S.B. Thayabharan

GCE A/L APPLIED MATHEMATICS DYNAMICS

P.வேலாயுதம் B.sc (வெக்டர்)
S.பிரேம்நாத் B.sc

செயல்முறை வழிகாட்டிக்
கணக்குகளும் பயிற்சியும்

இயக்கவியல்

பிரயோக கணிதம்

★ வேக - நேர வளையி

★ சார்பு வேகம்

★ தொடர்பு ஆர்முடுகல் ஆப்பு

APPLIED MATHEMATICS

(க. பொ. த. உயர்தர வகுப்புகளுக்குரியது)

ஆசிரியர்கள்:

வெக்டர் P. வேலாயுதம் B. Sc.
S. பிரேம்நாத் B. Sc.

வெளியீடு:

S. கணபதிப்பிள்ளை
230, நாவலர் றேட்,
ஆனைப்பந்தி
யாழ்ப்பாணம்.

அட்டை: "இயக்கவியல்" பிரயோக கணிதம்

ஆசிரியர்கள்: P. வேலாயுதம் B. Sc.
S. பிரேம்நாத் B. Sc.

வெளியீடு: S. கணபதிப்பிள்ளை
230, நாவலர் ரோட்,
ஆனைப்பந்தி,
யாழ்ப்பாணம்.

அளவு: ½ (21.6 ச. மீ. × 13.5 ச. மீ.)

பக்கம்: எண்ணிக்கை 100

விலை: ரூபா 30-00

வரைபடங்கள்; V. M. குகானந்தா (ஆசிரியர்)

அட்டைப்படம்: "தவம்" அச்சகம் "விஜயா"

அச்சுப்பதிப்பு: செட்டியார் அச்சகம்,
கே கே. எஸ். வீதி,
யாழ்ப்பாணம்.

முன்னுரை

பிரயோக கணிதத்தில் அமைந்த இயக்கவியலில் முக்கியமான 3 பகுதிகளை இந்த நூலில் வெளியிட்டுள்ளோம். இது ஒரு தனி மனித முயற்சியின் அறுவடையே ஆகும். ஆயினும் எமது வழிகாட்டியும் திருவுமான இந்நூலின் ஆசிரியர் திரு. வெக்டர் வேலாயுதம் அவர்கள் வேண்டியதற்கு இணங்க இந்நூலின் துணை ஆசிரியராக இணைந்து எனது பங்களிப்பைச் செய்தேன். எனது பங்களிப்பின் நிமித்தம் ஆசிரியர் வெக்டர் அவர்களால் இந்நூலுக்கு ஆசிரிய தலையங்கம் எழுதுமாறு பணிக்கப்பட்டேன்.

முழுக்க முழுக்க வெக்டர் அவர்களின் வழிமுறைகளையும் நுணுக்கங்களையும் புரிந்து கொண்ட எனக்கு இந்நூலின் இணை ஆசிரியராக கடமையாற்றுவதில் சிரமம் இருக்கவில்லை. கணித நூல்கள் தொடர்ந்து வெளிவருவதினால் மாணவ சமுதாயத்துக்கு மட்டுமல்ல என் போன்ற ஆசிரிய சமுதாயத்துக்கும் பேருதவியாக அமையும் என்பது திண்ணம்.

பானையில் உள்ளதுதான் அகப்பையில் வரும் என்பர். என்னிடமிருந்து இந்நூலில் இடம் பெறும் கணித நுட்பங்கள் யாவும் என்னுள் எப்படிக் கருக்கொண்டன? என் கணித ஆசிரியர்களால் அவை என்னுள் கருவூட்டப்பட்டன. அவ்வாறு என் சிந்தையைக் கணிதமயப்படுத்தும் கைராசி மிக்கவராக விளங்கிய என் ஆரம்பகால கணித ஆசான் திரு. ஈசன் அவர்கள் விதைத்த கணித அறுவடைதான் இந்நூலின் எனது பங்களிப்பு என்றால் மிகையாகாது.

இந்நூல் அச்சேறி மாணவர் கரங்களை அலங்கரிக்கும் நிலை எய்தக் காரணமானவர்கள் காலத்தினால் செய்த பணி நூலாசிரியனாலன்றி மாணவர்களாலும் நிச்சயம் பாராட்டப்படவேண்டும்.

அந்தவகையில் இந்நூலைத் தமது திறனாய்வு நிலைய வெளியீடாக வெளியிடும் திரு சி. கணபதிப்பிள்ளை அவர்கள், விளக்கப்படங்களை அளவு சுத்தமாக அமைத்த யாழ். இந்து விஞ்ஞான ஆசான் குகானந்தா, அட்டைப் படத்தைத் திறம்பட வரைந்தளித்த தவம் அவர்கள், அதனை அச்சிட்டுத் தந்த விஜயா அச்சகத்தினர், இப்பணிகள் யாவற்றையும் சுவைபட அடுப்பேற்றி (அச்சேற்றி) ஆக்கி, இறக்கிப் பவுத்திரமாகப் பரிமாறும் செட்டியார் அச்சகத்தினர் ஆகியோருக்கு, பிரயோக கணிதத் துறை ஆசிரிய மாணவ உலகின் சார்பில் நான் நன்றி கூறி அமைகிறேன்.

சம்பத்திரிசியார் கல்லூரி,
யாழ்ப்பாணம்,
19-4-88.

பிரேம்நாத் B. Sc.

மாணவர்கட்கும் ஆசிரியர்களுக்கும் இந்நூலின் ஆசிரியன் என்ற முறையில் சில கருத்துக்களை முன்வைக்க விரும்புகின்றேன். 20 வருடங்களாக ஆசிரியத்துறையில் பெற்றுக்கொண்ட அனுபவங்களையும் பரீட்சையில் புகுத்தப்படும் வழிமுறைகளையும் வைத்து இந்த நூலை ஆக்க முன்வந்தேன். இவ்வேளையில் எனக்கு பலவழிகளிலும் உதவி இந்நூலை ஆக்க உதவிய ஆசிரியர் திரு. பிரேம்நாத் அவர்களுக்கு நன்றி கூறி இநநூலை ஆக்க முனைந்ததற்கு முக்கிய காரணங்கள் தமிழ் மாணவர்களின் இடர்பாடுகளே ஆகும். தூர இடத்து மாணவர்கள் பாதுகாப்பாக வீட்டில் இருந்தே கணிதத்தை ஓரளவு கற்றுக்கொள்ளும் விதத்தில் சில உதாரணக் கணக்குகளையும் செய்து காட்டியுள்ளேன். தொடர்ந்து எமது முயற்சியின் பயனாக "உந்தம்" கணத்தாக்கு "நீர் நிலையியல்" பகுதிகள் மிக விரைவில் வெளிவர இருக்கின்றது என்பதை அறியத் தருகின்றேன்.

நன்றி

"வேலாயுத பவனம்"
உடுப்பிட்டி
27-4-88

P. வேலாயுதம்

வேக - நேர வளையி

மாணவர் கவனத்துக்கு

இப்பகுதியிலுள்ள கணக்குகள் யாவும் இயக்கத்திலுள்ள ஒன்று அல்லது இரண்டு பொருட்களைப் பற்றி ஒரு குறித்த ஆயிடையில் விபரிக்கப்பட்டிருக்கும். இவற்றை வாசித்து மாணவர்கள் விளங்கிக் கொண்டு அதற்கேற்ப ஒரு பௌதிக வெளிப்படம் வரைதல் வேண்டும். இப்படத்தை வரைவதற்கு கணக்கு விளங்கியிருக்கவேண்டும். மேலும் கணக்கில் சொல்லப்பட்ட தரவுகளை இங்கு குறிப்பிடுதல் நன்று. இங்கு காட்டப்பட்ட தரவுகளைக் கொண்டு மாணவர்கள் வேக நேரவளையி வரைதல் வேண்டும். அப்போதுதான் வளையி பருமட்டாக அமையும். வளையி அமைக்கும்போது குறிவழக்குகளை குறித்துக் காட்டல் வேண்டும். கதி – நேர வளையியில் இப்பிரச்சனை இருக்க மாட்டா. வேக - நேரவளையியில் பௌதிக வெளிப்படத்தில் குறித்தவற்றை குறித்துக் காட்டுதல் வேண்டும். உதாரணமாக ஆர்முடுகலை சாய்வு விகிதத்தாலும், சென்ற தூரத்தை அதன் பரப்பாலும் குறித்துக் காட்டப்படும். பரப்புக் கணிக்க முற்படும்போது உருவங்களை ஒன்று சேர்த்துக் கணிப்பதா அல்லது தனித்தனி கணிப்பதா என்று சிந்தித்துப் பார்த்தல் வேண்டும். கணிக்கும்போது தெரியாக் கணியங்களைக் கூடப் புகுத்தல் ஆகாது. f, t உம் தெரியுமிடத்து $v = ft$ எனவும், f, v உம் தெரியுமிடத்து $t = v/f$ எனவும் இடத் தெரிதல் வேண்டும். இவற்றை வேக - நேர வளையியில் குறித்தல் சிறப்பானதாகும். படத்திலிருந்து கணிக்கப்பட்ட முடிவுகளை வைத்துக் கொண்டு மீண்டும் பௌதிக வெளிப்படத்தை உற்று நோக்குதல் வேண்டும். அப்போதுதான் கணக்கில் கேட்கப்பட்ட கேள்விக்கு விடை காணமுடியும்.

ஒரு பொருளின் இயக்கத்தை எடுத்து நோக்கும்போது u, v, f, s t இவற்றை ஒன்றாக எடுத்துப் பார்த்தல் வேண்டும். சூத்திரங்களில் ஒன்றாக இவை வரமாட்டா. வேக – நேர வளையியை எடுத்துக் கொண்டால் அங்கு இவற்றைக் குறித்துக் காட்டலாம். இதனால் தான் வேக - நேர வளையி கணித்தலுக்கு சுலபமாக அமைகிறது.

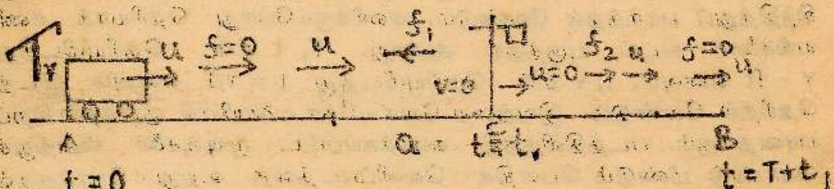
இங்கு செய்து காட்டப்படும் உதாரணங்களைப் படித்து விளங்கிக் கொண்டு இவ்வறிவுறுத்தலுக்கு அமைய எடுத்துக் கொண்டதால் கணித்தல் சுலபமாகக் காணப்படுகிறது என்பதை மாணவர்கள் மன

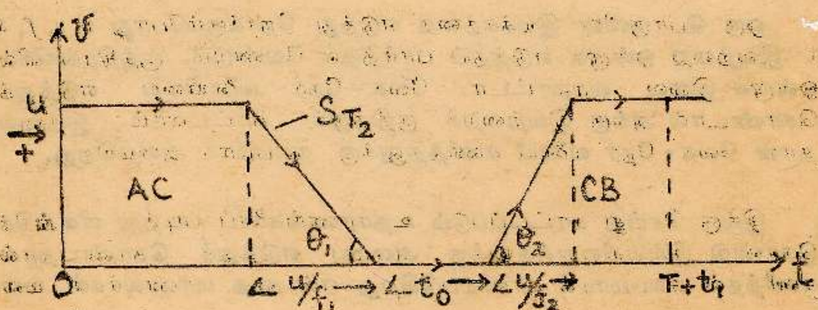
தில் படிய வைத்தல் வேண்டும். இதன் பின்னர் தரப்பட்ட பயிற்சி களை சுய முயற்சியினால் செய்து பார்த்தல் நன்று.

உ+ம் 1

ஒரு கடுகதிப் புகையிரதம் வழக்கமாகச் சீரான வேகம் u அடி/செக் உடன் இரு நிலையங்கள் A, B களுக்கிடையில் ஓடுகிறது. ஒரு நாள் வழக்கம்போல் சென்ற புகையிரதம், AB க்கிடையில் உள்ள ஒரு குறிகாட்டிப் புள்ளி C இற்கு, f_1 அடி/செ^{2} சீரான அமர்முடுகலுடன், ஓய்விற்கு வந்து, t_0 செக்கன்களுக்கு C இல் தாமதித்து பின்பு f_2 அடி/செ^{2} சீரான ஆர்முடுகலுடன் வேகத்தை உயர்த்தி வேகம் u அடி/செ. எய்தியதும் வழக்கம் போல் சென்றது. இன்று நிலையம் B ஐக் கடந்து செல்ல, வழக்கத்து நேரத்திலும் T செக் பிந்தியது. T ஐ ஒரு கோவையாகக் காண்.

f_1, f_2 என்பன f ஐ அதிகரிக்காதெனின், T இன் மிகச்சிறிய பெறுமானம் $t_0 + \frac{u}{f}$ என நிறுவுக.





ST புகைவண்டியின் இயக்கத்துக்கான வேக — நேர வரைபடம் ஆகும்.

$$AC + CB = a = \frac{u}{2}\left[T + t_1 - t_0 + T + t_1 - t_0 - \frac{u}{f_1} - \frac{u}{f_2}\right]$$

$$\therefore \frac{a}{u} = T + t_1 - t_0 - \frac{u}{2}\left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}\right)$$

$$\therefore T = t_0 + \frac{u}{2}\left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}\right) \text{ ஆகும்.}$$

$f_1 = f_2 = f$ என இடப்பெறுவது T இன் மிகச்சிறிய பெறுமானம் ஆகும்.

$$\therefore T = t_0 + \frac{u}{f} \text{ ஆகும்.}$$

குறிப்பு:

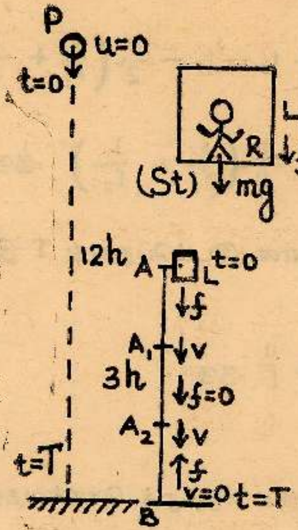
சரிவகங்களை ஒன்றாக எடுத்துக் கொள்வதனால் கணித்தல் சுலபமாக அமைகிறது.

$\frac{u}{f_1}, \frac{u}{f_2}$ குறித்துக் காட்டுவதால் தெரியாக் கணியம் குறைவாக அமைகிறது. சீராக ஓடிய நேரம் கவனத்துக்கு எடுத்துக் கொள்ளப் படவில்லை.

உதா 2

கட்டடம் ஒன்றிலிருந்து தூக்கியொன்று இறங்கிச் செல்கிறது. முதல் மூன்றிலொரு தூரத்தை ஓய்விலிருந்து ஒருமையான ஆர்முடுகலோடும், அடுத்த மூன்றிலொரு தூரத்தைச் சீரான வேகத்தோடும், இறுதியான மூன்றிலொரு தூரத்தை ஒருமையான அமர்முடுகலோ சென்று அடித்தளத்தை அடையும்போது ஓய்வுக்குக் கொண்டு வரப் படுகிறது. இது இறங்குவதற்கு எடுக்கப்பட்ட நேரம், ஒரு துணிக்கை சுயாதீனமாக விழும்போது தூக்கி சென்ற தூரத்தைப் போல் நான்கு மடங்கு தூரத்தை அடைவதற்கு எடுக்கும் நேரத்துக்குச் சமமாகும். தூக்கியின் இயக்கத்துக்கு வேக - நேர வரைபடத்தைப் பரும்படியாய் வரைந்து, இந்த தூக்கியில் ஒரு மனிதன் நின்றால் அவனது பாதத்

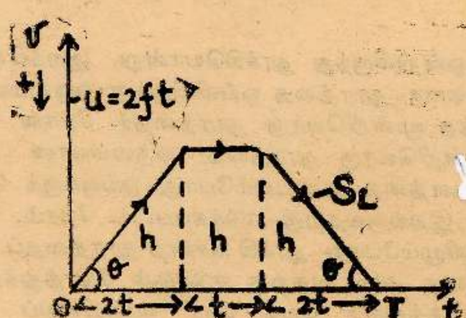
தில் பட்டறியும் ஆரம்ப அமுக்கம் அவனது நிறையில் $\frac{23}{48}$ பங்கு எனக் நிறுவுக. இறக்கத்தின் இறுதியில் அம்மனிதனிலுள்ள அமுக்கத்தைக் காண்க.



துணிக்கையின் இயக்கத்துக்கு $S = ut + \frac{1}{2} f t^2$ ஐ உபயோகிக்க,

↓ $12h = 0 + \frac{1}{2}gT^2$

$$\therefore T = \sqrt{\frac{24h}{g}} \quad \text{—— (1)}$$ ஆகும்.



SL : தூக்கியின் இயக்கத்துக்கான வேக - வளையி ஆகும்.

$$5t = T = \sqrt{\frac{24h}{g}} \text{ --- } (2)$$

$$h = \tfrac{1}{2}.\, 2t.\, (f\, 2t) \text{ --- } (3)$$

$$25t^2 = \frac{24h}{g} = 25\left(\frac{h}{2f}\right)$$

$$f = \frac{25g}{48}$$

$P = mf$ ஐ (St) கணத்தில் உபயோகிக்கப் பெறுவது.

$$\downarrow\ mg - R = m\,\frac{25}{48}g$$

$$\therefore\ \frac{R}{mg} = \frac{23}{48} \text{ ஆகும்.}$$

$$\updownarrow\ R^1 - mg = m\frac{25}{48} \text{ இறக்கத்தின் இறுதியில்}$$

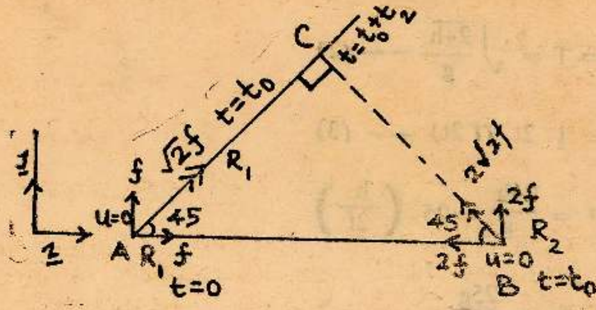
$$\frac{R^1}{mg} = \frac{73}{48}$$

உ+ம் 3

A, B என்பன இரு நிலையங்களாகும், i என்பது A யிலிருந்து B க்குத் திசை கொண்ட ஓர் அலகுக் காவியமாகும். j என்பது AB யிற்குச் செங்குத்தான ஓர் அலகுக்காவியமாகும். நேரம் $t = 0$ இல் R_1 என்னும் ஒரு வாணம் A யிலிருந்து மெதுவாகப் புறப்பட்டு $f(i + j)$ என்னும் ஒரு சீரான ஆர்முடுகலுடன் செல்கிறது. நேரம் t_0 செக்கன்கள் பின்னர் R_2 என்னும் வாணம் B யிலிருந்து புறப்பட்டு $2f(-i + j)$ ஆர்முடுகலுடன் R_1 ஐ சந்திக்கும் முகமாகவே செல்கிறது. $t_0 + t_c$ செக்கன்களில் வாணங்கள் ஒன்றையொன்று மோதுகின்றன. ஒரே வரைபடத்திலே R_1, R_2 இன் பாதையையும், ஒரே படத்தில் கதி - நேர வளையிகளையும் வரைக.

$t_c = t_0\,(t + \sqrt{2})$ எனக் காட்டுக.

2



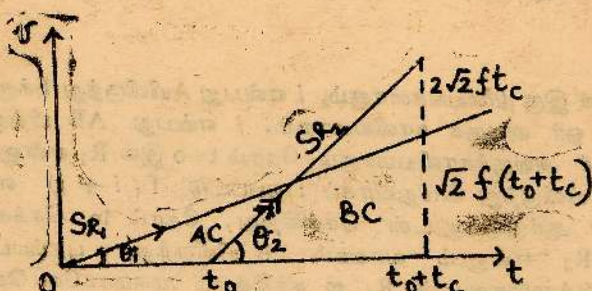
AC = BC

குறிப்பு:

$$f(i+j) \equiv \overset{\uparrow f}{\llcorner\!\!\rightarrow f}$$

$f(-2i+2j) \equiv \overset{\uparrow 2f}{\underset{2f}{\leftarrow\!\lrcorner}}$ ஐ மாணவர்கள் விளங்கிக் கொள்தல் வேண்டும்.

u = 0 ஆக இருக்கும் பொருள் f இன் திசையில் இயங்கும் என்பதைக் கவனித்தல் வேண்டும்.



$\tan\theta_1 = \sqrt{2}\,f$

$\tan\theta_2 = \sqrt{2}\,f$

AC = BC ஆதலால்

△ களின் பரப்புக்கள் சமமானவை ஆகும்.

$$AC = \tfrac{1}{2}(t_o + t_c)\sqrt{2f}\,(t_o + t_c) \quad \text{—— (1)}$$

$$BC = \tfrac{1}{2}.\, t_c \,.\, 2\sqrt{2f}\, t_c \quad \text{—— (2)}$$

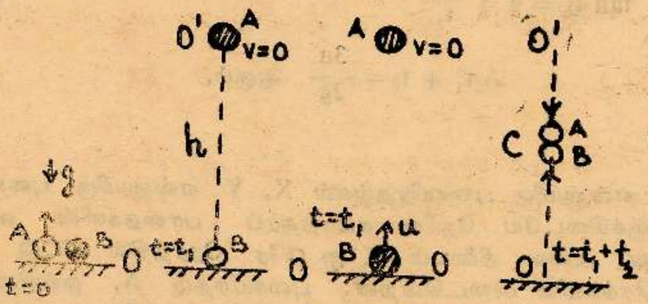
$$\therefore\ 2t_c^{\,2} = (t_o + t_c)^2$$

$$\sqrt{2}\, t_c = t_o + t_c$$

$$\therefore\ t_c = \frac{t_o}{\sqrt{2} - 1} = t_o(\sqrt{2} + 1)$$ என இடலாம்.

A, B என்னும் இரண்டு சிறிய பரல்கள் (கல்லுருண்டைகள்) O என்னும் இரு புள்ளியில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. A ஆனது ஒரு நிலைக்குத்து வேகம் u உடன் t = 0 என்ற நேரத்தில் மேல் நோக்கி எறியப்படுகிறது. A தனது மிகக் கூடிய உயரத்தை அடைகையில் O இலிருந்து நிலைக்குத்தாய் மேல் நோக்கி அதே வேகம் u உடன் B வீசப்படுகிறது. t = 0 என்ற கணத்திலிருந்து, A இனது B தொடர்பான இயக்கத்துக்கான வேக - நேர வளையியைப் பருமட்டாய் வரை. அதிலிருந்து பரல்கள்.

நேரம் $\frac{3u}{2g}$ இல் போதுமென்று காட்டு.

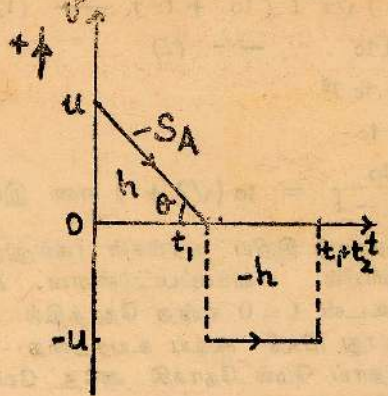


B இன் தொடர்பான A இன் இயக்கம்

குறிப்பு:

B தொடர்பாக *u, f, s, u* கணித்தல் வேண்டும்:

$$
\begin{aligned}
V_{A,B} &= V_{A,E} + V_{E,B} \\
&= \uparrow u + 0 \qquad t = 0 \\
&= 0 + \downarrow u \qquad t = t_1 \\
A_{A,B} &= A_{A,E} + A_{E,B} \\
&= \downarrow g + 0 \qquad 0 \leqslant t \leqslant t_1 \\
&= \downarrow g + \downarrow g \qquad t_1 \leqslant t \leqslant t_1 + t_2 \\
&= 0
\end{aligned}
$$



$\tan\theta = g$

S_A: B தொடர்பான A இயக்கத்துக்கான வேக - நேர வளையி செவ்வகமும், △ உம் பரப்பில் சமமாதலால்

$t_2 = \frac{1}{2} t_1$ ஆகும்.

$$\tan\theta = g = \frac{u}{t_1}$$

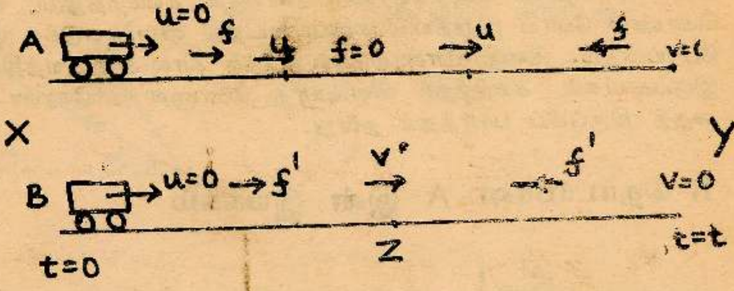
$$\therefore t_1 + t_2 = \frac{3u}{2g} \text{ ஆகும்.}$$

உ-ம் 5

A, B என்னுமிரு புகையிரதங்கள் X, Y என்னுமிரு புகையிரத நிலையங்களுக்கிடையே நேரிய சமாந்தரப் பாதைகளின் வழியே ஓடுகின்றன. அவை நிலையம் X ஐ ஒரே நேரத்தில் விட்டு நீங்கி Y ஐ t செக்கனில் அடைகின்றன. புகையிரதம் A, ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு, அதன் கதி U m/s² ஆகும் வரை f m/s என்னும் ஒரு சீரான வீதத்தில் ஆர்முடுகிச் செல்கிறது. அது பின்னர் பாதையின் ஒரு பகுதி வழியே U m/s என்னும் சீரான கதியுடன் ஓடி இறுதியாக f m/s² என்னும் அதே சீரான வீதத்தில் அமர்முடுகி நிலையம் Y ஐ ஓய்வில் வந்தடைகிறது. புகையிரதம் B ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு, சிறிது நேரத்துக்கு f^1 m/s² எனும் ஒரு சீரான வீதத்தில் சென்று கதியைப் பெறுகிறது. பின்னர் நிலையம் Y இல் ஓய்வுக்கு வருமுன்னர் f^1 m/s² என்னும் அதே சீரான வீதத்தில் அமர்முடுகிச் செல்கிறது. புகையிரதங்கள் A யினதும் B யினதும் இயக்கங்களுக்கான வேக - நேர வளையிகளை ஒரே படத்தில் வரைந்து

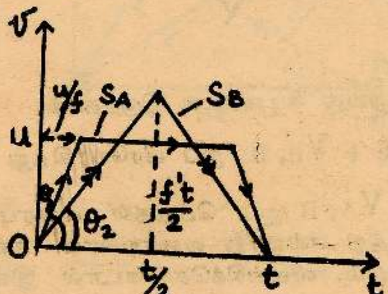
$$u\left(t - \frac{u}{f}\right) = \frac{1}{4} f^1 t^2 \text{ எனக் காட்டுக.}$$

B தொடர்பான A யின் இயக்கத்திற்கான வேக – நேர வளையியை வேறொரு படத்திலும் வரைக. ஒவ்வொரு படத்திலும் வேக – நேர வளையிகளின் பருமனையும் வடிவத்தையும் நீர் தெளிவாகக் குறித்துக் காட்டுக.



குறிப்பு:

புகைவண்டி B சீராக ஓடவில்லை என்பதைக் கவனித்தல் வேண்டும். இதன் ஆர்முடுகலும் அமர்முடுகலும் சமமாதலால் உயர்வேகம் XY இன் நடுப்புள்ளி Z இல் எய்தும் பௌதிக வெளிப்படம் வரைவதால் பெறப்படும் நன்மைகளை மாணவர் உணர்தல் வேண்டும்.



$\tan\theta_1 = f$

$\tan\theta_2 = f^1$

S_A, S_B முறையே A, B இன் இயக்கங்களுக்கான வேக – நேர வளையி ஆகும்.

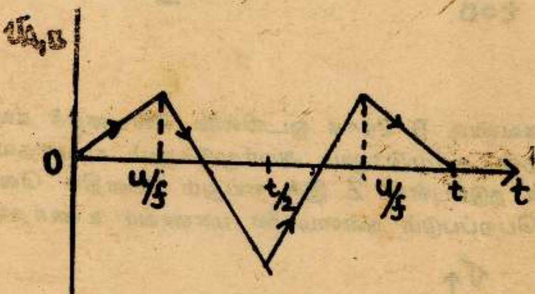
சரிவகத்தின் பரப்பு = △ இன் பரப்பு ஆகும்.

$$\frac{u}{2}\left[t + \left(t - \frac{2u}{f}\right)\right] = \frac{1}{2}\,t\left(\frac{f^1 t}{2}\right)$$

$$\therefore u\left(t - \frac{u}{f}\right) = \frac{1}{4} f^1 t^2 \text{ ஆகும்.}$$

படத்தில் குறிப்பதால் கணித்தல் சுலபமாக அமைகின்றது. tan θ, Cot θ விகிதங்களைக் கொண்டு தான் $\frac{u}{f}$, $\frac{f^1 t}{2}$ என்பன சுலபமாக்கப்பட்டுள்ளன. இவற்றைச் சமன்பாடு எழுதிப் பெறுதல் நேரத்தை வீணுக்குவது ஆகும். சமன்பாடு எழுத முற்பட்டால் தெரியாக் கணியங்கள் கூடிக்கொண்டு போகும் கணித்தலும் பெருத்துக் கொண்டு போய் இறுதியில் சலிப்படைந்து விடை எடுக்க முடியாமல் போய்விடும். இதை மாணவர்கள் கடந்த கால அனுபவத்தில் பெற்று இருப்பார்கள் கணித்தல் விளங்காது போனல் திரிகோண கணிதத்தைத் திருப்பிப் பார்த்தல் நன்று.

B தொடர்பான A இன் இயக்கம்



வரைபிலிருந்து கூறுவது கடினமாக இருந்தால்

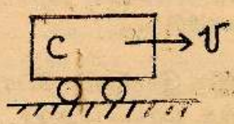
$$V_{A,B} = V_{A,E} + V_{E,B}$$ ஐப் பிரயோகித்து $\frac{u}{f}$, $\frac{u}{f^1}$, $\frac{t}{2}$

போன்ற கணங்களில் $V_{A,B}$ ஐப் பெறுதல் வரைபு வரைந்தபின் வரைபடத்தைப் பார்த்து எவ்வாறு வரையலாம் என்பதை சிந்தித்துப் பார்த்தல் வேண்டும். விளங்கிக்கொண்டால் இலகுவில் மறக்க முடியாது.

சார்பு வேகம்

இப்பகுதியில் வேகங்களைக் குறித்துக் காட்டும் போது மாட்டேற்றுச் சட்டங்களை குறிப்பிடுதல் வேண்டும். ஒரு பொருளின் வேகம் குறிப்பிடும் போது சட்டங்களை பெயரிடாமல் குறித்தல் ஆகாது மாட்டேற்றுச் சட்டம் என்பது பௌதிக வெளியையும் விரித்த வெளியையும் ஒருங்கே எடுக்க அமைவதாகும்

குறியீடு:



ரேட்டின் மாட்டேற்றுச் சட்டம் (E)

$V_{C_1 E} = \vec{v}$ எனக் குறிப்போம். பருமன் v ஐ (+) எனக் குறிப்போம், திசை (→) ஐ (—) எனக் குறிப்போம். (±) தெரியும் என்பதன் பொருள் வேகம் பூரணமாக வரையறுக்கப்படும் என்பதாகும். (+) தெரியுமாயின் வேகத்தின் பருமன் மட்டும் தெரியும் என்பதாகும். (—) தெரியுமாயின் திசை மட்டும் தெரியும் என்பதாகும். இக்குறியீடுகளை மாணவர்கள் பின்பற்றினால் கணக்குகளை இனம் கண்டு கொள்ள முடியும். மேலும் செய்வதும் சுலபமாகும்.

$V_{E, C} = \overleftarrow{v}$ எனக் குறிப்போம்.

குறிப்பு:

$V_{A, B} \; \underset{u}{\rightarrow} + \downarrow v$ எனக் கொண்டால் A பொருளைக் குறிக்கும், B மாட்டேற்றுச் சட்டத்தைக் குறிக்கும் u ,v என்பன B இன் சட்டத்தில் A இன் வேகக் கூறுகளைக் குறிக்கும். இதன் விளையுளை இணைகர விதியால் அல்லது முக்கோணக் காவிக் கூட்டல் விதியால் கணிக்கலாம்.

