\times5!$

ஆகவே இரு நாட்டு பிரதிநிதிகளும் அருகருகே இருக்காதவாறு வட்டமேசை ஒன்றின் வழியே அமரும் வழிகள்

$$= 6! - 2\times5!$$
$$= 480$$



Eg(4): எந்த இரு ஆண்களையும் ஒருவரை ஒருவர் அடுத்து இராதவாறு 7 பெண்களையும் 5 ஆண்களையும் வட்டம் ஒன்றின் வழியே எத்தனை வழிகளில் ஒழுங்குபடுத்தலாம்?




7 பெண்களையும் வட்டம் ஒன்றின் வழியே 6! வழிகளில் ஒழுங்குபடுத்தலாம். இவர்களுக்கிடையில் 7 இடைவெளிகளில் 5 ஆண்களை அமர்த்தும்போது எவரேனும் இரு ஆண்கள் அருகருகே இருக்கமாட்டார்கள்.

ஆகவே பெண்களுக்கிடையில் ஆண்களை அமர்த்தும் வழிகள்

$$= {}^{7}p_{5}$$

எனவே இரு ஆண்கள் அடுத்து இராதவாறு 7 பெண்களையும் 5 ஆண்களையும் வட்டம் ஒன்றின் வழியே ஒழுங்குபடுத்தும் வழிகள் $= 6! \times {}^{7}p_{5}$

$$= 6! \times \frac{7!}{2!}$$
$$= 1814400$$

4836 cc

**Exercise: (3)**

(1) சர்வதேச மகளிர் தினத்தை முன்னிட்டு ஏற்பாடு செய்யப்பட்ட வட்டமேசை மகாநாடு ஒன்றில் பங்குபற்றுவதற்காக பல்வேறு நாடுகளைச் சேர்ந்த வெளிவிவகார அமைச்சர்களாக 5 ஆண்களும் 4 பெண்களும் வருகைதந்தனர். எவரேனும் இரு பெண் அமைச்சர்கள் அருகருகே இருக்காதவாறு இவர்களை வட்டமேசையைச் சுற்றி எத்தனை வழிகளில் அமர்த்தலாம்? (Ans: 7200)

(2) ORANGES என்ற சொல்லிலிருந்து எழுத்துக்களை உயிர் எழுத்துக்கள் அருகருகே இருக்காதவாறு வட்டம் ஒன்றின் வழியே எத்தனை வழிகளில் ஒழுங்குபடுத்தலாம்? (Ans: 96)



123941

(3) வட்டவடிவமான கழுத்து அட்டியல் (Necklace) தயாரிக்கும் பொற்கொல்லனிடம் கோர்க்கக்கூடிய வெள்ளை, நீலம், சிவப்பு, பச்சை, மஞ்சள் நிறமுடைய முத்துக்கள் உள்ளன. **எல்லாவற்றையும் பயன்படுத்தி** எத்தனை வித்தியாசமான கழுத்து அட்டியல்களை இவரால் தயாரிக்கமுடியும்? (Ans: 24)

## எல்லாம் வேறுவேறாகாத பொருட்களின் ஒழுங்கு

n பொருட்களுள் p பொருட்கள் ஓரினமாகவும் ஏனையவை எல்லாம் வேறுவேறு இனமாகவும் இருந்தால் இவற்றை நேர்கோடு ஒன்றில் வரிசைப்படுத்தும் வழிகளின் எண்ணிக்கை $\frac{n!}{p!}$ ஆகும்.

**நிறுவல்:-** எல்லாப் பொருட்களையும் எடுத்து ஒரு நேர்கோட்டில் செய்யக்கூடிய வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கையை N என்க. N ஒழுங்குகளில் யாதாயினும் **ஒரு ஒழுங்கை** கருதினால் அவ்வொழுங்கில் ஒரே இனமான p பொருட்கள் இருக்கும். ஒரே இனமான p பொருட்களையும் தம்முள் இடமாற்றம் செய்தால் ஒழுங்கு மாறாது. ஆனால் ஒரே இனமான p பொருட்களையும் **வேறுவேறானவை** எனக் கருதினால், இவ் ஒழுங்கை மீண்டும் p! வழிகளில் வரிசைமாற்றம் செய்யலாம். இவ்வாறு N ஒழுங்கையும் Np! வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம். ஆகவே ஒரே இனமான p பொருட்களையும் வேறுவேறு இனமாகக் கருதினால் மொத்த வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கை Np! ஆகும். இது எல்லா n பொருட்களினதும் வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கையான n! இற்குச் சமனாகும்.

ஆகவே $Np! = n!$

$$N = \frac{n!}{p!}$$

மேற்கூறியதுபோல் தரப்பட்ட n பொருட்களுள் p பொருட்கள் ஓரினமாகவும் q பொருட்கள் இன்னொரு இனமாகவும் ஏனையவை எல்லாம் வேற்றுமைப்பட்டும் இருப்பின் இவற்றை நேர்கோடு ஒன்றில் வரிசைப்படுத்தும் வழிகளின் எண்ணிக்கை $\frac{n!}{p!\,q!}$ ஆகும்.



Eg(1): PARALLEL என்ற சொல்லிலுள்ள எல்லா எழுத்துக்களையும் கொண்டு நேர்கோடு ஒன்றில் செய்யப்படும் வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கை யாது?

| P | A | R | L | E | |
|---|---|---|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | n = 8 |
| 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | |

$\therefore$ வரிசைமாற்றங்கள் $= \frac{8!}{3!2!} = 3360$

Eg(2): SCIENCE என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களைக் கொண்டு ஆக்கத்தக்க வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கை யாது?

இதில் எத்தனை வரிசைகள்

(i) I இல் தொடங்கும்?

(ii) C இல் முடியும்?

| S | C | I | E | N | |
|---|---|---|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | n = 7 |
| 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | |

$\therefore$ வரிசைமாற்றங்கள் $= \frac{7!}{2!\,2!} = 1260$

(i) I என்ற எழுத்தைத் தனியாக எடுத்து மீதியாகவுள்ள 6 எழுத்துக்களை வரிசைப்படுத்த வேண்டும்.

$\therefore$ வரிசைமாற்றங்கள் $= \frac{6!}{2!\,2!} = 180$

(ii) C என்ற எழுத்தைக் கடைசியில் தனியாக வைத்து மீதி 6 எழுத்துக்களிலும் வரிசைமாற்றம் செய்யவேண்டும்.

$\therefore$ வரிசைமாற்றங்கள் $= \frac{6!}{2!} = 180$

Eg(3): எதிரணியினரின் பிரதான தளம் ஒன்றை முற்றுகையிடுவதற்காக இராணுவ வாகன அணியை ஒன்றன்பின் ஒன்றாக அனுப்பவேண்டியுள்ளது. இவ் வாகனத் தொடரணியில் பங்குபற்றுவதற்காக 4 கவச வாகனங்களும் 2 டாங்கிகளும்

3 இராணுவ ஜீப்களும் உள்ளன.

(i) எல்லா வாகனங்களையும் பயன்படுத்தி

(ii) மூன்று வகையான வாகனங்களும் இருக்குமாறு சரியாக 6 வாகனங்களையும் பயன்படுத்தி அனுப்பத்தக்க வெவ்வேறு வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க?

கவசவாகனம் - A, டாங்கி - T, ஜீப் - J என்க.

A = 4  T = 2  J = 3

(i) எல்லா வாகனங்களையும் பயன்படுத்தும் வரிசைமாற்றங்கள்

$$= \frac{9!}{4!\,2!\,3!} = 1260$$

(ii) சரியாக 6 வாகனங்களை பின்வரும் முறைகளில் தெரிவு செய்து வரிசைப்படுத்தலாம்.

A =3, T = 1, J = 2 வரிசைகள் $= \frac{6!}{3!\,2!} = 60$

A = 4, T = 1, J = 1 வரிசைகள் $= \frac{6!}{4!} = 30$

A = 2, T = 1, J = 3 வரிசைகள் $= \frac{6!}{3!\,2!} = 60$

A = 3, T = 2, J = 1 வரிசைகள் $= \frac{6!}{3!\,2!} = 60$

A = 2, T = 2, J = 2 வரிசைகள் $= \frac{6!}{2!\,2!\,2!} = 90$

ஆகவே சரியாக 6 வாகனங்களைப் பயன்படுத்தி உருவாக்கும் வரிசைகள் $= 60 + 30 + 60 + 60 + 90$

$= 300$

Eg(4): MULTIPLICATION என்ற சொல்லின்

(i) எல்லா எழுத்துக்களையும் பயன்படுத்தி

(ii) மூன்று I களும் ஒருமிக்க இருக்குமாறு

(iii) மூன்று I களும் முதலில் இருக்குமாறு

எத்தனை வரிசை மாற்றங்களை ஆக்கலாம்?



| M | U | L | T | I | P | C | A | O | N |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

(i) எல்லா 14 எழுத்துக்களையும் பயன்படுத்தும்

வரிசைமாற்றம் $= \frac{14!}{2!2!3!} = 3632428800$

(ii) மூன்று I களையும் ஒரு எழுத்தாகக் கருதினால்,

வரிசைமாற்றம் $= \frac{12!}{2!\,2!} = 119750400$

(iii) மூன்று I களையும் தவிர்த்து மீதி 11 எழுத்துக்களில் வரிசைமாற்றம் செய்யவேண்டும்.

