மாணுக்கர் அட்சர கணிதம்

பகுதி I

(6 ஆம் வகுப்புத் தொடக்கம் 8 ஆம் வகுப்பு வரைக்குமுரியது.)

நூலாசிரியர்

வ. பொன்னையா, B.A. (Hons.); Ph.D.

(கொக்குவில், இலங்கை.)

கொழும்பு

அப்போதிக்கரிசுக் கம்பெனி, இலிமிற்றெட்டு

குமாரவீதி, கோட்டை, கொழும்பு, இலங்கை.

1957

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

இல: ஈ.பிபி/39/சீ/35

சான்றிதல்

மாணுக்கர் அச்சர கணிதம்—பகுதி I

1952ம் ஆண்டு பெப்ருவரி மாதம் 29ந் திகதி வெளிவந்துள்ள இலங்கை அரசாங்க வர்த்தமானப் பத்திரிகையில் உதவி நன்கொடை பெறும் தன்மொழிப் பாடசாலைகளுக்கும், இரு பாஷைப் பாடசாலைகளுக்கும் ஆங்கில பாடசாலைகளுக்குமான ஒழுங்குச் சட்டத்தின் 19 (A)-ம் பிரிவில் பிரசுரிக்கப்பட்டதற்கமைய இப்புத்தகம் 6ம், 7ம், 8ம் வகுப்புகளில் அட்சர கணிதம் படிப்பித்தற்கு ஒரு பாடப் புத்தகமாக 1969ம் ஆண்டு டிசெம்பர் மாதம் 31ந் திகதிவரை உபயோகித்தற்கு வித்தியாதிபதி அவர்களால் அங்கீகரிக்கப்பட்டுள்ளது.

ஜீவானந்த நாணயக்கார,
செயலாளர்
பாடநூற் பிரசுர ஆலோசனைச் சபை.

பாடநூற் பிரசுர ஆலோசனைச் சபை,
மலாய் வீதி, கொழும்பு, 2.

1-6-1964.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

மாணாக்கர் அட்சர கணிதம்

பகுதி I

(6 ஆம் வகுப்புத் தொடக்கம் 8 ஆம் வகுப்பு வரைக்குமுரியது.)

●

நூலாசிரியர்

வ. பொன்னையா, B. A. (Hons.); Ph. D.

(கொக்குவில், இலங்கை.)

●

[பதிப்புரிமை அப்போதிக்கரிசுக் கம்பனிக்கே உரியது.]

பிரசுரிப்பவர்

கொழும்பு அப்போதிக்கரிசுக் கம்பெனி, இலிமிற்றெட்டு

குமாரவீதி கோட்டை, கொழும்பு, இலங்கை.

1957

விலை ரூ. 10.50

3951—A

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

முதற் பதிப்பு 1957

கல்லூரிகளில் வழங்குதற்கு இலங்கையரசுக் கல்வி
அதிகாரியின் அங்கீகாரம் பெற்றது.

கொழும்பு அப்போதிக்கரிசுக் கம்பெனி, இலிமிற்றெட்டு
அச்சியந்திரசாலையிற் பதிப்பிக்கப்பட்டது.

உள்ளுறை

பகுதி I

அத்தியாயம்		பக்கம்
1.	பொதுமைப் பாடுடைய எண்கணிதம் ..	1
2.	அடைப்புக் குறிகள்	17
3.	சூத்திரங்கள்	30
	பரீட்சைப் பத்திரங்கள் 1	38
4.	இலகுவான உத்திக்கணக்குக்களுஞ் சமன்பாடுகளும்	43
5.	வரைப்படத்தின் நெடுங்கணக்கு	55
	பரீட்சைப் பத்திரங்கள் 2	70
6.	திசையெண்கள்	77
7.	ஒத்த உறுப்புக்களும் ஒவ்வாத உறுப்புக்களும்	89
8.	கோவைகள்	104
	பரீட்சைப் பத்திரங்கள் 3	120
9.	ஒருபடிச் சமன்பாடுகள்	124
10.	ஒருபடிச்சமன்பாட்டு உத்திக்கணக்குக்கள்	130
11.	அடுக்குக் கணிப்பும் மூலக்கணிப்பும் ..	139
	பரீட்சைப் பத்திரங்கள் 4	155
12.	காரணிகளாய்ப் பிரித்தல், அல்லது சினைகளாய்ப் பிரித்தல்	159
13.	ஒருங்கமை சமன்பாடுகளும் அச்சமன்பாட்டு உத்திக்கணக்குக்களும்	182
14.	நேர்கோட்டு வரைப்படம்	199
	பரீட்சைப் பத்திரங்கள் 5	216

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

முகவுரை

தமிழ் மொழி மூலம் அட்சரகணிதங் கற்கும் மாணாக்கருக்குப் பயன்படத்தக்க நூல்கள் பல எம்மொழியில் இல்லையே. என்ற எண்ணங் காரணமாக இந்நூல் எழுதப்பட்டது; இந்நூலாசிரியரால் எழுதப்பட்ட 'மாணாக்கர் கேத்திரகணிதம்' என்னும் நூலொடு வழங்கத் தக்கது; கணிதங் கற்பிக்கும் முறையில் இந்நூலாசிரியரின் 35 ஆண்டு அனுபவத்தையுங் கொண்டது; ஆறும் வகுப்புத் தொடக்கங் கல்விப் பொதுத்தகுதிப் பத்திர வகுப்பு வரைக்கும் பயன்படும் இரண்டு பகுதிகளால் ஆயது; இங்கிலாந்துக் கணிதக்குழுவினரால் ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட முறையையே தழுவியுள்ளது; அட்சர கணிதத்தை முதன்முதற் கற்போர்க்கு மலைவு வராமைப் பொருட்டும் அதன் மாட்டுக் கவர்ச்சி உண்டாக்குதற் பொருட்டும் அதனைப் பொதுமைப் பாடுடைய எண்கணிதம் எனக் கொண்டு செல்கின்றது; இந்நூலிற் காணப்படும் அத்தியாயங்கள் எல்லாம் படிமுறையில் எழுதப்பட்டன; ஒவ்வோர் அத்தியாயத்திலுமுள்ள கணக்குகளும் அம்முறை கொண்டே இயற்றப் பட்டன. அத்தியாயப் பொருள்களிலே மாணாக்கர் தேர்ச்சி அடைதற் பொருட்டு மூன்று, அல்லது நாலு அத்தியாயங்களுக்கு ஒருமுறையாகப் பரீட்சைப் பத்திரங்கள் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன.

இலங்கையரசுத் தன்மொழியலுவலகத்தாரால் வெளிப்படுத்தப் பட்ட கலைச்சொற்களே இந்நூலில் எடுத்தாளப்பட்டன.

இந்நூலைச் சிறந்த முறையில் வெளிப்படுத்தி உதவிய கொழும்பு அப்போதிக்கரிசுக் கம்பனியாரின் பணிபோற்றத்தக்கது.

இந்நூலில் யாதேனுந் திருத்தஞ் செய்யப்பட வேண்டும் என இதனை வழங்கும் ஆசிரியர் எவரேனுங் கண்டால், அதனை நூலாசிரியர்க்கு அறிவித்தல் பெருந்தொண்டாகும்; தக்க திருத்தமாயின், அடுத்த பதிப்பில் அது சேர்த்துக் கொள்ளப்படும்.

தாய்மொழிக்கல்வியைப் பொருளாகக் கொள்ளும் ஆசிரியருக்கும் மாணாக்கருக்கும் இந்நூல் விருந்தளிக்கும் என்பது நூலாசிரியர் துணிபு.

வ. பொன்னையா
(கொக்குவில்)

கார்த்திகை, 1957.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

அணிந்துரை

இந்நூலின் ஆசிரியரை இலங்கைத் தமிழ் உலகிற்கு அறிமுகப்படுத்த வேண்டிய அவசியமேயில்லை. இவ்வாசிரியர் யாழ்ப்பாணத்திலுள்ள சில தலையாய கல்லூரிகளில் ஆசிரியராயும், பின்பு கொழும்பு ஆசிரியர் பயிற்சிக் கல்லூரியில் விரிவுரையாளராயுங் கடமை ஆற்றியுள்ளார். விஞ்ஞானப் பாடங்கள் கணக்குப் பாடங்களில் ஆசிரியராய் நெடுங்காலங் கடமையாற்றிய பயிற்சியுந் தமிழ் மொழியைச் செம்மைகுன்றாது ஆளும் ஆற்றலுந் தமிழ்ப் பாடங்களிற் பயில்வதற்கான ஒரு கணிதநூலை இயற்றுஞ் செவ்வியை அவர்க்கு அளித்துள்ளன. தன்மொழி அலுவலகம் நியமித்த கலைச்சொற்றொகுதிக் குழுவினருள் ஒருவனாய் யான் இவருடன் கடமையாற்றும் வாய்ப்பை அண்மையிற் பெற்றிருந்தேன். உயர் விஞ்ஞான அறிவுடன் தமிழ்ப்புலமையும் ஒருங்கு பெற்ற இவரை யான் பலமுறையுங் கண்டு வியந்ததுண்டு. தன்மொழியலுவலகம் வெளியிட்ட கலைச்சொற்றொகுதிகள் கலாநிதி வ. பொன்னையா அவர்கள் தமிழரிடை விஞ்ஞானக்கலையறிவினை வளர்ப்பதற்கு ஆற்றிய சேவையின் நினைவுச்சின்னங்களாகும் என்பதில் ஐயமில்லை.

இந்நூலை வாசித்து யான் சுவைத்துள்ளேன். இது தூய எளிய தமிழில் எழுதப்பட்டுள்ளது. இது 'மாணாக்கர் அட்சர கணிதம்' என்னும் பொருத்தமான தலைப்புடைத்து; இது ஆசிரியர் துணையின்றி மாணாக்கர்களால் எளிதில் விளங்கிக் கொள்ளத்தக்க இயல்புடைத்து என்பதே அதற்குக் காரணமாகும். இதனைக் கையாண்ட முறை தருக்க முறையில் அமைந்துள்ளது. இதன் கண்ணேயுள்ள எடுத்துக்காட்டுக்கள் யாவும் அறிவு கொளுத்துந் தகையன.

கணிதக்குறியீடுகட்டுப் பிறமொழி எழுத்துக்களைப் பயன் படுத்தல் வேண்டுமென்று பலர் வாதாடுவதை நாம் கேட்டதுண்டு. ஆசிரியருக்கு இக்கொள்கையிற் பற்றுக் கிடையாது; தமிழ் எழுத்துக்கள் அத்தொண்டினை ஒத்த நன்முறையில் ஆரம்பபருவத்திலாதல் ஆற்றக் கூடியன என்பதை ஆசிரியர் நிறுவியுள்ளார்.

தமிழன்பர் யாவரும் இந்நூலை முழுமனதுடன் வரவேற்பர் என்பதில் எனக்கு ஐயமில்லை. ஆசிரியர் இந்நூலில் ஒரு நியமத்தை ஆக்கியுள்ளார்; கணித நூலாசிரியர் இதனைப் பின்பற்றல் நலமாகும்.

சி. நடராசர்

(கணித உபபேராசிரியர்,
இலங்கைப் பல்கலைக்கழகம்)

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

மாணுக்கரட்சரகணிதம்

பகுதி I

அத்தியாயம் 1

பொதுமைப்பாடுடைய எண்கணிதம்

1. அட்சரகணிதம் எண்கணிதம்போல எண்களைப் பற்றிக்கூறும். எண்கணிதத்தில் எண்களை 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 என்னும் இலக்கங்களாற் குறிக்கின்ருேம். அட்சரகணிதத்தில் இவ்விலக்கங்களாற் குறிக்கப்படும் எண்களேயன்றிக் க, ப, ம, . . . என்னும் எழுத்துக்களாற் குறிக்கப்படும் எண்களும் வழங்கப்படும். எண்கணிதத்திலுள்ள அடிப்படையான செய்கை நான்கும் அட்சரகணிதத்திலும் உண்டு. அவை அங்குள்ளவாறு இங்குங் கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் என்னு நான்குதிறத்தனவாய் முறையே +, −, ×, ÷ என்னுங் குறிகளாற் காட்டப்படும். + என்பது சக என்றும், − என்பது சய என்றும், × என்பது தர என்றும், ÷ என்பது அரண என்றுஞ் சொல்பற்றி உரைக்கப்படும். எண்கணிதத்திற் போல, அட்சரகணிதத்திலும் ∴ என்னுங் குறி 'ஆகவே' என்றும், = என்னுங் குறி ' என்பதற்குச் சமன் ' என்றுங் கூறப்படும். ஒரு சமன்குறியாலே தொடுபட்டவை ஒரு சமன்பாட்டைத்தரும். $2 \times 4 = 8$ என்பது ஒரு சமன்பாடு. இதனைச் சொல்பற்றி உரைப்பின், இரண்டு தர நாலு என்பதற்குச்சமன் எட்டு என்று கூறல்வேண்டும். அன்றி, இரண்டு தர நாலுக்குச் சமன் எட்டு என்று கூறினும் அமையும். இக்குறிகளேயன்றி வேறுசில குறிகளும் அட்சரகணிதத்தில் உள. அவை வேண்டிய இடங்களிற் கூறப்படும்.

2. இலக்கங்களானவை தனித்தனி குறிப்பிட்ட பெறுமானம் உடையன. ஆதலால், இலக்கங்களாற் குறிக்கப்படும் எண்களுங் குறிப்பிட்ட பெறுமானம் உடையன. அவ்வாறன்றி, எழுத்துக்களாற் குறிக்கப்படும் எண்களானவை

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

தமக்கெனக் குறிப்பிட்ட பெறுமானங்களை உடையனவல்ல. அவற்றினுடைய பெறுமானங்கள் இடத்துக்குத்தக்கபடி வரையப்படும். எனினும், அவ்வெண்கள் இலக்கங்களாற் குறிக்கப்படும் எண்கள்போலக் கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் என்னுஞ் செய்கைகள் செய்தற்குரியன. த வொடு ப வைக் கூட்டல் த+ப என்பதனாலும் த விலிருந்து ப வைக் கழித்தல் த—ப என்பதனாலுங் காட்டப்படும். த வும் ப வும் ஒன்றை ஒன்று பெருக்கி நிற்றல் த×ப என்றாயினும் தப என்றாயினுங் காட்டப்படும். பெருக்கிப் பெற்ற பெருக்கம் தப என்பதனாற் குறிக்கப்படும். த வைப் ப வினால் வகுத்தல் த÷ப என்பதனாற் காட்டப்படும். வகுத்துப்பெற்ற ஈவு $\frac{த}{ப}$ என்பதனாலும் த/ப என்பதனாலும் உணர்த்தப்படும். இங்கு, த+ப, த—ப, தப, $\frac{த}{ப}$ என்பன குறியீட்டுக் கோவைகள் எனக்கூறப்படும்.

3. குறியீட்டுக் கோவைகள் உறுப்புக்களால் ஆவன. ஓரெண்ணானது தனித்து நின்றாலும், இரண்டு முதலாய எண்கள் ஒன்றை ஒன்று பெருக்கி நின்றாலும் வகுத்து நின்றாலும் அவை ஒவ்வொன்றும் உறுப்பெனப் பெயர் பெறும். 5, த, 6ப, 3தப, $\frac{த}{2ப}$, $\frac{3தவ}{5பம}$ என்பன உறுப்புக்களுக்கு உதாரணங்களாகும். தனித்துநிற்கும் ஓருறுப்பும் சக, சய என்னுங் குறிகளாலே தொடுக்கப்பட்டு நிற்கும் இரண்டுமுதலாய உறுப்புக்களும் குறியீட்டுக்கோவை எனப் பெயர்பெறும். அக்கோவைகள் ஓருறுப்புக்கோவை, ஈருறுப்புக்கோவை, பல்லுறுப்புக்கோவை என்னும் வகையின: அவற்றுக்கு உதாரணங்கள் பின்வருமாறு :—

ஓருறுப்புக்கோவை 4, த, 5 கப, $\frac{2த}{3பம}$.

ஈருறுப்புக்கோவை த+2, த—2பம, த+ $\frac{மவ}{3ப}$

பல்லுறுப்புக்கோவை த+ப—2ம—3வ,

$$த-\frac{த}{ப}+\frac{2த}{3ம}-வ+3.$$

ஓருறுப்புக்கோவையில் ஓருறுப்பும், ஈருறுப்புக்கோவையில் ஈருறுப்புக்களும், பல்லுறுப்புக்கோவையில் இரண்டின்மேற் பட்ட உறுப்புக்களும் இருத்தல் காணலாம். ஈருறுப்புக் கோவை முதலாயின அடைப்புக் குறிகளால் அடைக்கப்படின் உறுப்பெனப் பெயர் பெறும். (த+ப) என்பது த வொடு ப வைக் கூட்ட வந்த தொகையைக் குறிக்குமாதலால் அதனை ஓருறுப்பு என்று கூறல் பொருந்துதல் காண்க.

4. எண்கணிதமானது குறிப்பிட்ட பெறுமானங்கள் கொண்ட இலக்கங்களாலாய எண்கள் பற்றிச் செய்கைகள் செய்து நிற்கும். அட்சரகணிதமானது இவ்வெண்களொடு எழுத்துக்களாலாய குறிப்பிடாப் பெறுமானங்கள் கொண்ட எண்கள் பற்றிய செய்கைகளைப் பொருந்தி நிற்கும். ஆதலால், அட்சரகணிதம் எண்கணிதத்திலும் பொதுமைப்பாடுடையது எனலாம். இதனைப் பின்வரும் உதாரணங்களால் விளக்குவோம் :—

(1) ஒரு தொகை பொருளை ஒன்று ரூபா மூன்று வீதங் கொள்ளச் செலவு அவ்வீதத்தை அத்தொகையாற் பெருக்கிப்பெற்ற பெருக்கமாகும்.

இதன் உண்மையை எண்கணித முறைபற்றிக் காட்ட முயலுவோம் :

பொருளுடைய	தொகை	1	ஆயின்	செலவு	ரூபா	3	ஆகும்.
,,	,,	2	,,	,,	,,	6	,,
,,	,,	3	,,	,,	,,	9	,,

....

....

இவ்வாறு ஒவ்வொரு தொகை விகற்பத்திற்கும் ஒவ்வொரு செலவு விகற்பங் காணலாம். தொகை விகற்பங்களோ அளவிறந்தன. எனவே, செலவு விகற்பங்களும் அளவிறந்தனவாகும். ஆகையால், எண்கணிதமுறை அவ்வுண்மையை முற்றாகக் காட்டவியலாது நிற்றல் புலனாகும்.

அவ்வுண்மையை அட்சரகணித முறைபற்றி உணர்த்த விரும்பின் ‘ பொருளுடைய தொகை க ஆயின் செலவு

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

ரூபா 3க ஆகும் ' என்று காட்டலாம். இங்கு க என்பது குறிப்பிடாப் பெறுமானங்கொண்ட எண்ணுதலின், அதற்கு 1, 2, 3, . . . என்னும் பெறுமானங்களை விகற்பித்துக் கொடுக்க, 3க என்பது முறையே 3, 6, 9, . . என்பனவற்றைப் பெறுமானமாகக் கொண்டு நிற்றல் காணலாம். இதனாலே எண்கணிதமுறையாலே முடிவுறக்காட்ட வியலாத உண்மைகளை அட்சரகணித முறையாற் சுருக்கமாக உணர்த்தலாம் என்பது பெற்றோம்.

(2) ஒரு தொகை பொருளை ஒரு வீதங்கொள்ளச் செலவு அவ்வீதத்தை அத்தொகையாற் பெருக்கிப் பெற்ற பெருக்கமாகும்.

இதன் உண்மையை எண்கணித முறைப்படி காட்டப் புகுவோம்.

வீதம் ஒருபொருள் ரூபா 1 ஆயின் 1, 2, 3. . . என்னுந் தொகையுள்ள பொருள் கொள்ளச் செலவு முறையே ரூபா 1, 2, 3. . . என்பனவாகும்.

வீதம் ஒருபொருள் ரூபா 2 ஆயின் 1, 2, 3. . . என்னுந் தொகையுள்ள பொருள் கொள்ளச் செலவு முறையே ரூபா 2, 4, 6. . . என்பனவாகும்.

வீதம் ஒரு பொருள் ரூபா 3 ஆயின் 1, 2, 3. . . என்னுந் தொகையுள்ள பொருள் கொள்ளச் செலவு முறையே ரூபா 3, 6, 9 . . . என்பனவாகும்.

....

....

இவ்வாறு ஒவ்வொரு வீதம் பற்றியும் அளவில்லாத தொகை விகற்பங்களுக்குரிய செலவு விகற்பங்களை அளவில்லாதமுடிவுறாத் தொடர்களாலேயே காட்டல் வேண்டும். ஆகையால், எண்கணித முறை மேற்கூறிய உண்மையை முடிவுறக் காட்டவியலாது நிற்றல் புலனாகும்.

அவ்வுண்மையை அட்சரகணித முறைப்படி காட்ட விரும்பின், ' க பொருள்களை ஒன்று ரூபா ப வீதங் கொள்ளச் செலவு ரூபா கப ஆகும் ' என்று கூறிமுடிக்கலாம். இங்கு

கப என்பது க வின் பெறுமானம் பற்றியும் ப வின் பெறுமானம் பற்றியும் அளவிறந்த முடிவுறாத் தொடர்களிலுள்ள எண்களை உள்ளடக்கிப் பொதுமைப் பாட்டிற் சிறந்து நிற்றல் காணலாம்.

(3) ஒரெண்ணை ஒரெண்ணாற் பெருக்கினால் அதுபின்னெண்ணை முன்னெண்ணாற் பெருக்கியதற்குச் சமன்.

மேற்கூறிய உண்மையை எண்கணித முறைப்படி காட்டப்புகின் பின்வருமாறு எழுதலாம் :—

$1 \times 1 = 1 \times 1$	$2 \times 1 = 1 \times 2$	$3 \times 1 = 1 \times 3$
$1 \times 2 = 2 \times 1$	$2 \times 2 = 2 \times 2$	$3 \times 2 = 2 \times 3$
$1 \times 3 = 3 \times 1$	$2 \times 3 = 3 \times 2$	$3 \times 3 = 3 \times 3$

....

....

இதனை ஆராய்வோம் : வரிசைகளோ அளவிறந்தன. ஒவ்வொரு வரிசையிலும் உள்ள சமன்பாட்டுத் தொடர்களும் அளவிறந்தன. ஆகவே, அவ்வுண்மையை எண்கணித முறை முற்றாகக் காட்ட வியலாமனிற்றல் புலனாகும். அதனை அட்சரகணித முறைப்படி காட்டக் கருதினால், க × ப = ப × க என்னுஞ் சமன்பாடு ஒன்றாலேயே காட்டலாம். இங்கு இச்சமன்பாடு க வின் பெறுமானம் பற்றியும் ப வின் பெறுமானம் பற்றியும் பொதுமைப்பாட்டுடனிற்றல் காண்க.

மேற்காட்டிய மூன்று உதாரணங்களாலும் பிறவாற்றாலும் அட்சரகணிதத்தைப் பொதுமைப் பாடுடைய எண் கணிதம் என்று கூறல் பொருந்துமெனலாம்.

5. எண்கணிதத்தில் 5ஐ 8 உடன் கூட்டுதற்கு 8ஐ 5 ஒடு கூட்டுதல் சமன். அதுபோல, அட்சர கணிதத்தில், த வைப் ப வுடன் கூட்டுதற்குப் ப வைத் த வொடு கூட்டுதல் சமன். இவ்வுண்மையைப் ப + த = த + ப என்னுஞ் சமன்பாடு காட்டும். எண்கணிதத்தில், $5 \times 7 \times 10 = 5 \times 10 \times 7 = 7 \times 5 \times 10 = 7 \times 10 \times 5 = 10 \times 5 \times 7 = 10 \times 7 \times 5$. அதுபோல, அட்சர கணிதத்தில், த.ப.ம = த.ம.ப = ப.ம.த = ப.த.ம. = ம.த.ப = ம.ப.த. ஆகவே, 5.த.ப என்பதனை

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

5.ப.த என்றுந் த.ப.5 என்றுந் த.5.ப என்றும் ப.5.த என்றும் ப.த.5 என்றும் எழுதலாம். ஆயினும் பெருக்கங்களை எழுதும்போது இலக்கங்களாலாயவற்றை முன்னும் ஏனையவற்றைப் பின்னும் எழுதுதலே வழக்கு. எனவே, அப்பெருக்கத்தை 5தப என்றுதல் 5பத என்றுதல் எழுதல்வேண்டும். இவற்றுள்ளு நெடுங்கணக்கு முறை தப்பாத 5தப என்பதே சிறந்தது. பெருக்கிநின்ற எண் 1ஆயின் அதனை எழுதாது விடுதல் வழக்கு. ஆகவே, 1ப என்பதனைப் ப என எழுதல்வேண்டும்.

6. எண்கணிதத்திற் செய்கைக் குறிகள் பெரும்பான்மையாகத் தொக்கு நிற்கும். இதனை விளக்குவோம்: ஐம்பத்தாறு என்பதனை இலக்கங்களால் 56 என எழுதுகின்றோம். இங்கு 5, 6 என்பன இடப்பெறுமானங்கள் பெற்று நிற்கின்றன. எனவே, 56 என்பது 5 பத்தையும் 6 ஒன்றையுங்கூட்டிப் பெற்ற தொகையைக் குறிக்கின்றது. இதனை அட்சர கணித முறைப்படி எழுதவிரும்பின் $5 \times 10 + 6 \times 1$ என்று எழுதலாம். இங்கு 5, 6 என்பன நின்ற இடங்களிற் பொதுமைப்பாடுடைய க வையு ந வையு நிறுத்தினால், க×10+ந×1 என்பதனைப்பெறுவோம். இதனை 10க+ந என எழுதுதல் வழக்கு. க வுக்கு ந வுக்கும் 0 தொடக்கம் 9 வரையுமுள்ள வேறுவேறு எண்களைப் பெறுமானங்களாகக் கொடுத்து 10க+ப என்பதை 0 தொடக்கம் 99 வரையிலுள்ள எவ்வெண்ணையுங் குறிக்கும்படி செய்யலாம். அவ்வாறே க, ந, ய என்பனவற்றுக்கு 0 தொடக்கம் 9 வரையிலுமுள்ள எண்களுள் ஏற்றனவற்றைப் பெறுமானங்களாகக் கொடுத்தால், 100க+10ந+ய என்பதை 0 தொடக்கம் 999 வரையிலுமுள்ள எவ்வெண்ணையுங் குறிக்கும்படி செய்யலாம்.

7. மேற்கூறியவற்றைப் பின்வரும் உதாரணங்களால் விளக்குவோம் :—

உ–ம்.

(1) ஒரெண்ணொடு ஒரெண்ணைக் கூட்டினால், அது பின்னெண்ணொடு முன்னெண்ணைக் கூட்டியதற்குச் சமன். இதன் உண்மையை அட்சரகணித முறைப்படி காட்டுக.

எண்கணிதத்தில், $5+6=6+5$.

இங்கு 5-ம் 6-ம் நின்ற இடங்களிற் பெறுமானங்கள் பற்றிப் பொதுமைப்பாடுடைய க வையு ந வையு நிறுத்தினால், க+ந=ந+க என்னுஞ் சமன்பாட்டைப் பெறுவோம்.

∴ க+ந=ந+க என்னுஞ் சமன்பாடு அவ்வுண்மையை உணர்த்துகின்றதெனலாம்.

(2) $4+4=2\times4$; $6+6=2\times6$; $3\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}=2\times3\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=2\times\frac{1}{4}$.

இவற்றினுடைய உண்மைகளை அகப்படுத்தி நிற்கும் பொதுவுரை தருக. பொதுவுரை :—ஓரெண்ணானது முழுவெண், பின்னவெண், கலப்பெண் என்னும் இவற்றுள் எவ்வகையினதாய் இருப்பினும், அதனை அதனொடு கூட்டியதற்கு அதனை இரண்டாற் பெருக்கியது சமன்.

(3) ஒன்று ரூபா 4 வீதம் பின்வருவனவற்றுக்கு விலை காண்க :—

5 கதிரைகள், 12 கதிரைகள், க கதிரைகள்.

கதிரை 1 கொள்ளச் செலவு ரூபா 4;

∴ கதிரை 5 கொள்ளச் செலவு ரூபா 4×5=ரூபா 20.

(இது வீதத்தைத் தொகையாற் பெருக்கிக்கண்டது).

∴ கதிரை 12 கொள்ளச் செலவு ரூபா 4×12=ரூபா 48.

(இதுவும் வீதத்தைத் தொகையாற் பெருக்கிக்கண்டது).

∴ கதிரை க கொள்ளச் செலவு ரூபா 4×க=ரூபா 4க.

(இதுவும் வீதத்தைத் தொகையாற் பெருக்கிக்கண்டது).

(4) ஒன்று க இறாத்தல் வீதம் பின்வருவனவற்றுக்கு நிறை காண்க :—

2 பெட்டிகள், ப பெட்டிகள்.

ஒரு பெட்டியினது நிறை க இறாத்தல்;

∴ 2 பெட்டிகளுடைய நிறை க×2 இறா.=2க இறா.

(இது வீதத்தைத் தொகையாற் பெருக்கிக்கண்டது).

∴ ப பெட்டிகளுடைய நிறை க×ப இறா.=கப இறா.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(இதுவும் வீதத்தைத் தொகையாற் பெருக்கிக்கண்டது).

(5) பின்வருவன 6 இலும் எத்தனையாற் கூடியன? —8, க.

8 என்பது 6 இலும் 8−6 அல்லது 2 ஆற்கூடியது.

(இது தந்த எண்ணிலிருந்து 6ஐக் கழித்துக்கண்டது).

க என்பது 6 இலும் க−6 ஆற்கூடியது.

(இதுவுந் தந்த எண்ணிலிருந்து 6ஐக் கழித்துக்கண்டது).

(6) பின்வருவன 8 இலும் எத்தனையாற் குறைந்தன? —4, ப.

4 என்பது 8 இலும் 8−4 அல்லது 4 ஆற் குறைந்தது.

(இது 8 இலிருந்து தந்த எண்ணைக் கழித்துக்கண்டது).

ப என்பது 8 இலும் 8−ப ஆற் குறைந்தது.

(இதுவும் 8 இலிருந்து தந்த எண்ணைக் கழித்துக் கண்டது).

(7) பின்வருவன க விலும் எத்தனையாற் கூடியன?—9, ப.

9 என்பது 5 இலும் 9—5 ஆற் கூடியது.

அதுபோல, 9 என்பது க விலும் 9—க ஆற்கூடியது;
ப என்பது க விலும் ப—க ஆற்கூடியது.

(8) க நாற்காலிகளை ஒன்று ரூபா ப வீதம் விலைக்குக் கொண்டு ஒன்று ரூபா ம வீதம் விற்ருல் எனது நயம் என்ன? இங்கு க, ப, ம என்னும் இவற்றினுடைய பெறுமான முறையே 10, 4, 6 ஆனுல், எனது நயம் எத்தனை ரூபா வாகும்?

ஒரு நாற்காலியின் கொள்விலை ரூபா ப;

∴ க நாற்காலிகளுடைய கொள்விலை ரூபா ப×க =ரூபா கப;

ஒரு நாற்காலியை விற்ற விலை ரூபா ம;

∴ க நாற்காலிகளை விற்ற விலை ரூபா ம×க= ரூபா கம.

∴ எனது நயம் ரூபா கம—கப ஆகும். (விற்றவிலை —கொள்விலை= நயம்).

க=10, ப=4, ம=6 ஆயின்,

கம—கப=10×6—10×4
=60—40
=20.

∴ எனது நயம் ரூபா 20 ஆகும்.

(9) ஒரு பெண்ணினது தற்போதைய வயது ப ஆண்டு. 6 ஆண்டுகள் சென்ருல் அவள் என்ன வயதினள் ஆவாள்?

ஒரு பெண்ணினது தற்போதைய வயது 15 ஆண்டு எனின், 6 ஆண்டுகள் சென்ருல் அவள் வயது 15+6 ஆண்டு ஆகும்.

∴ அதுபோல, ஒரு பெண்ணினது தற்போதைய வயது ப ஆண்டு எனின், 6 ஆண்டுகள் சென்ருல் அவள்வயது ப+6 ஆண்டு ஆகும்.

(10) 3 அடுத்துவரும் எண்களுள் க என்பது மிகக் குறைந்த எண்ணுயின், மற்றைய இரண்டையுங் காண்க. க=140 ஆயின், அவ்விரண்டு எண்களும் யாவை?

5 இலுங் கூடிய அடுத்துவரும் எண்கள் 5+1-ம் 5+2-ம் ஆகும்.

அதுபோல, க விலுங்கூடிய அடுத்துவரும் எண்கள் க+1-ம் க+2-ம் ஆகும்.

க=140 ஆயின், க+1=140+1=141; க+2=140+2 =142.

∴ அவ்விரண்டெண்களும் 141-ம் 142-ம் ஆகும்.

(11) ஓரெண்ணின் பத்தினிடத்து இலக்கம் க வாயும் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் ந வாயும் இருப்பின் அவ் வெண் யாது?

க=8, ந=5 ஆயின், அவ்வெண்ணின் பெறுமானம் என்ன?

ஓரெண்ணின் பத்தினிடத்து இலக்கம் 5 ஆயும் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 4 ஆயும் இருப்பின், அவ்வெண் 5×10+4×1 ஆகும்.

அதுபோல, ஓரெண்ணின் பத்தினிடத்து இலக்கம் க வாயும் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் ந வாயும் இருப்பின்,

அவ்வெண் =க×10+ந×1
=10க+ந.

க=8, ந=5 ஆயின், 10க+ந=10×8+5
=85.

∴ அவ்வெண் 85 ஆகும்

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(12) க பொருள்களின் விலை கந ரூபா வாயின் ம பொருள்களின் விலை என்ன ?

க பொருள்களின் விலை கந ரூபா.

∴ ஒரு பொருளின் விலை $\frac{கந}{க}$ ரூபா = ந ரூபா.

∴ ம பொருள்களின் விலை ந × ம ரூபா = மந ரூபா.

இதனைப் பின்வருமாறுஞ்செய்யலாம் :—

க பொருள்களின் விலை கந ரூபா.

∴ ம பொருள்களின் விலை மந ரூபா. (இது க = ம எனப் பிரதியிட்டுக் கண்டது).

பயிற்சி 1 (அ)

1. பின்வரும் உண்மைகளை அகப்படுத்திநிற்கும் அட்சர கணிதச் சமன்பாடுகளைத் தருக :—

(அ) $2+2+2=2\times 3$; $5+5+5=5\times 3$;
$6+6+6=6\times 3$ . . .

(ஆ) $\frac{1}{2}\times 2=1$; $\frac{1}{3}\times 3=1$; $\frac{1}{4}\times 4=1$ . .

(இ) $3\times 1=3$; $4\times 1=4$; $5\times 1=5$ . . .

(ஈ) $\frac{2\times 3}{3\times 3}=\frac{2}{3}$; $\frac{2\times 4}{3\times 4}=\frac{2}{3}$; $\frac{2\times 5}{3\times 5}=\frac{2}{3}$ . . .

2. பின்வருவனவற்றை உள்ளடக்கி நிற்கும் பொதுவுரைகள் யாவை ?

(அ) $2\times 0=0$; $3\times 0=0$; $\frac{1}{2}\times 0=0$; $1\frac{1}{2}\times 0=0$ . . .

(ஆ) $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}}=\frac{3}{5}$; $\frac{\frac{3}{7}}{\frac{5}{7}}=\frac{3}{5}$; $\frac{\frac{3}{11}}{\frac{5}{11}}=\frac{3}{5}$ . . .

(இ) $\frac{3}{4}\times 4=3$; $\frac{6}{11}\times 11=6$; $\frac{7}{13}\times 13=7$ . . .

3. பின்வரும் பொதுவுரைகளுடைய உண்மைகளை அட்சர கணிதச் சமன்பாடுகளாற் காட்டுக.

(அ) சமன்களுடன் சமன்களைக் கூட்டினால், அக் கூட்டுத் தொகைகளானவை தம்முட் சமன்களாகும்.

(ஆ) சமன்களிலிருந்து சமன்களைக் கழித்தால், அம் மிச்சங்களானவை தம்முட் சமன்களாகும்.

(இ) சமன்களைச் சமன்களாற் பெருக்கினால், அப் பெருக்கங்களானவை தம்முட் சமன்களாகும்.

(ஈ) சமன்களைச் சமன்களால் வகுத்தால், வகுத்துப் பெற்ற ஈவுகளானவை தம்முட் சமன்களாகும்.

4. எத்தனையால் (1) 6 ஆனது 4 இலுங்கூடியது ? (2) 3த ஆனது 5ப இலுங் கூடியது ?

5. எத்தனையால் (1) 5 ஆனது 9 இலுங் குறைந்தது ? (2) 2ப ஆனது 3ம இலுங் குறைந்தது ?

6. எத்தனையால் 2க ஆனது (1) 3ப இலுங் கூடியது ? (2) 4ம இலுங் குறைந்தது ?

7. எதனை (1) 3 ஆற் பெருக்கினாற் பெருக்கம் 7 ஆகும் ? (2) த வாற் பெருக்கினாற் பெருக்கம் ப ஆகும் ?

8. ஒரெண்ணினுடைய இருகாரணிகளுள் ஒன்று த வு மற்றையது ப வும் ஆயின் அவ்வெண்யாது ? த = 2, ப = 3 ஆயின், அவ்வெண்ணின் பெறுமானம் என்ன ?

9. 3த வில் ப எத்தனை முறை அடங்கும் ?

10. ஒரு மாணாக்கனது தற்போதைய வயது ம ஆண்டு ஆயின் (1) த ஆண்டுகட்குமுன் அவனுடைய வயது என்ன ? (2) ம ஆண்டுகள் சென்றால் அவன் என்ன வயதினன் ஆவான் ?

11. எனது தந்தையார் எனது தாயாரிலும் 3த ஆண்டுகளால் வயது கூடியவர். எனது தந்தையாருடைய வயது 2ப எனின், எனது தாயாருடைய வயது என்ன ?

12. அடுத்துவரு மூன்று இயற்கை யெண்களுண் மிகக் கூடியது ப ஆயின், மற்றைய இரண்டையுங் காண்க.

13. 5 அடுத்துவரும் இயற்கையெண்களுட் க நடு வெண்ணாயின், ஏனையவற்றைக் காண்க. க = 24 ஆயின், அவ்வெண்களுடைய பெறுமானங்களைக் காண்க.

14. அடுத்துவரு நாலு இயற்கை யெண்களுட் ப என்பது மிகக்குறைந்ததற்கு அடுத்த வெண்ணாயின் ஏனையவற்றைக் காண்க. ப = 50 ஆயின் ஏனையவை யாவை ?

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

15. மேசை ஒன்று ரூபா 4த வீதம் ப மேசைகள் கொள்ள எத்தனை ரூபா வேண்டும் ?

16. நாற்காலி ஒன்று ரூபா 3த வீதம் ரூபா 4ப வுக்கு எத்தனை நாற்காலிகளைக் கொள்ளலாம் ?

17. ஒருவனுடைய பணப் பையில் உள்ள தொகை த பவுண், ப சிலின், ம பென்சு. இத்தொகை எத்தனை கினிக்குச் சமன் ?

18. ஒரு மனிதன் கடைக்காரன் ஒருவனிடம் ப சிலின்களைக் கொடுத்துவிட்டு இத்தொகையைப் (1) பவுணிற் கொடுக்க என்ருல், எத்தனை பவுண் கொடுப்பான் ? (2) பென்சிற் கொடுக்க என்ருல், எத்தனை பென்சு கொடுப்பான் ?

19. புகையிரதமொன்று மணிக்குத் த மைல் வீதம் ஒடுகின்றதெனின் (1) ப மணி நேரத்தில் எத்தனை மைற்றூரம் ஒடும் ? (2) ம மைற்றூரம் ஒட எத்தனை மணி நேரஞ்செல்லும் ?

20. ம மனிதர்களுடைய நிறை மப இருத்தலாயின் (1) ஒரு மனிதனது நிறை என்ன ? (2) க மனிதருடைய நிறை என்ன ?

21. ஒருவன் ப ஆடுகளை ஒன்று ரூபா ம வீதம் விலைக்குக் கொண்டு ஒன்று ரூபா த வீதம் விற்ருன் அவனது நட்டத்தைக் காண்க.

22. ஒரெண்ணினுடைய இலக்கங்கள் இடம்வலமாக முறையே த, ப, ம என்பன வாயின் அவ்வெண்யாது ? த=4, ப=6, ம=0 ஆயின், அவ்வெண்ணின் பெறுமானம் என்ன ?

23. 71 என்னும் எண் அட்சரகணித முறைப்படி 100த+10ப+ம என்னும் வடிவத்தில் எழுதப்படின், த, ப, ம என்னும் இவற்றினுடைய பெறுமானங்களைக் காண்க.

24. 4ப–9 என்பதன் பொருள் என்ன ? ப என்பது 3-க்காக நிற்பின், அக்கோவையின் பெறுமானம் என்ன ?

25. க என்பது 3 ஐக் குறித்தால் $\frac{3\text{க}+2}{5}$ என்பது எவ்வெண்ணைக் குறிக்கும் ?

26. ப என்பதை 4 ஆற் பெருக்க வரும் பெருக்கத்திலிருந்து 3 ஐக் கழிக்கவரு மிச்சத்தைக் காண்க. ப வின் பெறுமானம் 4 ஆயின், அம்மிச்சத்தின் பெறுமானம் யாதாகும் ?

27. நான் ஒருநாள் ப மைற்றூர நடந்துவிட்டு 16 மைற்றூரம் வண்டி ஒன்றிற் போனேன். நான் சென்ற மொத்தத்தூரத்தைக் காண்க. ப=5 ஆயின், விடை யாதாகும் ?

28. கடைக்காரன் ஒருவன் றன்னிடமுள்ள 3ப மாம்பழங்களில் 5-ஐத் தின்றுவிட்டு மீதியை விலைக்கு விற்ருன். அவன் விற்ற மாம்பழங்களுடைய தொகையைக் காண்க. ப=6 ஆயின், விடை யாதாகும் ?

8. குணகம் :—

எண்கணிதத்திற்போல அட்சரகணிதத்திலுஞ் சிலவெண்களைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்கலாம். 5பம என்பதனுடைய காரணிகள் 5, ப, ம என்பனவாகும். இங்கு 5பம வில் 5 ஐப் பம வின் குணகமென்றும் 5ப வை ம வின் குணகமென்றுங்கூறுவர்.

ஒரெண்ணைப் பெருக்கி நின்ற பிற வெண்களுடைய பெருக்கம் அவ்வெண்ணின் குணகம் ஆகும். ஒரெண்ணின் குணகம் இலக்கங்களால் ஆக்கப்பட்டதெனின் எண் குணகம் என்றும் எழுத்துக்களாலாயதெனின் எழுத்துக் குணகமென்றுங் கூறப்படும்.

9. அடுக்குக்குறி :—

சில பெருக்கங்களை ஒரெண்ணேபற்றிக் காரணிவடிவமாக்கலாம் :—

$4=2\times2$; $27=3\times3\times3$; $625=5\times5\times5\times5$.

இங்கு 4 ஐ 2 இன் இரண்டாம் அடுக்கென்றும், 27 ஐ 3 இன் மூன்ரும் அடுக்கென்றும், 625 ஐ 5 இனது நாலாம் அடுக்கென்றுங் கூறுதல் வழக்கு. இவைபோலக் க×க என்பதைக் க வின் இரண்டாம் அடுக்கென்றும், ந×ந×ந என்பதை ந வின் மூன்ரும் அடுக்கென்றும், ய×ய×ய×ய என்பதை ய வினது நாலாம் அடுக்கென்றுங் கூறலாம். இவற்றை முறையே க^2, ந^3, ய^4 என்று சுருங்கிய முறையால் எழுதுதல் வழக்கு. க^2 என்பதைக் க ஈரடுக்கென்றும்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

$ந^3$ என்பதை ந மூவடுக்கென்றும், $ய^4$ என்பதை ய நாலடுக்கென்றுஞ் சொல்பற்றி உரைத்தல் வழக்கு. இப்பெயர்கள் $க^2$, $ந^3$, $ய^4$ என்பனவற்றுக்குப் பொதுப்பெயர்கள் ஆகும். எண்களுடைய ஈரடுக்குக்கு மூவடுக்குக்கும் இப்பொதுப் பெயர்களேயன்றிச் சிறப்புப் பெயர்களும் உண்டு. $க^2$, $ந^3$ என்பனவற்றைச் சிறப்புப் பெயர்பற்றி முறையே க வர்க்கம், ந க்கனம் என்றுங் கூறலாம். $க^2$, $ந^3$, $ய^4$ என்பனவற்றிலுள்ள 2, 3, 4 என்னும் இவைகள் அடுக்குக்குறிகள் எனப்படும். இவற்றைக் குறிகாட்டிகள் என்றுங் கூறலாம்.

10. (i) ஓரெண்ணின் முதலாம் அடுக்கு அவ்வெண்ணேயாகும். ஆகையால், க வின் முதலாம் அடுக்கைக் $க^1$ என்று எழுதாது க என்றே எழுதலாம். அதுபற்றி 1க, $க^1$, $1க^1$ என்பன க வொடு ஒருபொருளனவாதல் காண்க.

(ii) ஒன்றின் எந்த அடுக்கும் ஒன்றேயாகும்.

$1^2 = 1 \times 1 = 1$;

$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$.

(iii) பூச்சியத்தின் எந்த அடுக்கும் பூச்சியமாகும்.

$0^2 = 0 \times 0 = 0$;

$0^3 = 0 \times 0 \times 0 = 0$.

(iv) ஓரெண்ணை அடுக்குக்குறியாகப் பெற்ற ஓருறுப்புக்கும் அவ்வெண்ணையே குணகமாகப் பெற்ற அவ்வுறுப்புக்கும் உள்ள வேற்றுமை அறியற்பாலது :

$க^3 = க \times க \times க$;

$3க = 3 \times க$;

ஆகவே, $க^3$ என்பதும் 3க என்பதும் வேறு வேறென அறிதல் வேண்டும்.

$க = 2$ ஆயின், $க^3 = 2^3$
$= 2 \times 2 \times 2$
$= 8$.

$க = 2$ ஆயின், $3க = 3 \times 2$
$= 6$.

∴ அவற்றினுடைய பெறுமான முறையே 8-ம் 6-ம் ஆகும்.

11. மேற்கூறியவற்றைப் பயன்படுத்தும் உதாரணங்கள் பின்வருமாறு :—

உ—ம்.

1. ப கதிரைகளை ஒன்று ரூபா ப வீதம் விலைக்குக் கொண்டதன்பின் என்னிடம் உள்ள தொகை ரூபா 2ப ஆயின், கதிரைகள் கொள்வதற்கு முன், நான் எத்தனை ரூபா வைத்திருந்தேன்? $ப = 5$ ஆயின், விடையாதாகும்?

(i) ஒரு கதிரையின் கொள்விலை ரூபா ப ;

∴ ப கதிரைகளுடைய கொள்விலை ரூபா $ப \times ப =$ ரூபா $ப^2$.

கதிரைகள் கொண்டதன்பின் என்னிடம் உள்ள தொகை ரூபா 2ப;

∴ கதிரைகள் கொள்வதற்குமுன் என்னிடம் இருந்த தொகை ரூபா $ப^2 + 2ப$.

(ii) $ப = 5$ ஆயின், $ப^2 + 2ப = 5^2 + 2 \times 5$
$= 25 + 10$
$= 35$.

∴ $ப = 5$ ஆயின், விடை ரூபா 35 ஆகும்.

2. $2ப^2 + 3பம$ $4ம^2$ என்னுங் கோவையிலிருந்து $ப^2$, $ம^2$, மப, ப, ம என்னும் இவற்றினுடைய குணகங்களைக் காண்க.

(i) $ப^2$ என்பதன் குணகம் 2 ஆகும் ;

(ii) $ம^2$என்பதன் குணகம் 4 ஆகும் ;

(iii) பம என்பதன் குணகம் 3 ஆகும் ;

(iv) ப என்பதன் குணகம் 3ம ஆகும் ;

(v) ம என்பதன் குணகம் 3ப ஆகும்.

பயிற்சி 1 (ஆ)

1. ஒரு வேலைக்காரனின் கூலி நாளொன்றுக்கு ரூபா ப ஆயின், ப நாள்களுக்கு அவன் கூலி என்னவாகும் ?

2. ஒரு சதுர வறையினது நீளம் க அடியாயின், அதன் பரப்பளவு என்ன ? $க = 11$ எனின், விடை யாதாகும் ?

3. ஒரு சதுரத்திண்மத்தின் விளிம்பொன்று ம அங்குலமாயின் அச்சதுரத்திண்மத்தின் கனவளவைக் கனவடியிற் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

4. $2^2 - 1^2 = 2 \times 1 + 1$; $3^2 - 2^2 = 2 \times 2 + 1$; $4^2 - 3^2 = 2 \times 3 + 1$ இவற்றை உட்படுத்தி நிற்கும் அட்சரகணிதச் சமன்பாடு ஒன்று தருக.

5. $3^2 - 1^2 = 4 \times 2$; $7^2 - 5^2 = 4 \times 6$; $9^2 - 7^2 = 4 \times 8$. இவற்றை உட்படுத்தி நிற்கும் பொதுவுரை தருக.

6. $3அ^2$ என்பதற்கும் $2அ^3$ என்பதற்கும் பொருளளவில் என்ன வேற்றுமை உண்டு? அ$=4$ ஆயின், அவற்றினுடைய பெறுமானங்களைக் காண்க.

7. என்னிடம் $ப^2$ வாழைப்பழங்களுண்டு. அவற்றுள் 2ப பழங்கள் பழுதடைந்தன. என்னிடம் உள்ள நல்ல பழங்களுடைய தொகை யாது? ப$=10$ ஆயின், விடை யாதாகும்?

8. $3க^2 + 5கந + ந^2$ என்னுங் கோவையில் (1) $க^2$, (2) $ந^2$, (3) கந, (4) க, (5) ந என்னும் இவற்றினுடைய குணகங்களைக் காண்க. க$=1$, ப$=1$ ஆயின், அக்கோவையின் பெறுமானம் என்ன?

9. 4கநய என்பதிலே கநய, கந, க, ந என்னும் இவற்றினுடைய குணகங்களைக் காண்க.

10. 2ப என்பதற்கும் $ப^2$ என்பதற்கும் பொருளளவில் என்ன வேற்றுமை உண்டு? ப$=2$ ஆயின், $ப^2 - 2ப$ என்பதன் பெறுமானம் என்ன?

11. ஒவ்வொரு பக்கமும் ப அடி நீளமுள்ள சதுரவறையொன்றின் மத்தியில் ஒவ்வொரு பக்கமு ம அடி நீளமுள்ள சதுரக் கம்பளமொன்றை விரித்து வைத்தால், கம்பளமில்லாப் பகுதியின் பரப்பளவு என்ன?

12. மூடியோடு கூடிய கனவடிவ மரப்பெட்டியொன்றின் புறவிளிம்பினது நீளந் த அங்குலமும் உள்விளிம்பினது நீளம் ப அங்குலமும் ஆயின், மரத்தின் கனவளவைக் கனவடியிற் காண்க.

13. அ(அ + இ) $=$ $அ^2$ + அஇ. இங்கு அ$=4$, இ$=2$ என்று கொள்ளின், இச் சமன்பாடு உண்மையாகுமா?

14. அ(அ − இ) $=$ $அ^2$ − அஇ. இச்சமன்பாட்டை அ$=5$, இ$=3$ என்னும் பெறுமானங்களுக்கு வாய்ப்புப்பார்க்க.

அத்தியாயம் 2.

அடைப்புக் குறிகள்

12. அடைப்புக்குறிகளானவை செய்கைகளுடைய அடைவைக் காட்டுகின்றன. அவை தாந் தொடுக்கின்ற ஒவ்வொரு கோவையையும் ஒருறுப்பெனும்படி செய்யும். உதாரணமாக, $(5 + 3)$ என்பது 5 ஒடு 3ஐக் கூட்ட வந்த தொகையைக் குறிக்குமாதலால் அதனை ஒருறுப்பு என்று கூறுதல் பொருந்தும் எனலாம்.

அடைப்புக் குறிகள் பலதிறத்தன. பிறையடைப்புக்கள் ( ), இருதலையடைப்புக்கள் { }, பகரவடைப்புக்கள் [ ] என்பன அவற்றினுடைய வகைகள். இருதலையடைப்புக்களை இரட்டையடைப்புக்களென்றும் பகரவடைப்புக்களைப் பவ்வடைப்புக்களென்றுங் கூறுவாரும் உளர். அடைப்புக்களுடைய முன்னங்கத்தைத் திறந்த அடைப்பென்றும், பின்னங்கத்தை மூடிய அடைப்பென்றுங் கூறுதல் வழக்கு. $5 + 3$ என்பதை அதன்கண்ணுள்ள எண்கள் இரண்டிற்கு மேல் ஒரு கோடிட்டு $\overline{5 + 3}$ என்று தொடுத்தால் அக்கோடு தொகுப்புக்கோடு எனப்படும். $\frac{5 + 3}{2}$ என்பதில் உள்ள கோடும் ஒருவகைத் தொகுப்புக்கோடாகும்.

13. அடைப்பு நீக்கம். கூட்டலுங் கழித்தலும் :—

$(9-5)-2$ என்பதன் பொருளாவது 9 இல் இருந்து 5ஐக் கழிக்க வந்த மிச்சத்திலிருந்து 2ஐக் கழித்தல் என்பதே. $9-5-2$ என்பதும் அப்பொருளையே தரும்.

$\therefore (9-5)-2 = 9-5-2.$

இங்கு 9, 5, 2 என்னும் எண்களுக்காகப் பொதுமைப்பாடுடைய த, ப, ம என்னும் இவற்றை நிறுத்தினுல்,

(த − ப) − ம $=$ த − ப − ம.

என்னுஞ் சமன்பாட்டைப் பெறலாம். இச்சமன்பாடு ஒரு விதியைத் தரும் :

ஒரு குறியாலுந் தொடரப்படாத அடைப்புக்குறிகளை நீக்கிவிட்டால், அது பயனளவில் வேறுபடாது.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

14. ரூபா 10ஐக் கைப்பணமாகவுள்ள ஒருவன் றனது தந்தையாரிடம் ரூபா (5+3)ஐப் பெற்றுனுயின், அவனிடமுள்ள தொகை ரூபா 10+(5+3) ஆகும். ஒருசேரப் பெருது ஒருமுறை ரூபா 5ம் ஒருமுறை ரூபா 3ம் ஆகப் பெற்றுனுயின், அவனிடம் உள்ள தொகையை ரூபா 10+5+3 என்பதனுற் குறிக்கலாம். ஒருசேரப் பெறுவதும் இருமுறைகளாகப் பெறுவதும் பயனளவில் வேறுபடா.

$\therefore\ 10+(5+3)=10+5+3.$ (1)

ரூபா 10 உடைய அவனுடைய தம்பி தனது தந்தையாரிடம் ரூபா (5–3) பெற்றுனுயின், அவனிடம் உள்ள தொகை ரூபா 10+(5–3) ஆகும். இது ரூபா 5ஐப் பெற்றுக்கொண்டு ரூபா 3ஐக் கொடுத்ததாகும். அவ்வாறு செய்ய அவனிடம் உள்ள தொகை ரூபா 10+5–3 ஆகும்.

$\therefore\ 10+(5-3)=10+5-3.$ (2)

இனி, ரூபா 10 உடைய ஒருத்தி இரு பொருள்களை ரூபா (5+3)க்கு விலையாகக் கொண்டாளாயின், அவளிடம் உள்ள தொகை ரூபா 10–(5+3) ஆகும். ஒரு சேரக்கொள்ளாது ஒருமுறை ஒருபொருளையும் ஒருமுறை மற்றைய பொருளையுங் கொண்டாளாயின், அவளிடம் உள்ள தொகை ரூபா 10–5–3 ஆகும். ஒரு சேரக் கொள்ளலும் இருமுறையாகக் கொள்ளலும் பயனளவில் வேறுபடா.

$\therefore\ 10-(5+3)=10-5-3.$ (3)

ரூபா 10 உடைய அவளுடைய தங்கை ஒரு பொருளை ரூபா (5–3)க்கு விலையாகக் கொண்டாளாயின், அவளிடம் உள்ள தொகை ரூபா 10–(5–3) ஆகும். இது ரூபா 5ஐக் கொடுத்துவிட்டு ரூபா 3ஐப் பெற்றதாகும். அவ்வாறு செய்ய அவளிடம் உள்ள தொகை ரூபா 10–5+3 ஆகும்.

$\therefore\ 10-(5-3)=10-5+3.$ (4)

இந்நான்கு சமன்பாடுகளிலும் 10, 5, 3 என்பனவற்றுக்காகப் பெறுமானம் பற்றிப் பொதுமைப்பாடுடைய த, ப, ம என்பனவற்றை நிறுத்தினுற் பின்வருஞ் சமன்பாடுகளைப் பெறலாம் :—

த+(ப+ம)=த+ப+ம ;

த+(ப–ம)=த+ப–ம ;

த–(ப+ம)=த–ப–ம ;

த–(ப–ம)=த–ப+ம.

இவற்றை ஆராயின் இருவிதிகள் புலனுகும் :—

(1) ஓரடைப்புக்குமுன் + என்னுங் குறி இருந்தால், அவ்வடைப்புக்குள் இருக்கும் உறுப்புக்களைத் தொடுத்துநிற்கும் ஒரு குறியும் அவ்வடைப்பு நீக்கத்தின்கண் வேறுபடாது.

(2) ஓரடைப்புக்குமுன் – என்னுங் குறி இருந்தால், அவ்வடைப்புக்குள் இருக்கும் உறுப்புக்களைத் தொடுத்துநிற்கும் எல்லாக் குறிகளும் அவ்வடைப்பு நீக்கத்தின்கண் வேறுபடும்.

15. மேற்கூறிய விதிகள்பற்றி அடைப்பு நீக்கங்களைப் பின்வரும் உதாரணங்களால் விளக்குவோம் :—

உ—ம்.

(1) 9–(5–2). இதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

9–(5–2)

=9–5+2 அடைப்புநீக்க, – ஆற்றொடரப்பட்ட – என்பது + ஆக மாறுகின்றது

=6.

உ—ம்.

(2) த–(ப+ம). இதன் கண்ணுள்ள அடைப்பைநீக்குக.

த–(ப+ம)

=த–ப–ம அடைப்பு நீக்க–ஆற்றொடரப்பட்ட + என்பது – ஆக மாறுகின்றது.

உ—ம்.

(3) (ப+ம)–(ப–ம). இதனைச் சுருக்குக,

(ப+ம)–(ப–ம)

=ப+ம–ப+ம

=ப–ப+ம+ம

=2ம.

உ—ம்.

(4) (த–ப+ம)–(த–ப–ம). இதன் சுருக்கத்தைக் காண்க.

(த–ப+ம)–(த–ப–ம)

=த–ப+ம–த+ப+ம

=த–த+ப–ப+ம+ம

=2ம.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உ—ம்.

(5) த + 3ப − ம என்பதிலிருந்து த − ப − ம என்பதைக் கழிக்க.

(த + 3ப − ம) − (த − ப − ம)
= த + 3ப − ம − த + ப + ம
= த − த + 3ப + ப + ம − ம
= 4ப.

உ—ம்.

(6) த + 2ப − ம என்பதனோடு த − 2ப + ம என்பதனைக் கூட்டுக. த = 4 ஆயின் விடையாதாகும்?

(த + 2ப − ம) + (த − 2ப + ம)
= த + 2ப − ம + த − 2ப + ம
= த + த + 2ப − 2ப + ம − ம
= 2த.

த = 4 ஆயின், 2த = 2 × 4
= 8.

∴ த = 4 ஆயின், விடை 8 ஆகும்.

பயிற்சி 2 (அ)

பின்வருங் கோவைகளுடைய பெறுமானங்களைக் காண்க.

1. 8 + (3 − 2).
2. 9 − (4 + 2).
3. 10 + (6 − 2).
4. (9 + 2) + (6 − 3).
5. (9 − 2) − (4 + 3).
6. 8 − (3 − 2).
7. த − (த − ப).
8. த + ப − (த − ப).
9. (த + ப) (த − 2ப).
10. த + (த − 2ப).
11. அ + (அ + 3இ).
12. 2அ − (அ − 3இ).

பின்வருவனவற்றை அடைப்பினின்று நீக்குக:—

13. அ + (இ − உ).
14. அ − (இ + உ).
15. (அ − இ) + உ.
16. அ − (இ − உ).
17. 2அ − (3இ − 5உ).
18. (அ − 3இ) − 2உ.

பின்வருவனவற்றைச் சுருக்கித் தருக:—

19. 1 − (ப − 1).
20. (1 + த) − (1 − த).
21. 2த − (த + 3ப).
22. (த − ப) − (த − ப).
23. (2த + ப) − (த − ப).
24. (த − 2ப) + (த + 2ப).
25. (த + ப − ம) − (த − ப − ம).
26. (2த − ப + 3ம) + (த + ப).
27. (த − ப) + (ப − ம) + (ம − த).
28. 1 − (1 − 2க) + (1 − க).
29. (2க − 3ப − ம) − (க − 3ப).
30. 1 − (1 − 2க) − (க − 1).
31. க^2 − (க^2 − ப^2).
32. 2க^2 − (க^2 − 2ப^2).
33. (2க^2 − ப^2) − (க^2 − ப^2) + ப^2.
34. (க^2 − ப^2) + (ப^2 − ம^2) + (ம^2 − க^2).
35. (1 − க^2) − (1 − 2க^2) + 1.
36. 2 − (1 − 2க^2).

16. அடைப்பு நீக்கம். பெருக்கலும் வகுத்தலும்:-

3(7 + 5) என்பது 7ஒடு 5ஐக் கூட்ட வந்த தொகையை 3ஆற் பெருக்குதலைக் காட்டும். 7ஐயும் 5ஐயுந் தனித்தனி 3ஆற் பெருக்கவந்த பெருக்கங்களைக் கூட்டினாலும் ஒரு பயனையே பெறலாம்,

∴ 3(7 + 5) = 3 × 7 + 3 × 5.

இனி, 3(7 − 5) என்பது 7இல் இருந்து 5ஐக் கழிக்க வந்த தொகையை 3ஆற் பெருக்குதலைக் காட்டும். 7ஐயும் 5ஐயுந் தனித்தனி 3ஆற் பெருக்க வந்த பெருக்கங்களுட் பின்னதனை முன்னதனிலிருந்து கழித்தாலும் ஒரு பயனையே பெறலாம்.

∴ 3(7 − 5) = 3 × 7 − 3 × 5.

இச் சமன்பாடுகள் இரண்டிலுங் குறிப்பிட்ட பெறுமானங்கள் உள்ள 3, 7, 5 என்னும் இவற்றிற்காகப் பெறுமானம்பற்றிப் பொதுமைப்பாடுடைய வ, த, ப என்பனவற்றை நிறுத்தினாற் பின்வருஞ் சமன்பாடுகளைப் பெறலாம்:—

வ(த + ப) = வத + வப.
வ(த − ப) = வத − வப.

இவைபோல, வ(த − ப + ம) = வத − வப + வம.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

இவற்றினின்றும் பின்வரும் விதியைப் பெறலாம் :—

ஓரடைப்புக்குள் இருக்கும் ஒரு கோவையை ஓரெண்ணாற் பெருக்க விரும்பின், அக்கோவையிலுள்ள ஒவ்வோருறுப்பையும் அவ்வெண்ணாற் பெருக்கிவிட்டு அவ்வடைப்பை நீக்குக.

எண்கணித முறைப்படி $(7+5)\div 3=\frac{1}{3}(7+5)=\frac{7}{3}+\frac{5}{3}$.

இங்கு 3, 7, 5 என்பனவற்றுக்காகப் பெறுமானம்பற்றிப் பொதுமைப்பாடுடைய வ, த, ப என்னும் இவற்றை நிறுத்தினால் ஒரு சமன்பாட்டைப் பெறலாம் :—

$(\text{த}+\text{ப})\div\text{வ}=\frac{1}{\text{வ}}(\text{த}+\text{ப})=\frac{\text{த}}{\text{வ}}+\frac{\text{ப}}{\text{வ}}$.

அதுபோல, $(\text{த}-\text{ப}+\text{ம})\div\text{வ}=\frac{1}{\text{வ}}(\text{த}-\text{ப}+\text{ம})=\frac{\text{த}}{\text{வ}}-\frac{\text{ப}}{\text{வ}}+\frac{\text{ம}}{\text{வ}}$.

இவற்றினின்றும் பின்வரும் விதியைப் பெறலாம் :—

ஓரடைப்புக்குள் இருக்கும் ஒரு கோவையை ஓரெண்ணால் வகுக்க விரும்பின், அக்கோவையிலுள்ள ஒவ்வோருறுப்பையும் அவ்வெண்ணால் வகுத்துவிட்டு அவ்வடைப்பை நீக்குக.

17. மேற்கூறிய விதிகளைப் பயன்படுத்துதலைச் சில வுதாரணங்களால் விளக்குவோம் :—

உ—ம்.

(1) $\text{த}(2\text{ப}-5\text{ம})$. இதனைச் சுருக்குக.

$$\text{த}(2\text{ப}-5\text{ம})$$
$$=2\text{தப}-5\text{மத}.$$

உ—ம்.

(2) $6(\text{த}+\text{ப})-5(\text{த}-2\text{ப})$. இதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$6(\text{த}+\text{ப})-5(\text{த}-2\text{ப})$$
$$=(6\text{த}+6\text{ப})-(5\text{த}-10\text{ப})$$
$$=6\text{த}+6\text{ப}-5\text{த}+10\text{ப}$$
$$=6\text{த}-5\text{த}+6\text{ப}+10\text{ப}$$
$$=\text{த}+16\text{ப}.$$

இதனை இவ்வாறு முன் பெருக்கலைச்செய்து பின் குறியை மாற்றுதல் பிழைபடாமற் செய்தற்கு ஏதுவாகும்: பயிற்சி கூடினால் இரு செய்கைகளையும் பின்வருமாறு ஒருசேரச் செய்யலாம் :—

$$6(\text{த}+\text{ப})-5(\text{த}-2\text{ப})$$
$$=6\text{த}+6\text{ப}-5\text{த}+10\text{ப}$$
$$=6\text{த}-5\text{த}+6\text{ப}+10\text{ப}$$
$$=\text{த}+16\text{ப}.$$

உ—ம்.

(3) $\text{த}(\text{த}+2\text{ப})-\text{த}(\text{த}-2\text{ப})$. இதனைச் சுருக்குக.

$$\text{த}(\text{த}+2\text{ப})-\text{த}(\text{த}-2\text{ப})$$
$$=(\text{த}^2+2\text{தப})-(\text{த}^2-2\text{தப})$$
$$=\text{த}^2+2\text{தப}-\text{த}^2+2\text{தப}$$
$$=\text{த}^2-\text{த}^2+2\text{தப}+2\text{தப}$$
$$=4\text{தப}.$$

உ—ம்.

(4) $\frac{3\text{ப}^2+2}{4}-\frac{2\text{ப}^2-1}{3}$. இதன் சுருக்கத்தைக் காண்க. $\text{ப}=5$ ஆயின், விடையாதாகும்?

$$\frac{3\text{ப}^2+2}{4}-\frac{2\text{ப}^2-1}{3}$$
$$=\frac{3(3\text{ப}^2+2)-4(2\text{ப}^2-1)}{12}$$
$$=\frac{(9\text{ப}^2+6)-(8\text{ப}^2-4)}{12}$$
$$=\frac{9\text{ப}^2+6-8\text{ப}^2+4}{12}$$
$$=\frac{\text{ப}^2+10}{12}.$$

$\text{ப}=5$ ஆயின், $\frac{\text{ப}^2+10}{12}=\frac{5^2+10}{12}$

$$=\frac{25+10}{12}$$
$$=\frac{35}{12}$$
$$=2\tfrac{11}{12}$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 2 (ஆ)

1. $76\ (100-1)$ என்பதன் பெறுமானத்தைக் காண்க. அதுபற்றி 76×99 என்பதன் பெருக்கத்தை உய்த்தறிக.

2. $224\ (2-\frac{1}{8})$ என்பதன் பெறுமானத்தைக் காண்க. அதுபற்றி $224 \times 1\frac{7}{8}$ என்பதன் சுருக்கத்தை உய்த்தறிக.

பின் வருவனவற்றில் உள்ள அடைப்புக் குறிகளை நீக்குக:—

3. $3\ (5த - ப)$.
4. $3\ (3ப - 3ம)$.
5. $த\ (2ப - 3ம)$.
6. $அ\ (3இ - 2)$.
7. $4அ\ (இ + 2உ)$.
8. $தப\ (ம - 2வ)$.
9. $\frac{1}{2}\ (6அ - 8இ)$.
10. $\frac{1}{3}\ (9அ - 3இ)$.
11. $\frac{1}{7}\ (6த + 2ப)$.
12. $(தப - 2தம) \div த$.
13. $(த - 2தப) \div த$.
14. $(6பம - 2மத) \div 2ம$.
15. $த\ (த + 6ப)$.
16. $ப\ (3ப - 9த)$.
17. $\frac{ம}{5}\ (5ம + 25)$.

பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக:—

18. $6(க+2) - 3(க-2)$.
19. $4(க-2) + 9(க+3)$
20. $4(ந-3) - 2(ந-6)$.
21. $3க - 3(க - ந)$.
22. $த(ப-ம) + ப(த-ம)$.
23. $5(க-1) - 3(க-1)$.
24. $3(த - 2ப + 3ம) - 2(த + ப)$.
25. $த(த-ப) + ப(ப-ம) + ம(ம-த)$.
26. $த(த-ப) - ப(ப-த)$.
27. $\frac{க^2+1}{3} - \frac{க^2-1}{4}$
28. $\frac{2க^2+1}{5} - \frac{2க^2-1}{9}$.
29. $க^2 - \frac{க^2-ந^2}{3}$.
30. $1 - \frac{2ப^2 - 3ம^2}{2ப^2}$
31. $\frac{1}{2}ப(ப - 2ம) + பம$.
32. $\frac{1}{3}(க^2+ந^2) - \frac{1}{3}(க^2-ந^2)$.

18. அடைப்புக்குள் அடைப்பாகப் பலவடைப்புக்கள் இருந்தால் உள்ளீடாக இருப்பதை முன்னும் ஏனையவற்றை அவற்றின் அடைவுக் கேற்றவாறு பின்னுமாக நீக்கல் வேண்டும்.

உ—ம்

(1) $த - (த - \overline{ப - ம}.)$ இதனைச் சுருக்குக.

$த - (த - \overline{ப - ம})$

$= த - (த - ப + ம)$. (உள்ளீடாக உள்ள தொகுப்புக் கோடு நீக்கப்பட்டது)

$= த - த + ப - ம$

$= ப - ம$.

உ—ம்.

(2) $3ப - \{ப - 3(ப + ம) - ம\}$ என்பதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$3ப - \{ப - 3(ப + ம) - ம\}$

$= 3ப - \{ப - 3ப - 3ம - ம\}$

$= 3ப - ப + 3ப + 3ம + ம$

$= 5ப + 4ம$.

உ—ம்.

(3) $10^2 - 2க[2க - 3\{க - 2(க - 2)\}]$. இதனை அடைப்பு நீக்கிச் சுருக்குக.

க $= 2$ ஆயின், விடை யாதாகும்?

$10க^2 - 2க[2க - 3\{க - 2(க - 2)\}]$

$= 10க^2 - 2க[2க - 3\{க - 2க + 4\}]$

$= 10க^2 - 2க[2க - 3க + 6க - 12]$

$= 10க^2 - 4க^2 + 6க^2 - 12க^2 + 24க$

$= 24க$.

க $= 2$ ஆயின், $24க = 24 \times 2$

$= 48$

∴ க $= 2$ ஆயின், விடை 48 ஆகும்.

பயிற்சி 2 (இ)

1. $ப + 2ம - \{ப - (ப - 2ம)\}$. இதனைச் சுருக்குக.

2. $க - \{க + (க - \overline{க + 1})\}$. இதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

3. $ப + 2(ம - 2த) - \{ப - 2(ம + 2த)\}$. இதன் சுருக்கத்தைக் காண்க.

4. $8அ(2அ - 3இ)$ என்பதிலிருந்து $5அ(2அ - 3இ)$ என்பதைக் கழிக்க. $அ = 4$, $இ = 2$ ஆயின், விடை யாதாகும்?

5. $2அ(3அ + 4இ)$ என்பதை $அ(3அ + 4இ)$ என்பதனேடு கூட்டுக. $அ = 2$, $இ = 0$ ஆயின், விடை யாதாகும்.

6. $த(ப - ம)$ என்பதனேடு $ம(த - ப)$ என்பதைக் கூட்டிப் பெற்ற தொகையிலிருந்து $ப(த - ம)$ என்பதைக் கழிக்க.

பின்வருங் கோவைகளை அடைப்பு நீக்கிச் சுருக்குக :—

7. $க - \{க - (க - ந) - (க - \overline{க - ந})\}$.

8. $க^2 - [க^2 - \{க^2 - (க^2 - \overline{ந^2 - ய^2}) + க^2\} + ந^2]$.

9. $2\{4க^2 - 3(ந^2 + \overline{க^2 - 2ந^2})\}$.

10. $க[க^2 - க\{க^2 - க(க - 1)\}]$.

11. $\{ந(ந^2 - 1) + ந\} - ந(ந^2 - 1) + ந$.

12. $2ந - \{2ந + (2ந - 2 . \overline{ந + 1})\} - 1$.

13. $1 - [1 - \{1 - (1 - \overline{1 - க})\}]$.

14. $2[2 - 2\{2 - 2(2 - அ)\}] + 1$.

15. $2[1 - 2\{1 - 2(1 - 2 . \overline{1 - ப})\}] + (1 - 2ப)$.

16. $\{(த^2 - ப^2) + ம^2\} + (ப^2 - \overline{ம^2 - த^2})$.

19. அடைப்பிடுதல். அட்சரகணிதத்தில் அடைப்பு நீக்கலேயன்றி அடைப்பிடுதலுஞ் சில அமயங்களிலே தேவைப்படும். ஆகவே, இங்கு அடைப்பிடுதற்குரிய விதிகளை ஆராய்வோம்.

அடைப்பு நீக்கும் விதிகள் கொண்டு,

$த + (ப - ம) = த + ப - ம$;
$த + (-ப + ம) = த - ப + ம$;
$த - (ப - ம) = த - ப + ம$;
$த - (-ப + ம) = த + ப - ம$.

என்பனவற்றைப் பெறலாம். இவற்றினின்றுங் $க = ந$ ஆயின், $ந = க$ என்றும் விதிபற்றிப் பின்வருஞ் சமன்பாடுகளைப் பெறலாம் :—

$த + ப - ம = த + (ப - ம)$;
$த - ப + ம = த + (-ப + ம)$;
$த - ப + ம = த - (ப - ம)$;
$த + ப - ம = த - (-ப + ம)$.

இவற்றை ஆராயின் அடைப்பிடுதற்குரிய விதிகள் இரண்டைப் பெறலாம் :—

(1) ஓரட்சரகணிதக் கோவையில் ஏதும் ஒரு பகுதியை + என்னுங் குறி முன்னிட்டு ஓரடைப்புக்குட் சேர்த்தால், அவ்வடைப்புக்குள் அகப்படும் ஒருறுப்பாயினுங் குறிபற்றி மாற்றம் அடையாது.

