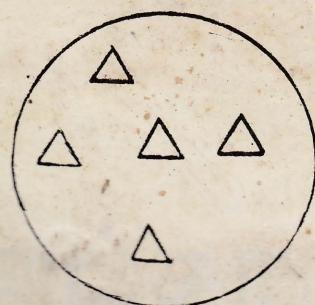


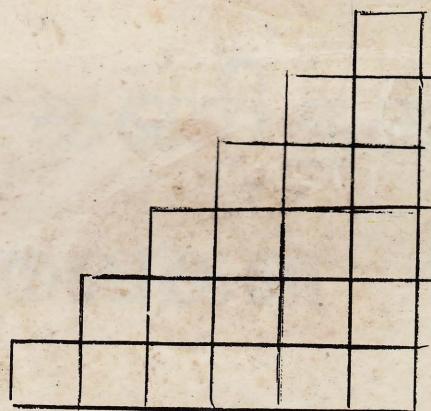
கணித எண்ணக்கரு

# அட்சர கணிதக் கோவைகள்

$$3x - 8 = 4$$

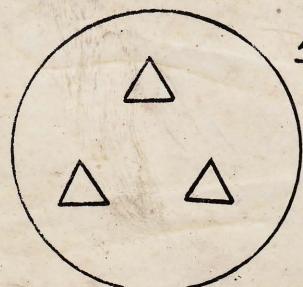


$$2x - 3y$$



$$\frac{n(n+1)}{2}$$

$$5x + 3x = 8x$$



230315

ஆரம்ப ஆசிரியர் கல்விப் பாடநெறி

எழுத்தாளர்	பிரீத்திரத்த அலுத்கே
நாலாக்கக்குழு	பி. ஜெ. விஜயசேன டி. ஜெ. வணசிங்க ர. ஆர். ஆர். பர்ணாந்து டப்ளியு. எம். பியதாச ஈ. ஏ. மீ. ஏக்கநாயக்க
மொழியாக்கம்	எம். பி. எம். எம். விப்லி
பாடப்பறிப்பு	உ. நவரத்தினம்
தளக்கோலம்	எ. சிவராஜா
பாடநெறி அபிவிருத்தி	ஓ. ஏ. பியதிஸ்வ
பாடநெறி ஆகம்	ஆர். பி. ஏ. ஜயசேகர
பணிப்பு	கலாநிதி எஸ். டி. வயணல் அமரகுணசேகரா



# அட்சர கணிதக் கோவைகள்

தொலைக்கல்வித்துறை  
தேசிய கல்வி நிறுவகம்

### உள்ளடக்கம்

பக்கம்

0.0	அறிமுகம்	3
-----	----------	---

1.0	குறிக்கோள்கள்	3
-----	---------------	---

2.0	முற்சோதனை	4
-----	-----------	---

### பகுதி I

3.0	குறியிடுகளைப் பயன்படுத்துதல்	6
-----	------------------------------	---

### பகுதி II

4.0	அட்சரகணிதக்கோவைகள்	14
-----	--------------------	----

### பகுதி III

5.0	காரணிகள்	25
-----	----------	----

### பகுதி IV

6.0	எளிய சமன்பாடுகள்	33
-----	------------------	----

### பகுதி V

7.0	இருங்கமை சமன்பாடுகள்	48
-----	----------------------	----

8.0	பொழிப்பு	59
-----	----------	----

9.0	பிற்சோதனை	59
-----	-----------	----

10.0	ஒப்படைகள்	61
------	-----------	----

11.0	விடைகள்	67
------	---------	----

## 0.0 அறிமுகம்

கணிதம் பொது மொழியொன்றாகும். அம்மொழி பல்வேறு ஒவிகளினாலானது. ஒவிகளை வகைக் குறிப்பதற்காக முதலில் உருக்கள் பயன்படுத்தப்பட்டன. பின்னர் இவ்வருக்கள் அட்சரங்களாக மாறின. எனவே இவ் அட்சரங்கள் ஒவிகளை வகைக்குறிக்கும் குறியீடுகள் எனப்படலாம்.

