

புதிய புவியியல்

புள்ளிவிபரவியல்



க. கண்ணாசன, B. A. Hons. (Cey.), C. A. S.

அடிப்படைப் புள்ளிவிபரவியல்

— ரேகா வெளியீடு —
பிறவன் விதி, மாற்றபாணம்;

விலை: ரூ. 6-50

அடிப்படை புள்ளிவிபரவியல்

(G. C. E. A/L புதிய பாடத் திட்டம்
&
G. A. Q. பாடத் திட்டம்)



ஆக்கியோனி:

க. குணராசா, B; அ. Hons. (Cey.), C; A; S.

(முன்னாள்:

- * புளியியல் உதவி விரிவுறையாளர், இலங்கைப் பஞ்சைக் கழகம்,
போதனை - கொழும்பு.
- * புளியியல் ஆசிரியர், கொக்குள்ளீல் இந்துக் கல்லூரி.
- * பகுதியினர் விரிவுறையாளர், கொழும்புட்பக் கல்லூரி, யாழ்ப்பாளைம்.
- * அதிதீப் பேதனுசிரியர், ஆசிரிய கல்லூரை, கொழும்புத்துறை.
- * ஆவேசக ஆசிரியர். ‘புளியியல்’
- * காரியாதிகாரி, சின்னையா, உதவி அரசாங்க அதிபா, துணுக்காய்.)



ரேகா வெளியீடு

விற்பனையாளர்:

ஸ்ரீ வங்கா புத்தகாலை,
காங்கேசன்துறை விதி,
யாழ்ப்பாளைம்.

- * முதலாம் பதிப்பு: ஒகஸ்ட் 1980.
- * (C) V. Mahalingam, 1st Lane, Brown Road, JAFFNA.
- * அச்சப்பதிவு:
- ஸ்ரீ வங்கா ஆச்சகம், யாழ்ப்பாணம், தொலைபேசி: 8175

க. பொ. த. உயர்தரம் — புவியியல் புதிய பாடத்திட்டம்

— படம் வரைக்லை —

- (அ) இலங்கை ஓரங்குல நில அளவைப் படஞ்சலை
ஆராய்தல்;
(தனி நூல் உள்ளது: படம் வரைகள்)
- (ஆ) புவியியல் வரைப்படங்களைத் தயாரித்தல்;
(தனி நூல் உள்ளது: வரைப் படங்கள்)

(இ) அடிப்படைப் புள்ளிவிபரியல் - புள்ளிவிபர
எண்ணக்கருக்கள்; மீட்ராச் பரம்பல்; இழை
வரையம்; இடை, இடையம், ஆகாரம்;
விவகல்கள்,

- (ஈ) எறியங்கள் - பண்புகளும் உபயோகமிகளும்;
(தனி நூல் உள்ளது: பட வரைகளில்
ஏறியங்கள்)

அடிப்படைப் புள்ளிவிபரவியல்

எனகளாகப் பெறப்பட்ட தரவுகளை ஒழுங்குபடுத்தி, ஆராய்ந்து, முடிவுகளைப் பெற்று, ஒரு நாட்டின் பல துறை சார்ந்த அபிவிருத்திகளுக்கும் பயன்படுத்த உதவும் அறிவியல் துறையாகப் புள்ளி விபரவியல் (Statistics) விளக்கிகிறது; புள்ளி விபரவியலில் தரவுகளே (Data) முதன்மையானவை நல்ல பொருளாதார அமைப்பில், தரவுகளின் எண்ணிக்கை அதிகரித்துக் கொண்டே செல்கின்றது. அதனால், அத்தரவுகளை ஒழுங்குபடுத்தி, ஆராய்ந்து, பொருத்தமான முடிவுகளை எடுக்கவேண்டியது அவசியமாகிறது; ஒரு நாடானது நன்றாக இன்றைய நிலையைப் புரிந்துகொண்டு, எதிர்கால விருத்திக்குத் திட்டமிடுவதற்குப் புள்ளிவிபரவியலாய்வுகள் அத்தியாவசிய தேவைபாகும்;

இந்த நாளில் நாம் நமக்குத் தேவையான பின்வரும் முன்று புள்ளிவிபர வியல் நுட்பங்களைக் கற்போக்கி-

- 1: புள்ளி விபரத் தரவுகளை ஒழுங்குபடுத்தி;
- 2: ஒழுங்குபடுத்திய தரவுகளை வரைப்படங்களில் அமைத்தல்;
- 3: அவற்றிலிருந்து பொருத்தமான முடிவுகளைப் பெறுதல்;

1 புள்ளி விபரத் தரவுகளை ஒழுங்குபடுத்துதல்- மீற்றுத் தொடர்புகள்.

புள்ளி விபரத் தரவுகளை ஒழுங்குபடுத்திச் சீர் செய்வதை மீறிறஞ் பரம்பங்கள் (மின்திறன் பசும்பல்கள்) (Frequency Distributions) என்பர். ஒழுங்குபடுத்தப்படாத புள்ளிவிபரத் தரவுகளை வகுப்புகளாக வகுத்து ஒழுங்குபடுத்துவதையே மீறிறஞ் பரம்பங்கள் குறிக்கும்.

செய்கை முறை

(அ) 40 மாணவர்கள் புள்ளியியலில் வாக்கிய மதிப்பெண்கள் ஆட்டவளை 1-இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன; இந்த மதிப்பெண்கள் தரவுகள் ஒழுங்குபடுத்தப்படாத என்களாகும்;

44	66	56	57	49	69	46	64	50	58
41	65	58	55	45	50	58	51	57	63
43	67	52	70	57	48	52	64	62	54
53	74	60	47	58	53	68	59	61	63

அட்டவணை: 1

(ஆ) இந்தத் தரவுகளை ஏறுவரிசையில் அல்லது இறங்குவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்திக் கொள்ளவும்: குறைந்த எண்ணிலிருந்து கூடிய எண்ணிற்கு ஒழுங்குபடுத்தி எழுதுக:

41	43	44	45	46	47	48	49	50	50
51	52	52	53	53	54	55	58	56	57
57	57	58	58	58	59	60	61	62	63
63	64	64	65	66	67	68	69	70	74

(இ) வகுப்பாயிட (Class Interval) காணல் வேண்டும்; ஒழுங்குபடுத்தப்பட்ட தரவுகளை ஏற்ற இடைவெளியில் வகுப்புக் கணாக வகுக்கும்போர்து அதனை வகுப்பாயிடல் எண்பர்? உதாரணமாக, மேறுள்ள மதிப்பெண்களில் 40 தொட்டு 50 வரை புளிலிகள் எடுத்தோர் எத்தனை மாணவர்? 50—60 வரை புளிலிகள் எடுத்தோர் எத்தனை மாணவர்? 60—70 வரை புளிலிகள் எடுத்தோர் எத்தனை பேர்? 70க்கு மேல் புளிலிகள் எடுத்தோர் எத்தனை பேர்?—என இவ்வாறு ஒரு ஒழுங்கு முறையில் வகுத்துக் கொள்ள வேண்டும். இவ்வாறு வகுத்துக் கொள்ளும்போது, வகுப்புக்களுக்கு இடையிலான இடைவெளி, ஒத்த ஒரே எண்ணை இருந்தால் வேண்டும்.

வகுப்பாயிட கணிப்பதற்கு, முதலில் தரவுகளுக்கு இடையிலான விசை (Range) காணவேண்டும்: தரப்பட்ட தரவுகளில் கூடிய எண்ணிற்கும் குறைந்த எண்ணிற்கும் இடையிலான வித்தியாசமே விசை கூடும்;

- அட்டவணை-1இல் கூடிய எண்ணின் பெறுமதி = 74
மிகக் குறைந்த எண்ணின் பெறுமதி = 41
ஆகவே, விசை = 74 - 41 = 33

பிரிவு இடைவெளி எண்ணை கடுக்க கொண்டால் 7 வருப்பாயிடைகள் வரும்: எவ்வாறெனில்: $\frac{33}{7} = 4\frac{5}{7}$; எனவே, வகுப்பாயிட பின்வருமாறு அமையும்:

40—45 சீம்
 45—50 ..
 50—55 ..
 55—60 ..
 60—65 ..
 65—70 ..
 70—75 ..

40—45 சீம் வகுப்பாயிகை என்பது, 40 இலிருந்து 44:999... வரையிலான எண் பெறுமதியை அடக்கும்; 45— என்பது அடுத்த வகுப்பாயிடையில் அடக்கும்;

(ஏ) குறிப்புத்தாள் (Tally Sheet) அடுத்துத் தயாரிக்க வேண்டும்: குறிப்புத்தாள் மூன்று உயரியிருக்கனைக் கொண்டிருக்குமோ (1) வகுப்பாயிட (2) வரவுக்குறிகள் (Check Marks), (3) மீடிறன், வரவுக்குறி என்பது, ஒவ்வொரு வகுப்பாயிடையிலும்

குறிப்புத்தாள்

வகுப்பாயிட	வரவுக் குறிகள் (பட்கை)	மீடிற
40—45 குறைய		3
45—50 ..		3
50—55 ..		3
55—60 ..		3
60—65 ..		3
65—70 ..		3
70—75 ..		3
		40

இப்போது புள்ளிவிபரத் தரவுகளை நால்கள் நிருங்குபடுத்தி பளிளோம்

எத்தனை இலக்கம் உண்டு என்பதன் என்னிக்கையை, பாடசாலை வரவு இடாப்பில் குறிப்பது போல ' | ' என குறிப்பதாலும் நான்கு வரவுக்குறி இட்டதும், ஆந்தாவது வரவுக்குறியை 'படல்' போல மூலிகிட்டமாக இடல் வேண்டும் ஒரு படலை ஜந்து வரவைக் குறிக்கும்; ஒவ்வொரு வகுப்பிலுள்ள என்னிக்கையை 'மீட்ரன்' (அல்லவே) குறிக்கும்; எனவே, அட்டவணை - 1-உக்கு நாம் தயாரிக்கும் குறிப்புத்தான் பக்கம் - சில காட்டியவாறு அமையும்:

இக்கணக்கு ஒழுங்குபடுத்தாத தாவுகளை உதாரணமாக எடுத்து, மீட்ரன் பற்றப்பைக் காட்டபோம்.

(அ) ஒழுங்குபடுத்தாதத்தரவு — (Raw Data)

ஒது நொழிற்சாலையில் வேலைசெய்யும் 120 நூழிலாளரின் வாராந்திரச் சம்பள விபடும்

203	228	240	252	265	283	207	280	241	253
266	285	286	268	253	242	280	207	208	280
242	253	268	288	289	269	254	243	231	210
212	232	244	255	270	290	293	271	255	244
232	213	213	233	245	256	271	294	295	271
257	246	233	215	216	234	247	257	273	297
298	274	258	247	235	218	219	285	247	259
274	298	300	275	259	248	286	220	221	236
249	260	276	302	302	277	260	250	236	221
223	238	250	262	278	303	308	279	262	251
238	224	224	238	251	262	281	309	311	282
263	251	239	225	226	240	252	264	282	315

நடவடிகாரம்: 2

(ஆ) ஒழுங்குபடுத்திய தரவுகள் (Array Data)

203	207	207	208	210	212	213	213	215	215
218	219	220	221	221	223	224	224	225	226
228	230	230	230	231	232	232	233	233	234
235	235	236	236	236	238	238	238	239	240
240	241	242	242	243	244	244	245	246	247
247	247	248	249	250	250	251	251	251	253
252	253	253	253	254	255	255	256	257	257
258	259	259	260	260	262	262	262	263	264
265	266	268	268	269	270	271	271	272	273
274	274	275	276	277	278	279	281	282	282
283	285	286	288	289	290	293	294	295	297
298	298	300	302	302	305	308	309	311	315

(இ) வகுப்பாயிட (Class Interval)

200—220 ஆகி

220—240 „

240—260 „

260—280 „

280—300 „

300—320 „

(ஈ) குறிப்புத்தரங்கள் 8-ம் பகுத்தில் பார்க்க

2

ஓழுங்குபடுத்திய தரவுகளை
வகுப்பாயிடகளில் அமைத்தல்

(I) இன்ற வகுப்பாயிடம்

ஒழுங்குபடுத்திய புள்ளிவிபரத் தரவுகளை வகுப்பாயிட கணில் அமைத்தல், புள்ளிவிபரவியலின் அடுத்த படியாகும்; வகுக்கப்பட்ட மீடிரன் பரவல்களை இணைவரையம் (Histogram) என்ற வழக்கப்படும் வகுப்பாயிடத்தில் எவ்வாறு அமைக்கலாம் என நோக்குவேர்க்க செலவுக் பார்க்கொ, வகுப்பாயிடகளின் மேல், ஒன்றுக்கொன்று அருகில் பொருத்தியிருக்குமாறும், அவற்றின் உயர்த்தக் கூடிக்கூத் தகுநித்தாராறும் வகுப்பாயிடம்

(ந) எக்கமீட்ட மட்ரஸ் பரவல்: (Grouped Frequency Distribution)

காலிபுத்தங்கள்

எக்கமீட்டல்	வரவுக்குறி (பட்டின)	மொத்தம்
200—220		12
220—240		27
240—260		34
260—280		24
280—300		15
300—320		8
		120

வரைப்படம் இழைவரையம் ஆகும்; வகுப்பாயிடை கிடையச்சி னும் (Horizontal Axis) மீதிறன் குத்தசிலும் (Vertical Axis) காட்டப்பட்டிருக்கும்.