(2) ஓரட்சரகணிதக் கோவையில் ஏதும் ஒரு பகுதியை − என்னுங் குறி முன்னிட்டு ஓரடைப்புக்குட் சேர்த்தால், அவ்வடைப்புக்குள் அகப்படும் எல்லா வுறுப்புக்களுங் குறிபற்றி மாற்றம் அடையும்.

மேற்கூறிய விதிகள்பற்றி ஓரட்சரகணிதக் கோவையிலுள்ள உறுப்புக்களைப் பலவாறு அடைப்புக்களுக்குள் அடைக்கலாம்.

உதாரணமாக $அக - அந + இக - இந + உக - உந$ என்னுங் கோவையிலுள்ள உறுப்புக்களை அடைக்கும் வகைகளிற் சிலவற்றை இங்கு காணலாம் :—

$(அக - அந) + (இக - இந) + (உக - உந)$; (1)
$(அக + இக + உக) - (அந + இந + உந)$; (2)
$(அக - இந) + (இக - உந) + (உக - அந)$. (3)

ஓரடைப்புக்குட் கிடக்கும் உறுப்புக்களுக்கு ஏதும் ஒரு பொதுக்காரணி உண்டெனின், அவ்வுறுப்புக்களை அக்காரணியால் வகுத்து ஈவுகளை அவ்வடைப்புக்குள் அடைத்து அக்காரணியை அவ்வடைப்பாலாய உறுப்புக்குக் குணகமாக நிறுத்தலாம்.

மேற்கூறிய முதலிரண்டு வகைகளையும் பின்வருமாறும் எழுதலாம் :—

$அ(க - ந) + இ(க - ந) + உ(க - ந)$;
$க(அ + இ + உ) - ந(அ + இ + உ)$.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

20. அடைப்புக் குறியிடும் வகையைச் சில உதாரணங்களால் விளக்குவோம்:—

உ—ம்.

(1) $2ப - 4ம$. இதனை ஒருறுப்பாக்குக. ஆக்கும்பொழுது பொதுக்காரணியை அதன் குணகமாக நிறுத்துக.

$2ப - 4ம$

$= 2(ப - 2ம)$.

உ—ம்.

(2) $அக - இக^2 + உக^2$. இதன்கண் $க^2$ என்பதன் குணகங்களை அடைப்பில் இடுக.

$அக - இக^2 + உக^2$

$= அக - க^2(இ - உ)$.

உ—ம்.

(3) $அக^3 + இக - இக^3 + 1$. இதன்கண் $க^3$ என்பதன் குணகங்களை (i) + முன்னிட்ட அடைப்பிலிடுக (ii) − முன்னிட்ட அடைப்பிலிடுக,

(i) $அக^3 + இக - இக^3 + 1$

$= 1 + இக + அக^3 - இக^3$

$= 1 + இக + க^3(அ - இ)$;

(ii) $அக^3 + இக - இக^3 + 1$

$= 1 + இக - இக^3 + அக^3$

$= 1 + இக - க^3(இ - அ)$.

பயிற்சி 2 (ஈ)

பின்வருவனவற்றை அடைப்புக்குள் இடுக. இடும்பொழுது பொதுக்காரணிகளை அவ்வடைப்புக்களுக்கு முன்னர் நிறுத்துக.

1. $3ப + 9ம$.
2. $4க - 12ப$.
3. $2அ - 4இ$.
4. $அக - க^2$.
5. $அந - இந$.
6. $அஇ^2 - அ^2இ$.
7. $அ^2இ + 3அஇ^2$.
8. $3அ^2இ^2 - அஇ$.
9. $4க^2 - 8ந^2$.
10. $அக - இக - உக$.
11. $தக - பக + மக$.
12. $2க^3 - 4க^2 + 2க$.
13. $அக - இக^2 - உக^2$. இதன்கண் $க^2$ என்பதன் குணகங்களை அடைப்பிலிடுக.
14. $அக - இக + உக^2$ இதன்கண் க வினுடைய குணகங்களை (i) + முன்னிட்ட அடைப்பிலிடுக (ii) − முன்னிட்ட அடைப்பிலிடுக:—

பின்வருவனவற்றிற் ப வினுடைய ஒத்த அடுக்குக்களுடைய குணகங்களை

(i) + முன்னிட்ட அடைப்பிலிடுக.

(ii) − முன்னிட்ட அடைப்பிலிடுக.

15. $அப^3 - இப^2 - உப^3 + ப$.
16. $ப + ப^3 - அப + இப$.
17. $அப^2 + ப - இப^2 + உப^2 + 3$.
18. $2 - 3ப^4 + ப + அப^4 - ப^2$.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

அத்தியாயம் 3

சூத்திரங்கள்

21. சூத்திர நிறுவுதல்: எண்கடுணையாக எண்ணப்படுவன எல்லாங் கணியங்கள் எனப்படும். 5 அங்குலம், 8 இருத்தல், க ரூபா, ப பிள்ளைகள் என்பன கணியங்களுக்கு உதாரணங்களாகும். இங்கு முறையே ஓரங்குலம். ஓரிருத்தல், ஒரு ரூபா, ஒரு பிள்ளை என்பன அலகுகளாகும். குறிக்கப்பட்ட கணியங்களுக்கிடையில் ஏதும் ஒரு பொதுத் தொடர்பு நிறுவப்படின், அதுவே சூத்திரம் எனப்படும். இதனை விளக்குவோம்:

ஒருமணி நேரத்திற்குச் சராசரி 30 மைல் வீதஞ் செல்லும் புகைவண்டி யொன்று 10 மணிநேரத்தில் 30×10 மைல் அல்லது 300 மைற்றூரஞ் செல்லுமென்பது எண்கணித முறையாற் பெறலாம். இங்கு குறிக்கப்பட்ட பெறுமானங்களையுடைய 30, 10, 300 என்பனவற்றுக்காக முறையே பொதுமைப்பாடுடைய வ, ம, த என்பனவற்றை நிறுத்தினால்,

$$த = வம$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டைப் பெறுவோம். இதன்கண் த என்பது தூரத்தையும் வ என்பது வீதத்தையு ம என்பது மணிநேரத்தையும் எண்ணளவிற் குறித்து நிற்றல் காணலாம். இச்சமன்பாடு தூரத்திற்கும் வீதத்திற்கு மணிநேரத்திற்கும் உள்ள பொதுத்தொடர்பைக் காட்டுகின்றமையாற் சூத்திரம் எனப்படும். இதனைச் சொல்பற்றி உரைக்கப்புகின், வீதத்தை மணிநேரத்தாற் பெருக்கிப் பெற்ற பெருக்கமே தூரமாகும் என்று ஒரு பொதுவுரையாற் கூறலாம்.

இதன்கண் $வ = 5$, $ம = 4$ ஆயின், $த = 5 \times 4 = 20$.
$வ = 10$, $ம = 8$,, , $த = 10 \times 8 = 80$.

இவ்வாறு பிற வீதங்களுக்கு மணிநேரங்களுக்குமுரிய தூரங்களை இச்சூத்திரத்திலிருந்து பெறலாம்: பிற சூத்திரங்களும் இதனைப் போன்றவையெனக் காட்டலாம். ஆகவே,

ஒவ்வொரு சூத்திரமுஞ் சிறப்புவகைகள் எல்லாவற்றையும் ஒரு பொதுவுரைக்குள் அகப்படுத்தி நிற்கும் என்பது புலனாகும்.

22. மேற் கூறியதைப் பின்வரும் உதாரணங்களால் விளக்குவோம்:

உ—ம்.

(1) க இருத்தற் கயிற்றை இருத்தல் ஒன்று ரூபா ப வீதம் விலையாகக் கொண்டு ரூபா த வீதம் விற்றால் வரு நயம் ரூபா ந ஆயின், ந, ப, த, க என்பனவற்றுக்குள்ள தொடர்பை ஒரு சூத்திரத்தாற் காட்டுக. $க = 100$ இரு., $ப = \frac{1}{2}$ ரூபா, $த = \frac{3}{4}$ ரூபா ஆயின், ந வின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) 1 இருத்தற் கயிற்றின் கொள்விலை ரூபா ப;
∴ க ,, ,, ,, ரூபா கப;
1 ,, ,, விற்றவிலை ரூபா த;
∴ க ,, ,, ,, ரூபா கத;
∴ க இருத்தற் கயிற்றை விலைக்குக் கொண்டு விற்க வருநயம் ரூபா $(கத - கப) =$ ரூபா $க(த - ப)$;

ஆனால், கணக்கின்படி நயம் ரூபா ந ஆகும்.

∴ $ந = க(த - ப)$;

(ii) $ந = க(த - ப)$;

இங்கு $க = 100$, $ப = \frac{1}{2}$, $த = \frac{3}{4}$ ஆயின்

$$ந = 100\left(\tfrac{3}{4} - \tfrac{1}{2}\right)$$
$$= 100 \times \tfrac{1}{4}$$
$$= 25.$$

∴ ந வின் பெறுமானம் ரூபா 25 ஆகும்.

உ—ம்.

(2) ந அடி நீளமும் அ அடி அகலமும் உள்ள ஒரு செவ்வக வயலின் பரப்பளவு ப சதுரவடி ஆயின், ப, ந, அ என்பனவற்றுக்குரிய தொடர்பைக் காண்க.

$ந = 320'$, $அ = 150'$ ஆயின், ப வினது பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) ஒரு செவ்வக வயலினது நீளம் ந',
அதன் அகலம் அ',

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

∴ அதன் பரப்பளவு நஅ சதுரவடி.
கணக்கின்படி அதன் பரப்பளவு ப சதுரவடி;
∴ ப = நஅ.

(ii) ப = நஅ
இங்கு ந = 320′, அ = 150′ ஆயின்,
ப = 320′ × 150′
= 48000 சதுரவடி.

உ—ம்.

(3) ஒரு முக்கோணத்தில் ஒருகோணந் த ஆயும் ஒரு கோணம் ப° ஆயும் இருப்பின், மற்றைய கோணத்தின் பெறுமானத்தைத் காண்பதற்கு ஒரு சூத்திரந் தருக.

மற்றைய கோணத்தின் பெறுமானம் ம° எனக் கொள்வோம்.

கேத்திரகணிதத்தின்படி ஒரு முக்கோணத்தினுடைய மூன்று கோணங்களுஞ் சேர்ந்து 180° ஆகும்.

ஆனால், முதல் இரண்டு கோணங்களின் பெறுமானம் (த + ப)° ஆகும்;
∴ மூன்றாங் கோணத்தின் பெறுமானம் 180° − (த + ப)°;
இது ம° என்பதற்குச் சமன்;
∴ ம = 180 − (த + ப).

பயிற்சி 3 (அ)

1. ப பசுக்களை ஒன்று ரூபா க வீதங் கொண்டு ஒன்று ரூபா வ வீதம் விற்றால் வரு நட்டத்தைச் சூத்திர வடிவிற்றருக.

2. ஒரு புகைவண்டியானது ஒருமணி நேரம் வ மைல் வீதமாகத் த மைற்றூரத்தை எத்தனை மணிநேரத்திற் செல்லுமென்பதைச் சூத்திர வடிவத்திற் காட்டுக.

3. ஒரு நாடகசபையின் அங்கத்தவர் ஒவ்வொருவருக்கும் 2 இலவசச் சீட்டுக்களோடு ஒன்று ரூபா 3 வீதம் எத்தனை சீட்டுக்களுங் கொள்ள உரிமை உண்டெனின், (i) 9 சீட்டுக்கள் பெற (ii) க சீட்டுக்கள் பெற, ஓரங்கத்தவனுக்கு எத்தனை ரூபா வேண்டும்?

4. த அடி சுற்றுக்கொண்ட வண்டிச்சில்லு ஒன்று ம தரஞ்சுற்றப் ப யார் போகுமெனின், த, ப, ம, என்பனவற்றின் றொடர்பைக் காட்டுஞ் சூத்திரந் தருக.

5. 180ப அடி நீளமுள்ள ஒரு தெருவின் கரையொன்றில் 60 யாருக்கு ஒன்றாக வ விளக்குக் கம்பங்களை நாட்டலாமெனின், ப வுக்கும் வ வுக்குமுள்ள தொடர்பு யாது?

6. ந யார் நீளமும் அ யார் அகலமும் உள்ள ஒரு செவ்வக வயலைச் சுற்றி வேலி அடைப்பதற்கு 3 அடிக்கு ஒருமரக்குற்றியாக ம குற்றிகள் வேண்டுமாயின், ந, அ, ம என்பனவற்றின் றொடர்பைக் காட்டுஞ் சூத்திரந் தருக. ந = 350 யார், அ = 250 யார் ஆயின், ம வின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

7. 3க யார் நீளமும் 2க யார் அகலமும் உள்ள ஒரு செவ்வக வயலின் பரப்பளவு ப சதுரவடியாயின், க விற்கும் ப விற்கும் உள்ள தொடர்பைக் காட்டுஞ் சூத்திரந் தருக.

8. த அடிச் சதுரமான அறையொன்றின் மத்தியிலே ம அடிச் சதுரமான கம்பளம் ஒன்றை விரித்து வைத்தால், அவ்வறையிற் கம்பளமில்லாப் பகுதியின் பரப்பளவு ப சதுரவடியாயின், ப வின் பெறுமானத்தைத் த, ம என்னும் இவற்றிற்றருக.

9. த கலனளவு நீராலே நிரம்பிய தொட்டி யொன்றிலிருந்து ப கலன் கொள்ளுஞ்சாடி ஒன்றை ம முறை நிரப்பலாமெனின், ம வின் பெறுமானத்தைத் த, ப என்பனவற்றிற்றருக.

10. ஒரு தகரப்பெட்டியினுடைய நீளவகலவுயரங்கள் உட்பக்கமாக முறையே ந, அ, உ அங்குலங்களாயின், அதன் கொள்ளளவு க க்கனயாரை ந, அ, உ என்பனவற்றிற்றருக.

11. ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோணம் ப° ஆயும் ஒரு கோணம் 2ப° ஆயும் இருப்பின், மற்றைய கோணத்தின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

12. அ அங்குல நீளமுள்ள கம்பி ஒன்றை முக்கோணவடிவமாக்க ஒரு பக்கம் இ அங்குலமும் ஒரு பக்கம் உ அங்குலமுமாய் இருப்பின், மற்றைய பக்கத்தின் அளவு என்ன?

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

13. ஓராசிரியரின் வேதன முதலாண்டுக்கு ரூபா க ஆயும் இரண்டாம் ஆண்டுக்கு ரூபா க + ந ஆயு மூன்றும் ஆண்டுக்கு ரூபா க + 2ந ஆயும் இருப்பின், ஆறும் ஆண்டுக்கு அவர் வேதனம் என்ன?

14. ம மாணுக்கருடைய தற்போதைய வயதுகளைக் கூட்டினல், ப ஆண்டுகளாகும். த ஆண்டுகள் சென்றபின் அவர்களுடைய வயதுகளின் கூட்டுத் தொகை என்னவாகும்?

15. ஒரெண்ணைத் த வாற் பெருக்கி 3ஆல் வகுக்க விடை ப வாகுமெனின் அவ்வெண் யாது?

23. சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தல்:—கணித வகைகள் எல்லாவற்றிலுஞ் சூத்திரங்கள் உண்டு. ஆகவே, மாணுக்கர் அவற்றைப் பயன்படுத்தும் வகையிற் பயிற்சியடைதல் வேண்டும்.

ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவு எண்ணளவில் அதன் அடியை அதன் குத்துயரத்தாற் பெருக்க வரும் பெருக்கத்தின் அரைப்பங்குக்குச் சமன் என்று அளவியனூல் கூறும். இத்தொடர்பைப் பின்வருஞ் சூத்திரங் காட்டும்:—

ப $= \frac{1}{2}$ அஉ;

இதன்கண் ப என்பது ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவையும், அ என்பது அதன் அடியையும் உ என்பது அதன் குத்துயரத்தையும் எண்ணளவிற் குறித்துநிற்கும். ப, அ, உ என்னும் இவற்றுள் இரண்டினுடைய பெறுமானங்களைத் தந்தால், மூன்ருவதன் பெறுமானத்தைக் காண்பதற்கு இச் சூத்திரம் பயன்படும்.

24. சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தும் வகைகளைச் சில வுதாரணங்களால் விளக்குவோம்:—

உ—ம்.

(1) 6 அங்குல அடியையும் 4 அங்குலக் குத்துயரத்தையும் உடைய ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

அளவியனூலின்படி ப என்பது ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவையும், அ என்பது அதன் அடியையும், உ என்பது அதன் குத்துயரத்தையும் எண்ணளவிற் குறித்து நின்ருல்,

ப $= \frac{1}{2}$ அஉ

என்னுஞ் சூத்திரம் அவற்றிற்கிடையே யுள்ள தொடர்பைக் காட்டும்.

இங்கு அ $= 6''$, உ $= 4''$.

$\therefore$ ப $= \frac{1}{2} \times 6 \times 4$ சதுரவங்குலம்

$= 12$ சதுரவங்குலம்.

$\therefore$ தந்த முக்கோணத்தின் பரப்பளவு 12 சதுரவங்குலமாகும்

உ—ம்.

(2) 8 அங். ஆரையுடைய வட்டமொன்றின் பரிதியைக் காண்க.

(ஒரு வட்டத்தினுடைய ஆரையும் பரிதியும் எண்ணளவிலே முறையே அவுஞ் ச வும் ஆயின், அவற்றின் ருெடர்பைச் ச $=$ உπஅ என்னும் அளவியனூற் சூத்திரம் உணர்த்தும் என்பதறிக.)

(π—என்பது ஏறத்தாழ $\frac{22}{7}$ என்பதற்குச் சமன் என்று கொள்ளலாம்.)

ச $= 2\pi$அ;

இங்கு அ $= 8''$ ஆயின்,

ச $= 2 \times \frac{22}{7} \times 8''$

$= \frac{352''}{7}$

$= 50\frac{2}{7}''$

தந்த வட்டத்தின் பரிதி ஏறத்தாழ $50\frac{2}{7}''$ ஆகும்.

உ—ம்

(3) 7 அங். ஆரையுடைய வட்டமொன்றின் பரப்பளவைக் காண்க.

(ஒரு வட்டத்தினுடைய ஆரையும் பரப்பளவும் எண்ணளவில் அ வும் ப வும் ஆயின், அவற்றின் ருெடர்பைப் ப $= \pi$அ^2 என்னும் அளவியனூற் சூத்திரம் உணர்த்தும் என்பதறிக.)

ப $= \pi$அ^2;

இங்கு அ $= 7''$.

$\therefore$ ப $= \frac{22}{7} \times 7^2$ ச. அங்.

$= 154$ ச. அங்.

$\therefore$ தந்த வட்டத்தின் பரப்பளவு ஏறத்தாழ 154 ச. அங்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 3 (ஆ)

1. 8 அங். அடியையும் 5 அங். குத்துயரத்தையும் உடைய ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

2. 10 அங். அடியையுடைய முக்கோண மொன்றின் பரப்பளவு 60 ச. அங். ஆயின், அதன் குத்துயரம் என்ன?

3. ஓரடிக் குத்துயரமுள்ள முக்கோண மொன்றின் பரப்பளவு 84 ச. அங். ஆயின், அதன் அடியின் அளவை அங்குலத்திற்றருக.

4. 9″ ஆரையையுடைய வட்டமொன்றின் பரிதியைக் காண்க. அதன் பரப்பளவையுந் தருக.

5. அ அலகு ஆரையையுடைய ஒரு கோளத்தின் வளை பரப்பு வ சதுரவலகு என்பது $4\pi\text{அ}^2$ என்பதற்குச் சமனுயின், 6 அங். ஆரையையுடைய கோளமொன்றின் வளை பரப்பைச் சதுரவடிகளிற் றருக.

6. அ அலகு ஆரையையுடைய ஒரு கோளத்தின் கனவளவின் அலகு $\text{க} = \frac{4}{3}\pi\text{அ}^3$ ஆயின், 7 அங். ஆரையையுடைய ஒரு கோளத்தின் கனவளவைக் காண்க.

7. அ அலகு ஆரையையுடைய அடித்தளமுந் த அலகு சாயுயரமும் உடைய ஒரு செவ்விய வட்டக்கூம்பின் வளைபரப்பு அலகு $\text{ப}_1 = \pi\text{அத}$ என்றும், அதன் அடிப்பரப்பு அலகு $\text{ப}_2 = \pi\text{அ}^2$ என்றுங் கொண்டு பின்வருவனவற்றுக்கு விடை காண்க.

(1) 6″ ஆரையையுடைய அடித்தளத்தையும் 12″ சாயுயரத்தையுமுடைய ஒரு செவ்விய வட்டக்கூம்பின் வளை பரப்பைக் காண்க.

(2) 3″ ஆரையையுடைய அடித்தளமும் 5″ சாயுயரமும் உடைய ஒரு செவ்விய வட்டக்கூம்பின் புறப்பரப்பைக் காண்க.

8. ப சதுரவடிப் பரப்புடைய அடித்தளமும் உ அடிக் குத்துயரமுங் கொண்ட ஒரு நான்முகத் திண்மத்தின் கனவளவு $\text{க} = \frac{1}{3}\text{ப உ}$ ஆயின், 800 சதுரவடிப் பரப்புடைய அடித்தளமும் 450′ உயரமுங் கொண்ட ஒரு நான்முகத் திண்மத்தின் கனவளவைக் காண்க.

9. ம மைல் என்பது ஏறத்தாழ $\frac{8\text{ம}}{5}$ கில்லோ மீற்றருக்குச் சமனுனல் 25 மைல் எத்தனை கில்லோ மீற்றருக்குச் சமனுகும்?

10. ஒரு செக்கனுக்குக் க அடி வேகம் என்பது ஒரு மணிநேரத்திற்கு $\frac{15\text{க}}{22}$ மைல் வேகத்திற்குச் சமனுனல், ஒரு செக்கனுக்கு 88 அடி வேகத்தை மணிக்கு இத்தனை மைல் வேகமெனக் கூறுக.

11. முதல் இ இயற்கையெண்களுடைய கூட்டுத்தொகை $\text{த}_1 = \frac{\text{இ}(\text{இ}+1)}{2}$ ஆயின், முதல் 50 இயற்கையெண்களுடைய கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

12. முதல் இ இயற்கையெண்களுடைய வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை $\text{த}_2 = \frac{\text{இ}(\text{இ}+1)(2\text{இ}+1)}{6}$ ஆயின், முதல் 20 இயற்கையெண்களுடைய வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

13. அ, அ + வ, அ + 2வ . . . என்னுந் தொடரில் இ ஆம் உறுப்பு $\text{அ} + \overline{\text{இ} - 1}\,\text{வ}$ ஆயின், 6, 8, 10 . . . என்னுந் தொடரில் 24 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

14. அ, அ + வ, அ + 2வ . . . என்னுந்தொடரில் முதல் இ உறுப்புக்களுடைய கூட்டுத்தொகை $\text{த} = \frac{\text{இ}}{2}(2\text{அ} + \overline{\text{இ} - 1}\,\text{வ})$ ஆயின், 6, 8, 10 . . . என்னுந் தொடரிலே முதல் 25 உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

15. அ, அவ, அவ^2 . . . என்னுந் தொடரிலே முதல் இ உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை $\text{த} = \frac{\text{அ}(\text{வ}^{\text{இ}} - 1)}{\text{வ} - 1}$ ஆயின் 1, 2, 4 . . . என்னுந் தொடரிலே முதல் 8 உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

16 அ, அவ, அவ^2 . . . என்னுந் தொடரில் இ ஆம் உறுப்பு $\text{அவ}^{\text{இ} - 1}$ ஆயின், 1, 2, 4 . . . என்னுந் தொடரில் 8 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

17 ந அலகு நீளமும் அ அலகு அகலமும் உ அலகு உயரமும் உள்ள ஒரு செவ்வகப் பெட்டியின் கொள்ளளவலகு க=நஅஉ ஆயின், 12′ நீளமும், 8′ அகலமும், 4′ உயரமுங் கொண்ட செவ்வகப் பெட்டி யொன்றின் கொள்ளளவைக் காண்க.

18. ந அலகு நீளமும் அ அலகு அகலமும் உ அலகு உயரமும் உள்ள ஓரறையினுடைய உட்பக்கச் சுவர்களின் பரப்பளவலகு ப=2(ந+அ)உ ஆயின், 16 அடி நீளமும் 14 அடி அகலமும் 12 அடி உயரமுங் கொண்ட ஓரறையினுடைய உட்பக்கச் சுவர்கள் எத்தனை சதுரவடிகள் ஆகும்?

19. எ யை வ வால் வகுக்க இ ஈவாயு ம மிச்சமாயும் வரின், எ=வஇ+ம. எனின், 12 ஐ வகுக்குமெண்ணையும் 16 ஐ ஈவாயும் 7 ஐ மிச்சமாயுமுள்ள நெடு முறை வகுத்தற்கணக்குக்குரிய வகுக்கப்படுமெண் யாது?

20. ப=5+$\frac{7}{10}$ம ஆயின், ம என்பது முறையே 0, 1, 2, 3, 4 என்னும் பெறுமானங்களைப் பெறப் ப என்பது எவ்வெப் பெறுமானங்களைப் பெறும்?

பரீட்சைப் பத்திரங்கள் 1

(அ)

1. பின்வருவன க விலும் எத்தனையாற் கூடியன:—8, ந^2.

2. (1) 2×5க; (2) 5க^2×3; (3) 2தப×$\frac{3}{4}$ம; இவற்றைச் சுருக்குக.

3. ஒரெண்ணை அவ்வெண்ணுடன் கூட்ட வருந்தொகை அவ்வெண்ணை இரண்டாற் பெருக்கவருவதற்குச் சமன். இப்பொது வுரைக்குரிய அட்சரகணிதச் சமன்பாடு தருக.

4. 1−(3−2க)+1+3க. இதனை அடைப்பு நீக்கிச் சுருக்குக. க=2 ஆயின், விடையாதாகும்?

5. ஒரு கைக்கடிகாரம் ஒருமணிநேர ம நிமிட வீதம் பிந்தி ஓடுகின்றது. அக்கடிகாரம் ஒருமணிநேரம் இத்தனை செக்கன் வீதம் பிந்தி ஓடுகின்றதெனக் காண்க.

(ஆ)

1. பின்வருவன க விலும் எத்தனையாற் குறைவு? 5, ந^2.

2. 3க^2+4க^4−5க+2. இதனைக் க வினுடைய ஏறடுக்கு வரிசையிலும் இறங்கடுக்கு வரிசையிலும் எழுதுக.

3. ந=3க^2−2க+1. இதன்கண் க=3 ஆயின், ந வினது பெறுமானத்தைக் காண்க.

4. (2த^2−3ப^2−4ம^2)−(த^2+3ப^2−4ம^2). இதனை அடைப்பு நீக்கிச் சுருக்குக.

5. கூலிக்காரனொருவன் நாளொன்றுக்கு ரூபா த வீதம் ஒரு வாரத்தில் ரூபா ப உழைக்கின்றான். ப வின் பெறுமானத்தைத் த விற்றருக.

(இ)

1. ஒரெண்ணினுடைய இருகாரணிகளுள் ஒன்று க வும் ஒன்று ந வும் ஆயின், அவ்வெண் யாது? க=3, ந=4 ஆயின், அவ்வெண்ணின் பெறுமானம் என்ன?

2. 2க^2+3கப+ப^2. இக் கோவையிலே க^2, க என்னும் இவற்றினுடைய குணகங்களைக் காண்க.

3 ந=5க^2−3க−1. இதன்கண் க=1 ஆயின், நவினது பெறுமானத்தைக் காண்க.

4. 3ப−2$\{$ப−3(ப+2)$\}$. இதனை அடைப்பு நீக்கிச் சுருக்குக. ப=2 ஆயின், இதன் பெறுமானம் என்ன?

5. குதிரை யொன்று ரூபா 2த வீதம் 3ப குதிரைகள் விலைக்குக் கொள்ள ரூபா 4ம வேண்டும். இவ்வுண்மையை ஓரட்சரகணிதச் சமன்பாட்டாற் காட்டுக.

(ஈ)

1. த வினுடைய ஒரு காரணி ப ஆயின், மற்றைய காரணி யாது?

2. 3க^3−2க^2+க^4+1−க இதனைக் க வின் இறங்கடுக்கு வரிசையில் எழுதுக.

3. $\frac{3\text{க}^2-2}{3}-\frac{2\text{க}^2-1}{4}$. இதனைச் சுருக்குக. க=2 ஆயின், இதன் பெறுமானம் என்ன?

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

4· $7ப^2 - ப[2ப - 2\{ப - 3(பு - 2)\}]$. இதன் சுருக்கத்தைக் காண்க. $ப=\frac{1}{2}$ ஆயின், விடை யாதாகும்?

5 ம மாணுக்கருடைய தற்போதைய வயதுகளைக் கூட்டிணுற் க ஆண்டுகளாகும். ப ஆண்டுகளுக்கு முன்னுள்ள அவர்களுடைய வயதுகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

(உ)

1. 5க வொடு 4க வைக் கூட்ட வருந்தொகையை 3ந வால் வகுக்க.

2. $3க^2ந^2 - 2க^3ந - கந^3 + ந^4 + 4க^4$. இதனைக் க வினுடைய ஏறடுக்கு வரிசையில் எழுதுக.

3. $க=2$, $ந=\frac{1}{2}$ ஆயின், பின்வருவனவற்றுக்குப் பெறுமானங்கள் காண்க:—(1) $2கந$; (2) $க^2 - ந^2$; (3) $\frac{க - ந}{க + ந}$.

4. $3[3 - 3\{3 - 3(3 - ப)\}]$. இதனைச் சுருக்குக. $ப=2$ ஆயின், இதன் பெறுமானம் என்ன?

5. 3 அடுத்துவரும் இயற்கை யெண்களுட் பெரியது ப ஆயின், சிறியது யாது?

(ஊ)

1. க என்பது 5 ஐக் குறிக்கின், $\frac{3க - 5}{5}$ என்பது எவ் வெண்ணைக் குறிக்கும்?

2 $ப^3$ என்பதற்கும் 3ப என்பதற்கும் உள்ள வேறுபாடு யாது? $ப=3$ ஆயின், $ப^3 - 3ப$ என்பதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

3. $ந=2க^2 - 3க + 1$. இதன்கண் $க=1$ ஆயின், ந வினது பெறுமானம் என்ன?

4. $க^2 - \frac{க^2 - 1}{3}$. இதனைச் சுருக்கித் தருக.

5. அ" ஆரையையுடைய ஒரு கோளத்தின் புறப்பரப்பின் அளவு ப சதுர வங்குலமாயின், அ விற்கும் ப விற்கும் உள்ள தொடர்பு $ப=4\pi அ^2$ என்னுஞ் சூத்திரத்தாற் காட்டப்படும். $\pi=\frac{22}{7}$ எனக் கொண்டு $3\frac{1}{2}$" ஆரையையுடைய கோளமொன்றின் புறப்பரப்பினளவைக்காண்க.

(எ)

1. ஒரு சதுரவறையினது நீளம் ந' ஆயின், அதன் பரப்பளவைச் சதுரயாரிற் றருக.

2. 86 என்னும் எண் அட்சரகணித முறைப்படி $100த + 10ப + ம$ என்று எழுதப்படின் த, ப, ம என்னும் இவற்றினுடைய பெறுமானங்களைக் காண்க.

3. $ந=2க^3 - \frac{1}{8}$. இதன்கண்ணே $க=\frac{1}{2}$ ஆயின், ந வின் பெறுமானம் என்ன?

4. $அக + உக^2 - இக^2$. இதன்கண்ணே க வினுடைய ஒத்த அடுக்குக்களுக்குரிய குணகங்களை − முன்னிட்ட அடைப்பிலிடுக.

5. இ இருத்தல் இனிப்பை இருத்தலொன்று ரூபா த வீதங் கொண்டு ரூபா வ வீதம் விற்க வருநட்டம் ரூபா ம ஆயின், இ, த, வ, ம என்பனவற்றுக்குரிய தொடர்பை ஒரு சூத்திரத்தாற் காட்டுக.

(ஏ)

1. ஓரெண்ணை 2 ஆல் வகுத்து 3 ஆற் பெருக்க விடை வ வாகுமெனின் அவ்வெண் யாது?

2. 209 என்னும் எண்ணை அட்சரகணித முறைப்படி எழுதுக.

3. $க=\frac{1}{2}$, $ந=\frac{1}{3}$ ஆயின், $க^2 - 2கந + ந^2$ என்பதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

4. $ப - [க - \{க - (க - \overline{க - ப})\}]$. இதனைச் சுருக்குக.

5. முதல் இ இயற்கை யெண்களுடைய கூட்டுத்தொகை $\frac{இ(இ + 1)}{2}$ ஆயின், முதல் 100 இயற்கை யெண்களுடைய கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

(ஐ)

1. 3க என்பதன் வர்க்கத்தின் அரைப்பங்கைக் காண்க.

2. $3க^4 + 4க^2 - 2க + 1 + 4க - 3க^2 + 2$. இதன்கண்ணே $க^2$ என்பதன் குணகத்தைக் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

3. $\frac{1}{5க}+\frac{1}{2க}$. இதனைச் சுருக்குக.

4, த + 2ப − 3ம என்பதிலிருந்து த − ப + 3ம என்பதைக் கழிக்க.

5. த நாற்காலிகளை ஒன்று ரூபா ப வீதம் விலைக்குக் கொண்டு ஒன்று ரூபா ம வீதம் விற்றால் எத்தனை ரூபா நட்டம்?

அத்தியாயம் 4

இலகுவான உத்திக் கணக்குக்களுஞ் சமன்பாடுகளும்

25. அட்சரகணிதவுத்திக்கணக்குக்கள் செய்யுமிடத்து முன்னர் அக்கணக்குக்களுக்குரிய சமன்பாடுகளைப் பெற வேண்டும். பின்னர் அச்சமன்பாடுகளுடைய தீர்வுகளைக் காணவேண்டும். இத்தீர்வுகளே அக்கணக்குக்களுக்குரிய விடைகளாகும். ஆயின், இவ்விரண்டையும் இரண்டு பிரிவில் வைத்து ஆராய்வோம்.

26. உத்திக் கணக்குக்களிலிருந்து சமன்பாடுகளைப் பெறும் வகைகளை உதாரணங்களால் விளக்குவோம் :—

உ—ம்.

(1) ஒரு மனிதனுடைய தற்போதைய வயது 28 ஆண்டு. அவன் மகனின் வயது 5 ஆண்டு. க ஆண்டுகளிலே மகன் றனது தந்தையின் $\frac{1}{2}$ மடங்கு வயதினன் ஆவன். கவின் பெறுமானத்தைக் காண்பதற்குரிய சமன்பாட்டைத் தருக.

குறித்த மனிதனினுடைய தற்போதைய வயது 28 ஆண்டு ;

∴ க ஆண்டுகளில் அவன் வயது 28 + க ஆண்டாகும் ;

அவன் மகனினுடைய தற்போதைய வயது 5 ஆண்டு ;

∴ க ஆண்டுகளிலே மகனின் வயது 5 + க ஆண்டு ஆகும் ;

ஆனால், கணக்கின்படி மகன் வயது தந்தையின் வயதின் $\frac{1}{2}$ மடங்காகும்.

∴ $5 + க = \frac{1}{2}(28 + க)$;

∴ வேண்டிய சமன்பாடு $5 + க = \frac{1}{2}(28 + க)$ என்பதே.

உ—ம்.

(2) ஒரெண்ணை 3 ஆற் பெருக்கவந்த பெருக்கத்தோடு 6 ஐக் கூட்டவந்த கூட்டுத்தொகை 42 ஆகும். இதனை ஒரு சமன்பாட்டாற் காட்டுக.

தந்த எண் க எனக் கொள்வோம் ;

அதனை 3 ஆற் பெருக்கவந்த பெருக்கம் 3க ஆகும் ;

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

இப் பெருக்கத்தோடு 6 ஐக் கூட்டினுற் கூட்டுத்தொகை $3க+6$ ஆகும் ;

கணக்கின்படி இதற்கு 42 சமன் ;

∴ $3க+6=42$.

உ—ம்.

(3) ஒரு முதலாளி இரு கூலிக்காரர்க்கு ரூபா 50 ஐப் பகுக்கும்போது ஒருவனிலும் ஒருவனுக்கு ரூபா 12 கூடுதலாகக் கொடுத்தான். இதனை ஒரு சமன்பாட்டாற் காட்டுக.

குறைந்த தொகை பெற்றவன் ரூபா க பெற்ருன் எனக் கொள்வோம் :

∴ கூடிய தொகை பெற்றவன் ரூபா $(க+12)$ பெற்ருனவன் ;

∴ இருவரும் பெற்ற தொகை ரூபா $க+(க+12)$ ஆகும் ;

கணக்கின்படி இதற்கு ரூபா 50 சமன் ;

∴ $க+(க+12)=50$.

உ—ம்.

(4) 48 மைல் இடைத்தூரமுள்ள இரு பட்டினங்களிலிருந்து இருவர் காலை 6 மணிக்குப் புறப்பட்டு ஒருவனிலும் ஒருவன் இருமடங்கு வேகமாக நடந்து 8 மணிநேரத்தில் ஒருவனை ஒருவன் சந்தித்தனர். இவ்வுண்மையை விளக்குஞ் சமன்பாட்டைத் தருக.

மெல்ல நடந்தவன் ஒரு மணிநேரத்திற்குக் க மைல் வீத நடந்தான் எனக்கொள்வோம்.

∴ விரைவாய் நடந்தவன் ஒரு மணிநேரத்திற்கு 2க மைல் வீத நடந்தானவன் ;

∴ 8 மணிநேரத்தில், மெல்ல நடந்தவன் சென்ற தூரம் 8க மைல் ஆகும் ;

8 மணிநேரத்தில், விரைவாய் நடந்தவன் சென்ற தூரம் $8\times2க$ மைல்$=16க$ மைல் ஆகும் ;

∴ ஒருவனை ஒருவன் சந்தித்தபோது இருவரு நடந்த தூரம் $8க+16க$ மைல் ஆகும் ;

கணக்கின்படி இதற்கு 48 மைல் சமனுகும்.

∴ $8க+16க=48$.

பயிற்சி 4 (அ)

1. பின்வருவனவற்றைப் பிழை நீக்கி எழுதுக.

(1) அவனது வயது க எனக் கொள்வோம்.

(2) ஒரு தேங்காயின் விலை ப.

(3) ஓரறையினது நீளங் க எனக் கொள்வோம்.

(4) $3க+ந=12'$.

(5) $க'\times ந'=கந'$.

(6) ஒரு புகைவண்டியின் வேகங் க வெனக் கொள்வோம்.

(7) ந நீளமும் அ அகலமும் உ உயரமும் உடைய ஓரறையின் கொள்ளளவு நஅஉ ஆகும்.

(8) ஒரு வட்டத்தின் ஆரை அ ஆயின், அதன் பரப்பளவு $\pi அ^2$ ஆகும்.

(9) த என்பது ஒற்றை யெண்ணுயின் $த+2$ என்பது இரட்டை யெண்ணுகும்.

(10) த என்பது இயற்கை யெண்களுள் எதனைக் குறித்தாலும் $2த+1$ என்பது இரட்டை எண்களையே குறிக்கும்.

பின்வருவனவற்றின்கண்ணுள்ள உண்மைகளை விளக்குஞ் சமன்பாடுகளைக் காண்க :—

2. இரண்டு எண்களுடைய கூட்டுத்தொகை 240. ஒன்றன் $\frac{1}{2}$ மற்றையதன் $\frac{1}{3}$ இலும் 40 ஆற் கூடியது.

3. அ, இ, உ, என்னு மூவர்க்கு ரூபா 810 ஐப் பகுத்துக் கொடுக்க. கொடுக்கும்போது அ வின் பங்கு இ யின் பங்கின் மும்மடங்காயும் இ யின் பங்கு உ வின் பங்கின் இருமடங்காயும் வரச் செய்க.

4. ஓரெண்ணனது தன் $\frac{1}{6}$ இலும் 125 ஆற் கூடிய்து.

5. ஓரெண்ணின் $\frac{1}{2}$ இல் இருந்து 16 ஐக் கழிக்க வந்த மிச்சத்தை 6 ஆற் பெருக்க வந்த பெருக்கம் அவ்வெண்ணிலும் 6 ஆற் குறைந்தது.

6. அ, இ என்பவர்களுடைய தற்போதைய வயதுகளைக் கூட்டினுற் கூட்டுத் தொகை 48 ஆண்டுகளாகும். 6 ஆண்டுகளுக்குமுன் அ என்பவனின் வயது இ யின் வயதின் மும்மடங்கு.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

7. 4 அடுத்துவரும் இயற்கை யெண்களின் கூட்டுத் தொகை 274.

8. 750 யாரை இருபங்குகளாக்குமிடத்து ஒன்றின் $\frac{1}{4}$ மற்றையதன் $\frac{1}{5}$ இலும் 30 ஆற் கூடும்படி செய்க.

9. 50 என்பது ப விலும் 6 ஆற் கூடியது.

10. அ என்பவன் ஒரு மணிநேரத்திற்குத் த மைல் வீதமாகப் ப மணிநேர நடந்த தூரம் இ என்பவன் ஒரு மணிநேரத்திற்கு ம மைல் வீதமாக வ மணிநேர நடந்த தூரத்திற்குச் சமன்.

11. இரண்டு இலக்கங்களாலாய ஒரெண்ணின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 4. அவ்விலக்கங்களின் கூட்டுத் தொகை அவ்வெண்ணின் $\frac{1}{7}$ க்குச் சமன்.

27. இலகுவான சமன்பாட்டுத் தீர்வுகள்: சமன்பாடுகளைப் பல முறைகள் பற்றி வகுக்கலாம். அவற்றைச் சர்வ சமன்பாடுகள், நிபந்தனைச் சமன்பாடுகள் என்று வகுத்தல் ஒரு முறை. க + ந = ந + க என்பதைச் சர்வ சமன்பாட்டுக்கும், 5க = 15 என்பதை நிபந்தனைச் சமன் பாட்டுக்கும் உதாரணங்களாகக் கூறலாம். இவற்றுட் க + ந = ந + க என்பதில், க வு ந வும் பெறுமானம் பற்றி ஒருவகை நிபந்தனையுமின்றிப் பொதுமைப்பாடடைந்திருப்பதைக் காணலாம். ஆயின், அதனைச் சர்வ சமன்பாடு எனலாம். இதனைக் க + ந ≡ ந + க என்று எழுதுதல் வழக்கு. இங்கு ≡ என்னுங் குறி 'என்பதற்குச் சர்வ சமன்' என்பதைக் குறிக்கும். 5க = 15 என்னுஞ் சமன்பாடு க வின் பெறுமானம் 3 ஆயினுற்றான் உண்மையாகும். அதுபற்றி அதனை நிபந்தனைச் சமன்பாடு என்று கூறுவர். இங்கு 3 என்பது அச்சமன்பாட்டுத் தீர்வாகும். அதனை அச்சமன் பாட்டு மூலமெனினும் அமையும்.

நிபந்தனைச் சமன்பாட்டுத் தீர்வுகளைக் காணும் வழிகளுட் சிலவற்றைப் பின்வரும் உதாரணங்கள்பற்றி அறியலாம் :-

உ—ம்.

(1) க − 4 = 5. இச்சமன்பாட்டினது தீர்வைக் காண்க.

க − 4 = 5 ;

இரு பக்கங்களுக்கும் 4 ஐக் கூட்டுக.

க − 4 + 4 = 5 + 4 ;

∴ க = 9.

உ—ம்.

(2) க + 9 = 12. இச்சமன்பாட்டின் மூலத்தைக்காண்க.

க + 9 = 12 ;

இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 9 ஐக் கழிக்க.

∴ க + 9 − 9 = 12 − 9 ;

∴ க = 3.

உ—ம்.

(3) 4ப = 24. இதற்குத் தீர்வுகாண்க.

4ப = 24 ;

இரு பக்கங்களையும் 4 ஆல் வகுக்க.

∴ $\frac{4ப}{4} = \frac{24}{4}$;

∴ ப = 6.

உ—ம்.

(4) $\frac{ந}{5} = 2$. இதனைத் தீர்க்க.

$\frac{ந}{5} = 2$;

இரு பக்கங்களையும் 5 ஆற் பெருக்க.

$\frac{ந}{5} \times 5 = 2 \times 5$;

∴ ந = 10.

பயிற்சி 4 (ஆ)

பின்வருஞ் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

1. 4க = 12. 2. 5க = 15. 3. 4க = 0.

4. $\frac{க}{4} = 5$. 5. க − 5 = 7. 6. க + 5 = 8.

7. 6க = 1. 8. $\frac{3க}{5} = 9$. 9. க + 3 = 8.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

10. $\frac{க}{4}=0$. 11. $\frac{3க}{4}=9$. 12. $5க=2$.

13. $க-7=9$. 14. $9=க-3$. 15. $5=6க$.

16. $\frac{க}{2}=\frac{3}{4}$. 17. $4க=1$. 18. $6=க+2$.

19. $1=\frac{க}{4}$. 20. $\frac{2க}{5}=\frac{5}{3}$.

28. சமன்பாட்டுத் தீர்வுகள் பெரும்பான்மையாகப் பின்வரு நான்குண்மைகளைத் தழுவி நிற்றல் புலனாகும்:

(1) சமன்களுடன் சமன்களைக் கூட்டினால், அக் கூட்டுத் தொகைகள் ஒன்றுக்கொன்று சமன்.

(2) சமன்களிலிருந்து சமன்களைக் கழித்தாற் கழித்துப் பெற்ற மீதிகள் ஒன்றுக்கொன்று சமன்.

(3) சமன்களைச் சமன்களாற் பெருக்கினால், அப்பெருக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமன்.

(4) சமன்களைச் சமன்களால் வகுத்தால், வகுத்துப் பெற்ற ஈவுகள் ஒன்றுக்கொன்று சமன்.

இவ்வுண்மைகளைப் பயன்படுத்திச் சமன்பாட்டுத்தீர்வுகள் காண்பதைப் பின்வரும் உதாரணங்கள் விளக்கும் :—

உ—ம்.

(1) $4க-3=2க+3$. இச் சமன்பாட்டினுடைய தீர்வைக் காண்க.

$4க-3=2க+3$;

இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 2க வைக் கழிக்க.

$\therefore 2க-3=3$;

இரு பக்கங்களுக்கும் 3 ஐக் கூட்டுக.

$\therefore 2க=6$;

இரு பக்கங்களையும் 2 ஆல் வகுக்க.

$\therefore க=3$.

உ—ம்.

(2) $5க+6=16+க$. இதன் மூலத்தைக் காண்க.

$5க+6=16+க$;

இரு பக்கங்களிலிருந்துங் க வைக் கழிக்க.

$\therefore 4க+6=16$;

இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 6 ஐக் கழிக்க.

$\therefore 4க=10$;

இரு பக்கங்களையும் 4 ஆல் வகுக்க.

$\therefore க=2\frac{1}{2}$.

உ—ம்.

(3) $\frac{1}{2}க+8=11\frac{1}{4}-\frac{1}{4}க$. இதற்குத் தீர்வு காண்க.

$\frac{1}{2}க+8=11\frac{1}{4}-\frac{1}{4}க$;

இரு பக்கங்களுக்கும் $\frac{1}{4}$க வைக் கூட்டுக.

$\therefore \frac{3}{4}க+8=11\frac{1}{4}$;

இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 8 ஐக் கழிக்க.

$\therefore \frac{3}{4}க=3\frac{1}{4}$;

இரு பக்கங்களையும் $\frac{3}{4}$ ஆல் வகுக்க.

$$\therefore க=\frac{13}{4}\div\frac{3}{4} ;$$
$$=\frac{13}{4}\times\frac{4}{3} ;$$
$$=4\frac{1}{3}.$$

பயிற்சி 4 (இ)

பின்வருஞ் சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வு காண்க.

1. $6க-3=9$. 2. $5ந+2=22$.

3. $\frac{1}{2}க-5=0$ 4. $2க-3=க+1$.

5. $3க+2=2க+7$. 6. $\frac{1}{2}ந-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}ந+1\frac{1}{4}$.

7. $5ந=2ந+6$. 8. $3க-1=க-\frac{1}{2}$.

9. $\frac{க}{3}=\frac{5}{6}-\frac{க}{9}$. 10. $\frac{1}{2}க+2=5-\frac{1}{4}க$.

11. $\frac{க}{5}+\frac{1}{5}=\frac{க}{10}+\frac{1}{3}$. 12. $க=\frac{1}{2}(க+5)$.

13. $ந+5=\frac{1}{2}(ந+11)$. 14. $ந-5=\frac{1}{3}(ந+3)$.

15. $\frac{ந}{2}+\frac{ந}{3}=\frac{6}{5}$. 16. $\frac{3}{க}=\frac{4}{5}$.

17. $\frac{3}{7}=\frac{க}{2}$. 18. $\frac{2}{3க}=\frac{5}{9}$.

19. $5(க+3)=3க+20$. 20. $\frac{1}{2}(க+2)=\frac{1}{4}(க+8)$.

21. $\frac{1}{3}(க-6)=\frac{1}{4}(க+1)$.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

29. அட்சர கணித வுத்திக் கணக்கொன்றுக்கு விடை காணுதற்குத் தெரியாக் கணியத்தை யாதும் ஓரெழுத்தாகிய குறியீடுபற்றிக் குறித்துவிட்டு அக்கணக்கிற்றந்தன கொண்டு இரண்டு சமமான குறியீட்டுக் கோவைகளைப் பெறமுயல வேண்டும். முயல ஒரு சமன்பாட்டைப் பெறலாம். அச்சமன்பாட்டினுடைய தீர்வே தந்த கணக்கின் விடையாகும்.

உத்திக்கணக்குக்கள் செய்யுமிடத்து மாணுக்கர் தந் நினைவில் அழுத்தி வைத்திருக்கவேண்டியவை இரண்டு உள :—

i. எண்கள் எழுத்துக்களாற் குறிக்கப்படலாம். ஆனால், கணியங்கள் எழுத்துக்களாலேயே குறிக்கப்படுதல் தகாது. கருதிய எண் அ ஆகுக என்பதிற் பிழையாதுமில்லை. குறித்த மனிதனது நிறை அ ஆகுக என்பது பிழை. குறித்த மனிதனது நிறை அ இருத்தல் ஆகுக என்று கூறலாம்.

ii. கணியங்கள்பற்றியெழுங் கணக்குக்களில் அலகுகள் இன்ன எனத் தெளிவாய்க் கூறவேண்டும்.

அ அங். நீளமும், இ அங். அகலமும், உ அங். உயரமும் உள்ள ஒருபெட்டியின் கொள்ளளவு அஇஉ எனின், அலகு பற்றிக் கொள்ளளவு தெளிவாயில்லை. அப்பெட்டியின் கொள்ளளவு அஇஉ கன அங். எனலே தெளிவாகும்.

இவற்றின் றுணைகொண்டு உத்திக் கணக்குக்களுக்கு விடைகாணும் வழிகளைப் பின்வரும் உதாரணங்களால் விளக்குவோம் :

உ—ம்.

(1) ஓரெண் 30 இலும் எவ்வளவாற் கூடியதோ, அவ்வளவால் அது நூறிலுங் குறைந்தது. அவ்வெண் யாது?

அவ்வெண் க ஆகுக.

க என்பது 30 இலும் க − 30 ஆற்கூடியது.

க என்பது 100 இலும் 100 − க ஆற் குறைந்தது.

∴ கணக்கின்படி, க − 30 = 100 − க.

இரு பக்கங்களுக்குங் க வைக் கூட்டுக.

∴ 2க − 30 = 100 ;

இரு பக்கங்களுக்கும் 30 ஐக் கூட்டுக.

∴ 2க = 130 ;

இரு பக்கங்களையும் 2 ஆல் வகுக்க.

∴ க = 65.

∴ அவ்வெண் 65 ஆகும்.

உ—ம்.

(2) அ என்பவனுடைய தற்போதைய வயது இ என்பவனுடைய தற்போதைய வயதிலும் 5 ஆண்டாற் கூடியது. 30 ஆண்டுகளுக்குமுன் அ வின் வயது இ யின் வயதின் $\frac{4}{3}$ மடங்கு. அவர்களுடைய தற்போதைய வயதுகளைக் காண்க.

இ யினது தற்போதைய வயது க ஆண்டு எனக் கொள்வோம்.

∴ அ வினது தற்போதைய வயது க + 5 ஆண்டு ஆகும்.

∴ 30 ஆண்டுகளுக்குமுன் இ யின் வயது க − 30 ஆண்டு;

∴ 30 ஆண்டுகளுக்குமுன் அ வின் வயது க + 5 − 30 ஆண்டு ;

கணக்கின்படி, முன்னதன் $\frac{3}{4}$ மடங்கு பின்னதனுக்குச் சமன்.

∴ $\frac{4}{3}$(க − 30) = க + 5 − 30 ;

∴ $\frac{4}{3}$க − 40 = க + 5 − 30 ;

இரு பக்கங்களிலிருந்துங் க வைக் கழிக்க.

∴ $\frac{1}{3}$க − 40 = 5 − 30 ;

இரு பக்கங்களுக்கும் 40 ஐக் கூட்டுக.

∴ $\frac{1}{3}$க = 40 + 5 − 30 ;

= 15 ;

இரு பக்கங்களையும் 3 ஆற் பெருக்குக.

∴ க = 45.

∴ இ என்பவனுடைய தற்போதைய வயது 45 ஆண்டு;
∴ அ என்பவனுடைய தற்போதைய வயது (45 + 5) ஆண்டு = 50 ஆண்டு.

உ—ம்.

(3) ஒரு பிரயாணி காலை 6 மணிக்குப் புறப்பட்டு மணியொன்றுக்கு 4 மைல் வீத நடந்து செல்கின்முன். ஒரு சைக்கிளோடி காலை 9 மணிக்குப் புறப்பட்டு மணியொன்

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

றுக்கு 10 மைல் வீதம் அப்பிரயாணியைப் பின்றொடர்ந்து ஓடிச் சந்திக்கின்றான். சந்திக்கும்போது அப்பிரயாணி எத்தனை மைற்றூர நடந்துள்ளான் ?

சந்திக்கும்போது அப்பிரயாணி க மணிநேர நடந்துள்ளான் எனக்கொள்வோம்.

$\therefore$ அச்சைக்கிளோடி $\text{க} - 3$ மணிநேரம் ஓடியவன் ஆவான்.

க மணிநேரத்தில் அப்பிரயாணி சென்ற தூரம் 4க மைல்; $(\text{க} - 3)$ மணிநேரத்தில் அச் சைக்கிளோடி சென்ற தூரம் $10(\text{க} - 3)$ மைல். கணக்கின்படி, இரு தூரங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமன்.

$\therefore\ 10(\text{க} - 3) = 4\text{க}$;

$\therefore\ 10\text{க} - 30 = 4\text{க}$.

இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 4க வைக் கழிக்க.

$\therefore\ 6\text{க} - 30 = 0$;

இரு பக்கங்களுக்கும் 30 ஐக் கூட்டுக.

$\therefore\ 6\text{க} = 30$;

இரு பக்கங்களையும் 6 ஆல் வகுக்க.

$\therefore\ \text{க} = 5$.

$\therefore\ 4\text{க} = 20$.

$\therefore$ பிடிபடும்போது அப்பிரயாணி நடந்த தூரம் 20 மைல் ஆகும்.

பயிற்சி 4 (ஈ)

1. இரண்டு அடுத்துவரும் இயற்கை யெண்களின் கூட்டுத்தொகை 43 ஆயின், அவ்வெண்களைக் காண்க.

2. இரண்டு இலக்கங்களாலாய ஓரெண்ணின் பத்தினிடத்திலக்கம் ஒன்றினிடத்திலக்கத்திலும் 4 ஆற் கூடியது. அவ்வெண் அவ்விலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகையின் 7 மடங்கு. அவ்வெண் யாது ?

3. இரண்டு மனிதர் ஒன்றுக்கொன்று 42 மைற்றூரமுள்ள இரு பட்டினங்களிலிருந்து ஒரு நேரத்திற் புறப்பட்டு ஒருவரை ஒருவர் எதிர் நோக்கி நடக்கின்றனர். ஒருவரது வேகம்ஒருவரது வேகத்தின் இரு மடங்கு. அவர்கள் 6 மணி நேரத்தில் ஒருவரை ஒருவர் சந்திப்பாராயின் அவர் வேகங்களைக் காண்க.

4. நான் ஒரு வீட்டை விலைக்குக் கொண்டு கொள்விலையின் $\frac{1}{4}$ பங்களவு திருத்தத்திற்குச் செலவு செய்தேன். மொத்த முடிப்பு ரூபா 15,000 ஆயின், என் வீட்டின் கொள்விலை யென்ன ?

5. அ, இ, உ என்பவரிடையே ரூபா 85 ஐப் பகுத்துக் கொடுத்தற்கண் இ என்பவர் அ விலும் ரூபா 10 கூடுதலாகவும் உ என்பவர் இ யிலும் ரூபா 20 கூடுதலாகவும் பெறும்படி செய்க.

6. எனது வயது என் மகன் வயதின் 4 மடங்கு. 10 ஆண்டு சென்றால் என்வயது அவன் வயதின் $2\frac{1}{2}$ மடங்காகும். எனது தற்போதைய வயதென்ன ?

7. அ என்பவன் இ என்பவனுக்குச் சொல்லுகிறான், நான் உன்னிலும் 12 ஆண்டால் மூப்பு. 4 ஆண்டில் என் வயது நின் வயதின் 2 மடங்காகும்' அவர்களுடைய வயதுகளைக் காண்க.

8. இரண்டு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 84. அவ்வெண்களின் வித்தியாசம் 24. அவ்வெண்களைக் காண்க.

9. ஓரெண்ணை 5 ஆற் பெருக்க வந்த பெருக்கத்தினின்றும் 10 ஐக் கழிக்க 25 மீதியாகுமெனின் அவ்வெண் யாது ?

10. மூன்று அடுத்துவரும் இயற்கை யெண்களுடைய கூட்டுத்தொகை 111. அவ் வெண்களைக் காண்க.

11. ஓரெண்ணின் $\frac{1}{2}$ பங்குடன் 10 ஐக் கூட்டினால் அது அவ்வெண்ணின் $\frac{1}{3}$ பங்குடன் 12 ஐக் கூட்டியதற்குச் சமன் அவ்வெண் யாது ?

12. நான் ஓரெண்ணை மனதாலே நினைத்து அதனை இரட்டித்து 8 ஐக் கூட்ட 28 ஐப் பெற்றேன். நான் நினைத்த எண் யாது ?

13. என் வயது எனது தந்தையாரின் வயதின் அரை மடங்கு. எனது தந்தையார் என்னிலும் 20 ஆண்டால் மூப்பு. என் வயதென்ன ?

14. அ, இ, உ என்பவர் ரூபா 250 ஐத் தம்முட் பகுத்துக் கொண்டனர். இ பெற்ற தொகை அ பெற்றதன் $1\frac{1}{2}$ மடங்கு. உ பெற்றது அ பெற்றதன் $2\frac{1}{2}$ மடங்கு. அவர்கள் பெற்ற தொகைகளைத் தனித்தனி காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

15. ஒரு வியாபாரி ஒரு தொகை கத்திகளை 3 ரூபாவுக்கு 4 வீதம் விலைக்குக் கொண்டு 4 ரூபாவுக்கு 3 வீதம் விற்ருன். விற்க, 140 ரூபா நயமடைந்தான். அவன் விலைக்குக் கொண்ட கத்திகளின் ருெகையைக் காண்க.

16. த என்னும் பட்டினம் ப என்னும் பட்டினத்திலிருந்து 35 மைற்றூரம். அ என்பவன் த விலிருந்து ப வுக்கு மணிக்கு 4 மைல் வீதஞ் செல்கின்ருன். இ என்பவன் ப விலிருந்து த வுக்கு மணிக்கு 3 மைல் வீதம் நடக்கின்ருன். இருவரும் ஒரு நேரத்திற் புறப்பட்டனராயின், எவ்வளவு நேரத்தில் ஒருவர்க்கொருவர் 7 மைற்றூரத்தில் (1) முன்காட்டி நிற்பார் (2) பின்காட்டி நிற்பார் ?

அத்தியாயம் 5

வரைப்படத்தினெடுங்கணக்கு

30. ஒரு புள்ளியினுடைய ஆள்கூறுகள்: ஒரு தாளில் ஒரு குறித்த புள்ளியினது நிலையை உணர்த்த விரும்பின், அப்புள்ளி அத்தாளின் இடப்பக்க விளிம்பிலிருந்து இன்ன தூரமும் அதன் அடிவிளிம்பிலிருந்து இன்ன தூரமுங் கொண்டுள்ளதெனலாம். அத்தாளிலுள்ள வேறு புள்ளிகளுடைய நிலைகளையும் இவ்வாறே இடப்பக்க விளிம்பு, அடிவிளிம்பு என்னும் இரு விளிம்புகளுடைய துணைகொண்டு உணர்த்தலாம். இவ்விரண்டையுந் துணைகொள்ளாது அத்தாளுக்குக் குறுக்கே ஒரு கோடு வரைந்துவிட்டு அதனை வெட்டும் வேறொரு கோடுங் கீறி அவ்விரு கோடுகளுடைய துணைகொண்டுங் குறித்த புள்ளியினது நிலையை உணர்த்தலாம். இம்முறையையே அட்சரகணித நூலோர் கையாளுவர். அக்கோடுகளுள், தாளுக்குக் குறுக்கே கிடக்குங் கோட்டைக் கிடையச்சென்றும் அதனை வெட்டி அதன்மேலே நிற்குங் கோட்டை நிலையச் சென்றுங் கூறுவர். கிடையச்சைக் க-அச்சென்று நிலையச்சை ந-அச்சென்றுங் கூறலாம். இரண்டு அச்சுக்களும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளி உற்பத்தித் தானம் எனப்படும். ஒரு குறித்த புள்ளியானது நிலையச்சினின்று கிடையச்சுக்குச் சமாந்தரமாய் எவ்வளவு தூரத்திலுள்ளதோ அத்தூரத்தை அப்புள்ளியின் கிடைத்தூரமென்றும், கிடையச்சினின்று நிலையச்சுக்குச் சமாந்தரமாய் எவ்வளவு தூரத்திலுள்ளதோ அத்தூரத்தை அப்புள்ளியினது நிலைத்தூரமென்றும் அழைப்பர். இவ்விரு தூரங்களையும் அப்புள்ளியினுடைய ஆள்கூறுகளென்பர். நிலையச்சுக் கிடையச்சுக்குச் சாய்வின்றிச் செங்குத்தாய் இருப்பின் அது தெக்காட்டேயின் முறையாகும். இம்முறை இலகுவானது. ஆகையால் அதுவே இங்கு ஆளப்படும்.

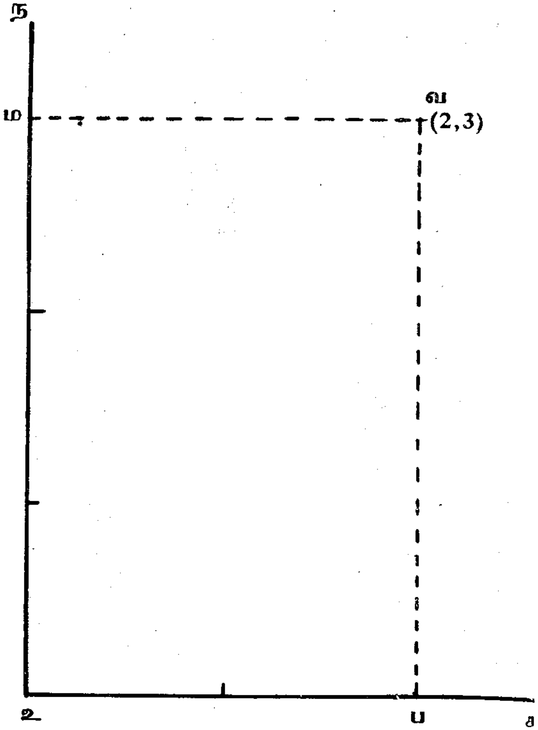
31. புள்ளிநிலை குறித்தல்: ஒரு புள்ளியினுடைய ஆள்கூறுகள் கொண்டு அதனது நிலையைக் காண்டலே

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

புள்ளிநிலை குறித்தல் எனப்படும். இதனை ஒருதாரணத்தால் விளக்குவோம்.

உ—ம்.

(1) ஒரு புள்ளியினுடைய ஆள்கூறுகளானவை முறையே 2ம், 3ம், ஆயின் அதனது நிலையை ஒரு வெண்டாளிற் குறிக்க.



உரு. 1

ஒரு வெண்டாளுக்குக் குறுக்கே உக என்னும் நேர்கோடொன்று வரைக. அதனை அங்குலங்களாகப் பிரிக்க. உ விலிருந்து உந என்னும் நேர்கோடொன்றை, உக விற்குச் செங்குத்தாகக் கீறுக. அதனையும் அங்குலங்களாகப் பிரிக்க. உ விலிருந்து உக வில் 2 அங்குலத் தூரமுள்ள புள்ளியைக் குறிக்க. அப்புள்ளி ப ஆகுக. இனி உ விலிருந்து உந வில் 3 அங்குலத்தூரமுள்ள புள்ளியைக் குறிக்க. அப்புள்ளி ம ஆகுக. ப ஊடாக உந விற்குச் சமாந்தரமாக ஒரு கோடும் ம ஊடாக உக விற்குச் சமாந்தரமாக ஒரு கோடுங் கீறுக. அவ்விரு கோடுகளும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளி வ ஆகுக.

ஆயின், வ என்பதே வேண்டிய புள்ளியாகும்.

இதனைச் சாதிப்போம்: மவ என்பது உப விற்குச் சமாந்தரமாயும், பவ என்பது உம விற்குச் சமாந்தரமாயுமிருக்க ∟மஉப என்பது செங்கோணமாயிருப்பதால் உபவம என்பது ஒரு செவ்வகமாகும். ஆகவே, மவ=உப என்பதும் பவ=உம என்பதும் பெறப்படும்.

உப=2, உம=3 ;

∴ மவ=2, பவ=3.

ஆதலால் வ வினுடைய ஆள்கூறுகள் 2ம் 3ம் ஆகும். எனின், வ என்பதே வேண்டிய புள்ளியாகும்.

அதனைப் புள்ளி (2, 3) என்று குறித்தல் வழக்கு.

அதுபோலக் கிடைத் தூரங் க வு நிலைத் தூர ந வுங் கொண்ட புள்ளியைப் புள்ளி (க, ந) என்று குறிக்கலாம்.

வரைப்படங் கீறுதற்கு வெண்டாளுக்குப் பதிலாகச் சதுரக்கோடுள்ள வரைப்படத்தாளை உபயோகித்தாற் புள்ளிநிலை குறித்தல் இலேசாக அமையும். புள்ளிகளுடைய நிலைகளைப் புள்ளடிகளாற் குறித்தல் வழக்கு. அவற்றுக்கு அருகாமையில் அவற்றினுடைய ஆள்கூறுகளை மேலுள்ள படத்திற் காட்டியவாறு குறிக்கலாம்.

பயிற்சி 5 (அ)

ஒரு வெண்டாளிலே மேல்வரும் புள்ளிகளைக் குறிக்க.

1. (1,2).   2. (3,2).   3. (4,3).
4. (0,3).   5. (4,0)   6. (3,1).

ஒரு வரைப்படத்தாளிலே மேல்வரும் புள்ளிகளைக் குறிக்க.

7. (2,1).   8. (3,4).   9. 5,1.8).
10. (2·5, 1·4).   11. (2·7, 0).   12. (0,3·6).
13. (0,0)   14. (4·6,2·3)   15. (4·1,2·3)

16. ஒரு வரைப்படத்தாளில் (0, 1), (3, 2), (2, 3) என்னும் புள்ளிகளைக் குறிக்க. அவற்றை இவ்விரண்டாக நேர்கோடுகளாற் றொடுக்க வரும் உருவத்திற்குள் இருக்குஞ்

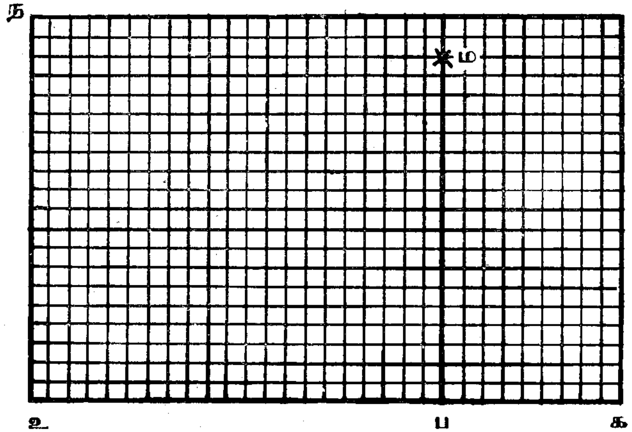
Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

சிறு சதுரங்களின் றொகையைக் காண்க. (அச்சதுரங்களுள் அரைப்பங்கிற் குறைந்தனவற்றை நீக்கியுங் கூடியனவற்றை முழுச்சதுரங்களெனக் கொண்டும் எண்ணுக).

17. ஒரு வரைப்படத்தாளிற் பின்வரும் புள்ளிகளைக் குறிக்க : (0,1·5), (1,·9), (2,·6), (3·2,3·3), (4,2·6), (4·8,1·6), (5·2,2·4). அடுத்துள்ள புள்ளிகளை நேர் கோடுகளாற் றொடுக்க.

18. பின்வரும் புள்ளிகளை ஒரு வரைப்படத்தாளிற் குறிக்க :—(0,1), (1,2), (2,3), (3,4), (4,5). அடுத்துள்ள புள்ளிகளை நேர்கோடுகளாற் றொடுக்க. தொடுக்கப் பெற்ற உருவம் என்ன ?

32. ஒரு புள்ளியினுடைய ஆள்கூறுகள் வரைப்படத் தாளுக்கு அடங்காத பெரிய எண்களாற் குறிக்கப்படின், அளவுத் திட்டங்கொண்டு அடங்குமாறு செய்யலாம். உதாரணமாக, (21, 18) என்னும் புள்ளியைக் குறிப்பதற்கு ஓரலகுக்கு வகைக் குறி ·1 அங்குலம் என்னும் அளவுத் திட்டம் அமையும் என்பதைக் காட்டுவோம்.



உரு. 2

வரைப்படத் தாளுக்குக் குறுக்கே உக என்னுங் கிடையச்சைக் கீறுக. உ விலிருந்து உக விற்குச் செங்குத்தாய் உந என்னு நிலையச்சைக் கீறுக. உ விலிருந்து உக வில் 2·1 அங்குலத் தூரமுள்ள ப என்னும் புள்ளியைக் குறிக்க. ப விலிருந்து உந விற்குச் சமாந்தரமாய் ஒரு கோடு வரைக : அதன்கண் ப விலிருந்து 1·8 அங்குலத்தூரமுள்ள ம என்னும் புள்ளியைக் குறிக்க. ஆயின், வேண்டிய புள்ளி ம வாகும். இதனைக் காட்டுவோம் :—

·1 அங்குலம் 1 அலகுக்கு வகைக்குறி. ஆகவே 2·1 அங்குலம் 21 அலகுக்கும் 1·8 அங்குலம் 18 அலகுக்கும் வகைக்குறிகளாகும். எனின், மேலுள்ள படத்திலே ம என்பது (21,18) என்னுமாள்கூறுகளைக் கொண்டுள்ளதெனலாம்.

33. **புள்ளி விவரங்களின் வரைப்படம்.** ஒரு வரைப் படமானது பருமன்பற்றி ஒரு கணிய மாறமாற அதனோடு தொடர்புள்ள வேறொரு கணியம் எவ்வாறு வேறுபடும் என்பதைக் காட்டும். முற்கூறிய கணியத்தினுடைய பெறுமானங்களைத் தெரிந்தெடுத்துக்கொண்டு பிற்கூறிய கணியத்தினுடைய ஒத்த பெறுமானங்களை நோக்குதலாலாயினும் கணித்தலாலாயினுங் காணலாம். தெரிந்தெடுக்கும் பெறுமானங்களையுடைய கணியத்தைச் சாரா மாறி என்றும், அதனோடு சார்ந்து நின்கின்றமையாலே நோக்கியோ கணித்தோ காணுகின்ற பெறுமானங்களையுடைய கணியத்தைச் சார்ந்தமாறி என்றுங் கூறுதல் வழக்கு.

சில வேளைகளில் இருமாறிகளுடைய ஒத்த பெறுமானங்களானவை நோக்குதலாலோ சோதனையாலோ பெற வேண்டிய நிலைமைகள் ஏற்படும். அவ்வாறு பெற்ற பெறுமானங்கள் பிழைகளினீங்கியுள்ளன எனக் கொள்வது தகாது. ஆகவே, அப்பெறுமானங்கள் கொண்டு குறித்த புள்ளிநிலை முற்றாய் நம்பத்தக்கனவல்ல. இந்நிலைமைகளில்,

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(1) குறித்த புள்ளிநிலைகளுக்கு ஊடாக ஓரழுத்தமான வளைகோடோ நேர்கோடோ கீறலாமெனக் கண்டால் அதனை வரைக.

(2) குறித்த புள்ளிநிலைகளுட் பெரும்பான்மையானவை ஓரழுத்தமான வளைகோட்டிற் கிடப்ப ஏனையவற்றுட் சில ஒரு புறமும் சில மற்றைய புறமும் ஏறத்தாழச் சமமாயிருப்பின் அவ்வளை கோட்டை வரைக.

(3) குறித்த புள்ளிநிலைகள் ஓரொழுங்குக்கும் அகப்படாது அங்குமிங்குமாய்க் கிடந்தால், அடுத்துவரும் புள்ளிகளை நேர்கோடுகளாற் றொடுக்க.

இம்மூன்றுவகை வரைப்படங்களும் புள்ளிவிவரங்களினுடைய வரைப்படங்கள் எனப்படும். இவற்றை உதாரணங்களால் விளக்குவோம் :—

உ—ம்.

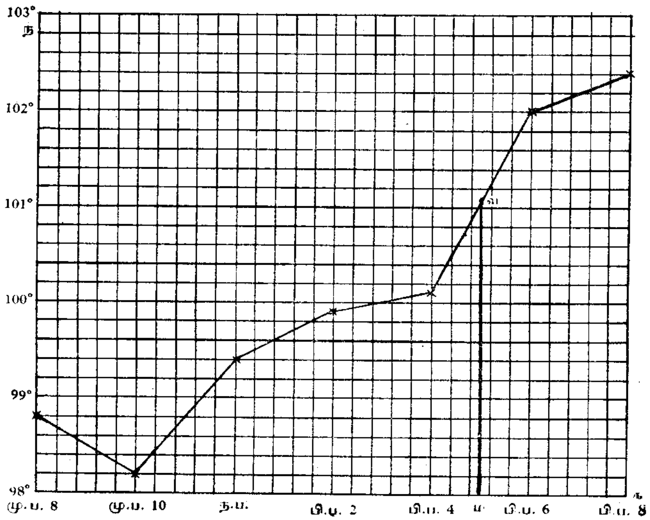
1. தடிமன் காய்ச்சலால் வருந்துகின்ற குழந்தையொன்றின் வெப்பநிலை ஒருநாளிலே மு.ப. 8 மணி தொடங்கிப் பி.ப. 8 மணி வரைக்கும் இரு மணிநேரத்திற்கு ஒரு முறையாக எடுக்கப்பட்டுக் கீழுள்ளவாறு குறிக்கப்பட்டுள்ளன :—

நேரம்	மு.ப. 8	மு.ப. 10	ந.ப	பி.ப. 2	பி.ப. 4	பி.ப. 6	பி.ப. 8
வெப்ப நிலை	98·8°ப	98·2°ப	99·4°ப	99·9°ப	100·1°ப	102·0°ப	102·4°ப

(i) நேரத்திற்கு நேரம் வெப்பநிலை வேறுபடுகின்றதை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டுக.