கணிதத்தில் கருத்துக்களைக் வெளியிடுவதற்குக் குறியீடுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அவை சில வேளாகளில் சொல்லொன்றினால் அல்லது பல சொற்களினால் குறிக்கப்படும் கருத்தொன்றை வெளியிடுவதற்காகப் பயன் படுத்தப்படுகின்றன 1, 2, 3, 4, . . . . . +, -, x, ÷ N, Z, Q போன்றன அவ்வாறான சில குறியீடுகளாகும் மேலும் எண்களைக் குறிப்பதற்காக a, b, c, ..... x, y, z ஆகிய அட்சரங்களும் கணிதத்தில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

இம் மொடியூல் உங்களுக்கு, குறியீடுகளினால் பல்வேறு கணிதச் செய்கைகளைச் செய்வதற்கும். அவற்றை அடிப்படையாகக் கொண்டு கோலங் களைக் கட்டியெழுப்புவதற்கும் தேவையான ஆரம்ப அறிவினை வழங்கும். மேலும் இம் மொடியூலைக் கற்பதனால் அட்சர கணித கோவைகளைப் பயன்படுத்தி பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதனால் ஏற்படும் இலகுத் தன்மையை மதிப்பதற்கும் முடியும். மாதிரியொன்றாக அதனைப் பயன்படுத்துவதனால் பிரச்சினைகள் தீர்ப்பது உங்கள் பண்பொன்றாவதற்கும் சந்தர்ப்பம் வழங்கப்பட்டுள்ளது

## 1.0 குறிக்கோள்கள்

இம் மொடியூலைக் கற்பதனால் உங்களுக்கு

- \* தரப்பட்ட பிரச்சினையொன்றிற்காக அட்சர கோவையொன்றைக் கட்டியெழுப்புவதற்கும்,
- \* நிகர் த் த, நிகரா உறுப் புக் களுடனான கோவைகளைச் சுருக்குவதற்கும்,
- \* தரப்பட்ட கோவையில் அட்சரங்களுக்காகத் தரப்பட்ட பெறுமானங்களைப் பிரதியீடு செய்வதனால் தேவையான விடையைப் பெறுவதற்கும்,
- \* எனிய சமன்பாடுகளைக் கட்டியெழுப்புவதற்கும்,

- \* எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதற்கும்,
- \* ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதற்கும்
- \* ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதற்கும்  
தேவையான திறன்கள் கிடைக்கப்பெறும்.

## 2.0 முற்சோதனை

இம் மொடியுலைக் கற்பதற்குத் தயார்வாவதற்காக பின்வரும் முற்சோதனைக்கு விடையளியுங்கள்.

1. பெருந்தெருக்களில் பயணஞ் செய்யும் நீங்கள் பின்வரும் குறியீடுகளைக் கண்டிருப்பீர்கள். அக் குறியீடுகளினால் குறிக்கப்படும் கருத்துக்கள் யாவை?

(i)



(ii)



(iii)



(iv)



(v)



(vi)

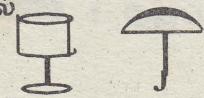


(vii)



(vii)

2. பொருட்கள் அடுக்கும் பெட்டிகளில்



போன்ற குறியீடுகளைச் சான்னாம். இவற்றால் குறிக்கப்படும் கருத்துக்கள் யாவை?

3. சுருக்குக.

$$1. +5 + (-7) \quad v. -3 \times -2$$

$$ii. (-8) + (-2) \quad vi. + 2 \times (-8) \times (-3)$$

$$iii. +7 - (-8) \quad vii. +15 \div (-3)$$

$$iv. (-4) - (+3) \quad viii. (-20) \div (-5)$$

4. ஒவ்வொரு வெற்றுக் கூட்டுறவுள்ளும் பொருத்தமானவாறு  $+, -, \times, \div$  எனும் குறியீடுகளை இடுங்கள்.