வரையம் முறை

(அ) ஒழுங்குபடுத்தாத் தரவுகளை (அட்டவணை-1), ஒழுங்கு படுத்திய தரவுகளாக்கி, வகுப்பாயிடை கணித்து, வகுக்கப் பட்ட மீதிறன் பரம்பலைக் குறிப்புத்தாளில் தயாரித்துக்கொள்ள வேண்டும். அதன் பின்பே இழை வரையத்தை வரைய முடியும். அட்டவணை-1-இரிய வகுக்கப்பட்ட மீதிறன் பரம்பலை எடுத்துக் கொள்ளலாம்;

குறிப்புத்தாள்

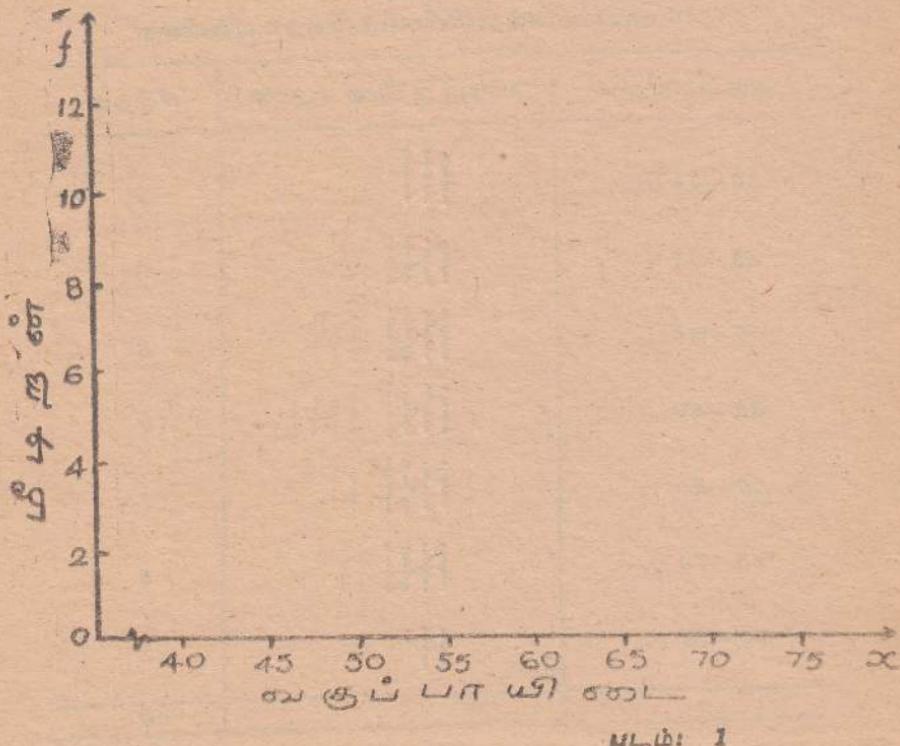
40 மாணவர்கள் புவியியலில் பெற்ற புள்ளிகள்

வகுப்பாயிடை	வரவுக் குறிகள் (பட்டின)	மீதிறன்
40—45 செ ^{டி}	☰	3
45—50 ,,	☲	5
50—55 ,,	☱	8
55—60 ,,	☲	10
60—65 ,,	☱	7
65—70 ,,	☲	5
70—75 ,,	☱	3
		40

(ஆ) கோட்டு வரைப்படம் வரைவிர்கள் அல்லவா? கிடையளவில் கால ஒழுங்கும், குத்தளவில் அளவுத்திட்டமும் இட்டு வரைந்துள்ளிர்கள்; அதேபோல, இழை வரையம் வரைவதற்கு:

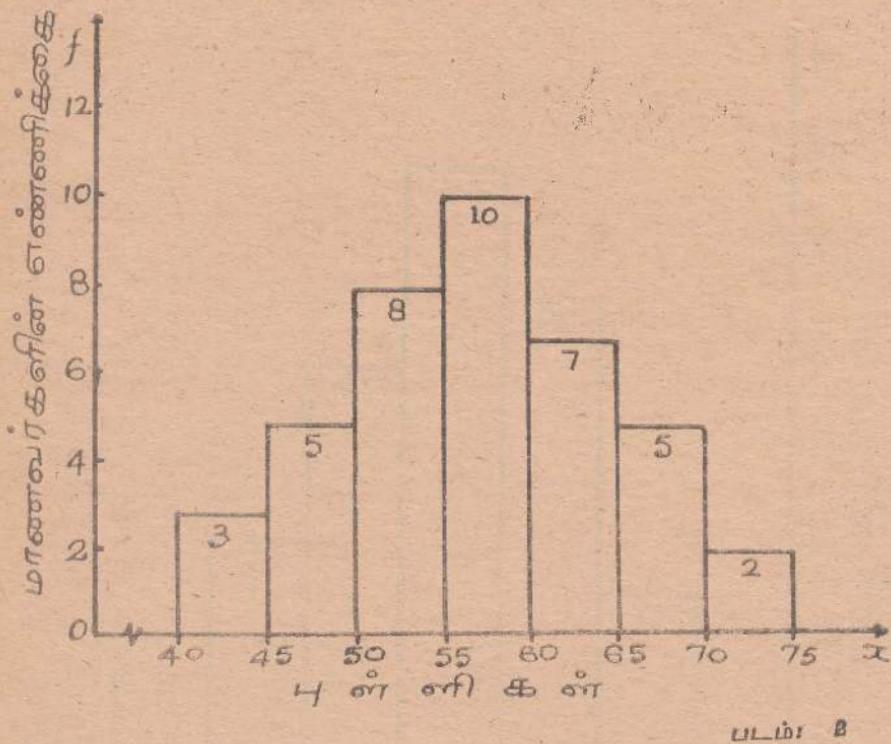
அ. பு. வி. வி. 2

இரு தளத்தில் இரு செங்குத்தான். நேர்கோடுகளை வரைக; அவை, ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கவேண்டுமே இந்த நேர்கோடுகளில் மேற்கூக்கிறக்காக வரையப்பட்ட நேர்கோட்டை கிடையச்சு என்பர். இதனை ‘x’ அச்சு என்பர்: வடக்குத்தெற்காக அமைந்த நேர்கோட்டை குத்தச்சு என்பர்; இதனை ‘y’ அச்சு அல்லது ‘t’ அச்சு என்பர்; ‘t’-என்பது மீட்ரீஸ் (Frequency)க் குறிக்கிறது; கிடையச்சில் வகுப்பாயிலையும், குத்தச்சில் மீட்ரனும் அவருக்காகப் பிரித்து எழுதப்பட வேண்டும்; நின்கள் விரும்பிய அளவை ($0\cdot4$, $0\cdot5$ அல்லது 1 மீ 2) வகுப்பாயிலை கூலகு அளவாகவும், மீட்ரன் அலகு அளவாகவும் எடுத்துக் கொள்ளலாம்; ஆனால், அவருக்காக இடைவெளி யாவும் ஒத்த அளவாக அமைதல் வேண்டும். (படம்-1)



(இ) படம்-1-இல் காட்டியவாறு, கிடையங்கும், குத்தளவும் கணித்துக்கொண்ட பின்னர், மீட்ரன்களை நிரல்களாக வரைந்து கொள்ளலும். (படம்: 2)

கூ. 10 வரையம்



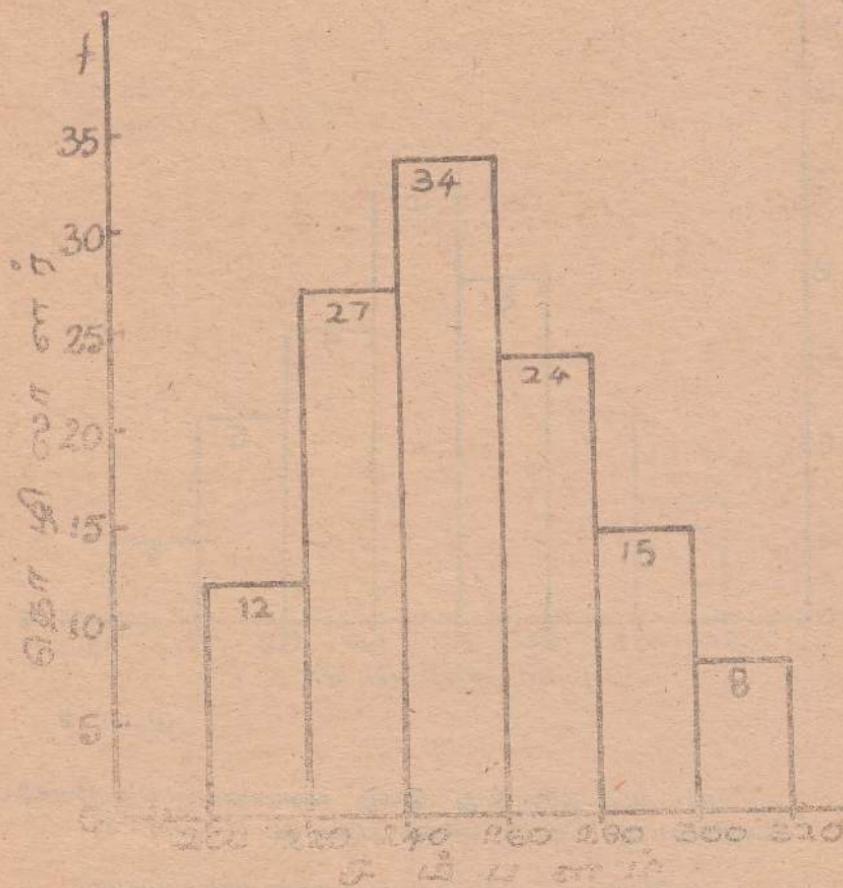
படம் 8

(ஈ) அட்டவணை-1-ஐ இழை வரையமாக வரைவோம். வகுக்கப்பட்ட மீதற்க பரவல் வருமாறு: (படம்: 8)

குறிப்புத்தான் - 120 தொழிலாளரின் வாசக் சம்பளம்

வகுப்பாயிடை	18 ரூபா
200—220 ரூபா	12
220—240 ..	27
240—260 ..	34
260—280 ..	34
280—300 ..	15
300—320 ..	8
	120

கோடி வருமானம்

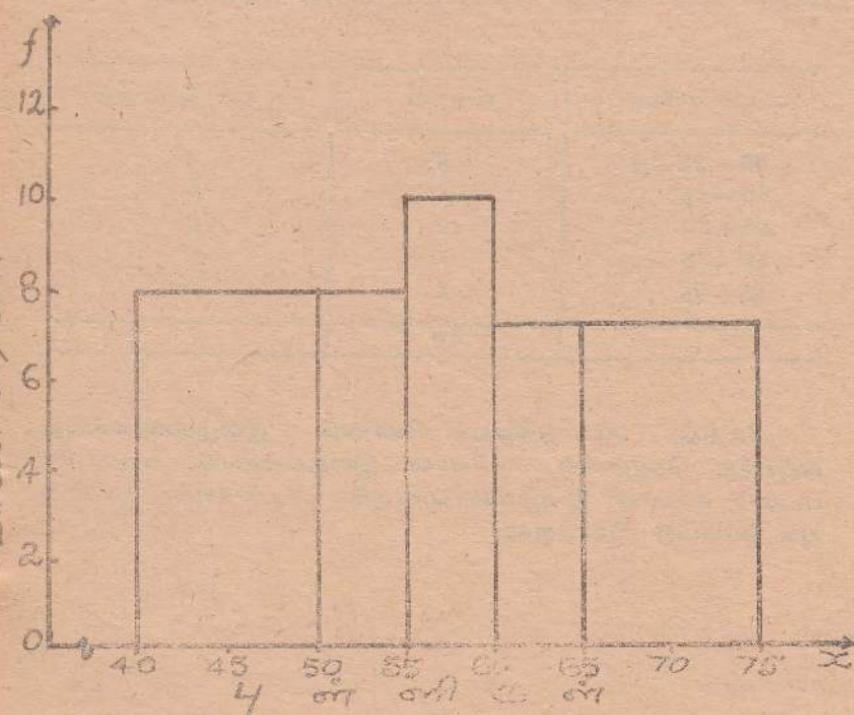


படம்: 3

(2) சில தேவைகளுக்காகச் சம அளவில்லாத வகுப்பாயிடைகளை வகுத்து, இழைவரையமாக வரைய நேரிடலாம். உதாரணமாக, அட்டவணை-1 இனை எடுத்துக் கொள்வோம்: 40 மரணவர்கள் புவியியலில் வாய்கிய புள்ளிகள் தரப்பட்டுள்ளன; அதனை நாள்கள் 7 வகுப்பாயிடைகளாக வகுத்து, இழைவரையம் வரைந் தோம் (படம்-2) இப்போது புள்ளிகளுக்குத் தரம் (Grade) பிரிக்கப்போகிறோம். அதனால் வகுப்பாயிடை பின்வருமாறு தேவைப்படுகிறது:

வகுப்பாயிடை	மீட்டர்கள்
40 - 50 ரீம்	8
50 - 55 ..	8
55 - 60 ..	10
60 - 65 ..	7
65 - 75 ..	7
	40

மேலுள்ள அட்டவணையில் 40-50, 65-75 ஆகிய இரண்டு வகுப்பாயிடைகளும் 10 இலக்க இடைவெளியைக் கொண்டுள்ளன. ஏனையன் 5 இலக்க இடைவெளியைக் கொண்டுள்ளன. எனவே, இது தேவைக்காக வகுக்கப்பட்டசம அளவில்லாத வகுப்பாயிடைகளாகும். இத்தோல் இழை வரைபுமாக வரையுப்போது சில வீணாக்களில் பின்வருமாறு சிறிக்கொள்வீர்கள் (படம் 4).



