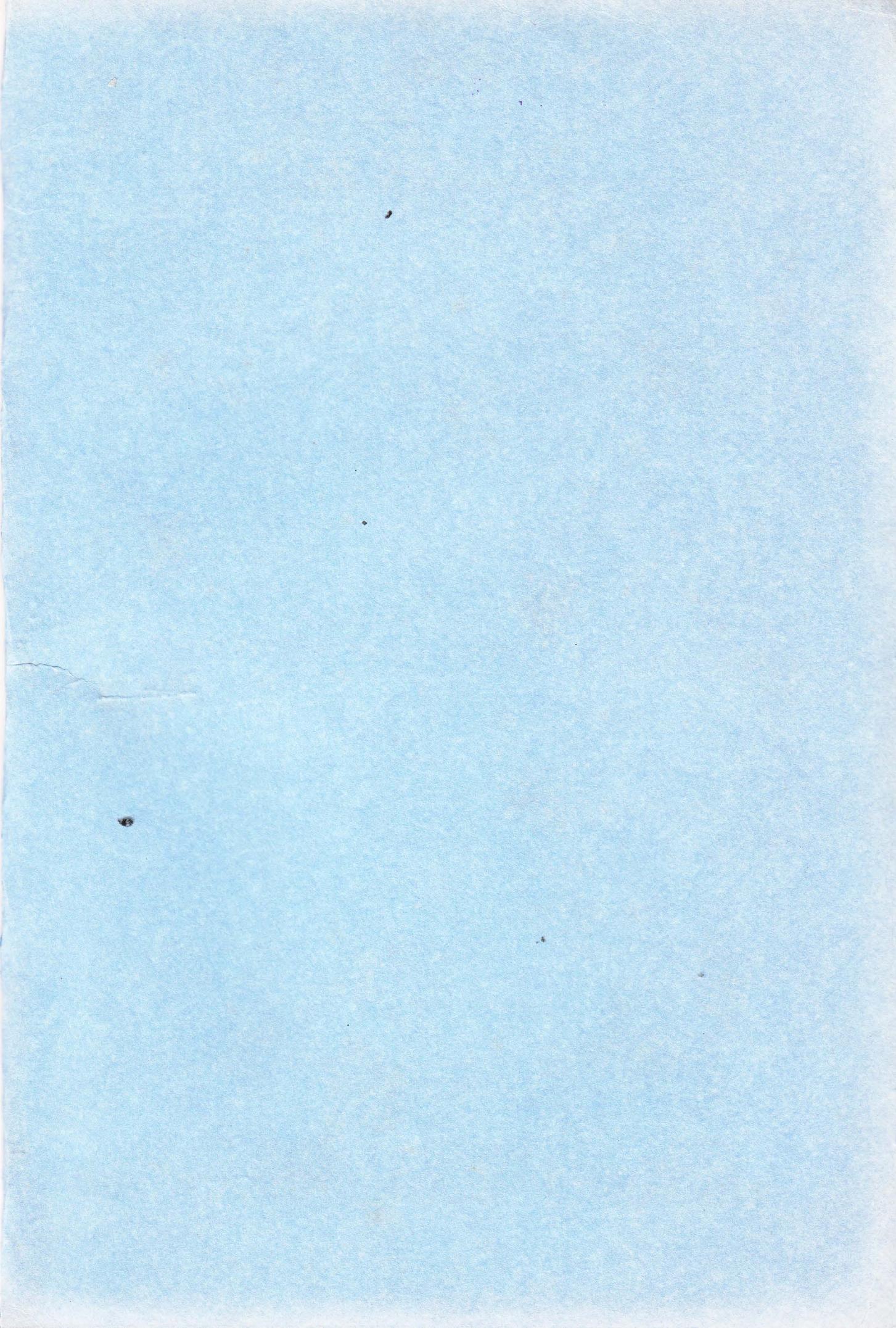




J/VEMBADI GIRLS' HIGH SCHOOL JAFFNA

Bridging The Gap Between O/L
and A/L Mathematics

Activity Book



THE KAIZEN PILOT PROJECT OF THE MASTER
PLAN STUDY

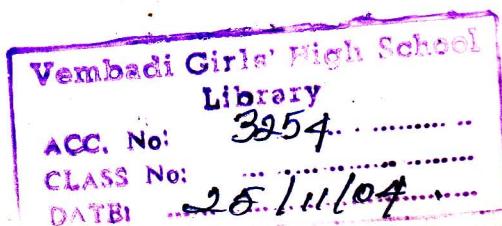
FOR

DEVELOPMENT OF SCIENCE AND MATHEMATICS IN THE
SECONDARY LEVEL

*Ministry of Human Resources Development,
Education and cultural Affairs,*

NTE

*I
The JICA STUDY TEAM*



QE - CIRCLE - 2

Members

- 1) Miss. M.D.S. Sebastiampillai (Leader)
- 2) Mrs. S. Jeyabalan
- 3) Mrs. S. Tharmalingam
- 4) Mr. M. Sivabalan
- 5) Mrs. K. Sivagnanam
- 6) Mr. K. Senthilvadivel
- 7) Mr. P. Vijayakumar
- 8) Mr. G. Sriganesh
- 9) Mrs V. Sriganesh
- 10) Miss S. Ratnasingam
- 11) Miss G. Sachithananthan.

முன்னுரை

LICA செயற்றிட்டத்தின் கூரை KAIZEN செயற்பாடுகளில் ஒன்றாக இந்நால் வெளியாகின்றது. க. பொ. த. சாதாரணதா - உயர்தா வகுப்புகளின் கலைத்திட்டங்களிற்கு. இடையிலான இடைவெளி மாணவரின் உயர்ந்த கற்றல் பேறுகளில் ஏற்படுத்தும் தாக்கம் வெளிப்படையானதோன்று. அதுவும் உயர்தா கணித நெறியில் கற்கும் மாணவர் இவ்விடைவெளி காரணமாக கூடுதல் பாதிப்புகளுள்ளாகி வருகின்றனர். என்றால் சொல்லலாம்.

இப்பாதிப்பின்றும் மாணவர்க்கு பரிகாரம் அளிக்கும் ஒரு வழியாக இச்செயற்திட்டம் தோற்றும் பெற்றுள்ளமை அதிரடிவசமானதே. இந்தவழக்கையின் பொருட்டு எமது பாடசாலையின் உயர்தாம் மற்றும் இடைநிலை வகுப்பு கணித ஆசிரியர்கள் ஒழுங்குகளை ஆராய்ந்து இனங்காணப்பட்ட குறித்த சில பரப்புகளின் ஜாக தோக்கை நிறைவேற்ற முயற்சித்துள்ளனர். இது தொடரபில் மேலும் ஆய்வுகளின் ஜாக எமது பாடசாலையின்தும் ஏனைய எமது பிரதேசப் பாடசாலைகளின்தும் கணித பாடப் பேறுபேறுகளில் மேலும் சிறப்பான விருத்தி உருவாகும் என்பது எமது நம்பிக்கை.

எமது நடை முறைத் திட்ட அமுலாக்கலின்படி இந்நாலில் உள்ள பயிற்சிகள் 2006 உயர்தா வகுப்பில் கற்கும் கணிதப்பிரிவு மாணவர்களுக்கு ஜனவரி - மார்ச் வருஷான கால்ப்பகுதியில் வழங்கப்பட்டு வகுப்புகள் நடாத்தப்பட்டன. மதிப்பீட்டுப்பரிசை ஒன்று நடாத்தப்பட்டு பெறப்பெறுகள் ஆராயப்பட்டு தேவையான நடவடிக்கை எடுக்கப்பட்டது செயற்றிட்டத்தின் இரண்பாவது பகுதியாக. இந் நால் மீள் பதிப்பு செய்யப்படுகின்றது. இப்பதிப்பில் கூடிய பயிற்சிகளுடன் விடைகளும் உள்ளடக்கப்பட்டனன. மேலும் ஆங்கிலமொழிமூல கணிதபாட புத்தகங்களை வாசிப்பதற்கு பயன்படும் வகையில் கலைச்சொற் தொகுதியும் சேர்க்கப்பட்டனது.

இறுதியாக, இச் செயற்திட்டத்திற்கு வடிவம் கொடுத்தவில் எம்க்கு நிதியுதவி மற்றும் வழிகாட்டல் வழங்கிய LICA குழு உறுப்பினர்களுக்கும் ஆலோசனை வழங்கிய நேரிய கல்வி நிறுவக ஆளுளியினருக்கும் மேலும் உள்ளதமான பல ஆலோசனைகள் வழங்கியது விய கலூநிதி.சி.சிரீசுஞ்சுராஜா(விரிவுவரையாளர்,யாழ்/பல்கலைக்கழகம்) அவர்களுக்கும் எமது மனங்களிந்த நன்றிகளைத் தெரிவித்துக் கொள்கின்றோம்.

அத்துடன் எம்முடன் தோணோடு தோள் நின்று எம்மை ஊக்குவித்த எமது அதிபா அவர்களுக்கும் ஆலோசனைகள் வழங்கிய பிற பாடசாலை ஆசிரியர்களுக்கும் எமது பாடசாலை ஆசிரியர்களுக்கும் இதனை பதிப்பித்து வெளியிட உதவிய பதிப்பகத்தாரர்களும் எமது நன்றிகளைக் கூறக் கடமைப்பட்டுள்ளோம்.

- நன்றிகள்

QE Circle 2
JICA Project
J/V. G.H.S

அதிபரின் ஆசியுரை

மனித வள அபிவிருத்தி, கல்வி அமைச்ச மற்றும் தேசிய கல்வி நிறுவகத்தின் ஆதரவுடன் LCA அணியினால் நடைமுறைப்படுத்தப்படும் செயற்திட்டத்திற்கு எமது பாடசாலையும் தெரிவு செய்யப்பட்டும் மகிழ்ச்சிகளுக்கு ஒன்றை இச் செயற்துடம் இடைநிலைத்தரு கணித விஞ்ஞான அபிவிருத்தியில் பாரிய வளர்ச்சியை ஏற்படுத்தும் என்பது எனது நம்பிக்கை. சமீபகாலத்தில் திப்பாட்ப் பரப்பில் அருகி வரும் சிறந்த பெறுபேறுகளுக்கு உரிய காரணங்களைக் கண்டு கண்ணயப்பட வேண்டிய சந்தர்ப்பத்தில் இச் செயற்திட்டம் சரியான வகையில் நடைமுறைப்படுத்தப்படுகின்றமை பொருத்தமானதாகும்.

இவ் வெளியிடானது இனங்காணப்பட்டுள்ள ஓர் பிரதான பிரச்சினையை முதன் முறையாகக் கண்யாள முற்பட்டுள்ள ஓர் வழிமுறையாகும். சிறப்பான முறையில் எமது ஆசிரிய அணியினால் தீவு உருவாக்கப்பட்டு நடை முறைப்படுத்தப்பட்டு அதில் காணப்பட்ட குறைகளை இனங்களுடு புதுப் பொலிவுடன் திருத்தப்பட்ட பதிப்பாக தீவு வெளிவருகின்றது. இதன் வெற்றி எதிர்காலத்தில் எமது பாடசாலைக்கு மாத்திரமன்றி எமது பிரதீச மற்றும் நாட்டிலுள்ள அனைத்துப் பாடசாலைகளுக்கும் பயன்பட வேண்டும். அதற்கு நாம் அனைவரும் பாடுபட வேண்டும். சிறப்பான முயற்சியினால் தீவு நல்ல விளைவுகளைத் தர எனது ஆசிகளைத் தெரிவித்துக் கொள்வதுடன், தீவிட்டத்தினை நாம் சிறந்த முறையில் பயன்படுத்துவதற்கு உறுதுணையாக இருக்கும் கல்வி அமைச்ச மற்றும் தேசிய கல்வி நிறுவக அதிகாரிகளுக்கும், LCA அணியினருக்கும் எனது நன்றியறிதலையும் தெரிவித்துக் கொள்கின்றேன்.

திருமதி. க. பொன்னம்பலம்

யா/வேம்படி மகளிர் உயர்தர பாடசாலை,
யாழ்ப்பாணம்.



நாலினூட் புருமன்

க.பொ.த (சா/த) பார்டையில் சிறந்த பெறுபேருகளைப் பெற்று தற்போது உயர்தரத்தில் கணிதக்துறையை தெரிவு செய்திருக்கும் மாணவர்களுக்காக இச்செயல் நால் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. சாதரணதரப் பார்டையில் கணிதபாடமானது சகலருக்கும் கட்டாய பாடமாக இருப்பதனால் இப்பார்டை வினாத்தாளின் தாமானது சமாானதாகவே காணப்படுகின்றது. இப்பார்டையில் அநிவிசேட சித்தியை இலகுவாக பெற்றுக்கொள்ள முடியும். ஆயினும் உயர்தரத்தில் கணிதக்துறையை தெரிவு செய்யும் போது உயர்தாத்தில் இணைந்த கணித பாடத்திட்டமானது தரங்கூடியதாகவுள்ளது. இதன் காணமாகவே சா/த - உ/த பாடத்திட்டங்களுக்கிடையில் இடைவெளி காணப்படுகின்றது. இவ் இடை வெளியைத் தாண்டுவதற்கு பாலமாக அமையுமென்ற நோக்கில் இச்செயல்நால் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.

க. பொ. த. சாதாரண தாத்தில் கற்ற கணித பாட அநிவினை க. பொ. உ/த கணிதப் பிரிவில் பிரயோகிக்கும் நோக்குடன் சில அலகுகள் தெரிவு செய்யப்பட்டு அவ் அலகுகள் தொடர்பான மேலதிக பயிற்சிகளும், விளக்கங்களும் இந்நாலினுநாடாக வெளிப்படுத்தப்பட்டுள்ளன. இவ் அலகுகள் தொடர்பான தெளிந்த அறிவைப் பெற்ற பின்னர் உ/த பிரிவில் உட்புகுவீகள் எனின் நீங்கள் உயர் பெறுபேருகள் பெறுவீர்கள் என்பது வெளிப்படை.

மேலும் இவ் அலகுகளில் கற்கும் விடயங்கள் க.பொ.த. உயர்தரத்திலுள்ள இணைந்த கணிதம் என்ற பாடத்திலுள்ள அலகுகள் தொடர்பான அடிப்படை அறிவைப் பெறுவதற்கே அன்றி இவ் அலகுகள் அப்பாடத்தில் பகுத்தப்பட்டுள்ள அலகுகள் அன்று எந்த அலகுகள் எச்சந்தரப்பத்தில் பிரயோகக்கப்படும் என்பதற்குரிய விபரம் கீழே விபரமாகக் குறிக்கப்பட்டுள்ளது.

இந்நால் பாகம் 1, பாகம் 2, பாகம் 3 என வகுக்கப்பட்டுள்ளது. பாகம் 1 இல் அட்சாகணிதப் பகுதிகளும், பாகம் 2 இல் கேத்தூ கணிதப்பகுதிகளும் பாகம் 3 இல் தீரிகோண கணிதமும் உள்ளடக்கப்பட்டுள்ளன.

பாகம் 1 இல் முதலாவது அலகாக சுட்டிகளும் , மடக்கைகளும் சேடுகளும் என்னும் பகுதி தூப்பட்டுள்ளது. இணைந்த கணிதபாடத்திட்டத்தில் இப்பத்தி முக்கிய இடத்தைப் பெறுகின்றது. எனவே இங்க தரப்பட்டுள்ள பயிற்சிகளை மாணவர் தாமாகவே செய்து முடிப்பது பயனுடையதாகும். மாணவரின் சுய கற்றலுக்கேற்ற விதத்தில் இவ் அலகில் உதாரணங்கள் கூடுதலாகச் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன.

இரண்டாவதாக அட்சாகணிதக்கோவைகள் என்னும் அலகு உள்ளது. இப்பகுதி உயர்தரத்தில் தேவைப்படும் கணிததல்களை இலகுவாகச் செய்வதற்கு ஏற்றதான் பயிற்சிகளைக் கொண்டுள்ளது. அடுத்தவரும் சமன்பாடுகளின் தீவுகள், வராவுகள் ஆகிய அலகுகளும் மாணவர் தாமாகவே பயிற்சிகளைச் செய்வதற்கு ஏற்ற வகையில் கூடிய உதாரணங்களைக் கொண்டுள்ளன.

பயிற்சிகளுக்கும் விடைதானும் பின்னிலைப்பாகச் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன. வரைபுகள் என்னும் அலகு இணைந்தகணித பாடத்திட்டத்திலுள்ள இருபடிச்சாராபுகள் என்னும் பகுதியைக் கற்பதற்குத் தேவையான அடிப்படை அறிவைக்கூக் கூடிய விதத்தில் அமைந்துள்ளது. சமனிலிகள் என்னும் தலைப்பில் அமைந்துள்ள பகுதியானது பிரதேசங்களை வரைபில் குறித்துக் காட்டுவதற்குத் தேவையான அறிவினை வழங்கக் கூடியாதாகவுள்ளது.

கேத்திரகணிதம் என்னும் பகுதி உயர்தா வகுப்புப் பாடத்திட்டத்தில் முழுமையாக நக்கப்பட்டுள்ளது ஆயினும் கேத்திரகணித அறிவு உயர்தாத்தில் பலவேறு சந்தாபபங்களிலும் தேவைப்படுகின்றது. எடுத்துக் காட்டாக பைதகாசின் தேற்றத்தின் முடிவைப் பயன்படுத்தியே திரிகோணகணிதத்தின் முதலாது சமன்பாடாகிய $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ என்பது நிறுவப்படுகின்றது.

மேலும் வேகமுக்கோணி. விசைமுக்கோணி போன்ற அலகுகளைக் கற்கும் போது முக்கோணிகளின் ஒருங்கிணைச்சு, முக்கோணி அமைப்புகள், முக்கோணிகளின் இயல்புகள் போன்ற விடயங்களின் அறிவு தேவைப்படுகின்றது. இன்னும் ஒருதளவிசைகள் கற்கும் போது விசைப் பலகோணிகள் வரைய வேண்டிய கேவை ஏற்படுகின்றது. எனவே பலகோணிகள் பற்றிய அறிவு அத்தியாவசியமாகின்றது. வேகமுக்கோணிகள் வணாவதற்கு சில சந்தாபபங்களில் தொடரி பற்றி அறிவும் அவசியமாகின்றது. இன்னும் உராய்வு என்னும் பகுதியைக் கற்கும் போது அரைக்கோளைக் கிண்ணத்தில் கோல்கள் வைக்கப்படும் சந்தாபங்களை எதிர் கொள்ள வேண்ட ஏற்படும் போது வட்ட நாற்பக்கல், வட்டத்துண்டக கோணங்கள், இயல்பொதக் முக்கோணிகள் போன்ற பகுதிகளின் வட்ட நாற்பக்கல், வட்டத்துண்டக கோணங்கள், இயல்பொதக் முக்கோணிகள் போன்ற வகையில் உள்ளிருக்குவதைக்கிட தேற்றம் பயிற்சியாகச் சேர்க்கப்பட்டுள்ளது.

மேலும் இணைந்த கணிதம் II கற்கும் போது முப்பரிமாணத் தோற்றுங்களை இருப்புமிகு வரைய வேண்டியிருப்பதால் தின்ம உருக்களின் குறுக்கு வெட்டுமூகம் பற்றிய அறிவு தேவைப்படுகின்றது. இருபடிச் சாராபுகளின் வரைபுகள் ஏறியப் பாதை என்பன பரவளைவாக இருப்பதனால் பரவளைவு பற்றிய அறிமுகம் தேவைப்படுகின்றது. இதற்காகக் கூட்டுப் பெட்டுகள் என்னும் பகுதி சேர்க்கப்பட்டுள்ளது.

பாகம் 3 இல் திரிகோணகணிதம் என்னும் பகுதி தரப்பட்டுள்ளது. திரிகோணகணிதம் இணைந்த கணித பாடத்திட்டத்தில் தனிப்பெற்று பகுதியாகவுள்ளதுடன் பிரயோககணிதத்திலும் இதன் பிரயோகம் தேவைப்படுகின்றது.

எனவே இந்நாலிலுள்ள பயிற்சிகளைச் செய்து உங்கள் சா/த கணித பாட அடைவை நிறைவ செய்து கொண்டு உ/த கணித பாடத்தைக் கற்பதற்கு துயாராக்குமாறு கேட்டுக் கொள்கின்றோம்.

பொருள்டக்கம்

பாகம் ~1

அட்சாக்கத்தும்

	பக்கம்
1. சுட்டிகளும் மடக்கைகளும் சேடுகளும்	1 - 9
2. அட்சாகணிதக் கோவைகள்	10 - 22
3. அட்சாகணித சமன்பாடுகளின் தீவுகள்	23 - 33
4. வரைவுகள்	34 - 42
5. சமனிலிகள்	43 - 46

பாகம் ~2

கேத்திரக்கத்தும்

	பக்கம்
1. கோணங்களும் முக்கோணிகளும்	47 - 56
2. பைதகரசின் தேற்றம்	57 - 59
3. விகிதமும் விகிதசமனும்	60 - 64
4. வட்டத்துண்டக் கோணங்கள்	65 - 67
5. கேத்திர கணித அமைப்புக்கள்	68 - 71

பாகம் ~3

தீட்கான கணிதம்

72 - 82

மீன்சிளைப்பு

மாரகூர் - ① II

அலகு - ① II

➤ சுட்டிகளும் மடக்கைகளும், சேடுகளும்

சுட்டிகள்

என் ஒன்றினைச் சுட்டி வடிவத்தில் குறிப்பது என்பது ஓர் குறியிட்டு முறையாகும். இயற்கையில் விரிந்து செல்லும் என் பெறுமானங்களையும், மிகச் சிறிய பெறுமானங்களையும் இலகுவாகக் குறித்துக்காட்டுவதற்கு சுட்டிகள் மிகவும் பயனுடையவையாகின்றன.

சுட்டிகள் தொடர்பான பிரயோகங்களை இலகுபடுத்தும் பொருட்டு சுட்டிகள் தொப்பிகள் உண்மைகளைப் பின்வருமாறு தொகுத்துக் கூறுமுடியும்.

➤ அவை

$$\begin{aligned} a^m \times a^n &= a^{m+n} \\ a^m \div a^n &= a^{m-n} \\ (a^m)^n &= a^{mn} \\ (ab)^m &= a^m \times b^m \\ a^{-m} &= 1/a^m \end{aligned}$$

மடக்கைகள்

சுட்டிகள் போலவே மடக்கைகளும் ஓர் குறியிட்டு முறையேயாகும். எண்ணொன்றின் மடக்கை என்பது குறித்த அடி சார்பாக அவ்வெண்ணின் அடுக்கின் பெறுமானத்தைக் குறிக்கின்றது.

$$m=a^n \Leftrightarrow \log_a m = n$$

மடக்கை விதிகள்

$$\begin{aligned} \log_a mn &= \log_a m + \log_a n \\ \log_a mn &= \log_a m - \log_a n \\ \log_a m^r &= r \log_a m ; \quad r \in \mathbb{R} \\ \log_a n\sqrt{m} &= \frac{1}{n} \log_a m ; \quad n \in \mathbb{Z} \\ \log_a a &= 1 \\ \log_a 1 &= 0 \end{aligned}$$

உ + ம் (1) :-

$$32=2^5 \text{ ஆகும். ஆகவே, } \log_2 32 = 5$$

உ + ம (2) :-

$$\log_3 27 = 3 \text{ ஆகும். ஆகவே; } 3^3 = 27$$

உ + ம (3) :-

$$\text{தீர்க்குக } \log_x 8 = 3 \Rightarrow 8 = x^3$$

$$\therefore x = 2$$

உ + ம (4) :-

$$\text{தீர்க்குக. } \log_3 x = 5 \Rightarrow x = 3^5 = 243$$

உ + ம (5) :-

$$\text{தீர்க்குக. } \log_5 625 = x \Rightarrow 625 = 5^x$$

$$\Rightarrow 5^4 = 5^x$$

$$\therefore x = 4$$

உ + ம (6) :-

$$\text{தீர்க்குக. } 3^x = 81 \Rightarrow 3^x = 3^4$$

$$\Rightarrow x = 4$$

உ + ம (7) :-

$$\text{தீர்க்குக. } 4^x - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$$

$$(2^x)^2 - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$$

$$2^x = t \text{ எனக்.}$$

$$\therefore t^2 - 10t + 16 = 0$$

$$\Rightarrow t = 2 \text{ அல்லது } t = 8$$

$$\Rightarrow 2^x = 2^3 \text{ அல்லது } 2^x = 8$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ அல்லது } x = 4$$

உ + ம (8) :-

$$\lg(a^5b^3/c^2) \text{ ஜ } \lg a, \lg b, \lg c \text{ என்பவற்றில் எடுத்துக்கை.}$$

$$\lg(a^5b^3/c^2) = \lg a^5 + \lg b^3 - \lg c^2$$

$$= 5 \lg a + 3 \lg b - 2 \lg c$$

உ + ம (9) :-

$$\lg 2 = 0.3031, \lg 3 = 0.4770 \text{ ஆயின் } \lg 18 \text{ இன் பெறுமானம் காண்க.}$$

$$\lg 18 = \lg(2 \times 9) = \lg(2 \times 3^2) = \lg 2 + 2 \lg 3$$

$$= 0.3031 + 2 \times 0.4770 = 1.2550$$

உ + ம (10) :-

$$\lg 24 = 1.3802 \text{ ஆகவும் } \lg 54 = 1.7324 \text{ ஆகவும் \& இருப்பின் } \lg 2, \lg 3 \text{ என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.}$$

$$\lg 2 = x \text{ எனவும் } \lg 3 = y \text{ எனவும் \& கொள்வோம்}$$

$$\therefore \lg 24 = \lg(2^3 \times 3)$$

$$\therefore 1.3802 = 3\lg 2 + \lg 3 = 3x+y \quad \text{--- (1)}$$

இவ்வாறே $\lg 54 = \lg(2 \times 27) = \lg 2 + 3\lg 3$

$$1.7314 = x+3y \quad \text{--- (2)}$$

(1), (2) என்பவற்றிலிருந்து $\lg 2, \lg 3$ காணலாம்.

உ. + ம (11) :-

சருக்குக. $\frac{\lg 32}{\lg 4} = \frac{5\lg 2}{2\lg 2} = \frac{5}{2}$

பயிற்சி I.I

1) பின்வருவனவற்றை 4 இன் வலுவாக எழுதுக.

$$1) \frac{1}{16} \quad 2) 1 \quad 3) 8 \quad 4) \sqrt{2} \quad 5) 4\sqrt{2} \quad 6) 32$$

2) பின்வருவனவற்றை மட்க்கை வடிவில் எடுத்துரோக்க

$$1. 256 = 4^4 \quad 2. \frac{1}{81} = 3^{-4} \quad 3. 625 = 5^4$$

3) கூடிய வடிவில் எடுத்துரோக்க.

$$1. \log_{10} 10000 = 4 \quad 2. \log_e x = a \quad 3. \log_1 1 = 0$$

$$4. \log_2 16 = 4 \quad 5. \log_5 125 = 3 \quad 6. \log_{10} 0.001 = -3$$

4) x இன் பெறுமானங்களைக் காணக.

$$1) \lg_3 x = 3 \quad 2) \lg \sqrt[3]{9} = x \quad 3) \lg x \frac{1}{16} = -4 \quad 4) \lg \sqrt[4]{x} = 1.5$$

$$5) \lg x = 1 + \lg 3 \quad 6) \lg x = 3\lg 2 - 2\lg 3$$

5) பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்குக.

$$1) 2^x = 64 \quad 2) (2^x)^x = 2^{2x-1} \quad 3) 9^x - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$$

$$4) \frac{4^{3+x}}{8^{10x}} = \frac{2^{10-2x}}{4^{9x}} \quad 5) 2 \cdot 4^{x-1} = 8^{-x}$$

6) $\lg a, \lg b, \lg c$, இல் எடுத்துரோக்க. ($\lg a = \log_{10} a$)

$$1. \lg a^2 bc \quad 2. \lg \frac{1}{a} \quad 3. \lg \frac{a^3}{bc} \quad 4. \lg \sqrt{\frac{a^5 b^3}{c^7}}$$

$$5. \lg \sqrt{ab} \quad 6. \lg \sqrt{\frac{ab}{c}}$$

7) $\lg 2 = 0.3010$, $\lg 3 = 0.4770$ ஆயின் பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க?

$$1) \lg 5 \quad 2) \lg 27 \quad 3) \lg \frac{3}{2} \quad 4) \lg 72 \quad 5) \lg 75$$

$$6) \lg 36 \quad 7) \lg \frac{1}{36} \quad 8) \lg 25 \quad 9) \lg 0.81$$

8) $\lg 12 = 1.0792$ எனவும் $\lg 18 = 1.2553$ எனவும் தூர்ப்படின் $\lg 2, \lg 3, \lg 5$ என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

9) $a = 10^x, b = 10^y, c = 10^z$ ஆயின் பின்வருவனவற்றை x, y, z இல் எழுதுக.

$$1) \lg\left(\frac{a^3b^2}{c}\right) \quad 2) \lg\left(\frac{10\sqrt{b}}{a^3c}\right) \quad 3) \lg\left(\frac{100c}{a^2b^3}\right)$$

10) சமூக்குக்குக் காண்க.

$$1) \frac{\lg 8}{\lg 2} \quad 2) \frac{\lg 5}{\lg 125} \quad 3) \frac{\lg \sqrt{8}}{\lg \sqrt[3]{2}}$$

$$4) \frac{\lg b^2 c - \lg b c}{\lg \sqrt{b}}$$

$$5) \lg(100\sqrt{10} \div \sqrt[3]{10})$$

$$6) \lg y^3 - \lg \frac{1}{y^3}$$

$$7) \lg \frac{81}{32} + 3\lg \frac{5}{3} + \lg \frac{1}{9} + \lg 768$$

$$8) \lg(\lg x^p) - \lg(\lg x^q)$$

$$9) \lg 750 - 2\lg 3 + \lg 1.2$$

$$10) \lg 2 - \lg 0.2$$

$$11) \lg 1.2 + 2\lg \frac{3}{4} - \lg 6.75$$

$$12) 2\lg \frac{2}{9} + \frac{3}{2} \lg \frac{9}{25} - 5\lg \frac{2}{3} - 4\lg 3$$

$$13) \frac{(\lg 8)(\lg 9)}{\lg 27}$$

$$14) \log_5(\log_3 243)$$

$$15) \log_2 \left[2\lg 25 - 4\lg \frac{1}{2} \right]$$

11) பெறுமானங்களைக் காண்க.

$$1) \left(2\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$2) \left(\frac{27}{64}\right)^{-\frac{2}{3}} \times \left(\frac{9}{64}\right)^{\frac{1}{2}} \div \left(\frac{3}{8}\right)^{-1}$$

$$3) 28^{\frac{1}{2}} \times 7^{\frac{1}{2}}$$

12) சமூக்குக்குக் காண்க

$$1) \left(\frac{1}{2}\right)^m \times 3^n \times 6^{m-n}$$

$$2) 4^{n+1} \times 8^{1-n} \times 16^{n-3}$$

$$3) 12^{2n} \div \left(18^n \times 4^{\frac{n}{2}}\right)$$

$$4) 20^{n+1} \times 100^{2-n} = 64^{\frac{n}{3}} \quad 5) \frac{3.2^{n+1} - 4.2^{n-1}}{2^{n+1} - 2^n}$$

$$6) \frac{60}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{5}{4} \right)^{\frac{1}{2}} + \sqrt[4]{\frac{81}{21}} \right) \quad 7) \left(\frac{a-a^{-1}}{a^2-a^{-2}} \right) \left(\frac{\frac{4}{a^{\frac{1}{3}}} + a^{-\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}} \right)$$

13) i) $2^x = 3^y = 12^z$ ஆயின் $xy = z(x+2y)$ எனக்காட்டுக.

$$\text{ii) } 3.4^p = 7.6^q, \quad 3.8^{p+1} = 25.6^q \text{ ஆயின் } 2^r = \frac{25}{56}$$

➤ மடக்கல்லி அமைப்புகள்

$$\log_a x = m$$

$$x = a^m$$

$$\log_b x = m \log_b a$$

$$= \log_a x \times \log_b a$$

$$\boxed{\log_b x = \log_a x \div \log_b a}$$

உதா : $\log_2 5$ ஐக் காண்க

$$\log_2 5 = \log_{10} 5 / \log_{10} 2 = 0.6990 / 0.3010 \approx 2.32$$

(மடக்கை அட்டவணையை உபயோகித்து சருக்குக.)