(ii) பி.ப. 5 மணிக்கு அக்குழந்தையின் வெப்பநிலையை அவ்வரைபடத்தினின்று காண்க.

வெப்பநிலை வரைப்படம்



உரு. 3

(i) வரைப்படத் தாளுக்குக் குறுக்கே உக என்னுங் கிடை கோட்டைக் கீறுக. அதன்கண் அரையங்குலம் இரண்டு மணி நேரத்திற்கு வகைக் குறியாகக்கொண்டு மு.ப. 8 மணி தொடங்கிப் பி.ப. 8 மணி வரைக்குமுள்ள மணிகளைப் புள்ளிகளாற் குறித்துப் பெயரிடுக. அக்கிடைக் கோட்டுக்குச் செங்குத்தாக உந என்னு நிலைகோட்டைக் கீறுக. அதன்கண் அரையங்குலம் ஒரு பரனைற்றுப் பாகைக்கு வகைக் குறியாகக் கொண்டு 98° ப. தொடங்கி 103° ப. வரைக்குங் குறிக்க. இனி (8,98·8), (10,98·2) (12,99·4), (2,99·9), (4,100·1), (6,102), (8,102·4) என்னும் புள்ளிகளுடைய நிலைகளைப் புள்ளடிகளாற்

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

குறிக்க. அப்புள்ளிகளுள் அடுத்து வருவனவற்றை நேர் கோடுகளாற் றொடுக்க. அவ்வாறு தொடுக்க ஒழுங்கற்ற முறிவுள்ள கோடொன்று பெறப்படும். அதுவே வேண்டிய வரைப்படமாகும்.

(ii) கிடையச்சில் உ விலிருந்து 2·25 அங்குலத் தூரமுள்ள ம என்னும் புள்ளியே பி.ப. 5 மணியைக் குறிக்கும். ம விலிருந்து மவ என்னு நேர்கோடொன்றை உந விற்குச் சமாந்தரமாயும் வரைப்படத்தை வ வில் வெட்டுவதாயுங் கீறுக.

வரைப்படத்திலிருந்து மவ=1·54″ எனக் காணலாம். ஓரங்குலம் இருபரனைற்றுப் பாகைக்கு வகைக்குறியாகையால், 1·54″ குறிப்பது 3·08 பரனைற்றுப் பாகையாகும். ஆகவே வ என்னும் புள்ளி குறிக்கும் வெப்பநிலை (98+3·08)° ப. =101·08° ப. எனின் பி.ப. 5 மணிக்கு அக் குழந்தையின் வெப்பநிலை 101.08° ப.

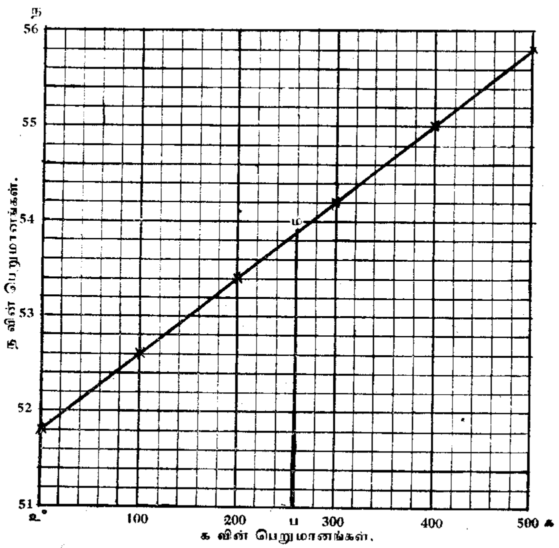
உ—ம்.

2. ஒரு சுருள் வில்லிற் றொங்கும் பாரமாகிய க கிராமிற்கும் அவ் வில்லினது நீளமாகிய ந தசமமீற்றருக்கும் உள்ள தொடர்பு ந=·008க+51·8 என்பது சோதனையாற் பெறப்பட்டது. இத் தொடர்பை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டுக. அப்படத்தினின்று 260 கிராமைத் தூக்கி நிற்கும் வில்லினது நீளத்தைக் காண்க.

ந=·008க+51·8.

க விற்கு முறையே 0, 100, 200, 300, 400, 500 என்னும் பெறுமானங்களைக் கொடுக்க, ந பெறும் பெறுமானங்களைக் கணித்துப் பின்வருமாறு குறிக்கலாம்.

க	0	100	200	300	400	500
ந	51·8	52·6	53·4	54·2	55·0	55·8



உரு. 4

(i) வரைப்படத் தாளுக்குக் குறுக்காக உக என்னுங் கிடையச்சைக் கீறுக. உ விலிருந்து உக விற்குச் செங்குத்தாக உந என்னு நிலையச்சைக் கீறுக. அரையங்குலம் 100 கிராமிற்கு வகைக்குறியெனக் கொண்டு கிடையச்சில் ஒவ்வோரரையங்குலத் தூரத்திற்கும் உரிய கிராமை மேற்காட்டியவாறு குறிக்க. அரையங்குலம் ஒரு தசமமீற்றருக்கு வகைக்குறியெனக் கொண்டு நிலையச்சில் ஒவ்வோரரையங்குலத் தூரத்திற்கு முரிய தசமமீற்றரை மேற்காட்டியவாறு குறிக்க. இனி, அட்டவணையிலுள்ள புள்ளிநிலைகளைக் குறிக்க. அப் புள்ளிகளெல்லாம் ஒரு நேர்கோட்டில் அமைவதைக் காணலாம். ஒரு வரைகோல் கொண்டு அந்நேர்கோட்டைக் கீறுக. அக்கோடே வேண்டிய வரைப்படமாகும்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(ii) கிடையச்சில் 260 ஐக் குறிக்கும் புள்ளியைப் ப எனக் குறிக்க. ப ஊடாகப், பம என்னு நேர்கோடொன்றை உந என்னு நிலையச்சுக்குச் சமாந்தரமாயும் வரைப்படத்தை ம என்னும் புள்ளியில் வெட்டுவதாயுங் கீறுக. வரைப்படத்திலிருந்து ம வினது நிலைத் தூரம் 53·9 என்பதைப் பெறலாம். ஆயின், 260 கிராமைத் தூக்கி நிற்கும் வில்லினது நீளம் 53·9 தசம மீற்றராகும்.

உ—ம்.

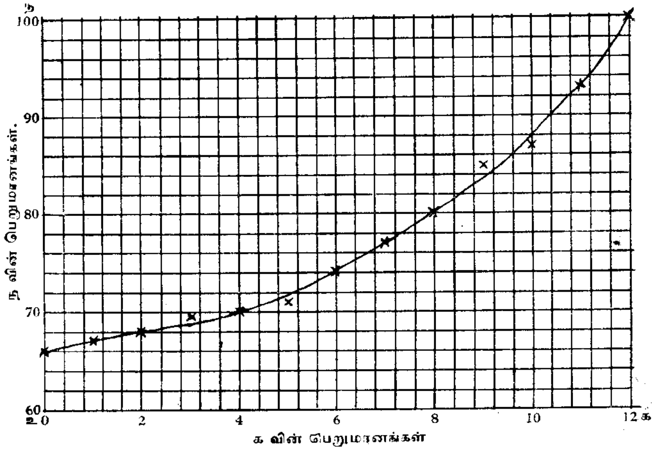
3. க வு ந வும் பெறும் பெறுமானங்கள் சோதனையாற் கண்டபடி பின்வரும் அட்டவணையிற் றரப்பட்டுள்ளன :—

க	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ந	66	67	68	69·5	70	71	74	77	80	84·9	87·2	93	100

(i) அப்புள்ளிகளுக்கூடாக ஒப்புரவாகச் செல்லும் வரைப்படத்தை வரைக ;

(ii) க=6·5 ஆயின், ந வினது பெறுமானத்தைக் காண்க ;

(iii) ந=90 ஆயின், க வினது பெறுமானத்தைக் காண்க.



உரு. 5

(i) வரைப்படத்தாளுக்குக் குறுக்காக உக என்னுங் கிடையச்சைக் கீறுக. உ விலிருந்து உக விற்குச் செங்குத்தாக உந என்னு நிலையச்சைக் கீறுக. கிடையச்சில் அரையங்குலம் 2 அலகுக்கு வகைக்குறியாகவு நிலையச்சில் அரையங்குலம் 10 அலகுக்கு வகைக்குறியாகவுங் கொண்டு ஒவ்வோரரையங்குலத்திற்குமுரிய அலகுகளை மேற்படத்திற் காட்டியவாறு குறிக்க. இனி, அட்டவணையிற் றரப்பட்டுள்ள புள்ளிநிலைகளைப் புள்ளடிகளாற் குறிக்க. ஒழுங்கற்ற 4 புள்ளிகளை விலக்கிவிட்டால் ஒரமுத்தமான வளைகோடு கீறலாமென்பதைக் காணலாம். அவ்வாறு கீறி மேலுள்ள வரைப்படம் பெறப்பட்டது. இதுவே அப்புள்ளிகளுக்கூடாக ஒப்புரவாகச் செல்லும் வரைப்படம்.

(ii) வரைப்படத்திலிருந்து க=6·5 ஆயின், ந=74 என்பது பெறப்படும் ;

(iii) வரைப்படத்திலிருந்து ந=90 ஆயின், க=10·4 என்பது பெறப்படும்.

உ—ம்.

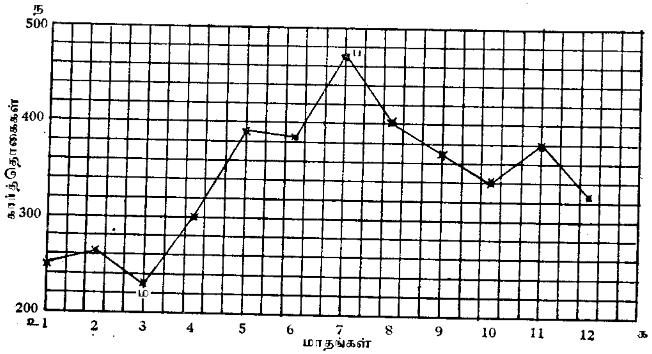
4. கூட்டுக்கடை யொன்றில் மாதமாதம் விலைப்பட்ட கார்களுடைய தொகைகள் பின்வரும் அட்டவணையிற் றரப்பட்டுள்ளன.

மாதம்	தை. 1	மாசி 2	பங். 3	சித். 4	வை. 5	ஆனி 6
கார்த்தொகை	250	262	225	300	390	385
மாதம்	ஆடி 7	ஆவ. 8	புரட். 9	ஐப்பசி 10	கார்த். 11	மார். 12
கார்த்தொகை	470	400	370	340	380	325

இதனை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டுக. எந்த மாதம் கார் விற்பனை கூடுதலாக நடைபெற்றதென்பதையும்

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

எந்த மாதம் அது குறைவாக நடைபெற்றதென்பதையும் அவ்வரைப் படத்திற் காட்டுக.



உரு. 6

வரைப்படத் தாளுக்குக் குறுக்கே உக என்னுங் கிடையச்சைக் கீறுக. அதற்குச் செங்குத்தாக உந என்னு நிலையச்சைக் கீறுக. கிடையச்சில் ஒவ்வொருகாலங்குலமும் ஒவ்வொரு மாதத்தைக் குறிப்பதாகக் கொள்க. நிலையச்சில் அரையங்குலம் 100 கார்களுக்கு வகைக் குறியாகக் கொள்க. இனி, அட்டவணையிற் றரப்பட்டவை கொண்டு புள்ளிநிலைகளைப் புள்ளடிகளாற் குறிக்க. குறித்தால், அப்புள்ளிநிலைகள் செவ்விய வளை கோட்டிலே நில்லாமை காணலாம். ஆகவே, அடுத்துவரும் புள்ளிகளை நேர் கோடுகளாற் றொடுக்க ஒழுங்கற்ற முறிந்த கோடொன்று பெறப்படும். அதுவே வேண்டிய வரைப்படமாகும்.

கார் விற்பனை கூடுதலாக நடைபெற்ற மாதம் ஆடியென்றுங் குறைவாக நடைபெற்ற மாதம் பங்குனி என்றுங் காணலாம். அவை முறையே ப வாலும் ம வாலும் வரைப்படத்திற் காட்டப்பட்டுள்ளன.

இவ்வகையான வரைப்படங்கள் குறிக்கப்பட்ட புள்ளிநிலைகளுக்கிடையில் உள்ள முழுமாறுதல்களைப் பற்றிய பொது வெண்ணத்தைத் தருமேயன்றி அப்புள்ளி நிலைகளுக்கு இடையிலுள்ள புள்ளிகளைப் பற்றிய திருத்தமான விவரங்களைக் காட்டா. அவ்விவரங்கள் வேண்டாவிடத்து இவ்விலேசான முறையே புள்ளி விவரங்களின் வரைப்படத்தை விளக்குகின்றதற்குப் பெரிதும் பயன்படும்.

34. பின்வரும் விதிகளைக் கைக்கொண்டு வரைப்படம் வரைந்தால் வரைப்பட விளக்கம் இலேசாகும்.

(அ) தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட பெறுமானங்களுடைய கணியங் கிடையச்சிலே அளக்கப்படவேண்டும்.

(ஆ) நோக்கியோ கணித்தோ பெறும் பெறுமானங்களுடைய கணியம் நிலையச்சில் அளக்கப்பட வேண்டும்.

(இ) ஒவ்வோரச்சிலுங் கணியங்கள் குறிக்கின்றன இன்ன இன்னவென எழுதல் வேண்டும்.

(ஈ) வரைப்படத்தாள் கொள்ளும் அளவுக்குரிய மிகப் பெரிய அளவுத்திட்டத்தையே தெரிந்தெடுக்க வேண்டும். எனினும், அவ்வளவுத்திட்டம் புள்ளிநிலை குறித்தற்கும் காண்டற்கும் இலேசாக அமைய வேண்டும்.

(உ) ஒவ்வோரச்சிற்கும் உரிய அளவுத்திட்டத்தைத் தெளிவாய்க் காட்டுதற்கு அளவு கோடிட வேண்டும்.

பயிற்சி 5 (ஆ)

1. ஒரு வகுப்பில், மாணாக்கனொருவன் அடுத்துவரும் 8 கிழமைகளிற் கணித பாடத்தில் எடுத்த புள்ளிகள் பின்வரும் அட்டவணையிற் குறிக்கப்பட்டுள்ளன :—

கிழமை	1	2	3	4	5	6	7	8
புள்ளி	60	55	43	66	75	62	82	71

இதனை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டுக.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

2. குறிப்பிட்ட ஆண்டுகளில் வியாபாரி யொருவன் இறுத்த வருமான வரியைப் பின்வரும் அட்டவணையிற் காணலாம்.

ஆண்டு	1946	1947	1948	1949	1950	1951	1952	1953
வருமானவரி ரூபாவில்	512	624	450	763	568	782	480	420

இதனை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டுக.

3. வட்டங்களுடைய பரிதிகளுக்கும் ஒத்த விட்டங்களுக்குமுள்ள தொடர்பு பின்வருமாறு :—

பரிதி அங்குலத்தில்	1	2	3	4	5	6
விட்டம் அங்குலத்தில்	·32	·64	·96	1·28	1·60	1·92

இதனை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டி $2\frac{1}{2}$ அங்குலப் பரிதி கொண்ட வட்டத்தின் விட்டத்தைக் காண்க.

4. பின்வரும் அட்டவணை குறிப்பிட்ட ஆண்டிறுதிகளில் எடுத்த ஒரு நகரின் சனத்தொகையை இலட்சங்களிற் குறிக்கின்றது :—

ஆண்டு	1900	1910	1920	1930	1940	1950
சனத்தொகை	8	10·2	11·3	15·3	16·2	19·6

இத் தொடர்பை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டி அப் படந்துணைகொண்டு 1935 ஆம் ஆண்டுத் தொடக்கத்திலுள்ள அந்நகர்ச் சனத்தொகையைக் காண்க.

5. கல்லொன்றை ஒரு சுரங்கத்தில் விழவிட்டு நிலத்திலிருந்து அதனுடைய தூரங்களை அடிகளில் அரைச் செக்கனுக்கு ஒரு முறையாகக் காணப் பின்வருவன பெறப்பட்டன : 4, 16, 36, 64, 100. இத் தொடர்பை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டி அப்படந்துணைகொண்டு $2\frac{1}{4}$ செக்கனில் அக் கல்லினது நிலையைக் காண்க.

6. வானேக்கி எறிந்த பந்தொன்றின் அரைச் செக்கனுக்கொருமுறையாக நிலத்திலிருந்து எடுத்த உயரம் அடிகளிற் பின்வருமாறு : 10, 18, 24, 28, 30, 30, 28, 24, 18, 10.

இத் தொடர்பை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டி அப் படந் துணைகொண்டு 2·1 செக்கனில் அப் பந்தினது நிலையைக் காண்க.

7. ஒரு ரூபாவை 4% என்னும் வீதத்தொடர் வட்டிக்குக் கொடுக்கக் காலத்துக்குக் காலம் பெறக்கூடிய மொத்தத் தொகை பின்வரும் அட்டவணையிற் காணப்படும் :—

ஆண்டுத்தொகை	1	5	11	16	20	26	30
மொத்தத்தொகை ரூபாவில்	1·04	1·22	1·54	1·87	2·19	2·77	3·24

இத் தொடர்பை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டுக. அப் படந் துணைகொண்டு 18 ஆண்டுகளில் ஒரு ரூபா முதலின் மொத்தத் தொகையைக் காண்க.

8. ஒரு தொட்டியிலுள்ள நீரை நீர்போக்கிக் குழாயொன்று போக்க நிமிடத்துக்கு நிமிடம் அத் தொட்டியிலே மீந்துள்ள நீர் கலனிற் பின்வருமாறு :—120, 110, 100, 90, 80, 70, 60. இத் தொடர்பை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டி அப் படந் துணைகொண்டு $3\frac{1}{2}$ நிமிடத்தால் அத் தொட்டியிலுள்ள நீரைக் கலனிற் காண்க.

9. சுரங்கண்ட பிள்ளை யொன்றின் வெப்பநிலை ஒரு நாளிலே மு.ப. 9 மணி தொடங்கிப் பி.ப. 9 மணிவரைக்கு மூன்று மணிநேரத்திற்கு ஒரு முறையாக எடுக்கப்பட்டுப் பின்வருமாறு குறிக்கப் பட்டன :—

நேரம்	மு.ப. 9	மு.ப. 12	பி.ப. 3	பி.ப. 6	பி.ப. 9
வெப்பநிலை	99·2°ப	98·8°ப	101·2°ப	103·4°ப	99·6°ப

இத் தொடர்பை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டி அப் படந் துணைகொண்டு பி.ப. 2 மணிக்கு அப் பிள்ளையின் வெப்பநிலையைக் காண்க.

10. க என்பது 1, 2, 3, 4, 5, 6 என்னும் பெறுமானங்களைப் பெற ந வானது முறையே 2, 5, 8, 11, 14, 17

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

என்னும் பெறுமானங்களைப் பெறும். இத் தொடர்பை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டி அப்படந் துணைகொண்டு க=3·5 ஆயின், ந வின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

பரீட்சைப் பத்திரங்கள் (2)

(அ)

1. பின்வரும் உண்மைகளை அகப்படுத்தி நிற்கும் அட்சர கணிதச் சமன்பாட்டைத் தருக.

$\frac{2}{5}\times\frac{5}{2}=1$; $\frac{3}{7}\times\frac{7}{3}=1$; $\frac{4}{9}\times\frac{9}{4}=1$.

2. 2 − (க − 2) + (4 − க). இதனைச் சுருக்குக.

3. 2அ அடி நீளமும் 3இ அடி யகலமுமுள்ள ஒரு செவ்வக வயலின் பரப்பளவு ப சதுரவடி ஆயின், ப, அ, இ என்னும் இவற்றினுடைய தொடர்பைக் காண்க.

அ=350′, இ=120′ ஆயின், ப வின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

4. க + 6 = $\frac{1}{3}$(க + 24). இச் சமன்பாட்டினுடைய தீர்வைக் காண்க.

5. ஒரு மணி நேரத்திற்கு வ மைல் வீதம் ஓடுகின்ற புகைவண்டியை நிற்பாட்டக்கூடிய தூரமாகிய த அடியைப் பின்வரும் அட்டவணை தருகின்றது :—

வ	20	25	30	35	40	45	50	55	60
த	133	208	300	408	533	675	833	1008	1200

இதனை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டுக. ஒரு மணி நேரத்திற்கு 38 மைல் வீதம் ஓடுகின்ற புகைவண்டியை எத்தனை மைற்றூரத்திலே நிற்பாட்டலாம் என்பதை அவ் வரைப் படத்திலிருந்து காண்க.

(ஆ)

1. 3க என்பதற்கும் க^3 என்பதற்கும் உள்ள வேற்றுமை யாது? க=2 ஆயின், க^3 − 3க என்பதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

2. $\frac{ப^2+1}{2}-\frac{ப^2-1}{3}$. இதன் சுருக்கத்தைக் காண்க.

3. அ அங்குல நீளமுள்ள கம்பியொன்றை இ அங்குல நீளமான ஒரு செவ்வக வடிவத்தில் வளைக்க அதன் அகலம் என்ன வாகும் ?

4. $\frac{1}{3}$(க + 9) = $\frac{1}{6}$(க + 36). இதனுடைய தீர்வைக் காண்க.

5. ஒரு கூட்டுக்கடையிற் சித்திரை மாதந் தொடங்கி மாதமாதம் ஓராண்டுக்கு விலைப்பட்ட சைக்கிள்களுடைய தொகைகள் பின்வருமாறு :—

மாதம்	சித். 1	வை. 2	ஆனி 3	ஆடி 4	ஆவ. 5	புரட். 6
சைக்கிள்களின் தொகை	310	276	422	354	446	400
மாதம்	ஐப்பசி 7	கார்த். 8	மார். 9	தை 10	மாசி 11	பங். 12
சைக்கிள்களின் தொகை	525	489	553	514	390	456

இதனை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டுக. அப்படத்தில் எப் புள்ளி சைக்கிள் விற்பனை கூடுதலாக விலைப்பட்ட மாதத்தினைக் காட்டுகின்றது.

(இ)

1. 2க^2 + 3கந + ந^2 என்னுங் கோவைக்கண் (1) க^2, (2) கந, (3) ந^2 என்னும் இவற்றினுடைய குணகங்களைத் தருக.

2. க − (க − $\overline{ப + ம}$). இதன் சுருக்கத்தைக் காண்க.

3. அ அலகு ஆரையையுடைய ஒரு கோளத்தின் வளை பரப்பின் சதுரவலகு ப=4πஅ^2 ஆயின், 5 அலகு ஆரையை யுடைய ஒரு கோளத்தின் வளைபரப்பைக் காண்க.

4. க − 3 = $\frac{1}{3}$(க + 3). இதனுடைய தீர்வைக் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

5. ஒரு தொட்டியை நீர் நிரப்பிக் குழாயொன்று நிரப்ப, நிமிடத்துக்கு நிமிடம் அத் தொட்டியிற் சேர்ந்த நீரைக் கலனிற் கணக்கிடப் பின்வரும் அட்டவணை பெறப்பட்டது :—

நிமிடம்	1	2	3	4	5	6
தொட்டியிலுள்ள நீர் (கலனில்)	12	24	36	48	60	72

(i) இத் தொடர்பை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டுக ;

(ii) $3\frac{1}{2}$ நிமிடத்தால் அத் தொட்டியிற் சேர்ந்துள்ள நீர் எத்தனை கலனாகும் ?

(iii) 15 கலனளவு நீர் சேர எத்தனை நிமிடங்கள் செல்லும் ?

(ஈ)

1. 2த அடி நீளமுந் த அடி யகலமுமுள்ள ஒரு செவ்வக வறையினது நடுவிலே ம அடி நீளமும் வ அடி யகலமுமுள்ள கம்பள மொன்றை விரித்து வைத்தாற் கம்பள மில்லாப் பகுதியின் பரப்பளவு என்ன ?

2. $2\text{ப} + 2\{\text{ப} - 2(2 - 3\text{ப})\} - 7(\text{ப} - 2)$. இதனைச் சுருக்கித் தருக. ப=2 ஆயின், இதன் பெறுமானம் என்ன ?

3. அ அங்குல வாரையையுடைய ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவு ப சதுரவங்குலம் என்பது $\text{ப} = \pi\text{அ}^2$ என்பதாற் பெறலாமெனின், 7 அங்குல வாரையையுடைய வட்டத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

4. ஒரெண்ணானது தன் $\frac{2}{3}$ இலும் 5 ஆற் கூடியது. இதனை ஒரு சமன்பாட்டாற் காட்டுக.

5. ஒரு நிறை தொட்டியினது நீரை நீர்போக்கிக் குழாயொன்றுபோக்க, நிமிடத்துக்கு நிமிடம் அத் தொட்டியிலே

மீந்துள்ள நீரைக் கலனிற் கணக்கிட்டுப் பின்வரும் அட்டவணையிற் குறித்தோம் :—

நிமிடம்	1	2	3	4	5	6
தொட்டியிலுள்ள நீர் (கலனில்)	385	370	355	340	325	310

(i) இத் தொடர்பை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டுக ;

(ii) $4\frac{1}{2}$ நிமிடத்தால் எத்தனைகலனளவு நீர் அத் தொட்டியிலே மீந்துள்ளதென அவ் வரைப்படம் பற்றிக் காண்க.

(உ)

1. அடுத்துவரும் 4 இயற்கை யெண்களுட் கூடியது க ...ணின், ஏனைய மூன்றெண்களையுங் காண்க.

2. $2\text{க} - 2[\text{க} - 2\{2\text{க} - \overline{\text{க} - 1}\}] - 1$. இதன் சுருக்கத்தைக் காண்க.

க=3 ஆயின், இதன் பெறுமானம் என்ன ?

3. ஒரு கார்ச்சில்லின் பரிதி க அடி. அக் கார் ஒரு செக்கனுக்கு ந அடி வீதம் ஓடுமாயின், ஒரு மணி நேரத்திற்கு அச் சில்லு எத்தனை சுற்றுச் சுற்றும் ?

4. $\frac{\text{க} - 2}{2} = \frac{2\text{க} + 1}{5}$ இதற்குத் தீர்வு காண்க.

5. க பெறும் ஒவ்வொரு பெறுமானத்திற்கு ந பெறும் ஒத்த பெறுமானம் பின்வருமாறு :-

க	0	·5	·75	1	1·5	2
த	0	·06	·14	·25	·56	1

(i) க விற்கு ந விற்குமுள்ள தொடர்பை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டுக;

(ii) க=1·25 ஆயின், ந பெறும் பெறுமானத்தை அவ் வரைப்படம் பற்றிக் காண்க ;

(iii) ந=·2 ஆயின், க என்ன பெறுமானம் பெறுமென்று அவ்வரைப்படமூலங் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(ஊ)

1. மேசை யொன்று 2ப ரூபாவீதம் 3ப மேசைகளுங் கதிரை யொன்று ம ரூபாவீதம் 5 கதிரைகளும் விலைக்குக் கொள்ள எத்தனை ரூபா வேண்டும் ?

2. $2\text{க} + 2[\text{க} + 2\{2\text{க} - (\text{க} - 1)\}] - 1$. இதனைச் சுருக்கித் தருக.

$\text{க} = 2$ ஆயின், இதன் பெறுமானம் என்ன ?

3. நான் 5ந ஆட்டை விலைக்குக் கொண்டு அவற்றுள் 5 ஐ விற்க 20 ஆடு மீதியாக இருக்கக் கண்டேன். இவ்வுண்மையைக் காட்டுஞ் சமன்பாட்டைத் தருக.

4. $\frac{1}{3}(\text{க} - 6) = \frac{1}{4}(\text{க} - 1)$. இதனுடைய தீர்வைக் காண்க.

5. ஒரு திருகுத் தூக்கி தூக்க வேண்டிய பாரத்திற்கும் அதனுடைய தாக்கு விசைக்குமுள்ள தொடர்பு பின்வரும் அட்டவணையிற் காணலாம் :—

பாரம் இருத்தலில்	100	120	140	160	180	200
தாக்குவிசை இருத்தனிறையில்	12·2	15·0	16·8	18·8	21·0	23·0

இத் தொடர்பை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டுக. அப் படம் வாயிலாக 16 இருத்தனிறை கொண்ட தாக்குவிசை எத்தனை இருத்தற் பாரத்தைத் தூக்குமெனக் காண்க.

(எ)

1. $3\text{க}^2 + 2\text{கந} + \text{ந}^2$. இதன்கண் க^2, க என்பனவற்றினுடைய குணகங்களை எழுதுக. $\text{க} = 2$, $\text{ந} = 1$ ஆயின், இதன் பெறுமானம் என்ன ?

2. $\dfrac{3\text{க}^2 + 1}{3} - \dfrac{4\text{க}^2 - 1}{4}$ இதன் சுருக்கத்தைக் காண்க.

3. அ அங்குல வடியையும் உ அங்குலக் குத்துயரத்தையும் உடைய ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $\frac{1}{2}$ அஉ ச்சதுரவங்குலமாயின், 5 அங்குல வடியையும் 6 அங்குலக் குத்துயரத்தையும் உடைய ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

4. ஓரெண்ணின் மூன்றிலொரு பங்கோடு 12 ஐக் கூட்டவருங் கூட்டுத்தொகை அவ் வெண்ணின் அரைப்பங்கோடு 4 ஐக் கூட்டியதற்குச் சமன். அவ்வெண் யாது ?

5. வானேக்கி ஒரு கல்லை எறிந்துவிட்டு, அரைச் செக்கனுக்கொருமுறையாக அதனிலை நிலத்திலிருந்து எத்தனையடி தூரமெனக் காணப்பட்டுப் பின்வரும் அட்டவணையிற் குறிக்கப்பட்டுள்ளன :-

நேரம் செக்கனில்	0	·5	1	1·5	2	2·5	3	3·5	4
உயரம் அடியில்	0	29	50	63	68	65	54	35	8

இத் தொடர்பை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டி, அப் படமூலம் எத்தனை செக்கனில் அக்கல்லு நிலத்திலிருந்து 60 அடி உயரத்தில் இருக்குமெனக் காண்க.

(ஏ)

1. அ ஆடுகள் அஇ இருத்தல் கொண்டனவாயின், க ஆடுகள் எத்தனை இருத்தல் கொண்டனவாகும் ?

2. $1 - \text{அக} + \text{இக}^2 + \text{உக}$. க வினுடைய குணகங்களை – முன்னிட்ட அடைப்பிலிட்டு இதனை எழுதுக.

3. $\frac{1}{2}\text{க} - 3 = \frac{1}{3}(\frac{1}{2}\text{க} - 1)$. இதனுடைய தீர்வைக் காண்க.

4. நாலு அடுத்துவரும் இயற்கை யெண்களின் கூட்டுத்தொகை 86. அவ்வெண்களைத் காண்க.

5. ஒரு குழாய்க்குள் உள்ள காற்றினுடைய வெப்பநிலையுங் கனவளவும் பின்வருமாறு இணைபட்டுள்ளன :—

வெப்ப நிலை பாகை ச. இல்	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
கனவளவு கன. ச. மீ. இல்	10	10·37	10·74	11·11	11·48	11·85	12·12	12·59	12·96	13·33	13·37

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

இத் தொடர்பை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டி, அப் படம் வாயிலாக அக்காற்றின் வெப்பநிலை 65°ச. ஆயின், அதன் கனவளவு என்னவென்று காண்க.

(ஐ)

1. ஒரு வியாபாரி ப மாடுகளை ஒன்று ப ரூபா வீதங் கொண்டு ஒன்று ம ரூபா வீதம் விற்றான். அவனது நட்டமென்ன ?

2. $10\text{ப}^2 - 2\text{ப}[3\text{ப} - 2\{\text{ப} - 2.\ \overline{\text{ப} - 2}\}]$. இதன் சுருக்கத்தைக் காண்க.

$\text{ப}=1$ ஆயின், இதன் பெறுமானம் என்ன ?

3. முதல் இ இயற்கை யெண்களின் கூட்டுத்தொகை $\text{த}_1=\frac{\text{இ}(\text{இ}+1)}{2}$ ஆயின் முதல் 200 இயற்கை யெண்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

4. பழக்கடைக்காரனொருவன் ஒரு தொகை பழங்களை ரூபாவுக்கு 12 வீதம் விலைக்குக் கொண்டு ரூபாவுக்கு 10 வீதம் விற்க ரூபா 10 நய மடைந்தான். அவன் விலைக்குக் கொண்ட பழங்கள் எத்தனை ?

5. ஒரு பொருளுடைய வெப்பநிலைகள் பரனேற்றளவையிலுஞ் சதமவளவையிலுங் காணப்பட்டுப் பின்வரும் அட்டவணையிற் றரப்பட்டுள்ளன :—

பாகை பரனேற்று	32	52	72	92	112	132	152	172	192
பாகை சதமவளவை	0	11·1	22·2	33·3	44·4	55·5	66·6	77·7	88·8

(i) இத் தொடர்பை ஒரு வரைப்படத்தாற் காட்டுக ; அவ் வரைப் படந் துணைகொண்டு,

(ii) 100°ப என்பது எப்பாகை சதமவளவைக்குச் சமனெனக் காண்க ;

(iii) 50°ச. என்பது எப்பாகை பரனேற்றுக்குச் சமனெனக் காண்க

அத்தியாயம் 6

திசை யெண்கள்

35. நேர்க்கணியங்களும் எதிர்க்கணியங்களும்: அட்சர கணிதத்திற் சக, சய என்னுங் குறிகள் கூட்டல், கழித்தல் என்னுஞ் செய்கைகளைக் குறித்தலேயன்றித் தம்மொடு பொருந்தி நிற்கும் எண்களுக்குச் சில குணங்கள் உண்டு என்றுங் காட்டும். இதனை ஆராய்தல் தகும் :—

எண்கணித முறைப்படி $5-3=2$. ஆனால் $3-5$ என்பதற்குப் பொருள் யாதுமில்லை. எனினும், அட்சரகணித முறைப்படி அதற்கு ஒரு பொருள் உண்டு என்பதைக் காட்டுவோம்:

(1) காய்கறிக் கடைக்காரனொருவன் றான் செய்த தொழில் காரணமாக ஒருமுறை ரூபா 5 நயமும் ஒரு முறை ரூபா 3 நட்டமும் அடைந்தானாயின், அவனது தொழிற் பயன் ரூபா 2 நயமாகும். அன்றி, ஒருமுறை ரூபா 3 நயமும் ஒருமுறை ரூபா 5 நட்டமும் அடைந்தானாயின், அவனது தொழிற்பயன் ரூபா 2 நட்டமாகும்.

இவற்றை அட்சரகணித முறைப்படி எழுதப்புகின், நயங்களை + ஒடு பொருந்திய எண்களாலு நட்டங்களை − ஒடு பொருந்திய எண்களாலுங் குறித்தல் வழக்கு. அவ்வாறுசெய்ய,

$+5$ ரூபா $-$ 3 ரூபா $=$ $+2$ ரூபா,

$+3$ ரூபா $-$ 5 ரூபா $=$ -2 ரூபா

என்னுஞ் சமன்பாடுகள் பெறப்படும்.

(2) ஒரு பிரயாணி ஓரிடத்திலிருந்து கிழக்கு நோக்கி 5 மைற்றூர நடந்துவிட்டுத் திரும்பி மேற்கு நோக்கி 3 மைற்றூர நடந்ததும் அங்கு தங்கினானாயின், தங்கிய இடம் புறப்பட்ட இடத்தினின்று கிழக்கே 2 மைற்றூரமாகும். அன்றி, கிழக்கு நோக்கி 3 மைற்றூர

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

நடந்து விட்டுத் திரும்பி மேற்கு நோக்கி 5 மைற்றூர நடந்ததும் அங்கு தங்கினனாயின், தங்கிய இடம் புறப்பட்ட இடத்தினின்று மேற்கே 2 மைற்றூரமாகும்.

இவற்றை அட்சரகணித முறைப்படி உணர்த்த விரும்பின், ஓரிடத்திலிருந்து கிழக்கே செல்லுந் தூரங்களை + ஓடு பொருந்திய எண்களாலும், மேற்கே செல்லுந் தூரங்களை − ஓடு பொருந்திய எண்களாலுங் குறித்தல் வழக்கு.

அவ்வாறு செய்ய,

+5 மைல் − 3 மைல் = +2 மைல்,

+3 மைல் − 5 மைல் = −2 மைல்

என்னுஞ் சமன்பாடுகள் பெறப்படும்.

இங்கு −2 மைல் என்பது +2 மைல் என்பதற்கு அளவாற் சமனுந் திசையால் எதிருமான தூரத்தைக் குறிக்கின்றதெனலாம். பொதுவாக ஒரு திசைபற்றி வருவனவற்றை + என்னுங் குறிபற்றி வரும் எண்களாற் குறிக்கின், எதிர்த்திசைபற்றி வருவனவற்றை − என்னுங் குறிபற்றி வரும் எண்களாற் குறித்தல் வேண்டும்.

ஆகவே +5 மைல் என்பது வடக்கே 5 மைற்றூரத்தைக் குறிக்கின், −5 மைல் என்பது தெற்கே 5 மைற்றூரத்தைக் குறிக்கும். +3 அடி என்பது மேலே 3 அடி உயரத்தை உணர்த்தின் −3 அடி என்பது கீழே 3 அடி யாழத்தை உணர்த்தும். அதுபோல, நயம் ரூபா 2 என்பது எனது முதல் ரூபா 2 ஆன் மேற்பட்ட தென்றும் நயம் ரூபா −2 என்பது எனது முதல் ரூபா 2 ஆற் கீழ்ப்பட்டதென்றுங் கொள்ளலாம். இங்கு + பற்றிவரும் எண்களானவை நேரெண்கள் என்றும் − பற்றிவரும் எண்களானவை எதிரெண்கள் என்றுங் கூறப்படும். +2, +3, +5 என்பன நேரெண்களுக்கும், −2, −3, −5 என்பன எதிரெண்களுக்கும் உதாரணங்களாகும். இவ்வெண்களானவை திசை பற்றித் தம்பொருளைத் தருதலாலே திசையெண்கள் எனப்படும்.

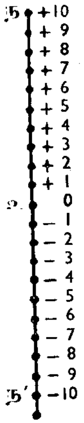
எண்கள் போல எண்கடுணையாக எண்ணப்படுங் கணியங்களும் நேர்க்கணியங்கள், எதிர்க்கணியங்கள் என்னும் இரண்டு வகைகளாக வகுக்கப்படும். +3 ரூபா, +5 மைல் என்பன நேர்க்கணியங்களுக்கும், −3 ரூபா, −5 மைல் என்பன எதிர்க்கணியங்களுக்கும், உதாரணங்களாகும்.

36. கூட்டல்:— திசையெண்கள் இரண்டனுள் ஒன்றை ஒன்றுடன் கூட்டுதற்கு எண்ணளவுத் திட்டத்தைப் பயன்படுத்திச் செய்யலாம்:—

உ—ம். 1

(i) (+3)+(+5); (ii) (−5)+(−3); (iii) (+3)+(−5); (iv) (+5)+(−3).

இவற்றிற்குப் பெறுமானங்கள் காண்க.



ஒரு வெண்டாளில் உ என்னும் ஒரு புள்ளியைக் குறித்து அதற்கூடாக ந ந′ என்னு நிலைக்கோடொன்று கீறுக. அக் கோட்டைச் சமதூரங்களாகப் பிரிக்க. இனி உ என்பது பூச்சியம் என்னும் எண்ணைக் குறிக்கின்றதெனக் கொண்டு அதற்கு மேற்புறமாக இருக்குந் தூரங்களை நேரெண்களாலுங் கீழ்ப்புறமாகவிருக்குந் தூரங்களை எதிரெண்களாலுங் குறிக்க. இப்படம் எண்ணளவுத் திட்டத்திற்கு ஓருதாரணமாகும்.

உரு. 7

(i) (+3) ஓடு +(5) ஐக் கூட்டுதற்குப் படத்தில் (+3) என்பதில் ஆரம்பித்து மேற்புறமாக 5 படிகள் செல்க. செல்ல +8 என்னும் புள்ளி பெறப்படும்.

∴ (+3)+(+5) = +8 ;

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(ii) (-5) ஒடு (-3) ஐக் கூட்டுதற்குப் படத்தில் (-5) என்பதில் ஆரம்பித்துக் கீழ்ப்புறமாக 3 படிகள் செல்க. செல்ல -8 என்னும் புள்ளி பெறப்படும்.
$\therefore (-5)+(-3)=-8$;

(iii) $(+3)$ ஒடு (-5) ஐக் கூட்டுதற்குப் படத்தில் $(+3)$ என்பதில் ஆரம்பித்துக் கீழ்ப்புறமாக 5 படிகள் செல்க. செல்ல -2 என்னும் புள்ளி பெறப்படும்.
$\therefore (+3)+(-5)=-2$;

(iv) $(+5)$ ஒடு (-3) ஐக் கூட்டுதற்குப் படத்தில் $(+5)$ என்பதில் ஆரம்பித்துக் கீழ்ப்புறமாக 3 படிகள் செல்க. செல்ல $+2$ என்னும் புள்ளி பெறப்படும்.
$\therefore (+5)+(-3)=+2$.

இவ்வுதாரணப் பகுதிகளுள், முன்னிரண்டிலிருந்து ஒரு விதியையும் பின்னிரண்டிலிருந்து ஒரு விதியையும் பெறலாம் :

விதி I. ஒத்த குறிகளுடைய எண்களிரண்டின் கூட்டுத் தொகையைக் காணுதற்கு, அவ்வெண்களை எண்ணளவிற் கூட்டிக் கண்ட தொகைக்கு அவ்வெண்களின் குறியை இடுக.

விதி II. ஒவ்வாத குறிகளுடைய எண்களிரண்டின் கூட்டுத் தொகையைக் காணுதற்கு, அவ்வெண்களுள் எண்ணளவிற் பெரியதிலிருந்து சிறியதைக் கழிக்கவருந் தொகைக்குப் பெரியதின் குறியை இடுக.

இவ்விதிகள் பற்றிப் பின்வருமாறு கூட்டற் கணக்குக்கள் செய்யலாம் :—

உ—ம்.

1. $(+6)$ ஒடு $(+4)$ ஐக் கூட்டுக.
$(+6)+(+4)$
$=+(6+4)$ — விதி I.
$=+10$.

உ—ம்.

2. $(-7)+(-8)$. இதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
$(-7)+(-8)$
$=-(7+8)$ — விதி I.
$=-15$.

உ—ம்.

3. $(+5)$ ஒடு (-9) ஐக் கூட்டுக.
$(+5)+(-9)$
$=-(9-5)$ — விதி II.
$=-4$.

உ—ம்.

4. (-4), $(+10)$. இவற்றின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.
$(-4)+(+10)$
$=+(10-4)$ — விதி II.
$=+6$.

பயிற்சி 6 (அ)

பின்வருவனவற்றை எண்ணளவுத் திட்டம் பற்றி விளக்குக:—

1. $(+7)+(+2)=+9$.
2. $(-6)+(-3)=-9$.
3. $(-3)+(+7)=+4$.
4. $(-4)+(-6)=-10$.
5. $(-5)+(+5)=0$.
6. $(-2)+(-9)=-11$.
7. $(-6)+(+2)=-4$.
8. $(+5)+(-1)=+4$.
9. $(+6)+(-6)=0$.

பின்வருவன வற்றிற்குப் பெறுமானங் காண்க :—

10. $(+8)+(+6)$.
11. $(+7)+(-7)$.
12. $(+1)+(-9)$.
13. $(+3)+(-9)$.
14. $(-6)+(-8)$.
15. $(+6)+(-8)$.
16. $(-8)+(+6)$.
17. $(-1)+(+7)$.
18. $(-4)+(+1)$.
19. $-6+9$.
20. $-9+6$.
21. $-3+3$.

22. பிரயாணி யொருவன் ஓரிடத்தினின்று வடக்கு நோக்கி 7 மைற்றூர நடந்ததுந் திரும்பித்தெற்கு நோக்கி 12 மைற்றூர நடந்துவிட்டு அவ்விடந் தங்கினன். தங்கிய இடம் புறப்பட்ட இடத்தினின்று வடக்கே எத்தனை மைற்றூரம் ?

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

23. ஒரு கப்பல் ஓரிடத்தினின்று கிழக்கு முகமாக 25 மைற்றூரஞ் சென்று விட்டுத் திரும்பி மேற்கு முகமாக 40 மைற்றூரஞ் சென்று நின்றது. அது நின்ற இடம் புறப்பட்ட இடத்தினின்று கிழக்கே எத்தனை மைற்றூரம்?

24. ஒரு வியாபாரி இரு முறை செய்த தொழில் காரணமாக முறையே ரூபா 250 நயமும் ரூபா 150 நட்டமும் அடைந்து நின்ருன். அவனது தேறிய நயமென்ன ?

அவனது தேறிய நட்டமென்ன ?

25. ஒரு பொருளின் வெப்பநிலை $-10°$ச. (i) அது $7°$ச. ஆற் கூடிஞல் என்னவாகும் ? (ii) அது $-2°$ச. ஆற் கூடிஞல் என்னவாகும் ?

37. கழித்தல்: ஓரெண்ணனது ஒரு குறியுமின்றி நின்ருல் + என்னுங் குறி அவ்வெண்ணின்முன் ருெக்கு நிற்கின்றதெனக் கருதப்படும். 3 என்பதனை +3 என்று கொள்ளல் வேண்டும்.

எனவே, − என்னுங் குறிபற்றி நிற்கும் ஓரெண் அக்குறி இன்றிய அவ்வெண்ணுக்கு எதிர் என்பது புலனுகும்.

ஆயின் $-(+3)$ என்பது $+3$ என்பதற்கு எதிர் ;

ஆனல் -3 என்பதும் $+3$ என்பதற்கு எதிர் ;

$\therefore -(+3) = -3$. ....(1)

இனி $-(-3)$ என்பது -3 என்பதற்கு எதிர் ;

ஆனல் $+3$ என்பதும் -3 என்பதற்கு எதிர் ;

$\therefore -(-3) = +3$ ....(2)

இச் சமன்பாடுகளுடைய உண்மைகளைத் திசைகள் பற்றியுங் காட்டலாம் :

(1) $+3$ என்பது ஓரிடத்தினின்று கிழக்கே 3 அலகுகள் கொண்ட தூரத்தைக் காட்டும்;

$\therefore -(+3)$ என்பது அவ்விடத்தினின்று மேற்கே 3 அலகுகள் கொண்ட தூரத்தைக் காட்டும் ;

ஆனல் -3 என்பதும் அவ்விடத்தினின்று மேற்கே 3 அலகுகள் கொண்ட தூரத்தைக் காட்டும் ;

$\therefore -(+3) = -3$.

(2) இனி, -3 என்பது ஓரிடத்தினின்று மேற்கே 3 அலகுகள் கொண்ட தூரத்தைக் காட்டும் ;

$\therefore -(-3)$ என்பது அவ் விடத்தினின்று கிழக்கே 3 அலகுகள் கொண்ட தூரத்தைக் காட்டும் ;

ஆனல் $+3$ என்பதும் அவ் விடத்தினின்று கிழக்கே 3 அலகுகள் கொண்ட தூரத்தைக் காட்டும் ;

$\therefore -(-3) = +3$.

இச் சமன்பாடுகளை நோக்க, ஓரெண்ணிலிருந்து $+3$ ஐக் கழிப்பது அவ்வெண்ணுடன் -3 ஐக் கூட்டுவதற்குச் சமனென்றும் ஓரெண்ணிலிருந்து -3 ஐக் கழிப்பது அவ்வெண்ணுடன் $+3$ ஐக் கூட்டுவதற்குச் சமனென்றும் அறியலாம்.

3 நின்ற விடத்து எவ் வெண்ணு நிற்கலாம் என்பது கொண்டு ஒரு விதியைப் பெறுவோம் :—

விதி :—ஓரெண்ணிலிருந்து ஓரெண்ணைக் கழித்தலுக்கு முன்னெண்ணெடு பின்னெண்ணின் எதிரைக்கூட்டுதல் சமன்.

இவ் விதியைப் பின்வரும் உதாரணங்களால் விளக்குவோம்.

உ—ம்.

1. $+8$ இல் இருந்து $+5$ ஐக் கழிக்க.

$(+8)-(+5)$
$=+8+(-5)$
$=+3$.

2. $+3$ இல் இருந்து -8 ஐக் கழிக்க

$(+3)-(-8)$
$=(+3)+(+8)$
$=11$.

3. -5 இல் இருந்து -9 ஐக் கழிக்க.

$(-5)-(-9)$
$=(-5)+(+9)$
$=+4$.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 6 (ஆ)

பின்வருவனவற்றில் இடப்பக்க வெண்ணிலிருந்து வலப் பக்கவெண்ணைக் கழிக்க :—

1. $+8, +4$.
2. $+4, -8$.
3. $-3, -5$.
4. $-6, -6$.
5. $-1, -9$.
6. $+2, -9$.
7. $-8, -5$.
8. $-1, +7$.
9. $-8, -2$.

பின்வருவனவற்றைச் சுருக்கித் தருக :—

10. $(+9)-(-4)$.
11. $6-(+4)$.
12. $1-(-8)$.
13. $-2-(-7)$.
14. $-9-(-3)$.
15. $-9-(-9)$.
16. $-1-(+5)$.
17. $-2-(-6)$.
18. $7-(+8)$.

பின்வருவனவற்றிற்குப் பெறுமானங்கள் காண்க :—

19. $(-1)-(-1)$.
20. $2-(+3)$.
21. $11-(+12)$.
22. $3-(+3)$.
23. $-4-(-6)$.
24. $+6-(+6)$.

25. ஒரு சதமவளவை வெப்பமானியில் $-10°$ச. இற்கும் $25°$ச. இற்கும் இடையிலுள்ள ஏற்றம் எத்தனை பாகையாகும் ?

26. ஒரெண் ஒரெண்ணிலும் 2 ஆற் குறைவு. பெரிய வெண் -6 ஆயின், சிறியவெண் யாது ?

27. -6, -9. இந்த இரண்டு எண்களுள் எது பெரிது? எவ்வளவாற் பெரிது ?

28. 3,000 ரூபாவாற் கடன்காரனாயிருந்த மனித னொருவன் ஓராண்டு வியாபாரங் காரணமாக 1,500 ரூபாக் கைமுதலுள்ளவனானான். அவ் வாண்டில் அவன் பெற்ற நயமென்ன ?

38. பெருக்கலும் வகுத்தலும்: ஒரு புகைவண்டியின் வேகம் ஒரு பகலிலே மணிக்கு 5 மைல் வீதம் ஒவ்வொரு மணி நேரத்திற்குங் கூடுகின்றதெனக் கொள்வோம். நண்பகலைப் பூச்சிய மணியெனக் கொள்ளின், பிற்பகல் ம மணிக்கு அதன் வேகம் $(+5)\times$ம மைலாலே நண்பகல் வேகத்திற் கூடியதாகும். இங்கு ம என்பது ஒரு திசை யெண்.

பிற்பகல் 3 மணிக்கு ம $=+3$; முற்பகல் 9 மணிக்கு ம $=-3$;

பி.ப. 3 மணிக்கு அதன் வேகம் மணிக்கு 15 மைல் வீதம் நண்பகல் வேகத்திற் கூடியதாகும்.

$\therefore (+5)\times(+3)=+15$. (i)

மு.ப. 9 மணிக்கு அதன் வேகம் மணிக்கு 5 மைல் வீதம் நண்பகல் வேகத்திற் குறைந்ததாகும் ;

$\therefore (+5)\times(-3)=-15$. (ii)

இனி, அப்புகைவண்டியின் வேகம் ஒரு பகலிலே மணிக்கு 5 மைல் வீதம் ஒவ்வொரு மணி நேரத்திற்குங் குறைகின்றதெனக் கொள்வோம்.

பி.ப. 3 மணிக்கு அதன் வேகம் மணிக்கு 15 மைல் வீதம் நண்பகல் வேகத்திற் குறைந்ததாகும் ;

$\therefore (-5)\times(+3)=-15$. (iii)

மு.ப. 9 மணிக்கு அதன் வேகம் மணிக்கு 15 மைல் வீதம் நண்பகல் வேகத்திற் கூடியதாகும் ;

$\therefore (-5)\times(-3)=+15$. (iv)

இந்நான்கு சமன்பாடுகளிலும் 5, 3 என்பன நின்ற விடத்துப் பெறுமானம் பற்றிப் பொதுமைப் பாடுடைய க, ந என்பனவற்றை நிறுத்தினாற் பின்வருவனவற்றைப் பெறலாம்.

(i) இல் இருந்து $(+\text{க})\times(+\text{ந})=+\text{கந}$; ....(1)
(iv) இல் இருந்து $(-\text{க})\times(-\text{ந})=+\text{கந}$; ....(2)
(iii) இல் இருந்து $(-\text{க})\times(+\text{ந})=-\text{கந}$; ....(3)
(ii) இல் இருந்து $(+\text{க})\times(-\text{ந})=-\text{கந}$; ....(4)

இவற்றுள் (1) என்னுஞ் சமன்பாட்டுடன் (2) ஐயும் (3) என்பதனோடு (4) ஐயுஞ் சேர்த்துப் பார்க்க ஒருண்மை புலனாகும்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

இரு திசை யெண்களுள் ஒன்றை ஒன்றாற் பெருக்கினால் ஒத்த குறிகள் + ஒடு பொருந்திய பெருக்கத்தையும், ஒவ்வாத குறிகள் – ஒடு பொருந்திய பெருக்கத்தையுந் தரும்.

மேற்றந்த நான்கு சமன்பாடுகளிலிருந்து பின்வருவனவற்றைப் பெறலாம்.

(1) இல் இருந்து $\frac{+\text{கந}}{+\text{ந}} = +\text{க}$;

(4) இல் இருந்து $\frac{-\text{கந}}{-\text{ந}} = +\text{க}$;

(2) இல் இருந்து $\frac{+\text{கந}}{-\text{ந}} = -\text{க}$;

(3) இல் இருந்து $\frac{-\text{கந}}{+\text{ந}} = -\text{க}$;

இவற்றிலிருந்து ஒருண்மை புலனாகும் :—

இரு திசையெண்களுள் ஒன்றை ஒன்றால் வகுத்தால் ஒத்த குறிகள் + ஒடு பொருந்திய ஈவையும், ஒவ்வாத குறிகள் – ஒடு பொருந்திய ஈவையுந்தரும்.

இந்த இரண்டு உண்மைகளையுஞ் சுருக்கமாகப் பின்வரும் விதி கூறும் :—

ஒரு திசையெண்ணை ஒரு திசையெண்ணாற் பெருக்கினாலும் வகுத்தாலும் ஒத்த குறிகள் + ஒடு பொருந்திய வெண்ணையும், ஒவ்வாத குறிகள் – ஒடு பொருந்திய வெண்ணையும் பலனாகத் தரும். இதுவே பெருக்கல்வகுத்தல்களின் குறி விதியெனப் படும். இவ் விதியைப் பயன்படுத்துதற்கு உதாரணங்கள் பின்வருமாறு :—

உ—ம்.

1. (+5) ஐ (–4) ஆற் பெருக்குக.
$(+5)\times(-4)$
$= -20.$

2. $(-9)\times(-6)$. இதன் பெறுமானத்தைத் தருக.
$(-9)\times(-6)$
$= +54.$

3. (–18) ஐ (–3) ஆல் வகுக்க.
$\frac{-18}{-3}$
$= +6.$

4. $\frac{+20}{-5}$. இதன் பெறுமானம் என்ன ?
$\frac{+20}{-5}$
$= -4.$

பயிற்சி 6 (இ)

பெருக்குக :—

1. (–12) ஐ (+5) ஆல்.
2. (–8) ஐ (+12) ஆல்.
3. +8 ஐ (–7) ஆல்.
4. (+9) ஐ (–11) ஆல்.
5. (+16) ஐ (–3) ஆல்.
6. (+12) ஐ (–6) ஆல்.
7. (–16) ஐ (–4) ஆல்.
8. (–3) ஐ (–2) ஆல்.
9. (–12) ஐ (–4) ஆல்.
10. (–24) ஐ (–3) ஆல்.
11. (–18) ஐ (–3) ஆல்.
12. (+8) ஐ (–10) ஆல்.

வகுக்க :—

13. (–12) ஐ (+4) ஆல்.
14. 18 ஐ (–6) ஆல்.
15. (–15) ஐ (–5) ஆல்.
16. (+5) ஐ (–1) ஆல்.
17. (–16) ஐ (–8) ஆல்.
18. (–14) ஐ (–2) ஆல்.
19. (+18) ஐ (–3) ஆல்.
20. (–5) ஐ (–1) ஆல்.

பின்வருவனவற்றிற்குப் பெறுமானங்கள் காண்க :—

21. $(-\frac{1}{3})\times(-18)$.
22. $(-\frac{1}{2})\times(+\frac{3}{4})$.
23. $(-\frac{3}{4})\times(-\frac{4}{5})$.
24. $(-2)\div(-5)$.
25. $(-1)\div(+5)$.
26. $(-\frac{3}{4})\div(+\frac{4}{3})$.
27. $(-\frac{7}{8})\div(-\frac{7}{8})$.
28. $(\frac{3}{4})\times(-\frac{5}{6})$.

29. ஒரு பொருளின் வெப்பநிலை மணிக்கு 5°ச. ஆற் கூடுகின்றது. ஒரு நாட் காலை 11 மணிக்கு அதன் வெப்ப

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

நிலை 12°ச. ஆயின், (1) அன்று பி.ப. 3 மணிக்கு அதன் வெப்பநிலை என்ன? (2) அன்று மு.ப. 7 மணிக்கு அதன் வெப்ப நிலை என்ன?

30. ஒரு மனிதனுடைய நிதிநிலையப் பாக்கி ஆண்டுக்கு ரூபா 50 வீதங் குறைகின்றது. தற்போது நிதிநிலையத்தில் அவனிடம் உள்ள தொகை ரூபா 400. க ஆண்டுகளில் அவனது நிதிநிலையப் பாக்கி ரூபா ந ஆகும். ஆயின், ந=400+(−50)க என்பதை நிறுவுக. 5 ஆண்டுகளுக்கு முன் அவனது நிதிநிலையப் பாக்கி என்ன? 5 ஆண்டுகள் சென்ருல் அது என்னவாகும்?

31. ஒரு புகைவண்டியின் வேகம் ஒவ்வொரு மணி நேரத்திற்கு மணிக்கு 10 மைல் வீதம் குறைகின்றது. ஒருநண்பகலில் அதன் வேகம் மணிக்கு 30 மைல் ஆனுல், அன்று பிற்பகல் 2 மணிக்கு அதன் வேகம் என்ன? அன்று முற்பகல் 9 மணிக்கு அதன் வேகம் என்ன?

அத்தியாயம் 7

ஒத்தவுறுப்புக்களும் ஒவ்வாதவுறுப்புக்களும்

39. உறுப்புக்களானவை தம்முள் வேற்றுமையின்றி நின்ருலும், எண் குணகங்களின் மாத்திரம் வேற்றுமைப்பட்டு நின்ருலும், ஒத்தவுறுப்புக்கள் எனப்படும். இவையல்லாத பிறவுறுப்புக்கள் ஒவ்வாதவுறுப்புக்கள் எனப்படும்.

ஒத்தவுறுப்புக்களுக்கு உதாரணம்.

(1) 2க, 2க, 2க ;

(2) 3ப^2, −6ப^2, −8ப^2 ;

(3) 4தப, −5தப, +6தப ;

(4) 2(க+ந), −3(க+ந), −5(க+ந).

ஒவ்வாதவுறுப்புக்களுக்கு உதாரணம்.

(1) 3த, 3ப, 3ம ;

(2) 2த^2, −6ப^2, −8ம^2 ;

(3) −3தப, +4பம, −3மத ;

(4) 3(க−ந), 4(ந−ய), −7(ய−த).

40. கூட்டல்:— ஒத்தவுறுப்புக்களைக் கூட்டும் வகைகளை ஆராய்வோம்:—

(i) 3ப, 4ப, 9ப என்னும் இவற்றின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்போம். ப வினது பெறுமானம் எதுவாயிருப்பினும் அதனை 3 தரமும் 4 தரமும் 9 தரமும் எடுத்துக் கூட்டுதல் அதனை 16 தரம் எடுத்துக் கூட்டுதலுக்குச் சமன்.

∴ 3ப+4ப+9ப=16ப.

இங்கு கூட்டுத்தொகையாகக் கண்ட 16ப என்பது கூட்டப்பட்ட 3ப, 4ப, 9ப என்னும் இவற்ருேடு ஒத்தவுறுப்பாதல் காண்க.

இன்னும், கூட்டுத் தொகையிலுள்ள ப வினது எண் குணகம் கூட்டப்பட்டனவற்றிலுள்ள எண்குணகக் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமனுதலையுங் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(ii) இனி, -2க, -3க, -7க என்னும் இவற்றின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்போம். + என்னுங் குறிபற்றி வருவனவற்றை நயமாகவும், $-$ என்னுங் குறிபற்றி வருவனவற்றை நட்டமாகவுங் கொள்வோம்.

க வினது பெறுமானம் எதுவாயிருப்பினும் அதனை 2 தரமும் 3 தரமும் 7 தரமு நட்ட மடைதல் அதனை 12 தரம் நட்ட மடைதலுக்குச் சமன் ;

$\therefore$ -2க -3க -7க $= -12$க.

இங்குங் கூட்டுத் தொகை கூட்டப்பட்ட தொகைகளுக்கு ஒத்தவுறுப்பாதல் காண்க. இன்னுங் கூட்டுத் தொகையிலுள்ள க வினது எண்குணகம் கூட்டப்பட்டன வற்றில் உள்ள எண்குணகக் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமனுதலையுங் காண்க.

இவற்றிலிருந்து பின்வரும் விதிகளைப் பெறலாம் :-

விதி :—(1) ஏதும் ஒருகுறிபற்றிவரும் ஒத்தவுறுப்புக்களுடைய கூட்டுத்தொகை அக்குறி பொருந்திய ஒத்தவுறுப்பாகும்.

விதி :—(2) அக்கூட்டுத்தொகையின் எண்குணகம் அவ்வுறுப்புக்களுடைய எண்குணகமொத்தமாகும்.

இவ் விதிகளைத் துணைக்கொண்டு பின்வருங் கணக்குக்களைச் செய்வோம் :-

உ—ம்.

1. 3க, -5க, $+8$க, -4க, -3க. இவற்றின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

3க -5க $+8$க -4க -3க

$= -2$க $+8$க -4க -3க ($\because$ 3க -5க $= -2$க)

$= 6$க -4க -3க ($\because$ -2க $+8$க $= 6$க)

$= 2$க -3க ($\because$ 6க -4க $= 2$க)

$= -$க.

உ—ம்.

2. 5பம -6பம -4பம $+3$பம. இதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

5பம -6பம -4பம $+3$பம

$= -$பம -4பம $+3$பம ($\because$ 5பம -6பம $= -$பம)

$= -5$பம $+3$பம ($\because$ $-$பம -4பம $= -5$பம)

$= -2$பம.

II ஒவ்வாதவுறுப்புக்களைக் கூட்டினுல் வருங் கூட்டுத் தொகை ஒரு கோவையாகும். 3த, -5ப, 6ம என்பனவற்றின் கூட்டுத்தொகை 3த -5ப $+6$ம என்பதே.

41. கூட்டல் கழித்தல்களின் மாற்று விதியுந் தொகுப்பு விதியும் :

$10-6+3-2 = -6-2+3+10 = -2-6+3+10 = 3+10-2-6$;

அதுபோல, த $-$ ப $+$ ம $-$ வ $= -$ ப $-$ வ $+$ ம $+$ த $= -$ வ $-$ ப $+$ ம $+$ த $=$ ம $+$ த $-$ வ $-$ ப.

இச்சமன்பாடுகள் பற்றிப் பின்வரும் விதியைப் பெறலாம்:

விதி :—I. பல வுறுப்புக்களைக் கூட்டல் கழித்தல் என்னுஞ் செய்கைகளுக்குள் அகப்படுத்தும்போது இதனை முன்னதாகவும் இதனைப் பின்னதாகவுஞ் செய்யவேண்டும் என்னும் வரையறையில்லை.

இதுவே கூட்டல் கழித்தல்களின் **மாற்று விதி** எனப்படும்.

இனி $10-6+3-2 = (10-6)+(3-2) = -(6+2)+3+10 = -(2+6-3)+10 = 3+(10-2-6)$;

அதுபோல, த $-$ ப $+$ ம $-$ வ $=$ (த $-$ ப) $+$ (ம $-$ வ) $= -$(ப $+$ வ) $+$ ம $+$ த $= -$(வ $+$ ப $-$ ம) $+$ த $=$ ம $+$ (த $-$ வ $-$ ப).

இச் சமன்பாடுகள் பற்றிப் பின்வரும் விதியைப் பெறலாம் :

விதி :—II. பல வுறுப்புக்களைக் கூட்டல் கழித்தல் என்னுஞ் செய்கைகளுக்குள் அகப்படுத்தும்போது அவற்றை வேண்டியவாறு தொகுக்கலாம்.

இதுவே கூட்டல்கழித்தல்களினுடைய **தொகுப்பு விதி** எனப்படும்.

இவ் விதிகளைத் துணைக்கொண்டு 40—ஆம் பிரிவிலுள்ள உதாரணக் கணக்குக்களைச் செய்வோம்:

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உ—ம்.

1. 3க − 5க + 8க − 4க − 3க
 = 3க + 8க − 5க − 4க − 3க மா. விதி.
 = (3க + 8க) − (5க + 4க + 3க) தொ. விதி.
 = 11க − 12க
 = − க.

உ—ம்.

2. 5பம − 6பம − 4பம + 3பம
 = 5பம + 3பம − 6பம − 4பம மா. விதி.
 = (5பம + 3பம) − (6பம + 4பம) தொ. விதி.
 = 8பம − 10பம
 = − 2பம.

பயிற்சி 7 (அ)

பின்வரும் உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க:

1. 4க, 3க, 2க, 5க.
2. ந, 3ந, 5ந, 4ந.
3. − 3அ, − 2அ, − அ, − 6அ.
4. − இ, − 2இ, − 10இ, − 3இ.
5. 2க^2, − 3க^2, − 5க^2, 4க^2, 3க^2.
6. 4த^3, − 5த^3, − 6த^3, + 2த^3, − த^3.
7. − ப, 3ப, − 4ப, 2ப.
8. − கந, 2கந, − 3கந, 2கந.
9. − 6பம, − 2பம, 5பம, 3பம.
10 3தப, − 5பம, − 6மத.

பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக :—

11 5க + 4க − 3க − 7க + க.
12 − ப + 3ப − 2ப + ப.
13 2ம^2 − 3ம^2 − 4ம^2 + ம^2 − 2ம^2
14. − ய^3 − 2ய^3 + 4ய^3 − 6ய^3.
15. 2பம + 3பம − 5பம − பம + பம.
16. 2அக − 3அக + 2.
17. 1 − ப + ப.
18. 6ம − 3ம − 2.

19. 3க + 4 + ப − 2க − 8ப + 2.
20. 10ப − 8ப + ம − 2.

மேல் வருவனவற்றிற்குப் பெறுமானங்கள் காண்க :—

21. 8க − 3க − 4க + 2க − க.
22. − ப − 2ப − 3ப + 6ப.
23. − ந^2 − 3ந^2 − 5ந^2 + 6ந^2.
24. 3ந^4 − 2ந^4 − ந^4 + 4ந^4 − 5ந^4.
25. 2தப − 3பம − தப - 3.
26. − பம + 3மவ + 2பம − 5மவ.
27. $\frac{1}{2}$ப − ம − $\frac{1}{4}$ப + 3.
28. $\frac{1}{2}$ப + ம − ப.
29. $\frac{1}{2}$த − $\frac{1}{3}$ப − $\frac{1}{4}$ − $\frac{1}{4}$த + $\frac{1}{2}$ப.
30. $\frac{1}{4}$த − $\frac{1}{4}$ப − $\frac{1}{2}$ + த - $\frac{1}{2}$ப − $\frac{1}{4}$.

31. ஒருகூலிக்காரன் ஒருநாள் ப மணிநேரமும் ஒருநாள் 2ப மணிநேரமும் ஒருநாள் 4ப மணிநேரமும் வேலை செய்தானுயின், மூன்று நாள்களுக்கும் மொத்தமாக எத்தனை மணிநேரம் வேலைசெய்துள்ளான் ?

32. இருத்தலொன்று 2 ரூபாவீதங் க இருத்தற் கோப்பியும் இருத்தலொன்று 1$\frac{1}{2}$ ரூபா வீத ந இருத்தற் றேயிலையும் இருத்தலொன்று $\frac{1}{2}$ ரூபாவீதம் ய இருத்தற் சர்க்கரையும் ஒருவன் விலைக்குக் கொண்டால், அவனது செலவு என்ன ?

33. ஒரு நாற்கோணத்தினுடைய நான்கு பக்கங்களு முறையே க", 2க'', 3க'', 4க" ஆயின் அதன் சுற்றளவு என்ன ?

34. ஒரு முக்கோணத்தினுடைய மூன்று பக்கங்களு முறையே ப யாரும், ம அடியும், வ அங்குலமுமாயின், அதன் சுற்றளவு எத்தனை அடியாகும்.

35. எனது பணப்பையில் 3ப பவுணும், 2க சிலினும், க பென்சும் உண்டு. என்னிடம் உள்ள தொகையைச் சிலினிற் காண்க.

36. எனது வீட்டு நிலையின் உயரம் ப யார், ப அடி, ப அங்குலம். அதனை அங்குலத்திற் றருக.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

42. கழித்தல்: ஒருறுப்பிலிருந்து ஒருறுப்பைக் கழிக்கும் வகையை ஆராய்வோம் :

8 இல் இருந்து +3 ஐக் கழித்தாற் பெறுவது $8-(+3)=8-3$;

8இல் இருந்து −3 ஐக் கழித்தாற் பெறுவது $8-(-3)=8+3$.

இவற்றிலிருந்து நாம் காண்பது 8 இல் இருந்து +3 ஐக் கழித்தலுக்கு 8 ஒடு −3 ஐக் கூட்டல் சமன் என்பதும், 8 இல் இருந்து −3 ஐக் கழித்தலுக்கு 8 ஒடு +3 ஐக் கூட்டல் சமன் என்பதுமே.

8, 3 என்பன நின்றவிடத்துப் பெறுமானம் பற்றிப் பொதுமைப் பாடுடைய ப, ம என்பனவற்றை நிறுத்திஞற் பின்வருவனவற்றைப் பெறுவோம் :—

ப விலிருந்து ம வைக் கழித்தலுக்குப் ப வொடு −ம வைக் கூட்டல் சமன் ;

ப விலிருந்து −ம வைக் கழித்தலுக்குப் ப வொடு +ம வைக் கூட்டல் சமன்.

இவற்றைச் சொல்பற்றி உரைப்பின் ஒரு விதி பெறுவோம் :

விதி:—ஒருறுப்பிலிருந்து ஒருறுப்பைக் கழித்தலுக்கு முன்னுறுப்போடு பின்னுறுப்பின் எதிரைக்கூட்டுதல் சமன்.

இவ் விதியைப் பின்வரும் உதாரணங்களால் விளக்குவோம் :—

உ—ம்.

1\. 8ப விலிருந்து 5ப வைக் கழிக்க.

$8ப-(+5ப)$

$=8ப+(-5ப)$

$=3ப$.

உ—ம்.

2\. $3ப^2$ விலிருந்து $5ப^2$ வைக் கழிக்க.

$3ப^2-(+5ப^2)$

$=3ப^2+(-5ப^2)$

$=-2ப^2$.

உ—ம்.

3\. 5பம விலிருந்து −7பம வைக் கழிக்க.

$5பம-(-7பம)$

$=5பம+(+7பம)$

$=12பம$.

உ—ம்.

4\. $-8ப^3$ என்பதை −3பம விலிருந்து கழிக்க.

$-3பம-(-8ப^3)$

$=-3பம+(+8ப^3)$

$=-3பம+8ப^3$.

பயிற்சி 7 (ஆ)

பின்வருவனவற்றில் இடப்பக்கவெண்ணிலிருந்து வலப்பக்கவெண்ணைக் கழிக்க :—

1\. 9ப, 4ப.
2\. 8ப, −3ப.
3\. −6க, 4க.
4\. −9க, −4க.
5\. $-11க^2, -13க^2$.
6\. $-5க^3, -8க^3$.
7\. 6பம, −8பம.
8\. 3ப, −1.
9\. 2ப, −3ம.
10\. கந, −கந.
11\. −2அஇ, −3இஉ.
12\. $2அ^2இ, -3அஇ^2$.

பின்வரும் ஒவ்வொன்றிலும் இடப்பக்கவெண்ணைப் பெறுவதற்கு வலப் பக்கவெண்ணேடு எதனைக் கூட்ட வேண்டும்?

13\. $க^2, -3க^2$.
14\. −ப, −3ப.
15\. பம, −3பம.
16\. 1, −3க.
17\. 4ப, −1.
18\. $-க^2, -5க^2$.
19\. −பம, −மவ.
20\. −2அஇ, −3 அஇ
21\. அக, −அக.
22\. −2இந, +2இந.
23\. $2அ^2இ, -5அஇ^2$.
24\. $6க^3, -5க^3$.

எத்தனையால்,

25\. க விலும் 3க பெரிது ?

26\. −3ப விலும் −2ப பெரிது ?

27\. −3வ விலும் −5வ பெரிது ?

28\. −2ப விலும் +3ப சிறிது ?

29\. 4கந விலும் −5கந பெரிது ?

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

30. $-3ப^2$ இலும் $+8ப^2$ சிறிது ?

31. 8ப அடியிலிருந்து 9ப அடியைக் கழிக்க. (விடையை அங்குலத்திற் றருக).

32. ஓரெண் ஓரெண்ணிலும் ம வாற் குறைவு. பெரிய வெண் ப ஆயின், சிறிய வெண்ணைக் காண்க.

33. ஒரு மனிதன் ஒரு பொருளை ரூபா ப ஆக விற்று ரூபா ம நயமடைந்தான். அப்பொருளின் கொள்விலை யாது ?

34. ஒரு மேசையையும் ஒரு கதிரையையும் 4 ப பவுண், 2ப சிலின், ப பென்சுக்குக் கொள்ளலாம். கதிரையின் விலை 6ப சிலின் ஆயின், மேசையின் விலையைப் பென்சிற் றருக.

35. ஒரு பொருளின் வெப்பநிலை $-ப^\circ$ச. விலிருந்து $+ப^\circ$ச. இற்கு ஏறிற்று. அதன் ஏற்றம் எத்தனை பாகையாகும் ?