மாட்டேற்றுச் சட்டமும் சூத்திரங்களும்

ஒரு பொருளின் இயக்கம் சீரான ஆர்முடுகலுக்கு உட்பட்டதாக இருக்கையில் உபயோகிக்கப்படும் சூத்திரங்கள் (வாய்ப்பாடுகள்)

$$1.\ v = u + ft$$
$$2\ s = ut + \tfrac{1}{2} ft^2$$
$$3.\ v^2 = u^2 + 2fs$$

என அறிந்துள்ளோம்.

ஆனால் இவற்றை உபயோகிக்கும் போது பின்வருவனவற்றை நாம் மனதில் பதிய வைத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

1. கணியங்கள் u, v, f, s, t அனைத்தும் ஒரே மாட்டேற்றுச் சட்டத்தில் அளத்தல் வேண்டும்.

2. ஒரு குறித்த கணத்தில் இரு இயங்கும் பொருட்களுக்கு இடைப்பட்ட இடப்பெயர்ச்சி எந்த மாட்டேற்றுச் சட்டத்திலும் ஒரே பெறுமானம் கொண்டதாகும்.

   (இதைப் பின்பற்றித்தான் மிகக் கிட்டிய தூரங்கள் கணிக்கப்படுகின்றன).

3. ஒரு குறிப்பிட்ட நிகழ்ச்சி நிகழ எடுக்கும் நேரம் எந்த மாட்டேற்றுச் சட்டத்தில் கணிப்பிலும் ஒரே பெறுமானம் கொண்டதாகும்.

உதாரணமாக பறக்கும் விமானத்திலிருந்து குண்டு ஒன்று போடப்படுமாயின் குண்டு விழ எடுத்த நேரம் விமானி கணித்தாலும், அல்லது நிலத்திலிருப்பவர் கணித்தாலும் ஒரே பெறுமானத்தைத் தரும். இதை மாணவர்கள் கணித்துப் பார்க்கலாம்.

இனி நாம் சூத்திரங்களைப் பின்வருமாறு எழுதுவோம்.

$$1.\ \underline{V}_F = \underline{U}_F + \underline{f}_F\ t$$

$$2.\ \underline{S}_F = \underline{U}_F\ t + \tfrac{1}{2}\ f_F\ t^2$$

$$3.\ \underline{V}^2_F = \underline{U}^2_F + 2\ f_F\ .\ S_F$$

இங்கு F மாட்டேற்றுச் சட்டத்தைக் குறிக்கும்.

சாரபு வேகக் கோட்பாடு

$V_{F_1, F_2} = V_{F_1, F_3} + V_{F_3, F_2}$ இங்கு F_1, F_2, F_3 மாட்டேற்றுச் சட்டங்களைக் குறிக்கும்.

குறிப்பு:

எந்தவொரு பொருளையும் மாட்டேற்றுச் சட்டமாகக் கொள்ளலாம் என்பதைக் கவனித்தல் வேண்டும்.

சட்டம் (F) இல் ஒரு பொருளின் பாதை (S)

ஒரு பொருளின் பாதை (S) நேர்கோடாக, வட்டமாக பரவளைவாக அல்லது வளைகோடாக அமையும். ஒரு பொருளின் பாதையை வரையும்போது அதில் தொழிற்படும் விசையிலும், தொடக்க வேகத்திலும் தங்கியுள்ளது. வேகம் சட்டங்களைக் கொண்டு குறிப்பதால் பாதையும் சட்டங்களைக் கொண்டு குறித்தல் வேண்டும். பொருள் ஒன்றின் பாதை சட்டத்துக்குச் சட்டம் வேறுபடும் சாதாரணமாகப் பாதை என நாம் கதைக்கும் போது பூமி தொடர்பான பாதையைத் தான் கதைப்பது வழக்கம். சார்பு வேகப் பகுதியில் பாதையைப் பற்றிக் கதைக்கும் போது சட்டங்களை எடுத்து நோக்குதல் வேண்டும்.

மிகக் கிட்டிய தூரம்

இரு இயங்கும் பொருட்களை எடுத்துக் கொண்டால் அப் பொருட்கள் தமது பாதையில் சென்று கொண்டு இருக்கும் அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட தூரம் கணத்துக்குக் கணம் மாறுபடும். இத் தூரம் இழிவாக இருக்கையில் அப்பெறுமானத்தை மிகக்கிட்டிய தூரம் என அழைப்போம். இத்தூரத்தை அட்சர கணித முறையாலும் கணித்தறியலாம். ஆனால் சார்பு வேகக் கோட்பாட்டைக் கொண்டு ஒரு பொருள் தொடர்பாக மற்றையதின் தோற்றப் பாதையை வரைந்து சுலபமாகக் கணித்தறியலாம். இதைப் பின் வரும் உதாரணங்களில் காண்பீர்கள்.

தோற்றப் பாதையைக் கொண்டு கணிக்கப்படும் தூரம் உண்மையானதாக இருப்பதற்குக் காரணம் ஒரு குறித்த கணத்தில் இரு பொருட்களுக்கு இடைப் இடப்பெயர்ச்சி எந்தச் சட்டத்திலும் ஒரே பெறுமானம் கொண்டதாக இருப்பதால், இதை மாணவர்கள் நல்லாக விளங்கி வைத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

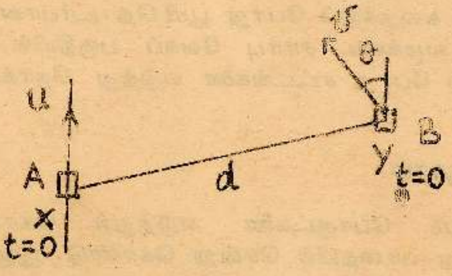
உ+ம் 1

ஒரு யுத்தக் கப்பல் A வடக்கு நோக்கி, ஒரு சீர் வேகம் u Km/h உடன் செல்கிறது. ஒரு நள்ளிரவில் A இற்கு நேர்கிழக்கே d Km தூரத்தில் ஒரு எதிரிக் கப்பல் B தோற்றப்பட்டது. B வடக்குக்கு θ° மேற்குத் திசையில் V Km/hr. எனும் ஒரு சீர் வேகத்துடன் ($V \cos\theta > u$) செல்கிறது B இன் A தொடர்பான வேகத்தைக் கணி. B இன் A தொடர்பான பாதையை வரை.

A, B க்கு இடையே அதி குறைந்த தூரம் l Km ஆயின் l ஐக் காண்க. இது நிகழ எடுத்த நேரத்தையும் காண்க.

A இலிருக்கும் தொலைத்தொடர்புகள் r Km ($d > r > l$) தூரத்திற்கு மட்டும் தொடர்பு கொள்ளக்கூடியதாக இருப்பின் A இன் தகவல்களை B எவ்வளவு நேரத்திற்குக் கேட்டறிய முடியும் எனக் காண்க.

1.



குறிப்பு: AB கிடையாக எடுக்கவும்.

கடலின் மாட்டேற்றுச் சட்டம் (E)

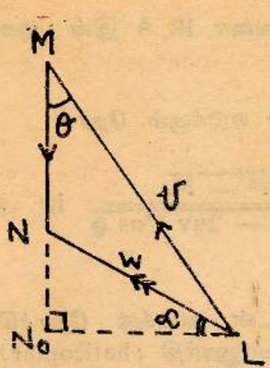
2. $V_{A,E} = \uparrow \quad V_{B,E} = \theta$

3. $V_{B,A} = V_{B,E} + V_{E,A}$

$= \theta \cdot + \downarrow u$

$\pm \qquad \pm$

4.



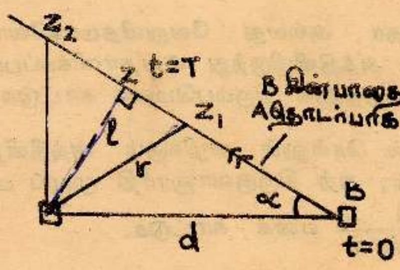
ΔLMN வேக முக்கோணி ஆகும்

$$W^2 = U^2 + V^2 - 2UV \text{ கோசை } \theta$$

{கோசைன் விதிப்படி}

$$\tan \alpha = \frac{V \cos \theta \ U}{V \sin \theta}$$

B இன் A தொடர்பான W, α° மேற்கிற்கு வடக்குப்பக்கமாக



A இன் சட்டம் (A)

மிகக் கிட்டிய தூரம் $l = d \sin \alpha$

$$= \frac{d\,(v \cos \theta - u)}{\sqrt{u^2 + v^2 - 2uv \cos \theta}} \text{ Km}$$

இது நிகழ எடுத்த நேரம் $T = \dfrac{d \cos \alpha}{w}$ hr.

$$= \frac{d\,v \sin \theta}{u^2 + v^2 - 2uv \cos \theta} \text{ hr}$$

Z_1 இலிருந்து Z_2 ஐ அடையும் வரை B, A இன் தகவல்களைக் கேட்க முடியும்.

∴ Z_1 இலிருந்து Z_2 ஐ அடைய எடுக்கும் நேரம்

$$t = \frac{2\sqrt{r^2 - l^2}}{\sqrt{u^2 + v^2 - 2uv \cos\theta}}$$ hr ஆகும்.

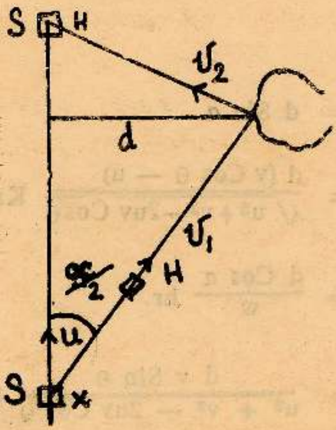
உ-ம் 2

ஒரு கப்பல் ஒரு சீர்க்கதி u உடன் வடக்கு நோக்கிச் செல்கிறது. அக்கப்பலிலிருந்து ஒரு திருகுவானூர்தி (helicopter) ஒரு சிறு தீவிற்குப் பறந்து உடனே கப்பலுக்குத் திரும்புகிறது. பறத்தல் முழுவதற்கும் அத் திருகுவானூர்தி, கப்பலுக்குத் தொடர்பான ஒரு சீர்க்கதி u உடன், வடக்கிற்கு ∝ கோணம் மேற்கே உள்ள நேர்க்கிடைக் கோட்டில் செல்கிறது. புறமுகப் பறத்தலினதும் திரும்பிய பறத்தலினதும் வேக முக்கோணிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரை.

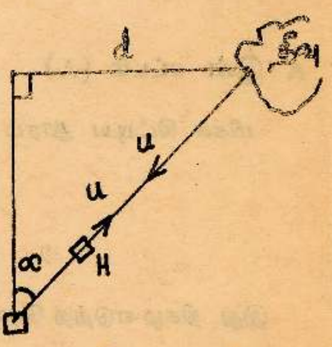
அதிலிருந்தோ அல்லது வேறுவிதமாகவோ, திருகுவானூர்தி பறக்கும்போது, அத்தீவிலிருந்து அவதானிக்கப்படும் அதன் வேகம் ஒரு செங்கோணத்தினால் திரும்புமெனக் காட்டுக.

அக் கப்பல் செல்லும் வழிக்கும் அத்தீவிற்குமிடையே உள்ள தூரம் d எனின், அத் திருகுவானூர்தி முழுப் பறத்தலுக்கு எடுத்த நேரம் $\frac{2d}{u \text{ சைன் } \propto}$ எனக் காட்டுக.

1.



பூமியின் மாற்றேட்டுச்சட்டம் (E)



கப்பலின் மாட்டேற்றுச் சட்டம் S)

2. $V_{S,E} = \uparrow \qquad V_{H,S} = \rightleftharpoons$ (போக வர)

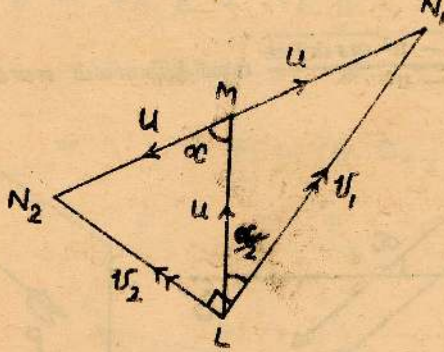
3. $V_{H,E} = V_{H,S} + V_{S,E}$

$= \qquad + \uparrow u$

$= \uparrow u + $

$(\pm) \qquad (\pm)$

4.



LMN₁, LMN₂ ஆகியன புறமுகப்பறத்தலுக்கும் திரும்பிய பறத்தலுக்குமுரிய வேக முக்கோணிகளாகும்.

கேத்திர கணிதப்படி $\angle N_1 LN_2 = 90^\circ$ ஆகும். ஆகவே தீவிலிருந்து அவதானிக்கப்படும்போது திருகுவானூர்த்தியின் பாதை செங்கோணத்தினுல் திருப்பமுறும் கப்பலின் சட்டத்தை எடுத்துக் கொண்டால் திருகுவானூர்த்தி போய் வந்த தூரம் $\frac{2d}{\sin \alpha}$ ஆகும்.

∴ பறத்தலுக்கு எடுத்த நேரம் $\frac{2d}{u \sin \alpha}$

குறிப்பு:

பூமியின் சட்டத்தில் நேரத்தைக் கணித்துப் பார்க்கலாம். விடை ஒன்ருகக் காணப்படும்.

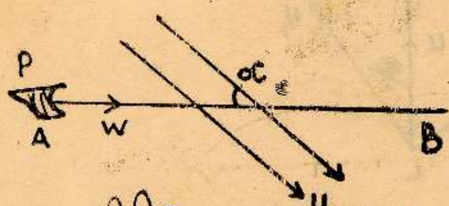
ஒரு விமானம் vkm / h என்னும் சீர்க்கதியுடன் காற்றுக்குச் சார்பாகப் பறக்கவல்லது கிழக்கு நோக்கிச் செல்ல இருக்கின்றது. காற்றானது கூர்ங்கோணம் $\propto$ மேற்கின் வடக்குப் பக்கமாக இருந்து u km / h என்னும் ஒரு சீர்க்கதியுடன் வீசுகின்றது. $v < u$ சைன் $\propto$ ஆயின் விமானம் கிழக்கு நோக்கிச் செல்லமாட்டாது எனக் காட்டுக.

u சைன் $\propto < v < u$ ஆயின் விமானம் கிழக்குப் பக்கமாகச் செல்வதற்கு இரு வழிகள் உண்டு எனக்காட்டி இவ்விரண்டு வழிகளாலும் விமானம் செல்லுமாயின் 1 km க்கு எடுக்கும் நேர வித்தியாசம்

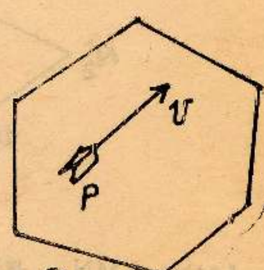
$$\frac{2\sqrt{v^2 - u^2 \text{ சைன்}^2 \propto}}{u^2 - v^2}$$ மணித்தியாலம் எனக் காட்டுக.

$v > u$ ஆயின் d km கிழக்குப்பக்கமாக விமானம் போய்வர எடுத்த நேரம்,

$$\frac{2d\sqrt{v^2 - u^2 \text{ சைன்}^2 \propto}}{v^2 - u^2}$$ மணித்தியாலம் எனக் காட்டுக.



பூமியின் சட்டம் (E)



காற்றின் சட்டம் (A)

$V_{P,E} = \vec{w}$ என்க. { கிழக்கு நோக்கிச் செல்வதற்கு }

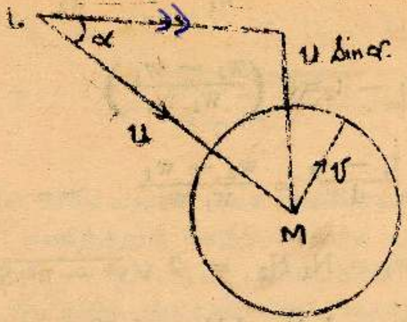
$V_{A,E} =$ $V_{P,A} = v$ (திசை தெரியாது)

$V_{P,E} = V_{P,A} + V_{A,E}$

$\vec{w} = v$ (தி. தெ.)

$=$ $\div$ v

$\pm$ $+$

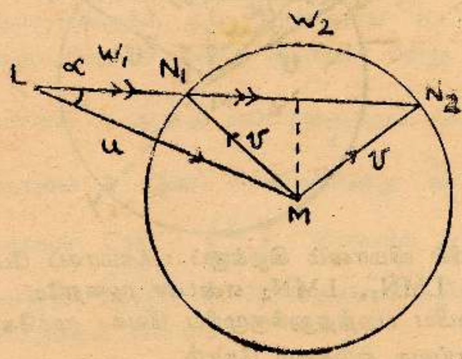


M வட்டத்தின் மையம். v வட்டத்தின் ஆரை.

$v < u \sin \alpha$ ஆயின்,

கிழக்குப் பக்கமாகப் பறப்பதற்குரிய வேக முக்கோணி அமைய மாட்டாது. அ—து விமானம் கிழக்குப் பக்கமாகப் பறக்கமாட்டாது.

$u \sin \alpha < v < u$ ஆயின் LMN_1, LMN_2 என்னும் இரு வேக – முக்கோணிகள் அமையும்.



∴ விமானம் கிழக்குப் பக்கமாகச் செல்வதற்கு இரு வழிகள் உண்டு என்பதாகும்.

கிழக்குப் பக்கமாக d Km தூரம் செல்வதாக எடுத்துக் கொள்வோம். பறப்பு நேரங்கள் t_1, t_2 என்போம்.

$$t_1 = \frac{d}{w_1}, \quad t_2 = \frac{d}{w_2}$$

$$t_1 - t_2 = d\left(\frac{w_2 - w_1}{w_1 \, w_2}\right)$$

$$\therefore \quad \frac{t_1 - t_2}{d} = \frac{w_2 - w_1}{w_1 \, w_2} \quad -- \quad (1)$$

$$w_2 - w_1 = N_1 N_2 = 2\sqrt{v^2 - u^2 \operatorname{Sin}^2 \alpha}$$

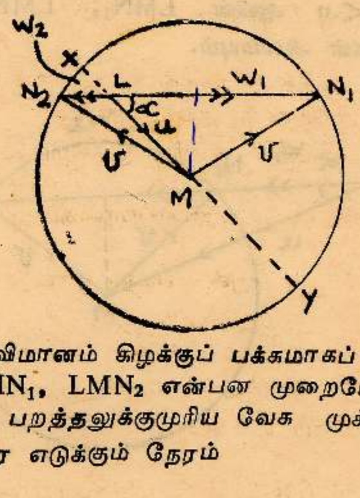
$$w_1 \, w_2 = L N_1 \, . \, L N_2 = L T^2 \quad [\, LT \text{ தொடலி} \,]$$

$$= u^2 - v^2$$

∴ 1 Km க்கு எடுக்கும் நேர வித்தியாசம்

$$\frac{2\sqrt{v^2 - u^2 \operatorname{Sin}^2 \alpha}}{u^2 - v^2} \text{ மணி ஆகும்.}$$

$v > u$



இவ்வகையில் விமானம் கிழக்குப் பக்கமாகப் போய்வர முடியும் என்பதாகும். LMN_1, LMN_2 என்பன முறையே புறமுகப்படுத்தலுக்கும், திரும்பிய பறத்தலுக்குமுரிய வேக முக்கோணிகள் ஆகும்.

d Km போய்வர எடுக்கும் நேரம்

$$T = \frac{d}{w_1} + \frac{d}{w_2}$$

$$= d\left(\frac{w_1 + w_2}{w_1 \, w_2}\right) = \frac{2d\sqrt{v^2 - u^2 \operatorname{Sin}^2 \alpha}}{(v + u)(v - u)}$$

குறிப்பு:

$$LN_1 \cdot LN_2 = XL \cdot LY = (v - u)(v + u)$$

$$\therefore T = \frac{2d\sqrt{v^2 - u^2 \sin^2 \alpha}}{v^2 - u^2} \text{ மணி ஆகும்.}$$

வட்டங்கள் வரைவதால் வேக முக்கோணிகள் சுலபமாக வரையப்படுகிறது. கணித்தலும் கேத்திர கணித முறையால் சுலபமாக்கப்படுகிறது. +, — போட்டுப் பார்ப்பதால் வட்டம் வரைவதன் அவசியத்தை இலகுவில் பிடித்துக் கொள்ளலாம்.

உ+ம் 4

நிலத்திலிருந்து ஒரே உயரத்தில் A, B எனும் இரு பயணி விமானங்கள் முறையே u, v ($v > \sqrt{2}\, u$) எனும் ஒரு சீரான வேகங்களுடன் விரைந்து செல்கின்றன. விமானம் A ஆனது வடக்குத் திசையிலே செல்கின்றது. ஒரு கணத்தில் விமானம் A இலுள்ள ரேடார் தொலைகாட்டித் திரை காட்டியவாறு விமானம் B ஆனது கிழக்கே d எனும் தூரத்தில் ஒரு மோதல் பாதையிலுள்ளது. B இயங்கும் திசையைக் காண்க.

மோதலைத் தவிர்ப்பதற்காக விமானம் A ஆனது கதியோ உயரமோ மாறுமலிருக்க தன் பாதையை உடனடியாக மாற்றியமைக்கின்றது. கேத்திர கணித மூலமோ வேறு முறையிலோ

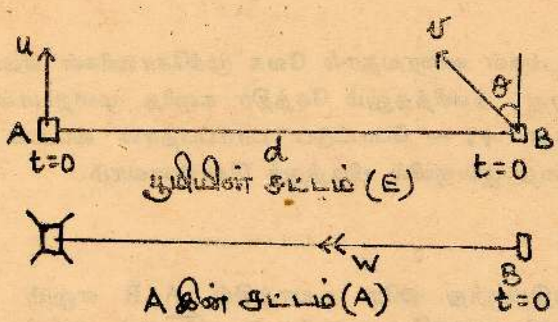
1) விமானம் A ஆனது எப்பாதையிலும் செல்லலாம் எனவும்

2) விமானம் A இன் பாதையானது வடக்கிற்கு மேற்கே கோணம் $\cos^{-1}\left(\frac{u}{v}\right)$ திசையில் அமைக்கப்பட்ட பொழுது, B இன் A தொடர்பான கதியானது அதி குறைவாயிருக்கும் எனவும்

3) விமானம் B ஆனது விமானம் A இலிருந்து மிகக்கூடிய கிட்டிய தூரத்திலிருப்பதற்காக A இன் பாதையானது தெற்கிற்கு மேற்கே கோணம் $\pi - 2\cos^{-1}\left(\frac{u}{v}\right)$ திசையில் அமைய வேண்டும் எனவும் காட்டுக.

2), 3) ஆகிய வகைகள் ஒவ்வொன்றிலும் A இற்கும் B இற்கும் இடையிலான மிகக் குறைவான தூரத்தைக் காண்க.

(ஆகஸ்ட் 1987)



$V_{B,E}$ = (θ தெரியாது) $V_{B,A} = \overleftarrow{\ \ }$

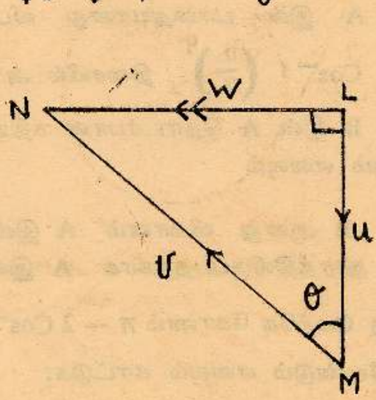
(மோதல் பாதையில் இருப்பதால்)

$V_{A,E} = \uparrow u$

$\therefore V_{B,A} = V_{B,E} + V_{E,A}$

$\overleftarrow{w} = v \;\; \theta + \downarrow u$

$= \downarrow u + v \;\; \theta$



$$\cos\theta = \frac{u}{v} < \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \theta > \frac{\pi}{4}$$

$\therefore$ B இயங்கும் திசை வடக்கிற்கு $\cos^{-1}\left(\frac{u}{v}\right) = \theta$ மேற்குப் பக்கமாக.

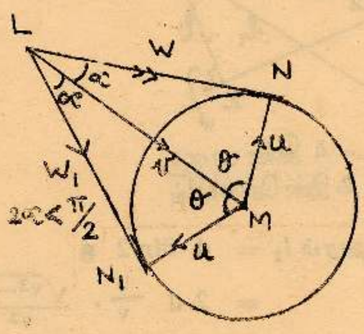
A பாதை மாற்றி அமைக்கையில் $V_{A,E} = u$ (திசை தெரியாது)

$$V_{A,B} = V_{A,E} + V_{E,B}$$

$$= u \text{ (தி. தெ.)} + v$$

$$= v \oplus u \text{ (தி. தெ.)}$$

$$\pm \qquad\qquad +$$



LN கிடையாக இருக்க வேண்டும்.

M மையம் u வட்டத்தின் ஆரை. A ஆனது வடக்கே செல்லாது எத்திசையில் பறந்தாலும் மோதலுக்குரிய வேக முக்கோணி அமையமாட்டாது.

L, M, N நேர்கோட்டில் இருக்கையில் w சிறிதாக அமையும் இந்நிலையில் A இன் B தொடர்பான வேகம் இழிவாக இருக்கும்.

∴ B இன் A தொடர்பான வேகம் இழிவாக இருத்தற்கு A இன் பாதை வ: $\mathrm{Cos}^{-1}\left(\frac{u}{v}\right)$ மே திசையில் அமைய வேண்டும்.

கிட்டிய தூரம் மிகப்பெரிதாக இருப்பதற்கு உரிய வேக முக்கோணி LMN_1 ஆகும்.

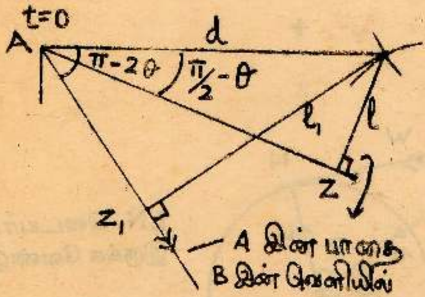
∴ A இன் பாதை தெற்கிக்கு மேற்கே கோணம்

$\pi - 2\,\mathrm{Cos}^{-1}\left(\frac{u}{v}\right)$ திசையில் அமையவேண்டும்.

2) மிகக்கிட்டிய தூரம் $l = d\,\mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$

$$= d.\,\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$= \frac{du}{v}.$$



B இன் சட்டம் (B)

3) மிகக் கிட்டிய தூரம் $l_1 = d\ \mathrm{Sin}\,2\,\theta$

$$= 2\,d\ \frac{u}{v}\cdot\frac{\sqrt{v^2-u^2}}{v^2}$$

$$= \frac{2\,d\,u\,\sqrt{v^2-u^2}}{v^2}$$

உ+ம் 5

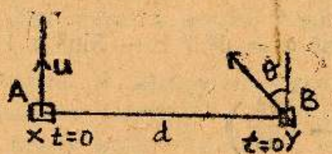
ஒரு போர்க்கப்பல் A அமைதியான கடலின் *u* மை/மணி எனும் மாறுக்கதியுடன் நேர் வடக்காகச் செல்கிறது. ஒரு குறித்த சணத்தில் கப்பல் B ஆனது A யிற்கு நேர் கிழக்கே *d* மைல் தூரத்

இலிருந்தது. அக் கணத்தில் B ஆனது தனது இயக்கத் திசையை பொருத்தமாக மாற்றி Aயினை இயன்றளவு மிக நெருங்கித் தாக்கும் எண்ணத்துடன் செல்கின்றது. Bயின் அதிகூடிய கதி v மைல்/மணி $v\ (< u)$ ஆகும். இரு கப்பல்களினதும் குண்டு வீச்சுத் தூரம் r மைல்களாகும். இக் கப்பல்கள் மிகக் கிட்ட வரும்போது மட்டு மட்டாகவே ஒன்றையொன்று தாங்கும் நிலையில் இருந்தனவெனின்

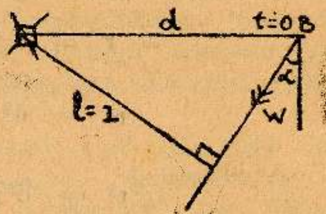
$r^2u^2 = d^2\ (u^2 - v^2)$ என நிறுவுக.

A யிற்கு மிகக் கிட்டவர B எடுக்கும் நேரம் என்ன? A, B யின் ஆரம் நிலைகளையும் மிகக் கிட்ட உள்ளபோது அவற்றின் நிலைகளையும் பூமியின் மாட்டேற்றுச் சட்டத்தில் குறித்துக் காட்டுக.

A யின் சட்டம் (A)



கடலின் சட்டம் (E)



B இன் தோற்றப் பாதை

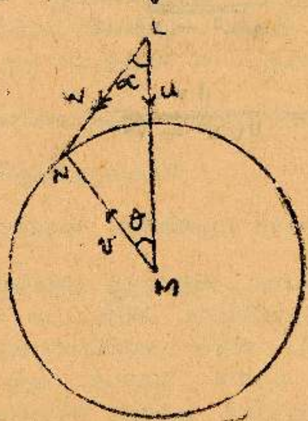
$\mathbf{V}_{A,E} = \downarrow u, \quad \mathbf{V}_{B,E} =$

θ மாறும் கோணம்

$\mathbf{V}_{B,A} = \mathbf{V}_{B,E} + \mathbf{V}_{E,A}$

$= \quad \theta + \downarrow u$

$= \downarrow u + v \quad \theta$



M வட்டத்தின் மையம், v ஆரை. LMN வேக முக்கோணி. θ மாறும் கோணம் ஆதலால் α மாறும் கோணமாகும். மிகக்கிட்டிய தூரம் l ஆகும். l குறைவாகயிருத்தற்கு, α உயர்வாக இருத்தல் வேண்டும். △ LMN ஐ எடுத்துக் கொண்டால் LN தொடலியாக இருக்கையில் α உயர்வாக இருக்கும். இந்நிலையில் $\sin \alpha = \frac{v}{u}$ ஆகும்.

∴ l இன் இழிவுப் பெறுமானம் $d \cos \alpha$ ஆகும்.

$$\therefore\ r = d \cos \alpha$$

$$r^2 = d^2 \cos^2 \alpha = d^2 (1 - \sin^2 \alpha)$$

$$r^2 = d^2\left(1 - \frac{v^2}{u^2} \right)$$

∴ $u^2 r^2 = d^2 (u^2 - v^2)$ ஆகும்.

A இற்கு மிகக் கிட்ட வர B எடுக்கும் நேரம்

$$t = \frac{d \sin \alpha}{w}$$

$$= \frac{d \frac{v}{u}}{\sqrt{u^2 - v^2}}$$

$$= \frac{d v}{u\sqrt{u^2 - v^2}}$$

ஆப்பு { தொடர்பு ஆர்முடுகல் }

நியூற்றன் இயக்க விதிச்சமன்பாடு

$P = \mathrm{m}\,f$ ஆகும். இது ஒரு காவிச் சமன்பாடு. ஆகவே இச் சமன்பாட்டை ஒரு இயங்கும் தொகுதிக்கு உபயோகிக்கையில் ஒரு திசையை நிர்ணயித்துக் கொண்டு உபயோகித்தல் வேண்டும். அப் போதுதான் அதன் குறிகளை இடமுடியும். காவி வடிவில் சமன்பாடு எழுத வேண்டுமாயின் திசை எடுக்க வேண்டியதில்லை. எண் சமன் பாடுகள் அமைக்கையில் மட்டும் திசை எடுத்துக் கொள்ள வேண் டும். இது எல்லாக் காவிச் சமன்பாடுகளுக்கும் பின்பற்றப்படும்.