1.	5	<input checked="" type="checkbox"/>	3	<input checked="" type="checkbox"/>	= 8
ii.	6	<input checked="" type="checkbox"/>	4	<input checked="" type="checkbox"/>	= 24
iii.	8	<input checked="" type="checkbox"/>	1/2	<input checked="" type="checkbox"/>	= 16
iv.	17	<input checked="" type="checkbox"/>	4	<input checked="" type="checkbox"/>	= 13
v.	(10	<input checked="" type="checkbox"/>	8	<input checked="" type="checkbox"/>	) <input checked="" type="checkbox"/> 2 <input checked="" type="checkbox"/> 5 = 6

5 நீங்கள் பயணஞ் செய்யும் பாதையில் சிவப்புக் கொடி யொன்று தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. அதிலிருந்து உணரப்படுவது யாது?

6 “<” அல்லது “>” எனும் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி வெற்றிடங்களை நிரப்புங்கள்.

$$5 \dots \cancel{<} \dots 12$$

$$8 \dots \cancel{>} \dots (-5)$$

$$(-7) \dots \cancel{<} \dots 0$$

$$10 \dots \cancel{>} \dots (-50)$$

$$(-3) \dots \cancel{>} \dots (-8)$$

உங்கள் விஷாதங்களை இம் மொடி யூவிள் இயத்தியினங்கள் விஷாதங்கள் ஒப்படுக.

### 3.0 குறியீடுகளைப் பயன்படுத்துதல்

ஆதிமனிதன் செய்திகளைப் பரிமாறிக்கொள்வதற்காகப் பல்வேறு முறைகளைப் பயன்படுத்தினான். இன்றும் அம்முறைகளையொட்டிய வேறு முறைகள் உண்டு. பாடசாலை ஆரம்பம், பாடவேளை மாறுதலும், முடிவடைதலும், பஸ்ஸோன்று புறப்படுதலும், தரித்தலும் போன்றவற்றிற் காகப் பல வேறு சமிக்கைகள் பயன்படுத்தப் படுகின்றன. ஆதிமனிதனும் தீக்குவியலொன்றை ஏற்றுவதனாலோ எதேனுமொன்றைத் தட்டுவதனாலோ, உரத்துச் சத்தமிடுவதனாலோ செய்திகளை அனுப்பினான்.

நாய், பூனை போன்ற வீட்டுப் பிராணிகளும் தமது குரலைச் சந்தர்ப்பத்திற்கு ஏற்ப மாற்றுகின்றன என்பது எமக்குத் தெரிந்தவொரு விடயமாகும்.

அவற்றிடையே காணப்பட்ட குறைபாடு அவ்வக் கணங்களில் கொடுத்த செய்திகளைப் பதிவு செய்து வைக்க முடியாமையேயாகும். ஏதேனுமொரு செய்தியைப் பதிவு செய்து வைப்பதனால் செய்தியைப் பெற வேண்டியவர் இல்லாதவிடத்து பின்னர் அவர் வரும் சந்தர்ப்பத்தில் அதனை அறிந்து கொள்ளக் கூடியவாறு களஞ்சியப்படுத்தி வைக்க முடியும். நீங்கள் உங்கள் நண்பர் ஒருவருக்கு ஏதேனுமொன்றைக் கூற வேண்டியுள்ளது எனக் கருதுங்கள். நீங்கள் நண்பரைக் காணச்சென்ற போது அவரை உங்களுக்குச் சந்திக்க முடியாமற் போய்விட்டது. இப்போது இச் செய்தியை ஏதேனுமொரு அடையாளத்தினால் குறித்து வைப்பதனாலேயே கொடுக்க முடியும். இவ்வடையாளம் குறியீடு எனப்படும்.

பெரும்பாதையில் செல்லும் நீங்கள் பஸ் தரிப்பிடம், வளைவு, வைத்தியசாலை, பாடசாலை போன்ற இடங்களைக் காட்டுவதற்காக விசேட குறியீட்டுப் பலகைகள் பொருத்தப்பட்டிருப்பதைக் காண்பீர்கள். இவற்றில் எழுத்துக்களோ இலக்கங்களோ இல்லாதிருப்பினும் கருதப்படுவற்றை யாரும் இலகுவாக விளங்கிக் கொள்ளலுமடியும். அது பொது மொழியொன்றினால் தரப்படும் செய்தியாகும். அவ்வாறு உருக்களினால் (குறியீடுகளினால்) காட்டுதல்,

1. சுருக்கமானதாகும்.
11. பிரசித்தமானதாகும்.
111. இலகுவாகவும் குறுகிய காலத்திலும் விளங்கிக் கொள்ளக் கூடியதாகும்.