பெருக்கல்

43. பெருக்கலின் மாற்று விதி :—எண்கணிதத்தில் 30 ஐக் காரணிவடிவத்திற் காட்ட விரும்பின் $2\times3\times5$, $2\times5\times3$, $3\times2\times5$, $3\times5\times2$, $5\times2\times3$, $5\times3\times2$ என்று பலவாறு எழுதலாம். அதுபோல, அட்சரகணிதத்திலும் பமவ என்னும் பெருக்கத்தை ப×ம×வ, ப×வ×ம, ம×வ×ப, ம×ப×வ, வ×ப×ம, வ×ம×ப என்று பலவாறு எழுதலாம். இதிலிருந்து ஒரு விதியைப் பெறுவோம்:

விதி:—ஒரு பெருக்கத்தைக் காரணிவடிவமாக்க விரும்பின். அக் காரணிகளை எவ்வரிசைக் கிரமத்திலும் எழுதலாம்.

இது பெருக்கலின் மாற்றுவிதி யெனப்படும்.

44. பெருக்கலின் தொகுப்பு விதி :—எண்கணிதத்தில் $3\times4\times5\times7=(3\times4)\times(5\times7)=3\times(4\times5)\times7=3\times(4\times5\times7)=(3\times4\times5)\times7$.

அதுபோல, அட்சரகணிதத்தில்,

த×ப×ம×வ=(த×ப)×(ம×வ)=த×(ப×ம)×வ=த×(ப×ம×வ)=(த×ப×ம)×வ.

இவற்றிலிருந்து ஒரு விதியைப் பெறுவோம் :—

விதி:—ஒரு பெருக்கத்தைக் காரணி வடிவமாக்கும்பொழுது, அக் காரணிகளை வேண்டியவாறு தொகுக்கலாம்.

இது பெருக்கலின் தொகுப்பு விதி.

45. பெருக்கலின் அடுக்குக்குறி விதி :—ஓரடுக்குக் குறி பெற்ற ஓரெண்ணை ஓரடுக்குக் குறிபெற்ற அவ் வெண்ணாற் பெருக்கினால் வரும் பெருக்கம் யாதாகும் என்பதனை ஆராய்வோம் :—

வரைவிலக்கணத்தின்படி

$$க^3 = க\times க\times க\ ;$$
$$க^4 = க\times க\times க\times க\ ;$$
$$க^3\times க^4 = க\times க\times க\times க\times க\times க\times க$$
$$= க^7$$
$$= க^{3+4}$$

இங்கு குறிப்பிட்ட பெறுமானங்களையுடைய 3, 4 என்பனவற்றுக்காகப் பெறுமானம் பற்றிப் பொதுமைப்பாடுடைய அ, இ என்பனவற்றை நிறுத்துவோம்.

$$\therefore க^{அ}\times க^{இ} = க^{அ+இ}.$$

இதிலிருந்து ஒரு விதியைப் பெறலாம் :—

விதி:—ஓரடுக்குக்குறி பெற்ற ஓரெண்ணை ஓரடுக்குக்குறி பெற்ற அவ்வெண்ணாற் பெருக்கினால் வரும் பெருக்கம் அவ்வடுக்குக் குறிகளுடைய கூட்டுத்தொகையை அடுக்குக்குறியாகப் பெற்ற அவ்வெண்ணாகும்.

46. இப்பிரிவில்,

$$க^{அ}\times க^{இ}\times க^{உ} = க^{அ+இ+உ}$$ என நிறுவுவோம்.

$$க^{அ}\times க^{இ}\times க^{உ} = (க^{அ}\times க^{இ})\times க^{உ}$$ தொ. விதி.

$$= க^{(அ+இ)}\times க^{உ}$$ அடுக்குக்குறி விதி.

$$= க^{(அ+இ)+உ}$$

$$= க^{அ+இ+உ}$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

இதிலிருந்து ஒரு விதியைப் பெறலாம் :—

விதி:—ஓரெண்ணினுடைய பல வடுக்குக்களது தொடர்பெருக்கம் அவ்வடுக்குக்களின் கூட்டுத்தொகையை அடுக்குக்குறியாகப் பெற்ற வெண்ணுகும்.

47. மேற் கூறியனவற்றைப் பின்வரும் உதாரணங்களால் விளக்குவோம்.

உ—ம்.

1. -6க என்பதை -3ப வாற் பெருக்குக.

-6க $\times -3$ப

$=(-6)(-3)$(க)(ப) **மாற்று. விதி.**

$=18$ கப.

உ—ம்.

2. -2த $\times -3$ப $\times$ ம $\times -5$வ. இதன் சுருக்கத்தைத் தருக.

-2த $\times -3$ப $\times$ ம $\times -5$வ

$=-2\times-3\times-5\times$ த $\times$ ப $\times$ ம $\times$ வ **மாற்று. விதி.**

$=+6\times-5\times$ தப $\times$ மவ

$=-30$தபமவ.

உ—ம்.

3. $\frac{1}{3}$கந $\times -\frac{3}{4}$கந. இதனைச் சுருக்குக.

$\frac{1}{3}$கந $\times -\frac{3}{4}$கந

$=\frac{1}{3}\times-\frac{3}{4}\times$ க $\times$ க $\times$ ந $\times$ ந

$=-\frac{1}{4}$க$^{1+1}$. ந$^{1+1}$

$=-\frac{1}{4}$க^{2}ந^2.

உ—ம்.

4. $-\frac{3}{4}$க^{2}ந $\times\frac{2}{3}$கந^2. இதனைச் சுருக்குக. க$=1$, ந$=-3$ ஆயின், விடை யாதாகும்?

$-\frac{3}{4}$க^{2}ந $\times\frac{2}{3}$கந^2

$=-\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times$ க$^2\times$ க $\times$ ந $\times$ ந^2

$=-\frac{1}{2}$க$^{2+1}$. ந$^{1+2}$

$=-\frac{1}{2}$க^{3}ந^3.

க$=1$, ந$=-3$ ஆயின்,

$-\frac{1}{2}$க^{3}ந$^3=-\frac{1}{2}.1^3.(-3)^3$

$=-\frac{1}{2}.\ 1.-27$

$=+\frac{27}{2}$

$=13\frac{1}{2}$

உ—ம்

5. $\frac{2}{3}$அக$^2\times-\frac{3}{5}$இக$^3\times-\frac{5}{2}$உக. இதன் சுருக்கத்தைக் காண்க :

க$=-2$ ஆயின், இதன் பெறுமானம் என்ன ?

$\frac{2}{3}$அக$^2\times-\frac{3}{5}$இக$^3\times-\frac{5}{2}$உக

$=\frac{2}{3}\times-\frac{3}{5}\times-\frac{5}{2}\times$ அ $\times$ இ $\times$ உ $\times$ க$^2\times$ க$^3\times$ க

$=1\times$ அஇஉ $\times$ க$^{2+3+1}$

$=$அஇஉக^6.

க$=-2$ ஆயின், அஇஉக$^6=$ அஇஉ$(-2)^6$

$=$அஇஉ $\times 64$

$=64$அஇஉ.

பயிற்சி 7 (இ)

பின்வரும் உறுப்புக்களுடைய பெருக்கங்களைக் காண்க :—

1. 2ப, 3ம.
2. -3ப, -6ம.
3. 5அ, -6அ.
4. -2அ, -3அ.
5. -4க^2, 5க.
6. -3கந, -4க^{2}ந^2.
7. $\frac{1}{2}$கந, $-\frac{1}{3}$கந.
8. 3அக, -3இக.
9. $-\frac{1}{4}$க, $+\frac{1}{5}$க^3.

பின்வரும் உறுப்புக்களுடைய தொடர்பெருக்கங்களைக் காண்க :—

10. அக, இக, உக.
11. கந, $-$நய, $-$யக.
12. -3க^2, -5க^3, 6க^5.
13. -6க, 4க, $-\frac{1}{6}$க.
14. அ^{2}க, $-$இ^{2}க, உ^{2}க.
15. -4பம, -6மவ, $-\frac{1}{12}$ வப.
16. $\frac{1}{2}$க^2, $-\frac{1}{3}$கந, $-\frac{1}{4}$ந^2.
17. $\frac{1}{3}$அ^2, $-\frac{1}{4}$இ^2, $-\frac{1}{2}$உ^2.
18. $\frac{1}{4}$க, $-\frac{1}{2}$க^{2}ந^2, $\frac{1}{3}$கந^3.
19. $\frac{2}{3}$க$^3\times-\frac{3}{5}$க$^2\times-\frac{1}{5}$க. இதன் பெறுமானத்தைக் காண்க. க$=-2$ ஆயின், விடையாதாகும்.
20. $\frac{1}{2}$கந$^2\times-\frac{1}{3}$க^{2}ந $\times 6$க. இதனைச் சுருக்குக. க$=2$, ந$=-1$ ஆயின், விடையாதாகும் ?

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

வகுத்தல்

48. வகுத்தலின் மாற்று விதியுந் தொகுப்பு விதியும் :—வகுத்தல் என்பது பெருக்கலின் றலைகீழ்ச் செய்கையாயிருத்தலின், பெருக்கலினுடைய மாற்று விதியுந் தொகுப்பு விதியும் வகுத்தலுக்குஞ் செல்லும்.

மாற்று விதியின்படி, $த \div ப \times ம \div வ = த \times ம \div ப \div வ$

$= த \times ம \div வ \div ப.$

$= ம \div வ \times த \div ப.$

தொகுப்பு விதியின்படி, $த \div ப \times ம \div வ = (த \div ப \times ம) \div வ$

$= (த \div ப) \times (ம \div வ)$

$= (த \times ம \div ப) \div வ$

$= (த \times ம \div வ) \div ப.$

49. வகுத்தலின் அடுக்குக் குறி விதி:—ஓரடுக்குக் குறி பெற்ற ஓரெண்ணை ஓரடுக்குக் குறி பெற்ற அவ் வெண்ணால் வகுத்தால் வரும் ஈவு யாதாகும் என்பதை ஆராய்வோம் :- முதற்கண் வகுபடுமெண்ணிலும் வகுக்குமெண் அடுக்குக் குறி பற்றிச் சிறிதாயிருக்கும் ஒருதாரணத்தை எடுப்போம் :—

வரைவிலக்கணத்தின்படி,

$க^5 = க \times க \times க \times க \times க$;

$க^3 = க \times க \times க$;

$\frac{க^5}{க^3} = \frac{க \times க \times க \times க \times க}{க \times க \times க}$

$= க^2$

$= க^{5-3}$

இங்கு 5, 3 என்பன நின்ற விடத்துப் பெறுமானம் பற்றிப் பொதுமைப் பாடுடைய அ, இ என்பனவற்றை நிறுத்தினாற் பின்வருஞ் சமன்பாட்டைப் பெறலாம் :—

அ வினுஞ் சிறிது இ யெனில் $க^{அ} \div க^{இ} = க^{அ - இ}$

இதனினின்று ஒரு விதியைப் பெறலாம்.

விதி I :—ஓரடுக்குக்குறி பெற்ற ஓரெண்ணை அவ் வடுக்குக் குறியினுங் குறைந்த அடுக்குக்குறி பெற்ற அவ் வெண்ணால் வகுத்தால் வரும் ஈவு அவ் வடுக்குக் குறிகளுடைய வித்தியாசத்தை அடுக்குக்குறியாகப் பெற்ற அவ் வெண்ணாகும்.

இனி வகுபடுமெண்ணிலும் வகுக்குமெண் அடுக்குக்குறி பற்றிப் பெரிதாயிருக்கும் ஒருதாரணத்தை எடுப்போம் :—

வரைவிலக்கணத்தின்படி, $க^3 = க \times க \times க$, $க^5 = க \times க \times க \times க \times க$;

$\therefore \frac{க^3}{க^5} = \frac{க \times க \times க,}{க \times க \times க \times க \times க} = \frac{1}{க^2} = \frac{1}{க^{5-3}}$

இங்கு 3, 5 என்பன நின்ற விடத்துப் பெறுமானம் பற்றிப் பொதுமைப் பாடுடைய அ, இ என்பனவற்றை நிறுத்தினாற் பின்வருஞ் சமன்பாட்டைப் பெறலாம் :—

அ விலும் பெரிது இ யெனின், $க^{அ} \div க^{இ} = \frac{1}{க^{இ - அ}}$

இதனினின்று ஒரு விதியைப் பெறலாம்.

விதி II :—ஓரடுக்குக்குறி பெற்ற ஓரெண்ணை அவ்வடுக்குக் குறியிலுங் கூடிய வடுக்குக்குறி பெற்ற அவ்வெண்ணால் வகுத்தால் வரும் ஈவு அவ்வடுக்குக் குறிகளுடைய வித்தியாசத்தை அடுக்குக் குறியாகப் பெற்ற அவ்வெண்ணினது தலைகீழாகும்.

50: மேற்கூறிய விதிகள் பற்றி ஒருறுப்பை ஒருறுப்பால் வகுத்தலைப் பின்வரும் உதாரணங்களால் விளக்குவோம் :—

உ—ம்.

1. $15அ^5$ என்பதை $3அ^2$ என்பதால் வகுக்க.

$15அ^5 \div 3அ^2$

$= \frac{15அ^5}{3அ^2}$

$= 5அ^{5-2}$

$= 5அ^3.$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உ—ம்.

2. 3 இ² என்பதை − 15இ⁶ என்பதால் வகுக்க.

$3\text{இ}^2 \div -15\text{இ}^6$

$= \frac{3\text{இ}^2}{-15\text{இ}^6}$

$= -\frac{1}{5\text{இ}^{6-2}}$

$= -\frac{1}{5\text{இ}^4}.$

உ—ம்.

3. $\frac{6\text{ப}^2}{3\text{ம}^3} \times \frac{8\text{ம}^5}{9\text{வ}^3} \div \frac{-16\text{ப}^2}{9\text{வ}^2}$. இதன் சுருக்கத்தைக் காண்க.

$\frac{6\text{ப}^2}{3\text{ம}^3} \times \frac{8\text{ம}^5}{9\text{வ}^3} \div \frac{-16\text{ப}^2}{9\text{வ}^2}$

$= -\frac{6\text{ப}^2}{3\text{ம}^3} \times \frac{8\text{ம}^5}{9\text{வ}^3} \times \frac{9\text{வ}^2}{16\text{ப}^2}$

$= -\frac{6 \times 8 \times 9}{3 \times 9 \times 16}. \quad \frac{\text{ப}^2}{\text{ப}^2}. \frac{\text{ம}^5}{\text{ம}^3}. \frac{\text{வ}^2}{\text{வ}^3}.$

$= -\frac{\text{ம}^{5-3}}{\text{வ}^{3-2}}$

$= -\frac{\text{ம}^2}{\text{வ}}$

உ—ம்.

4. $-\frac{2^3 . 3^2 . 5^2}{2 \;.\; 3 \;.\; 5^3}$. இதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$\frac{2^3 . 3^2 . 5^2}{2 \;.\; 3 \;.\; 5^3}$

$= -\frac{2^3}{2} . \frac{3^2}{3} . \frac{5^2}{5^3}$

$= -\frac{2^{3-1} . 3^{2-1}}{5^{3-2}}$

$= -\frac{2^2 . 3}{5}$

$= -\frac{12}{5}.$

பயிற்சி 7 (ஈ)

பின்வருவனவற்றில் ஈவுகளைக் காண்க :—

1. $15\text{க}^5 \div 5\text{க}^3$.
2. $\text{க}^2\text{ந}^5 \div \text{க}\text{ந}^3$
3. $-\text{ப}^2\text{ம} \div \text{பம}$.
4. $-\text{ப}^3\text{ம}^5 \div -\text{ப}^2\text{ம}$.
5. $-12\text{ம}^3\text{வ} \div -3\text{மவ}^3$.
6. $-81\text{க}^5 \div 3\text{க}^2$.
7. $1 \div \text{க}^2\text{ப}^3$.
8. $6\text{க}^3\text{ந}^2 \div -\frac{1}{2}\text{க}^2\text{ந}^3$.
9. $36\text{ப}^3\text{ம}^2\text{வ} \div -3\text{ப}^2\text{மவ}$.
10. $\frac{1}{2}\text{க}^2 \div -\frac{1}{4}\text{க}^2\text{ந}$.
11. $-\frac{1}{3}\text{க}^2\text{ந}^3 \div \frac{2}{3}\text{க}^3\text{ந}^3$.
12. $-\frac{1}{4}\text{அக}^2 \div -\frac{4}{7}\text{அக}^3$.
13. $-\frac{2}{3}\text{க} \div -\frac{1}{3}\text{க}^2\text{ந}^2$.
14. $-\frac{5}{3}\text{அக}^2 \div -\frac{3}{5}\text{இக}^2$.
15. $\frac{2}{5}\text{அகந} \div \frac{3}{5}\text{அநய}$.

பின்வருவனவற்றைச் சுருக்கித் தருக :—

16. $\frac{16\text{அ}^4\text{இ}^5\text{க}^4}{4\text{அ}\text{இ}^5\text{க}^2}$.
17. $\frac{-5\text{அ}^3\text{இ}^2}{\text{அ}^2\text{இ}^2\text{க}}$.
18. $\frac{-15\text{க}^3\text{ந}^2\text{ய}^3}{-3\text{க}\text{ந}^2\text{ய}}$
19. $\frac{24\text{க}^3\text{ந}^3\text{ய}^3}{-3\text{க}^2}$.
20. $\frac{-27\text{பக}}{3\text{பக}}$.
21. $\frac{2^3\text{க}^2}{-2\text{க}^5}$.
22. $\frac{-27\text{ப}^3\text{ம}^2\text{வ}}{48\text{பம}^2\text{வ}^3}$.
23. $\frac{-2\text{ப}^2\text{ம}}{-3\text{பவ}}$.
24. $\frac{-3^2\text{க}^3\text{ந}^4}{2^3\text{க}^2\text{ந}^5}$.
25. $\frac{2^3 . 3^4 . 5^3}{2 \;.\; 3^3 . 5^4}$.
26. $\frac{-2^5 . 3^2 . 5^2}{2^3 . 5^2}$.
27. $\frac{-2^4 . 4^2}{2^3 . 3^2}$.
28. $\frac{7\text{க}^2}{2\text{ந}^3} \times \frac{8\text{ந}}{21\text{க}} \div \frac{4\text{க}}{3\text{ந}^2}$. இதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
29. $\frac{6\text{அக}^2}{5\text{இ}^2\text{ந}^2} \times \frac{7\text{இக}^3}{8\text{உப}^3} \div \frac{21\text{அ}}{40\text{இஉ}}$. இதனைச் சுருக்குக.
30. $\frac{3\text{அ}^2\text{இ}}{5\text{இ}^2\text{உ}} \times \frac{15\text{உ}^2\text{இ}}{6\text{அஇஉ}} \div \frac{3\text{அஇஉ}}{2\text{இ}^2\text{உ}}$. இதன் சுருக்கத்தைக் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

அத்தியாயம் 8

கோவைகள்

51. கூட்டல் :— இரண்டு அல்லது இரண்டின் மேற்பட்ட அட்சரகணிதக் கோவைகளுடைய கூட்டுத் தொகையைப் பின்வரும் விதிகள் பற்றிக் காணலாம் :—

விதி 1 :—ஒவ்வொரு கோவையையும் ஒவ்வோரடைப்புக்குள் அடைத்து அவற்றைச் சக வென்னுங் குறியாற்றொடுத்து ஒரு கோவையாக்கி அவ் வடைப்புக்களை நீக்கிச் சுருக்கப் பெறுவதே அக் கோவைகளுடைய கூட்டுத் தொகையாகும்.

விதி 2 :—ஒவ்வொரு கோவையையும் அவ்வவற்றினுடைய ஒத்தவுறுப்புக்கள் ஒரே நிலைக்குத்து நிரலில் இருக்கும்படியாக எழுதி அவ்வந்நிலைக்குத்து நிரல்களிற் கிடப்பனவற்றை இடப்பக்கத்தினின்று கூட்டப் பெறுவதே வேண்டிய கூட்டுத் தொகையாகும்.

பெரும்பாலும் இரண்டாம் விதி பற்றியே கூட்டற் கணக்குக்கள் செய்யப்படும். அவ்வாறு செய்யும்போது எல்லாக் கோவைகளையும் ஒரு மாறிபற்றி ஏறடுக்கு வரிசையிலாதல் இறங்கடுக்கு வரிசையிலாதல் எழுதியே கூட்ட வேண்டும்.

52. இவ் விதிகளைப் பயன்படுத்திக் கோவைகளைக் கூட்டு முறைக்கு உதாரணங்கள் பின்வருமாறு :—

உ—ம்.

1. $2\text{ப} - 3\text{ம} + 4\text{வ}$, $3\text{ப} + 2\text{ம} - 5\text{வ}$, $-2\text{ப} + \text{ம}$. இவற்றைக் கூட்டுக.

(i) இதனை முதலாம் விதிபற்றிச் செய்வோம்:

வேண்டிய கூட்டுத்தொகை

$$\begin{aligned} &= (2\text{ப} - 3\text{ம} + 4\text{வ}) + (3\text{ப} + 2\text{ம} - 5\text{வ}) + (-2\text{ப} + \text{ம}) \\ &= 2\text{ப} - 3\text{ம} + 4\text{வ} + 3\text{ப} + 2\text{ம} - 5\text{வ} - 2\text{ப} + \text{ம} \\ &= 2\text{ப} + 3\text{ப} - 2\text{ப} - 3\text{ம} + 2\text{ம} + \text{ம} + 4\text{வ} - 5\text{வ} \\ &= 3\text{ப} \qquad\qquad\qquad\qquad - \text{வ} \\ &= 3\text{ப} - \text{வ}. \end{aligned}$$

(ii) இதனை இரண்டாம் விதிபற்றிச் செய்வோம்.

$$\begin{array}{rrr} 2\text{ப} & -\,3\text{ம} & +\,4\text{வ} \\ 3\text{ப} & +\,2\text{ம} & -\,5\text{வ} \\ -\,2\text{ப} & +\,\text{ம} & \\ \hline 3\text{ப} & & -\,\text{வ}. \end{array}$$

உ—ம்.

2. $3\text{க}^2 - 3\text{கந} - 4\text{ந}^2$; $-2\text{க}^2 + 3\text{ந}^2$; $3\text{கந} + \text{ந}^2$. இவற்றின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

இவற்றைக் க வின் இறங்கடுக்கு வரிசையில் எழுதிக் கூட்டுவோம்:

$$\begin{array}{rrr} 3\text{க}^2 & -\,3\text{கந} & -\,4\text{ந}^2 \\ -\,2\text{க}^2 & & +\,3\text{ந}^2 \\ & +\,3\text{கந} & +\,\text{ந}^2 \\ \hline \text{க}^2 & & \end{array}$$

உ—ம்.

3. $\frac{1}{2}\text{அ} - \frac{1}{3}\text{இ}$, $\frac{1}{3}\text{இ} - \frac{1}{5}\text{உ}$, $\frac{1}{5}\text{உ} - \frac{1}{2}\text{அ}$. இவற்றைக் கூட்டுக.

$$\begin{array}{rrr} \frac{1}{2}\text{அ} & -\,\frac{1}{3}\text{இ} & \\ & \frac{1}{3}\text{இ} & -\,\frac{1}{5}\text{உ} \\ -\,\frac{1}{2}\text{அ} & & +\,\frac{1}{5}\text{உ} \\ \hline 0 & & \end{array}$$

உ—ம்.

4. $1 - 3\text{க} + 6\text{க}^2$, $3\text{க} - 3\text{க}^2 - 2$, $\text{க}^2 + 2$. இவற்றின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

இவற்றைக் க வின் ஏறடுக்கு வரிசையில் எழுதிக் கூட்டுவோம் :

$$\begin{array}{rrr} 1 & -\,3\text{க} & +\,6\text{க}^2 \\ -\,2 & +\,3\text{க} & -\,3\text{க}^2 \\ 2 & & +\,\text{க}^2 \\ \hline 1 & & +\,4\text{க}^2 \end{array}$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 8 (அ)

பின்வருவனவற்றினுடைய கூட்டுத்தொகைகளைக் காண்க :—

1. $அ + இ + உ,\ அ - இ - உ,\ - அ + இ - உ.$
2. $2க - 3ந - 5ய,\ 3க + 2ந - ய,\ - 4க + ந + 6ய.$
3. $1 + 3க^2 - 5க,\ 4க - 1 - 2க^2,\ க^2 + க.$
4. $4கந - 5நய + 3யக,\ - 3கந + 4நய - 2யக,\ - கந + நய - யக.$
5. $3கந + 4யக,\ - 2நய - 3யக,\ - 3கந + 2நய.$
6. $அ^2 - இ^2 - உ^2,\ இ^2 - உ^2 - அ^2,\ உ^2 - அ^2 - இ^2.$
7. $5அ^3 + 1 - 2அ,\ 2அ + 2அ^2 - 1,\ - 2அ^2 + 3அ^3.$
8. $3க^2 - 5ந^2 - 4ய^2,\ - 2க^2 + 7ய^2 + 6ந^2,\ - 3ய^2 - ந^2 + க^2.$
9. $க^3 + க - க^2,\ - 2க^3 + 3க^2 - 2க,\ க^3 - 2க^2 - 3க.$
10. $6க^3 - 5க^2 - 3க + 1,\ 4க^2 + 4க - 3,\ க^2 + 2.$
11. $3க^2ந - 2கந^2 + 2,\ 2கந^2 - 1,\ - க^2ந - 1.$
12. $அக - இந + உய,\ - அக + இந + உய,\ அக - இந - உய.$
13. $க^2 - கந + ந^2,\ 2க^2 + 3கந - 3ந^2,\ - 3க^2 - 2கந + 2ந^2.$
14. $2க^3 - 1,\ 2க - க^2,\ க^2 - 2க + 1.$
15. $\frac{1}{2}(அ + இ - உ),\ \frac{1}{4}(அ - இ + உ),\ \frac{3}{4}(- அ + இ + உ).$
16. $\frac{1}{2}அ + \frac{1}{3}இ - \frac{1}{5}உ,\ \frac{1}{2}அ - \frac{1}{5}இ + \frac{1}{3}உ,\ - அ - \frac{1}{2}இ.$
17. $\frac{1}{2}(பம - மவ),\ \frac{1}{3}(மவ - வப),\ \frac{1}{2}(வப - பம).$
18. $\frac{1}{2}(பம + மவ - வப),\ \frac{1}{3}(மவ + வப - பம),\ \frac{1}{5}(வப + பம - மவ).$
19. $- ம^3 + 1,\ ம^4 - 3க^2,\ 4ம^2 + ம^3 - ம^4,\ 1.$
20. $2 + 3அ^2 + 5அ^3,\ 5 - 4அ^2 + அ,\ - 7 + அ^2 - அ.$
21. $2(க - 1)^2 - (க - 1) + 1,\ 2 + 2(க - 1) - (க - 1)^2,\ 1 - (க - 1)^2 - (க - 1).$

பின்வருவனவற்றைச் சுருக்கித் தருக :–

22. $\frac{1}{2}(அ - இ - உ) + \frac{1}{4}(அ + இ - உ) + \frac{1}{8}(அ - இ + உ).$
23. $\frac{1}{5}(க^2 - ந^2 - ய^2) + \frac{1}{3}(ந^2 - ய^2 - க^2) + \frac{1}{2}(ய^2 - க^2 - ந^2).$
24. $3(க^2 - ந^2) + 5(க^2 - ந^2) + 2(க^2 - ந^2).$
25. $அ = 3க^2 - 2க + 1,\ இ = - க^2 + 3க + 2,\ உ = க^2 - க + 1$ ஆயின், $அ + இ + உ$ என்பதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

26. $(2க^2 - 3கந - ந^2) + (க^2 + 2கந - 2ந^2) + (3க^2 + கந - 3ந^2).$ இதன் சுருக்கத்தைக் காண்க. $க = 1,\ ந = - 1$ ஆயின், விடை யாதாகும் ?

53. கழித்தல் :—ஒரு கோவையிலிருந்து ஒரு கோவையைக் கழித்தலைப் பின்வரும் விதிகள் பற்றிச் செய்யலாம்:

விதி 1 :—கழிமுதற் கோவையையுங் கழிக்கப்படுங் கோவையையும் இரண்டு அடைப்புக்குள் அடைத்து அவற்றைச் சய என்னுங் குறியாற்றொடுத்து ஒரு கோவையாக்கி அவ் வடைப்புக்களை நீக்கிச் சுருக்கப் பெறுவதே வேண்டிய கழித்தற் பயனாகும்.

விதி 2 :—கழிமுதற் கோவையையுங் கழிக்கப்படுங் கோவையையும் அவற்றினுடைய ஒத்தவுறுப்புக்கள் ஒரே நிலைக் குத்து நிரலில் இருக்கும்படி யெழுதிக் கழிக்கப்படுங் கோவையிலுள்ள ஒவ்வோருறுப்பின் குறியையும் மாற்றிக் கழிமுதற் கோவையிலுள்ள ஒத்த வுறுப்போடு கூட்டப் பெறுவதே கழித்தற் பயனாகும்.

இவ் விதிகள் கொண்டு ஒரு கோவையை ஒரு கோவையிலிருந்து கழித்தலைப் பின்வரும் உதாரணங்களால் விளக்குவோம் :-

உ—ம்.

1. $3ப - 4ம + 2வ$ என்பதிலிருந்து $2ப - 5ம - வ$ என்பதைக் கழிக்க.

(i) இதனை முதலாம் விதிபற்றிச் செய்வோம் :—

கழித்தற் பயன்

$= (3ப - 4ம + 2வ) - (2ப - 5ம - வ)$

$= 3ப - 4ம + 2வ - 2ப + 5ம + வ$ பிரிவு 14. விதி (2) ஐப் பார்க்க.

$= 3ப - 2ப - 4ம + 5ம + 2வ + வ$ கூட்டலின் மாற்று விதியின்படி

$= ப + ம + 3வ.$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(ii) இதனை இரண்டாம் விதிபற்றிச் செய்வோம் :

$$\begin{array}{r} 3ப - 4ம + 2வ \\ 2ப - 5ம - வ \\ \hline ப + ம + 3வ \end{array}$$

முதலா நிலைக்குத்து நிரலிற் கழிக்கப்படு முறுப்பாகிய 2ப வினுடைய குறியை மாற்ற −2ப வைப் பெறுவோம். அதனை 3ப வொடு கூட்டப் ப வைப் பெறுவோம்.

அதுபோல, −5ம வினுடைய குறியை மாற்ற +5ம வைப் பெறுவோம். அதனை −4ம வொடு கூட்ட +ம வைப் பெறுவோம். இனி −வ வின் குறியை மாற்ற +வ வைப் பெறுவோம். அதனை +2வ வொடு கூட்ட +3வ வைப் பெறுவோம். ஆகவே கழித்தற் பயன் ப + ம +3வ ஆகும்.

உ—ம்.

2. $2க^2 - 3ந^2 - 5ய^2$ என்பதை $3க^2 + 4ந^2 - 3ய^2$ என்பதிலிருந்து கழிக்க.

$$\begin{array}{r} 3க^2 + 4ந^2 - 3ய^2 \\ 2க^2 - 3ந^2 - 5ய^2 \\ \hline க^2 + 7ந^2 + 2ய^2 \end{array}$$

உ—ம்.

3. $3ப^3 + 1 - 2ப^2$ என்பதிலிருந்து $2 + 2ப^2 + 3ப$ என்பதைக் கழிக்க. இவற்றைப் ப வினது இறங்கடுக்கு வரிசையில் எழுதிக்கழித்தலைச் செய்வோம்.

$$\begin{array}{r} 3ப^3 - 2ப^2 \qquad + 1 \\ 2ப^2 + 3ப + 2 \\ \hline 3ப^3 - 4ப^2 - 3ப - 1 \end{array}$$

(இங்கு +3ப வை 0ப விலிருந்து கழிப்பதற்கு +3ப வின் குறியை மாற்ற −3ப வாகும். இதனை 0ப வொடு கூட்ட −3ப வாதல் காண்க.)

பயிற்சி 8 (ஆ)

மேல் வருவனவற்றில் இடப்பக்கக்கோவையை வலப்பக்கக் கோவையிலிருந்து கழிக்க :–

1. உப + 3ம − 3வ, 3ப + 4ம − 5வ.
2. ப − 3ம − 4வ, 2ப + 3ம − வ.

3. $3ப^2 - 5ம^2 + 6வ^2$, $4ப^2 - 3ம^2 - 5வ^2$.
4. $2ப^3 + 3ம^3 - 5வ^3$, $3ப^3 - 2ம^3 + வ^3$.
5. பம + 2மவ − 7வப, 2பம − 3மவ − 5வப.
6. 2பம − 2மவ − வப, 3பம + 2மவ − வப.
7. $2க^2 + 7க - 4$, $3க^2 - 5க - 1$.
8. $2ந^2 + 2ந + 5$, $5ந^3 - 2ந + 3$.
9. $2ப - 1$, $4ப^3 - 2ப^2 - 1$.
10. $\frac{1}{2}வ^2 + 1$, $\frac{1}{2}வ^3 - \frac{1}{3}வ^2 - \frac{1}{4}வ + 1$.

மேல் வருவனவற்றில் இடப்பக்கக் கோவையிலிருந்து வலப்பக்கக் கோவையைக் கழிக்க :—

11. $2க^2 - 3அக + அ^2$, $3க^2 + 4அக + அ^2$.
12. $3க^3 - 2அக^2 + 3அ^2க - அ^3$, $4க^3 - அக^2 + 2அ^2க + 2அ^3$
13. $3க^3 - 2கந^2 + ந^3$, $5க^3 - ந^3 + 2க^2ந$.
14. $\frac{1}{2}க^2 - \frac{1}{3}கந + \frac{1}{4}ந^2$, $\frac{3}{4}க^2 + \frac{1}{3}கந - \frac{1}{4}ந^2$.
15. $\frac{1}{3} - \frac{3}{4}ந^2 - \frac{2}{3}ந$, $\frac{1}{3}ந + \frac{1}{6} - \frac{1}{4}ந^2$.

பின்வருங் கோவைகளைச் சுருக்கித் தருக :—

16. (ப − 2ம + 3வ) − (4ப + 3ம − வ).
17. (2ப − 3ம − 5வ) − (ப − 3ம + 5வ).
18. $\frac{1}{2}(அ - இ) - \frac{1}{3}(இ - உ) + \frac{1}{4}(உ - அ)$.
19. $\frac{1}{2}(அ^2 - இ^2) - \frac{1}{4}(இ^2 - உ^2) + \frac{1}{3}(உ^2 - அ^2)$.
20. $\frac{1}{2}(ப^3 - ம^3 - வ^3) - \frac{1}{3}(ம^3 - வ^3 - ப^3) - \frac{1}{4}(வ^3 - ப^3 - ம^3)$.
21. $3க^2 - 2க + 1$ என்பதிலிருந்து $2க^2 - 1$, $3க + 2$ என்னும் இவற்றின் கூட்டுத் தொகையைக் கழிக்க. க = −2 ஆயின், விடையாதாகும் ?
22. $2ந^2 - 3ந + 1$ என்பது $ந^2 - 4ந - 2$ என்பதிலும் எவ்வளவாற் கூடியது ? ந = −1 ஆயின், விடை யாதாகும் ?
23. $2(அ^2 - இ^2) - (அ^2 - 2அஇ + இ^2) - (அ^2 - 2அஇ - இ^2)$. இதனைச் சுருக்குக.

அ = 2, இ = 1 ஆயின், இதன் பெறுமானம் என்ன ?

24. அ(அ − இ − உ) − இ(இ − உ − அ) − உ(உ − அ − இ). இதன் சுருக்கத்தைக் காண்க.

அ = 1, இ = 0, உ = −1 ஆயின், இதன் பெறுமானம் என்ன ?

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பெருக்கல்

54. பெருக்கலின் பங்கீட்டு விதி :—முதற்கண் ஒரு கலப்பினக் கோவையை ஒருறுப்பாற் பெருக்கு முறையை ஆராய்வோம் :—

எண்கணிதத்தில், $(2+3)$ என்பதனை 5 ஆற் பெருக்க வரும் பெருக்கம் 2 ஐயும் 3 ஐயுந் தனித்தனி 5 ஆற் பெருக்க வரும் பெருக்கங்களின் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமன் என அறிவோம்.

இதனைக் குறியீட்டு முறைபற்றிப் பின்வருமாறு காட்டலாம் :—

$$(2+3)5=2\times5+3\times5\ ;$$

இங்கு குறித்த பெறுமானங்களையுடைய 2, 3, 5 என்பன நின்ற விடத்துக் குறிப்பிடாப் பெறுமானங்களை யுடைய ப, ம, வ என்னும் இவற்றை நிறுத்தினுல்,

$$(\text{ப}+\text{ம})\text{வ}=\text{பவ}+\text{மவ}$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டைப் பெறுவோம்.

அதுபோல, $(\text{த}+\text{ப}-\text{ம})\text{வ}=\text{தவ்}+\text{பவ}-\text{மவ}$.

இதிலிருந்து ஒரு விதியைப் பெறலாம்.

விதி :—ஒரு கலப்பினக் கோவையை ஒரு குறித்தவுறுப்பாற் பெருக்க வரும் பெருக்கம் அக்கோவையிலுள்ள உறுப்புக்களைத் தனித்தனி அக் குறித்த வுறுப்பாற் பெருக்க வரும் பெருக்கங்களின் அட்சரகணிதக் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமன்.

இதுவே பெருக்கலின் பங்கீட்டு விதி எனப்படும்.

55. இனி, ஒரு கலப்பினக் கோவையை ஒரு கலப்பினக் கோவையாற் பெருக்கு முறையை ஆராய்வோம் : மேற் காட்டியவாறு $(\text{ப}+\text{ம})\text{வ}=\text{பவ}+\text{மவ}$;

இங்கு வ என்பதற்காக $(\text{அ}+\text{இ})$ என்பதை நிறுத்துக.

$$\therefore (\text{ப}+\text{ம})(\text{அ}+\text{இ})=\text{ப}(\text{அ}+\text{இ})+\text{ம}(\text{அ}+\text{இ})$$
$$=(\text{அ}+\text{இ})\text{ப}+(\text{அ}+\text{இ})\text{ம} \quad \text{மாற்று. விதி.}$$
$$=\text{அப}+\text{இப}+\text{அம}+\text{இம} \quad \text{பங். விதி.}$$
$$=\text{அப}+\text{அம}+\text{இப}+\text{இம}. \quad \text{தொகு. விதி.}$$

இதிலிருந்து ஒரு விதியைப் பெறலாம்.

விதி :— ஒரு கலப்பினக் கோவையை ஒரு கலப்பினக் கோவையாற் பெருக்க வரும் பெருக்கம் பெருக்கப்படுங் கோவையிலுள்ள உறுப்புக்களைப் பெருக்குங் கோவையிலுள்ள உறுப்புக்களாற் றனித்தனி பெருக்க வரும் பெருக்கங்களின் அட்சர கணிதக் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமன்.

இது பெருக்கலின் பங்கீட்டு விதி அல்லது விரிகாணும் விதி எனப் பெயர் பெறும். பெருக்கப்படுங் கோவையும் பெருக்குங் கோவையும் அடுக்குக் குறி வேறுபட்ட ஒரு மாறி பற்றிய உறுப்புக்களாலாயவெனின், இரு கோவைகளையும் ஒரு சேர அம் மாறியின் ஏறடுக்கு வரிசையிலாயினும் இறங்கடுக்கு வரிசையிலாயினும் எழுதிப் பெருக்கலே இலேசான முறையாகும்.

இவ் விதிகள் பற்றி ஒரு கோவையை ஒரு கோவையாற் பெருக்கு முறைகளைப் பின்வரும் உதாரணங்களால் அறியலாம்.

உ—ம்.

1. $3\text{க}^2-2\text{கந}+\text{ந}^2$ என்பதனை -3கந வாற் பெருக்குக.

வேண்டிய பெருக்கம் $=-3\text{கந}(3\text{க}^2-2\text{கந}+\text{ந}^2)$.

$$=-9\text{க}^3\text{ந}+6\text{க}^2\text{ந}^2-3\text{கந}^3.$$

இதனைப் பின்வருமாறுஞ் செய்யலாம்:

$$\begin{array}{l} 3\text{க}^2-2\text{கந}+\text{ந}^2 \\ -3\text{கந} \\ \hline -9\text{க}^3\text{ந}+6\text{க}^2\text{ந}^2-3\text{கந}^3 \end{array}$$

உ—ம்.

2. $(\text{க}-3)(\text{க}+2)$. இதன் விரியைக் காண்க.

இந்த இரண்டு காரணிகளுள் ஒன்றைப் பெருக்குங் கோவையாகக் கொண்டால், மற்றையதைப் பெருக்கப் படுங் கோவையாகக் கொள்ள வேண்டும். இங்கு $(\text{க}-3)$ என்பதைப் பெருக்குங் கோவையெனக் கொள்ளுவோம்.

$$\therefore (\text{க}-3)(\text{க}+2)=\text{க}(\text{க}+2)-3(\text{க}+2)$$
$$=\text{க}^2+2\text{க}-3\text{க}-6$$
$$=\text{க}^2-\text{க}-6.$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உ—ம்.

3. $(2க - 4)(3க + 1)$. இதன் விரியை உளவாராய்வாற் கண்டெழுதுக.

$$(2க - 4)(3க + 1) = 6க^2 - 10க - 4.$$

இங்கு 3க வை 2க வாற் பெருக்கி $6க^2$ என்பதைப் பெற்ருேம். 1ஐ 2க வாலும் 3க வை – 4 ஆலும் பெருக்க வரும் பெருக்கங்களைக் கூட்டி – 10க வைப் பெற்ருேம். + 1ஐ – 4 ஆற் பெருக்கி – 4ஐப் பெற்ருேம்.

உ—ம்.

4. $(3க - 2)^2$. இதன் விரியை உளவாராய்வாற் கண்டெழுதுக.

$$(3க - 2)^2 = 9க^2 - 12க + 4.$$

இங்கு $(3க - 2)^2$ என்பதை $(3க - 2)\ (3க - 2)$ என்பதாகக் கொண்டு உதாரணம் 3 இற் காட்டியபடி செய்து விரியைப் பெற்ருேம்.

உ—ம்.

5. $(3க + 2)$ என்பதை $(2க - 3)$ என்பதாற் பெருக்குக.

$$\begin{aligned} \text{பெருக்கம்} &= (3க + 2)(2க - 3) \\ &= 3க(2க - 3) + 2(2க - 3) \\ &= 6க^2 - 9க + 4க - 6 \\ &= 6க^2 - 5க - 6. \end{aligned}$$

இதனைப் பின்வருமாறு செய்தல் இலகுவான முறையாகும்:

$$\begin{array}{l} 3க + 2 \\ \underline{2க - 3} \\ 6க^2 + 4க \\ \underline{\qquad - 9க - 6} \\ 6க^2 - 5க - 6 \end{array}$$

இது 3க + 2 என்பதை 2க வாலும் – 3 ஆலும் பெருக்கி ஒத்த வுறுப்புக்களை ஒரே நிலைக்குத்து நிரலில் எழுதிக் கூட்டியதாகும். 2 ஆம் 3 ஆம் 4 ஆம் உதாரணங்களையும் இவ்வாறு செய்யலாம்.

உ—ம்.

6. $2க - 2 + 3க^3$ என்பதனை $3க^2 - 2 - 2க$ என்பதனுற் பெருக்குக.

இவற்றைக் க வின் இறங்கடுக்கு வரிசையில் இடப் பக்கந் தொடங்கி ஒன்றுக்குக் கீழ் ஒன்ருக எழுதுவோம். எழுதும் போது இல்லாத வடுக்குக்கு இடம்விடுவோம்.

$3க^3 \qquad + 2க - 2$	$க^2$ இல்லாததினுல் அதற்கு இடம் விடப்பட்டுள்ளது.
$3க^2 - 2க - 2$	
$9க^5 \qquad + 6க^3 - 6க^2$	இது $3க^2$ ஆற் பெருக்க வந்தது.
$\quad - 6க^4 \qquad - 4க^2 + 4க$	இது – 2கவாற்பெருக்கவந்தது.
$\qquad - 6க^3 \qquad - 4க + 4$	இது – 2வாற் பெருக்க வந்தது.
$9க^5 - 6க^4 \qquad - 10க^2 \qquad + 4$	இது பெருக்கங்களின் கூட்டுத் தொகை.

இக் கணக்கிற் குணகங்களை மாத்திரம் எழுதிப் பெருக்கி விட்டுப் பெற்ற பெருக்கத்தின் குணகங்களுக்கு அதுவதற்குரிய அடுக்குக் குறிபெற்ற மாறியை இணைக்கலாம்.

இது **தனிக்குணகமுறை** யெனப்படும்.

இம்முறையை யாளும்போது இடையில் ஏதுமோரடுக்குக் குறி பெற்ற மாறி இல்லையாயின், அதன் குணகம் 0 எனக் குறிக்க வேண்டும்.

இம்முறைபற்றி மேற்றந்த பெருக்கலைச் செய்வோம் :

$$\begin{array}{l} 3 + 0 + 2 - 2 \\ \underline{3 - 2 - 2} \\ 9 + 0 + 6 - 6 \\ \quad - 6 - 0 - 4 + 4 \\ \underline{\qquad - 6 - 0 - 4 + 4} \\ 9 - 6 - 0 - 10 - 0 + 4 \end{array}$$

ஆகவே வேண்டிய பெருக்கம் $9க^5 - 6க^4 - 10க^2 + 4$

இம்முறையானது இரு மாறிகளையுடைய ஒரு படித்தான இருகோவைகளுள் ஒன்றை ஒன்ருற் பெருக்குதலுக்கும் பயன்படும்.

அட்சரகணிதம் முதன்முதற் கற்போர் பெருக்கற் செய்கையிற் றேர்ச்சியடைந்த பின்னரே இம்முறையைக் கையாளுதனன்று.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 8 (இ)

1. 3ப – 4ம + 3வ என்பதை – 5 ஆற் பெருக்குக.

2. – 3ப + 2ம – 3வ என்பதனை + 3க வாற்பெருக்குக.

3. 2ப^2 – 3ம^2 – 4வ^2 என்பதை 2ப வாற்பெருக்குக.

4. 2பம – 3மவ + 5வப என்பதனை – 3அக வாற் பெருக்குக.

பின்வருங் கோவைகளுடைய பெருக்கங்களைக் காண்க:-

5. 2ப – 3ம, 3ப + 2ம.
6. 3க – 2ப, 2க – 3ப.
7. 3க – 1, 2க + 1.
8. 5ப – 2, 2ப + 5.
9. 3ப – 2, 2ப – 3.
10. 5ப – 3, 2ப + 1.
11. $\frac{1}{2}$வ – 1, $\frac{1}{2}$வ + 1.
12. $\frac{1}{2}$ம – $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ம – $\frac{1}{3}$.
13. $\frac{1}{4}$ம + 1, $\frac{1}{3}$ம – 1.
14. 2க^2 – 3க + 1, 3க – 1.
15. 3க^2 – 2க – 1, 2க + 3.
16. 1 – 5க + 6க^2, 2 – 3க.
17. 3க^2 – 2கந – ந^2, 2க + 3ந.
18. 2க^2 – கந + ந^2, 3க – ந
19. க^2 – 4கந – ந^2, 2க – ந.

பின்வருவனவற்றிற்குரிய விரிகளை உளவாராய்வுமாத் திரையாற் கண்டெழுதுக :—

20. (க – 1) (க + 2).
21. (க – 3) (க + 3).
22. (க – 5) (க – 4).
23. (2க – 1) (2க + 3).
24. (3க – 1) (2க + 1).
25. (5க – 1) (க + 4).
26. (3ந – 1) (4ந – 1).
27. (1 – 5ந) (1 + 3ந).
28. (1 + 2ந) (2 – 3ந).
29. (3 + 2ந) (4 – 3ந).
30. (5ந + 2) (6ந – 1).
31. (கந – 2) (கந + 2).
32. (கந + 1) (2கந – 3).
33. (3கந – 2) (2கந – 1).
34. (5ய – 1) (2ய + 7).
35. (2ய – 1) (3ய – 5).
36. (5ய – 1) (2ய – 1).
37. (1 – 5ய) (1 + 5ய).
38. (க^2 + 1)(க^2 – 1)
39. (க^2 – 2) க^2 – 3).
40. (க^2 – 5) (க^2 + 5).
41. (க^2 – 1) (க^2 + 2).
42. (3க^2 – 2) (4க^2 – 3).
43. (5க^2 + 1) (3க^2 – 1).
44. (க – 2)^2.
45. (க + 3)^2.
46. (1 – க)^2.
47. (2க + 3)^2.
48. (3க – 1)^2.
49. (3க + 2)^2.
50. (2க – 5)^2.
51. (3க + 1)^2
52. (2க – 5)^2.
53. (அக + இந)^2.
54. (அக + ந)^2.
55. (அக – இந)^2.

56. 2ப^2 – 3ப – 3 என்பதை 3ப – 2 ஆற் பெருக்குக. ப = – 1 ஆயின், பெருக்கத்தின் பெறுமானம் என்ன ?

57. 5க^3 + 8 – 2க என்பதை 2க^2 – 1 – 3க வாற் பெருக்குக.

58. 3க – 2 + க^2 என்பதால் 6 – 2க^2 + 5க^3 என்பதைப் பெருக்குக. க = 0 ஆயின், விடை யாதாகும் ?

59. 4க^2 – 2கந + ந^2 என்பதால் 4க^2 + 2கந + ந^2 என்பதைப் பெருக்குக. க = 1, ந = – 1 ஆயின், விடை என்ன ?

60. க – 2ந + 3ய என்பதை 3க – 2ந – ய என்பதாற் பெருக்குக.

61. (16க^3 – 16க^2 – 5) (8க + 6க^2 – 1). இதன் விரியைக் காண்க.

62. (க^2 + ந^2 + ய^2 – 2கந + 2நய – 2யக) (க – ந – ய). இதன் விரியைக் காண்க.

63. 3க – 2க^2 + 1 என்பதால் 1 – 6க^3 – 3க என்பதைத் தனிக் குணக முறையாற் பெருக்குக.

64. (க^3 – கந^2 – ந^3)(க^2 – கந + ந^2). இதன் விரியைத் தனிக்குணக முறையாற் பெருக்கிக் காண்க.

56. வகுத்தல்:—இங்கு ஒரு கலப்பினக் கோவையை ஒருறுப்பால் வகுக்குமுறையை ஆராய்வோம் :—எண்கணிதத்தில், (2 + 3) என்பதை 5 ஆல் வகுக்க வரும் ஈவு 2 ஐயும் 3 ஐயுந் தனித்தனி 5 ஆல் வகுக்க வரும் ஈவுகளைக் கூட்டுவதற்குச் சமன் என அறிவோம். இதனைக் குறியீட்டு முறைபற்றிப் பின்வருமாறு காட்டலாம் :—

$$(2 + 3) \div 5 = \frac{2}{5} + \frac{3}{5}.$$

இங்கு, குறித்த பெறுமானங்களையுடைய 2, 3, 5 என்பன நின்ற விடத்துப் பெறுமானம் பற்றிப் பொதுமைப் பாடுடைய ப, ம, வ என்னும் இவற்றை நிறுத்திஞற் பின்வருஞ் சமன்பாட்டைப் பெறலாம் :—

$$(ப + ம) \div வ = \frac{ப}{வ} + \frac{ம}{வ}.$$

அதுபோல, $(த + ப - ம) \div வ = \frac{த}{வ} + \frac{ப}{வ} - \frac{ம}{வ}.$

இவற்றிலிருந்து பின்வரும் விதியைப் பெறலாம்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

ஒரு கலப்பினக்கோவையை ஒரு குறித்த உறுப்பால் வகுத்தால் வரும் ஈவு அக்கோவையிலுள்ள உறுப்புக்களைத் தனித்தனி அக் குறித்த உறுப்பால் வகுக்க வரும் ஈவுகளின் அட்சரகணிதக் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமன்.

இதுவே வகுத்தலின் கூட்டுவிதி யெனப்படும்.

57. ஒரு கலப்பினக்கோவையை ஒரு கலப்பினக்கோவை யால் வகுத்தல் எண்கணிதத்திலுள்ள நெடுமுறை வகுத் தலைப் போன்ற தெனலாம்.

உதாரணமாக 672 ஐ 32 ஆல் வகுத்தலைப் பார்க்க.

32)672(21
64
32
32

இதனை அட்சரகணித முறைப்படி மேல் வருமாறு எழுதலாம் :

$3.10+2)6.10^2+7.10+2(2.10+1$
$6.10^2+4.10$
$3.10+2$
$3.10+2$

இதன்கண் குறித்த பெறுமானமுடைய 10 என்பதற் காகப் பெறுமானம் பற்றிப் பொதுமைப் பாடுடைய க வை நிறுத்திஞல், மேல் வருவதைப் பெறலாம் :—

3க + 2)6க^2 + 7க + 2(2க + 1
6க^2 + 4க
3க + 2
3க + 2

இங்கு வகுபடுங் கோவையின் முதலுறுப்பாகிய 6க^2 என்பதை வகுக்குங் கோவையின் முதலுறுப்பாகிய 3க வால் வகுக்க, ஈவின் முதலுறுப்பாகிய 2க வைப் பெறு வோம். வகுக்குங் கோவையை 2க வாற் பெருக்கிப் பெற்ற பெருக்கத்தை வகுபடுங் கோவையிலிருந்து கழிக்க 3க + 2 என்பதைப் பெறுவோம். இதனைப் புதிய வகுபடுங்கோவை யெனக் கொண்டு அதன் முதலுறுப்பை வகுக்குங் கோவை

யின் முதலுறுப்பால் வகுக்க ஈவின் இரண்டாம் உறுப்பாகிய 1 ஐப் பெறுவோம். வகுக்குங் கோவையை 1 ஆற் பெருக் கிப் புதிய வகுபடுங் கோவையினின்று கழிக்க மீதி இல்லை யாகும். ஆகவே வேண்டிய ஈவு உக + 1 என்பதே.

வகுபடுங் கோவையையும் வகுக்குங் கோவையையும் ஒரு மாறி பற்றிய சார்புகளாகக் கொள்ளலாமெனின், அவற்றை ஒரு சேர அம்மாறியின் ஏறடுக்கு வரிசையிலா யினும் இறங்கடுக்கு வரிசையிலாயினும் எழுதி வகுக்க வேண்டும். அவ்வாறுவகுக்க, வகுபடுங் கோவை வகுக்குங் கோவையினது திருத்தமான மடங்கன்றெனக் காணின், வகுக்குங் கோவையின் படியினுங் குறைந்த படியுள்ள மீதி பெறும்வரைக்கும் வகுத்தல் வேண்டும்.

58. கலப்பினக்கோவைகளை ஒருறுப்புக்கோவைகளாலும் பல்லுறுப்புக் கோவைகளாலும் வகுத்தலைப் பின்வரும் உதாரணங்கள் விளக்கும் :—

உ—ம்.

1. 12கந − 3கய − 6கநய என்பதை −3க வால் வகுக்க.

12கந − 3கய − 6கநய ÷ −3க

$= + \dfrac{12\text{கந}}{-3\text{க}} + \dfrac{-3\text{கய}}{-3\text{க}} + \dfrac{-6\text{கநய}}{-3\text{க}}$ பங். விதி.

= −4ந + ய + 2நய.

உ—ம்.

2. −12அக^3 + 4அ^{2}க^2 − 16அ^{3}க என்பதை 4அக வால் வகுக்க.

−12அக^3 + 4அ^{2}க^2 − 16அ^{3}க ÷ 4அக

$= -\dfrac{12\text{அக}^3}{4\text{அக}} + \dfrac{4\text{அ}^2\text{க}^2}{4\text{அக}} - \dfrac{16\text{அ}^3\text{க}}{4\text{அக}}$ பங். விதி.

= −3க^2 + அக − 4அ^2.

உ—ம்.

3. 4 + 4க^4 − 17க^2 என்பதை 2க^2 − 2 − 3க என்பதால் வகுக்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

இவற்றைக் கவின் இறங்கடுக்கு வரிசையில் எழுதி வகுத்தலைச் செய்வோம்.

$$2க^2 - 3க - 2)\,4க^4 \quad - 17க^2 \quad + 4(2க^2 + 3க - 2$$
$$\underline{4க^4 - 6க^3 - 4க^2}$$
$$6க^3 - 13க^2$$
$$\underline{6க^3 - 9க^2 - 6க}$$
$$-4க^3 + 6க + 4$$
$$\underline{-4க^2 + 6க + 4}$$

இங்கு, வகுபடுங் கோவையில் இல்லாத அடுக்குக்களுக்கு இடம் விடப்பட்டுள்ளன.

உ—ம்.

4. மூன்றும் உதாரணத்திற் றந்த வகுத்தலைத் தனிக் குணக முறையாற் செய்க.

தந்த கோவைகளைக் க வினது இறங்கடுக்கு வரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தி அவற்றினுடைய குணகங்களை மாத்திரம் எழுதிப் பின்வருமாறு வகுக்கலாம்:

$$2 - 3 - 2)\,4 + 0 - 17 + 0 + 4(2 + 3 - 2$$
$$\underline{4 - 6 - 4}$$
$$6 - 13 + 0$$
$$\underline{6 - 9 - 6}$$
$$-4 + 6 + 4$$
$$\underline{-4 + 6 + 4}$$

ஆகலான், ஈவு $2க^2 + 3க - 2$ என்பதாகும்.

இங்கு, இல்லாத அடுக்குக்களுடைய குணகங்கள் 0 எனக் கொள்ளப்பட்டுள்ளன.

பயிற்சி 8 (ஈ)

1. $6க^2 - 3க$ என்பதை $3க$ வால் வகுக்க.
2. $-3க^3 + 24க^2$ என்பதை $-3க$ வால் வகுக்க.
3. $6க^3 - 4க^2ந - 12கந^2$ என்பதை $-2க$ வால் வகுக்க.
4. $12க^5 ந^2 - 8க^2ந^5$ என்பதை $-4க^2ந^2$ ஆல் வகுக்க.

பின்வருவனவற்றின் ஈவுகளைக் காண்க :—

5. $18ந^2 - 36கந + 108ந^3 \div 6ந$.
6. $4க^3ந^2 - 16க^3ந^3 - 8க^3ந^4 \div -4க^3ந^2$.
7. $24த^2ப^3ம^4 - 40த^4ப^3ம^2 - 32த^3ப^2ம^3 \div 8த^2ப^2ம^2$.
8. $-27அக^2 + 18அகந - 36அகந^2 \div -9அக$.

மேல் வருவனவற்றுள் இடப்பக்கக் கோவையை வலப் பக்கக் கோவையால் வகுக்க :—

9. $2அ^3 - 7அ^2 + 7அ - 2,\ அ^2 - 3அ + 2$.
10. $6அ^3 - 11அ^2 + 1,\ 2அ^2 - 3அ - 1$.
11. $4க^3 - 4க^2 + க + 2,\ 2க^2 - 3க + 2$.
12. $6க^4 - 5க^3 - 4க^2 + 2க + 1,\ 3க^2 - க - 1$.
13. $16ப^3 - 4ப^4 - 8ப^4 - 13ப + 6,\ 3ப + 2 - 2ப^2$.
14. $16 + ப^4 - 12ப^2,\ ப^2 - 4 - 2ப$.
15. $க^3 + ந^3,\ க + ந$.
16. $8க^3 - ந^3,\ 2க - ந$.
17. $-12 + 7க + க^2 - க^3 + 2க^4,\ 3 - க + க^2$.
18. $4க^4 - 17க^2ந^2 + 4ந^4,\ 2க^2 - 3கந - 2ந^2$.
19. $16க^4 - 1,\ 2க - 1$.
20. $8அ^3 + இ^3 + 6அஇ - 1,\ 2அ + இ - 1$.
21. $1 - அ^2 + 2அ^4 - அ^6,\ 1 + அ - அ^3$.
22. $க^3 - ந^3 - ய^3 - 3கநய,\ க - ந - ய$.
23. $க^4 - அ^2க^2 + 2அஇ^2க - இ^4,\ க^2 + அக - இ^2$.
24. $அ^3 - இ^3 + 9அஇ + 27,\ அ - இ + 3$.
25. $2 - 15க^2 + 4க^4 + 9க$ என்பதை $2க^2 - 2 - 3க$ என்பதாற் றனிக் குணக முறைபற்றி வகுக்க.
26. $6க^5 - 13க^3ப^2 - 2க^2ப^3 + 6கப^4 + 3ப^5$ என்பதை $2க^2 - 3ப^2$ என்பதாற் றனிக் குணக முறைபற்றி வகுக்க. $க = -1$ $ப = 2$ ஆயின், விடையாதாகும் ?
27. $க^9 - ந^9$ என்பதை $க^3 - ந^3$ என்பதால் வகுக்க. $க = 1$, $ந = -1$ ஆயின், விடை யாதாகும் ?
28. $6 + 9க^2 + 6க^4 + 17க - 2க^5$ என்பதை $4க + 3 + 2க^3$ என்பதால் வகுக்க. $க = -1$ ஆயின், விடை யாதாகும் ?

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பரீட்சைப் பத்திரங்கள் (3)

(அ)

1. பின்வருவனவற்றை வரைப்படம் பற்றி விளக்குக.
(i) -6 அங். $+4$ அங். $=-2$ அங்.
(ii) -5 மீற்றர் $+8$ மீற்றர் $=3$ மீற்றர்.

2. $3ப - 2ம - 3வ$ என்பதிலிருந்து $2ப - 3ம + வ$ என்பதைக் கழிக்க.

3. $1 - 2க + 3க^2 - 4க^3 + 5க^4$ என்பதை $1 - 2க + க^2$ என்பதாற் பெருக்குக.

4. $4க^2 - 3க^2 - 6க^2 - 5க^2$. இதனைச் சுருக்கித் தருக.

5. ஒரு வயல் $(2அ + 3இ)$ யார் நீளமும் $(3அ - 2இ)$ யார் அகலமுங் கொண்டுள்ளது. அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

(ஆ)

1. $2ப - 3ம + 4வ$ என்பதை $3ப + 5ம - 6வ$ என்பதனேடு கூட்டுக.

2. $க^4 - 12க^2 - 3க + 2$ என்பதைக் $க^2 - 3க - 2$ என்பதால் வகுக்க.

3. $(3க - 4)(4க + 3)$. இதன் விரியை எழுதுக.

4. $\dfrac{3த^2ப^3ம^4}{9தபம^3}$ இதனைச் சுருக்கித் தருக.

5. ஒரு வியாபாரி ஒருபொருளை ரூபா 30க வுக்கு விலையாகக் கொண்டுவிட்டுக் க% வீதம் நயம்வர விற்ருன். அவன் அப்பொருளை விற்ற விலை என்ன?

(இ)

1. $\frac{1}{2}ப^2 - \frac{1}{3}ம^2$, $\frac{1}{2}ம^2 - \frac{1}{3}வ^2$, $\frac{1}{2}வ^2 - \frac{1}{3}ப^2$. இவற்றைக் கூட்டுக.

2. $8ப^2மவ - 16பம^2வ - 4பமவ^2$ என்பதை $-4பமவ$ என்பதால் வகுக்க.

3. $(2க - 3ந)^2$. இதன் விரியை எழுதுக.

4. $\dfrac{12அஇ^2உ^3}{-3அஇஉ}$. இதனைச் சுருக்கித் தருக.

5. ஒரு சதுரவறையினது நீளம் $3ந$ அடி. அதனடுவில் $2க$ அடி நீளமுள்ள சதுரப்பாய் ஒன்று விரிக்கப்பட்டுள்ளது. பாயில்லாப்பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

(ஈ)

1. $2க^2 - 3க + 1$ என்பதிலிருந்து $க^2 - 5க + 2$ என்பதைக் கழிக்க.

2. $க^3 - 8ந^3$ என்பதைக் $க - 2ந$ என்பதால் வகுக்க.

3. $(க - 5ந)(5க + ந)$ என்பதன் விரியை எழுதுக. $க = 1$, $ந = 2$ ஆயின், விடை யாதாகும்?

4. $3(க^2 - ந^2) - 2[க^2 - \{ந^2 + கந + ந(ந - \overline{க - ந})\}]$. இதனைச் சுருக்குக.

5. ஒருவனிடம் உள்ள நூல்களின் தொகை $(4அ - இ)$; அவற்றுள் $(3அ - 2இ)$ கணிதநூல்கள்; $அ - 2இ$ விஞ்ஞான நூல்கள்; அவனிடமுள்ள பிறநூல்களின் தொகையைக் காண்க.

(உ)

1. $2(அ - இ)^2 - 3(அ - இ) + 1$, $4(அ - இ) + 2 - 3(அ - இ)^2$, $(அ - இ)^2 - (அ - இ) - 2$. இவற்றின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

2. $க + ந$, $2க - ந$, $3க - 2ந$. இவற்றினுடைய தொடர் பெருக்கத்தைக் காண்க.

3. $(2க - 3ந)(3க + 2ந) - (க - 2ந)(2க + ந)$. இதனைச் சுருக்கித் தருக.

$க = 2$, $ந = -1$ ஆயின், இதன் பெறுமானம் என்ன?

4. $க^8 + 64ந^8$ என்பதைக் $க^4 - 4க^2ந^2 + 8ந^4$ என்பதால் வகுக்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

5. ஒருநாளிலே நண்பகலில் ஒரு பொருளின் வெப்பநிலை க°ச. அதன் வெப்பநிலை மணிக்கு 5°ச குறைகின்றதெனின், அன்று மு.ப. 6 மணிக்கு அதன் வெப்பநிலை என்ன? அன்று பி.ப. 4 மணிக்கு அதன் வெப்பநிலை என்ன?

(ஊ)

1. $க = 5$, $ந = -6$ ஆயின், $\frac{1}{க} - \frac{1}{ந}$ என்பதன் பெறுமானம் என்ன?

2. $(3ப + 2ம)^2$. இதன் விரியை யெழுதுக.

3. $\frac{வ}{4ப} + \frac{வ^2}{8பம}$. இதனைச் சுருக்கித் தருக.

4. $த^2ப - தப^2 + ப^2ம - பம^2 + ம^2த - மத^2$ என்பதைத் $த - ப$ என்பதால் வகுக்க.

5. ஒரு கத்தியின் விலை 2க ரூபா. ஒரு கோடரியின் விலை ஒரு கத்தியின் விலையிலும் அரைமடங்கு கூடுதலானது. 10 கோடரிகளை என்ன விலைக்குக் கொள்ளலாம்?

(எ)

1. $\frac{1}{2}(ந - 1)^2 - 1 + \frac{1}{4}(ந - 1), 2 - \frac{1}{2}(ந - 1) - \frac{1}{3}(ந - 1)^2, \frac{1}{4}(ந - 1) - \frac{1}{6}(ந - 1)^2 - 3$. இவற்றின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

2. $2க^2 - 3க + 1$ என்பதை $2க - 3$ என்பதிலிருந்து கழிக்க. $க = -2$ ஆயின், விடையாது?

3. $க^2 + ந^2 + ய^2 + கந - நய + யக$ என்பதைக் $க - ந - ய$ என்பதாற் பெருக்குக.

4. $(க - 3ந)(3க + ந) - (2க + ந)(க - 2ந)$. இதனைச் சுருக்கித்தருக. $க = -1$, $ந = 0$ ஆயின், இதன் பெறுமானம் என்ன?

5. க அடி அகலமும் 2க அடி ஆழமும் 3க அடி நீளமுமுள்ள ஒரு குழியை வெட்டும்போது எத்தனை கனவடி மண் அகற்றப்படும்?

(ஏ)

1. $அ = 3க - ந$, $இ = 3ந - ய$, $உ = 3ய - க$ ஆயின், $அ + 2இ - 3உ$* என்பதன் பெறுமானம் என்ன?

2. $க - 2க^2$, $1 + 3க^2$ என்னும் இவற்றின் கூட்டுத் தொகையைக் $க + 1 + 3க^3$ என்பதிலிருந்து கழிக்க.

3. $2 + 3க^3 - க - க^4$ என்பதை $1 + க^3 - 2க^2 + 2க^4$ என்பதாற் பெருக்குக.

4. $8க^3 - ந^3 - ய^3 - 6கநய$ என்பதை $2க - ந - ய$ என்பதால் வகுக்க.

5. ந அடி நீளமும் அ அடி அகலமும் ஊ அடி உயரமுமுள்ள ஓரறையினுடைய சுவர்களின் உட்பக்கப் பரப்பளவைக் காண்க.

(ஐ)

1. $க = அ - 1$, $ந = அ^2 - 1$, $ய = அ^3 - 1$ ஆயின், க வின் பெறுமானத்தை ந, ய என்பனவற்றிற் றருக.

2. 3க யார், க அடி, 2க அங்குலத்தை 5க யார், $(க - 1)$ அடி, $(2க - 1)$ அங்குலத்திலிருந்து கழிக்க. $க = 2$ ஆயின், விடையாது?

3. $6 + க^2 - 3க^3$ என்பதை $1 + க^2 - க$ என்பதாற் பெருக்குக.

4. $1 - 2க^3 + க^5$ என்பதை $1 - க$ என்பதால் வகுக்க.

5. ஒரு மனிதன் ஓரிடத்தினின்று புறப்பட்டுக் கிழக்கே $2க - 3ந$ மைற்றூரஞ் சென்றுவிட்டு மேற்கே 3க மைற்றூரம் போனுன். அதன்பின் கிழக்கே $க + ந$ மைற்றூரஞ் சென்று தங்கினுனயின், அவன் றங்கிய இடம் புறப்பட்ட இடத்திலிருந்து கிழக்கே எத்தனைமைற்றூரம்?

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

அத்தியாயம் 9

ஒருபடிச் சமன்பாடுகள்

59. ஒரு படியினையுடைய தெரியாக்கணியம் ஒன்றினலாய சமன்பாடுகள் ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் எனப்படும். $5\text{க}=10$ என்பதையும் $3\text{க}-6=2\text{க}+9$ என்பதையும் அவற்றிற்கு உதாரணங்களாகக் காட்டலாம். இவ்விரு சமன்பாடுகளுங் க என்னுந் தெரியாக்கணியம் ஒன்றினலாயவென்றும், அக்கணியந்தானும் ஒருபடியினையே கொண்டதென்றுங் காணலாம். இத்தகைய சமன்பாடுகளுள் இலகுவானவற்றினுடைய தீர்வுகளைக் காணுமுறை நாலாம் அத்தியாயத்தில் 28 ஆம் பிரிவிற் கூறப்பட்டுள்ளன. அவற்றை இன்னுமொரு முறை பார்த்தல் நன்று. இங்கு கடுமையான சமன்பாடுகளுடைய தீர்வுகளைக் காண்போம்: உதாரணமாக $5\text{க}-7=3\text{க}-11$ என்பதன் தீர்வைக் காணும் வகையை ஆராய்வோம்.

3க வை இரு பக்கங்களிலிருந்து கழிக்க நாம் பெறுவது

$5\text{க}-3\text{க}-7=-11;$

7 ஐ இரு பக்கங்களுக்குங் கூட்ட நாம் பெறுவது

$5\text{க}-3\text{க}=7-11;$

$\therefore\ 2\text{க}=-4;$

$\therefore\ \text{க}=-2$

இங்கு 3க என்பது தந்த சமன்பாட்டின் ஒருபக்கத்தினின்று ஒரு பக்கத்திற்குத் தள்ளுப்பட -3க ஆக மாறியதையும் -7 என்பது அவ்வாறு செய்யப்பட $+7$ ஆக மாறியதையும் அறிக.

இதிலிருந்து இரு விதிகளைப் பெறலாம்:—

விதி: (i) ஒரு சமன்பாட்டிலுள்ள எக்கணியத்தையும் அச்சமன்பாட்டினது ஒரு பக்கத்தினின்று ஒரு பக்கத்திற்கு இடமாற்றஞ் செய்யின், அதன் குறியீட்டை மாற்றவேண்டும்.

விதி: (ii) ஒரு சமன்பாட்டினது தீர்வைக் காண்பதற்கு மாறிகளை அவற்றினுடைய குணகங்களோடு ஒருபக்கமும், மாறிகளை ஒரு பக்கமுமாக இடமாற்றஞ் செய்யவேண்டும்.

இவ்விதிகளைப் பயன்படுத்திச் சில சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வுகள் காண்போம் :—

உ—ம்.

1. $7\text{க}-9=4\text{க}-21$. இதனுடைய தீர்வைக் காண்க.

4க வை இடப்பக்கமும் -9 ஐ வலப்பக்கமும் இடமாற்றஞ் செய்வோம்.

$\therefore\ 7\text{க}-4\text{க}=9-21;$

$\therefore\ 3\text{க}=-12;$

$\therefore\ \text{க}=-4.$

இங்கு இடமாற்றஞ்செய்ய 4க என்பது -4க ஆகவும் -9 என்பது $+9$ ஆகவும் வந்தமை காண்க.

உ—ம்.

2. $14-5(\text{க}-1)=16(\text{க}+5)+2$. இதற்குத் தீர்வு காண்க.

அடைப்புநீக்க நாம் பெறுவது $14-5\text{க}+5=16\text{க}+80+2;$
இடமாற்றஞ்செய்ய நாம் பெறுவது

$-5\text{க}-16\text{க}=-14-5+80+2;$

$\therefore\ -21\text{க}=63;$

$\therefore\ \text{க}=\dfrac{63}{-21};$

$=-3.$

உ—ம்.

3. $\frac{1}{2}(\text{க}-2)-\frac{1}{3}(2\text{க}-5)-1=0$. இதற்குத் தீர்வு காண்க.
பின்னங்களை நீக்க இருபக்கங்களையும் 6 ஆற் பெருக்குக.

$\therefore\ 3(\text{க}-2)-2(2\text{க}-5)-6=0;$

அடைப்புக்களை நீக்க நாம் பெறுவது $3\text{க}-6-4\text{க}+10-6=0;$

இடமாற்றஞ்செய்ய நாம் பெறுவது $3\text{க}-4\text{க}=6-10+6;$

$\therefore\ -\text{க}=2;$

$\therefore\ \text{க}=-2.$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 9 (அ)

பின்வருஞ் சமன்பாடுகளுடைய தீர்வுகளைக் காண்க :—

1. $2\text{க} - 4 = -7$.
2. $4 - 5\text{க} = 1$.
3. $5 = 8 - 3\text{க}$.
4. $3\text{க} + 6 = 5 - 3\text{க}$.
5. $2 - 3\text{க} = 1 - \text{க}$.
6. $2\text{க} - 1 = 1 - 2\text{க}$.
7. $6 - \text{க} = 2 - 3\text{க}$.
8. $1 - \frac{1}{2}\text{க} = \frac{1}{3}\text{க}$.
9. $\frac{1}{2}\text{க} - \frac{1}{4}\text{க} = \frac{1}{6}$.
10. $11 - 2\text{க} = 3 - 4\text{க} + 3\text{க}$.
11. $(2\text{க} - 1) = 1 - (2\text{க} - 1)$.
12. $5(\text{க} - 3) = 6\text{க} - 5$.
13. $2(\text{க} - 2) = 3(\text{க} - 2) + 4$.
14. $16 - 5(\text{க} + 2) = 3(\text{க} + 2)$.
15. $2(2\text{க} - 1) = 3(2\text{க} - 1) + 3$.
16. $16 - 5(\text{க} - 2) = 4\text{க} - 1$.
17. $3(\text{க} - 6) - 4(\text{க} - 3) + 5 = 0$.
18. $2(4 - \text{க}) - 3(\text{க} - 6) - 2 = 7\text{க}$.
19. $2\text{க} - \text{அ} = 3(\text{க} - \text{இ})$.
20. $1 - (\text{க} - \text{அ}) = (\text{அ} + \text{க}) + 2$.
21. $(\text{அ} + 1)(\text{க} - \text{அ}) - \text{அ}(\text{க} - \text{அ}) = \text{இ}$.
22. $\text{அ}\text{க} - \text{இ}^2 = \text{இ}\text{க} + \text{அ}^2$.
23. $\text{அ}\text{க} - \text{இ} = \text{அ} - \text{இ}\text{க}$.
24. $\text{அ}(\text{க} - \text{இ}) + \text{இ}(\text{க} - \text{அ}) + 3\text{அ}\text{இ} = 0$.
25. $4(\text{க} + 2) + 3(2\text{க} - 5) = 3$.
26. $5(1 - 2\text{க}) - 2(1 - 4\text{க}) = 3(1 - 3\text{க})$.
27. $2(2\text{க} - 1) - 3(2\text{க} - 1) - 1 = 0$.
28. $\frac{3}{\text{க}} - \frac{1}{2} = \frac{2}{\text{க}} - 1$.
29. $\frac{\text{க}}{2} + \frac{\text{க}}{3} = \frac{\text{க}}{4} - \frac{7}{3}$.