$\therefore$ வரிசைமாற்றம் $= \frac{11!}{2!\,2!} = 9979200$

**Exercise: (4)**

(1) ALLITERATION என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களின் வேறுவேறான ஒழுங்குகளின் தொகையைக் காண்க?

(Ans: 29937600)

(2) சர்வதேச சூழல் தினத்தையொட்டி ஏற்பாடு செய்யப்பட்ட மகாநாடு ஒன்றிற்கு ஆசியா, ஆபிரிக்கா, ஐரோப்பா, அமெரிக்கா கண்டங்களிலிருந்து முறையே 5, 4, 4, 3 பிரதிநிதிகள் வருகைதந்தனர். ஒரே கண்டத்தைச் சேர்ந்த பிரதிநிதிகளிடையே வேற்றுமை யாதும் காணப்படாது எனில் அவர்களைக் கூட்ட ஒளிப்படம் (Group Photo) ஒன்றிற்கு இருத்தக்கூடிய வழிகள் எத்தனை?

(Ans: 50450400)

(3) ENGINEERING என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களின் மொத்த வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க?

இவ்வரிசைமாற்றங்களில்

(i) E இல் தொடங்கும்

(ii) G இல் முடிவுறும்

(iii) மூன்று E களும் இறுதியில் வரும்



123941

எத்தனை வரிசைமாற்றங்களை உருவாக்கலாம்?

(Ans: 277200, 75600, 151200, 1680)

(4) விளையாட்டுப் போட்டியின்போது வெவ்வேறு நிறக் கொடிகளை **வரிசைக்கிரமமாக** அசைப்பதன் மூலம் தகவல்கள் பரிமாறப் படுகின்றன. இதற்காக 1 வெள்ளை, 3 கறுப்பு, 3 சிவப்பு கொடிகள் உள்ளன.

(i) எல்லாக்கொடிகளையும் பயன்படுத்தி

(ii) சரியாக ஆறு கொடிகளைப் பயன்படுத்தி

(iii) ஒன்றுவிட்ட ஒரு கொடி சிவப்பாக இருக்குமாறு

பரிமாறத்தக்க வெவ்வேறு தகவல்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(Ans: 140, 140, 24)

(5) MINIMUM என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களைக் கொண்டு உருவாக்கும் வரிசைமாற்றங்களில் எத்தனையில் உயிர் எழுத்துக்கள் ஒருங்கு இருக்காது? (Ans: 360)

(6) FACETIOUS என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களைக் கொண்டு உருவாக்கக்கூடிய வரிசைமாற்றங்களின் தொகையைக் காண்க?

(i) இவற்றில் எத்தனையில் உயிர் எழுத்துக்களின் வரிசை ஆரம்பச் சொல்லிலுள்ள அதே ஒழுங்கில் இருக்கும்?

(ii) இவற்றில் எத்தனையில் உயிர் எழுத்துக்கள் மெய் எழுத் துக்களினால் பிரிக்கப்பட்டிருக்கும்?

(Ans: 362880, 3024, 2880)



## சேர்மானம் - (Combination)

தரப்பட்ட பொருட்களிலிருந்து சிலவற்றையோ அல்லது எல்லாவற்றையுமோ எடுத்து ஆக்கக்கூடிய கூட்டங்கள் சேர்மானம் எனப்படும். இங்கு பொருட்களின் வரிசை கவனிக்கப்படமாட்டாது.

(i) தட்வைக்கு இரண்டாக எடுக்கப்படும் மூன்று வேறுவேறான பொருட்களின் சேர்மானம் $\left({}^{3}C_{2}\right)$

மூன்று பொருட்களும் A, B, C என்க. இவற்றை தடவைக்கு இரண்டாக எடுத்து AB, AC, BC என்னும் மூன்று கூட்டங்களாகத் தெரியலாம்.

பொதுசன நூலகம்
யாழ்ப்பாணம்

$$\therefore\ {}^{3}C_{2} = 3 = \frac{3\times2\times1}{2\times1\times1}$$

$${}^{3}C_{2} = \frac{3!}{2!(3-2)!}$$

(ii) தடவைக்கு இரண்டாக எடுக்கப்படும் நான்கு வேறுவேறான பொருட்களின் சேர்மானம் $\left({}^{4}C_{2}\right)$

நான்கு பொருட்களும் A, B, C, D என்க. இவற்றை தடவைக்கு இரண்டாக எடுத்து AB, AC, AD, BC, BD, CD என்னும் 6 வழிகளில் தெரியலாம்.

4836 CC

$$\therefore\ {}^{4}C_{2} = 6 = \frac{4\times3\times2\times1}{2\times1\times2\times1}$$

$${}^{4}C_{2} = \frac{4!}{2!(4-2)!}$$

(iii) இதேபோல் தடவைக்கு r ஆக எடுக்கப்படும் n வேறுவேறான பொருட்களின் சேர்மானம் ${}^{n}C_{r}$ ஆனது

$${}^{n}C_{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$ இனால் தரப்படும் எனக்காட்டலாம்

**நிறுவல்:-** n பொருட்களிலிருந்து தடவைக்கு r ஆக எடுக்கப்படும் பொருட்களின் சேர்மானத்தொகை x என்க. x கூட்டங்களுள் ஏதாவது ஒரு கூட்டத்தை கருதினால் இதில் r வேறுவேறான பொருட்கள் இருக்கும். இந்த r பொருட்களையும் நேர்கோட்டில் r! வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம். ஆகவே x கூட்டங்களையும் x.r! வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம். இது n வேறுவேறான பொருட்களின் தடவைக்கு r ஆக எடுக்கப்படும் வரிசை மாற்றத்தொகை $^{n}P_{r}$ இற்கு சமனாகும்.

$$x \; r! = {}^{n}P_{r}$$

$$x \; r! = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$x = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$${}^{n}C_{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Eg(1): Sandwich என்ற சொல்லிருந்து தடவைக்கு மூன்று எழுத்துக்களாக எடுத்து ஆக்கப்படும் சேர்மானத்தொகை யாது?

இச்சொல்லிலுள்ள 8 எழுத்துக்களும் வேறுவேறானவை.

$$\therefore \quad {}^{8}C_{3} = \frac{8!}{3!(8-3)!}$$

$$= \frac{8!}{3! \; 5!}$$

$$= 56$$

Eg(2): ஒரு அலுமாரியில் வேறுவேறான 9 புத்தகங்கள் உள்ளன. இவற்றை 5 புத்தகங்களாகக் கொண்ட எத்தனை கட்டுகளாகக் கட்டலாம்?

இது தடவைக்கு 5 ஆக எடுக்கப்படும் 9 வேறுவேறான பொருட்களின் சேர்மானத்தொகைக்கு சமனாகும்.

$$\therefore \quad {}^{9}C_{5} = \frac{8!}{5! \; 4!} = 126$$

Eg(3): 9 ஆண்களிலிருந்தும் 5 பெண்களிலிருந்தும் 7 பேர்கொண்ட



ஓர் அலுவற்குழு தெரிவு செய்யப்படவேண்டும்.

(a) 4 ஆண்களும் 3 பெண்களும் தெரியப்பட்டால்

(b) பெண் ஒருத்தியாயினும் தெரியப்பட்டால்

அக்குழுவை எத்தனை கூட்டங்களாக தெரியலாம்?

M - 9     F - 5

(a) 4 ஆண்களும் 9 ஆண்களிலிருந்து $^{9}C_{4}$ வழிகளில் தெரியப் படலாம்.

3 பெண்களும் 5 பெண்களிலிருந்து $^{5}C_{3}$ வழிகளில் தெரியப் படலாம்.

ஆண்களை தெரிவு செய்யும் ஒவ்வொரு வழிக்கும் பெண்களை $^{5}C_{3}$ வழிகளில் தெரிவு செய்யலாம்.

ஆகவே 4 ஆண்களையும் 3 பெண்களையும் தெரிவுசெய்யும் வழிகள்

$$= {}^{9}C_{4} \times {}^{5}C_{3}$$

$$= \frac{9!}{4! \; 5!} \times \frac{5!}{3! \cdot 2!}$$

$$= 1260$$

(b) கட்டுப்பாடு யாதுமின்றி 14 பேர்களிலிருந்து 7 பேர்களை தெரிவு செய்யும் வழிகள் $= {}^{14}C_{7}$

இதிலிருந்து ஒரு பெண்ணாயினும் தெரிவு செய்யப்படாத வழிகளைக் கழித்தல் வேண்டும்.

பெண் ஒருத்தியாயினும் தெரிவு செய்யப்படாவிட்டால், 9 ஆண்களிலிருந்தும் தான் 7 ஆண்களை தெரிவுசெய்யவேண்டும்.

ஆகவே பெண் தெரிவுசெய்யப்படாத வழிகள் $= {}^{9}C_{7}$

ஆகவே பெண் ஒருத்தியாயினும் தெரிவு செய்யப்படும் வழிகள்

$$= {}^{14}C_{7} - {}^{9}C_{7}$$

$$= \frac{14!}{7! \; 7!} - \frac{9!}{7! \; 2!}$$

$$= 3396$$

Eg(4): வட்டமேசை ஒன்றைச் சுற்றியுள்ள 5 ஆசனங்களில் அமர்வதற்கு 8 பேர் உள்ளனர். இவர்களை எத்தனை வழிகளில் ஆசனங்க ளில் அமரச்செய்ய முடியும்?

