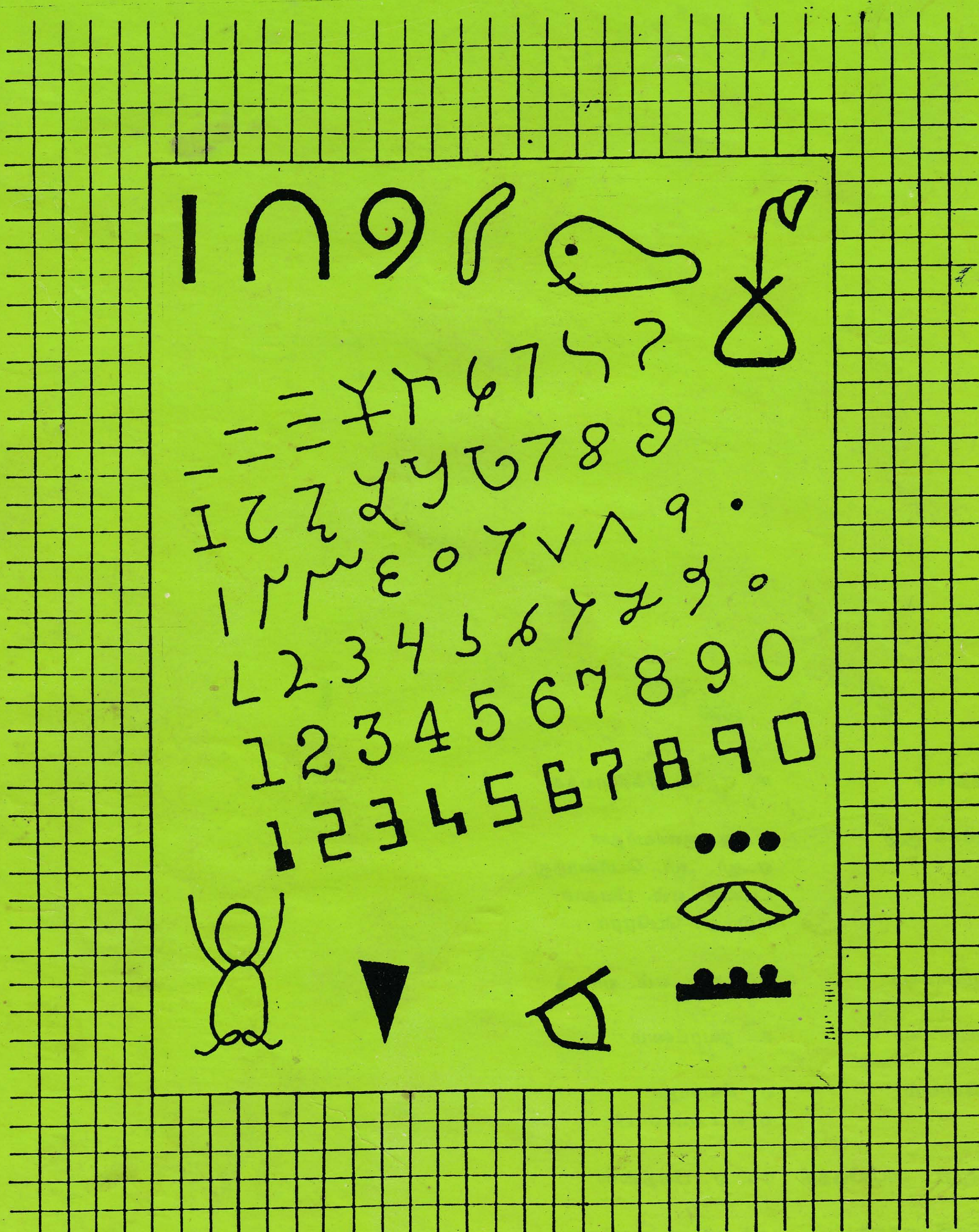
கணித எண்ணக்கரு

எண்கள்



230303

ஆரம்ப ஆசிரியர் கல்விப் பாடநெறி

எழுத்தாளர்	ஈ. ஏ. டீ. ஏக்கநாயக்க
நுலாக்கக் குழு	ஏ.ஜே. குணவர்தன ஏ.ஆர். ஆர். பெர்னாந்து டபிள்யு. எம். பியதாச எல். ஏ. பெரேரா
மொழியாக்கம்	எம். எச். எம். யாகூத்
பதிப்பாசிரியர்	உ. நவரட்ணம்
தளக்கோலம்	ஏ. சிவராஜா ஏ. எப் எம். ராபி
பாடநெறி அபிவிருத்தி	கே. ஏ. பியதிஸ்ஸ
பாடநெறி ஆக்கம்	ஆர். பி. ஏ. ஜயசேகர
பணிப்பு	கலாநிதி எஸ்., டீ. எல்.அமரகுணசேகர

எண்கள்

தொலைக் கல்வித் துறை
தேசிய கல்வி நிறுவகம்

கணித எண்ணக்கரு	3303
எண்கள்	330303

உள்ளடக்கம் பக்கம்

பதிப்பு 1 : 1

0.0 அறிமுகம்

எண்கள் தொடர்பான விளக்கத்தை மனிதன் எப்போது— எங்கிருந்து பெற்றான் என்பதை நிச்சயப்படுத்திக் கூற முடியாது. எனினும், மனித நாகரீகத்தின் ஆரம்ப காலத்திலேயே, அதாவது வரலாற்றுக்கு முந்திய கல் யுகத்திலேயே மனித மனங்களில் எண் தொடர்பான கருத்து தோன்றியிருக்கக் கூடும் எனக் கருதலாம். இதனை மனித விவேகத்தின் மிக உயர்வான ஒரு பெறுபேறு எனக் குறிப்பிடலாம்.

எண்கள் தொடர்பான கருத்து முதன் முதலாக மனித மனதில் உதித்த விதத்துக்கும் இன்றைய சமூகத்தில் வாழும் சிறுபிள்ளையொன்றினது மனதில் அக்கருத்து தோன்றும் விதத்துக்கும் இடையே பெரும் வேறுபாடு காணப்படும் எனக் கருதிவிட முடியாது. எனினும் அக்கருத்தினது வளர்ச்சியும் வெளியிடும் கையாளும் ஒரு ஊடகமாக குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தும் நடவடிக்கைகளும் மனித நாகரீகத்துடன் சேர்ந்து நீண்ட காலமாக இடம் பெற்று வருபவையாகும். அபிவிருத்தியடைந்த - நவீன சமூகத்தில் வாழும் பிள்ளையிடத்து இது மிகக் குறுகிய காலத்தில் வளர்ச்சியடைகின்றது. அதற்காக ஆசிரியர் பேருதவி புரியக்கூடிய வாய்ப்புக்கள் நிறைய உண்டு. எனவே நீங்கள் எண்கள் தொடர்பாகவும் அறிந்து வைத்திருத்தல் மிக அவசியமானதாகும். இம் மொடியூல் அதற்காக உங்களுக்கு வழிகாட்டும் என எதிபார்க்கிறோம்.

1.0 குறிக்கோள்கள்

இம் மொடியூலைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள் பின்வரும் சிறப்புக் குறிக்கோள்களை எய்த முடியும் என எதிபார்க்கப்படுகின்றது.

* எண்கள் தொடர்பான எண்ணக்கருக்களின் விருத்தியினது வரலாற்றுப் பின்னணியை அறிதலும் ஆய்தலம் மதித்தலும்,
* வெவ்வேறு குறியீட்டு முறைகளை அறிதலும், அவற்றை நாம் தற்போது பயன்படுத்தும் எண்குறியீட்டு முறையுடன் ஒப்பிடுதலும்.
* நாம் தற்போது பயன்படுத்தும் இந்து - அராபிய எண்குறியீட்டு முறையின் முக்கியத்துவத்தை அறிதலும் அதை மதித்தலும்.
* எண்தொகுதியானது, மெய்யான எண் தொகுதியாக

வளர்ச்சியடைந்த விதத்தை நுணுகி ஆய்தல்.

* இயற்கை எண் தொகுதியை முதன்மை எண்களாகவும் சேர்த்தி எண்களாகவும் வேறுபடுத்தும் திறமையைப் பெறல்.
* இந்து அராபிய எண் குறியீட்டு முறை வளர்ச்சியடைந்த விதத்தை அறிதல்.
* எண்களை வெவ்வேறு அடிகளில் குறித்துக் காட்டுதலும் அவ்வாறாகக் குறித்துக்காட்டும் திறனை விருத்தி செய்து கொள்ளலும்.
* ஈரிலக்க எண்களை அறிதலும் அவற்றைப் பயன்படுத்துவதன் முக்கியத்துவத்தை ஆய்தலும், மதித்தலோடு அவ்வெண்களைக் கூட்டும் திறனையும் பகுக்கும் திறனையும் பெறலும்.
* இயற்கை எண் தொகுதியினால் காட்டப்படும் வெவ்வேறு கோலங்களைத் தனித்தனியே கண்டறியும் திறனைப் பெறல்.
* யாதேனும் எண்களைச் சர்வதேச நியமமுறையில் குறிப்பிடும் திறனையும் எழுதும் திறனையும் பெறல்.

2.0 முற்சோதனை

இம்மொடியூலைக் கற்பதற்கான முன்னறிவைப் பெற்றுக்கொள்ளும் பொருட்டே இச்சோதனை தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. அதற்கு விடையளியுங்கள்.

1.பின்வரும் கணிதக் கூற்றுக்கள் சரியாயின் " ✓ " எனவும் பிழையாயின் " X " எனவும் எதிரேயுள்ள கூட்டில் குறிக்க.

எண்களைக் குறிப்பதற்காப் பயன்படுத்தக்கூடிய உச்ச எண் 9 ஆகும். ☐

உரோம இலக்க முறையில் யாதேனும் எண்ணைக் குறிக்கையில் பூச்சியத்தைக் குறிப்பிட முடியாது. ☐

பூச்சியமும் ஓர் எண்ணாகும். ☐

இன்று உலகில் வாழும் பல இனமக்கள் பல்வேறு மொழிகளைப் பேசிய போதிலும் அவர்கள் அனைவரும் பொதுவானதொரு எண் குறியீட்டு முறையையே பயன்படுத்துகின்றனர். ☐

2. பின்வரும் ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் தரப்பட்டுள்ள விடைகளுள் பிழையானதைத் தெரிந்து கீறிடுக.

I ஒன்றுக்கு மற்றொன்று ஒப்பானது என்பது, (எண்சார்ந்த /எண்சார்ந்த எண்ணக்கருவுக்கு முன்னை) ஓர் எண்ணக்கருவாகும்.

II 444 (நானூற்றி நாற்பத்தி நான்கு) எனும் எண்ணின் பிரதானமான எண்சார்ந்த பண்பு (4 என்ற ஓர் எண்/ எண்ணுக்கு இடம் பெறுமானம் உண்டு) என்பதாகும்.

III ஆசிரியர்கள் எண்சட்டத்தை எதற்காகப் பயன்படுத்தலாம்? (இடப்பெறுமானத்தை விளக்குவதற்காக/ பெருக்கல் பற்றி அறிமுகஞ் செய்வதற்காக.)

IV "8" என்பது, (எட்டு எனும் எண்ணாகும்/ எட்டு எனும் எண்ணைக்குறிக்கும் குறியீடாகும்)

V இரண்டு ஒற்றை எண்களின் கூட்டுத்தொகை எப்போதும், (ஒற்றை/ இரட்டை) எண்ணாகவே இருக்கும்.

vi $\frac{2}{7}$ என்பதைத் தசம எண்ணாகக் குறிக்கையில் அது ஆவர்த்தனமாக (அமையும் / அமையாது.)

vii $\sqrt{3}$ எண்ணைத் தசம எண்ணாகக் குறிக்கையில் அது ஆவர்த்தனத் தொடரின்வமாக, (அமையும் / அமையமாட்டாது.)

viii 197 எனும் எண்ணை அதே எண , 1 ஆகியன தவிர்ந்த வேறு யாதேனுமொரு எண்ணாலும் மிச்சமின்றி (வகுக்கலாம்/ வகுக்கமுடியாது.)

ix ஒரு மில்லியன் என்பது,(பத்து இலட்சம்/ நூறு இலட்சம்) ஆகும்.

X ஐந்து எனும் எண்ணைக் குறிக்கும் சரியான குறிமீடு, (5ஆகும்/ **5** ஆகும்.)

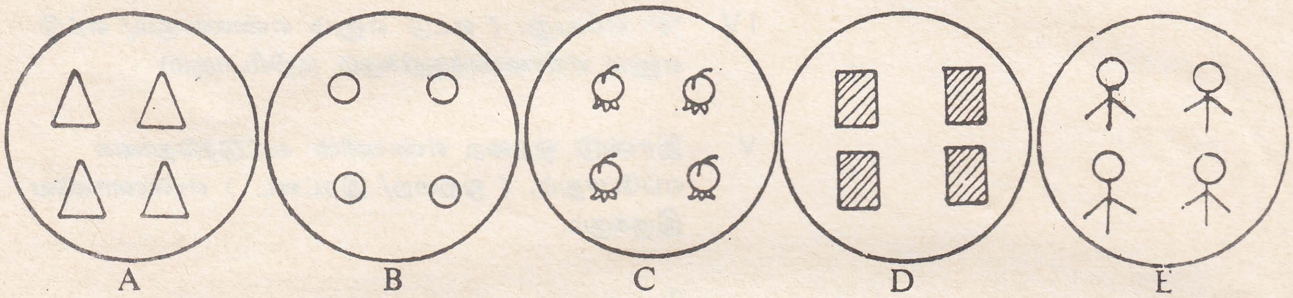
முற்சோதனைக்குரிய சரியான விடைகள் மொடியூலின் இறுதியில் தரப்பட்டுள்ளன. உங்களது விடைகளை அவற்றுடன் ஒப்பிடுங்கள். 10 வினாக்களுக்கும் சரியாக

விடையளித்திருப்பின் இம்மொடியூலை நீங்கள் இலகுவாகக் கற்க முடியும். அதனை விடக் குறைவான வினாக்களுக்கே சரியாக விடையளித்திருப்பின் இம்மோடியூலை மிகக் கவனத்தடன்கற்க வேண்டியது அவசியமாகும் என்பதை மனதில் கொள்ளுங்கள்.

பகுதி 1

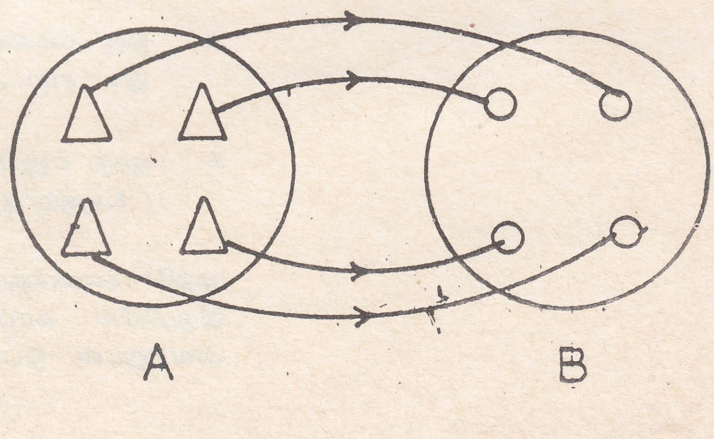
3.0 எண்ணின் தோற்றம்

நீங்கள் எண்தொடர்பான எவ்வித விளக்கத்தையும் இதுவரையில் பெற்றுக் கொள்ளவில்லை எனக் கருதிப் பின்வரும் உருத்தெகுதியைக் கவனியுங்கள்.



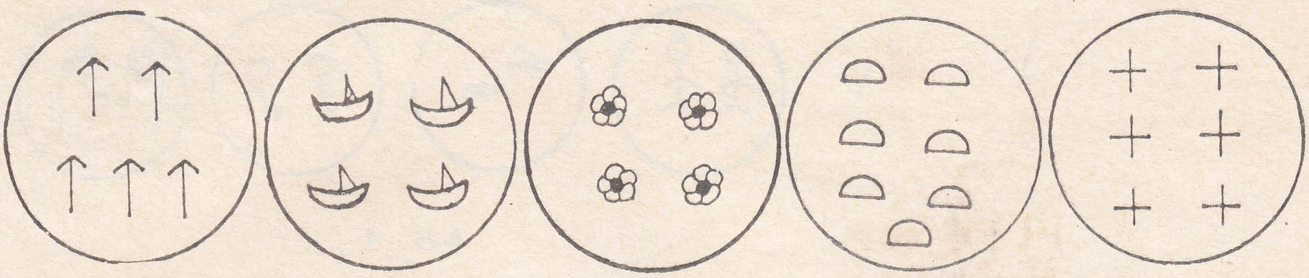
A, B, C, D, E ஆகியவற்றில் காட்டப்பட்டுள்ள படங்கள் ஒரேவகையைச் சேர்ந்தவை அல்ல . எனினும் அவற்றுக்கிடையே ஒருவித தொடர்பு காணப்படுவதை உங்களால் விளங்கிக் கொள்ள முடிகிறதா?

A, B ஆகிய உருக்களைக் கவனியுங்கள். அவற்றுள் ஒன்று மற்றொன்றுடன் ஒப்புமையைக் காட்டி நிற்கின்றது. அத்தொடர்பை நாம் பின்வருமாறு அம்புக்குறிகள் மூலம் காட்டலாம்.



இனி, B, C ஆகியவற்றுக்கிடையேயும் C, D ஆகியவற்றுக்கிடையேயும் D, E ஆகியவற்றுக்கு இடையேயும் இவ்வாறான தொடர்பை ஏற்படுத்த முயற்சியுங்கள்.

சில பொருட் தொகுதிகளின் படங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

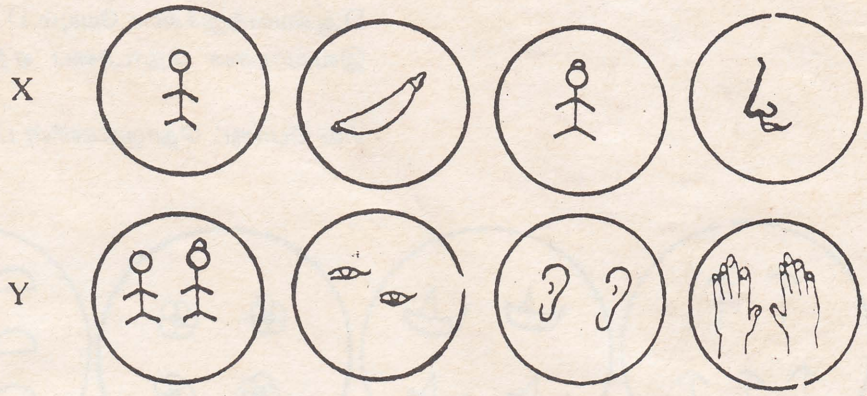


இவ்வுருத் தொகுதிகளுள் மேலே தரப்பட்டுள்ள A, B, C, D, E ஆகிய தொகுதிகளுடன் ஒத்த தன்மையைக் கொண்டவற்றைத் தெரிவு செய்ய முயற்சியுங்கள். அவற்றைச் சரியாகத் தெரிவு செய்ய இயலுமாயின் நீங்கள் என் தொடர்பான கருத்தைப் பெற்றுள்ளீர்கள் எனக் கருத முடியும்.