மாபிற்ச I.2

பின்வருவினவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$$1) \quad 1. \log_2 7 \quad 2. \log_8 5$$

$$2) \quad \log_a b \times \log_b a = 1 \text{ என நிறுவுக?}$$

$$3) \quad \log_a b \times \log_b c \times \log_c a = \text{என நிறுவுக?}$$

அடுக்குக் குறியில் தெரியாக் கணியங்களையுடைய சமன்பாடுகளைத் தீப்பதற்கும் நாம் மடக்கைகளைப் பயன்படுத்த வேண்டியுள்ளது. மேலும் இரசாயனவியலில் அரீச் சீவியக் காலம்.

PH போன்ற பகுதிகளிலும் மடக்கைகளுடனான பிரச்சினைகளை நாம் எதிர்நோக்க வேண்டியுள்ளது.

இத்தகைய சில உதாரணங்களை இனிப்பார்ப்போம்.

உதா (1) : $5^x = 3$ என்றும் சமன்பாட்டைத் தீக்க?

$$x \lg 5 = \lg 3$$

$$x = \lg 3 / \lg 5 = 0.4770 / 0.6990$$

உதா (2) : $3^{2x} - 3^{x+1} + 2 = 0$ ஐத் தீக்க?

$$3^x = y \text{ எனக்.}$$

$$\text{எனின் } y^2 - 3y + 2 = 0$$

உ+ம் (2) :- $3^{2x} - 3^{x+1} + 2 = 0$ கீழ்த் தீர்க்க?

$\therefore 3^x = y$ எனக்.

எனின் $y^2 - 3y + 2 = 0$

$(y-2)(y-1) = 0$

$y = 2 \text{ or } 1$

$3^x = 1$

$3^x = 3^0$

$x = 0$

$3^x = 2$

$x \lg 3 = \lg 2$

$$x = \frac{\lg 2}{\lg 3} = \frac{0.3010}{0.4770}$$

பயிற்சி 1.3

➤ பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

1. $3^x = 4$

$5.2 \times 3^{2x+3} - 7 \times 3^{x+1} - 2 = 0$

2. $2^x = 3$

$6.5^{2x} - 5^{x+1} + 6 = 0$

3. $4^x - 3 \times 2^{x+1} - 16 = 0$

$7.4^{x+3} = 7^{x-1}$

4. $4^x - 6 \times 2^x - 7 = 0$

உ+ம் (3) :- 80000 ரூபா 90% கூட்டு வய்துக்க மக்களிடு செல்லுப்பதின்றது மொ $\frac{3}{2}$ மடங்காவதற்கு எடுக்கும் காலம் யாது?

$A = P(1+r/100)^n$

$\frac{3}{2} \times 80000 \times (109 / 100)^n$

$1.5 = 1.09^n$

$n \lg 1.09 = 1.5$

$n = \lg 1.5 / \lg 1.09$

உ+ம் (4) :- பரிசோதனைப்பான்றில் X, Y என்னும் இருகணியங்களிடையெடுப்புள்ள தொடர்பான்று $y = Ax^m$ என்னும் வடிவில் உள்ளதாகக் கருதப்படுகின்றது. பரிசோதனை முடிவுகளிலிருந்து X, Y என்னும் வாசிப்புக்கள் பெறப்படுகின்றன. A, m என்னும் ஒருமைகளை கணிக்க.

$y = Ax^m$

இரு புறமும் 10 ஜ அடியாகக் கொண்டு மடக்கை எடுக்க

$\log y = \log A + m \log x$

$\log y = m \log x + \log A$

$Y = mx + c$

இங்கு $y = \log y, x = \log x$ கணிக்கலாம்.

y எதிர் x வரையும் போது பெறப்படும் நேர்கோட்டின் பகுதியிற்கு அடுக்கு m ஜயம், சிவப்புத் துண்டு log A யையும் தருக?

$$\log A = c \Rightarrow a = 10^c \text{ கணிக்கலாம்.}$$

பிரச்சி.4

1. கெப்ஸ் விதியைப் பெறுவதற்காகச் செய்யப்பட்ட ஆய்வொன்றில் பின்வரும் தகவல்கள் பெறப்பட்டன.

X	0.387	0.723	1.00	1.52	5.20	9.54	19.2	30.1	41.3
T	0.241	0.615	1.00	1.88	11.9	29.5	84	165	265

log T எதிர் log x வரைபை வரைந்து $T = Ax^m$ என்பதில் A, m என்பவற்றைக் காண்க?

2. ஒரு நாட்டின் சனத்தொகை 18 மில்லியனாகும். சனத்தொகை வளர்ச்சியினாக்குறி வகையிலானது என எடுத்துக் கொள்ளும் போது t வருடங்களில் சனத்தொகை P ஆனது $P=18 \times 3^{0.15t}$ என்பதனாலே தூர்ப்படும். பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.
- 10 வருடங்களில் சனத்தொகை
 - 30 வருடங்களில் சனத்தொகை
 - சனத்தொகை முழுமடங்காக எடுக்கும் காலம்.
3. வாவி ஒன்றின் பரப்பளவு 631290 m^2 ஆகும் இவ்வாயில் படரும் நீராம்பல்கள் ஒவ்வொரு மாதமும் தாம் நிரப்பும் பாப்பை இருமடங்காக்குகின்றன. என அவதானிக்கப்பட்டுள்ளது 2003ம் ஆண்டு ஐநாள் 1ம் நாள் வாவியில் 1 m^2 பரப்பில் நீராம்பல் காணப்பட்டது.
- ஏப்ரல் மாத இறுதியில் எவ்வளவு நீரப்பட்டிருக்கும்?
 - வாவியின் $1/3$ பங்கு நிரம்ப எவ்வளவு காலம் எடுக்கும்?
4. ரூபா 60,000/- 12 வருடங்களுக்கு 14% கூட்டு வட்டிக்கு முதலீடு செய்யப்படுகின்றது.
- மொத்தத் தொகையைக் காண்க?
 - மொத்தத் தொகை இருமடங்காக எடுக்கும் காலத்தைக் கணிக்க?

சேகுள்:- (Surds)

a ஆனது விகிதமுறு எண்ணொன்றின் நிறைவான ம் அம் வலுவாகத் தரப்படும் போது \sqrt{a} ஆனது சேகு எனப்படும்.

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, 3\sqrt{9}$ என்பன சேகுளாகும்.

$3\sqrt{27}, 3\sqrt{8}$ என்பன சேகுள்ளு

$2 + \sqrt{3}, 5 + 4\sqrt{7}, \sqrt{2}, \sqrt{3}$ போன்றனவும் சேகுளாகும்

$(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ ஒரு சேகு ஆயின் $(\sqrt{a} - \sqrt{b})$ ஆனது $(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ இன் உடன் புணரிச் சேகு எனப்படும்.

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = (a-b)$$

இது ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும் உயர் கணிதத்தில் சேகுள் பல்வேறு இடங்களிலும் காணப்படுகின்றன. உதாரணமாக

$3x^2 - 8x + 3 = 0$ போன்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கும் போது

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 36}}{6} = \frac{8 \pm \sqrt{28}}{6} = \frac{4 \pm \sqrt{7}}{3} \text{ போன்ற தீர்வுகள் பெறப்படும்.}$$

மேலும் தீர்கோண கணித விகிதங்களில் $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{2}$ போன்ற சேகுள் காணப்படுகின்றன. எனவே

சேகுளாடனான பிரசினங்களைச் சூருக்குவதில் நாம் கூடிய திறன் பெறவேண்டியுள்ளது. எனவே பின்வரும் பயிற்சிகளைச் செய்வோம்.

பயந்தி 1.5

1. எனிய சேகுளாகத் தருக?

- 1) $\sqrt{75}$ 2) $\sqrt{768}$ 3) $\sqrt{288}$ 4) $\sqrt{567}$ 5) $\sqrt{98}$ 6) $\sqrt{50}$

2. பகுதி எண்களை விகிதமுறு எண்களாக மாற்றுக?

- 1) $\frac{1}{5\sqrt{2}}$ 2) $\frac{3}{\sqrt{2+1}}$ 3) $\frac{8+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ 4) $\frac{5}{\sqrt{5}-2}$
 5) $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+2}$ 6) $\frac{1}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$

3. $a+b\sqrt{c}$ என்னும் வடிவில் எடுத்துரைக்க,

- 1) $(2\sqrt{3}+5)^2$ 2) $(5-\sqrt{2})^2$ 3) $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{27}$ 4) $\frac{3}{\sqrt{3}+1}$
 5) $\frac{2}{1-\sqrt{3}}$ 6) $(2+\sqrt{3})^2$ 7) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{8}$

4. சுருக்குக,

$$1) (3 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) + \sqrt{8}(4 - \sqrt{2})$$

$$2) \frac{2\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3} - 2} + \frac{\sqrt{2} - 2}{\sqrt{3} + 2}$$

$$3) \frac{5 - 2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{6 - \sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

$$4) y = \frac{\sqrt{3x+2} + \sqrt{3x-2}}{\sqrt{3x+2} - \sqrt{3x-2}}$$

5) பின்வரும் மெய் எண்களை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக?

- a) 15 b) -7 c) 0.7 d) -3.7 e) 12.5

f) $\sqrt{3}$ g) $\sqrt{18}$

6) பின்வரும் மெய் எண்களைத் தசம வகைக் குறிப்பில் எழுதுக?

- a) 3 b) -4 c) $\frac{7}{15}$ d) $\sqrt{6}$ e) λ

f) $3\frac{7}{8}$ g) $-8\frac{1}{3}$ h) $\frac{4}{7}$

7) பின்வருவனவற்றுள் விகிதமுறு எண்களையும் விகிதமுற்றா எண்களையும் வேறாக்குக?

விகிதமுறு எண்களை $\frac{p}{q}$ என்னும் வடிவில் எழுதுக $q \neq 0$ $(p, q) = 1$

8) $\sqrt{2} = 1.4142, \sqrt{3} = 1.7321$ ஆயின் பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் குறிப்பி

தசமதூணங்களுக்குத் திருத்தமாகத் தருக?

a) $\frac{6}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ c) $\sqrt{2x}\sqrt{10x}\sqrt{15}$ d) $2\sqrt{2x}3\sqrt{6x}\sqrt{3}$

e) $(\sqrt{2}-1)^2$ f) $(2\sqrt{3}+1)^2$ g) $\sqrt{48}$ h) $\sqrt{8}$

விலைகு 02

அட்சரகணிதக் கோவைகள்

2.1. அட்சரகணிதக் கோவைகளைப் பெறுக்குதல்

$$\begin{aligned} \text{முதல் 1. } & (3x + 2y) (5x + 6y) \\ & = 3x(5x + 6y) + 2y(5x + 6y) \\ & = 15x^2 + 18xy + 10xy + 12y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dots 2. & (x + y + z)(2x + 2y + 2z) \\ & = x(2x + 2y + 2z) + y(2x + 2y + 2z) + z(2x + 2y + 2z) \\ & = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4xy + 4yz + 4xz \end{aligned}$$

பயிற்சி 2.1.1

➤ பின்வரும் சோழக் கோவைகளின் பெறுக்கத்தை எழுதுக.

- | | |
|--------------------------|---------------------------------|
| 1. $(5a + 3b) (7a + 2b)$ | 6. $(x + y + z) (2x + 3y + 5z)$ |
| 2. $(3p + 2q) (8q + 5q)$ | 7. $(a + b - c) (a + b + c)$ |
| 3. $(2a + 3b) (5a + 3b)$ | 8. $(x + 2y + z) (x + 2y - z)$ |
| 4. $(7a + 4b) (9a + 6b)$ | 9. $(x^2 + 2) (x - 2)$ |
| 5. $(3p + 5q) (5p + 3q)$ | 10. $(4x - 3) (x^2 + 3)$ |

$$\begin{aligned} \text{முதல் : } & (a + b)^2 = (a + b) (a + b) \\ & = a(a + b) + b(a + b) \\ & = a^2 + ab + ab + b^2 \\ & = a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a - b)^2 & = (a - b) (a - b) \\ & = a(a - b) - b(a - b) \\ & = a^2 - ab - ab - b^2 \\ & = a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

ஆகவே

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

பயிற்சி 2.1.2

➤ பின்வரும் வர்க்கங்களை விரித்தெழுதுக.

1. $(x + y)^2$

7. $(1 - m)^2$

13. $(a + \frac{1}{a})^2$

2. $(2x + 3y)^2$

8. $(21 - 3m)^2$

14. $(x - \frac{1}{x})^2$

3. $(h + 2)^2$

9. $(x - 3y)^2$

15. $(2x + \frac{1}{3x})^2$

4. $(8x + 5y)^2$

10. $(5a^2 - 4b^2)^2$

16. $\left(\frac{4}{x} + \frac{x}{4}\right)^2$

5. $(5r + 4s)^2$

11. $(p - 4)^2$

6. $(3t + 5)^2$

12. $(mn - pr)^2$

$$\text{उ+म : } (a + b)(a - b) = a(a - b) + b(a - b) \\ = a^2 - ab + ba - b^2 \\ = a^2 - b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

பயிற்சி 2.1.3

➤ பின்வரும் பெறுக்கங்களை விரித்தெழுதுக

1. $(x + y)(x - y)$

2. $(3p - 2r)(3p + 2r)$

3. $(4m^2 - 3n^2)(4m^2 + 3n^2)$

4. $(x + y + z)(x + y - z)$

5. $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$

6. $\left(\frac{2}{x} + \frac{x}{2}\right)\left(\frac{2}{x} - \frac{x}{2}\right)$

7. $\left(ab + \frac{1}{ab}\right)\left(ab - \frac{1}{ab}\right)$

8. $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)$

அட்சரகணித கோவைகளை பயன்படுத்தி பெறுமானம் காண்போம்.

காரணி பற்றிய அறிவினைப் பயன்படுத்திப்பெறுமானம் காணல்.

$$\text{उ+म : } 11 \times 9 = (10 + 1)(10 - 1)$$

$$= (10^2 - 1^2)$$

$$= 99$$

$$(54.5^2 - 45.5^2) = (54.5 - 45.5)(54.5 + 45.5)$$

$$= 9 \times 100$$

$$= 900$$

பயிற்சி 2.1.4

➤ பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் காணக.

1. 101×99

2. 27×33

3. 989×1011

4. 9999×10001

5. 9.8×10.2

6. 1.002×0.998

7. 0.81×1.19

8. $3.3^2 - 1.7^2$

9. $9.8^2 - 0.2^2$

10. $1.02^2 - 0.98^2$

11. $\sqrt{18^2 + 24^2}$

12. $\sqrt{35^2 - 28^2}$

பின்வருவனவற்றை நிறுவக.

1. $\sqrt{13 + 2\sqrt{30}} = \sqrt{10} + \sqrt{3}$

2. $\sqrt{75 + 12\sqrt{21}} = 3\sqrt{7} + 2\sqrt{3}$

3. $\sqrt{7 - 2\sqrt{10}} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$

4. $\sqrt{7} - 1 = \sqrt{8 - 2\sqrt{7}}$

$$\underline{\text{சுதா}} : -(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b)$$

$$= (a+b)(a^2 + 2ab + b^2)$$

$$= a(a^2 + 2ab + b^2) + b(a^2 + 2ab + b^2)$$

$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = (a-b)(a-b)(a-b)$$

$$= (a-b)(a^2 - 2ab + b^2)$$

$$= a(a^2 - 2ab + b^2) - b(a^2 - 2ab + b^2)$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

➤ பின்வரும் கணக்களை விரித்து எழுதுக.

1. $(x+y)^3$

4. $(l-m)^3$

2. $(2x+y)^3$

5. $(2x-y)^3$

3. $(ax+by)^3$

6. $(ax-by)^3$

α சிறிய கணிப்பாயின் $(1 + \alpha)^2 \approx 1 + 2\alpha$ என அண்ணலாக்கம் செய்யலாம். இத்தகைய சந்தர்ப்பங்களை நாம் பொதுக்கவியலில் எதிர்கொள்ள நேரிடலாம். எனவே கீழ்வரும் பயிற்சிகளைச் செய்வோம்.

$(1 - \alpha)^2 \approx 1 - 2\alpha$ என்பதையும் a யுடன் ஒப்பிடும் போது b மிகச் சிறியதாயின்,

$(a + b) = a^2 + 2ab$ என அண்ணலாக்கப்படும் என்பதையும் கவனிக்க.

$$\text{உ+ம் : } 1. (1.01)^2 = (1 + 0.1)^2 \approx 1 + 2 \times 0.1 = 1.2$$

$$2. (0.9)^2 = (1 - 0.1)^2 \approx 1 - 2 \times 0.1 = 0.8$$

பயிற்சி 2.1.5

நான்கு தூரமங்களுக்கு நிருத்தமாகக் கூறுக.

$$1. (1.0015)^2$$

$$6. (0.998)^2$$

$$2. (4.003)^2$$

$$7. (5.99)^2$$

$$3. (10.002)^2$$

$$8. (4.997)^2$$

$$4. (16.003)^2$$

$$9. (6.001)^2$$

$$5. (16.003)^2$$

$$10. (12.0005)^2$$

2.2. அட்சாக்காது கோவைகளைக் காரணப்படுத்தல்

$$\text{உ+ம் : } 1. ax + ay - 5x - 5y = a(x + y) - 5(x + y) = (x+y)(a - 5)$$

$$1. y^2 + 6y + 5y + 30 = y(y + 6) + 5(y + 6) = (y + 6)(y + 5)$$

$$2. lx - ly - mx + my = l(x - y) - m(x - y) = (x - y)(l - m)$$

$$3. x^2 - y^2 - xz + yz = (x - y)(x + y) - z(x - y) = (x - y)(x + y - z)$$

$$4. p^2x + pqx + pr + pqy + q^2y + qr$$

$$= (p^2x + pqx) + (pqy + q^2y) + (pr + qr)$$

$$= px(p + q) + qy(p + q) + r(p + q)$$

$$= (p + q)(px + qy + r)$$

$$5. x^3 + x^2 - x - 1 = x^2(x + 1) - 1(x + 1) = (x + 1)(x^2 - 1)$$

$$= (x + 1)(x + 1)(x - 1) = (x + 1)^2(x - 1)$$

➤ இருபடக் கோவைகள்.

$x^2 + bx + c$ என்ற வடிவுள்ள இருபடக் கோவை ஒன்றின் காரணிகள் காணல் இருபடக் கோவைகளை காரணிகளாக்கல்

$$\text{எ.மி.:- } 1. x^2 + 7x + 12 = x^2 + 4x + 3x + 12$$

$$= x(x+4) + 3(x+4)$$

$$= (x+4)(x+3)$$

$$2. x^2 - 7x + 12 = x^2 - 4x - 3x + 12$$

$$= x(x-4) - 3(x-4)$$

$$= (x-4)(x-3)$$

$$3. x^2 + 4x - 12 = x^2 + 6x - 2x - 12$$

$$= x(x+6) - 2(x+6)$$

$$= (x-2)(x+6)$$

$$4. x^2 - 4x - 12 = x^2 - 6x + 2x - 12$$

$$= x(x-6) + 2(x-6)$$

$$= (x-6)(x+2)$$

பயிற்சி 2.2.1

காரணிப் படித்துக ,

$$1. x^2 + 7x + 10$$

$$10. m^2 + 9m + 20$$

$$2. x^2 - 7x + 10$$

$$11. m^2 - 9m + 20$$

$$3. x^2 - 3x - 10$$

$$12. m^2 - m - 20$$

$$4. x^2 + 3x - 10$$

$$13. m^2 + 8m - 20$$

$$5. x^2 + 4x + 3$$

$$14. k^2 + 10k + 24$$

$$6. x^2 - 4x + 3$$

$$15. k^2 - 14k + 24$$

$$7. x^2 - 2x - 3$$

$$16. k^2 - 5k - 24$$

$$8. x^2 + 2x - 3$$

$$17. k^2 + 10k - 24$$

$$9. -x^2 + x + 6$$

$ax^2 + bx + c$ என்ற வடிவள்ள இருபடிக் கோவை ஒன்றின் காரணிகள் காணல்

உ.ம்:- 1). $3x^2 + 13x + 10 = 3x^2 + 3x + 10x + 10$

$$= 3x(x+1) + 10(x+1)$$

$$= (3x+10)(x+1)$$

2). $6y^2 - y - 15 = 6y^2 - 10y + 9y - 15$

$$= 2y(3y-5) + 3(3y-5)$$

$$= (2y+3)(3y-5)$$

பயிற்சி 2.2.2

1. $6x^2 - 13x + 5$

14. $10x^2 - 13x - 3$

2. $5x^2 + 7x - 6$

15. $7x^2 - 19xy - 6y^2$

3. $7x^2 + 18x + 8$

16. $2 + 11a^2 + 12a^4$

4. $8x^2 - x - 7$

17. $5x^2 + 9xy + 4y^2$

5. $3m^2 - 14mn - 17n^2$

18. $a^2x^2 + 10ax + 21$

6. $9x^2 + 15xy + 4y^2$

19. $32 - 12mn + m^2n^2$

7. $8y^2 - 18yz - 5z^2$

20. $20a^2b^2 - 12ab - 27$

8. $6x^2 - 5xy - 6y^2$

21. $24m^2 + 22mn - 21n^2$

9. $3x^2 - 9x + 4$

22. $5 - 18r + 9r^2$

10. $6a^2 - 17a + 12$

23. $m^4 - 13m^2n^2 - 48n^4$

11. $2x^2 - 19x + 35$

24. $-8x^2 - 13x - 6$

12. $4t^2 + 13t - 12$

25. $24x^2 - 29xy - 4y^2$

13. $3y^2 - 13y + 10$

➤ 2.3 இருக்கங்களின் கூட்டுத் தொகையும் விந்திபாசனம்.

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \text{ என்பதை நாம் அறிவோம். இதிலிருந்து}$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3a^2b - 3ab^2 \text{ என்பதை பெறவாம்.}$$

ஆகவே

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 &= (a+b)^3 - 3a^2b - 3ab^2 \\ &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) = (a+b)(a+b)^2 - 3ab \\ &= (a+b)(a^2 - ab + b^2) \end{aligned}$$

இதே போல்

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

ஆகவே

$$\begin{aligned} a^3 - b^3 &= (a-b)^3 + 3a^2b - 3ab^2 \\ &= (a-b)^3 + 3ab(a-b) \\ &= (a-b)(a-b)^2 + 3ab \\ &= (a-b)(a^2 + ab + b^2) \end{aligned}$$

தீர்மானம் :- 1. $8x^3 + y^3 = (2x)^3 + y^3$
 $= (2x+y)(4x^2 - 2xy + y^2)$

2. $27p^3 - 1 = (3p)^3 - 1^3$
 $= (3p-1)(9p^2 + 3p + 1)$

3. $(a+b)^3 - c^3 = (a+b+c)((a+b)^2 - (a+b)c + c^2)$
 $= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - ac - bc)$

பயிற்சி 2.3.1

➤ காரணிப்படுத்துக.

1. $27m^3 + n^3$

6. $8x^3 + 125x^3y^3$

2. $64x^3 - 27y^3$

7. $64(x+y)^3 - y^3$

3. $a^6 + b^6$

8. $x^3 - (x-y)^3$

4. $p^6 - q^6$

9. $27 - 125a^3$

5. $m^3n^3 - 13$

10. $216 - x^3$

உம் 4 : காரணிப்படுத்துக

$$x^2 + 4y^2 - 9a^2 - 4xy$$

இந்தக் கோவையில் முதலாம் இரண்டாம் நான்காம் உறுப்புக்களை ஒருங்கே எடுப்பதன் மூலம் காரணி காணலாம்.

$$x^2 + 4y^2 - 9a^2 - 4xy$$

$$= (x^2 + 4y^2 - 4xy) - 9a^2$$

$$= (x^2 - 4xy + 4y^2) - 9a^2$$

$$= (x - 2y)^2 - (3a)^2$$

$$= (x - 2y - 3a)(x - 2y + 3a)$$

➤ ஏன் வருவானவற்றைக் காரணிப்படுத்துக.

1. $x^2 + 6x + 9 - 4y^2$

2. $4x^2 - 12xy + 9y^2 - 25$

3. $2a^2 - b^2 - ab$

4. $5m^2 + 14mn - 3n^2 - 10m + 2n$

5. $a^3 - b^3 + a^2 b - ab^2$

6. $3x^2 + 14x - 5 - xy - 5y$

7. $(x + y)^2 + 6(x + y) + 9 - 4y^2$

8. $p^2 + 3pq + 2q^2 + 3p + 6q$

9. $(5x - 1)(x - 3) + (x - 5)(3 - x)$

10. $(a+b)^2 - 7c(a+b) + 12c^2$

11. $(ax + by)^2 - (ay + bx)^2$

12. $x^4 - 16(y-z)^4$

13. $(a^2 - b^2 - c^2)^2 - 4b^2c^2$

14. $a^6 - 7a^3 - 8$

29) $20y^2 + 17y + 3$ என்பதன் காரணிகளைக் காணக.

இதிலிருந்து 2173 இ 201703 என்பவற்றை முதன்மைக்காரணிகளின் பெருக்கங்களாக எழுதுக.

30) $30x^2 + 41x + 7$ என்பதன் காரணிகளைக் கண்டு இதையே உபயோகித்து 304107 என்பதை நூற்றிலும் பெரிய ஒரு காணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுக.

➤ 2.4 அடிக்கலூம் பின்னங்களைச் சுடுக்குதல்

எதும் :

$$1. \frac{6a^2 + 8ab}{2a} = \frac{2a(3a + 4b)}{2a} = 3a + 4b$$

$$2. \frac{x^2 + 3xy - 10y^2}{x^2 + 10xy + 25y^2} \times \frac{x+5y}{x^2 - 4y^2} = \frac{(x+5y)(x-2y)}{(x+5y)^2} \times \frac{(x+5y)}{(x-2y)(x+2y)}$$

$$= \frac{1}{x+2y}$$

$$3. \frac{1}{a} - \frac{2}{a+1} + \frac{1}{a+2} = \frac{(a+1)(a+2) - 2a(a+2) + a(a+1)}{a(a+1)(a+2)}$$

$$= \frac{a^2 + 3a + 2 - 2a^2 - 4a + a^2 + a}{a(a+1)(a+2)}$$

$$= \frac{2}{a(a+1)(a+2)}$$

$$4. \frac{1}{x^2 + 3x + 2} + \frac{1}{x^2 + 5x + 6} = \frac{1}{(x+2)(x+1)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$$

$$= \frac{1(x+3) + 1(x+1)}{(x+1)(x+2)(x+3)}$$

$$= \frac{x+3+x+1}{(x+1)(x+2)(x+3)}$$

$$= \frac{2(x+2)}{(x+1)(x+2)(x+3)}$$

$$= \frac{2}{(x+1)(x+3)}$$

பயிற்சி 2.4.1

➤ சுடுக்குதல்

$$1. \frac{2}{5b} - \frac{4}{3a^3} - \frac{1}{6a^2b^2}$$

$$2. \frac{3x}{3x^2 - 12x} + \frac{1}{6x}$$

$$3. \frac{y-2}{y^2 - 4y + 4} \div \frac{y^2 + 2y}{y^2 + 4y + 4}$$

$$4. \frac{\frac{u}{1} - \frac{1}{u}}{1 - \frac{1}{u^2}}$$

$$5. \frac{m-1}{m^2-4m+4} + \frac{m+3}{m^2-4} + \frac{2}{2-m}$$

$$6. \frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}{\frac{a}{b^2} - \frac{b}{a^2}}$$

$$7. \frac{y}{x^2} \div \left(\frac{x^2+3x}{2x^2+5x-3} \div \frac{x^2y^2-x^2y}{2x^2-3x+1} \right)$$

$$8. \frac{1 - \frac{1}{1 + \frac{x}{y}}}{1 - \frac{1}{1 - \frac{x}{y}}}$$

$$9. \frac{x^3 + y^3}{x^2 - y^2} \times \frac{x - y}{x^2 - xy + y^2}$$

$$10. \frac{x^2 + 3xy - 10y^2}{x^2 + 10y + 25y^2} \times \frac{x + y}{x^2 - 4y^2}$$

$$11. \frac{y-1}{y^2 + 5y + 6} \times \frac{y+2}{y^2 + 5y + 4}$$

$$12. \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9} \div \frac{x + 1}{x^2 + 4x + 3}$$

$$13. \frac{1}{a^2 + a} + \frac{1}{a^2 + 3a + 2} + \frac{1}{a^2 + 2a}$$

$$14. \frac{x + 1}{x^2 - 4} - \frac{5}{x + 2}$$

$$15. \frac{x}{3(x-y)} + \frac{y}{2(x-y)} - \frac{x+4y}{4(x-y)}$$

$$16. \frac{1}{l^2 + lm} + \frac{l+m}{lm - m^2} - \frac{m}{l^2 - m^2}$$

$$17. \frac{2-3a}{2+3a} + \frac{3a+2}{3a-2} + \frac{12}{9a^2-4}$$

$$18. \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}}$$

$$19. \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{z}} \div \frac{1}{x^2 - y^2 - z^2}$$

$$20. \frac{1}{x^2} - x = \frac{1}{x}$$

➤ 2.5 தூத்தினங்களின் எழுவாய் மாற்றம்

கணிதத்திலும் பெளதீகத்திலும் பிரசினங்கள் தீர்க்கும் போது நூல்பட்ட கணியங்களைப் பிரதியிட்டு கேட்கப்படும் கணியத்தை கணிக்கப்பட வேண்டிய தேவை ஏற்படுகிறது. இதற்காகப் பின்வரும் பயிற்சிகளில் ஈடுபடுவோம்.

உ + ம :

$$1. T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g}} \text{ என்பதில் } g \text{ எழுவாயாக்குக?}$$

$$\text{இருபுறமும் வர்க்கிக்க } T^2 = \frac{4\lambda^2 l}{g} \Rightarrow g = \frac{4\lambda^2 l}{T^2}$$

2. $\frac{1}{f} = (\mu - 1) \left[\frac{1}{v} + \frac{1}{u} \right]$ என்பதில் உடைய எழவாயாக்குக?

$$\text{இருபுறமும் } (\mu - 1) \text{ ஆல் வகுக்க } \frac{1}{f(\mu - 1)} = \left[\frac{1}{v} + \frac{1}{u} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{u} = \frac{1}{f(\mu - 1)} - \frac{1}{v} \Rightarrow \frac{1}{u} = \frac{v - f(\mu - 1)}{vf(\mu - 1)} \Rightarrow u = \frac{vf(\mu - 1)}{v - f(\mu - 1)}$$

3. $pv = 1/3 mnc^2$ இல் உடைய எழவாயாக்குக?

$$3pv = mnc^2 \Rightarrow c^2 = \frac{3pv}{mn} \Rightarrow c = \pm \sqrt{\frac{3pv}{mn}}$$

பயிற்சி 2.5.1

பின்வரும் சூத்திரங்களில் அவற்றிற்கு நேரே தொட்டுள்ள கணியத்தை எழவாயாக மாற்றுக.