30. $\frac{2\text{க}}{3} - \frac{3\text{க}}{4} = \frac{\text{க}}{6} + \frac{1}{2}$.
31. $\frac{1 - 2\text{க}}{3} = \frac{1 + 3\text{க}}{2}$.
32. $\frac{1}{\text{க}} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$.
33. $\frac{2}{\text{க}} + \frac{1}{3} = \frac{1}{\text{க}}$.
34. $\frac{2\text{க} - 5}{4} - \frac{3\text{க} - 1}{3} = 1$.
35. $\frac{3\text{க} - 4}{5} = \frac{2\text{க} - 1}{3}$.
36. $\frac{2(3\text{க} - 1)}{3} = \frac{3(2\text{க} - 1)}{2}$.
37. $\frac{1}{2}(1 - 3\text{க}) - \frac{1}{3}(2\text{க} - 1) + \frac{1}{4}(\text{க} + 1) = 2$.
38. $\frac{1}{2}(3\text{க} - 1) - \frac{1}{3}(2\text{க} + 1) = \frac{1}{4}$
39. $3\text{க} - \frac{1}{2}(\text{க} - 5) = 5$.
40. $\cdot 3\text{க} - \cdot 5\text{க} = 1\cdot 2$.
41. $\cdot 5\text{க} - \cdot 6\text{க} = 1\cdot 1$.
42. $\cdot 2(2\text{க} - 1) + \cdot 5(2\text{க} - 9) = 3$.

60. சில சமன்பாடுகளில் ஓரளவிற்குச் சுருக்கஞ் செய்த பின்னரே இடமாற்றஞ் செய்யவேண்டும்.

உ—ம்.

1. $\frac{1}{2}\left(\frac{\text{க}}{2} - 2\right) = 1\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\text{க}\right)$. இதன் தீர்வைக் காண்க.

அடைப்புகளை நீக்க நாம்பெறுவது $\frac{\text{க}}{4} - 1 = \frac{3}{2} - \frac{1}{8} + \frac{\text{க}}{3}$;

பின்னங்களை நீக்க இரு பக்கங்களையும் 24 ஆற் பெருக்குக.

$$6\text{க} - 24 = 36 - 3 + 8\text{க};$$

இடமாற்றஞ் செய்ய நாம் பெறுவது

$$6\text{க} - 8\text{க} = 24 + 36 - 3;$$

$$\therefore -2\text{க} = 57;$$

$$\therefore \text{க} = -\frac{57}{2};$$

$$= -28\tfrac{1}{2}.$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உ——ம்.

2. $(5க+2)(5க-3)-(5க-1)(5க-4)=-12$. இதனைத் தீர்க்க.

இங்கு $(5க+2)(5க-3)$ என்பதன் விரியையும் $(5க-1)(5க-4)$ என்பதன் விரியையும் உளவாராய்வாற் கண்டு அடைப்புக்குள் இடுவோம்.

$(25க^2-5க-6)-(25க^2-25க+4)=-12;$

அடைப்பு நீக்க நாம்பெறுவது $25க^2-5க-6-25க^2+25க-4=-12;$

$\therefore\ -5க-6+25க-4=-12;$

இடமாற்றஞ்செய்ய நாம் பெறுவது

$-5க+25க=6+4-12;$

$\therefore\ 20க=-2;$

$\therefore\ க=-\frac{2}{20}=-\frac{1}{10}$

61. மேற் காட்டிய உதாரணங்களிலிருந்து ஒருபடிச் சமன்பாடுகளுடைய தீர்வுகளைப் பின்வரும் விதிகள்கொண்டு காணலாமென்பது புலனாகும்.

(i) தேவைப்படுமாயின் பின்னங்களை நீக்குக.

(ii) அடைப்புக்களை நீக்குக.

(iii) தெரியாக் கணியத்தாலாய உறுப்புக்களை ஒரு பக்கமும் ஏனையவற்றை ஒருபக்கமுமாக இடமாற்றஞ்செய்க.

(iv) ஒவ்வொரு பக்கத்தையும் வேறுவேருகச் சுருக்குக.

(v) இருபக்கங்களையுந் தெரியாக் கணியத்தின் குணகத்தால் வகுக்க.

பயிற்சி 9 (ஆ)

பின்வருஞ் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க:—

1. $(க-1)(க-2)=க(க-4)-1$.
2. $(2க-1)(3க+1)-(2க+1)(3க-1)=க-3$.
3. $(2க-3)(க-1)-(2க+3)(க+1)=0$.
4. $(4க-5)(3க+2)=(3க-2)(4க+5)$.
5. $(1-2க)(1+2க)+2க(2க-3)=4$.
6. $(\frac{1}{2}க+1)(\frac{1}{3}க-2)-(\frac{1}{3}க-1)(\frac{1}{2}க+1)=1$.

7. $\frac{க(க+1)}{2}-\frac{க(க-1)}{3}=\frac{(க+2)(க-3)}{6}$
8. $\frac{1}{3}(2க-\frac{1}{2})+\frac{1}{2}(2க+\frac{1}{3})=\frac{1}{4}(2க+1)$.
9. $\frac{1}{2}(3க-\frac{1}{3})+\frac{1}{3}(2க-\frac{1}{2})=\frac{1}{4}(க-1)$.
10. $7(க+\frac{1}{2})=2(க+\frac{1}{2})-5$.
11. $(2க-3)(க-1)-(2க+1)(க-1)=2(க+3)$.
12. $2(க+\frac{1}{4})-3=3(க+\frac{1}{4})-7$.
13. $\frac{1}{க}+\frac{1}{2க}-\frac{1}{3க}=\frac{1}{6}$.
14. $\frac{1}{க}-\frac{1}{3க}-\frac{1}{5க}+\frac{1}{5}=0$.
15. $\frac{2}{3க}-\frac{3}{2க}+\frac{1}{க}+\frac{1}{3}=0$.
16. $\frac{3}{4க}-\frac{1}{3க}-\frac{1}{2க}=\frac{1}{3}$.
17. $(2க-3)^2=(2க+1)^2+1$.
18. $(2க-3)^2=4க(க-2)-3$.
19. $(2க-3)(2க+5)=(2க+3)^2$.
20. $(3க-1)^2-3க(3க-1)=3க-5$.
21. $2(க+1)(க+3)-3(க-1)(க-3)=1-(க-2)^2$.
22. $(2க-1)^2-4=2(க-1)(2க-3)$.
23. $9(க-1)^2=(3க-2)^2-1$.
24. $(2க+1)^2-12க(க+1)=35-2(2க-3)^2$.
25. $(2க+1)(4க+3)-2(2க+1)^2=8$.
26. $(2க-1)^2=(2க+1)^2+3$.
27. $(3க-4)^2=(2க-1)^2+5க(க-2)$.
28. $3(2க-1)^2-3(4க^2-1)=2க-15$.
29. பின்வருங் கோவைகளை ஒன்றுக்கொன்று சமனுக்குங் க வின் பெறுமானத்தைக் காண்க:—

    $(2க-3)^2,\ (2க+3)^2-4(3க-2)$.
30. க வினது பெறுமானம் எதற்கும் பின்வருங்கோவைகள் ஒன்றுக்கொன்று சமனெனக் காட்டுக:—

    $9க^2-16,\ (3க-4)(3க+4)$.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

அத்தியாயம் 10

ஒருபடிச் சமன்பாட்டுத்திக் கணக்குக்கள்

62. இவ்வதிகாரத்திலுள்ள உத்திக் கணக்குக்களை நான்காம் அதிகாரத்தில் இருபத்தொன்பதாம் பிரிவிற் கூறியபடி செய்தல் வேண்டும். ஏதுமோருத்திக் கணக்கைச் செய்ய விரும்பின், அதன்கண் ஒரு கணியத்தையே தெரியாக் கணியமாகக் கொள்ளல் நன்று. அக்கணக்கிற் றந்தன கொண்டு ஒருபடிச் சமன்பாடொன்றைப் பெறலாம். அச் சமன்பாட்டைத் தெரியாக் கணியம் பற்றித் தீர்த்து விடையைக் காணலாம்.

நாலாம் அதிகாரத்திற் றந்த உத்திக்கணக்குக்கள் நேர்க் கணியங்கள் பற்றியே எழுந்தன. இங்கு தரப்படுங் கணக்குக்கள் நேர்க்கணியங்கள், எதிர்க்கணியங்கள் என்னும் இரு கணியங்களையுந் தழுவி நிற்கும்.

உ—ம்.

1. இரண்டு எண்களுள் ஒன்று ஒன்றிலும் 48 ஆற் கூடியது. அவற்றின் கூட்டுத்தொகை சிறியதிலு நாலு மடங்கு. அவ்வெண்களைக் காண்க.

சிறியது க ஆகுக;

∴ பெரியது $\text{க}+48$ ஆகும்;

∴ அவற்றின் கூட்டுத் தொகை $\text{க}+(\text{க}+48)$ ஆகும்;

சிறியதின் 4 மடங்கு 4க ஆகும்;

∴ கணக்கின்படி, $\text{க}+(\text{க}+48)=4\text{க}$;

∴ $\text{க}+\text{க}+48=4\text{க}$; (இது அடைப்பு நீக்கப் பெற்றது)

∴ $\text{க}+\text{க}-4\text{க}=-48$; (இது இடமாற்றஞ் செய்யப் பெற்றது).

∴ $-2\text{க}=-48$;

∴ $\text{க}=\dfrac{-48}{-2}$

$=24.$

∴ $\text{க}+48=24+48$

$=72.$

∴ வேண்டிய எண்கள் 24, 72 என்பனவாகும்.

உ—ம்.

2. ஒரு மனிதனினது தற்போதைய வயது 54 ஆண்டு. அவன் மகனுடைய தற்போதைய வயது 12 ஆண்டு. தந்தை மகனின் இருமடங்கு வயதினன் ஆக எத்தனை ஆண்டுகள் செல்லும்?

வேண்டிய ஆண்டுத் தொகை க ஆகுக;

∴ க ஆண்டு செல்லத் தந்தையின் வயது $\text{க}+54$ ஆண்டுகளாகும்;

க ஆண்டு செல்ல மகனின் வயது $\text{க}+12$ ஆண்டுகளாகும்;

கணக்கின்படி க ஆண்டுசெல்லத் தந்தை மகனின் இருமடங்கு வயதினனவன்;

∴ $\text{க}+54=2(\text{க}+12)$;

∴ $\text{க}+54=2\text{க}+24$; (இது அடைப்பு நீக்கலாற் பெற்றது)

∴ $\text{க}-2\text{க}=-54+24$; (இது இடமாற்றஞ் செய்தலாற் பெற்றது).

∴ $-\text{க}=-30$;

∴ $\text{க}=30.$

வேண்டிய ஆண்டுத் தொகை 30.

பயிற்சி 10 (அ)

1. அ என்பவரிலும், இ என்பவருக்கு 2 ரூபா குறைத்தும், உ என்பவருக்கு 3 ரூபா கூட்டியும் அ, இ, உ என்பவருக்கிடையே 49 ரூபாவைப் பகுத்துக் கொடுக்க.

2. அ, இ, உ என்பவர் தம்முள் 90 ரூபாவைப் பகுத்துக் கொண்டனர். இ என்பவர் அ விலும் 6 ரூபா குறைவாகப் பெற்றனர். உ என்பவர் பெற்ற தொகை அ என்பவர் பெற்ற தொகையின் இருமடங்கு. ஒவ்வொருவரும் பெற்றதொகையைக் காண்க.

3. அ விடம் 48 ரூபாவும் இ யிடம் 36 ரூபாவும் உண்டு. அ என்பவர் இ யிடமிருந்து ஒரு தொகையைப் பெறத் தனது பணம் இ யின் மீதிப் பணத்தின் 6 மடங்காயினமை கண்டனர். இ யிடமிருந்து அ பெற்ற தொகை என்ன?

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

4. ஒரு மனிதன் ஒரு தொகை முட்டைகளை ஒரு ரூபாவுக்கு 6 வீதம் விலைக்குக் கொண்டு ஒரு ரூபாவுக்கு 5 வீதம் விற்க 3 ரூபா நயமடைந்தானாயின், அவன் கொண்ட முட்டைகள் எத்தனை?

5. ஒரு மனிதன் ஒரு தொகை முட்டைகளை 6 ரூபாவாக விலைக்குக் கொண்டான். தான் கொண்ட முட்டைகளுள் 6இன் விலை ஒரு ரூபாவிலும் எவ்வளவாற் கூடியதோ அவ்வளவால் 5 இன் விலை ஒரு ரூபாவிலுங் குறைவெனக் கண்டான். அவன் கொண்ட முட்டைகள் எத்தனை?

6. ஒரெண் ஒரெண்ணிலும் 15 ஆற்கூடியது. சிறிய எண்ணின் $\frac{1}{3}$ பெரிய எண்ணின் $\frac{1}{5}$ இலும் 3 ஆற் கூடியது. அவ்வெண்களைக் காண்க.

7. ஒரெண்ணின் $\frac{1}{3}$ ஐ 100 இலிருந்து கழிக்க வந்த மீதி அவ்வெண்ணின் $\frac{1}{2}$ ஒடு 25 ஐக் கூட்டியதற்குச் சமன். அவ்வெண் யாது?

8. ஒரெண்ணின் $\frac{1}{8}$ ஒடு 2ஐக் கூட்ட வருந்தொகை அவ்வெண்ணின் $\frac{1}{16}$ ஐ 20 இலிருந்து கழிக்க வருவதற்குச் சமன். அவ்வெண்ணைக் காண்க.

9. நாலு அடுத்துவரும் இரட்டையெண்களின் கூட்டுத்தொகை 60 ஆயின், அவ் வெண்களைக் காண்க.

10. இரண்டு அடுத்துவரும் இரட்டையெண்களின் கூட்டுத்தொகை அவற்றிற்கு அடுத்து முன்னும் இடையிலும் பின்னும் உள்ள ஒற்றையெண்களின் கூட்டுத் தொகையிலும் 17 ஆற் குறைந்தது. அவ்விரட்டையெண்களைக் காண்க.

11. ஒரு தந்தையின் வயது அவன் மகன் வயதின் $3\frac{1}{2}$ மடங்கு. 15 ஆண்டுகள் செல்லத் தந்தையின் வயது மகன் வயதின் இரு மடங்காகும். அவர்களுடைய தற்போதைய வயதுகளைக் காண்க.

12. தற்போது தன்மகனின் மும்மடங்கு வயதினனாகிய ஒரு தந்தை 15 ஆண்டுகள் செல்லத் தன் மகனின் இரு மடங்கு வயதினனாவானெனில் அவனுடைய தற்போதைய வயதென்ன?

13. ஒரு தந்தை தன் மகனின் இருமடங்கு வயதினன். 10 ஆண்டுகளுக்குமுன் அவன் றன் மகனின் மும்மடங்கு வயதினனாயிருந்தான். அவர்களுடைய தற்போதைய வயதுகளைக் காண்க.

14. அ என்பவன் இ என்பவனிலும் 8 வயதாற் கூடியவன். 8 ஆண்டுகளுக்கு முன் அவன் இ யிலும் இருமடங்கு வயதினன். அவர்களுடைய தற்போதைய வயதுகளைக் காண்க.

15. அ என்பவன் இ என்பவனின் இருமடங்குவயதினன். ஆறு ஆண்டுக்குமுன் அவன் இ யின் மும்மடங்கு வயதினன் ஆயின், அவர்களுடைய தற்போதைய வயதுகளைக் காண்க.

16. அ வின் வயது இ யின் வயதின் $\frac{1}{3}$. ஐம்பது ஆண்டில் அவன் வயது இ யின் வயதின் $\frac{3}{4}$ ஆகும். ஆயின், அவர்கள் தற்போது என்ன வயதினர் எனக் காண்க.

17. அ வின் வயதின் $\frac{1}{2}$ இ யின் வயதின் $\frac{1}{3}$ இலும் 13 ஆற் கூடியது. அ என்பவன் இ யிலும் 6 வயதாற் கூடியவனாயின், அவர்களுடைய வயதுகளைக் காண்க.

18. ஒரறையினது நீளம் அதன் அகலத்திலும் 11 அடியாற் கூடியது. நீளம் 3 அடியாற் கூடியதென்றும் அகலம் 2 அடியாற் குறைந்ததென்றுங்கொண்டாலும் அதன் பரப்பளவு மாறாது. அவ்வறையினுடைய நீளவகலங்களைக் காண்க.

19. ஒரறையினீளம் அதன் அகலத்திலும் 6 அடியாற் கூடியது. அதனுடைய நீளவகலங்களைத் தனித்தனி 3 அடியாற் குறைத்தால், அதன் பரப்பளவு 117 சதுர வடியாற் குறையும். அவ்வறையினீளத்தைக் காண்க.

20. நான் ஒருதொகை பழங்களை ஒரு ரூபாவுக்கு 12 ஆகவும் அத்தொகையில் $\frac{3}{4}$ ஆகிய வேறொரு தொகையை ஒரு ரூபாவுக்கு 10 ஆகவும் விலைக்குக் கொண்டு அவற்றைக் கலந்து ஒரு ரூபாவுக்கு 11 ஆக விற்று 1 ரூபா நயமடைந்தேன். ஆயின், நான் எல்லாமாகக் கொண்ட பழங்கள் எத்தனை?

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

21. 280 கூலிக்காரருள் ஆண்களுக்கு 3 ரூபாவீதமும் பெண்களுக்கு 2 ரூபாவீதமுங் கொடுக்க 720 ரூபா செலவாளுல், ஆண்களுடைய தொகையையும் பெண்களுடைய தொகையையுந் தனித்தனி காண்க.

22. 2 ரூபாத் தாள்களும் 5 ரூபாத் தாள்களுமாக ஒரு மனிதனிடம் 700 ரூபா உண்டு. அவனிடமுள்ள தாள்களுடைய தொகை 230 ஆயின், அவன் ஒவ்வோரினத்திலும் எத்தனை தாள்கள் வைத்திருக்கிறுன்?

23. இரு மனிதர் 36 மைல் இடைத்தூரமுள்ள இரு பட்டினங்களிலிருந்து ஒருவரை ஒருவர் நோக்கி நடந்து 6 மணிநேரத்திற் சந்தித்தனர். ஒருவர் வேகம் ஒருவர் வேகத்தின் இருமடங்காயின், அவர் நடந்த வேகங்களைக் காண்க.

24. ஓரடி நீளமுள்ள நேர்க்கோடு ஒன்று இருசமனில் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. சிறியதுண்டு பெரியதின் $\frac{3}{4}$ நீளமுடையதாயின், அத்துண்டுகளுடைய நீளங்களைக் காண்க.

63. சில கணக்குக்களிற் க என்பது வேண்டிய கணியமல்லாத பிறகணியங்களைக் குறிப்பதாகக் கொண்டால் அக்கணக்குக்களைச் செய்தல் இலகுவாக வமையும். அக்கணக்குக்களிற் க வின் பெறுமானத்தைக் கண்டு அதிலிருந்து வேண்டிய விடையைக் காணலாம்.

உ—ம்.

1. இரண்டு இலக்கங்களாலாய ஓரெண்ணின் பத்திணிடத்து இலக்கம் அதன் ஒன்றினிடத்து இலக்கத்திலும் 4 ஆற் கூடியது. அவ்வெண் அவ்விலக்கங்களின் கூட்டுத் தொகையின் எழுமடங்காயின், அவ்வெண் யாது?

அவ்வெண்ணின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் க ஆகுக;

∴ அவ்வெண்ணின் பத்தினிடத்து இலக்கம் (க + 4) ஆகும்;

∴ அவ்வெண் 10(க + 4) + க ஆகும்;

அவ்விலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகையின் எழுமடங்கு $7(\overline{க + 4 + க})$ ஆகும்;

∴ கணக்கின்படி $10(க + 4) + க = 7(\overline{க + 4 + க})$;

∴ $10(க + 4) + க = 7(க + 4 + க)$;

∴ $10க + 40 + க = 7க + 28 + 7க$;

∴ $10க + க - 7க - 7க = -40 + 28$.

∴ $-3க = -12$;

∴ $க = \frac{-12}{-3}$

$= 4$.

∴ $க + 4 = 8$.

∴ அவ்வெண் $10 \times 8 + 4$

$= 84$. ஆகும்

உ—ம்.

2. ஒரு நாட் காலை 6 மணிக்கு அ என்பவன் ஒருமணிநேரத்திற்கு 4 மைல் வீதமாக ஒருபட்டினத்தை நோக்கி நடக்கத் தொடங்கினுன். 3 மணிநேரத்தால் இ என்பவன் ஒரு மணிநேரத்திற்கு 8 மைல் வீதமாக அ வைப் பின்ருெடர்ந்து சைக்கிளில் ஓடினுன். பிடிபடமுன் அ என்பவன் எத்தனை மைற்றூரஞ் சென்றனன்?

பிடிபடமுன் அ என்பவன் நடந்தநேரம் க மணி நேரமாகுக;

∴ இ என்பவன் ஓடிய நேரம் க − 3 மணி நேரமாகும்;

∴ அ என்பவன் க மணிநேரத்திற் சென்ற தூரம் 4க மைல்,

∴ இ என்பவன் க−3 மணி நேரத்திற் சென்ற தூரம் 8(க − 3) மைல்;

கணக்கின்படி இருதூரங்களும் ஒன்றுக்கொன்றுசமன்;

∴ $8(க - 3) = 4க$;

∴ $8க - 24 = 4க$;

∴ $8க - 4க = 24$;

∴ $4க = 24$.

∴ பிடிபடமுன் அ என்பவன் நடந்த தூரம் 24 மைல்ஆகும்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 10 (ஆ)

1 35 மைல் இடைத்தூரமுள்ள இருபட்டினங்களிலிருந்து இருவர் ஒரு நாட்காலை 6 மணிக்குப் புறப்பட்டு முறையே மணிக்கு 3 மைல் வீதமு மணிக்கு 4 மைல் வீதமுமாக ஒருவரை ஒருவர் நோக்கி நடந்தனர். எத்தனை மணிநேரத்தில் அவர்கள் ஒருவர்க்கொருவர் 7 மைற்றூரத்தில் எதிர்நோக்கி நிற்பர்?

2. மணிக்கு 6 மைல் வீதமு மணிக்கு 9 மைல் வீதமுமாகச் செல்லும் இரு சைக்கிளோடிகள் 45 மைல் இடைத்தூரமுள்ள இருபட்டினங்களிலிருந்து ஒருநாளினது நண்பகலிற் புறப்பட்டு ஒருவரை ஒருவர் நோக்கி ஓடினர். அவர்கள் ஒருவரை ஒருவர் சந்தித்தபின் எத்தனை மணிக்கு அவர்களுக்கிடையிலுள்ள தூரம் $7\frac{1}{2}$ மைல் ஆனது?

3. ஒரு நாட்காலை 6 மணிக்குக் கார் ஒன்று மணிக்கு 25 மைல் வீதவேகத்தோடு ஒருபட்டினத்தை நோக்கி ஓடினது. 4 மணிநேரத்தால் வேறொருகார் அதே இடத்தினின்று புறப்பட்டு மணிக்கு 35 மைல் வீத வேகத்தோடு அதனைப் பின்றொடர்ந்து ஓடினது. புறப்பட்ட இடத்திலிருந்து எத்தனை மைற்றூரத்தில் ஒன்றையொன்று சந்திக்கும்?

4. ஒரு மனிதன் றன் வீட்டிலிருந்து ஒருவானொலி நிலையத்திற்குச் சென்று திரும்பிவர மணிக்கு 10 மைல் வீதஞ் சைக்கிளில் ஓடினால் ஒரு குறித்த நேரத்திற் போய் வரலாமெனக் கண்டான். மணிக்கு 4 மைல் வீதமாக வானொலி நிலையத்திற்கு நடந்து சென்று மணிக்கு 25 மைல் வீதமாக வீட்டிற்குக் காரில் ஓடிவந்தால் $\frac{1}{2}$ மணி நேரங்கூடுமெனக் கண்டான். ஆயின், வானொலி நிலையம் அவன் வீட்டிலிருந்து எவ்வளவு தூரம்?

5. இரண்டு இலக்கங்களாலாய ஓரெண்ணின் பத்தினிடத்து இலக்கம் ஒன்றினிடத்து இலக்கத்தின் மும்மடங்கு. அவ்வெண் அவ்விலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகையின் எண்மடங்கிலு மூன்றாற் குறைவு. அவ்வெண்யாது?

6. இரண்டு இலக்கங்களாலாய ஓரெண்ணின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 3. அவ்விலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை அவ்வெண்ணின் ஏழிலொன்று. அவ்வெண்யாது?

7. ஓரெண்ணினது நூற்றினிடத்து இலக்கத்திலும் பத்தினிடத்து இலக்கம் 4 ஆலும் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 2 ஆலுங் கூடியது. அவ்வெண் அவ்விலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகையின் 22 மடங்காயின் அவ்வெண்ணைக் காண்க.

8. ஒரு விளையாட்டிடத்தினீளம் அதன் அகலத்திலும் 5 அடியாற் கூடியது. அதனகலம் 4 அடியாலும், நீளம் 5 அடியாலுங் கூடினால், அதன் பரப்பளவு 400 சதுரவடியாற் கூடும். ஆயின், அதன் உண்மையான பரப்பளவு என்ன?

9. ஒரு புற்றரையினது நீளம் அதன் அகலத்திலும் 4 அடியாற் கூடியது. அதன் அகலத்தை 2 அடியாலும் அதனீளத்தை 5 அடியாலுங் குறைத்தால் அதன் பரப்பளவு 810 சதுரவடியாற் குறையும். அதன் உண்மையான பரப்பளவைக் காண்க.

10. ஒரு செவ்வக வடிவத்தின் அகலம் அதனீளத்திலும் 4 அடியாற் குறைவு. அதனீளத்தை 2 அடியாற் குறைத்தும் அதன் அகலத்தை ஓரடியாற் கூட்டியு நின்றால் அதன் பரப்பளவு 8 சதுரவடியாற் குறையும். அதன் பரப்பளவு என்ன?

11. ஒரு பலகையினீளம் அகலத்திலும் 11 அங்குலத்தாற் கூடியது. அதனுடைய நீளவகலங்களைத் தனித்தனி 9 அங்குலத்தாற் கூட்டினால், அதன் பரப்பளவு 846 சதுரவங்குலங்களாற் கூடும். அப்பலகையினீளத்தைக் காண்க.

12. ஒரு வயலினீளம் அதன் அகலத்திலும் 24 அடியாற் கூடியது. அதனுடைய நீளவகலங்களைத் தனித்தனி 9 அடியாற் குறைத்தால் அதன் பரப்பளவு 219 சதுர யாராற் குறையும். அசனீளத்தைக் காண்க.

13. ஒரு மனிதன் 12 ரூபாவுக்கு ஒரு தொகை மாம்பழங்களை விலைக்குக் கொள்ளும்பொழுது, 8 மாம்பழங்களின் விலை ஒரு ரூபாவிலும் எத்தனையாற் குறைகின்றதோ அத்

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

தனையால் 12 மாம்பழங்களின் விலை 2 ரூபாவிலுங் கூடிய தெனக் கண்டான். அவன் எத்தனை பழங்களை விலைக்குக் கொண்டான்?

14. ஒரு தோட்டக்காரன் 342 புகையிலைக்கன்றுகளுட் சிலவற்றை நிரைக்கு 12 ஆயுஞ் சிலவற்றை நிரைக்கு 15 ஆயு நட 25 நிரை நிறைவடைதலைக் கண்டான். 15 கன்று நிரைகள் எத்தனை?

15. ஓராசிரியன் ஒருமாணுக்கனது வாய்ப்பான விடை ஒவ்வொன்றுக்கும் 10 புள்ளியும் பிழையான விடை ஒவ்வொன்றுக்கும் -1 புள்ளியுங் கொடுக்க, அம்மாணுக்கன் எல்லாமாக 10 விடைகளுக்கு 56 புள்ளி பெற்றுன். அம்மாணுக்கன் இறுத்த வாய்ப்பான விடைகள் எத்தனை?

16. ஒரு மாணுக்கன் வளையமெறியும் போட்டி ஒன்றில் இலக்குவாய்ப்பு ஒவ்வொன்றுக்கும் ஒரு ரூபாவும் இலக்குத் தப்பு ஒவ்வொன்றுக்கும் $-\frac{1}{4}$ ரூபாவும் பரிசாகப் பெற்றனன். அவன் 18 முறை எறிந்து 8 ரூபாவைப் பெற்றுனெனின், எத்தனைமுறை இலக்குத் தவ்றினன்?

அத்தியாயம் 11

அடுக்குக் கணிப்பும் மூலக்கணிப்பும்

64. அடுக்குக் கணிப்பு:—ஒரு கோவையினுடைய இரண்டு முதலாய அடுக்குக்களைக் காணலே அடுக்குக் கணிப்பு எனப் படும். ஒரு கோவையில் எத்தனை உறுப்புக்கள் இருந்தாலும் பெருக்கற் செய்கைபற்றி அதனுடைய அடுக்குக்களைக் காணலாம். எனினும், இங்கு ஒருறுப்புக் கோவைகளுடைய அடுக்குக்களைக் காணு முறைகளை ஆராய்வோம்.

வரைவிலக்கணத்தின்படி:

$$(\text{க}^2\text{ந}^4)^3 = \text{க}^2\text{ந}^4 \times \text{க}^2\text{ந}^4 \times \text{க}^2\text{ந}^4$$
$$= \text{க}^2 \times \text{க}^2 \times \text{க}^2 \times \text{ந}^4 \times \text{ந}^4 \times \text{ந}^4 \qquad \text{மா. விதி.}$$
$$= \text{க}^{2+2+2}\text{ந}^{4+4+4} \qquad \text{45 ஆம் பிரிவின்படி}$$
$$= \text{க}^{2\times3}\text{ந}^{4\times3}.$$

இங்கு 2, 4, 3 என்பன நின்ற விடத்துப் பெறுமானம் பற்றிப் பொதுமைப் பாடுடைய அ, இ, உ என்பனவற்றை நிறுத்திஞற் பின்வருஞ் சமன்பாட்டைப் பெறலாம்.

$$(\text{க}^{\text{அ}}\ \text{ந}^{\text{இ}})^{\text{உ}} = \text{க}^{\text{அஉ}}\ \text{ந}^{\text{இஉ}}$$

இதிலிருந்து ஒரு விதியைப் பெறலாம்:—

விதி I ஒருறுப்புக் கோவை ஒன்றின் அடுக்கைக் காண்பதற்கு அதனுடைய காரணிகளின் குறிகாட்டி ஒவ்வொன்றையும் அதன் அடுக்குக் குறியாற் பெருக்கி வேண்டிய அடுக்கைப் பெறுக.

மேற்பெற்ற சமன்பாட்டில் ந=இ=1 என்று பிரதியிட,

$$(\text{க}^{\text{அ}})^{\text{உ}} = \text{க}^{\text{அஉ}}$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டைப் பெறுவோம்.

இதிலிருந்து ஒரு விதியைப் பெறலாம்.

விதி II ஒரெண்ணின் அடுக்கின் அடுக்கு அவ்வடுக்குக்களின் பெருக்கத்தை அடுக்குக் குறியாகப்பெற்ற அவ்வெண்ணுகும்.

மேற்கூறிய விதிகளைப் பயன்படுத்தி ஒருறுப்புக் கோவைகள் சிலவற்றினுடைய அடுக்குக்களைக் காண்போம்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உ—ம்.

1. -3அ^2 என்பதன் வர்க்கத்தைக் காண்க.

$(-3\text{அ}^2)^2 = (-3)^2(\text{அ}^2)^2$ 62 ஆம் பிரிவு விதி 1 இன்படி

$= 9\text{அ}^{2\times 2}$ . . . விதி 2 . . .

$= 9\text{அ}^4$.

உ—ம்.

2. -2க^4 என்பதன் கனத்தைக் காண்க.

$(-2\text{க}^4)^3 = (-2)^3(\text{க}^4)^3$ 62 ஆம் பிரிவு விதி 1 இன்படி

$= -8\text{க}^{4\times 3}$ 62 ஆம் பிரிவு விதி 2 இன்படி

$= -8\text{க}^{12}$

உ—ம்.

3. $(\frac{1}{2}\text{க}^2)^2(-\frac{1}{3}\text{க}^2)^3(-\frac{3}{4}\text{க})$. இதன் சுருக்கத்தைக் காண்க. $\text{க} = -1$ ஆயின், விடை யாதாகும்?

$(\frac{1}{2}\text{க}^2)^2(-\frac{1}{3}\text{க}^2)^3(-\frac{3}{4}\text{க})$

$= (\frac{1}{2})^2\ \text{க}^{2\times 2}\times(-\frac{1}{3})^3\times \text{க}^{2\times 3}\times -\frac{3}{4}\text{க}$

$= (\frac{1}{2})^2(-\frac{1}{3})^3\ .(-\frac{3}{4}).\text{க}^{2\times 2}.\text{க}^{2\times 3}.\text{க}$

$= \frac{1}{4}(-\frac{1}{27})\ (-\frac{3}{4})\ \text{க}^4.\ \text{க}^6.\ \text{க}.$

$= \frac{1}{144}\text{க}^{4+6+1}$

$= \frac{1}{144}\text{க}^{11}.$

$\text{க} = -1$ ஆயின், விடை $\frac{1}{144}\ (-1)^{11}$

$= \frac{1}{144}(1-)$

$= -\frac{1}{144}.$

பயிற்சி 11 (அ)

பின்வருங் கோவைகளுடைய வர்க்கங்களைக் காண்க :—

1. க^4.
2. -2க^2.
3. -3க^3.
4. 4க^5.
5. $-2\text{க}^3\text{ந}^2$.
6. $3\text{க}^2\text{ந}^3$.

7. $5\text{க}\text{ந}^3$.
8. $-4\text{க}^3\text{ந}$.
9. $\frac{1}{2}\text{க}^3\text{ந}^2\text{ய}$.
10. $-\frac{1}{3}\text{க}^2\text{ந}\text{ய}^2$.
11. $\frac{1}{4}\text{க}\text{ந}^2\text{ய}^3$.
12. $-\frac{2}{3}\text{க}^2\text{ந}^2\text{ய}^2$.

பின்வருங் கோவைகளுடைய கனங்களைக் காண்க :—

13. -2க^3.
14. 4க^2.
15. -5க.
16. 2க^2.
17. $-\frac{1}{3\text{க}}$.
18. $-\frac{\text{க}}{2\text{ந}}$.
19. $\frac{\text{க}\text{ந}}{3}$.
20. $-\frac{3\text{க}}{5\text{ந}^2}$.
21. $\frac{1}{2\text{க}^2\text{ந}^3}$.
22. $-\frac{1}{3\text{க}\text{ந}^2}$.
23. $\frac{2}{5\text{க}\text{ந}^2}$.
24. $-\frac{3}{2\text{க}\text{ந}}$

பின்வருங் கோவைகளுடைய பெறுமானங்களைக் காண்க:—

25. $(\text{அ}^2\text{இ})^3$.
26. $(-\text{அ}\text{இ}^2)^4$.
27. $(2\text{அ}^2\text{இ}^2)^5$.
28. $(-2\text{அ}\text{இ}^3)^3$.
29. $\left(-\frac{\text{அ}}{2\text{இ}\text{க}^2}\right)^3$.
30. $\left(\frac{\text{அ}\text{இ}}{\text{க}^2\text{ந}^3}\right)^4$
31. $\left(-\frac{\text{அ}}{\text{இ}\text{க}^3}\right)^3$.
32. $\left(\frac{\text{அ}\text{க}}{\text{இ}\text{ந}^2}\right)^4$.
33. $\left(-\frac{2\text{அ}}{3\text{ப}\text{க}^2}\right)^3$.
34. $\left(\frac{2^2\cdot 5^2}{3^2}\right)^2$.
35. $\left(-\frac{1}{2^2 3^3}\right)^2$.
36. $\left(-\frac{3^2}{2^3\cdot 5^2}\right)^3$.

பின்வருங் கோவைகளைச் சுருக்குக:—

37. $(5\text{க}^2).\ (-3\text{க})^2\ \left(\frac{1}{15}\text{க}^3\right)^2$.
38. $(-5\text{அ}^2)^3\ (2\text{இ}^3)^2\ \left(-\frac{1}{10}\text{உ}^3\right)^2$.
39. $(3\text{க}^2)^2\ (-2\text{க}^3)^3\ \left(\frac{1}{6}\text{க}^2\right)^2$.
40. $(2^2.3^2)^3\ (-3^3.2^3)^2\ (-1)^4$.
41. $(-2^2)^3\ (-3^3)^2\ 6^2$.
42. $(-1)^3\ (-2^2.3^3)^2\ (-3)$.
43. $(\text{க}^3)^2\ (-3\text{க}^2\text{ந}^2)^3.\ \ (-\text{ந}^2)^3$. இதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

44. $\left(-\frac{1}{\text{க}^2}\right) \cdot \left(\frac{\text{க}^2}{2}\right)^2 \cdot \text{க}^5$. இதன் பெறுமானத்தைக் காண்க. $\text{க} = -2$ ஆயின், விடை யாதாகும்?

65. ஈருறுப்புக் கோவைகளுடைய வர்க்க கனங்களையும் மூவுறுப்புக்கோவைகளுடைய வர்க்கங்களையுங் காணுமுறைகளை இங்கு ஆராய்வோம்:—எட்டாம் அத்தியாயத்தில் 55 ஆம் பிரிவிலே நான்காம் உதாரணத்திற் காட்டியவாறு உளவாராய்வாலேனும் பெருக்கற்செய்கை பற்றியேனும் பின்வருஞ் சர்வ சமன்பாடுகளைப் பெறலாம்:—

$(\text{க} + \text{ந})^2 \equiv \text{க}^2 + 2\,\text{கந} + \text{ந}^2;$ (1)

$(\text{க} - \text{ந})^2 \equiv \text{க}^2 - 2\,\text{கந} + \text{ந}^2;$ (2)

$(\text{க} + \text{ந} + \text{ய})^2 \equiv \text{க}^2 + \text{ந}^2 + \text{ய}^2 + 2\,\text{கந} + 2\,\text{நய} + 2\,\text{யக};$ (3)

$(\text{க} - \text{ந} - \text{ய})^2 \equiv \text{க}^2 + \text{ந}^2 + \text{ய}^2 - \text{உகந} + 2\,\text{நய} - 2\,\text{யக};$ (4)

$(\text{க} + \text{ந})^3 \equiv \text{க}^3 + 3\,\text{க}^2\text{ந} + 3\,\text{கந}^2 + \text{ந}^3;$ (5)

$(\text{க} - \text{ந})^3 \equiv \text{க}^3 - 3\,\text{க}^2\text{ந} + 3\,\text{கந}^2 - \text{ந}^3;$ (6)

இவற்றுள்ளே முதலிரண்டினுடைய உண்மைகளைப் பின்வரும் விதி தழுவுகின்றது:—

விதி I:—இரண்டு உறுப்புக்களின் அட்சரகணிதக் கூட்டுத் தொகையின் வர்க்கம் அவ்வுறுப்புக்களுடைய வர்க்கங்களைக் கூட்டி அதனோடு அவற்றின் பெருக்கத்தின் இருமடங்கைக் கூட்ட வருந் தொகைக்குச் சமன்.

இவ்விதியின்படி,

$$
\begin{aligned}
(\text{க} + \text{ந})^2 &= \{(\text{க}) + (\text{ந})\}^2 \\
&= (\text{க})^2 + (\text{ந})^2 + 2(\text{க})(\text{ந}) \\
&= \text{க}^2 + \text{ந}^2 + 2\,\text{கந} \\
&= \text{க}^2 + 2\,\text{கந} + \text{ந}^2. \quad \ldots \quad (1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(\text{க} - \text{ந})^2 &= \{(\text{க}) + (-\text{ந})\}^2 \\
&= (\text{க})^2 + (-\text{ந})^2 + 2(\text{க})(-\text{ந}) \\
&= \text{க}^2 + \text{ந}^2 - 2\,\text{கந} \\
&= \text{க}^2 - 2\,\text{கந} + \text{ந}^2. \quad \ldots \quad (2)
\end{aligned}
$$

இடையிரண்டினுடைய உண்மைகளைப் பின்வரும் விதி தழுவுகின்றது.

விதி II:—பல உறுப்புக்களின் அட்சரகணிதக் கூட்டுத் தொகையின் வர்க்கம் அவ்வுறுப்புக்களுடைய வர்க்கங்களைக் கூட்டி அதனோடு அவ்வுறுப்புக்களை இவ்விரண்டாகப் பெருக்கக்கிடைக்கும் பெருக்கங்களுடைய இருமடங்கைக் கூட்ட வருந் தொகைக்குச் சமன்.

இவ்விதியின்படி,

$$
\begin{aligned}
(\text{க} + \text{ந} + \text{ய})^2 &= \{(\text{க}) + (\text{ந}) + (\text{ய})\}^2 \\
&= (\text{க})^2 + (\text{ந})^2 + (\text{ய})^2 + 2(\text{க})(\text{ந}) + 2(\text{ந})(\text{ய}) + 2(\text{ய})(\text{க}) \\
&= \text{க}^2 + \text{ந}^2 + \text{ய}^2 + 2\,\text{கந} + 2\,\text{நய} + 2\,\text{யக} \quad \ldots \quad (3)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(\text{க} - \text{ந} - \text{ய})^2 &= \{(\text{க})^2 + (-\text{ந}) + (-\text{ய})\}^2 \\
&= (\text{க})^2 + (-\text{ந})^2 + (-\text{ய})^2 + 2(\text{க})(-\text{ந}) + 2(-\text{ந})(-\text{ய}) + 2(-\text{ய})(\text{க}) \\
&= \text{க}^2 + \text{ந}^2 + \text{ய}^2 - 2\,\text{கந} + 2\,\text{நய} - 2\,\text{யக}.
\end{aligned}
$$

ஈற்றிரண்டினுடைய உண்மைகளைப் பின்வரும் விதி தழுவுகின்றது :—

விதி III:—இரண்டு உறுப்புக்களின் அட்சரகணிதக் கூட்டுத் தொகையின் கனம் அவ்வுறுப்புக்களுடைய கனங்களைக் கூட்டி அதனோடு அவ்வுறுப்புக்களின் பெருக்கத்தின் மும்மடங்கை அவற்றின் அட்சரகணிதக் கூட்டுத்தொகையாற் பெருக்கக் கிடைக்கும் பெருக்கத்தைக் கூட்டவருந் தொகைக்குச் சமன்.

இவ்விதியின்படி,

$$
\begin{aligned}
(\text{க} + \text{ந})^3 &= \{(\text{க}) + (\text{ந})\}^3 \\
&= (\text{க})^3 + (\text{ந})^3 + 3\,\text{கந}(\text{க} + \text{ந}) \\
&= \text{க}^3 + \text{ந}^3 + 3\,\text{க}^2\text{ந} + 3\,\text{கந}^2 \\
&= \text{க}^3 + 3\,\text{க}^2\text{ந} + 3\,\text{கந}^2 + \text{ந}^3.
\end{aligned}
$$

இது க வின் இறங்கடுக்கு வரிசையில் எழுதப்பட்டது. .. (5)

$$
\begin{aligned}
(\text{க} - \text{ந})^3 &= \{(\text{க}) + (-\text{ந})\}^3 \\
&= (\text{க})^3 + (-\text{ந})^3 + 3(\text{க})(-\text{ந})\{(\text{க}) + (-\text{ந})\} \\
&= \text{க}^3 - \text{ந}^3 - 3\,\text{கந}\{\text{க} - \text{ந}\} \\
&= \text{க}^3 - \text{ந}^3 - 3\,\text{க}^2\text{ந} + 3\,\text{கந}^2 \\
&= \text{க}^3 - 3\,\text{க}^2\text{ந} + 3\,\text{கந}^2 + \text{ந}^3.
\end{aligned}
$$

இது க வின் இறங்கடுக்கு வரிசையில் எழுதப்பட்டது. .. (6)

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

$(க - ந)^3$ என்பதன் விரியில் ஒன்றுவிட்ட ஒன்று – குறியீட்டுடன் பொருந்தியிருத்தல் காண்க. இனி, இவ்விதி மூன்றையும் இலேசாக ஞாபகத்தில் வைத்திருக்க ஒருவழி தருகின்றோம்:—

$உ_1$, $உ_2$, $உ_3$ என்பன முறையே முதலாம், இரண்டாம், மூன்றும் உறுப்புக்களைக் குறிக்கின், பின்வருஞ் சமன்பாடு மூன்றும் அவ்விதிகளினுடைய உண்மைகளை அடக்கி நிற்றல் புலனாகும்:—

$(உ_1 + உ_2)^2 = உ_1^2 + உ_2^2 + 2உ_1உ_2$. விதி I இன் உண்மை

$(உ_1 + உ_2 + உ_3)^2 = உ_1^2 + உ^2_2 + உ_2^3 + 2உ_1உ_2 + 2உ_2உ_3 + 2உ_3உ_1$ விதி II இன் உண்மை

$(உ_1 + உ_2)^3 = உ^3_1 + 2_2^3 + 3உ_1உ_2(உ_1 + உ_2)$. ,, ,,

இவ்விதிகளைப் பயன்படுத்திச் சிலகோவைகளுடைய அடுக்குக்களைக் காண்போம்:—

உ—ம்.

1. $2க + 3ந$. இதன் வர்க்கத்தைக் காண்க

$$(2க + 3ந)^2 = (2க)^2 + (3ந)^2 + 2(2க)(3ந)$$
$$= 4க^2 + 9ந^2 + 12கந$$
$$= 4க^2 + 12கந + 9ந^2.$$

உ—ம்.

2. $(2க - 5ந)^2$. இதன் விரியைக் காண்க.

$$(2க - 5ந)^2 = (2க)^2 + (-5ந)^2 + 2(2க)(-5ந)$$
$$= 4க^2 + 25ந^2 - 20கந$$
$$= 4க^2 - 20கந + 25ந^2$$

உ—ம்.

3. $(க - 2ந + 3ய)^2$. இதன் விரியைக் காண்க.

$$(க - 2ந + 3ய)^2 = (க)^2 + (-2ந)^2 + (3ய)^2 + 2(க)(-2ந) + 2(-2ந)(3ய) + 2(3ய)(க)$$
$$= க^2 + 4ந^2 + 9ய^2 - 4கந - 12நய + 6யக.$$

உ—ம்.

4. $3க + 2ந$. இதன் கனத்தைக் காண்க.

$$(3க + 2ந)^3 = (3க)^3 + (2ந)^3 + 3(3க)(2ந)(3க + 2ந)$$

$$= 27க^3 + 8ந^3 + 18கந(3க + 2ந)$$
$$= 27க^3 + 8ந^3 + 54க^2ந + 36கந^2$$
$$= 27க^3 + 54க^2ந + 36கந^2 + 8ந^3.$$

உ—ம்

5. $(க - 5ந)^3$ இதன் விரியைக் காண்க.

$$(க - 5ந)^3 = (க)^3 + (-5ந)^3 + 3(க)(-5ந)(க - 5ந$$
$$= க^3 - 125ந^3 - 15கந(க - 5ந)$$
$$= க^3 - 125ந^3 - 15க^2ந + 75கந^2$$
$$= க^3 - 15க^2ந + 75கந^2 - 125ந^3.$$

பயிற்சி 11 (ஆ)

பின்வருங்கோவைகளுடைய வர்க்கங்களைக் காண்க:—

1. $க + 5$.
2. $க - 4$.
3. $க + 2$.
4. $க - 2ந$.
5. $க + 5ந$.
6. $க - 4ந$.
7. $2க + ந$.
8. $2க - 3ந$.
9. $2க + 5ந$.
10. $அ - 3இ$.
11. $2அ - 5இ$.
12. $3அ + இ$.
13. $4அ + 1$.
14. $5அ - 2$.
15. $4அ - 3$.
16. $2அஇ - 1$.
17. $3அஇ + 1$.
18. $5அஇ - 2$.
19. $1 - 5அ$.
20. $2 + 5அ$.
21. $3 - அ$.
22. $க + 2ந + ய$.
23. $க - 2ந - 3ய$.
24. $க + ந - 2ய$.
25. $2க - 3ந - 5ய$.
26. $3க - 2ந + ய$.
27. $5க - ந + 3ய$.
28. $2க^2 - 3ந^2 + 1$.
29. $3க^2 + 2ந^2 - 1$.
30. $5க^2 - 2ந^2 - 1$.
31. $அ - \frac{1}{2}இ - \frac{1}{3}உ$.
32. $அ + \frac{1}{2}இ - \frac{1}{3}உ$.
33. $அ - \frac{1}{2}இ + \frac{1}{3}உ$.
34. $2அ^2 - 1$.
35. $3அ^2 + 2$.
36. $2அ^2 - 3$.
37. $2க^2 + ந^2$.
38. $3க^2 - 2ந^2$.
39. $5க^2 + ந^2$.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பின்வருங்கோவைகளுடைய கனங்களைக் காண்க:—

40. $க - 1$. 41. $க + 2$. 42. $க - 3$.
43. $2க + 1$. 44. $3க - 1$. 45. $3க + 1$
46. $2க - 3ந$. 47. $2க + 3ந$. 48. $3க - ந$.
49. $அஇ - 3$. 50. $1 - 2அஇ$. 51. $1 + 3அஇ$.

பின்வருங்கோவைகளுடைய விரிகளை எழுதுக:—

52. $(2அஇ - 3)^2$. 53. $(3அஇ - 1)^3$.
54. $(2அஇ + 1)^2$. 55. $(அஇ + 2)^3$.
56. $(க + உந - 3)^2$. 57. $(அஇ - 5)^3$.
58. $(க^2 - ந^2 + ய^2)^2$. 59. $(1 - \frac{1}{க})^3$.
60. $(க^2 - 2ந^2 - 3ய^2)^2$.

66. மூலக்கணிப்பு:—ஒரு கோவைக்கு அதன் மூலத்தின் குறிகாட்டியை அடுக்காகக் கொண்ட ஒரு கணியஞ் சமனுயின், அக்கணியமே அக்கோவையின் மூலமாகும். அம்மூலத்தைக் காணலே மூலக்கணிப்பு எனப்படும். $\sqrt{\ }$ என்னுங் குறியீடு மூலக்குறியெனப்படும். $\sqrt[2]{க^2}$ என்பது $க^2$ என்பதன் வர்க்கமூலமென்ருதல் இரண்டா மூலமென்ருதல் கூறப்படும். அதனைக் குறிகாட்டியின்றி $\sqrt{க^2}$ என்று எழுதுதல் வழக்கு. $\sqrt[3]{க^6}$ என்பது $க^6$ என்பதன் கனமூலமென்ருதல் மூன்ரு மூலமென்ருதல் கூறப்படும்.

+க வின் வர்க்கமும் −க வின் வர்க்கமும் $க^2$ ஆகலான், $க^2$ என்பதன் வர்க்கமூலம் +க என்றும், அன்றி −க என்றுங் கூறலாம். இவ்விரு மூலங்களையும் $\pm$ க வென எழுதல் வழக்கு. இதனைச் சக அல்லது சய க வெனச் சொல்பற்றி உரைக்கலாம். $\pm$ என்னுங் குறி இரட்டைக்குறி எனப்படும்.

குறியீட்டுவிதியின்படி

$(\pm க)^2 = க^2$; $\therefore \sqrt{க^2} = \pm க$.

$(\pm க)^4 = க^4$; $\therefore \sqrt[4]{க^4} = \pm க$.

$(\pm க)^6 = க^6$; $\therefore \sqrt[6]{க^6} = \pm க$.

இவற்றிலிருந்து இருவிதிகளைப் பெறலாம்.

விதி I:—மூலக்குறிகாட்டி இரட்டையெண்ணுயின், ஒரு நேர்க் கணியத்தின் மூலம் இரட்டைக் குறியோடு பொருந்தும்.

இன்னும், ஒரு கணியத்தின் அடுக்குக்குறி இரட்டையெண்ணுயின், அதன் அடுக்கு நேர்க்கணியமாயன்றி எதிர்க் கணியமாய் வராது.

ஆகவே, பின்வரும் விதி புலனுகும்:—

விதி II:—எதிர்க் கணியங்களுக்கு இரட்டையெண்ணை அடுக்குக் குறியாகப் பெற்ற மூலங்கள் இல்லை.

$\therefore \sqrt{-1}$, $\sqrt{-2}$, $\sqrt{-க}$ என்பனவற்றிற்கு எண்கணித முறைப்படி பொருளில்லை. அவை கற்பனைக் கணியங்கள் எனப்படும்.

இனி, குறியீட்டு விதியின்படி

$(-க)^3 = -க^3$; $\therefore \sqrt[3]{-க^3} = -க$.

$(-க)^5 = -க^5$; $\therefore \sqrt[5]{-க^5} = -க$.

$(க)^3 = க^3$; $\therefore \sqrt[3]{க^3} = க$.

$(க)^5 = க^5$; $\therefore \sqrt[5]{க^5} = க$.

இவற்றிலிருந்து ஒரு விதியைப் பெறலாம்.

விதி III:—மூலக்குறிகாட்டி ஒற்றையெண்ணுயின், ஒரு கணியத்தின் மூலம் அக்கணியத்தின் குறியையே கொள்ளும்

64 ஆம் பிரிவு விதி I இன்படி.

$(\pm அ^2க^3)^2 = அ^4க^6$; $\therefore \sqrt{அ^4க^6} = \pm அ^2க^3 = \pm அ^{\frac{4}{2}}க^{\frac{6}{2}}$

$(அ^2க^3)^3 = அ^6க^9$; $\therefore \sqrt[3]{அ^6க^9} = அ^2க^3 = அ^{\frac{6}{3}}க^{\frac{9}{3}}$

$(-அ^2க^3)^5 = -அ^{10}க^{15}$; $\therefore \sqrt[5]{-அ^{10}க^{15}} = -அ^2க^3 = -அ^{\frac{10}{5}}க^{\frac{15}{5}}$

இவற்றிலிருந்து ஒரு விதியைப் பெறலாம்.

விதி IV:—ஒருறுப்புகோவையொன்றின் மூலம் அக்கோவையிலுள்ள காரணிகளுடைய அடுக்குக் குறிகளை மூலக் குறி காட்டிகளால் வகுக்க வரும் ஈவுகளை அடுக்குக் குறிகளாகக் கொண்ட காரணிகளின் பெருக்கமாகும்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

இவற்றைப் பயன்படுத்தி ஒருறுப்புக் கோவைகள் சில வற்றினுடைய மூலங்களைக் கணிப்போம்.

உ—ம்.

1. $க^4ந^6$ என்பதன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

$\sqrt{க^4ந^6} = \pm க^{\frac{4}{2}} ந^{\frac{6}{2}}$ மேற்றந்த விதிகள் I உம் IV உம் பற்றிக்கண்டது.

$= \pm க^2ந^3$.

உ—ம்.

2. $-க^6ந^9ய^{12}$ என்பதன் கனமூலத்தைக் காண்க.

$\sqrt[3]{-க^6ந^9ய^{12}} = -க^{\frac{6}{3}}ந^{\frac{9}{3}}ய^{\frac{12}{3}}$

$= -க^2ந^3ய^4$.

உ—ம்.

3. $\sqrt[8]{-125க^3ந^9}$. இதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$\sqrt[3]{-125க^3ந^9} = \sqrt[3]{-5^3க^3ந^9}$

$= -5^{\frac{3}{3}}க^{\frac{3}{3}}, க^{\frac{9}{3}}$

$= -5கந^3$.

உ—ம்.

4. $\sqrt[5]{\frac{-32அ^{10}இ^{15}}{243\ க^{20}}}$. இதன் பெறுமானத்தைக் காண்க

அ=1, இ=−1, க=2 ஆயின், விடையாதாகும்?

$\sqrt[5]{\frac{-32அ^{10}இ^{15}}{243க^{20}}} = \sqrt[5]{\frac{-2^5அ^{10}இ^{15}}{3^5க^{20}}}$

$= \frac{-2^{\frac{5}{5}}அ^{\frac{10}{5}}இ^{\frac{15}{5}}}{3^{\frac{5}{5}}க^{\frac{20}{5}}}$

$= \frac{-2அ^2இ^3}{3க^4}$.

அ=1, இ=−1, க=2 ஆயின்,

$-\frac{2அ^2இ^3}{3க^4} = \frac{2\cdot1^2.(-1)^3}{3\cdot2^4}$

$= \frac{2\cdot1\cdot(-1)}{3\cdot16}$

$= -\frac{2}{48}$

$= -\frac{1}{24}$.

பயிற்சி 11 (இ)

பின்வருங் கோவைகளுடைய வர்க்க மூலங்களைக் காண்க:—

1. $க^4$.
2. $25ந^2$.
3. $9க^8$.
4. $4ந^4$.
5. $49க^4ந^2$.
6. $16க^2ந^8$.
7. $36க^6ந^4$.
8. $64க^8ந^{10}$.
9. $\frac{1}{4க^8}$.
10. $\frac{க^6}{49}$.
11. $\frac{1}{9ந^6}$.
12. $\frac{ந^{16}}{16}$.
13. $\frac{அ^2}{இ^4க^6}$.
14. $\frac{4இ^4}{25அ^{10}க^{16}}$.
15. $\frac{36அ^2}{169இ^4க^{10}}$.
16. $\frac{க^{14}}{196அ^2இ^4}$.

பின்வருங் கோவைகளுடைய கனமூலங்களைக் காண்க:—

17. $27அ^3இ^6$.
18. $-125இ^6உ^9$.
19. $-8அ^6இ^{12}$.
20. $64அ^9இ^{15}$.
21. $-\frac{1}{அ^3க^9}$.
22. $\frac{அ^3}{8இ^6க^{18}}$.
23. $\frac{1000அ^6}{27இ^3க^{12}}$.
24. $-\frac{729}{அ^3இ^6க^9}$.

பின்வருங்கோவைகளைச் சுருக்கித் தருக: அ=−1, இ=1, க=−2 ஆயின், அவை ஒவ்வொன்றுக்கும் பெறுமானங் காண்க.

25. $\sqrt{\frac{அ^2இ^4}{க^4}}$.
26. $\sqrt{\frac{-8அ^3இ^6}{க^3}}$.
27. $\sqrt{\frac{16அ^4இ^8}{81க^8}}$.
28. $\sqrt[3]{\frac{125}{27அ^3இ^6க^3}}$.
29. $\sqrt[4]{\frac{256}{625அ^8க^4}}$.
30. $\sqrt{\frac{1}{25அ^2இ^4}}$.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

31. $\frac{\sqrt{(4அ^2)}}{\sqrt[3]{(27அ^3க^6)}}$. 32. $\frac{\sqrt[3]{(-27இ^3)}}{\sqrt{(4அ^4க^4)}}$. 33. $\frac{\sqrt{(9அ^2க^4)}}{\sqrt[3]{(-125இ^3)}}$.

67. இங்கு மூவுறுப்புக்கோவைகள் சிலவற்றினுடைய வர்க்க மூலங்களையு நாலுறுப்புக்கோவைகள் சிலவற்றினுடைய கனமூலங்களையுங் கணிக்குமுறைகளை ஆராய்வோம்:

65 ஆம் பிரிவிலுள்ள முதலாம் விதியின்படி,

$$(க+ந)^2 = க^2 + 2கந + ந^2;$$

$$\therefore \sqrt{க^2 + 2கந + ந^2} = க + ந.$$

அவ்விதியின்படி, $(க-ந)^2 = க^2 - 2கந + ந^2$;

$$\therefore \sqrt{க^2 - 2கந + ந^2} = க - ந.$$

இவற்றிலிருந்து பின்வரும் விதிகள் புலனுகும்.

(1) **யாதுமொருகோவை $க^2 + 2கந + ந^2$ என்னும் வடிவத்தில் எழுதப்படுமாயின், அதன் வர்க்கமூலம் $க + ந$ என்னும் வடிவத்தைக் கொள்ளும்.**

(2) **யாதுமொருகோவை $க^2 - 2கந + ந^2$ என்னும் வடிவத்தில் எழுதப்படுமாயின், அதன் வர்க்கமூலம் $க - ந$ என்னும் வடிவத்தைக் கொள்ளும்.**

இனி 65 ஆம் பிரிவிலுள்ள மூன்றும் விதியின்படி $(க+ந)$

$$= க^3 + 3க^2ந + 3கந^2ந^3;$$

$$\therefore \sqrt[3]{க^3 + 3க^2ந + 3கந^2 + ந^3} = க + ந.$$

அவ்விதியின்படி, $(க-ந)^3 = க^3 - 3க^2ந + 3கந^2 - ந^3$;

$$\therefore \sqrt[3]{க^3 - 3க^2ந + 3கந^2 - ந^3} = க - ந.$$

இவற்றிலிருந்து பின்வரும் விதிகள் புலனுகும்:—

(3) **யாதுமொருகோவை $க^3 + 3க^2ந + 3கந^2 + ந^3$ என்னும் வடிவத்தில் எழுதப்படுமாயின், அதன் கனமூலம் $க + ந$ என்னும் வடிவத்தைக் கொள்ளும்.**

(4) **யாதுமொருகோவை $க^3 - 3க^2ந + 3கந^2 - ந^3$ என்னும் வடிவத்தில் எழுதப்படுமாயின், அதன் கனமூலம் $க - ந$ என்னும் வடிவத்தைக் கொள்ளும்.**

உ—ம்.

1. $க^2 - 6கந + 9ந^2$ இதன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

$$\sqrt{க^2 - 6கந + 9ந^2}$$

$$= \sqrt{க^2 - 2க(3ந) + (3ந)^2}$$

$$= க - 3ந.$$ பி. 65 விதி (2)

உ—ம்.

2. $8க^3 - 12க^2ந + 6கந^2 - ந^3$. இதன் கனமூலத்தைக் காண்க.

$$\sqrt[3]{8க^3 - 12க^2ந + 6கந^2 - ந^3}$$

$$= \sqrt[3]{(2க)^3 - 3(2க)^2ந + 3(2க)ந^2 - ந^3}$$

$$= 2க - ந.$$ பி. 65 விதி (4)

உ—ம்.

3. $\sqrt{4க^2 + 2 + \frac{1}{4}க^2}$. இதன் பெறுமானத்தைக் காண்க. $க = -2$ ஆயின், விடையாதாகும்?

$$\sqrt{4க^2 + 2 + \frac{1}{4}க^2}$$

$$= \sqrt{(2க)^2 + 2(2க)\left(\frac{1}{2க}\right) + \left(\frac{1}{2க}\right)^2}$$

$$= 2க + \frac{1}{2க}$$ பி. 65 விதி (1)

$க = -2$ ஆயின், $2க + \frac{1}{2க} = 2(-2) + \frac{1}{2(-2)}$

$$= -4 - \frac{1}{4}$$

$$= -4\frac{1}{4}.$$

68. இனி, மூவுறுப்புக் கோவைகளுக்கேயன்றிப் பல்லுறுப்புக்கோவைகளுக்கும் வர்க்கமூலங்காணும் முறையை இங்கு தருவோம்:—

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உ—ம்.

1. $க^2 + 2கந + ந^2$. இதன் வர்க்க மூலத்தைக்காண்க.

$$க^2 + 2கந + ந^2 (க + ந$$
$$க^2$$
$$2க + ந)\ 2கந + ந^2$$
$$2கந + ந^2$$

இதன் விளக்கம் பின்வருமாறு:—

$க^2$ என்பதன் வர்க்கமூலம் க. இதுவே வேண்டிய வர்க்க மூலத்தின் முதலுறுப்பு. இதன் வர்க்கத்தைத் தந்த கோவையினின்று கழிக்க $2கந + ந^2$ என்பது மீதியாகப் பெறப்படும். இனி, வர்க்கமூலத்தின் முதலுறுப்பாகிய க வை இரட்டிக்க 2க பெறப்படும். இது வகுக்குமெண்ணின் முதலுறுப்பாகும். இதனால் 2கந வை வகுக்க ந பெறப்படும். இதனை மூலத்தின் இரண்டா முறுப்பாகவும் வகுக்குமெண்ணின் இரண்டா முறுப்பாகவுங் கொண்டு வகுக்குமெண் முழுவதையும் ந வாற் பெருக்க வரும் பெருக்கத்தை முதன் மீதியினின்று கழிக்க மீதி இல்லாமற் போகும். ஆகவே, வேண்டிய வர்க்க மூலம் க + ந ஆகும்.

உ—ம்.

2. $4க^4 - 12க^3 + 13க^2 - 6க + 1$. இதன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

$$4க^4 - 12க^3 + 13க^2 - 6க + 1 (2க^2 - 3க + 1)$$
$$4க^4$$
$$4க^2 - 3க)\ -12க^3 + 13க^2$$
$$-12க^3 + 9க^2$$
$$4க^2 - 6க + 1)\ 4க^2 - 6க + 1$$
$$4க^2 - 6க + 1$$

இதன் விளக்கம் பின்வருமாறு:—

$4க^4$ என்பதன் வர்க்கமூலம் $2க^2$. இதுவே வேண்டிய வர்க்கமூலத்தின் முதலுறுப்பு. அதன் வர்க்கத்தைத் தந்த கோவையினின்றுங் கழிக்க $-12க^3 + 13க^2$ .... என்னு மீதியைப் பெறுவோம். இனி, வர்க்மூலத்தின் முதலுறுப்பாகிய $2க^2$ என்பதை இரட்டிக்க $4க^2$ என்பது பெறப்படும். இதனை வகுக்குமெண்ணின் முதலுறுப்பாகக் கொண்டு $-12க^3$ என்பதை வகுக்க $-3க$ என்பது பெறப்படும். இதனை மூலத்தின் இரண்டாமுறுப்பாகவும் வகுக்குமெண்ணின் இரண்டாமுறுப்பாகவுங் கொண்டு $4க^2 - 3க$ என்னும் வகுக்குமெண் முழுவதையும் $-3க$ வாற் பெருக்க வரும் பெருக்கத்தை முதன் மீதியிலிருந்து கழிக்க $4க^2 - 6க + 1$ என்பது இரண்டாமீதியாகப் பெறப்படும். இனி $2க^2 - 3க$ என்பதை இரட்டிக்க $4க^2 - 6க$ பெறப்படும். இதனை இரண்டாம் வகுக்குமெண்ணின் ஒரு பகுதியாகக்கொண்டு இரண்டாமீதியின் முதலுறுப்பாகிய $4க^2$ என்பதை இதன் முதலுறுப்பாகிய $4க^2$ என்பதனால் வகுக்க மூலத்தின் மூன்றாமுறுப்பாகிய 1 பெறப்படும். இதனை இரண்டாம் வகுக்குமெண்ணின் மூன்றாமுறுப்பாகவுங் கொண்டு இரண்டாம் வகுக்குமெண் முழுவதையும் இதனாற் பெருக்க வரும் பெருக்கத்தை இரண்டாமீதியினின்று கழிக்க மீதியில்லாமற்போகும். ஆகவே, வேண்டிய மூலம் $2க^2 - 3க + 1$ ஆகும்.

பயிற்சி 11 (ஈ)

பின்வருங்கோவைகளுடைய வர்க்கமூலங்களைக் காண்க:—

1. $க^2 + 12க + 36$.
2. $ந^2 - 16ந + 64$.
3. $4க^2 + 12க + 9$.
4. $9ந^2 + 12ந + 4$.
5. $9க^2 - 24கந + 16ந^2$.
6. $16க^2 + 24கந + 9ந^2$.
7. $4க^2 - 2 + \frac{1}{4}க^2$.
8. $9க^2 - 2 + \frac{1}{9}க^2$.
9. $(க - 2)^2 + 4 + 4(க - 2)$.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

10. $4(க - 1)^2 + 1 - 4(க - 1)$.
11. $க^2 + ந^2 + 4 - 2கந - 4க + 4ந$.
12. $க^2 + 4ந^2 + 9ய^2 - 4கந - 12நய + 6யக$.
13. $16க^4 - 16க^3 - 4க^2 + 4க + 1$.
14. $4க^4 - 12க^3 + 25க^2 - 24க + 16$.
15. $2க - 5க^2 + 9க^4 - 6க^3 + 1$.
16. $4க^4 + 1 - 4க^3 + 2க - 3க^2$.
17. $4க^4 - 23க^2 + 36 + 12க - 4க^3$.
18. $36க^4 + 4க + 4 - 12க^3 - 23க^2$.
19. $4ந^6 - 4ந^3 + 1$.
20. $9ந^6 + 12ந^3 + 4$.
21. $36ந^4 + 12ந^2 + 1$.
22. $25ந^4 - 20ந^2 + 4$.
23. $1 - 2ந - 11ந^2 + 12ந^3 + 36ந^4$.
24. $1 + 2ந - 11ந^2 - 12ந^3 + 36ந^4$.
25. $4க^6 + 4க^3 - 8க^4 + 4க^2 + 1 - 4க$.
26. $9க^6 + 4க^4 + 1 - 4க^2 + 6க^3 - 12க^5$.

பின்வருங் கோவைகளுடைய கனமூலங்களைக் காண்க:—

27. $க^3 + 6க^2 + 12க + 8$.
28. $க^3 - 9க^2 + 27க - 27$.
29. $27க^3 - 27க^2ந + 9கந^2 - ந^3$.
30. $27க^3 + 54க^2ந + 36கந^2 + 8ந^3$.
31. $1 - 9ந + 27ந^2 - 27ந^3$.
32. $8 + 36ந + 54ந^2 + 27ந^3$.
33. $க^3 + க^2ந + \frac{1}{3}கந^2 + \frac{1}{27}ந^3$.
34. $27க^3 - 9க^2ந + கந^2 - \frac{1}{27}ந^3$.
35. $27க^3 - 9க + \frac{1}{க} - \frac{1}{27க^3}$.
36. $க^3 + க + \frac{1}{3க} + \frac{1}{27க^3}$.

பரீட்சைப் பத்திரங்கள் 4

(அ)

1. $\sqrt[3]{\frac{-8}{அ^3இ^6க^9}}$. இதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
அ$= -2$, இ$= +1$, க$= -1$ ஆயின், விடையாதாகும்?

2. $(3க + 5ந)^2$, $(3க - ந)^3$. இவற்றிற்கு விரிகள் எழுதுக.

3. $9க^4 - 48க^3 + 46க^2 + 48க + 9$. இதன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

4. $2(க + \frac{1}{2}) - 2(\frac{1}{2} - க) + 6 = 0$. இதனைத் தீர்க்க.

5. ஓரெண்ணின் மூன்றிலொன்றை 50 இல் இருந்து கழிக்க வரு மீதி 75 ஓடு அவ்வெண்ணின் இரண்டிலொன்றைக் கூட்ட வருந் தொகைக்குச்சமன். அவ்வெண் யாது?

(ஆ)

1. $\sqrt{\frac{-4அ^2இ4}{25க^4}}$. இதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
அ$= 2$, இ$= -1$, க$= 2$ ஆயின், விடை யாதாகும்?

2. $(5அஇ - 1)^2, (1 + 4க)^3$. இவற்றிற்கு விரிகள் எழுதுக.

3. $-11க^2 + 25க^4 + 70க^3 - 84க + 36$. இதன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

4. $\frac{க - 3}{3} = \frac{க + 2}{2} - \frac{க - 2}{4}$. இதன் நீர்வைக் காண்க.

5. ஆண்கள் ஒவ்வொருவருக்கும் $2\frac{1}{2}$ ரூபா வீதமும் பெண்கள் ஒவ்வொருவருக்கும் 2 ரூபா வீதமும் 80 கூலியாளருக்குப் பகுத்துக் கொடுக்க 190 ரூபா தேவைப்படுமாயின், அக்கூலியாளருள் ஆண்கள் எத்தனை பேர்?

(இ)

1. $\sqrt{16க^2 - 8கந + ந^2}$. இதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
க$= -1$, ந$= 2$ ஆயின், விடை யாதாகும்?

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

2. $(2க - ந - 1)^2$. இதன் விரியை எழுதுக.

3. $1 + 4க + 4க^2 - 4க^3 - 8க^4 + 4க^6$. இதன் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

4. $\frac{க - \cdot 2}{1 \cdot 2} - \frac{க - \cdot 4}{1 \cdot 5} = 1$. இதனுடைய தீர்வைக் காண்க.

5. ஓர் அறையினது நீளம் அதன் அகலத்திலும் 2 அடியாற் கூடியது. அதனீளத்தை 4 அடியாற் கூட்டி அதன் அகலத்தை 3 அடியாற் குறைத்து நின்ருலும் அதன் பரப்பளவு மாருது. ஆயின். அவ்வறையினீளம் என்ன?

(ஈ)

1. $\sqrt[3]{27க^3 - 135க^2ந + 225கந^2 - 125ந^3}$. இதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$க = 2$, $ந = -2$ ஆயின், விடை யாதாகும்?

2. $(1 - 2அ + 3இ)^2$. இதன் விரியை எழுதுக.

3. $64க^6 - 16க^3 + 1$. இதன் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

4. $\frac{1}{க} - \frac{2}{க} = \frac{3}{4}$. இதனுடைய தீர்வைக் காண்க.

5. ஓரறையினீளம் அதன் அகலத்தின் $1\frac{1}{2}$ மடங்கு. அதனீளம் 3 அடி குறைந்தும் அதன் அகலம் 3 அடி கூடியும் இருப்பின், அவ்வறை சதுரமாகும். அவ்வறையினுடைய நீளவகலங்களைக் காண்க.

(உ)

1. $\sqrt[5]{\frac{அ^5}{32இ^{10}உ^{15}}}$. இதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$அ = 2$, $இ = 1$, $உ = -1$. ஆயின், விடை யாதாகும்?

2. $\left(\frac{க}{3} - \frac{3}{க}\right)^3$. இதன் விரியைத் தருக.

3. $16க^4 - 72க^2ந^2 + 81ந^4$. இதன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

4. $4க - 5\left\{6க - 7(8க - 9)\right\} = 66$. இதனைத் தீர்க்க.

5. இரண்டு அடுத்துவரும் எண்களுட் பெரியதனுடைய நாலிலொன்று சிறியதன் ஐந்திலொன்றிலும் 13 ஆற் கூடியது; அவ்வெண்கள் யாவை?

(ஊ)

1. $\sqrt[4]{\frac{16அ^4}{81இ^8க^{16}}}$. இதன் பெறுமானம் என்ன? $அ = 3$, $இ = -2$, $க = 1$ ஆயின், விடையாது?.