மனித நாகரீகத்தின் போது மிகப் பண்டைக் காலத்தில் மனித மனதில் தோன்றியதாகக் கருதப்படுவதும் தற்போது எம்முடன் கூட்டாக வளரும் மழலைப் பருவப் பிள்ளையிடத்தே தோன்றுவதுமான இக்கருத்து எண்சார்ந்த எண்ணக்கருவாகும். (உண்மையில் ஓர் எண் என்பது , யாதேனும் தொகுதி தொடர்பாக உண்மையானதும், அதற்கேயுரித்தானதுமான கொள்கையைச் சார்ந்த ஒரு பண்புமாகும்.) மேலே A, B, C, D, E ஆகியவற்றினால் காட்டப்படும் பொதுத்தன்மையானது ஓர் எண் என்ற வகையில் பொருளுடையதாகிறது.

பல்வேறு எண்குறியீட்டு முறைகள்

எண் தொடர்பான கருத்து, மனிதனுள் தோன்றும் விதம் பற்றி மேலே கற்றீர்கள். அக்கருத்தை எழுத்து வடிவில் வெளியிடுகையில் பண்டைய நாகரீகங்களைச் சேர்ந்த, எகிப்திய, பாபிலோனிய, உரோமன் எண்களின் தோற்றத்தின்போது முதன் முதலில் மனித மனதினால் இவ்வாறானதொரு தொடர்பு இனங்காணப்பட்டிருக்கும் எனக் கூறமுடியாது. எனினும் எம்முடன் சேர்ந்து வளரும் சிறுபிள்ளையானது முதன் முதலில் காண்கின்ற அத்தொடர்பு " இரண்டு" ஆகும் என நாம் ஏற்றுக் கொள்ள முடியும். பின்வரும் உருவில் .வி X, Y என்பன மூலம் அத்தொடர்பு காட்டப்பட்டுள்ளது.



உரு 3

நாம் "ஒன்று" "இரண்டு" எனும் சொற்களால் தமிழ் மொழியில் பொருளுள்ள விதத்தில் குறிப்பிடுகின்ற இரண்டு எண்களே மேலே X, Y ஆகியவற்றினால் குறிக்கப்படுகின்றன என்பதை நீங்கள் விளங்கிக் கொண்டிருப்பீர்கள். அல்லது பிள்ளை முதன் முதலில் ஒன்று, இரண்டு ஆகிய எண்களையே இனங்கண்டு கொள்கின்றன என்பதை வளர்ந்தோராகிய நாம் ஏற்றுக்கொள்ள வேண்டியுள்ளது. வரலாற்றுக்கு முந்திய காலத்தில் வாழ்ந்த மனிதன் இவ்வாறான எத்தனை அடிப்படைத் தொடர்புகளைக் கண்டிருப்பான், அவை ஒவ்வொன்றையும் எவ்வெவ்வொலிக் குறிப்பைக் கொண்டு ஏனையோருக்குப் புரியுமாறு பொருளுள்ள விதத்தில் வெளியிட்டிருப்பான் போன்ற வினாக்களுக்கு இலகுவாக விடை அளித்திட முடியாது. அவ்வாறே, தொடர்புகளை எண்கள் தொடர்பான கருத்தைக் குறியீடுகள் மூலமாக காட்டுவதற்கான முயற்சிகளை அவன் மேற்கொண்டிருப்பான் எனத் திட்டமாகக் கூறிவிட முடியாது. எனினும் எழுத்துக்கலை தோன்றியிருந்த வரலாற்றுக் காலப்பகுதியைச் சேர்ந்த வெவ்வேறு நாகரீகங்களில் (அவ்வற்றிக்கே உரித்தான வகையில்) எண் தொடர்பான கருத்தைக் குறிக்க பயன்படுத்துவதற்கு உதவுகின்ற பல்வேறு குறியீட்டு முறைகளும் எண் குறியீட்டு முறைகளும் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளமைக்கான சான்றுகள் உள்ளன. இனி அவை தொடர்பாகக் கவனிப்போம்.

வெவ்வேறு எண் குறிமீட்டு முறைகள்

எண் தொடர்பான எண்ணக்கரு மனிதனுள் தோன்றும் விதம் பற்றிக் கற்றீர்கள். அக்கருத்துக்களை எழுத்து மூலம் குறிப்பதில், பண்டைய எகிப்திய, பாபிலோனிய, உரோமன், மாயா (அமெரிக்க) முறைகளில் பிரயோகிக்கப்பட்ட குறியீடுகளும் எண்தொடர்பான சில விபரங்களும் கீழே

தரப்பட்டுள்ள உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளன. அவற்றைக் கவனியுங்கள். அவ்வொவ்வொரு குறியீட்டினாலும் பொருளுள்ளதாக்கப்பட்டிருந்த எண்கள் தொடர்பான சுமாரான விளக்கம் கிடைக்கப் பெறும்வண்ணம் தேவையான இடங்களில் உங்களுக்குப் பரிச்சயமான சில எண்களும் விடயங்களும் இங்கு தரப்பட்டுள்ளன என்பதைக் கவனத்திற் கொள்ளவும்.

எகிப்திய எண் குறியீடுகள்

1
10
100
1000
10,000
100,000
1,000,000

குறியீடுகள் கி. மு. 3000 ஆம் வருடமளவில் பயன்படுத்தப் பட்டவையாகும். பயன்படுத்தப்பட்ட குறியீடுகள் ஏழாகும்.

இக்குறியீட்டு முறைக்கு ஏற்ப

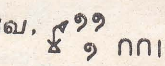
|| – 2

||| – 3

|||| – 4

||||| – 5

 என்பது 2 + 100 + 100 + 10 = 212 ஆகும்.

அவ்வாறாகவே,  என்பது 1000 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 2 = 1322 ஆகும்.

ஏனைய இலக்கங்களும் இவ்விதத்திலயே குறிக்கப்பட்டன.

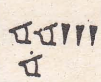
உரு 4

பபிலோனியக் குறியீடுகள்

1
2
9
10
59

இம்முறை கி. மு. 3000 ஆம் வருடமளவில் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது. பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள குறியீடுகள் இரண்டு

இம்முறைக்கு அமைய

 என்பது 10 + 10 + 10 + 3 = 33 ஆகும்.

அவ்வாறே  $= (2 \times 60^2) + (45 \times 60) + 24$

$= 7200 + 2700 + 24$

$= 9924$

உரு 5

உரோம எண் குறியீடுகள்

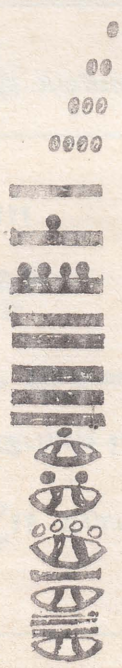
பழைய	புதிய	இம்முறைக்கு அமைய
1	1 = (1)	IV என்பது 5 - 1 = 4 ஆகும்
11	11 = (2)	VI என்பது 5+1 = 6 ஆகும்
11111	v = (5)	XL என்பது 50-10 = 40 ஆகும்
111111111	IX= (9)	XC என்பது 100 - 10 = 90 ஆகும்
X	X= (10)	CD என்பது 500 - 100 = 400 ஆகும்
L	L= (50)	CM என்பது 1000 -100 = 900 ஆகும்
C	C= (100)	CML என்பது 1000 -100+ 50 = 950 ஆகும்
D	D= (500)	XCIX என்பது 100-10+9 = 99 ஆகும்
D	M= (1000)	XLIX என்பது 50 - 10+ 9 = 49ஆகும்

MMDCXLIV என்பது 1000+ 1000 + 500+ 100+ (50-10) + 4 = 2644 ஆகும்.

ஆங்கில அடிரிசுவடியின் 7 எழுத்துக்கள் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

இம்முறை கி. மு. 250 ஆம் வருடமளவில் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

மாயா என் குறியீடுகள்



=1
=2
=3
=4
= 5
= 6
= 9
= 10
= 15
= 20 (20× 1)
= 40 (20 × 2)
= 80 (20 × 4)
= 100 (20 × 10)
= 200 (20 × 10)

இம்முறைக்கு அமைய

என்பது 1× 20× 20 =400ஆக இருப்பினும் அவர்கள் அதனை 1× 20 × 18 = 360எனக் கொண்டுள்ளனர்.

3 குறியீடுகள் பயன்படுத்தப் பட்டுள்ளன.

கி. மு. 300 ஆம் வருடமளவில் இம்முறை பயன்படுத்தப் பட்டுள்ளது

மேலே தரப்பட்ட உருவில் காணப்படும் எண்குறியீட்டு முறைகள் பற்றிக் கவனிக்கையில் வெவ்வேறு இன மக்கள் தத்தமக்கேயுரித்தான எண்குறியீடுகளின் துணையுடன் குறித்த சில முறைகளுக்கு அமைய எண்களைப் பொருளுள்ளதாக்கிக் கொண்டுள்ளனர் என்பது தெளிவாகிறது. இவ்வொவ்வொரு தொகுதியிலும் காணப்படும் எண்கள் எவ்வெத் தொனிக்குறிகளால் குறிக்கப்பட்டன எனத் திட்டமாகக் கூறிவிட முடியாது. எனினும் எம்மாணவருக்கும் பொதுவான கணிதத்தைத் தோற்றுவிக்கையில், எமது பண்டையோர் பொதுவானதும் இலகுவானதுமான ஓர் எண்குறியீட்டு முறை காணப்படாமையினால் பெருங் கஷ்டங்களை எதிர் நோக்கியிருக்கக் கூடும் என்பதை நாம் உணர்ந்து கொள்ளல் வேண்டும்.

இதுவரையில் நீங்கள் கற்ற விடயங்களைச் சுயமாக மதிப்பீடு செய்து கொள்வதற்காகப் பின்வரும் செவ்வை பார்த்தலுக்கு விடையளியுங்கள்.

செவ்வை பார்த்தல் 1

பின்வரும் ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் தரப்பட்டுள்ள விடைகளுள் பிழையானதைத் தெரிந்து கீறிடுக.

i எண் என்பது,
(சுற்றாடலில் நிலவுவதொன்றாகும்/ மனதில் தோன்றுவதொன்றாகும்)

ii எண் தொடர்பான கருத்து எப்போது தோன்றியது எனத் தீர்மானிக்க (முடியும்/ முடியாது).

iii எகிப்திய எண் குறியீட்டு முறைக்கு அமைய என்னுக்கு இடப்பெறுமானம் (உண்டு/ இல்லை).

iv பபிலோனிய முறைக்கு அமைய சகல எண்களையும் குறிக்க (முடியும் / முடியாது).

v உரோமன் எண் குறியீட்டு முறைக்கு அமைய 49 என்பது (IL/ XLIX) என எழுதப்படும்.

vi எகிப்திய எண் குறியீட்டு முறைக்கு அமைய 1 000 ஐக் குறிப்பதற்காக ஒரு குறியீடு (உண்டு/ இல்லை)

vii உரோமன் எண் குறியீட்டு முறையில் உரோமர்களுக்கே உரித்தான குறியீடுகளே பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன. (ஆம்/ இல்லை).

viii எகிப்திய, உரோமன் எண் குறியீட்டு முறைகளில், பூச்சியம் ஓர் எண்ணாகக் (கருதப்பட்டுள்ளது/ கருதப்படவில்லை.)

ix மாயா எண் குறியீட்டு முறையில் எண்களைக் குறிப்பதற்காகப் பூச்சியம் (பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது/ பயன்படுத்தப்படவில்லை).

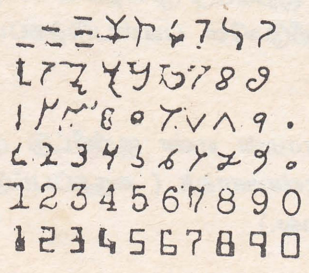
x பத்தின் அடிகள் அடிப்படையாகக் கொள்ளப்பட்டுள்ளதாகக் கருதக்கூடிய எண்குறியீட்டு முறை, (எகிப்திய முறை/ மாயா முறை) ஆகும்.

உங்கள் விடைகளை இம்மொடியூலின் இறுதியில் உள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்க.

இந்து- அராபிய எண் குறியீட்டு முறை

ஏற்கனவே நீங்கள் குறியீட்டு முறைகள் நான்கினை இனங்கண்டுள்ளீர்கள். எனினும் உலக நாகரீகத்தின் போது பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள பல்வேறு குறியீட்டு முறைகளுள் இந்து - அராபிய முறையே வலிமை மிக்கதாக அமைந்துள்ளது. காலப் போக்கில் நன்கு விருத்தியடைந்த இந்து - அராபிய எண் குறியீட்டு முறையே இன்று உலகம் முழுதும் பயன்படுத்தப்பட்டு வருகின்றது. 1,2,3, ...,9,10, ...20,.........,100 என்றவாறு விருத்தியடைந்து செல்லும் எண் குறியீட்டு முறையே அதுவாகும். இம்முறையைக் கட்டியெழுப்புகையில் மனிதன் தனக்கு இயற்கையின் கொடையாகக் கிடைக்கப் பெற்ற கைவிரல்களின் எண்ணிக்கையை அடிப்படையாகக் கொண்டிருக்கக் கூடும் எனக் கருதப்படுகிறது.

இந்து - அராபிய எண் குறியீட்டு முறை, 15வது நூற்றாண்டளவில் இந்தியாவில் வாழ்ந்த பிரபல்யம் வாய்ந்த ஒரு கணித மேதையினால் கட்டியெழுப்பட்டது எனவும் பிற்காலத்தில் வர்த்தக நோக்குடன் இந்தியாவுக்கு வந்த அராபிய வர்த்தகர்களின் பயன்பாட்டுக்குட்பட்டு விருத்தியடைந்தது எனவும் கருதப்படுகின்றது. இதன் காரணமாக இம் முறை இந்து - அராபிய எண் குறியீட்டு முறை எனப் பிரபல்யமடைந்துள்ளது. இம்முறை, குறியீடுகளை அதாவது அடிப்படையான இலக்கங்களை அதாவது ஒன்பது இலக்கங்களை (அதனை அடுத்து பத்து) அடிப்படையாகக் கொண்டு கட்டியெழுப்பப்பட்டுள்ளது. இம் முறையின் வெவ்வேறு விருத்திப் படிகளின் போது பிரயோகிக்கப்பட்ட குறியீடுகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. இவற்றை நன்கு கவனிப்பதன் மூலம் மேலே குறிப்பிடப்பட்ட சில விடயங்களை நீங்கள் தெளிவாக விளங்கிக் கொள்ளலாம்.



கி. மு. 30 – இந்து
கி. பி. 10ஆம் நூற்றாண்டு - அராபிய
கி. பி. 15ஆம் நூற்றாண்டு - அராபிய
கி. பி. 15ஆம் நூற்றாண்டு - ஐரோப்பா
கி. பி. 20ஆம் நூற்றாண்டு - தட்டச்சு
கி. பி. 20ஆம் நூற்றாண்டு -கணனி

இந்து - அராபிய எண்குறியீட்டுத் தொகுதியின் விசேட தன்மைகள்.

இந்து - அராபிய எண் குறியீட்டுத் தொகுதியில் பயன்படுத்தப்படும் குறியீடுகள் தொடர்பான சில விடயங்களை ஏற்கனவே அறிந்து கொண்டீர்கள். இவ்வெண் குறியீட்டு முறை, ஏனைய முறைகள் அனைத்தையும் மீறி விருத்தியடைந்த காரணங்கள் பற்றி (அதாவது இவ்வெண் குறியீட்டு முறையின் சிறப்பான தன்மைகள் பற்றி) இனிக் கற்போம். நீங்கள் சதாவும் பயன்படுத்தும் இவ்வெண் குறியீட்டு முறையைச் சற்றுச் சிந்தியுங்கள். அதில் பின்வரும் சிறப்புத் தன்மைகள் பொதிந்துள்ளமையை நீங்கள் இனங்கண்டு கொள்வீர்கள்.

* அடிப்படையான 10 இலக்கங்கள் உள்ளன. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, என்பனவே அவையாகும். பூச்சியம் (0) தவிர்ந்த மற்றைய அனைத்து அடிப்படை எண்களையும் மனிதக் கைவிரல்களின் துணையுடன் காட்ட முடியும்.

* பூச்சியமும் ஓர் எண்ணாகக் கருதப்பட்டுள்ளது. அதனைக் குறிப்பதற்காக "0" எனும் குறியீடு பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

* குறித்த அடியின் மீது பத்து என்னும் அடியின் மீது இவ்வெண் குறியீட்டுத் தொகுதி கட்டியெழுப்பப்பட்டுள்ளது. அதற்கு அமைய , அடிப்படையான எண்களின் பின்னே இடம்பெறும் எண்கள் முறையே பத்தின் மடங்குகளாகக் குறிக்கப்பட்டுள்ளன.

உதாரணமாக 1439 இல் 9 என்பது - ஒன்றுகள் 9 ஆகும்.
3 என்பது பத்துகள்(10) 3ஆகும்
4 என்பது நூறுகள் (10× 10) 4 ஆகும்.
1 என்பது ஆயிரங்கள்(10× 10 × 10)1ஆகும்.

*இக்குறியீடுகளுக்கு இடப் பெறுமானம் உண்டு. அடிப்படை எண்களை அவற்றின் பின்னர் வரும் எண்களுக்காகப் (இலக்கங்களாகப்) பயன்படுத்தும் போது பிரயோகிக்கப்படும் இடத்துக்கு அமையப் (பத்தின் மடங்குகளாக) பெறுமானத்தைக் கொள்ளுங்கள்.

உதாரணம் 4

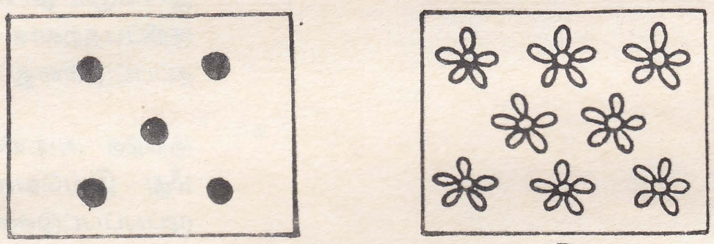
5555 என்பதில் ஒன்றுகள் (1) 5 ஆகும்.
பத்துகள் (10) 5 ஆகும்.
நூறுகள் (10 × 10) 5 ஆகும்.
ஆயிரங்கள்(10×10×10) 5 ஆகும்.

* அடிப்படை எண்களின் பின்னர் இடம்பெறும் எண்கள் முற்றுமுழுதாக, கூட்டல் அடிப்படையிலேயே கட்டியெழுப்பப்பட்டுள்ளன. அதாவது இத் தொகுதி ஒரு கூட்டல் தொகுதியாகும்.

மேலே தரப்பட்ட 1439 என்பது 1000+400 +30+ 9 ஆகும்.

முதலிமை எண்ணும் ஊழியெண்ணும்

எண தொடர்பான எண்ணக் கருவைப் பயன்படுத்தவதற்காகப் பல்வேறு நாட்டவர்கள் மேற் கொண்ட முயற்சிகள் தொடர்பாகவும் நவீன உலகில் பயன்படுத்தப்படும் எண்குறியீடுகள் தொடர்பாகவும் மேற்படி பந்திகளில் நீங்கள் கற்றீர்கள். கணிதத்திலும் அன்றாட வாழ்க்கையின் போதும் பயன் படுத்தப்படுகின்ற எண் தொடர்பான எண்ணக்கருக்களைப் பற்றி இனிச் சற்று நுணுகி நோக்குவோம். உரு. 8 ஐக் கவனியுங்கள்.