8 பேர்களிலிருந்து 5 பேராகத் தெரிவுசெய்து இவர்களை வட்ட மேசை வழியே அமர்த்தவேண்டும். 8 பேர்களிலிருந்து 5 பேரை $^{8}C_{5}$ வழிகளில் தெரிவுசெய்யலாம். ஒவ்வொரு முறையும் தெரிவுசெய்யப்படும் 5 பேரை வட்டமேசை வழியே உள்ள ஆசனங்களில் 4! வழிகளில் அமர்த்தலாம். எனவே 8 பேரை வட்டமேசை வழியி லுள்ள 5 ஆசனங்களில் அமர்த்தும் வழிகள்

$$= {}^{8}C_{5} \times 4!$$
$$= 1334$$

Eg(5): ஆச்சிரமம் ஒன்றில் 9 பெண்சாமியார்களும் 6 ஆண் சாமியார்க ளும் உள்ளனர். பாதயாத்திரை ஒன்றை மேற்கொள்ளும் குழுவை வழிநடத்தி செல்வதற்காக 5 சாமியார்கள் தெரிவு செய்யப்பட வேண்டியுள்ளனர். இக்குழுவில் ஆண் சாமியார் எவரும் தெரிவு செய்யப்படாதபோது குறித்த **ஒரு பெண்சாமியார்** சேவை செய்ய மறுத்தால் எத்தனை வழிகளில் இக்குழு தெரிவுசெய்யப்படலாம்?

பின்வரும் வழிகளில் 5 சாமியர்களைத் தெரிவு செய்யலாம்.

(a) 5 - ஆண்கள் $\Rightarrow$ தெரிவுகள் $= {}^{6}C_{5} = 6$

(b) 4 - ஆண்கள், 1 - பெண்

தெரிவுகள் $= {}^{6}C_{4} \times {}^{9}C_{1} = 135$

(c) 3 - ஆண்கள், 2 - பெண்கள்

தெரிவுகள் $= {}^{6}C_{3} \times {}^{9}C_{2} = 720$

(d) 2 - ஆண்கள், 3 - பெண்கள்

தெரிவுகள் $= {}^{6}C_{2} \times {}^{9}C_{3} = 1260$

(e) 1 - ஆண்கள், 4 - பெண்கள்

தெரிவுகள் $= {}^{6}C_{1} \times {}^{9}C_{4} = 756$

(f) 5 - பெண்கள்

இவ்வகையில் ஆண் சாமியார் இல்லாதபடியால் ஒரு பெண்



சாமியார் சேவை செய்யமறுப்பார். எனவே 5 சாமியார்களும் 8 பெண் சாமியார்களிலிருந்தே தெரிவு செய்யப்படவேண்டும்.

தெரிவுகள் $= {}^{8}C_{5} = 56$

எனவே 5 சாமியார்கள் தெரிவு செய்யப்படும் மொத்த தெரிவுகள்

$$= 6+135+720+1260+756+56 = 2933$$

Eg(6): பல்கலைக்கழக பீடாதிபதி (Dean) தெரிவின்போது 2 போட்டியாளர்களும் 10 தெரிவு செய்வோரும் உள்ளனர். ஒருவர் 4 வாக்குகளால் தோல்வியுறுகிறார். வென்ற அபேட்சகருக்கு அவ்வாக்குகள் 120 வேறுவேறான வழிகளுள் யாதும் ஒன்றால் வழங்கப்பட்டிருக்கலாம் எனக்காட்டுக?

வென்றவருக்கு 7 வாக்குகளும் தோற்றவருக்கு 3 வாக்குகளும் கிடைத்திருக்கும். ஆகவே வென்றவர் தெரிவு செய்யப்பட்ட வழிகள் $= {}^{10}C_{7} = 120$

Eg(7): 12 பாழைய 'கிபிர்' குண்டு வீச்சு விமானங்களை வல்லரசு நாடு ஒன்று தனக்கு கீழ்படியும் நான்கு வறிய நாடுகளுக்கு தலா மூன்று வீதம் நன்கொடையாகக் கொடுக்க முன்வந்திருக்கிறது. இந்நன்கொடை வழங்கப்படக்கூடிய வேறுவேறான வழிகளின் தொகையைக் காண்க?

4836cc

12 விமா்னங்களில் ஏதாவது 3 ஐ தெரிவு செய்து முதலாவது நாட்டிற்கு $^{12}C_{3}$ வழிகளில் வழங்கலாம். முதலவது நாட்டிற்கு தெரிவு செய்யும் ஒவ்வொரு வழிக்கும், இரண்டாவது நாட்டிற்கு எஞ்சிய 9 விமானங்களிலிருந்து மூன்றை $^{9}C_{3}$ வழிகளில் வழங்க லாம். முதல் இரு நாடுகளுக்கும் ஏதாவது ஒருவகையில் வழங்கப் பட்ட பின்னர் மூன்றாவது நாட்டிற்கு எஞ்சிய 6 விமானங்களிலி ருந்து மூன்றை $^{6}C_{3}$ வழிகளில் வழங்கலாம். முதல் மூன்று நாடுகளுக்கும் ஏதாவது ஒரு வகையில் வழங்ககப்பட்ட பின்னர் எஞ்சிய 3 விமானங்களையும் நான்காவது நாட்டிற்கு நன்கொடையாக வழங்கலாம்.

ஆகவே நன்கொடைகள் வழங்கப்படக் கூடிய வழிகள்

$$= {}^{12}C_{3} \times {}^{9}C_{3} \times {}^{6}C_{3}$$
$$= 369600$$

Eg(8): செவ்வாய்க் கிரகத்தில் தரையிறங்கி ஆராய்ச்சிகளை

மேற்கொள்வதற்காக 'நாசா' விண்வெளி ஆராய்ச்சி நிறுவனம் 6 விண்வெளி வீரர்களை அனுப்பத்திட்டமிட்டுள்ளது. இதற்கு 8 அமெரிக்க நாட்டு விஞ்ஞானிகளிடமிருந்தும் 3 கனடா நாட்டு விஞ்ஞானிகளிடமிருந்தும் 3 நியூசிலாந்து நாட்டு விஞ்ஞானி களிடமிருந்தும் மனுக்கள் பெறப்பட்டுள்ளது. விண்வெளி வீரர்கள் குழுவில் குறைந்தது 4 அமெரிக்கர்களாவது இடம்பெறவேண் டும். விண்வெளி வீரர்கள் குழுவில் ஒரு வெளிநாட்டவர் மாத்திரம் தெரிவு செய்யப்பட்டால் ஒரு அமெரிக்க விஞ்ஞானியும், வெளி நாட்டவர்கள் எவருமே தெரிவுசெய்யப்படாவிட்டால் இரு அமெரிக்க விஞ்ஞானிகளும் வீரர்கள் குழுவில் சேர்வதற்கு மறுக்கின்றனர். 6 விண்வெளி வீரர்களை தெரிவு செய்யக்கூடிய வேறுவேறான வழிகளின் தொகையாது?

அமெரிக்கர் – 8 பேர்

கனேடியர் – 3 பேர்

நியூர்சிலாந்தவர் – 3 பேர்

குறைந்தது 4 அமெரிக்கர்கள் இடம்பெறுமாறு 6 வீரர்களை பின்வரும் வழிகளில் தெரிவுசெய்யலாம்.

| வகை | அமெரிக்கர் | கனேடியர் | நியூர்சிலாந்து |
|---|---|---|---|
| (i) | 4 | 1 | 1 |
| (ii) | 5 | 1 | 0 |
| (iii) | 5 | 0 | 1 |
| (iv) | 6 | 0 | 0 |

(i) ஆவது வகையில் 4 அமெரிக்கர்கள் 8 வீரர்களிலிருந்தும் 1 கனேடியர் 3 வீரர்களிருந்தும் 1 நியூர்சிலாந்தவர் 3 வீரர்களி லிருந்தும் தெரியப்படவேண்டும்.

ஆகவே தெரிவுகள் $={}^{8}C_{4}\times{}^{3}C_{1}\times{}^{3}C_{1}=630$

(ii) ஆவது வகையில் 1 வெளிநாட்டவர் இடம்பெறுவதால் 1 அமெரிக்கர் குழுவில் சேர மறுப்பார். எனவே 5 அமெரிக்கர்களை 7 வீரர்களிலிருந்தும் 1 கனேடியர் 3 வீரர்களிலிருந்தும் தெரியப்பட வேண்டும். ஆகவே தெரிவுகள் $={}^{7}C_{5}\times{}^{3}C_{1}=63$

இதே போலவே (iii) ஆவது வகையிலும் தெரிவுகளின் எண்ணிக்கை $={}^{7}C_{5}\times{}^{3}C_{1}=63$



(iv) ஆவ்து வகையில் வெளிநாட்டவர் எவருமே இடம் பெறாததால் இரு அமெரிக்கர்கள் குழுவில் சேர மறுப்பர். ஆகவே 6 அமெரிக்கர்கள் 6 வீரர்களிலிருந்து தெரியப்படவேண்டும்.

ஆகவே தெரிவுகள் $={}^{6}C_{6}=1$

எனவே 6 விண்வெளி வீரர்களை தெரியக்கூடிய வேறுவேறான வழிகள் $= 630 + 63 + 63 + 1 = 757$

Eg(9): 5 நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று ஆகக்கூடியது எத்தனை புள்ளிகளில் இடைவெட்டும்?