1. $p = \frac{ws}{w - q}$ (w)

2. $r^2 = p^2 + q^2 + 2pq \cos \theta$ (q)

3. $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$ (v)

4. $k_h = k_c^{nr}$ (r)

5. $y = x - \sqrt{a^2 - b^2}$ (b)

6. $v = \frac{\pi(p_1 - p_2)r^4}{8\eta}$ (r)

7. $T = 2\pi \sqrt{\frac{k}{mh}}$ (h)

8. $f = \frac{1}{2\pi r} \sqrt{\frac{1}{\pi\rho}}$ (p)

9. $P = \pi mf^2 r + k$ (f)

10. $t = \frac{2\pi^{3/2}}{\sqrt{\mu}}$ (μ)

11. $v = u + ft, s = (u+v)t/2$ ஆயின் f கீழ் u, v, s இல் தருக?

$u = 13, v = 5, S = 12$ எனில் f கீழ்க் கணிக்க?

12. $r^2 = p^2 + q^2 + 2pq \cos \theta$ என்பதில் $r = 18, p = 12, q = 8$ ஆயின் θ வைக் காண்க?

13. $\frac{x+a}{x+5} = \frac{x+c}{x+3}$ என்பதில் x ஜ a, c என்பவற்றில் தருக? $a = -1, c = 1$ ஆயின் x இன் பெறுமானம் யாது?

14. $a = xy, s = 2(x+y)$ ஆயின் x ஜ a, s இல் தருக?
 $a = 2400, s = 200$ எனின் x, y என்பவற்றைக் கணிக்குக?

15. i) $10p = 15q = 6r$ எனின் $\frac{3p-r}{q+2r}$ இன் பெறுமானம் யாது?

ii) $\frac{x}{4} = \frac{y}{3}$ எனின் $\frac{3x-2y}{3x+2y}$ இன் பெறுமானம் யாது?

iii) $\frac{5x+y}{3} = \frac{x+5y}{2}$ எனின் $\frac{3x-5y}{2x-3y}$ இன் பெறுமானம் யாது?

iv) $6x^2 = xy + 15y$ எனின் $\frac{x+y}{x-y}$ எடுக்கக்கூடிய பெறுமானமானங்களைக் காண்க?

v) $10x^2 + 9y^2 = 21xy$ எனின் $\frac{x+y}{x+2y}$ எடுக்கக்கூடிய பெறுமானமானங்களைக் காண்க?

vi) $10x^2 + 29xy - 21y^2 = 0$ எனின் $x:y$ என்பதன் பெறுமானம் யாது?

16) i) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ஆயின் பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

a) $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$ b) $\frac{a^2}{a^2 - b^2} = \frac{a-c}{b-d}$

c) $\frac{ac - c^2}{bd - d^2} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2}$ d) $\frac{7a^2 - 5c^2}{7b^2 - 5d^2} = \frac{ac}{bd}$

ii) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ஆயின் பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

a) $\frac{a^2 + b^2}{(a+c)^2} = \frac{b^2}{b^2 + c^2}$ b) $\frac{a^2 + ab + b^2}{a} = \frac{b^2 + bc + c^2}{c}$

c) $\frac{a^3 - c^3}{b^3 - d^3} = \left(\frac{c+e}{d+f}\right)^3$

iii) $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ ஆயின் பீன்வருவனவற்றை நிறுவக.

$$a) \frac{a^2 + b^2}{(a+c)^2} = \frac{b^2}{b^2 + c^2}$$

$$b) \frac{a^2 + ab + b^2}{a} = \frac{b^2 + bc + c^2}{c}$$

$$c) \frac{b^2 - c^2}{a^2 - c^2} = \frac{b^2}{a^2 + b^2}$$

$$d) \frac{a}{d} = \frac{b(b^2 - c^2)}{c(c^2 - d^2)}$$

அலகு 13

நட்சரக்கூது சமன்பாடுகளின் நீர்வகுவு

கணிதபாடத்தைக் கற்றல் என்று கூறும்போது அது பெரும்பாலும் பிரசினங்களைத் தீர்த்தலாக அமைகின்றது. தாப்பட்ட தரவுகள், முடிவுகளைன்பவற்றைப் பயன்படுத்தித் தேவையான சமன்பாடுகளையமைத்து அவற்றைத் தீர்க்க வேண்டிய பல சந்தர்ப்பங்களை நாம் எதிர்கொள்ள வேண்டியிருக்கின்றது. இவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களிலெல்லாம் சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதில் மாணவர் இடர்ப்படுசின்றனர். எனவே சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதில் கூடிய பயிற்சி பெறுதல் இன்றியமையாததாகின்றது.

3.1 எளிய சமன்பாடுகளின் நீர்வகுவு

$$\underline{\text{உ}} \text{ + } \underline{\text{ம}} : - 1) 2(x + 3) - 5(x-1) = x + 3$$

$$2x + 6 - 5x + 5 = x + 3$$

$$\dots\dots 2x - 5x - x = 3 - 6 - 5$$

$$4x = -8$$

$$x = 2$$

$$\underline{\text{உ}} \text{ + } \underline{\text{ம}} : - 2) \frac{3}{2x} - 4 = 3 - \frac{9}{x}$$

இருபற்றமும் $2x$ ஆல் பெருக்க

$$3 - 8x = 6x - 18$$

$$-8x - 6x = -18 - 3$$

$$14x = -21$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$\underline{\text{உ}} \text{ + } \underline{\text{ம}} : - 3) \frac{x}{2} - \frac{5x+4}{3} = \frac{4x-9}{3}$$

இருபற்றமும் 6 ஆல் பெருக்க

$$3x - 2(5x+4) = 2(4x-9)$$

$$3x - 10x - 8 = 8x - 18$$

$$3x - 10x - 8x = -18 + 8$$

$$-15x = -10$$

$$x = \frac{3}{2}$$

பயிற்சி 3.1

பீர்வதும் சமன்பாடுகளுக்கு நிர்க்குக.

$$1) 5(x-2) - 3(x-1) = -1$$

$$6) 4x - \frac{1}{5}(x+4) = 41$$

$$2) \frac{1}{5}(a+3) = 8 - \frac{1}{4}(a-1)$$

$$7) \frac{1}{2y} - \frac{1}{3y} = \frac{1}{5}$$

$$3) y+1 = 2(y-3) - 3(y-1)$$

$$8) \frac{7}{3x} + \frac{5}{x} = 5\frac{1}{2}$$

$$4) \frac{1}{2}(y-1) = 2 + \frac{1}{4}(3-y)$$

$$9) \frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{2} = 1 + \frac{2p}{3}$$

$$5) x(x+2) - 3(x+1) = x^2 + 1$$

$$10) \frac{2x-1}{5} - \frac{3x+1}{2} = \frac{2}{5}$$

3.2 எவ்விட சமன்பாடுகளின் தீர்வதற்கு கேட்டுச் சொல்லும் பிரச்சினங்கள்

ஒம் : இரு எண்களுக்கிடையேயான வித்தியாசம் 5. அவற்றின் நிகரமாறுகளின் கூட்டுத்தொகை $9/14$. அவ்வெண்களைக் காண்க.

அவ்விரு எண்களையும் x, y என்க.

$$\text{ஆகவே } x - y = 5 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{9}{14} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(2) \Rightarrow \frac{y+x}{xy} = \frac{9}{14}$$

$$14(x+y) = 9xy$$

$$(1) \text{ இல்லிருந்து } y = x + 5$$

$$\text{ஆகவே } 14(x-5+x) = 9x(x-5)$$

$$9x^2 - 45x - 28x + 70 = 0$$

$$9x^2 - 73x + 70 = 0$$

$$9x^2 - 63x - 10x + 70 = 0$$

$$9x(x-7) - 10(x-7) = 0$$

$$(9x-10)(x-7) = 0$$

$$x = 10/9 \text{ அல்லது } x = 7$$

பயிற்சி 3.2

1. ஒரு முக்கோணியின் ஒரு பக்கம் 7cm இரண்டாம் முன்றாம் பக்கங்கள் முறையே சுற்றுள்ளின் நாவில் ஒருபங்கும் ஜந்தில் இரண்டு பங்கும் ஆயின் முக்கோணியின் சுற்றுளவைக் காண்க?
2. ஒரெண்ணின் $\frac{2}{3}$ பங்கானது அவ்வெண்ணின் $\frac{1}{2}$ பங்கிலும் 6 அதிகமாகும். அவ்வெண்ணைக் காண்க?
3. அகலத்தின் இருமடங்கிலும் 3m குறைவான நீளத்தையுடைய செவ்வகத்தின் சுற்றுளவு 108m ஆயின் அகலத்தைக் காண்க?
4. 25% அமிலக்கலவை தயாரிப்பதற்கு 50ml 30% அமிலக் கலவையுடன் கலக்க வேண்டிய தூய நீரின் கனவளவு யாது?
5. 90% அமிலக் கலவையுடன்* 51 தூய நீர் கலந்து 50% கனவளவு யாது?
6. 2,4,6,9 ஆகிய எண்கள் ஒவ்வொன்றுடனும் ஒரே எண் கூட்டப்படும் போது பெறப்படும் முதலிரு எண்களும் கடைசி இரு எண்களுக்கும் விகிதசமனாயின் கூட்டப்படும் என் யாது?

3.3 ஒருங்கமை சம்பாடுகளின் தீர்வுகள்

உ + ம :- 1) பிரதியிடும் முறை

$$3x + 2y = 21 \dots\dots\dots(1)$$

$$2x + 5y = 3 \dots\dots\dots(2)$$

$$(1) \Rightarrow y = \frac{21 - 3x}{2}$$

$$(1) \Rightarrow y = \frac{21 - 3x}{2} \quad \text{என் } (2) \text{ இல் பிரதியிட$$

$$2x + \frac{5(21 - 3x)}{2} = 3$$

இருபறமும் 2 ஆல் பெறுக்க

$$4x + 105 - 15x = 6$$

$$-11x = 6 - 105 = -99$$

$$x = 9$$

$$x = 9 \quad \text{என் } y = \frac{21 - 3x}{2} = \frac{21 - 3 \times 9}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$x = 9$$

$$y = -3$$

உ +ம : 1) கூட்டல் கழித்தல் முறை

$$5x + 2y = 12 \dots\dots\dots(1)$$

$$4x + 3y = 11 \dots\dots\dots(2)$$

y இன் குணகங்களைச் சமப்படுத்துவோம்:

2,3 என்பவற்றின் பொ.ம.சி 6.

இருசமன்பாடுகளிலும் y இன் குணகங்களைச் 6 ஆக்குவோம்.

இதற்காக (1)^{ஆக} சமன்பாட்டை 3 இனாலும் (2)^{ஆக} சமன்பாட்டை 2 இனாலும் பெருக்குவோம்.

$$(1) \times 3 \quad 15x + 6y = 36 \quad (3)$$

$$(2) \times 2 \quad 8x + 6y = 22 \quad (4)$$

y ஜ நீக்குவதற்காக (3) இவிருந்து (4) ஜக் கழிப்போம்.

$$(3) - (4) \quad 7x = 14$$

$$x = 2$$

$x = 2$ ஜ (1) இல் பிரதியிட

$$5x + 2y = 12$$

$$2y = 12 - 10 = 2$$

$$y = 1$$

$$x = 2$$

$$y = 1$$

உ +ம : 3) துணிகோவை முறையாகவும் தீக்கலாம்

$$5x + 2y = 12 \dots\dots\dots(1)$$

$$4x + 3y = 11 \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{-x}{\begin{vmatrix} 2 & 12 \\ 3 & 11 \end{vmatrix}} = \frac{y}{\begin{vmatrix} 5 & 12 \\ 4 & 11 \end{vmatrix}} = \frac{1}{\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}}$$

$$-x = \frac{22 - 36}{15 - 8} = -2$$

$$y = \frac{55 - 48}{15 - 8} = 1$$

$$x = 2$$

$$y = 1$$

து + 4) மூன்று மாறிகளுடனான ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் போகு

$$3x + 2y + z - 13 = 0$$

$$2x + y + 5z - 12 = 0$$

$$x + y + 3z - 8 = 0$$

$$\begin{vmatrix} x & -y & z \\ 2 & 1 & 13 \\ 1 & 5 & 12 \\ 1 & 3 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -y & z \\ 3 & 1 & 13 \\ 2 & 5 & 12 \\ 1 & 3 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -y & z \\ 3 & 2 & 13 \\ 2 & 1 & 12 \\ 1 & 1 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$x = \frac{2(5 \times 8 - 3 \times 12) + 1(12 \times 1 - 1 \times 8) + 13(1 \times 3 - 5 \times 1)}{3(1 \times 3 - 5 \times 1) + 2(5 \times 1 - 2 \times 3) + 1(2 \times 1 - 1 \times 1)} = \frac{-14}{-7} = 2$$

$$-y = \frac{3(40 - 36) + 1(12 - 16) + 13(6 - 5)}{-7} = \frac{-21}{-7} = 3$$

$$z = \frac{3(8 - 12) + 2(12 - 16) + 13(2 - 1)}{-7} = \frac{-7}{-7} = 1$$

$$x = 2$$

$$y = 3$$

$$z = 1$$

பயிற்சி 3.3

இருங்கமை சமன்பாடுகளின் தீவுகள்.

பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்குக.

$$1. 2x - y - 3 = 3y - x + 4 = 5x - 8y - 4$$

$$2. x - y = y - x + 2 = 3y$$

$$3. \frac{4}{x} - \frac{1}{y} = 17 ; \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 19$$

$$4. \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5 ; \frac{5}{x} - \frac{1}{y} = 16$$

$$5. 25x + 36y + 36z = 12$$

$$4x + 81y + 4z = 27$$

$$9x + 9y + 64z = 3$$

$$6. 4x - 3y + 2z + 7 = 0$$

$$6x + 2y - 3z - 33 = 0$$

$$2x - 4y - z + 3 = 0$$

3.4 ஒருங்கமை சமள்பாடுகளின் தீர்வுகள்

1. படகொன்று 80km தூரத்தை நீரோட்டத் திசையில் செல்வதற்கு 5 மணித்தியாலமும் நீரோட்டத்திற்கு எதிராகச் செல்வதற்கு 8 மணித்தியாலமும் எடுக்கின்றது. படகின் கதியையும் நீரோட்டத்தின் கதியையும் காண்க?
2. 4 வருடங்களின் பின் தகப்பனின் வயதானது. அப்போது அவன் மகனின் வயது என்னவாகுமோ அதைப்போல 3 மடங்காகும். 4 வருடங்களின் முன் அவனின் வயது மகனுடைய வயது என்னவாக இருந்ததோ அதைப்போல் 5 மடங்காகும். இருவரினதும் தற்போதைய வயது யாது?
3. A,B என்னும் இருவரிடமும் ஒரு தொகை மாபிள்கள் உள்ளன. A,B இற்கு 3 மாபிள்கள் கொடுத்தால் B யிடம் A யிடமுள்ளதைப்போல் இருமடங்கு மாபிள்கள் இருக்கும். B, A யிற்கு 5 மாபிள்கள் கொடுத்தால் A யிடம் Bயிடம் உள்ளதைப்போல் இருமடங்கு இருக்கும். ஒவ்வொருவரிடமும் எத்தனை மாபிள்கள் இருக்கின்றன?
4. இருஎண்களுள் , முதல் எண்ணுடன் 11 ஐக் கூட்டுவதால் வரும் எண் இரண்டாவது எண்ணைப்போல் இருமடங்காகும். இரண்டாவது எண்ணுடன் 20ஐக் கூட்டுவதால் வரும் எண் முதலாவது எண்ணைப்போல் இருமடங்காகும். அவ்வெண்கள் எவை?
5. முக்கோ ஶியோன்றின் பக்கநீளங்கள் முறையே $(x+4)cm$, $(4x - y)cm$, $(y + 2)cm$ ஆகும். இது ஒருசமபக்க முக்கோணி ஆயின் x, y என்பவற்றின் பெறுமானம் யாது?
6. இருபெட்டிகளில் 25 சத 50 சத நாணயங்கள் மாத்திரமே உள்ளன. 1^o பெட்டியில் 18ரூபாவும் 2^o பெட்டியில் 22ரூபாவும் உள்ளன. 2^o பெட்டியில் 2^o பெட்டியிலுள்ளதன் மூன்றிலொரு பங்கு 25 சத நாணயங்களும் உள்ளன. 40% கூடுதலான 50 சத நாணயங்களும் உள்ளன. 1^o பெட்டியில் ஒவ்வொரு வகையிலும் எத்தனை நாணயங்கள் உள்ளன.

➤ ஒதுபடிச் சமள்பாடுகளின் தீர்வுகள்.

1. காரணிப்படுத்துவதன் மூலம் தீர்க்க?

1. $4x^2 - 8x = 0$

4. $2x^2 - 11x + 12 = 0$

2. $3a^2 - 12a = 0$

5. $3x^2 + 10x - 8 = 0$

3. $9x^2 - 12x + 4 = 0$

6. $16x^2 + 8x + 1 = 0$

2. வர்க்கமூலம் காண்பதன் மூலம் தீர்க்க?

$$1. y^2 = 9$$

$$2. 4x^2 - 9 = 0$$

$$3. (x - 3)^2 = 25$$

3. நிறைவர்க்கமாக்குவதன் மூலம் தீர்க்குக?

$$1. x^2 - 6x - 3 = 0$$

$$2. 2y^2 - 6y + 3 = 0$$

$$3. y^2 - 10y - 3 = 0$$

$$4. ax^2 + bx + c = 0$$

இன் தீவிகள் $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ என்பதை

உபயோகித்து தீர்க்குக?

$$1. x^2 - 10x - 3 = 0$$

$$2. x^2 - 6x - 3 = 0$$

$$3. y^2 - 5y + 3 = 0$$

$$4. 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$5. 3x^2 - 5x - 4 = 0$$

$$6. x^2 + px + q = 0$$

5. பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்குக?

$$1. 12x^2 + 7x + 10 = 0$$

$$2. (2x - 3)^2 = 25$$

$$3. 1 + \frac{8}{x^2} = \frac{4}{x}$$

$$4. \frac{2}{x} = \frac{3}{x^2} + 1$$

$$5. \frac{24}{10+x} + 1 = \frac{24}{10-x}$$

$$6. \frac{12}{y-1} + \frac{12}{y} = 1$$

$$7. \frac{2}{x-2} = \frac{4}{x-3} - \frac{1}{x-1}$$

$$8. \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+3} = \frac{4}{x-2}$$

$$9. \frac{x+2}{x+3} - \frac{x^2}{x^2-9} = 1 - \frac{x-1}{3-x}$$

$$10. \frac{11}{x^2-4} + \frac{x+3}{2-x} = \frac{2x-3}{x+2}$$

- தூராச் சாள்பாடுகளுக்கு டெப்டீஸ் செல்லும் பிரீஸ்னங்கள்
- உம் :- எண்கள் இரண்டுள்ள ஒன்று மற்றையதன் இருமடங்காகும். சிறிய எண் ஒன்றாலும் மற்றைய எண் மூன்றாலும் அதிகரிக்கப்படின் அவற்றின் நேர்மாறுகளின் கூட்டுத்தொகை $10/21$. இரண்டு எண்களையும் காண்க.

எண்ணை X என்க.

ஆகவே மற்றைய எண் $2x$ ஆகும்.

$(X + 1), (2x + 3)$ அதிகரிக்கப்படின்

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{2x+3} = \frac{10}{21}$$

$$\Rightarrow \frac{(2x+3)+(x+1)}{(x+1)(2x+3)} = \frac{10}{21} \Rightarrow \frac{(3x+4)}{(x+1)(2x+3)} = \frac{10}{21}$$

$$21(3x+4) = 10(x+1)(2x+3)$$

$$63x+84 = 20x^2 + 50x + 30$$

$$20x^2 - 13x - 54 = 0$$

$$20x^2 + 27x - 40x - 54 = 0$$

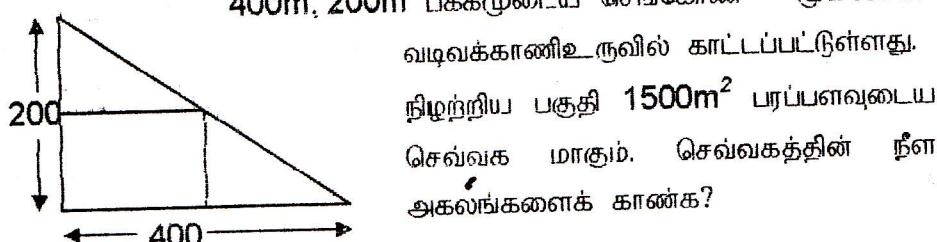
$$20x(x-2) + 27(x-2) = 0$$

$$(20x+27)(x-2) = 0$$

$$x = 2 \text{ அல்லது } x = -27/20$$

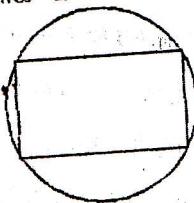
- இரு எண்களின் கூட்டுத் தொகை 21. அவற்றின் பெருக்கம் 104. அவ்வெண்களைக் காண்க?
- ஒரு எண்ணினதும் அதன் நிகர் மாற்றினதும் கூட்டுத் தொகை $\frac{65}{8}$ அவ்வெண்ணைக் காண்க?
- முக்கோணி ஒன்றின் அடியானது அதன் குத்துப்பாரத்திலும் 3cm அதிகமானது. அம் முக்கோணியின் பரப்பளவு 2cm^2 ஆயின் அடியின் நீளத்தைக் காண்க?

- 400m, 200m பக்கமுடைய செங்கோண முக்கோண வடிவக்காணிடருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



நிழந்தியப் பகுதி 1500m^2 பரப்பளவுடைய செவ்வக மாதும். செவ்வகத்தின் நீள அகலங்களைக் காண்க?

9. செவ்வட்டக் கும்புருவிலான பாத்திரமொன்று 125cm^2 பரப்பளவுள்ள தாளிலிருந்து அமைக்கப்பட்டுள்ளது. கும்பின் உயரம் 10cm ஆயின் கும்பினாரையைக் கணிக்க? [(ie) $\pi r = 125$]
10. கம்பனி ஒன்றின் விளம்பரச் சின்னத்திற்காக 6.5cm விட்டமுள்ள வட்டமொன்றின் 15cm^2 பரப்பளவுள்ள செவ்வகம் உருவில் காட்டப்பட்டவாறு வரையப்படுகின்றது. செவ்வகத்தின் நீள அகலங்களைக் காணக?



11. 36cm சுற்றுளவுள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 32cm^2 . செவ்வகத்தின் நீள அகலத்தைக் காணக?
12. செங்கோண முக்கோணி ஒன்றின் செம்பக்கம் 13cm அதன் பரப்பளவு 30cm^2 மற்றைய இருபுக்க நீளங்களைக் காணக?
13. 572m^2 மேற்பரப்புள்ள நீச்சல் தடாகமொன்றைச் சுற்றிவர 5m அகலமான மேடையுண்டு. மேடையையும் உள்ளடக்கும் மொத்தப் பரப்பளவு 1152m^2 ஆயின் நீச்சல் தடாகத்தின் நீள அகலம் யாது?
14. A என்னும் பஸ் வண்டி நண்பகல் 12.00 மணிக்கு யாழ் பஸ் நிலையத்திலிருந்து பழப்பட்டு தெந்து நோக்கி A9 பாதை வழியாக செல்கிறது. 30 நிமிடத்தின் பின் பழப்பட்டு தெந்து நோக்கி A9 பாதை வழியாக செல்கிறது. 30 நிமிடத்தின் பின் பழப்பட்டு தெந்து நோக்கி A9 பாதை வழியாக சென்று பஸ் நிலையத்திலிருந்து பழப்பட்டு B என்னும் பஸ். அதே பாதை வழியாக சென்று பஸ் நிலையத்திலிருந்து 210km தூரத்தில் Aயை முந்துசின்றுது. B யின் பழப்பட்டு தெந்து நோக்கி A9 பாதை வழியாக செல்கிறது. A யை சுராசிக் கதி A யின் சுராசிக் கதியிலும் 10 kmh^{-1} அதிகமெனின் B, A யை கடக்கும் போது நேரம் யாது?

➤ தூராசிக் கதியிலுள்ள நீர்வகை (ஒருங்கமை)

$$1. 8x^2 - y^2 = 16$$

$$y = 2x$$

$$2. y^2 = 2x$$

$$x = y \frac{1}{2}$$

$$3. 3x^2 - 2y^2 = 25$$

$$x + y = 0$$

$$4. x^2 + 4y^2 = 32$$

$$x + 2y = 0$$

$$5. y^2 = x$$

$$x - 2y = 2$$

$$6. x^2 = 2y$$

$$3x = y + 2$$

$$7. x^2 - y^2 = 3$$

$$8. x^2 = y^2 = 10$$

$$9. xy = 4$$

$$x^2 + y^2 = 5$$

$$16x^2 + y^2 = 25$$

$$x - y = 2$$

$$10. 2x^2 + 3y^2 = 4$$

$$4x^2 + 2y^2 = 8$$

$$11. y^2 = 5x^2 + 1$$

$$xy = 2$$

$$12. x^2 + y^2 = 5$$

$$x^2 = y$$

$$13. 2x^2 + 3y^2 = 10$$

$$x^2 - 4y^2 = -17$$

$$14. x^2 - xy + y^2 = 9$$

$$2x^2 - xy = 0$$

$$15. x^2 + 3xy + y^2 = 20$$

$$xy - y^2 = 0$$

$$16. x - y = 5$$

$$x^2 + xy + y^2 = 7$$

$$17. x = y^2 - 6$$

$$y = x/2 - 1$$

$$18. 2x + 3y = 8$$

$$y = 2x^2$$

$$19). 2xy - 7x = 7$$

$$3xy - 10x = 14$$

$$20). x - 2y = 1$$

$$xy = 1$$

$$21). x + y = 2$$

$$2x^2 + y^2 = 3$$

$$22). (x+2)(x+5) = (y+2)(y-5)$$

$$x - y = 6$$

$$23). 7xy = x + 2y$$

$$3x - 4y = 1$$

$$24). x + y = 8$$

$$x^2 - y^2 = 16$$

ஒருங்கமை கூடுதல் சமன்பாடுகளுக்கு கூட்டுச் செல்லும் பிரச்சினைகள்

1. ஸரிலக்கங்களான ஒரெண் அவ்விலக்கங்களைப் புறமாற்றுவதால் உண்டாகும் எண்ணிலும் 18 ஆற் கூடியது. அவ்வெண்ணின் இலக்கங்களின் பெருக்கத்தின் மூழ்மடங்கு அவற்றின் கூட்டுத்தொகையின் ஐந்து மடங்கிலும் 5 ஆற் பெரியது. அவ்வெண்ணைக்காண்க.
2. சராசரிக்கத்தியை மணிக்கு 5km வீதம் கூட்டுவதால் ஒரு பிரயாணத்துக்கு எடுக்கும் நேரம் 25 நிமிடங்களால் குறைக்கப்படும். சராசரிக்கத்தியை மணிக்கு 5km வீதம் மேலும் கூட்டுவதால் பிரயாணத்துக்கான நேரம் மேலும் 20 நிமிடங்களால் குறைக்கப்படும். பிரயாணத்தையும் சராசரிக்கத்தியையும் காண்க.

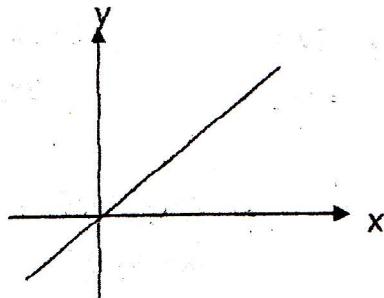
அலகு 04

வரையுதல்

➤ 4.1 ஏகபரிமாணச் சார்பின் வரைபாடு

$y = ax + b$ என்னும் வடிவில் உள்ள சார்பு ஏகபரிமாணச் சார்பாகும். இதன் வரைபாடு நேர்கோடாகும். a நேர்கோட்டின் படித்திறன் எனவும் b நேர்கோட்டின் வெட்டுத்துண்டு எனவும் சொல்லப்படும்.

1. $y = 2x$ என்னும் நேர்கோடு உற்பத்தியினாடாகச் செல்லும். இதன் வரைபாடு, என்றவாறு அமையும்.

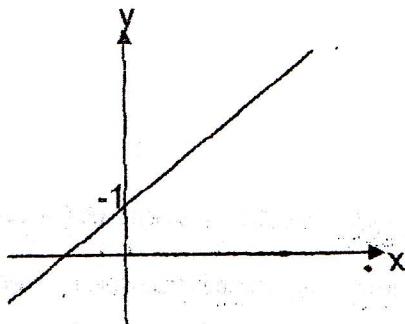


(0,0), (1,2), (2,4), (-1,-2)

2)

போன்ற புள்ளிகள் இந்நேர்கோட்டில் இருக்கும்.

2.

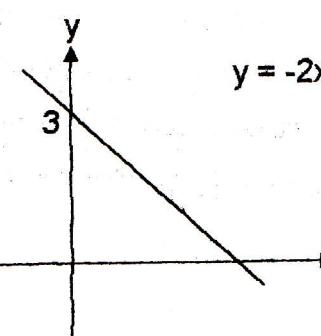


$y = 2x + 1$ இன் வரைபாடு

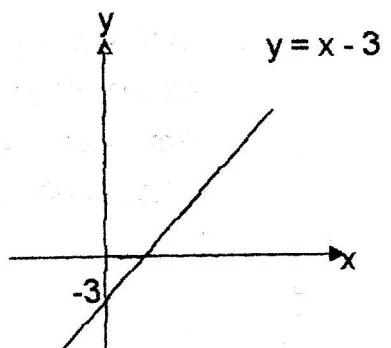
(-½, 0), (0,1), (1,3),

(2, 5)

போன்ற புள்ளிகள் இந்நேர்கோட்டில் இருக்கும்.



$$y = -2x + 3$$



$$y = x - 3$$

இந்நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டும்போது வெட்டும் புள்ளியின் x , y ஆள்கூறுகள் இரு சமன்பாடுகளையும் திருப்தி செய்யும். எனவே

இருங்கமைச்சமன்பாடுகள் இரண்டின் தீவுகள் அச்சமன்பாடுகளால் தரப்படும் நேர்கோடுகள் இடைவெட்டும் புள்ளியின் (x,y) ஆள்க்கறுகளாகும்,

எடுத்துக்காட்டு :-

$y = 3x + 2$, $y = x + 6$ என்றும் இருநேர்கோடுகள் இடைவெட்டும் புள்ளியின் ஆள்க்கறுகளைக் காண்க?

$$y = 3x + 2 \dots\dots\dots(1)$$

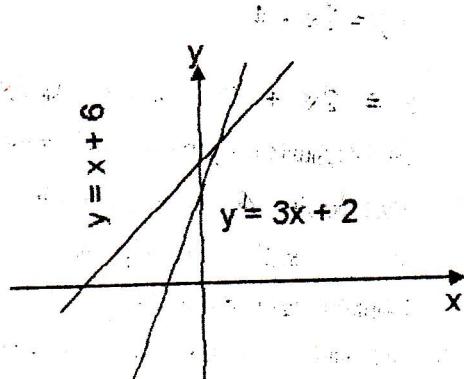
$$y = x + 6 \dots\dots\dots(2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 3x + 2 = x + 6$$

$$\Rightarrow 2x = 4$$

$$\Rightarrow x = 2$$

$$y = 3 \times 2 + 2 = 8$$



வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்க்கறுகள்

(2,8)

➤ நேர்கோடு வரைய

பயிற்சி 4.1

1. உற்பத்தியினாடாகசெல்லும் ஏதாவது மூன்று நேர்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைத் தருக?