A B

உரு; 8

இவற்றுள் A தொகுதி "ஐந்து" எனும் எண் பண்பைக் கொண்டுள்ளது. அது 5 எனக் குறிக்கப்படும் தொகுதி B "ஏழு" எனும் எண் பண்பைக் கொண்டுள்ளது. அது 7 எனக் குறிக்கப்படும். இவ்வாறாக, பருமன் தொடர்பான உணர்வில் பயன்படுத்தப்படும் எண் சார்ந்த எண்ணக்கரு," முதன்மை" எண் எனப் பொருள்படும். எனவே மேலே A, B, ஆகிய தொகுதிகள் போன்று , முதலிமை எண்ணைக் கருதும் போது அப்பண்பு, தொகுதியின் "பன்மை" எனக் கொள்ளப்படும்.

இனி பின்வரும் உதாரணச் சோடியைக் கவனியுங்கள்.

1. நவம்பர் மாதத்தில் 30 நாட்கள் உண்டு 2. இவ்வீதியில் 62 வீடு - கள் உள்ளன. 3. இன்றுடன் எனக்கு 50 வயதாகிறது 4. எமக்கு 4 பிள்ளைகள் உள்ளன. 5. கிறித்துநாதர் இறந்து 1991 வருடங்களும் 4 மாதங்களும் 12 நாள்களும் கழிந்து விட்டன.	1. நவம்பர் மாதத்தின் இறுதி திகதி 30 ஆகும். 2. இவ்வீதியின் இறுதிவீட்டு இலக்கம் 62 ஆகும். 3. இன்று எனது 50வது பிறந்த நாள் ஆகும். 4. இவன் எனது 4வது பிள்ளை ஆவான். 5. இன்றைய திகதி 1991.4.12. ஆகும்.

மேலே A பிரிவில் தரப்பட்டுள்ள கூற்றுக்களிலும் B பிரிவில் தரப்பட்டுள்ள கூற்றுக்களிலும் எண்கள் யாவும் வட்டமிட்டுக் காட்டப்பட்டுள்ளன.

கூற்று இலக்கம் 1 இல் A பிரிவில் தரப்பட்டுள்ள எண் 30 ஆகும்.

B பிரிவில் தரப்பட்டுள்ள எண்ணும் 30 ஆகும்.

எனவே இரண்டு கூற்றுக்களிலும் 30 எனும் எண்ணே பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது. எனினும் B யில் தரப்பட்டுள்ள கூற்றில் 30 என்பதால் வெளியிடப்படும் கருத்தும் B யில் தரப்பட்டுள்ள கூற்றில் 30 என்பதால் வெளியிடப்படும் கருத்தும் சமனானதல்ல. இவ்வாறாக 2ஆம், 3ஆம், 4ஆம், 5ஆம் கூற்றுக்களையும் கவனியுங்கள். B பிரிவில் தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் எண்ணும் ஒவ்வொரு கருத்தை மட்டும் குறித்து நிற்கின்றது என்பது உங்களுக்கு விளங்கியிருக்கும். A பிரிவில் தரப்பட்டுள்ள எண்கள், எண்களின் பருமனைக் காட்டி நிற்பதால் அவை "முதலிமை எண்கள்" ஆகும். B பிரிவைச் சேர்ந்த B பிரிவில் தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் எண்ணும் எண்தொடர் ஒன்றினைக் குறிப்பதால் அவை " ஊழி எண்கள்" என அழைக்கப்படும்.

ஒரே எண், இரு வேறு கருத்துக்களைக் குறித்து நிற்கின்றது என்பது இதிலிருந்து தெளிவாகிறது. எனவே எண் தொடர்பான எண்ணக் கருக்கள் இருவகைப்பட்டவையாகும். உதாரணமாக, நாம் 50 எனும் எண்ணைக் கவனிப்போம்.

அவ்வெண் பிரயோகிக்கப்படும் சந்தர்ப்பத்துக்கு ஐம்பதாகவோ ஒன்றாகவோ நாம் பொருள் கொள்ள வேண்டும். இதற்கு அமைய 50 எனும் எண்ணினால் பருமன் குறிக்கப்படும் போது அது பன்மையைக் குறித்து நிற்கிறது என்பதையும் ஒழுங்கில் யாதோனும் ஒன்றினை மட்டும் குறிக்கும் போது அது முதலிமையைக் குறித்து நிற்கிறது என்பதையும் மனதிலிருத்திக் கொள்ள வேண்டும். சிலரிடத்தே எண் தொடர்பான எண்ணக்கருக்களைக் கட்டியெழுப்பும் போது மேற்படி இரண்டு சந்தர்ப்பங்கள் —அம்சங்கள் பற்றியும் கவனஞ் செலுத்த வேண்டும் என்பதை மனதிலிருத்திக் கொள்ளுங்கள்.

செவ்வை பார்த்தல் 2

அடுத்த பகுதியைக் கற்க முன்னர், இதுவரையில் நீங்கள் கற்ற விடயங்களைச் சுயமாக மதிப்பீடு செய்து கொள்வது பொருத்தமானதாகும். அதற்காகப் பின்வரும் செவ்வை பார்த்தலுக்கு விடையளியுங்கள்.

1. பின்வரும் வாக்கியங்கள் கணித ரீதியில் உண்மையாக அமையும் வண்ணம் பொருத்தமான சொற்களை அடைப்புக் குறிக்குள் இருந்து தெரிந்து இடைவெளிகளில் எழுதிப் பூரணப்படுத்துக.

சொற்கள்:

(இந்து- அராபிய, பத்தாம். எண்தொகுதி, கூட்டல், இடப்பெறுமானம், ஊழி - முதலிமை, பத்து, இலக்கங்கள், ஊழி, பதினைந்தாம்,)

I இந்து அராபிய எண் குறியீட்டுத்தொகுதியில் ...பத்து... அடிப்படை எண்கள் உள்ளன.

II குறித்த ஓர் அடி தொடர்பான அடிப்படையில் இந்துஅராபிய...எண் குறியீட்டு முறை கட்டியெழுப்பப்பட்டுள்ளது.

III தொளாயிரத்துத் தொண்ணூற்றி ஒன்பது எனும் எண்ணை நாம் 999 என ஒரே இலக்கத்தைப் பயன் படுத்தி எழுதுகிறோம். இதனால் காட்டப்படும் பிரதான மான பண்பு, எண்ணின்...இடப்பெறுமான... தொடர்பான பண்பாகும்.

IV இந்து - அராபிய எண்குறியீட்டு முறைக்கு அமைய 6453 எனும் எண்ணினால் 6000 + 400 + 50 + 03 என்பதே காட்டப்படுகிறது. இத்தொகுதியைச் சேர்ந்த இப்பண்பு ...கூட்டல்... பண்பு எனப்படும்.

V 38 மாணவர்களைக் கொண்ட ஒரு வகுப்பில் நடாத்தப்பட்ட பரீட்சையில் நிமலன் 8 ஆம் இடத்தைப் பெற்றுள்ளான். இங்கு 38 என்பதால் ...2ம் வி.... எண்ணும் 8 என்பதால் ஒழுங்கு எண்ணும் உணர்த்தப்படுகிறது.

Vi இந்து அராபிய எண்குறியீட்டு முறை இந்து- அராபிய எண் குறியீட்டு முறையானது.............அடியின் மீது கட்டியெழுப்பப்பட்டுள்ளமையால், அது தசம முறை எனவும் அழைக்கப்படுகிறது. நூற்றாண்டளவில் ....கண்டறியப்பட்டது எனக் கருதப்படுகிறது.

viii எண் தொடர்பான விளக்கத்தை மாணவருக்குப் பெற்றுக் கொடுப்பதற்கு ஊர்வலமொன்றின் படத்தைப் பயன்படுத்துவது மிக ஏற்றதாகும்.

ix உலகில் வெவ்வேறு இன மக்கள் வெவ்வேறு மொழிகளில் கணிதத்தைக் கற்ற போதும் .... அவர்கள் அனைவருக்கும் பொதுவானதாகும்.

x நூற்றுமுப்பத்தொன்பது எனும் எண்ணை எண்குறியீடு மூலம் 139 எனக் குறிக்கின்றோம். இங்கு 1 , 2, 3, என்பன .... ஆகும்.

சரியான விடைகள் மொடியூலின் இறுதியில் தரப்பட்டுள்ளன. உங்கள் விடைகளை அவற்றுடன் ஒப்பிடுங்கள். உங்களது அடைவு குறித்து நீங்கள் திருப்தியடைய முடியுமாயின் 11ஆம் பகுதியைக் கற்க ஆரம்பியுங்கள். அடைவு மட்டம் திருப்திகரமாக இன்றேல் மீண்டுமொரு தடவை பகுதி- 1 ஐக் கற்பது பொருத்தமானது என்பதைக் கவனத்திற் கொள்ளுங்கள்.

பகுதி 11

4.0 எண்களின் வளர்ச்சி

எண் தொடர்பான கருத்து, அதனைக் குறிப்பதற்காக வெவ்வேறு இனமக்கள் பயன்படுத்திய குறியீட்டு முறைகள், அவற்றுள் இன்று உலகம் பூராவும் பயன்படுத்தப்பட்டு வரும் எண் குறியீட்டு முறை ஆகியன பற்றி பகுதி- 1 இல் கற்றீர்கள். எண் தொடர்பான கருத்து மனித மனதில்

தோன்றிய நாள் தொட்டு இற்றை வரை அது விருத்தியடைந்துள்ள விதம் பற்றி இனிக் கவனிப்போம். அதற்கு முன்பாக ஒரு விடயத்தைப் பற்றிச் சிந்திப்பது பயனுடையதாக அமையும். கி. மு. 6 ஆம் நூற்றாண்டு தொடக்கம் கி. பி. 6 ஆம் நூற்றாண்டு வரையிலான காலத்துள் கிரேக்க தேசத்தில் வாழ்ந்த பல அறிஞர்களே கணிதத்தின் வளர்ச்சிக்குப் பெருஞ் சேவை ஆற்றியுள்ளனர் என்பதற்கு வரலாறு சான்று பகர்கின்றது.

அக் காலப்பகுதியுள் எண்ணின் வளர்ச்சியும் குறிப்பிடத்தக்க அளவு நிகழ்ந்தது. எனினும் எண்ணின் வளர்ச்சி தொடர்பாகக் கிரேக்கர்கள் எண்ணற்ற கஷ்டங்களையும் தீர்வு காண முடியாத பிரச்சினைகளையும் எதிர் நோக்க வேண்டியிருந்தது. அதற்கானப் பிரதானமான காரணம் ஏறத்தாழ 15ஆம் நூற்றாண்டளவில் உலகுக்குக் கிடைக்கப் பெற்ற எண் குறியீட்டுத்தொகுதி போன்ற வலிமைமிக்கதொரு எண்தொகுதி அக் காலப் பகுதியில் காணப் படாமையேயாகும். அவ்வாறெனினும் கூட, எண் தொடர்பான கருத்தை மதிப்பிடத்தக்க அளவுக்கு வளர்ப்பதில் அவர்கள் அக்கறை காட்டியுள்ளனர். எண்ணின் வளர்ச்சி தொடர்பான விடயங்களை ஆய்ந்தறியும் நடவடிக்கைகளில் ஈடுபடும் நீங்கள் உங்களுக்கு மிகப் பிரச்சிகனையானதும் பொருளுள்ளதுமான இந்து- அராபிய எண் குறியீட்டு முறையையே அதற்காக பயன்படுத்த உள்ளீர்கள் என்பதைக் கவனத்திற் கொள்ளவும்.

இனிப் பின்வரும் எண் தொகுதியைக் கவனியுங்கள்

1, 2, 3 , 4 , 5, ...10...............30 100

என்றவாறாக முடிவின்றி நீண்டு செல்லும் இவ்வெண் தொகுதியின் மூலம் ஒன்று, இரண்டு, மூன்று ....எனத் தொடர்ச்சியாக எண்ண முடியும். இது இவ்வெண் தொகுதியின் சிறப்பியல்புகளுள் ஒன்றாகும். உண்மையில் நோக்கும் போது இயற்கையில் தோன்றிய எண்களும் இவையேயாகும். எனவே இவ் வெண்தொகுதி " எண்ணும் எண் தொகுதி" எனவும் "இயற்கை எண் தொகுதி" எனவும் அழைக்கப்படுவதுண்டு. இது N எனும் குறியீட்டினால் குறிக்கப்படும். (இது"என்" என்றே உச்சரிக்கப்படும்). மனிதனால் ஆரம்பிக்கப்பட்ட எண்களும் இவையேயாகும். பாடசாலைக் கல்வியில் முதல் இரண்டு அல்லது மூன்று வருடகாலத்துள் சிறுவர்கள் இவ்வெண்களுடன் மாத்திரமே பரிச்சயப்படுவர்.

எண்ணும் எண்களைக் கையாளும் போது மனிதனின் கவனம் கணிதச் செய்கைகளின் பால் ஈர்க்கப்பட்டது. அதன் பெறுபேறாக முதன் முதலில் கூட்டல் தோன்றியது. அதற்கு அமைய $3+2=5$, $6+7=13$ என்றவாறாகக் கூட்டி, எண்ணும்

எண்கள் இரண்டை, மற்றொரு எண்ணும் எண்ணாக காட்ட மனிதன் அறிந்து கொண்டான். அவ்வாறே கழித்தல் தொடர்பான கருத்துக்களும் விருத்தியடைந்தன. அதற்கு அமைய, 8- 5= 3, 6- 2 = 4 போன்றவை கட்டியெழுப்பப்பட்டன. எனினும். 5 - 8 = ?. 4- 5 = ? போன்ற பிரச்சினைகள் ஆரம்பத்தில் தோன்றியிருந்த போதிலும். அவை கணிதத்தில் அடங்குபவை அல்ல என ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்டிருந்தன. தற்போது கூட ஆரம்பப் பாடசாலை மாணவர்கள் இவ்வாறானவை நிகழமுடியாதனவாகும் எனக் கருதுகின்றமையை நீங்கள் அறிவீர்கள். (ஐந்திலிருந்து எட்டைக் கழிக்க முடியாது. நாலிலிருந்து ஐந்தைக் கழிக்க முடியாது என்று கருதுவது.).

இச்சந்தர்ப்பத்தில் மாணவர்களின் கருத்து சரியானதாகும். அவர்கள் கையாளும் எண்தொகுதியினுள் இவ்வாறான கழித்தலைச் செய்ய முடியாது என்பது உண்மையாகும். கணிதத்தில் ஆரம்ப காலத்தில் கூட இவ்வாறான கழித்தலைச் செய்ய முடியாது எனக் கருதி அவற்றை ஒதுக்கி வைத்துள்ளனர். அடுத்ததாக பெருக்கல் தொடர்பான கருத்துக்கள் கட்டியெழுப்பப்பட்டன. அதற்கு அமைய 3 × 2 = 6, 5× 3 = 15 என்றவாறாக, இரண்டு எண்களை, மற்றொரு எண்ணும் எண்ணாகக் குறித்துக்காட்டும் முறை கையாளப்பட்டது. இது " பெருக்கல்" எனும் கணிதச் செய்கையாகும். இக்கருத்துக்களது வளர்ச்சியின் விளைவாக 6 ÷ 2 = 3, 15 ÷ 3 = 5 என்றவாறாகப் 'பெருக்கலைப் பிறிதொரு விதத்தில் குறிப்பிட முடியும் என்பதை மனிதன் உணர்ந்து கொண்டான். இதன் விளைவாக வகுத்தல் எனும் கணிதச் செய்கை விருத்தியடைந்தது. எனினும் இதன் பின்னர் கூட முக்கியமானதொரு பிரச்சினை தோன்றியது. அதாவது.

5 ÷ 2 = ?

17 ÷ 3 = ?

4 ÷ 5 = ? போன்ற சந்தர்ப்பங்களை எதிநோக்க வேண்டிய நிலை ஏற்பட்டது. அதுவரையில் பயன்படுத்தப்பட்ட"N" இன் ஊடாக இப் பிரச்சினையைத் தீர்க்க முடியவில்லை. அவ்வாறான இவையும் கணிதத்தில் சேர்ந்தவை அல்ல என ஒதுக்கப்பட்டிருத்தல் வேண்டும். ஆனால் அதுகாலம் வரையில் நிலவி வந்த 1, 2, 3, 4, 5,... என்றவாறான எண்தொகுதியானது கணிதத்தின் வளர்ச்சிக்குப் போதுமானதல்ல என்பது கணிதவியலாளருக்குப் புரிந்தது. இதன் விளைவாகக் கணிதத்துக்கும் எண்தொகுதிக்கும் பெரும் நன்மை விளைந்தது. யாதேனும் எண்ணை, நாம் அறிந்து வைத்துள்ள இரண்டு எண்களைக் கொண்டு

காட்டமுடியும் என்பதே அதுவாகும். அதற்கு அமைய, a என்பது யாதேனுமொரு எண்ணும் எண்ணாயும் b என்பது மற்றும் யாதேனுமோர் எண்ணும் எண்ணாயும் இருப்பின் $\frac{a}{b}$ யின் மூலமும் யாதேனுமோர் எண்ணே குறிக்கப்படுகிறது என்பது ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்டது. இதற்கு அமைய $\frac{3}{4}. \frac{2}{5}. \frac{7}{3}. \frac{18}{12}$ போன்றவையும் எண்களாகக் கொள்ளப்பட்டன. அவ்வாறே 1, 2 3, 4, 5, ...

போன்றவற்றையும் $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1},$ .....எனக் கருத முடிந்தது.

இது எண்ணும் எண்தொகுதியை அடிப்படையாகக்கொண்டு அதன் மீது கட்டியெழுப்பப்பட்ட மற்றுமொரு புதிய எண்தொகுதியாக அமைந்தது. இதன் விளைவாக, மனிதன், இது காலம்வரையில் பயன்படுத்தி வந்த வரையறைக்குட்பட்ட எண்தொகுதி (N) மேலும் மேலும் விரிவடைந்தது. இது கணிதக் கருத்துக்களின் வளர்ச்சிக்கு மேலும் வழிகோலுவதாகஅமைந்தது. இதன் பின்னர், a என்பது யாதுமோர் எண்ணும் எண்ணாகவும் b என்பது மற்றும் யாதேனுமோர் எண்ணும் எண்ணாகவும் இருப்பின் $\frac{a}{b}$ வடிவத்தையுடைய எண்களைக் கொண்ட எண்தொகுதியாக அது கருதப்பட்டது. இது "விகிதமுறு" எண் தொகுதி என அழைக்கப்படும். கணிதத்தில் இது Q எனுங் குறிகாட்டியினால் காட்டப்படும். (இது "கிவ்" என உச்சரிக்கப்படும்.). விகிதமுறு எண்தொகுதி தோன்றியதன் பின்னர் கூட 6 - 7, 5 - 9, போன்ற கழித்தல்கள் கணிதத்தைச் சேர்ந்தன அல்ல என்றே கருதப்பட்டன. ஏறத்தாழ கி. பி. 15 ஆம் நூற்றாண்டு வரையில் இக்கருத்து நிலவியது. எனினும் இக்காலப்பகுதியில். இக்கழித்தல்களின் போதும், மற்றும் பல்வேறு சந்தர்ப்பங்களின் போதும், தோன்றும் பல் வேறு தேவைகளுக்காகக் கணிதத்தைப் பயன்படுத்தும் போதும், அப்போது நிலவிய எண்தொகுதியின் வலிமையின்மை தொடர்பாக கணித வியளாலர்களின் கவனம் ஈர்க்கப்பட்டது. இனி, பின்வரும் உதாரணத்தைக் கவனியுங்கள்.

1. மேலே குறிப்பிட்டதற்கு அமைய அதுவரை காலமும் நிலவிய எண் தொகுதியினுள்; சில குறித்த கழித்தல் களைச் செய்ய முடியாதிருக்கிறது.