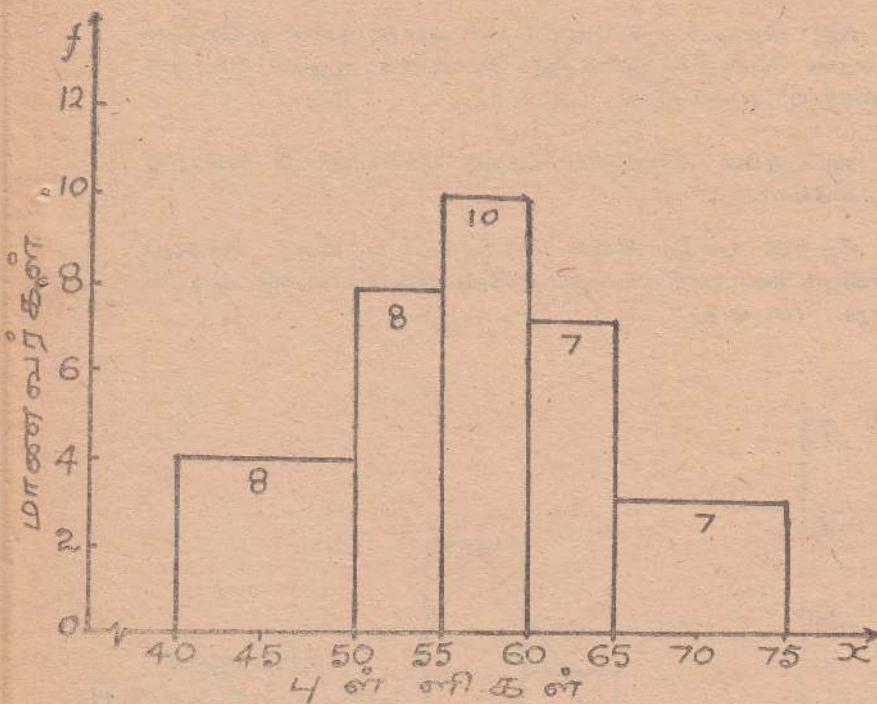
படம் 4

ஆனால், படம்-4 பிழையான இழை வரையமாகுமா? ஏன்? 40-50 வகுப்பாயிடையில் என்னிக்கை அதாவது மீட்ரன் 8 ஆகும். ஆனால், படத்தில், நிரலின் தடிப்பு இரட்டித்து அதன் மீட்ரன் 16 எனக் காட்டுகிறது: அதுபோல 65-75 வகுப்பாயிடையின் மீட்ரன் 7 ஆகுமா? அது படத்தில் இரட்டை நிரலாகி 14 எனக் காட்டுகிறது: இவ்வாறு சம அளவில்லாத வகுப்பாயிடைகளை இழை வரையமாக வரையும்போது, இவ்வாறு ஏற்படுகின்ற வழுவைக் கணியவேண்டும்: கணித்து வரைவது வெகு இலகுவானதே. இரண்டு மட்கு அதிகரிப்பதனால், இரண்டால் வகுத்து, நிரலை வரையில் வழு நீங்கிவிடும். $\frac{8}{2} = 4$, $\frac{7}{2} = 3.5$, மூன்றுமட்கு அதிகரித்தால் மூன்றுல் வகுக்க வேண்டும்:

சம அளவில்லாத வகுப்பாயிடைகளால் உருவாகும், இழை வரைய வழுவை நீக்குவதற்குப் புள்ளிவிபரவியலில், ‘மீட்ரன் அடர்த்தி’ (Frequency Density) என்ற அளவு பயன்படுகிறது: சம அளவில்லாத வகுப்பாயிடை அமையும்போது, குறிப்புத் தாளைப் பின்வருமாறு அமைந்துக்கொள்ள வேண்டும்:

வகுப்பாயிடை	மீட்ரன்	மீட்ரன் அடர்த்தி
40 - 50 கி०	8	4
50 - 55 ..	8	8
55 - 60 ..	10	10
60 - 65 ..	7	7
65 - 75 ..	7	3.5
40		

மீட்ரன் அடர்த்தியைக் கொண்டு இழைவரையத்தை வரைந்து கொள்ளில், சரியான இழைவரையம் அமையுமா? படம்-5 சரியான இழைவரையமாகும்: படம்-4யும், படம்-5யும் ஒப்பிட்டு நேர்க்குக்கீ



படம்: 8

(II) மீதிரள் பல்கோணி

இலம் வரையம் என்பது 'படி படி'யாக அமைந்த நிரல் கூறுப்படாமல்கும் 'படி படி'யாக அமைப்பதற்குப் பதிலாக மூறி கோட்டான்றின் மூலம், இனைத்து ஏற்ற இறக்கமாகக் கோட்டு வரைப்படம் போன்ற காட்டளைம். காட்டுசின்ற கோடு கெட்டார்கு முறிதொடா'க அமையிக். அந்த வரைப் படத்தை மீதிரள் பல்கோணி (Frequency Polygons) என்பர்.

வரையம் முறை

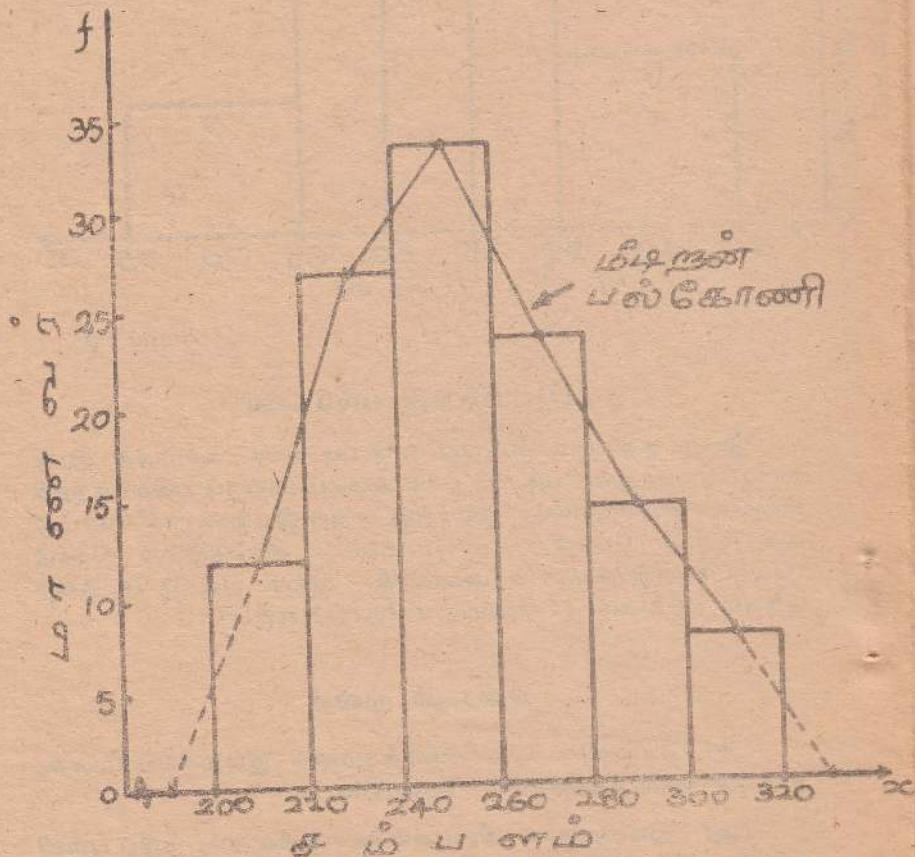
(அ) தரப்பட்ட புள்ளியியரத் தரவை இலம் வரையமாக, முதலில் வரைந்துகொள்ள வேண்டும்;

(ஆ) இமைவரைய நிரல் ஒவ்வொன்றினதும், நடுப் புள்ளிகளிக் குறித்துக்கொள்ள வேண்டும்;

(இ) தொடர்முறி கோட்டால் அப்புள்ளிகளை இணைத்துக் கொள்ள வேண்டும். இணைத்துக் கொள்ளில் அதுவே “மீட்ரன் பல்கோணி” எனப்படும். (படம்-6)

அட்டவணை - சிற்குரிய மீட்ரன் பல்கோணியை வரைந்து கொள்வோம்:

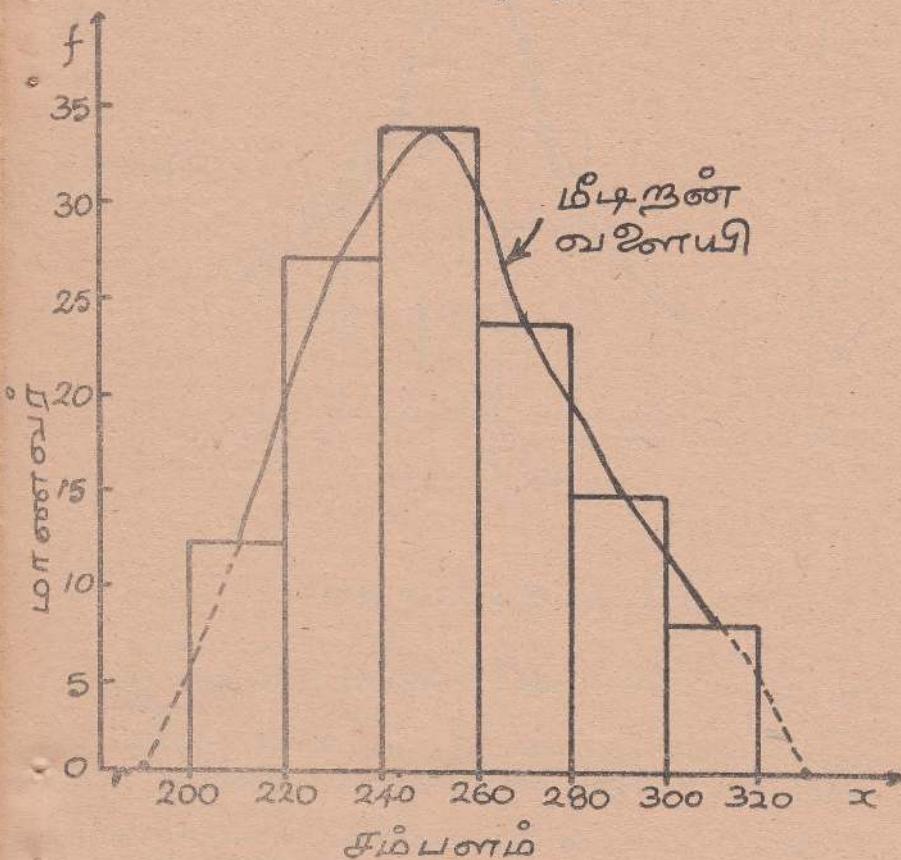
மீட்ரன் பல்கோணியில் தொடக்கப் புள்ளியும், முடிவுப் புள்ளியும் கிடையக்கில் வகுப்பாகிடையில் தொட அகி, முடிதல் நன்று. (படம்-6)