இரு நேர்கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் இடைவெட்டும். ஆகவே 5 நேர்கோடுகளிலிருந்து இரு நேர்கோடுகளாக தெரிவுசெய்து இடைவெட்டும் புள்ளிகளை கணக்கிடலாம்.

ஆகவே இடைவெட்டும் புள்ளிகள் $= {}^{5}C_{2}=10$

Eg(10): ஒரு அலுவலகத்தில் வேலைசெய்யும் சிங்கவர்களில் 10 பேர் ஆண்கள். 8 பேர் பெண்கள். தமிழர்களில் 6 பேர் ஆண்கள் 5 பேர் பெண்கள்.

பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் 4 ஆண்களையும் 3 பெண்களையும் கொண்டிருக்குமாறு 7 பேர்கள் அடங்கிய எத்தனை தொடைகளை தெரிவு செய்யப்படலாம்?

(a) 7 பேர்களும் ஒரே இனத்திலிருந்து தெரியப்படும்போது

(b) ஆண்கள் சிங்களவர்களிலிருந்தும் பெண்கள் தமிழர்களிலி ருந்தும் தெரியப்படும்போது

(c) தெரிவு செய்யப்படுவோர் இனங்கள் தொடர்பாக எந்தவொரு நிபந்தனையும் இல்லாதபோது

| | சிங்களவர்கள் | தமிழர்கள் |
|---|---|---|
| ஆண்கள் | 10 | 6 |
| பெண்கள் | 8 | 5 |

தெரியவு செய்யப்படும் குழு: 4 - ஆண்கள்
3 - பெண்கள்

(a) 7 பேர்களும் சிங்களவர்களிலிருந்து தெரியப்படும்போது 10 பேர்களிலிருந்து 4 ஆண்களையும், 8 பேர்களிலிருந்து 3 பெண் களையும் தெரிவுசெய்யவேண்டும்.

ஆகவே தெரிவுகள் $= {}^{10}C_{4}\times{}^{8}C_{3}=11760$

7 பேர்களும் தமிழர்களிலிருந்து தெரியப்படும் வழிகள்

$$= {}^{6}C_4 \times {}^{5}C_3 = 150$$

ஆகவே 7 பேர்களும் ஒரே இனத்திலிருந்து தெரியப்படும் தொடைகள் = 11760 + 150 = 11910

(b) 4 ஆண்களும் 10 சிங்களவர்களிலிருந்தும் 3 பெண்களும் 5 தமிழர்களிலிருந்தும் தெரிவு செய்யப்படவேண்டும்.

ஆகவே தெரிவுகள் $= {}^{10}C_4 \times {}^{5}C_3 = 2100$

(c) இனங்கள் தொடர்பாக எந்தவொரு நிபந்தனையும் இல்லாதபோது, 4 ஆண்கள் 16 ஆண்களிலிருந்தும் 3 பெண்கள் 13 பெண்களிலிருந்தும் தெரிவுசெய்யப்படுதல் வேண்டும்.

ஆகேவ தெரிவுகள் $= {}^{16}C_4 \times {}^{13}C_3 = 520520$

Eg(11): கிடையாக 5 சமாந்தரக்கோடுகள் வரையப்படுகின்றன. இதற்கு செங்குத்தாக 6 சமாந்தரக்கோடுகள் வரையப்படுகிறது. தோன்றும் செவ்வகங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க?

கிடையான இரு சமாந்தரக் கோடுகளைக் கருதுக. இதற்கு செங்குத்தாக இரு கோடுகள் வரைந்தால் ஒரு செவ்வகம் உருவாகும். இவ்வாறு செங்குத்தாவுள்ள 6 கோடுகளிலிருந்து இரு கோடுகளாகத் தெரிவுசெய்து ஒவ்வொரு செவ்வகத்தை உருவாக்கலாம். அதாவது ${}^{6}C_2$ செவ்வகங்களை உருவாக்கலாம். எனவே கிடையாக இரு சமாந்தரக்கோடுகளும் அதற்கு செங்குத்தாக 6 சமாந்தரக் கோடுகளும்இருந்தால் ${}^{6}C_2$ செவ்வகங்கள் தோன்றும்.

இங்கு கிடையாக 5 கோடுகள் இருப்பதால் இரண்டு கோடுகளாக ${}^{5}C_2$ கிடையான கோடுகளை தெரிவுசெய்யலாம்.

எனவே ${}^{5}C_2$ வழிகளில் தெரிவுசெய்யப்படும் இருகிடையான நேர்கோடுகள் ஒவ்வொன்றிற்கும், 6 நிலைக்குத்துக் கோடுகளைக்கொண்டு ${}^{6}C_2$ செவ்வகங்களை உருவாக்கலாம்.

எனவே தோன்றும் செவ்வகங்கள் $= {}^{5}C_2 \times {}^{6}C_2 = 150$



**Exercise: (5)**

(1) STURGEON என்ற சொல்லிலிருந்து தடவைக்கு நான்கு எழுத்துக்களாக எடுத்து ஆக்கப்படும் சேர்மானத்தொகை யாது? (Ans: 70)

(2) FACETIOUS என்ற சொல்லிலிருந்து தடவைக்கு ஐந்து எழுத்துக்களாக எடுத்து செய்யத்தக்க வேறுவேறான சேர்மானங்களின் தொகை யாது? (Ans: 126)

(3) ஒரு அலுமாரியில் வேறுவேறான 11 புத்தகங்கள் உள்ளன. இவற்றை 5 புத்தகங்கள் கொண்ட கட்டாகவும் 6 புத்தகங்கள் கொண்ட கட்டாகவும் ஆக்கப்படும் வழிகளின் தொகை யாது? (Ans: 462)

(4) 8 ஆண்களிலிருந்தும் 6 பெண்களிலிருந்தும் 5 பேர் கொண்ட ஓர் அலுவற்குழு தெரிவு செய்யப்படவேண்டும். (a) 3 ஆண்களும் 2 பெண்களும் (b) 2 ஆண்களும் 3 பெண்களும் (c) குறைந்தது ஒரு ஆணாவது தெரியப்பட்டால் அக்குழுவை எத்தனை வழிகளில் தெரிவு செய்யலாம்? (Ans: 840, 560, 1996)

(5) 15 துடுப்பாட்டக்காரர்களைக் கொண்ட ஊர்சுற்றம் விளையாட்டுக் குழு, 7 துடுப்படிப்போரையும் 6 பந்து எறிவோரையும் 2விக்கட் காவலரையும் கொண்டது 11 ஆட்டக்காரர்களைக் கொண்ட ஒவ்வொரு குழுவி லும் குறைந்தது 5 துடுப்படிப்போரும் 4 பந்து எறிவோரும் 1 விக்கட் காவலரும் இருத்தல்வேண்டும்.

   (a) துடுப்படிப்பவன் ஒருவனும் விக்கட் காவலன் ஒருவனும் காயமடைந்தால் தெரியக்கூடிய வேறுபட்ட குழுக்களின் எண்ணிக்கை 51 எனவும்

   (b) எல்லா ஆட்டக்காரர்களும் உள்ளனர் எனில் 777 குழுக்கள் தெரியப்படலாம் எனவும் காட்டுக?

(6) பை ஒன்றில் வெவ்வேறான 7 சிவப்பு மணிகளும் 4 கறுப்பு மணிகளும் உள்ளன. 6 நாணங்களை தெரிவுசெய்யும்போது இவற்றில் எத்தனை தெரிவுகளில் குறைந்தபட்சம் ஒரு கறுப்பு மணியேனும் இருக்கும்? (Ans: 455)

(7) வழக்கு ஒன்றின் போது தப்பியோடிய இரு கைதிகளைத் தேடிப் பிடிப்பதற்காக 8 பொலிஸாரிலிருந்தும் 4 இராணுவத்தினரிலிருந்தும் 5 பேருள்ள விசேட குழு ஒன்று ஏற்படுத்த வேண்டியுள்ளது. இராணுவத்தினர் எவரும் குழுவில் இடம்பெறாவிட்டால் குறித்த



123941

ஒரு பொலிஸார் சேவைசெய்ய மறுத்தால் எத்தனை வழியாக அக்குழு தெரியப்படலாம்? (Ans: 757)

(8) விடுதி ஒன்றிலுள்ள 11 பேர்கள், 5 பேர் அடங்கிய வேறுவேறு கூட்டங்களாக வேறுவேறு நாட்களில் 'ஜுரசிக் பார்க்' திரைப்படத்தை பார்வையிடுவதற்காக செல்கின்றனர். அவர்கள் எத்தனை நாட்களாக திரைப்படத்தைப் பார்ப்பார்கள்? (Ans: 462)

(9) உள்ளூராட்சி சபை ஒன்றில் தலைவர் பதவிக்கு இருவர் போட்டியிடுகின்றனர். இவர்களை தெரிவதற்காக 9 தேர்வோர் உள்ளனர். வென்ற அபேட்சகருக்கு 3 வாக்குகள் கூடுதலாகக் கிடைத்தது. இவ்வாக்குகள் 84 வேறுவேறான வழிகளுள் யாதும் ஒன்றால் வழங்கப்பட்டிருக்கலாம் எனக்காட்டுக?

(10) 9 விளையாட்டுப் பொருட்களை வைத்திருக்கும் ஒருவர் பிள்ளைகள் ஒவ்வொருவருக்கும் 3 வீதம் தன்னுடைய மூன்று பிள்ளைகளுக்கும் அவற்றைக்கொடுக்க விரும்புகிறார். இவ்வாறு வழங்கப்படக்கூடிய வேறுவேறான வழிகளினது தொகை 1680 எனக்காட்டுக?