2. கிழக்கு நோக்கி நிகழுகின்ற 10 அலகு தூர இயக்கத் தையும், மேற்கு நோக்கி நிகழுகின்ற, ஒத்த 10 அலகு தூர இயக்கத்தையும் கருதும்போது, இந்த இரண்டு சந்தர்ப்பங்களுக்காகவும் 10 எனும் எண்ணையே பயன்படுத்த வேண்டியுள்ளது. எனினும் இயக்கத் தைப் 10 அலகுகள் எனக் குறிப்பதால் அதன்

குறித்த பொருள் வெளிக்காட்டப்படுவதில்லை. 10 எனும் எண் இங்கு போதுமானதோர் எண்ணாகத் தொழிற்படுவதில்லை.

இவ்வாறாகவே, இலாபம் - நட்டம், மேல் கீழ், இயக்கம் போன்ற பெரும்பாலான செயன்முறைச் சந்தர்ப்பங்களின் போதும், கணிதத்தின் வளர்ச்சியின் வெவ்வேறு சந்தர்ப்பங்களின் போதும் இப்பிரச்சினை தோன்றியது. இதன் விளைவாக எண்ணும் எண் தொகுதியுடன் ஆரம்ப எண்ணாகப் பூச்சியம் (0) சேர்த்துக் கொள்ளப்பட்டது. பூச்சியத்தின் (ஒரு புறமாக நியமத்துக்கு அமைய) வலது புறமாக +1, +2 +3, +4, +5, +6, +7, ... என்றவாறாக நேர்க்குறியீடு இடப்பட்ட எண்ணும் எண் தொகுதியும் இடப்புறமாக -1, -2, -3, -4, ... என்றவாறான மறைக்குறி இடப்பட்ட எண்ணும் எண்தொகுதியும் வளர்ச்சியடைந்தன.
இவ்வெண்தொகுதியின் பூச்சியம் (நேர் அல்லது மறை அல்லாத) ஆரம்ப எண்ணாகும். வலப்புறமாக உள்ள எண்கள் நேர் எண்கள் எனவும் இடப்புறமாக உள்ள எண்கள் மறை எண்கள் எனவும் கொள்ளப்படும். இவ்வாறாக, பூச்சியம் ஆரம்ப எண்ணாகக் கொள்ளப்பட்டுள்ளமையால், இத் தொகுதியானது திசை தொடர்பான கருத்தின் பங்களிப்பையும் பெரிதும் பெற்றுள்ளது. இதற்கு அமைய எண்ணும் எண்தொகுதிக்கு மேலதிகமாகத் தோன்றிய -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, + 2, +3, +4............. என்றவாறான பூச்சியத்தை மையத்திலும், முடிவிலி வரையிலான மறை எண்களை இடப்புறத்திலும் முடிவிலி வரையிலான நேர் எண்களை வலப்புறத்திலும் கொண்டுள்ள இவ்வெண்தொகுதி, " நிறையெண் தொகுதி" ஆகும் . இது " Z " (இசெற்) எனும் நியமக் குறியீட்டினால் குறிக்கப்படும்.

இந்நிறையெண் தொகுதியைச் சேர்ந்த நேர் எண்களும் எண்ணும் எண்களும் கணிதத்தில் பெரும்பாலும் ஒரேவிதமான நடத்தையையே காட்டுவனவாகையால் இத்தொகுதி, ...-5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5,........... எனவும் குறித்துக் காட்டப்படும். இது எண்ணும் எண்தொகுதியின் "விரிவு"எனப்படும்.

எண்ணின் வளர்ச்சியானது இதுவரை நீங்கள் கற்றுக் கொண்ட நிறையெண்தொகுதி வரை விரிவடைந்து தடைப்பட்டுவிடவில்லை. நிறையெண் தோன்றியதன் காரணமாக விகிதமுறு எண்கள் தொடர்பான அம்சங்கள் விரிவடையத் தொடங்கின. பூச்சியத்திலிருந்து வலப்புறமாகச் செல்லும் சகல விகிதமுறு எண்களும் நேர் விகிதமுறு எண்கள் (+Q) எனவும் பூச்சியத்திலிருந்து இடப்பக்கமாகச்

செல்லும் சகல விகிதமுறு எண்களும் மறைவிகிதமுறு எண்கள் (-Q) எனவும் பொருள் கொள்ளப்பட்டன. இப்போது a என்பது **யாதேனுமொரு நிறையெண்ணாகவும் b என்பது யாதேனுமொரு நிறையெண்ணாகவும்**, $b \neq 0$ ஆயும் இருப்பின் $\frac{a}{b}$ என்பது ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும் என ஆரம்ப வரைவிலக்கணம் விரிகையடைந்தது. இவ்விரிகையானது எண்தொகுதியின் முக்கியமானதொரு வளர்ச்சியாகும். (இங்கு $b = 0$ ஆகும்போது. $\frac{8}{0}$ போன்ற எண்கள் கருதப்படுகிறன. இவை பொருளுள்ள எண்களாக் கருதப்படுவதில்லை). எனினும் $\frac{0}{8} = 0$ ஆகையால், $a = 0$ உள்ளடங்கும். 0விகிதமுறும். நிறையெண்களின் பின்னர் தோன்றிய வளர்ச்சியடைந்த விகிதமுறு எண் தொகுதியானது கணிதத்தின் வளர்ச்சிக்குப் பெருந்துணையாக அமைந்தது. எனினும் இவ்வளர்ச்சி காரணமாக, எண்கள் தொடர்பாக பலப்பல பிரச்சினைகள் தோன்றின. விகிதமுறு எண் என்பது $\frac{a}{b}$ எனும் வடிவில் காட்டக்கூடிய ஓர் எண்ணாகும் என்பதை ஏற்கனவே நீங்கள் கற்றீர்கள். இனி பின்வரும் உதாரணங்களைக் கவனியுங்கள்.

1. 5 எனும் எண்ணை $\frac{5}{1}$ எனக் காட்ட முடியுமாகையால் அது ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும்.

2. $\frac{3}{4}, 3\frac{4}{5}$ போன்ற எண்களும் விதமுறு எண்களாகும்.

3. 0.5 என்பது $\frac{1}{2}$ ஆகையால் இதுவும் ஒரு விதமுறு எண்ணாகும்.

4. 0 . 12345 என்பது $\frac{12345}{100000}$ ஆகையால் இதுவும் விகிதம்றும்.

5. 0 . 333333 .... அதாவது $0.\dot{3}$ (மூன்று ஆவர்த்தனமாக இடம் பெறுகின்றது) என்பது $\frac{1}{3}$ ஆகையால் அதுவும் விகிதமுறும்.

6. 0 . 2355555 அதாவது $0.23\dot{5}$ (தசமம் இரண்டு மூன்று ஆவர்த்தனமாக ஐந்து) என்பது $\frac{53}{225}$ ஆகையால் அதுவும் விகிதமுறும்.

7. 0 . 123535353553 இன்றெல் $12\dot{3}\dot{5}$ (தசம் ஒன்று இரண்டு, ஆவர்த்தனமாக மூன்று, ஆவர்த்தனமாக ஐந்து) என்பது $\frac{1223}{9900}$ ஆகையால் அதுவும் விகிதமுறும்.

(குறிப்பு:
யாதேனும் ஆவர்த்தன தசமத்தைச் சாதாரண பின்னமாகக் காட்டும் விதத்தில் பிரச்சினைகள் தோன்றின் மொடியூலின் இறுதியில் தரப்பட்டுள்ள குறிப்புகளைப் பார்க்க).

இவ்வாறாக, யாதேனும் ஆவர்த்தனத் தசமத்தை $\frac{a}{b}$எனும் வடிவில் காட்ட முடியுமாகையால் அவையும் விகிதமுறும்.

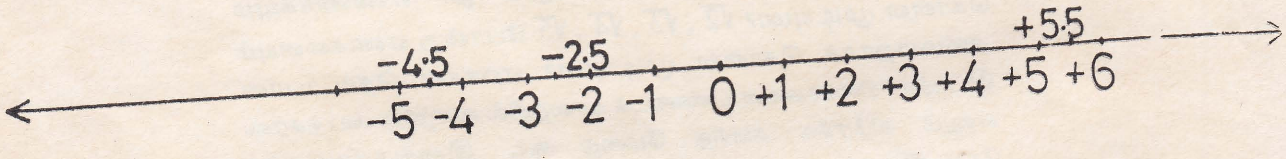
8. இனி $\sqrt{11}$ ஐக் கவனியுங்கள். $\sqrt{16} = 4$ என்பதையும் $\sqrt{9} = 3$ என்பதையும் நீங்கள் அறிவீர்கள். 11 எனும் எண் 9 இற்கும் 16 இற்கும் இடைப்பட்ட ஓர் எண்ணாகும். எனவே $\sqrt{11}$ என்பது 3 இற்கும் 4இற்கும் இடைப்பட்ட ஓர் எண்ணாக இருத்தல் வேண்டும். இவ்வெண் யாதாக இருக்கலாம். இயலுமாயின் $\sqrt{11}$ என்பதை தசம எண்ணாகக் காட்ட முயற்சியுங்கள். பொதுவான ஒரு கணிச்சி (Calculator)யின் துணையுடன் 7 தசமதானங்களுக்குக் கணிக்கும் போது,

$\sqrt{11} = 3.3166247$ ....என்பது கிடைக்கிறது. வசதியிருப்பின் கணனியின் துணையுடன் இதன் பெறுமானத்தை மேலும் விரிவாகப் பெற முயற்சியுங்கள்.

இவ்வாறாகவே, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$ போன்றவற்றின் பெறுமானத்தைத் தசம தானத்தில் கணிக்க முயற்சியுங்கள். இனி நாம் மீண்டும் $\sqrt{11}$ எனும் எண்ணைக் கவனிப்போம். அது 3இற்கும் 4இற்கும் இடைப்பட்ட ஓர் எண் என்பது உண்மையாகும். எனினும் அது 3 தசம் எண்ணின் முடிவோ ஆவர்த்தனமோ அற்ற இலக்கங்ளைக் கொண்ட ஓர் எண்ணாகும். எனவே இவ்வெண்ணை இதுவரை நீங்கள் கற்ற எண்தொகுதியில் இடம்பெறும் ஓர் எண்ணாகவும் கொள்ள முடியுமா? $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$ போன்ற எண்களையும் அவ்வாறாகக் கொள்ள முடியுமா? எண்கள் தொடர்பான இப் பிரச்சினைகளை பண்டைக் காலத்தில் வாழ்ந்த பைதகரஸ் எனும் கிரேக்க கணித மேதை கூட இனங்கண்டிருந்த போதிலும் அவராலோ அல்லது சமகால கணிதமேதைகளாலோ அவற்றைத் தீர்த்து வைக்கமுடிய வில்லை. அவ்வாறேனும் $\frac{a}{b}$ எனும் வடிவில் காட்ட முடியாத ஒரு சில எண்களையே இப்போது நீங்கள் இனங்கண்டு கொண்டீர்கள். இவ்வெண்களைத் தசமவடிவில் குறிக்கும் போது அவை முடிவுறாதும். ஆவர்த்தனமாகாதவாறும் எல்லையின்றி நீண்டு செல்வதைக் காணலாம். எனினும் இவையும் எண்களாகும். எண்தொகுதியில் இவ்வாறான எண்கள் அடங்கியுள்ளன என்பதை அண்மைக்கால கணிதவியலாளர்கள் உணர்ந்து கொண்டுள்ளார்கள். விகிதமுறு எண்களாகக் காட்ட முடியாதைகையால் இவை விகிதமுறா

எண்கள் என அழைக்கப்படுகின்றன. எண்தொகுதியின் தொடர்தன்மைக்கான முட்டுக்கட்டை இதன் மூலம் நீக்கப்பட்டுவிட்டது என்பதை கணிதவியலாலர்கள் இனங் கண்டு கொண்டனர். இதற்கமைய $-\alpha$ (மறை முடிவிலி) தொடக்கம் $+\alpha$ (நேர் முடிவிலி) வரையிலான விகிதமுறு எண்களையும், விகிதமுறா எண்களையும் கருதும் போது தொடர்சியான எண் தொகுதி கிடைக்கப் பெறுகின்றது. இது எண்தொகுதியின் அசாதாரணமான வளர்ச்சியாகும். உங்களது மொடியூலின் குறிக்கொள்களுக்கு அமைய, விருத்தியடைந்துள்ள எண்தொகுதி இதுவாகும். இது 'மெய்யெண் தொகுதி' என அழைக்கப்படும். கணிதத்தில் இது. 'R' எனும் குறியீட்டினால் காட்டப்படும்.

இம்மெய்யெண் தொகுதியின் தோற்றம் காரணமாகக் கட்டியெழுப்பப்பட்ட, தொடர்ச்சியான தன்மையைக் கொண்ட, நேர், மறை, விகிதமுறு எண்களைக் கவனத்திற் கொள்ளும் போது ஆரம்ப. எண் (அதாவது 0) காணப்படல், திசை தொடர்பான உணர்வு எண்ணின் மூலம் காட்டப்பட்டிருத்தல் ஆகிய இரண்டு விடயங்களின் ஆதிக்கம் காரணமாக, மெய்யெண் தொகுதியை நேர்கொடொன்றில் இடம் பெறுகின்ற, தொடர்ச்சியான புள்ளிகளின் மூலம் குறித்துக்காட்ட இயலுதலானது கணிதத்தின் வளர்ச்சிக்குப் பெருந்துணையாக அமைந்துள்ளது. எனவே மெய்யெண் தொகுதியானது பொதுவான ஓர் எண்கோடாகவே கருதப்படுகின்றது. எண் கோடொன்றின் மூலம் Z எனக் காட்டப்படுவது மெய்யென் தொகுதியேயாகும்.



உரு 9

என்பதை மனதிலிருத்திக் கொள்ளல் வோண்டும். இக்கோட்டின் எந்தப் புள்ளியினாலும் யாதேனுமொரு எண் காட்டப்படும் என்பது முக்கியமானதொரு விடயமாகும். அவ்வாறாகக் காட்டப்படும் எண், ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகவோ விகிதமுறா எண்ணாவோ இருக்கலாம்.

செவ்வை பார்த்தல் 3

எண்ணின் வளர்ச்சி தொடர்பாக இதுவரையில் நீங்கள் கற்ற விடயங்களைச் சுயமாக மதிப்பிடுவதற்காகப் பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க முயற்சியுங்கள்.

பின்வரும் கூற்றுக்கள் கணித ரீதியில் சரியானவையாயின் √ எனவும் பிழையானவையாயின் x எனவும் எதிரேயுள்ள கூட்டினுள் குறிக்க.

1. பூச்சியம் ஓர் எண்ணும் எண்ணாகும்.

2. எண்ணும் எண் தொகுதியில் மிகப்பெரிய எண் என எதுவும் கிடையாது.

3. பூச்சியம் ஓர் நேர் எண்ணோ மறை எண்ணோ அல்ல.

4. பூச்சியம் ஒரு நிறையெண்ணாகும்.

5. பூச்சியம் ஒரு விகிதமுறு எண் அல்ல.

6. $\sqrt{25}$ என்பது ஒரு விகிதமுறா எண்ணாகும்

7. மெய்யெண் தொகுதியில் யாதேனுமொரு நேர் எண்ணை ஒத்த மறையெண் காணப்படும்.

8. மெய்யெண் தொகுதியே எண் கோட்டினால் காட்டப்படுகிறது.

9. $-3\frac{1}{2}$ என்பது ஒரு மெய்யெண்ணாகும்.

10. யாதெனுமோர் எண்ணின் வர்க்கமூலம் ஒரு முழுவெண் அல்லாவிடின் அது ஒரு விகிதமுறா எண்ணாகும்

உங்கள் விடைகளை மொடியூலின் இறுதியிலுள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிடுக

பகுதி 111

5.0 முதன்மை எண்களும் சேர்த்தி எண்களும்

எண்தொகுதியானது மெய்யெண் தொகுதி வரை படிப்படியாக வளர்ச்சியடைந்த விதம் பற்றி பகுதி 11 இல் நீங்கள் கற்றீர்கள். N ஐச் சேர்ந்த எண்களின் விசேடமான சில பண்புகள் பற்றி இப்பகுதியில் நீங்கள் கற்றுக் கொள்ளலாம்.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

உரு 10

முதன்மை எண்கள் செயற்பாடு

உரு 10இல் 1 தொடக்கம் 100 வரையிலான எண்கள் தரப்பட்டுள்ளன. முதன் முதலாக 1ஐக் சுற்றி வட்டமிடுங்கள். பின்னர், 2 தவிர்ந்த இரண்டால் வகுபடக் கூடிய மற்றைய அனைத்து எண்களையும் கீறிடுங்கள். இப்போது எஞ்சியுள்ள எண்களுள் முதலாவது எண் 3ஆகும். இனி 3 தவிர்ந்த, மூன்றால் வகுபடக்கூடிய எல்லா எண்களையும் கீறிவிடுங்கள். இவ்வாறாகவே 5, 7, 11, போன்ற எண்களுக்காகவும் இதே ஒழுங்கைக் கையாளவும். ஈற்றில் கட்டடங்களுக்குள் எஞ்சியிருக்கும் எண்கள் எவ்வாறானவை எனக் கவனியுங்கள். கட்டங்களுள் எஞ்சியிருக்கும் எண்களுள் ஒன்று 37 ஆகும். 1ஐயும் 37ஐயும் தவிர்ந்த வேறு எந்த எண்ணாலும் 37ஐ வகுக்க முடியாது. இது இவ்வெண்ணின் சிறப்பியல்பாகும். அதாவது 37 இன் பெருக்கமாக 1 × 37 என்று மட்டுமே காட்டலாம். அவ்வாறே 53 ஐ 1× 53 என்ற வடிவத்தில் மாத்திரமே குறிக்க முடியும். இச்செயற்பாட்டின் பொது கட்டங்களுள் எஞ்சிய எண்கள் யாவும் இவ்வாறானவை என்பது இப்போது உங்களுக்கு விளங்கியிருக்கும். 1 இனாலும் அதே எண்ணினாலும் மாத்திரமே வகுக்கப்படக் கூடிய எண்கள் யாவும் முதன்மை எண்களாகும். மேலே நீங்கள் செய்த செயற்பாட்டின் மூலம் 2 தொடக்கம் 100 வரையிலான எண்களுள் இடம்பெறும் முதன்மை எண்கள் அனைத்தையும் இனங்கண்டு கொண்டீர்கள். இயலுமாயின் 200 அல்லது 300 வரை இச் செயற்பாட்டை மேற்கொள்ளுங்கள். கணிதத்தில் முதன்மை எண்கள் பின்வருமாறுவரை விலக்கணப்படுத்தப்படும்.

"1 இனாலும் அதே எண்ணினாலும் மாத்திரமே வகுக்கப்படுவனவும் (காரணிகளாக 1ஐயும் அதே எண்ணையும் மாத்திரம் கொண்டனவும்) ஒன்றிலிருந்து ஒன்று வேறுபட்டனவுமாகிய எண்கள் முதன்மை எண்களாகும்"

தரப்பட்ட அட்டவணையில் உங்களது ஆவலைத் தூண்டியிருக்கக் கூடிய இரு விடயங்கள் பற்றி இனிக்

கவனிப்போம். நீங்கள் முதலில் 1ஐச் சுற்றி வட்டமிட்டீர்கள். 1ஐ முதலாவது எண்ணாகக் கருதி, எஞ்ச விட்டு மற்றைய எல்லா எண்களையும் கீறிவிட்டால் ஈற்றில் 1மாத்திரமே எஞ்சியிருக்கும். முதன்மை எண் தொடர்பான வரைவிலக்கணத்துக்கு அமைய, யாதனுமோர் எண் 1 இனாலும் அதே எண்ணினாலும் மாத்திரம் வகுபடுவதாகவும் அவ்வெண்கள் ஒன்றிலிருந்து ஒன்று வேறுபட்டதாவும் இருப்பின் மாத்திரம் அது முதன்மை எண்ணாகவும் அமையும். எனினும் 1ஐக் கவனிக்கையில் அது 1 இனால் வகுக்கப்படுகிறது. அவ்வாறே அவ்வெண்ணும் 1 ஆகும். எனவே இவ்விரு எண்களும் வேறுபட்டவை அல்ல. எனவே 1 ஒரு முதன்மை எண்ணாகக் கருதப்படுவதில்லை. எனவே எண் தொகுதியின் முதலாவது முதன்மை எண் 2 ஆகும். அடுத்த முதன்மை எண்களாகிய 3, 4, 7, 11, போன்றவை அடுத்த பந்தியைக் கற்கும் போது பெரிதும் பயனுடையதாக அமையும்.