Digitized by Noolaham Foundation

(III) மீதற்கொண்ட வகையி

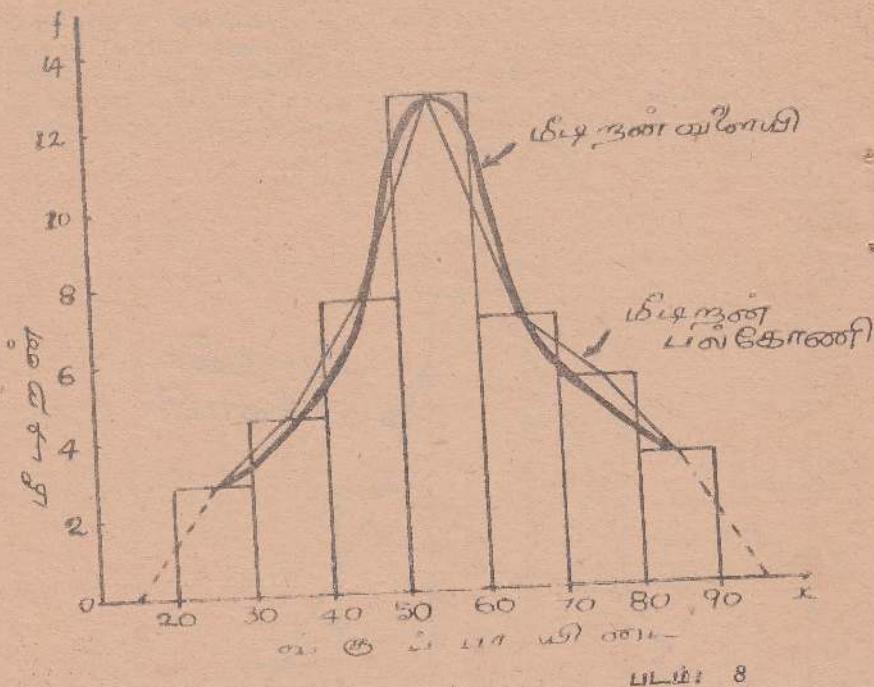
இறைவரைய நிரல்களின் நடுப் புள்ளிகளை தொடர்க்கூடி கோடாக இணக்கும்போது, உருவாகும் வரைப்படம் மீதற்கொண்ட கோடாக இணக்கும்போது, உருவாகும் வரைப்படம் மீதற்கொண்ட வகையி (Frequency Curve) எனப்படும் அட்டவணை - 2 க்குரிய மீதற்கொண்ட வகையி வருமாறு:



படம்: 7

தொடர்வளை கோட்டை வரையும்போது, வரையப்படுகின்ற மீதற்கொண்ட வகையி, சீரான ஏற்ற இறக்க வகையியாக அமைதல் வேண்டும். மீதற்கொண்ட வகையியை சீரான வகையியாக வரையும்போது சிலவேளைகளில், மீதற்கொண்ட பக்கோவிலின் சில 'புள்ளி'கள் தவிர்த்து வரைய நேரிடலாம் படம்: 8 இன் ஆவதானிக்கவும்.

அ: 4; வி: 3



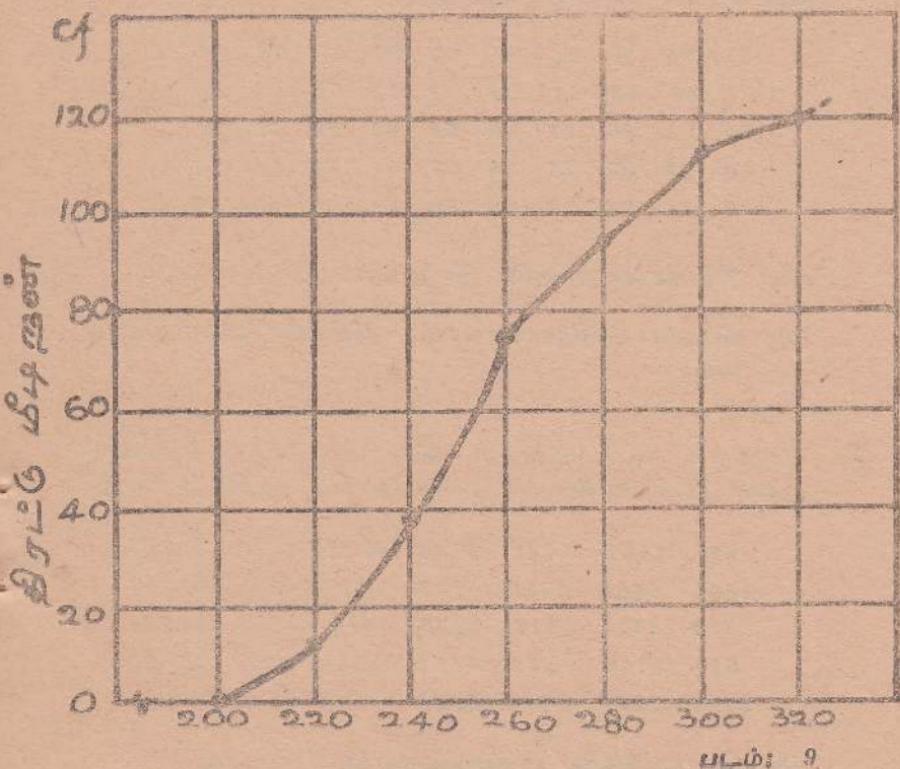
(IV) திரட்டு மீதிறன் கணியீ

மீதிறன் பல்கோணி, மீதிறன் வளையி என்பன பேசு. திரட்டு மீதிறன் கணியீ (Cumulative Frequency Curve) என்ற ஒரு வரையமும் உண்டு. திரட்டு மீதிறன் வளையியை ஒகைவு கணியீ (Ogives) எனவும் வழக்கத்தால். இது ஒரு சிதறால் வரைப்பட மாகும். திரட்டு மீதிறன் வளையியை எவ்வாறு வரைவது?

திரட்டு மீதிறன் கணியியை வரைவதற்குத் திரட்டு மீதிறன் பரம்பல் (Cumulative Frequency) காணல் வேண்டும்: வகுக்கப் பட்ட ஒரு வகுப்பாயின்டெயின், மேலெல்லையிலும் குறைவான எல்லா மீதிறன்களின் கூட்டுத் தொகையே திரட்டு மீதிறன் ஆகும். பின்வரும் அட்டவணையை நோக்குக.

வகுப்பாயிடை	மீட்ரன்	திரட்டு மீட்ரன்
200—220 செ	12	12
220—240 ..	27	39
240—260 ..	34	73
260—280 ..	24	97
280—300 ..	15	112
300—320 ..	8	120
	120	

200—220 செ வகுப்பாயிடையில் மீட்ரன் 12 ஆகும்; திரட்டு மீட்ரனும் 12 ஆகும். 220—240 வகுப்பாயிடையின் மீட்ரன் 27; திரட்டு மீட்ரன் $12+27=39$ ஆகும். இவ்விடத் தில், குறைந்த வகுப்பாயிடை மீட்ரன் கூடப்பட்டிருக்கின்றது. அதே போல 240—260 வகுப்பாயிடையில் மீட்ரன் 34 ஆகும். அதன் திரட்டு மீட்ரன் $12+27+34=73$ ஆகும். இவ்வாறே ஏனைய திரட்டு மீட்ரன்களும் கணிக்கப்பட்டுகளன.



திரட்டு மீடிறனைக் கொண்டு, திரட்டு மீடிறன் வளையியை வரையலாம்: வரையும் முறை: (படம் 9-ஐப் பார்க்கவும்)

- (அ) x-அச்சில் வழக்கம்போல வகுப்பாயின்டெக்னீக் குறிக்க:
- (ஆ) y-அச்சில், திரட்டு மீடிறன்களைக் கணித்துக் குறிக்க:
- (இ) திரட்டு மீடிறன்களின் எண்ணிக்கைக்குரிய புள்ளிகளை இட்டு, தொடர் வளைகோடாக அப்புள்ளிகளை இணைக்க வும்; அதுவே திரட்டு மீடிறன் வளையியானும்: (படம் 9)

பயிற்சிகள்

1. பின்வரும் அட்டவணையில் 50 மாணவர்கள் ஒரு பரிட்சையில் பெற்ற புள்ளிகள் தரப்பட்டுள்ளன:

41	55	37	58	27	62	25	57	53	65
71	47	51	61	59	83	43	58	64	74
50	72	36	48	46	53	63	35	77	58
60	84	58	75	56	67	54	66	44	51
21	54	88	73	68	80	45	59	89	69

- (அ) இத் தரவுகளுக்குரிய இழை வரையத்தை வரை:
- (ஆ) மீடிறன் பல்கோளியையும், மீடிறன் வளையியையும் வரைக.

2. பின்வரும் அட்டவணையில் கிராமசேவகர் பிரிவு ஒன்றி மூன்று 32 கிராமத்தின் சுன்ததொகை தரப்பட்டுள்ளது:

8577	5197	4481	2144	4758	4156	1554
1463	6689	3045	789	2740	751	5858
8319	5407	7016	1335	4516	1203	1556
518	5784	349	1662	2983	1121	4556
2115	1847	2637	7318			

இத் தரவுகளுக்குரிய இழை வரையத்தை வரை:

3. ஒரு பாட்டையில் 127 மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகளின் மீட்ரன் பரம்பல் வருமாறு:

வகுப்பாயிடை	மீட்ரன்
30—35 கீம்	21
35—45 ..	25
45—50 ..	30
50—55 ..	14
55—60 ..	10
60—65 ..	10
65—75 ..	9
75—80 ..	8
	127

(அ) இந்த மீட்ரன் பரம்பலுக்குரிய இழைவரையத்தை வரைக.

4. ஒரு பள்ளத்தாலில் விரபாணம் செய்த பயளிகளின், 80 நாள் விபரம் நடவடிக்கை.

11	12	21	57	90	72	51	76	81	71
32	66	78	80	67	48	25	61	76	78
52	26	70	53	27	67	88	67	23	96
52	51	63	60	24	57	61	87	74	59
37	82	30	76	58	33	81	55	68	91
18	43	76	99	76	64	87	12	89	38
58	87	73	90	58	29	51	45	29	84
11	78	52	59	18	28	37	88	87	43

(i) இழைவரையம் வரைக;

(ii) மீட்ரன் பல்கோணி வரைக;

5. பின்வரும் அட்டவணை 545 மரங்களின் சுற்றளவுகளின் பரம்பலைத் தருகிறது:

சுற்றளவு (அடி)	மரங்களின் எண்ணித்தோக
5—15 ஸெ	30
15—25 ..	35
25—35 ..	25
35—45 ..	130
45—55 ..	165
55—65 ..	90
65—75 ..	55
75—85 ..	15
	545

(அ) மேற்படி தரவுகளுக்குரிய இழைவறையத்தை வரைக;

(ஆ) திரட்டு மீட்ரன் வளையியை வரைக.

3 ஒழுங்குபடுத்திய தரவுகள், வரைப்பாங்கள் என்பனவற்றிலிருந்து பொதுக்கமான முடிவுகளைப் பெறுதல்

(i) சராசரிகள்

புளினிவரியலில் ஒழுங்குபடுத்திய தரவுகள், வரைப்பாங்கள் என்பனவற்றிலிருந்து பொதுத்தமரன் முடிவுகளைப் பெறப் பல வகையான சராசரி (Averages) அளவுகள் கண்டறியப்பட்டு ஆராயப்படல் வேண்டும். அவற்றில் முக்கிய மானவை பின்வருவனவாகும்:

- (அ) எண்கள் தலை சராசரி அல்லது கூட்டுவிடை அல்லது இடை (Arithmetic Mean)
- (ஆ) இடையழும் காலனைகளும்; (Median and Quartiles)
- (இ) ஆராம். (Mode)

(அ) எண்களிதச் சராசரி

எண்களிதச் சராசரி (கூட்டுவிடை) என்பது, நாம் நாளாந்தம் பல்வேறு கேவைகளுக்காகக் கணிக்கின்ற சராசரியையே கருதும். எண்களிதச் சராசரியை இடை (Mean) எனவும் அழக்குவர். எண்களிதச் சராசரிக்குரிய குத்திரம் வருமாறு:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} \text{ ஆகும்.}$$

(\bar{x} -என்பது எண்களிதச் சராசரி; Σ -என்பது கூட்டுத் தொகை; x -என்பது பரம்பல் தரவுகளின் பெறுமானம்; n -என்பது மொத்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை;)

உதாரணமாக, 10 மாணவர்களின் புவியியல் பாடப் புள்ளிகள் வருமாறு:

37, 48, 36, 55, 42, 74, 83, 31, 45, 30

இம்மாணவர்களின் சராசரிப் புள்ளி யாது?

$$\bar{x} = \frac{37+48+36+55+42+74+83+31+45+30}{10}$$

$$= \frac{480}{10} = 48 \text{ புள்ளிகள்;}$$

எண்களிதச் சராசரி 48 ஆகும்;

அட்டவரிசை - 1 முடி பாருகிகள். 40 மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகள் தரப்பட்டுள்ளன. 40 மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளி களைக் கூட்டி, 40-ஆல் வகுத்தால் (பிரித்தால்) வருவது எண்களிதச் சராசரியாகும்.