(11) 7 உறுப்பினர்களைக் கொண்ட இலஞ்ச ஊழல் ஆணைக்குழு ஒன்றை அமைப்பதற்கு 10 சிங்களவர்களும் 4 தமிழர்களும் 3 முஸ்லிம்களும் விண்ணப்பிக்கின்றனர். இக்குழுவில் ஆகக்குறைந்தது 4 சிங்களவர்களாவது இடம்பெறவேண்டும். தமிழர் அல்லது முஸ்லிம்களில் இருவர் தெரிவு செய்யப்பட்டால் 3 சிங்களவர்களும் தமிழர் அல்லது முஸ்லிம்களில் எவரேனும் தெரிவு செய்யப்படாவிட்டால் ஒரு சிங்களவரும் குழுவில் தெரிவுசெய்யப்பட மறுக்கின்றனர். ஆகவே இக்குழுவில் 7 உறுப்பினர்களைத் தெரிவு செய்யும் வழிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க? (Ans: 5580)

(12) 11 பௌதீகவியலாளர்களையும் 13 கணிதவியலாளர்களையும் கொண்ட விஞ்ஞான ஆராய்ச்சி நிறுவனம் ஒன்றிலிருந்து 4 பௌதிகவியலாளர்களையும் 3 கணிதவியலாளர்களையும் கொண்ட குழு ஒன்று தெரிவு செய்யப்படக்கூடிய வழிகளை

(a) கட்டுப்பாடுகள் யாதும் இல்லாத போது

(b) குறித்த ஒரு பௌதிகவியலாளரும் குறித்த ஒரு கணிதவியலாளரும் ஒன்றாக சேவைசெய்ய விரும்பாத போது காண்க? (Ans: 94380, 7920)

(13) 12 பேர்களை

(a) 5 பேர் கொண்ட கூட்டமாகவும் 7 பேர் கொண்ட கூட்டமாகவும்



(b) ஒவ்வொன்றும் 6 பேர் கொண்ட கூட்டங்களாக எத்தனை வழிகளில் தெரிவு செய்யலாம்? (Ans: 729, 462)

(14) 12 நபர்களை 3 பேர்கொண்ட கூட்டமாகவும் 4 பேர் கொண்ட கூட்டமாகவும் 5 பேர் கொண்ட கூட்டமாகவும் எத்தனை வழிகளில் தெரிவு செய்யலாம்? (Ans: 27720)

(15) n நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டும் புள்ளிகளின் ஆகக்கூடிய எண்ணிக்கை $\frac{n(n-1)}{2}$ எனக்காட்டுக?

(16) 12 உச்சிகளைக் கொண்ட பல்கோணி 54 மூலைவிட்டங்களைக் கொண்டுள்ளது எனக்காட்டுக?

(17) n உச்சிகளைக் கொண்ட பல்கோணி $\frac{n}{2}(n-3)$ மூலைவிட்டங்களைக் கொண்டுள்ளது எனக்காட்டுக?

(18) ஒரு பையினுள் 5 சிவப்பு பந்துகளும் 4 பச்சை பந்துகளும் 4 நீலப்பந்துகளும் உள்ளன. பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பங்களிலும் 4 பந்துகளைக் கொண்ட எத்தனை தொடைகள் தெரிவு செய்யப்படலாம்?

(a) சிவப்பு பந்து எதுவும் இல்லாதிருத்தல்

(b) ஆகக்குறைந்தது 1 பச்சைப்பந்தாவது இருத்தல்

(c) ஆகக்குறைந்தது 1 பச்சைப்பந்தும் 1 நீலப்பந்தும் இருத்தல்

(d) எல்லா நிறத்திலும் ஆகக் குறைந்தது 1 பந்தாவது இருத்தல் (Ans: 35, 425, 304, 270)

(19) கடதாசி ஒன்றில் 9 சமாந்தரக்கோடுகள் வரையப்படுகின்றன. இக்கோடுகள் செங்குத்தாக 8 சமாந்தரக்கோடுகள் வரையப்படுகின்றன. தோன்றும் செவ்வகங்களின் எண்ணிக்கை யாது? (Ans: 1008)

(20) ஒரு பக்கத்தில் 19 சதுரங்களைக் கொண்ட சதுரங்கப்பலகையில் எத்தனை செவ்வகங்களும் எத்தனை சதுரங்களும் உள்ளன? (Ans: 29241, 2109)

(21) பல்தேர்வு வினாப்பத்திரம் 10 வினாக்களைக் கொண்டுள்ளது. ஒவ்வொரு வினாவும் சரியான ஒரு விடையையும் தவறான நான்கு விடைகளையும் கொண்டுள்ளது. ஒரு மாணவன் கீழுள்ள

ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பங்களிலும் எத்தனை வழிகளில் விடையளிக்கலாம்?

(a) எல்லா வினாக்களுக்கும் தவறாக விடையளித்தல்

(b) சரியாக 8 வினாக்களுக்கு தவறாக விடையளித்தல்

(c) ஆகக்குறைந்தது 2 வினாக்களுக்கு தவறாக விடையளித்தல்

(Ans: 1048576, 2949120, 9765584)

(22) தர்மநிதியம் ஒன்றிற்கு நிதி சேர்ப்பதற்காக நடாத்தப்படும் கிறிக்கெற் கண்காட்சி போட்டி ஒன்றில் பங்கு பற்றுவதற்கு 9 அணிகளுக்கு அழைப்பு விடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு அணியினரும் மற்றைய எல்லா அணியினருடனும் விளையாடக் கூடியவாறு மட்டுப்படுத்தப்பட்ட ஓவர்களுடன் ஒரு நாளைக்கு இரு போட்டிகள் நடாத்தத் தீர்மானிக்கப்பட்டது. எத்தனை நாட்களாக இக் கண்காட்சி போட்டி நடைபெறும்? (Ans: 18)

(23) கழுத்து அட்டியல் தயாரிக்கும் பொற்கொல்லனிடம் கோர்க்கக் கூடிய நீலம், மஞ்சள், சிகப்பு, பச்சை, கறுப்பு, வெள்ளை என்னும் நிறங்களையுடைய முத்துக்கள் உள்ளன. நான்கு முத்துக்களைக் கொண்ட எத்தனை வேறுவேறான அட்டியல்கள் தயாரிக்க முடியும்? (Ans: 90)

(24) தத்துவமாணி கல்விப்படிப்பை மேற்கொள்ளும் 8 மாணவர்களில் இருவர் காதலர்கள். இவர்களிலிருந்து ஒரு ஆய்வை மேற்கொள் வதற்காக 4 மாணவர்கள் தெரிவு செய்யப்படவுள்ளனர். காதலி இல்லாவிட்டால் காதலன் குழுவில் சேரமாட்டார். ஆனால் காத லன் இல்லாவிட்டாலும் காதலி குழுவில் சேருவாள். எத்தனை வழிகளில் இக்குழு தெரிவு செய்யப்படலாம்? (Ans: 50)

(25) ஒரு பாடசாலையில் பட்டதாரி ஆசிரியர்களில் 7 ஆண்களும் 4 பெண்களும் பயிற்றப்பட்ட ஆசிரியர்களில் 10 ஆண்களும் 9 பெண் களும் உள்ளனர். இவர்களிலிருந்து 3 ஆண்களும் 2 பெண்களும் கொண்ட ஓர் அலுவற்குழு தெரிவு செய்யப்பட வேண்டியுள்ளது.

(a) 5 பேரும் ஒரே கல்வித்தராதரம் உடையவர்களாகத் தெரிவு செய்யப்படும்போது (Ans: 4530)

(b) ஆண்கள் பட்டதாரிகளிலிருந்தும் பெண்கள் பயிற்றப்பட்டவர்க ளிலிருந்தும் தெரிவு செய்யப்படும்போது (Ans: 1260)

(c) ஆண்கள் ஒரு கல்வித்தராதரம் உடையவர்களிலிருந்தும் பெண்கள் மற்றைய கல்வித்தராதரம் உடையவர்களிலிருந்தும் தெரிவு செய்யப்படும்போது (Ans: 1980)



(d) கல்வித்தராதரம் தொடர்பாக எதுவித நிபந்தனைகளும் இல்லாமல் தெரிவு செய்யப்படும்போது எத்தனை தொடைகள் தெரிவுசெய்யப்படலாம்? (Ans: 53040)

(26) n ஆண்களிலிருந்தும் n பெண்களிலிருந்தும் கலந்த இரட்டை ரென்னிஸ் விளையாட்டு ஒன்றிற்கு ஆட்டக்காரர்கள் தெரிவுசெய் யப்படவுள்ளனர். இரண்டு எதிர்ப்பக்கங்களும் தெரிவு செய்யப்படக் கூடிய வேறுவேறான வழிகள் $\frac{n^2(n-1)^2}{2}$ எனக்காட்டுக?

(27) A என்ற பெட்டியில் 5 முத்துக்களும் 6 வைரங்களும் B என்ற பெட்டியில் 6 முத்துகளும் 7 வைரங்களும் C என்ற பெட்டியில் 7 முத்துக்களும் 8 வைரங்களும் உள்ளன. இவற்றிலிருந்து 5 முத்துகளும் 6 வைரங்களும் எடுக்கவேண்டியுள்ளது.

