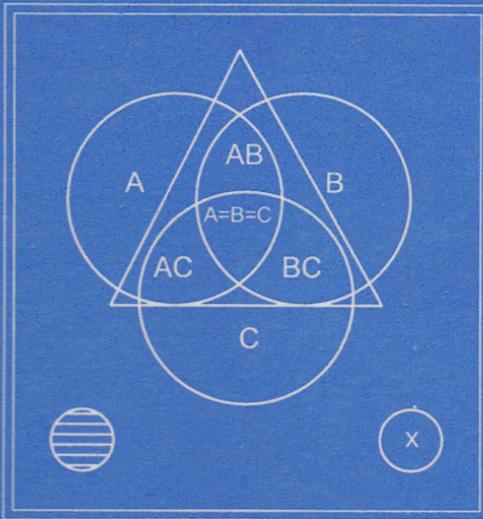


வென் படவரைமுறை
ஓர் அறிமுகம்

An Introduction to
VENN DIAGRAMS



வே. யுகபாலசிங்கம்



V. U.

அளவையியல்
வென்பட வரைமுறை
ஓர் அறிமுகம்

An Introduction to
VENN DIAGRAMS

வே. யுகபாலசிங்கம். B.A (Hons)
M.A (Phil). Dip-inEd. (Cey)

வெளியீடு:
மெய்யியற் கல்வி அகம்
(Academy of Philosophy)
46/2, கொழும்புத்துறை வீதி,
சுண்டிக்குளி.

தொடர்பு:
பர் யோவான் கல்லூரி
(St. John's College)
யாழ்ப்பாணம்.

வெளியீடு - 6

முதற்பதிப்பு - 1998

சகல உரிமைகளும் ஆக்கியோனுக்குரியது.

அச்சுப்பதிப்பு - Perfect Printers (Pvt) Ltd.
130, Dias Place,
Gunasinghapura.
Colombo -12.

உங்களோடு...

பல்கலைக்கழகப் புகழுக வகுப்பில் அளவையியலைக் கற்கும் மாணவர்கள், பல்கலைக்கழகத்தில் மெய்யியலைக் கற்கும் மாணவர்கள் தேவை கருதி அக்கற்கை நெறியில் உள்ளடங்கும் தொடைக் கொள்கை என்ற அலகை, நூல் வடிவில் அறிமுகஞ்செய்துள்ளேன். அறிந்தவரை, தமிழில் இவ்விடயந் தொடர்பாக வெளிவரும் முதல் நூல் இதுவே.

வாதத்தினூடாக முடிபை எவ்வாறு நிட்சயிப்பது, குறை வகுப்பை எவ்வாறு காட்டுவது என்பதே பலருக்கு இடர்பாடான விடையம். அதனை இந்நூலில் தெளிவுபடுத்த முயற்சித்துள்ளேன். எனது இம்முயற்சிக்கு ஒத்துழைப்புத்தந்த அனைவருக்கும் நன்றி.

- ஆசிரியர் -

தொடைக் கொள்கை ஓர் அறிமுகம்

உய்த்தறி அளவை முறை மொழி வடிவில் அமைந்திருப்பதால், கேத்திர கணிதம் போன்று, அறிவியற் துறைகளுக்கு உதவும் முறையாக அதனால் அபிவிருத்தியடைய முடியவில்லை என்ற ஆதங்கம் 16 ம் நூற்றாண்டிலேயே வெளிப்பட்டுவிட்டது. 'லைபினிஸ்' (Leibniz) என்ற தத்துவஞானி இவ் ஆதங்கத்தை முதலில் வெளிப்படுத்தினார். 18 ம் நூற்றாண்டில் வாழ்ந்த காண்ட் (Kant) என்ற மெய்யியலாளர், " 18 ம் நூற்றாண்டிற்குப் பின்பும் எவ்வகை முன்னேற்றமும் அடையாது ஆரம்ப நிலையிலிருக்கும் விஞ்ஞானம் அளவையியலே" என்றார். இவ்வாறான தேடலின் விளைவாக, 19 ம் நூற்றாண்டின் நடுப்பகுதியில் எடுப்பு அளவை முறையில் பல விருத்திகள் ஏற்பட்டன.