மேலும் f ஆனது சடத்துவ மாட்டேற்றுச் சட்டத்தில் எடுத் துக் கொள்ள வேண்டும். இதை ஆரம்ப இயக்கவியலில் பூமி தொடர்பாக எடுக்க வேண்டும் எனக் கூறுவார்கள். ஒரு நிலையான மாட்டேற்றுச் சட்டத்தில் அல்லது சீரான வேகத்துடன் நேர் கோட் டில் இயங்கும் மாட்டேற்றுச் சட்டத்தில் ஒரு பொருளின் இயக் கத்தை எடுத்துக் கொண்டால் அச்சட்டம் சார்பான பொருளின் ஆர்முடுகலை $P = \mathrm{m}\,f$ இல் உபயோகிக்கலாம். அன்றெனின் பொரு ளின் பூமி தொடர்பான ஆர்முடுகலைச் சார்பு ஆர்முடுகல் கோட் பாட்டைக் கொண்டு கணித்துப் பின்னர் $P = \mathrm{m}\,f$ இல் பிரயோ கித்தல் வேண்டும். ஆனால் $v = u + f\,t$, $S = ut + \frac{1}{2} f\,t^2$ $v^2 = u^2 + 2f.s$ இல் f ஆனது எந்த மாட்டேற்றுச் சட்டத் திலும் எடுத்துக் கொள்ளலாம். [சார்பு வேகத்தில் பார்க்க]. தொடர்பியக்கத்தில் துணிக்கைகளை மாட்டேற்றுச் சட்டங்கள் கொண்டு f ஐக் குறித்தல் வேண்டும். அதன் பின்புதான் கோட்பாட் டைக் கொண்டு f ஐச் சடத்துவச் சட்டத்தில் கணிக்கப்படும்.

இப்பகுதியில் மாணவர்களுக்கு இரண்டு பிரச்சினைகள் வரக்கூடும்.

1. f எடுக்கும் முறைகள்

2. சமன்பாடுகள் விடுவிக்கும் முறைகள்

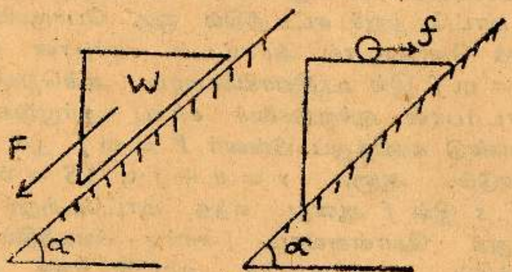
முதலாவது பிரச்சனை இருப்பின் மாணவர்கள் பொருளானது எந்த மாட்டேற்றுச் சட்டத்தில் சுயாதீனமாக இயங்குகிறது என் பதை அவதானித்தல் வேண்டும். அதன் பின்பு தான் பொருளின் ஆர்முடுகலைப் பூமி தொடர்பாகப் பார்க்க வேண்டும். இவற்றை பின்வரும் உதாரணங்களில் இருந்து அறிந்து கொள்ளலாம்.

இரண்டாவது பிரச்சனை தூய கணிதத்தால் ஏற்படுகிறது. இதற்கு மாணவர்கள் சமன்பாடுகளை விடுவிக்கும் சுலப முறைகளை அறிந்திருத்தல் வேண்டும். இம் முறைகள் இங்கு கையாளப்படும். இவற்றை மாணவர்கள் விளங்கி வைத்துக் கொண்டால் இலகுவில் மறக்கமுடியாது. இவ்வழியை மாணவர்கள் பின்பற்ற வேண்டும். அப்போது தான் பரீட்சையில் இப்பகுதி செய்யக் கூடியதாக அமையும்.

உ-ம் 1

M திணிவும் கோணம் α உம் உள்ளது. ஆப்பு ஒன்று கோணம் α ஆக அமைந்துள்ள ஒப்பமான சாய்தளத்தில் ஆப்பின்மேல் முகம் கிடையாக இருக்கும் வண்ணம் வைக்கப்படுகின்றது. தொடக்கத்தில் இத்தொகுதி ஓய்வில் இருக்கும்போது m திணிவுள்ள துணிக்கை யொன்று ஒப்புரவான கிடையான ஆப்பின் மேல் முகத்தில் வைக்கப்படுகின்றது. [ஆப்பினதும் துணிக்கையினதும் ஆர்முடுகலைக் காண்க. ஆப்புக்கும் தளத்துக்கும் உள்ள மறுதாக்கம்

$M (M + m) g \cos\alpha / M + m \sin^2 \alpha$ எனக் காட்டுக. வெளியில் இதன் பாதை என்ன?



சாய்தளத்தின் சட்டம் (E) ஆப்பின் சட்டம் (W)

$$A_{(W,E)} = \qquad\qquad A_{(P,W)} = \rightarrow f$$

$$A_{(P,E)} = A_{(P,W)} + A_{(W,E)}$$

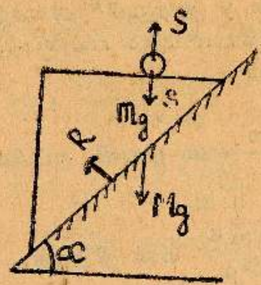
$$= \rightarrow f +$$

$P = mf$ ஐ (St) கணத்தில் உப்யோகிக்க.

$$(P) \rightarrow \quad O = m(f - F\cos\alpha) \quad — (1)$$

$$\text{தொகுதி} \swarrow \ (M+m) g \sin\alpha = MF + m(F - f\cos\alpha) — (2)$$

2. **விசைப்படம்**



$$1) \Rightarrow \quad \frac{f}{\cos\alpha} = \frac{F}{1}$$

$$2) \Rightarrow \quad (M + m)\, g \sin\alpha = (M + m) F - mf \cos\alpha$$

$$1),\ 2) \Rightarrow \quad \therefore \frac{f}{\cos\alpha} = \frac{F}{1} = \frac{(M+m)\, g \sin\alpha}{M + m \sin^2\alpha}$$

$$\therefore f = \frac{(M+m)\, g \sin\alpha \cos\alpha}{M + m \sin^2\alpha}$$

$$F = \frac{(M+m)\, g \sin\alpha}{M + m \sin^2\alpha}$$

தொகுதிக்கு $\qquad P = mf$

$$R - (M + m)\, g \cos = - m f \sin\alpha$$

$$\therefore R = (M + m)\, g \cos\alpha - \frac{m(M+m)\, g \sin^2\alpha \cos\alpha}{M + m \sin^2\alpha}$$

$$R = \frac{M(M+m)\, g \cos\alpha}{M + m \sin^2\alpha}$$

வெளியில் **P** இன் பாதை ஒரு நிலைக்குத்து நேர்கோடு ஆகும். இதற்குக் காரணம் P இன் ஆரம்பவேகம் பூச்சியம், ஆர்முடுகல் கீழ் நோக்கி இருப்பதால்

குறிப்பு: ஒரு பொருளின் பாதையை நிர்ணயிப்பது அதன் ஆரம்ப வேகமும், ஆர்முடுகலுமாகும்.

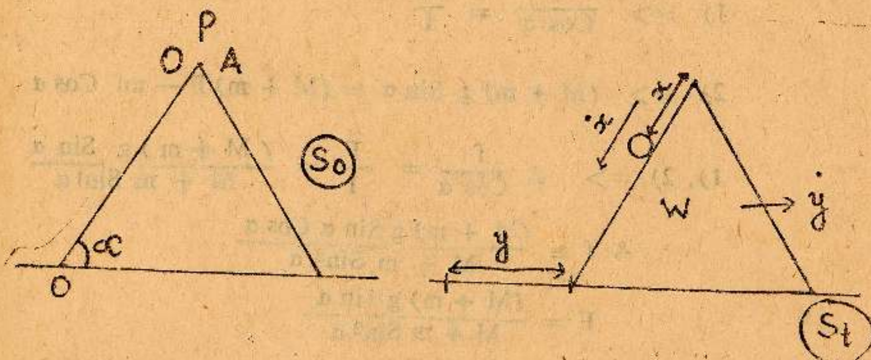
உ+ம் 2

4 m திணிவுடைய ஒப்பமான ஆப்பு ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசையில் சுயாதீனமாக அசையக் கூடியதாக உள்ளது? இவ்வாப்பின், கிடையுடன் α சாய்வுடைய ஒப்பமான சாய்தளத்தின் மீது m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று வைக்கப்பட்டு தொகுதி ஓய்

லிலிருந்து விடப்படுகின்றது. துணிக்கை சாய்தளத்தின் வழியே x தூரமும், ஆப்பு கிடையாக y தூரமும் அசைந்திருப்பின் உந்தக்காப்பு, சக்திச் சமன்பாடுகளை மட்டும் பயன்படுத்தி ஆப்பு தொடர்பான துணிக்கையின் வேகம்

$$\sqrt{\frac{10\, gx \sin \alpha}{4 + \sin^2 \alpha}}$$ என நிறுவி ஆப்பின் ஆர்முடுகல்

$$\ddot{y} = \frac{g \sin \alpha \cos \alpha}{4 + \sin^2 \alpha}$$ என நிறுவுக.



$$\mathbf{V}(W, E) = \dot{Y} \rightarrow$$

$$\mathbf{V}(P, W) = \dot{x}$$

$$\mathbf{V}(P, E) = \mathbf{V}(P, W) + \mathbf{V}(W, E)$$

$$= \swarrow \dot{x} + \dot{Y} \rightarrow$$

(So) — (Sb) யிற்கு உ. கா. த.

$$4 m\dot{y} + m(\dot{y} - \dot{x} \cos \alpha) = 0$$

$$5 \dot{y} = \dot{x} \cos \alpha \qquad \text{— (A)}$$

$$W = \triangle T \ (So) — (St)$$

$$mgx \sin \alpha = \tfrac{1}{2}\, 4m\, \dot{y}^2 + \tfrac{1}{2} m \{ (\dot{y} - \dot{x} \cos \alpha)^2 + (\dot{x} \sin \alpha)^2 \}$$

(A) $50 g x \sin \alpha = 20 \dot{x}^2 \cos^2 \alpha + 25 \dot{x}^2 \sin^2 \alpha$

$$\dot{x}^2 = \frac{10 g x \sin \alpha}{4 + \sin^2 \alpha} \qquad \text{—(1)}$$

$$\dot{x} = \sqrt{\frac{10 g x \sin \alpha}{4 + \sin \alpha}}$$

(1) ஐ t குறித்து வகையிட,

$$2 \dot{x} \ddot{x} = \frac{10 g \sin \alpha}{4 + \sin \alpha} \dot{x}$$

$$\ddot{x} = (5g \sin \alpha) / 4 + \sin \alpha$$

$$5 \dot{y} = \dot{x} \cos \alpha$$

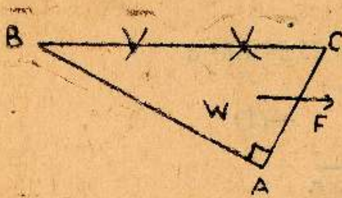
t குறித்து வகையிடுக $5 \ddot{y} = 5 \ddot{x} \cos \alpha$

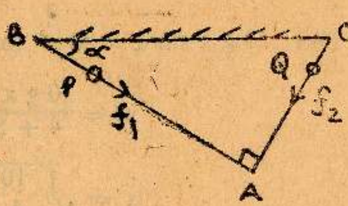
$$5 \ddot{y} = \frac{5 g \sin \alpha}{4 + \sin \alpha} \cos \alpha$$

$$\ddot{y} = \frac{g \sin \alpha \cos \alpha}{4 + \sin^2 \alpha}$$

உ+ம் 3

LL¹ இரு நிலையான ஒப்ப வளையங்கள் ஆகும். ABC ஆனது சீரான மெல்லிய ஒப்பக் கம்பியால் ஆக்கப்பட்ட செங்கோண முக்கோணிச் சட்டமாகும் P, Q என்பன இரு சிறு ஒப்பமணிகள் BA, CA வழியே வழுக்கச் சுயாதீனமுண்டு. படத்தில் காட்டிய வண்ணம் தொகுதி மென்மையாக விடப்படின் P, Q இன் சட்டம் தொடர்பான ஆர்முடுகலைத் துணிதற்கு போதிய சமன்பாடுகளை எழுதுக இயக்கம் முற்றிலும் PQ கிடையாக இருத்தற்கு α இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.





$A_{W,E} = \vec{F}$

$A_{P,W} =$ என்போம்

$A_{Q,W} =$ என்போம்

$$\therefore A_{P,E} = A_{P,W} + A_{W,E}$$

$$= \underline{\qquad\qquad} + \vec{F}$$

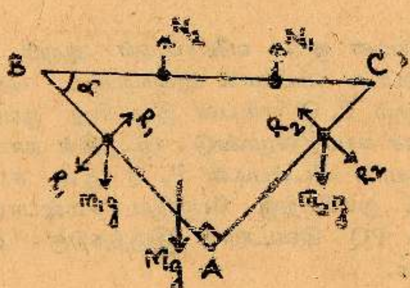
$$A_{Q,E} = \underline{\quad}\ \underline{\qquad} + \vec{F}$$

சமன்பாடு எழுதும் போது கீறிட்ட பகுதியை எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும்; இவை தான் பூமி தொடர்பான ஆர்முடுகலைக் குறிக்கிறது.

குறிப்பு

படம் வரைவதில் நேரம் செலவழிப்பதாக நினைக்கக் கூடாது. படம் வேறுபடுத்தி வரையும் போது இயக்கத்தின் தன்மையை அறியக்கூடியதாகும். இதன் பின்னர் f குறித்தல் கடினமாக இருக்க மாட்டாது.

2.



3. $P = m f (St)$ கணத்தில் தொகுதிக்கு உடபோகிச்சட்பேறுவது

1) $W, P, Q \rightarrow O = M F + m_1 (F + f_1 \cos a) +$
$m_2 (F - f_2 \sin a)$ — (1)

2) $P \searrow m_1 g \sin a = m_1 (f_1 + F \cos a)$ — (2)

3) $Q \swarrow m_2 g \cos a = m_2 (f_2 - F \sin a)$ — (3)

இம்மூன்று சமன்பாடுகளிலும் இருந்து f_1, f_2, F கணித்தறியலாம்.

உதவி:

1) $ax + by + cz = 0$ — 1

$a^1x + b^1y + c^1z = 0$ — 2 ஆயின்,

$$\frac{x}{bc^1 - b^1c} = \frac{y}{a^1c - ac^1} = \frac{z}{ab^1 - a^1b}$$

என எழுதத் தெரிந்திருத்தல் வேண்டும்.

(2) $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$ ஆயின், $\frac{p}{q} = \frac{r}{s} = \frac{p+r}{q+s} = \frac{p-r}{q-s}$

எனத் தெரிந்திருத்தல் வேண்டும்.

இவ்வழியைப் பின்பற்றிக் கணக்குகள் செய்வீர்களாயின் இதன் நன்மையை புரிந்து கொள்வீர்கள்.

இயக்கம் முற்றிலும் PQ கிடையாக இருத்தற்கு

$A_{P,E} \downarrow = f_1 \sin a = A_{Q,E} \downarrow f_2 \cos a$ ஆயிருத்தல் வேண்டும்.

$$\tan a = \frac{f_2}{f_1} \qquad —(4)$$

$$\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\sin a}{\cos a} = \frac{f_1 + F \cos a}{f_2 - F \sin a}$$

$$f_1 \cos a - f_2 \sin a + F = 0 \qquad —(5)$$

$$1 \Rightarrow m_1 f_1 \cos a - m_2 f_2 \sin a + (M + m_1 + m_2) F = 0 — (1)$$

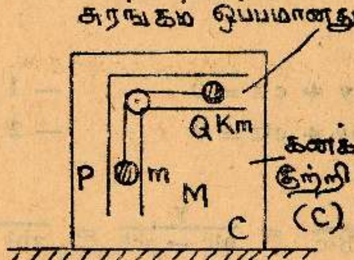
$$\frac{f_1 \cos a}{-(M + m_1)} = \frac{f_2 \sin a}{-(M + m_2} = \frac{F}{\text{(எழுதத் தேவையில்லை)}}$$

$$\therefore \quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{M + m_1}{M + m_2} \tan \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$\therefore \quad \tan^2 \alpha = \frac{M + m_2}{M + m_1} \text{ ஆகும்.}$$

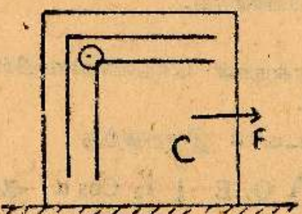
$$\therefore \quad \alpha = \tan^{-1} \sqrt{\frac{M + m_1}{M + m_2}} \text{ ஆகும்.}$$

உ+ம் 4

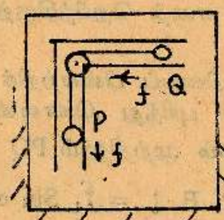


படத்தில் காட்டிய வண்ணம் தொகுதி மென்மையாக விடப்படும்போது Q இன் ஆர்முடுகல்களைக் காண்க. P இற்கும் கனக் குற்றிக்குமிடையிலான மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

1.



மேசையின் சட்டம் (E)



கனத்தின் சட்டம் (C)

$A_{C,E} = \overrightarrow{F}$ என்போம் $A_{P,C} = \downarrow f$ ஆயின்

$A_{Q,C} = \overleftarrow{f}$ ஆகும்.

(நீளா இழை ஆதலால்)

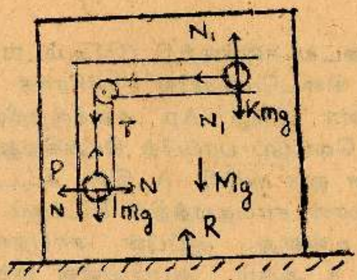
$$A_{P,E} = A_{P,C} + A_{C,E}$$

$$= \downarrow f + \overrightarrow{F}$$

$$A_{Q,E} = \overleftarrow{f} + \overrightarrow{F}$$

2.

விசைப்படம் (St)



3. $F = mf$ ஐ (St) கணத்தில் தொகுதிக்கு உபயோகிக்கப் பெறுவது

i) $P, Q \,\&\, C \rightarrow O = MF + mF + km(F - f)$ — (1)

ii) $P \downarrow \quad mg - T = mf$ — (2)

iii) $\overset{\longleftarrow}{Q} \quad T = km\,(f - F)$ — (3)

iv) $\vec{P} \quad N = mf$ — (4)

$(2) + (3) \Rightarrow mg = m(k+1)f - kmF$

அ–து $g = (k+1)f - kf$ — (5)

$$(1) \Rightarrow \frac{F}{km} = \frac{f}{M+m+km} = \frac{(k+1)f - kf = g}{(M+m+km)(1+k) - k^2 m}$$

$$= \frac{g}{(1+k)M + 2km + m}$$ ஆகும்.

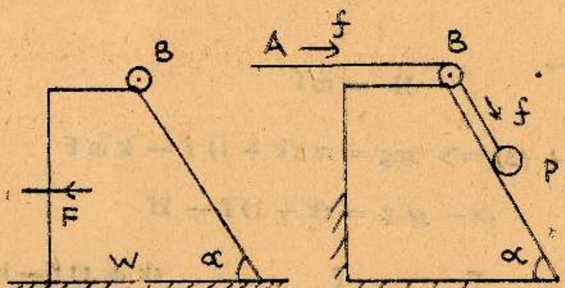
$$\therefore \overset{\longleftarrow}{(f - F)} = \frac{(M+m)g}{(1+k)M + 2km + m} = A$$ Q, E ஆகும்.

$$N = \frac{km^2 g}{(1+k)M + 2km + m}$$

உசம் 5

Km திணிவுடைய கனக்குற்றி (Q) உம், m திணிவுடைய ஆப்பும் ஓர் அழுத்தமான கிடைமேசையில் சமச்சீராக வைக்கப்பட்டுள்ளன. ஓர் இலேசான நீளா இழை Ap கனக்குற்றியினதும் ஆப்பினதும் நடுநிலைக் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பிற் கிடக்கிறது. அதன் ஒரு முனை கனக்குற்றியிலுள்ள ஒரு புள்ளி A இல் கட்டப்பட்டும், மறுமுனை ஆப்பின் அழுத்தமான சாய்தளத்தில் கிடக்கும் ஒரு திணிவு m உடன் இணைக்கப்பட்டும் உள்ளது. ஆப்பின் சாய்தளத்தின் கிடையுடன் சாய்வுக் கோணம் α ஆகும். ஆப்பிலுள்ள ஒரு சிறிய இலேசான அழுத்தமான கப்பி B இன் மேலாக இழை செல்கிறது: AB கிடையாயுள்ளது. கனக்குற்றிக்கும் ஆப்பின் நிலைக்குத்து முகத்திற்கும் இடைப்பட்ட தூரம் a ஆக இருக்கத் தொகுதி ஓய்விலிருந்து மென்மையாக விடப்படுகிறது. இவை இரண்டும் மோத எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க. கனக்குற்றி நிலைப்படுத்தப்படுமாயின் மோத எடுக்கும் நேரத்தையும் காண்க.

இவ்விரு நேரங்களைப் பற்றி யாது கூறுவீர்;



மேசையின் சட்டம் (E) ஆப்பின் சட்டம் (W)

$\underline{A\,W, E} = \overleftarrow{F}$ என்போம். $A\,A, W = \overrightarrow{f}$ ஆயின்

$A\,P, W = f$

ஆகும். (நீளா இழை)

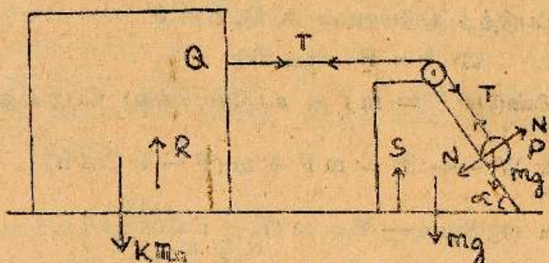
புள்ளி A யும் கனக்குற்றி Q உம் ஒன்றுதலால்

$A\,Q, W = \overrightarrow{f}$ ஆகும்.

$$\therefore \; A\,Q,E = A\,Q,W + A\,W,E$$

$$= \overrightarrow{f} + \overleftarrow{\overline{F}}$$

$$A\,P,E = f \quad + \overleftarrow{\overline{F}}$$



விசைப்படம் (St)

3. $P = mf$ ஐ St கணத்தில் தொகுதிக்கு உபயோகிக்கப் பெறுவது

i) $P, Q, \& W \longleftarrow O = mF + m(F - f\cos\alpha) + km(F - f)$ — (1)

ii) $\overrightarrow{Q} \qquad T = km\,(f - F)$ — (2)

iii) $Q \searrow \; mg\sin\alpha - T = m(f - F\cos\alpha)$ — (3)

$(2) + (3) \Rightarrow g\sin\alpha = f(k+1) - F(k + \cos\alpha$ — (4)

$$(1) \Rightarrow \frac{F}{k + \cos\alpha} = \frac{f}{k+2} = \frac{(k+1)f - (k+\cos\alpha)F}{(k+2)(k+1) - (k+\cos\alpha)^2}$$

$$= \frac{g\sin\alpha}{2 + 3k - 2k\cos\alpha - k\cos^2\alpha}$$

ஆப்பின் சட்டத்தில் $S = ut + \frac{1}{2}ft^2$ ஐ கனக்குற்றிக்கு உப யோகிக்கப் பெறுவது

$\rightarrow a = 0 + \frac{1}{2} f t^2$ இங்கு t Q ஆப்பை அடைய எடுத்த நேரம்

$$t = \sqrt{\frac{2a}{f}}$$

$$= \sqrt{\frac{2a\,(2 + 3k - 2k\cos\alpha - \cos^2\alpha)}{(k+2)\,g\sin\alpha}} \text{ ஆகும்.}$$

Q நிலைப்படுத்தப்படுமாயின் A Q, E = 0

$\therefore f = F$ பருமனில்

மீண்டும் $P = mf$ ஐ உபயோகிக்கப் பெறுவது

1) P & W $\longleftarrow T = mF + m(F - F\cos\alpha)$ — (1)

2) P $\searrow$ $mg\sin\alpha - T = m(F - F\cos\alpha)$ — (2)

(1) + (2) $\Rightarrow g\sin\alpha = 3F - 2F\cos\alpha$ — (3)

$$\therefore F = \frac{g\sin\alpha}{3 - 2\cos\alpha}$$

மேசையின் சட்டத்தில் ஆப்புக்கு $S = ut + \frac{1}{2} f t^2$ ஐ உபயோகிக்கப் பெறுவது

$\longleftarrow a = 0 + \frac{1}{2} F T^2$ (T ஆப்பு கனக்குற்றியை அடைய எடுத்த நேரம்)

$$\therefore T = \sqrt{\frac{2a}{F}}$$

$$= \sqrt{\frac{2a\,(3 - 2\cos\alpha)}{g\sin\alpha}} \text{ ஆகும்.}$$

குறிப்பு:

$$t = \sqrt{\frac{2a\,(2 + 3k - 2k\cos\alpha - \cos^2\alpha)}{(k+2)\,g\sin\alpha}}$$

$\rightarrow$ T, $k \rightarrow \infty$ ஆக k மிகப் பெரிதாக எடுத்துக் கொள்வதால் Q ஆனது ஓய்வில் இருக்கும் என எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

$\therefore$ $k \rightarrow \alpha$ t இன் எல்லை T ஐத்தரும் என்பதாகும். இவற்றை மாணவர்கள் அறிந்திருத்தல் வேண்டும்.

பயிற்சி (ஆப்பு)

1. m என்னும் திணிவுடைய துப்பாக்கிக் குண்டொன்று ஓய்விலுள்ளதும் துப்பாக்கிக் குண்டின் வேகத்தின் திசையில் சுயாதீனமாக இயங்கக்கூடியதுமான M என்னும் திணிவுள்ள ஓர் மரக்குற்றியினுள் கிடையாக V என்னும் வேகத்துடன் சுடப்படுகின்றது. அடுத்துள்ள இயக்கத்தில் துப்பாக்கிக் குண்டானது குற்றியினுள் S தூரத்திற்கு ஊடுருவுகின்றது. ஊடுருவலின் போது துப்பாக்கிக் குண்டிற்கும் குற்றிக்கும் இடையான விசை F ஆனது ஒருமையாகும் எனக் கொண்டு துப்பாக்கிக் குண்டு, குற்றி என்பவற்றின் இயக்கச் சமன்பாடுகளை எழுதுக.

இதிலிருந்து $F=\left(\frac{Mm}{M+m}\right)\frac{V^2}{2S}$ எனக் காட்டுக.

2. M திணிவும் a சாய்வுடைய ABC என்னும் ஒப்பமான ஓர் ஆப்பானது ஒப்பமான ஓர் கிடை மேசைமீது சுயாதீனமாக இயங்கக்கூடியது சாய்முகம் AC மீது m திணிவுடைய ஓர் துணிக்கை வைக்கப்பட்டு மெல்லென விடப்படுமிடத்து வெளியில் அதன்பாதை, $M \tan \theta = (M+m) \tan a$ என்பதால் தரப்படும் θ என்னுமோர் ஒருமைக் கோணத்தைக் கிடையுடன் அமைக்கின்றது எனக் காட்டுக. துணிக்கையானது h உயரத்தில் இருந்து விழவிடப்படுமாயின் துணிக்கை மேசையை அடைந்தபோது ஆப்பு நகர்ந்த தூரத்தை உய்த்தறிக.

3. M திணிவுடைய ஓர் அழுத்தமான ஆப்பின் நடுக்குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பு கோணம் $A = 90°$, கோணம் $B = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ ஆகவுள்ள முக்கோணம் ABC ஆகும். BC மேசையைத் தொடுமாறு ஆப்பு ஓர் அழுத்தமான மேசையின்மேல் வைக்கப்பட்டுள்ளது. P, Q இல் m, 2m திணிவுகளுடைய இரு துணிக்கைகள் முறையே AB, AC பக்கங்களில் வைக்கப்பட்டு உச்சி A இல் இறுக்கப்பட்டுள்ள ஓர் அழுத்தமான கப்பியின் மேலால் செல்லும் மெல்லிய இழையினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஆப்பு நிலைப்படுத்தப்பட்டிருப்பின் ஆப்பு தொடர்பான துணிக்கையின் ஆர்முடுகலைக் காண்க. தொகுதி ஓய்விலிருந்து இயங்க விடப்பட்டு 3t அலகு நேரத்தின் பின் இழை அறுகின்றது. இழை அறும் கணத்தில் $PA = l$ ஆகும்.

$t < \sqrt{\frac{6l}{5g}}$ ஆயின் துணிக்கை P, A ஐ அடைய மாட்டாது எனக் காட்டுக.

ஆப்பு சுயாதினமாக நகரத்தக்கதாக இருப்பின் இயக்கச் சமன்பாடுகளில் ஏற்படும் மாற்றம் யாது?

4. அரியமொன்றின் மையக்குறுக்குவெட்டு ABC என்னும் முக்கோணியாகும். கோணம் $C = 90°$, $A = \alpha \left(> \frac{\pi}{4} \right)$. $AB = a$.

ஒப்பமான கிடை மேசையொன்றை AB தொட்ட வண்ணம் M திணிவுடைய சமமான இரு துணிக்கைகள் அதியுயர் புள்ளியான C இல் வைக்கப்பட்டு அரியத்தின் ஒப்பமான பக்கங்கள் CA, CB வழியே கீழ்நோக்கி வழுக்கவிடப்பட்டுள்ளது. இவ்வரியமானது

$\sqrt{\frac{2a}{g}} \text{Cot } \alpha$ என்னும் கால நேரத்திற்கு ஓய்விலிருந்து பின்னர்

$\frac{mg \text{ Sin } \alpha \text{ Cos } \alpha}{M + m \text{ Cos}^2 \alpha}$ என்னும் ஆர்முடுகலுடன் இயங்குமெனக் காட்டுக.

5. ABC என்பது M என்னும் திணிவுள்ள ஒழுங்கான ஒப்ப ஆப்பொன்றின் மையக் குறுக்கு வெட்டாகும். ஆப்பிற்கு AB மேசையுடன் தொடுகையில் இருந்தவாறு கிடை மேசையொன்றின் மீது இயங்கச் சுயாதீனம் உண்டு. கோணம் $C = \frac{\pi}{2}$, கோணம் $A = \alpha$

m_1, m_2 என்னும் திணிவுகளுள்ள P, Q என்னும் துணிக்கைகள் இரண்டு ஆப்பின் C என்னும் புள்ளிக்கு அண்மையில் வைக்கப்பட்டு பின் தொகுதி முழுவதும் ஓய்விலிருந்து மென்மையாக விடுவிக்கப் படுகின்றது. P, Q என்னும் துணிக்கைகள் முறை CA, CB என்ற சாய்தளங்களில் வழுக்குகின்றன. ஆப்பினது துணிக்கைகளினதும் ஆர்முடுகலைத் துணிதற்கு போதிய எண்ணிக்கையான சமன்பாடுகளை எழுதுக. பின் நிகழும் இயக்கம் முழுவதும் PQ என்ற கோடு கிடையாக இருந்தால் இருந்தால் $M \text{ Cos } 2\alpha = m_1 \text{ Sin}^2 \alpha - m_2 \text{ Cos}^2 \alpha$ எனக்காட்டுக.

6. ஓர் அழுத்தமான கிடைத்தளத்தில் கிடக்கும் ஓர் இலேசான ஆப்பின் α, β கோணங்களில் சாய்ந்துள்ள பக்கங்கள் p, q இல் முறையே m, Km திணிவுள்ள துணிக்கைகள் A, B வைக்கப்

பட்டுள்ளன. A, B களினூடாகச் செல்லும் நிலைக்குத்துத் தளம் நடுக்குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பாகும். இத்தொகுதி ஓய்விலிருந்து இயங்க விடப்படின்

$$K < \frac{\sin \alpha \cos (\alpha + \beta)}{\sin \beta}$$ ஆயின் துணிக்கை B முகம் q இல் மேல்நோக்கி இயங்குமெனக் நிறுவுக.

7. m, m^1 என்னும் திணிவுள்ள இரு துணிக்கைகள் அழுத்தமான கிடைத்தளத்தில் இருக்கும் M திணிவுள்ள ஓர் ஆப்பின் அழுத்தமான இரு முகங்களிலே வைக்கப்படுகின்றன. ஆப்பின் முகங்கள் கிடையுடன் α, α^1 என்னும் கோணங்களில் சாய்ந்துள்ளன. இத்தொகுதி ஓய்விலிருந்து இயங்கத் தொடங்கினுல்

$$\alpha^1 < \tan^{-1}\left[\frac{m \sin \alpha \cos \alpha}{M + m^1 + m \sin^2 \alpha}\right]$$ ஆக இருக்கும் போது m^1 ஆனது தான் இருக்கும் முகத்தில் மேல்நோக்கி இயங்குமெனக் காட்டுக. ஆப்பு தொடர்பாக m^1 ஓய்விலிருந்தால் தளத்துக்கும் ஆப்புக்கும் இடையேயுள்ள எதிர்தாக்கம்

$$\frac{(M + m^1)(M + m^1 + m)}{M + m^1 + m \sin^2 \alpha} g$$ எனவும் காட்டுக.