சேர்த்தி எண்கள்

முதன்மை எண்களைக் கண்டறிவதற்காகச் செய்த செயற்பாட்டின் போது நீங்கள் கீறிட்ட எண்களைப் பற்றி இப்போது கவனிப்போம். 1 இனாலும் அதே எண்ணிணாலும் மாத்திரமன்றி மற்றுமொரு எண்ணினால் அல்லது மேலும் சில எண்களாலும் அவ்வெண்களை வகுக்க முடியும்.

பின்வரும் உதாரணத்தைக் கவனியுங்கள்.

1. $6 = 3 \times 2$ எனக் காட்லாம். இங்கு 2உம் 3உம் 6இன் காரணிகள் எனக் கூறலாம். (பொதுவாக 1உம் அதே எண்ணும் காரணிகளாகக் கருதப்படுவதில்லை.).

2. $21 = 7 \times 3$

   இவ்வாறாக யாதேனும் எண்ணை (1உம் அதே எண்ணும் தவிர்ந்த) இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட பெருக்கமாகக் காட்ட முடியுமாயின் அவ்வாறான எண்கள் சேர்த்தி எண்களாகும். எனவே 4, 6, 8, 10...... போன்ற எண்கள் சேர்த்தி எண்களாகும் என்பது உங்களுக்கு விளங்கியிருக்கும்.

   எண்ணும் எண் தொகுதியின் முதலில் இடம்பெறும் இரண்டு சேர்த்தி எண்களாகிய 4, 6 ஆகியவற்றைக் கவனிப்போம்.

   $4 = 2 \times 2$ ஆகும்.
   $6 = 2 \times 3$ ஆகும்.

எனவே முதலாவது சேர்த்தி எண்ணின் இரண்டு காரணிகளும் ஒரு எண்ணாகும். எனினும் இரண்டாவது சேர்த்தி எண்ணின் அதாவது (6) இன் காரணிகள் இரண்டும் ஒன்றிலிருந்து

ஒன்று வேறுபட்டவை. இதற்கு அமைய எண்ணும் என் தொகுதியின் வேறுபட்ட காரணிகளைக் கொண்ட முதலாவது எண் 6 ஆகும். இதன் காரணமாக, பண்டைய கிரேக்கர்கள் 6 இனை அதிர்ஷ்டம் மிக்க எண் எனக் கருதிகர். இனி பின்வரும் உதாரணங்களைக் கவனியுங்கள்.

1. $$\begin{aligned} 12 &= 4 \times 3 \\ &= 6 \times 2 \\ &= 2 \times 2 \times 3 \end{aligned}$$

இங்கு, 12 என்பது காரணிகளாக 3 விதங்களில் காட்டப்பட்டுள்ளது. 4,3 என்பன 12 இன் காரணிகளாகும். 6,2 என்பனவும் 12 இன் காரணிகளாகும். எனினும் இச்சோடிகள் இரண்டையும் சேர்ந்த காரணிகள் முதன்மை எண்களல்ல. முதலாவது சோடியில் $4 = 2 \times 2$, ஆகும். இரண்டாவது சோடியில் $6 = 2 \times 3$ ஆகும். எனினும் $2 \times 2 \times 3$ ஐக் கவனிக்கையில். அதிலடங்கியுள்ள எண்கள் யாவும் முதன்மை எண்களாகும். எனவே 12 ஐ முதன்மைக் காரணிகளைக் கொண்டு காட்டும் போது,

$12 = 2 \times 2 \times 3$ என்பது கிடைக்கிறது.

2. 18ஐ முதன்மைக் காரணிகள் மூலம் காட்டும்போது
$18 = 2 \times 3 \times 3$ என்பது கிடைக்கிறது.

3. 64 ஐ முதன்மைக் காரணிகள் மூலம் காட்டினால்.
$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ என்பது கிடைக்கிறது.

முக்கிய குறிப்பு

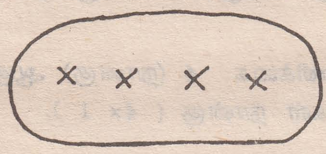
மேற்படி உதாரணமொன்றில் கவனத்திற்கெடுக்கப்பட்ட 12 எனும் எண்ணைக் கவனியுங்கள். அதனை முதன்மைக் காரணிகளாகக் காட்டும் போது
$12 = 2 \times 2 \times 3$ ஆகும்.

இது பெரும்பாலும் $12 = 2^2 \times 3$ எனச் சுருக்கிக் காட்டப் படுவதுண்டு
($2 \times 2 = 2^2$ ஆகும்)

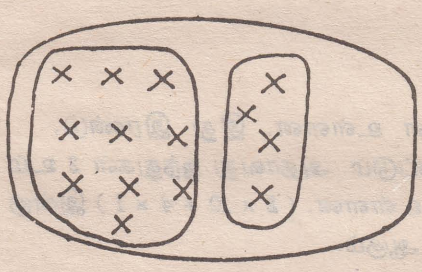
இதற்கு அமைய $18 = 3 \times 3 \times 2$
$= 3^2 \times 2$
$64 = 2^6$
$72 = 3^2 \times 2^3$ என்றவாறு எண்களைக் காரணிகளாகக் காட்ட முடியும் என்பதைக் கவனத்திற் கொள்ளுங்கள்.

6.0 எண் அடிகள்

பகுதி 111 இல் நீங்கள் முதன்மை எண்கள் பற்றியும் சேர்த்தி எண்கள் பற்றியும் கற்றீர்கள். பகுதி 1இல் பல்வேறு எண்குறியீட்டு முறைகள் பற்றிக் கற்றுக் கொண்டீர்கள். அவ்வெண் குறியீட்டு முறைகளுள் தற்போது உலகம் முழுவதிலும் இந்து - அராபிய எண் குறியீட்டு முறையே பயன்படுத்தப்படுகின்றது. அதற்கு அமைய எண்களைக் கையாளுகையில் பயன்படுத்தப்படும் அடிப்படை எண்கள் 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ஆகிய குறியீடுகளாலேயே காட்டப்படுகின்றன. 0 தொடக்கம் 9 வரையிலான அடிப்படை எண்கள் குறித்த மேற்படி குறியீடுகளாலேயே காட்டப்படுகின்றன, போன்ற விடயங்கள் அனைத்தையும் நீங்கள் அறிந்துள்ளீர்கள். இனி பின்வரும் உதாரணங்களைக் கவனியுங்கள்.

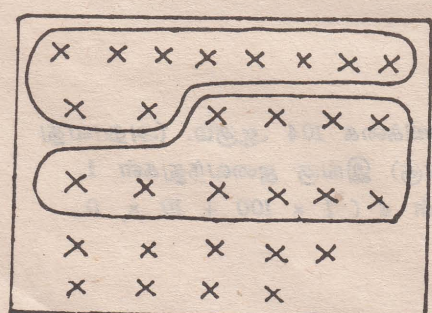


(1) இங்கு தரப்பட்டுள்ள புள்ளடிகளின் எண்ணிக்கை 4 என நாம் எழுதலாம். இந்து -அராபிய முறைப்படி அது சரியானதாகும். எனினும் உரோமன் இலக்க முறையில் இது IV என எழுதப்படும்.



(2) இங்கு காட்டப்படும் புள்ளடிகளின் எண்ணிக்கை இந்து - அராபிய முறைக்கு அமைய 14 ஆகும். அதாவது பத்துக்கள் ஒன்றும் ஒன்றுகள்4உம் உள்ளன.

(1× 10+ 4 × 1)



(3) இங்கு காட்டப்பட்டிருப்பது 29 ஆகும். அதாவது பத்துக்கள் 2 உம் ஒன்றுகள் 9 உம் உள்ளன.

(2 × 10 + 9 × 1)

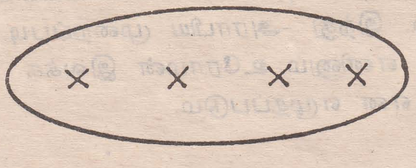
இவ்வாறாகவே,

(4) 248 என்பதில், நூறுகள் 2 உம், பத்துக்கள் 4 உம் ஒன்றுகள் 8உம் உள்ளன. (2 × 100 + 4 ×10 + 8 ×1 .)

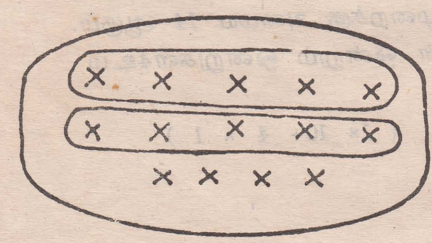
(5) 1985 என்பதில் ஆயிரங்கள் 1 உம் நூறுகள் 9உம் பத்துக்கள் 8உம் ஒன்றுகள் 5உம் உள்ளன.

எந்த எண்ணிக்கையையும் நாம் இவ்வாறு எழுத முடியும். இந்து -அராபிய எண் குறியீட்டு முறை, பத்தின் அடிகளாகக் குறிக்கப்படுவதொன்றாகையாலேயே, நாம் N ஐச் சேர்ந்த எண்களை இவ்வாறு பொருளுள்ள விதத்தில் குறிப்பிட முடிகின்றது. இயற்கையில், மனிதனின் கையில் பத்து விரல்கள் அமைந்திருத்தலானது இம்முறையின் தோற்றத்தில் பங்களிப்புச் செய்திருக்கக் கூடும் எனக் கருதலாம். மேலே நாம் கண்ட சில பிரச்சினைகளைப் பிறிதொரு கோணத்தில் நோக்குவோம். இம்முறை கட்டியெழுப்பப்பட்ட காலத்தில் வாழ்ந்த மனிதன் ஒரு கையை மாத்திரமே கொண்டிருந்தான் எனக் கொள்வோம். அவ்வாறாயின் அதனால் ஆக்கப்படும் எண் தொகுதி எவ்வாறு இருக்கக்கூடும் எனச் சற்றுச் சிந்திப்போம். ஒரு கையிலுள்ள விரல்களின் எண்ணிக்கைக்கு அமைய நாம் பயன்படுத்தக் கூடிய அடிப்படை எண்கள் (பூச்சியத்துடன்) 0, 1, 2, 3, 4, ஆகியவையாகும். அவ்வாறாயின், ஐந்து எனும் எண்ணை, ஐந்துகள் 1 எனும் வடிவிலேயே நாம் காட்டமுடியும்.

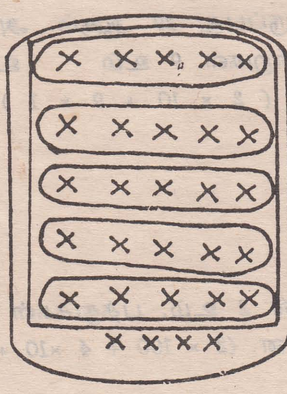
அதாவது ஐந்து =10 ஆகும். இங்கு, அடியாகக் கருதப்படுவது 'ஐந்து' ஆகும். இதற்கு அமைய மேலே உள்ள சில உதாரணங்களின் அடியைப் பத்தாகக் கொள்ளாது, மாறாக அதனை ஐந்தாகக் கொண்டு கூற்றுக்களை ஆக்குவோம்.



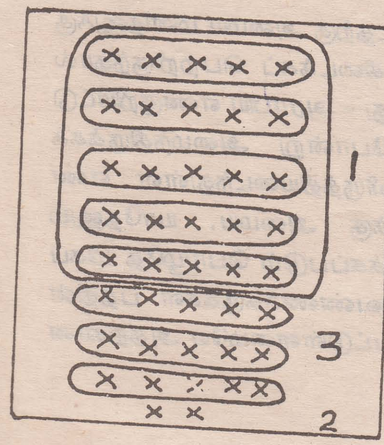
(1) புள்ளடிகளின் எண்ணிக்கை 4 (நான்கு) ஆகும். அதாவது ஒன்றுகள் நான்கு (4×1).



(2) இங்கு 24 புள்ளடிகள் உள்ளன. இது இரண்டு, நான்கு என அழைக்கப்படும். அதாவது ஐந்துகள் 2 உம் ஒன்றுகள் நான்கும் உள்ளன. ($2 \times 10 + 4 \times 1$) இங்கு 10 என்பது ஐந்து ஆகும்.



(3) புள்ளடிகளின் எண்ணிக்கை 104 ஆகும். (அதாவது ஒன்று பூச்சியம் நான்கு) இங்கு ஐவைந்துகள் 1, ஐந்துகள் 0, ஒன்றுகள் 4 ($1 \times 100 + 10 \times 0 + 1 \times 4$)



(4) புள்ளடிகளின் எண்ணிக்கை. 132. அதாவது ஐவைந்துகள் 1 ஐந்துகள் 3 ஒன்றுகள் 2

$(1 \times 100 + 3 \times 10 + 2 \times 1)$

இவ்வாறாக பிறதோரு அடுக்கின் அடிப்படையில் யாதேனும் எண்ணைக் குறிப்பிடுகையில் $4_{ஐந்து}$ $24_{ஐந்து}$, $104_{ஐந்து}$, $132_{ஐந்து}$, என்றவாறாக, வலது புறத்தே, எண்ணுக்குச் சற்றுக் கீழ் அடுக்கை எழுதிக்காட்டுவது வழக்கமாகும். பத்தாம் அடுக்கில் எழுதும் போது இவ்வாறாக எழுதிக் காட்டப்படுவதில்லை.

(5) பத்தின் அடுக்குப்படி புள்ளடிகளின் எண்ணிக்கை 116 ஆயின், இதனை ஐந்தாம் அடுக்கில் குறிப்பிடுகையில், மேற்காட்டிய உதாரணங்களிற் போன்று, ஐந்தின் குவியல்களாக வரைந்து காட்டுவதற்குப் பதிலாக $116_{பத்து}$ எனும் எண்ணை ஐந்தின் குவியல்களாக இவ்வாறு வேறாக்கிக் காட்டலாம்.

அதாவது $116_{பத்து} = (4 \times 25 + 3 \times 5 + 1)$

அதாவது $= (4 \times 100 + 3 \times 10 + 1)$ ஐந்து

$= 431_{ஐந்து}$

இப்பிரச்சினையைப் பத்தின் அடியாகக் கொண்டு, இவ்வாறாகமிக இலகுவாக எழுதலாம்.

```
5 | 116
5 |  23  - 1
5 |   4  - 3
      0  - 4
```

$116_{பத்து} = 431_{ஐந்து}$

6. 847 என்பதை ஐந்தின் அடுக்குகளாகக் காட்டுவோம்.

```
5 | 847
5 | 169  - 2
5 |  33  - 4
5 |   6  - 3
      1  - 1
```

∴ $847_{பத்து} = 11342_{ஐந்து}$

அதாவது $847_{பத்து}$ $(1\times 625 + 1\times 125 + 3\times 25 + 4 \times 5 + 2)_{பத்து}$

$= (1\times 10000 + 1\times 1000 + 3 \times 100 + 4\times 10 + 2)_{ஐந்து}$

பத்தின் அடிகளாகக் குறிக்கப்படும் யாதேனும் எண்ணை மேற்காட்டியவாறு மிக இலகுவாக ஐந்தின் அடியில்

குறிக்கலாம். நாம் மேலே குறிப்பிட்டதற்கு அமைய மனிதனுக்கு இயற்கையில் ஒரு கை மட்டுமே கிடைக்கப் பெற்றிருந்தால் நாம் தற்போது பயன்படுத்தும் இந்து - அராபிய எண்குறியீட்டு முறை, மேலே காட்டடியதைப்போன்று அமைந்திருக்கக் கூடும். எனினும் நம்மிடத்தே விருத்தியடைந்துள்ள எண் தொடர்பான எண்ணக்கருக்களுக்கு அமைய, யாதேனும் எண், பத்தின் அடுக்குகளில் குறிக்கப்படும் பொழுதே மிகப் பொருளுடையதாகின்றது. அவ்வெண்ணக்கருக்கள் பத்தின் அடுக்குகள் மீது கட்டியெழுப்பப்பட்டுள்ளமையே அதற்கான காரணமாகும்.

பிரசினம் 1

இனி $123_{\text{ஐந்து}}$ எனும் எண்ணைக் கவனியுங்கள். புள்ளடிகள் $123_{\text{ஐந்து}}$ எனக் குறிப்பிடப்படின் எத்தனை புள்ளடிகள். என நேரடியாகத் தீர்மானிப்பது கடினமானதாகும். எனவே அதனை நாம் பொருளுடைய விதத்தில் பத்தின் அடிகளாக மாற்றுவோம்.

முறை 1

$$\begin{aligned} 123_{\text{பத்து}} &= (1 \times 25 + 2 \times 5 + 3 \times 1)_{\text{பத்து}} \\ &= (25 + 10 + 3)_{\text{பத்து}} \\ &= 38_{\text{பத்து}} \end{aligned}$$

முறை 2

$$123_{\text{ஐந்து}} = \begin{array}{c|c} 5^1 & 23 \\ \hline 7 & 3 \\ \hline \end{array}_{\text{பத்து}}$$

அதாவது $1 \times 5 + 2 = 7$

$38_{\text{பத்து}}$ (அதாவது $7 \times 5 + 3$)

$\therefore 123_{\text{ஐந்து}} \quad 38_{\text{பத்து}}$

பிரசினம் 2

$324_{\text{ஐந்து}}$ என்பதைப் பத்தின் அடுக்குகளாக எழுதுவோம்.

முறை 1

$$\begin{aligned} 324_{\text{ஐந்து}} &= (3 \times 25 + 2 \times 5 + 4)_{\text{பத்து}} \\ &= (75 + 10 + 4)_{\text{பத்து}} \\ &= 89_{\text{பத்து}} \end{aligned}$$

முறை : 2

$324_{\text{ஐந்து}}$

	3	2	4
	5		
×			
	17		4 பத்து
	5		
		85 + 4 பத்து	

∴ $324_{\text{ஐந்து}} = 89_{\text{பத்து}}$

இந்து - அராபிய எண் குறியீட்டு முறையைக் கையாண்டு யாதேனும் எண்ணை ஐந்தின் அடுக்குகளாகக் குறிக்கும் முறையையும் மேலே கற்றீர்கள். இனி நாம் மற்றுமோர் அடியைக் கவனிப்போம். நாம் பயன்படுத்தக் கூடிய அடிப்படை எண்கள் 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ஆகியன மாத்திரமே யாகும். இவ்வெண்ணைப் பயன்படுத்திப் பத்தின் அடுக்கு எண்ணொன்றினை எட்டின் அடுக்கு எண்ணாகக் குறிப்பிடும் விதத்தைக் கவனிப்போம்.

உதாரணம் 1

$116_{\text{பத்து}}$ என்பதை எட்டின் அடுக்குகளில் எழுதுங்கள்.

தீர்வு

8	116	
8	14	– 4
	1	– 6

∴ $116_{\text{பத்து}} = 164_{\text{எட்டு}}$

உதாரணம் 11

$848_{\text{பத்து}}$ என்பதை எட்டின் அடுக்குகளில் எழுதுங்கள்.