(ஆ) இடையழும் காலணக்ஞம்

இடையம் (Median)

(i) புள்ளிவிபரத் தரவுகளின், பரம்பளின், நடு இலக்கமே இடையமாகும். உதாரணமாக பின்வரும் பதின்மூன்று இலக்கங்களின் இடையம் ஏழாவது இலக்கமாகும்;

37, 38, 40, 40, 41, 44, 46, 47, 47, 48, 50, 51, 54



இடையம்

இடையம் காண்பதற்கு முதலில், தரப்பட்ட தரவுகளை ஏற்றுவதையில் ஒழுங்குபடுத்திக் கொள்ளல் வேண்டும்; பின்னர் சரி அசைத் தூரத்திலுள்ள நடு எண்ணைக் காணல் வேண்டும்; அதுவே இடையமாகும்:

(ii) சில சந்தர்ப்பங்களில் இடையம் தனி எண்ணாக வராது, இரட்டை எண்களாக வரவாம். அவ்வேளை அந்த இரு பெறுமதிகளையும் கூட்டி, இரண்டால் வகுத்து, இடையம் பெறப்படும்:

உதாரணமாகப் பின்னரும் இலக்கமிகளை நோக்குக:

64	69	70	<u>76</u>	80	81	82	84
----	----	----	-----------	----	----	----	----

$$\text{இடையம்} = \frac{76+80}{2} = \frac{156}{2} = 78 \text{ ஆகும்.}$$

(iii) பின்னரும் அட்டவணையில் 40 புளியியல் மாணவர்கள் வாங்கிய புள்ளிகள் தரப்பட்டுள்ளன: இந்தரவுகளை ஒழுங்குபடுத்தி, இடையத்தைக் காணக:

44	66	56	57	49	69	46	64	50	58
41	65	58	55	45	50	55	51	57	63
43	67	52	70	51	48	52	64	62	54
53	74	60	47	58	53	68	59	61	63

(அ) ஏறவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தி எழுதுக:

(ஆ) 40 தரவுகள் உள்ளன. 20வது இடமும், 21வது இடமும் நடுத் தரவுகளாகும். எனவே இடையம் 20வது இட இலக்கத்தையும், 21வது இட இலக்கத்தையும் கூட்டி, இரண்டால் வகுக்க வரும் இலக்கமாகும்;

காலனைகள்

புள்ளிவிபரத் தரவுகளை (அதாவது மொத்த மீட்ரிளை) தான்கு சம பங்குகளாகப் பிரிக்கும்போது, வரும் பெறுமானங்கள் காலனைகள் (கால் பகிருப் பகுதிகள்) எனப்படும்: தரவுகளின் பரம்பலின் கால் பகிருத் தூரத்தில் இருப்பது கீழ் காலனை (Lower Quartile) எனப்படும்: இதனை முதலாம் காலனை எனவும் கூறுவர்; இதற்குரிய அடையாளம் 25 ஆகும்: தரவு வரிசையில்

நடுவில் இருப்பது இரண்டாம் காலனை (Q_2) எனப்படும்; முக்கால் பங்குத் தாரத்தில் இருப்பது மேல் காலனை (Upper Quartile) அல்லது மூன்றாம் காலனை எனப்படும் (Q_3). உண்மையில் இரண்டாம் காலனையே இடையம் ஆகும்.

(i) பின்வருங் அட்டவணையில் 15 மாணவர்களின் எடை தரப்படுகின்றது. அதிலிருந்து காலனைகளை எவ்வாறு காண்பது?

51, 65, 47, 68, 37, 72, 67, 63,
75, 80, 57, 61, 43, 70, 90

(அ) ஏறு வரிசையில் ஒழுங்கு படுத்துக, 15 மாணவர்களாதலால், 8வது இட என் இடையம் (இரண்டாம் காலனை); 4வது இட என் கீழ் காலனை; 12வது இட என் மேல் காலனை ஆகும்:

37, 43, 47, <u>51</u> , 57, 61, 63, <u>65</u> , 67, 68,	↑	↑
கீழ் காலனை		இடையம்
-		
70, <u>72</u> , 75, 80, 90	↑	
-		
மேல் காலனை		

(ii) பின்வரும் அட்டவணையில் 18 மாணவர்களின் எடை ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தித் தரப்படுகின்றது இதில் காலனைகளைக் காணும் முறையை அவதானிக்கு:

31, 34, 37, 39, 41, 44, 46, 48,
↑
கீழ் காலனை

<u>52</u> , <u>58</u> , 60, 61, 61	↑	<u>74</u> , 83, 86, 90, 92
இடையம்		மேல்காலனை
↓		
$\frac{52+58}{2} = \frac{110}{2} = 55$		

அ புகை வி 4

பயிற்சிகள்

15 பின்வரும் தரவுகளை அவதானிக்கவும்; அதன் மீழுள்ள வினாக்களுக்கு விடை தருக:

9, 15, 30, 21, 15, 18, 6, 15, 3, 18, 18, 12, 15, 12

- (i) என் கணிதச் சுராசரியைக் காணக;
- (ii) இடையம், கீழ்காலணை, மேல்காலணை என்பனவற்றைக் காணக;

23 பின்வரும் தரவுகளுக்குரிய எண்கணிதச் சுராசரி, காலணை கண் என்பனவற்றைக் காணக;

981, 1001, 989, 985, 1020, 993,
1028, 1101, 1089, 1068, 1036, 1025,
965, 938, 927, 865, 989, 985, 1081,
1084, 965, 962, 987

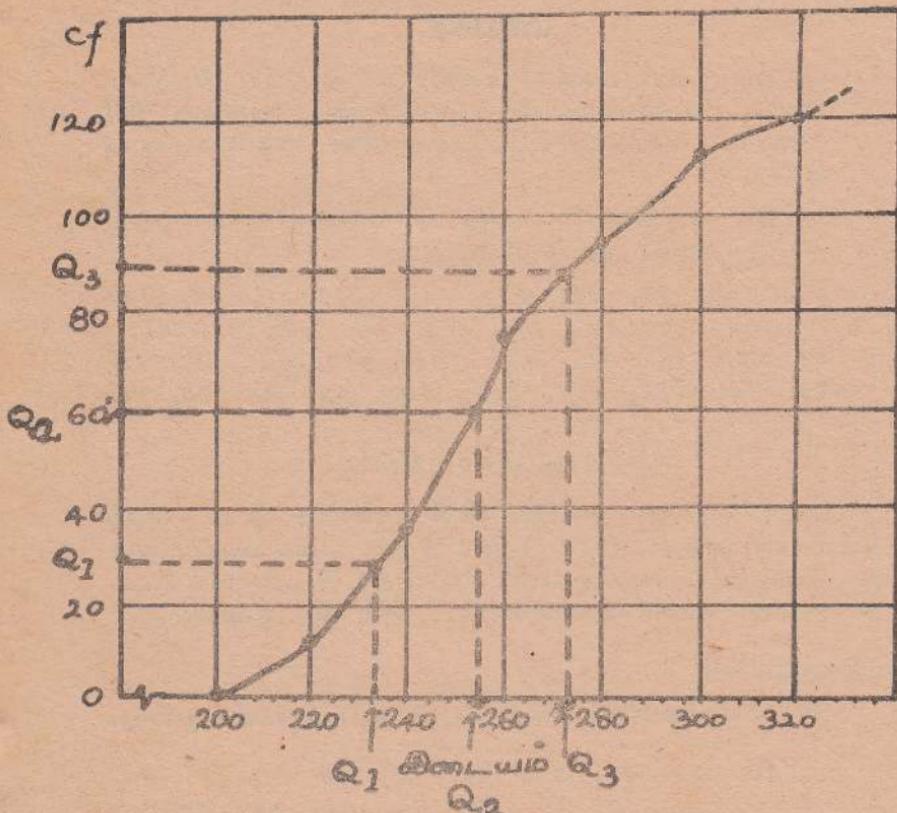
வகையத்திலிருந்து
காலணைகள் காணக்

(அ) ஆட்டவலை - 2ஐ நோக்குகூட அதில் ஒரு தொழிற் சாலையில் வேலை செய்யும் 120 தொழிலாளரின் வாராந்திரச் சம்பள விபரம் தரப்பட்டுள்ளது: அது ஒழுங்குபடுத்தாத தரத் தீவிரம். குத்தை ஒழுங்குபடுத்தி (ஏறுவரிசைப் படுத்தி), குறிப்புத்தாள் தயாரித்துக் கொள்க. குறிப்புத்தாள் தயாரிக்கும் போது, திரட்டிய மீட்ரைஸையும் காணக; அது பின்வருமாறு அமையும்:

வகுப்பாயிக்கட	மீட்ரன்	திரட்டிய மீட்ரன்
200—220 கீம்	12	12
220—240 ..	37	39
240—260 ..	34	73
260—280 ..	24	97
280—300 ..	15	112
300—320 ..	8	120
	120	

(அ) திரட்டு மீட்றன் வளையியை வரைந்து கொள்ளலும்:
(படம்: 9)

(ஆ) அப்படத்தில் காலனைகளைக் குறிக்கவும்: குத்தளவில் (f) மீட்றன்களை நான்கு சம பங்குகளாக வகுத்து. திரட்டு மீட்றன் வளையிக்கு நேர்கோடு வரைந்து பின்னர், அவை x அசைக்கு நேர்கோடாக வரையப்படும்போது காலனைகளை பெறப்படும்; (படம்: 10)



படம் 10

(Q) 10 மீட்ரன்களின் (f) 60வது மீட்ரன் இடையமாகும்;
 (Q₂) இடையத்தின் பெறுமதி - என்ன? திரட்டு மீட்ரன் வளையில் 60வது மீட்ரனிலிருந்து வரையப்படுகின்ற நேர கோடு x-அச்சில் செங்குத்தாக இறங்கும்போது கிடைக்கும் பெறுமதியே இடையமாகும்:

$$Q_2 \text{ இடையம் } = 252 \text{ ரூபா$$

$$Q_1 \text{ கீழ்க்காலணை } = 234 \text{ ரூபா$$

$$Q_3 \text{ மேல்காலணை } = 276 \text{ ரூபா$$

பயிற்சிகள்

1: பின்வரும் தரவுகளைக் கொண்டு, (i) திரட்டிய மீட்ரனைக் கண்டு, (ii) திரட்டிய மீட்ரன் வளையியை வரைந்து, (iii) இடையம், கீழ்க்காலணை, மேல்காலணை என்பனவற்றைக் குறிக்க.

ஒரு வகுப்பிலுள்ள நாற்பது மாணவர்களின் எடை இடைத்தனில் தரப்படுகின்றது.

115, 66, 74, 76, 80, 94, 101, 97, 96, 116
 73, 32, 60, 72, 111, 81, 67, 79, 83, 81,
 64, 69, 70, 84, 102, 104, 105, 72, 74, 83,
 72, 76, 112, 112, 112, 100, 92, 91, 78, 78;

(B) ஆகாரம் (Mode)

புள்ளிவிபரத்தரவு ஒன்றின் (என் தொகுதி) இடம் கணல் அளவையில் ஒன்று ஆகாரமாகும். இதனை வகை வகுப்பு என ஏம் வழங்குவர். வகுப்பாயிடையில் எந்தப் பெறுமானம் கூடிய தடவைகள் காணப்படுகின்றதோ, அதுவே ஆகாரமாகும்.

உதாரணமாக:

(i) 15 மாணவர்கள் புளியியலில் பெற்ற புள்ளிகள் வருமாறு:

-	20,	22,	32,	44,	45,	46
	48,	48,	48,	52,	54,	55,
↑						
ஆகாரம்						

இந்த அட்டவணையில் 48 என்ற புள்ளியே கூடிய தடவை ஒளி காணப்படுகிறது. எனவே, ஆகாரம் 48 ஆகும்.

(ii) மீட்றன் பரம்பலொன்றில் ஆகாரம் எவ்வாறு காணப் பெறன நேரக்குவோம்: பின்வரும் அட்டவணையில் ஒரு மீட்றன் பரம்பல் தரப்பட்டுள்ளது.

வகுப்பாயிடை	மீட்றன் (f)
32 —	3
37 —	5
42 —	8
47 —	10
52 —	7
57 —	5
62 —	2
67 —	3

இந்த அட்டவணையிலுள்ள மீட்றன்களில் அதிகமானது 10 ஆகும். எனவே, 47 பரம்பலின் ஆகாரம் ஆகும்;

வரையத்தில்குந்து ஆகாரம் காணல்

(i) இழை வரையம் ஒன்றிலிருந்து ஆகாரம் எவ்வாறு காணப்பது என்ப பார்ப்போம்?