(a) எல்லாம் ஒரே பெட்டியில் எடுக்கப்படும்போது

(b) முத்துக்கள் A என்ற பெட்டியிலிருந்தும் வைரங்கள் மற்றைய இரு பெட்டிகளில் ஏதாவது ஒன்றிலிருந்தும் எடுக்கப்படும் போது

(c) வைரங்கள் C என்ற பெட்டியிலிருந்தும் முத்துக்கள் மற்றைய இருபெட்டிகளில் ஏதாவது ஒன்றிலிருந்து எடுக்கப்படும்போது

(d) பெட்டிகள் எதனையும் பொருட்படுத்தாது எடுக்கப்படும்போது எத்தனை தெரிவுகள் ஆக்கப்படலாம்?

(Ans: 631, 35, 56, 464933952)

## எல்லாம் வேறுவேறாகாத பொருட்களின் வரிசைமாற்றமும் சேர்மானமும்

தரப்பட்ட எல்லாம் வேறுவேறாகாத பொருட்களிலிருந்து சில வற்றை தெரிந்தெடுத்து, அத்தெரிவுகள் ஒவ்வொன்றையும் நேர்கோடு ஒன்றில் வரிசைமாற்றம் செய்யும் வகை மாத்திரம் இங்கு ஆராயப்படும். இதற்கு தனியான சூத்திரங்கள் எதுவும் கொடுக்க முடியாது.

Eg(1): POODLE என்ற சொல்லிருந்து 3 எழுத்துக்களாக எடுக்கக் கூடிய தெரிவுகளையும் (சேர்மானங்களையும்) அத்தெரிவுகள் ஒவ்வொன்றையும் நேர்கோடு ஒன்றில் வரிசைப்படுத்தும் வரிசை மாற்றங்களையும் காண்க?

| P | O | D | L | E |
|---|---|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 1 |

3 எழுத்துக்களாக தெரிவுசெய்து பின்வரும் வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம்.

| எழுத்துக்கள் | தெரிவுகள் | வரிசைமாற்றம் |
|---|---|---|
| a) 2 எழுத்துக்கள் ஓர் இனம் | $^1C_1 \times ^4C_1$ | $4\times\frac{3!}{2!}$ |
| மற்றையது வேறு இனம் | $=4$ | $=12$ |
| (Eg: POO) | | |
| b) 3 எழுத்தும் வேறு வேறு இனம் | $^5C_3$ | $10\times3!$ |
| (Eg: POD) | $=10$ | $=60$ |

ஆகவே மொத்த (a) தெரிவுகள் $= 14$

(b) வரிசைமாற்றங்கள் $= 72$

Eg(2): SAUCEPAN என்ற சொல்லிருந்து 4 எழுத்துக்களாக எடுத்து செய்யக்கூடிய தெரிவுகளையும் வரிசை மாற்றங்களையும் காண்க?

| S | A | U | C | E | P | N |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

| எழுத்துக்கள் | தெரிவுகள் | வரிசைமாற்றம் |
|---|---|---|
| a) 2 எழுத்து ஓர் இனம் | $^1C_1 \times ^6C_2$ | $15\times\frac{4!}{2!}$ |
| மற்றைய இரண்டு வேறுவேறு இனம் | $=15$ | $=180$ |
| (Eg: AACE) | | |
| b) 4 எழுத்துக்களும் | $^7C_4$ | $35\times4!$ |
| வேறு வேறு இனம் | $=35$ | $=840$ |
| (Eg: SACP) | | |

ஆகவே மொத்த (a) தெரிவுகள் $= 50$

(b) வரிசைமாற்றங்கள் $= 1020$



Eg(3): COFFEE என்ற சொல்லிருந்து 3 எழுத்துக்களாக எடுத்துசெய்யத்தக்க தெரிவுகளையும் வரிசை மாற்றங்களையும் காண்க?

| C | O | F | E |
|---|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| 1 | 1 | 2 | 2 |

| எழுத்துக்கள் | தெரிவுகள் | வரிசைமாற்றம் |
|---|---|---|
| a) 2 எழுத்து ஓர் இனம் | $2\times ^3C_1$ | $6\times\frac{3!}{2!}$ |
| மற்றையது வேறு இனம் | $=6$ | $=18$ |
| (Eg: FFO, EEC) | | |
| b) 3 எழுத்தும் வேறுவேறு இனம் | $^4C_3$ | $4\times3!$ |
| (Eg: CEF) | $=4$ | $=24$ |

ஆகவே மொத்த (a) வரிசைமாற்றங்கள் $= 42$

(b) சேர்மானங்கள் $= 10$

Eg(4): HONEYBEE என்ற சொல்லிருந்து தடவைக்கு 4 எழுத்துக்களாக எடுக்கப்படக்கூடிய தெரிவுகளையும் அவற்றை நேர்கோடு ஒன்றில் வரிசைப்படுத்தும் வழிகளையும் காண்க?

| H | O | N | E | B | Y |
|---|---|---|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 |

| எழுத்துக்கள் | தெரிவுகள் | வரிசைமாற்றம் |
|---|---|---|
| a) 3 எழுத்து ஓர் இனம் | $1 \times ^5C_1$ | $5\times\frac{4!}{3!}$ |
| மற்றையது வேறு இனம் | $=5$ | $=20$ |
| (Eg: EEEB) | | |
| b) 4 எழுத்துகளும் வேறுவேறு | $^6C_4$ | $15\times4!$ |
| இனம் | $=15$ | $=360$ |
| (Eg: HOEY) | | |

c) 2எழுத்து ஓர் இனம் $1 \times {}^5C_2$ $10 \times \frac{4!}{2!}$

மற்றைய 2 வேறுவேறு இனம் $= 10$ $= 120$

(Eg: EEBH)

ஆகவே மொத்த (a) வரிசைமாற்றங்கள் = 500

(b) சேர்மானங்கள் = 30

Eg(5): TATOOTING என்ற சொல்லிருந்து தடவைக்கு 4 எழுத்துக்களாக எடுத்துசெய்யப்படத்தக்க வரிசை மாற்றங்களைக் காண்க?

| T | A | O | I | N | G |
|---|---|---|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| 3 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 |

| எழுத்துக்கள் | தெரிவுகள் | வரிசைமாற்றம் |
|---|---|---|
| a) 3 எழுத்து ஓர் இனம் | $1 \times {}^5C_1$ | $5 \times \frac{4!}{3!}$ |
| மற்றையது வேறு இனம் (Eg: TTTO) | $= 5$ | $= 20$ |
| b) 2 எழுத்து ஓர் இனம் | ${}^1C_1$ | $1 \times \frac{4!}{2!\ 2!}$ |
| 2 எழுத்து வேறு ஓர் இனம் (Eg: TTOO) | $= 1$ | $= 6$ |
| c) 2எழுத்து ஓர் இனம் | $2 \times {}^5C_2$ | $20 \times \frac{4!}{2!}$ |
| மற்றைய 2 எழுத்து வேறுவேறு இனம் (Eg: OOAN) | $= 20$ | $= 240$ |
| d) 4எழுத்தும் வேறுவேறு இனம் | ${}^6C_4$ | $15 \times 4!$ |
| (Eg: TOAI) | $= 15$ | $= 360$ |

ஆகவே மொத்த வரிசைமாற்றங்கள் = 626

Eg(6): KARAKADDAKKARAN என்ற சொல்லிருந்து தடவைக்கு 5 எழுத்துக்களாக எடுத்து செய்யப்படத்தக்க வரிசை மாற்றங்களைக் காண்க?



| K | A | R | D | N |
|---|---|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| 3 | 6 | 2 | 2 | 1 |

| எழுத்துக்கள் | தெரிவுகள் | வரிசைமாற்றம் |
|---|---|---|
| a) 5 எழுத்தும் ஓர் இனம் | ${}^1C_1$ | $1 \times \frac{5!}{5!}$ |
| (Eg: AAAAA) | $= 1$ | $= 1$ |
| b) 4 எழுத்து ஓர் இனம் | ${}^2C_1 \times {}^4C_1$ | $8 \times \frac{5!}{4!}$ |
| மற்றைய வேறுஇனம் (Eg: KKKKD) | $= 8$ | $= 40$ |
| c) 3எழுத்து ஓர் இனம் | ${}^2C_1 \times {}^3C_1$ | $6 \times \frac{5!}{3!\ 2!}$ |
| 2 எழுத்து வேறு ஓர் இனம் (Eg: KKKRR) | $= 6$ | $= 60$ |
| d) 3எழுத்து ஓர் இனம் மற்றைய | ${}^2C_1 \times {}^4C_1$ | $8 \times \frac{5!}{3!}$ |
| 2எழுத்து வேறுவேறு இனம் (Eg: AAARN) | $= 8$ | $= 160$ |
| e) 2 எழுத்து ஓர் இனம் 2எழுத்து | ${}^4C_2 \times {}^3C_1$ | $18 \times \frac{5!}{2!\ 2!}$ |
| ஓர் இனம் மற்றையது வேறு வேறு இனம் (Eg: AADDN) | $= 18$ | $= 540$ |
| f) 5 எழுத்தும் வேறுவேறு இனம் | ${}^5C_5$ | $1 \times 5!$ |
| (Eg: KARDN) | $= 1$ | $= 120$ |

ஆகவே மொத்த வரிசைமாற்றங்கள் = 921

**Exercise: (6)**

(1) ERGOMETER என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களை முறைக்கு 4 ஆக எடுத்து செய்யக்கூடிய வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கை யாது? (Ans: 626)