8	848	
8	106	– 0
8	13	– 2
	1	– 5

∴ $848_{\text{பத்து}}$ $1520_{\text{எட்டு}}$

எட்டின் அடுக்குகளில் தரப்பட்டுள்ள ஓர் எண்ணைப் பத்தின் அடுக்குகளில் காட்டும் விதத்தைக் கவனிப்போம்.

எட்டாம் அடுக்கில்,

முதலாவது இடத்தில் 1 களும்
இரண்டாம் இடத்தில் 8 களும்
மூன்றாம் இடத்தில் 8×8 களும்
நான்காம் இடத்தில் $8 \times 8 \times 8$ களுமாக

எட்டின் ஒத்த அடுக்குகளாகக் காணப்படுகின்றமை முக்கியமாக கவனிக்கப்பட வேண்டியதொன்றாகும்.

உதாரணம் 1

$123_{\text{எட்டு}}$ என்பதை பத்தின் அடுக்குகளாகத் தருக.

தீர்வு

முறை 1

$$
\begin{aligned}
123_{\text{எட்டு}} &= (1 \times 8 \times 2 \times 8 + 3)_{\text{பத்து}} \\
&= (64 + 16 + 3)_{\text{பத்து}} \\
&= 83_{\text{பத்து}}
\end{aligned}
$$

முறை 2

$$
\begin{array}{c|l|l}
123_{\text{எட்டு}} & 1 \quad 2 & 3 \\
8 & & (1 \times 8 + 2) \\
\hline
\times & 10 & 3 \text{ பத்து} \\
 & \times\ 8 & (10 \times 8 + 3) \\
\hline
 & & 80 + 3_{\text{பத்து}}
\end{array}
$$

$83_{\text{பத்து}}$

உதாரணம் 11

$324_{\text{எட்டு}}$ என்பதைப் பத்தின் அடிகளாகத் தருக.

தீர்வு

முறை 1

$$
\begin{aligned}
324_{\text{எட்டு}} &= (3 \times 8 \times 8 + 2 \times 8 + 4)_{\text{பத்து}} \\
&= (3 \times 64 + 2 \times 8 + 4)_{\text{பத்து}} \\
&= (192 + 16 + 4)_{\text{பத்து}} \\
&= 212_{\text{பத்து}}
\end{aligned}
$$

முறை 11 $324_{\text{எட்டு}}$

3	2	4
× 8		
	26	$4_{\text{பத்து}}$
	8	
	$208 + 4_{\text{பத்து}}$	

$\underline{\underline{212_{\text{பத்து}}}}$

இவ்வாறாக, பத்தின் அடுக்கைச் சேர்ந்த எந்தவொரு எண்ணையும் எந்த அடுக்கிலாயினும் காட்டமுடியும் என்பது இப்போது உங்களுக்கு விளங்கியிருக்கும். அவ்வாறே ஏனைய அடுக்குகளில் குறிப்பிடப்படும் எந்த எண்ணையும் பத்தின் அடுக்கில் குறிப்பிடுவது இலகுவானதாகும். யாதேனும் அடி தரப்படின், முதலில் அதற்காகப் பயன்படுத்தக் கூடிய அடிப்படை எண்களைத் தீர்மானிப்பதும் இடப்பெறுமானம் வேறுபடும் விதத்தைத் தீர்மானிப்பதுமே நீங்கள் முதலில் மேற்கொள்ள வேண்டிய நடவடிக்கைகளாகும்.

முக்கிய குறிப்பு

11வது அடுக்கைச் சேர்ந்த எண்களைக் கவனிக்கையில் 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ஆகிய அடிப்படை எண்களுக்கு மேலதிகமாக 10 எனும் எண்ணுக்காகவும் புதியதொரு குறியீட்டைப் பயன்படுத்துதல் வேண்டும் என்பதை மனதிலிருத்திக் கொள்ளுங்கள்.

துவித எண்கள்

யாதேனும் எண்ணை வெவ்வேறு அடிகளில் காட்டும் விதத்தை இதுவரையில் கற்றீர்கள். இந்து - அராபிய எண் குறியீட்டு முறையின் அடியாக 10 என்பது தெரிவு செய்யப்பட்டுள்ளமையால், இன்று அவ்வடியிலேயே எண்கள் நமக்குப் பொருளுடையதாக அமைந்துள்ளன. எனவே கணிதத்திலும் அன்றாட வாழ்கையிலும் 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ஆகிய அடிப்படை எண்களும், 1, 10, 100, 1000, போன்ற பத்தின் மடங்குகளாக இடப்பெறுமானங்களும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன என்பதை நீங்கள் அறிவீர்கள். இந்நியமத்துக்கு அமையவே எண் தொடர்பான எண்ணக்கருக்கள் எம்மிடத்தே விருத்தியடைந்துள்ளன. எனினும், கணிதத்திலும் அண்மைக் காலத்தில் இடம் பெற்றுள்ள வளர்ச்சிக்கு அமைய, மனிதச் சிந்தனையை விட பொறிச் சிந்தனைக்கு மிகப் பொருளுடையதாக அமைகின்ற எண்தொகுதியொன்று பயன்படுத்தப்படுகின்றமையை நீங்கள் அறிந்திருக்கக் கூடும். இனி நாம் அவ்வெண் தொகுதியை இனங்காண முயற்சிப்போம். மேலே தரப்பட்டுள்ள உதாரணங்களில் 5ஐயும் 8ஐயும் அடிகளாகக் கொண்டு, நீங்கள் எண்களைக் குறிப்பிட்டீர்கள். அவ்வாறாகவே நாம்

இரண்டையாகக் கொள்வோம். அவ்வடியில் எண்களைக் குறிப்பிடும் போது பின்வரும் இரண்டு விடயங்களும் முக்கியமானவை என நீங்கள் அறிந்துள்ளீர்கள்.

1. பயன்படுத்தக் கூடிய அடிப்படை எண்கள் 0உம் 1உம் ஆகும்.

2. இடப்பெறுமானங்களாகிய 1, 2, 4, 8, 16, ஆகியன இரண்டின் பெருக்கங்களாகும். அதாவது 1, 2, 4, 8, 16 ஆகியவை இரண்டாம் அடியின் 1, 10, 100, 1000, 10000, என்றவாறாக அமையும். இவ்விடயங்களையும், எண் அடிகள் தொடர்பாக ஏற்கனவே நீங்கள் கற்றுள்ள விடயங்களையும் கவனத்திற் கொண்டு, பத்தாம் அடி எண்களை இரண்டாம் அடி எண்களாகக் குறிப்பிடுவது தொடர்பான பின்வரும் உதாரணங்களைக் கவனியுங்கள்.

உதாரணம் 1

$35_{\text{பத்து}}$ எனும் எண்ணை இரண்டாம் அடியில் தருக.

தீர்வு

முறை 1

2	35	
2	17	– 1பத்து
2	8	– 1பத்து
2	4	– 1பத்து
2	2	– 0பத்து
	1	0பத்து

$\therefore 35_{\text{பத்து}} = 100011_{\text{இரண்டு}}$

முறை 2 $(32 + 2 + 1)$

$35_{\text{பத்து}} = (32 \times 1 + 16 \times 0 + 8 \times 0 + 4 \times 0 + 2 \times 1 + 1 \times 1)_{\text{பத்து}}$

$= (100000 + 10 + 1)_{\text{இரண்டு}}$

$= 100011_{\text{இரண்டு}}$

உதாரணம் 2

$178_{\text{பத்து}}$ என்பதை இரண்டாம் அடியில் தருக.

முறை 1

$$
\begin{array}{r|l}
2 & 178 \\
2 & 89 - 0 \\
2 & 44 - 1 \\
2 & 22 - 0 \\
2 & 11 - 0 \\
2 & 5 - 1 \\
2 & 2 - 1 \\
 & 1 - 0
\end{array}
$$

$$\therefore 178_{\text{பத்து}} = 10110010_{\text{இரண்டு}}$$

முறை 11

$$178_{\text{பத்து}} = 128 + 32 + 16 + 2$$

$$(1 \times 128 + 0 \times 64 + 1 \times 32 + 1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 — 1 \times 2 + 1\ 0 \times 1)_{\text{பத்து}}$$

$$(10000000+0+100000+10000+0+0+10+0)_{\text{இரண்டு}}$$

$$\underline{\underline{10110010_{\text{இரண்டு}}}}$$

இதற்கு அமைய பத்தின் அடியாகத் தரப்பட்ட யாதேனும் எண்ணை, மேற்காட்டியவாறு இரண்டாம் அடியிற் காட்டலாம். இவ்வாறாக இரண்டாம் அடியில் குறிப்பிடப்படும் எண 'துவித எண்' எனப்படும். யாதேனும் எண்ணைப் பத்தின் அடிகளாகக் குறிப்பிடுவதைவிட இரண்டின் அடிகளாகக் குறிப்பிடுவதன் மூலம் கிடைக்கப் பெறும் ஒரு நன்மையை நீங்கள் விளங்கிக் கொண்டிருப்பீர்கள். இரண்டாம் அடியில் 0,1 ஆகிய இரண்டு எண்களை மாத்திரம் பயன்படுத்த வேண்டியிருத்தலே இச்சிறப்பம்சமாகும். அவ்வாறே இம்முறையின் பிரதிகூலங்களும் உள்ளன. $1991_{\text{பத்து}}$ எனும் எண்ணைக் கவனிப்போம். (யாதேனும் திகதியைக் குறிக்கும்போது அன்றாடம் இவ்வாறான எண்களை நாம் பயன்படுத்த வேண்டி ஏற்படுவதுண்டு). அதனைத்து வித எண்ணாகப் பின்வருமாறு காட்டலாம்.$11111000111_{\text{இரண்டு}}$ இது 11 தானங்களைக் கொண்ட ஓர் எண்ணாகும். பத்தாம் அடுக்கில் நான்கு தானங்களில் காட்டக்கூடிய எண்ணை இரண்டாம் அடுக்கில் காட்டவதற்காக பதினொரு தானங்கள் தேவைப்படுகின்றன. அவ்வாறே மில்லியன், பில்லியன் போன்ற எண்களைப் பயன்படுத்துகையில் அவற்றைத் துவித எண்களாகக் குறிக்க வேண்டி ஏற்படின் அதன் விளைவாக மனித உழைப்பு வீண் விரயமாகவும் இடமேற்படும். அதனைப் பொறியின் துணையுடன் மேற்கொள்ளுவதாயின் அவ்வாறான கஷ்டங்கள் ஏற்படாது என்பதை நீங்கள் ஏற்றுக் கொள்வீர்கள். இனி நாம் இரண்டாம் அடுக்கு எண்களை பத்தாம் அடுக்கில் குறிப்பிடும் விதத்தைக் கவனிப்போம்.

பின்வரும் உதாரணத்தைக் கவனியுங்கள்.

உதாரணம் 1

$10011_{\text{இரண்டும்}}$ என்பதைப் பத்தாம் அடியில் தருக.

தீர்வு

முறை 1

$$10011_{\text{இரண்டு}} = (16 + 2 + 1)_{\text{பத்து}}$$
$$= 19_{\text{பத்து}}$$

முறை 2 $10011_{\text{இரண்டு}} = 10011$

$$\begin{array}{r} 10011 \\ \times\ 2 \\ \hline 2011 \\ \times\ 2 \\ \hline 411 \\ \times\ 2 \\ \hline 91 \\ \times\ 2 \\ \hline 19_{\text{பத்து}} \end{array}$$

$$10011_{\text{இரண்டு}} = 19_{\text{பத்து}}$$

உதாரணம் 2

$11100111011_{\text{இரண்டு}}$ என்பதை பத்தின் அடிகளில் தருக.

தீர்வு

முறை 1

$$11100111011_{\text{இரண்டு}} = (1024 + 512 + 256 + 22 + 16 + 8 + 2 + 1)_{\text{பத்து}}$$
$$= 1851_{\text{பத்து}}$$

முறை 11

$$
\begin{array}{r l}
 & 11100111011 \\
\times & 2 \\ \hline
 & 3100111011 \\
\times & 2 \\ \hline
 & 700111011 \\
\times & 2 \\ \hline
 & 140111011 \\
\times & 2 \\ \hline
 & 28111011 \\
\times & 2 \\ \hline
 & 5711011 \\
\times & 2 \\ \hline
 & 1151011 \\
\times & 2 \\ \hline
 & 231011 \\
\times & 2 \\ \hline
 & 46211 \\
\times & 2 \\ \hline
 & 9251 \\
\times & 2 \\ \hline
 & 1851
\end{array}
$$

$$11100111011_{\text{இரண்டு}} = 1851_{\text{பத்து}}$$

உதாரணம் 3

' 1 ' என்பது 1 ஐயும் ' - ' என்பது (2) ஐயும் குறிப்பதாக இருப்பின் பின்வரும் துவித எண்ணைப் பத்தாம் அடியில் தருக.

எண் $(1 - - 11 -)_{\text{இரண்டு}}$

தீர்வு

இதனைத் நியமத் துவித எண் வடிவில் எழுதினால் $100110_{\text{இரண்டு}}$ எனும் எண் கிடைக்கப் பெறும்.

$$\therefore 100110_{\text{இரண்டு}} = 32 + 4 + 2$$
$$= 38_{\text{பத்து}}$$

உதாரணம் 4

ஓர் ஆசிரியர், ஓர் எண்ணைத் துவித வடிவில் எழுதுவதற்குப் பதிலாக, வலமிருந்து இடமாகப் பொருளுடைய விதத்தில்

அமையுமாறு இரண்டு ஒலிகள் மூலம் அதனை வெளியிட்டார். அவர் 'ஒன்' ஒலியினால் 1 ஐயும் 'இன்' எனும் ஒலியினால் 2ஐயும் கருதினார். வலமிருந்து இடமாகப் பொருளுடையவாறு எழுதப்பட்ட ஒலி.

(ஒன் ஒன் இன் இன் இன்) ஆகும்.

இவ்வெண் யாது? அதனைப் பத்தாம் அடியிற்தருக.

தீர்வு

'ஒன் ஒன் இன் இன் இன்' எனும் ஒலி நியம துவித எண் குறியீட்டில்,

$11010_{இரண்டு}$ ஆகும்.

$$11010_{இரண்டு} = 16 + 8 + 2$$

$$\underline{\underline{26_{இரண்டு}}}$$

துவித எண்களைக் கூட்டல்

இனி நாம் எண்களைக் கூட்டும் விதத்தைக் கவனிப்போம். துவித எண்களில் 1, 0 ஆகியன மாத்திரமே பயன்படுத்தப்படுகின்றமையால், கூட்டற் பிணைப்புக்கள்.

$0 + 0 = 0$
$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$
$1 + 1 = 10$ ஆகும்

இந்நான்கு பிணைப்புகளையும் பயன்படுத்தி, துவித எண்களை நாம் இலகுவாகக் கூட்ட முடியும். பின்வரும் உதாரணங்களைக் கவனியுங்கள்.

உதாரணம் 1

கூட்டுக

$$\begin{array}{r} 1100110_{இரண்டு} \\ 10111_{இரண்டு} \\ \hline 111101_{இரண்டு} \end{array}$$

இங்கு $1 + 1 = 10$ உம்
$1 + 1 + 1 = 11$ உம் ஆகும்.

இக்கூட்டுத்தொகை சரியானதா எனப் பரிசீலிக்கும் அளவுக்கு துவித எண்கள் தொடர்பான எண்ணக்கரு எம்மிடத்தே விருத்தியடைந்திராதிருக்கக் கூடும். எனவே அதனைப் பின்வருமாறு நோக்குவோம்.

$1100110_{\text{இரண்டு}} = 62 + 32 + 4 + 2 = 102_{\text{பத்து}}$

$10111_{\text{இரண்டு}} = 16 + 4 + 2 + 1 = \quad = 23_{\text{பத்து}}$

$1111101_{\text{இரண்டு}} \quad 64 + 32 + 15 + 8 + 4 + 1 = 125_{\text{பத்து}}$

102 இனதும் 23இனதும் கூட்டுத்தொகை 125 ஆகையால் இக்கூட்டல் சரியானதாகும்.

உதாரணம் 2

கூட்டுக

$$\begin{array}{r} 110110_{\text{இரண்டு}} \\ 1111_{\text{இரண்டு}} \\ +\ 10110_{\text{இரண்டு}} \\ \hline 1011011_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

இக்கூட்டல் சற்றுக் கடினமானதாயிருக்கக் கூடும். எனவே அதனைப் பின்வருமாறு இரண்டு படிகளில் செய்வது இலகுவானதாகும்.

$$\begin{array}{r} 110110_{\text{இரண்டு}} \\ 1111_{\text{இரண்டு}} \\ \hline 1000101_{\text{இரண்டு}} \\ 10110_{\text{இரண்டு}} \\ \hline 1011011_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

அதற்கு அமைய இரண்டுக்கு மேற்பட்ட துவித எண்களைக் கூட்டும் போது அவற்றை இரண்டிரண்டாகக் கூட்டுவது இலகுவானதாகும் என்பதை மனதிலிருத்திக் கொள்ளுங்கள்.

துவித எண்களைக் கழித்தல்

துவித எண்களைக் கழிக்கையில்,

$0 - 0 \quad = 0$

$1 - 0 = 1$

$1 - 1 = 0$

$10 - 1 = 1$ ஆகிய

பிணைப்புக்களே பெரிதும் பயன்படுத்தப்படும். பின்வரும் உதாரணங்களைக் கவனியுங்கள்.

உதாரணம் 1

கழிக்க

$$\begin{array}{r} 110001_{\text{இரண்டு}} \\ -\ 1111_{\text{இரண்டு}} \\ \hline 100010_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

இக்கழித்தலைப் பின்வருமாறு தெளிவுபடுத்திக் காட்டலாம்.

$$110001 = 1011\ (10)\ 1_{\text{இரண்டு}}$$

$$\begin{array}{r} 1011\ (10)\ 1 \\ -\ 11\ \ 1\ \ 1 \\ \hline 1000\ \ \ 00 \\ \hline\hline \end{array}$$

துவித எண்களை இவ்விதமாகக் கழித்தல் வேண்டுமாயினும் துவித எண்களின் தானங்கள், பத்தாம் அடியில் கருதப்படுகின்றவாறு இரண்டுக்கு இரண்டாகவே மாற்றமடையும், எனவே மேற்படி கழித்தலைப் பத்தாம் அடிக்கு அமையச் சிந்தித்துக் கழித்தல் மிக இலகுவானதாக அமையும். அதற்கு ஏற்ப மேற்படி கழித்தலைப் பின்வருமாறு காட்டலாம்.

$$\begin{array}{l} 110001 \\ -\ 1111 = 1\ 0\ \overset{2}{1}\ \overset{2}{1}\ \ \ (\overset{2}{2})\ \ \ 1 \\ \qquad\qquad\quad\ 1\ \ 1\ \ \ \ \ \ 1\ \ \ \ \ 1 \\ \hline \qquad\quad 1\ 0\ 0\ 0\ \ \ \ \ \ 1\ \ \ \ \ 0 \\ \hline\hline \end{array}$$

இககழித்தல் சரியானதா என்பதைக் கூட்டலில் தரப்பட்ட உதாரணங்களுக்கு அமையப் பரிசீலிக்க.

உதாரணம் 2

கழிக்க $111000101_{\text{இரண்டு}}$

$111010_{\text{இரண்டு}}$

தீர்வு 111000101

$-\ 111010$

இதனை $11011\ (2)\ 0\ (2)\ 1$

$-\ 11\ \ \ 0\ \ 1\ \ 1$ என பத்தாம் அடியைக் கவனத்திற் கொண்டு எழுதலாம்.