உங்களுக்குப் பரிச்சயமான 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 எனும் இலக்கங்கள் என்களைக் காட்டுவதற் காகப் பயன்படுத்தப்படும் குறியீடுகளாகும். நெடுங்கணக்கிலுள்ள எழுத்துக்களும் குறியீடுகளாகும். அதாவது அவ்வவ்வொலிகளைக் குறிப்பதற்காகப் பயன்படுத்தப்படும் உருக்களாகும். “5” இது ஐந்து அல்ல 5 எனும் பருமனைக் காட்டுவதற்காகப் பயன்படுத்தப்பட்ட உருவொன்று (குறியீடு) மட்டுமோயாகும். நாம் எழுதும் எழுத்துக்களும் இலக்கங்களும் மனிதனாலேயே உருவாக்கப்பட்டவையாகும். அவற்றுக்கு இப்போது பொதுவான அங்கீகாரம் பெறப்பட்டுள்ளது. எனினும் சில குறியீடுகளை எல்லோரும் ஒருமித்து ஏற்றுக் கொள்வதில்லை. சில குறியீடுகளுள்ள ஒன்றுக்கொன்றுள்ளதேனும் தொடர்பையும் காணலாம்.

உதாரணம்: = சமன்

≠ சமன்ற

✓ சரி

✗ பிழை

இப்போது உங்களுக்கு குறியீடுகள் கட்டியெழுப்பப் பட்டுள்ள விதமும் குறியீட்டின் முக்கியத்துவம் பற்றிய விளக்கமும் ஏற்பட்டிருக்கும் எனக் கொள்வேராம். அதற்கேற்ப பின்வரும் செயற்பாட்டை நோக்குங்கள். பின்னொரு சந்தர்ப்பத்தில் உங்கள் விடைகளை பாடநெறியைக் கற்கும் மற்றையவர்களின் விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பாருங்கள்.

### செயற்பாடு 1

பின்வரும் கூற்றுக்களுக்குப் பொருத்தமான குறியீடுகளைக் கட்டியெழுப்புங்கள்.

- i. புகைத்தலைத் தவிர்த்துக் கொள்ளுங்கள். ✓
- ii. குழல் மாசுறுதலைத் தடுக்கவும். ✓
- iii. இங்குள்ள நீர் அருந்துவதற்கு உகந்ததல்ல
- iv. இங்கு அமைதியைப் பேணுதல் வேண்டும்.
- v... பெண்தள்ளுக்காக ஓதுக்கப்பட்டுள்ளது.

3.1 கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் என்பவற்றுக்காக முறையே +, —, x, ÷ எனும் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்துவோம்.

## குறியீடுகளைப் பயன்படுத்துவோம்.

எட்டுடன் ஏழைக் கூட்டினால் பதினெண்து என்பதை  $8 + 7 = 15$  என்றுமதுவோம். அவ்வாறே  $6 \times 5 = 30$ ,  $12 + 4 = 3$ ,  $20 - 8 = 12 \div 3 > 10$  எனும் கோவைகளையும் குறியீட்டினால் எங்களுக்கு எழுத முடியும், அவ்வாறே  $5 + 3 \neq 10$ ,  $8 \times 3 \neq 25$ ,  $5 - 8 \neq 3$  என்ற வாறும் கோவைகளை எழுதலாம். இங்கு சமன் எனும் கருத்தில்லை என்பது  $\neq$  என்பதால் வெளியிடப்படுகிறது. இவ்விதமாக  $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0$  எனும் இலக்கங்களைப் பயன்படுத்துவதனால் பல்வேறு விதமான கோவைகளை நீங் கள் இப்போது கட்டியெழுப்பியுள்ளீர்கள்.