8. ABC என்னும் செங்கோண முக்கோணியைக் குறுக்குவெட்டாக கொண்ட M திணிவுடைய ஒப்பமான ஓர் ஆப்பு அதன் பக்கம் AB ஆனது கிடையானவொரு ஒப்பமான மேசை மீது தொடுகையுறும் வண்ணம் அதன்மீது கிடக்கின்றது. $\angle CAB = \alpha$, $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ m_1, m_2 என்னும் திணிவுகளுடைய இரு துணிக்கைகள் C இலுள்ள நிலைத்த ஒப்பமான கப்பிமீது செல்லும் இலேசான நீளா இழை ஒன்றினுல் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. m_1 உடன் தொடுக்கப்பட்ட பகுதி நிலைக்குத்தாக உள்ளது. ஆப்பினதும் துணிக்கைகளினதும் ஆர்முடுகல்களைக் காண்க.

$m_2 \sin \alpha > m_1$ எனின் விபரிக்க.

9. ஒப்பமான ஓர் ஆப்பின் மையக் குறுக்குவெட்டு முக்கோணம் ACB ஆகும். $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$, AB ஐ கொண்ட முகம் ஒப்பமான ஒரு கிடைத்தளத்தின் மேல் இருக்க ஆப்பானது ஓய்விலுள்ளது. C

இல் ஓய்வில் இருந்து விடுவிக்கப்படும் துணிக்கை CA இன் நீளம் முழுவதும் வழுக்கிச் செல்ல எடுக்கும் t_1 ஆகும். இதேபோல் CB இன் நீளம் முழுவதிலும் வழுவிச் செல்ல எடுக்கும் நேரம் t_2 ஆகும். ஆப்பின் திணிவானது துணிக்கையின் திணிவின் n மடங்கிற்குச் சமன் எனின்,

$$\left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = \left(\frac{n + \sin^2 A}{n + \cos^2 A}\right) \cot^2 A$$ என நிறுவுக.

ஆப்பானது ஓர் இடத்தில் நிலையாக அமர்த்தப்பட்டால்

$$\frac{T_2}{T_1} = \tan A$$ என்பதை உய்த்தறிக.

இங்கு T_1, T_2 என்பவை முறையே CA, CB என்பவற்றின் வழியே கீழ்நோக்கித் துணிக்கை வழுக்கிச் செல்ல எடுக்கும் நேரங்களாகும்.

10. திணிவு M உள்ள ஆப்பு ஒன்று ஒரு ஒப்பமான கிடைத்தளத்தின் மீது ஓய்விலுள்ளது. அதற்கு அத்தளத்தில் இயங்குவதற்குச் சுயாதீனம் உண்டு. ஆப்பின் சாய்முகமானது கிடைத்தளத்துடன் கோணம் α ஆக்குகின்றது திணிவு m உள்ள துணிக்கை ஒன்றானது கிடைத்தளத்தில் இருந்து h என்னும் மிகக்கூடிய உயரம் ஒன்றை, அடைவதற்கு மட்டுமட்டான கதியுடன் ஆப்பின் அடியிலிருந்து ஆப்பின் சாய்முகத்தின் உயர் சாய்வு கோட்டின் வழியே எறியப்படுகின்றது. இக்கோடு ஆப்பின் திணிவு மையம் மூடான நிலைக்குத்தளத்தில் அமைந்துள்ளது. துணிக்கை எவ்வேகத்துடன் எறியப்பட்டது எனக் காண்க. துணிக்கையானது ஆப்பின் அடிக்குத் திரும்பி வந்ததும் $\dfrac{4mh \cot \alpha}{M + m}$ என்னும் தூரத்தை ஆப்பானது கடந் எனக் காட்டுக.

11. M திணிவுள்ளதோர் ஆப்பு ஓர் ஒப்பமான கிடைத்தளத்தில் ஓய்வில் உள்ளது. m திணிவுள்ளதொரு துணிக்கை அதன் ஒப்பமான சாய்தளத்தில் மெதுவாக வைக்கப்பட்டு, தளமுகத்தில் வழுக்கி இறங்குகின்றது. துணிக்கை நிலைக்குத்துத் தூரம் h இறங்கிய சமயத்தில், ஆப்பு $\dfrac{mh \cot \alpha}{m + M}$ என்னும் கிடைத் தூரத்தினைக் கடந்திருக்குமெனக் காட்டுக.

இங்கு α ஆப்புத் தளமுகத்தின் கிடையுடனான சாய்வு.

12. ஒரு நீண்ட இழையின் ஒரு முனை மேற்றளத்தில் கட்டப்பட்டது. அவ்விழை m திணிவுள்ள கப்பியின் கீழ்ச்சென்று அதனைத்

தாங்குவதுடன் மேற்றளத்திலேயே கட்டப்பட்டதொரு, கப்பியின் மீது சென்று, இறுதியில் m^1 திணிவுள்ளதொரு நிறையைத் தடையின்றித் தாங்குகின்றது இழையின் தொங்கும் பாகங்களனைத்தும் நிலைக்குத்தானவையெனக் கொண்டு, திணிவு m^1 இன் மேல் நோக்கிய ஆர்முடுகல்,

$$\frac{2(m - 2m^1)}{m + 4m^1} g$$ எனக் காட்டுக.

13. M திணிவும், α சாய் கோணமும் கொண்ட ஓர் ஆப்பு, μ உராய்வுக் குணகமுள்ள கரட்டுக் கிடைத் தளத்தின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஆப்பின் சாய்முகத்தில் m திணிவு கொண்ட ஒப்புரவான துணிக்கையொன்று மெதுவாக வைக்கப்படுகின்றது. ஆப்பு இயங்கத் தொடங்கினுல் அதன் ஆர்முடுகல்

$$\frac{m \cos\alpha\,(\sin\alpha - \mu \cos\alpha) - \mu M}{m \sin\alpha\,(\sin\alpha - \mu \cos) + M}$$ எனக் காட்டுக.

14. ஒப்பமான கிடை மேசையில் வைக்கப்பட்ட ஆப்பின் திணிவு M ஆகும். அதன் சாய்முகங்கள் இரண்டு சமசாய்வுடையன. ஆப்பின் கீழ் ஓரத்தின் நடுப்புள்ளியுடன் ஒரு முனை தொடுக்கப்பட்ட ஒரு இலேசான நீளா இழை மேசை வழியே சென்று மேசையோரத்தில் உள்ள ஒப்பமான கப்பியின் மேலால் சென்று கீழே 2M திணிவுடைய ஒப்பமான வளையத்தினை தா கியவாறு உள்ளது. வளையத்தினூடாகச் செல்லும் இழையின் மறுமுனை மேலே நிலைக்குத்தாக மேசையோரத்தில் உள்ள புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. ஆப்பின் ஓரங்கள் மேசையோரத்திற்கு சமாந்தரம் ஆகும். ஆப்பின் இரு முகங்களிலும் சமதிணிவுடைய துணிக்கைகள் வைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கைகள் ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடையதாகும் திணிவு மையங்கள் யாவும் ஆப்பின் ஓரங்களுக்குச் செங்குத்தான நிலைக்குத்துத் தளத்தில் உள்ளன. தொகுதியின் ஒவ்வொரு பகுதியும் ஓய்வில் இருந்து இயங்க விடப்படும்போது துணிக்கைகளின் ஆர்முடுகலைக் காணச் சமன்பாடுகளைக் காண்க. ஆப்பின் ஆர்முடுகல்

$$\frac{2\,Mg}{3M + 4m \sin^2\alpha}$$ எனக் காட்டுக.

15. M திணிவுடைய மெல்லிய கம்பியினுல் சமபக்க முக்கோணம் ABC உண்டாக்கப்பட்டுள்ளது. பக்கம் BC ஓரே கிடைக் கோட்டில் உள்ள அழுத்தமான இரு மோதிரங்கள் P, Q இற்கூடாகச் செலுத்தப்பட்டுள்ளது. m திணிவுள்ள ஓர் அழுத்தமான மணிக்

கூடாக பக்கம் BA செலுத்தப்பட்டுள்ளது. m^1 திணிவுடைய அழுத்த மான மணிக்கூடாகபக்கம் AC செலுத்தப்பட்டுள்ளது. $m^1 > m$ ஆயின் இத்தொகுதி ஒய்வில் இருந்து விடப்பட்டால் கம்பி ABC இன் வேகவளர்ச்சி $\dfrac{\sqrt{3}\,(m^1 - m)\,g}{4M + 3m + 3m^1}$ என நிறுவுக.

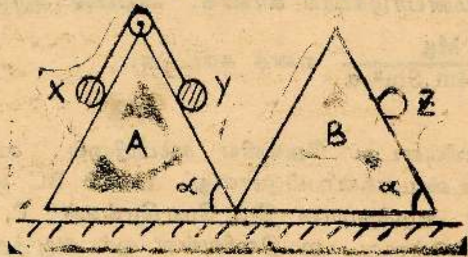
இங்கு A, BC இற்குக் கீழே அமைந்துள்ளது.

16. ஓர் நேர்வட்டத் திண்மக் கூம்பின் உச்சி C ஆகும். C இன் ஊடான மையக்குறுக்குவெட்டின் அடி AB ஆகும் C இன் ஊடான கூம்பின் அச்சை அச்சாகக் கொண்ட உருளை வடிவமான சிறு அழுத்த மான துவாரம் அமைந்துள்ளது. கூம்பின் அடித்தளம் AB ஒரு அழுத்தமான கிடைத்தளத்தோடு பொருந்துமாறு வைக்கப்பட்டுள் ளது. P, Q என்ற ஒவ்வொன்றும் m திணிவுள்ள இரு துணிக்கை கள் ஒரு இலேசான நீளா இழையினுல் இணைக்கப்பட்டு, P துவாரத் தின் உள்ளும் Q, BC இல் இருக்கவும் C இல் பொருத்தப்பட்ட இலேசான சிறு ஒப்பமான கப்பியின் உதவியுடன் இணைக்கப்பட்டுள் ளன. இங்கு PC என்ற பகுதி நிலைக்குத்தாகவுள்ளது.

தொகுதி ஓய்விலிருந்து இயங்கவிடப்படின் கூம்பின் ஆர்முடுகல் $g\,\dfrac{(1 - \sin\alpha)\cos\alpha}{2M/m + 4 - \cos^2\alpha}$ எனக் காட்டுக.

Q இல் கூம்பின் எதிர்த் தாக்கத்தைக் காண்க.

25. A_1 B என்பன ஒவ்வொன்றும் m திணிவுள்ள α கோண முள்ள இரு சர்வசமனுன அழுத்தமான ஆப்புக்களாகும். X, Y, Z என்பன முறையே 2m, 2m, 2m திணிவுடைய துணிக்கைகளாகும். X, Y, Z என்பன ஒரே கிடைக் கோட்டில் இருக்க தொகுதி ஒரு கிடையான அழுத்தமான தளத்தில் வைக்கப் பட்டு ஓய்வில் இருந்து விடப்படுகின்றது. இயக்கத்தில் ஆப்பு B தொடர்பாக Z ஓய்வில் இருக்குமாயின் $\alpha = 30°$ எனக் காட்டுக.



[இயக்கத்தின் போது Aயும் Bயும் ஒன்றை ஒன்றுவிட்டு பிரியாது இறுக்கமாக உள்ளன எனக் கொள்க.]

18. M திணிவும் α சாய்வு கோணமுடைய ஓர் ஒப்பமான ஆப்பு ஒரு கிடை மேசையின் மேல் கிடக்கின்றது. ஆப்பின் சாய்வான மேல்முகத்தின் உச்சியில் ஓர் சிறு இலேசான கப்பி, பொருத்தப்பட்டுள்ளது. m_1, m_2 என்னும் திணிவுகள் ஓர் இலேசான இழையின் நுனிகளில் இணைக்கப்பட்டு இழை கப்பியின் மேலாற் செல்ல, திணிவுகள் இரண்டும் ஒரே சாய்முகத்தில் கிடக்கின்றன. துணிக்கைகளின் இயக்கம் சாய்முகத்தின் அதியுயர் சாய்வு கோட்டின் வழியே உள்ளது எனக்கொண்டு ஆப்பின் ஆர்முடுகல்

$$\frac{(m_1 - m_2)^2 g \sin\alpha \cos\alpha}{M(m_1 + m_2) + (m_1 - m_2)^2 \sin^2\alpha + 4 m_1 m_2}$$ என நிறுவுக

19. M திணிவுடைய ஒரு ஒப்பமான கனக்குற்றியொன்று ஒப்பமான கிடை மேசையொன்றில் வைக்கப்பட்டுள்ளது அதன் புவியீர்ப்பு மையத்திற்கூடான, ஒரு நிலைக்குத்து முகத்திற்கு சமாந்தரமானது குறுக்குப் பரப்பு ABCD ஆகும். AB என்னும் கோடுள்ள முகம் மேசையில் உள்ளதாகும். குற்றியின் ஒப்பமான மேன்முகத்தின் நடுப்புள்ளியில் m^1 திணிவுடைய துணிக்கை வைக்கப்பட்டுள்ளது. AC வழியான ஒப்பமான துளையொன்றின் நடுப்புள்ளியில் m திணிவுடைய துணிக்கை வைக்கப்படுகின்றது தொகுதி இயக்க விடப்பின் குற்றியின் ஆர்முடுகலும் m இன் ஆர்முடுகலும் m^1 இல் தங்கியிராது எனக் காட்டுக.

m^1, m என்பன ஒரு இலேசான நீளா இழையினுல் இணைக்கப்பட்டு தொகுதி இயங்கவிடப்பட்டால் $2m^1 > \sqrt{2}\, m$ ஆயின் குற்றியானது, முன்னைய திசைக்கு எதிர்த்திசையில் இயங்குமென நிறுவுக

20. m_1, m_2 திணிவுடைய இரு துணிக்கைகள் ஒப்பமான தளமொன்றில் வைக்கப்பட்ட ஒரு ஆப்பின் சாய்முகங்களில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. m_1 திணிவு வைக்கப்பட்ட முகம் கிடையுள்ள α என்னும் கோணத்திலும் மற்றது β என்னும் கோணத்திலும் சாய்ந்துள்ளன. $m_1 > m_2$ ஆகும். ஆப்பு இலேசானது ஆயின் ஓய்வில் இருந்து தொகுதி இயக்கவிடப்படின் m_2 மேலே ஏறுவதற்கு

$$\tan\beta < \frac{m_1 \sin\alpha \cos\alpha}{m_1 \sin^2\alpha + m_2}$$ ஆக வேண்டும் எனக் காட்டுக.

21. ஓர் அழுத்தமான கிடைத்தளத்தின் மேல் வைக்கப்பட்டுள்ள α கோணமுடைய ($\alpha < 45°$) அழுத்தமான ஆப்பின்மேல் அதே கோணமுடைய இரண்டாவது அழுத்தமான ஆப்பானது வைக்கப்பட்டுள்ளது. இரண்டாவது ஆப்பின் மேன்முகம் கிடையுடன் 2α கோணம் ஆக்கும் வண்ணம் உள்ளது. இம்மேல் முகத்தின் மேல் மேல் ஒரு துணிக்கை வைக்கப்பட்டு தொகுதி இயங்க விடப்படுகின்றது. இரு ஆப்புகளினதும் திணிவுகள் m ஆயின் கிடைத்தளத்துடன் தொடுகை கொண்டிருக்கும் ஆப்பின் ஆர்முடுகலை மட்டும் துணிவதற்கு தேவையான சமன்பாடுகளைத் தருக. $\alpha = 30°$, ஆயின் கிடைத்தளத்துடன் தொட்டுக் கொண்டிருக்கும் ஆர்முடுகல்

$$\frac{2\sqrt{3}}{7} g$$ எனக் காட்டுக.

(துணிக்கையின் திணிவு m எனக் கொள்க.)

22. ஒப்பமான ஒரு கப்பியின் மீது சென்று பின் நிலைக்குத்தாகத் தூங்குகின்ற M^1 என்னும் ஒரு திணிவைக் காவுகின்ற ஓர் இழையினால் கிடையாக இழுக்கப்பட்ட ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது இயங்குகின்ற M திணிவுடைய ஓர் ஒப்பமான ஆப்பின் முகத்தில் திணிவு m உடைய ஒரு துணிக்கையானது இயக்கங்கள் எல்லாம் ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் இருக்க வைக்கப்படுகின்றது. α அம் முகத்தின் சாய்வாயின் அவ்வாப்பிற்குச் சார்பாக m இன் ஆர்முடுகல்

$$\frac{(M + M^1 + m) \sin\alpha + M^1 \cos\alpha}{M + M^1 + m \sin^2\alpha} g$$ என நிறுவுக.

அவ்வாப்பின் மீது M இனது மறுதாக்கத்தையும் காண்க.

23. M திணிவுடையது அழுத்தமற்ற தளத்தையும் α கோணத்தையும் அழுத்தமான சாய்வோரத்தையும் உடைய ஓர் ஆப்பு கிடை மேசைக்கும் ஆப்பிற்கும் இடையே ஆன உராய்வுக் கோணம் λ ஆகும். M^1 திணிவுடைய துணிக்கை ஆப்பின் அழுத்தமான பக்கத்தில் கீழ்நோக்கி வழுக்குகின்றது. ஆப்பு சமநிலையில் இருப்பதற்கு வேண்டிய நிபந்தனை

$$\tan\lambda > \frac{M^1 \sin \cos\alpha}{M + M^1 \cos\alpha}$$ எனக் காட்டுக.

ஆப்பு இயங்கினால் அதன் ஆர்முடுகல்

$$\left[\frac{M^1 \cos \sin(\alpha - \lambda) - M \sin\lambda}{M^1 \sin\alpha \sin(\alpha - \lambda) + M \cos\lambda}\right] g$$ எனக் காட்டுக.

24. θ சாய்வும் M திணிவும் ஓர் ஆப்பு கிடையுடன் $\theta \left(< \frac{\pi}{4}\right)$ கோணம் சாய்வுடைய ஓர் ஒப்பமான சாய் தளத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. m திணிவுள்ள ஓர் துணிக்கையானது ஆப்பின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஆப்பிற்கும் துணிக்கைக்கும் இடையே உராய்வுக் கோணம் ஆகும். $\lambda > \theta$ ஆயின் துணிக்கையானது, ஆப்பின் சட்டத்தில் ஓய்விலிருக்கும் எனக் காட்டு. இந்நிபந்தனை பூர்த்தி அடையவிட்டால் ஆப்பு சார்பான துணிக்கையின் ஆர்முடுகல்

$$\frac{(M + m) \cos\theta \sin(\theta - \lambda)\, g}{M \cos\lambda + m \sin\theta \sin(\theta - \lambda)}$$ எனக் காட்டுக.

25. m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கையானது ∝ சாய்வுள்ள M திணிவுள்ள ஒரு ஆப்பின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஆப்பானது ஓர் அழுத்தமற்ற கிடைத்தளத்தில் உள்ளது. ஆப்பிற்கும் துணிக்கைக்கும் இடையே உள்ள உராய்வுக் கோணம் λ உம் ஆப்பிற்கும் தளத்திற்கும் இடையேயான உராய்வுக் கோணம் λ^1 உம் ஆயின் $(\alpha > \lambda + \lambda^1)$ ஆப்பு இயங்குவதற்கு வேண்டிய நிபந்தனை

$$\frac{m}{M} > \frac{\cos\lambda \sin\lambda^1}{\cos\alpha \sin(\alpha - \lambda - \lambda^1)}$$ எனக் காட்டுக.

26. M திணிவும் கோணம் ∝ உம் உள்ள ஆப்பு ஒன்று, கோணம் ∝ ஆக அமைந்த ஒப்புரவான சாய்தளத்தில், ஆப்பின் மேல்முகம் கிடையாக இருக்கும் வண்ணம் வைக்கப்படுகிறது. தொடக்கத்தில் இத்தொகுதி ஓய்வில் இருக்கும்போது m திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்று, ஒப்புரவான கிடையான ஆப்பின் மேல் முகத்தில் வைக்கப்படுகிறது. ஆப்பினதும், துணிக்கையினதும் ஆர்முடுகல்களைக் காண்க. ஆப்புக்கும் தளத்துக்கும் இடையிலுள்ள மறுதாக்கம்

$$\frac{M(M + m)\, g \text{ கோசை } \alpha}{M + m \text{ சைன்}^2 \alpha}$$ எனக் காட்டுக.

வெளியில் இத்துணிக்கையின் பாதை என்ன?

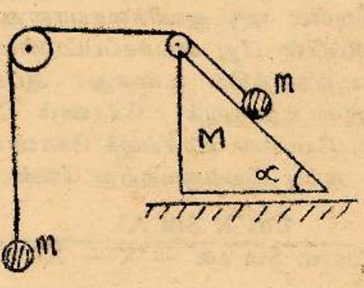
27. திணிவு M உடைய ஒப்பமான ஆப்பு ஒன்றின் மையக் குறுக்கு வெட்டானது ABC எனும் ஒரு முக்கோணி ஆகும். $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ $\angle CAB = \alpha$. AB ஆனது ஒப்பமான கிடை மேசையொன்றுடன் தொட்ட வண்ணம் ஆப்பானது ஓய்விலுள்ளது. ஒவ்வொன்றும் m

திணிவுடைய P, Q எனும் இரு துணிக்கைகட்கு முறையே CA, CB எனும் பக்கங்கள் வழியே வழுக்கிச் செல்லச் சுயாதீனமுண்டு. ஆப்பின் ஆர்முடுகலைக் காண்க.

C யில் நிலைத்த இலேசான கப்பியொன்றின் மீது செல்லும் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையொன்றினால் துணிக்கைகள் P, Q இணைக்கப்பட்டுள்ளன. ஆப்பின் ஆர்முடுகல்

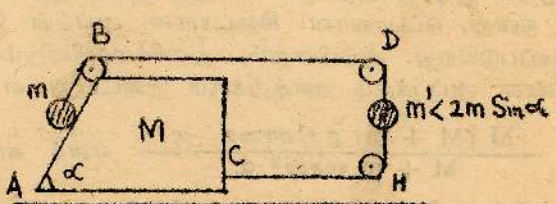
$$\frac{mg \text{ கோசை } 2\alpha}{2M + 3m - m \text{ சைன் } 2\alpha}$$ எனக் காட்டுக.

28.



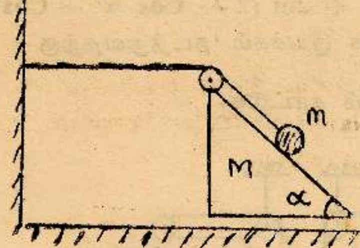
ஆப்பின் ஆர்முடுகல் $\frac{(2 + 3\sqrt{3})\,mg}{8M + 7m}$ என நிறுவுக.

29.



m^1 ஆனது H இல் இருந்து D இற்கு செல்ல எடுக்கும் நேரம்

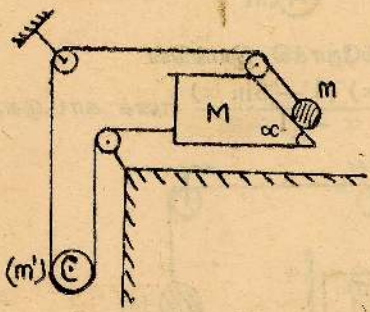
$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}\left\{\frac{(M + m^1)\,m\,(5 - 4\cos\alpha)}{2m\sin\alpha - m^1}\right\}}$$ எனக் காட்டுக.

30. 

துணிக்கையானது ஆப்பின் மீது இயக்கம் நடத்துவதற்கு வேண்டிய நிபந்தனை

$$\alpha < \cos^{-1}\left\{\left(1+\frac{M}{2m}\right)-\sqrt{\frac{M}{m}\left(1+\frac{M}{4m}\right)}\right\}$$

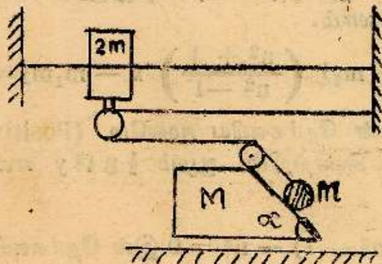
எனக் காட்டுக.

31. 

கப்பி C ஓய்வில் இருப்பின் ஆப்பின் ஆர்முடுகல்

$$\frac{2\,mg\,\sin\alpha}{M+m\,(5-4\cos\alpha)}$$ எனவும் துணிக்கை ஆப்பின் மீது இயக்கம் நடத்துவதற்கு

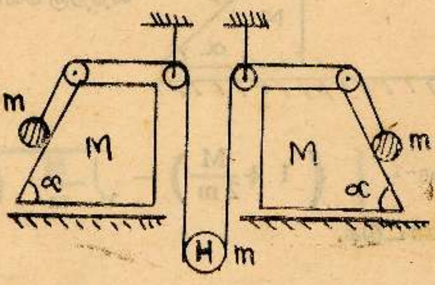
$$\frac{m}{M} < \frac{\cos\alpha}{(1-2\cos\alpha)\,(2-\cos\alpha)}$$ எனவும் காட்டுக.

32. 

ஆப்பின் ஆர்முடுகல் $\dfrac{mg \operatorname{Sin} \alpha \ (1 + 2 \operatorname{Cos} \alpha)}{3M + 2m \ (2 - \operatorname{Cos} \alpha - \operatorname{Cos}^2 \alpha)}$ எனவும் ஆப்பின் மீது துணிக்கை இயக்கம் நடத்துவதற்கு

$\dfrac{M}{m} > \dfrac{(1 - \operatorname{Cos} \alpha)^2}{3 \operatorname{Cos} \alpha}$ எனவும் காட்டுக.

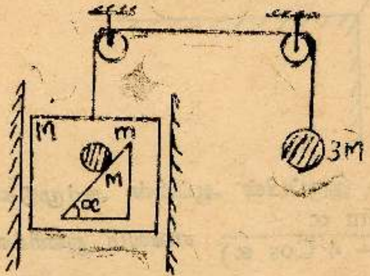
33.



H ஆனது ஆனது மேல்நோக்கி இயங்கின்

$\dfrac{M}{m} > \dfrac{2 \ (1 - \operatorname{Cos} \alpha) \ (1 - \operatorname{Sin} \alpha)}{2 \operatorname{Sin} \alpha - 1}$ எனக் காட்டுக.

34.



தூக்கி மேல்நோக்கி இயங்கின் $\dfrac{M}{m} > \operatorname{Cos} 2\alpha$ எனக்காட்டுக.

35. கிணற்றுள் இருக்கும் ஒரு வாளியை, திணிவு m_1 இனால் ஈடு செய்து, t செக்கனிலும், திணிவு m_2 இனால் ஈடுசெய்து, nt செக்கனிலும் வெளியேற்றலாம்.

$$x^2 + (m_1 - m_2) \left(\frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} \right) x - m_1 m_2 = 0$$

என்னும் சமன்பாட்டின் நேர்கணிய மூலமே (Positive root) வாளியின் நிறையெனவும், கிணற்றின் ஆழம் $\frac{1}{2} g t^2 y$ எனவும் காட்டுக. இங்கு y என்பது

$y^2 + y \dfrac{(m_1 + m_2)}{(m_1 - m_2)} (n^2 - 1) - n^2 = 0$ இன் நேர்கணிய மூலம் ஆகும்.

பயிற்சிகள்

1. நேரம் t=o இல் m திணிவுள்ள ஒரு சிறிய மாபிள் P, நிலத்தின் மீதுள்ள ஒரு புள்ளி A யிலிருந்து கதி u வுடன் நிலைக்குத்தாக மேனோக்கி எறியப்படுகின்றது. அதே நேரத்தில் m திணிவுடைய இன்னொரு சிறிய மாபிள் Q, A யிற்கு நிலைக்குத்தாக மேலாக h உயரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளி B யில் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. மாபிள்களும் நிலமும் பூரணமான மீள்தன்மையுடையன. AB யின் மீது C என்னும் புள்ளியில் அவைகளுடைய கதிகள் சமமாகும் போது இரு மாபிள்களும் மோதுகின்றன.
   i) $AC : CB = 3 : 1$
   ii) $u^2 = 2gh$ எனக் காட்டுக

   $0 \leq t \leq \frac{5h}{u}$ எனும் ஆயிடைக்கான மாபிள்கள் P யினதும் Q வினதும் வேக நேர வளையிகளை அதே வரிப்படத்தில் பருமட்டாக வரைக. P தொடர்பாக Q வின் இயக்கத்துக்கான வேக – நேர வளையியைப் புறம்பாக ஒரு வரை படத்தில் வரைக.

2. A, B என்னும் இரு புகையிரத நிலையங்கள் 10 km இடைத் தூரத்தில் உள்ளன. A யை மணிக்கு 60 கிலோ மீற்றரில் கடக்கும் ஒரு புகையிரதமானது இக் கதியை 8 km தூரத்திற்குத் தொடர்ந்து பேணிப் பின்னர், சீராக அமர்முடுகி B யில் ஓய்விற்கு வருகின்றது முதலாவது புகையிரதம் A யை கடப்பதற்கு 12 நிமிடத்திற்கு முன்னர், A யிலே ஓய்விலிருந்து புறப்பட்ட இரண்டாவது புகையிரதம் சிறிது நேரத்திற்கு 5km / மணி / நிமிடம் எனும் சீரான ஆர்முடுகலுடன் இயங்கிய பின்னர் சீராக அமர்முடுகி, முதலாவது புகையிரதம் B யை அடையும் அதே நேரத்திலே ஓய்விற்கு வருகின்றது. இரண்டிற்கும் ஒரே அச்சுகளைப் பயன்படுத்தி வேக - நேர வரைபுகள் இரண்டையும் வரைக. இப் பயணத்திற்கு இரண்டாவது புகையிரதம் 24 நிமிடங்களை எடுக்கின்றதெனக் காட்டி அதன் அதியுயர் கதியையும் km / மணி / நிமி என்பதில் அதன் அமர்முடுகலையும் காண்க.

3. O எனும் ஒரு சிறு பொருள் U என்னும் வேகத்துடன் நிலைக்குத்தாய் மேல் நோக்கி எறியப்படுகிறது. அப்பொருள் தான் அடையக்கூடிய அதி உயர்வான உயரத்தின் அரைவாசி உயரத்தை அடையும் போது வெடித்து A, B என்னும் இரு சமபாகங்களாய்ப் பிரிகின்றது. அவ்வெடியின் விளைவினால் பாகம் A ஆனது கணநிலை ஓய்விலிருக்கின்றது. மற்றப்பாகமாகிய B யின் வேகம் இரு மடங்காகின்றதெனக் காட்டுக.

பொருள் O இனதும், பாகங்கள் A, B ஆகியவற்றினதும் வேக நேர வரை கோடுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக. இரு பாகங்களின் கதிகள் சமனாகும் போது பாகம் A எறியப்புள்ளியை மட்டாக அடையும் என உய்த்தறிக.

4. கிடையுடன் θ கோணத்திற் சாய்ந்துள்ள ஒப்பமான கூரை மீது மாபிளொன்று நிலைக்குத்தாக வீழ்கின்றது. நேரம் $t=0$ இல் U cm/s எனும் கதியுடன் அது கூரையில் மோதுகின்றது. கூரைக்கும் மாபிளுக்கும் இடையிலான மீளமைவுக் குணகம் e (<1) ஆகும். கூரையின் நீளம் பெரிதெனக் கொண்டு, மாபிளின் இயக்கத்திற்கான பின்வரும் வேக - நேர வளையிகளை வெவ்வேறான இரு வரிப் படங்களில் பரும்படியாய் வரைக.

i) t யின் சார்பாகக் கூரை வழியேயான வேகக் கூறு V_1

ii) t யின் சார்பாகக் கூரைக்குச் செங்குத்தான வேகக் கூறு V_2

V_1, V_2 எனும் வேகக் கூறுகளுக்கான குறிவழக்கில் உரிய கவனம் செலுத்தி ஒவ்வொரு வரிப்படத்திலும் $0 \leq t < \infty$ எனும் வீச்சில் வளையியின் வடிவம் பருமன் ஆகியவற்றைப் பற்றிய எல்லாத் தகவல்களையும் நீர் தருதல் வேண்டும்.