எடுப்புக்கள், அனுமான வாத வடிவங்களில் கணிதத் தொடைக் கொள்கை பிரயோகிக்கப்பட்டது. ரசலினால் குறியீட்டு அளவை முறை உருவாக்கப்பட்டது. பிறாகே என்பவரால், அவ் அளவை கேத்திர கணித முறையாக வடிவமைக்கப்பட்டது. இதே போன்றே ஓயிலர் (Euler) வென் (venn) போன்ற கணித அளவை அறிஞர்களால் தொடைக் கொள்கை பிரயோகிக்கப்பட்டது. ஓயிலரின் பட வரைமுறை ஆரம்பகாலப் படவரைமுறையாகவும், எல்லா எடுப்பு வடிவங்களையும், வாதங்களையும் அவருடைய படவரைமுறையில் பிரயோகிக்க முடியாதிருப்பதையும் எடுத்துக்காட்டி, வென் தனது படவரைமுறையை அமைத்துத் தந்தார்.

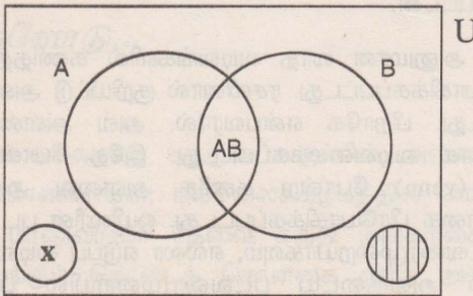
எடுப்புக்கள் மொழிவடிவில் இருக்கும்போது, எழுவாய் பயனிலைப் பதங்களுக்கிடையிலான தொடர்பைத் தெளிவாக இனங்காண முடிவதில்லை. எழுவாய் பயனிலையைச் சார்ந்துள்ளதா, பயனிலை எழுவாயைச் சார்ந்துள்ளதா, இரண்டும் சம அளவான வகுப்பா என்பதை அறிந்து கொள்ள முடிவதில்லை. உதாரணமாக,

- i. எல்லா மலர்களும் அழகானவை ஆகும்.
- ii. எல்லா உயிரினங்களும் இறப்பனவாகும்.
- iii. மாணவர்கள் மாத்திரம் விவேகிகள் ஆவர்.

என்ற மூன்று எடுப்புக்களும் நிறை விதி எடுப்புக்களாகும். ஆனால் இவற்றிலுள்ள எழுவாய் பயனிலை ஆகிய உறுப்புக்களின் தொடர்பு

ஒரே மாதிரியானவை அல்ல. இதனால் எடுப்புக்களைத் தெளிவாக இனங்காணவும், வரையறுக்கவும் அவற்றை வகுப்படிப்படையில் வகுத்து விளக்குவது இலகுவானது என கணித அளவை அறிஞர்கள் விளக்கினார்கள். வெல்டன் (Welton) மொனகன் (Monahan) என்ற அளவை அறிஞர்கள் தமது 'இடைநிலை அளவை' என்ற நூலில் பின்வருமாறு கூறினார்கள். " விளக்கப்படங்களைக் கையாளுவதன் முக்கிய நோக்கம் எடுகூற்றுக்களின் மூலம், சிறு பதத்திற்கும் பெரும் பதத்திற்குமிடையே நிறுவப்பட்ட தொடர்பை நேரடியாகவும் வெளிப்படையாகவும் கண்ணுக்குப் புலப்படச்செய்வதனால் முடிபின் நிலையை இலகுவாக உணர்வதற்கு உதவுவதேயாம்."

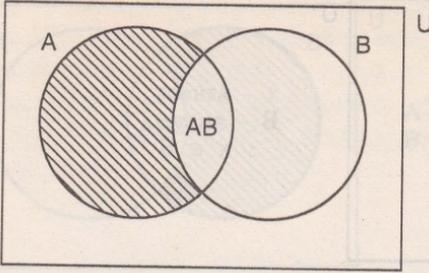
எடுப்புக்களை வென் படவரை முறையில் அமைக்கும்போது, எழுவாய் பயனிலையை A, B வகுப்பு எனப் பிரிக்கப்படுகிறது. அவர் தனது பட வரைமுறையில், மூன்று வகுப்புக்களாகக் கொள்கின்றார். A - எழுவாய் வகுப்பு, B - பயனிலை வகுப்பு, AB - எழுவாயும் பயனிலையும் சேர்ந்த வகுப்பு என.



x என்ற குறியீடு குறை வகுப்பைக் காட்டுகிறது. சமாந்திரக் கோடிட்ட வகுப்பு, வெற்று வகுப்பு எனப்படும். எடுப்பு உணர்த்தும்மூலகம் எதுவும் அதற்குள் இல்லை என்பதைக் காட்டும். U என்ற குறியீடு அகிலத் தொடையைக் குறிக்கும்.

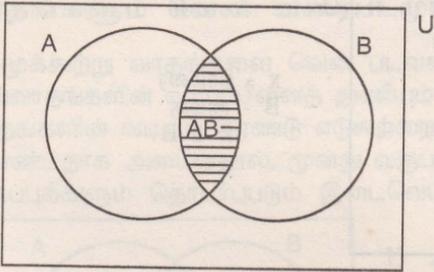
உதாரணமாக: எடுப்புக்களைப் பின்வருமாறு வகுப்படிப்படையில் அமைக்கலாம்.