வகுப்பொன்றில் 8 சிறுவர்கள் உள்ளனர் எனுங் கூற்று எட்டு சிறுவர்கள் உள்ள வகுப்பொன்றுக்கு மட்டுமே பொருந்தும். ஆனால் எத்தொகையான சிறுவர்கள் உள்ள வகுப்பிற்கும் பொருத்தமாகுமாறு குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி கோவையொன்றை எழுத முடியும்.

### உதாரணமாக:

ஆண்டு முன்றில் சிறுவர்களின் எண்ணிக்கை	= 28
ஆண்டு நான்கில் சிறுவர்களின் எண்ணிக்கை	= 35
ஆண்டு ஐந்தில் சிறுவர்களில் எண்ணிக்கை	= 23
எனக் கொள்வோம். எமக்கு மேற்குறித்த கூற்றுக்களை இவ்வாறு எழுத முடியும்.	

வகுப்பிலுள்ள சிறுவர்களின் எண்ணிக்கை = a

சிறுவர்களின் எண்ணிக்கையைக் காட்டுவதற்கு நாம் “a” எனும் குறியீட்டை எண்ணொன்றாகப் பயன்படுத்தினோம். இங்கு நாம் “a” இறகு குறித்த பெறுமானமொன்றை வழங்கவில்லை. நாம் மேற்கூறிய முன்று கூற்றுக்களுக்கும் பொதுக் கூற்றொன்றையே கட்டியெழுப்பினோம். இதிலுள்ள விசேடம் a இறகுக் குறித்த பெறுமானமொன்று இல்லாதிருத்தலும், அவ்வச் சந்தர்ப்பங்களுக்கு ஏற்ப a இன் பெறுமானம் மாறுவதுமே ஆகும். இவ்வாறு பெறுமானம் மாறக்கூடிய எந்தவொரு எண்ணொன்றுக்கும் பதிலாக இருக்கும் குறியீடு அட்சரத்திற்குரியதெனப்படும்.

“இங்கு

ஆண்டு முன்றிற்கு a = 28 ஆகும்.

ஆண்டு நான்கிற்கு a = 35 ஆகும்.

ஆண்டு ஐந்திற்கு a = 23 ஆகும்.

கண்ணிடம் 8 மாபிள்களும், முரளியிடம் 7 மாபிள்களும் உள்ளவெனின் இருவரிடமும் எத்தனை மாபிள்கள் உள்ளன?

இருவரிடமும் உள்ள மாபிள்களின் எண்ணிக்கை =  $8 + 7$   
வேறு இரு பிள்ளைகளிடமும் மாபிள்கள் இருப்பின் அவற்றையும் மேற்குறித்தவாறு காட்ட முடியும்.

இருவரிடமும் உள்ள மாபிள்களின் எண்ணிக்கையைக் காட்டுவதற்குப் பொதுக் கோவையொன்றை நாம் ஆக்க முடியும்.

நாம் இவ்வாறு கருதுவோம்  
கண்ணிடம் உள்ள மாபிள்களின் எண்ணிக்கை =  $x$   
முரளியிடம் உள்ள மாபிள்களின் எண்ணிக்கை =  $y$   
இருவரிடமும் உள்ள மாபிள்களின் எண்ணிக்கை =  $x + y$   
இங்கு  $x, y$  எதும் இரு குறியீடுகளையும் எண்களாகப் பயன்படுத்துவோம்.

இவ்வாரு பிள்ளையிடமும் உள்ள மாபிள்களின் எண்ணிக்கைகளுக்கு ஏற்ப  $x$  இற்கும்  $y$  இற்கும் வித்தியாசமான பெறுமானங்கள் பெறப்படும்.

அவ்வாறு வித்தியாசமான பெறுமானங்களை இடும்போது  $x + y$  குறித்த பெறுமானமொன்றைக் காட்டும் பொதுச் சந்தர்ப்பம்  $x + y$  இனால் காட்டப்படும்.