(2) ASSOCIATION என்ற சொல்லினுடைய எழுத்துக்களை முறைக்கு 4 ஆக எடுக்க வரும் வேறுவேறான கூட்டத்தொகையையும் வேறுவேறான ஒழுங்குத் தொகையையும் காண்க? (Ans: 101, 1596)

(3) MULTIPLICATION என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களில் முறைக்கு 4 ஆக எடுத்து செய்யக்கூடிய வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க? (Ans: 6390)

(4) INTRODUCTION என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களில் முறைக்கு 4 ஆக எடுத்து செய்யக்கூடிய வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க? (Ans: 2724)

(5) MARMALADE என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களில் தடவைக்கு 5 ஆக எடுத்து செய்யக்கூடிய வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கை யாது? (Ans: 2250)

(6) MALADMINISTRATION என்னும் சொல்லினுடைய எழுத்துக்களை தடவைக்கு 4 ஆக எடுக்கவரும் வேறுவேறான வரிசைகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க? (Ans: 7332)

(7) PPQQRRSS என்ற சொல்லிலிருந்து தடவைக்கு 3 ஆக எடுத்து எத்தனை சொற்களை உருவாக்கலாம்? (Ans: 60)

(8) AAABBCCD என்ற சொல்லிலிருந்து தடவைக்கு 3 ஆக எடுத்து எத்தனை விதமான சொற்களை உருவாக்கலாம்? (Ans: 52)

(9) 3, 3, 3, 4, 4, 7, 7, 7 என்ற எண்களிலிருந்து 5 இலக்கம் கொண்ட எத்தனை எண்களை உருவாக்க முடியும்? (Ans: 170)

(10) ஒவ்வொன்றிலும் இரு எழுத்துக்கள் வீதம் n வித்தியாசமான எழுத்துக்கள் உள்ளன. தடவைக்கு 3 எழுத்துக்களாக எடுத்து செய்யத்தக்க வரிசைமாற்றங்கள் $n(n^2-1)$ எனக்காட்டுக?

(11) ஒவ்வொன்றிலும் 3 எழுத்துக்கள் வீதம் n வித்தியாசமான எழுத்துக்கள் உள்ளன.

(a) தடவைக்கு 3 ஆக எடுத்து செய்யப்படும் வரிசைமாற்றங்கள் $n^3$ எனவும்



(b) தடவைக்கு 4 ஆக எடுத்துச் செய்யப்படும் வரிசைமாற்றங்கள் $n(n^3-1)$ எனவும்

பொதுசன நூலகம்
யாழ்ப்பாணம்

(c) தடவைக்கு 5 எழுத்துக்களாக எடுத்துசெய்யப்படும் வரிசை மாற்றங்கள் $n(n^4-5n+4)$ எனவும் காட்டுக?

(12) ஒவ்வொரு வகையிலும் m எழுத்துக்கள் வீதம் n வித்தியாசமான எழுத்துக்கள் உள்ளன.

(a) தடவைக்கு m எழுத்துக்களாக எடுத்து $n^m$ வரிசை மாற்றங்களும்

(b) தடவைக்கு $(m+1)$ எழுத்துக்களாக எடுத்து $n(n^m-1)$ வரிசை மாற்றங்களும்

(c) தடவைக்கு $(m+2)$ எழுத்துக்களாக எடுத்து $n\left\{n^{m+1}-(m+2)n^2+(m+1)n\right\}$ வரிசைமாற்றங்களும் செய்யலாம் எனக்காட்டுக?

(13) DIFFERENT என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களைக் கொண்டு செய்யத்தக்க வேறுவேறான வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கையை

4836 cc

(a) எல்லா எழுத்துக்களையும் பயன்படுத்தும்போது

(b) தடவைக்கு 5 எழுத்துக்களாக தெரிவுசெய்து பயன்படுத்தும் போது காண்க? (Ans: 90720, 5070)

(14) ஒரு பையினுள் உள்ள 9 மாபிள்களுள் 2-கறுப்பு, 2-சிவப்பு, 2-நீலம், 2-வெள்ளை, 1-மஞ்சள் ஆகும்.

(a) தடவைக்கு 3 ஆக

(b) தடவைக்கு 4 ஆக

(c) தடவைக்கு 5 ஆக

எடுத்து செய்யப்படத்தக்க வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை யாது? (Ans: 108, 444, 1620)

(15) ஒரு பையினுள் உள்ள 10 மாபிள்களுள் 3-சிகப்பு, 2-பச்சை ஏனையவை எல்லாம் வேறுவேறு நிறமுடையன. தடவைக்கு 4 ஆக எடுத்துச் செய்யப்படத்தக்க வேறுவேறான வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க? (Ans: 1230)

(16) 720 என்ற எண் எத்தனை காரணிகளைக் கொண்டுள்ளது? (Ans: 29)

(17) 2100 என்ற எண் எத்தனை காரணிகளைக் கொண்டுள்ளது? (Ans: 35)

(18) A, B, C, D, E, F, G என்னும் 7 புள்ளிகள் நேர்கோடு ஒன்றின் வழியே உள்ளன. ஏதாவது இரு புள்ளிகளை இணைப்பதன் மூலம் எத்தனை நேர்கோட்டுத் துண்டங்களை ஆக்கமுடியும்? (Ans: 21)

(19) ஒரு நகரமானது வடக்கு தெற்காக செல்லும் 10 வீதிகளையும் மேற்கு கிழக்காக செல்லும் 8 வீதிகளையும் கொண்டுள்ளது. வடக்கு அல்லது கிழக்கு திசை வழியே ஏதாவது ஒரு வீதி வழியே அசைவதன் மூலம் ஒரு மனிதன் தென்மேற்கு இடைவெட்டு சந்தியிலிருந்து வடகிழக்கு இடைவெட்டு சந்திக்கு செல்ல விரும்புகிறான். அவன் செல்லக்கூடிய வித்தியாசமான வழிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க? (Ans: 11440)

## கடந்தகால வினாக்கள்

### 1997 August:

(a) COEFFICIENT என்னும் சொல்லின் 11 எழுத்துக்களைக் கொண்டு செய்யத்தக்க வேறுவேறான வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க? அத்துடன் COEFFICIENT என்னும் சொல்லின் 11 எழுத்துக்களிலிருந்தும் செய்யத்தக்க 4 எழுத்துக்களின் வேறுவேறான தேர்வுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க? (Ans: 4989600, 101)

(b) 8 வெள்ளைப் பந்துகளையும் 6 கறுப்புப்பந்துகளையும் பை A கொண்டிருக்க 6 வெள்ளைப்பந்துகளையும் 3 கறுப்புப்பந்துகளையும் பை B கொண்டுள்ளது.

பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் 4 வெள்ளைப் பந்துகளையும் 2 கறுப்புப்பந்துகளையும் கொண்டிருக்குமாறு 6 பந்துகள் உள்ள எத்தனை தொடைகள் தெரிவு செய்யப்படலாம்?

(i) 6 பந்துகளும் ஒரே பையிலிருந்து எடுக்கப்படும்போது

(ii) கறுப்புப் பந்துகள் இரண்டு பைகளில் ஏதாவது ஒன்றிலிருந்தும்



வெள்ளைப்பந்துகள் மற்றைய பையிலிருந்தும் எடுக்கப்படும் போது

(iii) பந்துகள் எடுக்கப்படும் பைகள் தொடர்பாக எந்தவொரு நிபந்தனையும் இல்லாதபோது (Ans: 1095, 435, 36036)

### 1996 August:

(i) n பொருட்களிலிருந்து ஒரு தடவை r ஆக எடுக்கப்படும் சேர்மானங்களின் எண்ணிக்கையை முதற் கோட்பாடுகளிலிருந்து காண்க?

(ii) 75000 இலும் பெரிதான எத்தனை நிறையெண்கள் பின்வரும் நிபந்தனைகள் இரண்டையும் திருப்தி செய்யும்?

(a) நிறையெண்ணின் இலக்கங்கள் யாவும் வேறுவேறானவை

(b) 0, 1 ஆகிய இலக்கங்கள் அவ்வெண்ணில் தோன்றுவதில்லை. (Ans: 102960)

(iii) நிறையெண்ணின் ஒன்றின் இலக்கங்கள் 1 அல்லது 2 ஆக மாத்திரமே இருக்கலாம். அத்துடன் அவற்றின் கூட்டுத்தொகை 10 ஆகும். அத்தகைய நிறையெண்கள்ள எத்தனை உள்ளன? (Ans: 89)

### 1995 August:

(i) KANAKARAYANKULAM என்னும் சொல்லின் 16 எழுத்துக்கைளயும் கொண்டு தடவைக்கு எல்லா எழுத்துக்களையும் எடுக்கும்போது செய்யத்தக்க வேறுவேறான வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க? (Ans: 2421619200)

அத்துடன் மேற்போந்த சொல்லின் உயிர் எழுத்துக்கள் தவிர்ந்த ஏனைய எழுத்துக்களைக் கொண்டு தடவைக்கு நான்கு எழுத்துக்களை எடுக்கும்போது செய்யத்தக்க சேர்மானங்களின் எண்ணிக்கை 41 எனக்காட்டுக?