எல்லா மலர்களும் அழகானவை ஆகும்.



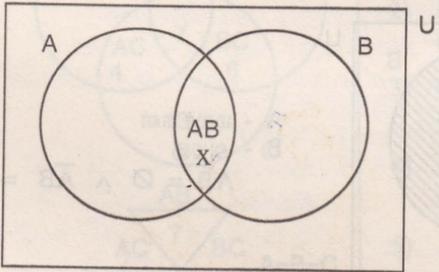
A - மலர்கள்
B - அழகு
 $A\bar{B} = \emptyset$

எந்த மலரும் அழகானவை அல்ல.



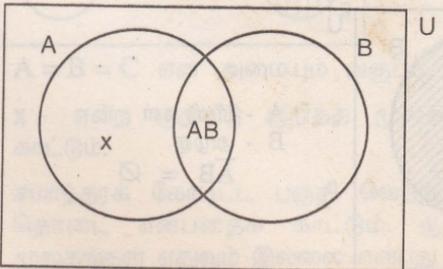
A - மலர்கள்
B - அழகு
 $AB = \emptyset$

சில மலர்கள் அழகானவை ஆகும்.



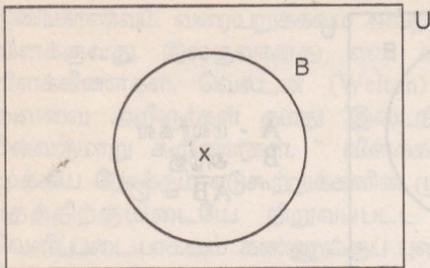
A - மலர்கள்
B - அழகு
 $AB \neq \emptyset$

சில மலர்கள் அழகானவை அல்ல.



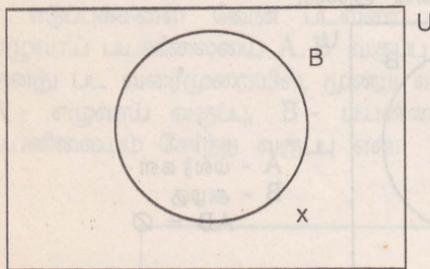
A - மலர்கள்
B - அழகு
 $A\bar{B} \neq \emptyset$

தாமரை மலர் அழகானது.



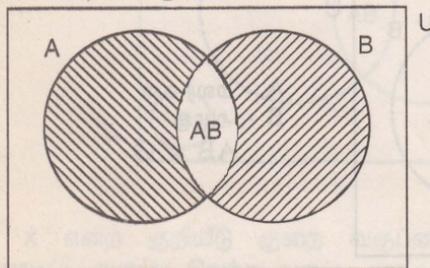
x - தாமரை
B - அழகு
 $x \in B$

தாமரை மலர் அழகானது அன்று.



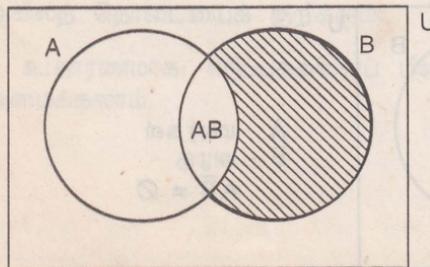
x - தாமரை
B - அழகு
 $x \notin B$

எல்லா மலர்களும் அழகானவை அத்துடன் அழகானவை யாவும் மலர்களாகும்.



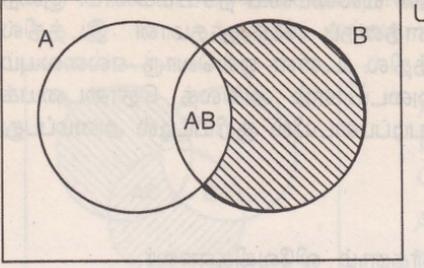
A - மலர்கள்
B - அழகு
 $\overline{AB} = \emptyset \wedge \overline{AB} = \emptyset$

மலர்கள் மாத்திரம் அழகானவை ஆகும்.



A - மலர்கள்
B - அழகு
 $\overline{AB} = \emptyset$

சில் மலர்கள் மாத்திரம் அழகானவை ஆகும்.