2. பின்வரும் ஒவ்வொரு புள்ளிச் சோடிகளையும் இணைக்கும் கோட்டின் படித்திற்ணைக் கண்டு இக்கோடு X அச்சின் நேர்த்திசையுடன் அமைக்கும் கோணம் எவ்வகைக் கோணம் எனத் தீர்மானிக்க.

1. A = (5,9) B = (-4, 5)

2. P = (5, 2) Q = (-2, 4)

3. L = (-7, 5) M = (3, ½)

4. R = (0,4) S = (-3, 0)

3. பின்வரும் படித்திறங்களைக் கொண்ட உற்பத்தியினாடு செல்லும் நேர்கோடுகளை ஒரே ஆள்க்கறுத் தளத்தில் வரைக?

1. 1 2. 2 3. 1/3 4. -1 5. -1/3

4. X அச்சின் சமன்பாடு யாது?

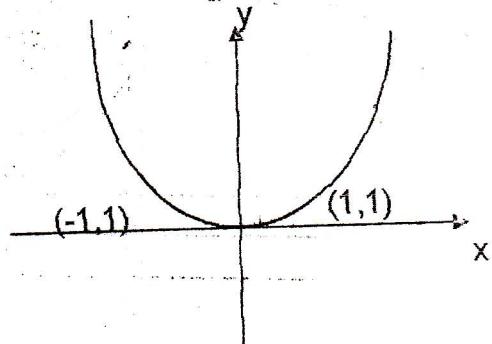
y அச்சின் சமன்பாடு யாது?

5. X அச்சிற்கு சமாந்தரமான நேர்கோட்டின் படித்திறன் யாது?

y அச்சிற்கு சமாந்தரமான நேர்கோட்டின் படித்திறன் யாது?

6. பின்வரும் நேர்கோட்டு சமன்பாடுகளின் படித்திறன் வெட்டுத்துண்டுகளை எழுதுக?
1. $y = 3x + 5$
 2. $4y = 8x + 12$
 3. $y = 2x - 4$
4. $y = -7x + 3$
5. $-3y = -6x + 1$
6. $\frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 1$
7. $y = 2x + 3$ என்ற நேர்கோட்டிற்கு சமாந்தரமாகவும் $(0,7)$ இலாடாக செல்வதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக?
8. படித்திறன் 4, வெட்டுத்துண்டு 5 ஆகவடைய நேர்கோட்டின் சமன்பாடு யாது?
9. -2 என்னும் படித்திறனுடன் $(2,2)$ என்னும் புள்ளிக்கூடாகச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு யாது?
10. பின்வரும் ஒவ்வொரு நேர்கோட்டிலும் அமைகின்ற மூன்று புள்ளிகளை காண்பதன் மூலம் பின்வரும் கோடுகளை வெவ்வேறு ஆள்கூற்றுத் தளங்களில் வரைக?
1. $2x - 4y + 3 = 0$
 2. $5x + 6y - 10 = 0$
3. $5x - 3y + 4 = 0$
4. $4x - 5y + 6 = 0$
11. $(5, -2)$ என்ற புள்ளிக்கூடாகவும் $4x - 5y + 1 = 0$ என்னும் கோட்டுக்குச் சமாந்தரமாகவும் செல்லும் கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக?
12. 1. வரைபுத் தாளில் A $(5,3)$, B $(4, -1)$, C $(0,4)$ ஆகிய புள்ளிகளைக் கூட்டி AB, BC, CA என்பவற்றின் படித்திறன்களைக் காணக?
2. A இற்கூடாக BC யிற்குச் சமாந்தரமாக செல்லும் கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக?
 3. B யிற்கூடாக செல்லும் AC யிற்குச் சமாந்தரமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக?
 4. C யிற்கூடாக செல்லும் AB யிற்குச் சமாந்தரமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக?
13. y அச்சிற்கு சமாந்தரமாகச் செல்லும் ஏதாவது மூன்று நேர்கோடுகளை குறிப்பிடுக?
14. x அச்சிற்கு சமாந்தரமாகச் செல்லும் ஏதாவது மூன்று நேர்கோடுகளை குறிப்பிடுக?
15. $(0,5)$ என்னும் புள்ளிக்கூடாகவும் x அச்சிற்கு சமாந்தரமாகச் செல்லும் நேர்கோட்டில் அமைந்த ஏதாவது மூன்று புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளைத் தருக?
16. $(4,1)$ என்னும் புள்ளிக்கூடாக சென்று (1) x அச்சிற்கு 2) y அச்சிற்கு சமாந்தரமாக அமையும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைத் தருக?
17. $2y = 10x - 2$ என்னும் கோட்டிற்கு சமாந்தரமாகவும் உற்பத்திக்கூடாகவும் செல்வதுமான நேர்கோட்டின் படித்திறன் யாது?

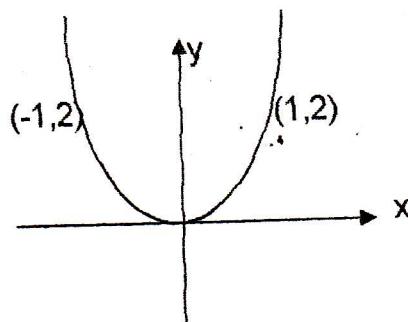
18. சோடிப்புள்ளிகளின் படித்திறனை முதலிழகன்டு பின்னர் அவற்றிழக்டாகச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக?
- I. (1,2), (3,4) II. (8-7), (-4,3) III. (-1,0), (5, -2)
19. பின்வரும் நேர்கோட்டுச் சோடிகளை ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைக? அவை இடைவெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக?
1. $y = -2x + 7$; $y = x + 4$ 3. $y = 3x + 2$; $y = -x + 2$
2. $y = 3x + 2$; $y = \frac{x}{2} + 2$ 4. $y = -\frac{2x}{3} - \frac{3}{5}$; $y = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$
20. மேலே தரப்பட்டுள்ள ஒருங்கமை சமன்பாட்டுச் சோடிகளைத் தீர்ப்பதன் மூலம் நேர்கோடுகள் இடைவெட்டும் புள்ளிகளின் ஆள்கூற்றுக்களை காண்க?
21. $y = x + 4$ என்னும் நேர்கோட்டுக்குச் சமாந்தரமாக உற்பத்தியினாடாகச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக?
22. $2x + 5y = 7$ என்னும் நேர்கோட்டின் படித்திறன் வெட்டுத் துண்டு என்பவற்றை எழுதுக?
23. $3x + 2y = 8$ என்னும் நேர்கோட்டுக்குச் சமாந்தரமாக (1,2) என்னும் புள்ளியிடாகச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக.
24. x அச்சின் நேர்த்திசெய்டன் 45 கோணமமைத்து y அச்சை (0,8) என்னும் புள்ளியில் வெட்டும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக?



➤ 4.2 கூருஷ் சம்புகளின் வரையுகள்

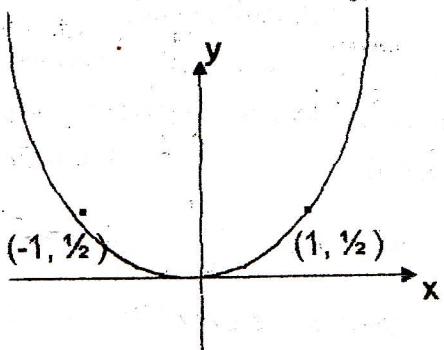
இவற்றின் வரைபுகளின் வடிவங்களைப் பார்ப்போம்.

$$\text{உடம் : } -y = x^2 \text{ இதன் வரைபு}$$

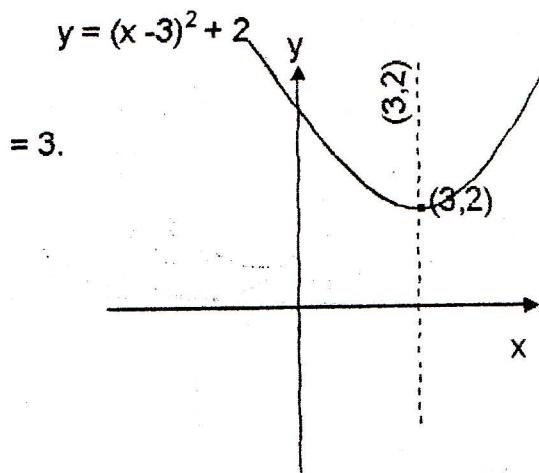
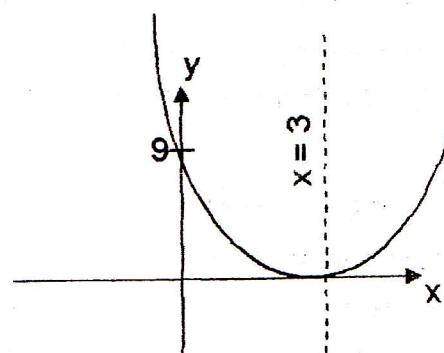


$$y = 2x^2$$

$y = \frac{1}{2}x^2$
 இங்கு சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாடு $x = 0$ இவை சமச்சீரான வரைபுகளாக அமையும்.



$$y = (x - 3)^2 \text{ சமச்சீர்க்கிண் சமன்பாடு } x = 3$$



சமச்சீர்க்கிண் சமன்பாடு x

இங்கு சார்பான்து 2 இலும்

குறைந்த

எப்பெறுமானத்தையும்

எடுக்காது. எனவே சார்பின்

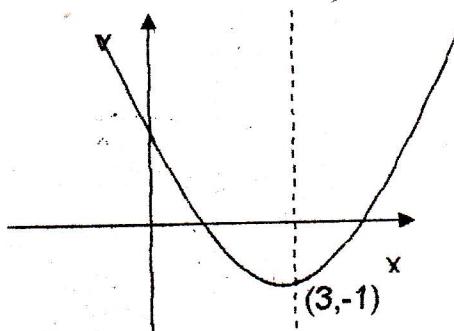
இழியுப் பெறுமானம் 2

ஆகும். திரும்பற்

புள்ளியின் (உச்சியின்)

ஆள்கறு (3, 2) ஆகும்.

$$y = (x - 3)^2 - 1$$



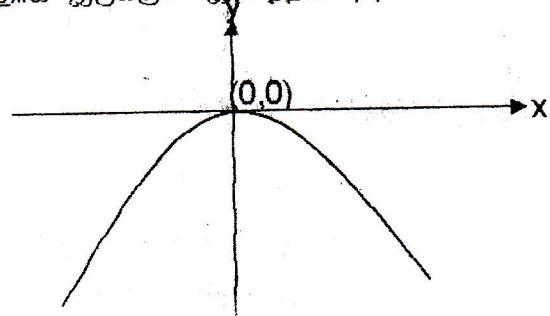
திருப்பற் புள்ளியின்
(உச்சியின்) ஆள்கூறு (3,
-1) ஆகும்.

இருடிச் சார்பு $y = ax^2 + bx + c$ என்ற வடிவில் தரப்பட்டிருப்பின் அவற்றை நிறை வர்க்கங்களாக

எழுதுவதன் மூலம் வரைபின் சமச்சீர்ச்சின் சமன்பாடு, திரும்பற்புள்ளியின் ஆள்கூறு இறிவுப் பெறுமானம் என்பவற்றைக் காணலாம். $y = ax^2 + bx + c$ என்பதில் $a < 0$ ஆயின் வரைபானது உயர்வு திரும்பலைக் கொண்டதாக இருக்கும்: இச்சந்தரப்பத்தில்

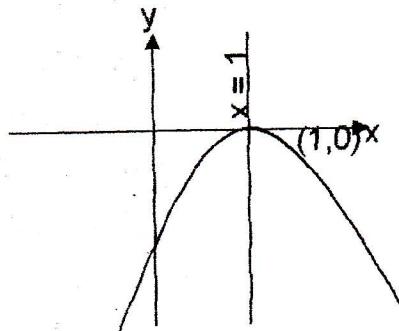
உ + ம :-

$$y = -x^2$$



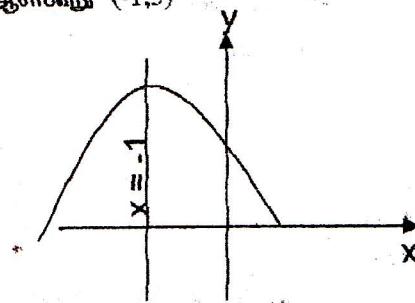
$$y = -3(x - 1)^2$$

சமச்சீர்ச்சின் சமன்பாடு $x = 1$

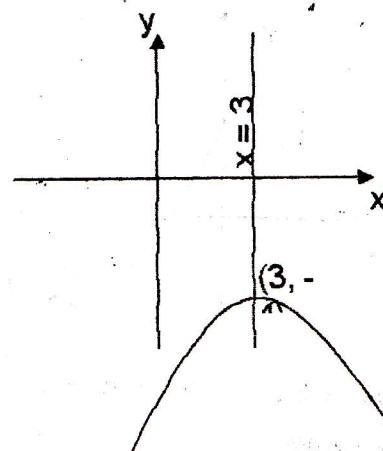


$$y = -2(x + 1)^2 + 5$$

சமச்சீர்க்கிள் சமன்பாடு $x = -1$
சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானம் 5
உச்சியின் ஆள்கலை (-1, 5)



$$y = -(x - 3)^2 - 4$$



பயிற்சி 4.2

1. பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளை $a(x + p)^2 + q$ என்னும் வடிவின் எழுதி அற்றின்

- a) சமச்சீர்க்கிள் சமன்பாடு
- b) உச்சியின் ஆள்கலை
- c) இழிவு / உயர்வு பெறுமானம் என்பவற்றைக் காண்க?

1. $y = (x - 2)^2$

9. $y = 3x^2 + 5x + 6$

2. $y = x + 3)^2$

10. $y = 2x^2 - 8x + 7$

3. $y = (x - 1)^2$

11. $y = 2(x - 5)$

4. $y = 8 - (x - 3)^2$

12. $y = 3 - 7(x - 1)^2$

5. $y = -(x + 4)^2$

13. $y = (x - 2)(x - 3)$

6. $y = 6 - x^2$

14. $y = (x - 1)(2x + 3)$

7. $y = x^2 - 5x + 6$

15. $y = x^2 - 1$

8. $y = 6 - 7x - x^2$

2. $y = (x - 3)^2 - 1$ இன் வரையை வரைந்துள்ளோ. இவ்வரைபு

y அச்சை வெட்டும்பள்ளியின் ஆள்கலை யாது?

x அச்சை எத்தனை புள்ளிகளில் இடைவெட்டும்?

அப்புள்ளிகளின் ஆள்கலைகளை எழுதுக?

3. $y = 9 - (x - 1)^2$ என்பதன் வரைபு x அச்சை வெட்டும் புள்ளிகளின் ஆள்கலைகளை

எழுதுக?

4. $y = (x - 3)(x - 2)$ என்பதன் வரைபு X அச்சை வெட்டும் புள்ளிகளின் ஆள்க்கறுகளையும் எழுதுக?
5. $y = x^2 - 5x + 6$ இன் வரைபைப் பயன்படுத்தி $x^2 - 5x + 3 = 0$ இன் தீவுகளைப் பெறவேண்டியுள்ளது. வரைய வேண்டிய நேர்கோட்டின் சமன்பாடு யாது? $y = 10$ என்ற நேர்கோட்டை வரைவதனால் எந்த இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலகங்களைக் காணலாம்.
6. இருபடிச் சார்பொன்றின் வரைபு X அச்சை $(-1, 0), (3, 0)$ ஆகிய புள்ளிகளிலும் Y அச்சை $(0, -12)$ இலும் வெட்டுகின்றது. இருபடிச் சார்பை எழுதுக?
7. $y = x^2 - 5x + 6$ இன் வரைபைப் பரும்படியாகத் தருக?
- $y > x^2 - 5x + 6, y < 4$ என்பவற்றால் தரப்படும் பிரதேசத்தை நிழந்துக?
8. $y = 4 - (x - 1)^2$ இன் வரைபை வரைந்துள்ளீர். பின்வரும் நேர்கோடுகளின் வரைபை எத்தனை புள்ளிகளில் இடைவெட்டும் எனக் காணக?
1. $y = 5$ 2. $y = 0$ 3. $y = 4$ 4. $y = 1$ 5. $y = -2$
9. $y = 16 - (x + 3)^2$ இன் வரைபை வரைந்துள்ளீர். பின்வரும் நேர்கோடுகளை வரைவதனால் தீவுகளைக் காணக் கூடிய இருபடிச் சமன்பாடுகளை எழுதுக?
1. $y = 0$ 2. $y = 7$ 3. $y = 12$ 4. $y = -9$ 6. $y = -6x$
10. $2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}$ என்பவற்றை மூலங்களாகவுடைய இருபடிச் சமன்பாடு $f(x) = 0$ ஜ எழுதுக? $y = f(x)$ என்னும் சார்பின் வரைபில் உச்சியின் ஆள்க்கறுகளைக் காணக?
11. 1. $y = x^2$ இன் வரைபை வரைக
 கீழ்வருபவின் சமச்சீர் அச்சின் சமன்பாடு யாது?
3. வளையியின் இழிவுப் பெறுமானம் யாது?
4. வளையியின் திரும்பற் புள்ளி யாது?
12. 1. $-3 < x < 3$ என்ற வீச்சில் பின்வரும் சார்புகளின் வரைபை வரைக?
1. $y = 2x^2$ 2. $y = 3x^2$ 3. $y = \frac{1}{2}x^2$ 4. $y = \frac{1}{3}x^2$
2. மேலே (12) இல் குறிப்பிட்டுள்ள ஒவ்வொரு வரைபினதும் சமச்சீர் அச்சுக்களின் சமன்பாடுகளை எழுதுக?
13. $y = x^2$ என்ற சார்பின் வரைபினைப் பயன்படுத்தி $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ என்பவற்றின் கிட்டிய பெறுமானங்களைக் காணக?
14. 1. $y = x^2 + 1$ என்ற சார்பின் வரைபை வரைக ?
 2. சமச்சீர்ச்சின் சமன்பாடு?
 3. சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம்?
 4. இழிவுப் புள்ளியின் ஆள்க்கறு யாது?

15. $y = x^2 + 4x + 3$ என்ற சார்பின் வரைபை $\{x : -5 \leq x \leq 0\}$ என்னும் ஆட்சியில் வரைக. அதிலிருந்து i) $x^2 + 4x + 5 = 0$ ii) $x^2 + 4x + 3 = 0$ என்னும் சமன்பாடுகளின் தீவுகளைக்காண்க.

16. $y = x^2$ என்பதன் வரைபைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றின் வரைபுகளை உப்த்தறிக.
i) $y = -x^2$ ii) $y = -(x-1)^2$ iii) $y = x^2 + 2$ iv) $y = x^2 - 2$

அவைகு ①5

➤ சமன்விகள்

a, b என்பன மெய் எண்கள் எனின், ஒன்றில் $a > b$ வாதம் :- $a, b \in \mathbb{R}$ $a - b > 0$ ஆயின் $a > b$ ஆகும். அல்லது $a < b$ அல்லது $a = b$ ஆகும்.

சமனிலி தொடர்பான தேற்றங்கள்

a, b, c என்பன மெய் எண்கள்

1. $a > b$ ஆயின் $a + b > b + c$

2. $a > b$ ஆயின் $a - c > b - c$

3. $a > b$ $c > 0$ ஆயின் $ac > bc$

4. $a > b, c < 0$ ஆயின் $ac < bc$

5. $a > b, c > 0$ ஆயின் $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

6. $a > b, c < 0$ ஆயின் $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

1. பின்வரும் சமனிலிகளை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

$$1. x > 3$$

$$6. -3 \leq x < 3$$

$$2. x < -2$$

$$7. 0 \leq x < 8$$

$$3. x \geq 1$$

$$8. x > 2 \text{ or } x < -2$$

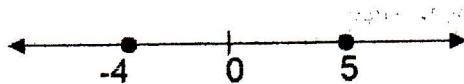
$$4. x \leq 5$$

$$9. x < 5 \text{ or } x > 10$$

$$5. 0 < x < 3$$

$$10. 7 < x \leq 15$$

2. எண்கோட்டில் குறிக்கப்பட்டுள்ளவற்றை சமனிலிக் குறியிட்டில் தருக?



3. பின்வரும் தொடைகளை எண்கோட்டில் குறிக்குக?

$$A = \{x : x \in \mathbb{R}, x < 5\}$$

$$C = \{x : x \in \mathbb{R}, -2 \leq x < 7\}$$

$$B = \{x : x \in \mathbb{R}, -5 < x < 3\}$$

$$D = \{x : x \in \mathbb{R}, -6 \leq x \leq 0\}$$

$$1. A$$

$$4. D$$

$$7. A \cap D \quad 10. C \cap D$$

$$2. B$$

$$5. A \cup B$$

$$8. B \cap C$$

$$3. C$$

$$6. A \cap B$$

$$9. A \cap C$$

4. பின்வரும் சமனிலிகளைத் தனித்தனியே ஆள்கூற்றுத் தளங்களில் குறிக்குக?

$$1. x > 2$$

$$9. y < 2x$$

$$2. x \geq 3$$

$$10. y \leq 3x + 1$$

$$3. x < 0$$

$$11. y > 2x - 4$$

$$4. x \leq -1$$

$$5. y > -2$$

$$6. y \geq -5$$

$$7. y > 6$$

$$8. y \geq 5$$

$$12. y \geq 8x + 1$$

$$13. y < -3x + 4$$

$$14. y > -3x - 5$$

$$15. x + y < 4$$

5. பின்வரும் சமனிலீச் சோழகளை ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைந்து பொதுவான பிரதேசத்தை நிறுற்றுக?

$$1. y > 1 ; x > 0$$

$$2. y \geq 3 ; x \leq 5$$

$$3. 0 < x \leq 2 ; 0 < y < 5$$

$$4. y \leq x + 5 ; y \leq 5 - x$$

$$5. y < 3x + 4 ; y > 7x$$

$$6. x > 0 ; y > x + 1$$

6. பின்வரும் சமனிலீகளை ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைந்து பொதுவான பிரதேசத்தை நிறுற்றுக?

$$1. 0 < x < 7, 0 < y < 7, y \leq 2x + 6, y \leq 10 - 2x$$

$$2. 0 \leq x \leq 10, 0 \leq y < 8, y \geq x - 8, y \leq 8 - 3x$$

$$3. x + y \leq 4, 3x + y \geq 3, y \geq 0, x \leq 3$$

$$4. 5x + 2y \leq -10, y \geq -2, x \geq -5$$

$$5. y > \frac{x}{2}, 0 < x < 3, x + y < 5, y < 3$$

$$6. x < 4, y \leq 3, x + y > 1$$

இணைந்த கணிதத்தில் சார்புகளின் நடத்தைகளைப்பற்றி ஆராய முற்படும் போது சமனிலீகள் தொடர்பான அறிவு அவசியமாகின்றது.

பின்வரும் சமனிலீகளைத் தீர்க்குக.

உம் (1)

$$x + 5 > 6$$

$$x + 5 - 5 > 6 - 5$$

$$\Rightarrow x > 1$$

உம் (2)

$$x - 1 < 3x + 5$$

$$x - 1 + 1 - 3x < 3x + 5 - 3x + 1$$

$$-2x < 6$$

$$-2 < 0 \text{ ஆகையால் } x > \frac{6}{-2}$$

$$\therefore x > -3$$

உடம் (3)

$$\frac{3x}{4} - 3 > \frac{1}{2} + x$$

$$\frac{3x}{4} - 3 + 3 - x > \frac{1}{2} + 3x - x$$

$$-\frac{1}{4}x > 3\frac{1}{2} \quad x < \frac{7}{2} \times -4 \quad (\text{இரு புறமும் } -\frac{1}{4} \text{ ஆல் வகுக்குக) \\ x < -14$$

பயிற்சி :-

$$1. x - 3 \leq 4$$

$$4. 7x + 3 < 5x + 2$$

$$2. x + 5 > 3x + 1$$

$$5. 3x + 2 \geq 2x - 1$$

$$3. \frac{1}{3}(x - 2) - 2 > \frac{1}{2}(3x - 2)$$

➤ கணிதக் கூற்றுக்கள்

- விவசாயி ஒருவர் இருவகையான பசளைகளை, வாங்கமுடியும். அவை முறையே கலவை A கலவை B ஆகும். 1 m³ கலவை A, 20kg பொக்கோரிக்கமிலத்தையும் 30kg நெந்தாசனையும், 50kg பொற்றாசியத்தையும் கொண்டுள்ளது. 1 m³ கலவை B, 10kg பொக்கோரிக்கமிலத்தையும் 30 kg நெந்தாசனையும், 10kg பொற்றாசியத்தையும் கொண்டுள்ளது. அதிகுறைந்த தேவை 460 kg பொக்கோரிக்கமிலம் 960kg நெந்தாசன், 220 kg பொற்றாசியம். X கலவை A யில் வாங்கப்படும் m³ எண்ணிக்கை y கலவை B யில் வாங்கப்படும் m³ எண்ணிக்கை ஆயின் உரிய சமனிலிகளை எழுதுக?
- சத்துணவு தயாரிப்பாளராந்தர் இரு உணவுவகைகளையும் பயன்படுத்தி சத்துணவைத் திட்டமிட வேண்டியுள்ளது. உணவு வகை M இன் ஒவ்வொரு 10 ml உம் 30 அலகு கல்சியம், 10 அலகு இரும்பு, 10 அலகு விற்றமின் A யையும் கொண்டுள்ளது. உணவு வகை N இன் ஒவ்வொரு 10 ml உம் 10 அலகு கல்சியம், 10 அலகு இரும்பு, 30 அலகு A யையும் கொண்டுள்ளது. சத்துணவின் அதிகுறைந்த தேவையாக 360 அலகு கல்சியம், 160 அலகு இரும்பு, 240 அலகு விற்றமின் A உள்ளது. x - 10ml M இன் எண்ணிக்கை y - 10 ml N இன் எண்ணிக்கை எனில் பொருத்தமான சமனிலிகளை எழுதுக?
- நான் ஒரு எண்ணை நினைத்து அதனுடன் 3 ஜக் கூட்டினேன். முதலில் நினைத்த எண்ணை இரட்டித்தேன். முதல் முடிபு பின்னைய முடிவிலும் பெரிதாயிருந்தது. இக்கூற்றைக் காட்டும் சமனிலியை எழுதுக? இச்சமனிலியைத் தீருப்பதி செய்யும் நோ முழு எண் ஒன்றை எழுதுக?

4. ஆனந்தியின் வயது சாந்தியின் வயதின் இருமடங்கிலும் அதிகம். சாந்தியின் வயது வசந்தியின் வயதிலும் 4 வருடங்களிலும் கூடுதலாக அதிகமானது. ஆனந்தியின் வயதை a எனவும் சாந்தியின் வயதை b எனவும் வசந்தியின் வயதை c எனவும் கொண்டு தரப்பட்ட நிபந்தனைகளைத் திருப்தி செய்யும் சமனிலிகளை எழுதுக?
5. ஒருவர் 15 ரூபா பெறுமதியான x தோடம்பழங்களையும் 20 ரூபா பெறுமதியான y மாம்பழங்களையும் வாங்குகிறார். அவரிடம் 250 ரூபா பணம் மட்டும் உள்ளது. பொருத்தமான சமனிலிகளை எழுதுக?
6. இரு வகையான பயிற்சிப் புத்தகங்கள் கடையில் உள்ளன. நால் நிலையத்திற்கான ரூபா 16- விலையான x புத்தகங்களும் ரூபா 45 விலையான y புத்தகங்களும் வாங்கப்படவுள்ளன. புத்தகக் கொள்வனவுக்காக 300 ரூபாவுக்கு மேல் செலவிட முடியாதெனில் பொருத்தமான சமனிலிகளை எழுதுக?
7. பென்சில் தொழிற்சாலை ஒன்றில் தினமும் x சாதாரண பென்சில்களும் y அழகிய பென்சில்களும் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்றன. ஒரு நாளில் ஆகக் குறைந்தது 100 சாதாரண பென்சில்களும் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்றன. அந்துடன் ஒரு நாளில் உற்பத்தி செய்யப்படும் அழகிய பென்சில்களின் எண்ணிக்கையானது சாதாரண பென்சில்களின் எண்ணிக்கையின் இருமடங்கிலும் கூடுதலானதல்ல. பொருத்தமான சமனிலிகள் யாவற்றையும் எழுதுக?
- ஒரு சாதாரண பென்சிலிலிருந்து 20 சதம் இலாபமும் ஒரு அழகிய பென்சிலிலிருந்து 30 சதம் இலாபமும் கிடைக்குமாயின் ஒரு நாளில் பெறக்கூடிய இலாபத்துக்கான கோவையை எழுதுக?
8. வாகன ஒப்பந்த காரரிடம் 10 லொறிகளும் 20 வான்களும் உள்ளன. ஒரு நாள் 15 சார்திகள் மட்டுமே வேலைக்குச் சமூகமளித்தனர். அன்றைய தினத்தில் 1050 க்கு மேற்பட்ட பொதிகள் ஒரு தொழிற்சாலையிலிருந்து துறைமுகத்திற்கு கொண்டு செல்லப்பட வேண்டியிருந்தன. ஒரு நாளில் ஒரு வாகனம் ஒரு பயணத்தை மட்டுமே மேற்கொள்ளப்படும். ஒரு லொறியில் 100 பொதிகளையும் ஒரு வானில் 50 பொதிகளையும் மட்டுமே ஏற்ற முடியும் x லொறிகளும் y வான்களும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. எனக் கொண்டு பொருத்தமான சமனிலிகளை எழுதுக? ஒரு லொறிக்கு வாடகை 3000 ரூபாவும் வானுக்கு வாடகை 1200 ரூபாவும் எனில் செலவுக்கான கோவையையும் எழுதுக?

பருகும் ②

கேத்திர கண்டும் அலை ①

1.1 கோணங்கள்

தேற்றம் :- 1. நேர கோடொன்றின் மீது வேறொரு நேர்கோடு வெட்டுவதால் உண்டாகும் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை 180° ஆகும்.

தேற்றம் :- 2. இரு நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று இடை வெட்டுவதால் உருவாகும் குத்தெதிராக கோணங்கள் சமனானவை.

தேற்றம் :- 3. இரு சமாந்தர நேர்கோடுகளை குறுக்கோடி ஒன்று இடைவெட்டுவதால் பெறப்படும்.

அ) ஒத்த கோணங்கள் சமனானவை

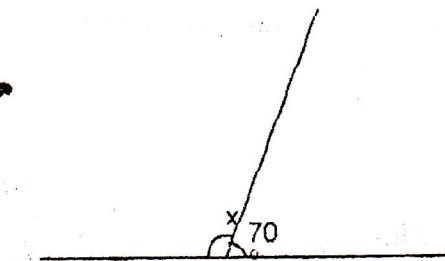
ஆ) ஒன்று விட்ட கோணங்கள் சமனானவை

இ) நேயக் கோணச் சோடிகளின் கூட்டுத் தொகை 180°

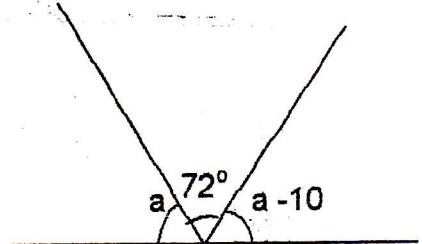
பயிற்சி 1.1

பின்வரும் உருக்களில் உள்ள எழுத்துக்களால் குறிக்கப்படும் கோணங்களின் அளவுகளைக் காண்க?