5. ஒரு புகைவண்டி B ஓய்வு நிலையிலிருந்து ஓர் ஒருமை ஆர்முடுகல் f உடன் ஒரு நிலையிலிருந்து புறப்படும் அதே நேரத்தில் இன்னொரு புகைவண்டி A, U எனும் வேகத்துடனும் ஆர்முடுகல் $\frac{1}{2}f$ உடனும் அதே நிலையத்தினுடாக ஒரே திசையில் செல்கிறது. புகைவண்டி B தன்கதி V ($>U$) ஆகுமட்டும் ஆர்முடுகலுடன் சென்று பின்னர் ஒருமை அமர்முடுகல் f உடன் இயங்குமாறு தடுப்புக்களைப் பிரயோகித்து அடுத்த நிலையத்தில் ஓய்வு நிலைக்கு வருகின்றது. B அமர்முடுகலுடன் செல்லும் போது ஒரு கணத்தில் இரு வண்டிகளுக்கும் கதி KV ($K<1$) ஆகக் காணப்பட்டது. அவ்விரு வண்டிகளுக்குமான வேக - நேர வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக. B, A ஐக் கடப்பதற்கு K எவ் வீச்சினுள் இருத்தல் வேண்டும்.

6. A, B என்னுமிரு புகையிரதங்கள் X, Y என்னுமிரு புகையிரத நிலையங்களுக்கிடையே நேரிய சமாந்தரப் பாதைகளின் வழியே ஓடுகின்றன. அவை நிலையம் X ஐ ஒரே நேரத்தில் விட்டு நீங்கி Y ஐ t செக்கனில் அடைகின்றன. புகையிரதம் A, ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு, அதன் கதி U m/s ஆகும் வரை f m/s² என்னும் ஒரு சீரான வீதத்தில் ஆர்முடுகிச் செல்கிறது அது பின்னர் பாதையின் ஒரு பகுதி வழியே U m/s என்னும் சீரான கதியுடன் ஓடி இறுதியாக f m/s² என்னும் அதே சீரான வீதத்தில் அமர்முடுகி நிலையம் Y ஐ ஓய்வில் வந்தடைகிறது. புகையிரதம் B ஓய்விலிருது

புறப்பட்டு, சிறிது நேரத்துக்கு f^1 m/s² எனும் ஒரு சீரான வீதத்தில் சென்று கதியைப் பெறுகிறது. பின்னர் நிலையம் Y இல் ஓய்வுக்கு வருமுன்னர் f^1 m/s² என்னும் அதே சீரான வீதத்தில் அமர்முடுகிச் செல்கிறது. புகையிரதங்கள் A யினதும் B யினதும் இயக்கங்களுக்கான வேக - நேர வளையிகளை ஒரே படத்தில் வரைந்து

$$u\left(t-\frac{u}{f}\right)=\frac{1}{4}f^1t^2$$ எனக் காட்டுக.

B தொடர்பான A யின் இயக்கத்திற்கான வேக - நேர வளையியை வேறொரு படத்திலும் வரைக. ஒவ்வொரு படத்திலும் வேக - நேர வளையிகளின் பருமனையும் வடிவத்தையும் நீர் தெளிவாகக் குறித்துக் காட்டுக.

7. கட்டடம் ஒன்றிலிருந்து தூக்கி யொன்று இறங்கிச் செல்கிறது. முதல் மூன்றிலொரு தூரத்தை, ஓய்விலிருந்து ஒருமையான ஆர்முடுகலோடும், அடுத்த மூன்றிலொரு தூரத்தைச் சீரான வேகத்தோடும், இறுதியான மூன்றிலொரு தூரத்தை ஒருமையான அமர்முடுகலோடும் சென்று அடித்தளத்தை அடையும் போது ஓய்வுக்குக் கொண்டுவரப்படுகிறது. இது இறங்குவதற்கு எடுக்கப்பட்ட நேரம், ஒரு துணிக்கை சுயாதீனமாக விழும்போது தூக்கி சென்ற தூரத்தைப் போல் நான்கு மடங்கு தூரத்தை அடைவதற்கு எடுக்கும் நேரத்துக்குச் சமமாகும். தூக்கியின் இயக்கத்துக்கு வேக - நேர வளையியைப் பரும்படியாய் வரைந்து, இந்த தூக்கியில் ஒரு மனிதன் நின்றால் அவனது பாதத்தில் பட்டறியும் ஆரம்ப அமுக்கம் அவனது நிறையில் $\frac{23}{48}$ பங்கு என நிறுவுக. இறக்கத்தின் இறுதியில் அம்மனிதனிலுள்ள அமுக்கத்தைக் காண்க.

8. X, Y எனும் இரண்டு புகைவண்டிகள் அடையக்கூடிய உயர் கதிகள் முறையே U m/s உம் V(<U) m/s உம் ஆகும். வண்டிகள் இரண்டும் f m s² என்ற ஒரே ஒருமை ஆர்முடுகலுடனேயே புறப்பட்டு தத்தம் உயர் வேகங்களிற் சென்று f m/s² என்ற ஒரே ஒருமை அமர்முடுகலுடனேயே ஓய்விற்கு வருகின்றன; X உம், Y உம் A என்னும் நிலையத்திலிருந்து ஒரே நேரத்தில் ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு B எனும் நிலையத்தில் ஒரே நேரத்தில் ஓய்வு நிலைக்கு வருகின்றன. வண்டி X ஆனது A இற்கும் B இற்கும் இடையேயுள்ள C எனும் நிலையமொன்றில் t_0 செக்கன்களுக்கு நிறுத்தப்பட்டு அது A யிற்கும் C இற்கும் இடையே t_1 செக்கன்களும் C இற்கும் B இற்கும் இடையே t_2 செக்கன்

களுக்கும் தனது ஒருமை வேகத்துடன் சென்றது. Y ஆனது இடையே நில்லாது ஓடியது. X இற்கும் Y இற்கும் வேக—நேர வரைபுகள் வரைக;

$$(t_1+t_2)\ (u-v) = \frac{v^2}{f} + t_2 v - \frac{2}{f}(u-v)^2$$ எனக் காட்டுக.

9. ஒரு நேர்பாதையில் செல்லும் கப்பலொன்று, ஓய்விலிருந்து அதன் வேகம் 16 அடி/செ. ஆகும் வரை 8 அடி/செ² எனும் ஒரு சீரான ஆர்முடுகலுடன் இயங்குகிறது. அதன்பின் அக்கப்பல் ஒரு சீரான வேகத்துடன் செல்கிறது. கப்பல் இயங்கும் திசைக்குச் செங்குத்தாய் A, B, C என்னும் மூன்று திரைகள் AB = BC = 156 அடி ஆகுமாறு கப்பலின் தட்டிலிருக்கின்றன; கப்பல் இயங்கும் திசையில் 200 அடி/செ வேகத்துடன் இயங்கும் ஒரு குண்டு, கப்பல் இயங்கத் தொடங்கும் கணத்தில் திரை A ஐ ஊடுருவி பின்னர் திரை B ஐயும் அதன் பின்னர் திரை C ஐயும் ஊடுருவிச் செல்கின்றது. திரையொன்றை ஊடுருவிச் சென்றவுடனே பூமிக்குத் தொடர்பாய் குண்டின் வேகம் அது ஊடுருவிச் செல்வதற்கு ஒரு கணம் முன்புள்ள வேகத்தின் 4/5 ஆகும். திரைகளுக்கிடையில் குண்டு ஒரு சீரான வேகத்துடன் இயங்குகின்றது. குண்டுக்கும் கப்பலுக்குமான வேக—நேர வளை கோடுகளை ஒரே உருவத்தில் வரைக. அந்த உருவத்தை மாத்திரம் பயன்படுத்தி, A யிலிருந்து B இற்குக் குண்டு செல்ல எடுக்கும் நேரம் 1 செக்கன் எனக்காட்டுக, மேலும் B இலிருந்து C இற்குச் குண்டு செல்ல எடுக்கும் நேரத்தையும் காண்க.

10. ஒரு புகைவண்டி B ஓய்வு நிலையிலிருந்து ஓர் ஒருமை ஆர்முடுகல் f உடன் ஒரு நிலையத்திலிருந்து புறப்படும் அதே நேரத்தில் இன்னொரு புகைவண்டி A ஓர் ஒருமைக்கதி u உடன் அதே நிலையத்தினூடாகச் செல்கின்றது. அவ்விரு புகைவண்டிகளும் சமாந்தரமான பாதைகளிலே ஒரே திசையிற் செல்கின்றன. புகைவண்டி B, தன் கதி KU (>U) ஆகுமட்டும் ஆர்முடுகலுடன் சென்று பின்னர் ஒருமை அமர்முடுகல் f உடன் இயங்குமாறு, தடுப்புகளைப் பிரயோகித்து அடுத்த நிலையத்தில் ஓய்வு நிலைக்கு வருகின்றது. அவ்விரு புகைவண்டிகளுக்கான வேக—நேர வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.

$k < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$ எனின் B இற்கு A ஐக் கடக்க இயலாது என்பதைக் காட்டுவதற்கு இவ்வரிப் படத்தைப் பயன்படுத்துக.

11. ஒரு புகைவண்டி ஒரு நிலையத்தில் ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு மற்ற நிலையத்தில் நிற்கின்றது இதற்கு எடுக்கும் நேரம் எல்லாமாக 4 நிமிடம் முதல் 120 செக்கனுக்கு அது 0·4 அடி / செ^{2} இலே சீராய் ஆர்முடுகி, இறுதி 60 செக்கனுக்கு 0·5 அடி / செ^{2} இலே சீராய் அமர்முடுகின்றது. இடைப்படும் 60 செக்கனுக்கு அதன் வேகம் v அடி/செ ஆனது $v = a + bt + ct^2$ இனுலே தரப்படுகின்றது. இங்கு t செக் முதலாம் நிலையத்திலிருந்து செலவாகிய நேரம், $t = 140$ செக். ஆகும்போது உயர் வேகம் எய்தப் பெறுமென்ருல், வேக-நேர வரையைப் பரும்படி வரைந்து a, b, c யின் பெறுமதிகளைக் கணித்து அதன் உயர் வேகம் 54 அடி/செ எனக் காட்டுக.

12. A, B என்னும் இரு கல்லுருண்டைகள் நிலத்திலிருந்து h எனும் உயரத்தில் பிடிக்கப்பட்டு $t = 0$ நேரத்தில் A விழவிடப்பட்டது நிலத்துக்கும் கல்லுருண்டைக்கிடையிலுள்ள மீள்தன்மைக் குணகம் 2/3. A நிலத்தை மோதும் கணத்தில் B விழவிடப்பட்டது. $t = 0$ என்ற கணத்திலிருந்து B சார்பான A இனது இயக்கத்துக்கான வேக-நேர வரைபினைப் பருமட்டாய் வரைக. இதிலிருந்து கல்லுருண்டைகள் மோத எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.
A, B இன் இயக்கத்துக்கான வேக-நேர வரைபுகளை வரைவதன் மூலம் மோதல் நிலத்திலிருந்து $\frac{7h}{16}$ எனும் உயரத்தில் நடைபெறுமெனக் காட்டுக.

13. நேர்கோட்டில் செல்லும் ஒரு துணிக்கையின் ஆர்முடுவல் சீராகத் தூரத்துடன் குறைகிறது. A இல் 10 அடி/செ^{2} இருந்த ஆர்முடுகல் 24 அடி சென்றபின் 2 அடி/செ^{2} ஆயிற்று. A இல் வேகம் 4அடி/செ எனின் வேக-தூரவளையியை பரும்படியாக வரைக, துணிக்கையின் அதிகூடிய வேகத்தைக் காண்க.

14. ஒரு நீளா இழை ஒரு நிலைத்த கப்பியினூடு சென்று தம்முனைகளில் 4, 5 கிராம் திணிவுள்ள P.Q என்னும் இரு துணிக்கைகளைத் தாங்குகின்றது. P ஆனது 2 கிராம் திணிவுள்ள R எனும் ஒரு காவியைத் தாங்குகிறது. R ஆனது, P சுயாதீனமாக செல்லக்கூடிய ஒரு நிலையான வளையம் C யினுல் அகற்றப்படக்கூடியது. C யிற்கு மேலேயுள்ள புள்ளி A இல் P உள்ளபோது தொகுதி ($t = 0$) ல் மென்மையாக விடுவிக்கப்படுகின்றது. P ஆனது $t = T$ ல், B இல் ஓய்விற்கு வருகிறது. வளையம் C ஐ அடிக்கும்போது R இன் வேகம் u ஆகும். P இன் இயக்கத்திற்கு வேக-நேர வளையியை வரைக. அதிலிருந்து

$$T = \sqrt{\frac{40h}{g}} \qquad u = \frac{2h}{T}$$ என நிறுவுக.

இங்குAB=h ஆகும். மறுபடியும் P, C யிற்குமேல் D எனும் புள்ளியில் ஒய்விற்கு வருமாயின் $\frac{9h}{11}$ எனக்காட்டுக

15. விளிம்பு நீளம் a உம் திணிவு M உம் உள்ள கன உருவத்திண்ம மரக்குற்றி ஒன்று ஒப்பமான கிடை மேசையில் உள்ளது வேகம் u உடன் இயங்கும் திணிவு M/5 உள்ள ஒரு குண்டு குற்றியை நிலைக்குத்து முகமொன்றின் மையத்தில் அடித்து எதிர்ப்பக்க முகத்தின் மையத்தின் வழியே வேகம் 5u/6 உடன் வெளியேறுகிறது. குற்றியின் இறுதி வேகத்தைக் காண்க. தடை விசை ஒருமை எனக்கொண்டு குண்டினதும், குற்றியினதும் வேக - நேர வரிப்படத்தை வரைக.

இதனுதவி கொண்டு பின்வருவனவற்றைக் காண்க.
(i) குற்றியினூடாக குண்டு செல்ல எடுக்கும் நேரம்
(ii) இந்நேரத்தில் குற்றி சென்றதூரம்
(iii) தடைவிசை

16. d நீளமுள்ள ஒரு புகைவண்டியானது f என்னும் மாறு ஆர்முடுகலுடன் ஒரு நேர்ப்பாதை வழியாகச் செல்கிறது புகைவண்டி அடையக்கூடிய உயர்வேகம் 2v ஆகும். ஒரு காரானது மாறு ஆர்முடுகல் 2f உடன் புகைவண்டியின் பாதைக்கு சமாந்தரமான பாதையில் புகைவண்டி செல்லும் திசையில் செல்கிறது. கார் அடையக்கூடிய உயர்வேகம் 3v ஆகும் காரினது முற்பகுதி வண்டியின் பிற்பகுதியுடன் ஒரே மட்டத்தில் இருக்கும்போது காரினதும் வண்டியினதும் கதிகள் v/2 உம் v உம் ஆகும்.

$3v^2 < 16fd$ ஆயின் ஒவ்வொன்றும் அதற்குரிய உயர் கதிகள் அடைந்ததும் அதே கதிகளைத் தொடர்ந்து பேணினல் இப்புள்ளியிலிருந்து காரின் முற்பகுதி புகைவண்டியின் முற்பகுதியுடன் ஒரே மட்டத்திற்கு வரும்வரை புகைவண்டி சென்ற தூரம்

$(16fd + 13v^2) / 8f$ எனக் காட்டுக.

இதற்கு எடுக்கப்பட்ட நேரம்

$\frac{d}{v} + \frac{17v}{16f}$ எனக் காட்டுக.

17. A, B எனும் இரண்டு சிறிய பந்துகள் O என்னும் ஒரு புள்ளியில் வைக்கப்பட்டுள்ளன A ஆனது நிலைக்குத்து வேகம் V அடி/செ $t=0$ என்ற நேரத்தில் மேல் நோக்கி எறியப்படுகிறன்து. A ஆனது மிகக்கூடிய உயரத்தை அடைய முன்னர். O விலிருந்து நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி அதே வேகம் V உடன் $t=t_0$ என்ற நேரத்தில்

B எறியப்படுகின்றது. A, Bயின் இயக்கத்துக்கான வேக—நேர வளையிகளை ஒரே படத்தில் வரைக.

பந்துகள் $t=T$ செக்கனில் புள்ளி Cயில் போதுமாயின்

$[2v-g(T-t_o)](T-t_o)=(2v-gT)t_o$ எனக் காட்டுக.

மேலும் $OC=\frac{4v^2-g^2t_o^2}{8g}$ அடி எனக் காட்டுக.

18. நேர்ப்பாதையொன்றில் f^2 அடி/செ மாறு ஆர்முடுகலுடன் சென்று கொண்டிருந்த ஒரு மோட்டார் சைக்கிள்காரன் தன்முன் 2l நீள முள்ள AB எனும் பாலத்தை A யிலிருந்து d தூரத்தில் உள்ள போது காண்கிருன். அக்கணத்தில் அவன் கதி u அடி/செ ஆகும்; ஆனல் அவன் t செக்கனின் பின்னரே ஆர்முடுகலை நிறுத்தி மாறு அமர்முடுகல் f^1 அடி/செ^{2} உபயோகித்து வேகத்தைக் குறைக்க முடிந்தது. Aஐ அடையும்போது அவன் வேகம் பாலத்தில் செல்லு தற்குரிய அதியுயர் கதி v அடி/செ ஆக இருந்தது. தொடர்ந்து அதே அமர் முடுகலுடன் சென்றிருந்தால் பாலத்தின் நடுவில் ஓய்வடைந்திருப்பானெனின் வேக-நேர வளையியினை வரைந்து v ஐ ஏனைய கணியங்களில் காண்க,

$2(d+l)f^1=u^2+2(f+f^1)ut+f(f+f^1)t^2$ என நிறுவுக:

19. ஒரு தூக்கி ஓர் கட்டிடத்தின் தரையிலிருந்து 5h அடி உயரத்தி லுள்ள ஐந்தாம் மாடியின் தரைக்கு ஏறுகின்றது. முதலில் $(t=o)$ தூக்கி ஓய்விலிருந்து f_1 அடி/செ^{2} ஆர்முடுகலுடன் புறப்பட்டு உயர்கதி u அடி/செ பெற்று t_1 செக்கன்களுக்கு அக்கதியுடன் இயங்கியபின், மாறு அமர்முடுகல் f_2 அடி/செ^{2} உடன் மூன்றும் மாடியின் தரைக்கு ஓய்விற்கு வருகிறது. அங்கு t_0 செக்கன்களுக்குத் தங்கிப் பின் அதே ஆர்முடுகல், உயர்வேகம், அமர்முடுகல் ஆகிய வற்றுடன் இயங்கி, ஐந்தாம் மாடியின் தரையில் ஓய்வடைகின் றது. அவ்வியக்கத்திற்கு எடுத்த நேரம்

$$T=u\left(\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}\right)+\frac{5h}{u}+t_0$$ என நிறுவுக.

$f_1 \leq f,\ f_2 \leq f\ \ u \leq v$ ஆயின் $2h < v^2/f < 3h$ ஆயின் T இன் அதி குறைந்த பெறுமதி,

$$t_0+2\sqrt{\frac{2h}{f}}+\frac{v}{f}+\frac{3h}{v}$$ என நிறுவுக.

20. A, B என்பன இரு நிலையங்களாகும், **i** என்பது Aயிலிருந்து Bக்குத் திசை கொண்ட ஓர் அலகுக்காவியாகும். **j** என்பது AB யிற்குச் செங்குத்தான ஓர் அலகுக்காவியாகும். நேரம் $t=o$ இல் R_1 என்னும் ஒரு வாணம் A யிலிருந்து மெதுவாகப் புறப்பட்டு $f(\mathbf{i}+\mathbf{j})$

என்னும் ஒரு சீரான ஆர்முடுகலுடன் செல்கிறது. நேரம் t_o செக்கன்கள் பின்னர் R_2 என்னும் வாணம் B யிலிருந்து புறப்பட்டு $2f(-i+j)$ என்னும் ஆர்முடுகலுடன் R_1 ஐ சந்திக்கும் முகமாகவே செல்கிறது. $t_o + t_c$ செக்கன்களில் வாணங்கள் ஒன்றையொன்று மோதுகின்றன. ஒரே வரைப்படத்திலே R_1, R_2 இன் பாதையையும், ஒரே படத்தில் கதி-நேர வளையிகளையும் வரைக.
$tc = to(t+\sqrt{2})$ எனக் காட்டுக.

21. கடுகதிப் புகையிரதமொன்று d அடி இடைத்தூரத்தில் அமைந்திருக்கும் A, B எனும் இரண்டு புகையிரத நிலையங்களுக்கு இடையில் u அடி/செ எனும் சீரான கதியுடன் ஓட எதிர்பார்க்கப்படுகின்றதாயினும், அது B யிலிருந்து $\frac{1}{3}d$ அடியிலுள்ள கைகாட்டிக் கம்பம்மொன்றில் தடுத்து நிறுத்தப்பட்டு அங்கு $\frac{11d}{24u}$ செக் தாமதிக்கப்பட்ட பின்னர் பயணத்தை மீண்டும் ஆரம்பித்து B யை v அடி/செ கதியுடன் கடக்கின்றது. இதன் ஆர்முடுகலும், அமர்முடுகலும் சமமாகவும், அமர்முடுகலுக்கு எடுத்த நேரம் புகையிரதம் இயங்கிக் கொண்டிருந்த மொத்த நேரத்தின் $\frac{1}{25}$ ஆயினும் இருப்பின் வேக-நேர வரைபொன்றை வரைந்து A யிலிருந்து B க்குச் செல்ல எடுத்த மொத்த நேரத்தைக் காண்க. முழுப் பயணத்திற்குமான சராசரிக் கதி $\frac{2}{3}u$ என உய்யத்தறிக.

22. O எனும் புள்ளியிலிருந்து ஓய்வு நிலையிலிருந்து $t=o$ இல் A யெனும் துணிக்கை மாறு ஆர்முடுகல் f உடன் புறப்படுகிறது. உயர்கதி u பெற்றதும் உடனடியாக மாறு அமர்முடுகல் f இனுல் ஓய்வடைகின்றது A உயர் கதியைப்பெறும் கணத்தில் O வை B எனும் துணிக்கை கடந்து A இயங்கும் நேர்கோட்டிலேயே மாறுக்கதி $(u+v)$ உடன் தொடர்ந்து இயங்கியது.

(i) இரு துணிக்கைகளின் இயக்கத்திற்கும் உரிய வேக-நேர வரைபுகளை ஒரே படத்தில் வரைந்து A ஐ B கடக்க எடுத்த நேரம்

$$\sqrt{\frac{\sqrt{u^2+v^2}-v}{f}}$$ என நிறுவுக.

(ii) B தொடர்புகளை A யின் இயக்கத்திற்கு ஒரு வேக-நேர வரைபு வரைந்து அதிலிருந்து மேலே பெற்ற முடிபினை எடுத்துக் காட்டுக.

(iii) A ஓய்வடையும் கணத்தில் A, B க்கிடையில் $\frac{uv}{f}$ என நிறுவுக.

23. வாயுக் கூண்டொன்று t=o என்னும் நேரத்தில் நிலத்திலிருந்து மென்மையாக விடப்படுகின்றது. அது f என்னும் சீர் ஆர்முடுகலுடன் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி எழுகின்றது. t=T நேரத்தில் நிலத்திலுள்ள அதே புள்ளியிலிருந்து கல்லொன்று வேகம் u உடன் நிலைக் குத்துத் திசையில் எறியப்படுகின்றது, வாயுக்கூண்டிற்கும் கல்லிற்கும் வேக-நேர வளையிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.

கல்வாயுக்கூண்டை மட்டுமட்டுமட்டாகத் தொடுதற்குரிய நிபந்தனை

$$u = T\,[f + \sqrt{f^2 + fg}\,]$$ என நிறுவுக.

கல் அதன் உச்ச உயரத்தை அடையும்பொழுது நிலத்திலிருந்து வாயுக்கூண்டின் தூரத்தைக் காண்க.

24. A எனும் நிலையத்திலிருந்து தூரம் l லுள்ள இன்னொரு நிலையம் Bஐ அடைய m திணிவுள்ள உடைய புகைவண்டியொன்று நிலையம் A யிலிருந்து புறப்படுகிறது. அதியுயர்வான கதி V ஆகவும் சராசரிக் கதி v ஆகவும் இருக்கின்றன. தடுப்புகள் பிரயோகிக்கப்படாத போது இயக்கத்திற்கான தடை $\frac{muV}{lg}$ ஆகவும், தடுப்புகள் பிரயோகிக்கப்பட்டபோது தடை $\frac{mu^1V}{lg}$ ஆகவும் உள்ளன. இங்கு u, u^1 என்பவை ஒருமைகளாகும். புகைவண்டி ஆர்முடுகலுடன் செல்லும்பொழுது எஞ்கினின் இழுப்பு மாறுப்பெறுமானத்தையும், அதியுயர்வான கதியுடன் செல்லும்போது எஞ்சினின் இழுப்பு மற்றொரு பெறுமானத்தையும் கொண்டு இருக்கும் அதியுயர்வான கதியை அது எடுத்த நேரம்,

$\frac{1}{U}$ ஆயின் U ஐக் காண்க.

25. ஒரு அகலமான தேர்த்தெருவில் ஒரு மோட்டார் வண்டி A சீரான வேகம் u உடன் சென்று கொண்டிருக்கின்றது. அதே தெருவில் B என்னும் மோட்டார் வண்டி சீரான ஆர்முடுகல் f உடன் சென்று கொண்டிருக்கின்றது. அத்தெருவில் X என்னும் புள்ளியில் வண்டி A, வண்டி B யை முந்துகின்றது. அப்பொழுது B இன் வேகம் $v\ (<u)$ ஆகும். சிறிது நேரத்தின் பின்னர் B யானது A யை, Y எனும் புள்ளியில் முந்துகிறது. அடுத்த கணத்திலிருந்து B தான் எய்திய வேகத்துடன் சீராகச் செல்கிறன்து; A சீரான வேக வளர்ச்சியுடன் செல்கின்றது. இதனல் A யானது திரும்பவும் B யை Zஎன்னும் புள்ளியில் முந்த முடிகின்றது. இவ்விரு வண்டிகளுக்குமான வேக-நேர வரையினை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக. அதிலிருந்து

(i) X. Y என்னும் புள்ளிகளுக்கிடையில் A க்கும் B க்கும் மிடையே இருக்கக்கூடிய அதிகூடிய இடைத்தூரத்தைக் காண்க.

(ii) XY ஐக் காண்க.

(iii) XY=YZ ஆயின் A யின் வேகவளர்ச்சியைக் காண்.

26. A, B என்பன இரு சந்திகளாகும். i என்பது A யிலிருந்து B க்குத்திசை கொண்ட ஓர் அலகுக்காவியாகும். j என்பது AB இற்குச் செங்குத்தான ஓர் அலகுக்காவியாகும். நேரம் t=o இல் C_1 எனும் சைக்கிளோட்டி A யிலிருந்து $\frac{\sqrt{3}}{2} f\ \mathbf{i} + \frac{1}{2} f\ \mathbf{j}$ என்னும் ஒரு சீரான ஆர்முடுகலுடன் புறப்படுகிறன். நேரம் t_0 செக்கனின் பின்னர் C_2 என்னும் சைக்கிளோட்டி B இலிருந்து புறப்பட்டு $\frac{\sqrt{3}}{2} f\ \mathbf{i} + \frac{3}{2} f\ \mathbf{j}$ எனும் சீரான ஆர்முடுகலுடன் செல்லுகின்றன். $(t_0 + t_c)$ செக்கனில் இருவரும் மோதுகிறார்கள். அவர்களின் இயக்கத்துக்கான கதி-நேர வளையிகளை வரைந்து

$t_c = \frac{1}{2} t_0 \ (1 + \sqrt{3})$ ஆகுமெனக் காட்டுக.

27. ஒரு மாபிளொன்று ஓய்விலிருந்து h தூரம் நிலைக்குத்தாய் விழுந்து ஒரு ஒப்பமான கிடைத்தரையுடன் மோதுகிறது. தரைக்கும் மாபிளுக்குமிடையிலான மீளவைவுக் குணகம் $e\ (< 1)$ ஆகும். நேரம் நேரம் $t = O$ இல் வேகம் பூச்சியம் எனக்கொண்டு மாபிளின் இயக்கத்துக்கான வேக-நேர வளையியை வரைக. $O < t < \infty$ எனும் வீச்சில் வளையியின் வடிவம். பருமன் ஆகியவற்றைக் கருத்திற் கொண்டு மாபிள் ஓய்வுக்குவரமுன் கடக்கப்பட்ட முழுத்தூரம்

$$\frac{1 + e^2}{1 - e^2} h \text{ எனவும்,}$$

எடுக்கப்பட்ட முழு நேரம்

$$\sqrt{\frac{2h}{g}} \left(\frac{1 + e}{1 - e}\right) \text{எனவும் காட்டுக.}$$

28. ஒரு விமானம் தரையில் காற்றுக்கு எதிராக அதியுயர் ஆர்முடுகல் f அடி/செக்^{2} உடன் அசைந்து t செக்கன்களில் பெற்ற வேகத்தில் தரையை விட்டு நீங்கி வளியினுள் கிளம்பிச் செல்வதாகும் ஒரு விமான நிலையத்திலிருந்து அவ்விமானம் ஓய்விலிருந்து காற்றின் திசையில் f_1 அடி/செ^{2} ஆர்முடுகலுடன் t_1 செக்கன்களுக்கு இயங்கிப் பெற்றவேகத்துடன் t_2 செக்கன்களுக்கு அசைந்து பின்னர் மாரு அமர்முடுகலுடன் f_2 அடி/செ^{2} உடன் இயங்கி ஓய்வடைந்து

தாமதியாது முன்பின்னாகத் திரும்புகிறது. உடனடியாக அதியுயர் ஆர்முடுகலுடன் ஓடி வளியினுள் கிளம்பி விடுகின்றது. விமானத்தின் இயக்கத்திற்கு ஒரு வேக - நேர வளையினைப் பருமட்டாக வரைந்து விமான நிலையத்திற்கும் விமானம் தரையை விட்டு நீங்கி வளியினுள் கிளம்பும் புள்ளிக்குமிடையில் தூரத்தினைக் காண்க அதிலிருந்து $t_1 \leq t \left[\frac{f\ f_2}{t_1(f_1+f_2)} \right]^{\frac{1}{2}}$ ஆயின் விமான நிலையத்தைக் கடக்குமுன் விமானம் தரையைவிட்டு வளியினுள் கிளம்பி விடுமென நிறுவுக.

விமானத்தின் அதியுயர் ஆர்முடுகலும் அமர்முடுகலும் f அடி/செக்^{2} ஆயின் விமான நிலையத்தை மட்டுமட்டாக விமானம் கடக்கும் போது தரையைவிட்டு நீங்கி வளியினுள் கிளம்புதற்கு அது எடுக்கக் கூடிய மிகக் குறைந்த நேரமென்ன?

29. ஒரு மனிதன், d m தூரத்திற்கப்பால் ஒரு பஸ் வண்டி ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு மாறு ஆர்முடுகலுடன் இயங்குவதைக் காண்கின்றான். அப்பொழுதே அவன் ஒரு மாறுக்கதியுடன் அதன் பின்னால் ஓடி அதனை ஒரு நிமிடத்தில் மட்டுமட்டாகப் பிடிக்கிறான். மனிதனின் கதியையும், பஸ் வண்டியின் ஆர்முடுகலையும் d யின் சார்பில் காண்க.

மனிதனின் கதி (d / 40) ms^{-1} எனின், t செக்கன்களில் அவனுக்கும் பஸ் வண்டிக்குமிடையேயுள்ள தூரத்திற்கு ஒரு கோவையைப் பெறுக.

அதிலிருந்து ஒரு போதும் பஸ் வண்டியைப் பிடிக்க முடியாது எனக் காட்டி, அவ்விடைத் தூரத்தின் மிகக் குறைந்த பெறுமானத்தையும் கணிக்க. அந் நிலையில் பஸ் வண்டியின் வேகம், மனிதனின் வேகத்திற்குச் சமனாகும் என்பதையும் வாய்ப்புப் பார்க்க.

30. ஒரு புகைவண்டி A ஓய்வு நிலையிலிருந்து ஒரு ஒருமை ஆர்முடுகல் f உடன் ஒரு நிலையத்திலிருந்து புறப்படும். அதே நேரத்தில் இன்னொரு புகைவண்டி B ஓர் ஒருமைக்கதி V உடன் அதே நிலையத்தினூடாகச் செல்கின்றது. அவ்விரு வண்டிகளும் சமாந்தரமான பாதைகளிலே ஒரே திசையிற் செல்கின்றன. புகைவண்டி A தன் கதி U ஆகுமட்டும் ஆர்முடுகலுடன் சென்ற பின் சீரான வேகத்துடன் செல்கின்றது. இதனால் A ஆனது a $\left(> \frac{U^2}{2f} \right)$ தூரம் சென்றதும் Bஐ முந்த முடிகின்றது. A சீரான கதியுடன் இயங்கிய நேரம் $\frac{a}{V} - \frac{U}{f}$ எனக் காட்டுக.