2. $\left\{(க - அ) - (ந - இ)\right\}^2$. இதன் விரியைக் காண்க.

3. $27க^3 - 54க^2 + 36க - 8$. இதன் கனமூலத்தைத் தருக.

4. $(க - 2)(க - 3) - (க + 2)(க + 3) = 10$. இதனைத் தீர்க்க.

5. எவ்வெண்ணை $\frac{16}{27}$ என்னும் பின்னத்தின் பகுதியினின்றுந் தொகுதியினின்றுங் கழித்தால் வரும் பின்னம் $\frac{2}{3}$ க்குச் சமனுகும்?

(எ)

1. $\sqrt[3]{-\frac{1}{64அ^3க^9}}$. இதனைச் சுருக்குக. $அ = \frac{1}{4}$, $க = -1$ ஆயின், இதன் பெறுமானம் என்ன?

2. $\left\{க - அ + 1\right\}^3$. இதன் விரியைக் காண்க.

3. $64க^3 + 48க^2 + 12க + 1$. இதன் கனமூலத்தைத் தருக.

4. $(க - 2)(க + 3) + 12 = (க - 1)(க - 4)$. இதனைத்தீர்க்க.

5. கமக்காரன் ஒருவன் மணிக்கு 4 மைல் வீத நடந்து தன் வயலுக்குச் செல்கின்ருன். 15 நிமிடங்களுக்குப்பின் அவன் மகன் மணிக்கு 8 மைல் வீதம் அவனைப் பின்ருெடர்ந்து ஓடுகின்ருன். எவ்வளவு தூரஞ் சென்றபின் மகன்றந்தையை அடைவான்?

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(ஏ)

1. அ = 2, இ = − 1, உ = 3 ஆயின்,

$\sqrt{3 அஇ(அ - இ) + 3 இஉ(இ - உ) + 3 உஅ(உ - அ)}$ என்பதன் பெறுமானம் என்ன?

2. $(3க^2 - 2ந^2)^2$. இதன் விரியை எழுதுக.

3. $1 + \frac{1}{அஇ} + \frac{1}{3அ^2இ^2} + \frac{1}{27அ^3இ^3}$. இதன் கனமூலத்தைத் தருக.

4. $\frac{க - 3}{5} + \frac{4 - க}{3} + 1 = \frac{க - 2}{4} - 1\frac{1}{2}க$. இதனைத் தீர்க்க.

5. நான் மணிக்கு 4 மைல் வீத நடந்தும் மணிக்கு 6 மைல்வீதம் ஓடியும் $1\frac{1}{2}$ மைற்றூரத்தில் உள்ள பட்டினமொன்றிற்கு 18 நிமிடங்களிற் சென்றேன். நான் ஓடிய தூரமென்ன?.

(ஐ)

1. அ = 3, இ = − 2, க = 4 ஆயின், $\frac{\sqrt{(3அ)}}{\sqrt[3]{(-4இ^3க)}}$ என்பதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

2. $(5க^2 + 2)^3$. இதன் விரியை எழுதுக.

3. $(5க - 1)^2 - 2(5க - 1)(3க + 2) + (3க + 2)^2$. இதன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

4. $(3க - 2)^2 - 9 = (3க - 1)\ (3க + 2)$. இதனுடைய தீர்வைக் காண்க.

5. 36 மைல் இடைத் தூரமுள்ள இரு பட்டினங்களிலிருந்து இருவர் ஒரு நாட்காலை 6 மணிக்குப் புறப்பட்டு முறையே மணிக்கு $2\frac{1}{2}$ மைல் வீதமும் மணிக்கு $3\frac{1}{2}$ மைல் வீதமுமாக ஒருவரை ஒருவர் நோக்கி நடந்தனர். எத்தனை மணி நேரத்தில் அவர்கள் ஒருவர்க்கொருவர் முதன்முதல் 6 மைற்றூரத்திலே நிற்பர்?

அத்தியாயம் 12

காரணிகளாய்ப் பிரித்தல் அல்லது சினைகளாய்ப் பிரித்தல்

70. முதலாம் அத்தியாயத்திலே மூன்றும் பிரிவிற் கூறிய வண்ணம், ஓரெண்ணுனது தனித்து நின்றுலும் இரண்டு முதலாய எண்கள் ஒன்றை ஒன்று பெருக்கி நின்றுலும், வகுத்து நின்றுலும் உறுப்பெனப் பெயர்பெறும். ஆயின், க 5கந, $\frac{அ}{இஉ}$ என்பன உறுப்புக்களாகும்.

தனித்து நிற்கும் ஓருறுப்பும் +, − என்னுங் குறிகளாலே தொடுக்கப்பட்டு நிற்கும் இரண்டு முதலாய உறுப்புக்களும் தந்தொகைக்கேற்ப ஓருறுப்புக்கோவை, ஈருறுப்புக்கோவை, மூவுறுப்புக்கோவை, பல்லுறுப்புக்கோவை யெனப்பெயர் பெறும். ஆயின், 5, க, 5அஇ, $\frac{2ப}{3மவ}$ என்பன ஓருறுப்புக் கோவைகளாகும். (க + ந) என்பது க வொடு நவைக்கூட்டவருந் தொகையைக்குறிக்குமாதலால் ஓருறுப்புக்கோவை எனப்படும். ஆனுல், க + ந என்பது ஈருறுப்புக்கோவையாகும். $3க^2 - 4க + 1$ என்பது மூவுறுப்புக்கோவைக்கும் $4க^3 - 3க^2 - 2க + 1$ என்பது பல்லுறுப்புக் கோவைக்கும் உதாரணங்களாகும்.

ஓருறுப்பை ஓருறுப்பாற் பெருக்கினுலும் ஓருறுப்பே பெறப்படும்: க என்பது ஓருறுப்பு; ந என்பதும் ஓருறுப்பு. அவற்றினுடைய பெருக்கமாகிய கந என்பதும் ஓருறுப்பு.

அதுபோல (க + ந) என்பது ஓருறுப்பு. (ந + ய) என்பதும் ஓருறுப்பு. ஆகவே, அவற்றின் பெருக்கமாகிய (க + ந) (ந + ய) என்பதும் ஓருறுப்பு. இதனை ஓருறுப்புக்கோவையென்றுங் கூறலாம்.

இரண்டு முதலாய உறுப்புக்களுடைய கோவையைக் காரணிவடிவமுள்ள (சினைவடிவமுள்ள) ஓருறுப்புக்கோவை

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

யாய் ஆக்கினுல், அதுவே காரணிகளாய்ப் பிரித்தல், அல்லது சினைகளாய்ப்பிரித்தல் எனப்படும்.

71 (i) ஒரு கோவையினுடைய உறுப்புக்கள் ஒவ்வொன்றும் ஒரு பொதுக் காரணியால் வகுக்க இடங்கொடுக்குமெனின், ஒவ்வோர் உறுப்பையும் இக்காரணியால் வகுத்து வரும் ஈவை ஓர் அடைப்புக்குள் அடைத்துவிட்டு, அப் பொதுக்காரணியை அவ்வடைப்புக்குப் புறத்தே குணகமாக நிறுத்தி அக்கோவையை ஒருறுப்புக் கோவையாகச் சுருக்கிக் காரணிவடிவமாக்கலாம்.

உ—ம்.

1. 4அ^2 − 8அஇ. இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

இவ்வீருறுப்புக் கோவையிலுள்ள உறுப்புக்களுக்கு 4அ என்பது பொதுக்காரணி.

∴ 4அ^2 − 8அஇ = 4அ(அ − 2இ).

உ—ம்.

2. 6அ − 9அ^2 + 12அ^3. இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

இம்மூவுறுப்புக் கோவையிலுள்ள உறுப்புக்களுக்கு 3அ என்பது பொதுக்காரணி.

6அ − 9அ^2 + 12அ^3 = 3அ(2 − 3அ + 4அ)^2.

இந்த இரண்டு உதாரணங்களிலும் 4அ (அ − 2இ) என்பதும் 3அ(2 − 3அ + 4அ^2) என்பதுங் காரணிவடிவமான ஒருறுப்புக் கோவைகளாதல் அறிக.

(ii) ஒரு கோவையினுடைய உறுப்புக்கள் அனைத்திற்கும் பொதுக்காரணி ஒன்றும் இல்லையாயின், அக்கோவையைப் பொதுக்காரணிகளுள்ள உறுப்புத் தொகுதிகளாக்கிச் சுருக்கிக் காரணிவடிவ மாக்கலாம்.

உ—ம்.

3. அக − அந + இக − இந + உக − உந. இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

இப்பல்லுறுப்புக்கோவையிலே முதலிரண்டு உறுப்புக்களுக்கும் பொதுக்காரணிஅ; இடையிரண்டுக்கும் பொதுக் காரணி இ; கடையிரண்டுக்கும் பொதுக்காரணி உ.

∴ அக − அந + இக − இந + உக − உந
= அ(க − ந) + இ(க − ந) + உ(க − ந) இங்கு (க − ந) என்பது பொதுக்காரணி
= (க − ந) (அ + இ + உ).

உ—ம்.

4. க^3 + க^2 − க − 1. இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

இப் பல்லுறுப்புக்கோவையிலே முதலிரண்டு உறுப்புக்களுக்கு க^2 என்பதும் ஈற்றிரண்டு உறுப்புக்களுக்கு −1 என்பதும் பொதுக்காரணி.

∴ க^3 + க^2 − க − 1	இது பல்லுறுப்புக்கோவை
= க^2(க + 1) − (க + 1)	இது (க + 1) என்பதைப் பொதுக் காரணியாகவுள்ள ஈருறுப்புக் கோவை.
= (க + 1) (க^2 − 1).	இது ஒருறுப்புக்கோவை.

உ—ம்.

5. 1 − 2க − க^2 + 2க^3. இதனைக் காரணிவடிவமாக்குக.

1 − 2க − க^2 + 2க^3
= 1(1 − 2க) − க^2(1 − 2க)
= (1 − 2க) (1 − க^2).

உ—ம்.

6. தப(ம^2 + வ^2) − மவ(த^2 + ப^2). இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

தப(ம^2 + வ^2) − மவ(த^2 + ப^2)
= தபம^2 + வ^{2}தப − மவத^2 − ப^{2}மவ
= தபம^2 − மவத^2 − ப^{2}மவ + வ^{2}தப   மா. விதி
= மத(பம − வத) − வப(பம − வத)
= (பம − வத) (மத − வப).

பயிற்சி 12 (அ)

பின்வருங் கோவைகளைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க:—

1. 4க^2 − 2கந.
2. க^3 − க^2.
3. 2க − 6க^2.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

4. $5அக + 5அ^2க^2$.
5. $க^2 + கந$.
6. $16 - 16க$.
7. $3க^2 - க^3$.
8. $க^3 - க^2ந$.
9. $5அ - 25அ^2இ$.
10. $7அ^3 + அ$.
11. $2 + 4அ^2இ^2$.
12. $4அ^6 + அ^2$.
13. $அக + அ^2க^2 + அ^3க^3$.
14. $2க - 4க^2 - 8க^3$.
15. $7க - 14க^2 + 7க^3$.
16. $அ^2 + அக - அ^3க^2$.
17. $2க^3ந + 4க^2ந^2 + 6கந^3$.
18. $6க^3ந^2 - 4க^2ந + 2கந$.
19. $அக - அந - இக + இந$.
20. $அக + அந - இக - இந$.
21. $அ^2 - அக + அஇ - இக$.
22. $2க - அக - 2அ + அ^2$.
23. $2அக - அந - 2இக + இந$.
24. $6க^2 - 3கந - 2அக + 3அந$.
25. $க^2 + 3கந - அக - 3அந$.
26. $க^3 - க^2 + க - 1$.
27. $கந + ந^2 - க - ந$.
28. $க - ந + அ(ந - க)$.
29. $(அ + இ)^2 + அ + இ$.
30. $அக - அந - இக + இந - 2க + 2ந$.
31. $க(ந^2 - 1) - ந(க^2 - 1)$.
32. $(அ - இ)(அ - 3இ) + (அ - இ)$.
33. $க^4 - க^3 + 2க - 2$.
34. $க(ந^2 - 1) + ந(க^2 - 1)$.
35. $க(அ - இ) + ந(இ - அ)$.
36. $க^2 - (அ + இ)க + அஇ$.
37. $தப(ம^2 - வ^2) + மவ(த^2 - ப^2)$.
38. $க(அ - 1) + (அ - 1)$.

39. $தப(ம^2 + வ^2) + மவ(த^2 + ப^2)$.
40. $தப(ம^2 - வ^2) - மவ(த^2 - ப^2)$.
41. $அஇ(அ - இ) + இஉ(இ - உ) + உஅ(உ - அ)$.
42. $அ(இ^2 - உ^2) + இ(உ^2 - அ^2) + உ(அ^2 - இ^2)$.

72. சில நியமவடிவங்களில் எழுதக்கூடிய கோவைகள் சிலவற்றைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்கும் வகையை ஆராய்வோம்:

65-ஆம் பிரிவிற் கூறிய விதிகள் பற்றியேனும் உளவாராய்வாலேனும் பின்வருஞ் சமன்பாடுகளைப் பெறலாம்.

$(க + ந)^2 = க^2 + ந^2 + 2கந$.
$(க - ந)^2 = க^2 + ந^2 - 2கந$;
$(க + ந + ய)^2 = க^2 + ந^2 + ய^2 + 2கந + 2நய + 2யக$;
$(க + ந)^3 = க^3 + ந^3 + 3கந(க + ந)$;
$(க - ந)^3 = க^3 - ந^3 - 3கந(க - ந)$.

இவற்றை மறுதலைகளாகவெழுதப் பின்வருவனவற்றைப் பெறுவோம்:—

(1) $க^2 + ந^2 + 2கந = (க + ந)^2$;
(2) $க^2 + ந^2 - 2கந = (க - ந)^2$;
(3) $க^2 + ந^2 + ய^2 + 2கந + 2நய + 2யக = (க + ந + ய)^2$;
(4) $க^3 + ந^3 + 3கந(க + ந) = (க + ந)^3$;
(5) $க^3 - ந^3 - 3கந(க - ந) = (க - ந)^3$.

இங்கு $க^2 + ந^2 + 2கந$ முதலாய ஐந்து வடிவங்களில் எழுதக்கூடிய கோவைகளைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்கும்வகைகள் காட்டப்பட்டுள்ளன.

73. இனி $க^2 - ந^2$, $க^3 + ந^3$, $க^3 - ந^3$, $க^3 + ந^3 + ய^3 - 3கநய$ என்னும் வடிவங்களில் எழுதக்கூடிய கோவைகளைக்காரணிகளாய்ப் பிரிக்கும் வகைகளை ஆராய்வோம்:—

(1) $க^2 - ந^2$. இக்கோவையிலுள்ள உறுப்புக்களுக்குப் பொதுக் காரணிகளில்லை. இதற்குக் கந என்னும் உறுப்பைக் கூட்டியுங் கழித்தும் அதனை நாலுறுப்புக்கோவையாக்கினால், அதனைப் பொதுக் காரணியுள்ள ஈருறுப்புக் கோவையாக்கிச் சுருக்கலாம்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

$க^2 - ந^2$ பொதுக் காரணியில்லாத ஈருறுப்புக்கோவை.

$= க^2 + கந - கந - ந^2$ நாலுறுப்புக்கோவை.

$= க(க + ந) - ந(க - ந)$ பொதுக் காரணியுள்ள ஈருறுப்புக் கோவை.

$= (க + ந)\ (க - ந).$ ஒருறுப்புக்கோவை.

(2) $க^3 + ந^3$. இக்கோவையிலுள்ள உறுப்புக்களுக்கும் பொதுக் காரணியில்லை. இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரித்தற்கு 72 ஆம் பிரிவிலுள்ள சமன்பாடு (4)ஐ ஆள்வோம்:—

$க^3 + ந^3 + 3கந\ (க + ந) = (க + ந)^3;$

இடமாற்றஞ் செய்ய நாம் பெறுவது

$$க^3 + ந^3 = (க + ந)^3 - 3கந(க + ந)$$
$$= (க + ந) \{(க + ந)^2 - 3கந\}$$
$$= (க + ந) \{க^2 + ந^2 + 2கந - 3கந\}$$
$$= (க + ந)\ (க - கந + ந^2).$$

(3) $க^3 - ந^3$. இக் கோவையிலுள்ள உறுப்புக்களுக்கும் பொதுக் காரணியில்லை. இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரித்தற்கு 72 ஆம் பிரிவிலுள்ள சமன்பாடு (5) ஐ ஆள்வோம்.

$க^3 - ந^3 - 3கந\ (க - ந) = (க - ந)^3.$

இடமாற்றஞ் செய்ய நாம் பெறுவது

$$க^3 - ந^3 = (க - ந)^3 + 3கந(க - ந)$$
$$= (க - ந) \{(க - ந)^2 + 3கந\}$$
$$= (க - ந) \{க^2 + ந^2 - 2கந + 3கந\}$$
$$= (க - ந)\ (க^2 + கந + ந^2).$$

(4) $க^3 + ந^3 + ய^3 - 3கநய$. இக்கோவையிலுள்ள உறுப்புக்களுக்கும் பொதுக்காரணி யில்லை.

$$க^3 + ந^3 + ய^3 - 3கநய$$
$$= (க + ந)^3 - 3கந(க + ந) + ய^3 - 3கநய$$
$$= (க + ந)^3 + ய^3 - 3கந\ (க + ந) - 3கநய \qquad \text{மா.விதி.}$$
$$= (க + ந)^3 + ய^3 - 3கந\ (க + ந + ய)$$

$$= (\overline{க + ந} + ய)^3 - 3\ (க + ந)ய(\overline{க + ந} + ய) - 3கந(க + ந + ய)$$
$$= (க + ந + ய)^3 - 3ய\ (க + ந)\ (க + ந + ய) - 3கந(க + ந + ய)$$
$$= (க + ந + ய) \{(க + ந + ய)^2 - 3ய(க + ந) - 3கந\}$$
$$= (க + ந + ய) \{க^2 + ந^2 + ய^2 + 2கந + 2நய + 2யக - 3யக - 3நய - 3கந\}$$
$$= (க + ந + ய)\ (க^2 + ந^2 + ய^2 - கந - நய - யக.)$$

இவற்றைச் சொல்பற்றி விதிகளாகப் பின்வருமாறு உரைக்கலாம்:—

விதி I:—ஈருறுப்புக்களுடைய வர்க்கங்களின் வித்தியாசம் அவ்வுறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையை அவற்றின் வித்தியாசத்தாற் பெருக்கவரும் பெருக்கத்திற்குச் சமன்.

விதி II:—ஈருறுப்புக்களுடைய கனங்களின் கூட்டுத்தொகை அவ்வுறுப்புக்களின் பெருக்கத்தாற் குறைந்த அவ்வுறுப்புக்களுடைய வர்க்கங்களின் மொத்தத்தை அவ்வுறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை யாற் பெருக்கவரும் பெருக்கத்திற்குச் சமன்.

விதி III:—ஈருறுப்புக்களுடைய கனங்களின் வித்தியாசம் அவ்வுறுப்புக்களின் பெருக்கத்தாற் கூடிய அவ்வுறுப்புக்களுடைய வர்க்கங்களின் மொத்தத்தை அவ்வுறுப்புக்களின் வித்தியாசத்தாற் பெருக்கவரும் பெருக்கத்திற்குச் சமன்.

விதி IV:—மூவுறுப்புக்களுடைய கனங்களின் கூட்டுத் தொகையிலிருந்து அவ்வுறுப்புக்களின் பெருக்கத்தின் மும் மடங்கைக் கழிக்கவரும் வித்தியாசம் அவ்வுறுப்புக்களுடைய வர்க்கங்களின் மொத்தத்திற்கும் அவ்வுறுப்புக்களுள் இவ்விரண்டின் பெருக்கங்களின் மொத்தத்திற்கும் உள்ள வித்தியாசத்தை அவ்வுறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையாற் பெருக்கவரும் பெருக்கத்திற்குச் சமன்.

இவற்றை வேறொருவாறுஞ் ஞாபகத்தில் வைத்திருக்கக் கூடிய வடிவத்தில் எழுதலாம்:—

$உ_1$, $உ_2$, $உ_3$ என்பன முறையே முதலாம் இரண்டாம் மூன்றும் உறுப்புக்களைக் குறிப்பனவாகக் கொள்வோம்.

$$உ_1^2 - உ_2^2 = (உ_1 + உ_2)\ (உ_1 - உ_2). \qquad (1)$$
$$உ_1^3 + உ_2^3 = (உ_1 + உ_2)\ (உ_1^2 - உ_1உ_2 + உ_2^2). \qquad (2)$$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

$உ_1^3 - உ_2^3 = (உ_1 - உ_2)\ (உ_1^2 + உ_1\ உ_2 + உ_2^2).$ (3)

$உ_1^3 + உ_2^3 + உ_3^3 - 3உ_1\ உ_2\ உ_3 = (உ_1 + உ_2 + உ_3)\ (உ_1^2 + உ_2^2 + உ_3^2 - உ_1உ_2 - உ_2\ உ_3 - உ_3உ_1).$ (4)

74. மேற்கூறியனவற்றைப் பயன்படுத்திக் காரணிகளாய்ப் பிரித்தலைப் பின்வரும் உதாரணங்கள் விளக்கும்:—

உ—ம்.

1. $9க^2 - 30க + 25$. இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$9க^2 - 30க + 25$
$= (3க)^2 - 2(3க)\ (5) + (5)^2$
$= (3க - 5)^2.$

உ—ம்.

2. $9க^2 - 64$. இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$9க^2 - 64.$
$= (3க)^2 - (8)^2$
$= (3க + 8)\ (3க - 8)$ பிரிவு 73, உ(1) இன்படி

உ—ம்.

3. $32க^4ந^4 - 2$. இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$32க^4ந^4 - 2.$
$= 2(16க^4ந^4 - 1)$
$= 2\{(4க^2ந^2)^2 - (1)^2\}$
$= 2(4க^2ந^2 + 1)\ (4க^2ந^2 - 1)$ பிரிவு 73, உ (1) இன்படி
$= 2(4க^2ந^2 + 1)\ \{(2கந)^2 - (1)^2\}$
$= 2(4க^2ந^2 + 1)\ (2கந + 1)\ (2கந - 1).$ பிரிவு 73, உ (1) இன்படி.

உ—ம்.

4. $9அ^2 - 9இ^2 - 4உ^2 + 12இஉ$. இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$9அ^2 - 9இ^2 - 4உ^2 + 12இஉ$
$= 9அ^2 - (9இ^2 + 4உ^2 - 12இஉ)$
$= (3அ)^2 - (3இ - 2உ)^2$
$= (3அ + \overline{3இ - 2உ})\ (3அ - \overline{3இ - 2உ})$ பிரிவு 73, உ (1) இன்படி.
$= (3அ + 3இ - 2உ)\ (3அ - 3இ + 2உ).$

உ—ம்.

5. $1 + 27க^3$. இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$1 + 27க^3$
$= (1)^3 + (3க)^3$
$= (1 + 3க)\ \{(1)^2 - (1)(3க) + (3க)^2\}$ பிரிவு 73, உ (2) இன்படி.
$= (1 + 3க)\ (1 - 3க + 9க^2).$

உ—ம்.

6. $64க^3 - 125ந^3$. இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$64க^3 - 125ந^3$
$= (4க)^3 - (5ந)^3$
$= (4க - 5ந)\ \{(4க)^2 + (4க)\ (5ந) + (5ந)^2\}$ பிரிவு 73, உ (3) இன்படி.
$= (4க - 5ந)\ (16க^2 + 20கந + 25ந^2).$

உ—ம்.

7. $2அ^2க^6 - 125அ^2ந^6$. இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$2அ^2க^6 - 128அ^2ந^6$
$= 2அ^2(க^6 - 64ந^6)$
$= 2அ^2\ \{(க^3)^2 - (8ந^2)^3\}$
$= 2அ^2(க^3 - 8ந^3)(க^3 + 8ந^3)$ பிரிவு 73, உ (1) இன்படி.
$= 2அ^2\{(க)^3 - (2ந)^3\}\ \{(க)^3 + (2ந)^3\}$
$= 2அ^2(க - 2ந)\ \{(க)^2 + க(2ந) + (2ந)^2\}\ (க + 2ந)\ \{(க)^2 - க(2ந) + (2ந)^2\}$
$= 2அ^2(க - 2ந)\ (க^2 + 2கந + 4ந^2)\ (க + 2ந)\ (க^2 - 2கந + 4ந^2)$
$= 2அ^2(க - 2ந)\ (க + 2ந)\ (க^2 + 2கந + 4ந^2)\ (க^2 - 2கந + 4ந^2).$

உ—ம்.

8. $ப^3 - 8ம^3 - 27வ^3 - 18பமவ$. இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$ப^3 - 8ம^3 - 27வ^3 - 18பமவ$
$= (ப)^3 + (-2ம)^3 + (-3வ)^3 - 3(ப)\ (-2ம)(-3வ)$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

$$=(ப-2ம-3வ)\left\{(ப)^2+(-2ம)^2+(-3ம)^2-ப(-2ம)-(-2ம)(-3வ)-(-3வ)(ப)\right\}$$

$$=(ப-2ம-3வ)\ (ப^2+4ம^2+9வ^2+2பம-6மவ+3வப).$$

பயிற்சி 12 (ஆ)

பின்வருங் கோவைகளைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க:—

1. $9க^2+6க+1$.
2. $4க^2-4கந+ந^2$.
3. $க^2-4க+4$.
4. $1+\frac{2}{3}க+\frac{1}{9}க^2$.
5. $1+\frac{6}{5}க+\frac{9}{25}க^2$.
6. $1-\frac{1}{3}கந+\frac{1}{36}க^2ந^2$.
7. $(க-அ)^2+2(க-அ)+1$.
8. $அ^2க^2-2அஇக+இ^2$.
9. $4க^2-4க(அ-இ)+(அ-இ)^2$.
10. $க^2-\frac{2க}{3ந}+\frac{1}{9ந^2}$.
11. $\frac{4}{க^2}+\frac{4ந}{க}+ந^2$.
12. [illegible] $-\frac{1}{4கந}+\frac{1}{64க^2ந^2}$.
13. $(4க)^2-(3ந)^2$.
14. $9^2-(4க)^2$.
15. $25-4க^2$.
16. $25க^2-1$.
17. $64-25க^2$.
18. $4க^2-49ந^2$
19. $100-க^2ந^2$.
20. $க^2ந^2ய^2-121$.
21. $அ^2க^2-இ^2$.
22. $9க^2ந^2-25அ^2இ^2$.
23. $(அ+இ)^2-1$.

24. $36-(அ-இ)^2$.
25. $(2க-ந)^2-1$.
26. $1-(க-2ந)^2$.
27. $(அ-2இ+3உ)^2-1$,
28. $க^4-ந^4$.
29. $16அ^4-81இ^4$.
30. $1-256க^8$.
31. $81க^4-ந^4$.
32. $(2க-ந-3)^2-(க+1)^2$.
33. $(2க+2ந)^2-(2க-3ந)^2$.
34. $(க+3)^2-(க-3)^2$.
35. $(3க-2ந)^2-(3ந-2க)^2$.
36. $அ^4-1$.
37. $(அ+இ-2)^2-இ^2$.
38. $(க-\frac{1}{2})^2-\frac{9}{4}$.
39. $க^2-ந^2-(க-ந)$.
40. $அ(அ-1)-இ(இ-1)$.
41. $அ(அ+1)-இ(இ+1)$.
42. $(க^2+ந^2)^2-(2கந)^2$.
43. $க^2+2கந+ந^2-1$.
44. $25-4க^2+4கந-ந^2$
45. $க^2-2கந+ந^2-9$.
46. $4க^2-12கந+9ந^2-25$.
47. $க^4-க^2+2க-1$.
48. $க^2+ந^2+2கந-4க^2ந^2$.
49. $க^2-2க+1-ந^2+2நய-ய^2$.
50. $க^2-2கந+ந^2-36$.
51. $க^2-ந^2-ய^2+2நய$.
52. $1+2க+2நய+க^2-ந^2-ய^2$.
53. $க^4+அ^4-இ^4-2அ^2க^2$.
54. $க^4-அ^2+9ந^2-6க^2ந$.
55. $அ^4-2அ^3+அ^2-81$.
56. $க^6-க^4-2க^3+1$.
57. $அ^2+2அஇ+இ^2-உ^2-2உஎ-எ^2$.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

58. $அ^{2}+இ^{2}-உ^{2}-எ^{2}-2அஇ+2உஎ$.

59. $4அ^{2}+9க^{2}-இ^{2}-உ^{2}-12அக+2இஉ$.

60. $அ^{2}+12இஉ-4இ^{2}+9உ^{2}$.

61. $8க^{3}+27ந^{3}$.

62. $125க^{3}-1$.

63. $1+64க^{3}$.

64. $1-8க^{3}$.

65. $1+64க^{3}ந^{3}$.

66. $1000-க^{3}ந^{3}$.

67. $க^{3}ந^{3}ய^{3}+1$.

68. $க^{3}ந^{3}-ய^{3}$.

69. $க^{6}+27ந^{3}$.

70. $1-64க^{6}$.

71. $128க^{6}-2ந^{6}$.

72. $2க^{6}-2$.

73. $(2க-ந)^{3}+1$.

74. $1-(க-2ந)^{3}$.

75. $1+(2க-ந)^{3}$.

76. $(க+2ந)^{3}-க^{3}$.

77. $(க-2ந)^{3}-ந^{3}$.

78. $க^{3}-(க-2ந)^{3}$.

79. $27(க+1)^{3}-1$.

80. $16க^{3}+2$.

81. $2-16(க-1)^{3}$.

82. $(க+ந)^{3}-(க-ந)^{3}$.

83. $க^{6}-64$.

84. $(க+ந)^{3}+(க-ந)^{3}$.

85. $8க^{3}+(ந-2க)^{3}$.

86. $க^{6}-8அ^{3}க^{3}$.

87. $(க^{2}+ந^{2})^{3}-(2கந)^{3}$.

88. $(க^{3}-ந^{3})+(க-ந)$.

89. $க^{3}+ந^{3}-க-ந$.

90. $8(க-ந)^{4}-(க-ந)$.

91. $க^{3}-3க^{2}ந+3கந^{2}-ந^{3}-ய^{3}$.

92. $க^{3}-ந^{3}+3ந^{2}ய-3நய^{2}+ய^{3}$.

93. $க^{6}-3க^{4}+3க^{2}-1-க^{3}$.

94. $8க^{3}+ந^{3}+ய^{3}-6கநய$.

95. $க^{3}+8ந^{3}-27ய^{3}+18கநய$.

96. $க^{3}+27ந^{3}+1-9கந$.

75. இங்கு $அக^{2}+இக+உ$ என்னும் வடிவத்தில் அமைக்கக் கூடிய மூவுறுப்புக்கோவைகளைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்கும் வகைகளை ஆராய்வோம்;—

I. தொகுத்தன் முறை:—$அக^{2}+இக+உ$ என்னும் வடிவத்தையுடைய பொதுக்காரணியில்லாத மூவுறுப்புக் கோவையைக் காரணிகளாய்ப் பிரித்தற்கு அதனைப் பொதுக்காரணியுள்ள ஈருறுப்புத் தொகுதியாக்கத்தக்கதாக அக்கோவையினது நடுவுறுப்பை ஈருறுப்பின் அட்சர கணிதக்கூட்டுத் தொகையாக்கி அதனாலே அதனை நாலுறுப்புக்கோவையாக்கிச் சுருக்கல் வேண்டும். நடுவுறுப்பை ஈருறுப்பின் கூட்டுத் தொகையாக்கும்பொழுது $க^{2}$ என்பதன் குணகமும், க வின் ஒருபகுதியின் குணகமும், க வின் மற்றைப் பகுதியின் குணகமும், தனியுறுப்பும் விகித சமமாகும்படி செய்தல் வேண்டும். இம்முறையை உதாரணங்களால் விளக்குவோம்:—

உ—ம்.

1. $6க^{2}+17க+12$. இதனை காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$6க^{2}+17க+12$

$=6க^{2}+8க+9க+12$ $\qquad$ $6:8::9:12$.

$=2க(3க+4)+3(3க+4)$

$=(3க+4)(2க+3)$.

(இங்கு 17 க வை $8க+9க$ என விரிக்கும்போது 6, 8, 9, 12 விகிதசமமாதல் காண்க).

உ—ம்.

2. $15க^{2}-13கந-20ந^{2}$. இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$15க^{2}-13கந-20ந^{2}$

$=15க^{2}+12கந-25கந-20ந$ $\qquad$ $15:12::-25:-20$

$=3க(5க+4ந)-5ந(5க+4ந)$

$=(5க+4ந)(3க-5ந)$.

இங்கு $-13கந$ என்னு நடுவுறுப்பை $12கந-25கந$ என விரிக்கும்போது 15, 12, -25, -20 என்பன விகித சமமாதல் காண்க.

II. குறுக்குமுறை:—இம்முறை பயிற்சியினுல் இலகுவாக அமையும். இதனை விளக்குவோம்:—ஒரு புள்ளடி கீறிக் காரணிவடிவமாய்ப் பிரிக்கத் தந்த கோவையின் முதலுறுப்பினுடைய காரணிச் சோடிகளுள் ஒரு சோடியை அப்புள்ளடியினுடைய இடப்பக்கமுனைகளிலும் ஈற்றுறுப்பினுடைய காரணிச்சோடிகளுள் ஒரு சோடியை அப்புள்ளடியினுடைய வலப்பக்கமுனைகளிலும் எழுதுக. இடப்பக்கமேன்முனையுறுப்பை வலப்பக்கக் கீழ்முனையுறுப்பாலும் இடப்பக்கக் கீழ்முனையுறுப்பை வலப்பக்க

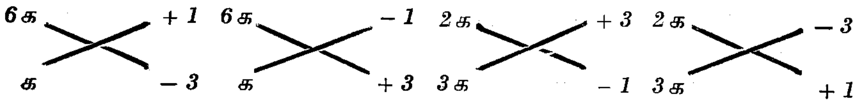
Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

மேன்முனையுறுப்பாலுங் குறுக்காகப் பெருக்க வரும் பெருக்கங்களின் அட்சரக்கணிதக் கூட்டுத்தொகை தந்த கோவையினது நடுவுறுப்பாயின், அக்கோவையின் காரணிவடிவம் மேன் முனையுறுப்புக்களின் அட்சரகணிதக் கூட்டுத்தொகையுங் கீழ்முனையுறுப்புக்களின் அட்சர கணிதக் கூட்டுத் தொகையும் ஒன்றை ஒன்று பெருக்கி நின்ற வடிவமாகும்.

பெருக்கங்களின் அட்சரக்கணிதக் கூட்டுத்தொகை தந்த கோவையினது நடுவுறுப்பாகாதுவிடின், நடுவுறுப் பாகும் வண்ணங் காரணிச் சோடிகளை மாற்றி அமைக்க.

இம்முறையை $6க^2-7க-3$ என்பதைக் காரணிவடிமாய்ப் பிரிக்கும் வகையில் விளக்குவோம்:—

$6க^2$ என்பதனை $6க\times க$ என்றுதல், $2க\times 3க$ என்றுதல் காரணிவடிவமாகப் பிரிக்கலாம். -3 என்பதனை 3×-1 என்றுதல் -3×1 என்றுதல் காரணிவடிவமாகப் பிரிக்கலாம். இக்காரணிகளை மேற்கூறியவாறு புள்ளடி முனைகளில் வைத்தால், நான்கு வகைகள் பெறப்படும்:-



i ii iii iv

(i) இன்படி குறுக்குப் பெருக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை $6க\times -3+க\times +1=-17க$;

(ii) இன்படி குறுக்குப் பெருக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை $6க\times +3+க\times -1=17க$;

(iii) இன்படி குறுக்குப் பெருக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை $2க\times -1+3க\times +3=7க$;

iv) இன்படி குறுக்குப் பெருக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை $2க\times +1+3க\times -3=-7க$.

இவற்றுள்ளே நான்காவது வகையிலுள்ள குறுக்குப் பெருக்கங்களின் கூட்டுத் தொகையே தந்த கோவையினது நடுவுறுப்பாய் அமைகின்றது.

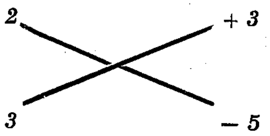
∴ அதன்படி, வேண்டிய காரணிவடிவம் $(2க-3)(3க+1)$ என்பதே.

இக்குறுக்கு முறையிலே மாறிகளைப் புள்ளடிமுனைகளில் எழுதாது குணகங்களை மாத்திரம் எழுதிச் செய்துவிட்டுக் காரணி வடிவத்தில் அவ்வக்குணகங்களுக்குரிய மாறிகளைச் சேர்த்து எழுதுதல் சுருக்கமான முறையாகும்:

உ—ம்.

1. $6க^2-க-15$. இதனைக் குறுக்குமுறைபற்றிக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$6க^2-க-15$
$=(2க+3)(3க-5)$.

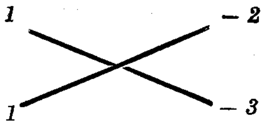


(இங்கு $2\times 3=6$, $3\times -5=-15$, $2\times -5+3\times +3=-1$.

உ—ம்.

2. $க^2-5கந+6ந^2$. இதனைக் குறுக்குமுறைபற்றிக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$க^2-5கந+6ந^2$
$=(க-2ந)(க-3ந)$.

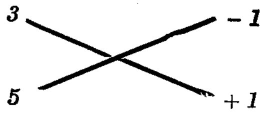


(இங்கு $1\times 1=1$, $-2\times -3=+6$, $1\times -3+1\times -2=-5$.)

உ—ம்.

3. $15க^2ந^2-2கந-1$. இதனைக் குறுக்குமுறைபற்றிக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$15க^2ந^2-2கந-1$
$=(3கந-1)(5கந+1)$



(இங்கு $3\times 5=15$, $-1\times +1=-1$, $3\times +1+5\times -1=-2$.)

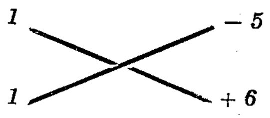
Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உ—ம்.

4. $1+க-30க^2$. இதனைக் குறுக்குமுறைபற்றிக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$1+க-30க^2$

$=(1-5க)(1+6க)$.



(இங்கு $1\times1=1,\ -5\times+6=-30,\ 1\times+6+1\times-5=+1$)

III. நிறைவர்க்கமுறை. 72-ஆம் பிரிவிற் கூறியபடி $க^2+2கந+ந^2=(க+ந)^2$. இதில் $ந=\frac{ப}{2}$ எனப் பிரதியிடப் பின் வருஞ் சமன்பாட்டைப் பெறுவோம்:

$$க^2+பக+\left(\frac{ப}{2}\right)^2=\left(க+\frac{ப}{2}\right)^2.$$

இதிலிருந்து ஒரு விதியைப் பெறலாம்.

விதி: யாதுமொரு கோவை $க^2+பக$ என்னும் வடிவத்தில் அமைக்கப்படுமாயின், அதனை நிறைவர்க்கமாக்குதற்கு அதனோடு க இன் குணகத்தின் அரைப்பங்கின் வர்க்கமாகிய $\left(\frac{ப}{2}\right)^2$ என்பதைக் கூட்டவேண்டும்.

எனவே, $க^2-பக$ என்பதை நிறைவர்க்கமாக்குதற்கு அதனோடு $\left(-\frac{ப}{2}\right)^2$ என்பதைக் கூட்டவேண்டும். கூட்ட $க^2-பக+\left(-\frac{ப}{2}\right)^2$ என்னு நிறைவர்க்கம் பெறப்படும்.

இது $\left(க-\frac{ப}{2}\right)^2$ என்பதற்குச் சமனுதல் அறிக.

இவ்விதியைக் கடைப்பிடித்து $அக^2+இக+உ$ என்னும் வடிவத்தில் அமைக்கக்கூடிய மூவுறுப்புக்கோவைகள் சிலவற்றைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்கலாம்.

உ—ம்.

1. $க^2-க-6$. இதனை நிறை வர்க்கமுறையாற் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$க^2-க-6$

$=க^2-க+(-\frac{1}{2})^2-6-(-\frac{1}{2})^2$

$=\left\{க^2-க+(-\frac{1}{2})^2\right\}-(6+\frac{1}{4})$

$=(க-\frac{1}{2})^2-6\frac{1}{4}$

(இங்கு $க^2-க$ என்பதை நிறைவர்க்கமாக்குதற்கு க இன் குணகத்தின் அரைப்பங்கின் வர்க்கமாகிய $(-\frac{1}{2})^2$ என்பது கூட்டப்பட்டு, கோவையின் பெறுமானம் மாருதவாறு பின்னர்க் கழிக்கப்பட்டது).

$=(க-\frac{1}{2})^2-\frac{25}{4}$

$=(க-\frac{1}{2})^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2$ இது இருவர்க்கங்களின் வித்தியாசம்.

$=\left(\overline{க-\frac{1}{2}}+\frac{5}{2}\right)\left(\overline{க-\frac{1}{2}}-\frac{5}{2}\right)$

$=\left(க-\frac{1}{2}+\frac{5}{2}\right)\left(க-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}\right)$

$=(க+2)(க-3)$.

உ—ம்.

2. $10க^2+13க-3$. இதனை நிறைவர்க்க முறையாற் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$10க^2+13க-3$

$=10\left\{க^2+\frac{13}{10}க-\frac{3}{10}\right\}$

$=10\left\{க^2+\frac{13}{10}க+\left(\frac{13}{20}\right)^2-\frac{3}{10}-\left(\frac{13}{20}\right)^2\right\}$.

$=10\left\{க^2+\frac{13}{10}க+\left(\frac{13}{20}\right)^2-\frac{3}{10}-\frac{169}{400}\right\}$

$=10\left\{\left(க+\frac{13}{20}\right)^2-\frac{120+169}{400}\right\}$

$=10\left\{\left(க+\frac{13}{20}\right)^2-\frac{289}{400}\right\}$

$=10\left\{\left(க+\frac{13}{20}\right)^2-\left(\frac{17}{20}\right)^2\right\}$

$=10\left\{\left(\overline{க+\frac{13}{20}}+\frac{17}{20}\right)\left(\overline{க+\frac{13}{20}}-\frac{17}{20}\right)\right\}$

$=10\left(க+\frac{13}{20}+\frac{17}{20}\right)\left(க+\frac{13}{20}-\frac{17}{20}\right)$

(இங்கு $க^2+\frac{13}{10}க$ என்பதை நிறைவர்க்க மாக்க $\left(\frac{13}{20}\right)^2$ என்பது கூட்டப் பட்டுக் கோவையின் பெறுமான மாருதவாறு பின்னர்க் கழிக்கப் பட்டது.)

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

$=10\left(க+\frac{3}{2}\right)\left(க-\frac{1}{5}\right)$

$=2\left(க+\frac{3}{2}\right)5\left(க-\frac{1}{5}\right)$

$=(2க+3)\,(5க-1).$

பின்னங்களை நீக்குதற்கு 10 இன் ஒரு காரணியாகிய 2 ஆல் $\left(க+\frac{3}{2}\right)$ என்பதையு மற்றைக் காரணியாகிய 5 ஆல் $\left(க-\frac{1}{5}\right)$ என்பதையும் பெருக்குக.

உ—ம்.

3. $1-2க-15க^2$. இதனை நிறைவர்க்க முறையாற் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$1-2க-15க^2$

$=-15\left(க^2+\frac{2}{15}க-\frac{1}{15}\right)$

$=-15\left\{க^2+\frac{2}{15}க+\left(\frac{1}{15}\right)^2-\frac{1}{15}-\left(\frac{1}{15}\right)^2\right\}$

$=-15\left\{\left(க+\frac{1}{15}\right)^2-\frac{1}{15}-\frac{1}{225}\right\}$

$=-15\left\{\left(க+\frac{1}{15}\right)^2-\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{225}\right)\right\}$

$=-15\left\{\left(க+\frac{1}{15}\right)^2-\frac{15+1}{225}\right\}$

$=-15\left\{\left(க+\frac{1}{15}\right)^2-\frac{16}{225}\right\}$

$=-15\left\{\left(க+\frac{1}{15}\right)^2-\left(\frac{4}{15}\right)^2\right\}$

$=-15\left(\overline{க+\frac{1}{15}}+\frac{4}{15}\right)\left(\overline{க+\frac{1}{15}}-\frac{4}{15}\right)$

$=-15\left(க+\frac{1}{3}\right)\left(க-\frac{1}{5}\right)$

$=3\left(க+\frac{1}{3}\right)(-5)\left(க-\frac{1}{5}\right)$

$=(1+3க)\,(1-5க).$

76. இங்கு $அக^4+இக^2ந^2+உந^4$ என்னும் வடிவத்தில் அமைக்கக்கூடிய மூவுறுப்புக் கோவைகள் சிலவற்றைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்கும் வகையை ஆராய்வோம்:—

72 ஆம் பிரிவின்படி,

$க^2+ந^2+2கந=(க+ந)^2;$

$க^2+ந^2-2கந=(க-ந)^2;$

ஆயின், $க^2+ந^2$ என்னும் வடிவத்தில் அமைக்கத்தக்க ஒரு கோவையை நிறைவர்க்கமாக்கவிரும்பின், அக்கோவையோடு $+2கந$ அல்லது $-2கந$ ஐக் கூட்டவேண்டும், இம்முறைபற்றி $அக^4+இக^2ந^2+உந^4$ என்னும் வடிவத்தில் உள்ள கோவைகள் சிலவற்றைக் காரணிகளாய்ப் பிரிப்போம்:—

உ—ம்.

1. $க^4+க^2ந^2+ந^4$. இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$க^4+க^2ந^2+ந^4$

$=(க^2)^2+(ந^2)^2+க^2ந^2$

$=(க^2)^2+(ந^2)^2+2க^2ந^2+க^2ந^2-2க^2ந^2.$

$=\left\{(க^2)^2+(ந^2)^2+2க^2ந^2\right\}-\left\{க^2ந^2\right\}$

$=(க^2+ந^2)^2-(கந)^2$

$=(க^2+ந^2+கந)\,(க^2+ந^2-கந)$

$=(க^2+கந+ந^2)\,(க^2-கந+ந^2).$

இங்கு $(க^2)^2+(ந^2)^2$ என்பதை நிறைவர்க்க மாக்க $2க^2ந^2$ என்பது கூட்டப்பட்டுக் கோவையின் பெறுமானம் மாருதவாறு பின்னர்க் கழிக்கப் பட்டது.

உ—ம்.

2. $9க^4-37க^2ந^2+4ந^4$. இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

$9க^4-37க^2ந^2+4ந^4$

$=(3க^2)^2+(2ந^2)^2-37க^2ந^2$

$=(3க^2)^2+(2ந^2)^2-2(3க^2)(2ந^2)-37க^2ந^2+2(3க^2)(2ந^2)$

$=(3க^2)^2+(2ந^2)^2-2(3க^2)(2ந^2)-37க^2ந^2+12க^2ந^2$

$=(3க^2-2ந^2)^2-25க^2ந^2$

$=(3க^2-2ந^2)^2-(5கந)^2$

$=(\overline{3க^2-2ந^2}+5கந)\,(\overline{3க^2-2ந^2}-5கந)$

$=(3க^2-2ந^2+5கந)\,(3க^2-2ந^2-5கந)$

$=(3க-ந)\,(க+2ந)\,(3க+ந)\,(க-2ந).$

இதனைப் பின்வருமாறுஞ் செய்யலாம்:—

$9க^4-37க^2ந^2+4ந^4$

$=(9க^2-ந^2)\,(க^2-4ந^2)$

$=(3க+ந)\,(3க-ந)\,(க+2ந)\,(க-2ந).$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 12 (இ)

பின்வருங் கோவைகளைத் தொகுத்தன் முறைபற்றிக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க:—

1. $க^2+7க+12$. 2. $க^2-க-12$.
3. $க^2-4க-12$. 4. $6க^2-5க+1$.
5. $8க^2+2க-1$. 6. $க^2+க-12$.
7. $6க^2+க-15$. 8. $4க^2-4க-15$.
9. $9க^2-3க-20$. 10. $1-7க-8க^2$.
11. $1+2க-15க^2$. 12. $9-27க+8க^2$.
13. $15க^2-11க+2$. 14. $க^2-3க-10$.
15. $10க^2-3க-1$. 16. $16க^2-54கந+45ந^2$.
17. $8க^2-49கந+6ந^2$. 18. $6க^2-35கந-6ந^2$.
19. $8க^2ந^2+63கந-8$. 20. $8க^2ந^2+13கந-6$.
21. $24க^2ந^2+10கந-1$. 22. $6க^2-5அக-6அ^2$.
23. $12க^2+7அக-12அ^2$. 24. $25க^2-40அக+12அ^2$

பின்வருங் கோவைகளைக் குறுக்குமுறைபற்றிக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க:—

25. $க^2-3க-10$. 26. $க^2+4க-12$.
27. $க^2-10க+16$. 28. $8அ^2-2அ-1$.
29. $18இ^2-9இ-20$. 30. $18ப^2+9ப-5$.
31. $9இ^2-8இ-1$. 32. $வ^2-8வ+15$.
33. $24ம^2-38ம+15$. 34. $3+க-10க^2$.
35. $30க^2ந^2+கந-1$. 36. $18க^2+9கந-14ந^2$.
37. $25க^2-10கந+ந^2$. 38. $4-க-5க^2$.
39. $1-4கந-12க^2ந^2$. 40. $8க^2ந^2-கந-9$.
41. $54க^2+3கந-ந^2$. 42. $24+34க-3க^2$.
43. $8-அ^2-7அ^4$. 44. $6ப^4-ப^2-2$.
45. $12-7இ^2-12இ^4$. 46. $6க^6-5க^3ந^3-6ந^6$.
47. $5க^4+24க^2ந^2-5ந^4$. 48. $6க^6+23க^3ந^3-4ந^6$.

பின்வருங் கோவைகளை நிறை வர்க்க முறைபற்றிக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க:—

49. $12க^2+10க-12$. 50. $12க^2-க-1$.
51. $10க^2+21க-10$. 52. $5க^2-24க-5$.
53. $க^2-12க+20$. 54. $4க^2-4க-15$.

55. $க^2+கந-42ந^2$. 56. $1+க-12க^2$.
57. $க^2-க-20$. 58. $9க^2ந^2-9கந-4$.
59. $5க^2ந^2-7கந-6$. 60. $1-3ந-18ந^2$.
61. $12-29க-8க^2$. 62. $16க^2-8கந-15ந^2$.
63. $6க^2+17கந-3ந^2$. 64. $க^4+4க^2ந^2+16ந^4$.
65. $16க^4-12க^2ந^2+ந^4$. 66. $க^4+க^2+1$.
67. $க^4+3க^2+4$. 68. $க^4-11க^2+1$.
69. $4க^4-5க^2ந^2+ந^4$. 70. $9க^4-10க^2ந^2+ந^4$.
71. $4க^4-17க^2ந^2+4ந^4$. 72. $க^4-13க^2ந^2+4ந^4$.

பின்வருங் கோவைகளை இரண்டு, அல்லது இரண்டின் மேற்பட்ட காரணிகளாய்ப் பிரிக்க:—

73. $அக^2-13அக+42அ$. 74. $2இக^2-4இக-96இ$.
75. $அ^2இ^2க^4-அ^2க^2$. 76. $25க^4+31க^2ந^2+16ந^4$.
77. $4(அ-இ)^2-1$. 78. $27(அ+இ)^3+1$.
79. $1-8(அ-இ)^3$. 80. $க^6-ந^6$.
81. $9(அ-இ)^3-(அ-இ)$.
82. $க^8-1$.
83. $4க^4-12க^2ந^2+9ந^4$.
84. $4க^4-13க^2ந^2+9ந^4$.
85. $க^3-8ந^3-க+2ந$.
86. $1-5(க-1)-6(க-1)^2$.
87. $(க^2-2க)^2-2(க^2-2க)-3$.
88. $36க^4-13க^2+1$.
89. $க^2-கந-க-2ந-6$.
90. $க^8-2க^4+1$
91. $கந-ந^2+5ந-3க-6$.
92. $(க^2+2க)^2-2(க^2+2க)-3$.
93. $க^2-2கந+ந^2-க+ந$.
94. $க^4-(அ^2+இ^2)க^2+அ^2இ^2$.
95. $1-13க^2+36க^4$.
96. $12அ^2-145அஇ+12இ^2$.
97. $(அ-இ)^4-1$.
98. $(ப+ம)^4-1$.
99. $(க-1)^4+(க-1)^2+1$.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

100. $1 - 13அ^2 + 36அ^4$.
101. $அ^4இ - அ^2இ^3 - அ^3இ^2 + அஇ^4$
102. $1 - 7இ^3 - 8இ^6$.
103. $5க^4 - 4க^2ந^2 - ந^4$.
104. $4க^2 - 9ந^2 + 6ந - 1$.
105. $(அ - இ)^2 - (அ + இ)^2$.
106. $21 - 10ந + ந^2$.
107. $ப^2ம^2 - 9பம + 20$.
108. $6க^2 - கந - ந^2 + க + 2ந - 1$.
109. $க^2 + 4கந + 4ந^2 - 2க - 4ந - 3$.
110. $(அ + 1)^2 - (அ - 1)^2$.
111. $அ^2 - 144இ^2$.
112. $(அ - 1)^2 - 1$.
113. $(க + அ)^2 - இக - அஇ$.
114. $4அ^3 + 4அ^2இ - அஇ^2 - இ^3$.
115. $அ^3 - 8இ^3 - 6அஇ(அ - 2இ)$.
116. $6க^2 - 13கந^2 + 6ந^2 - 5ந - 6$.
117. $8க^2 + 63கந - 8ந^2$.
118. $2 - 18(அ - 1)^2$.
119. $(அ - 1)^2 - 2(அ - 1) + 1$.
120. $6 - 7ந - 24ந^2$.
121. $ப^5 - ப^3ம^2 + ப^2ம^3 - ம^5$.
122. $க(க^2 + க + 1) - ந(ந^2 + ந + 1)$.
123. $க^4ந^4 - 7க^2ந^2 + 1$.
124. $க(க^2 - க - 1) - ந(ந^2 - ந - 1)$.
125. $க^2(க^2 - 1) - ந^2(ந^2 - 1)$.
126. $10அ^2 + 9(அ - 1)$
127. $3கந(3கந - 8) + 16$.
128. $அஇ(அ - இ) + இ(இ - 1) + அ(1 - அ)$.
129. $அ^5 + அ^3இ^2 - அ^2இ^3 - இ^5$.
130. $அ(அ^2 + 1) - இ(இ^2 + 1)$.
131. $அ(அ^2 - 1) - இ(இ^2 - 1)$.
132. $க^2(க^2 + 1) - ந^2(ந^2 + 1)$.
133. $1 - ந^9$.

134. $(க - ந)^3 - க^2 + ந^2 - க + ந$.
135. $144க^2 - 48க - 5$.
136. $(அ - 1)^3 + (இ - 1)^3 + அ + இ - 2$.
137. $32க^5 - 8க^3 + 4க^2 - 1$.
138. $க^4 - ந^4 + க^2 - ந^2$.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

அத்தியாயம் 13

ஒருங்கமை சமன்பாடுகளும் அச்சமன்பாட்டுத்திக் கணக்குக்களும்

77. ஒருங்கமை சமன்பாடுகள்:—50 கலனீருள்ள நீர் தாங்கி ஒன்றிலே நீர் நிரப்பிக்குழாய் ஒன்று காலை 6 மணி தொடங்கி நிமிடத்திற்கு 8 கலன் வீதம் நீர் நிரப்புகின்ற தெனக் கொள்வோம். க நிமிடநேரத்தால் இந்நீர்தாங்கி யிலுள்ள நீர் ந கலனுயின் க இற்கும் ந இற்கும் உள்ள தொடர்பைப் பின்வருஞ் சமன்பாடு காட்டும்.

ந=50+8க; .. .. .. (1)

இனி, 200 கலனீருள்ள நீர்தாங்கி ஒன்றிலிருந்து நீர் போக்கிக்குழாய் ஒன்று காலை 6 மணி தொடங்கி நிமிடத்திற்கு 12 கலன் வீதம் நீர்போக்குகின்றதெனக் கொள்வோம். க நிமிட நேரத்தால் இந்நீர்தாங்கியிலுள்ள நீர் ந கலனுயின் க இற்கும் ந இற்கும் உள்ள தொடர்பைப் பின்வருஞ் சமன்பாடு காட்டும்.

ந=200 − 12க; .. .. .. (2)

முதலாஞ் சமன்பாட்டில் க இற்கு 1, 2, 3. . . . என்னும் பெறுமானங்களைக் கொடுக்க ந பெறும் பெறுமானம் முறையே 58, 66, 74 . . . என்பனவாகும். இரண்டாஞ் சமன்பாட்டில் க இற்கு 1, 2, 3. . . . என்னும் பெறுமானங்களைக் கொடுக்க ந பெறும் பெறுமானம் முறையே188, 176, 164. . . என்பனவாகும். நீரானது முதலாம் நீர் தாங்கியிற் கூடிக் கொண்டு போவதையும் இரண்டாம் நீர் தாங்கியிற் குறைந்து கொண்டு போவதையுங் காணலாம். ஆயின், ஒரு கால வெல்லையிலே நீரின் அளவு இரு நீர் தாங்கிகளிலுஞ் சமனுகுமெனலாம். இதன்பொருள் இரு சமன்பாடுகளிலும் க இனது பெறுமானம் ஒன்றற்கு ந இனுடைய பெறுமானங்கள் ஒன்றற் கொன்று சமனுகும் என்பதே.

∴ 50+8க=200 − 12க; .. .. .. (3)
∴ 8க+12க=200 − 50;
∴ 20க=150;
∴ க=$7\frac{1}{2}$.

க=$7\frac{1}{2}$ என்று முதலாஞ் சமன் பாட்டிலாயினும் இரண்டாஞ் சமன்பாட்டிலாயினும் பிரதியிட ந=110 என்பதைப் பெறுவோம்.

இங்கு க=$7\frac{1}{2}$, ந=110 என்பன ந=50+8க, ந=200 − 12க என்னுஞ் சமன்பாடுகளுடைய தீர்வுகள் எனப்படும்.

ந=50+8க, ந=200 − 12க என்னுஞ் சமன்பாடுகள் இரண்டும் க=$7\frac{1}{2}$, ந=110 என்னும் பொதுத்தீர்வுக்கு ஒருங்கமைந்து நிற்கின்றமையால் ஒருங்கமை சமன்பாடுகள் எனப்படும்.

இதுபோலவே, பொதுத்தீர்வுகளுக்கு அமைந்து நிற்குஞ் சமன்பாடுகள் எல்லாம் ஒருங்கமை சமன்பாடுகள் ஆதலறிக.

78. ஒருங்கமை சமன்பாட்டுத் தீர்வுகள்:—இரு கணியங்கள் பற்றியெழும் ஒருங்கமை ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் ஒரு சோடியினுடைய தீர்வு காண்டற்கு (1) பிரதியீட்டு முறை (2) குணகங்களைச் சமன் செய்யுமுறை (3) வரைப் படமுறையென மூன்று முறைகள் ஆளப்படும். இவற்றுள் வரைப்படமுறை அடுத்த அதிகாரத்திற் கூறப்படும்.

(i) பிரதியீட்டுமுறை: இம்முறையிலே இரு சமன்பாடுகளிலுமுள்ள தெரியாக் கணியங்கள் இரண்டனுள் ஒன்றின் பெறுமானத்தை ஒரு சமன்பாடுபற்றி மற்றைக் கணியத்தின் சார்பாகக் கண்டு அப்பெறுமானத்தை மற்றைச் சமன்பாட்டிற் பிரதியிட ஒரு சமன்பாடு வரும். அதனைத் தீர்க்க இரண்டாங் கணியத்தின் பெறுமானம் பெறப்படும். இப்பெறுமானத்தைத் தந்த சமன்பாடுகளில் ஒன்றிற் பிரதியிட முதற்கணியம் பற்றிய ஒரு சமன்பாட்டைப் பெறலாம். இதனைத் தீர்க்க முதற் கணியத்தின் பெறுமானம் பெறப்படும்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

உ—ம்.

I. பிரதியீட்டு முறையாற் பின்வருஞ் சமன்பாடுகளுடைய தீர்வைக் காண்க.

$2க - 3ந = 7$, ... (1)
$3க + 2ந = 4$; .. .. (2)

(1) இல் இருந்து பெறுவது $-3ந = -2க + 7$

$\therefore ந = \frac{-2க + 7}{-3}$

$= \frac{2}{3}க - \frac{7}{3}$

ந இனது இப்பெறுமானத்தை (2) இற் பிரதியிட நாம் பெறுவது,

$3க + 2\left(\frac{2}{3}க - \frac{7}{3}\right) = 4$;

$\therefore 3க + \frac{4}{3}க - \frac{14}{3} = 4$;

$\therefore 9க + 4க - 14 = 12$;

$\therefore 9க + 4க = 14 + 12$;

$\therefore 13க = 26$;

$\therefore க = 2$.

$க = 2$ என (2) இற் பிரதியிட நாம் பெறுவது

$3 \times 2 + 2ந = 4$;

$2ந = 4 - 6$;

$= -2$;

$\therefore ந = -1$.

$\therefore$ $க = 2, ந = -1$ என்பனவே தந்த சமன்பாடுகளுடைய தீர்வாகும்.

(II) குணகங்களைச் சமன்செய்யுமுறை: இம்முறையிலே இருசமன்பாடுகளிலுமுள்ள தெரியாக் கணியங்கள் இரண்டனுள் ஒன்றினுடைய குணகங்களுடைய பொதுப் பெருக்கங்களுக்குட் சிறியதைக் கண்டு, அப்பெருக்கமே அதன் குணகமாக வரும்படி இருசமன்பாடுகளையும் ஏற்ற எண்களாற் பெருக்க வரும் பெருக்கங்களுள் ஒன்றை ஒன்றோடு கூட்டுதலாலோ ஒன்றிலிருந்து கழித்தலாலோ ஒரு கணியம் நீக்கப்பட மற்றைக் கணியம் பற்றிய சமன்பாடு ஒன்று பெறப்படும். அதனைத் தீர்க்க அக்கணியத்தின் பெறுமானம் அறியப்படும். இப்பெறுமானத்தைத் தந்த சமன்பாடுகளுள் ஒன்றிற் பிரதியிட மற்றக்கணியத்தின் பெறுமானம் பெறப்படும்.

உ—ம்.

1. $2க + 3ந = -8$, ... (1)
$3க - 4ந = 5$. .. .. (2)

இவற்றிற்குத் தீர்வு காண்க.

இங்கு ந என்பதை நீக்கல் செய்ய (1) ஐ 4 ஆலும் (2) ஐ 3 ஆலும் பெருக்குவோம்.

$8க + 12ந = -32$; .. .. (3)
$9க - 12ந = 15$; .. .. (4)

(3) ஐயும் (4) ஐயுங் கூட்ட நாம் பெறுவது $17க = -17$;

$\therefore க = -1$.

க இனது இப்பெறுமானத்தை (1) இற் பிரதியிடுவோம்.

$2 \times -1 + 3ந = -8$;

$\therefore -2 + 3ந = -8$;

$\therefore 3ந = 2 - 8$;

$= -6$;

$\therefore ந = -2$.

ஆகவே, $க = -1$, $ந = -2$ என்பனவே தந்த சமன்பாடுகளுடைய தீர்வாகும்.

பயிற்சி 13 (அ)

பின்வருஞ் சமன்பாடுகளைப் பிரதியீட்டு முறையாலே தீர்க்க:—

1. $க + ந = 9$, $க - ந = 3$.
2. $க - ந = 4$, $க + ந = 10$.
3. $க + ந = -1$. $க - ந = 7$.
4. $ந = 3க - 1$. $ந - 2க = -1$.
5. $3க - 2ந = 10$, $2க + 3ந = -2$.
6. $2க + 5ந = 0$, $3க + 10ந = 5$.
7. $3க - ந = 9$, $2க + 3ந = 6$.
8. $4க - 3ந = 0$, $3க - 4ந = 7$.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

9. $5க - 3ந = 27,$ $4க + 5ந + 8 = 0.$

10. $3க - 2ந + 7 = 0,$ $2க + 3ந + 9 = 0.$

11. $3க = 8 - 4ந,$ $5ந = 1 - 6க.$

12. $3க + 2ந + 5 = 3,$ $12க = 18ந + 5.$

பின்வருஞ் சமன்பாடுகளைக் குணகங்களைச் சமன் செய்யு முறையாலே தீர்க்க:—

13. $3க + 4ந = 11,$ $5க + 6ந = 12.$

14. $4க + 9ந = -1,$ $6க - 3ந = 4.$

15. $3க + 2ந = -2,$ $9க + 8ந = -7.$

16. $4க + 5ந = -1.$ $2க + 15ந = 2.$

17. $7க - 5ந - 15 = 0,$ $3க - 7ந + 13 = 0.$

18. $3க - 4ந + 14 = 0,$ $6க + 2ந + 3 = 0.$

19. $2க - 5ந = -10,$ $2க + 4ந + 19 = 0.$

20. $2க = 3 - 6ந,$ $4க + 3ந = 1.$

21. $4க - 3ந = -1,$ $3க + 5ந = -3\frac{1}{6}.$

22. $10க + 14ந = 11,$ $14க + 10ந = 1.$

23. $5க - 6ந = 4,$ $6க - 5ந = 4\frac{1}{4}.$

24. $6க + 8ந = -3\frac{1}{3},$ $8க + 6ந = -1\frac{1}{3}.$

பின்வருஞ் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க:—

25. $2க = 3ந + 5,$ $2க + 3ந + 13 = 0.$

26. $3க = 4ந + 13,$ $4க + 3ந = 9.$

27. $7க + 10ந + 6 = 0,$ $10க = 6 - 7ந.$

28. $5க = 4ந,$ $ந - க = -1.$

29. $3க = ந - 1,$ $11க - 5ந - 3 = 0.$

30. $2க = 3ந + 9,$ $2ந = 5க + 6.$

79. சில சமன்பாடுகளுடைய தீர்வுகளைக் காணுதற்கு அச்சமன்பாடுகளைச் சுருக்கிய பின்னரே மேற்கூறிய முறைகளுள் ஏதும் ஒன்றைப் பயன்படுத்தலாம்:—

உ—ம்.

1. பின்வருஞ் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க:—

$3(2க - 3ந) - 2(2க + 3ந) = 9,$ .. .. (1)

$2(க + 3ந) - (க - ந) = -10.$ .. .. (2)

(1) இல் இருந்து பெறுவது $6க - 9ந - 4க - 6ந = 9;$

$\therefore 2க - 15ந = 9;$ .. .. .. (3)

(2) இல் இருந்து பெறுவது $2க + 6ந - க + ந = -10;$

$\therefore க + 7ந = -10;$ .. .. .. (4)

(4) ஐ 2 ஆற் பெருக்க நாம் பெறுவது $2க + 14ந = -20;$ .. .. .. (5)

(5) இல் இருந்து (3) ஐக் கழிக்க நாம் பெறுவது $29ந = -29;$

$\therefore ந = -1.$

(4) இல் $ந = -1$ எனப் பிரதியிட நாம்பெறுவது $க - 7 = -10,$

$\therefore க = 7 - 10;$

$= -3.$

$\therefore$ தந்த சமன்பாடுகளுடைய தீர்வு $க = -3,$ $ந = -1$ ஆகும்.

80. இருகணியங்களுடைய பெருக்கம் 1க்குச் சமனாயின் அக்கணியங்கள் ஒன்றுக்கொன்று தலைகீழ்ப்பின்னமெனப் படும். பின்வருஞ் சோடிகள் ஒவ்வொன்றுந் தலைகீழ்ப் பின்னத்திற்கு உதாரணமாகும்:—$4,$ $\frac{1}{4};$ $க,$ $\frac{1}{க};$ $\frac{அ}{இ},$ $\frac{இ}{அ}.$

ஒருங்கமை சமன்பாடுகள் சிலவற்றில் க, ந என்னும் இவற்றினுடைய தலைகீழ்ப் பின்னங்களாகிய $\frac{1}{க}, \frac{1}{ந}$ என்பனவற்றைத் தெரியாக் கணியங்களாகக் கொண்டால், தீர்வு காண்டல் இலகுவாக அமையும்.

உ—ம்.

பின்வருஞ் சமன்பாடுகளுடைய தீர்வைக் காண்க.

$\frac{3}{க} - \frac{2}{ந} = 13,$ .. .. (1)

$\frac{2}{க} + \frac{3}{ந} = 0.$ .. .. (2)

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(1) ஐ 3 ஆலும் (2) ஐ 2 ஆலும் பெருக்க நாம் பெறுவன

$$\frac{9}{\text{க}}-\frac{6}{\text{ந}}=39, \qquad .. \qquad .. \qquad (3)$$

$$\frac{4}{\text{க}}+\frac{6}{\text{ந}}=0; \qquad .. \qquad .. \qquad (4)$$

(3) ஐயும் (4) ஐயுங் கூட்ட நாம் பெறுவது

$$\frac{13}{\text{க}}=\frac{39}{1}.$$

$$\therefore\ 39\text{க}=13;$$

$$\therefore\ \text{க}=\frac{13}{39};$$

$$=\tfrac{1}{3}.$$

$\text{க}=\frac{1}{3}$ என (2) இற் பிரதியிட நாம் பெறுவது

$$\frac{2}{\frac{1}{3}}+\frac{3}{\text{ந}}=0;$$

$$6+\frac{3}{\text{ந}}=0;$$

$$\therefore\ \frac{3}{\text{ந}}=-\frac{6}{1};$$

$$\therefore\ -6\text{ந}=3;$$

$$\therefore\ \text{ந}=-\frac{3}{6};$$

$$=-\tfrac{1}{2}.$$

$\therefore\ \text{க}=\frac{1}{3},\ \text{ந}=-\frac{1}{2}$ என்பனவே வேண்டிய தீர்வு ஆகும்.

81. மூன்று தேராக்கணியங்கள் கொண்ட ஒருங்கமை சமன்பாடு மூன்று தந்தால், அவற்றினுடைய தீர்வைக் காணுதற்கு ஒரு தேராக் கணியத்தை நீக்கல் செய்து இரு கணியங்கள் கொண்ட இருசமன்பாடுகள் பெற்று அவற்றினுடைய தீர்வைக் காணல் வேண்டும்.

உ—ம்.

பின்வருஞ் சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வுகாண்க.

$$2\text{க}+3\text{ந}-2\text{ய}=3, \qquad .. \qquad .. \qquad .. \ (1)$$

$$\text{க}-2\text{ந}+3\text{ய}=-3, \qquad .. \qquad .. \qquad .. \ (2)$$

$$3\text{க}-3\text{ந}-2\text{ய}=10. \qquad .. \qquad .. \qquad .. \ (3)$$

ய ஐ நீக்கல் செய்ய (1) ஐ 3 ஆலும் (2) ஐ 2 ஆலும் பெருக்குக.

$$6\text{க}+9\text{ந}-6\text{ய}=9; \qquad .. \qquad .. \qquad .. \ (4)$$

$$2\text{க}-4\text{ந}+6\text{ய}=-6; \qquad .. \qquad .. \qquad .. \ (5)$$

(4) ஐயும் (5) ஐயுங் கூட்டுக:—

$$8\text{க}+5\text{ந}=3; \qquad .. \qquad .. \qquad .. \ (6)$$

இனி ய ஐ நீக்கல் செய்ய (3) இல் இருந்து (1) ஐக் கழிக்க.

$$\text{க}-6\text{ந}=7; \qquad (7)$$

(7) ஐ 8 ஆற் பெருக்குக.

$$8\text{க}-48\text{ந}=56; \qquad (8)$$

(6) இல் இருந்து (8) ஐக் கழிக்க.

$$53\text{ந}=-53;$$

$$\therefore\ \text{ந}=-1.$$

$\text{ந}=-1$ என (7) இற் பிரதியிடுக.

$$\text{க}-6(-1)=7;$$

$$\text{க}+6=7;$$

$$\therefore\ \text{க}=7-6=1.$$

$\text{க}=1,\ \text{ந}=-1$ என (1) இற் பிரதியிடுக.

$$2(1)+3(-1)-2\text{ய}=3;$$

$$2-3-2\text{ய}=3;$$

$$-2\text{ய}=3-2+3;$$

$$=4;$$

$$\therefore\ \text{ய}=-2.$$

$\therefore$ தந்த சமன்பாடுகளுடைய தீர்வு $\text{க}=1,\ \text{ந}=-1,\ \text{ய}=-2$ ஆகும்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

82. இரு சமன்பாடுகளுள் ஒன்று ஒன்றுடன் பொருந்தா தாயின், அவற்றிற்கு அளவுகட்டுப்பட்ட தீர்வு காணல் இயலாது. $\text{க} - 2\text{ந} = 6$, $3\text{க} - 6\text{ந} = 24$ என்னுஞ் சமன்பாடுகள் ஒன்றுக்கொன்று பொருந்தா. $3\text{க} - 6\text{ந} = 24$ ஆயின், $\text{க} - 2\text{ந} = 8$ ஆகும். இது $\text{க} - 2\text{ந} = 6$ என்பதோடு பொருந்தாது என்பது புலனுகும்.

இனி, இரு சமன்பாடுகளுள் ஒன்று ஒன்றுடன் சாராது நின்ருலேயன்றித் தீர்வுகாணல் இயலாது. $3\text{க} - 4\text{ந} = 1$, $12\text{க} - 16\text{ந} = 4$ என்னுஞ் சமன்பாடுகளுள்ளே பின்னது முன்னதனை 4 ஆற் பெருக்க வருமாதலால், அவை ஒன்றுடன் ஒன்று சார்ந்து நிற்பனவாகும். ஆகவே, அவற்றிற்குத் தீர்வு காணல் இயலாது.

பயிற்சி 13 (ஆ)

பின்வருஞ் சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வு காண்க:—

1. $2\text{க} - 3(\text{ந} - 1) = -10$, $3\text{க} + 2(\text{ந} - 1) = -2$.
2. $5(\text{க} - 1) - 3\text{ந} = -4$, $3(\text{க} + 2) + 2\text{ந} = -1$.
3. $3(\text{க} - 2) + 2(\text{ந} - 1) = -7$, $2(\text{க} + 1) - 3(\text{ந} - 2) = 13$.
4. $3(\text{க} - \text{ந}) - 2\text{க} = 8$, $2(\text{க} - \text{ந}) + 3\text{க} = 14$.
5. $3(\text{க} - 1) + 4(\text{ந} - 1) = -2$, $4(\text{க} - 1) - 3(\text{ந} - 1) = -11$
6. $2(\text{க} - \text{ந}) + 3(\text{க} + \text{ந}) = -1$, $3(\text{க} - \text{ந}) + 2(\text{க} + \text{ந}) = -4$.
7. $2\text{க} - \text{ந} = 5$, $\frac{\text{க}}{2} - \frac{\text{ந}}{5} = 2$.
8. $\text{க} = 5\text{ந}$, $\frac{\text{க}}{5}\text{ந} + = 1$,
9. $\frac{\text{க}}{5} + = 5$, $\text{க} - \text{ந} = 4$.
10. $\frac{\text{க}}{3} + \text{ந} = 5$, $\frac{\text{ந}}{3} + \text{க} = -1$.
11. $\text{க} - \text{ந} = -1$, $\frac{1}{4}\text{க} + \frac{1}{5}\text{ந} = 2$.
12. $\frac{1}{5}\text{க} + 5\text{ந} = 4$, $\text{க} + 4\text{ந} + 1 = 0$.