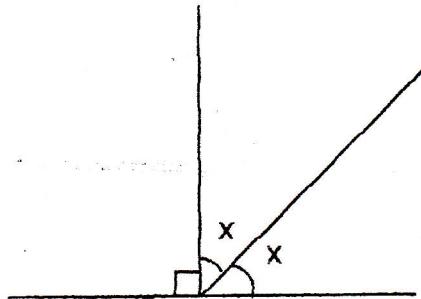
I.



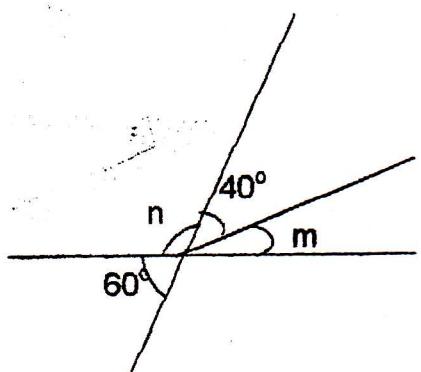
II.



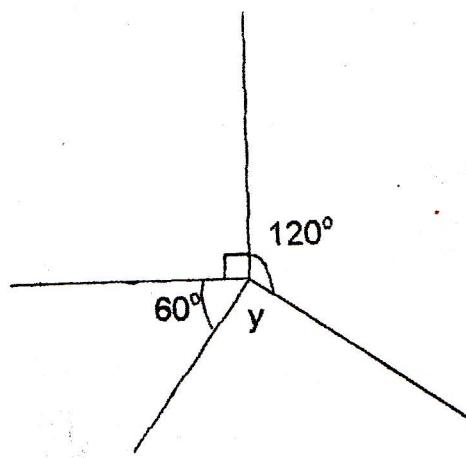
III.



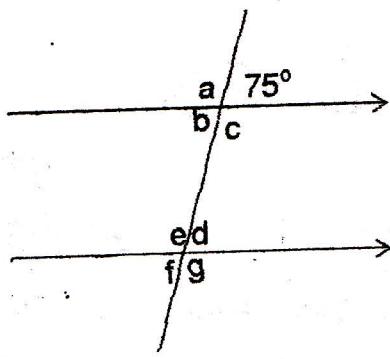
IV.



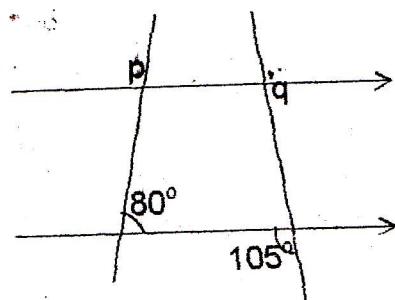
V.



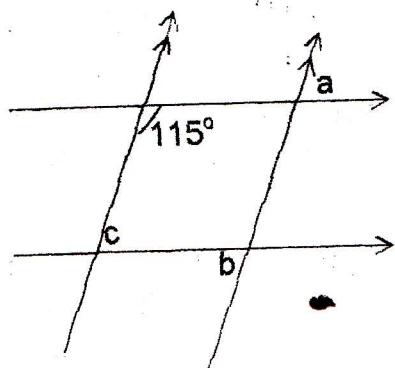
VI.



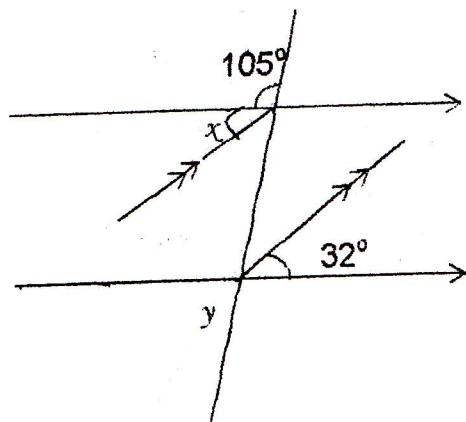
VII.



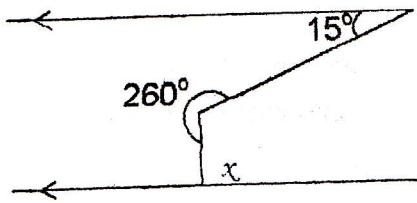
VIII.



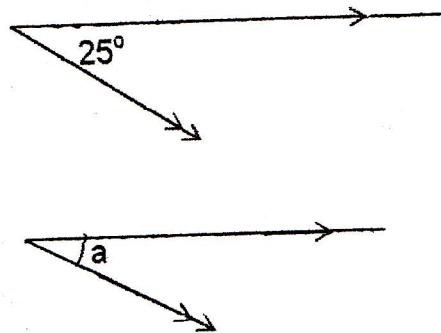
IX.



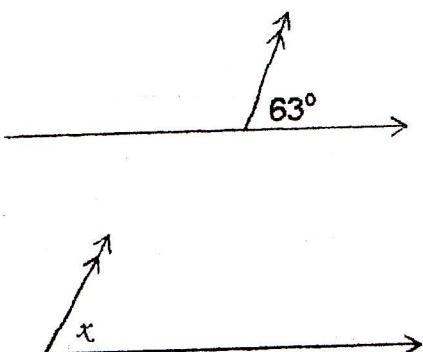
X.



XI.



XII.



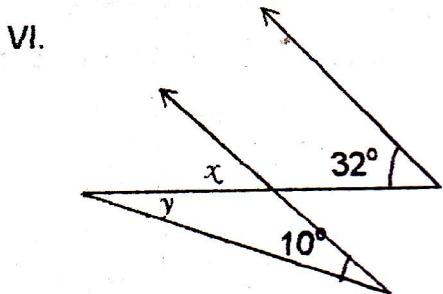
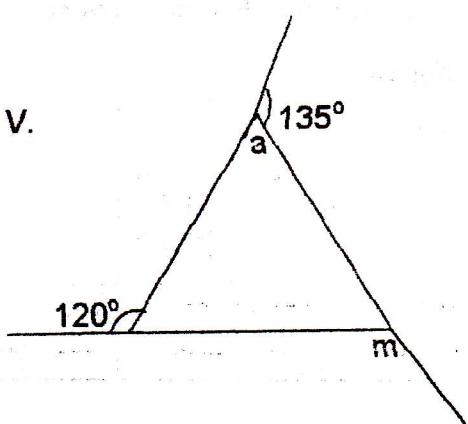
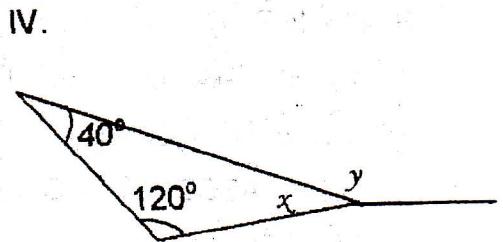
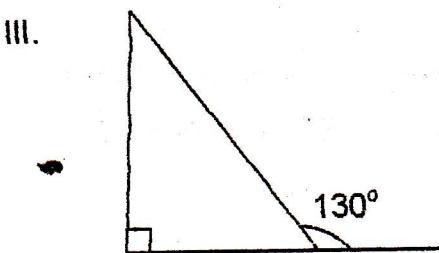
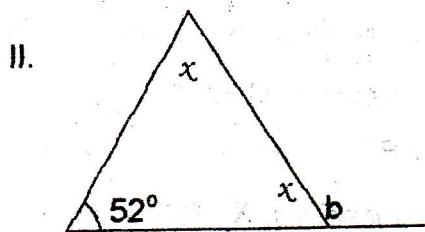
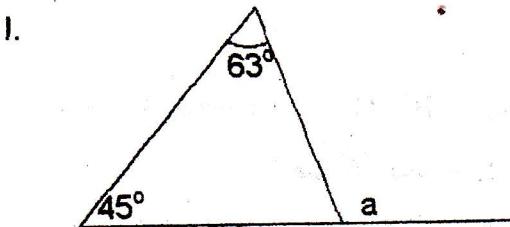
1.2 முக்கோண் ஒளிந்தின் கோணங்கள்

தேர்றம் :- 4. முக்கோணி ஒன்றின் ஒரு பக்கத்தை நீட்டுவதால் பெறப்படும் புறக்கோணம் அதன் அகத்தெதிர்க் கோணங்களின் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமனாகும்.

தேர்றம் :- 5. ஒரு முக்கோணியின் அகக்கோணங்கள் மூன்றினதும் கூட்டுத் தொகை இரண்டு செங்கோணங்களாகும்.

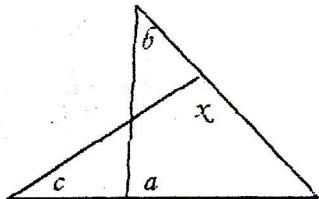
பயிற்சி 1.2

1. பின்வரும் உருக்களில் எழுத்துக்களால் குறிக்கப்படும்கோணங்களின் பருமன்களைக் காண்க?

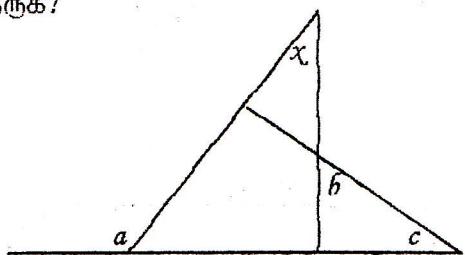


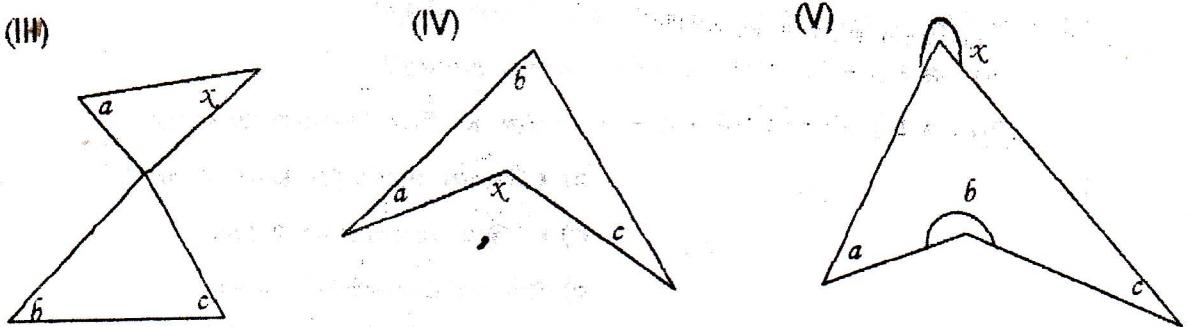
2. இரு சமபக்கச் செங்கோண முக்கோணியொன்றின் கோணங்களின் பருமன்களைக் கணிக்குக?
3. செங்கோண முக்கோணி ஒன்றின் ஒரு கோணம் 48° எனின் மூன்றாங் கோணத்தின் பருமன் யாது?
4. முக்கோணி ஒன்றின் இரு சமமான கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை 94° ஆகும். மூன்று கோணங்களினதும் பருமன்களைக் காண்க?
5. செங்கோண முக்கோணி ஒன்றின் செங்கோணமல்லாத இரு கோணங்களுக்கிடையிலுள்ள வித்தியாசம் 18° ஆயின் அதன் கூங் கோணங்களின் பருமன்களைக் காண்க?
6. முக்கோணி PQR இல்; QR, S வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. $\hat{P}RS = 120^\circ$, $\hat{Q}PR = 3$ $\hat{P}QR$ ஆயின் முக்கோணி PQR இன் கோணங்களின் பருமன்களைக் காண்க.
7. முக்கோணி ABC யில்; $\hat{B}AC = 54^\circ$, $\hat{A}BC = 66^\circ$ கோணம் ACB இன் இரு கூறாக்கியும் A இவிருந்து BC க்கு வரையும் செங்குத்து AD யும் E இல் சந்திப்பின், CED இன் பருமனைக் காண்க?
8. ABC என்னும் முக்கோணியில் கோணங்கள் B, C என்பவற்றின் இரு கூறாக்கிகள் X இல் சந்திப்பின் $B\hat{C} = 90 + \frac{1}{2}A$ என நிறுவக?
9. ABC என்னும் முக்கோணியில் BC என்பது D வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. கோணங்கள் ABC, ACD என்பவற்றின் இரு கூறாக்கிகள் O வில் சந்திக்கின்றன. $B\hat{C} = \frac{1}{2}B\hat{A}C$ என நிறுவக?
10. முக்கோணி ABC யில் BC, D வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. $\angle A$ யின் இரு கூறாக்கி BC யை E யில் சந்திக்கின்றது. $\angle ACD + \angle ABD = 2 \angle AED$ என நிறுவக?
11. நாற்பக்கல் $ABCD$ யில் AC யானது கோணங்கள் A, C என்பவற்றை இரு சம கூறிடுகின்றது. $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ என நிறுவக?
12. முக்கோணி ABC யில் AD செங்குத்து BC , BE , செங்குத்து AC , AD , BE என்பன O வில் இடை வெட்டுகின்றன. $A\hat{O}E = A\hat{C}B$ என நிறுவக?
13. பின்வரும் உருக்களில் X ஜ a, b, c என்பவற்றில் தருக?

(I)



(II)





1.3 பல்கோணங்கள் கோணங்கள்

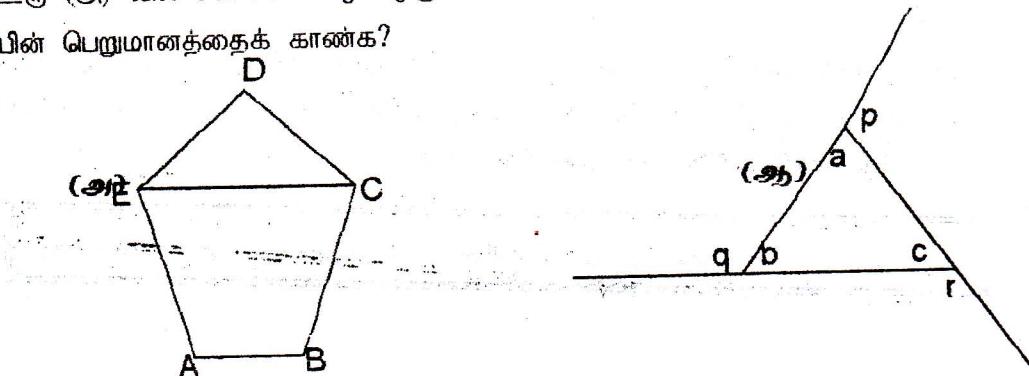
தேற்றம் :- 6. டி பக்கங்களையடைய பல்கோணி ஒன்றின் எல்லா அக்க கோணங்களினதும் கூட்டுத் தொகை ($n-2$) $\times 180^\circ$ ஆகும்.

தேற்றம் :- 7. பல்கோணி ஒன்றின் பக்கங்களை ஓர் ஒழுங்கில் நீட்டிவதால் கிடைக்கும் பூர்க்கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை 360° ஆகும்.

பக்கங்களைல்லாம் ஒன்றுக்கொன்று	சமனாகவும் ஒன்றுக்கொன்று	சமனாகவும் உள்ள பல்கோணி ஒழுங்கான பல்கோணி	கோணங்கள் யாவும் ஒன்றுக்கொண்டு
என்பதும்.			

பயிற்சி 1.3

1. ஒழுங்கான நவகோணி ஒன்றின் பூர்க்கோணம் ஒன்றின் பருமன் யாது? அதிலிருந்து அதன் அக்க கோணம் ஒன்றின் பருமனைக் காண்க?
2. ஜங்கோணி ஒன்றின் அக்க கோணங்கள் முறையே $X^\circ, 75^\circ, 110^\circ, 2X^\circ, 95^\circ$ ஆகும். X இன் பருமனைக் காண்க?
3. ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் ஒரு பூர்க்கோணம் 18° ஆகும். அதன் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை யாது?
4. ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் அக்க கோணத்திற்கும் பூர்க்கோணத்திற்கும் இடையிலான விகிதம் $3 : 2$ ஆகும். அதன் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை யாது?
5. உரு (அ) வில் $ABCDE$ ஓர் ஒழுங்கான ஜங்கோணியெனில் கோணம் AEC யின் பெறுமானத்தைக் காண்க?

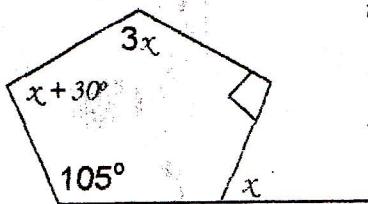


6. உரு (ஆ) வில் உள்ள குறிப்புக்களைப் பயன்படுத்தி.

a) $(a + b + c)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க?

b) $(a + b + c) = k(P + q + r)$ எனின் k இன் பெறுமானம் யாது?

7.



a) x இலான சமன்பாடு ஒன்றை தருக?

b) x இன் பெறுமானம் யாது?

c) இவ் ஜங்கோணியின் அகக்

கோணங்களின் பெறுமானங்களைக்

காண்க?

8. $PQRST$ ஓர் ஒழுங்கான ஜங்கோணி. PQ, SR என்பன O வில்

சந்திக்குமாறு நிட்டப்பட்டுள்ளன. $\angle QOR$ இன் பருமன் யாது?

9. $ABCDE$ என்னும் ஒழுங்கான ஜங்கோணியும் $ABXY$ என்னும் சதுரமும் AB ஒரே பக்கத்தில் வரையப்பட்டுள்ளன. $\angle XBC$ இன் அளவு யாது?

10. $ABCDEF$ என்னும் ஒழுங்கான அறுகோணியும் $ABXYZ$ என்னும்

ஒழுங்கான ஜங்கோணியும் AB யின் எதிர்ப்பக்கங்களில் வரையப்பட்டுள்ளன.

$\angle XBC$ இன் அளவு யாது?

➤ 1.4 முக்கோணிகள் ஒழுங்கிசைவு

➤ திரு முக்கோணிகள் ஒழுங்கிசையும் சந்தர்ப்பங்கள்

1. ஒரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்களும் அவற்றின் அமை கோணமும் முறையே இன்னொரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்களுக்கும் அமைய அமைய கோணத்திற்கும் சமமாயின் அந்த இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசைவன.

2. ஒரு முக்கோணியின் இரு கோணங்களும் ஒரு பக்கமும் இன்னொரு முக்கோணியின் இரு கோணங்களுக்கும்ஒத்த பக்கத்திற்கும் சமமாயின் அந்த இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசைவன.

3. ஒரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களும் முறையே இன்னொரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களுக்கும் சமமாயின் அவ்விரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசைவன.

4. செங்கோண முக்கோணி ஒன்றின் செம்பக்கழும் ஒரு பக்கமும் இன்னொரு செங்கோண முக்கோணியின் செம்பக்கத்துக்கும் ஒரு பக்கத்துக்கும் சமமாயின் அவ்விரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசைவன.

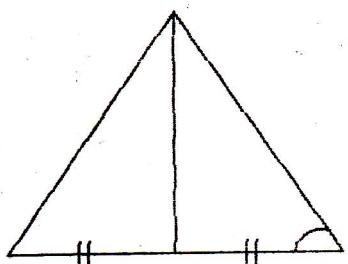
ஒருங்கிசையும் முக்கோணிச் சோடிகளின் ஒத்த உறுப்புக்கள் சமமானவை.

பயிற்சி 1.4

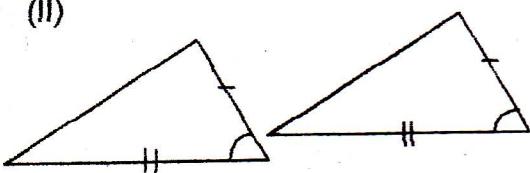
1. பின்வரும் உருக்களிலுள்ள முக்கோணச் சோடிகள் ஒருங்கிசைவானவேயா?

ஆமெனில் ஒருங்கிசையும் சந்தர்ப்பங்களைத் தருக?

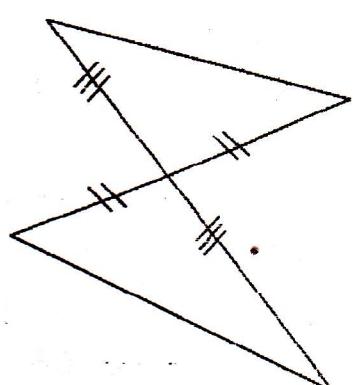
(I)



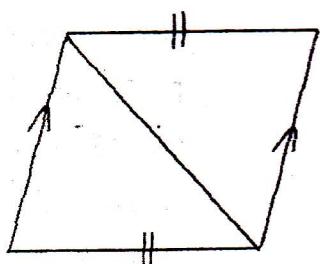
(II)



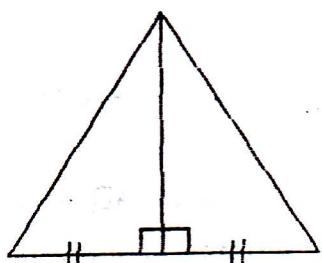
(III)



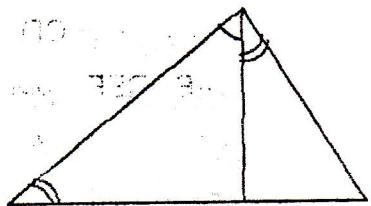
(IV)



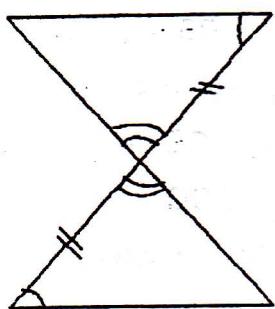
(V)



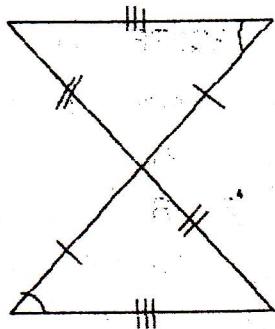
(VI)



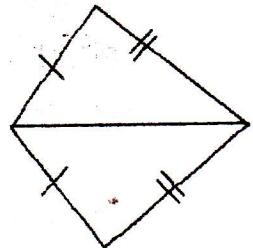
(VII)



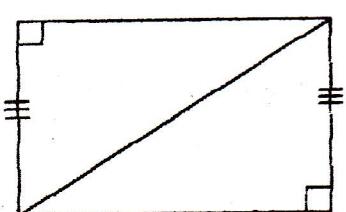
(VIII)



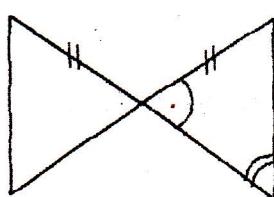
(IX)



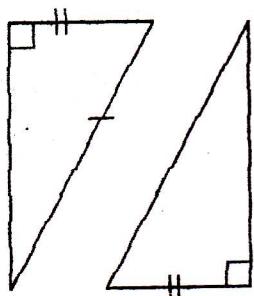
(X)



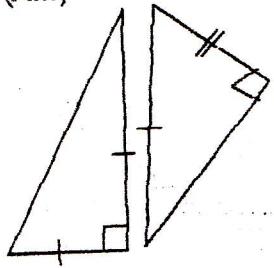
(XI)



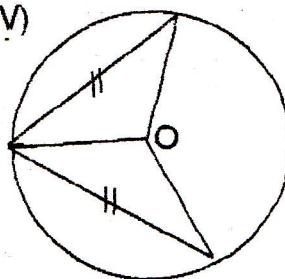
(XII)



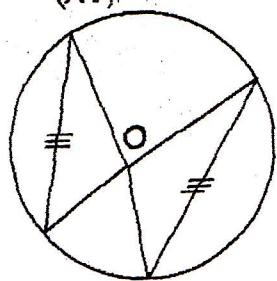
(XIII)



(XIV)



(XV)



2. $\triangle ABC$ இல் $AB = AC$, $B \hat{A} C$ யின் கூறாக்கி BC யை D யில் சந்திக்கின்றது. $A \hat{D} B = A \hat{D} C$ என நிறுவுக?
3. $\triangle PQR$ இல் QR இன் நடுப்புள்ள S ஆகும். PS செங்குத்து QR எனின்; $PQ = PR$ என நிறுவுக?
4. நாற்பக்கல் ABCD இல் மூலை விட்டம் AC ஆனது கோணங்கள் A,C என்பவற்றை இரு சம கூறிடுகின்றது. $AB = AD$, $BC = CD$ என நிறுவுக?
5. ABCD என்னும் நாற்பக்கலில் $AB = CD$, B,D என்பவற்றிலிருந்து AC க்கு வரையப்படும். செங்குத்துக்களின் அடிகள் E, F. $BE = DF$ ஆயின் AB சமாந்தரம். CD என நிறுவுக?
6. ABCDEF என்பது ஒரொழுங்கான அறுகோணி ஆகும். முக்கோணி ACE ஓர் இரு பக்க முக்கோணி என நிறுவுக?
7. ABCD ஒரு சதுரம். $\angle ABD$ யின் இரு கூறாக்கி AD யை E யில் சந்திக்கின்றது. EF செங்குத்து BD ஆயின் $AE = EF$ என நிறுவுக?
8. முக்கோணி PQR இல் $\hat{Q} = \hat{R}$, $QS = RT$. ஆகுமாறு S, T என்னும் புள்ளிகள் முறையே PQ, PR இல் உள்ளன. $QT = RS$ என நிறுவுக?
9. ABCDE என்பது ஒரொழுங்கான ஐங்கோணி. $BE = BD$ என நிறுவுக?
10. நேர் கோடு AB யின் நடுப்புள்ள O வினோடாக COD என்னும் நேர்கோடு வரையப்பட்டுள்ளது. A, B என்பவற்றிலிருந்து COD க்கு வரையப்படும் செங்குத்திணிகள் முறையே X, Y ஆகும். $AX = BY$ என நிறுவுக?
11. AB, CD என்னும் சமாந்தர நேர்கோடுகளை EF என்னும் குறுக்கோடி G,H என்னும் புள்ளிகளில் வெட்டுகின்றது. GH இன் நடுப்புள்ள X இனோடாக வரையப்படும். வேறொரு நேர்கோடு AB, CD என்பவற்றை முறையே Y, Z இல் வெட்டுகின்றது. $XY = XZ$ என நிறுவுக?
12. நாற்பக்கல் ABCD இல் $AB = CD$, $B \hat{C} = \hat{D}$ எனின் $AC = BD$ என நிறுவுக?

13. இருசமபக்க முக்கோணி ஒன்றில் சமனான பக்கங்களுக்கு எதிரான கோணங்கள் சமனானவை என நிறுவுக?
14. ஓர் இணைகரத்தின் எதிர்ப்பக்கங்கள் சமனானவை என நிறுவுக?
15. நாற்பக்கல் ஒன்றின் மூலை விட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று செங்குத்தாக இரு சம கூறிடின் அந்நாற்பக்கலின் நான்கு பக்கங்களும் சமனானவை என நிறுவுக?

➤ 1.5 இருசம பக்க முக்கோணங்கள்:

தேற்றம் :- 8. ஒரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்கள் சமனானவை எனின் அவற்றின் எதிர்க் கோணங்கள் சமனாகும்.

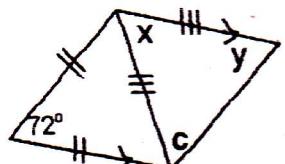
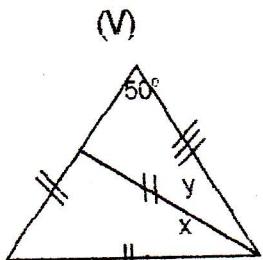
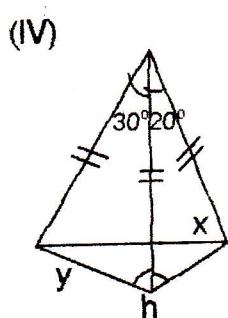
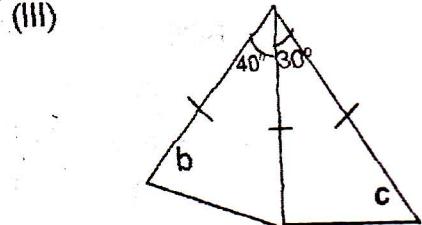
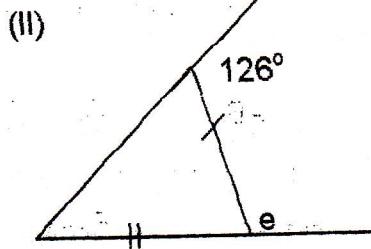
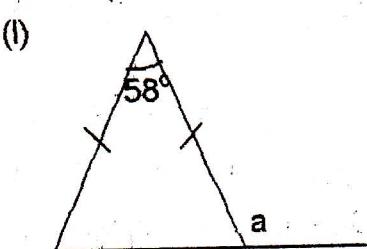
தேற்றம் :- 9. ஒரு முக்கோணியின் இரு கோணங்கள் சமனானவை எனின் அவற்றின் எதிர்ப்பக்கங்கள் சமனாகும்.

கிளைத் தேற்றம் :- மூன்று பக்கங்களும் சமனாகவுள்ள முக்கோணியின் ஒரு கோணம் 60° ஆகும்.

மூன்று கோணங்களும் சமனாகவுள்ள முக்கோணி சமபக்க முக்கோணியாகும்.

பயிற்சி 1.5

1. பின்வரும் உருக்களில் எழுத்துக்களால் குறிக்கப்படும் கோணங்களின் பருமன்களைக் காணக?



2. இரு சம பக்க முக்கோணி PQR இல் ; PQR இல் ; $PQ = PR$ பறக்கோணங்கள் Q, R என்பவற்றின் இரு கூறாக்கிகள் S இல் சந்திக்கின்றன.
 அ) $\angle QPR = 40^\circ$ ஆயின் $\angle QSR$ ஜக் காண்க?
 ஆ) $\angle QSR = 70^\circ$ ஆயின் $\angle QPR$ ஜக் காண்க?
3. $ABCDE$ என்பது ஒர் ஒழுங்கான ஜங்கோணி. முக்கோணி ABC யின் கோணங்களைக் கணிக்குக?
4. ஒழுங்கான ஜங்கோணி $PQRST$ யில் முக்கோணி QST யின் கோணங்களைக் கணிக்குக?
5. $ABCDE$ என்னும் ஒழுங்கான ஜங்கோணியும் ABX என்னும் சமபக்க முக்கோணியும் AB க்கு ஒரே பக்கத்தில் வரையப்பட்டுள்ளன. முக்கோணி BXC யின் கோணங்களைக் கணிக்குக? $\angle EXT$ யையும் காண்க?
6. முக்கோணி ABC யில் $AB = AC, BC$ க்குச் சமாந்தரமாக வரையப்படும் நேர்கோடு AB, AC என்பவற்றை முறையே D, E யில் வெட்டுகின்றது. முக்கோணி ADE ஓர் இரு சமபக்க முக்கோணி என நிறுவுக?
7. நாற்பக்கல் $PQRS$ இல் R, S என்பன சமமான கூரங்கோணங்கள், $PS = QR$ எனின்; $\hat{P} = \hat{Q}$ என நிறுவுக?
8. ABC என்பது ஒரு கூரங்கோண : முக்கோணியாகும். பக்கங்கள் AB, AC என்பவற்றில் முக்கோணத்திற்கு வெளியே ABD, ACE என்னும் சம பக்க முக்கோணிகள் வரையப்பட்டுள்ளன. $BE = CD$ என நிறுவுக?
9. Ab என்னும் நேர்கோட்டில் C யாதுமொரு புள்ளி சமபக்க முக்கோணிகள் ACD, BCE என்பன AB க்கு எதிர்ப்பக்கங்களில் வரையப்பட்டுள்ளன. $AE = BD$ என நிறுவுக?
10. முக்கோணி ABC யில் $AB = AC, CB, BC$ என்பன $BD = CE$ ஆகுமாறு முறையே D, E வரை நீட்டப்பட்டுள்ளன. $\angle BAC$ யின் இரு கூறாக்கி மீது முக்கோணியினுள் உள்ள ஒரு புள்ளி F எனின் $DF = EF$ என நிறுவுக?