மேலும் $U^2 V - 2afU + 2afV = 0$ எனவும் காட்டுக.

31. ஒரு புகையிரதத்தின் உயர் ஆர்முடுகள் f_1, உயர் அமர் முடுகல் f_2, உயர் கதி V ஆகும்.

i) $S < \frac{1}{2} V^2 \left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}\right)$ ii) $S > \frac{1}{2} V^2 \left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}\right)$

ஆயிருக்கும் போது ஒய்விலிருந்து ஓய்விற்கு S எனும் தூரத்தைச் செல்ல புகையிரதத்துக்கு எடுக்கும் அதி குறைந்த நேரத்தைக் காண்க.

32. ஒரு நேர்ப்பாதையில் செல்லும் கப்பலொன்று ஓய்விலிருந்து அதன் வேகம் 20 அடி/செ ஆகும்வரை 10 அடி/செ^{2} என்னும் ஒரு சீரான ஆர்முடுகலுடன் இயங்குகிறது. அதன்பின் அக்கப்பல் ஒரு சீரான வேகத்துடன் செல்கிறது. கப்பல் இயங்கும் திசைக்குச் செங்குத்தாக X, Y, Z என்னும் திரைகள் XY = YZ = 55^1 ஆகுமாறு கப்பலின் தட்டிலிருக்கின்றது. கப்பல் இயங்கும் எதிர்த்திசையில் கிடையாக 60 அடி/செ வேகத்துடன் இயங்கும் ஒரு குண்டு கப்பல் இயங்கத் தொடங்கும் கணத்தில் திரை Xஐ ஊடுருவி பின்னர் திரை Yஐயும் அதன் பின்னர் Zஐயும் ஊடுருவிச் செல்கின்றது. திரைகளை ஊடுருவிச் செல்வதால் அதன் வேகம் 10 அடி/செக் ஆல் திடீரெனக் குறைகின்றது. திரைகளுக்கிடையில் குண்டு ஒரு சீரான வேகத்துடன் இயங்குகின்றது. குண்டுக்கும் கப்பலுக்குமான வேக நேர வரைகோடுகளை ஒரே உருவத்தில் வரைக.

அதைப் பயன்படுத்தி X இலிருந்து Y இற்குச் செல்ல எடுக்கும் நேரம் 1 செக்கன் எனக் காட்டுக.

மேலும் Y இலிருந்து Z இற்குக் குண்டு செல்ல எடுக்கும் நேரத்தையும் காண்க.

33. ஒரு தூக்கி ஒரு கட்டிடத்தின் தரைநிலம் A யிலிருந்து h மீ உயரத்திலுள்ள B எனும் மாடிக்கு ஏறுகிறது. இயக்கம் மூன்று பகுதிகளில் முற்றுகிறது. முதல் பகுதியில் தூக்கி ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டுச் சீரான ஆர்முடுகல் f மீ/செ^{2} உடனும் பின்னர் சீரான வேகம் v மீ/செ உடனும் இயங்கி இறுதியில் f மீ/செ^{2} அமர் முடுகலுடன் B இல் ஓய்வுக்கு வருகிறது. பிரயாணத்துக்கு எடுத்த நேரம் t செக் ஆயின், சீரான வேகத்துடன் இயங்கிய நேரம் $\sqrt{t^2 - \frac{4h}{f}}$ செக் என நிறுவுக, இதிலிருந்து t இன் இழிவுப் பெறுமானத்தை உய்த்தறிக.

34. மேல் நோக்கி நிலைக்குத்தாக u m s^{-1} வேகத்துடன் ஒரு துணிக்கை வீசப்பட்டு t_0 செக்கன்களின் பின்னர், இன்னொரு துணிக்கை அதே புள்ளியிலிருந்து அதே தொடக்கவேகத்துடன் மேனோக்கி

வீசப்பட்டது. இரு துணிக்கைகளினதும் இயக்கத்திற்கான வேக-நேர வரைபுகளை, ஒரே படத்தில் வரைக. அதிலிருந்து முதற் துணிக்கை வீசப்பட்ட கணத்திலிருந்து $\left(\frac{t_0}{2}+\frac{u}{g}\right)$ செக்கன்களின் பின்னர் இவ்விரு துணிக்கைகளும் சந்திக்குமெனக் காட்டுக.

மேலும், எறியல் புள்ளியிலிருந்து அவை

$\left(\frac{4u^2 - g^2 t_0^2}{8g}\right)$ m உயரத்தில் சந்திக்கும் எனவும் காட்டுக.

35. ஒரு தூக்கி ஒரு கட்டிடத்தின் தரைநிலம் A இலிருந்து h அடி உயரத்திலுள்ள, உச்சி நிலம் Z க்கு ஏறுகிறது. இயக்கம் மூன்று பகுதிகளில் முற்றுகிறது. முதல் பகுதியில், தூக்கி ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டுச் சீரான ஆர்முடுகல் f_1 அடி / செ^{2} உடன் இயங்கி u அடி / செ. வேகத்தையடைகிறது. இரண்டாம் பகுதியில், t செக்கன்களுக்குச் சீரான வேகம் u அடி / செ. உடன் செல்கிறது. கடைசிப் பகுதியில் அது சீரான அமர்முகல் f_2 அடி / செ^{2} உடன் இயங்கி Z இல் ஓய்வுக்கு வருகிறது. தூக்கி A இலிருந்து Z க்குச் செல்ல எடுக்கும் முழுநேரம் T,

$$T=\frac{u}{2}\left(\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}\right)+\frac{h}{u}$$ ஆல் தரப்படும் என நிறுவுக.

f_1, f_2 ஒவ்வொன்றும் f இலும் கூடாமலும், u ஆனது v இலும் கூடாமலும் இருப்பின்,

$h \leq \frac{v^2}{f}$ அல்லது $h \geq \frac{v^2}{f}$ ஆக இருப்பதற்கேற்ப தூக்கியின் அதி குறைந்த இழிவுநேரம்

$$2\sqrt{\frac{h}{f}}$$ அல்லது $$\frac{v^2+fh}{fv}$$ செக். எனக் காட்டு.

36. ஒரு பஸ்வண்டி நேர்த்தெருவில் u அடி / செ. வேகத்துடன் செல்கிறது. அவ்வண்டி, தெருவில் A என்னும் புள்ளியிலிருக்கும் பொழுது ஒரு பிரயாணி, a அடி தூரத்திலுள்ள தங்குமிடம் H இல் இறங்க விரும்புகிறான். $AB = BC = CH = \frac{a}{3}$ ஆக B, C புள்ளிகள் A, H இற்கிடையே உள்ளன. A, B, C புள்ளிகளைப் பஸ் கடக்கும்போது சாரதி மும்முறை தடுப்பைப் பிரயோகிப்பதால், AB, BC, CH இடைவெளிகளில் முறையே f, 2f 3f அடி / செ^{2} அமர்முடுகல்களுடன், வண்டி சென்று, H இல் ஓய்விற்கு வருகிறது. வேக - நேர வரைப்படத்தை வரைந்து,

$$f=\frac{u^2}{4a}$$ என நிறுவு.

A இலிருந்து H இற்குச் செல்ல எடுக்கும் நேரம்

$$\left\{12-\left(\sqrt{30}+\sqrt{2}\right)\right\}\frac{a}{3u}$$ செ. என நிறுவு.

37. ஒரு 3நேர்த்தெருவில் v அடி / செ. வேகத்துடன் செல்லும் ஒரு மோட்டார் சைக்கிள்காரன் புள்ளி C ஐக் கடக்கும்போது, தனக்கு முன்பாக, $2l$ அடி நீளமுள்ள ஒரு பாலம் AB ஐக் காண்கிறுன். C இலிருந்து, பாலத்தின் நடுப்புள்ளி D, d அடி ($d > l$) தூரத்திலுள்ளது. பாலத்தில் வாகனங்கள் செல்லக்கூடிய மிகக்கூடிய வேகம் u அடி / செ. ஆகும். C இலிருந்து சீரான அமர்முடுகல் f அடி / செ^{2} உடன் செல்கிறுன். பாலத்தின் இரு முனைகள் A ஐயும் B ஐயும் கடக்கும்பொழுது அவன் வேகம் u அடி / செ. ஆகும். சைக்கிளின் வேக - நேர வரைப்படத்தைப் பரும்படியாய் வரைக.

பாலத்தில், சைக்கிள்காரனது மிகக் குறைந்த வேகத்தைக் கணித்து, $v \leq u\sqrt{\frac{d}{l}}$ ஆயின் மட்டுமே இவ்வியக்கம் சாத்தியமாகுமென நிறுவு. C இலிருந்து B ஐக் கடக்கச் சைக்கிள்காரன் எடுக்கும் முழுநேரத்தையும் காண்.

38. ஒரு கடுகதிப் புகையிரதம் வழக்கமாகச் சீரான வேகம் u அடி / செ. உடன் இரு நிலையங்கள் A, B களுக்கிடையில் ஓடுகிறது. ஒரு நாள், வழக்கம்போல் சென்ற புகையிரதம், ABக்கிடையில் உள்ள ஒரு கைகாட்டிப் புள்ளி C இற்கு, f_1 அடி / செ^{2} சீரான அமர்முடுகலுகலுடன், ஓய்விற்குவந்து, t_0 செக்கன்களுக்கு C இல் தாமதித்து, பின்பு f_2 அடி / செ^{2} சீரான ஆர்முடுகலுடன் வேகத்தை உயர்த்தி, வேகம் u அடி / செ. எய்தியதும் வழக்கம்போல் சென்றது இன்று, நிலையம் B ஐக் கடந்து செல்ல, வழக்கத்து நேரத்திலும் T செக். பிந்தியது. T ஐ ஒரு கோவையாகக் காண்.

f_1, f_2 என்பன f ஐ அதிகரிக்காதெனின், T இன் மிகச் சிறிய பெறுமானம் $t_0+\frac{u}{f}$ என நிறுவுக.

39. ஒரு நேர்த் தெருவிலுள்ள A, B என்ற இரு புள்ளிகளுக்கிடையிலுள்ள தூரம் 2a அடி ஆகும். AB இனது நடுப்புள்ளியாகிய C இல் ஓர் ஒடுக்கமான அகழி உண்டு. ஒரு லொறி u அடி / செ என்னும் கதியுடன் A இற் சென்றுகொண்டிருக்கிறது. அது, இடைவெளி AC இல் மாரு ஒரு வீதத்தில் கதியைக் குறைத்துக்கொண்டு சென்று C ஐ v அடி / செ என்னும் கதியில் அடைகிறது. அகழியில் ஏற்பட்ட கணக்குலுக்கம் காரணமாக, C இல், அதன் கதி w ($< v$) அடி / செ ஆற் திடீரெனக் குறைகிறது. அந்த லொறி பின்னர்

இடைவெளி CB இல் மாறுத அமர்முடுகலுடன் சென்று B இல் நிற்கிறது. லொறியின் இயக்கத்துக்கு ஒரு வேக - நேர வளையியை பரும்படியாய் வரை.

லொறி A இலிருந்து B இற்குச் செல்ல எடுக்கும் முழு நேரம் $2a\left\{\frac{1}{u+v}+\frac{1}{v-w}\right\}$ செ. எனக் காட்டு.

AC, CB என்னும் இடைவெளிகளில் அந்த லொறியினுடைய அமர்முடுகல்களைக் கண்டு, $w = v - \sqrt{u^2 - v^2}$ ஆயின், அமர் முடுகல்கள் சமன் எனக் காட்டு.

40. A, B என்னும் இரண்டு சிறிய பரல்கள் (கல்லுருண்டைகள்), O என்னும் இரு புள்ளியில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. A ஆனது ஒரு நிலைக்குத்து வேகம் u உடன் $t = 0$ என்ற நேரத்தில் மேல் நோக்கி எறியப்படுகிறது. A தனது மிகக் கூடிய உயரத்தை அடைகையில் O இலிருந்து நிலைக்குத்தாய் மேல் நோக்கி அதே வேகம் u உடன் B வீசப்படுகிறது. $t=0$ என்ற கணத்திலிருந்து, A இனது B தொடர் பான இயக்கத்துக்கான வேக - நேர வளையியைப் பருமட்டாய் வரை. அதிலிருந்து பரல்கள்.

நேரம் $\frac{3u}{2g}$ இல் மோதுமென்று காட்டு.

41. ஒரு துணிக்கையானது நேரம் $t=0$ இலே ஒரு நிலைத்த புள்ளி O இலே ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு ஒரு நேர்ப்பாதை வழியே இயங்குகின்றது. அத் துணிக்கையானது நேரம் t_1 இற்கு ஒரு சீர் ஆர்முடுகல் f_1 உடன் இயங்குகின்றது; அது, அடுத்த நேரம் t_2 இற்கு ஒரு சீர் அமர்முடுகல் f_2 உடனும் அதன்பின் ஒரு சீர் ஆர்முடுகல் f_1 உடனும் இயங்குகின்றது $(f_1, f_2 > 0)$.

(a) $f_2 t_2 < f_1 t_1$, (b) $f_2 t_2 = f_1 t_1$, (c) $f_2 t_2 > f_1 t_1$ என்னும் வகைகளை வேறுபடுத்திக் கொண்டு, அத் துணிக்கையின் இயக்கத்திற்குக் வேக - நேர வரைபுகள் வரை.

வேக - நேர வரைபுகளைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றைக் காட்டு:-

(i) $f_2 t_2 \leq f_1 t_1$ எனின், அத் துணிக்கையானது தனது இயக் கத் திசையை ஒருபொழுதும் மாற்றுது;

(ii) $f_2 t_2 < 2f_1 t_1$ எனின், அத் துணிக்கையானது O இனூ டாக ஒரு பொழுதுஞ் செல்லாது;

(iii) $f_2 t_2 = 2 f_1 t_1$ எனின், அத் துணிக்கையானது நேரம் $(2t_1 + t_2)$ இலே கணநேரம் O இற்குத் திரும்புகின்றது;

(iv) $f_2 t_2 > 2f_1 t_1$ எனின், அத் துணிக்கையானது பின்னர் வரும் இயக்கத்திலே O இனூடாக இருமுறை செல்கின் றது.

41. ஓர் ஏவுகணையானது (rocket), முதல் 3t செக்கனுக்கு மேன்முக ஆர்முடுகல் g/3 உடனும், அடுத்த 2t செக்கனுக்கு மேன்முக ஆர்முடுகல் g/2 உடனும், அடுத்த t செக்கனுக்கு மேன்முக ஆர் முடுகல் g உடனும், ஓய்விலிருந்து நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி ஏவப்படுகின்றது. பின்னர் எரிபொருள் அடைக்கப்பட, ஏவுகணை யானது புவியீர்ப்பின்கீழ் தரையிலே விழுகின்றது.

ஏவுகணையின் இயக்கத்திற்குக் கதி - நேர வரைபினை வரைக; வரைபிலிருந்து பின்வருவனவற்றைத் துணிக:-

(i) ஏவுகணையானது அதன் மிகப் பெரிய உயரத்தை அடைய எடுத்த நேரம்,

(ii) அடைந்த மிகப் பெரிய உயரம்,

(iii) ஏவுகணை ஏவப்பட்டபின் மறுபடியும் பூமியை அடைய எடுத்த நேரம்,

(iv) பூமியை அடையும்போது ஏவுகணையின் கதி.

42. ஒரு சிறு பொருள் A, 3m திணிவுடையது. அது வேகம் u உடன் நிலைக்குத்தாய் மேல்நோக்கி எறியப்படுகிறது. அப்பொருள் தான் அடையக்கூடிய அதியுயர்வான உயரத்தின் அரைவாசி உயரத்தில் P, Q, R எனும் மூன்று சமபகுதிகளாகப் பிரிகின்றது, வெடிப்பின் விளைவால் P கணநிலை ஓய்வுற, Q வின் வேகம் மாறுது. நிலைக் குத்தாய் மேலே செல்கின்றது. R இன் வேகத்தைக் காண்.

பொருள் A, பாகங்கள் P, Q, R ஒவ்வொன்றினதும் வேக-நேர வளையிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.

P எறியப் புள்ளியை அடையும்போது R இன் வேகத்தையும், P இன் வேகத்தையும் காண்க. Q எறிபுள்ளியை அடைய எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க, Q தொடர்பான R இன் இயக்கத்துக்கான வேக - நேர வளையியை வேறு ஒரு படத்தில் வரைக.

43. u அடி/செக் என்னும் சீரான கதியுடன் நேரான வீதியிற் செல்லும் மோட்டார் சைக்கிளோட்டி M எதிரேயுள்ள AB என்னும் பால மொன்றைக் காண்கிறான். பாலத்தின் நீளம் 2a அடியாகும். பாலத்தின் மேற் செல்லும் அதிகூடிய கதி v அடி / செக் ஆகும். $t = t_0$ என்ற நேரத்தில் புள்ளி Xஐத் தாண்டியதும் உடனடியாக அமர்முடுகல் f அடி / செக்^{2} உடன் சென்று பின்னர் f அடி / செக்^{2} என்னும் ஆர்முடுகலுடன் சென்று பாலத்தைக் கடக்கிறான். பாலத்தின் இரு முனைகளிலும் அவன் வேகம் v அடி / செக் ஆகும். மோட்டார் சைக்கிளோட்டி Xஐத் தாண்டும். அதே கணத்தில் ஒரு பைக்கிளோட்டி w அடி / செக் என்னும் வேகத்துடன் Xஐத்

சார்புவேகம்

1. நிலையான நீரில், மனிதனொருவன் படகொன்றை உறுதியான கதி u ms^{-1} உடன் வலிக்கமுடியும்; நாயொன்று உறுதியான கதி v ms^{-1} உடன் நீந்த முடியும். a m அகலமான, V ms^{-1} எனும் உறுதியான வேகத்துடன் பாயும் நேரிய ஆறொன்றின் கரையில் உள்ள புள்ளி Aயில் மனிதன் நிற்கிறன்; அதே கரையில் உள்ள புள்ளி Bயில் நாய் நிற்கிறது. AB, d m நீளமானதும் V ($V<u<v$) யின் திசையிலுள்ளதுமாகும். A யிற்கு நேரெதிரே மற்றக் கரையில் உள்ள புள்ளி C யை அடையும் வண்ணம், மனிதன் தனது படகை வலிக்கிறன்; A யிலிருந்து C யிற்கு அவன் செல்ல எடுத்த நேரம்

$$\frac{a}{\sqrt{u^2 - V^2}} \text{ s}$$

எனக் காட்டுக.

மனிதன் தனது படகை A யிலிருந்து தள்ளும்போது B யிலுள்ள நாய் ஆற்றுள் பாய்ந்து, ஆற்றில் மனிதனைச் சந்திக்கும்வண்ணம் ஒரு நேர்கோட்டில் நீந்துகிறது. AC மீது A யிலிருந்து

$$\frac{d\sqrt{u^2 - V^2}}{\sqrt{v^2 - u^2 + V^2} - V} \text{ m}$$

தூரத்தில் உள்ள புள்ளி D யில், இத்தூரம் a இலும் குறைவாக இருக்கும் ஆகில், நாய், மனிதனைச் சந்திக்கும் என நிறுவுக.

2. P என்பது ஒரு சிறு தீவின் இறங்கு துறைமுகமாகும். இதற்கு நேர் தெற்கே மிகத் தொலைவில் A என்னும் நாசகாரிக் கப்பல் நங்கூரமிடப்பட்டுள்ளது. A யிற்கு நேர் கிழக்கே a கி, மீ தூரத்தில் இதன் எதிரிக்கப்பல் B நங்கூரமிடப்பட்டுள்ளது. ஒரு சீர்க்கிடைக் காற்று U km/hr வேகத்துடன் வ $\theta°$ கி நோக்கி வீசிக்கொண்டிருக்கிறது. A, B என்னும் இரு கப்பல்களிலும் முறையே X, Y என்னும் சிறு போர் விமானங்கள் உள்ளன. இவைகள் அசையாவளியில் V, W km/hr கதியுடன் பறக்கவல்லவையாகும். காலை 6-00 மணிக்கு விமானம் X, துறைமுகம் P ஐக் கைப்பற்றுமுகமாக A யிலிருந்து புறப்படுகிறது. இதை அவதானித்த எதிரி உடன் புறப்பட்டுத் தனது விமானத்தை X உடன் மோதவிடுகின்றன். விமானங்கள் ஒரே கிடைத் தளத்தில் பறந்தவை எனக் கொண்டு அவைகள் மோத எடுக்கும் நேரம்

$$\frac{a}{\sqrt{W^2 + U^2 \sin^2\theta - V^2} - U \sin\theta}$$

மணித்தியாலங்கள் எனக் காட்டுக.

3. விளையாட்டு மைதானமொன்றிலுள்ள A, B எனும் இரு புள்ளிகளில் இரு ஒலிபெருக்கிகள் பொருத்தப்பட்டுள்ளன. காற்று வீசாத அமைதியான நாளொன்றில் A, B என்பவற்றில் உள்ள ஒலி பெருக்கிகளின் மூலம் வரும் அறிவிப்புகளை, அவ்விளையாட்டு மைதானத் திலே C எனும் புள்ளியில் நிற்கும் (கேட்குநர்) ஒருவரால் ஒரே நேரத் திற் கேட்கக்கூடியதாயிருக்கிறது. $CA = CB = a$ cm. $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ CB வழியே v cm s^{-1} எனும் ஒரு சீரான கதியுடன் உறுதியான காற்றுக் கிடையாக வீசுகின்றது. வளிதொடர்பான ஒலியின் வேகத்தை cm s^{-1} அலகுகளில் c எனக் கொண்டு, கேட்குநர் ஒரே அறிவிப்பை அடுத் தடுத்து இருமுறை கேட்பாரெனக் காட்டி, அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட கால இடையைக் காண்க.

வேகம் v ஆனது c யுடன் ஒப்பிடுகையில் சிறிதாக இருக்கும்போது, இக்கால இடையானது

$$av/c^2 \text{ செக்கன்}$$

ஆகுமென்பதை உய்த்தறிக.

4. விமானம் ஒன்று A இல் இருந்து B உக்கு நேர் வழி... மீள்கின்றது. அமைதியான கால நிலையில் கதி ... ல் பறந்து பிரயாணங்களுக்கும் எடுத்த நேரம் T ஆகவும் ... u ஆகவும் இ... பிட்ட நாளில் காற்றின் வேகம் AB உக்குச் ... அமையும். ஒரு குறிப் உள்ள திசையில், V ஆகும். போகு... சாய்வாக கோணம் θ ஆக யாணத்திலும் விமானம் AP ... பிரயாணத்திலும் மீளும் பிர

எனும் திசையில் ெ... க்குச் சாய்வாக $\text{சைன்}^{-1}\left(\frac{v}{u}\,\text{சைன்}\,\theta\right)$

இரு பிரய... சல்லவேண்டும் என நிறுவுக.

...ணங்களுக்கும் எடுதத நேரம்

$$\frac{Tu\sqrt{(u^2 - v^2 \text{ சைன்}^2\theta)}}{u^2 - v^2}$$

விமானத்தின் முழுச் செல்வழி ஒரு கிடையான, ABCD எனும் சதுரமாகவும், காற்றின் திசை ஒரு மூலைவிட்டத்துக்குச் சமாந்தர மாகவும் இருந்தால் சுற்றுப்பிரயாணத்துக்கு எடுத்த முழு நேரத்தை யும் காண்க.

5. கப்பலொன்று (A) நேர் வடகிழக்குத் திசையில் செல்கின்றது. இன்னொரு கப்பல் (B) u வேகத்துடன் நேர் வடமேற்குத் திசையில் செல்கிறது. மூன்றும் கப்பல் (C) முதலாம் கப்பலோட்டிகளுக்கு $\sqrt{2}\,u$ வேகத்துடன் மேற்குத்திசையிலே செல்வதைப் போலவும், இரண்டாம் கப்பலோட்டிக்கு வடகிழக்குத் திசையிலே u வேகத்துட னும் செல்வதைப் போலவும் தோன்றுகிறது. C யின் வேகத்தையும் A யின் கதியையும் காண்க.

6. ஆகாயவிமானமொன்றின் செலுத்தும் கதி v km h^{-1} ஆகும்; காற்றில்லாத ஒரு அமைதி நாளிலே, மீள எரிபொருளிடாமல் அவ் ஆகாய விமானம் நிற்காது பறக்கக்கூடிய உயர் தூரம் d km ஆகும். காற்றுள்ள ஒரு நாளிலே வடக்கிலிருந்து u km h^{-1} எனும் ஓர் உறுதியான சீரான காற்று வீசும்போது ஆகாயவிமானம் ஓர் அடி O விலிருந்து வ $\theta°$ கி திசையிலே உள்ள புள்ளி R இற்கு நிற்காது பறந்து, அடி O விற்கு மீண்டும் வருகிறது. தூரம் OR இன் இயல்தகு உயர் பெறுமதி

$$\frac{d\,(1-k^2)}{2\,(1-k^2\text{ சைன்}^2\,\theta)^{\frac{1}{2}}}\text{ km}$$

ஆகுமெனக் காட்டுக; இங்கு $k = u/v$.

பின்வரும் ஒவ்வொரு வகையிலும் வெளிநோக்கிய, உள்நோக்கிய பறப்புக்களின்போது நுகரப்பட்ட எரிபொருளின் விகிதத்தைக் காண்க.

(i) $\theta = 0$ (ii) $\theta = \pi/2$ (iii) $\theta = \pi$.

7. நேரிய சமாந்தரமான கரைகளுக்கிடையே சீரான கதி u உடன் ஒரு ஆறு பாய்கின்றது. (ஆற்று) நீர் தொடர்பாக v எனுங் கதியுடன் ஒரு படகைத் துடுப்பு வலித்துச் செல்ல மனிதனொருவனுக்கு முடியும். மிகக் குறுகிய பாதை வழியாக ஆற்றைக் கடப்பதற்குப் படகானது செலுத்தப்படவேண்டிய திசையைக் காண்க. இப்பாதையின் நீளம், $v > u$ எனில் a எனவும் $v < u$ எனில் $\frac{au}{v}$ எனவுங் காட்டுக; a என்பது ஆற்றின் அகலமாகும்.

8. ஒரு கப்பல் வடக்கு நோக்கி $\frac{144}{13}$ km h^{-1} எனும் கதியுடன் செல்கிறது. குறித்த கணமொன்றில், கப்பலிலிருந்து கிழக்காக 13 km தூரத்தில் உள்ள புள்ளியொன்றிலிருந்து, வெடிகுண்டொன்று கப்பலின் முன்பாகச் சுடப்படுகிறது. வெடிகுண்டு சீரான வேகத்துடன் இயங்குகிறது. அடுத்துவரும் இயக்கத்தில் வெடிகுண்டிற்கும், கப்பலிற்குமிடையேயுள்ள அதிகுறைந்த தூரம் 5 km; இது 20 நிமிடங்களுக்குப் பின் நிகழுகிறது. கப்பல் தொடர்பாக வெடிகுண்டின் வேகம் யாது?

வெடிகுண்டின் கதி $\frac{540}{13}$ kmh^{-1} எனக் காட்டுக; அத்துடன் அது, கப்பலை அடிப்பதற்காக, வடக்குடன் கோசை$^{-1}\left(\frac{4}{15}\right)$ மேற்கு என்னும் கோணத்தில் இக்கதியுடன் சுடப்பட்டிருத்தல் வேண்டும் எனவும் காட்டுக.

9. ABCD என்பது a பக்க நீளமுடைய ஒரு சதுரம், நிலையான காற்றில் V கதியுடன் பறக்கவல்ல விமானம் ஒன்று A யிலிருந்து C யிற்குச் செல்லயிருக்கின்றது. காற்றானது $\overrightarrow{AB}$க்குச் சமாந்தரமாக U என்னும் கதியுடன் வீசுகிறது.

$V < \frac{1}{\sqrt{2}} U$ ஆயின் விமானம் தன் பிரயாணத்தை மேற்கொள்ள மாட்டாது எனக் காட்டுக. $U > V > \frac{1}{\sqrt{2}} U$ ஆயின் தன் பிரயாணத்தை இரு வழிகளால் மேற்கொள்ளலாம் எனக்காட்டி, மிக விரைவாகச் செல்வதற்கு விமானம் செலுத்தவேண்டிய திசையைக் காண்க.

விமானம் Bயினூடாகச் Cஐ அடையவேண்டுமாயின் Vஇன் வீச்சைக் காண்க. இந்நிபந்தனையின் கீழ் மட்டுமே விமானம் C யிலிருந்து Aஐ அடைய முடியும் என்றும் காட்டுக.

10. ஆற்றங்கரையொன்றில் A எனும் புள்ளியிலுள்ள ஒரு மனிதன். ஆற்றின் மேற்பாகத்தில் மறுகரையிலுள்ள B எனும் புள்ளியை அடைய விரும்புகிறான். அதன் நேரிய சமாந்தரமான கரைகளுக்கிடையே அடங்கலும், நீரானது ஒரே வேகத்துடன் பாய்கின்றது எனக் கொண்டு, Aயிலிருந்து நேராக Bயிற்குத் துடுப்பு வலித்துச் செல்வதற்கு அவன் படகை எத்திசையை நோக்கி வைத்திருத்தல் வேண்டும்?

அவன் துடுப்பு வலிக்கும்போது, சீராக உஞற்றியும், எதிர்க் கரையை C என்னும் புள்ளியிற் சென்றடையும் வரை, தனது படகை AB யிற்குச் சமாந்தரமான ஒரு நிலையான திசையை நோக்கியவாறு வைத்தும் சென்று, பின்னர் Bஐ அடையும்வரை கரைவழியே துடுப்பு வலித்தும் சென்றால் எடுக்கும் மொத்த நேரமானது, அவன் நீரோட்டத்துக்கு எதிராக AB என்னும் தூரத்தைத் துடுப்பு வலித்துச் சென்றிருந்தால் எடுத்திருக்கக்கூடிய அதே நேரமாகுமெனக் காட்டுக.

11. நேர் தெற்கே 36 நொற்றுக் கதியில் ஒரு கப்பலும் நேர் கிழக்கே 24 நொற்றுக் கதியில் இரண்டாவது கப்பலொன்றும், செல்கின்றன. முதற் கப்பலிலுள்ள மாலுமிகளுக்கு மூன்றாவது கப்பலொன்று வடகிழக்குத் திசையில் செல்வதாகத் தோன்றுகையில், இரண்டாவது கப்பலிலுள்ள மாலுமிகளுக்கு அது தெற்கிற்கு 30° மேற்கான ஒரு திசையிற் செல்வதாகத் தோன்றுகின்றது. மூன்றாவது கப்பல் செல்லும் திசையையும் அதன் கதியையும் காண்க.

12. a எனும் பக்கமுடைய சமபக்க முக்கோணியொன்றின் உச்சிகளிலே A, B, C எனும் மூன்று விமான நிலையங்கள் அமைந்துள்ளன. அமைதியான நாளொன்றில் காற்று வீசாத பொழுது விமானக் கப்பலொன்று ஆகக்கூடிய கதி v உடன் செல்லவல்லது. AB எனும் திசையிலே $u\ (< v)$ எனும் கதியுடன் சீரான காற்றொன்று வீசும் பொழுது இவ்விமானக் கப்பலானது இடைவழியில் நிற்காமல், சுற்றுப் பாதை $ABCA$ வழியே செல்வதற்கு எடுக்கும் நேரம்

$$\left(\frac{v + \sqrt{4v^2 - 3u^2}}{v^2 - u^2}\right) a$$

எனக் காட்டுக.

அமைதியான நாளொன்றில் $ABCA$ வழியே கதி v உடன் செல்வதற்கு விமானக்கப்பலானது N லீற்றர் எரிபொருளை உபயோகிக்குமாயின் காற்றோட்டமுள்ள நாளில் அதற்கு வேண்டிய எரிபொருள் எவ்வளவாகும்?