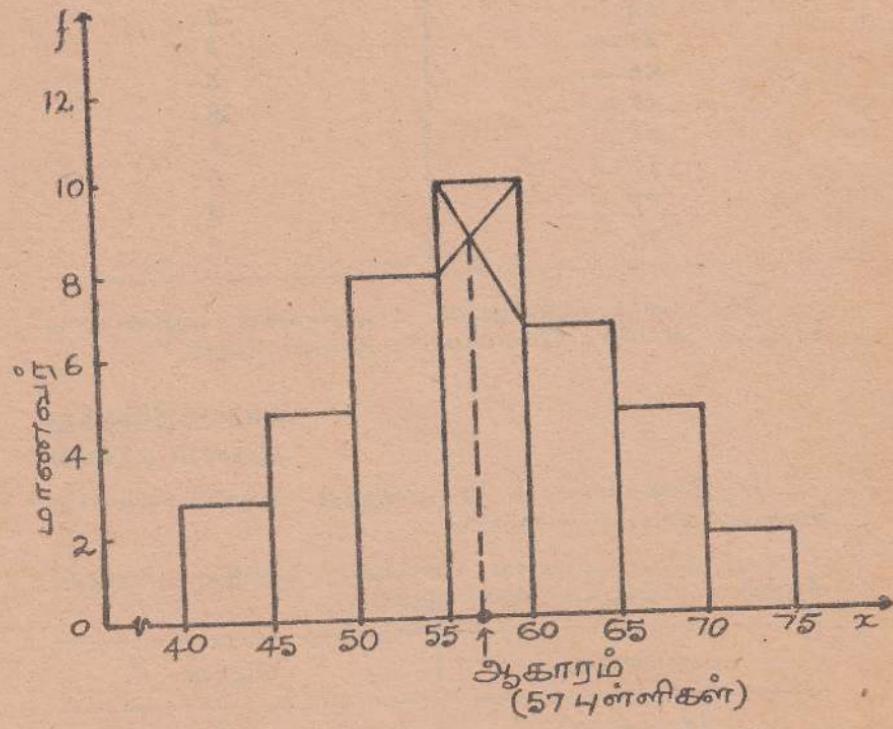
(ii) 42 மாணவர்கள் புவியியலில் வாங்கிய புள்ளிகள், மீட்றன் பரம்பலாகத் தரப்பட்டுள்ளன.

வகுப்பாயிடை	மீட்றன்
40 — 45 டீழ்	3
45 — 50 ,,	5
50 — 55 ,,	8
55 — 60 ,,	10
60 — 65 ,,	7
65 — 70 ,,	5
70 — 75 ,,	2
75 — 80 ,,	2

42

(ஆ) அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி இழை வரையத்தை வரைந்து கொள்ளவும்.

(இ) இழை வரையத்திலுள்ள அதி உயர்ந்த நிரலே ஆகாரமாகும். அதி உயர்ந்த நிரலிற்கு இருபக்கங்களிலுமிருள்ள நிரல்களின் மேல்மட்டங்களிலிருந்து. அதி உயர்ந்த நிரலிற்கு முலை விட்டங்களைக் கிடைக் கிறது. இவை சந்திக்கின்ற புளினியிலிருந்து. × அச்சிற்கு வரையப்படுகின்ற செங்குத்துக் கோட்டின் தொடு பெறுமதியே ஆகாரமாகும்.

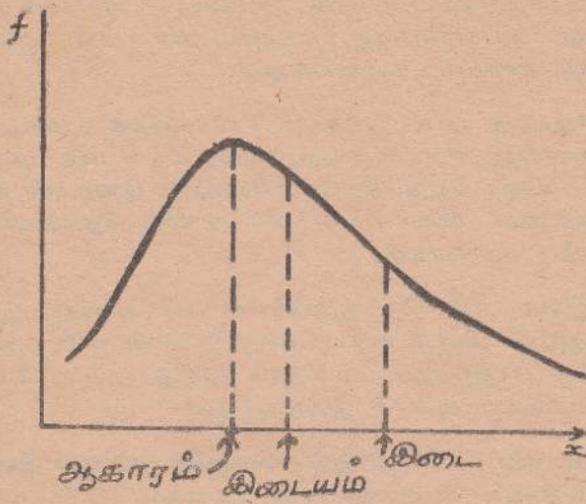


படம்: 11

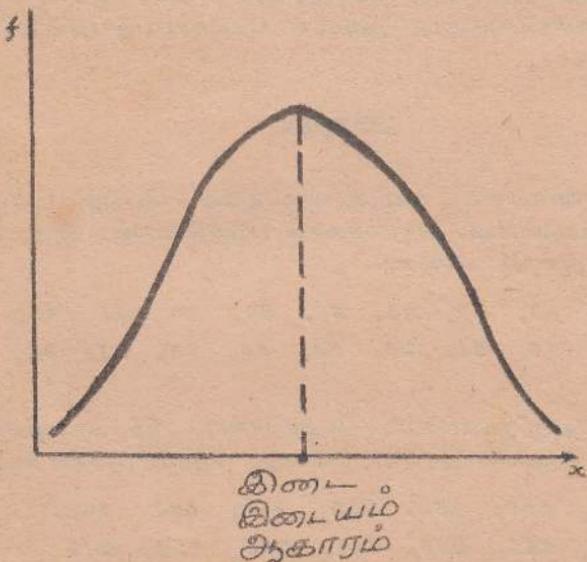
(ஈ) வரைந்த இழைவரையத்திலிருந்து கணக்கப்பட்ட ஆகாரப் பெறுமதி 57 ஆகும்.

(இ) மீட்ரன் வளையி ஒன்றிலிருந்து, இடை; இடையம், ஆகாரம் என்பனவற்றை எவ்வாறு அடையாளம் காணலாம் என நோக்குவோம். மீட்ரன் வளையி, சமச்சீர்ந்த வளையியாக அமையிக் கிடைக்கிறது (ஒராயவளையி - Skew-என்பர்), அந்த வளையியின் முகடு ஆகாரமாக அமையும். வளையியின் மென்சாய்வுப் பக்கத்தில் எண்கணிதச் சராசரியான இடை (Mean) அமையும்; ஆகாரத்திற்கும் இடைக்கும் நடுவில் இடையம் (Median) அமையும் (படம்: 12 அ)

மீதான வளையி சமச்சீரான வளையியரக அமையில், அதில் ஆகாரம், இடையம், இடை ஆகிய முன்றும் ஒரே கோஷாக அமையும் (படம்: 12 ஆ)



படம்: 12 ஆ



படம்: 12 ஆ

**ஆகாரம், இடை, இடையம்
என் பணவற்றின் பயன்கள்**

(அ) ஆகாரம், இடை, இடையம் என்ற சராசரிகள் முழுமைத் தொகுதியைப் பற்றிச் சருக்கமாக விளக்குவதற்கு உதவுகின்றன; ஒப்பிடுவதற்கு உதவுகின்றன. கலபமாகவும், விரைவாகவும் கணக்கிட உதவுகின்றன.

(ஆ) சமமான பரம்பலுக்கான சராசரியைக் காண்பதற்கு இடை (எண்களிதச் சராசரி) ஏற்றதாகவுள்ளது: என் தொகுதி யின் ஆரைப்பங்குப் பெறுமதி தேவையாயின் இடையம் ஏற்ற சராசரியளவாகும்: சரிவான மாதிரிச் சராசரி தேவையாயின் ஆகாரம் ஏற்ற அளவாகும்:

(இ) இடை என் தொகுதியின் சராசரி அளவை இடை தரும்: அத்துடன் மிகவும் கூடிய பெறுமதிகளால் என் களிதச் சராசரி சிறிது பாதிப்புறும், எனினும் கணித முறையில் சிறப் பாகக் காணக்கூடிய சராசரி இடையர்களும்:

(ஈ) இடையம்: என்தொகுதி வரிசையின் நடு என் இடைய மாகும்: மிகக்கூடிய பெறுமதிகளால் இடையம் பாதிப்படவ தில்லை:

(உ) ஆகாரம்: என் தொகுதியின் மிகச் சிறிய, மிகப் பெரிய எண்மதிப்புகளால் ஆகாரம் பாதிக்கப்படுவதில்லை.

பயிற்சிகள்

1: 20 மாணவர்கள் கணித பாடத்தில் பெற்ற புள்ளிகள் தரப்பட்டுள்ளன: ஏறுவரிசைப் படுத்தியபின், இத்தரவின் ஆகாரத்தைக் காணக:

34, 43, 52, 33, 34, 60, 62, 54, 43, 34,
75, 16, 54, 56, 34, 43, 34, 52, 34, 61.

2: ஒரு தொழிற்சாலையில் வேலைசெய்யும் 14 தொழிலாளர் களின் சம்பளம் தரப்பட்டுள்ளது. ஆகாரத்தைக் காணக:

260, 298, 285, 285, 268, 260, 268,
250, 244, 263, 267, 268, 250, 275

3. பின்வரும் தரவுகளை அவதானிக்கவும்; அதன்பின்னர் -
(i) இழைவரையம் வரைக; (ii) ஆகாரத்தைக் குறித்துக் காட்டுக:

50 மாணவர்கள் ஒரு தேர்வில் பெற்ற புள்ளிகள்:

52	66	48	69	38	73	36	68	64	76
32	58	62	71	63	44	54	66	75	85
61	83	47	53	57	64	34	46	88	86
71	95	69	86	67	78	65	77	54	63
34	46	89	38	87	90	55	69	49	79

(ii) விலகல்கள்

என் தொகுதிகளின் மீடிரன் பரம்பல்களை ஒப்பிட்டு, கணக்கிட்டு, விளக்குவதற்கு இடங்காணல் அளவைகளான இடை, இடையம், காலணைகள், ஆகாரம் என்பன மாத்திரம் போதியதாகாது: நுனுக்கமாக ஆராய்ந்து முடிவு காண்பதற்கு வேறு அளவைகளும் தேவை. அதற்கு பிரிகை அளவைகளான (Measures of Dispersion) விலகல்கள் (Deviation) பீயன்படுகின்றன: விலகல்கள் பின்வரும் மதிப்புகளின் அடிப்படையில் கணிக்கப்படுகின்றன, அவை:

- (அ) வீச்சு (Range)
- (ஆ) சராசரி விலகல் (Average Deviation)
- (இ) காலணை விலகல் (Quartile Deviation)
- (ஈ) நியம விலகல் (Standard Deviation)

(அ) வீச்சு

என் தொகுதியின் மீடிரன் பரம்பலின் வீச்சு என்பது, கூடிய பெறுமதிக்கும் குறைந்த பெறுமதிக்கும் இடையிலான வித்தியாசமாகும்:

வீச்சு = உயர்பெறுமதி - தாழ்பெறுமதி:

அட்டவணை-1 இல் உயர்பெறுமதி = 74 ஆகும்: தாழ் பெறுமதி = 41 ஆகும்: எனவே வீச்சு = $74 - 41 = 33$ ஆகும்.