அவ்வு ②

➤ 2.1 விதகரண் தேற்றம் :~

தேற்றம் :- 10. ஒரு செங்கோண முக்கோணியில் செம்பக்கத்தில் வரையப்படும் சதுரத்தின் பரப்பளவானது ஏனைய பக்கங்களில் வரையப்படும் சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமனாகும்.

அதாவது ABC என்பது B யில் செங்கோணம் உள்ள முக்கோணி எனின் $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ஆகும்.

உதாரணம் (1) சமபக்க முக்கோணி ஒன்றின் ஒரு பக்க நீள 12cm அம் உதாரணம் முக்கோணியின் பாப்பளவு யாது?

$$h^2 + 6^2 = 12^2$$

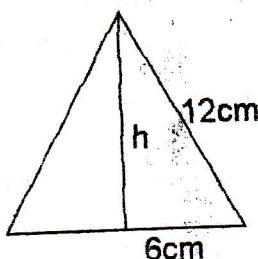
$$h^2 = 12^2 - 6^2$$

$$= (12 - 6)(12 + 6)$$

$$= 6 \times 18$$

$$h = 6 \times 3^{\frac{1}{2}}$$

$$= 6\sqrt{3} \text{ cm} \quad \therefore \text{பரப்பளவு} = 6 \times 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3} \text{ cm}^2$$



உதாரணம் (2) 17 m நீளம், 14m அகலம், 8m உயரமான அறையினுள் வைக்கக் கூடிய கோலின் அதி கூடிய நீளம் யாது?

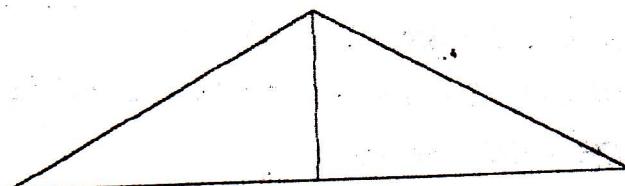
$$l^2 = 17^2 + 14^2 + 8^2$$

$$= 549$$

$$l = \sqrt{549} \text{ m}$$

உதாரணம் (3) பின்வரும் பக்க நீளங்களுள்ள முக்கோணியின் பாப்பளவு யாது?

10 cm, 17cm, 21cm



பயிற்சி2.1

- பின்வரும் பக்க நீளங்களுடைய முக்கோணியின் பாப்பளவை கணிக்கு?
 - 20 cm , 24cm, 36cm
 - 5cm, 12cm, 16cm

- இரு நிலைக்குத்துக் கோபாங்கபளின் உயர்ந்கள் $50m$, $34m$ ஆகும். அவற்றின் உச்சிகளுக்கிடைத்தூரம் $34m$ ஆயின் அவற்றின் அடிகழுக்கிடைத்தூரம் யாது?
- ஒரே கிடை நிலத்திலிருக்கும் இரு பிசங்குத்தான் சமாந்தர கூர்களுக்கிடைத்தூரம் $17m$, $13m$ நீளான ஏணியொன்று ஒரு சவரில் சாத்தப்பட்டுள்ளது. ஏணியின் நூலி தரையிலிருந்து $5m$ உயரத்திலுள்ளது. ஏணியின் அடியை நகர்த்தாது எனிமறு சவரில் சாத்தப்படின் ஏணியின் நூலி தரையிலிருந்து எவ்வளவு உயரத்திலிருக்குமென காணக்?
- $8cm$ நீளம், $5cm$ அகலம், $3cm$ உயரமான பெட்டியினுள் வைக்கக்கூடிய பென்சிலின் அதி கூடிய நீளம் யாது?
- செவ்வட்டத் திண்மக் கூம்போன்றின் உயரம் $9cm$. அதன் அடியின் ஆரை $3cm$ ஆயின் கூம்பின் சாய்வு நீளத்தைக் காணக்?

பயிற்சி - 2.2

- $PQRS$ என்பது ஒரு சதுரமாகும். $PR^2 = 2PQ^2$ என நிறுவுக
- முக்கோணி ABC யில் AD செங்குத்து BC ஆயின் $AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$ என நிறுவுக?
- சமபக்க முக்கோணி ABC யில் A யிலிருந்து BC க்கு வரையப்பட்ட செங்குத்தினடி $D. 4AD^2 = 3DC^2$ எனக் காட்டுகே?
- A யில் செங்கோணமுள்ள முக்கோணி ABC யில் AB, AC என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே D, E ஆகும். $BE^2 + CD^2 = BC^2 + DE^2$ என நிறுவுக?
- ABC என்னும் முக்கோணியினுள் O யாதுமொரு புள்ளி O விலிருந்து முறையே BC, CA, AB என்பவற்றுக்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கள் OX, OY, OZ ஆகும். $AZ^2 + BX^2 + CY^2 = AY^2 + CX^2 + BZ^2$ என நிறுவுக?
- ABC, DBC என்பன BC க்கு எதிர்பாககங்களிலுள்ள இரு சம பக்க முக்கோணிகளாகும். $AD^2 = 3AC^2$ என நிறுவுக?
- ABC ஒரு முக்கோணி AD செங்குத்து BC . O என்பது AD மீது யாதுமொரு புள்ளி. $AB^2 - AC^2 = OB^2 - OC^2$ என நிறுவுக?
- முக்கோணி ABC இல் $\hat{B} = \hat{C} = 30^\circ$ ஆகும். BC யின் நடுப்புள்ளி D ஆயின் $BC^2 = 12AD^2$ எனக் காட்டுகே?
- செங்கோண முக்கோணி ABC யில் $\angle A = 90^\circ$ ஆகும். P, Q, R என்பன முறையே BC, CA, AB என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகள். $CR^2 + BQ^2 = 5QR^2$ என நிறுவுக?

10. ABC என்பது ஒரு சம பக்க முக்கோணி ஆகும். BC யின் நடுப்புள்ளி D. ADயின் நடுப் புள்ளி ஆயின் $4BM = 7 \cdot BC$ என நிறுவுக?
11. ABCD என்னும் செவ்வகத்தினுள் Pயாதுமொரு புள்ளி $PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$ என நிறுவுக?
12. சமபக்க முக்கோணி ABC இல் BC யில் உள்ள ஒரு புள்ளி P. $BP = \frac{1}{3} BC$ ஆயின் $9AP^2 = 7AB^2$ என நிறுவுக?
13. நாற்பக்கல் ABCD இல் B, D என்பன செங்கோணங்கள் AH, CK என்பன முறையே A, C என்பவற்றிலிருந்து BD க்கு வரையும் செங்குத்துக்கள் ஆயின் $BH^2 + BK^2 = DH^2 + DK^2$ என நிறுவுக?
14. நாற்பக்கல் ABCD இல் கோணங்கள் ACB, ADB என்பன செங்கோணங்களாகும். AP, BQ என்பன முறையே A, B என்பவற்றிலிருந்து BD க்கு வரையும் செங்குத்துக்களாயின் $CP^2 + CQ^2 = DP^2 + DQ^2$ என நிறுவுக?
15. செங்கோண முக்கோணி ABC இல் $\angle B = 90^\circ \cdot BC$ யின் நடுப்புள்ளி X. X இலிருந்து AC க்கு வரையும் செங்குத்து $XN \cdot AN^2 - NC^2 = AB^2$ என நிறுவுக?
16. RST என்பது ஒரு நேர் கோடாகும். PQRS, STUV என்பன RT க்கு ஒரே பக்கத்திலுள்ள இரு சதுரங்களாகும். $QT^2 + PU^2 = 3(RS^2 + ST^2)$ என நிறுவுக?
17. முக்கோணி ABCயில் AB இன் நடுப்புள்ளி D இன் ஊடாக AB க்கு வரையும் செங்குத்து BC யை X இல் வெட்டுகிறது. X இலிருந்து ACக்கு வரையும் செங்குத்து AC யை Y இல் வெட்டுகிறது. $AY^2 + XC^2 = BX^2 + YC^2$ என நிறுவுக?
18. ABC என்பது Aஇல் செங்கோணமுள்ள ஒரு செங்கோண முக்கோணியாகும். E, F என்பன முறையே AC, AB என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகள். $BE^2 + CF^2 = 5EF^2$ என நிறுவுக?
19. PQR என்பது R இல் செங்கோணமுள்ள ஒரு இருசம பக்க முக்கோணி. X என்பது PQ மீது யாதுமொரு புள்ளியாயின்; $PX^2 + QX^2 = 2RX^2$ என நிறுவுக?
20. ABC என்பது A இல் செங்கோணமுள்ள ஒரு செங்கோணமுள்ள ஒரு செங்கோண முக்கோணியாகும். AC யின் நடுப்புள்ளியிலிருந்து BC க்கு வரையும் செங்குத்தினடி D ஆயின் $BD^2 - DC^2 = AB^2$ என நிறுவுக?

அவசு ③

➤ 3.1 வினாக்கள்

தேற்றம் - 11. சம உயரமுடைய முக்கோணிகளின் பரப்புக்களின் விகிதம் அவற்றின் அடிகளின் விகிதத்திற்குச் சமன்.

தேற்றம் - 12. சம அடிகளையுடைய முக்கோணிகளின் பரப்புக்களின் விகிதம் அவற்றின் உயாங்களின் விகிதத்திற்குச் சமன்.

பயிற்சி 3.1

1. தூப்பட்டுள்ள உருவைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றை நியுவக?

(I)

$$a) \frac{\Delta ABD}{\Delta ABC} = \frac{7}{12}$$

$$b) \frac{\Delta ACD}{\Delta ABC} = \frac{5}{12}$$

$$c) \frac{\Delta AOB}{\Delta ABC} = \frac{7}{30}$$

$$d) \frac{\Delta AOC}{\Delta ABC} = \frac{1}{6}$$

$$e) \frac{\Delta BOC}{\Delta ABC} = \frac{3}{5}$$

$$f) \frac{\Delta AOB}{\Delta PBC} = \frac{7}{18}$$

(II)

$$a) \frac{\Delta ABD}{\Delta ABC} = \frac{2}{5}$$

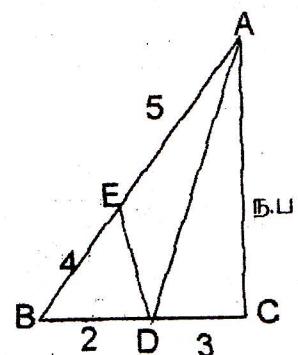
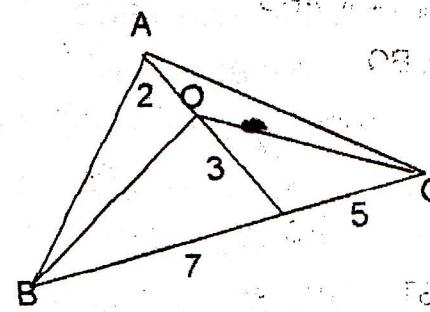
$$b) \frac{\Delta BED}{\Delta ABC} = \frac{8}{45}$$

$$c) \frac{\Delta AED}{\Delta ABC} = \frac{2}{9}$$

$$d) \frac{\Delta BED}{\Delta ADC} = \frac{8}{27}$$

$$e) \frac{\Delta AED}{\Delta ADC} = \frac{10}{27}$$

$$f) \frac{\Delta AEDC}{\Delta ABC} = \frac{37}{45}$$

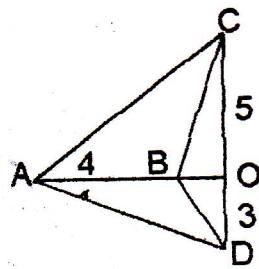


(III) a) $\frac{\Delta ABC}{\Delta ADC} = \frac{1}{2}$

b) $\frac{\Delta BOD}{\Delta ABC} = \frac{3}{20}$

c) $\frac{\Delta ABC}{\Delta BCD} = \frac{5}{2}$

d) $\frac{\Delta ABD}{\Delta ACD} = \frac{3}{10}$



➤ 3.2 விகித சமய்விவ

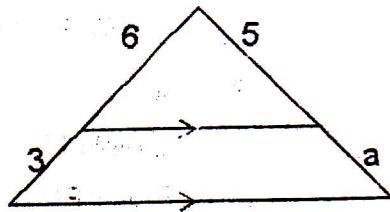
தேற்றும் :-13. ஒரு முக்கோணி ஒன்றில் ஒரு பக்கத்திற்குச் சமாந்தமாக வரையப்படும் நேர்கோடு மற்றைய இரு பக்கங்களையும் விகிதமாகப் பிரிக்கும்.

தேற்றும் :-14 ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்கள் இரண்டையும் விகிதம் சமமாகப் பிரிக்கும் நேர்கோடு அதன் மூன்றாம் பக்கத்திற்குச் சமாந்தமாகும்.

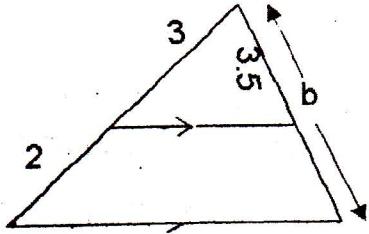
பயிற்சி3.2

1. பின்வருவனவற்றில் எழுத்திட்டப்பட்ட நீளங்களைக் கணிக்குக?

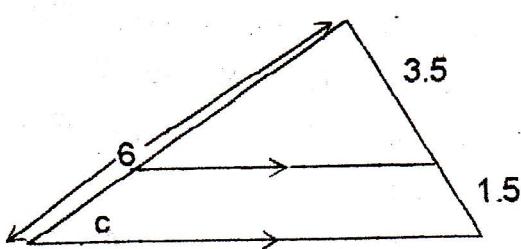
(I)



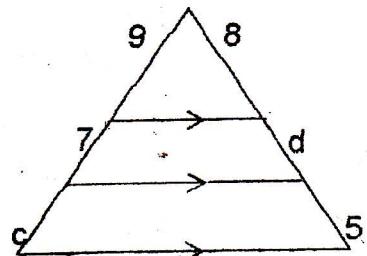
(II)



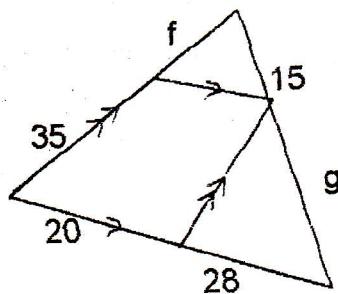
(III)



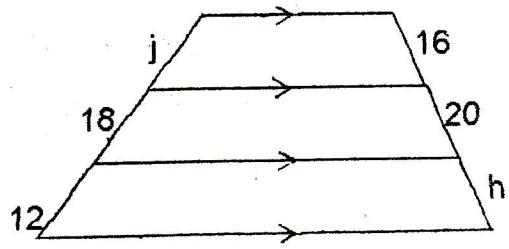
(IV)



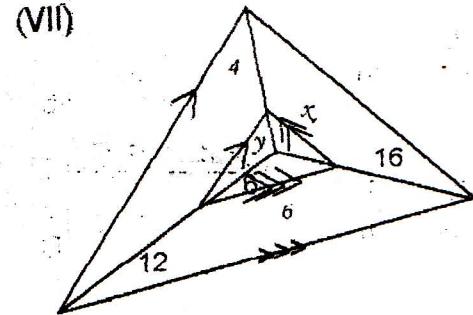
(V)



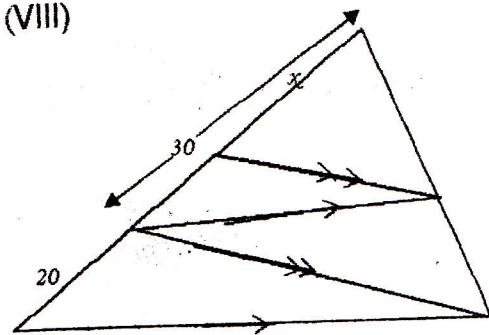
(VI)



(VII)



(VIII)



2. முக்கோணி ABC யில் X, Y என்பன முறையே AB, AC மீது இரு புள்ளிகள்.
 $AX = 12\text{cm}$, $XB = 16\text{cm}$, $AY = 15\text{cm}$, $YC = 20\text{cm}$ ஆயின் XY சமாந்தரம் BC எனக் காட்டுகே?
3. நாற்பக்கல் ABCD இன் மூலைவிட்டங்கள் O வில் சந்திக்கின்றன. $AO = 8\text{cm}$, $OC = 12\text{cm}$, $BO = 10\text{cm}$, $OD = 15\text{cm}$ ஆயின் AB சமாந்தரம் CD எனக் காட்டுகே?
4. சரிவகம் ABCD இல் AB சமாந்தரம் DC, AD, BC என்பவற்றில் E, F என்னும் புள்ளிகள் $AE : ED = BF : FC$ ஆகுமாறுள்ளன. EF சமாந்தரம் AB என நிறுவுக?
5. முக்கோணி ABC யின் அடி BC யில் $BD = EC$ ஆகுமாறு D, E என்னும் புள்ளிகள் அமைந்துள்ளன. D, E என்பவற்றுக்கூடாக முறையே CA, BA என்பவற்றுக்கு சமாந்தரமாக வரையப்படும் நேர்கோடுகள் AB, AC என்பவற்றை F, G என்பவற்றில் சந்திப்பின் FG சமாந்தரம் BC என நிறுவுக?
6. முக்கோணி ABC யில் பக்கம் BC யின் நடுப்புள்ளி D ஆகும். AD யின் நடுப்புள்ளி E ஆகும். நிட்டப்பட்ட BE ஆனது AC யை F இல் சந்திப்பின் $BE : EF = 3 : 1$ என நிறுவுக? (உதவி E யினுடாக AC க்கு வரையப்படும் சமாந்தரகோடு BC யை G இல் சந்திக்கிறது.)
7. முக்கோணி ABC இல் பக்கம் AB யின் நடுப்புள்ளி D ஆகும் BC மீது $BE : EC = 2 : 3$ ஆகுமாறு அமைந்துள்ள புள்ளி E ஆகும். AE, CD என்பன F, இல் சந்திப்பின் $4CF = 3CD$ என நிறுவுக? (உதவி D யினுடாக AE க்கு வரையும் சமாந்தரக் கோடு BC யை G இல் சந்திக்கின்றது.)
8. நாற்பக்கல் ABCD இல் P, Q எனும் புள்ளிகள் முறையே AB, CD மீது $AP : PB = DQ : QC$ ஆகுமாறு அமைந்துள்ளன. P யினுடாக AD க்கு வரையப்படும் சமாந்தரக் கோடு EB யை F இலும் Q யினுடாக ADக்கு வரையப்படும் சமாந்தரகோடு EC யை G இலும் சந்திப்பின் FG சமாந்தரம் BC என நிறுவுக?

9. முக்கோணி ABC இல் கோணம் BAC யின் இருசமங்களின் BC யை X இல் சந்திப்பின் $BA : AC = BX : XC$ என நிறுவக. (உதவி C யின் ஊடாக XA யிற்கு சமாந்தரமாக வரையப்படும் நேர்கோடு நீட்டப்பட்ட BA யை Y இல் சந்திக்கட்டும்.)
- துறிப்பு:-** உள்ளிரு கூறாக்கித் தேற்றம் எனப்படும் இம் முடிவானது விறைத்த உடல்களின் சமனிலையில் பயிற்சிகள் செய்யும் போது பயன்படும்.
10. வட்டமீரான்றின் இருநாண்கள் AB, CD என்பன X இல் இடைவெட்டுகின்றன.
 $AX \cdot XB = CX \cdot XD$ என நிறுவக.

➤ 3.3 கீழ்க்கண்ட முக்கோணங்கள்

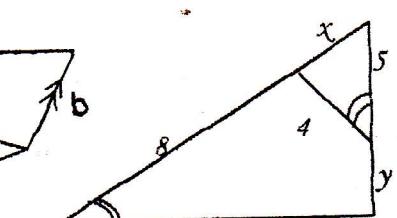
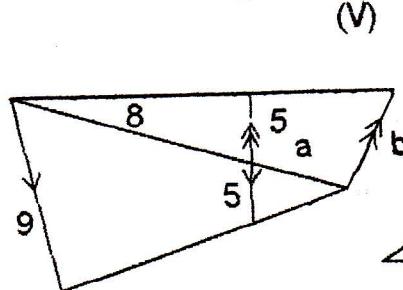
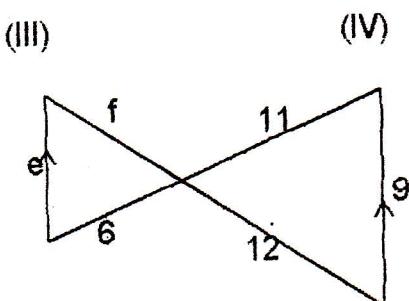
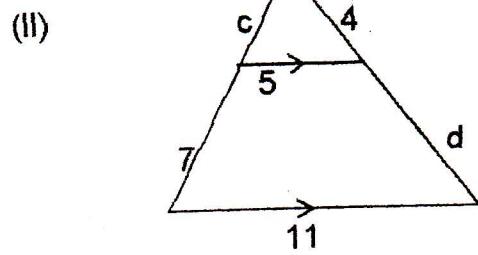
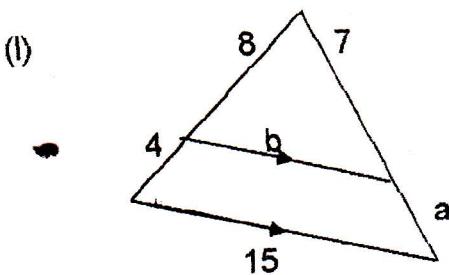
தேற்றம் :- 15. இருசம கோண முக்கோணிகளின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதியாசமாகும்.

தேற்றம் :- 16. ஒரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களும் முறையே வேறொரு முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களுக்கும் விகித சமமாயின் அவ்விரு முக்கோணிகளும் சம கோணமானவை.

தேற்றம் :- 17. இரு இயல்பொத்த முக்கோணிகளின் பரப்புகளின் விகிதம் அவற்றின் ஒத்த பக்கங்களின் வர்க்கங்களுக்கு விகிதசமமாகும்.

பயிற்சி3.3

1. தூப்பட்டுள்ள உருக்களில் எழுத்திடப்பட்ட நீளங்களைக் காண்க?



10

2. ஒரு வட்டத்தின் இரு நாண்கள் AB, CD என்பன E இல் இடைவெட்டுகின்றன. AX, XB = CX, XD என நிறுவுக?
3. சரிவகம் ABCD யில் AB சமாந்தரம் DC. மூலை விட்டங்கள் E யில் சந்திப்பின் $AB : CD = AE : EC$ என நிறுவுக?
4. முக்கோணிABC யில் BE, CF என்பன குத்துயரங்கள் $BE : CF = AB : AC$ என நிறுவுக?
5. TP, TQ என்பன O வை மையமாகவுடைய வட்டத்தின் இரு தொடலீகள் OT ஆனது PQவை R இல் இடை வெட்டின் $OR \cdot OT = OQ^2$ என நிறுவுக?
6. ஒரு வட்டத்தின் இரு நாண்கள் AB, CD என்பன நீட்டப்படும் போது Y இல் இடை வெட்டுகின்றன. YA, YB = YC, YD என நிறுவுக
7. PQRST ஓர் ஒழுங்கான ஐங்கோணி ஆகும். QT, PS என்பன U வில் இடை வெட்டின்; $PS : PT = QT : TU$ என நிறுவுக?
8. ABCD என்னும் சரிவகத்தில் AB சமாந்தரம் DC $AB = 2DC$ ஆகும். மூலை விட்டங்கள் O வில் சந்திப்பின் $BD = 3OD$ என நிறுவுக?
9. ABC என்பது A யில் செங்கோணமுள்ள முக்கோணி ஆகும். AD என்பது BCக்குச் செங்குத்தாயின் $\Delta BAD : \Delta ACD = BA^2 : AC^2$ என நிறுவுக?
10. O வை மையமாகவுடைய வட்டத்துக்கு வெளியேயுள்ள புள்ளி T யிலிருந்து TA, TB என்னும் தொடலீகள் வரையப்பட்டுள்ளன. $\Delta ATB : \Delta OAB = AT^2 : OA^2$ என நிறுவுக?

அயலகு ④

➤ 4.1 வட்டத் துண்டக் கோணங்கள்

தேற்றம் :-18 ஒரு வட்டத்தின் விளை அவும் வட்ட மையத்தில் எதிரமைக்கும் கோணம் பரிதியின் எஞ்சிய பாகத்தில் யாதாயினும் ஒரு புள்ளியில் எதிரமைக்கும் கோணத்தின் இரு மடங்காகும்.

தேற்றம் :-19. வட்டம் ஒன்றின் ஒரே துண்டக் கோணங்கள் சமனானவை.

தேற்றம் :-20. ஒர் அணைவட்டக் கோணம் செங்கோணமாகும்.

தேற்றம் :-21. ஒரு வட்ட நாற்பக்கலீன் எதிர்க் கோணங்கள் மிகை நிரப்பிகளாகும்.

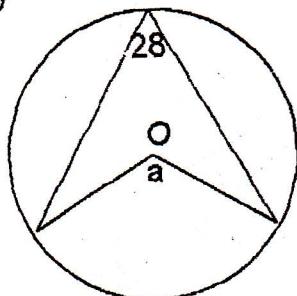
கிளைத் தேற்றம் : வட்டம் நாற்பககலொன்றின் ஒரு பக்கத்தை நீட்ட வரும் பூர்க்கோணம் அகத்தெறிர்க் கோணங்களுக்குச் சமன்.

தேற்றம் :-22. ஒரு வட்டத்தை ஒரு நேர் கோடு தொட ஆகும் தொடு புள்ளியிலிருந்து ஒரு நாண் வரையப்படின் தொடு கோட்டுடன் அந் நாண் அமைக்கும் கோணங்கள் அவும் வட்டத்தின் ஒன்று விட்ட துண்டங்களிலுள்ள கோணங்களுக்குச் சமனாகும்.

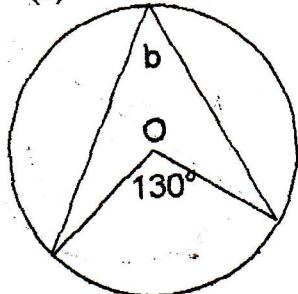
பயிற்சி 4.1

1. பின்வரும் உருக்களில் எழுத்திடப்பட்ட கோணங்களைக் கணிக்குக?

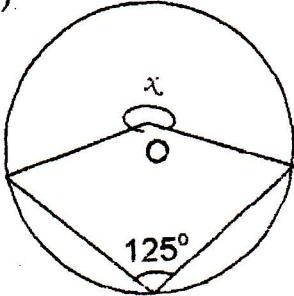
(I)



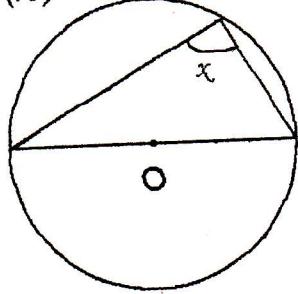
(II)



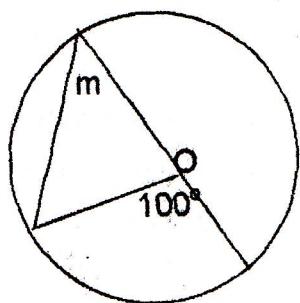
(III)



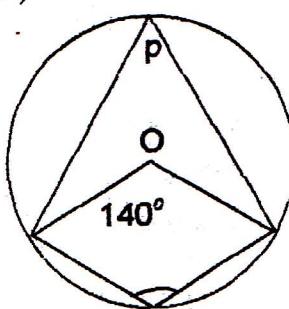
(IV)



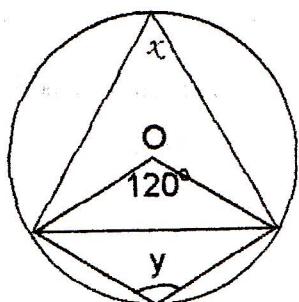
(V)



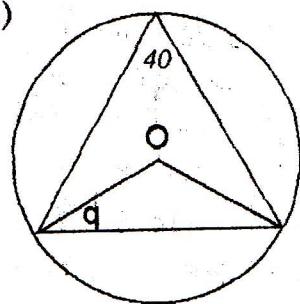
(VI)



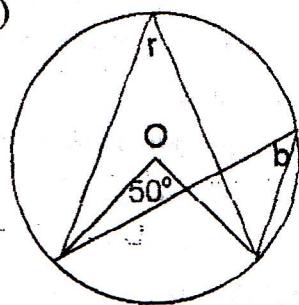
(VII)



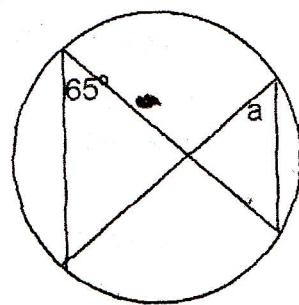
(VIII)



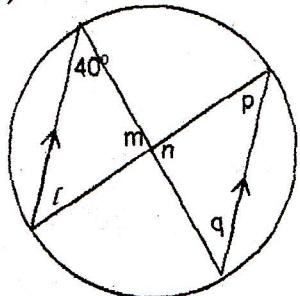
(IX)



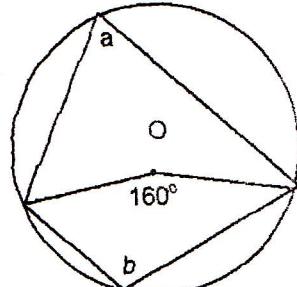
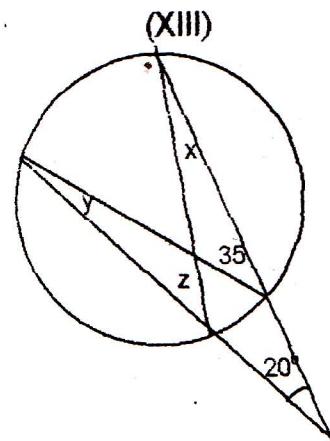
(X)



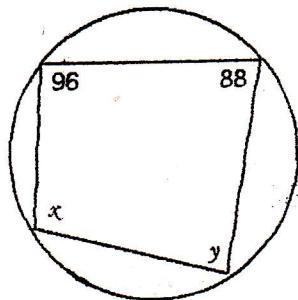
(XI)



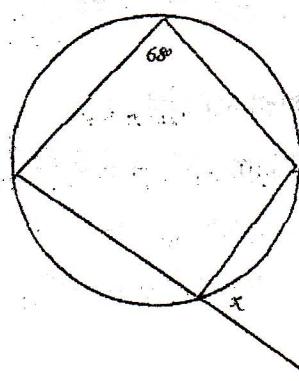
(XII)



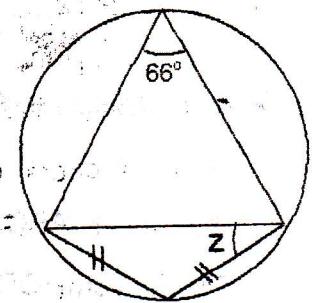
(XIV)