13. $\frac{1}{3}\text{க} - \frac{1}{4}\text{ந} = 1$, $\frac{1}{2}\text{க} + \text{ந} = 7$.
14. $\frac{1}{2}\text{க} + 2\text{ந} = 0$, $\frac{1}{3}\text{க} - \frac{2}{3}\text{ந} - 1 = 0$.
15. $\frac{1}{3}\text{க} - \frac{1}{2}\text{ந} + \frac{1}{3} = 0$, $\frac{1}{2}\text{க} + \frac{3}{4}\text{ந} + \frac{1}{4} = 0$
16. $3\text{ந} - 2\text{க} = 1 - (\text{க} - 2\text{ந})$, $12\text{க} - 5\text{ந} = 2$.
17. $\text{ந} = \frac{1}{3}(\text{க} - 1)$, $\text{ந} = \frac{1}{2}(2\text{க} + 1)$,
18. $\frac{1}{\text{க}} - \frac{1}{\text{ந}} = 5$. $\frac{2}{\text{க}} + \frac{3}{\text{ந}} = -5$.
19. $\frac{2}{\text{க}} - \frac{5}{\text{ந}} = 24$, $\frac{3}{\text{க}} + \frac{5}{\text{ந}} = -14$.
20. $\frac{3}{\text{க}} - \frac{4}{\text{ந}} = 10$, $\frac{4}{\text{க}} - \frac{2}{\text{ந}} = 10$
21. $\frac{2}{\text{க}} + \frac{3}{\text{ந}} = 4$, $\frac{3}{\text{க}} + \frac{2}{\text{ந}} = 3\frac{1}{2}$.
22. $\frac{4}{\text{க}} - \frac{3}{\text{ந}} = 3\frac{1}{2}$, $\frac{4}{\text{ந}} - \frac{3}{\text{க}} = -3\frac{1}{2}$.
23. $\frac{1}{\text{க}} + 2\text{ந} = -4$, $\frac{2}{\text{க}} + \text{ந} = 1$.
24. $\text{க} - \frac{3}{\text{ந}} = 5$, $2\text{க} + \frac{5}{\text{ந}} = -1$.
25. $4\text{ந} + 3\text{க} = \text{க}\text{ந}$, $\frac{3}{\text{க}} - \frac{4}{\text{ந}} = 2\frac{5}{6}$.
26. $2\text{க} - 3\text{ந} = -3$, $\frac{3\text{க}}{4} - \frac{\text{ந}}{5} = 3\frac{1}{2}$.
27. $3\text{ந} - \text{க} = 11\frac{1}{4}$, $\frac{2\text{க}}{3} + \frac{5\text{ந}}{2} = -3$.
28. $\frac{5\text{க} - 2\text{ந}}{11} = \frac{2\text{க} - \text{ந}}{4}$, $3\text{க} - 4\text{ந} = 1$.
29. $\frac{1}{2}(\text{க} - 2) = \frac{1}{3}(5 - \text{ந})$, $2\text{க} - 5\text{ந} + 2 = 0$.
30. $2(\text{க} - 2) + 3(\text{ந} - 1) + 2 = 0$, $3(2\text{க} + 1) + 2(2\text{ந} + 3) = 9$.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

31. $\frac{க}{3}+\frac{ந}{4}=3க-2ந-1=0$.

32. $\frac{2க-3ந}{6}-\frac{2(க-1)}{5}+\frac{8}{3}$,

$=\frac{2க+ந}{11}-\frac{ந-3}{4}-\frac{3}{2}=0$.

33. $க+\cdot 4ந=\cdot 6$,

$3\cdot 4க-\cdot 04ந=\cdot 01$,

34. $\cdot 8க+8\cdot 4ந=6$,

$1\cdot 2க-1\cdot 4ந=5$.

35. $\frac{2க+7}{5}-\frac{2க-ந}{4}=3ந-5$,

$2க-ந=4$.

36. $\frac{2க-1}{3}-\frac{2-ந}{4}=\frac{க+ந}{4}$,

$2க+3ந=1$.

37. $2க-3ந+ய=-3$,

$3க-ந-2ய=13$,

$க+3ந-3ய=5$.

38. $3க+4ந-2ய=5$,

$2க-3ந+4ய=-2$,

$4க-2ந-3ய=7$.

39. $2க-3ந=-1$,

$2ந-3ய=-8$,

$2ய-3க=10$.

40. $3க-5ந+2ய=-4$,

$2க-3ந-5ய=-15$,

$5க-ந+2ய=-2$.

41. $2க-3ந=-7$,

$2ந-4ய=-5$,

$4ய-2க=12$.

42. $2க-3ந=-4கந$,

$2ந-3ய=-5நய$,

$2ய-3க=7யக$.

ஒருங்கமை சமன்பாட்டுத்திக் கணக்குக்கள்.

83. இதுவரையுங் கற்றனவற்ருற் பெறுமானங்கள் காண வேண்டிய தெரியாக் கணியங்களுடைய தொகையளவு சமன்பாடு தந்தாலன்றி அவற்றைத் தீர்த்தல் இயலாதென்பதை அறியலாம். ஆகவே, ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்திச் செய்யத்தகும் உத்திக்கணக்குக்களிலும் பெறுமானங்கள் காணவேண்டிய கணியங்களினது தொகையளவு ஒன்றிலொன்று சாராதுநிற்குஞ் சமன்பாடுகள் காணத்தகுந் தன்மை இருத்தல் வேண்டும்.

உ—ம்.

1. இரண்டு எண்களுள் ஒன்று ஒன்றனிலும் 12 ஆற் குறைவு. அவற்றின் கூட்டுத் தொகை 84. அவ்வெண்கள் யாவை?

சிறியவெண் க ஆகுக; பெரிய வெண் ந ஆகுக.

∴ கணக்கின்படி, $ந-க=12$, .. (1)

$ந+க=84$. .. (2)

(1) ஐ யும் (2) ஐயுங் கூட்டுக.

$2ந=96$;

∴ $ந=48$.

(1) ஐ (2) இல் இருந்து கழிக்க.

$2க=72$;

∴ $க=36$.

∴ வேண்டிய எண்கள் 36-உம் 48-உம் ஆகும்.

உ—ம்.

2. ஒருவன் மாடொன்று 250 ரூபாவீதமும் ஆடொன்று 150 ரூபா வீதமுமாக 25 மிருகங்களை 4750 ரூபாவுக்கு விலைக்குக் கொண்டான். அவன் கொண்ட மிருகங்களுடைய தொகைகளைத் தனித்தனி காண்க.

அவன் கொண்ட மாடுகளுடைய தொகை க உம் ஆடுகளுடைய தொகை ந உம் ஆகுக. அவன் கொண்ட மாடுகளும் ஆடுகளுந் தொகையளவில் 25.

∴ $க+ந=25$. .. .. (1)

மாடொன்று 250 ரூபாவீதம் க மாடுகளையும் ஆடொன்று 150 ரூபாவீதம் ந ஆடுகளையும் விலைக்குக் கொள்ளச் செலவு $(250க+150ந)$ ரூபா ஆகும்.

கணக்கின்படி, செலவு 4750 ரூபா

∴ $250க+150ந=4750$; .. .. (2)

$5க+3ந=95$; .. .. (3)

(1) ஐ 3 ஆற் பெருக்குக.

∴ $3க+3ந=75$; .. .. (4)

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(3) இல் இருந்து (4) ஐக் கழிக்க.

2க=20;

∴ க=10.

க=10 என்று (1) இற் பிரதியிடுக.

∴ 10+ந=25;

∴ ந=25−10;

=15.

∴ அவன் கொண்ட மாடுகளுடைய தொகை 10; ஆடுகளுடைய தொகை 15.

உ—ம்.

3. ஒரு பின்னத்தினுடைய தொகுதிக்கு 2 ஐயும் பகுதிக்கு 4 ஐயுங்கூட்ட அது $\frac{3}{4}$ ஆகும். அப்பின்னத்தினது தொகுதியிலிருந்து 5 ஐயும் பகுதியிலிருந்து 2 ஐயுங் கழிக்க அது $\frac{1}{3}$ ஆகும். அப்பின்னம் யாது?

வேண்டிய பின்னம் $\frac{\text{க}}{\text{ந}}$ ஆகுக.

அப்பின்னத்தினது தொகுதிக்கு 2 ஐயும் பகுதிக்கு 4 ஐயுங் கூட்ட அது $\frac{\text{க}+2}{\text{ந}+4}$ ஆகும்.

∴ கணக்கின்படி, $\frac{\text{க}+2}{\text{ந}+4}=\frac{3}{4}$; (1)

அப்பின்னத்தினது தொகுதியிலிருந்து 5 ஐயும் பகுதியிலிருந்து 2 ஐயுங் கழிக்க அது $\frac{\text{க}-5}{\text{ந}-2}$ ஆகும்.

∴ கணக்கின்படி, $\frac{\text{க}-5}{\text{ந}-2}=\frac{1}{3}$ (2)

குறுக்குப்பெருக்கலால் (1) இல் இருந்து பெறுவது

4க+8=3ந+12;

∴ 4க−3ந=−8+12;

∴ 4க−3ந=4. (3)

குறுக்குப் பெருக்கலால் (2) இல் இருந்து பெறுவது

3க−15=ந−2;

∴ 3க−ந=15−2;

∴ 3க−ந=13. (4)

(4) ஐ 3 ஆற் பெருக்க நாம் பெறுவது 9க−3ந=39;

(5) இல் இருந்து (3) ஐக் கழிக்க நாம் பெறுவது 5க=35,

∴ க=7.

க=7 என (4) இற் பிரதியிட நாம் பெறுவது

3×7−ந=13;

∴ −ந=−21+13;

=−8;

∴ ந=8.

∴ வேண்டிய பின்னம் $\frac{7}{8}$ ஆகும்.

4. ஒரு நாட்காலை 6 மணிக்கு 20 மைல் இடைத்தூரமுள்ள இரு பட்டினங்களிலிருந்து இருவர் நடக்கத் தொடங்கினர். அவர்கள் ஒரே திசை பற்றி நடந்தால் 10 மணி நேரத்திலும் எதிர்த்திசைபற்றி நடந்தால் $2\frac{1}{2}$ மணி நேரத்திலும் ஒருவரை யொருவர் சந்திப்பர். அவர்கள் சென்ற வேகங்களைக் காண்க.

விரைவாய் நடப்பவர் மணிக்கு க மைல் வீதமும் மற்றையவர் மணிக்கு ந மைல் வீதமும் நடக்குக.

ஆயின், ஒரே திசை பற்றி நடக்கும்போது விரைவாய் நடப்பவர் மணிக்கு (க−ந) மைல் வீதம் மற்றையவரை அணுகுவர்.

∴ 10 மணிநேரத்தில் அவர் 10 (க−ந) மைல்தூரம் மற்றையவரை அணுகுவர். ஆனல், கணக்கின்படி இது 20 மைலுக்குச் சமன்.

∴ 10(க−ந)=20;

∴ க−ந=2. (1)

எதிர்த்திசைபற்றி நடக்கும்போது அவர்கள் ஒருவரையொருவர் மணிக்கு (க+ந) மைல் வீதம் அணுகுவர்.

$2\frac{1}{2}$ மணிநேரத்தில் அவர்கள் ஒருவரையொருவர் $2\frac{1}{2}$ (க+ந) மைல்தூரம் அணுகுவர்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

∴ கணக்கின்படி இது 20 மைலுக்குச் சமன்.

∴ $2\frac{1}{2}$(க + ந) = 20;

∴ க + ந = 20 ÷ $2\frac{1}{2}$;

∴ க + ந = 8. (2)

(1) ஐயுங் (2) ஐயுங் கூட்ட நாம் பெறுவது 2க = 10;

∴ க = 5.

(2) இல் இருந்து (1) ஐக் கழிக்க நாம் பெறுவது 2ந = 6;

∴ ந = 3.

∴ அவர்களுடைய வேகம் முறையே மணிக்கு 5 மைல் வீதமும் மணிக்கு 3 மைல் வீதமுமாகும்.

பயிற்சி 13 (இ)

1. இரண்டு எண்களுள் ஒன்று ஒன்றிலும் 25 ஆற்பெரிது. அவற்றின் கூட்டுத்தொகை 81. அவ்வெண்கள் யாவை?

2. இரண்டு எண்களின் கூட்டுத்தொகையின் அரைப் பங்கு 42. அவ்வெண்களுட் பெரியது சிறியதின் மும் மடங்கு. அவ்வெண்களைக் காண்க.

3. இரண்டு எண்களுட் பெரியதின் $\frac{1}{3}$ சிறியதின் $\frac{1}{2}$ இலும் 4 ஆற் கூடியது. சிறியதின் $\frac{1}{4}$ பெரியதின் $\frac{1}{8}$ இலும் 1 ஆற் கூடியது. அவ்வெண்கள் யாவை?

4. இரண்டு எண்களின் வித்தியாசம் அவ்வெண்களின் கூட்டுத்தொகையின் $\frac{1}{5}$. பெரியது சிறியதிலும் 30 ஆற் கூடியது. அவ்வெண்களைக் காண்க.

5. ஒரு பின்னத்தினது தொகுதியிலிருந்து 2 ஐக் கழித் தால் அது $\frac{1}{3}$ ஆகும். அப்பின்னத்தின் பகுதியோடு 1 ஐக் கூட்டினுல் அது $\frac{1}{2}$ ஆகும். அப்பின்னம் யாது?

6. ஒரு பின்னத்தினுடைய தொகுதிக்கும் பகுதிக்கும் 3 ஐக் கூட்டினுல் அது $\frac{5}{7}$ ஆகும். அப்பின்னத்தினுடைய தொகுதியிலும் பகுதியிலுமிருந்து 3 ஐக் கழித்தால் அது $\frac{1}{2}$ ஆகும். அப்பின்னம் யாது?

7. ஒரு பின்னத்தினது தொகுதியை 1 ஆற் கூட்டியும் அதன் பகுதியை 1 ஆற்குறைத்தும் நின்ருல் அது $\frac{3}{4}$ ஆகும். அப்பின்னத்தினது தொகுதியை 1 ஆற் குறைத்தும் அதன் பகுதியை 1 ஆற் கூட்டியும் நின்ருல் அது $\frac{1}{2}$ ஆகும். அப்பின்னம் யாது?

8. ஒரு பசுவையும் ஓராட்டையும் விலைக்குக் கொள்ள 355 ரூபா வேண்டும். 3 பசுவையும் 2 ஆட்டையுங் கொள்ள 910 ரூபா வேண்டும். ஒரு பசுவின் விலை ஓராட்டின் விலையி லும் எவ்வளவாற் கூடியது?

9. என்னிடம் 315 ரூபா இருந்தால் 6 மேசைகளும் 3 கதிரைகளுமாயினும், 4 மேசைகளும் 9 கதிரைகளு மாயினும் விலைக்குக் கொள்ளலாம். ஒவ்வொன்றின் விலை யென்ன?

10. எட்டு ஆண்டுக்குமுன் ஒரு மனிதன் றன்மகனின் மும் மடங்கு வயதினன். எட்டு ஆண்டு சென்ருல் அவன் றன்மக னின் இருமடங்கு வயதினனுவான். அவர்களுடைய தற் போதைய வயதுகளைக் காண்க.

11. அ என்பவன் இ என்பவனிலும் வயதளவில் 6 ஆண் டாற் கூடியவன். 10 ஆண்டுக்குமுன் அவர்களுடைய வயதின் கூட்டுத்தொகை 70. அவர்களுடைய தற்போதைய வயதுகளென்ன?

12. 10 ஆண்களும் 8 பெண்களும் பெறும் நாட்கூலி 55 ரூபா. 6 ஆண்களும் 10 பெண்களும் பெறும் நாட்கூலி 46 ரூபா. ஒரு பெண்ணின் நாட்கூலி என்ன?

13. 220 இனிப்பை 20 ஆண் குழந்தைகளுக்கும் 30 பெண் குழந்தைகளுக்கு மாயினும் 28 ஆண்குழந்தைகளுக்கு கும் 20 பெண்குழந்தைகளுக்குமாயினும் பகுத்துக் கொடுக் கலாம். ஒவ்வொரு குழந்தையும் பெறும் இனிப்பு எத்தனை?

14. இரண்டு இலக்கங்கள் கொண்ட ஓரெண்ணிலிருந்து 18 ஐக் கழித்தால் அதனுடைய இலக்கங்கள் இடமாறி நிற்கும். அவ்விலக்கங்களின் கூட்டுத் தொகை 8 ஆயின் அவ்வெண்ணைக் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

15. சைக்கிளோடிகள் இருவர் ஒரு நாட்காலை 6 மணிக்கு 30 மைல் இடைத்தூரமுள்ள இரு பட்டினங்களிலிருந்து புறப்பட்டனர். அவர்கள் ஒரே திசைபற்றி ஓடினால் $7\frac{1}{2}$ மணிநேரத்திலும், எதிர்த்திசைபற்றி ஓடினால் $1\frac{1}{2}$ மணிநேரத்திலும் ஒருவரையொருவர் சந்திப்பாராயின், அவர்களுடைய வேகங்களைக் காண்க.

16. இரண்டு இலக்கங்கள் கொண்ட ஓரெண் அவ்விலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகையின் 6 மடங்கிலும் 4 ஆற் பெரிது. அவ்விலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை அவற்றின் வித்தியாசத்தின் 4 மடங்கிலும் 3 ஆற்பெரிது. அவ்வெண் யாது?

17. ஒரு மனிதன் ஒரு குறித்த தூரத்தை ஒரு குறித்த வேகத்தொடு நடக்கின்றான். அவன் வேகம் மணிக்கு ஒரு மைல் வீதங் கூடுமாயின் அவன் எடுக்கும் நேரம் $1\frac{1}{5}$ மணி நேரத்தாற் குறையும். மணிக்கு ஒருமைல் வீதம் அவன் வேகங் குறையுமாயின் அவன் 2 மணி நேரங் கூடுதலாக நடக்க வேண்டும். அத்தூரத்தைக் காண்க.

18. ஒருவர்க்கொருவர் 48 மைல் தூரத்திலுள்ள இருவர் எதிர் நோக்கிநடந்து 8 மணிநேரத்திற் சந்தித்தனர். அவர்களுள் ஒருவன் றன் வேகத்தை இரட்டித்தானாயின், சந்தித்தல் 6 மணிநேரத்தில் அமையும். இருவர் வேகங்களையுங் காண்க.

19. 3 கதிரையும் 2 வாங்கும் 45 ரூபாவிற்குக் கொள்ளலாம். ஒரு மேசையும் 5 கதிரையும் 50 ரூபாவிற்குக் கொள்ளலாம். 2 மேசையும் 4 வாங்கும் 110 ரூபாவிற்குக் கொள்ளலாம். அத்தளபாடங்கள் ஒவ்வொன்றையும் எவ்வெவ் விலைக்குக் கொள்ளலாம்?

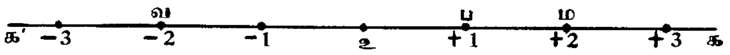
20. 2 பலாப்பழமும் 4 மாம்பழமும் விலைக்குக் கொள்ள 3 ரூபா முடியும். 3 மாம்பழமும் 2 வாழைப்பழமுங் கொள்ள ஒரு ரூபா தேவைப்படும். 8 வாழைப்பழமும் 3 பலாப்பழமுங் கொள்ள 4 ரூபா செலவாகும். அப்பழங்களுடைய விலைகளைத் தனித்தனி காண்க.

அத்தியாயம் 14

நேர் கோட்டு வரைப்படம்

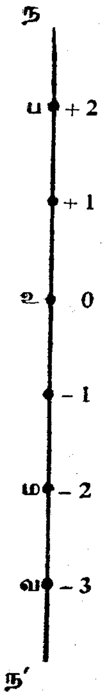
83. மாட்டேற்றச்சுக்கள்: ஒரு தளத்திலுள்ள புள்ளி நிலைகளை அறிதற்கு மூன்று முறைகள் பயன்படும்.

(1) நிலைகள் அறிய வேண்டிய புள்ளிகள் ஒரு நேர் கோட்டில் இருந்தால், அக்கோட்டிலுள்ள ஒரு குறித்த புள்ளியினது நிலைபற்றி அப்புள்ளிகளுடைய நிலைகளை அறியலாம். அக் குறித்த புள்ளி மாட்டேற்றுப்புள்ளி எனப்படும்.



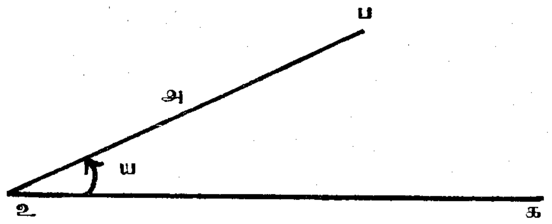
மேற்காட்டிய க உக' என்னுங் கிடைக்கோட்டிலுள்ள ப, ம, வ என்னும் புள்ளிகளுடைய நிலைகளை உ என்னும் மாட்டேற்றுப் புள்ளியினது நிலைபற்றி அறியலாம். க உக' என்னுங் கிடைக்கோடு அரையங்குலங்களாகப் பிரிபட்டுக் கிடக்கின்றது. ப, ம என்பன உ இலிருந்து வலப்புறத்தே முறையே 1 அரையங்குலத் தூரத்திலும் 2 அரையங்குலத் தூரத்திலுங் கிடக்க, வ என்பது இடப்புறத்தே 2 அரையங்குலத் தூரத்தில் இருப்பதைக் காணலாம். வலப்புறத் தூரங்களை நேர்க்கணியங்களாலும் இடப்புறத் தூரங்களை எதிர்க் கணியங்களாலுங் குறித்தால், ப இனது கிடைத்தூரம் +1 என்றும் ம இனது கிடைத் தூரம் +2 என்றும், வ இனது கிடைத்தூரம் −2 என்றும்அறியலாம்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org



இனி, நஉந′ என்னும் நிலைக்கோட்டிலுள்ள ப, ம, வ என்னும் புள்ளிகளுடைய நிலைகளை உ என்னும் மாட்டேற்றுப் புள்ளியினது நிலைபற்றி அறியலாம். நஉந′ என்னும் நிலைக்கோடு அரையங்குலங்களாகப் பிரிபட்டிருக்கின்றது. ப என்பது உ இலிருந்து மேற்புறமாக 2 அரையங்குலத் தூரமும், ம, வ என்பன உ இலிருந்து கீழ்ப்புறமாக முறையே 2 அரையங்குலத் தூரமும் 3 அரையங்குலத் தூரமுமாக இருப்பதைக் காணலாம். மேற்புறத்தூரங்களை நேர்க்கணியங்களாலுங் கீழ்ப் புறத் தூரங்களை எதிர்க்கணியங்களாலுங் குறித்தால், ப இனது நிலைத்தூரம் +2 என்றும் ம இனது நிலைத் தூரம் −2 என்றும், வ இனது நிலைத்தூரம் −3 என்றும் அறியலாம்.

(2) நிலைகள் அறியவேண்டிய புள்ளிகள் ஒரு தளத்திலே எங்கிருந்தாலும் அத்தளத்திலுள்ள ஒரு குறித்த புள்ளிபற்றியும் அக்குறித்த புள்ளிக்கூடாகச் செல்லுங் கிடையச்சுப் பற்றியும் அப்புள்ளிகளுடைய நிலைகளை அறியலாம்.

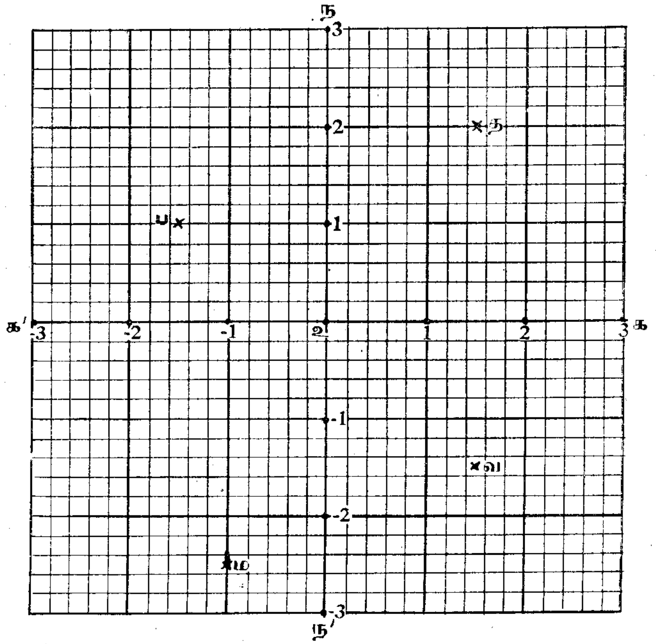


குறித்த புள்ளி உ என்றும் அப்புள்ளிக்கூடாகச் செல்லுங் கிடையச்சு உக என்றுங் கொள்வோம். நிலையறியவேண்டிய புள்ளி ப ஆகுக. உ ஐ மையமாகவும் உக ஐஆரையா

கவுங் கொண்டு உ பற்றி உக என்னும் ஆரையை இடஞ்சுழியாகச் சுற்ற அவ்வாரை உப என்னும் நிலைக்கு வர உண்டாகுங் கோணம் ய ஆரையன் எனக் கொள்வோம். உ இலிருந்து ப என்பதன் தூரம் அ அலகுகள் எனக் கொள்வோம். ஆயின், ப இனது நிலை (ய, அ) ஆகும்.

இங்கு π ஆரையன் $= 180°$ என்று அறிதல் வேண்டும். இதுபோலப் பிற புள்ளிகளுடைய நிலைகளையும் அறியலாம்.

(3) நிலைகள் அறிய வேண்டிய புள்ளிகள் ஒரு தளத்தில் எங்கிருந்தாலும் அத்தளத்திற்குக் குறுக்கே ஒரு கிடையச்சுக் கீறி அதனை வெட்டும் நிலையச்சுங் கீறி அவ்வீர் அச்சுக்கள் பற்றியும் அப்புள்ளிகளுடைய நிலைகளை அறியலாம். தெக்காட்டேயின் முறையில் ஈரச்சுக்களும் ஒன்றையொன்று ஒரு கோணத்தில் வெட்டும். கோணம் 90° ஆயுள்ளதை இங்கு ஆள்வோம். இந்த இரண்டு அச்சுக்களும் மாட்டேற்றச்சுக்கள் எனப்படும்.



Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

கஉக' என்னுங் கிடையச்சையும் அதற்குச் செங்குத்தாய் நஉந' என்னும் நிலையச்சையுங் கீறுவோம். அவ்வீரச்சுக்களிலும் வலம், இடம், மேல், கீழ் என்னும் பக்கங்களில் அரையங்குலத்திற்கு ஒன்ருகக் கோடுகளிடுவோம். த,ப,ம,வ என்பனவே நிலைகள் அறியவேண்டிய புள்ளிகளாகுக. நஉந' என்னு நிலையச்சினின்று வலப்புறமாக அளக்குந் தூரங்களை நேர்க்கணியங்களாலும் இடப்புறமாக அளக்குந் தூரங்களை எதிர்க்கணியங்களாலுங் குறிப்போம். கஉக' என்னுங் கிடையச்சினின்று மேற்புறமாக அளக்குந் தூரங்களை நேர்க்கணியங்களாலுங் கீழ்ப்புறமாக அளக்குந் தூரங்களை எதிர்க்கணியங்களாலுங் குறிப்போம்.

ஆயின், படத்தின்படி

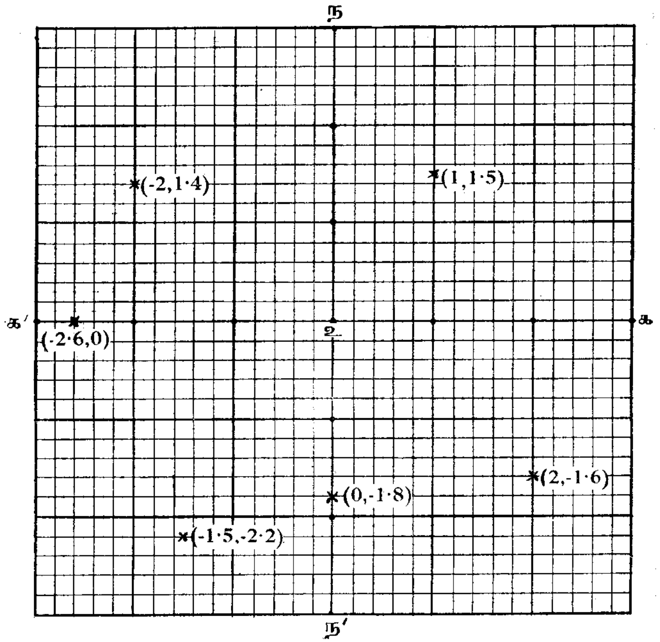
த இனுடைய கிடைநிலைத் தூரங்கள் (1·5,2) ஆகும்
ப இனுடைய ,, ,, ,, (−1·5,1) ஆகும்
ம இனுடைய ,, ,, ,, (−1, −2·5) ஆகும்
வ இனுடைய ,, ,, ,, (1·5, −1·5) ஆகும்

84. மாட்டேற்றச்சுக்கள் வரைப்படத்தாளினது தளத்தை கஉந, நஉக', க'உந', ந'உக என்னு நான்கு கால்வட்டங்களாகப் பிரிக்கும். அவை முறையே முதலாங் கால்வட்டம், இரண்டாங் கால்வட்டம், மூன்ருங் கால்வட்டம், நாலாங் கால்வட்டம் எனப் பெயர் பெறும்.

முதலாங் கால்வட்டத்திலுள்ள புள்ளிநிலைகள் (+, +) என்னுங்குறி பெற்ற கணியங்களாலும்,
இரண்டாங் கால்வட்டத்திலுள்ள புள்ளிநிலைகள் (−, +) என்னுங்குறி பெற்ற கணியங்களாலும்,
மூன்ருங் கால்வட்டத்திலுள்ள புள்ளிநிலைகள் (−, −) என்னுங்குறி பெற்ற கணியங்களாலும்,
நாலாங் கால்வட்டத்திலுள்ள புள்ளிநிலைகள் (+, −) என்னுங்குறிபெற்ற கணியங்களாலுங் குறிக்கப்படுதல் காண்க.

உ—ம்.

1. பின்வரும் புள்ளிநிலைகளைக் குறிக்க:—
(1,1·5), (−2,1·4), (−1·5, −2·2), (2, −1·6), (0, −1·8) (−2·6,0).



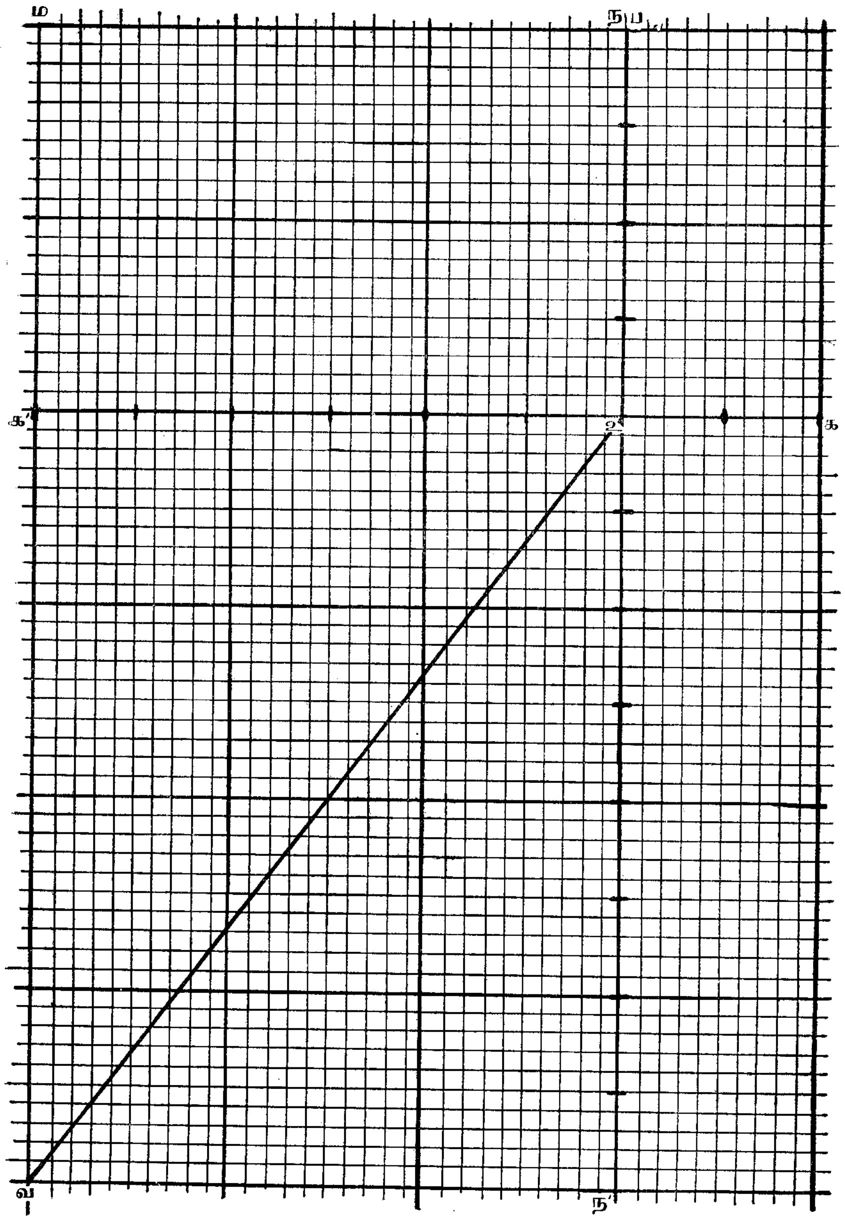
வரைப்படத்தாளிற்குக் குறுக்காக க உ க' என்னுங் கிடையச்சைக் கீறுக. அதற்குச் செங்குத்தாக ந உ ந' என்னும் நிலையச்சைக் கீறுக. இரண்டு அச்சுக்களிலும் உ இலிருந்து அரையங்குலத்திற்கு ஒன்ருக அளவு கோடுகளிடுக.

இனி, வேண்டிய புள்ளிநிலைகளைப் புள்ளடிகளாற் குறித்து அவற்றினுடைய கிடைநிலைத் தூரங்களை அவற்றிற்கு அருகில் அடைப்புக்களுக்குள் இடுக.

உ—ம்.

2. ஒரு கப்பல் ஒரு துறைமுகத்தினின்று புறப்பட்டு வடக்கே 4 மைல்தூரஞ் சென்றதும் மேற்குப் பக்கமாகத் திரும்பி 6 மைல்தூரம் ஓடிற்று. பின்னர்த் தெற்குப் பக்கமாகத் திரும்பி 12 மைல்தூரஞ்சென்று ஒரு கோட்டையை அடைந்தது. இக்கோட்டை அக்கப்பல் புறப்பட்ட இடத்திலிருந்து எவ்வளவு மைல்தூரம்?

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org



அக் கப்பல் புறப்பட்ட இடம் உ ஆகுக.

உ இற்கூடாக கஉக' என்னுங் கிடையச்சைக் கீறுக. அதற்குச் செங்குத்தாய் நஉந' என்னு நிலையச்சையுங் கீறுக. இரண்டு அச்சுக்களிலும் ஒவ்வோர் அரை அங்குலத்திற்கு ஒன்ருக அளவு கோடுகள் இடுக.

இனி $\frac{1}{2}$ அங்குலம் ஒரு மைலுக்கு வகைக்குறியாகக்கொள்க.

படத்தில் உ இலிருந்து வடக்கே 4 மைல்தூரம் ப ஆலும், ப இலிருந்து மேற்கே 6 மைல்தூரம் ம ஆலும் ம இலிருந்து தெற்கே 12 மைல்தூரம் வ ஆலுங் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. ஆகவே கோட்டையினது நிலை வ ஆற் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. படத்தின்படி உவ=5 அங்குலம்; $\frac{1}{2}$ அங்குலம் ஒரு மைலைக் குறிக்கின்றமையால் 5 அங்குலம் 10 மைலைக் குறிக்கும்.

∴ கோட்டை கப்பல் புறப்பட்ட இடத்தினின்று 10 மைல் தூரமாகும்.

பயிற்சி 14 (அ)

1. பின்வரும் புள்ளிநிலைகளை ஒரு வரைப்படத்தாளில் ஒரு சோடி மாட்டேற்றச்சுக்கள் பற்றிக் குறிக்க:—
$(2\cdot1, 1\cdot5)$, $(-2\cdot5, -1\cdot7)$, $(0, -2\cdot3)$, $(2\cdot5, 0)$, $(0, 0)$, $(1\cdot6, -2\cdot2)$.

2. ஓரங்குலம் 10 அலகுகளுக்கு வகைக் குறியெனக் கொண்டு பின்வரும் புள்ளிநிலைகளை ஒரு வரைப்படத் தாளிற் குறிக்க:—$(34, 28)$, $(-23, -11)$, $(28, -13)$.

3. $(1\cdot5, 0)$, $(0, 2\cdot3)$, $(-1\cdot5, -1)$ என்னும் புள்ளிகளுடைய நிலைகளைக் குறிக்க. அவற்றை இவ்விரண்டாய் நேர் கோடுகளாலே தொடுக்க. பெற்ற உருவத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

4. $(-1, -3)$, $(0, -1)$, $(\cdot5, 0)$, $(2, 3)$ என்னும் புள்ளிகளுடைய நிலைகளைக் குறிக்க. இப்புள்ளிகளெல்லாம் ஒரு நேர் கோட்டில் அமைந்துள்ளன என்பதைக் காட்டுக.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

5. $(2\cdot2, 0)$, $(-1\cdot8, 2\cdot4)$, $(-1\cdot5, -2\cdot1)$ என்பன ஒரு முக்கோணத்தினுடைய கோணப்புள்ளிநிலைகள். அம்முக்கோணத்தை வரைந்து அதனுடைய பக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் என்ன அளவிற்றெனக் காண்க.

6. $(-3, 3)$, $(3, -1)$ என்னும் புள்ளிகளைக் குறித்து அவற்றை ஒரு நேர் கோட்டாலே தொடுக்க. அக்கோடு ஈரச்சுக்களையும் எப்புள்ளிகளில் வெட்டுகின்றன?

7. $(-2, -1)$, $(-1, -3)$ என்னும் புள்ளிகளுக் கூடாகச் செல்லும்நேர்கோட்டாலுங்கிடை நிலையச்சுக்களாலும் வரையப்பட்ட முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

8. $(\cdot5, 1\cdot5)$, $(1\cdot5, -1\cdot5)$ என்னும் புள்ளிகளுக் கூடாகச் செல்லும் நேர்கோடு $(-2, -1)$, $(0, -1\cdot5)$ என்னும் புள்ளிகளுக்கூடாகச் செல்லும் நேர்கோட்டை வெட்டும் புள்ளியினது நிலையைக் காண்க.

9. ஒரு மனிதன் ஓரிடத்தினின்று புறப்பட்டுக் கிழக்கே 10 மைல் தூரஞ் சென்றதுந் தெற்கே திரும்பி 15 மைல் தூரம் நடந்தான். அதன்பின் மேற்குப் பக்கமாக 22 மைல்தூரஞ் சென்று தங்கினன். அவன் தங்கிய இடம் புறப்பட்ட இடத்தினின்று எவ்வளவு தூரத்திலுள்ளது.

10. ஒரு நாட்காலை 8 மணிக்கு ஓரிடத்தினின்று சைக்கிளோடிகள் இருவர் புறப்பட்டனர். ஒருவர் வடக்கு முகமாக 6 மைல் தூரம் ஓடினதும் மேற்கே திரும்பி 8 மைல் தூரஞ்சென்று தங்கினர். மற்றையவர் கிழக்கு முகமாக 3 மைல் தூரம் ஓடினதுந் தெற்கே திரும்பி 11 மைல் தூரஞ் சென்று தங்கினர். அவர் தங்கிய இடம் ஒன்றுக்கொன்று எத்தனை மைல் தூரம்?

85. சார்புகளுடைய வரைப்படங்கள். ஒரு மாறியினுலாய ஒரு கோவையின் பெறுமானம் அம்மாறியின் பெறுமானத்தைச் சார்ந்து நிற்கின்றமையால், அக்கோவை அம்மாறியின் சார்பெனப்படும். அச்சார்பு தன்மாட்டுள்ள மாறியினுடைய அடுக்குக்களுட்கூடிய அடுக்கினுற் பெயர் பெறும். ஆகவே, $3க - 2$ என்பதை க இன் ஒரு படிச்சார்பென்றும் $2க^2 - 3க + 1$ என்பதை க இன் இருபடிச் சார்பென்றும் $3க^3 - க^2 + 2க - 2$ என்பதை க இன் முப்படிச் சார்பென்றுங் கூறவேண்டும். 'க இன் சார்பு' என்பது சுருக்க முறையில் ச (க) என்னுங் குறியீட்டினுற் காட்டப்படும்.

ந = ச(க) என்பது க, ந என்னும் இவற்றிற்கிடையில் உள்ள தொடர்பைக்காட்டின், க இற்கு ஒருதொகை எண் விகற்பங்களைப் பெறுமானங்களாகக்கொடுத்து ந இற்கு ஒத்த பெறுமான விகற்பங்களைப் பெறலாம். இவற்றை முறையே கிடைத் தூரமாகவும் நிலைத் தூரமாகவுங் கொண்டு ஒரு வரிசைப் புள்ளி நிலைகளைக் குறிக்கலாம். குறிக்க, ஒரு நேர் கோட்டையேனும் ஒரு வளைகோட்டையேனும் பெறுவோம். இக்கோடு க இனது சார்பின் வரைப்படம் என்று கூறப்படும். இது ந = ச(க) என்னுஞ் சமன்பாட்டின் வரைப்படம் என்றுங் கூறப்படும். எனவே, $3க - 2$ என்னும் க இனது சார்பின் வரைப்படமும் $ந = 3க - 2$ என்னுஞ் சமன்பாட்டின் வரைப்படமும் ஒன்ருதல் காண்க.

86. ஒருபடிச் சார்புகளுடைய வரைப்படங்களும் ஒருபடிச் சமன்பாடுகளுடைய தீர்வுகளும்:

$ந = அக + இ$ என்னும் வடிவத்தில் அமைக்கக்கூடிய ஒரு சமன்பாடு தந்தால், க இற்கும் ந இற்கும் உள்ள தொடர்பை ஒரு வரைப்பட மூலமாகக் காட்டலாம். அவ்வரைப்படத்தின்படி $ந = 0$ ஆயின், க பெறும் பெறுமானம் என்னவெனக் காணலாம். அதுவே $அக + இ = 0$ என்னும் ஒருபடிச் சமன்பாட்டினுடைய தீர்வாகும்.

உ—ம்.

ஓரங்குலம் ஓரலகுக்கு வகைக் குறியாகக் கொண்டு மாட்டேற்றச்சுச்சோடி ஒன்றுபற்றி $ந = 2க - 3$ என்பதன் வரைப்படத்தை வரைக.

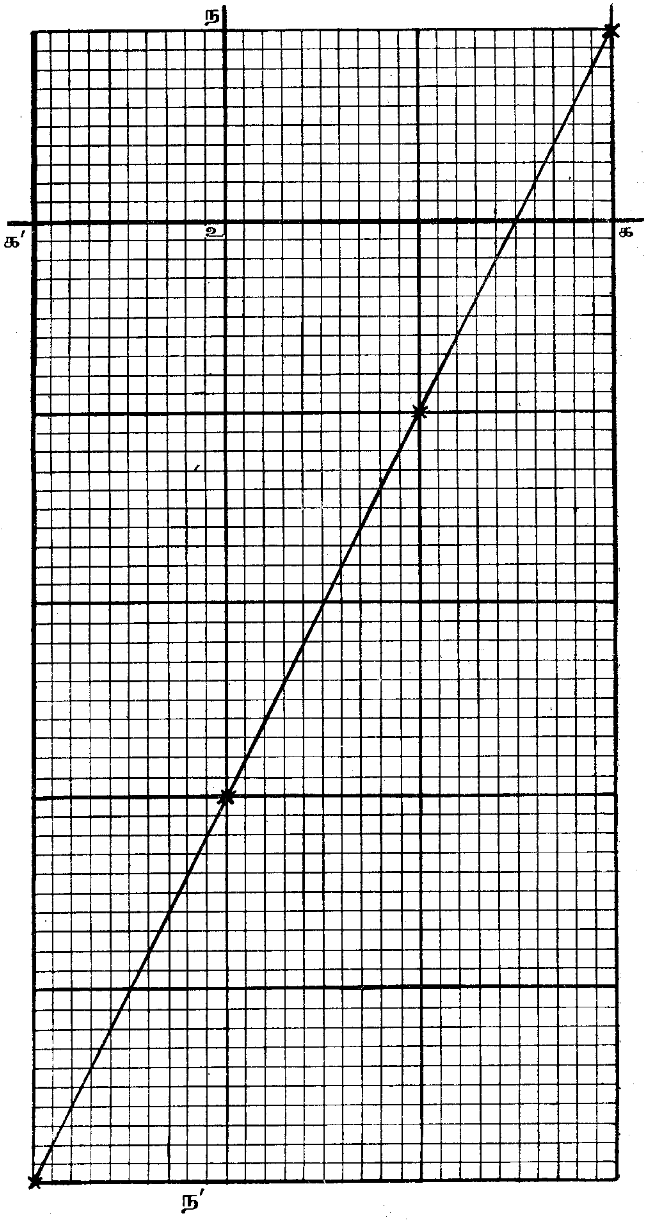
அவ்வரைப்படத்திலிருந்து $2க - 3 = 0$ என்னும் ஒருபடிச் சமன்பாட்டினது தீர்வைக் காண்க.

$ந = 2க - 3$.

க இற்குச் சில பெறுமானங்களைக் கொடுக்க ந பெறும் பெறுமானங்களைக் கணித்துப் பின்வருமாறு அட்டவணைப் படுத்துக.

க	− 1	0	1	2
ந	− 5	− 3	− 1	1

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org



கஉக' என்னுங் கிடையச்சையும் அதற்குச் செங்குத்தாய் நஉந' என்னும் நிலையச்சையுங் கீறுக.

இனி, ஓரங்குலம் ஓரலகுக்கு வகைக் குறியெனக்கொண்டு அட்டவணையிற் காணும் புள்ளிநிலைகளை வரைப்படத்தாளிற் புள்ளடிகளாற் குறிக்க. அப்புள்ளிநிலைகள் எல்லாம் ஒரு நேர்கோட்டிற் கிடப்பதைக் காணலாம். அந் நேர் கோட்டை வரைக. அதுவே வேண்டிய வரைப் படமாகும்.

படத்திலிருந்து ந $=0$ ஆயின், க $=1\cdot5$ என்பது பெறப்படும். ஆகவே, க $=1\cdot5$ என்பதே 2க $-3=0$ என்னுஞ் சமன் பாட்டினது தீர்வாகும்.

87. ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் எல்லாம் நேர்கோடுகளாலேயன்றி வளைகோடுகளாற் குறிக்கப்படாவாதலால், 2 புள்ளிநிலைகள் கொண்டே அவற்றினுடைய வரைப்படங்களை வரையலாம். எனினும், 3 புள்ளிநிலைகளைக் குறித்தால் வரைப் படம் அங்கிங்கு ஓடாது செவ்விதாக அமையும். ஆகவே, மூன்று புள்ளிநிலைகள் பற்றியே நேர்கோட்டு வரைப்படங்களை வரைதல் வேண்டும். அம்மூன்று புள்ளிநிலைகளும் வரைப் படத்தாளிற் செப்பமாகக் குறிக்கத் தக்கனவாயிருத்தல் வேண்டும்.

உ—ம்.

மாட்டேற்றச்சுச் சோடியொன்று பற்றி ஓரங்குலம் ஓரலகுக்கு வகைக்குறியெனக் கொண்டு $\frac{3க-1}{2}$, $\frac{2க+2}{3}$ என்னுஞ் சார்புகளுடைய வரைப்படங்களை வரைக. அப் படங்களிலிருந்து $\frac{3க-1}{2}=\frac{2க+2}{3}$ என்பதற்குத் தீர்வு காண்க.

$$ந=\frac{3க-1}{2} \text{ ஆகுக.} \qquad (1)$$

க இற்குக் குறித்த பெறுமானங்களைக் கொடுக்க, ந பெறும் பெறுமானங்களை மேற்காணும் அட்டவணையிற் காணலாம்.

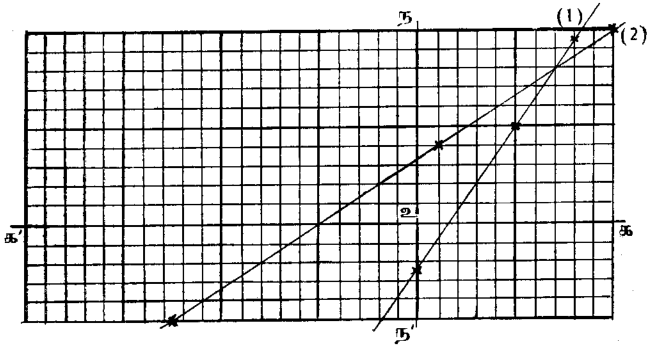
Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

க	0	1	1·6
ந	−·5	1	1·9

இனி $\text{ந}=\frac{2\text{க}+2}{3}$ ஆகுக. .. .. (2)

க இற்குக் குறித்த பெறுமானங்களைக் கொடுக்க, ந பெறும் பெறுமானங்களைப் பின்வரும் அட்டவணையிற் காணலாம்.

க	−2·5	·2	2
ந	−1	·8	2



அரையங்குலத்தை ஓரலகுக்கு வகைக் குறியாகக் கொண்டு இரண்டு அட்டவணைகளிலுமுள்ள புள்ளிநிலைகளைக் குறிக்க. முதலாம் அட்டவணைப் புள்ளிநிலைகளை ஒரு நேர் கோட்டாலும் இரண்டாமட்டவணைப் புள்ளிநிலைகளை வேறொரு நேர் கோட்டாலுந் தொடுக்க. முதலாம் நேர் கோட்டிற்கு (1) என்றும், இரண்டாம் நேர் கோட்டிற்கு (2) என்றும் பெயரிடுக. இரு நேர் கோடுகளும் ஒன்றை ஒன்று வெட்டும் புள்ளிநிலை படத்தின்படி (1·4, 1·6) ஆகும்.

ஆகவே, $\frac{3\text{க}-1}{2}=\frac{2\text{க}+2}{3}$ என்பதன் தீர்வு க=1·4 ஆகும்.

இதனை நிறுவுவோம் :—இருவரைப்படங்களும் ஒன்றை ஒன்று வெட்டும் புள்ளியிலே முதலாஞ் சமன்பாட்டின் ந இன் பெறுமானம் இரண்டாஞ் சமன்பாட்டின் ந இன் பெறுமானத்திற்குச் சமன்.

∴ அப்புள்ளியில் $\frac{3\text{க}-1}{2}=\frac{2\text{க}+2}{3}$

∴ அப்புள்ளியின் க இன் பெறுமானம் $\frac{3\text{க}-1}{2}=\frac{2\text{க}+2}{3}$ என்பதை மெய்ப்பிக்கும்.

∴ க=1·4 என்பது தந்த சமன்பாட்டினது தீர்வாகும்.

88. ஒருங்கமை ஒருபடிச் சமன்பாட்டு வரைப்படத் தீர்வுகள் :—
ஒருங்கமை ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் இரண்டை வரைப்பட மூலந் தீர்த்தற்கு மாட்டேற்றச்சுச் சோடி ஒன்றுபற்றி ஒரேயளவுத் திட்டங் கொண்டு ஒவ்வொரு சமன்பாட்டிற்கு முரிய நேர்கோடுகளை வரைந்து அக் கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளியினுடைய கிடைநிலைத் தூரங்களை அவ்வரைப் படத்திலிருந்து காண வேண்டும்.

உ—ம்

வரைப்படமுறையாற் பின்வருஞ் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க :—

$2\text{க}+3\text{ந}=3,$ .. .. (1)

$2\text{க}-\text{ந}+5=0.$ .. .. (2)

(1) இல் இருந்து நாம் பெறுவது $\text{ந}=-\frac{1}{3}(2\text{க}-3)$.

இங்கு க இற்குக் குறித்த பெறுமானங்களைக் கொடுக்க ந பெறும் பெறுமானங்கள் கீழ்க்காணும் அட்டவணையிலே தரப்பட்டுள்ளன.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

க	3	0	3
ந	+3	+1	−1

(2) இல் இருந்து நாம் பெறுவது

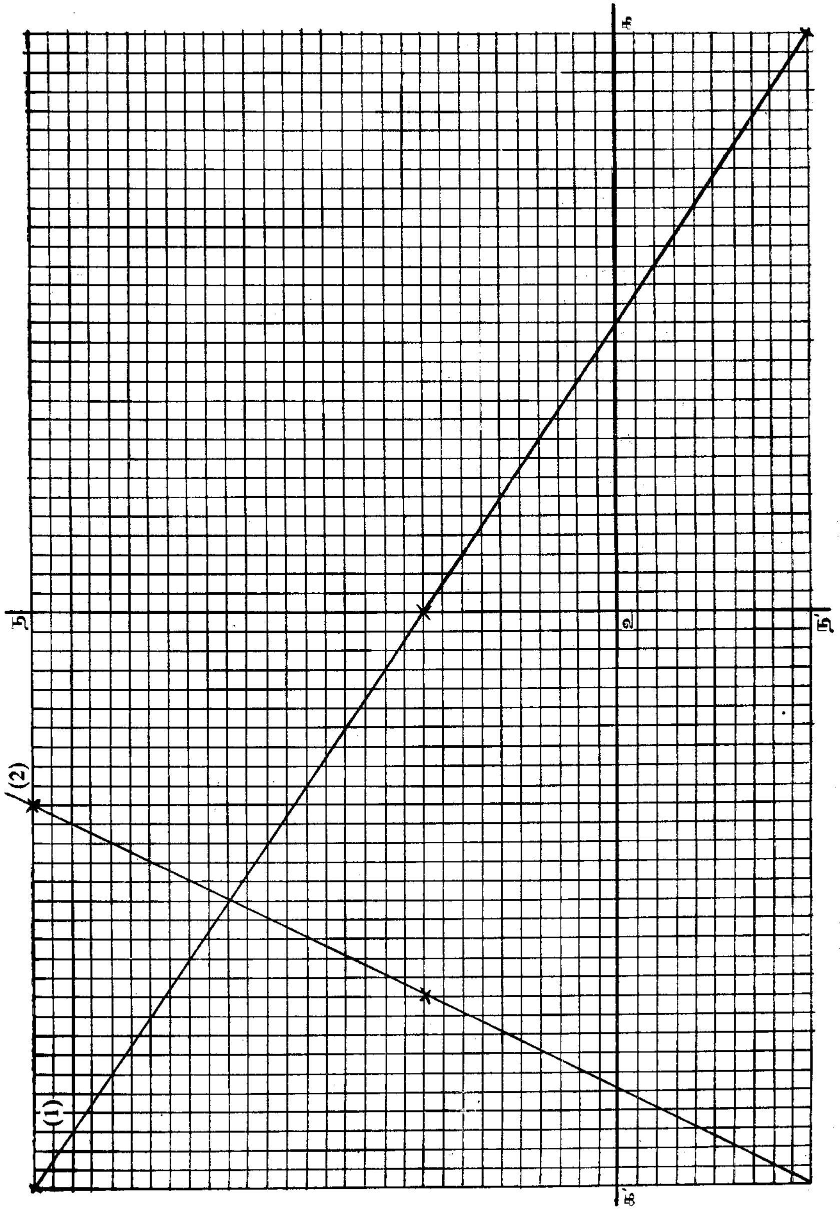
ந=2க+5.

இதன்கண் க இற்குக் குறித்த பெறுமானங்களைக் கொடுக்க ந பெறும் பெறுமானங்கள் கீழ்க்காணும் அட்டவணையிலே தரப்பட்டுள்ளன.

க	−3	−2	−1
ந	−1	1	3

கஉக' என்னுங் கிடையச்சைக் கீறுக. அதற்குச் செங்குத்தாக நஉந' என்னும் நிலையச்சைக் கீறுக.

இரு வரைப்படங்களுக்கும் ஓரங்குலத்தை ஓரலகுக்கு வகைக் குறியாகக் கொள்க. முதலாம் அட்டவணையிலுள்ள புள்ளிநிலைகளை வரைப்படத்தாளிற் குறித்து, அப் புள்ளிகளுக் கூடாக நேர்கோடொன்று வரைக. அதுவே 2க+3ந=3 என்பதன் வரைப்படமாகும். அதற்கு (1) என்று பெயரிடுக. அவ்வாறே இரண்டாம் அட்டவணையிலுள்ள புள்ளிநிலைகளைக் குறித்து 2க−ந+5=0 என்பதன் வரைப் படத்தையும் வரைக. அதற்கு (2) என்று பெயரிடுக. இனி, இரு வரைப்படங்களும் ஒன்றை ஒன்று வெட்டும் புள்ளியினுடைய கிடைநிலைத் தூரங்களை வரைப்படத்திலிருந்து காண்க. படத்திலிருந்து அவை (−1·5, 2) என்று அறியலாம். இரு சமன்பாடுகளும் இப்புள்ளியினுடைய கிடைநிலைத் தூரங்களுக்கு ஒருங்கமைந்து நிற்கின்றமையால், அவற்றினுடைய தீர்வு க=−1·5, ந=2 ஆகும்.



Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

89. வரைப்படங்கள் வரைதற்குமுன் மாணுக்கர் பின்வரும் உண்மைகளை ஆராய்ந்துணர வேண்டும்.

1. உற்பத்தித் தானத்தினுடைய கிடைநிலைத் தூரங்கள் (0,0).

2. கிடையச்சிலுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளிக்கும் ந இன் பெறுமானம் 0. ஆகவே, ந=0 என்னுஞ் சமன்பாட்டின் வரைப்படங் கிடையச்சேயாகும்.

3. நிலையச்சிலுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளிக்கும் க இன் பெறுமானம் 0. ஆகவே, க=0 என்னுஞ் சமன்பாட்டின் வரைப்படம் நிலையச்சேயாகும்.

4. ஒரு குறித்த கிடைத்தூரங் கொண்ட புள்ளிகளுடைய வரைப்படம் நிலையச்சிற்குச் சமாந்தரமான ஒரு நேர்கோடாகும்.

5. ஒரு குறித்த நிலைத்தூரங் கொண்ட புள்ளிகளுடைய வரைப்படங் கிடையச்சிற்குச் சமாந்தரமான ஒரு நேர்கோடாகும்.

பயிற்சி 14 (ஆ)

1. ந=2க −1 என்பதன் வரைப்படத்தை வரைக. க=2·6 ஆயின், ந இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

2. 2க − 5 என்னும் க இனது சார்பின் வரைப் படத்தை வரைக. அவ்வரைப் படத்தாலுங் கிடைநிலையச்சுக்களாலும் வரையப்பட்ட முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

3. 5ந=3க − 7 என்பதன் வரைப்படத்தை வரைக. ந=1·4 ஆயின், க இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

4. 2க − 4ந + 5=0 என்பதன் வரைப்படத்தை வரைக. க= −1·2 ஆயின், ந இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

5. 2க − 3ந=4 என்பதன் வரைப்படத்தை வரைக. அது நிலையச்சை வெட்டுகின்ற புள்ளியினுடைய கிடைநிலைத் தூரங்களைக் காண்க.

6. 3க + 4ந=6, ந= −1 என்னும் இவற்றினுடைய வரைப்படங்களை மாட்டேற்றச்சுச் சோடி ஒன்று பற்றி ஒரே யளவுத்திட்டங் கொண்டு வரைக. அவையிரண்டும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளியினுடைய அச்சுத் தூரங்களைக் காண்க.

7. க= −2·5 என்பதன் வரைப்படத்தையும் ந=2.8 என்பதன் வரைப்படத்தையும் மாட்டேற்றச்சுச் சோடி ஒன்றுபற்றி ஒரே யளவுத்திட்டங் கொண்டு வரைக. அவ்வரைப்படங்கள் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளியினுடைய அச்சுத் தூரங்களைக் காண்க.

8. 3க − 2, 5 − 2க என்னுஞ் சார்புகளுடைய வரைப் படங்களை ஓரளவுத்திட்டங் கொண்டு ஒரு கிடை நிலையச்சுச் சோடி பற்றி வரைக. அவ்வரைப் படங்களிலிருந்து 3க − 2=5 − 2க என்னுஞ் சமன்பாட்டினது தீர்வைக் காண்க.

9. 2க − 1 என்னும் க இனது சார்பின் வரைப் படத்தை வரைக. அதேயளவுத்திட்டங் கொண்டு அதே கிடைநிலையச்சுச் சோடி பற்றி 9 − 2க என்னும் க இனது சார்பின் வரைப்படத்தையும் வரைக. இவ்வரைப்படங்களிலிருந்து 9 − 2க=2க − 1 என்னுஞ் சமன்பாட்டிற்குத் தீர்வு காண்க.

பின்வரும் ஒருபடிச் சமன்பாடுகளை வரைப்படமூலந் தீர்க்க :—

10. 2க − 6·5=$\frac{1}{2}$ (·5 − க).	11. $\frac{1}{2}$க= − 2க − 5.
12. 2(க + 1)=$\frac{1}{2}$(க + 1).	13. 4க + 2·5=$\frac{3}{4}$(க − 1).
14. − க=க − 1.	15. $\frac{1}{3}$(க + 3)= −$\frac{1}{2}$(க + 5).

பின்வரும் ஒருங்கமையொருபடிச் சமன்பாடுகளை வரைப் படமூலந் தீர்க்க:—

16. 2க + ந= − 1, 2க + 3ந=3.	17. 2க − 3ந=3, 4க − ந= − 4.
18. ந=$\frac{1}{3}$(2க − 1), ந=$\frac{1}{7}$(3க + 2).	19. 10க − 6ந − 5=0, 2க + ந + 5=0.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

20. $2க + 3ந - 6 = 0,$
$3க + 2ந - 6 = 0.$

21. $3ந = 6 + க,$
$5ந = 39 - 2க.$

22. மணிக்கு 60 மைல் வேகம்=செக்கனுக்கு 88 அடி வேகம் ஆயின், மணிக்கு 48 மைல் வேகத்தைச் செக்கனுக்கு இத்தனையடி வேகமென வரைப்படமூலங் காண்க.

பரீட்சைப் பத்திரங்கள் 5.

(அ)

1. $(க - 1)^3 + 3(க - 1)^2 + 3(க - 1) + 1.$ இதனைச் சுருக்கித் தருக. $க = -2$ ஆயின், விடையாதாகும்?

2. (i) $2அ^3 - அ^2 + 2அ - 1$;
(ii) $க(க + 1) - ந(ந + 1)$;
(iii) $கந + க^2 - க + 2ந - 6$.
இவற்றைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

3. (i) $\frac{1}{2}(க - 1) - 1 = \frac{1}{3}(க - 1) - 2$;
(ii) $2க + 3ந = 1,$
$5க - 6ந = 3.$
இவற்றிக்குத் தீர்வு காண்க.

4. 2 பலாப்பழமும் 8 மாம்பழமும் விலைக்குக் கொள்ள $3\frac{1}{2}$ ரூபா தேவை. 5 பலாப்பழமும் 3 மாம்பழமுங் கொள்ள $4\frac{1}{2}$ ரூபா செலவாகும். ஒவ்வொரு பழத்தையும் என்ன விலைக்குக் கொள்ளலாம்?

5. பின்வருஞ் சமன்பாட்டை வரைப்படமூலந் தீர்க்க

$$\frac{2க - 3}{5} = \frac{3க + 2}{4}.$$

(ஆ)

1 $(2க - ந)(க + 2ந) - (க - 2ந)(2க + ந)$. இதனைச் சுருக்குக.

$க = -1$, $ந = -\frac{1}{2}$ ஆயின், விடையாதாகும்?

2. (i) $தப(ம^2 + வ^2) + மவ(த^2 + ப^2)$;
(ii) $க(க^2 - 1) - 2ந(4ந^2 - 1)$;
(iii) $கந + 2க + ந^2 - ந - 6$.

இவற்றைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

3. (i) $\frac{2}{க} = \frac{1}{2} + \frac{3}{க}$;

(ii) $க - \frac{1}{ந} = 2\frac{1}{2},$

$2க + \frac{3}{ந} = -5.$

இவற்றிற்குத் தீர்வு காண்க.

4. இரு பட்டினங்களுக்கிடையில் ஓடும் புகைவண்டியொன்று மணிக்கு 45 மைல் வீதஞ் சென்றுல் 5 நிமிடம் பிந்தியும், மணிக்கு 40 மைல் வீதஞ் சென்றுல் $17\frac{1}{2}$ நிமிடம் பிந்தியும் ஓடும். அப்பட்டினங்கள் ஒன்றுக்கொன்று எத்தனை மைல் தூரம்?

5. பின்வருஞ் சமன்பாட்டை வரைப்படமூலந் தீர்க்க.

$$\frac{3க - 1}{4} = \frac{3க + 1}{3}.$$

(இ)

1. $க^2 = க + 1$ ஆயின், $க^4 = 3க + 2$ என நிறுவுக.

2. (i) $6க^2 - 35க - 6$;
(ii) $8(க - 1)^3 - 1$;
(iii) $க^2 + 2கந + ந^2 - க - ந - 6$.
இவற்றைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

3. (i) $5(க - 2) - (க - 2) = 3(க - 2) - 4$;

(ii) $\frac{க}{2} - \frac{ந}{3} = 3க - ந + 3 = 0.$

இவற்றைத் தீர்க்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

4. ஒரு பின்னத்தினுடைய தொகுதியையும் பகுதியையுந் தனித்தனி 1 ஆற் கூட்டினுல் அது $\frac{3}{4}$ ஆகும்; அன்றி, 1 ஆற் குறைத்தால் அது $\frac{1}{2}$ ஆகும். அப்பின்னம் யாது?

5. மாற்டேற்றச்சு ஒரு சோடி பற்றி ஒரேயளவுத் திட்டங் கொண்டு $\frac{3-க}{3}$, $\frac{3-2க}{4}$ என்னுஞ் சார்புகளுடைய வரைப்படங்களை வரைக. அவ் வரைப் படங்களிலிருந்து $\frac{3-க}{3}=\frac{3-2க}{4}$ என்னுஞ் சமன்பாட்டினது தீர்வைக் காண்க.

(ச)

1. $க^2-2க-3=0$ ஆயின், $க^4-10க^2+9=0$ எனநிறுவுக.

2. (i) $18க^2+19கந-12ந^2$;
(ii) $8(க-1)^3-2(க-1)$;
(iii) $2க^2+3கந-2ந^2-2க+11ந-12$.
இவற்றைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

3. (i) $\frac{க}{4}-\frac{3க+2}{5}=\frac{2}{3}-\frac{க-3}{6}$;
(ii) $\frac{3}{க-1}-\frac{2}{ந-2}=-\frac{1}{3}$;
$\frac{2}{க-1}+\frac{3}{ந-2}=-1\frac{2}{3}$;
இவற்றைத் தீர்க்க.

4. இரண்டு இலக்கங்களாலாய ஓரெண் அவ்விலக்கங்கள் இடமாறி நின்ற எண்ணிலும் 18 ஆற் குறைவு. அவ்விலக்கங்களின் கூட்டுத் தொகை 14 ஆயின், அவ்வெண் யாது?

5. $3(க-2)$, $-2க$ என்பன க இனுடைய சார்புகள். இவற்றினுடைய வரைப்படங்களை மாட்டேற்றச்சுச் சோடி யொன்றுபற்றி ஒரேயளவுத் திட்டங் கொண்டு வரைக. அவ் வரைப்படங்களிலிருந்து $3(க-2)=-2க$ என்னுஞ் சமன்பாட்டினது தீர்வைக் காண்க.

(உ)

1. முதல் இ இயற்கையெண்களுடைய வர்க்கங்களைக் கூட்டினுல் $\frac{இ(இ+1)(2இ+1)}{6}$ என்பதைப் பெறலாமெனின், முதல் 20 இயற்கை எண்களுடைய வர்க்கங்களின் கூட்டுத் தொகை என்ன?

2. (i) $1-4க-12க^2$;
(ii) $க^4-17க^2ந^2+16ந^4$;
(iii) $க^2-4ந^2+12ந-9$.
இவற்றைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

3. (i) $(3க-2)^2-(3க+2)^2=6$;
(ii) $\frac{2}{க}-\frac{3}{ந}=14$,
$\frac{3}{க}+\frac{2}{ந}=8$.
இவற்றினுடைய தீர்வுகளைக் காண்க.

4. ஒரு செவ்வகத்தினுடைய நீளத்தை இரண்டடி கூட்டியும் அகலத்தை ஓரடி குறைத்தும் நின்ருல் அதன் பரப்பளவு 2 சதுரவடியாற் குறையும். அதனுடைய நீளத்தை ஓரடி குறைத்தும் அகலத்தை ஓரடி கூட்டியும் நின்ருல் அதன் பரப்பளவு 4 சதுரவடியாற் கூடும்; அதனுடைய நீளவகலங்களைக் காண்க.

5. ஒரு வரைப்படத்தாளில் ஒரு கிடைநிலையச்சுச் சோடிபற்றி ஒரேயளவுத்திட்டங் கொண்டு $ந=\frac{4க+3}{4}$, $2ந=3க+1$ என்னும் இவற்றினுடைய வரைப்படங்களை வரைக. அப்படங்களிலிருந்து இரு சமன்பாடுகளையுந் தீர்க்கும் க, ந என்பனவற்றினுடைய பெறுமானங்களைக் காண்க.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(ஊ)

1. $(க+ந)^2(க-ந)^2(க^2+ந^2)^2$. இதன் விரியைக் காண்க. $க=2$, $ந=-1$ ஆயின் விடையாதாகும்?

2. (i) $12க^2ந^2+11கந-36$;
(ii) $(க^2-2ந^2)^3+(2க^2-ந^2)^3$;
(iii) $க^2+2கந+ந^2-க-ந$.
இவற்றைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

3. (i) $\frac{2}{2க-1}=\frac{3}{2க-1}+\frac{1}{2}$;
(ii) $\frac{2க-ந}{4}-\frac{க-ந}{3}=-\frac{1}{3}$.
$\frac{ந}{3}-\frac{2க-ந}{4}=-\frac{2}{3}$.
இவற்றைத் தீர்க்க.

4. பிரயாணி ஒருவன் மணிக்கு 8 மைல் வீதம் வண்டியில் ஊர்ந்தும் மணிக்கு 4 மைல் வீதங் காலாலே நடந்தும் 4 மணி நேரத்தில் 27 மைல் சென்ருன். அவன் வண்டியாற் சென்ற தூரத்தையுங் காலாலே நடந்து சென்ற தூரத்தையுந் தனித்தனி காண்க.

5. ஒரு கிடைநிலையச்சுச் சோடிபற்றி ஒரேயளவுத் திட்டங் கொண்டு $ந=\frac{1-2க}{4}$, $2ந=1-\frac{க+1}{3}$ என்னும் இவற்றினுடைய வரைப்படங்களை வரைக. அப்படங்களிலிருந்து $\frac{1-2க}{2}=1-\frac{1+க}{3}$ என்பதனுடைய தீர்வைக் காண்க.

(எ)

1. $(க-1)^3-(1-க)(1+க+க^2)$. இதனைச் சுருக்கித் தருக. $க=-1$ ஆயின், இதன் பெறுமானம் என்ன?

2. (i) $க^2-1-2ந-ந^2$;
(ii) $12(க-1)^2-4(க-1)-1$;
(iii) $க^4-10க^2ந^2+9ந^4$.
இவற்றைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

3. (i) $2(க-2)^2-5=(க-1)^2+(க-4)^2$;
(ii) $\frac{1}{2}(க-2)=\frac{1}{3}(ந-3)+\frac{1}{2}$;
$2க-ந-1=0$.
இவற்றைத் தீர்க்க

4. இரண்டு மனிதர் ஒருவர்க்கொருவர் 39 மைல் தூரத்திலே நின்று ஒரு குறித்த நேரத்திற் புறப்பட்டு ஒரே திசை பற்றி நடந்தால் 26 மணி நேரத்திலும் எதிர்த்திசைபற்றி நடந்தால் 6 மணி நேரத்திலும் ஒருவரையொருவர் சந்திப்பர். அவர்களுடைய வேகங்களைக் காண்க.

5. வரைப்பட மூலம் பின்வருஞ் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

$2க+ந=1$,
$4க-3ந=10$.

(ஏ)

1. $க=ந+\frac{1}{ந}$, $ந=ய+\frac{1}{ய}$, $ய=க+\frac{1}{க}$ ஆயின், க இன் பெறுமானத்தை ந, ய என்பனவற்றிலே தருக. $ந=2$, $ய=-3$ ஆயின், விடையாதாகும்?

2. (i) $க^4+ந^4-ப^4-2க^2ந^2$; இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.
(ii) $15க^2-16க+15$: இதனை வர்க்க முறை பற்றிக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.
(iii) $(க+ந)^3-க^3-ந^3$: இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

3. (i) $1\cdot4க+5\cdot6-\cdot2(க-1)=3\cdot2$;
(ii) $(க+1)(ந-2)=கந-5$, $2க+3ந=5$.
இவற்றைத் தீர்க்க.

4. ஈரெண்களுட் பெரியதைச் சிறியதால் வகுத்தால் ஈவும்மீதியுந் தனித்தனி 8 ஆகும். சிறியதின் 70 மடங்கைப் பெரியதால் வகுத்தால், முன்போல ஈவும்மீதியுந் தனித்தனி 8 ஆகும். அவ்வெண்கள் யாவை.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

5. பின்வருஞ் சமன்பாட்டினது தீர்வை வரைப்படம் மூலங் காண்க :—

$$\frac{3-4\text{க}}{5}=1-\tfrac{1}{2}\text{க}$$

(ஐ)

1. $(\text{க}+1)^3+3\text{க}^2(\text{க}+1)-3\text{க}(\text{க}+1)^2-\text{க}^3$; இதனைச் சுருக்குக.

2. (i) $(\text{க}^2-2\text{க})^2-2(\text{க}^2-2\text{க})-3$; இதனைக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

(ii) $6\text{க}^2+35\text{கந}-6\text{ந}^2$; இதனை வர்க்கமுறை பற்றிக் காரணிகளாய்ப் பிரிக்க.

(iii) $\text{க}^3-\text{ப}^3+1+3\text{கப}$; இதனுடைய காரணிகளைக் காண்க.

3. (i) $(1-3\text{க})^2-(3-5\text{க})^2+4(1-2\text{க})^2=0$;

(ii) $\cdot2\text{க}+1\cdot2\text{ந}=-1\cdot2$,

$\cdot3\text{க}-2\cdot8\text{ந}=5\cdot1$.

இவற்றைத் தீர்க்க.

4. ஒரு வள்ளம் ஆற்றேட்டத்திற்கு எதிராக 25 மைலும் ஆற்றேட்டத்தோடு ஒத்து 26 மைலும் 7 மணி நேரத்தில் ஓடுகின்றது. அது ஆற்றேட்டத்திற்கு எதிராக 20 மைலும் ஒத்து 39 மைலும் ஒரே நேரத்தில் ஓடுமாயின், ஆற்றேட்டத்தின் வேகத்தையும் வள்ளத்தின் வேகத்தையுந் தனித்தனி காண்க.