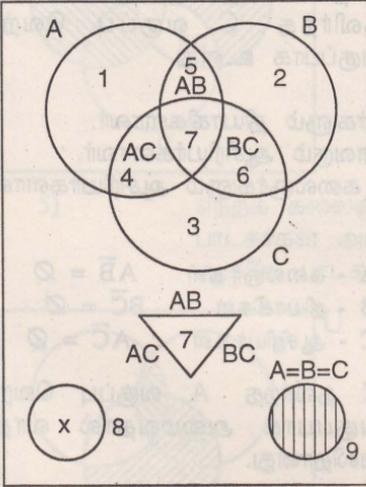
A - மலர்கள்

B - அழகு

$$\overline{AB} = \emptyset \wedge AB \neq \emptyset$$

வாதங்களும் வென் வரைபடமும்.

முக்கூற்று வாதங்களை வென் படவரை முறையில் பிரயோகித்து அவ்வாதங்களின் வாய்ப்பினைத் துணியும் முறையை அவதானிப்போம். வாதங்களின் வடிவம் இரண்டு எடுகூற்றையும் ஒரு முடிபுக் கூற்றையும் கொண்டதாக அமைவதால், மூன்று வகுப்புக்கள் இடம் பெறும். மூன்று வகுப்புக்களும் தொடர்புபடும் இடைவெட்டும் பகுதி முக்கியமானது.



- 1) A வகுப்பு. B யையும் C யையும் விலக்கி அமையும்.
- 2) B வகுப்பு. A யையும் C யையும் விலக்கி அமையும்.
- 3) C வகுப்பு. A யையும் B யையும் விலக்கி அமையும்.
- 4) A - C யும் இடம் பெறும் வகுப்பு.
- 5) A - B யும் இடம் பெறும் வகுப்பு.
- 6) B - C யும் இடம் பெறும் வகுப்பு.

7) A = B = C என அமையும் வகுப்பு.

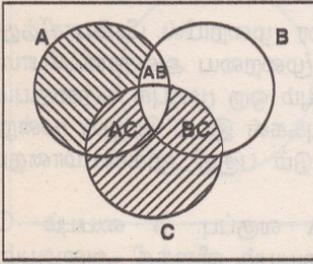
8) x - என்ற குறியீடு குறித்த மூலகம் குறைவகுப்பு என்பதைக் காட்டும்.

9) சமாந்தரக் கோடிட்ட பகுதி வெற்று வகுப்பு அல்லது வெற்றுத் தொடை என்பதைக் காட்டும். குறித்த எடுப்பு உணர்த்தும் மூலகங்கள் எதுவும் இல்லை என்பது இதன் கருத்து. சமன்பாடுகள்

மூலம் வடிவத்தின் வலிமை நிச்சயிக்கப்படும். முடிக்கூற்றைக் கொண்டு வாசகர்கள் வாத்தின் வலிமையை நிச்சயிக்கலாம். குறை எடுப்புக்குரிய 'x' அடையாளத்தைப் பொருத்தமான இடத்தில் குறியிடவேண்டும். வரை படத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு எல்லையும் முக்கியமானது. U என்ற அடையாளம் அகிலத் தொடையைக் குறிக்கும். வாங்களை வகுப்படிப்படையில் குறியீட்டில் அமைப்பது முக்கியம்.

உதாரணமாக:

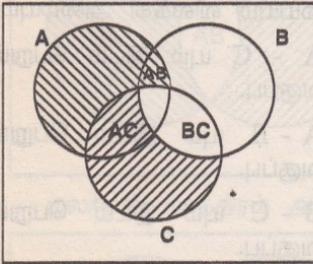
- 1) எல்லா மாணவர்களும் விவேகிகளாவர்.
எல்லாக் குழந்தைகளும் மாணவர்களாவர்.
ஆகவே எல்லாக் குழந்தைகளும் மாணவர்களாவர்.



- A - மாணவர்கள் $A\bar{B} = \emptyset$
B - விவேகம் $\bar{C}A = \emptyset$
C - குழந்தைகள் $\therefore C\bar{B} = \emptyset$

வாதம் வலிதானது. ஏனெனில் B தவிர்ந்த C வகுப்பு வெற்று வகுப்பாக உள்ளது.

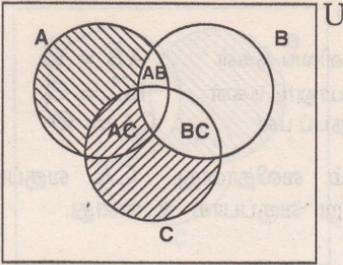
- 2) எல்லாக் கலைஞர்களும் தியாகிகளாவர்.
தியாகிகள் அனைவரும் ஆசிரியர்களாவர்.
ஆகவே எல்லாக் கலைஞர்களும் ஆசிரியர்களாவர்.