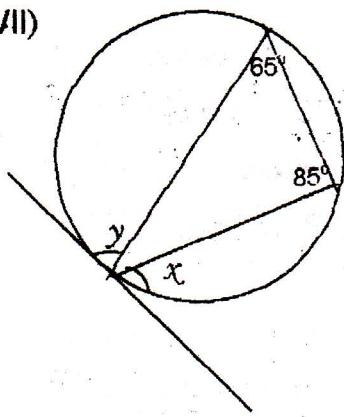
(XV)



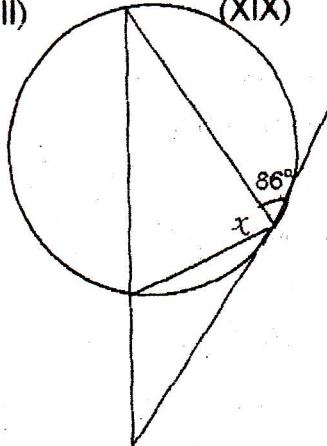
(XVI)



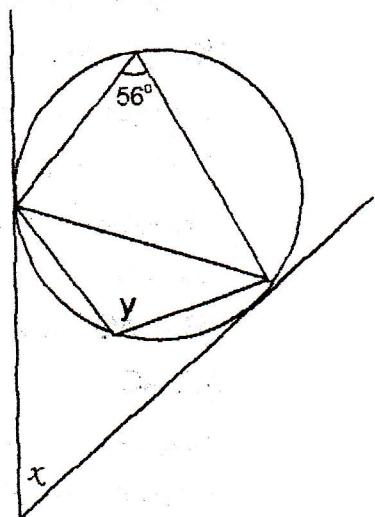
(XVII)



(XVIII)



(XIX)



அலை ⑤

➤ 5.1 கேத்துக்கள் அமைப்புக்கள்

- 1) $BC = 75\text{cm}$, $CA = 65\text{cm}$, $AB = 4.5\text{ cm}$ ஆகவுள்ள $\triangle ABC$ யை அமைக்க இணைகரம் ABC யைப் பூர்த்தி செய்க?
- 2) $PQ = 7\text{cm}$, $QR = 5.4\text{cm}$, $PQR = 60^\circ$ ஆகவுள்ள இணைகரம் $PQRS$ ஜ அமைக்க?
- 3) A,B,Cஎன்னும் 3 கோபுரங்கள். Aயானது Bயிற்கு வடக்கே 15km தூரத்தில் Cக்கு மேற்கே 20 km சதுரத்திலும் இருக்குமாறு அமைந்துள்ளன. $1\text{ cm} = 5\text{km}$ என்னும் அளவிடைக்கு தூப்பட்ட தரவை வரைந்து B யிலிருந்து C யின் திசை கோளைக் காண்க?
- 4) PQ என்னும் தெரு வடக்குத் தெற்காக அமைந்துள்ளது. A என்பவர் P யிலிருந்து வடக்கு நோக்கி 2km சென்று அங்கிருந்து 075° என்னும் திசை கோளில் திரும்பி 5km சென்று R என்னும் புள்ளியை அடைகிறார். இத்தகவலை $1\text{ cm} = 1\text{km}$ எனும் அளவிடைக்கு வரைக. P யிலிருந்து R இன் திசைகோளை அளந்து எழுதுக?
- 5) $AB > AC$ ஆகுமாறு விரும்பிய முக்கோணி ABC யை வரைக. P யிலிருந்து AB, AC என்பவற்றுக்கு வரையும் செங்குத்து நீளங்கள் சமனாகுமாறு BC மீது P என்னும் புள்ளியை அமைக்க. P யிலிருந்து மேற்படி செங்குத்துக்களை வரைந்து அவற்றின் நீளங்களை ஒப்பிடுக?
- 6) $P \hat{S}R = 60^\circ$, $Q \hat{P}R = 30^\circ$, $Q \hat{R}P = 65^\circ$, $PS = 7.2\text{cm}$, $SR = 8.0\text{cm}$ ஆகவுள்ள நாற்பக்கல் PQRS ஜ அமைக்க?
- 7) $AB = 5.8\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, $CD = 5.5\text{cm}$ $ED = 4.5\text{ cm}$ $\hat{A}BC = 105^\circ$, $\hat{B}DC = 90^\circ$, $\hat{A}ED = 90^\circ$ ஆகவுள்ள ஐங்கோணி ABCD ஜ அமைக்க?
- 8) ஒவ்வொரு பக்கமும் 3.5cm கொண்டதாகவும் $\hat{P} = \hat{Q} = 90^\circ$ ஆகவும் உள்ள ஐங்கோணி PQRST ஜ அமைக்க?
- 9) $YZ = 6.5\text{cm}$ $XYZ = 45^\circ$ $YZX = 60^\circ$ ஆகவுள்ள ΔXYZ ஜ அமைக்க. புள்ளி X இல் XZ கூத் தொட்டுக் கொண்டு புள்ளி Yஇனாடாகச் செல்வதுமான வட்டத்தை வரைக.
- 10) $AB = 4.5\text{cm}$, $AC = 7.5\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$ ஆகுமாறு முக்கோணி ABC ஜ அமைக்க, புள்ளி A இல் AB கூத் தொட்டுக் கொண்டு BC கூடியும் தொடும் வட்டத்தை வரைக,

11) $PQ = 7.5\text{cm}$, $QR = 8.5\text{cm}$ $\hat{P}QR = 45^\circ$ ஆகவுள்ள ΔPQR ஜ

அமைக்க. P இல் PR ஜத் தொட்டுக் கொண்டும் PQ இன் நடுப்புள்ளிக்கூடாகச் செல்லும் வட்டத்தை வரைக?

12) நாற்பக்கல் $ABCD$ யில் $AB = 6.5\text{ cm}$, $BC = 7\text{cm}$, $CD = 5.5\text{ cm}$ $\hat{B} = 60^\circ$ D

யிலிருந்து AC இந்து வரையப்பட்ட செங்குத்தின் நீளம் 3 cm ஆகும். நாற்பக்கல் $ABCD$ ஜ அமைக்க?

13) $C \hat{A}B = 60^\circ$ $AB + BC = 9\text{cm}$, $AC = 5.5\text{ cm}$ ஆகுமாறு இணைகரம் $ABCD$ ஜ அமைக்க?

14) $AB = 5\text{cm}$, $\hat{B}AD = 120^\circ$ $AD = 5.8\text{ cm}$ $DC = 12\text{cm}$ $AB//DC$.

ஆகுமாறு நாற்பக்கல் $ABCD$ ஜ அமைக்க?

15) $AB = 6\text{ cm}$, $BC = 4.5\text{ cm}$. $AC = 5\text{ cm}$ ஆகவுள்ள ΔABC ஜ அமைக்க பக்கம் BC ஜ வெளிப்புறமாகத் தொடும் ΔABC யின் வெளிவட்டத்தை அமைக்க அதன் ஆரையை ஆரையை அளந்து எழுதுக?

16) 6Cm நீளமுள்ள கோடு LM ஜ வரைக L இல் இருந்து வரையப்படும் தொடவிகள் நீளம் 4.5cm ஆகுமாறு M ஜ மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தை அமைக்க

17) 4.5 cm ஆரையுள்ள வட்டம் ஒன்றை வரைந்து அதிலே சம பக்க Δ ஒன்றை உள் வரைக?

18) 2.5cm ஆரையுள்ள வட்டமொன்றை வரைந்து பக்கங்கள் மூன்றும் அவ்வட்டத்தின் தொடவிகளாக உள்ள சமபக்க முக்கோணியை அமைக்க?

19) AB என்பது 5cm நீளமுள்ள ஒரு நிலைத்த கோட்டுத் துண்டம் ஆகும். P என்னும் அசையியும் புள்ளியோன்று எப்போது $A \hat{P}B = 75^\circ$, ஆக இருக்குமாறு அமைகிறது. P யின் ஒழுக்கை அமைக்க?

20) I) $PQ = 4\text{cm}$ $QR = 7\text{cm}$ $\hat{P}QR = 45^\circ$ ஆகவுள்ள முக்கோணி PQR ஜ

அமைக்க அதன் ஆரையை ஆரையை அமைக்க

II) 5 cm ஆரையுள்ள வட்டம் ஒன்றை அமைக்க

III) மேலுள்ள ΔPQR இறகுச் சம கோண முக்கோணி, ஒன்றை இவ் வட்டத்தில் உள் வரைக?

21) 10Cm நீளமுள்ள நேர்கோடு AB ஜ வரைக A யிலிருந்தும் B யிலிருந்தும் நேர்கோடு PQ இந்து வரையப்பட்ட செங்குத்து முறையே AP யும் BQ உம் ஆகும். $AP = 4\text{Cm}$, $BQ = 3\text{Cm}$ ஆகவும் உள்ள கோடு PQ ஜ அமைக்க?

- 22) 5Cm ஆரையுள்ள வட்டம் ஒன்றை வரைக அதன் மையத்தை O எனக் குறிக்க $OA = 11\text{cm}$ ஆகுமாறு OA ஜ வரைக $BC = 8\text{cm}$ ஆகுமாறும் Bஇலும் Cஇலும் இவ் வட்டத்தை வெட்டும். வெட்டி ABC ஜ அமைக்க . அவ்வாறான வெட்டிகள் எத்தனை வரைய முடியும்?
- 23) 8 Cm நீளமுள்ள கோடு AB ஜ வரைக $BC = 3C$ ஆகுமாறு அதன் மேற்புள்ளி Cஜ குறிக்க. $BD = 3.0\text{cm}$, $CD = 4.5\text{cm}$ ஆகுமாறு புள்ளி D ஜக் குறிக்க. மையம் A ஆகவும் ஆணை 4cm ஆகவும் உள்ள வட்டத்தை வரைக. இவ்வட்டத்தைத் தொட்டுக் கொண்டு D யினுடாகச் செல்லும் வட்டத்தை அமைக்க. அதன் ஆரையை அளந்து எழுதுக.

➤ 5.2 மூப்பிழை உருக்களைத் தொழில்வாரதல்

கீழ்த் தரப்படும் பயிற்சிகளைச் செய்வதற்காகப் பின்வரும் பொருள்களைச் சேகரிக்க

I) திண்மக் கோளம்

II) திண்ம உருளை

III) செவ்வட்டத் திண்மக் கூம்பு

IV) கனக்குந்றி

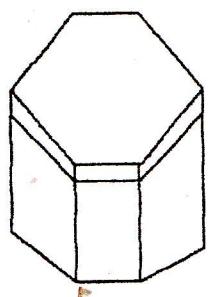
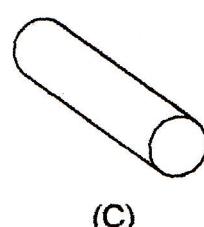
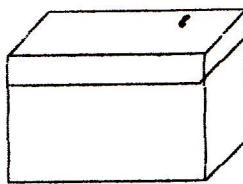
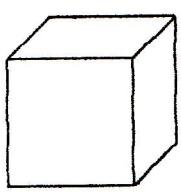
V) அரைக்கோளத் கிண்ணம்

VI) சாய்தளம் அமைப்பதற்கு பலகை

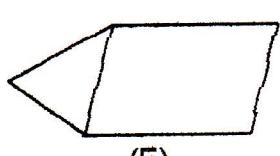
VII) கோல்

VIII) இழை

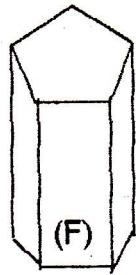
- 1) மேசை மீது கனக் குந்றியை வைத்த பின்னர் அதன் முன் பூத் தோற்றும்
 - 2) மேசை மீது உருளையை வைத்த பின் அதன் தட்டையான முகப்பக்கமிருந்து பார்க்கும் போது தோற்றும்
 - 3) மேசை மீது கோளமிருக்கும் போது அதன் தோற்றும்
 - 4) மேசை மீது கூம்பு தள மேற்பரப்பு தொடுகையிலிருக்க வைக்கப்படும் போது அதன் தோற்றும்
 - 5) கூம்பை மேசை மீது வளைபரப்புத் தொடுகையிலிருக்க வைக்கப்படும் போது அதன் தோற்றும்.
 - 6) மேசை மீது அரைக் கோளக் கிண்ணம் அச்சு நிலைக் குத்தாக இருக்க நிலைப்படுத்தப்படும் போது அதன் தோற்றும்
- 7) பின்வரும் உருக்களைப் பெயரிடுக?



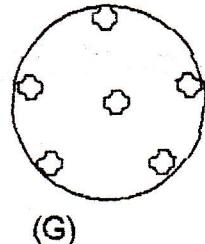
(a)



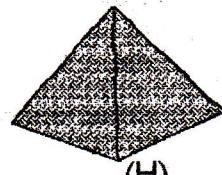
(E)



(F)



(G)



(H)

> கூம்பு வெட்டுக்கள்

இரு ஒரே அளவினதான் செவ்வட்டத் திண்மக் கூம்புகள் அவற்றின் உச்சிகள் பொருந்துமாறு ஒட்டப்படும் போது இரட்டைக் கூம்பு பெறப்படும். இக்கூம்பினை தளமொன்று வெட்டும் போது வெட்டும்.

- I) நேர்கோட்டுச் சோடி
- II) வட்டம்
- III) பரவளைவு
- IV) நீள்வளையம்
- V) அதி பரவளை ஆகியன பெறப்படும்.

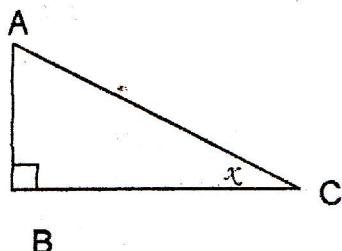
I) தேர் கோட்டுச் சோடி

- இரட்டைக் கூம்பின் பொது உச்சியினாடாக இரு பிறப்பாக்கிகளை வெட்டிச் செல்லும் தளத்தினால் நேர்கோட்டுச் சோடி பெறப்படும்
- II) இரட்டைக் கூம்பின் பொது அச்சுக்குச் செங்குத்தான் தளம் கூம்பை வெட்டுவதனால் வட்டம் பெறப்படும்
 - III) இரட்டைக் கூம்பின் ஒரு பிறப்பாக்கிக்குச் சமாந்தராமன் தளமொன்று கூம்பை இடைவெட்டுவதால் பரவளைவு பெறப்படும்.
 - IV) இரட்டைக் கூம்பின் அச்சுக்குச் செங்குத்தாக அமையாததும் எந்தவொரு பிறப்பாக்கிக்குச் சமாந்தரமல்லாததுமான தளமொன்று இரட்டைக் கூம்பின் ஒரு பகுதியை இடைவெட்டும் போது நீண்டவளையம் பெறப்படும்.
 - V) இரட்டைக் கூம்பின் பொது உச்சியினாடாகச் செல்லாத ஒரு தளம் கூம்பின் ஒரு பகுதிகளையும் வெட்டும் போது அதிபர வளைவு பெறப்படும்.

மேற்படி வளையிகள் தளங்கள் இரட்டைக் கூம்பை வெட்டுவதால் பெறப்படுவதால் அவை கூம்பு வெட்டுக்கள் எனப்படும்.

பரகம் ③ அலகு ②

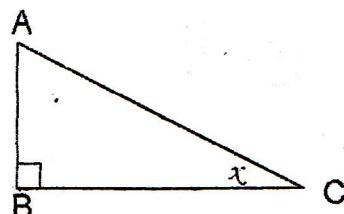
➤ நிகரம் கண்டு



B

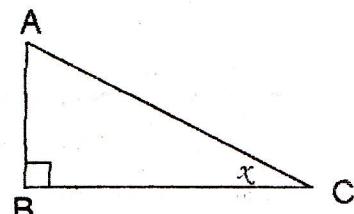
$$\sin x = \frac{AB}{BC}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$



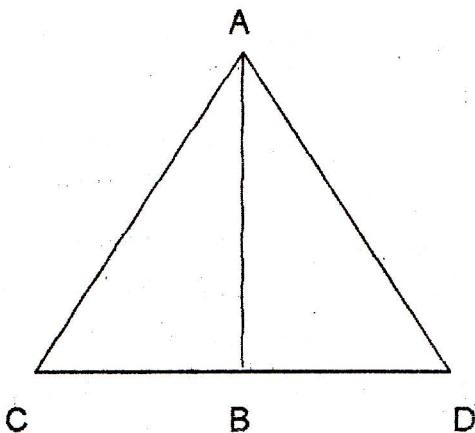
$$\cos x = \frac{BC}{AC}$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$



$$\tan x = \frac{AB}{BC}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$



C B D

$$\sin 30 = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$

$$\sin 60 = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}a}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 30 = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}a}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60 = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$

$$\tan 30 = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{\sqrt{3}a} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

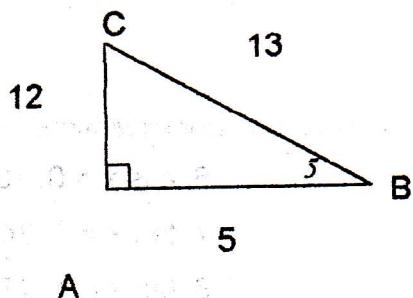
$$\tan 60 = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}a}{a} = \sqrt{3}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

தீவிராக சிர்வதும் அட்வதை பெற்றும்

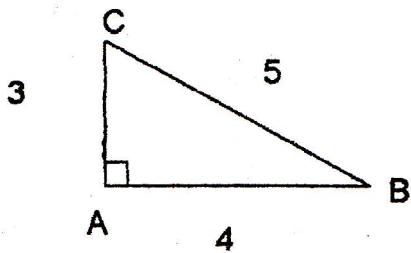
	0	30	45	60	90
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞
cot	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
cosec	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞

ஒ + ம 1) $\therefore \sin\theta = \frac{12}{13}$ எனின் $\tan\theta$ காண்க.



$$\tan\theta = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{5}$$

உ + ம 2) ∵ $\tan \theta = \frac{3}{4}$ எனின் $\sin \theta$, $\cos \theta$ கீழ்க்கண்க.



$$\sin \theta = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5} \quad \cos \theta \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$$

1. பின்வரும் திரிகோண கணித விகிதங்களைக் காண்க?

- | | |
|------------------|-------------------|
| 1. $\sin 50'$ | 6. $\tan 34 18'$ |
| 2. $\cos 75'$ | 7. $\sin 32 40'$ |
| 3. $\tan 35'$ | 8. $\cos 36 15'$ |
| 4. $\sin 15 24'$ | 9. $\tan 58 16'$ |
| 5. $\cos 27 30'$ | 10. $\sin 49 35'$ |

2. பின்வரும் திரிகோண கணித விகிதங்களையுடைய கோணங்களைக் காண்க?

- | | |
|------------------------|----------------------|
| 1. $\sin x = 0.8660$ | 6. $\cos x = 0.1560$ |
| 2. $\sin x = 0.642845$ | 7. $\tan x = 0.9470$ |
| 3. $\sin x = 0.7660$ | 8. $\tan x = 1.4730$ |
| 4. $\cos x = 0.5$ | 9. $\tan x = 2.7356$ |
| 5. $\cos x = 0.7320$ | |

3. 1. $\sin x = \frac{12}{13}$ ஆயின் $\tan x$ ஐக் காண்க?

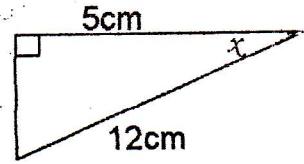
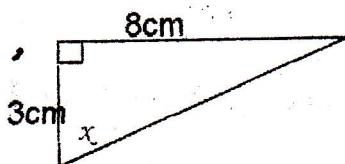
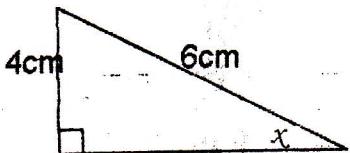
2. $\cos x = \frac{8}{17}$ ஆயின் $\sin x$ ஐக் காண்க?

3. $\tan x = \frac{4}{5}$ ஆயின் $\cos x$ ஐக் காண்க?

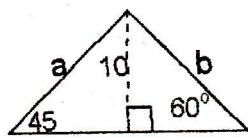
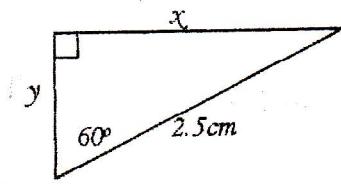
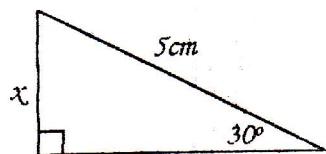
4. $\tan x = 2\sqrt{2}$ ஆயின் $\sin x$ ஐக் காண்க?

5. $\sin x = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ ஆயின் $\cos x$ ஜக்கான்க?

4. எழுத்துக்களால் குறிக்கப்படும் கோணங்களைக் காண்க?



5. எழுத்துக்களால் குறிக்கப்படும் பக்கங்களைக் காண்க?



6) செங்கோண டி PQR இல் $PQ = 13\text{Cm}$, $PR = 5\text{ Cm}$, $QR = 12\text{Cm}$, $\hat{PQR} = \theta$ ஆயின் $\cos \theta$, $\tan \theta$ என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க?

7) செங்கோண டி ABCயில் $\hat{C} = 90^\circ$, $BC = 3\text{Cm}$, $AC = 4\text{Cm}$ ஆயின் $\sin A$, $\tan B$ இன் பெறுமானங்களைக் காண்க?

8) மேற்படி அட்டவணையைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றின் பெறுமானம் காண்க
அ) $\sin 60^\circ \cos 45^\circ$

ஆ) $\sin 30^\circ \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \sin 45^\circ$

இ) $\frac{\sin 45^\circ + \cos 45^\circ}{\sin 30^\circ + \cos 60^\circ}$

ஈ) $\frac{\cos 60^\circ - \sin 60^\circ \sin 45^\circ}{\sin 90^\circ \cos 30^\circ - \cos 90^\circ \sin 30^\circ}$

உ) $\frac{\tan 60^\circ + \tan 45^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 60^\circ}$

ஊ) $\tan^2 60^\circ + 2 \tan^2 45^\circ$

எ) $\tan^2 30^\circ + 4 \cos^2 60^\circ$

$$9) \sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = \sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ = \sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ = \sin^2 90^\circ + \cos^2 90^\circ = \sin^2 0^\circ + \cos^2 0^\circ = 1$$

என வாய்ப்பு பார்க்க

Note :- θ என்பது யாதாயினும் ஒரு கோணமாயின் $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ஆகும்.

10) மேற்படி அட்டவணையைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றை நிறுவுக?

$$1) \frac{\tan 60^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 60^\circ \tan 30^\circ} = \tan 30^\circ$$

$$2) \frac{1 - \sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{1 - \tan 30^\circ}{1 + \tan 30^\circ}$$

$$3) \frac{\cos 30^\circ + \sin 60^\circ}{1 + \sin 30^\circ + \cos 60^\circ} = \cos 30^\circ$$

$$4) \sin^2 30^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 60^\circ = \frac{3}{2}$$

$$5) \tan^2 30^\circ + \tan^2 45^\circ + \tan^2 60^\circ = 4 \frac{1}{3}$$

$$6) \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \cos 30^\circ \sin 60^\circ = 1$$

$$7) \cos 45^\circ \cos 60^\circ - \sin 45^\circ \sin 60^\circ = \frac{1 - \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

11) பின்வரும் தொடரின் பெறுமானம் காணக்?

$$1) \sin^2 30^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 60^\circ$$

$$2) \tan^2 30^\circ + \tan^2 45^\circ + \tan^2 60^\circ$$

$$3) \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ$$

$$4) \cos 45^\circ \cos 60^\circ - \sin 60^\circ \sin 45^\circ$$

$$5) \frac{4}{3} \cot^2 30^\circ + 3 \sin^2 60^\circ - 2 \operatorname{cosec}^2 60^\circ - \frac{3}{4} \tan^2 30^\circ$$

$$6) \operatorname{cosec}^2 45^\circ \cdot \sec^2 30^\circ \cdot \sin^3 90^\circ \cdot \cos 60^\circ$$

$$7) 4 \cot^2 45^\circ - \sec^2 60^\circ + \sin^3 30^\circ$$

$$8) 3 \sin 45^\circ - 4 \sin^3 45^\circ$$

$$9) \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ$$

$$10) \frac{2 \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ}$$

12) பின்வருவனவற்றை வாய்ப்புப் பார்க்க

$$A = 45^\circ \text{ எனின்,}$$

$$1) \sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$2) \cos 2a = 1 - 2 \sin^2 A = 2 \cos^2 A - 1$$

$$3) \sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

$$4) \cos 2A = 1 - 2 \sin^2 A$$

$$5) \tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

$A = 30^\circ$ எனின்,

$$6) \cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 1 - 2\sin^2 A = 2\cos^2 A - 1$$

$$7) \sin^2 A = 2\sin A \cos A$$

$$8) \cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$$

$$9) \sin 3A = 3 \sin A - 4\sin^3 A$$

$$10) \tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

$$11) \frac{3 \tan A - \tan^3 A}{1 - 3 \tan^2 A} = \tan 3A$$

$$12) \cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 2\cos^2 A - 1$$

- 1

$$13) \cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$$

$$14) \sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A$$

$$15) \sin 2A = 2\sin A \cos A$$

$$16) \tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

$$13) 1) \sin x = \frac{12}{13} \text{ ஆயின் } \tan x \text{ ஜக் காண்க?}$$

$$2) \cos x = \frac{8}{17} \text{ ஆயின் } \sin x \text{ ஜக் காண்க?}$$

$$3) \tan x = \frac{4}{5} \text{ ஆயின் } \cos x \text{ ஜக் காண்க?}$$

$$4) \tan x = 2\sqrt{2} \text{ ஆயின் } \sin x \text{ ஜக் காண்க?}$$

$$5) \sin x = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \text{ ஆயின் } \cos x \text{ ஜக் காண்க?}$$

$$6) \sin \theta = 11/61 \text{ எனின் } \cos \theta, \tan \theta \text{ என்பவற்றைக் காண்க?}$$

$$7) \cos \theta = 4/5 \text{ எனின் } \sin \theta, \tan \theta \text{ என்பவற்றைக் காண்க?}$$

$$8) \cos \theta = 9/41 \text{ எனின் } \sin \theta, \tan \theta \text{ என்பவற்றைக் காண்க?}$$

$$9) \sin \theta = 3/5 \text{ எனின் } \sin \theta, \tan \theta \text{ என்பவற்றைக் காண்க?}$$

$$10) \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{7}} \text{ ஆயின் } \sin \theta, \cos \theta \text{ ஜக் காண்க?}$$

$$14) \sin \theta = 1/n \text{ எனின் } \cos \theta, \tan \theta \text{ என்பவற்றைக் காண்க?}$$

$$15) \cos \theta = p/q \text{ எனின் } \sin \theta, \tan \theta \text{ என்பவற்றைக் காண்க?}$$

16) $\tan \theta = \frac{\sqrt{m^2 - n^2}}{n}$ ஆயின் $\sin \theta, \cos \theta$ என்பவற்றைக் காண்க?

17) $\sin \theta = \frac{x}{y}$ எனின் $2\sin \theta - 3\sqrt{y^2 - x^2} \cos \theta$ பெறுமதியைக் காண்க?

18) $\tan \theta = \frac{2x(x+1)}{2x+1}$ எனின் $\sin \theta$, யாது?

19) $\sin \theta = \frac{m}{\sqrt{m^2 + n^2}}$ எனின் $\cos \theta, \tan \theta$ யாது?

இதிலிருந்து $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ என வாய்ப்பு பார்க்க

20) $\cos \theta = \frac{q}{\sqrt{4p^2 - q^2}}$ ஆயின் $\sin \theta, \cos \theta, \tan \theta$ ஜக் காண்க?

21) $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ என வாய்ப்பு பார்க்க

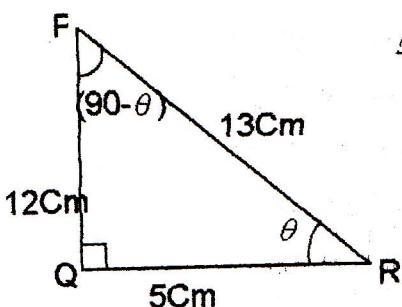
22) $\cos A = \frac{2m}{m^2 + 1}$ எனின் $\cos A, \sin A$ யாது?

23) $\tan A = \frac{2pq}{p^2 - q^2}$ எனின் $\cos A, \sin A$ யாது?

24) $\cos x = \frac{5}{13}$ எனின் $\frac{2\sin x - 3\cos x}{4\sin x - 9\cos x}$ இன் பெறுமதி யாது?

25) $\tan \theta = \frac{q}{p}$ எனின் $\frac{P\cos \theta - q\sin \theta}{p\cos \theta + q\sin \theta}$ இன் பெறுமதி யாது?

26)



$\triangle PQR$ ஒல் பின்வருவனவற்றைக் காண்க?

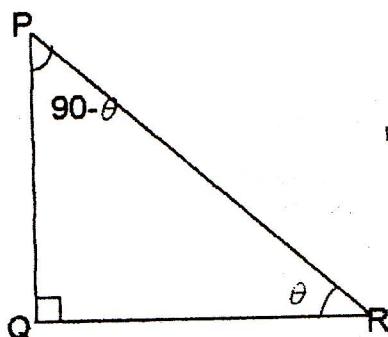
1. $\sin \theta$ 2. $\cos \theta$ 3. $\tan \theta$

4. $\sin (90 - \theta)$ 5. $\cos (90 - \theta)$

6. $\sin (90 - \theta) = \cos \theta$ எனவும்

$\cos (90 - \theta) = \sin \theta$ எனவும் நிறுவக.

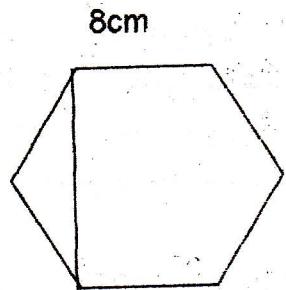
27)



பின்வருவனவற்றிற்கான கோவைகளைத் தருக?

1. $\sin \theta$ 2. $\cos \theta$

3. $\sin (90 - \theta)$ 4. $\cos (90 - \theta)$

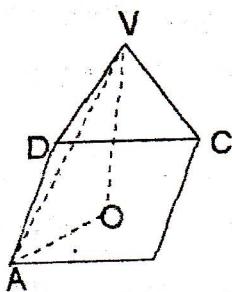


5. இதிலிருந்து $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$
எனவும் $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$ எனவும்
உயர்த்தறிக்.

28) ABCDEF ஒழங்கான அறுகோணி AE, FC எப்பவற்றைக் காண்க?

29) உருவில் காட்டப்பட்டிருப்பது சதுர அடிக்கம்பகம் $AB = 10\text{cm}$. V இலிருந்து அடிக்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் அடி O. $VO = 15\text{ cm}$ ஆயின் $\angle VOA$ எத்தகைய கோணம் பின்வருவனவற்றைக் காண்க?

1. AO 2. VA 3. VAO



30) கோபுரமொன்றின் உயர்த்தை அளக்க விரும்பிய பாடு கோபுர அடியிலிருந்து 100 மீற்றர் தூரத்திலுள்ள புள்ளியொன்றிலிருந்து கோபுர உச்சியின் ஏற்றக் கோணத்தை அளந்த போது ஏற்றக் கோணம் 30° ஆகக் காணப்பட்டது. கோபுரத்தின் உயரம் யாது?

31) $3\frac{1}{2}m$ நீளமான ஏணியொன்று கிடையுடன் 40° சாய்வில் நிலைக்குத்துச் சுவரொன்றில் சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது. தரையிலிருந்து ஏணியின் முனையின் உயர்த்தைக் காண்க?

32) நிலைக் குத்துக் கம்பமொன்றின் அடியிலிருந்து 40m தூரத்தில் நிற்கும் சாந்தி, கம்ப உச்சியை 42° ஏற்றக் கோணத்தில் பார்க்கிறார். தரையிலிருந்து அவளது கண் 1.6m உயர்த்திலிருப்பின் கம்பத்தின் உயரம் யாது?