எனவே $\underline{\underline{11000\ \ 10\ \ 11}}_{\text{இரண்டு}}$ என்பது கிடைக்கிறது.

இதன் இரண்டாவது படியைத் தனியே எழுதத் தேவையில்லை. அதனை மனக்கணக்காக ஒரேதடவையிற் செய்யலாம்.

உதாரணம் 3

கழிக்க

$$
\begin{array}{rl}
 & 10000010_{\text{இரண்டு}} \\
- & 1111101_{\text{இரண்டு}} \\
\hline
 & 0000101_{\text{இரண்டு}} \\
\hline\hline
\end{array}
$$

எனவே விடை $101_{\text{இரண்டு}}$ ஆகும்.

எண் அடிகள் தொடர்பாக இதுவரையில் நீங்கள் கற்ற விடயங்களை மீள வலியுறுத்திக் கொள்வதற்காகப் பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடை தருக.

பயிற்சி 1

1. இந்து - அராபிய எண் குறியீட்டு முறையில் பயன்படுத்தப்படும் அடிப்படை எண்கள் எத்தனை உள்ளன? அவை யாவை? இடப்பெறுமானம் எவ்வாறாக வேறுபடும்.? 10 0.1,2,3,4,5,6,7,8,9

2. ஆறாம் அடி எண் தொகுதியொன்று கட்டியெழுப்பப்படுவதாக இருப்பின் பயன்படுத்தக் கூடிய அடிப்படை எண்கள் யாவை? இடப் பெறுமானங்கள் எவ்வாறாக வேறுபடும்.? 0,1,2,3,4,5
1. 6, 36, 216

94 பத்து ஐந்தின் அடியல்

5|94
5|18 - 4
3 - 3 = 334 ஐந்து

3. $94_{\text{பத்து}}$ எனும் எண்ணை,

 1. ஐந்தாம் அடியில் தருக.
 11. எட்டாம் அடியில் தருக.

8|94
8|11 - 6
1 - 3 = 136 எட்டு

4. பின்வரும் எண்களைப் பத்தாம் அடியில் தருக.
 1. $3201_{\text{இரண்டு}}$
 11. $4210_{\text{ஐந்து}}$
 111. $2101_{\text{மூன்று}}$

5. பத்து என்பது $\overset{\uparrow}{\circ}$ எனும் குறியீட்டினாலும் பதினொன்று என்பது $\underset{\downarrow}{\circ}$ எனுங்குறியீட்டினாலும் காட்டப்படுகின்றனவாயின்

 1. $128_{\text{பத்து}}$
 11. $3309_{\text{பத்து}}$

 ஆகிய எண்களைப் பன்னிரண்டாம் அடியில் தருக.

6. 1 . $82_{\text{பத்து}}$ என்பதைத்துவித எண்ணாக எழுதுக.

 11. $11011_{\text{இரண்டு}}$ என்பதைப் பத்தின் அடிகளில் எழுதுக.

7. 1. 'ஆம்' என்பது 1ஐயும் 'இல்லை' என்பது 0 ஐயும் குறிப்பதாகக் கொண்டு பின்வரும் எண்ணைப் பத்தாம் அடியில் எழுதுக.

1.		0		0	0			
2.	0			0				0
3.				0		0	0	

(ஆம் இல்லை ஆம் இல்லை ஆம்)

11. எட்டுத் தானங்களைக் கொண்ட எண்களைக் காட்டும் நிரல் நாடாவொன்றின் ஒரு பகுதி இங்கு தரப்பட்டுள்ளது. "0" என்பது 1ஐயும் ஏனையவை 0 ஐயும் குறிப்பதாகக் கொண்டு பின்வரும் எண்களைப் பத்தின் அடிகளாகத் தருக.

8. கூட்டுக (i) $1101011_{\text{இரண்டு}}$ (2) $110111_{\text{இரண்டு}}$

$1101_{\text{இரண்டு}}$ $1001_{\text{இரண்டு}}$

$11110_{\text{இரண்டு}}$

$110011_{\text{இரண்டு}}$

9. கழிக்க (1) $1100011_{\text{இரண்டு}}$ (2) $1001001_{\text{இரண்டு}}$

$-11010_{\text{இரண்டு}}$ $110110_{\text{இரண்டு}}$

10. சுருக்குக.

$1101001 + 1101 - 111001_{\text{இரண்டு}}$

இப் பயிற்சிகளுக்கான தீர்வுகளும் சரியான விடைகளும் மொடியூலின் இறுதியில் தரப்பட்டுள்ளன. உங்களது தீர்வுகளையும் விடைகளையும் அவற்றுடன் ஒப்பிடுக.

பகுதி V

7.0 எண் கோலங்கள்

வெவ்வேறு எண் அடிகள் பற்றியும் யாதேனும் எண்ணை வெவ்வேறு எண் அடிகளில் காட்டும் விதத்தையும் பகுதி V இல் கற்றீர்கள். எண் தொகுதியை முதன்மை எண்கள், சேர்த்தி எண்கள் என வகுக்க முடியும் என்பதையும் ஏற்கனவே கற்றீர்கள். எண்ணும் எண்தொகுதி தொடர்பாக

கணித மேதைகள் நீண்ட காலமாக ஆய்வுசெய்துள்ளனர். ஓர் ஆசிரியர் என்ற வகையில் எண்தொகுதி தொடர்பாக நீங்களும் நுணுகி நோக்குவது அவசியமாகும். இவ்வெண்கள் அமைந்துள்ள விதம் தொடர்பாக மொடியூலின் இப்பகுதில் நாம் கற்போம்.

ஒற்றை எண்களும் இரட்டை எண்களும்

எண்ணும் எண்தொகுதி N இனாற் குறிக்கப்படுகிறமையை நீங்கள் அறிவீர்கள். அதற்கு அமைய N (1, 2, 3, 4, 5, 6,.........) என்றவாறு அமையும். இங்கு 2, 4, 6, 8, 10,........ என்றவாறு 2 இல் ஆரம்பித்து ஒன்று விட்டு ஒன்றாக இடம் பெறும் எண்களில் ஒரு விசேடத்தன்மை காணப்படுகிறது. அவை ஒவ்வொன்றினதும் ஒரு காரணி 2 ஆக அமைந்திருப்பதே அச்சிறப்பாகும். (அதாவது இவ்வெண்கள் 2 ஆல் வகுபடக் கூடியனவாகும்). இவ்வெண்கள் **இரட்டை எண்கள்** என அழைக்கப்படும். N ஐச் சேர்ந்த எண்களுள் மேற்குறிப்பிட்ட இரட்டை எண்களை நீக்கிய பின்னர் 1 இல் ஆரம்பித்து அதிகரித்துச் சொல்கிற 1, 3, 5, 7, 9 போன்ற எண்கள் எஞ்சியிருக்கின்றன். 2 இவ்வெண்களின் ஒரு காரணியாக அமைவதில்லை என்பது தெளிவு. இவ்வெண்கள் **ஒற்றை எண்கள்** என அழைக்கப்படுகின்றன. எண்ணும் எண் தொகுதியில் முதலாவது ஒற்றை எண் 1 ஆகும். அதன் முதலாவது இரட்டை எண் 2 ஆகும்.

முக்கோணி எண்கள்

எண்ணும் எண்தொகுதியில் ஒற்றை எண்களும் இரட்டை எண்களும் ஒரு குறித்த கோலத்தில் அமைந்திருக்கும் விதம் பற்றி மேலே கற்றோம். அவ்வெண்தொகுதியை அதாவது 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... எனும் எண்தொகுதியை மீண்டும் நோக்குவோம்.

இதன் முதலாவது எண்

$$1 = 1$$
$$1 + 2 = 3$$
$$1 + 2 + 3 = 6$$
$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$
$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

இவ்வாறாக ஒன்றில் ஆரம்பித்து அடுத்த எண்களை கூட்டிப் பெறும் கூட்டுத் தொகையும் N இன் உள் அடங்கும் ஓர் எண்ணே என்பது உங்களுக்கு விளங்கியிருக்கம்.

அவ்வாறே,

1, 2, 3, 6, 10, 15, எனக் கிடைக்கப் பெறுகிற இவ்வெண்களைக் கூர்ந்து நோக்கில் அவையும் ஒரு குறித்த கோலத்தைக் காட்டுகின்றமையை விளங்கிக் கொள்ள முடிகின்றது. இவ்வெண்களை வகைகுறித்துக் காட்டக்கூடிய சில விதங்களைப் கவனிப்போம்.

```
1.  1        3        6         10         15
    0        0        0         0          0
           0 0       0 0       0 0        0 0
                    0 0 0     0 0 0      0 0 0
                             0 0 0 0    0 0 0 0
                                       0 0 0 0 0

2.  1        3        6        10         15
    0        0        0         0          0
            0 0      0 0       0 0        0 0
                    0 0 0     0 0 0      0 0 0
                             0 0 0 0    0 0 0 0
                                       0 0 0 0 0
```

உரு : 11

இவ்வெண்கள் ஒவ்வொன்றும் முக்கோண வடிவில் அமைகின்றன என்பது மேற்காட்டிய இரண்டு வகைக் குறித்தலின் மூலமும் தெளிவாகிறது. எனவே இக்கோலத்தில் அடங்கும் எண்கள் **முக்கோணிஎண்கள்** என அழைக்கப்படுகின்றன. இதற்கு அமைய எண்ணும் எண்தொகுதியைச் சேர்ந்த எண்களுள் அடங்குகின்றது.

முதலாவது முக்கோணிஎண்	$1 \rightarrow$	1
இரண்டாவது முக்கோணிஎண்	$3 \rightarrow$	$1 + 2$
மூன்றாவது முக்கோணிஎண்	$6 \rightarrow$	$1 + 2 + 3$
நான்காவது முக்கோணிஎண்	$10 \rightarrow$	$1 + 2 + 3 + 4$
ஐந்தாவது முக்கோணிஎண்	$15 \rightarrow$	$1 + 2 + 3 + 4 + 5$

இக்கோலத்துக்கு அமைய 10வது முக்கோணிஎண் எது என உங்களால் தீர்மானிக்க முடியுமா ?

அதற்காக இலகுவானதோர் வழியைக் காண முயற்சிப்போம்.

அவ்வெண் $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$ என்பது மேற்படி உதாரணங்களிலிருந்து தெளிவாகிறது. அதனை நாம் $10 + 9 + 8 \ldots\ldots\ldots 3 + 2 + 1$ குறிப்பிடலாம்.

எனவே அவ்வெண்ணின் இரண்டு மடங்கு $11 + 11 + 11 \ldots\ldots\ldots\ldots 11 + 11 + 11$ என்றவாறு கிடைக்கப் பெறுகின்றது.

அதாவது அதன் இரண்டு மடங்கு 10×11 ஆகும்.

எனவே அவ்வெண் $= \dfrac{10 \times 11}{2} = 55$ ஆகும்.

இப்பெறுபேறானது, முக்கோணிஎண்ணொன்றினைக் கண்டறிவதற்கான இலகுவானதொரு முறையை எமக்குக் காட்டியிருக்கிறது. அதாவது 10வது முக்கோணிஎண் ஆகிய

$\frac{10 \times 11}{2}$ என்பது பத்து × அதற்கு அடுத்த எண்

என அமைகின்றது. 2

இச்சூத்திரத்துக்கு அமைய 18 வது முக்கோணிஎண்

$\frac{18 \times 19}{2} = 171$ ஆகும்.

இதற்கு அமைய எந்த முக்கோணிஎண்ணையும் நீங்கள் அறிந்து கொள்ள முடியும்.

வர்க்கஎண்கள்
(சதுரஎண்கள்)

எண்ணும் எண்தொகுதியின் 1இல் ஆரம்பித்து தொடர்ச்சியான எண்களைக் கூட்டிப்பெறும் எந்த எண்ணும், அவ்வெண் தொகுதியின் ஓர் எண்ணாகவே அமையும் என்பதையும் அவ்வாறானஎண்களின் முக்கோணிஎண்களாகும் என்பதையும் நீங்கள் ஏற்கனவே அறிந்துள்ளீர்கள். இனி நாம், எண்ணும் எண்தொகுதியை மீண்டும் கவனிப்போம். அதாவது N 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...எனும் தொகுதியை நோக்குவோம். நாம் இவ்வொவ்வோர் எண்ணினதும் வர்க்கத்தைக் கவனிப்போம்.

$1^2 = 1$
$2^2 = 4$
$3^2 = 9$
$4^2 = 16$
$5^2 = 25$

என்றவாறாக அவ்வர்க்கங்கள் கிடைக்கப் பெறுகின்றன. இவையும் எண்ணும் எண்களாகும். இவ்வாறான எண்கள் ‘வர்க்க எண்கள் என அழைக்கப்படுகின்றன. இவ்வர்க்க எண்கள் எண்ணும் எண்தொகுதியுள் காட்டும் மற்றுமொரு தொடர்பையும் கவனிப்போம்.

1 3 5 7 9 .... என்றவாறாக அமையும் ஒற்றை எண்களைக் கவனியுங்கள்.

இதன் முதலாவது எண் $1 = \quad 1 = 1^2$

இரண்டாவது எண் $1 + 3 = \quad 4 = 2^2$
மூன்றாவது எண் $1 + 3 + 5 = \quad 9 = 3^2$
நான்காவது எண் $1 + 3 + 5 + 7 = \quad 16 = 4^2$
ஐந்தாவது எண் $1 + 3 + 5 + 7 + 9 \quad 25 = 5^2$

இதற்கு அமைய 1இல் ஆரம்பிக்கும் ஒற்றை எண் தொகுதியின் எண்களை எந்த எண் வரையும் கூட்டிப் பெறும் கூட்டுத்தொகை ஒரு வர்க்க எண்ணாகும் என்பது இக்கோலத்தின் மூலம் தெளிவாகிறது. முன்னர் போன்று வர்க்க எண்ணொன்றினை வகைகுறித்துக் காட்டக் கூடிய விதத்தை இனி நோக்குவோம்.

1 → ⊗

4 → ⊗ ⊗
⊗ ⊗

9 → ⊗ ⊗ ⊗
⊗ ⊗ ⊗
⊗ ⊗ ⊗

16 → ⊗ ⊗ ⊗ ⊗
⊗ ⊗ ⊗ ⊗
⊗ ⊗ ⊗ ⊗
⊗ ⊗ ⊗ ⊗

இதற்கு அமைய வர்க்கஎண்ணொன்றினை வகைகுறிக்கும்போது அது சதுரமாக அமைகின்றமை தெளிவாகிறது.

செவ்வக எண்கள்

N ஐச் சேர்ந்த எண்களுள் வர்க்க எண்கள் தவிர செவ்வக வடிவில் வகை குறிக்கக் கூடிய ஏனைய சேர்த்தி எண்கள் செவ்வக எண்களாகும். பின்வரும் வகை குறிப்பைக் கவனியுங்கள்.

0 0 0
0 0 0
6

0 0 0 0
0 0 0 0
8

0 0 0 0 0
0 0 0 0 0
10

0 0 0
0 0 0
0 0 0
0 0 0
12

0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0
16

இவ்வெண்களும் N ஐச் சேர்ந்தவையாகும். இவை அனைத்தும் சேர்த்தி எண்களாக இருந்த போதிலும் இவை சதுர எண்களாகாமை இவற்றின் சிறப்பியல்பாகும்.

$6 = 2 \times 3$

$8 = 4 \times 2$

$10 = 5 \times 2$

$12 = 4 \times 3$

$ = 2 \times 6$

இவ்வாறு காரணிகளாகக் காட்ட முடியும்.

பாசுகால் முக்கோணி
(Pascal Triangle)

N ஐச் சேர்ந்த எண்கள் காட்டும் பல்வேறு கோலங்கள் பற்றி இதுவரையில் கற்றீர்கள். பென்ஸ் பாசுகால் (கி. பி. 1923) எனும் கணிதமேதை, எண் கோலங்கள் பற்றிய ஆய்வுகளில் ஈடுபட்ட ஒருவராவார். அக்காலத்தில் சமர்ப்பிக்கப்பட்டிருந்த அட்சர கணிதப் பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வு காணுகையில் அவர், எண்ணும் எண் தொகுதியை ஒரு குறித்த கோலத்துக்கு அமைய ஒழுங்குபடுத்திச் சமர்ப்பிக்க முயற்சித்தார்.

பின்வரும் கோலத்தைக் கவனியுங்கள்.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1

இக்கோலம் பாசுகால் முக்கோணி என அழைக்கப்படுகிறது.

இங்கு ஒவ்வொரு நிரையையும் சேர்ந்த எண்கள் எழுதப்பட்டுள்ள கோலத்தைக் கவனியுங்கள். இக்கோலத்தில் 7 ஆம் நிரையில் எண்கள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. இனி நீங்கள் 8, 9, 10, ஆகிய நிரைகளைப் பூரணப்படுத்துங்கள் இயலுமாயின் தொடர்ந்தும் இவ்வெண முக்கோணியை வளர்த்துச் செல்லுங்கள். இந்நிரைகளிலும் குறுக்குக் கோடுகளிலும் எண்களால் காட்டப்படும் கோலங்களை இனங்கண்டு கொள்ள முயற்சியுங்கள்.

சர்வதேச எண் குறியீட்டு முறை

N ஐச் சேர்ந்த எண்கள் காட்டும் சில கோலங்களை மேலே கற்றீர்கள். இந்து - அராபிய எண்தொகுதியைச் சேர்ந்த இவ்வெண்களைக் குறிப்பிடுவதற்கும் எழுதுவதற்கும் சர்வதேச ரீதியில் ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட முறை எது எனக் கவனிப்போம்.

நாம் எண்களை அழைக்கும் கோலம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

0	பூச்சியம்
1	ஒன்று
10	பத்து
100	நூறு
1000	ஆயிரம்
10 000	பத்தாயிரம்
100 000	இலட்சம்
1000 000	பத்து இலட்சம்
10 000 000	கோடி

இவ்வாறாக எண்ணற்ற கோடிகள் வரை எண்கள் பொருளுள்ள விதத்தில் பெயரிடப்பட்டுள்ளன. இவ்வாறாக எண்களைப் பெயரிடும் முறை பௌத்த தத்துவத்தில் கையாளப்பட்டுள்ளதைக் காண முடிகிறது.

இனி பிரித்தானியர் பயன்படுத்தும் முறையையும் கவனிப்போம்.

0	பூச்சியம்
1	ஒன்று
10	பத்து
100	நூறு
1000	ஆயிரம்
10 000	பத்தாயிரம்
100 000	நூறாயிரம்
1000 000	மில்லியன்
10 000 000	பத்து மில்லியன்
100 000 000	நூறு மில்லியன்
10 000 000 00	ஆயிரம் மில்லியன்
10 000 000 000	பத்தாயிரம் மில்லியன்
100 000 000 000	நூறாயிரம் மில்லியன்
1000 000 000 000	மில்லியன் மில்லியன் அதாவது பில்லியன்

இவ்வாறாகவே திரில்லியன், தெற்றாலியன், பெரிலியன், எக்சாலியன் என்றவாறு ஒன்றும் நூறு பூச்சியங்களும் கொண்ட எண் வரை ஒரு குறிப்பிட்ட கோலத்துக்கு அமைய எண்கள் எழுதப்படகின்றன.

இம்முறையில் மில்லியனில் இருந்து பில்லியன் வரை எண்களின் பெயர்கள் குறிப்பிடப்படும் விதத்தை நன்கு கவனியுங்கள்.