அ, பு, வி, ர

அட்டவணை-4இல் உயர்பெறுமதி = 315 ஆகும்: தாழ் பெறுமதி = 203 ஆகும், எனவே வீச்சு = 315 - 203 = 112 ஆகும்:

என் தொகுதியின் தீற்றலை எளிதாகக் கணக்கிட வீச்சு உதவுகிறது: அத்துடன் தெளிவாக விளக்கவும் உதவுகிறது:

வீச்சு, என் தொகுதியின் முதல்-இறுதிப் பெறுமதிகளையே பொறுத்துள்ளது; மற்றைய மதிப்புக்களை வீச்சு விளக்குவதில்லை என்பது ஒரு குறையாகும்:

(ஆ) சராசரி விலகல்

என் தொகுதியொன்றின் எண்கணிதச் சராசரி (இடை) விலிருந்து, என் தொகுதியின் ஒவ்வொரு பெறுமதியும் எவ்வளவு தூரம் கூடிக் குறைகின்றது என்பதைச் சராசரி விலகல் அளவை கூட்டுகிறது; சராசரி விலகலின் குத்திரம் வருமாறு:

$$\text{சராசரி விலகல்} = \frac{\bar{x} - x}{n}$$

(\bar{x} -கூட்டுத்தொகை) x -என் தொகுதியின் எண்கள்; \bar{x} -
x-பார்; எண்கணிதச் சராசரி (Bar x) எனப்படும், n-என் தொகுதியின் எண்ணிக்கை)

உதாரணமாக, ஒரு நோட்டத்திலுள்ள 5 மாமரங்களின் சுற்றளவு அங்குலத்தில் தரப்படுகிறது. அவை:

70, 72, 79, 84, 85 எனக்கொள்வோம்: இவற்றின் மொத்தப் பெறுமதி (\bar{x}) =

$$70 + 72 + 79 + 84 + 85 = 390 \text{ ஆகும்}$$

எனவே, எண்கணிதச் சராசரி (இடை) = $\frac{390}{5} = 78$ ஆகும்

78 என்ற இந்த இடையானது, தரப்பட்ட என் தொகுதியின் ஒவ்வொரு பெறுமதியிலிருந்தும் வேறுபடுகிறது:

எவ்வாறெனில்:

மரங்களின் சுற்றளவுகள்:	70, 78, 79, 84, 85
இடை	: 78, 78, 78, 78, 78
விலகல்	: <u>-8, -6, +1, +6, +7</u>

இப்போது குத்தீரப்படி விலகலைக் கூட்டி, மொத்த மரங்களின் எண்ணிக்கையால் பிரிக்க:

$$\frac{8+6+1+6+7}{5} = \frac{28}{5} = 5.6 \text{ ஆகும்:}$$

5.6 என்ற அளவே சராசரி விலகலாகும் இவற்றைப் பின் வருமாறு எழுதிக் காணபர்:

x	x - \bar{x} (இடை: 78)
70	$70 - 78 = - 8$
78	$78 - 78 = - 6$
79	$79 - 78 = - 1$
84	$84 - 78 = + 6$
85	$85 - 78 = + 7$
$\sum x = \underline{\underline{390}}$	$\sum \underline{\underline{28}}$
$\therefore \bar{x} = \frac{390}{5}$	
= 78.	

$$\therefore \text{சராசரி விலகல்} = \frac{28}{5} = \underline{\underline{5.6}}:$$

எனவே, மரங்களின் சுற்றளவுகளிலுள்ள சராசரி விலகல் 5.6" ஆகும்:

சராசரி விலகல் வரைப்படம்

தரப்பட்ட தரவுகளின் சராசரி விலகலைக் கணித்து, அவற்றை ஆதாரமாகக் கொண்டு, சராசரி விலகல் வரைப்படம் (Average Deviation Diagram) ஒன்றினை வரைந்து கொள்ள முடியும்:

பயிற்சி

தமிழனா — மே மாத மழை வீழ்ச்சி (அங்)

1901 — 1930

ஆண்டு	ம. வி.	ஆண்டு	ம. வி.
1901	5·1	1916	11·6
1902	9·8	1917	11·5
1903	10·3	1918	13·8
1904	20·0	1919	14·4
1905	16·1	1920	9·7
1906	8·4	1921	2·9
1907	1·6	1922	5·9
1908	7·3	1923	1·7
1909	4·3	1924	4·1
1910	4·5	1925	12·2
1911	2·6	1926	26·6
1912	8·2	1927	19·7
1913	7·7	1928	2·1
1914	5·6	1929	4·0
1915	6·7	1930	20·8

1901—1930 சராசரி மழைவீழ்ச்சி = 9·7"

செய்கை முறை:

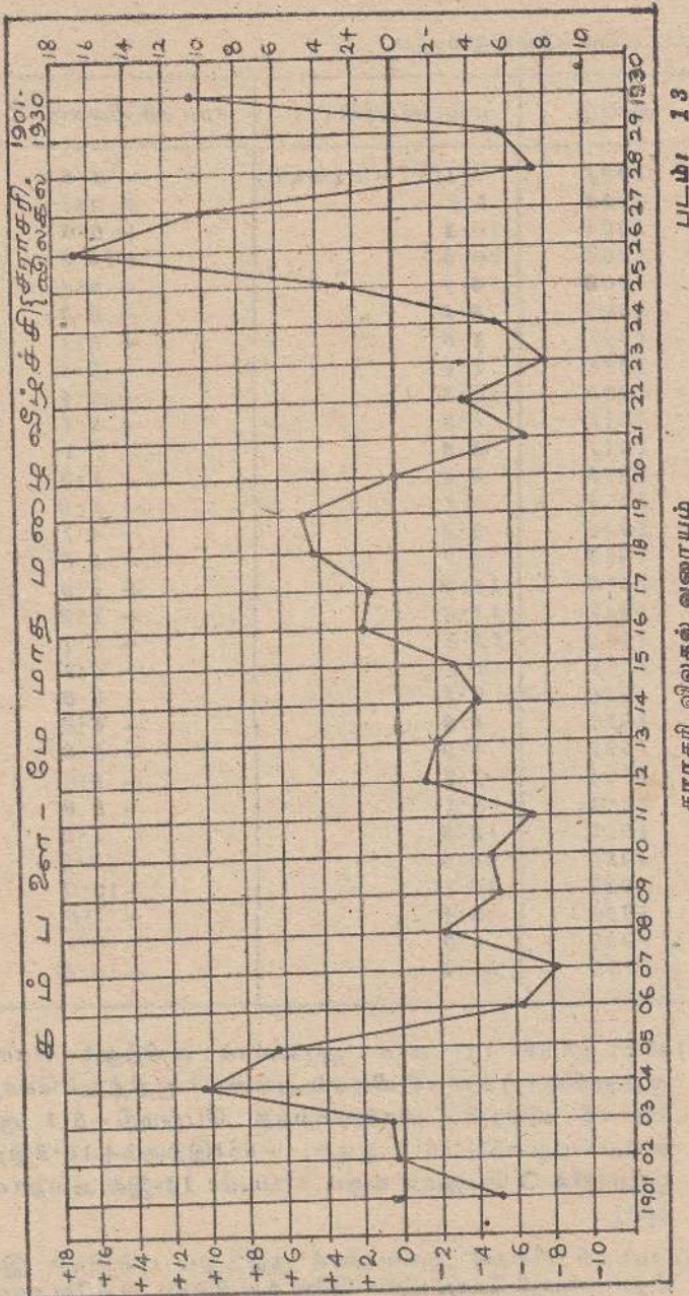
- (I) 1901—1930 மொத்த மழைவீழ்ச்சியைக் கண்டு, சராசரி மழைவீழ்ச்சியளவைப் பெறவேண்டும். சராசரி மழைவீழ்ச்சி 9·7" எனத் தரப்பட்டிருப்பதால் நமது செயல் இவ்வுாகிறது:
- (II) சராசரி விலகல் அட்டவணை தயாரித்துக்கொள்ள வேண்டும்:

அட்டவணை பின்வருமாறு:

ஆண்டு	மழையீழ்ச்சி (x)	சராசரி விலகல் ($x - \bar{x}$)
1901	5·1 (9·7 - 5·1 = 4·6)	- 4·6
1902	9·8	+ 0·31
1903	10·8	+ 0·6
1904	20·0	+ 10·3
1905	16·1	+ 6·4
1906	8·4	- 6·3
1907	1·6	- 8·1
1908	7·3	- 2·4
1909	4·3	- 5·4
1910	4·5	- 5·2
1911	2·6	- 7·1
1912	8·2	- 1·5
1913	7·7	- 2·0
1914	5·8	- 4·1
1915	6·7	- 3·0
1916	11·6	+ 1·9
1917	11·5	+ 1·8
1918	13·8	+ 4·1
1919	14·4	+ 4·7
1920	9·7	0·0
1921	2·9	- 6·8
1922	5·9	- 3·8
1923	1·7	- 8·0
1924	4·1	- 5·8
1925	12·2	+ 2·5
1926	26·6	+ 16·9
1927	19·7	+ 10·0
1928	2·1	- 7·6
1929	4·0	- 5·7
1930	30·2	+ 10·5

(iii) கிடையச்சில (x) கால ஒழுங்கைக் குறித்துக் கொள்க; குத்தச்சில (y) சராசரி விலகல் அளவைக் குறித்துக் கொள்க; சராசரி விலகலில் மிகக்குறைந்த பெறுமதி - 8·1 ஆகும்; கூடிய பெறுமதி + 16·9 ஆகும். - 8·1 இற்கும் + 16·9 இற்கும் இடையில் O பெறுமதி வரும். (படம்: 13-இல் அவதானிக்க வும்)

(iv) சராசரி விலகல் அளவுகளைக் குறித்துப் புள்ளிகள் இட்டு, தொடர்முறி கோட்டால் இணைத்துவிடுக; அதுவே சராசரி விலகல் வரைப்படமாகும்;



கப்பாசரி விவகார அனேகம்

புக்கி 13

(இ) காலனை விலகல்

தரப்பட்ட எண் தொகுதியை ஏறவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தி நான்கு சமகூறுகளாக வகுக்கும்போது, சிற்காலனை (முதல் காலனை Q_1), இரண்டாம் காலனை (இடையம் Q_2), மேல் காலனை (மூன்றாம் காலனை Q_3) என்பன உருவாகின்றன; காலனை விலகல் பின்வருமாறு கணிக்கப்படும்:

$$\text{காலனை விலகல்} = \frac{\text{மூன்றாம் காலனை} - \text{முதல் காலனை}}{2}$$

$$\left(\frac{Q_3 - Q_1}{2} \right)$$

உதாரணமாகப் பின்வரும் எண் தொகுதியை நோக்குவோம்.

$$87, 43, 47, \underset{\substack{\uparrow \\ Q_1}}{|\overline{51}|}, 57, 61, 63, \underset{\substack{\uparrow \\ Q_2}}{|\overline{65}|}, 67, 68, 70,$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ Q_3}}{|\overline{72}|}, 75, 80, 90$$

$$\text{காலனை விலகல்} = \frac{72 - 51}{2} = \frac{21}{2} = \underline{\underline{10.5}} \text{ ஆகும்:}$$

காலனை விலகலை வெகு கூறப்பாகக் கணித்துக் கொள்ளலாம்; மீடிறன் பரம்பலில் 50 சதவீத உறுப்புகளுக்கு மதிப்பளித்துக் கணக்கப்படுவதால் அதிக பயனுடையதாகவுள்ளது:

(க) நியம விலகல்

என் தொகுதியைன்றின் எண்கணிதத் சராசரி (இடை) விலிருந்து, சராசரி விலகல் அளவைக் கணிக்கமுடியும்; தரப்பட்ட எண்கணிதத் தொகுதியின் ஒவ்வொரு பெறுமதியிலிருந்தும், இடையை (சராசரியை) கழித்து வரும் விலகல் அளவு கணக்கூட்டி, மொத்த உறுப்புகளால் வகுப்பதன்மூலம் சராசரி விலகல் பெறப்படுகிறது. விலகல் அளவுகளை ($x - \bar{x}$), வர்க்கித்து, $(x - \bar{x})^2$, அவற்றைக் கூட்டி, மொத்த உறுப்புகளால் வகுத்து, வர்க்கமூலம் காணில் வரும் தரவு, நியம விலகலாகும்:

$$\text{※ சராசரி விலகல் குத்திரம்} = \frac{\sum (x - \bar{x})}{n}$$

$$\text{※ நியம விலகல் குத்திரம்} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$$

குத்திரமுறைகள் மாணவர்களுக்குச் சிரமம் தரலாம்: ஆதலால், நேரடிமுறைமுலம், நியம விலகலை எவ்வாறு கணிக்கலாம் எனப் பார்ப்போம்:

(i) தோட்டத்திலுள்ள 5 மாமரங்களின் கற்றலை அங்குல அளவில் பின்வருமாறு:

70, 72, 79, 84, 85:

(ii) இவற்றின் மொத்தப் பெறுமதி =

$$70 + 72 + 79 + 84 + 85 = 390.$$

(iii) எனவே எண்களிதச் சராசரி (இடை) = $\frac{390}{5} = 78.$

மரங்களின் கற்றலை	இடை	விலகல் அளவு
70	—	78 = -8
72	—	78 = -6
79	—	78 = +1
84	—	78 = +6
85	—	78 = +7

(iv) இப்போது விலகல் அளவுகளை வர்க்கித்துக் கொள்ள வேண்டும்:

$$8^2 = 64$$

$$6^2 = 36$$

$$1^2 = 1$$

$$6^2 = 36$$

$$7^2 = 49$$

$$\text{மொத்தம்} = \underline{\underline{186}}$$

(v) மொத்தப் பெறுமதியை இப்போது மொத்த உறுப்பால் பிரிக்கவே:

$$\frac{186}{5} = 37.2$$

(ii) இப்போது 37.2 -க்கு வரச்கழுலம் காணக

$$\sqrt{37.2} = 6.1$$

நியம விலகல் = 6.1 ஆகும்.

இந்த நியம விலகலைக் குத்திரப்படி பின்வருமாறு காணலாம்:

அட்டவணை: 70, 72, 79, 84, 85

x	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$
70	$70 - 78 = -8$	64
72	$72 - 78 = -6$	36
79	$79 - 78 = +1$	1
84	$84 - 78 = +6$	36
85	$85 - 78 = +7$	49
$\bar{x} = 390$		$\bar{(x - \bar{x})^2} = 186$

$$\therefore \bar{x} = \frac{390}{5}$$

$$= 78$$

$$\text{நியம விலகல் } \sigma = \sqrt{\frac{\bar{(x - \bar{x})^2}}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{186}{5}} = \sqrt{37.2} = 6.1.$$

பயிற்சி

1: பின்வரும் தரவு, மாற்பாண் ஆஸ்பத்திரியில் 15 நாட்கள் அனுமதிக்கப்பட்ட நோயாளிகளின் எண்ணிக்கையாகும்.