33) கிடையுடன் 60° அமைக்கும் நேர்கோட்டில் இயங்கும் வண்ணம் கடப்பட்ட ஜிராக்கட்டானது. 60 மீ/ செக் என்னும் சீரான கதியுடன் இயங்குகின்றது.
அ) 10 செக்கனில் அது சென்ற தூரம் யாது?

ஆ) 10 செக்கனில் அது அடைந்த உடைந்த உயரம் யாது?

34) ஆறோன்றின் அகலத்தை அளப்பதற்கு விரும்பிய கண்ணன், ஆற்றின் மறுகரையில் ஆற்றோத்திலுள்ள மரமான்றை அவதானிக்கின்றான். ஆற்றின் இக்கரையில் மாத்துக்கு நேராதிரேயிருந்து 50 மீற்றர் நடந்து சென்ற பின், அங்கிருந்து மரம் கரையுடன் 60° கோணம் அமைக்கும் திசையில் இருப்பதைக் காண்கிறான். ஆற்றின் அகலம் யாது?

35) A என்னும் கப்பல் B என்னும் கப்பலை 65km தூரத்தில் 075° திசை கோளில் காண்கிறது.

அ) B யானது எவ்வளவு தூரம் வடக்கேயுள்ளது?

ஆ) B யானது எவ்வளவு தூரம் கிழக்கேயுள்ளது?

36) குரியன் 25° ஏற்றக் கோளத்தில் இருந்த போது தந்திக் கம்பமொன்றின் நீழல் 30m நீளமுடையதாகக் காணப்பட்டது. கம்பத்தின் உயரம் யாது?

37) P, Q, R என்பன கிடைத் தரையிலுள்ள மூன்று புள்ளிகள் Q, R என்பன முறையே P க்கு வடக்கிலும் மேற்கிலும் அமைந்துள்ளன. R இலிருந்து Q வின் அமைவு (50 மீற்., 045°) ஆயின் PQ வின் நீளத்தைக் காணக?

38) பட்டமொன்றின் கயிறானது 18.6 மீற்றர் நீளமுடையது பட்டம் 12.5 மீற்றர் உயரத்திலுள்ள போது கயிறு கிடையுடன் அமைக்கும் போது கோணத்தை காணக?

39) AD என்பது நிலைக் குத்தான கட்டிடமொன்றாகும். அடி D யிலிருந்து 8 மீற்றர் தூரத்திலுள்ள B யிலிருந்து கட்டிட உச்சி A யின் ஏற்றக் கோணம் 50° ஆகும். கட்டிடத்திற்கு B உள்ள திசைக்கு எதிர்த் திசையிலுள்ள புள்ளி C யிலிருந்து கட்டிட உச்சியின் ஏற்றக் கோணம் 40° ஆகும்.

அ) கட்டிட உயரம் யாது?

ஆ) கட்டிட அடியிலிருந்து C அமைந்துள்ள தூரம் யாது?

40) வடக்குத் தெற்காகச் செல்லும் நேர்ப்பாதையில் A, B என்பன 30 மீற்றர் இடைத்தூரத்திலுள்ள இரு புள்ளிகளாகும். A யிலிருந்தும் B யிலிருந்தும் தொலைபேசிக் கம்பமொன்றின் அடி X இன் திசை கோள் முறையே 110° உம் 055° உம் ஆகும். BT செங்குத்து AX ஆகும். பின்வருவனவற்றைக் காணக?

அ) கோணம் TAB

ஆ) BT யின் நீளம்

இ) கோணம் AXB

ந) BX இன் நீளம்

உ.) தொலைபேசிக் கம்பத்தின் உயரம் 10 மீற்றர் ஆயின் பியிலிருந்து கம்ப உச்சியின் ஏற்றக் கோணம்.

41) கிடையுடன் 30° சாய்விலுள்ள சாய்தளம் வழியே 60m தூரம் இயங்கும் துணிக்கை அடைந்த உயரம் யாது?

42) ABC என்பது செங்கோண முக்கோணி ஆகும். A என்பது செங்கோணம் $BD \perp BC$ ஆகுமாறு பியினூடாக வரையப்பட்ட கோடு நீட்டப்பட்ட CA ஜ D யில் சந்திக்கிறது.

$AB = 12\text{cm}$, $AC = 16\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$ ஆயின் BD ஜெயம், CD ஜெயம் காண்க.

$AD = 85\text{cm}$ ஆயின் பின்வருவனவற்றைக் காண்க?

- a) $\sin A\hat{B}C$ b) $\cos A\hat{C}B$ c) $\cos C\hat{D}A$ d) $\tan D\hat{A}C$

43) PQRS ஒரு நாற்பக்கல் $P\hat{S}R = 90^\circ$, மூலை விட்டம் $PR \perp RQ$ அத்துடன் $RP = 20\text{cm}$, $RQ = 21\text{cm}$, $RS = 16\text{cm}$ ஆயின் பின்வருவனவற்றைக் காண்க?

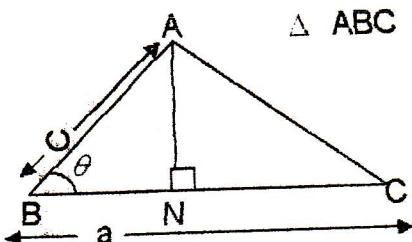
- a) $\sin A\hat{B}C$ b) $\cos A\hat{C}B$ c) $\cos C\hat{D}A$ d) $\tan D\hat{A}C$

44) PQRS ஒரு நாற்பக்கல் $P\hat{S}R = 90^\circ$ மூலை விட்டம் $PR \perp RQ$ அத்துடன் $RP = 20\text{cm}$, $RQ = 21\text{cm}$, $RS = 16\text{cm}$ ஆயின் பின்வருவனவற்றைக் காண்க?

- a) $\sin P\hat{R}S$ b) $\tan R\hat{P}S$ c) $\cos R\hat{P}Q$ d) $\tan P\hat{Q}R$

45) $\triangle ABC$ யில் $AB = C$, $BC = a$, $A\hat{B}C = \theta$ ஆயின்,

- a) AN யாது?
b) $\triangle ABC$ யின் பரப்பளவு யாது?



46) ABCD என்பது சதுர வடிவ மைதானம். அதன் பரப்பளவு 4096m^2 A யில் 10m உயரமுள்ள கம்பம் உள்ளது. B யிலிருந்து, Cயிலிருந்து கம்பத்தின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணங்களைக் கணிக்க?

- 47) நேர் வடக்கே 100m தூரத்தில் உள்ள B யில் நிற்கும் ஒருவருக்கு வானுார்தி 34° ஏற்றக் கோணத்தில் காணப்பட்டது. தரைக்கும் வானுார்திக்கும் இடையில் உள்ள நிலைக்குத்து தூரம் யாது?
- 48) A நிற்கும் இடத்திலிருந்து நேர் மேலே வடக்கு நோக்கி செல்லும் ஹெலிகோபர் ஒன்றின் பயணப்பாதை தரையிலிருந்து 300m மேலே உள்ள கிடைப்பாதையாகும். A வடக்கு நோக்கித் திரும்பி அத்திசையை நோக்கி நிற்கிறார். குறித்த ஒரு கணத்தில் ஹெலிகோபர்கள் A யிழ்கு 48° ஏற்றக் கோணத்திலே காணப்பட்டது. இன்னும் 5 Sec இன் பின்னர் ஏற்றக் கோணம் 30° எனக் காணப்பட்டது. ஹெலிகோபரின் கதி யாது?

கலைச் சொற்கள்

க.பொ.த. (உ/த) வகுப்பில் இணைந்தகணித பாடத்தைக் கற்கும்போது ஆங்கிலநால்களை வாசிக்கும் சந்தர்ப்பங்களில் தெரிந்திருக்க வேண்டிய சில ஆங்கிலப்பதங்களும் அவற்றுக்கான தமிழ்க்கருத்துக்களும் இங்கு தரப்படுகின்றன.

1 Addition	கூட்டல்
2 Angle	கோணம்
3 Acute angle	கூங்கோணம்
4 Alternate angle	ஒன்றுவிட்ட யோணம்
5 Obtuse angle	விரிகோணம்
6 Complementary angle	நிரப்பு கோணம்
7 Right angle	செங்கோணம்
8 Straight angle	நேர கோணம்
9 Supplementary angle	யிகைநிரப்பு கோணம்
10 Angle of depression	இறக்கக் கோணம்
11 Angle of elevation	ஏற்றக் கோணம்
12 Arc	சாரசரி
13 Arc length	வில்
14 Area	வில்நீளம்
15 Average	அச்சு
16 Axes	அச்சுக்கள்
17 Axis	அடி
18 Base	திசைகோள்
19 Bearing	ஈருப்பு
20 Binomial	ஈருப்புக்கோவை
21 Binomial expansion	ஈருப்பு விரிவு
22 Binomial expression	இருசமக்கூக்கி
23 Bisector	மையம்
24 Centre	மையப்போலி
25 Ex centre	வெளிவிட்ட மையம்

69	Digital index	இலக்கச்சடி
70	Dimension	பரிமாணம்
71	Directed numbers	திசைகொண்ட எண்கள்
72	Direction	திசை
73	Direction cosine	திசைகோசைன்
74	Disc	வட்டத்தட்டு
75	Displacement	இடப்பெயர்ச்சி
76	Distance	தூரம்
77	Dividend	வகுபடும் எண்
78	Divisibility	வகுபடுத்துமொம்
79	division	வகுத்தல்
80	Divisor	வகுக்கும் எண்
81	Domain	அடுசி
82	Edge	விளிம்பு
83	Ellipse	நீள்வளையம்
84	Energy	சக்தி
85	Equation	சமன்பாடு
86	Equilibrium	சமநிலை
87	face	முகம்
88	Factor	காரணி
89	Factorization	காரணிப்படுத்தல்
90	Formula	குத்திரம்
91	Fraction	பின்னம்
92	Friction	உராய்வு
93	frustum of a cone	கூம்பின் அடித்துண்டு
94	function	சார்பு
95	Gradient	படித்திறன், சாய்வுவிகிதம்
96	Gravitational force	புவியிரப்புவிசை
97	Hemisphere	அரைக்கோளம்
98	Heptagon	எழுகோணி
99	Hexagon	அறுகோணி
100	Hollow	போள்
101	Homogeneous	ஏகவினாமான
102	Horizontal	கிடை
103	Hyperbola	அதிபரவளைவு
104	Hypotenuse	செம்பக்கம்
105	Identity	சர்வசமன்பாடு
106	Impact	மொத்தஸ்
107	Improper fraction	முறைமையில்பின்னம்
108	Inclination	சாய்வு
109	Index	சுட்டி
110	Indices	சுட்டிகள்
111	Inequality	சமனிலி
112	Infinity	முடிவிலி

113	Integer	முழுவெண்
114	Integration	தொகையீடு
115	Intercept	வெட்டுத்துண்டு
116	Irrational	விகிதமுறை
117	Kinetic energy	இயக்கச்சத்தி
118	Lamina	அடர்
119	Like force	நிகர்த்த விசை
120	Limit	எல்லை
121	Locus of a point	ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கு
122	Maximum	உயர்வு
123	Minimum	இழிவு
124	Moment	திருப்பம்
125	Momentum	உந்தம்
126	Motion	இயக்கம்
127	Multiplication	பெருக்கம்
128	Nonagon	நவகோணி
129	Normal	செவ்வன்
130	Numerator	தொகுதி எண்
131	Oblique	சரிவான
132	Octagon	எண்கோணி
133	Parabola	பரவளைவு
134	Parallel	சமாந்தரம்
135	Parallelogram	இணைகரம்
136	Particle	துணிக்கை
137	Pendulum	ஊசல்
138	Pentagon	ஐங்கோணி
139	Perfect square	நிறைவர்க்கம்
140	perimeter	சுற்றளவு
141	Permutation	வரிசைமாற்றம், ஒழுங்குதொகை
142	Perpendicular	செங்குத்து
143	Perpendicular - bisector	செங்குத்து இருக்கறாக்கி
144	Place value	இடப்பெறுமானம்
145	polygon	பல்கோணி
146	Potential energy	அமுத்தச்சத்தி
147	Power	வாலு
148	Prime factor	முதன்மைக்காரணி
149	Product	பெருக்கம்
151	Proper fraction	முறைமைப்பின்னம்
153	Proportion	விகிதசமம்
154	Protractor	பாகைமாணி
155	Pulley	கப்பி
156	Quadrilateral	நாற்பக்கல்
157	Quadrant	கால்வட்டம்
158	Quantity	அளவு

159	Quotient	நவு
160	Radius	ஆரை
161	Range	வீச்சு
162	Rate	வீதம்
163	Ratio	விகிதம்
164	Rational	விகிதமுறு
165	Real Number	மெய்யெண்
166	Reciprocal	நிகர்மாற்று
167	Rectangle	செவ்வகம்
168	Rectilinear figure	நேர்கோட்டு உருவம்
169	Reflex angle	பின்வளை கோணம்
170	Relative motion	தொடர்பியக்கம்
171	Remainder	மீதி
172	Remainder Theorem	மிதிததேற்றம்
173	Resolution	கூறுசெய்தல்
174	Resultant	விளையுள்
175	Retardation	அமர்முடுகல்
176	Rhombus	சாய்சதுரம்
177	Rigid body	விரைந்து உடல்
178	Root	மூலம்
179	Scalar	எண்ணி
180	Sector	ஆனாச்சிநை
181	Semicircle	அரைவட்டம்
182	Series	தொடர்
183	Set square	மூலமூட்டம்
184	Significant	பொருண்மை
185	Simplification	சுருக்குதல்
186	Solution	தீர்வு
187	Speed	கதி
188	Sphere	கோளம்
189	Square root	வர்க்க மூலம்
190	Subtend	எதிரமைக்கும்
191	Subtraction	கழித்தல்
192	Surd	சேடு
193	Surface	மேற்பரப்பு
194	Symmetrical	சமச்சீரான
195	Symmetry	சமச்சீர்
196	System	தொகுதி
197	Tangent	தொடரி
198	Term	உறுப்பு
199	Tetrahedron	நான்முகி
200	Transversal	குறுக்கோடு
201	Trapezium	சரிவுகம்
202	Triangle	முக்கோணி

203	Equilateral triangle	சமபக்க முக்கோணி
204	Isosceles triangle	இருசமபக்க முக்கோணி
205	Scalene triangle	சமனில் பக் முக்கோணி
206	Trigonometry	திரிகோணகணிதம்
207	Trinomial	மூவறுப்பி
208	Trisection	முச்சம கல்பிடல்
209	Unit	அலகு
210	Unlike force	நிகராத விசை
211	Value	பெறுமானம்
212	Variable	மாறி
213	Vector	காவி
214	Velocity	வேகம்
215	Vertices	உச்சிகள்
216	Vertex	உச்சி
217	Vertical Line	நிலைக்குத்துக்கோடு
218	Volume	கனவளவு
219	Wedge	ஆப்பி
220	Work	வேலை

விடைகள்

பாகம் ~ 01

அலகு ~ 1

Ex 1): 1) $\log_4 256 = 4$ 2) $\log_3 \left(\frac{1}{81} \right) = -4$ 3) $\log_5 625 = 4$

Ex 2): 1) $10000 = 10^4$ 2) $x = e^a$ 3) $t^0 = 1$ 4) $16 = 2^4$
 5) $125 = 5^3$ 6) $0.001 = 10^{-3}$

Ex3): 1) $2\lg a + \lg b + \lg c$ 2) $-\lg a$ 3) $3\lg a - \lg b - \lg c$

4) $\frac{1}{2} \{5\lg a + 3\lg b - 7\lg c\}$ 5) $\frac{1}{2} \{\lg a + \lg b\}$

6) $\frac{1}{2} \{\lg a + \lg b - \lg c\}$

Ex4): 1) 0.6990 2) 1.4310 3) 0.1760 4) 1.8570 5) 1.8570
 6) 1.5560 7) -1.5560 8) 1.3980 9) -0.0920

Ex1) A = 1 , m = 1.5 2) i) 93.5 மில்லியன் ii) 2522 மில்லியன்

iii) $6\frac{2}{3}$ வருடம்

சேர்கள்

1) i) $5\sqrt{2}$ ii) $16\sqrt{3}$ iii) $12\sqrt{2}$ iv) $9\sqrt{7}$

2) i) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ii) $3(\sqrt{2} - 1)$ iii) $(8 + 2\sqrt{3})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ iv) $5\{\sqrt{5} + 2\}$

v) $(2\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{5} - 2)$ vi) $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{6}$

3) i) $37 + 20\sqrt{3}$ ii) $29 - 10\sqrt{2}$ iii) $\frac{1+9\sqrt{3}}{27}$

அலகு ~ 02

2.1

- | | |
|----------------------------|---|
| 1. $35a^2 + 31ab + 6b^2$ | 2. $24p^2 + 31pq + 10q^2$ |
| 3. $10a^2 + 21ab + 9b^2$ | 4. $63a^2 + 78ab + 9b^2$ |
| 5. $15p^2 + 34pq + 15q^2$ | 6. $2x^2 + 3y^2 + 5z^2 + 5xy + 7xz + 8yz$ |
| 7. $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$ | 8. $x^2 + 4xy + 4y^2 - z^2$ |
| 9. $x^3 - 2x^2 + 2x - 4$ | 10. $4x^3 - 3x^2 + 12x - 9$ |

2.2

1. $x^2 + 2xy + y^2$
2. $4x^2 + 12xy + 9y^2$
3. $h^2 + 4h + 4$
4. $64x^2 + 80xy + 25y^2$
5. $25r^2 + 40rs + 16s^2$
6. $9t^2 + 30t + 25$
7. $l^2 - 2lm + 9m^2$
8. $4l^2 - 12lm + 9m^2$
9. $x^2 - 6xy + 9y^2$
10. $25a^4 - 40a^2b^2 + 16b^4$
11. $p^2 - 8p + 16$
12. $m^2x^2 + 2mnpr + p^2r^2$

13. $a^2 + 2 + \frac{1}{a^2}$

14. $4x^2 + \frac{4}{x} + \frac{1}{9x^2}$

15. $4x^2 + \frac{4}{x} + \frac{1}{9x^2}$

16. $\frac{16}{x^2} + 2 + \frac{x^2}{16}$

2.3

1. $x^2 - y^2$
2. $9p^2 - 4r^2$
3. $16m^4 - 9n^4$
4. $x^2 + 2xy + y^2 - z^2$

5. $x^2 - \frac{1}{x^2}$

6. $\frac{4}{x^2} - \frac{x^2}{4}$

7. $a^2b^2 - \frac{1}{a^2b^2}$

8. $\frac{x^2}{y^2} - \frac{y^2}{x^2}$

2.4

1. 9999
2. 891
3. 999879
4. 99999999
5. 99.96

6. 0.999998

7. 0.9639

8. 8

9. 96

10. 0.9996

11. 30

12. 21

2.5

$$1. x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$2. 8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$$

$$3. a^3x^3 + 3a^2x^2by + 3axb^2y^2 + b^3y^3$$

$$4. l^3 - 3l^2m + 3lm^2 - m^3$$

$$5. 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$$

$$6. a^3x^3 - 3a^2x^2by + 3ab^2xy^2 - b^3y^3$$

1. 1.003

2. 16.024

3. 100.04

4. 256.096

6. 0.996

7. 35.9

8. 24.97

9. 36.012

10. 144.012

அலகு - 03

3.1

1) 3 2) 17 3) -2 4) $13/3$ 5) -4 6) 11 7) $5/6$ 8) $4/3$ 10) -1

3.2

1) 20cm 2) 36 3) 19 4) 10ml 5) $11\frac{1}{4}$ 6) 6

3.3

1) $x=5; y=2$ 2) $x=4/3; y=1/3$ 3) $x=1/3; y=1/3$ 4) $x=1/3; y= -1$

5) $x=0; y=1/3; z=0$ 6) $x=5/2; y=3; z= -4$

3.4

1) $13 \text{ kmh}^{-1}; 3 \text{ kmh}^{-1}$ 2) 44வரு ; 12வரு 3) 11 ; 16 4) 17 ; 14

5) $x = 3; y = 5$ 6) 25 சத நாணயம் ; 12 , 25 சத நாணயம் ; 30

3.5

1) i) 0.2 ii) 0.4 iii) $2/3, 2/3$ iv) $4, 3/2$ v) $-4, 2/3$ vi) $-1/4, -1/4$

2) i) ± 3 ii) $\pm 3/2$ iii) 8 or 2 iv) -4 or 2 v) -15 or 5

3) i) $3 \pm 2\sqrt{3}$ ii) $\frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$ iii) $5 \pm 2\sqrt{7}$ iv) $\frac{1 \pm \sqrt{13}}{3}$

v) $\frac{5 \pm \sqrt{73}}{6}$ v) $\frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$

4) i) $5 \pm 2\sqrt{7}$ ii) $3 \pm 2\sqrt{3}$ iii) $\frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$ iv) $\frac{1 \pm \sqrt{11}}{5}$
 v) $\frac{-3 \pm 3\sqrt{3}}{7}$ vi) $\frac{1}{3}$ or $-\frac{4}{3}$

5) i) $\frac{-5}{4}$ or $\frac{2}{3}$ ii) 4 or -1 iii) மெய்த்தீவுகள் இல்லை iv) மெய்த்தீவுகள் இல்லை
 v) 2 or 50 vi) $\frac{25 \pm \sqrt{577}}{2}$ vii) $\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$ viii) மெய்த்தீவுகள் இல்லை
 vi) $\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ x) மெய்த்தீவுகள் இல்லை

3.6

- 1) 13.8 2) 8 3) 4cm 4) 150m & 100m or 300m & 50m
 5) 16 cm 6) 52m, 39m 7) 3,4 கந்றுக்கள் 8) 5.29cm, 2.84cm
 9) $\sqrt{14}$ cm 10) 6cm, 2.5cm 11) 16cm, 2cm 12) 12cm, 5cm
 13) 5.42m, 105.54m 14) 1530h

3.7

- 1) $\pm 2, \pm 4$ 3) $\pm 5, \mp 5$ 4) $x = \mp 2, y = \pm 2$ 5) $x = 4 \pm 2\sqrt{3}, y = 1 \pm \sqrt{3}$
 6) $x = 3 \pm \sqrt{5}, y = 4 \pm 3\sqrt{5}$ 7) $x = \pm 2, y = \pm 1$ 8) $x = \pm 1, y = \pm 3$
 9) $x = 1 \pm \sqrt{5}, y = -1 \pm \sqrt{5}$ 10) $x = \pm \sqrt{2}, y = 0$
 11) $x = \pm \frac{2\sqrt{5}}{5}, y = \pm \sqrt{5}$ 12) $x = 1.34, y = 1.79, -2.7$
 13) மெய்த்தீவுகள் இல்லை, $y = \pm 2$
 14) $x = \pm \sqrt{3}, y = \pm 2\sqrt{3}$ or $x = 0, y = \pm 3$
 15) $y = 0, y = \pm 2\sqrt{5}$ or $x = y = \pm 2$
 16) $x = 2$ or $3, y = 3$ or 2 17) $x = -2$ or $10, y = -2$ or 4
 18) $x = 1$ or $-4/3, y = 2$ or $32/9$ 19) $x = 7, y = 4$
 20) $x = -1$ or $2, y = -1$ or $1/2$ 21) $x = 1/3$ or $1, y = 5/3$ or 1
 22) $x = 17/11, y = -49/11$ 23) $x = 2/3$ or $1/7, y = 1/4$ or $-1/7$
 24) $x = 5, y = 3$

3.8

- 1) 53 2) $150\text{km}, 40\text{kmh}^{-1}$

அலகு ~ 04

நூர்கோட்டு வரைபு

1. $y = 2x$, $y = 3x$, $y = \frac{1}{2}x$
 2. 1) $m = \frac{4}{9}$ 2) $m = \frac{2}{-7}$ 3) $m = \frac{9}{-20}$ 4) $m = \frac{4}{3}$
 3.
 4. $y = 0$, $x = 0$
 5.

6. 1) $m=3, c=5$ 2) $m=2, c=3$ 3) $m=2, c=-4$ 4) $m = -7$

5) $m=2, c=-1/3$ 6) $m=-1, c=4$

7. $y = 2x + 7$

8. $y = 4x + 5$

9. $y = -2x + 6$

10.

11. $y = \frac{4}{5}x - 6$

12. 1) AB, $m=4$ BC, $m=5/-4$ CA, $m=1/-5$

2) $y = \frac{-5}{4}x + \frac{37}{4}$ 3) $y = \frac{-1}{5}x - \frac{1}{5}$

4) $y = 4x+4$

13. $x = 2, x = 3, x = -6$

14. $y = 2, y = 1/2, y = -3$

15. 1) (1,5) 2) (3,5) 3) (-2,5)

16. x அச்சுக்கு சமாந்தரமாக $y = 1$

y அச்சுக்கு சமாந்தரமாக $x = 4$

17. $y = 5x$

18. i) $y = x + 1$

ii) $y = \frac{-5}{6}x - \frac{1}{3}$

iii) $y = \frac{-1}{3}x - \frac{1}{3}$

20. 1) $x = 1, y = 5$

2) $x = 0, y = 2$

3) $x = 0, y = 2$

21. $y = x$

22. $m = -2/5, c = 7/5$

23. $2y = -3x + 7$

24. $y = x + 8$

பாகம் ~ 02

கேத்தி கணிதம்

பயிற்சி - 01

1. $x = 110^0$
2. $a = 59^0$
3. $x = 45^0$
4. $n = 120^0, m = 20^0$
5. $y = 90^0$
6. $b = d = f = 75^0, a = c = g = e = 105^0$
7. $p = 100^0, q = 75^0$
8. $a = b = c = 65^0$
9. $x = 32^0$
11. $a = 25^0$
12. $x = 63^0$

பயிற்சி - 02

- 1.

 1. $a = 108^0$
 2. $x = 64^0, b = 116^0$
 3. $a = 30^0$
 4. $x = 20^0, m = 160^0$
 5. $a = 45^0, m = 108^0$
 6. $x = 32^0, y = 22^0$

2. $90^0, 45^0, 45^0$
3. 32^0
4. $86^0, 47^0, 47^0$

அலகு - 02

பயிற்சி 02.1

- i) இல்லை
- ii) ஆம் (ப .ப .அ .கோ)
- iii) ஆம் (ப .ப .அ .கோ)
- v) ஆம் (ப .ப .அ .கோ)
- vi) ஒருங்கிணையாது
- vii) ஆம் (கோ. கோ. ஒ. ப)
- viii) ஆம் (ப .ப .ப / பயஅ.கோ)
- ix) ஆம் (ப .ப .ப)
- x) ஆம் (செ .ப .ப)
- xiii) ஒருங்கிணையாது
- xiv) ஆம் (ப .ப .ப)

அலகு - 03

- i) $a = 119^0$
- ii) $e = 72^0$
- iii) $b = 70^0, c = 75^0$

- iv) $x = 80^\circ$
 v) $x = 60^\circ, y = 10^\circ$
 vi) $x = 54^\circ, c = y = 62^\circ$

- 2) அ) $\text{QSR} = 130^\circ$ ஆ) $\text{QPR} = 70^\circ$
 3) $\hat{B} = 108^\circ$

மாகம் ~ 03

தீரிகோணகணிதம்

1.1

- 1) 0.7660 2) 0.2588 3) 0.7002 4) 0.2656 5) 0.8870 6) 0.6822
 7) 0.5398 8) 0.8064 9) 1.6171 10) 0.7614

1.2

- 1) 60° 2) 50° 3) $27^\circ 2'$ 4) 60° 5) $42^\circ 57'$ 6) $81^\circ 2'$
 7) $43^\circ 26'$ 8) $55^\circ 50'$ 9) $69^\circ 49'$

1.3

- 1) $\frac{12}{5}$ 2) $\frac{15}{17}$ 3) $\frac{5\sqrt{41}}{41}$ 4) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 5) $2\sqrt[4]{3}$

1.4

- 1) $41^\circ 48'$ 8) $69^\circ 26'$ 9) $65^\circ 21'$

1.5

- 1) 2.5 cm 2) 2.165 cm 3) 1.25cm 4) 14.14 cm ; 11.55 cm

1.6

- 1) $8\sqrt{3}$ cm ; 16cm

1.7

- 1) $5\sqrt{2}$ cm 2) $5\sqrt{11}$ cm 3) $64^\circ 45'$

1.8

- 57.73m

1.9

- 2.9369m

1.10

- 37.616m

1.11

- அ) 600m ஆ) $300\sqrt{3}$ m

1.12

- $50\sqrt{3}$ m

1.13

- அ) 22.812 km ஆ) 62.7835 km

1.14

- 13.99m or 14m

1.15

- $250\sqrt{2}$ m

1.16

- $42^\circ 13'$

பின்னினைப்பு

க. பொ. த. உத் தினைந்தகணித பாடத்திடம்
இனைந்த கணிதம் - 1

1. அட்சரகணிதம்

- 1.1. மெய் எண்கள்
- 1.2. சார்புகள், இருபடிச்சார்பு, வீச்தமறு சார்பு
- 1.3. விசை மாந்தங்கள், சேர்மானங்கள்
- 1.4. கணிதத் தொகுத்தற்முறை, ஈருறுப்புத் தேற்றும்
- 1.5. தொடரிகளின் கூட்டுத் தொகை
- 1.6. சமனில்கள், மட்டு சம்பந்தமான சமனில்கள்
- 1.7. கூட்டிகள், அடுக்குக் குறிச்சார்பு, மடக்கை சார்புகள்
- 1.8. சீக்கலெண்

2. நூண் கணிதம்

- 2.1. எல்லைகள்
- 2.2. பெறுதி, பெறுதியின் பிரயோகம்
- 2.3. தொகையீடுகள், வளையியின் கீழ் உள்ள பாஸ்

3. அடங்குற்றுக் கேத்திரிகணிதம்

- 3.1. செவ்வக தெக்காட்டின் ஆள்கூறு
- 3.2. நேர்கோடுகள்
- 3.3. வட்டங்கள்

4. திரிகோண கணிதம்

- 4.1. கோணத்தின் அளவிடு
- 4.2. மிகை நிரப்பு கோணங்களும், நிரப்பு கோணங்களும், கெள் விதியும், கோஷன் விதியும்
- 4.3. வட்டச் சார்புகள்
- 4.4. சர்வ சமன்பாடுகள்
- 4.5. நேர்மாறு வட்டசார்புகள்
- 4.6. எளிய திரிகோண கணிதச் சமன்பாடுகளின் பொதுத் தீவுகள்

இனைந்த கணிதம் II

5. இயக்கவியல்

- 5.1. ஒருமை ஆர்முடுகலுடனான நீர்கோட்டியக்கம்
- 5.2. தளமொள்றில் துணிக்கையின் இயக்கம். ஏறியம்
- 5.3. தொடர்பியக்கம்
- 5.4. இயக்க விதிகள்
- 5.5. நீட்டல் உந்தமும் கணக்தாக்கமும்
- 5.6. வேலை, வலு, சக்தி
- 5.7. வட்ட இயக்கம்
- 5.8. எளிமை இசை இயக்கம்

6. நிலையியல்

- 6.1. காவிகளின் அட்சரகணிதம்
- 6.2. துணிக்கையொள்றின் சமநிலை
- 6.3. ஒரு தள விசைகள். உாய்வு, மூடிய கோல் இலேசான சட்ப்படல் புவியீர்ப்பு மையம்

7. நிகழ்கலை

8. விவரணப் புள்ளி விவரவியல்.