தேவையெனின்  $x + y = c$  எனவும் இதனை எழுதலாம்.  
 $x$  உம்  $y$  உம் எடுக்கும் ஒவ்வொரு பெறுமானத்திற்கேற்ப  $c$  இன் பெறுமானம் மாற்றமடையும்.

$x = 7, y = 8$	$x + y = c$	$c = 15$	ஆகும்.
$x = 4, y = 12$	$x + y = c$	$c = 16$	ஆகும்.
$x = 30, y = 20$	$x + y = c$	$c = 50$	ஆகும்.

மேற்குறித்த சந்தர்ப்பத்தில் நாம்  $x, y, c$  எனும் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தினோம். மறுதலாக  $c = 20$  எனின்  $x$  இற்கும்  $y$  இற்கும் பல பெறுமானங்களைப் பெற முடியும்.

உதாரணம்:-

$$x = 10, y = 10$$

$$x = 5, y = 15$$

இவ்வாறு இன்னும் எத்தனை எழுத முடியுமெனச் சிந்தித்துப் பாருங்கள்.

இவ்வாறு பல்வேறு எண்களை வகைக் குறிப்பதற்காகப்

பயன்படுத்தப்படும் எழுத்து அட்சரக் குறியீடு எனப்படும். அட்சரக் குறியீடுகளைக் கொண்ட கோவைகள் அட்சரகணிதக் கோவையொன்றில் ஒன்று அல்லது பல கணித செய்கைகளை உள்ளடக்க முடியும். சில உதாரணங்கள் மூலம் அதனை ஆராய்வோம்.

### உதாரணம் 1

தோட்டமொன்றில் x தென்னைமரங்களும், இன்னொரு தோட்டத்தில் y தென்னை மரங்களும் உள்ளன. தென்னைமரங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையை?

தென்னை மரங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் காண்பதற்கு x ஐயும், y ஐயும் கூட்ட வேண்டும்.

ஃ தென்னை மரங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை x + y ஆகும்.

### உதாரணம் 2

தோட்டமொன்றில் x பலாமரங்களும், இன்னொரு தோட்டத்தில் y பலாமரங்களும் உள்ளன. முதலாவது தோட்டத்தில் உள்ள பலாமரங்களின் எண்ணிக்கை, இரண்டாவது தோட்டத்தில் உள்ள பலாமரங்களின் எண்ணிக்கையிலும் கூடியதெனின் எத்தனை பலா மரங்கள் கூடுதலாக உள்ளன?

விடையைப் பெறுவதற்கு முதலாவது தோட்டத்தின் பலாமரங்களின் எண்ணிக்கையிலிருந்து இரண்டாவது தோட்டத்தின் பலாமரங்களின் எண்ணிக்கையைக் கழிக்க வேண்டும். அதாவது x - y ஆகும்.

### உதாரணம் 3

பிள்ளையொன்றுக்கு புத்தகங்கள் வீதம் x பிள்ளைகளுக்குத் தேவை? (நாம் a = 5, x = 20 எனக் கொள்வோம்) அப்போது விடை  $5 \times 20 = 100$  அதற்கேற்ப நாம் a ஐயும், x ஐயும் பெருக்க வேண்டும்) தேவையான புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை = a X x = ax .

a X x என்பதை சருக்கும் போது ax அல்லது xa என எழுதப்படும். (அதாவது

$$a X x = x X a$$

$$= ax \text{ அல்லது}$$

$$= xa \text{ ஆகும்}$$

### உதாரணம் 4

பிள்ளையொன்றுக்கு ரூ.57 வீதம் பிள்ளைகளுக்கு எவ்வளவு  
பணம் தேவை?

$$\text{தேவையான பணம்} = \text{ரூ } 57 \times a$$

ரூ 57 a (இதனை a 57 என  
எழுதுவதில்லை)

$$\text{இதற்கேற்ப } 8 \times m = 8m \quad (m 8 \text{ எழுதுவதில்லை})$$

$$x \times 5 = 5x \quad (x 5 \text{ என. எழுதுவதில்லை})$$

### உதாரணம் 5

ஒருவருக்கு 4 இனிப்புக்கள் வீதம் 140 இனிப்புக்களை  
எத்தனை பிள்ளைகளுக்குக் கொடுக்க முடியும்?

பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை =  $140 \div 4 = 35$   
ஒருவருக்கு x இனிப்புக்கள் வீதம் 120 இனிப்புக்களை  
எத்தனை பிள்ளைகளுக்குக் கொடுக்க முடியும்?

$$\text{பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை} = 120 \div x$$

$$= \frac{120}{x}$$

$$(120 \div x \text{ என்பதை } \frac{120}{x} \text{ என எழுதிக் காட்டுவோம்)$$

### உதாரணம் 6

x இனிப்புக்களை a பிள்ளைகளிடையே பகிர்ந்தளித்தால்  
ஒரு பிள்ளைக்கு எத்தனை இனிப்புக்கள் கிடைக்கும்?

ஒரு பிள்ளைக்குக் கிடைக்கும் இனிப்புகளின் எண்ணிக்கை  
=  $x/a$  ஆகும்.

### உதாரணம் 7

மரமொன்றின் மீது x குருவிகள் உள்ளன. இன்னும் y  
குருவிகள் அம் மரத்தில் வந்தமர்ந்தன. அதன் பின்னர் 8  
குருவிகள் அம் மரத்திலிருந்து பறந்து சென்றன. இப்போது  
மரத்தில் உள்ள குருவிகள் எத்தனை?

$$\text{மரத்தில் இருந்த குருவிகளின் எண்ணிக்கை} = x + y$$

$$8 \text{ குருவிகள் சென்றதன் பின்னர்}$$

$$\text{எஞ்சிய குருவிகள்} = x + y - 8$$

### உதாரணம் 8

செவ்வக வடிவமான மேசையொன்றின் நீளம் x 'm.

அகலம்  $y$  cm ஆகும். அவ்வாறான 7 மேசைகளின் மேற்பரப்புக்களின் பரப்பளவு யாது?

$$\text{மேசையான்றின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு} = x \times y \text{ cm}^2 \\ = xy \text{ cm}^2$$

7 மேசைகளின் மேற்பரப்புக்களின் பரப்பளவு =  $xy \times 7 \text{ cm}^2$

$$= 7xy \text{ cm}^2$$

தேவையின் இக்கோவையைப் பலவிதங்களில் எழுதிச் சுருக்கலாம்.

நாம் அதனைக் கவனிப்போம்.

$$\begin{array}{l} x \times y \times 7 \\ y \times x \times 7 \\ 7 \times y \times x \\ 7 \times x \times y \\ x \times 7 \times y \end{array}$$

ஆனால் இவை யாவற்றினதும் பெருக்கம் 7  $xy$  அல்லது 7  $yx$  என இருக்கவேண்டும்.

### உதாரணம் 9

செவ்வக வடிவமான புத்தகமொன்றின் நீளம்  $3x$  அலகுகள், அகலம்  $2x$  அலகுகள் ஆகுமெனின் அதன் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{மேற்பரப்பின் பரப்பளவு} &= 3x \times 2x \quad \text{சதுர அலகுகள்} \\ &= 6x \times x \times x \quad \text{சதுர அலகுகள்} \\ &= 6x^2 \quad \text{சதுர அலகுகள்} \end{aligned}$$

மேலுள்ளதற்கேற்ப  $a \times a \times a = a^3$  ஆகும் 7 $xy$ , 6 $x^2$ , 9 போன்ற கோவைகள் உறுப்புக்கள் எனப்படும். 7 $xy$ , 6 $x^2$  போன்ற உறுப்புக்கள் அட்சரகணித உறுப்புக்கள் எனப்படும். 9 (குறித்த பெறுமானமுள்ள) ஒருமை உறுப்பு எனப்படும். இப்போது எமக்குக் கிடைத்த 6 $x^2$ போன்ற அட்சர உறுப்பொன்றைக் கவனிப்போம்.

இவ்வறுப்பை எழுதுவதற்கு ஆறு, இரண்டு எனுமிரு இலக்கங்கள் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன. '6' குறியீட்டுக்கு முன்னால் எழுதப்பட்டுள்ளதோடு '2' சிறியதாக குறியீட்டுக்கு மேலே எழுதப்பட்டுள்ளது.