- A - கலைஞர்கள் $A\bar{B} = \emptyset$
B - தியாகிகள் $\bar{C}B = \emptyset$
C - ஆசிரியர்கள் $\therefore A\bar{C} = \emptyset$

C தவிர்ந்த A வகுப்பு வெற்று வகுப்பாக அமைவதால் வாதம் வலிதானது.

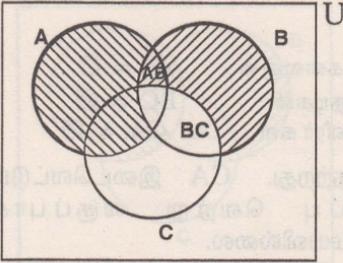
- 3) எல்லா விலங்குகளும் பாலூட்டிகளாகும்.
எல்லா மனிதர்களும் பாலூட்டிகளாவர்.
ஆகவே எல்லா மனிதர்களும் விலங்குகளாவர்.



A - விலங்குகள் $A\bar{B} = \emptyset$
B - பாலூட்டிகள் $\bar{C}B = \emptyset$
C - மனிதர்கள் $\therefore \bar{C}A = \emptyset$

A தவிர்ந்த C அனைத்தும் வெற்று வகுப்பாக அமையவில்லை. வாதம் வலிதற்றது.

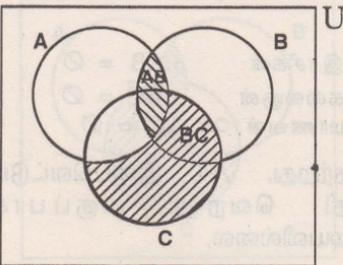
- 4) எல்லாப் பறவைகளும் நடப்பனவாகும்.
நடப்பன அனைத்தும் பாலூட்டிகளாகும்.
ஆகவே பாலூட்டிகள் அனைத்தும் பறவைகளாகும்.



A - பறவைகள் $A\bar{B} = \emptyset$
B - நடப்பன $\bar{C}B = \emptyset$
C - பாலூட்டிகள் $\therefore \bar{C}A = \emptyset$

A தவிர்ந்த C வகுப்பு முழுவதும் வெற்று வகுப்பன்று. வாதம் வலிதற்றது.

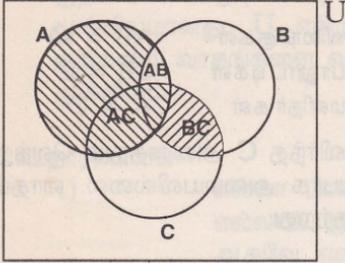
- 5) எந்தக் கலைஞரும் நடிகனன்று.
பாடகர்கள் அனைவரும் கலைஞர்களாவர்.
ஆகவே பாடகர்கள் எவரும் நடிகர்களன்று.



A - கலைஞன் $AB = \emptyset$
B - நடிகள் $\bar{C}A = \emptyset$
C - பாடகர்கள் $\therefore CB = \emptyset$

CB இடைவெட்டும் பகுதி வெற்று வகுப்பாக அமைகிறது. வலிதான வாதம்.

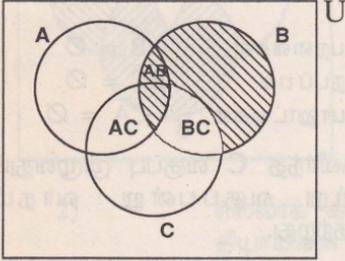
- 6) எல்லா விலங்குகளும் பாலூட்டிகளாகும்.
பாலூட்டிகள் எவையும் நடப்பன அல்ல.
ஆகவே நடப்பன எவையும் விலங்குகளல்ல.



A - விலங்குகள் $A\bar{B} = \emptyset$
 B - பாலூட்டிகள் $B\bar{C} = \emptyset$
 C - நடப்பன $\therefore CA = \emptyset$

வாதம் வலிதானது. CA வகுப்பு வெற்று வகுப்பாக உள்ளது.

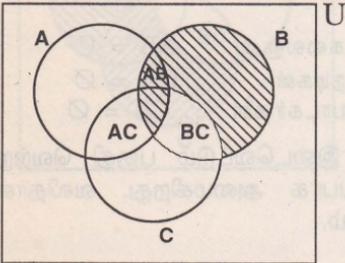
- 7) எந்தக் கலைஞனும் நடிகனன்று.
நடிகர்கள் அனைவரும் வீரர்களாவர்.
ஆகவே வீரர்கள் எவரும் கலைஞர்கள் அல்ல.



A - கலைஞன் $AB = \emptyset$
 B - நடிகன் $B\bar{C} = \emptyset$
 C - வீரர்கள் $\therefore CA = \emptyset$

வலிதற்றது. CA இடைவெட்டும் வகுப்பு வெற்று வகுப்பாக அமையவில்லை.