(ii) எந்த இரு பெண்களையும் ஒருவரையொருவர் அடுத்து இராதவாறு ஆறு ஆண்பிள்ளைகளையும் நான்கு பெண் பிள்ளைகளையும் வட்டம் ஒன்றின் வழியே எத்தனை வழிகளில் ஒழுங்குபடுத்தலாம்? (Ans: 43200)

### 1994 August:

(a) 1 ஐந்து ரூபா நாணயத்தையும் 2 இரண்டு ரூபா நாணயத்தையும் 3

ரூபா நாணயங்களையும் 4 ஐம்பது சத நாணயங்களையும் ஒரு பை கொண்டுள்ளது. வெவ்வேறு வகையான நாணயங்கள் எத்தனை வழிகளில் தெரிவு செய்யப்படலாம்? (Ans: 15)

(b) HOMOGENEOUS என்னும் சொல்லின் எழுத்துக்களை முறைக்கு எல்லாவற்றையும் எடுத்து 3326400 வழிகளில் ஒழுங்குபடுத்தலா மெனக் காட்டுக?

இவற்றுள் எத்தனை மெய் எழுத்துக்களுடன் ஆரம்பித்து அவற் றுடன் முடிகின்றன. (Ans: 664800)

(c) பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களில் 0, 1, 4, 5, 6, 7 ஆகியவற்றிலிருந்து எத்தனை நான்கு இலக்க எண்கள் ஆக்கப்படலாம்? (Ans: 1080)

(i) இலக்கங்கள் மீளவருவது அனுமதிக்கப்பட்டால்

(ii) இலக்கங்கள் இரு முறைக்கு மேல் மீளவருவது அனுமதிக்கப் படாவிட்டால். (Ans: 975)

## 1993 August:

(a) GONAPINUWALA என்னும் சொல்லின் எழுத்துக்களைக் கொண்டு செய்யத்தக்க வேறுவேறான வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கையை

(i) ஒரு தடவை எல்லா எழுத்துக்களையும் எடுக்கும்போது (Ans: 39916800)

(ii) ஒரு தடவை எவையேனும் நான்கு எழுத்துக்களை எடுக்கும் போது காண்க?

(b) வேறுவேறான பத்து வெள்ளி நாணயங்களையும் ஐந்து செப்பு நாணங்களையும் கொண்டுள்ள பை ஒன்றிலிருந்து எட்டு நாணங்களைக் கொண்டு செய்யத்தக்க சேர்மானங்களின் எண்ணிக்கையை

(i) தெரிவுகளில் எவ்விதமான கட்டுப்பாடும் இல்லாதிருக்கும்போது

(ii) தெரிவு செய்யப்படும் நாணயங்களிற் குறைந்தபட்சம் இரு செப்பு நாணயங்களேனும் இருக்கவேண்டிய போது காண்க?

## 1992 August:

வெவ்வேறான பத்துப்புத்தகங்கள் (4-பச்சை, 4-நீலம், 2-சிவப்பு) தட்டு ஒன்றில் ஒழுங்குபடுத்தி வைக்கப்பட்டுள்ளன. பின்வரும்



சந்தர்ப்பங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் எல்லாக் கணிப்புகளையும் தெளிவா கக்காட்டி புத்தகங்களைத் தட்டில் ஒழுங்குபடுத்தி வைக்கும் வழிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க?

(i) நிறமும் ஒழுங்கும் புறக்கணிக்கப்படும்போது (Ans: 3628800)

(ii) ஒரே நிறமுடைய புத்தகங்கள் எப்போதும் ஒருமிக்க வைக்கப் படும்போது (Ans: 6912)

(iii) ஒரே நிறமுடைய புத்தகங்கள் எப்போதும் ஒருமிக்கவும் ஒரே ஒழுங்கிலும் வைக்கப்படும்போது (Ans: 6)

(iv) பச்சை நிறமுடைய புத்தகங்கள் எப்போதும் ஒருமிக்கவும் ஒரே ஒழுங்கில் ஆனால் சிவப்பு நிறமுடைய புத்தகங்கள் எப்போதும் பிரித்தும் வைக்கப்படும்போது (Ans: 3600)

## 1991 August:

(i) ENGINEERING என்னும் சொல்லின் எல்லா எழுத்துக்களையும் பயன்படுத்தி செய்யத்தக்க வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை யைக் காண்க? அவற்றுள் எத்தனையில் மூன்று E களும் ஒருமிக்க இருக்கும்? அவை எத்தனை வழிகளில் முதலில் இருக்கும்?

(ii) 32 அட்டைகளைக் கொண்ட தொகுதி ஒன்றில் 8 கறுப்பு நிற அட்டைகளும் 8 சிவப்பு நிற அட்டைகளும் 8 நீலநிற அட்டைகளும் 8 பச்சைநிற அட்டைகளும் இருக்கின்றன. ஒரே நிறத்தைக் கொண்ட அட்டைகள் யாவும் வித்தியாசமானவை.

(a) தொகுதியிலிருந்து 3 அட்டைகள் எழுமாற்றாக தெரிந்தெ டுக்கப்படக்கூடிய வெவ்வேறு வழிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க?

(b) அத்தோடு (a) இலுள்ள தெரிவுகளின் எந்த எண்ணிக்கையில் அட்டைகள் யாவும் வித்தியாசமான நிறங்களைக் கொண்டி ருக்கமாட்டாது?

## 1990 August:

(i) RELATIVISTIC என்னும் சொல்லினுடைய எழுத்துக்களின் ஒழுங்கமைப்புக்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க? அவற்றில் எத்தனை ஒழுங்கமைப்புக்களில் 3I கள் ஒருமிக்க வரும்? அவற்றுள் எத்தனை ஒழுங்கமைப்புக்களில் 3I களுள் இரண்டு I கள் ஒரு மித்தும் மூன்றாவது அவற்றை அடுத்துவராமலும் இருக்கும்?

(ii) பை ஒன்றில் வெவ்வேறான 8 வெள்ளி நாணயங்களும் 4 செப்பு



123941

நாணயங்களும் உள்ளன. 7 நாணயங்களில் வெவ்வேறு தெரிவுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க? இவற்றில் எத்தனை தெரிவுகளில் குறைந்தபட்சம் ஒரு வெள்ளி நாணயமேனும் இருக்கும்?

## 1989 August:

ஓர் அலுமாரியில் வெவ்வேறுவகையான 16 பாட நூல்கள் உள்ளன. இவற்றில் 3 அட்சரகணித நூல்களும் 4 நுண்கணித நூல்களும் 3 கேத்திர கணித நூல்களும் ஏனையவை திரிகோண கணித நூல்களும் ஆகும். இந்நூல்களை எத்தனை வழிகளில் ஒழுங்குபடுத்தி வைக்கலாம்? அத்தோடு ஒவ்வொரு பாடத்துறையும் பற்றிய நூல்கள் ஒருமிக்க இருக்கவேண்டியபோது உள்ள ஒழுங்குகளின் எண்ணிக் கையையும் காண்க?

## 1988 August:

வகையாளர் ஒருவரிடம் ஆறு கொடிகள் இருக்கின்றன. இவற்றில் ஒரு கொடி நீலநிறமானது. இரண்டு கொடிகள் வெண்ணிறமானவை. எஞ்சியவை சிவப்பு நிறமானவை. அவர் கொடிக்கம்பம் ஒன்றிலே கொடிகளை உயர்த்தி செய்திகளை அனுப்புகிறார். இங்கு கொடிகள் அமைந்திருக்கும் வரிசைக் கிராமத்தின் மூலம் செய்திகள் அறியப்படுகின்றன. அவர்

(i) எல்லா ஆறு கொடிகளையும் பயன்படுத்தி (Ans: 60)

(ii) சரியாக ஐந்து கொடிகளைப் பயன்படுத்தி அனுப்பத்தக்க வெவ்வேறு செய்திகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க? (Ans: 60)

## 1987 August:

NARRAGGANSETT என்னும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துக் களிலிருந்து முறைக்கு நான்கு எழுத்துக்களைத் தேர்ந்தெடுத்து எத்தனை வேறுவேறான வரிசை மாற்றங்களைச் செய்யலாம் எனக் காண்க? (Ans: 1824)

## 1985 August:

TISSAMAHARAMA என்ற சொல்லில் முறைக்கு நான்காக எடுத்து செய்யப்படத்தக்க வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க? (Ans: 1423)



தேசிய நூலகப் பிரிவு
மாநகர நூலக சேவை
யாழ்ப்பாணம்

# விரைவில் வெளிவரவுள்ள

## இந்நூலாசிரியரின் ஏனைய நூல்கள்

### பிரயோக கணிதம்

(1) நிகழ்தகவும் புள்ளிவிபரவியலும்
(200க்கு மேற்பட்ட வினா-விடைகளுடன்)

(2) இயக்கவியல்

பொதுசன நூலகம்
யாழ்ப்பாணம்

### தூய கணிதம்

(1) தொடைகளும் சார்புகளும்
(100 இற்கு மேற்பட்ட வினா-விடைகளுடன்)

(2) வகையீட்டுச் சமன்பாடுகள்

(3) நுண்கணிதம்
(500 இற்கு மேற்பட்ட வினா-விடைகளுடன்)

(4) தாயங்களும் துணிகோவைகளும்
(100 இற்கு மேற்பட்ட வினா-விடைகளுடன்)

இந்நூல் Bright Book Centre இன் இயக்குனர் பொன். சக்திவேல் அவர்களால்
195, ஆட்டுப்பட்டித்தெரு. கொழும்பு-13 இலுள்ள லக்ஷ்மி அச்சகத்தில் அச்சிட்டு வெளியிடப்பட்டது.