13. அமைதியான கடலொன்றிற் பாய்க்கப்பலொன்று அதன் சுக்கான் - வில் திசையில் (நீளமுகமாக) மட்டுமே செல்லவல்லது. இக்கடலின் மேல்வெளியில் உறுதிக் காற்றொன்று ஒருமைக் கதியுடன் வீசுகின்றது. இக்காற்று வீசும்பொழுது கடல் அமைதியாக இருக்கின்றதெனக் கொள்ளப்படுகின்றது. காற்றானது கப்பலின் சுக்கான் - வில் திசையுடன் கோணம் θ ஆக்கும் திசையில் கப்பல் தொடர்பாக V எனும் கதியுடன் வீசுகின்றது. கப்பலானது kV கோசை θ எனும் கதியுடன் செல்கின்றது. இதில் k ஆனது ஒருமையொன்றாகும். அந்த அமைதியான கடல் தொடர்பாகக் காற்றின் வேகத்தைக் கண்டு அதன் கதி u ஆனது

$$V = \frac{u}{\left\{ (k^2 + 2k) \text{ கோசை}^2 \theta + 1 \right\}^{\frac{1}{2}}}$$

என்ற சூத்திரத்தாற் தரப்படுமெனக் காட்டுக.

u ஆனது நிலையான கணியமொன்றெனின், V இன் மிகப்பெரிய பெறுமானத்தையும் அதன் மிகச்சிறிய பெறுமானத்தையும் காண்க.

14. வடக்கு நோக்கிக் கப்பலொன்று ஒரு நேர் பாதை வழியே u மைல் / மணி எனும் ஒருமைக் கதியுடன் செல்கிறது. நேரம் $t=0$ இல் எதிரி நீர்மூழ்கியொன்று இக்கப்பல் சார்பாக வடக்கிற்குக் கிழக்கே கோணம் θ° அமையும் திசையில், d மைல தூரத்திலே தோன்றுகிறது. நீர்மூழ்கியின் அதி உயர்வான கதி V மைல் / மணி ஆகும். $V < u$ சைன் θ ஆயின், நீர்மூழ்கியானது கப்பலைத் தடைசெய்ய இயலாது எனக் காட்டுக.

u சைன் $\theta < V < u$ ஆயின், $t=t_1$, $t=t_2$ என்பனவற்றிற்கிடையேயான எந்தவொரு தருணத்திலும் நீர்மூழ்கியானது கப்பலைத் தடைசெய்யக்கூடும் எனக் காண்பித்து, t_1, t_2 என்பவற்றைக் காண்க. $t_2 - t_1$ எனும் நேர இடைவேளையைக் காண்க.

15. கப்பலொன்று நேர் வடகிழக்குத் திசையில் 24 நொற்று (கடல் மைல்/ம) கதியிற் செல்கின்றது. இன்னொரு கப்பல் 16 நொற்று கதியில் நேர் வடமேற்குத் திசையிற் செல்கின்றது. மூன்றாம் கப்பலொன்று, முதலாம் கப்பலோட்டிகளுக்கு மேற்குத் திசையிலே செல்வதைப் போலவும், இரண்டாம் கப்பலோட்டிகளுக்குக் கிழக்குக்கு 15° வடக்கான திசையிலே செல்வதைப் போலவும் தோன்றுகிறது. மூன்றாம் கப்பலின் கதியையும் செல்வழியையும் காண்க.

16. A, B என்னும் இரு கப்பல்களின் கதிகள் முறையே $18\frac{1}{2}$ மை/ம, $20\frac{1}{2}$ மை/ம ஆகும். A ஆனது வடக்கு நோக்கியும், B ஆனது தெரியாத ஒரு நேர்ப்பாதையிலும் செல்கின்றன. ஒரு குறித்த நேரத்தில் A யிலிருந்து நோக்குபவன் ஒருவன் தெற்கை நோக்கி 3 மைல் தூரத்தில் B ஐக் கண்டு, அதற்கு n மணி நேரத்தின் பின் B ஐக் கிழக்கை நோக்கி 9 மைல் தூரத்தில் காண்கிறான். B இன் உண்மையான திசையைப் பெறுக. n = 2 எனக் காட்டுக.

இரு கப்பலுக்குமிடையேயுள்ள மிகக் குறுகிய தூரத்தைக் கண்டு இந்நிலையை முதலாம் நோக்கலிலிருந்து 12 நிமிடங்களுக்குப்பின் அக் கப்பல்கள் அடைகின்றன எனக் காட்டுக.

17. அசையாத நீரிலே u எனும் கதியையுடைய பையனொருவன் $v(<u)$ எனும் கதியுடன் பாய்கின்ற ஒரு ஆற்றின் கரையிலுள்ள A என்னும் புள்ளியிலிருந்து எதிர்க்கரையிலுள்ள நேர் எதிரான புள்ளி B இற்கு நீந்திச் செல்ல விரும்புகிறான். அவன் எத்திசையை நோக்கித் தன்னை வைத்திருத்தல் வேண்டும் எனக் காண்க.

பையன் இருக்கும் அதே கரையில் ஆற்றின் நீரோட்டத் திசைப் பக்கத்திலே C எனும் புள்ளியில் ஒரு முதலை இருக்கின்றது: பையன் ஆற்றினுள் குதித்த அதே கணத்தில் பையனை இடைமறிக்கும் நோக்குடன் முதலை நீந்தத் தொடங்குகிறது. அசையா நீரிலே முதலையின் கதி $w(>u)$ எனக்கொண்டு, எத்திசையை நோக்கி முதலை தன்னை வைத்திருத்தல் வேண்டும் எனக் காண்க. இவ்வகையில் பையனை இடைமறிப்பதற்கு முதலை எடுக்கும் நேரம்

$$\frac{AC}{\sqrt{v^2 + w^2 - u^2} - v}$$

ஆகுமெனக் காட்டுக.

18. ஒரு நேர் பாதையில் T என்னும் புள்ளியில் v என்னும் சீர் கதியுடன் செல்லும் புகையிரதத்தை அப்பாதைக்கு வெளியேயுள்ள R என்னும் புள்ளியிலுள்ள u என்னும் சீர்க்கதியுடன் ஓடத்தக்க மனிதன் சைகை காட்டி நிற்பாட்ட விரும்புகிறான். $(v > u)$ RN என்பது பாதைக்கு R இலிருந்து வரையும் செங்குத்தாகும் N என்பது பாதையில் T க்கு முன்புள்ள புள்ளியாகும். சைகை காட்டி வீச்சு d ஆயின் புகையிரதத்தை நிற்பாட்டுவதற்கு,

$$d > RN\left\{1 - \left(\frac{u}{v}\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}} - TN\left\{\frac{u}{v}\right\}$$

ஆயிருத்தல் வேண்டுமெனக் காட்டுக.

19. C அகலம் கொண்ட ஒரு நேர்ரோட்டில் b அகலமுடையபஸ் வண்டிகள் ஒன்றன்பின் ஒன்றாகத் தொடர்ச்சியாக ரோட்டின் கான் அருகுடன் ஓடிக்கொண்டிருக்கின்றன. இவ்வண்டிகளின் வேகம் v (ஒருமை). எவையேனும் இரண்டு வண்டிகளுக்கிடைப்பட்ட தூரம் a இவ்ரோட்டைக் கான் அருகில் நிற்கும் ஒரு நடை மனிதன் ஆகக் குறைந்த வேகத்தில் நேர்கோட்டில் கடப்பதற்கு எடுக்கும் நேரம்,

$$\frac{c}{v}\left\{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right\}$$ எனக் காட்டுக.

20. ஒரு நாசகாரிக் கப்பல் வடக்கு நோக்கி மணிக்கு u மைல் வீதம் சென்று கொண்டிருக்கின்றது. ஒரு நீர்மூழ்கிக்கப்பல் வடக்கிலிருந்து θ° மேற்குத் திசையாக மணிக்கு v மைல் வீதம் தண்ணீரின் மட்டத்துக்குச் சற்றுக்கீழ் கிடைக்கோட்டில் செல்கிறது. (V கோசை $\theta > u$). ஒரு குறித்த நேரத்தில் நீர்மூழ்கிக்கப்பல் நாசகாரிக் கப்பலுக்குக் கிழக்குப் பக்கமாக d மைல் தூரத்தில் இருக்கக் காணப்பட்டது. நாசகாரி தொடர்பாக நீர்மூழ்கியின் பாதையை வரைக. இவையிரண்டிற்குமிடையேயுள்ள மிகக்கிட்டிய தூரம் l மைல். நாசகாரிக் கப்பலிலுள்ள பீரங்கியின் குண்டு வீச்சுத்தூரம் r மைல் $(r > l)$. நீர்மூழ்கிக்கப்பலின் பிரயாணத்தில்,

$$2\sqrt{\frac{r^2-l^2}{u^2+v^2-2uv\cos\theta}}$$ மணித்தியாலம் அபாயகரமான நிலையிலிருக்குமெனக் காட்டுக.

21. ஆகாய விமானம் ஒன்று மணிக்கு ukm வீதம் காற்றுக்குச் சார்பாக செல்லக் கூடியதாயும் காற்றில் T மணித்தியாலம் நிற்கக் கூடியதாகத் தேவையான எரிபொருட்களை எடுத்துக்கொண்டு ஒரு நிலையத்தில் இருந்து நண்பகல் புறப்படுகிறது. வடக்கில் இருந்து மணிக்கு vkm வீதம் வீசும் காற்றில் $(v < u)$ விமானம் வ θ° கி பக்கமாகத் தன் பிரயாணத்தில் போய்வந்த தூரம்,

$$\frac{T(u^2-v^2)}{\sqrt{u^2-v^2\text{ சைன்}^2\theta}}$$ km எனக் காட்டுக.

22. ஒரு விமானம் vkm/h என்னும் சீர்க்கதியுடன் காற்றுக்குச் சார்பாகப் பறக்கவல்லது கிழக்குநோக்கிச் செல்ல இருக்கின்றது. காற்றானது கூர்ங்கோனம் α மேற்கின் வடக்குப் பக்கமாக இருந்து u km/h என்னும் ஒரு சீர்க்கதியுடன் வீசுகின்றது. $v < u$ சைன் α ஆயின் விமானம் கிழக்கு நோக்கிச் செல்லமாட்டாது எனக் காட்டுக.

u சைன் $\propto < v < u$ ஆயின் விமானம் கிழக்குப் பக்கமாகச் செல்வதற்கு இரு வழிகள் உண்டு எனக்காட்டி இவ்விரண்டு வழிகளாலும் விமானம் செல்லுமாயின் 1 km க்கு எடுக்கும் நேர வித்தியாசம்

$$\frac{2\sqrt{v^2 - u^2 \text{ சைன் }^2\propto}}{u^2 - u^2}$$ மணித்தியாலம் எனக் காட்டுக.

$v > u$ ஆயின் d km கிழக்குப்பக்கமாக விமானம் போய்வர எடுத்த நேரம்,

$$\frac{2d\sqrt{v^2 - u^2 \text{ சைன்}^2 \propto}}{v^2 - u^2}$$ மணித்தியாலம்

எனக் காட்டுக.

$u > v$ ஆயின் d km கிழக்குப்பக்கமாக விமானம் போய்வர எடுத்த நேரம்

$$\frac{2d\sqrt{v^2 - u^2 \text{ சைன் }^2\propto}}{v^2 - u^2}$$ மணித்தியாலம்.

23. சீரான கதி u km/h உடன் நேர்கோட்டிற் செல்லும் சரக்குக் கப்பலைச் சந்திக்குமுகமாக ஒரு மோட்டார்ப்படகு துறைமுகம் ஒன்றை விட்டுப் புறப்படுகின்றது. கப்பலின் பாதைக்கும் துறைமுகத்துக்கும் இடையிலுள்ள மிகக்கிட்டிய தூரம் a km. கப்பல் துறைமுகத்தில் இருந்து b km ஆக இருக்கையில் படகு புறப்படுகின்றது. கப்பலை அடைவதற்குப் படகிற்குத் தேவையான அதி குறைந்த சீரான கதி $\frac{au}{b}$ எனக் காட்டுக.

படகு u km/h வீதம் $\left(u > v > \frac{au}{b}\right)$ செல்ல வல்லதாயின்

$$\frac{2\sqrt{b^2 v^2 - a^2 u^2}}{u^2 - v^2}$$ மணித்தியாலங்களுள் சென்று சந்திக்கக் கூடியதான தன் பாதையின் ஒரு புள்ளியிலே கப்பல் உள்ளதென்று நிறுவுக.

24. ஒரு ஆகாயவிமானம் u என்னும் சீர்க்கதியுடன் வடக்கு நோக்கிப் பறக்கின்றது. அக்கப்பலில் இருந்து ஒரு திருகுவானூர்தி ஒரு சிறு தீவிற்குப் பறந்து அங்கு தாமதியாது உடனே அக்கப்பலுக்குத் திரும்புகின்றது. திருகு வானூர்தி கப்பலில் இருந்து புறப்படும்போது கப்பல் தீவிற்குத் தெற்கின் மேற்கே தெற்குடன் $\theta°$ என்னும் திசையில் பறந்துகொண்டிருந்தது. திருகு வானூர்தி கப்பலுக்குச் சார்பாக ஒரு ஒரு நேர்க்கிடைக் கோட்டிலும், பூமிக்குச் சார்பாக u என்னும் சீர்க்

கதியுடனும் போய்வருகின்றது. விமானத்தின் சட்டத்தில் திருகு வானூர்தியின் பாதையை வரைக. திரும்பிய பறத்தலின் போது திருகு வானூர்தி வடக்கின் மேற்கே வடக்குடன் $\propto$ கோணம் அமைக்கும் எனக் காட்டுக. இங்கு தான் $\propto = \dfrac{(u^2-v^2) \text{ சைன் } \theta}{2uv-(u^2+v^2) \text{ கோசை } \theta}$ ஆகும்.

25. இரு துணிக்கைகள் O வை மையமாகவும் a, b ஆரைகள் ஆகவும் உடைய ஒரு மையவட்டங்கள் இரண்டிலே ஒரே சுழல் திசையில் சீரான கதிகளுடன் செல்கின்றது. இவற்றின் கதிகள் O வில் இருந்து துணிக்கைகளின் தூரத்தின் வர்க்கமூலத்திற்கு நேர்மாறு விகித சமமானதாகும். இவற்றின் தொடர்பு வேகம் இவற்றைத் தொடுக்கும் கோட்டின் வழியே இருக்கும் ஒரு கணத்தில் அத்துணிக்கைகளின் தானங்கள் Pயும் Qஉம் எனின் கோசை $POQ = \left(\dfrac{\sqrt{ab}}{a+b-\sqrt{ab}}\right)$ எனக் காட்டுக. இவ்வியக்கம் சாத்தியமாகுமா?

26. P, Q ஆகிய இரண்டு துணிக்கைகள் a ஆரையுடைய ஒரே வட்டத்தை v என்னும் ஒரே போக்கிற் சுற்றுகின்றன. எந்தக் கணத்திலாவது P தொடர்பான Q இன் கதியைக் காண்க. அதன் பருமன் P Q v/a என்னும் வடிவத்தில் எழுதலாமெனக் காட்டுக.

27. கிழக்கு நோக்கி 12 மைல் / மணிஇற் செல்லும் A என்னும் கப்பலில் இருந்து B என்னும் கப்பல் $10\sqrt{2}$ மைல் / மணி என்னும் வேகத்துடன் தென்மேற்கு நோக்கிச் செல்வதுபோற் தோன்றுகிறது Bஇனது வேகத்தின் பருமனையுந் திசையையும் காண்க.

C என்னும் மூன்றும் கப்பல் A இல் இருந்து வடக்காக 5 மைல் தூரத்தில் ஓய்விலிருந்து $t=0$ என்னும் நேரத்தில் ஆரம்பித்து வடக்கு நோக்கி 300 மைல் / மணி^{2} என்னும் சீரான ஆர்முடுகலுடனியங்குகின்றது. A தொடர்பான C இன் பாதை ஒரு பரவளைவு எனக் காட்டுக.

28. B என்னும் கப்பல் மேற்குநோக்கி 7 மை / ம எனும் சீரான கதியுடன் செல்கின்றது. குறித்த நாள் காலை 10 மணிக்கு B இற்கு வடக்கே 3/2 மைல் தூரத்தில் கப்பல் A மே θ° தெ. திசையில் சென்று கொண்டிருக்கிறது. இங்கு $\theta = \text{தான்}^{-1}$ (8/15) ஆகும். 10-45 மணிக்கு Bயிலிருந்து A அவதானிக்கப்படுகையில் மே $\propto^\circ$ தெ. திசையில் செல்வதைப்போல் தோன்றுகிறது. $\propto = \text{தான்}^{-1}$ ($\frac{4}{3}$) Aயின் கதியைக் காண்க. 10-45இற்கு A, Bக்கு இடைப்பட்ட தூரம் $7\frac{1}{2}$ மைல் எனக் காட்டுக.

4

29. $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ என்பன கிழக்கு, வடக்கு நோக்கிய திசைகளில் அலகுக் காவிகளாகும். $-u\,\mathbf{j}$ மை மணி வேகத்துடன் காற்று வீசும்போது விமானம் ஒன்று A யிலிருந்து B இற்குப் பறந்து மீளுகிறது. அமைதியான வளியில் அதன் கதி $v(>u)$ மை/மணி ஆகும். A தொடர்பான B இன் தானக்காவி $a\,\mathbf{i} + b\,\mathbf{j}$ ஆயின் பிரயாணத்துக்கு எடுத்த நேரத்தைக் காண்க, ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் விமானத்தின் வேகக் காவியைக் காண்க, (a, b மைல்களில் அளக்கப்படுகின்றன)

30. A, B என்னும் இரு சாய்தளங்கள் கிடையுடன் $30°$, $60°$ சாய்வில் அமைந்துள்ளன. ஒவ்வொரு தளத்திலும் முறையே P, Q எனும் இரு மாபிள்கள் வழுக்குகின்றன. P தொடர்பான Q இன் ஆர்முடுகலைக் காண்க. பொதுவாக ஒன்று தொடர்பான மற்றயதன் பாதை ஒரு பரவளைவு எனக் காட்டுக.

$t = t_0$ என்னும் கணத்தில் P, Q இன் வேகங்கள் v_1 v_2 ஆயும் $u_2 = \sqrt{3}\,v_1$ ஆயும் இருப்பின் தொடர்பு இயக்கம் ஒரு நேர் கோடு எனக் காட்டுக,

31. ஒரு நாசகாரி மேற்கு நோக்கி u km/hr கதியுடன் செல்கின்றது. ஒரு நாள் நடு இரவு நாசகாரிக்குத் தெற்கே a km க்கு அப்பால் எதிரிக்கப்பல் ஒன்று காணப்பட்டது. அதன் கதி $v(>u)$ km/hr ஆகும். நாசகாரிக் கப்பலிலிருந்து பார்ப்பவருக்கு எதிரிக் கப்பல் வθ°கி என்ற திசையில் செல்வதுபோல் தோன்றுகிறது;

$$\frac{a \text{ கோசை } \theta}{v^2 - u^2}\left[\sqrt{v^2 - u^2 \text{ கோசை}^2\,\theta} - u \text{ சைன் } \theta\right]$$

நேரத்தின் பின்னர் இரு கப்பல்களும் மிகக் கிட்டிய தூரத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக.

32. நேரான சமாந்தரக் கரைகளையுடைய ஓர் ஆறு ஒரு சீரான கதியுடன் பாய்கின்றது. A, B என்பன எதிர்க் கரையில் இரு புள்ளிகளாகும். நிலையான நீரில் 5.8 மை/ம கதியுடன் செல்லவல்ல படகு ஒன்று A யிலிருந்து B இற்கும் பின் B யிலிருந்து A இற்கும் போய் வருகின்றது. போவதற்கு 2 நிமிடம் 5 செக்கன்களும், வருவதற்கு 12 நிமிடம் 30 செக்கன்களும் எடுக்கின்றது. ஆறு பாயும் திசை ABயுடன் சைன்$^{-1}$ (4/5) எனும் கோணத்தை அமைக்குமாயின் அதன் கதியைக் காண்க. A B இன் நீளம் $\frac{1}{4}$ மைல் எனக் காட்டுக.

33. A, B ஆகியன Oவில் இடைவெட்டும் இரண்டு நேர்கோட்டில் இரண்டு புள்ளிகளாகும். இங்கு $\angle AOB = \theta$ ஆகவும் $OA = a$, $OB = b$

மைல்களாகவுமுள்ளன. X, Y ஆகிய இரண்டு மோட்டார் வண்டிகள் முறையே A, B ஆகிய புள்ளிகளில் ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு O வை நோக்கி p மை / மணி / நிமிடம். q மை / மணி / நிமிடம் ஆகிய ஆர் முடுகலுடன் செல்கின்றன. Y தொடர்பான X இன் இயக்கம் நேர் கோடு எனக் காட்டுக.

$\theta =$ சைன்$^{-1}(3/5)$ ஆகவும் $p=24$, $q=40$ ஆகவும் $3b<5a$ ஆகவும் இருப்பின் வண்டிகள் இயங்கத் தொடங்கிய பின்னர் யாதொரு கணத்தில் அவை மிகக்கிட்டிய தூரத்திலிருப்பின் அவைகளுக்கிடையிலுள்ள மிகக்கிட்டிய தூரம், $\frac{3}{5\sqrt{10}}(5a-3b)$ மைல்கள் எனக் காட்டுக.

$5a<13b$ எனவும் காட்டுக.

34. ஒரு கப்பலானது வடக்கு நோக்கி u வேகத்துடன் செல்கிறது. காற்றானது கிழக்கு θ° வடக்கு என்ற திசையிலிருந்து வீசுவது போல் தோன்றுகிறது. இங்கு $0<\theta<45^\circ$, அக்கப்பலானது திரும்பித் தெற்கு முகமாக அதே கதி uவுடன் இயங்குகிறது. அப்பொழுது காற்றானது தெற்கு θ° கிழக்குத் திசையிலிருந்து வீசுவதுபோல் தோற்றுகிறது. காற்றின் உண்மைக் கதி u என நிறுவி, அதன் திசையைக் காண்க.

35. காற்றின் சார்பாக u வேகத்துடன் செல்லும் ஓர் விமானம் ஒரு சமபக்க முக்கோண வடிவப் பாதையில் செல்கிறது. நிலையான வெளியில் இம் முக்கோண வடிவப் பாதையில் பிரயாணத்தை முடிக்க T எனில், ஒரு பக்கத்திற்குச் சமாந்தரமாக v என்ற வேகத்துடன் காற்று வீசும்போது முழுச்சுற்றை ஆக்குவதற்கு எடுத்த நேரம்,

$$\frac{T\,[1+\sqrt{4-3p^2}]}{3(1-p^2)}$$ எனக் காட்டுக. இங்கு $p=v/u$ ஆகும். இவ் விமானம் ஒரு ஒழுங்கான அறுகோணப் பாதையை வரைவதற்கு எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

36. A, B என்பது ஒரு வட்டத்தின் விட்டம். A யிலுள்ள P என்ற துணிக்கை A யிலுள்ள தொடுகோட்டின் வழியே புறப்பட்டு மாறா ஆர்முடுகலுடன் இயங்குகிறது. எக் கணத்திலும் P யின் வேகத்தின் பருமனுக்குச் சமனான வேகத்தைக் கொள்ளும் Q என்னும் துணிக்கை B யில் ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு பரிதி வழியே இயங்குகிறது. Q, துணிக்கை P யின் திசையில் இயங்க ஆரம்பிக்குமாயின் P சார்பான Q வின் வேகம் எக் கணத்திலும் QA யிற்குச் சமாந்தரமெனக் காட்

டுக: அத்துடன் $\angle BAQ = \theta$ ஆக இருக்கும்போது சார்பு வேகத்தின் பருமன் $\sqrt{\theta}$ சைன் θ விற்கு விகிதசமமெனக் காட்டுக.

37. b அகலமுள்ள மோட்டார்வண்டி u என்னும் ஒருமைக் கதியுடன் ஒரு நேர் றேட்டின் கான் அருகுடன் சென்றுகொண்டிருக்கின்றது. ஒரு மனிதன் வண்டிக்கு முன்பாக d தூரத்திலிருக்கும்போது றேட்டைக் கடப்பதற்கு றேட்டில் கால் அடி வைக்கின்றான். அவன் ஆபத்தின்றி சீரான வேகத்துடன் ஒரு நேர் கோட்டில் றேட்டைக் கடப்பதற்கு மிகக்குறைந்த வேகத்தின் பருமனைக் காண்க.

மேற்கூறியபடியல்லாமல் வண்டியானது ஓய்விலிருந்து f எனும் ஒருமை ஆர்முடுகலுடன் இயங்கியிருந்தால். வண்டி தொடர்பான மனிதனின் பாதை ஒரு பரவளைவு எனக்காட்டி, மனிதனின் மிகக் குறைந்த வேகம்,

$$\left(f\left\{(d^2+b^2)^{\frac{1}{2}}-d\right\}\right)^{\frac{1}{2}}$$ எனக் காட்டுக.

38. A, B என்னும் இரு வள்ளங்கள் ஒவ்வொன்றும் ஒவ்வொரு நேரிய பாதையில், சீரான கதியிற் செல்கின்றன. $t=t_0$ என்ற நேரத்தில் Aயின் சாரதி சரி வடக்கே d km அப்பால் Bஐக் காண்கிறான். $\frac{1}{2}$ மணி நேரத்திற்குப் பின்னர் தெ $60°$ கி என்ற திசை கோளில் d km தூரத்தில் மீண்டும் Bஐக் காண்கிறான். வள்ளம் A யானது வ-60-கி என்ற திசைகோளில் 10 km/hr சென்றதாயின் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(1) B இன் வேகம்

(2) இரு வள்ளங்களுக்குமிடையேயான மிகக் கிட்டிய தூரம்

(3) இது நிகழ எடுத்த நேரம்

39. ஒரு கப்பல் ஒரு சீரான கதி u யுடன் கிழக்கு நோக்கிச் செல்லும்போது ஒரு திருகு வானூர்த்தி அக்கப்பலிருந்து கப்பலின் பாதைக்கு d தூரத்திலுள்ள ஒரு சிறிய தீவிற்குப் பறக்கின்றது. தீவிலிருந்து திருகுவானூர்த்தி திரும்பிப் புறப்படும் அதே கணத்தில் கப்பல் (ஆகாயவிமானம்) தெற்குத் திசையில் திரும்பி முன்னைய மாறாக் கதியுடன் செல்கின்றது. பறத்தல் முழுவதற்கும் திருகு வானூர்த்தி கப்பலுக்குத் தொடர்பாக u எனும் மாறாக் கதியுடன்

மேற்கிற்கு $\alpha°$ வடக்கான் திசையிற் கிடையாகப் பறக்கின்றது. தீவிற் குப் பறந்து திரும்பும்போது தீவிலிருந்து அவதானிக்கப்படும் திசை மாற்றத்தை ஒரே வரிப்படத்தில் அமைத்த வேக முக்கோணிகளைக் கொண்டு பெறுக. திருகுலானூர்த்தி தீவில் தாமதித்த நேரத்தையும், கப்பலிருந்து புறப்பட்டுத் திரும்பியடைய எடுத்த நேரத்தையும் காண்க.

40. A B என்னும் இரு கப்பல்கள் முறையே தெற்கு நோக்கியும், கி-தான் $^{-1}(\frac{3}{4})$ தெ. நோக்கியும் 14, 20 மை/ம என்னும் மாறுக் கதியுடன் இயங்குகின்றன. குறித்தவொரு நாட்காலை 9 மணிக்கு A ஆனது B யிலிருந்து அவதானிக்கப்பட்டபோது வ-தான் $^{-1}$ (2/3) மே. திசையிற் காணப்பட்டது. அடுத்த 50 நிமிடங்களுக்குப்பின் B கி-தான் $^{-1}$ (2/3) வ இல் இருப்பதாக A இலிருந்து அவதானிக்கப்பட்டது. காலை 9-12$\frac{1}{2}$க்கு B ஆனது A இலிருந்து $5\frac{5}{12}$ மைல் தூரத்தில் A சார்பாக வடக்கில் இருக்குமெனக் காட்டுக.

41. A, B என்பன B, Aக்கு நேர் கிழக்கே உள்ளதாகவும் a மைல் இடைத்தூரம் கொண்டதாகவுமுள்ள இரு புள்ளிகளாகும். ஒரு ஆகாய விமானம் A யிலிருந்து Bக்குப் போய் பின் Aயிற்குத் திரும்புகின்றது. காற்று v மை/ம என்ற வேகத்துடன் தென்மேற்கிலிருந்து வீசுகின்றது. விமானத்தின் வேகங்கள் A யிலிருந்து B க்கும், பின் B யிலிருந்து A க்கும் முறையே u_1, u_2 மை/ம ஆகும். காற்று சார்பாகக் கப்பலின் வேகம் u மை/ம ஆயின் $(u>v)$ $u_1-u_2=\sqrt{2}\,v$ எனவும் $u_1 u_2=u^2-v^2$ எனவும் காட்டுக. போய்வருவதற்குரிய நேரத்தை a, u, v உறுப்புகளிற் தருக.

42. A, B, C என்ற 3 மனிதர்கள் ஒரே நேரத்தில் குதிரையில் செல்லும் பெண்ணொருத்தியை நோக்கினர். பஸ்ஸில் வடக்கு நோக்கி 15 மை/ம வேகத்தில் செல்லும் Aக்கு அப் பெண் தெற்கிற்கு $22\frac{1}{2}°$ மேற்கே செல்வது போல்த் தோற்றுகிறது. சைக்கிளில் நேர் கிழக்கே 12 மை/ம வேகத்தில் செல்லும் B க்கு அப்பெண் தெற்கிற்கு $67\frac{1}{2}°$ மேற்கே செல்வது போலத் தோற்றுகிறது, நிலத்தில் நிற்கும் C க்கு அப்பெண் என்ன வேகத்தில் செல்வதுபோலத் தோற்றும்?

43. l என்ற நேர்வழியாக v வேகத்துடன் செல்லுமொரு கப்பலுக்கும் P என்னும் ஒரு துறைமுகத்திற்குமிடையேயுள்ள தூரம் p கப்பல் ஒரு குறித்த கணத்தில் $(t=o)$ P யிலிருந்து d தூரத்திலுள்ள S என்ற புள்ளியிலிருக்கிறது. (SP=d, PN=p PN l இற்குச் செங்குத்து, N, S இற்கு முன்பாகயிருக்கிறது). B_1, B_2 எனுமிரு வள்ளங்கள் கபபலைக்

குறுக்கிடுவதற்கு P யிலிருந்து ($t=0$) புறப்படுகின்றன. வள்ளங்கள் ஒரு நேர்கோட்டில் u என்ற வேகத்துடன் சென்று t_1, t_2 என்ற நேரங்களில் கப்பலை அடைகின்றன.

$$|t_1-t_2| = \frac{2\sqrt{d^2u^2-p^2v^2}}{v^2-u^2}$$ எனக் காட்டுக.

44. Q எனும் ஒரு துணிக்கை $y=b$ எனும் நேர்கோடு வழியே, x அச்சின் மறைத் திசையில் மாறு வேகம் u வுடன் இயங்குகின்றது. Q எனும் வேறொரு துணிக்கை $y=x$ தான் θ எனும் நேர்கோடு வழியே மாறு வேகம் v யுடன் இயங்குகின்றது. தொடக்கத்தில், P நேர்க் காலியில் (a, b) யிலும் Q (O, O) இலும் உள்ளன.

$u<v<bu/\sqrt{(a^2+b^2)}$ ஆயின்.

துணிக்கைகள் மோதுவதற்குத் தான் θ இரண்டு பெறுமானங்களை உடையது எனக் காட்டுக.

45. A எனும் ஒரு துணிக்கை C யிலிருந்த வேகம் u வுடன் எறியப்பட்டு CD எனும் நேர்கோட்டில் மாறு ஆர் முடுகல் f உடன் இயங்குகின்றது. அதே கணத்தில் B எனும் ஒரு துணிக்கை E யிலிருந்து வேகம் u″ உடன் எறியப்பட்டு EF எனும் நேர் கோட்டில் மாறு ஆர் முடுகல் f' உடன் இயங்குகின்றது; CD=EF. துணிக்கைகள் CD, EF என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகளை ஒரே கணத்திலும் D, F என்பவற்றைச் சமனுன கதிகளோடும் அடைந்தால்

$$(u+u')\ (f-f')=8(uf'-uf')$$
என நிறுவுக.

46. ஒரு கப்பல் 15 மைல்/மணி வேகத்தில் வடக்கிற்கு 60° கிழக்குத் திசையில் செல்கிறது. பிற்பகல் 1 மணிக்கு இன்னொரு கப்பல் முதலாவது கப்பலுக்கு 10 மைல் கிழக்கே உள்ளது. முதலாவது கப்பலைச் சந்திப்பதற்கு இரண்டாவது கப்பலின் மிகக் குறைந்த வேகத்தைக் காண்க.