5. பின்வருஞ் சமன்பாடுகளுக்கு வரைப்படமூலமாகத் தீர்வு காண்க.

$$\frac{\text{க}}{2}-\frac{\text{ந}}{3}=4\text{க}+2\text{ந}=1.$$

விடைகள்

பயிற்சி 1 (அ). பக்கம் 10.

1. $\text{க}+\text{க}+\text{க}=3\text{க}$; $\frac{1}{\text{க}}\times\text{க}=1$; $\text{க}\times1=\text{க}$; $\frac{\text{அ}\times\text{க}}{\text{இ}\times\text{க}}=\frac{\text{அ}}{\text{இ}}$. 2. $\text{க}\times0=0$; அ/உ/இ/உ=அ/இ; $\frac{\text{அ}}{\text{இ}}\times\text{இ}=\text{அ}$. 3. அ=இ ஆயின், அ+க=இ+க ; அ−க=இ−க ; அ×க=இ×க; அ÷க=இ÷க. 4. 2 ; 3த−5ப. 5. 4 ; 3ம−2ப. 6. 2க−3ப; 4ம−2க. 7. $\frac{7}{3}$; $\frac{\text{ப}}{\text{த}}$. 8. தப; 6. 9. $\frac{3\text{த}}{\text{ப}}$. 10. ம−த ஆண்டு; 2ம ஆண்டு. 11. 2ப−3த ஆண்டு. 12. ப−2, ப−1. 13. க−2, க−1, க+1, க+2; 22, 23, 24, 25, 26. 14. ப−1, ப+1, ப+2, ப+3; 49, 51, 52, 53. 15. 4தப ரூபா. 16. 4ப/3த. 17. $\frac{240\text{த}+12\text{ப}+\text{ம}}{252}$ கினி. 18. $\frac{\text{ப}}{20}$ பவுண்; 12ப பென்சு. 19. தப மைல்; $\frac{\text{ம}}{\text{த}}$ மணி. 20. ப இரு.; கப இரு. 21. (பம−பத) ரூபா. 22. 100த+10ப+ம ; 460. 23. த=0, ப=7, ம=1. 24. 4ப இலிருந்து 9ஐக் கழிக்க வருவது; 3. 25. $\frac{11}{5}$. 26. 4ப−3; 13. 27. (ப+16) மைல்; 20 மைல். 28. 3ப−5; 13.

பயிற்சி 1 (ஆ). பக்கம் 15.

1. ப^2 ரூபா. 2. க^2 சது. அடி; 121 சது. அடி. 3. ம^3 கனவங்குலம். 4. $(\text{க}+1)^2-\text{க}^2=2\text{க}+1$. 5. $(\text{க}+1)^2-(\text{க}-1)^2=4\text{க}$. 6. $3\text{அ}^2=3\times\text{அ}\times\text{அ}$, $2\text{அ}^3=2\times\text{அ}\times\text{அ}\times\text{அ}$; 48, 128. 7. $\text{ப}^2-2\text{ப}$; 80. 8. 3, 1, 5, 5ந, 5க; 9.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

9. 4, 4ய, 4நய, 4கந. 10. 2ப = 2 × ப, ப^2 = ப × ப; 0.
11. ப^2 − ம^2 சது. அடி. 12. த^3 − ப^3 கனவங்குலம்.
13. உண்மையாகும்.

பயிற்சி 2 (அ). பக்கம் 20.

1 9. 2. 3. 3. 14. 4. 14. 5. 0. 6. 7. 7. ப. 8. 2ப. 9. 3ப. 10. 2த − 2ப. 11. 2அ + 3இ. 12. அ + 3இ. 13. அ + இ − உ. 14. அ − இ − உ. 15. அ − இ + உ. 16. அ − இ . உ. 17. 2அ − 3இ + 5உ. 18. அ − 3இ − 2உ. 19. 2 − ப. 20. 2த. 21. த − 3ப. 22. 0. 23. த + 2ப. 24. 2த. 25. 2ப. 26. 3த + 3ம. 27. 0. 28. க + 1. 29 க − ம. 30. 1 + க. 31. ப^2. 32. க^2 + 2ப^2. 33. க^2 + ப^2. 34. 0. 35. க^2 + 1. 36. 1 + 2க^2.

பயிற்சி 2 (ஆ). பக்கம் 24.

1. 7524. 2. 420. 3. 15த − 3ப. 4. 9ப − 9ம. 5. 2தப − 3மத. 6. 3அஇ − 2அ. 7. 4அஇ + 8உஅ. 8. தபம − 2வதப. 9. 3அ − 4இ. 10. 3அ − இ. 11. $\frac{6}{7}$த + $\frac{2}{7}$ப. 12. ப − 2ம. 13. 1 − 2ப. 14. 3ப − த 15. த^2 + 6தப. 16. 3ப^2 − 9தப. 17. ம^2 + 5ம. 18. 3க + 18 19. 13க + 19. 20. 2ந. 21. 3ந. 22. 2தப − பம − மத. 23. 2க − 2. 24. த − 8ப + 9ம. 25. த^2 + ப^2 + ம^2 − தப − பம − மத. 26. த^2 − ப^2. 27. $\frac{\text{க}^2 + 7}{12}$. 28. $\frac{8\text{க}^2 + 14}{45}$. 29. $\frac{2\text{க}^2 + \text{ந}^2}{3}$. 30. $\frac{3\text{ம}^2}{2\text{ப}^2}$. 31. $\frac{1}{2}$ப^2. 32. $\frac{2}{3}$ந^2.

பயிற்சி 2 (இ). பக்கம் 25.

1. ப. 2. 1. 3. 4ம. 4. 9அ^2 − 9அஇ; 24. 5. 9அ^2 + 12அஇ; 36. 6. 0. 7. க. 8. க^2 − ய^2. 9. 2க^2 + 6ந^2. 10. 0. 11. 2ந. 12. 1. 13. 1 − க. 14. 13 − 8அ. 15. 14ப − 9. 16. 2த^2.

பயிற்சி 2. (ஈ) பக்கம் 28.

1. 3(ப + 3ம). 2. 4(க − 3ப). 3. 2(அ − 2இ). 4. க(அ − க). 5. ந(அ − இ). 6. அஇ(இ − அ). 7. அஇ(அ + 3இ). 8. அஇ(3அஇ − 1). 9. 4(க^2 − 2ந^2). 10. க(அ − இ − உ). 11. க(த − ப + ம). 12. 2க(க^2 − 2க + 1). 13. அக − க^2(இ + உ) 14. க(அ − இ) + உக^2; உக − க(இ − அ). 15. ப − இப^2 + (அ − உ)ப^3; ப − இப^2 − (உ − அ)ப^3. 16. ப^3 + (1 − அ + இ)ப; ப^3 − (அ − இ − 1)ப. 17. 3 + ப + (அ − இ + உ)ப^2; 3 + ப − (இ − உ − அ)ப^2. 18. 2 + ப − ப^2 + (அ − 3)ப^4; 2 + ப − ப^2 − (3 − அ)ப^4.

பயிற்சி 3 (அ). பக்கம் 32.

1. நட்டம் ந = ப(க − வ). 2. மணி ம = $\frac{\text{த}}{\text{வ}}$. 3. (9 − 2)3 ரூபா; (க − 2)3 ரூபா. 4. ப = $\frac{\text{மத}}{3}$. 5. வ = ப + 1. 6. ம = 2(ந + அ) + 1; 1201. 7. ப = 54க^2. 8. ப = த^2 − ம^2. 9. ம = $\frac{\text{த}}{\text{ப}}$. 10. க = $\frac{\text{நஅஉ}}{1728}$. 11. மற்றைக் கோணம் ம = 180 − 3ப. 12. மற்றைப் பக்கம் ம = அ − இ − உ. 13. (க + 5ந) ரூபா. 14. மத + ப ஆண்டு. 15. $\frac{3\text{ப}}{\text{த}}$.

பயிற்சி 3 (ஆ). பக்கம் 36.

1. 20 சது. அங். 2. 12 அங். 3. 14 அங். 4. 56·57 அங்; 254·57 சது. அங். 5. 3·14 சது. அடி 6. 1437·67 கன அங். 7. 226·3 சது. அங்; 75·43 சது. அங். 8. 120000 க. அடி. 9. 40 கி. மீ. 10. மணிக்கு 60 மைல் வீதம். 11. 1275. 12. 2870. 13. அ + 23வ. 14. 750. 15. 255. 16. 128. 17. 384 க. அடி. 18. 720 சது. அடி. 19. 199. 20. 5, 5·7, 6·4, 7·1, 7·8.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பரீட்சைப் பத்திரங்கள் 1. பக்கம் 38.

அ. 1. $8-க$; $ந^2-க$. 2. $10க$; $15க^2$; $\frac{3தபம}{2}$
3. $க+க=2க$. 4. $5க-1$; 9. 5. மணிக்கு 60ம செக்கன் வீதம்.

ஆ. 1. $க-5$; $க-ந^2$. 2. $2-5க+3க^2+4க^4$; $4க^4+3க^2-5க+2$. 3. 22. 4. $3த^2-6ப^2$. 5. $ப=7த$.

இ. 1. கந; 12. 2. 2; 3ப. 3. 1. 4. $7ப+12$.
5. $2ம=3தப$.

ஈ. 1. $\frac{த}{ப}$. 2. $க^4+3க^3-2க^2-க+1$. 3. $\frac{6க^2-5}{12}$; $1\frac{7}{12}$. 4. $ப^2+12ப$; $6\frac{1}{4}$. 5. $(க-பம)$ ஆண்டு.

உ. 1. $\frac{3க}{ந}$ 2. $4க^4-2க^3ந+3க^2ந^2-கந^3+ந^4$. 3. 2; $3\frac{3}{4}$; $\frac{3}{5}$. 4. $63-27ப$; 9. 5. $ப-2$.

ஊ. 1. 2 2. $ப^3=ப\times ப\times ப$; $3ப=3\times ப$; 18. 3. 0.
4. $\frac{2க^2+1}{3}$. 5. 154. சது. அங்.

எ. 1. $\frac{ந^2}{9}$ சது. யார. 2. $த=0$, $ப=8$, $ம=6$. 3. $\frac{1}{8}$.
4. $அக-(இ-உ)க^2$. 5. $ம=இ(த-வ)$.

ஏ. 1. $\frac{221}{3}$. 2. $2\times 100+0\times 10+9$. 3. $\frac{1}{36}$.
4. $2ப-க$. 5. 5050.

ஐ. 1. $\frac{9க^2}{2}$. 2. 1. 3. $\frac{7}{10க}$. 4. $3ப-6ம$.
5. $ந(ப-ம)$ ரூபா.

பயிற்சி 4 (அ). பக்கம் 45.

1. அவனது வயது க ஆண்டெனக் கொள்வோம்; ஒரு தேங்காயின் விலை ப ரூபா; ஓரறையினது நீளம் க அடி; $3க+ந=12$; $க\times ந=கந$; ஒரு புகைவண்டியின் வேகம் மணிக்கு க மைல்; ந' நீளமும் அ' அகலமும் உ' உயரமும் உடைய ஓரறையின் கொள்ளளவு நஅஉ கனவடி; ஒரு வட்டத்தின் ஆரை அ அலகாயின் அதன் பரப்பளவு $\pi அ^2$ சது. அலகு; த என்பது ஒற்றையெண்ணுயின், $த+2$ என்பதும் ஒற்றையெண்ணுகும்; த என்பது இயற்கையெண்களுள் எதனைக் குறித்தாலும் $2த+1$ என்பது ஒற்றையெண்ணையே குறிக்கும்.

2. $\frac{1}{2}க-\frac{1}{3}(240-க)=40$. 3. $க+2க+6க=810$. 4. $க-\frac{க}{6}=125$. 5. $க-6(\frac{1}{2}க-16)=6$. 6. $க-6=3(48-க-6)$. 7. $க+க+1+க+2+க+3=274$. 8. $\frac{1}{4}க-\frac{1}{5}(750-க)=30$. 9. $50-ப=6$. 10. $தப=மவ$. 11. பத்தினிடத்து இலக்கம் க எனின், $க+ப=\frac{1}{7}(10க+4)$.

பயிற்சி 4 (ஆ). பக்கம் 47.

1. $க=3$. 2. $க=5$. 3. $க=0$. 4. $க=20$.
5. $க=12$. 6. $க=3$. 7. $க=\frac{1}{6}$. 8. $க=15$.
9. $க=5$. 10. $க=0$. 11. $க=12$. 12. $க=\frac{2}{5}$.
13. $க=16$. 14. $க=12$. 15. $க=\frac{5}{6}$. 16. $க=1\frac{1}{2}$.
17. $க=\frac{1}{4}$. 18 $க=4$. 19. $க=4$. 20. $க=4\frac{1}{6}$.

பயிற்சி 4 (இ). பக்கம் 49.

1. $க=2$. 2. $ந=4$. 3. $க=10$. 4. $க=4$. 5. $க=5$.
6. $ந=6$. 7. $ந=2$. 8. $க=\frac{1}{4}$. 9. $க=1\frac{7}{8}$. 10. $க=4$.
11. $க=1\frac{1}{3}$. 12. $க=5$. 13. $ந=1$. 14. $ந=9$.
15. $ந=1\frac{11}{25}$. 16. க $3\frac{3}{4}$. 17. $க=9$. 18. $க=1\frac{1}{6}$.
19. $க=2\frac{1}{2}$. 20. $க=4$. 21. $க=27$.

பயிற்சி 4 (ஈ). பக்கம் 52.

1. 21, 22. 2. 84. 3. மணிக்கு $2\frac{1}{3}$ மைல்; மணிக்கு $4\frac{2}{3}$ மைல். 4. 1200 ரூபா. 5. 15 ரூபா,

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

25 ரூபா, 45 ரூபா. 6. 40 ஆண்டு. 7. 20 ஆண்டு, 8 ஆண்டு. 8. 54, 30. 9. 7. 10. 36, 37, 38.. 11. 12. 12. 10. 13. 20. 14. 50 ரூபா, 75 ரூபா, 125 ரூபா. 15. 240. 16. 4 மணி, 6 மணி.

பரீட்சைப் பத்திரங்கள் 2. பக்கம் 70.

அ. 1. $\frac{\text{அ}}{\text{இ}} \times \frac{\text{இ}}{\text{அ}} = 1$. 2. $8 - 2\text{க}$. 3. $\text{ப} = 6\text{அஇ}$; 252000 சது. அடி. 4. $\text{க} = 3$.

ஆ. 1. $3\text{க} = 3 \times \text{க}$, $\text{க}^3 = \text{க} \times \text{க} \times \text{க}$; 2. 2. $\frac{\text{ப}^2 + 5}{6}$. 3. $(\frac{1}{2}\text{அ} - \text{இ})$ அங். 4. $\text{க} = 18$.

இ. 1. 2, 3, 1. 2. $\text{ப} + \text{ம}$. 3. 104.76 சது. அலகு. 4. $\text{க} = 6$.

ஈ. 1. $(2\text{த}^2 - \text{மவ})$ சது. அடி. 2. $9\text{ப} - 6$; 12. 3. 154 சது. அங். 4. $\text{க} - \frac{2}{3}\text{க} = 5$.

உ. 1. $\text{க} - 3$, $\text{க} - 2$, $\text{க} - 1$. 2. $4\text{க} + 3$; 15. 3 $\frac{3600\text{ந}}{\text{க}}$. 4. $\text{க} = 12$.

ஊ. 1. $(6\text{ப}^2 + 5\text{ம})$ ரூபா. 2. $8\text{க} + 2$; 18. 3. $5\text{ந} - 5 = 20$. 4. $\text{க} = 21$.

எ. 1. 3, 2ந; 17. 2. $\frac{7}{12}$. 3. 15 சது. அங். 4. 48.

ஏ. 1. இக இருத்தல். 2. $1 - (\text{அ} - \text{உ})\text{க} + \text{இக}^2$. 3. $\text{க} = 8$. 4. 20, 21, 22, 23.

ஐ. 1. $(\text{ப}^2 - \text{பம})$ ரூபா. 2. 16ப; 16. 3. 20100. 4. 600.

பயிற்சி 6 (அ). பக்கம் 81.

10. +14. 11. 0. 12. −8. 13. −6. 14. −14. 15. −2. 16. −2. 17. +6. 18. −3. 19. +3. 20. −3. 21. 0. 22. −5மைல். 23. −15 மைல். 24. 100 ரூபா; −100 ரூபா. 25. 5°ச; −12°ச.

பயிற்சி 6 (ஆ). பக்கம் 84.

1. 4. 2. 12. 3. 2. 4. 0. 5. 8. 6. 11. 7. −3. 8. −8. 9. −6. 10. 13. 11. 2. 12. 9. 13. 5. 14. −6. 15. 0. 16. −6. 17. 4. 18. −1. 19. 0. 20. −1. 21. −1. 22. 0. 23. 2. 24. 0. 25. 35°ச. 26. −8. 27. −6; 3. 28. 4500 ரூபா.

பயிற்சி 6 (இ). பக்கம் 87.

1. −60. 2. −96. 3. −56. 4. −99. 5. −48. 6. −72. 7. 64. 8. 6. 9. 48. 10. 72. 11. 54. 12. −80. 13. −3. 14. −3. 15. 3. 16. −5. 17. 2. 18. 7. 19. −6. 20. 5. 21. 6. 22. $-\frac{3}{8}$. 23. $\frac{3}{5}$. 24. $\frac{2}{5}$. 25. $-\frac{1}{5}$. 26. $-\frac{9}{16}$. 27. 1. 28. $-\frac{5}{8}$. 29. 32°ச; −8°ச. 30. 650 ரூபா; 150 ரூபா. 31. மணிக்கு 10 மைல்; மணிக்கு 60 மைல்.

பயிற்சி 7 (அ). பக்கம் 92.

1. 14க. 2. 13ந. 3. −12அ. 4. −16இ. 5. க^2. 6. -6த^3. 7. 0. 8. 0. 9. 0. 10. $3\text{தப} - 5\text{பம} - 6\text{மத}$. 11. 0. 12. ப. 13. -6ம^2. 14. -5ய^3. 15. 0. 16. $2 - \text{அக}$. 17. 1. 18. $3\text{ம} - 2$. 19. $\text{க} - 7\text{ப} + 6$. 20. $2\text{ப} + \text{ம} - 2$. 21. 2க. 22. 0. 23. -3ந^2. 24. $-\text{ந}^4$. 25. $\text{தப} - 3\text{பம} - 3$. 26. $\text{பம} - 2\text{மவ}$. 27. $\frac{1}{4}\text{ப} - \text{ம} + 3$. 28. $\text{ம} - \frac{1}{2}\text{ப}$. 29. $\frac{1}{6}\text{ப} + \frac{1}{4}\text{த} - \frac{1}{4}$. 30. $\frac{5}{4}\text{த} - \frac{3}{4}\text{ப} - \frac{3}{4}$. 31. 7ப மணி. 32. $(2\text{க} + \frac{3}{2}\text{ந} + \frac{1}{2}\text{ய})$ ரூபா. 33. 10க அங். 34. $(3\text{ப} + \text{ம} + \frac{\text{வ}}{12})$ அடி. 35. $\frac{720\text{ப} + 25\text{க}}{12}$ சிலின். 36. 49ப அங்.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 7 (ஆ). பக்கம் 95.

1. $5ப$. 2. $11ப$. 3. $-10க$. 1. $-5க$.
5. $2க^2$. 6. $3க^3$. 7. $14பம$. 8. $3ப+1$.
9. $2ப+3ம$. 10. $2கந$. 11. $இஉ$. 12. $2அ^2இ+3அஇ^2$.
13. $4க^2$. 14. $2ப$. 15. $4பம$. 16. $1+3க$. 17. $4ப+1$.
18. $4க^2$. 19. $மவ-பம$. 20. $அஇ$. 21. $2அக$.
22. $-4இந$. 23. $2அ^2இ+5அஇ^2$. 24. $11க^3$. 25. $2க$.
26. $ப$. 27. $-2வ$. 28. $-5ப$. 29. $-9கந$.
30. $-11ப^2$. 31. $-12ப$ அங். 32. $ப-ம$.
33. $(ப-ம)$ ரூபா. 34. $913ப$ பென்சு. 35. $2ப^{\circ}ச$.

பயிற்சி 7 (இ). பக்கம் 99.

1. $6பம$. 2. $18பம$. 3. $-30அ^2$. 4. $6அ^2$.
5. $-20க^3$. 6. $12க^3ந^3$. 7. $-\frac{1}{6}க^2ந^2$. 8. $-9அஇக^2$.
9. $-\frac{1}{20}க^4$. 10. $அஇஉக^3$. 11. $க^2ந^2ய^2$. 12. $90க^{10}$.
13. $4க^3$. 14. $-அ^2இ^2உ^2க^3$. 15. $-2ப^2வ^2ம^2$.
16. $\frac{1}{24}க^3ந^3$. 17. $\frac{1}{24}அ^2இ^2உ^2$. 18. $-\frac{1}{24}க^4ந^5$.
19. $\frac{2}{25}க^6$; $\frac{-16}{25}$. 20. $-க^4ந^3$; 16.

பயிற்சி 7 (ஈ). பக்கம் 103.

1. $3க$. 2. $கந^2$. 3. $-ப$. 4. $பம^4$. 5. $\frac{4ம^2}{வ^2}$.
6. $-27க^3$. 7. $\frac{1}{க^2ப^3}$. 8. $\frac{12க}{ந}$. 9. $-12பம$. 10. $-\frac{2}{ந}$.
11. $-\frac{1}{2க}$. 12. $\frac{7}{16க}$. 13. $\frac{2}{கந^2}$. 14. $\frac{25அ}{9இ}$. 15. $\frac{2க}{3ய}$.
16. $4அ^3க^2$. 17. $-\frac{5அ}{க}$. 18. $5க^2ய^2$. 19. $-8கந^3ய^3$.
20. -9. 21. $-\frac{4}{க^3}$. 22. $-\frac{9ப^2}{16வ^2}$. 23. $\frac{2பம}{வ}$. 24. $-\frac{9க}{8ந}$.
25. $2\frac{2}{5}$. 26. -36. 27. $-3\frac{5}{9}$. 28. 1. 29. $\frac{க^5}{3ப^3ந^2}$.
30. 1.

பயிற்சி 8 (அ). பக்கம் 106.

1. $அ+இ-உ$. 2. $க$. 3. $2க^2$. 4. 0. 5. $யக$.
6. $-(அ^2+இ^2+உ^2)$. 7. $8அ^3$. 8. $2க^2$. 9. $-5க$.
10. $6க^3-க$. 11. $2க^2ந$. 12. $அக-இந+உய$. 13. 0.
14. $2க^3$. 15. $இ+\frac{1}{2}உ$. 16. $-\frac{7}{10}இ+\frac{1}{2}உ$. 17. $\frac{1}{6}வப-\frac{1}{6}மவ$.
18. $\frac{1}{30}(11பம+19மவ+வப)$. 19. $ம^2+2$. 20. $5அ^3$.
21. 5. 22. $\frac{1}{8}(7அ-3இ-5உ)$. 23. $-\frac{1}{30}(19க^2+11ந^2+ய^2)$.
24. $10(க^2-ந^2)$. 25. $3க^2+4$. 26. $6(க^2-ந^2)$; 0.

பயிற்சி 8 (ஆ). பக்கம் 108.

1. $ப+ம-2வ$. 2. $ப+6ம+3வ$. 3. $ப^2+2ம^2-11வ^2$.
4. $ப^3-5ம^3+6வ^3$. 5. $பம-5மவ+2வப$. 6. $பம+4மவ$.
7. $க^2-12க+3$. 8. $5ந^3-2ந^2-4ந-2$. 9. $4ப^3-2ப^2-2ப$.
10. $\frac{1}{2}வ^3-\frac{5}{6}வ^2-\frac{1}{4}வ$. 11. $-க^2-7அக+2அ^2$.
12. $-க^3-அக^2+அ^2க-3அ^3$. 13. $-2க^3-2க^2ந-2கந^2+ந^3$.
14. $-\frac{1}{4}க^2-\frac{2}{3}கந+\frac{1}{2}ந^2$. 15. $\frac{1}{6}-ந-\frac{1}{2}ந^2$. 16. $-3ப-5ம+4வ$. 17. $ப-10வ$. 18. $\frac{1}{4}அ-\frac{5}{6}இ+\frac{7}{12}உ$. 19. $\frac{1}{6}அ^2-\frac{3}{4}இ^2+\frac{7}{12}உ^2$. 20. $\frac{1}{12}(13ப^3-7ம^3-5வ^3)$. 21. $க^2-5க$; 14. 22. $ந^2+ந+3$; 3. 23. $4அஇ-2இ^2$; -11. 24. $அ^2-இ^2-உ^2+2இஉ$; 0.

பயிற்சி 8 (இ). பக்கம் 114.

1. $-15ப+20ம-15வ$. 2. $-9பக+6மக-12வக$.
3. $4ப^3-6பம^2-8வ^2ப$. 4. $-6அபமக+9அமவக-15அவபக$. 5. $6ப^2-5பம-6ம^2$. 6. $6க^2-13பக+6ப^2$.
7. $6க^2+க-1$. 8. $10ப^2+21ப-10$. 9. $6ப^2-13ப+6$.
10. $10ப^2-ப-3$. 11. $\frac{1}{4}வ^2-1$. 12. $\frac{1}{8}ம^2-\frac{7}{24}ம+\frac{1}{6}$.
13. $\frac{1}{12}ம^2+\frac{1}{12}ம-1$. 14. $6க^3-11க^2+6க-1$. 15. $6க^3+5க^2-8க-3$. 16. $2-13க+27க^2-18க^3$. 17. $6க^3+5க^2ந-8கந^2-3ந^3$. 18. $6க^3-5க^2ந+4கந^2-ந^3$. 19. $2க^3-9க^2ந+2கந^2+ந^3$. 20. $க^2+க-2$. 21. $க^2-9$.
22. $க^2-9க+20$. 23. $4க^2+4க-3$. 24. $6க^2+க-1$.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

25. $5க^2+19க-4$. **26.** $12ந^2-7ந+1$. **27.** $1-2ந-15ந^2$ **28.** $1+ந-6ந^2$. **29.** $12-ந-6ந^2$. **30.** $30ந^2+7ந-2$. **31.** $க^2ந^2-4$. **32.** $2க^2ந^2-கந-3$. **33.** $6க^2ந^2-7கந+2$. **34.** $10ய^2+33ய-7$. **35.** $6ய^2-13ய+5$. **36.** $10ய^2-7ய+1$. **37.** $1-25ய^2$. **38.** $க^4-1$. **39.** $க^4-5க^2+6$. **40.** $க^4-25$. **41.** $க^4+க^2-2$. **42.** $12க^4-17க^2+6$. **43.** $15க^4-2க^2-1$. **44.** $க^2-4க+4$. **45.** $க^2+6க+9$. **46.** $1-2க+க^2$. **47.** $4க^2+12க+9$. **48.** $9க^2-6க+1$. **49** $9க^2+12க+4$. **50.** $4க^2-20க+25$. **51.** $9க^2+6க+1$. **52.** $4க^2-20க+25$. **53.** $அ^2க^2+2அஇகந+க^2ந^2$. **54.** $அ^2க^2+2அகந+ந^2$. **55.** $அ^2க^2-2அஇகந+இ^2ந^2$ **56.** $6ப^3-13ப^2-3ப+6;\ -10$. **57.** $10க^5-15க^4-9க^3+22க^2-22க-8$. **58.** $5க^5+13க^4-16க^3+10க^2+18க-12;\ -12$. **59.** $16க^4+4க^2ந^2+ந^4;\ 21$. **60.** $3க^2+4ந^2-3ய^2-8கந-4நய+2யக$. **61.** $96க^5+32க^4-144க^3-14க^2-40க+5$. **62.** $க^3-ந^3-ய^3-3கநய$. **63.** $12க^5-18க^4-11க^2+1$. **64.** $க^5-க^4ந-ந^5$.

பயிற்சி 8 (ஈ). பக்கம் 118.

1. $2க-1$. **2.** $க^2-8க$. **3.** $-3க^2+2கந+6ந^2$. **4.** $-3க^3+2ந^3$. **5.** $18ந^2+3ந-6க$. **6.** $2ந^2+4ந-1$. **7.** $3பம^2-5த^2ப-4தம$. **8.** $3க-2ந+4ந^2$. **9.** $2அ-1$. **10.** $3அ-1$. **11.** $2க+1$. **12.** $2க^2-க-1$. **13.** $4ப^2-2ப-3$. **14.** $ப^2+2ப-4$. **15.** $க^2-கந+ந^2$. **16.** $4க^2+2கந+ந^2$. **17.** $2க^2+க-4$. **18.** $2க^2+3கந-2ந^2$. **19.** $8க^3+4க^2+2க+1$. **20.** $4அ^2+இ^2+1-2அஇ+இ+2அ$. **21.** $1-அ+அ^3$. **22.** $க^2+ந^2+ய^2+கந-நய+யக$. **23.** $க^2-அக+இ^2$. **24.** $அ^2+இ^2+9+அஇ+3இ-3அ$. **25.** $2க^2-3க-1$. **26.** $3க^3-2கப^2-ப^3;\ -3$. **27.** $க^6+க^3ந^3+ந^6;\ 1$. **28.** $2+3க-க^2;\ -2$.

பரீட்சைப் பத்திரங்கள் 3. பக்கம் 120.

அ. **2.** $ப+ம-4வ$. **3.** $1-4க+8க^2-12க^3+16க^4-14க^5+5க^6$. **4.** $-10க^2$. **5.** $6அ^2+5அஇ-6இ^2$ ச. யார்.

ஆ. **1.** $5ப+2ம-2வ$. **2.** $க^2+3க-1$. **3.** $12க^2-7க-12$. **4.** $\frac{1}{3}தப^2ம$. **5.** $\frac{3க}{10}(100+க)$ ரூபா.

இ. **1.** $\frac{1}{6}(ப^2+ம^2+வ^2)$. **2.** $வ-2ப+4ம$. **3.** $4க^2-12கந+9ந^2$. **4.** $-4இஉ^2$. **5.** $(9ந^2-4க^2)$ சது. அடி.

ஈ. **1.** $க^2+2க-1$. **2.** $க^2+2கந+4ந^2$. **3.** $5க^2-24கந-5ந^2;\ -63$. **4.** $க^2+3ந^2$. **5.** $3இ$.

உ. **1.** 1. **2.** $6க^3-13க^2ந+9கந^2-6ந^3$. **3.** $4க^2-2கந-4ந^2;\ 16$. **4.** $க^4+4க^2ந^2+8ந^4$. **5.** $(க+30)^\circ$ச; $(க-20)^\circ$ச.

ஊ. **1.** $\frac{11}{30}$. **2.** $9ப^2+12பம+4ம^2$. **3.** $\frac{வ(2ம+வ)}{8பம}$. **4.** $தப+ம^2-மத-பம$. **5.** $30க$ ரூபா.

எ. **1.** -2. **2.** $-(2க^2-5க+4);\ -14$. **3.** $க^3-ந^3-ய^3-3கநய$. **4.** $க^2-5கந-ந^2;\ 1$. **5.** $6க^3$ கனவடி.

ஏ. **1.** $6க+5ந-11ய$. **2.** $3க^3-க^2$. **3.** $2-க-4க^2+7க^3+2க^4-8க^5+5க^6+5க^7-2க^8$. **4.** $4க^2+ந^2+ய^2+2கந நய+2யக$. **5.** $2(ந+அ)உ$ சது. அடி.

ஐ. **1.** $\frac{ய-ந}{ந+1}$. **2.** $(72க-13)$ அங்.; 3 யார், 1′, 11″. **3.** $6-6க+7க^2-4க^3+4க^4-3க^5$. **4.** $1+க+க^2-க^3-க^4$. **5.** $-2ந$ மைல்.

பயிற்சி (9) அ. பக்கம் 126.

1. $-1\frac{1}{2}$. **2.** $\frac{2}{3}$. **3.** 1. **4.** $-\frac{1}{6}$. **5.** $\frac{1}{2}$. **6.** $\frac{1}{2}$. **7.** -2. **8.** $1\frac{1}{5}$. **9.** $\frac{2}{3}$. **10.** 8. **11.** $\frac{3}{4}$. **12.** -10. **13.** -2. **14.** 0. **15.** -1. **16.** 3. **17.** -1. **18.** 2. **19.** $3இ-அ$. **20.** $-\frac{1}{2}$. **21.** $அ+இ$. **22.** $\frac{அ^2+இ^2}{அ-இ}$. **23.** 1. **24.** $-\frac{அஇ}{அ+இ}$. **25.** 1. **26.** 0. **27.** 0. **28.** -2. **29.** -4. **30.** -2. **31.** $-\frac{1}{13}$. **32.** -6. **33.** -3. **34.** $-3\frac{5}{6}$. **35.** -7. **36.** $\frac{5}{6}$. **37.** $-\frac{11}{23}$. **38.** $1\frac{3}{10}$. **39.** 1. **40.** -6. **41.** -11. **42.** $5\frac{1}{2}$.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 9 (ஆ). பக்கம் 128.

1. -3. 2. 1. 3. 0. 4. 0. 5. $-\frac{1}{2}$. 6. -4. 7. -1. 8. $\frac{3}{14}$. 9. $\frac{1}{23}$. 10. $-1\frac{1}{2}$. 11. $-\frac{2}{3}$. 12. $3\frac{3}{4}$. 13. 7. 14. $-2\frac{1}{3}$. 15. $-\frac{1}{2}$. 16. $-\frac{1}{4}$. 17. $\frac{7}{16}$. 18. 3. 19. $-1\frac{1}{2}$. 20. $1\frac{1}{2}$. 21. 0. 22. $1\frac{1}{2}$. 23. 1. 24. 1. 25. $3\frac{1}{2}$. 26. $-\frac{3}{8}$. 27. $1\frac{1}{2}$. 28. $1\frac{1}{2}$. 29. $-\frac{2}{3}$.

பயிற்சி 10 (அ). பக்கம் 131.

1. 16 ரூபா, 14 ரூபா, 19 ரூபா. 2. 24 ரூபா, 18 ரூபா, 48 ரூபா. 3. 24 ரூபா. 4. 90. 5. 33. 6. 60, 45. 7. 90. 8. 96. 9. 12, 14, 16, 18. 10. 16, 18. 11. 35 ஆண்டு, 10 ஆண்டு. 12. 45 ஆண்டு. 13. 40 ஆண்டு, 20 ஆண்டு. 14. 24 ஆண்டு, 16 ஆண்டு. 15. 24 ஆண்டு, 12 ஆண்டு. 16. 30 ஆண்டு, 10 ஆண்டு. 17. 66 ஆண்டு, 60 ஆண்டு. 18. 39′, 28′. 19. 24′. 20. 1320. 21. 160, 120. 22. 150, 80. 23. மணிக்கு 4 மைல், மணிக்கு 2 மைல். 24. $5\frac{1}{7}''$, $6\frac{6}{7}''$.

பயிற்சி 10 (ஆ). பக்கம் 136.

1. 4 மணி நேரம். 2. பி.ப. 3·30. 3. 350 மைல். 4. $5\frac{5}{9}$ மைல். 5. 93. 6. 63. 7. 264. 8. 1800 சது. அடி. 9. 13920 சது. அடி. 10. 140 சது. அடி. 11. 4 அடி. 12. 42 யார். 13. 80. 14. 14. 15. 6. 16. 8.

பயிற்சி 11 (அ). பக்கம் 140.

1. க^8. 2. 4க^4. 3. 9க^6. 4. 16க^{10}. 5. $4\text{க}^6\text{ந}^4$. 6. $9\text{க}^4\text{ந}^6$. 7. $25\text{க}^2\text{ந}^6$. 8. $16\text{க}^6\text{ந}^2$. 9. $\frac{1}{4}\text{க}^6\text{ந}^4\text{ய}^2$. 10 $\frac{1}{9}\text{க}^4\text{ந}^2\text{ய}^4$. 11. $\frac{1}{16}\text{க}^2\text{ந}^4\text{ய}^6$. 12. $\frac{4}{9}\text{க}^4\text{ந}^4\text{ய}^4$. 13. -8க^9. 14. 64க^6. 15. -125க^3. 16. 8க^6. 17. $-\frac{1}{27\text{க}^3}$.

18. $-\frac{\text{க}^3}{8\text{ந}^3}$. 19. $\frac{\text{க}^3\text{ந}^3}{27}$. 20. $-\frac{27\text{க}^3}{125\text{ந}^6}$. 21. $\frac{1}{8\text{க}^6\text{ந}^9}$. 22. $-\frac{1}{27\text{க}^3\text{ந}^6}$. 23. $\frac{8}{125\text{க}^3\text{ந}^6}$. 24. $-\frac{27}{8\text{க}^3\text{ந}^3}$. 25. $\text{அ}^6\text{இ}^3$. 26. $\text{அ}^4\text{இ}^8$. 27. $32\text{அ}^{10}\text{இ}^{10}$. 28. $-8\text{அ}^3\text{இ}^9$. 29. $-\frac{\text{அ}3}{8\text{இ}^3\text{க}^6}$. 30. $\frac{\text{அ}^4\text{இ}^4}{\text{க}^8\text{ந}^{12}}$. 31. $-\frac{\text{அ}^3}{\text{இ}^3\text{க}^9}$. 32 $\frac{\text{அ}^4\text{க}^4}{\text{இ}^4\text{ந}^8}$. 33. $-\frac{8\text{அ}^3}{27\text{ப}^3\text{க}^6}$. 34. $\frac{2^4 . 5^4}{3^4}$. 35. $\frac{1}{2^4 . 3^6}$. 36. $-\frac{3^6}{2^9 . 5^6}$. 37. க^{12}. 38. $-5\text{அ}^6\text{இ}^6\text{உ}^6$. 39. $-2 . \text{க}^{17}$. 4 . 6^{12}. 41. -6^8. 42. $2^4 . 3^7$. 43 $27\text{க}^{12}\text{ந}^{12}$. 44. $-\frac{\text{க}^3}{4}$; 2.

பயிற்சி 11 (ஆ). பக்கம் 145.

1. $\text{க}^2+10\text{க}+25$. 2. $\text{க}^2-8\text{க}+16$. 3. $\text{க}^2+4\text{க}+4$. 4. $\text{க}^2-4\text{கந}+4\text{ந}^2$. 5. $\text{க}^2+10\text{கந}+25\text{ந}^2$. 6. $\text{க}^2-8\text{கந}+16\text{ந}^2$. 7. $4\text{க}^2+4\text{கந}+\text{ந}^2$. 8. $4\text{க}^2-12\text{கந}+9\text{ந}^2$. 9. $4\text{க}^2+20\text{கந}+25\text{ந}^2$. 10. $\text{அ}^2-6\text{அஇ}+9\text{இ}^2$. 11. $4\text{அ}^2-20\text{அஇ}+25\text{இ}^2$. 12. $9\text{அ}^2+6\text{அஇ}+\text{இ}^2$. 13. $16\text{அ}^2+8\text{அ}+1$. 14. $25\text{அ}^2-20\text{அ}+4$. 15. $16\text{அ}^2-24\text{அ}+9$. 16. $4\text{அ}^2\text{இ}^2-4\text{அஇ}+1$. 17. $9\text{அ}^2\text{இ}^2+6\text{அஇ}+1$. 18. $25\text{அ}^2\text{இ}^2-20\text{அஇ}+4$. 19. $1-10\text{அ}+25\text{அ}^2$. 20. $4+20\text{அ}+25\text{அ}^2$. 21. $9-6\text{அ}+\text{அ}^2$. 22. $\text{க}^2+4\text{ந}^2+\text{ய}^2+4\text{கந}+4\text{நய}+2\text{யக}$. 23. $\text{க}^2+4\text{ந}^2+9\text{ய}^2-4\text{கந}+12\text{நய}-6\text{யக}$. 24. $\text{க}^2+\text{ந}^2+4\text{ய}^2+2\text{கந}-4\text{நய}-4\text{யக}$. 25. $4\text{க}^2+9\text{ந}^2+25\text{ய}^2-12\text{கந}-30\text{நய}-20\text{யக}$. 26. $9\text{க}^2+4\text{ந}^2+\text{ய}^2-12\text{கந}-4\text{நய}+6\text{யக}$. 27. $25\text{க}^2+\text{ந}^2+9\text{ய}^2-10\text{கந}-6\text{நய}+30\text{யக}$. 28. $4\text{க}^4+9\text{ந}^4+1-12\text{க}^2\text{ந}^2-6\text{ந}^2+4\text{க}^2$. 29. $9\text{க}^4+4\text{ந}^4+1+12\text{க}^2\text{ந}^2-4\text{ந}^2-6\text{க}^2$. 30. $25\text{க}^4+4\text{ந}^4+1-20\text{க}^2\text{ந}^2+8\text{ந}^2-10\text{க}^2$. 31. $\text{அ}^2+\frac{1}{4}\text{இ}^2+\frac{1}{9}\text{உ}^2-\text{அஇ}+\frac{1}{3}\text{இஉ}-\frac{2}{3}\text{உஅ}$. 32. $\text{அ}^2+\frac{1}{4}\text{இ}^2+\frac{1}{9}\text{உ}^2+\text{அஇ}-\frac{1}{3}\text{இஉ}-\frac{2}{3}\text{உஅ}$. 33. $\text{அ}^2+\frac{1}{4}\text{இ}^2+\frac{1}{9}\text{உ}^2-\text{அஇ}-\frac{1}{3}\text{இஉ}+\frac{2}{3}\text{உஅ}$. 34. $4\text{அ}^4-4\text{அ}^2+1$. 35. $9\text{அ}^4+12\text{அ}^2+4$.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

36. $4அ^4 - 12அ^2 + 9$. 37. $4க^4 + 4க^2ந^2 + ந^4$. 38. $9க^4 - 12க^2ந^2 + 4ந^4$. 39. $25க^4 + 10க^2ந^2 + ந^4$. 40. $க^3 - 3க^2 + 3க - 1$. 41. $க^3 + 6க^2 + 12க + 8$. 42. $க^3 - 9க^2 + 27க - 27$. 43. $8க^3 + 12க^2 + 6க + 1$. 44. $27க^3 - 27க^2 + 9க - 1$. 45. $27க^3 + 27க^2 + 9க - 1$. 46. $8க^3 - 36க^2ந + 54கந^2 - 27ந^2$. 47. $8க^3 + 36க^2ந + 54கந^2 + 27ந^3$. 48. $27க^3 - 27க^2ந + 9கந^2 - ந^3$. 49. $அ^3இ^3 - 9அ^2இ^2 + 27அஇ - 27$. 50. $1 - 6அஇ + 12அ^2இ^2 - 8அ^3இ^3$. 51. $1 + 9அஇ + 27அ^2இ^2 + 27அ^3இ^3$. 52. $4அ^2இ^2 - 12அஇ + 9$. 53. $27அ^2இ^3 - 27அ^2இ^2 + 9அஇ - 1$. 54. $4அ^2இ^2 + 4அஇ + 1$. 55. $அ^3இ^3 + 6அ^2இ^2 + 12அஇ + 8$. 56. $க^2 + 4ந^2 + 9 + 4கந - 12ந - 6க$. 57. $அ^3இ^3 - 15அ^2இ^2 + 75அஇ - 125$ 58. $க^4 + ந^4 + ய^4 - 2க^2ந^2 - 2ந^2ய^2 + 2ய^2க^2$. 59. $1 - \frac{3}{க} + \frac{3}{க^2} - \frac{1}{க^3}$. 60. $க^4 + 4ந^4 + 9ய^4 - 4க^2ந^2 + 12ந^2ய^2 - 6ய^2க^2$.

பயிற்சி 11 (இ). பக்கம் 149.

1. $க^2$. 2. $5ந$. 3. $3க^4$. 4. $2ந^2$. 5. $7க^2ந$. 6. $4கந^4$. 7. $6க^3ந^2$. 8. $8க^4ந^5$. 9. $\frac{1}{2க^4}$. 10. $\frac{க^3}{7}$. 11. $\frac{1}{3ந^3}$. 12. $\frac{ந^8}{4}$. 13. $\frac{அ}{இ^2க^3}$. 14. $\frac{2இ^2}{5அ^5க^8}$. 15. $\frac{6அ}{13இ^2க^5}$. 16. $\frac{க^7}{14அஇ^2}$. 17. $3அஇ^2$. 18. $-5இ^2உ^3$. 19. $-2அ^2இ^4$. 20. $4அ^3இ^5$. 21. $-\frac{1}{அக^3}$. 22. $\frac{அ}{2இ^2க^6}$. 23. $\frac{10அ^2}{3இக^4}$. 24. $-\frac{9}{அஇ^2க^3}$. 25. $\frac{அஇ^2}{க^2}$. 26. $-\frac{2அஇ^2}{க}$. 27. $\frac{2அஇ^2}{3க^2}$. 28. $\frac{5}{3அஇ^2க}$. 29. $\frac{4}{5அ^2க}$. 30. $\frac{1}{5அஇ^2}$. 31. $\frac{2}{3க^2}$. 32. $\frac{3இ}{2அ^2க^2}$. 33. $-\frac{3அக^2}{5இ}$.

பயிற்சி 11 (ஈ). பக்கம் 153.

1. $க + 6$. 2. $ந - 8$. 3. $2க + 3$. 4. $3க + 2$. 5. $3க - 4ந$. 6. $4க + 3ந$. 7. $2க - \frac{1}{2க}$. 8. $3க - \frac{1}{3க}$. 9. $க$. 10. $2க - 3$. 11. $க - ந - 2$. 12. $க - 2ந + 3ய$. 13. $4க^2 - 2க - 1$. 14. $2க^2 - 3க + 4$. 15. $3க^2 - க - 1$. 16. $2க^2 - க - 1$. 17. $2க^2 - க - 6$. 18. $6க^2 - க - 2$. 19. $2ந^3 - 1$. 20. $3ந^3 + 2$. 21. $6ந^2 + 1$. 22. $5ந^2 - 2$. 23. $1 - ந - 6ந^2$. 24. $1 + ந - 6ந^2$. 25. $2க^3 - 2க + 1$. 26. $3க^3 - 2க^2 + 1$. 27. $க + 2$. 28. $க - 3$. 29. $3க - ந$. 30. $3க + 2ந$. 31. $1 - 3ந$. 32. $2 + 3ந$. 33. $க + \frac{1}{3}ந$. 34. $3க - \frac{1}{3}ந$. 35. $3க - \frac{1}{3க}$. 36. $க + \frac{1}{3க}$.

பரீட்சைப் பத்திரங்கள் 4. பக்கம் 155.

அ. 1. $-\frac{2}{அஇ^2க^3}$; -1. 2. $4க^2 + 30கந + 25ந^2$; $9க^2 - 6கந + ந^2$. 3. $3க^2 - 8க - 3$. 4. $-1\frac{1}{2}$. 5. -30.

ஆ. 1. $-\frac{2அஇ^2}{5க^2}$; $-\frac{1}{5}$. 2. $25அ^2இ^2 - 10அஇ + 1$; $1 + 12க + 48க^2 + 64க^3$. 3. $5க^2 + 7க - 6$. 4. 30. 5. 60.

இ. 1. $4க - ந$; -6. 2. $4க^2 + ந^2 + 1 - 4கந + 2ந - 4க$. 3. $1 + 2க - 2க^3$. 4. $5 \cdot 4$. 5. 20 அடி.

ஈ. 1. $3க - 5ந$; 16. 2. $1 + 4அ^2 + 9இ^2 - 4அ - 12அஇ + 6இ$. 3. $8க^3 - 1$. 4. $-1\frac{1}{3}$. 5. 18 அடி, 12 அடி.

உ. 1. $\frac{அ}{2இ^2உ^3}$; -1. 2. $\frac{1}{27}க^3 - \frac{1}{3}க^2 + \frac{27}{க^2} - \frac{27}{க^3}$. 3. $4க^2 - 9ந^2$. 4. $1\frac{1}{2}$. 5. 255, 256.

ஊ. 1. $\frac{2அ}{3இ^2க^4}$; $\frac{1}{2}$. 2. $க^2 - 2கந + ந^2 - 2(அ - இ)க + 2(அ - இ)ந + அ^2 - 2அஇ + இ^2$. 3. $3க - 2$. 4. -1. 5. -6.

எ. 1. $-\frac{1}{4அக^3}$; 1. 2. $க^3 - 3(அ - 1)க^2 + 3(அ^2 - 2அ$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

$+1)க - அ^3 - 3அ + 1$. **3.** $4க + 1$. **4.** $-\frac{1}{3}$. **5.** 2 மைல்.

ஏ. **1.** 6. **2.** $9க^4 - 12க^2ந^2 + 4ந^4$. **3.** $1 + \frac{1}{3அஇ}$.

4. -2. **5.** $\frac{9}{10}$ மைல்.

ஐ. **1.** $-\frac{3}{4}$. **2.** $125க^6 + 150க^4 + 60க^2 + 8$. **3.** $2க - 3$.
4. $-\frac{1}{5}$. **5.** 5 மணிநேரம்.

பயிற்சி 12 (அ). பக்கம் 161.

1. $2க(2க - ந)$. **2.** $க^2(க - 1)$. **3.** $2க(1 - 3க)$. **4.** $5அக(1 + அக)$. **5.** $க(க + ந)$. **6.** $16(1 - க)$. **7.** $க^2(3 - க)$. **8.** $க^2(க - ந)$. **9.** $5அ(1 - 5அஇ)$. **10.** $அ(7அ^2 + 1)$. **11.** $2(1 + 2அ^2இ^2)$. **12.** $அ^2(4அ^4 + 1)$. **13.** $அக(1 + அக + அ^2க^2)$. **14.** $2க(1 - 2க - 4க^2)$. **15.** $7க(1 - 2க + க^2)$. **16.** $அ(அ + க - அ^2க^2)$. **17.** $2கந(க^2 + 2கந + 3ந^2)$. **18.** $2கந(3க^2 - 2கந + 2)$. **19.** $(அ - இ)(க - ந)$. **20.** $(அ - இ)(க + ந)$. **21.** $(அ + இ)(அ - க)$. **22.** $(2 - அ)(க - அ)$. **23.** $(அ - இ)(2க - ந)$. **24.** $(2க - 3ந)(3க - அ)$. **25.** $(க + 3ந)(க - அ)$. **26.** $(க - 1)(க^2 + 1)$. **27.** $(க + ந)(ந - 1)$. **28.** $(1 - அ)(க - ந)$. **29.** $(அ + இ)(அ + இ + 1)$. **30.** $(க - ந)(அ - இ - உ)$. **31.** $(க - ந)(கந - 1)$. **32.** $(அ - இ)(அ - 3இ + 1)$. **33.** $(க - 1)(க^3 + 2)$. **34.** $(க + ந)(கந - 1)$. **35.** $(அ - இ)(க - ந)$. **36.** $(க - அ)(க - இ)$. **37.** $(பம + வத)(மத - பவ)$. **38.** $(அ - 1)(க + 1)$. **39.** $(பம + வத)(மத + பவ)$. **40.** $(பம - வத)(மத - பவ)$. **41.** $-(அ - இ)(இ - உ)(உ - அ)$. **42.** $(அ - இ)(இ - உ)(உ - அ)$.

பயிற்சி 12 (ஆ). பக்கம் 168.

1. $(3க + 1)^2$. **2.** $(2க - ந)^2$. **3.** $(க - 2)^2$. **4.** $(1 + \frac{1}{3}க)^2$. **5.** $(1 + \frac{3}{5}க)^2$. **6.** $(1 - \frac{1}{6}கந)^2$. **7.** $(க - அ + 1)^2$.
8. $(அக - இ)^2$. **9.** $(2க - அ + இ)^2$. **10.** $(க - \frac{1}{3ந})^2$.

11. $(\frac{2}{க} + ந)^2$. **12.** $(1 - \frac{1}{8கந})^2$. **13.** $(4க - 3ந)(4க + 3ந)$. **14.** $(9 - 4க)(9 + 4க)$. **15.** $(5 - 2க)(5 + 2க)$. **16.** $(5க - 1)(5க + 1)$. **17.** $(8 - 5க)(8 + 5க)$. **18.** $(2க - 7ந)(2க + 7ந)$. **19.** $(10 - கந)(10 + கந)$. **20.** $(கநய - 11)(கநய + 11)$. **21.** $(அக - இ)(அக + இ)$. **22.** $(3கந - 5அஇ)(3கந + 5அஇ)$. **23.** $(அ + இ - 1)(அ + இ + 1)$. **24.** $(6 - அ + இ)(6 + அ - இ)$. **25.** $(2க - ந - 1)(2க - ந + 1)$. **26.** $(1 - க + 2ந)(1 + க - 2ந)$. **27.** $(அ - 2இ + 3உ - 1)(அ - 2இ + 3உ + 1)$. **28.** $(க - ந)(க + ந)(க^2 + ந^2)$. **29.** $(2அ - 3இ)(2அ + 3இ)(4அ^2 + 9இ^2)$. **30.** $(1 - 2க)(1 + 2க)(1 + 4க^2)(1 + 16க^4)$. **31.** $(3க - ந)(3க + ந)(9க^2 + ந^2)$. **32.** $(க - ந - 4)(3க - ந - 2)$. **33.** $4க(க + 6ந)$. **34.** $12க$. **35.** $5(க - ந)(க + ந)$. **36.** $(அ - 1)(அ + 1)(அ^2 + 1)$. **37.** $(அ - உ)(அ + 2இ - உ)$. **38.** $(க - 2)(க + 1)$. **39.** $(க - ந)(க + ந - 1)$. **40.** $(அ - இ)(அ + இ - 1)$. **41** $(அ - இ)(அ + இ + 1)$. **42.** $(க - ந)^2(க + ந)^2$. **43.** $(க + ந - 1)(க + ந + 1)$. **44.** $(5 - 2க + ந)(5 + 2க - ந)$. **45.** $(க - ந - 3)(க - ந + 3)$. **46.** $(2க - 3ந - 5)(2க - 3ந + 5)$. **47.** $(க^2 - க + 1)(க^2 + க - 1)$. **48.** $(க + ந + 2கந)(க + ந - 2கந)$. **49.** $(க - ந - ய - 1)(க + ந - ய - 1)$. **50.** $(க - ந - 6)(க - ந + 6)$. **51.** $(க - ந + ய)(க + ந - ய)$. **52.** $(1 + க - ந + ய)(1 + க + ந - ய)$. **53.** $(க^2 - அ^2 - இ^2)(க^2 - அ^2 + இ^2)$. **54.** $(க^2 - 3ந + அ)(க^2 - 3ந - அ)$. **55.** $(அ^2 - அ - 9)(அ^2 - அ + 9)$. **56.** $(க^3 - க^2 - 1)(க^3 + க^2 - 1)$. **57.** $(அ + இ - உ - எ)(அ + இ + உ + எ)$. **58.** $(அ - இ - உ + எ)(அ - இ + உ - எ)$. **59.** $(2அ - இ - உ - 3க)(2அ + இ - உ - 3க)$. **60.** $(அ - 2இ + 3உ)(அ + 2இ + 3உ)$. **61.** $(2க + 3ந)(4க^2 - 6கந + 9ந^2)$. **62.** $(5க - 1)(25க^2 + 5க + 1)$. **63.** $(1 + 4க)(1 - 4க + 16க^2)$. **64.** $(1 - 2க)(1 + 2க + 4க^2)$. **65.** $(1 + 4கந)(1 - 4கந + 16க^2ந^2)$. **66.** $(10 - கந)(100 + 10கந + க^2ந^2)$. **67.** $(கநய + 1)(க^2ந^2ய^2 - கநய + 1)$. **68.** $(கந - ய)(க^2ந^2 + கநய + ய^2)$. **69.** $(க^2 + 3ந)(க^4 - 3க^2ந + 9ந^2)$. **70.** $(1 - 2க)(1 + 2க)(1 + 2க + 4க^2)(1 - 2க + 4க^2)$. **71.** $2(2க - ந)(2க + ந)$

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(4க^2 + 2கந + ந^2)(4க^2 − 2கந + ந^2). **72.** 2(க − 1)(க + 1)(க^2 + க + 1)(க^2 − க + 1). **73.** (2க − ந + 1)(4க^2 − 4கந + ந^2 − 2க + 2ந + 1). **74.** (1 − க + 2ந)(1 + க − 2ந + க^2 − 4கந + 4ந^2). **75.** (1 + 2க − ந)(1 − 2க + ந + 4க^2 − 4கந + ந^2). **76.** 2ந(3க^2 + 6கந + 4ந^2). **77.** (க − 3ந)(க^2 − 3கந + 3ந^2). **78.** 2ந(3க^2 − 6கந + 4ந^2). **79.** (3க + 2)(9க^2 + 21க + 13). **80.** 2(2க + 1)(4க^2 − 2க + 1). **81.** 2(3 − 2க)(3 − 6க + 4க^2). **82.** 2ந(3க^2 + ந^2). **83.** (க − 2)(க + 2)(க^2 + 2க + 4)(க^2 − 2க + 4). **84** 2க(க^2 + 3ந^2). **85.** ந(14க^2 − 6கந + ந^2). **86.** க^3(க − 2அ)(க^2 + 2அக + 4அ^2). **87.** (க − ந)(க^4 + 2க^{3}ந + 6க^{2}ந^2 + 2கந^3 + ந^4). **88.** (க − ந)(க^2 + கந + ந^2 + 1). **89.** (க + ந)(க^2 − கந + ந^2 − 1). **90.** (க − ந)(2க − 2ந − 1)(4க^2 − 8கந + 4ந^2 + 2க − 2ந + 1). **91.** (க − ந − ய)(க^2 − 2கந + ய^2 − நய + யக + ய^2). **92.** (க − ந − ய)(க^2 − 2கந + ந^2 + யக − நய + ய^2). **93.** (க^2 − க − 1)(க^4 + க^3 − க^2 − க + 1). **94.** (2க + ந + ய)(4க^2 + ந^2 + ய^2 − 2கந − நய − 2யக). **95.** (க + 2ந − 3ய)(க^2 + 4ந^2 + 9ய^2 − 2கந + 6நய + 3யக). **96.** (க + 3ந + 1)(க^2 + 9ந^2 + 1 − 3கந − 3ந − க).

பயிற்சி 12 (இ). பக்கம் 178.

1. (க + 3)(க + 4). **2.** (க − 4)(க + 3). **3.** (க − 6)(க + 2). **4.** (2க − 1)(3க − 1). **5.** (2க + 1)(4க − 1) **6.** (க − 3)(க + 4). **7.** (2க − 3)(3க + 5). **8.** (2க + 3)(2க − 5). **9.** (3க + 4)(3க − 5). **10.** (1 − 8க)(1 + க). **11.** (1 − 3க)(1 + 5க). **12.** (3 − க)(3 − 8க). **13.** (3க − 1)(5க − 2). **14.** (க − 5)(க + 2). **15.** (2க − 1)(5க + 1). **16.** (2க − 3ந)(8க − 15ந). **17.** (க − 6ந)(8க − 1). **18.** (க − 6ந)(6க + ந). **19.** (கந + 8)(8கந − 1). **20.** (கந + 2)(8கந − 3). **21.** (2கந + 1)(12கந − 1). **22.** (2க − 3அ)(3க + 2அ). **23.** (3க + 4அ)(4க − 3). **24.** (5க − 2அ)(5க − 6அ). **25.** (க + 2)(க − 5). **26.** (க − 2)(க + 6). **27.** (க − 2)(க − 8). **28.** (2க − 1)(4க + 1). **29.** (3இ − 4)(6இ + 5). **30.** (3ப − 1)(6ப + 5).

31. (இ − 1)(9இ + 1). **32.** (வ − 3)(வ − 5). **33.** (4ம − 3)(6ம − 5). **34.** (1 + 2க)(3 − 5க). **35.** (5கந + 1)(6கந − 1). **36.** (3க − 2ந)(6க + 7ந). **37.** (5க − ந)^2. **38.** (1 + க)(4 − 5க). **39.** (1 + 2கந)(1 − 6கந). **40.** (கந + 1)(8கந − 9). **41.** (9க − ந)(6க + ந). **42.** (2 + 3க)(12 − க). **43.** (1 − அ)(1 + அ)(8 + 7அ^2). **44.** (3ப^2 − 2)(2ப^2 + 1). **45.** (3 − 4இ)(4 + 3இ). **46.** (2க^3 − 3ந^3)(3க^3 + 2ந^3). **47.** (5க^2 − ந^2)(க^2 + 5ந^2). **48.** (க^3 + 4ந^3)(6க^3 − ந^3). **49.** (3க + 4)(4க − 3). **50.** (3க − 1)(4க + 1). **51.** (2க + 5)(5க − 2). **52.** (க − 5)(5க + 1). **53** (க − 2)(க − 10). **54** (2க + 3)(2க − 5). **55.** (க − 6ந)(க + 7ந). **56** (1 − 3க)(1 + 4க). **57.** (க + 4)(க − 5). **58.** (3கந + 1)(3கந − 4). **59.** (கந − 2)(5கந + 3). **60.** (1 + 3ந)(1 − 6ந). **61.** (3 − 8க)(4 + க). **62.** (4க + 3ந)(4க − 5ந). **63.** (க + 3ந)(6க − ந). **64.** (க − 2ந)^2(க + 2ந)^2. **65.** (4க^2 + 2கந − ந^2)(4க^2 − 2கந − ந^2). **66.** (க^2 − க + 1)(க^2 + க + 1). **67.** (க^2 − க + 2)(க^2 + க + 2). **68.** (க^2 − 3க − 1)(க^2 + 3க − 1). **69.** (க − ந)(க + ந)(2க − ந)(2க + ந). **70.** (க − ந)(3க − ந)(க + ந)(3க + ந). **71.** (க + 2ந)(க − 2ந)(2க − ந)(2க + ந). **72.** (க^2 + 3கந − 2ந^2)(க^2 − 3கந − 2ந^2). **73.** 2(க − 6)(க − 7). **74.** 2இ(க + 6)(க − 8). **75.** அ^{2}க^2(இக − 1)(இக + 1). **76.** (5க^2 − 3கந + 4ந^2)(5க^2 + 3கந + 4ந^2). **77.** (2அ − 2இ − 1)(2அ − 2இ + 1). **78.** (3அ + 3இ + 1)(9அ^2 + 18அஇ + 9இ^2 − 3அ − 3இ + 1). **79.** (1 − 2அ + 2இ)(1 + 2அ − 2இ + 4அ^2 − 8அஇ + 4இ^2). **80.** (க − ந)(க + ந)(க^2 + கந + ந^2)(க^2 − கந + ந^2). **81.** (அ − இ)(3அ − 3இ − 1)(3அ − 3இ + 1). **82.** (க − 1)(க + 1)(க^2 + 1)(க^2 + 4). **83.** (2க^2 − 3ந^2)^2. **84.** (க − ந)(க + ந)(2க − ந)(2க + ந). **85.** (க − 2ந)(க^2 + 2கந + 4ந^2 − 1). **86.** க(5 − 6க). **87.** (க + 1)(க − 3)(க − 1)^2. **88.** (2க − 1)(2க + 1)(3க − 1)(3க + 1). **89.** (க + 2)(க − ந − 3). **90.** (க − 1)(க + 1)^2(க^2 + 1)^2. **91.** (ந − 3)(க − ந + 2). **92.** (க + 1)(க − 1)(க + 3). **93.** (க − ந)(க − ந − 1). **94.** (க − அ)(க + அ)(க − இ)(க + இ). **95.** (1 − 2க)(1 + 2க)(1 − 3க)(1 + 3க). **96.** (12அ − இ)(அ − 12இ). **97.** (அ − இ − 1)(அ − இ + 1)(அ^2 − 2அஇ + இ^2 + 1). **98.** (ப + ம − 1)

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

(ப + ம + 1)(ப^2 + 2பம + ம^2 + 1). **99.** (க^2 − க + 1)(க^2 − 3க + 3) **100.** (1 − 2அ)(1 + 2அ)(1 − 3அ)(1 + 3அ). **101.** அஇ(அ − இ)^2(அ + இ). **102.** (1 + இ)(1 − 2இ)(1 − இ + இ^2)(1 + 2இ + 4இ^2). **103.** (க − ந)(க + ந)(5க^2 + ந^2). **104.** (2க − 3ந + 1) (2க + 3ந − 1). **105.** − 4அஇ. **106.** (3 − ந)(7 − ந). **107.** (பம − 4)(பம − 5). **108.** (2க − ந + 1)(3க + ந − 1). **109.** (க + 2ந + 1)(க + 2ந − 3). **110.** 4அ. **111.** (அ − 12இ)(அ + 12இ). **112.** அ(அ − 2). **113.** (க + அ)(க + அ − இ). **114.** (அ + இ)(2அ − இ)(2அ + இ). **115.** (அ-2இ)^3. **116.** (2க-3ந − 2)(3க-2ந + 3). **117.** (க + 8ந)(8க − ந). **118.** − 2(4 − 3அ)(2 − 3அ). **119.** (அ − 2)^2. **120.** (2 + 3ந)(3 − 8ந). **121.** (ப + ம)^2(ப − ம)(ப^2 − பம + ம^2). **122.** (க − ந)(க^2 + கந + ந^2 + க + ந + 1). **123.** (க^{2}ந^2 − 3கந + 1)(க^{2}ந^2 + 3கந + 1). **124.** (க − ந)(க + கந + ந^2 − க − ந − 1). **125.** (க − ந)(க^2 + கந + ந^2 − க − ந). **126.** (2அ + 3)(5அ − 3). **127.** (3கந − 4)^2. **128.** (அ − இ)(அ − 1)(இ − 1). **129.** (அ − இ)(அ^2 + இ^2)(அ^2 + அஇ + இ^2). **130.** (அ − இ)(அ^2 + அஇ + இ^2 + 1). **131.** (அ − இ)(அ^2 + அஇ + இ^2 − 1). **132.** (க − ந)(க^2 + கந + ந^2 + க + ந). **133.** (1 − ந)(1 + ந + ந^2)(1 + ந^3 + ந^6). **134.** (க − ந)(க^2 − 2கந + ந^2 − க − ந − 1). **135.** (12க + 1)(12க − 5). **136.** (அ + இ − 2)(அ^2 + இ^2 − அஇ − அ − இ + 2) **137.** (2க − 1)(2க + 1)^2(4க − 2க + 1). **138.** (க − ந)(க + ந)(க^2 + ந^2 + 1).

பயிற்சி 13 (அ). பக்கம் 185.

1. க = 6, ந = 3. **2.** க = 7, ந = 3. **3.** க = 3, ந = − 4. **4.** க = 0, ந = − 1. **5.** க = 2, ந = − 2. **6.** க = − 5, ந = 2. **7.** க = 3, ந = 0. **8.** க = − 3, ந = − 4. **9.** க = 3, ந = − 4. **10.** க = − 3, ந = − 1. **11.** க = − 4, ந = 5. **12.** க = − $\frac{1}{3}$, ந = − $\frac{1}{2}$. **13.** க = − 9, ந = 9$\frac{1}{2}$. **14.** க = $\frac{1}{2}$, ந = − $\frac{1}{3}$. **15.** க = − $\frac{1}{3}$, ந = − $\frac{1}{2}$. **16.** க = − $\frac{1}{2}$, ந = $\frac{1}{5}$. **17.** க = 5, ந = 4. **18.** க = − 1$\frac{1}{3}$, ந = 2$\frac{1}{2}$. **19.** க = − 7$\frac{1}{2}$, ந = − 1. **20.** க = − $\frac{1}{6}$, ந = $\frac{5}{9}$. **21.** க = − $\frac{1}{2}$, ந = − $\frac{1}{3}$. **22.** க = − 1, ந = 1$\frac{1}{2}$. **23.** க = $\frac{1}{2}$, ந = − $\frac{1}{4}$.

24. க = $\frac{1}{3}$, ந = − $\frac{2}{3}$. **25.** க = − 2, ந = − 3. **26.** க = 3, ந = − 1. **27.** க = 2, ந = − 2. **28** க = − 4, ந = − 5. **29.** க = − 2, ந = − 5. **30.** க = − 3$\frac{3}{11}$, ந = − 5$\frac{2}{11}$.

பயிற்சி 13 (ஆ). பக்கம் 190.

1. க = − 2, ந = 3. **2.** க = − 1, ந = − 2. **3.** க = 1, ந = − 1. **4.** க = 2, ந = − 2. **5.** க = − 1, ந = 2. **6.** க = − $\frac{1}{2}$, ந = 1$\frac{1}{2}$. **7.** க = 10. ந = 15. **8.** க = 2$\frac{1}{2}$, ந = $\frac{1}{2}$. **9.** க = 4$\frac{2}{7}$, ந = 8$\frac{2}{7}$. **10.** க = − 3, ந = 6. **11.** க = 4, ந = 5. **12.** க = − 5, ந = 1. **13.** க = 6, ந = 4. **14.** க = 2, ந = − $\frac{1}{2}$. **15.** க = − $\frac{3}{4}$, ந = $\frac{1}{6}$. **16.** க = 1, ந = 2. **17.** க = − 1$\frac{1}{4}$, ந = − $\frac{3}{4}$. **18.** க = $\frac{1}{2}$, ந = − $\frac{1}{3}$. **19.** க = $\frac{1}{2}$, ந = − $\frac{1}{4}$. **20.** க = $\frac{1}{2}$, ந = − 1. **21.** க = 2, ந = 1. **22.** க = 2, ந = − 2. **23.** க = $\frac{1}{2}$, ந = − 3. **24.** க = 2, ந = − 1. **25.** க = 2, ந = − 3. **26.** க = 6, ந = 5. **27.** க = −8$\frac{1}{4}$, ந = 1. **28.** க = 3, ந = 2. **29.** க = 4, ந = 2. **30.** க = − 2, ந = 3. **31.** க = $\frac{3}{17}$, ந = − $\frac{4}{17}$. **32.** க = 8$\frac{1}{2}$, ந = 5. **33.** க = ·02, ந = 1·45. **34.** க = 4$\frac{1}{2}$, ந = $\frac{2}{7}$. **35.** க = 3$\frac{3}{28}$, ந = 2$\frac{3}{14}$·36. **36.** க = 2, ந = − 1 **37.** க = − 10, ந = − 11, ய = − 16. **38.** க = 1, ந = 0, ய = − 1. **39.** க = − 2, ந = − 1, ய = 2. **40.** க = − 1, ந = 1, ய = 2. **41.** க = − 3$\frac{1}{2}$, ந = 0, ய = 1$\frac{1}{4}$. **42.** க = $\frac{1}{2}$, ந = 1, ய = − 1.

பயிற்சி 13 (இ). பக்கம் 196.

1. 53, 28. **2.** 63, 21. **3.** 72, 40. **4.** 90, 60. **5.** $\frac{5}{9}$. **6.** $\frac{7}{11}$. **7.** $\frac{8}{13}$. **8.** 45 ரூபா. **9.** 45 ரூபா, 15 ரூபா. **10.** 56 ஆண்டு, 24 ஆண்டு. **11.** 48 ஆண்டு, 42 ஆண்டு. **12.** 2$\frac{1}{2}$ ரூபா. **13.** 5, 4. **14.** 53. **15.** மணிக்கு 12 மைல், மணிக்கு 8 மைல். **16.** 64. **17.** 24 மைல். **18.** மணிக்கு 4 மைல், மணிக்கு 2 மைல். **19.** 25 ரூபா, 5 ரூபா, 5 ரூபா. **20.** 1 ரூபா, $\frac{1}{4}$ ரூபா, $\frac{1}{8}$ ரூபா.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

பயிற்சி 14 (ஆ). பக்கம். 214.

1. 4·2. 2. $6\frac{1}{4}$ சது. அலகு. 3. 4·67 அங். 4. ·65. 5. (0, -1·3). 6. (3·3, -1). 7. (-2·5, 2·8). 8. 1·4. 9. 2·5. 10. 2·7. 11. −2. 12. 1. 13. −1. 14. ·5. 15. −4·2. 16. க = −1·5, ந = 2. 17. க = −1·5, ந = 2. 18. க = 2·6, ந = 1·4. 19. க = −1·14, ந = −2·73. 20. க = 1·2, ந = 1·2. 21. க = 4·64, ந = 3·55. 22. செக்கனுக்கு 70·4 அடி.

பரீட்சைப் பத்திரங்கள் 5. பக்கம் 216.

அ. 1. $க^3$; −8. 2. (2அ − 1)($அ^2$ + 1); (க − ந)(க + ந + 1); (க + 2)(க + ந − 3). 3. $-\frac{5}{6}$; க = $-\frac{1}{3}$, ந = $\frac{5}{9}$. 4. $\frac{3}{4}$ ரூபா, $\frac{1}{4}$ ரூபா. 5. −3·14.

ஆ. 1. 6கந; 3. 2. (பம + வத)(மத + பவ); (க − 2ந)($க^2$ + 2கந + 4$ந^2$ − 1); (ந + 2)(க + ந − 3). 3. −2; க = $\frac{1}{2}$, ந = $-\frac{1}{2}$. 4. 75 மைல். 5. −2·3.

இ. 2. (க − 6)(6க + 1); (2க − 3)(4$க^2$ − 6க + 3); (க + ந + 2)(க + ந − 3). 3. −2; க = −2, ந = −3. 4. $\frac{2}{3}$. 5. −1·5.

ஈ. 2. (2க + 3ந)(9க − 4ந); 2க(க − 1)(க − 2); (க + 2ந − 3)(2க − ந + 4). 3. $-8\frac{6}{11}$; க = −2, ந = −1. 4. 68. 5. 1·2.

உ. 1. 2870. 2. (1 + 2க)(1 − 6க); (க − ந)(க + ந)(க − 4ந)(க + 4ந); (க + 2ந − 3)(க − 2ந + 3). 3. $-\frac{1}{4}$; க = $\frac{1}{4}$, ந = $-\frac{1}{2}$. 4. 10 அடி, 5 அடி. 5. க = ·5, ந = 1·25.

ஊ. 1. $க^8 - 2க^4ந^4 + ந^8$; 225. 2. (3கந − 4)(4கந + 9); 9(க − ந)(க + ந)($க^4 - க^2ந^2 + ந^4$); (க + ந)(க + ந − 1). 3. $-\frac{1}{2}$; க = −1, ந = −2. 4. 22 மைல், 5 மைல். 5. $-\frac{1}{4}$.

எ. 1. 0; 0. 2. (க − ந − 1)(க + ந + 1); (2க − 3)(6க − 5); (க − ந)(க + ந)(க − 3ந)(க + 3ந). 3. 7; க = −1, ந = −3. 4. மணிக்கு 4 மைல், மணிக்கு $2\frac{1}{2}$ மைல். 5. க = 1·3, ந = −1·6.

ஏ. 1. க = $-\frac{நய}{ந + ய}$; −6. 2. ($க^2 - ந^2 - ப^2$)($க^2 - ந^2 + ப^2$); (3க − 5)(5க + 3); 3கந(க + ந). 3. $2\frac{1}{6}$; க = $1\frac{3}{4}$, ந = $\frac{1}{2}$. 4. 104, 12. 5. −1·33.

ஐ. 1. 1. 2. $(க - 1)^2$(க + 1)(க − 3); (க + 6ந)(6க − ந); (க − ப + 1)($க^2 + ப^2$ + 1 + கப + ப − க). 3. $\frac{1}{3}$; க = 3, ந = −1·5. 4. மணிக்கு 9 மைல், மணிக்கு 4 மைல். 5. க = 1, ந = $-1\frac{1}{2}$.

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org

Digitized by Noolaham Foundation.
noolaham.org | aavanaham.org