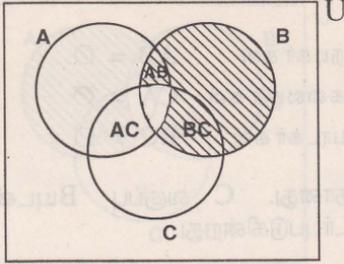
- 8) எந்த இரசிகனும் கலைஞன் அல்ல.
எல்லாக் கலைஞர்களும் மாணவர்கள் ஆவர்.
ஆகவே எந்த இரசிகனும் மாணவர்கள் அல்ல.



A - இரசிகன் $AB = \emptyset$
 B - கலைஞன் $B\bar{C} = \emptyset$
 C - மாணவன் $\therefore AC = \emptyset$

வலிதற்றது. AC இடைவெட்டும் பகுதி வெற்று வகுப்பாக அமையவில்லை.

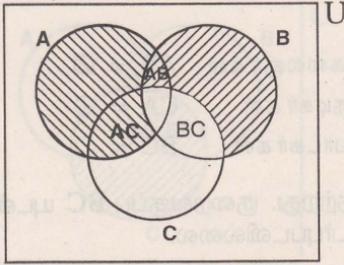
- 9) கலைஞர்கள் மாத்திரம் நடிகர்களாவர்.
 நடிகர்கள் அனைவரும் இரசிகர்களாவர்.
 ஆகவே இரசிகர்கள் அனைவரும் கலைஞர்களாவர்.



- A - கலைஞர்கள் $\bar{A}B = \emptyset$
 B - நடிகர்கள் $B\bar{C} = \emptyset$
 C - கலைஞர்கள் $\therefore C\bar{A} = \emptyset$

வலிதற்றது. CA வகுப்பு வெற்று வகுப்பாக அமையவில்லை.

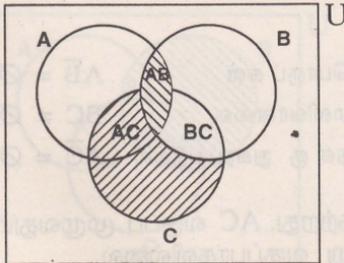
- 10) எல்லா மனிதர்களும் நேர்மையானவர்கள்
 ஆசிரியர்கள் மாத்திரம் நேர்மையானவர்கள்.
 ஆகவே எல்லா மனிதர்களும் ஆசிரியர்களாவர்.



- A - மனிதர்கள் $A\bar{B} = \emptyset$
 B - நேர்மையானவர்கள் $\bar{C}B = \emptyset$
 C - ஆசிரியர்கள் $\therefore A\bar{C} = \emptyset$

வலிதானது. AC வகுப்பு வெற்று வகுப்பாக அமைகிறது.

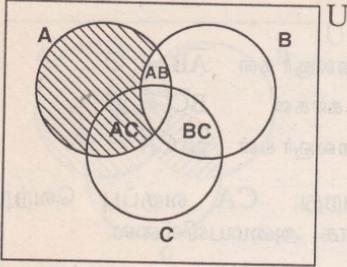
- 11) எந்தக் கலைஞனும் இரசிகன் அன்று.
 இரசிகர்கள் மாத்திரம் நடிகர்களாவர்.
 ஆகவே நடிகர்கள் எவரும் கலைஞர்கள் அல்ல.



- A - கலைஞன் $AB = \emptyset$
 B - இரசிகன் $\bar{B}C = \emptyset$
 C - நடிகன் $\therefore CA = \emptyset$

வலிது. CA வகுப்பு வெற்று வகுப்பாக உள்ளது.

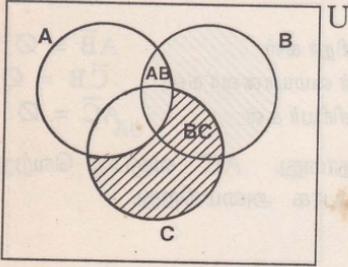
- 12) எல்லா நடிக்கர்களும் கலைஞர்களாவர்.
 சில பாடக்கர்கள் நடிக்கர்களாவர்.
 ஆகவே சில கலைஞர்கள் பாடக்கர்களாவர்.



- A - நடிக்கர்கள் $A\bar{B} = \emptyset$
 B - கலைஞர்கள் $CA \neq \emptyset$
 C - பாடக்கர்கள் $BC \neq \emptyset$

வலிதானது. C வகுப்பு Bயுடன் தொடர்புபடுகின்றது.