இரண்டாவது கப்பலின் வேகம் 12 மைல்/மணி ஆயின், அது இரு திசைகளில் சென்று முதலாவது கப்பலைச் சந்திக்கலாமெனக் காட்டி, முதல் சந்திக்கக் கூடிய நேரத்தைக் காண்க.

47. காற்று வடக்கு θ கிழக்கே வீசுகிறது. Aக்கு வடக்கே B என்னும் புள்ளியுள்ளது. ஆகாய விமானம் வடக்கு ∝ மேற்குத்திசையில் செல்லும்போது A, B என்பவற்றைக் கடந்து செல்கிறது B ஐ

அடைந்ததும் அதன் பாதை தெற்கு β கிழக்கை மாறுகிறது. Bக்குக் கிழக்கேயுள்ள புள்ளி C ஐ விமானம் கடந்து செல்கிறது.

கோசை β தான் θ=சைன் α என நிறுவுக.

AB=BC ஆகவும் T_1, T_2 என்பன AB, BC ஐக் கடக்க எடுக்கும் நேரங்களாகவும் இருப்பின் $\frac{T_1}{T_2}$ = தாள் $\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$ என நிறுவுக.

48. C_1,C_2 என்னும் இரு சைக்கிளோட்டிகள் ஒரு நேர்த்தெருவிலுள்ள A_1, A_2 என்னும் புள்ளிகளிலிருந்து V_1,V_2 எனும் வேகங்களுடன் ஒரே நேரத்தில் A_1 A_2 வழியே இயங்க ஆரம்பித்தார்கள். இவர்களினது ஆர்முடுகல் முறையே F_1, F_2 ஆகும்.

$V_1 \gtrless V_2$, $F_1 \gtrless F_2$ வகைகளை வேறுபடுத்திக் கொண்டு C_2 இன் விரித்த வெளியில் C இன் பாதையை வரைக.

A_1 $A_2=d$ ஆயின் $d>\frac{(V_1-V_2)^2}{2(F_2-F_1)}$ ஆயிருக்கையில் $V<V_2$, $F>F_2$ எனும் வகையில் C_1 ஆனது C_2 வை முந்தமுடியுமெனக் காட்டுக.

49. சீரான வேகம் V யுடன் பாயும் a அகலமுள்ள ஆற்றை அசையா நீரில் U எனும் கதியுடன் இயங்கக்கூடிய இரு படகுகள் கடக்கின்றன. அவை ஒரே நேரத்தில் புறப்பட்டு ஒன்று குறுகிய பாதையிலும், மற்றையது குறுகிய நேரத்திலும் கடக்கின்றது. ஆற்றைக் கடக்கும் நேரங்களுக்கிடையிலுள்ள வித்தியாசம் V அல்லது U என்பது பெரிது என்பதற்கேற்ப

$$\frac{a}{U}\left(\frac{V}{\sqrt{V^2-U^2}}-1\right) \text{ அல்லது } \frac{a}{U}\left(\frac{U}{\sqrt{U^2-V^2}}-1\right)$$

ஆகும் எனக் காட்டுக.

50. விமான நிலையம் A யிலிருந்து d மைல் தூரத்தில் நேர் வடக்கேயும் நேர் தெற்கேயும் இரு விமானமிறங்கி துறைகள் X, Y இருக்கின்றன ஓர் உறுதியான கிடைக்காற்று வடக்குக்கு θ° கிழக்குத் திசையிலிருந்து u— மை/மணி கதியுடன் வீசுகிறது. P_1 P_2 எனும் இரு விமானங்கள் ஒரே நேரத்திய் A யிலிருந்து புறப்பட்டு X, Y எனும் துறைகளை முறையே T, T_2 மணித்தியாலங்களில் அடைகின்றன. அசையா வெளியில் இரு விமானங்களின் கதி V மை/மணி ஆகும். (V>U)

$$T_1-T_2=\frac{2ud\ \mathrm{Cos}\ \theta}{v^2-u^2}$$

என நிறுவுக.

இவ் விமானங்கள் X, Y ல் தாமதியாது உடனே திரும்புமாயின் அவைகள் ஒரே நேரத்தில் A ஐ வந்தடையும் என உய்த்தறிக.

51. ஒரு போர்க்கப்பல் A அமைதியான கடலின் u மை/மணி எனும் மாறுக் கதியுடன் நேர் வடக்காகச் செல்கிறது. ஒரு குறித்த கணத்தில் கப்பல் B ஆனது A யிற்கு நேர் கிழக்கே d மைல் தூரத்திலிருந்தது. அக் கணத்தில் B ஆனது தனது இயக்கத் திசையை பொருத்தமாக மாற்றி Aயினை இயன்றளவு மிக நெருங்கித் தாக்கும் எண்ணத்துடன் செல்கின்றது. Bயின் அதி கூடிய கதி V மைல்/மணி ($V < u$) ஆகும்; இரு கப்பல்களினதும் குண்டு வீச்சுத் தூரம் r மைல்களாகும். இக் கப்பல்கள் மிகக் கிட்ட வரும்போது மட்டு மட்டாகவே ஒன்றையொன்று தாங்கும் நிலையில் இருந்தனவெனின்

$r^2u^2 = d^2\,(u^2 - v^2)$ என நிறுவுக.

A யிற்கு மிகக் கிட்ட வர B எடுக்கும் நேரம் என்ன? A, B யின் ஆரம் நிலைகளையும் மிகக் கிட்ட உள்ளபோது அவற்றின் நிலைகளையும் பூமியின் மட்டேற்றுச் சட்டத்தில் குறித்துக் காட்டுக.

52. அமைதியானவெளியில் U கதியுடன் திருவானூர்தி வடக்குக்கு θ கிழக்காகவுள்ள திசையிலிருந்து u வேகத்துடன் வீசும் காற்றில் Aயிலிருந்து வடக்கு நோக்கி கிடையாகப் பறந்து Bக்கு செல்கிறது எடுக்கப்பட்ட நேரத்தைக் காண்க.

முழுப் பிரயாணமும் ABCD எனும் சதுர வடிவில் உள்ள பாதையில் அமையுமாயின் முழுப் பிரயாணத்துக்கு எடுத்த நேரம்;

$$\frac{2AB}{u^2 - u^2}\left\{\sqrt{U^2 - u^2\text{சைன்}^2\theta} + \sqrt{U^2 - u^2\text{ கோசை}^2\theta}\right\}$$

எனக் காட்டுக இங்கு.

காற்றின் வேகம் மாறவில்லையெனவும் மூலைகளில் நேரம் எடுக்கப்படவில்லையெனவும் கொள்க.

53. a அகலமுடைய ஒரு நேர் ஆறு ஒரு சீரான வேகம் w உடன் ஓடுகிறது. ஒரு கரையிலுள்ள புள்ளி X இலிருந்து இதற்கு நேர் எதிராக மறுகரையிலுள்ள புள்ளி Y க்கு ஒரு மனிதன் வள்ளத்தில் கடக்க விரும்புகிறுன். நிலையான நீரில் வள்ளத்தின் வேகம் v ஆயின், அவன் $v > w$ எனின் மட்டுமே Y ஐ அடைய முடியுமென நிறுவு.

$v < w$ எனின், அவன் எதிர்க்கரையை Y இலிருந்து இயலக்கூடிய கிட்டிய புள்ளியை யடைவதற்கு வள்ளத்தை எத் திசையில் செலுத்த வேண்டும்?

$v > w$, $v < w$ எனுந் தனித்தனியான வகைகளில் அவன் எதிர் கரையை யடைவதற்கு எடுக்கும் நேரங்களுக்குக் கோவைகள் காண்.

54. ஒரு யுத்தக் கப்பல் A, வடக்கு நோக்கி, ஒருசீர் வேகம் u தொட்டுகளுடன் (knots) செல்கிறது. ஒரு நள்ளிரவில் A இற்கு நேர் கிழக்கே d கலவர் மைல் (nautical miles) தூரத்தில் ஓர் எதிர்க் கப்பல் B தோற்றப்பட்டது. B, வடக்குக்கு 0° மேற்குத் திசையில் v தொட்டு ஒருசீர் வேகத்துடன் (v கோசை $\theta > u$) செல்கிறது. B இன் A தொடர்பான வேகத்தைக் கணி, B இன் A தொடர்பான பாதையை வரை.

A, B க்கு இடையே அதிகுறைந்த தூரம்

$$\frac{d\,(v\text{ கோசை }\theta-u)}{\sqrt{u^2+v^2-2uv\text{ கோசை }\theta}}\ \text{கலவர் மைல்}$$

எனவும் நிறுவு.

55. நேர்ச் சமாந்தர கரைகளுடைய ஓர் ஆறு, சீரான வேகம் u அடி / செ. உடன் பாய்கிறது. நீர் தொடர்பான v அடி / செ. ($v > u$) வேகத்துடன் ஒரு நேர்ப் பாதையில் வள்ளத்தைச் செலுத்தக்கூடிய ஓர் ஓடக்காரன், ஒரு கரையிலுள்ள புள்ளி A இலிருந்து புறப்பட்டு, மறுகரையில் மேல் ஆற்றுத் திசையிலுள்ள புள்ளி B ஐ அடைய விரும்புகிறுன். AB = c அடி AB கரைகளுடன் கூர்ங்கோணம் θ வை ஆக்குகிறது. அவன் வள்ளத்தை AB க்குச் சமாந்தரமான ஓர் திசையில் வள்ளத்தைப் பேணி அதைச் சீராகச் செலுத்துகிறுன். ஆற்றின் கரைகளின் தொடர்பாக அவனுடைய பாதையை வரை.

அவன் மறு கரையைப் புள்ளி C இல் அடைந்து, பின்பு கரை வழியே வள்ளத்தைச் செலுத்தி B ஐ அடைந்தால், அவன் முழுப் பிரயாணத்திற்கு எடுக்கும் மொத்த நேரம் $\frac{c}{v-u}$ செ. என நிறுவு.

56. இரு விமான நிலையங்கள் A, B களுக்கிடைத்தூரம் d மைல் AB உடன் θ கோணம் ஆக்கும் திசையில் ஒரு சீர்கிடைக்காற்று u மைல் / ம. வேகத்துடன் வீசுகிறது. விமான நிலையங்கள் A, B களிலிருந்து முறையே இரு விமானங்கள் X, Y ஒரே கணத்தில் புறப்பட்டு நேர்க் கிடைப்பாதைகளில் செல்கின்றன. ஒவ்வொரு விமானத்தினதும் வேகம், நிலையான காற்றில் v மைல் / ம. ஆகும்.

(i) $v > u$ ஆயின், விமானங்கள் X உம் Y உம் முறையே *AB*, *BA* வழியே செல்ல இயலும் என நிறுவி, இப் பறப்புகளில், புறப்பட்ட நேரத்திலிருந்து,

$$\frac{d}{2\sqrt{v^2 - u^2 \text{ சைன் } \theta^2}}$$ மணித்தியாலங்களில் ஒன்றை யொன்று கடக்குமென நிறுவு.

(ii) விமானங்கள் ஒன்றையொன்று மிகக் குறைந்த நேரத்தில் சந்திப்பதற்கு அவை செல்ல வேண்டிய பாதைகளைக் கணித்து, சந்திப்புப் புள்ளி நேர்கோடு *AB* இலிருந்து

$$\frac{ud \text{ கோசைன் } \theta}{2v}$$ மைல் தூரத்தில் உள்ளதென நிறுவு.

57. ஒரு மோட்டார் சைக்கிள்காரன் C, ஒரு தெருவில் நேர் கோட்டில் சீரான வேகம் u அடி / செ. உடன் செல்கிறான். தெருவின் பக்கத்திலுள்ள நடைபாதையின் விளிம்பிலிருந்து, C செல்லும் நேர்கோடு, d அடி தூரத்திலுள்ளது. ஒரு கணத்தில் சைக்கிள்காரன் C முன்பாக h அடி தூரத்தில், நடைபாதை விளிம்பில் நிற்கும் நடந்து செல்லும் மனிதன் P, தெருவில் கால் அடி வைக்கிறான். P இலிருந்து சைக்கிளின் பாதைக்குச் செங்குத்தடி N, PN = d அடி; CN = h அடி. மனிதன் ஒரு நேர்கோட்டில் ஒரு சீரான வேகம் $v (> u)$ அடி / செ. வேகத்துடன் நடக்கிறான். தொடர்புவேகக் கோட்பாட்டின்படியோ அல்லது வேறு வழியாகவோ, மனிதன் சைக்கிள்காரனுக்கு முன்பாக ஆபத்தின்றித் தெருவைக் கடப்பதற்கு

$$v > \frac{ud}{\sqrt{h^2 + d^2}}$$ என நிறுவு.

58. b அடி அகலமான நேரக் கரைகளையுடைய ஓர் ஆறு w அடி செ. $^{-1}$ என்ற மாறாத கதியிற் பாய்கிறது. X என்பது ஆற்றின் கரையிலுள்ள ஒரு புள்ளியாகும். Y என்பது X இற்கு நேர் எதிரே மற்றைய கரையிலுள்ள ஒரு புள்ளியாகும். நிலையான நீரில் ஒரு பையன் v (> w) அடி செ. $^{-1}$ என்ற கதியி நீந்த முடியும். ஆறு பாயும் திசைக்கு எதிர்த்திசையுடன் θ என்னும் கோணம் அமைய அவன் X இலிருந்து நீந்துகிறான். கரைகளுக்குத் தொடர்பாக அப் பையனுடைய வேகத்தைக் காண்.

அவன் ஆறு பாயும் திசையில் எதிர்க்கரையிலுள்ள Z என்னும் புள்ளியை அடைகிறான் அதன் பின் அவன் கரையோரமாக ஆறு பாயும் திசைக்கு எதிர்த்திசையில் Z இலிருந்து Y க்கு u அடி செ. $^{-1}$ கதியில் ஓடுகிறான். அவன் Y யை அடைவதற்கு எடுக்கும் முழு நேரம் T செ.

$$T = \frac{b}{uv} \left((u + w) \text{ கோசே } \theta - v \text{ கோதா } \theta \right)$$

என்னும் சமன்பாட்டினால் தரப்படும் எனக் காட்டு.

ஆறு பாயும் திசைக்கு எதிர்த்திசையுடன் கோசை$^{-1}\left(\dfrac{v}{u+w}\right)$ என்னுங் கோணம் அமைய அவன் நீந்தினால், T இனது பெறுமதி அதிகுறைந்தது எனவுங் காட்டு.

59. X, Y, Z என்ற மூன்று பறவைகள் முறையே A, B, C என்ற மரவுச்சிகளில் இருக்கின்றன. A, B, C ஒரே கிடைத்தளத்தில் உள்ளன. $AB = BC = CA = a$ அடி. ஒவ்வொரு பறவையின் கதியும் அசையா வளியில் v அடி செ. $^{-1}$ ஆகும். ஆகும். ஓர் உறுதியான கிடைக்காற்று. u (> v) அடி செ. $^{-1}$ கதியுடன், மையக்கோடு AD இன் திசையில் வீசுகிறது; இங்கு D என்பது BC இன் நடுப்புள்ளி பறவைகள் X, Y, Z, ஒரே சமயத்தில் ($t = 0$) A, B, C ஐ விட்டு நீங்கி. சீரான கதியுடன் AB, BC, CA ஆகிய பாதைகளிலே பறந்து B, C, A என்பவற்றில் முறையே t_1 t_2, t_3 செக்கன் நேரங்களின் பின்னர் அமர்கின்றன t_1, t_2, t_3, ஐக் கண்டு.

(i) $t_1 < t_2 < t_3$ என்றும்

(ii) $t_3 - t_1 = \dfrac{\sqrt{3}\ ua}{v^2 - u^2}$ என்றும் காட்டுக.

60. AB என்னும் நேரான புகைவண்டிப் பாதையொன்று CD என்னும் நேரான தெருவொன்றை O இலே இடைவெட்டுகின்றது. $\angle COA = \theta$. ஒரு புகைவண்டியும் ஒரு காரும் முறையே v_1, v_2 என்னும் ஒருசீர்க் கதிகளுடன் திசைகள் AO, CO இலே Oஐ நோக்கிச் செல்கின்றன. காரினது புகைவண்டி தொடர்பான வேகத்தின் பருமனையுந் திசையையுந் துணி.

புகைவண்டியின் நீளம் 1 ஆகும். O இலிருந்து காரினது தூரம் d2 ஆகியிருக்கும்போது, O இலிருந்து புகைவண்டியின் எஞ்சினது தூரம் d_1 ஆயிருக்க,

$$\frac{d_2}{v_2} < \frac{d_1}{v_1} \quad \text{அல்லது} \quad \frac{d_2}{v_2} > \frac{d_1 + 1}{v_1} \quad \text{ஆயிருந்தால்}$$

காரானது புகைவண்டியுடன் மோதாதெனஉய்த்தறி.

61. ஒரு கப்பல் ஒரு சீர்க்கதி u உடன் வடக்கு நோக்கிச் செல்கிறது. அக்கப்பலிலிருந்து ஒரு திருகுவானூர்தி (helicopter) ஒரு சிறு தீவிற்குப் பறந்து உடனே கப்பலுக்குத் திரும்புகிறது. பறத்தல் முழுவதற்கும் அத் திருகுவானூர்தி, கப்பலுச்குத் தொடர்பான ஒரு சீர்க்கதி u உடன், வடக்கிற்கு α கோணம் மேற்கே உள்ள நேர்க்கிடைக் கோட்டில் செல்கிறது. புறமுகப் பறத்தலினதும் திரும்பிய பறத்தலினதும் வேக முக்கோணிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரை.

அதிலிருந்தோ அல்லது வேறுவிதமாகவோ, திருகுவானூர்தி பறக்கும்போது அத்தீவிலிருந்து அவதானிக்கப்படும் அதன் வேகம் ஒரு செங்கோணத்தினல் திரும்புமெனக் காட்டுக.

அச் கப்பல் செல்லும் வழிக்கும் அத்தீவிற்குமிடையே உள்ள தூரம் d எனின், அத் திருகுவானூர்தி முழுப்பறத்தலுக்கு எடுத்த நேரம் $\dfrac{2d}{u \text{ சைன் } \alpha}$ எனக் காட்டுக.

62. S_1, S_2, S மூன்று தானங்களாகும். $\angle S_1 S S_2 = \frac{\pi}{2}$, $S_1 S = S_2 S = d$ அடி ஒலியின் காற்று தொடர்பான வேகம் u அடி/செ. ஆகும்.

ஒரு சீர்க்காற்று v அடி / செ. ($< u$) கதியுடன் $S S_1$ திசையில் வீசுகிறது. இரு அடையாள ஒலிகள் ஒரே நேரத்தில் S ஐ விட்டு முறையே $S_1 S_2$ இல் தெறித்து, T_1, T_2 செ. பின் Sஐ அடைகின்றன. T_1, T_2 ஐ தரும் கோவைகள் காண்.

u உடன் ஒப்பிடும்பொழுது v சிறியதாயின், இரண்டு எதிரொலிகளும் கேட்பதற்கு இடையே உள்ள நேரம்

$$\frac{d\,v^2}{u^2}$$ எனக் காட்டு

63. *B* ஆனது *A* இற்கு d மைல் வடக்கே உள்ளதாக, *A B* இரு புள்ளிகளாகும். நிலையான காற்றில் u மைல் / மணி மாறுக்கதியுடன் செல்லும் ஆகாயவிமானம், ஓர் உறுதிக்காற்று வீசும்பொழுது *A* யிலிருந்து *B* க்குச் செல்லும்பொழுது, அதன் மூக்கு வடக்குக்கு θ பாகை கிழக்குத்திசை நோக்கவேண்டியிருக்கின்றது. இக்காற்று வீசும் பொழுது, விமானத்திற்கு, *A* இலிருந்து *B* க்குச் செல்ல t மணியும் திரும்பி *B* யில்ருந்து *A* வர t″ மணியும் எடுத்தால்

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{t''} = \frac{2u \text{ கொசை } \theta}{d}$$ என நிறுவுக:

64. இரு துணிக்கைகள் *A B* முறையே *O*, மையமாகவுள்ளன. ஒரு மைய இருவட்டங்களில் சீர்க்கதி u, v உடன் செல்கின்றன. வட்டங்களின் ஆரைகள் a, b ($a < b$) ஆகும்.

A இன் *B* தொடர்பான ஆர்முடுகல்,

$$\frac{u^2}{a} < \frac{v^2}{b}$$ ஆகவும் கோசை $\angle AOB = \dfrac{ab\,(u^2 + v^2)}{a^2 v^2 + b^2 u^2}$

ஆகவும் இருக்கும்பொழுது *AB* க்குச் செங்குத்து என நிறுவுக.

65. புள்ளி *O* இல் செங்கோணத்தில் சந்திக்கும் இரு தெருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் *A*, *B* என்னும் இரு கார்கள் செல்கின்றன. $t = 0$ நேரததில், இரு கார்களும், *O* நோக்கி, ஒரே கதி u உடன் செல்கின்றன. அப்பொழுது அவை முறையே *O* இலிருந்து l, 2l தூரங்களில உள்ளன. அவை அதே சீர்க்கதியுடன் செல்லுமாயின்,

அவைகளுக்கிடையே அதிகுறைந்த தூரம் $\dfrac{l}{\sqrt{2}}$ எனவும், இது *A* ஆனது *O* ஐக் கடந்து சென்றபின் நடைபெறுமெனவும் நிறுவு.

அவைகளின் கதிகள் மேற்கூறியபடியல்லாமல், *A* சீர்க்கதி u உடனும், *B* $t = 0$ நேரத்திலிருந்து அமர்முடுகல் $\dfrac{u^2}{l}$ உடன் சென்றால், அவைகளுக்கிடையே அதி குறைந்த தூரம் $\dfrac{3l}{2}$ எனவும், இது *A* ஆனது *O* இல் இருக்கும்பொழுது நிகழும் என நிறுவு.

தொடர்பு ஆர்முடுகல் ஆப்பு

1. 3 இரு. திணிவுடைய ஓர் அழுத்தமான ஆப்பின் நடுக்குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பு, $A = 90°$ $B =$ தான் $1\frac{3}{4}$ ஆகவுள்ள முக்கோணம் ABC ஆகும். BC மேசையைத் தொடுமாறு, ஆப்பு, ஓர் அழுத்தமான மேசையின்மேல் வைக்கப்பட்டுள்ளது. 1 இரு., 2 இரு. திணிவுடைய இரு துணிக்கைகள் முறையே AB, AC பக்கங்களில் வைக்கப்பட்டு, உச்சி A இல் இறுக்கப்பட்டுள்ள ஓர் அழுத்தமான கப்பியின் மேலாற் செல்லும் மெல்லிய இழையினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. ஆப்பின் ஆர்முடுகல் $\frac{32}{7}$ அடி / செ.^{2} என நிறுவி, ஆப்பு தொடர்பான துணிக்கைகளின் ஆர்முடுகல்களைக் காண்.

2. M திணிவும், a கோணமுமுடைய ஓர் அழுத்தமான ஆப்பு, ஓர் அழுத்தமான கிடைத்தளத்தில் சுயாதீனமாக இயங்கவல்லது. m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை ஆப்பின் சாய்முகத்தின் மேலே அதியுயர் சரிவுக்கோடு வழியே மேல்நோக்கி u வேகத்துடன் எறியப்பட்டது. எறிபுள்ளியைத் துணிக்கை மீண்டும் அடைய எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்.

இயக்கத்தின்பொழுது, துணிக்கையில், ஆப்பின் மறுதாக்கம்

$$\frac{Mmg \text{ கோசை } a}{M + m \text{ சைன்}^2 a}$$ என நிறுவு.

3. ஒரு சிறு நிலையாகவுள்ள கப்பியின் மேலாற் செல்லும் ஓர் இலேசான இழையின் ஒரு முனையில் 5 இரு. திணிவுள்ள ஒரு சிறிய இயங்கும் கப்பி A உம், மறுமுனையில் 3 இரு. திணிவுடைய ஒரு துணிக்கையும் கட்டப்பட்டுள்ளன. கப்பி A இன் மேலாற் செல்லும் வேறோர் இலேசான இழையின், ஒரு முனையில் 2 இரு. திணிவுடைய துணிக்கையும், மறுமுனையில் 1 இரு. திணிவுடைய துணிக்கையும் கட்டப்பட்டுள்ளன. உராய்வு விசைகள் புறக்கணிக்கத்தக்கன எனவும், கப்பியைத் தொடா இழைகளின் பகுதிகள் நிலைக்குத்தானவையெனவும் கொண்டு, கப்பி A இன் ஆர்முடுகல் $\frac{g}{47}$ என நிறுவி, இழைகளின் இழுவைகளையும் காண்.

4. ஒரு சுவரில் B இல் விறைப்பாக இறுக்கப்பட்டுள்ள ஓர் அழுத்தமான கிடைத்தண்டவாளம் (rail) A இல், M திணிவுடைய ஒரு துரொல்லி (trolley) நழுவக்கூடியது- துரொல்லியில் இணைக்கப்பட்டுள்ள ஓர் அழுத்தமான கப்பி C இன் மேலாக ஓர் இலேசான நீளாவிழை செல்கிறது. இழையின் ஒரு முனை சுவரிலுள்ள புள்ளி D இல் கட்டப்பட்டுள்ளது. இழையின் DC பகுதி கிடையானது. இழையின் மறுமுனையில் m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை கட்டப்பட்டுள்ளது. இழை தொய்யாமல் இத்தொகுதி ஓய்விலிருந்து மெதுவாக விடப்

பட்டுள்ளது. மேல்வரும் இயக்கத்தில் கப்பிக்கும் துணிக்கைக்கும் இடையிலுள்ள இழையின் பகுதி, மாறுக்கோணம் θ நிலைக்குத்துடன் ஆக்கினல்,

$$\frac{\text{சைன் } \theta}{(1 - \text{சைன் } \theta)^2} = \frac{m}{M}$$ என நிறுவு

இழையிலுள்ள இழுவை (சீக θ — தான் θ) mg என நிறுவி, துரோவிக்கும் தண்டவாளத்திற்குமிடையிலுள்ள மறுதாக்கத்தைக் காண்.

5 ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய ஒரு கனக்குற்றியும், ஓர் ஆப்பும் ஓர் அழுத்தமான கிடைமேசையில் சமச்சீராக வைக்கப்பட்டுள்ளன. ஓர் இலேசான நீளாஇழை AB, கனக்குற்றியினதும் ஆப்பினதும் நடுநிலைக் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பிற் கிடக்கிறது. அதன் ஒரு முனை கனக்குற்றியிலுள்ள ஒரு புள்ளி A இல் கட்டப்பட்டும், மறுமுனை ஆப்பின் அழுத்தமான சாய்தளத்தில் கிடக்கும் ஒரு திணிவு m உடன் இணைக்கப்பட்டும உள்ளது. ஆப்பின் சாய்தளத்தின் கிடையுடன் சாய்வுக்கோணம் a ஆகும். ஆப்பிலுள்ள ஒரு சிறிய இலேசான அழுத்தமான கப்பி C இன் மேலாக இழை செல்கிறது. AC கிடையாயுள்ளது. இத் தொகுதி இழை இறுகியிருக்க ஓய்விலிருந்து விடப்பட்டது. $a <$ கோசை$^{-1}(2 - \sqrt{3})$ ஆயின் துணிக்கையின் ஆப்பின் மறுதாக்கம்

$$\frac{\text{கோசை}^2 a - 4\,\text{கோசை } a + 1}{\text{கோசை}^2 a + 2\,\text{கோசை } a - 5}\,mg$$ என நிறுவு.

6. தரப்பட்டிருக்கும் உருவம் ஓர் ஏற்றும் பொறியைக் காட்டுகிறது. இதில், M திணிவும், அரை உச்சிக்கோணம் a வும் உடைய ABC என்னும் ஒரே சீரான நேர்வட்டக்கூம்பு வடிவான ஒரு பாரம், உச்சி A யிற் கட்டப்பட்ட இலேசான ஒரு நீளா இழையினுல் சுயாதீனமாகத் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. இவ்விழை அழுத்தமான, நிலையான R என்னும் ஒரு கப்பிக்கு மேலாற் சென்று, பின்னர் 2M திணிவுள்ள ஒரு நிறை கட்டப்பட்டிருக்கும் S என்னும் இலேசான அழுத்தமான அசையும் கப்பிக்குக் கீழாற் செல்லுகிறது. இழையின் மற்றைய நுனி O என்னும் ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் கட்டப்பட்டிருக்கிறது, கப்பிகளைத் தொடாத இழைகளின் எல்லா பகுதிகளும் நிலைக்குத்தாக இருக்கின்றன. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுள்ள P, Q இரு சிறிய சமமான குண்டுகள் கூம்பின் அழுத்தமான மேற்பரப்பில் ஒரு சமச்சீரான நிலையில் மெதுவாக வைக்கப்பட்டுள்ளன. கூம்பு, $\frac{4mg\,\text{சைன்}^2 a}{3M + 4M\,\text{சைன்}^2 a}$ ஆர்முடுகலுடன் இறங்குமெனக் காட்டு. இழையிலுள்ள இழுவையையுங் காண்.

7. M திணிவுள்ள ஒரு சீர் ஆப்பின் மையக் குறுக்கு வெட்டானது, $\angle ABC = \angle ACB = \frac{\pi}{4}$ ஆகக் கொண்டுள்ள, இரு சமபக்க முக்கோணி *ABC* ஆகும். ஆப்பின் *BC* ஐக் கொண்டுள்ள அதன் முகம் மேசையைத் தொடும்படி ஒரு கிடைமேசைமீது வைக்கப்பட்டுள்ளது. m, m' (m' > m) திணிவுள்ள X, X' என்னும் இரு துணிக்கைகள் முறையே AB, AC மீது, A இற்கருகே வைக்கப்பட்டுள்ளன. இத்தொகுதி இந் நிலையில் ஓய்விலிருந்து மெதுவாக விடப்பட்டால், எல்லாத் தொடுகைகளும் ஒப்பானவையெனக் கொண்டு, C இலிருந்து B இன் போக்கில் ஆப்பின் மேசை தொடர்பான ஆர்முடுகல் F ஆயிருக்க, X, X' இன் ஆப்பு தொடர்பான ஆர்முடுகல்கள், சரிவுகளில் கீழ் நோக்கும் திசைகளில் முறையே f, f' எனின், பின்வருவனவற்றைப் பெறுக :

$$\frac{2F}{m' - m} = \frac{f\sqrt{2}}{M + m} = \frac{f'\sqrt{2}}{M + m} = \frac{2g}{2M + m + m'},$$

X ஆனது சரிவு *AB* இன் அடியை அடைவதற்குமுன் X' ஆனது சரிவு *AC* இன் அடியை அடையுமெனக் காட்டு.

X' ஆனது ஆப்பை விட்டு விலகும்பொழுது X இற்கும் ஆப்புக்கும் இடையே உள்ள மறுதாக்கம் திடீர் மாற்றமடைகின்றதெனக் காட்டி, ஏன் இம் மாற்றம் X இன் மீது ஒரு கணத்தாக்கத்தை உண்டாக்கவில்லை என்பதை விளக்கு.

8. *M* திணிவுடைய ஒரு மெல்லிய குழாய் *B* இல் செங்கோணத்தில் வளைக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் கிடையான பகுதி *A B* இரு நிலையாகவுள்ள அழுத்தமான வளையங்கள் L, M களினூடாகச் சுயாதீனமாக வழுக்கக்கூடியன. மற்றப் பகுதி *BC* நிலைக்குத்தாகவுள்ளது. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுள்ள இரு துணிக்கைகள் P, Q உராய்வின்றி முறையே *BC*, *AB* களிற் சுயாதீனமாக இயங்கக்கூடும். இவை *B* இலுள்ள புறக்கணிக்கத்தக்க திணிவுடைய ஒரு சிறிய அழுத்தமான கப்பி மேலாற் செல்லுமோர் இலேசான நீளா இழையினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இழை இறுகியிருக்க இத்தொகுதி ஓய்விலிருந்து மெதுவாக விடப்பட்டது. மேல்வரும் இயக்கத்தில் P இன் ஆர்முடுகலின் நிலைக்குத்து, கிடைக் கூறுகள் முறையே

$$\frac{2m + M}{3m + 2M}g, \quad \frac{m}{3m + 2M}g$$ என நிறுவு.

இவழியிலுள்ள இழுவையையும், BC க்கும் P க்குமிடையேயுள்ள மறுதாக்கத்தையும் காண்.

PUBLISHED BY

Mr S. KANAPATHIPPILLAI

17/3 IYANAR KOVIL ROAD

VANNAR PONNAI