42, 28, 30, 36, 26, 24, 14, 40,
74, 47, 49, 60, 72, 63, 29.

- (i) வீச்சைக் காணக,
- (ii) சராசரி விலகலைக் கணிக்கூ;
- (iii) காவணை விலகலைக் காணக;
- (iv) நியம விலகலைக் கணிக்க.

அட்டவணை 6

பயிற்சிகள்

1: பின்வரும் அட்டவணையில் 22 மாவட்டங்களின் சதுர மைலிற்குரிய குடிசன் அடர்த்தி தரப்படுகின்றது: வகுப் பாயிடையை 200 ஆகக் கொண்டு, (i) இழை வரையத்தை வரைக; (ii) மீட்ரன் வளையியை அதில் கிழக; (iii) திரட்டு மீட்ரன் வளையியை வரைக;

1374, 1177, 1301, 410, 950, 1138, 1219, 340,
788, 81, 67, 270, 237, 186, 557, 829,
141, 125, 566, 70, 529, 1029,

2: ஒரு பசடசாலை விடுதியிலிருக்கும் 115 மாணவர்களின் வயது விபரம் வருமாறு:

வயது	மாணவர் தொகை
14—16	4
16—18	15
18—20	24
20—22	32
22—24	27
26—8	13
	115

- (i) இழை வரையத்தை வரைக;
- (ii) மீட்ரன் பல்கோணியைக் குறிக்கி
- (iii) ஆகாரத்தை (வகை வகுப்பு)க் காட்டுகி

3: பின்வரும் ஆட்டவணையிலுள்ள எண்களின் எண்களிதங் சராசரியைக் காணக;

39, 18, 67, 23, 52, 16, 71,
103, 48, 42, 40, 61, 75

4: பின்வரும் ஆட்டவணையிலுள்ள எண்களின் இடையெங்கொலையைக் காணக;

49, 57, 40, 62, 71, 69, 72, 74,
32, 63, 64, 66, 68, 70, 72

5: பின்வரும் தரவினை நான்கு அவதானித்த பின்னர், அதன் மேல்லா வினாக்களுக்கு விடை தருக:

விராமசேவகர் பிரிவு அடிப்படையில் திருக்கோணமலை மாவட்டத்தின் விராமக் குழுசனத் தொகை—1971

பிரிவு	குடிசனத்தொகை
சுச்சிலைப்பத்தை	3577
செருவில	5197
டெகிவத்தை	4481
டெகிவத்தை இ: க: 3	2144
தோப்பூர்	4758
மல்லிகைத்தீவு	4156
பள்ளிக்குழியிருப்பு	1554
சாம்பூர்	1464
குனித்தீவு	689
கூட்டைப்பறிச்சான்	3045
கிண்ணியா சிழக்கு	789
கிண்ணியா மேற்கு	2740
பெரிய கிண்ணியா	751
குறிஞ்சாக்கேணி	5852
தம்பலகாமக் வடக்கு	8319
தம்பலகாமக் கெற்று	5407
கந்தவாய்	20569
பறிக்கட்டியாவா	1835
கோமரன்கடவுல	4516
கல்கடவில	1203
மதவாச்சிய	1556
தென்னமரவடி	518
புல்மோட்டை	3784
பறன் மதவாச்சி	349
திரியாய்	1662
குச்சவெளி	2983
கும்புறுப்பிட்டி	1121
நிலாவெளி	4556
வெள்ளோமண்ணல்	2115
சின்குடா	1847
சாம்பல்தீவு	2637
உப்புவெளி	11532

மூலம்: இலங்கைக் குழுசன முடிப்பு — 1971

(i) இழைவரையம் ஒன்றைக் கீறி, அதில் வகை வகுப்பை (ஆகாரம்)க் காட்டுக்

(ii) சிதறல் வரைப்படம் (கிரட்டு மீட்ரால் வளையி) ஒன்று வரைந்து அதில் இடையம், காலணகளை அடையாளம் செய்க.

(குறீபு: கிராமத்தின் பெயரும் குடிசனமும் அட்டவணை யில் தொப்பட்டுள்ளன. பிரமிக்க வேண்டாம். குடிசனத் தெரவுகளை மட்டும், ஒழுங்குபடுத்தி, குறிப்புத்தான் தயாரித்து, வழைமொலை வரைப் படங்களை வரைக.)

6: பிண்வரும் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி,

(i) இலங்கையின் கிழக்கு மாகாணத்தின் உதவி அரசாங்க அதிபர் பிரிவுகளின் பரப்பளவுப் பறம்பறுக்கு இழை வரையம் ஒன்று கீறி, அதில் வகை வகுப்பையும் (Medal Class - ஆகாரம்) குறிக்கு.

(ii) என்கணிதச் சராசரியை (இடை-கூட்டுவிடை) கணக்குக் கூடுதல் முறைகள் மூலம் பெற்ற விளைகளைச் சருக்கமாக ஒப்பிடுக

உதவி அரசாங்க அதிபர் பிரிவுகளின் பரப்பளவு பிரிவின் பெயர்	பாப்பளவு (சதுரமைல்)
ஏரூர் பற்று	227
மண்முனைப்பற்று தெற்கு	17
மண்முனைப்பற்று வடக்கு	21
கோற்ளைப்பற்று	298
கோற்ளைப்பற்று வடக்கு	162
பாண்முனைப்பற்று மேற்கு	107
மண்முனைப்பற்று தெ; மே.	112
பொத்துவில் பற்று	101
அகிகரைப்பற்று	118
அட்டாளைச் சேணை	30
கரவாகுப்பற்று	09
சம்மாந்துறைப்பற்று	189
வெலகம்பற்று வடக்கு	216
வெலகம்பற்று தெற்கு	155
பாண்மைப்பற்று	368
நின்தாலூர்ப்பற்று	18
முதூரிப்பற்று	63
கட்டுக்குளம்பற்று கிழக்கு	205
கட்டுக்குளம்பற்று மேற்கு	172

பிரிவின் பெயர்	பரப்பளவு (சதுரமைல்)
திருகோணமலை நகர்	99
கிண்ணியா	82
கந்தலாய்	130
சேருவில	147
தமிழ்வகாமம்	101
படியத்தலாவ	305
மகாஞ்சியா	295

74 பின்வரும் அட்டவணைக்குரிய இழை வரையத்தைக் கிறி, வகை வகுப்பையும் (ஆகாரம்) விவரிக்குக:

திருகோணமலை மாவட்டத்தில் சிறு குளங்கள் பருமனி (ஏக்கர் அடி)

தோப்பூர்	584
இலங்கந்தை	560
மணியரசன் குளம்	480
உல்லைக் குளம்	529
பெரியநாயந்தை	556
கட்டைக்கூட்டுக்குளம்	112
இத்திக்குளம்	162
இச்சால்குளம்	108
காயவந்தால்குளம்	180
காயங்குளம்	144
கேயன் வழந்தான்	240
சின்வுக்குளம்	129
மகுமாம்குளம்	152
நடுத்திக்குளம்	300
பட்டியனுத்துக்குளம்	210
கங்கள்குளிக்குளம்	465
கள்களிக்குளம்	290
மடுவாக்குளம்	483
பள்ளத்சேனை	180
சாகரன்குளம்	260
சிரப்பட்டிக்குளம்	240
வேல்வளிக்குளம்	261
வங்ஞைத்திக்குளம்	152
பெற்றங்குளம்	350
பனிக்கட்டியாவா	560
பன் மதவாசிய	755
கோமரன்கடலை	600
பனிக்குளம்	312

8. கிரிக்கெட் ஆட்டத்தில் பதினெட்டு வீரர்கள் பெற்ற ஒட்டங்கள் வருமாறு:

57, 41, 49, 37, 44, 33, 44, 32, 60, 80, 68

- (i) வீச்சேக் கணிக்கடி
- (ii) சராசரி விலகலைக் கணித்துக் கூறக்
- (iii) காலண் விலகலை அளவிடுகூடு
- (iv) நியம விலகலை யாது?

9. 60 தொழிலாளர்களின் வாராந்தர வருமானம் வருமாறு:

வருமானம்	தொழிலாளர் எண்ணிக்கை
30 — 50 ரூ.	7
50 — 10 ..	12
60 — 70 ..	15
70 — 80 ..	20
80 — 100 ..	6
	60

- (i) இழைவரையத்தை வரைகடி
- (ii) ஆகாரத்தைக் குறிக்க.

10. துணுக்காய்க் கிராமத்தில் வாரும் 40 விவசாயிகளின், நெல் விளைச்சல் ஏக்கருக்குரியது பின்வருமாறு:

66, 54, 32, 44, 72, 81, 89, 88, 36, 44,
 53, 56, 57, 57, 30, 32, 44, 80, 74, 69,
 34, 36, 42, 44, 56, 58, 60, 72, 74, 38,
 43, 44, 37, 56, 57, 60, 72, 74, 33, 44;

- (i) இழை வரையம் ஒன்றினை வரைகடி
- (ii) வகை வகுப்பைக் குறிப்பிடுக.
- (iii) திரட்டு மீட்ரன் வளையியை வரைந்து, காலண் தளைக் குறித்துக் காட்டுக்

11. பின்வரும் தரவுகளைப் பயன்படுத்திக் காராசரி விலகல் வரைப்படம் ஒன்றினை வரைக:

குறிப்பிட்ட ஒரு பிரதேசத்தின் முப்பநாண்டு
(1901 - 1930) மழைவிழுச்சி

ஆண்டு	மழைவிழுச்சி	ஆண்டு	மழைவிழுச்சி
1901	—	1910	—
1902	10	1911	35
1903	15	1912	26
1904	26	1913	37
1905	34	1914	35
1906	42	1915	46
1907	37	1916	47
1908	48	1917	36
1909	39	1918	45
1910	45	1919	37
1911	47	1920	42
1912	57	1921	39
1913	55	1922	41
1914	56	1923	36
1915	47	1924	35
1916	46	1925	34
		1926	—
		1927	—
		1928	—
		1929	—
		1930	—

மேற்கொள் நூல்கள்
BIBLIOGRAPHY

1. R. Goodman, 'Teach Yourself Statistics'
English University Press - 1969.
2. Brookes and Dick, 'Introduction to Statistical Method'
Heinemann, 1969.
3. W. M. Harper, 'Statistics'
M. & E. Handbooks Third Edition 1979
4. F. C. Mills 'Statistical Methods'
புன்னியீயல் முறைகள் - I
தமிழ் வெளியீட்டுக் கழகம்,
தமிழ்நாடு - 1964;
5. ச. வைத்தீயநாதன் 'புன்னியீயல் - அறிமுகம்' -
தமிழ் வெளியீட்டுக் கழகம்,
தமிழ்நாடு - 1964.
6. ஈ. பத்மநாதன் 'புன்னியீயரவியல்' -
சைவப்பிரகாச அச்சியந்திரசாலை,
யாழ்ப்பாணம் - 1977;
7. ச. முத்துவிங்கம் 'கலனிப் புன்னியீபரவீயல்' - I
கோஞ்சவி, நல்லூர் - 1974
8. R. C. D. அலன் 'பொருளாதாரப் புன்னியீபரவீயல்'
கல்வி வெளியீட்டுத் தினைக்களம்,
இலங்கை-1967
9. க. ருண்டர்ஸ 'படவரைகளையில்
வரைப்படங்கள்'
'அன்பு வெளியீடு'
யாழ்ப்பாணம் - 1965

G. C. E. A/L புதிய பாடத்தீட்டுத்திற்குரிய
 ‘புவியியல்’ நூல்கள்

	ரூ. ரூ.
★ பொதிகச் சூழல் - நிலவுகுவங்கள்	7 - 50
★ பொதிகச் சூழல் - காலநிலையல்	9 - 50
★ படம்வரைகளை	9 - 00
★ அரிசிருத்தீப் புவியியல் - I	8 - 50
★ புதிய புவியியல் புள்ளிசீபரவியல்	6 - 50
★ படம்வரை கலையில் ஏறியங்கள்	6 - 50
★ படம்வரை கலையில் வரைப்படங்கள்	8 - 50
★ புவியியல் தேசம்படத் தொகுதி (அற்றல்)	6 - 00
★ அரிசிருத்தீப் புவியியல் - II (அச்சில்)	
★ மனிதத் துலக்கங்கள் (அச்சில்)	

V. P. P. இல் அனுப்பப்படும்.

ஸ்ரீ வங்கா புத்தகசாலை,
 234, காங்கோன் முறை வீதி,
 மாற்றுப்பள்ளம்.