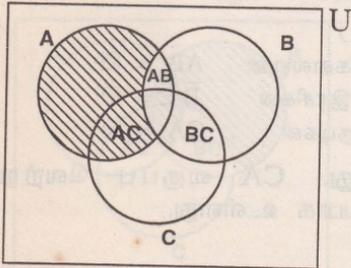
- 13) சில கலைஞர்கள் நடிக்கர்களாவர்.
 பாடக்கர்கள் அனைவரும் கலைஞர்களாவர்.
 ஆகவே நடிக்கர்கள் சிலர் பாடக்கர்களாவர்.



- A - கலைஞர்கள் $AB \neq \emptyset$
 B - நடிக்கர்கள் $C\bar{A} = \emptyset$
 C - பாடக்கர்கள் $BC \neq \emptyset$

வலிதற்றது. குறைவகுப்பு BC யுடன் தொடர்புபடவில்லை.

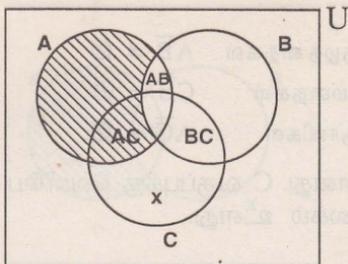
- 14) எல்லாப் பொருட்களும் மலிவானவையாகும்.
 மலிவான பொருட்களிற சில நன்கு நுகர்ப்படுவனவாகும்.
 ஆகவே எல்லாப் பொருட்களும் நன்கு நுகர்ப்படுவனவாகும்.



- A - பொருட்கள் $A\bar{B} = \emptyset$
 B - மலிவானவை $BC \neq \emptyset$
 C - நன்கு நுகர்ப்படுதல் $A\bar{C} = \emptyset$

வலிதற்றது. AC வகுப்பு முழுவதும் வெற்று வகுப்பாகவில்லை.

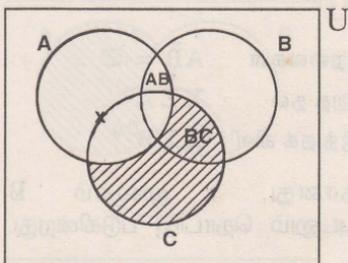
- 15) எல்லா மலர்களும் அழகானவை ஆகும்.
சில பறவைகள் அழகானவை அல்ல.
ஆகவே சில பறவைகள் மலர்கள் அல்ல.



- A - மலர்கள் $A\bar{B} = \emptyset$
B - அழகு $C\bar{B} \neq \emptyset$
C - பறவைகள் $C\bar{A} \neq \emptyset$

வலிதானது. A வகுப்புக்கு வெளியே C மூலகம் உள்ளது.

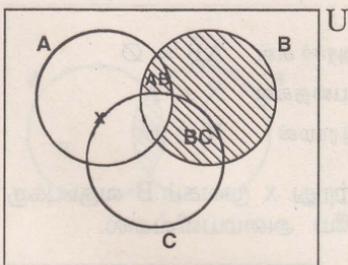
- 16) சில நுகர்வோர் பயன்பாட்டுவாதிகள் அல்ல.
விற்பனையாளர்கள் அனைவரும் நுகர்வோர் ஆவர்.
ஆகவே பயன்பாட்டுவாதிகள் சிலர் விற்பனையாளர் அல்ல.



- A - நுகர்வோர் $A\bar{B} \neq \emptyset$
B - பயன்பாட்டுவாதிகள் $C\bar{A} = \emptyset$
C - விற்பனையாளர் $B\bar{C} \neq \emptyset$

வலிதற்றது. C வகுப்புக்கு வெளியே B மூலகம் அமையவில்லை.

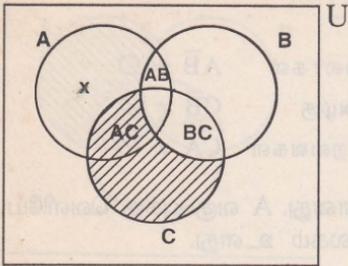
- 17) சில பறவைகள் நடப்பன அல்ல.
நடப்பன யாவும் முட்டையிடுவனவாகும்.
ஆகவே சில பறவைகள் முட்டையிடுவன அல்ல.



- A - பறவைகள் $A\bar{B} \neq \emptyset$
B - நடத்தல் $B\bar{C} = \emptyset$
C - முட்டை இடுவன $A\bar{C} \neq \emptyset$

வலிதற்றது. C வகுப்புக்கு வெளியே A மூலகம் அமையவில்லை.

- 18) சில குழந்தைகள் மேதைகள் அல்ல.
 ஞானிகள் அனைவரும் மேதைகளாவர்.
 ஆகவே சில குழந்தைகள் ஞானிகள் அல்ல.