அமெரிக்க முறை

மேலே தரப்பட்ட பிரித்தானிய எண்குறியீட்டு முறையில் எண் பெயர்கள்,

ஒன்று
பத்து
ஆயிரம்
பத்தாயிரம்
நூறாயிரம்
ஆயிரமாயிரம் (அதாவது மில்லியன்)
மில்லியன் மில்லியன், பில்லியன்,
பில்லியன் பில்லியன், திரில்லியன் என்றவாறு

ஒரு கோலத்தைக் காட்டி நிற்கின்றது. எனினும் அதே எண் பெயர்களைப் பயன்படுத்தும் அமெரிக்க முறையில் கையாளப்படும் கோலம் சற்று வேறுபட்டது. அதனை இப்போது கவனியுங்கள்.

1	ஒன்று
10	பத்து
100	நூறு
1000	ஆயிரம்
10 000	பத்தாயிரம்
100 000	நூறாயிரம்
1 000 000	மில்லியன் (ஒரு மில்லியன்)
10 000 000	பத்து மில்லியன்
100 000 000	நூறு மில்லியன்
1 000 000 000	பில்லியன் (ஒரு பில்லியன்)
10 000 000 000	பத்து பில்லியன்
100 000 000 000	நூறு பில்லியன்
1 000 000 000 000	திரில்லியன் (ஒரு திரில்லியன்)

இம்முறையில் கையாளப்படும் கோலம், ஒன்று, பத்து, நூறு ஆகிய மூன்ற தானங்களையும் அடிப்படையர்கக் கொண்டது என்பது உங்களுக்கு விளங்கியிருக்கும். எண்களை எழுதும் போது வலமிருந்து இடமர்க மும்மூன்று தானங்கள் வீதம் வேறாக்கி எழுதப்படும். ஆயிரம், மில்லியன், பில்லியன், திரிலியன் என்றவாறு எண்பெயர்கள் வேறுபடும். இவ்வாறாக,

348520667 எனும் எண்ணைப் பெயரிடும் போது அது 34,852, 067 என வலமிருந்த இடமாக மும்மூன்று தானங்களாக வேறாக்கப்படுவதால் அதன் பெயரைக் குறிப்பிடுவது இலகுவானதாக அமைகின்றது. இவ்வெண் "முப்பத்து நான்கு மில்லியன், எண்ணுற்றைம்பதிரண்டாயிரத்து, அறுபத்தேழு" என அழைக்கப்படும். அண்மைக்காலத்தில் இனங்காணப்பட்ட ஒரு நியமத்துக்கு அமைய அமெரிக்க எண் குறிமீட்டு முறையானது அனைத்து நாட்டாருக்கும்

பொதுவான ஒரு முறை என ஏற்றுக் கொள்ளப்படுகின்றது. எனினும் சர்வதேச முறையில் ஓர் எண்ணை எழுதும் போது அமெரிக்க முறையின் போது மும்மூன்று தானங்கள் " , " எனுங் குறிமீட்டினால் வேறாக்கப்பட்ட எண், சர்வதேச எண் குறிமீட்டு முறைக்கு அமைய. 34 852 097 என எழுதப்படும். இச் சர்வதேச எண் குறிமீட்டு முறைக்கு அமைய, " நான்கு மில்லியன் பதினாறு மில்லியன் ஐயாயிரத்து நூற்று இருபத்தேழு" எனும் எண் இலக்கத்தில் எழுதப்படின் அது 4 016 005 127 என்றவாறு அமையும்.

பகுதி V இல் நீங்கள் கற்ற விடயங்களை மீளவலியுறுத்துவதற்கும் சுயமாக மதிப்பிடுவதற்குமாகப் பின்வரும் பிரசினங்களுக்கு விடையளியுங்கள்.

செவ்வை பார்த்தல் 4

பின்வரும் ஒவ்வொரு வாக்கியமும் கணித ரீதியில் பொருளுள்ளதாக அமையுமாறு, இடைவெளிக்குப் பொருத்தமான சொல்லை அடைப்புக்குள் தரப்பட்டுள்ளவற்றுள் இருந்து தெரிக. மற்றைய சொல்லைக் கீறி விடுக.

1. யாதேனும் இரண்டு இரட்டை எண்களின் கூட்டுத்தொகை ஓர் ....(இரட்டை/ ஒற்றை) எண்ணாகவே அமையும்.

2. யாதேனும் இரண்டு ஒற்றை எண்களின் கூட்டுத்தொகை ஓர் .... (இரட்டை /ஒற்றை) எண்ணாகவே அமையும்.

3. 2 n(n என்பது ஓர் எண்ணும் எண்ணாகும்) என்பதால் ஓர் எண் குறிப்பிடப்படின் அது ஓர் ....(ஒற்றை / இரட்டை) எண்ணாகவே அமையும்.

4. 36 என்பது ஒரு .... (முக்கோணி / வர்க்க) எண்ணாகும்.

5. பதினெட்டாவது முக்கோணிஎண் ....
$(\frac{18 \times 19}{2} \quad \frac{17 \times 18}{2})$ ஆகும்.

6. 64 என்பது ஒரு ....(வர்க்க / செவ்வக) எண்ணாகும்.

7. ஆறு மில்லியன் நூற்றெண்பதாயிரத்து நாற்பத்து மூன்று என்பதைச் சர்வதேச முறையில் இலக்கங்களால் எழுதினால் கிடைப்பது (6 180 043 / 6 180 43) ஆகும்.

உங்கள் விடைகளை மொடியூலின் இறுதியில் உள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்க.

8. பில்லியன் பில்லியன் என்பது .... (பிரித்தானிய / அமெரிக்க) முறையில் திரில்லியன் என அழைக்கப்படும்.

8.0 பொழிப்பு

எண் என்பது ஒரு தொகுதிக்கேயுரித்தான தனிப் பண்பாகும். எண்கள் தொடர்பான எண்ணக்கரு முதலிமை எண்கள் ஊழி எண்கள் என இரு வகைப்படும்.
எண் தொடர்பான கருத்து வெவ்வேறு நாகரீகங்களின் போது வெவ்வேறு குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி வெவ்வேறு முறையில் வெளியிடப்பட்டுள்ளது.
நவீன உலகில் இந்து - அராபிய எண் குறியீட்டு முறையே பயன்படுத்தப்படுகின்றது.
எண்ணும் எண்தொகுதி அதாவது இயற்கை எண் தொகுதியே முதலில் தோன்றியது. அதனை நிறையெண்கள், விகிதமுறு எண்கள், முதன்மை எண்கள், சேர்த்தி எண்கள், மெய்யெண் தொகுதி என வகைப்படுத்தலாம். யாதேனும் எண்ணைப் பத்தின் அடிகளாக மாத்திரமன்றி ஏனைய அடிகளிலும் குறிப்பிடலாம். அவற்றுள் இரண்டாம் அடியில் குறிப்பிடப்படும் எண்கள் பொறியுலகில் அதாவது தொழினுட்ப உலகில் மிகப் பயனுடையதாக அமைகின்றன.
எண்ணும் எண் தொகுதியானது,ஒற்றை எண்கள், இரட்டை எண்கள், முக்கோணி எண்கள், வர்க்க எண்கள், செவ்வக எண்கள் எனப் பலவிதமான கோலங்களைக் காட்டுகின்றன.
சர்வதேச எண் குறியீட்டு முறை ஒன்று , பத்து , நூறு ஆகியவற்றை அடிப்படையாகக் கொண்டதாகும்.

9.0 பிற்சோதனை

மொடியூலில் கற்ற விடயங்களைச் சுயமாக மதிப்பீடு செய்வதற்காகப் பின்வரும் பிற்சோதனைக்கு விடையளியுங்கள்.

(1) பின்வரும் ஒவ்வொரு பண்பும், தரப்பட்டுள்ள எண்குறியீட்டு முறைகளில் காணப்படின் எதிரே உள்ள குறித்த கூட்டில் √ அடையாளத்தையும் காணப்படாவிடின் x அடையாளத்தையும் இட்டு அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

பண்பு	இந்து -அராபிய	உரோமன்	எகிப்திய
1. இலக்கம்			
2. தெளிவான எண் அடி			
3. பூச்சியத்தைக் குறிக்கும் குறியீடு			
4. தெளிவான இடப்பெறுமானம்			
5. கூட்டல் விதிகளின் பயன்பாடு			

(2) இந்து - அராபிய எண் குறியீட்டு முறையின் நான்கு பண்புகளைக் குறிப்பிடுக.

(3) 62, 128, 210 ஆகிய ஒவ்வோர் எண்ணையும் முதன்மைக் காரணிகளாகத் தருக.

(4) $357_{\text{பத்து}}$ எனும் எண்ணை,
1. ஆறாம் அடியில் தருக.
11. நாலாம் அடியில் தருக.

(5) $123_{\text{ஐந்து}}$ எனும் எண்ணை ஆறாம் அடியில் தருக.

(6) 1. $96_{\text{பத்து}}$ எனும் எண்ணைத் துவித எண்ணாகத் தருக.
11. $1011010_{\text{இரண்டு}}$ எனும் எண்ணைப் பத்தாம் அடியில் தருக.

(7) $1011010_{\text{இரண்டு}} + 1010_{\text{இரண்டு}} + 111011_{\text{இரண்டு}} - 11101_{\text{இரண்டு}}$

(8) 1. பின்வருவனவற்றுள் முக்கோணி எண்களைத் தெரிக.
68, 72, 66, 64
11. பதினைந்தாவது முக்கோணி எண் யாது?

உங்கள் விடைகளை மொடியூலின் இறுதியில் உள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்க.

இப்போது நீங்கள் இம்மொடியூலைக் கற்று முடித்துள்ளீர்கள். நீங்கள் மொடியூலை வெற்றிகரமாகக் கற்றுள்ளீர்களா என்பது, அது தொடர்பாக நீங்கள் சமர்ப்பிக்கும் ஒப்படை மூலமே பரிசீலிக்கப்படும். அவ்வொப்படை கீழே தரப்பட்டுள்ளது. இவ் ஒப்படையைப் பூர்த்தி செய்து தொலைக் கல்வி நிலையத்தில் ஒப்படையுங்கள்.

10.0 ஒப்படை

(1) உரோமன் எண் குறியீட்டு முறை, மாயா எண் குறியீட்டு முறை ஆகிய ஒவ்வொன்றினதும் 5 பண்புகள் வீதம் தருக.

(2) பின்வரும் எண்களை, இயற்கை எண்கள், விகிதமுறு எண்கள், நிறையெண்கள் என வகைப்படுத்திக் காட்டுக.

$\sqrt{7}$, - 6, 1. 5, 8, - 2 . $\sqrt{36}$,
1. 75757575 ...., $\sqrt{6}$, $\frac{5}{8}$, 3. 123

(3) I. 20வது முக்கோணி எண் யாது?
II. பின்வரும் ஒவ்வொரு எண் கோலத்திலும் அடுத்த இரண்டு எண்களை எழுதுக.

(1) 3, 10, 29, 66, ..., ...
(11) 1, 8, 27, 64 ...., ...
(111) 1, 7, 17, 31, ..., ...
(iv) 2, 12, 36, 80, ..., ...

(III) பாசுகால் முக்கோணியின் 12வது நிரலின் எண்களை எழுதுக.

(4) (1) $3561_{\text{எட்டு}}$ எனும் எண்ணை இரண்டாம் அடியில் தருக.

(11) $3201_{\text{நான்கு}}$ எனும் எண்ணை இரண்டாம் அடியில் தருக.

(111) கூட்டுக

$$\begin{array}{r} 11011_{\text{இரண்டு}} \\ 1101_{\text{இரண்டு}} \\ 111011_{\text{இரண்டு}} \\ 10001_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

(iv) 0×.0 = 0, 0 × 1 = 0, 1 × 0 = 0, 1× 1=1 எனும் பெருக்கல் முறைக்கு அமைய பின்வரும் எண்களைப் பெருக்குக.

$$\begin{array}{r} 11101 \\ 111 \\ \hline \\ \hline \hline \end{array}$$

11.0 விடைகளும் தீர்வுகளும்

முற்சோதனை

(1)

1 x

11 √

111 √

iv x

v √

(2)

1. எண்சார்ந்த எண்ணக்கருவுக்கு முன்னால்

11. எண்ணுக்கு இடப்பெறுமானம் உண்டு.

111 இடப்பெறுமானத்தை விளக்குவதற்காக.

iv 'எட்டு' எனும் எண்ணைக் குறிக்கும் குறியீடு

v இரட்டை

vi அமையும்

vii அமையமாட்டாது

viii வகுக்க முடியாது

ix பத்து இலட்சம்

x 5 ஆகும்.

செவ்வை பார்த்தல் 1

i. மனதில் தோன்றுவதொன்றாகும்.

ii. முடியாது

iii. இல்லை

iv. முடியாது

v. X LIX

iv. உண்டு

vii. இல்லை

viii. கருதப்படவில்லை

ix. பயன்படுத்தப்படவில்லை

x. எகிப்திய முறை

செவ்வை பார்த்தல் 2

1. பத்து

11. இந்து - அராபிய

111. இடப்பெறுமானம்

iv. கூட்டல்

v. ஊழி , முதலிமை

vii. பத்தாயிரம்

viii. ஊழி

ix. எண் தொகுதி

x. இலக்கங்கள்

செவ்வை பார்த்தல் 3

1.	x	6.	x
2.	√	7.	√
3.	√	8.	√
4.	√	9.	x
5.	x	10.	√

பயிற்சி 1

1. பத்து- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
   பத்துப் பத்தாக.

2. 0, 1, 2, 3, 4, 5,
   1, 6, 36, 216 என்றவாறாக ஆறின் பெருக்கங்களாக.

3. $94_{பத்து}$

   5 | 94
   5 | 18 - 4
   3 - 3
   $334_{ஐந்து}$

   8 | 94
   8 | 11 - 6
   1 - 3
   $136_{எட்டு}$

4. (1)
   3 | 201
   ×
   6
   20 | 01
   × 6
   120 | 1
   ×
   $721_{பத்து}$

   (11)
   4 | 210
   × 5
   22 | 10
   5
   111 | 0
   5
   $555_{பத்து}$

   (111)
   2 | 101
   ×3
   7 | 01
   ×
   3
   21 | 1
   3
   $64_{பத்து}$

5. 1.
   12 | 128
   | 10 - 8
   0 8
   128 =08

   11.
   12 | 3309
   12 | 275 - 9
   12 22 - 0
   1
   3309 =1009

6. (1)

$$\begin{array}{r|l} 2 & 82 \\ 2 & 41 - 0 \\ 2 & 20 - 1 \\ 2 & 10 - 0 \\ 2 & 5 - 0 \\ 2 & 2 - 1 \\ & 1 - 0 \end{array}$$

$10100010_{இரண்டு}$

(11) $11011_{இரண்டு}$ 16+ 8+2 +1

$27_{பத்து}$

7. (1) ஆம் இல்லை ஆம் இல்லை ஆம்

= 1 0 1 0 $1_{இரண்டு}$

= 16 + 4 + 1

$21_{இரண்டு}$

11. (1) $1011000_{இரண்டு}$

64 + 16 + 8

$=88_{பத்து}$

(11) 10010001

= 128 + 16 + 1

$= 145_{பத்து}$

(111) $10110_{இரண்டு}$

= 16 + 4 + 2

$22_{இரண்டு}$

8. (1)

$$\begin{array}{r} 1101011 \\ 1101 \\ \hline 1111000 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r} 110111 \\ 1001 \\ \hline 1000000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11110 \\ 110011 \\ \hline 101001 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1000000 \\ 1010000 \\ \hline 10010001 \end{array}$$

9. (1)

$$\begin{array}{r} 1100011 \\ 11010 \\ \hline 1001001 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r} 1001001 \\ 110110 \\ \hline 10011 \end{array}$$

10. 1101001 1101 - 111001

= 1110110 - 111001

= 111101

செவ்வை பார்த்தல் 4

1. இரட்டை
2. இரட்டை
3. இரட்டை
4. வர்க்க
5. $\dfrac{8 \times 19}{2}$
6. வர்க்க
7. 6 180 043
8. பிரித்தானிய

பிற்சோதனை

பண்பு	இந்து- அராபிய	உரோமன்	எகிப்திய
இலக்கம்	√	x	√
தெளிவான எண் அடி	√	x	√
பூச்சியத்தைக் குறிக்கும் குறியிடு	√	x	x
தெளிவான இடப்பெறுமானம்	√	x	x
கூட்டல் விதிப் பயன்பாடு	√	√	√

2. i. பிச்சியத்தைக் குறிக்க முடிகின்றமை
   ii. இடப்பொறுமானம் உண்டு
   iii. 10 இன் அடியிலானது
   iV. தொகுதி கூட்டக் கூடியது
   V. அடிப்படை எண்கள் பத்தைக் கொண்டவை.

3. $62 = 2 \times 31$

   $128 = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$

   $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$

4. $357_{\text{பத்து}} = 1353_{\text{பத்து}}$ 6
   $= 11211_{\text{நான்கு}}$

5. $123_{\text{ஐந்து}} = 102_{\text{ஆறு}}$

6. $96_{\text{பத்து}} = 1100000_{\text{இரண்டு}}$

7. $1000011_{\text{இரண்டு}}$

8. 1. 66
   11. 120

குறிப்பு

ஆவர்த்தன தசம எண்ணொன்றினைச் சாதாரண பின்னமாகக் காட்டும் விதம் தொடர்பான பின்வரும் உதாரணத்தைக் கவனியுங்கள்.

உதாரணம் 1

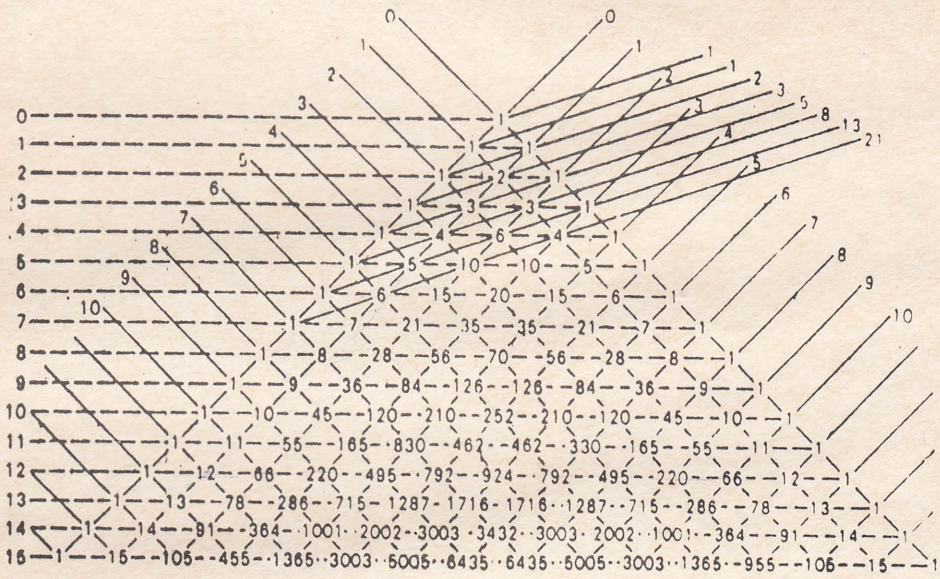
1. 5555 என்பதைச் சாதாரண பின்னமாகத் தருக.

தீர்வு $x = 1.5555$ எனக் கொள்வோம் (1)

எனவே $10x = 15.555$ ....(2)

ஃ (2) இலிருந்து (1) ஐக் கழித்தால் $10x - x = 14$

$$1.5555 = \frac{14}{9}$$



குறிப்பு

ஆசிரியர் தொலைக் கல்விப் பாடநெறி

Printed by: P & A Printers & Publishers (Pvt) Ltd