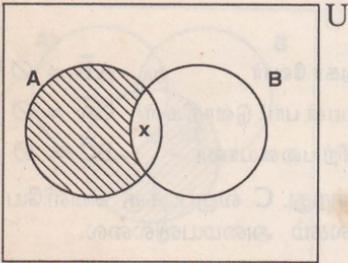
A - குழந்தைகள் $A\bar{B} \neq \emptyset$

B - மேதைகள் $C\bar{B} = \emptyset$

C - ஞானிகள் $A\bar{C} \neq \emptyset$

வலிதானது. C வகுப்புக்கு வெளியே
 A மூலகம் உள்ளது.

- 19) எல்லாப் பறவைகளும் பறப்பனவாகும்.
 இந்தக் கிளி ஒரு பறவையாகும்.
 இந்தக் கிளி பறக்கும்.



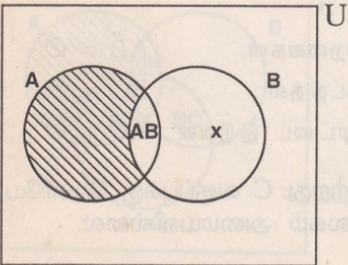
A - பறவைகள் $A\bar{B} = \emptyset$

B - பறத்தல் $X \Sigma A$

C - இந்தக் கிளி $X \Sigma B$

வலிதானது. x மூலகம் B
 வகுப்பினும் தொடர்பு படுகின்றது.

- 20) எல்லா அரசர்களும் பேதைகளாவர்.
 இராமன் ஒரு அரசன் அன்று.
 ஆகவே இராமன் ஒரு பேதை அன்று.



A - அரசர்கள் $A\bar{B} = \emptyset$

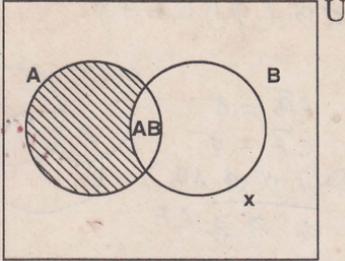
B - பேதைகள் $X \notin A$

C - இராமன் $X \notin B$

வலிதற்றது. x மூலகம் B வகுப்புக்கு
 வெளியே அமையவில்லை.

21)

பரதன் கருணையுடையவன் அல்ல.
எல்லா மன்னர்களும் கருணையுடையவர்களாவர்.
ஆகவே பரதன் மன்னன் அல்ல.

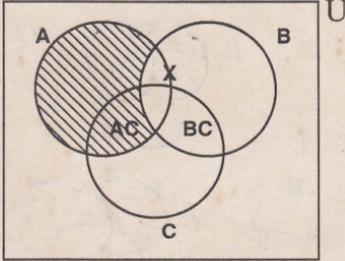


A - மன்னர்கள் $X \notin B$
B - கருணையுடையவர்கள் $A\bar{B} = \emptyset$
C - பரதன் $X \notin A$

வலிதானது. x மூலகம் A க்கு வெளியே உள்ளது.

22)

எல்லா விலங்குகளும் பாலூட்டிகளாகும்.
பாலூட்டிகள் சில நடப்பன அல்ல.
ஆகவே சில விலங்குகள் நடப்பன அல்ல.

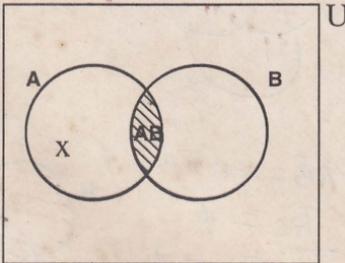


A - விலங்குகள் $A\bar{B} = \emptyset$
B - பாலூட்டிகள் $B\bar{C} \neq \emptyset$
C - நடத்தல் $\therefore A\bar{C} \neq \emptyset$

வலிதற்றது. C வகுப்புக்கு வெளியே A மூலகம் அமைந்திருக்கவில்லை.

23)

எந்த மந்திரியும் நாட்டை ஆள்வதில்லை.
இராமன் நாட்டை ஆளவில்லை.
ஆகவே இராமன் மந்திரியல்ல.



A - மந்திரி $AB = \emptyset$
B - நாட்டை ஆள்வது $X \notin B$
X - இராமன் $\therefore X \notin A$

வலிதற்றது.



ஆசிரியர் ஆக்கங்கள்

1. விஞ்ஞானமும் விஞ்ஞான முறையும்
2. பொது உளச்சார்பும் பொது அறிவும்
3. அளவையியலும் அளவையியற் போலிகளும்
4. சீல மெய்யியற் பிரச்சனைகள்
5. பொது உளவியல் ஓர் அறிமுகம்
6. விஞ்ஞானிகளும் விஞ்ஞான முறையியலாளர்களும்
7. உடக அனுமானம்