இதில் 6 இனால், அட்சர பகுதிவரும் தடவைகளின் எண்ணிக்கையும் 2 இனால் அட்சர உறுப்பு அதனாலேயே பெருக்கப்படும் தடவைகளும் காட்டப்படுகின்றன. அப்போது இவ்வறுப்பில் '6' குணகம் எனவும், '2' கட்டி அல்லது வலு எனவும் அழைக்கப்படும். 2x இல் குணகம் 2 உம் சட்டி 1 உம் ஆகும்.

$x+y, x+y-z$  போன்ற கோவைகள் 'ஒருபரிமாண' கோவைகள்' எனப்படும். இவை ஒருபரிமாண கோவைகள் என்றழைக்கப்படுவது  $x, y, z$ , ஆகிய குறியீடுகளின் சட்டி 1 என்பதனாலேயாகும்.  $xy, ax, 6x^2, a^2, x^2, y^2$  போன்ற கோவைகள் இருபடிக்கோவைகள் என்றழைக்கப்படும். இக்குறியீடுகளாலான ஓவ்வொரு உறுப்பினதும் சட்டிகளின் கூட்டுத்தொகை இரண்டு ஆகும் என்பதே இதற்குக் காரணமாகும்.

### பயிற்சி 1

1. பஸ்ஸோன்றிலுள்ள பயணிகளின் எண்ணிக்கை  $x$  ஆகும். அதிலிருந்து 8 பேர் இறங்கிச் சென்றால் பஸ்ஸிலுள்ள எஞ்சி இருப்போர் எத்தனை பேர்?  $\cancel{x}-8$

2. வகுப்பொன்றில் 3 சிறுவர்களும், 2 சிறுமிகளும் உள்ளனர். வகுப்பிலுள்ள பிள்ளைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை யாது?  $m+n$

3. ரூ.  $x$  வைத்திருக்கும் ஒருவர் அதில் ரூ  $y$  ஐ செலவழித்த பின்னர் எஞ்சியிருக்கும் பணம் எவ்வளவு?  $n-y$

4. செவ்வக வடிவமான கீலமொன்றின் நீளம்  $x$  மீற்றர், அதன் அகலம்  $y$  மீற்றர் எனின் அதன் சுற்றளவு யாது?  $2n+2y$  ~~m~~ ~~\*~~

5.  $a$  இனிப்புக்கள் 8 பிள்ளைகளிடையே சமனாகப் பகிர்ந்தளிக்கப்பட்டன எனின் பிள்ளையொன்றிற்குக் கிடைத்த இனிப்புக்களின் எண்ணிக்கை யாது?  $a/8$

6.  $x$  மீற்றர் எத்தனை சென்றி மீற்றராகும்? ~~மூடுதல்கள்~~

7. பயிற்சிப் புத்தகமொன்று ரூ 3 வீதம், 4 பயிற்சிப் புத்தகங்களை விலைக்கு வாங்கினேன். ரூ. 50 ஜக் கொடுத்தால் மீதிப் பணம் எவ்வளவு? ~~மூடு - 4m~~

8. பக்கமொன்று  $x$  மீற்றராக உள்ள சதுர வடிவமான காணியின் பரப்பளவைக் காண்க. ~~மூடு - 4~~

9. ஆணொருவருக்கு நாட்சம்பளம் ரூ  $x$  ஆகும். பெண்ணொருத்திக்கு நாட்சம்பளம் ரூ  $y$  ஆகும். 4 பெண்களுக்கும்  $a$  ஆண்களுக்கும் சம்பளம் வழங்க நாளொன்றுக்கு எவ்வளவு பணம் தேவைப்படும்?  $an$

10. சுருக்குச்.

i.  $a X x X x$       iii.  $x X 2 X y$

ii.  $3 X a X a$       iv.  $6 X x 3 X x$   $13$

உங்கள் விடைகளை இம் மொட்டு யூவின் இறுதியிலுள்ள விடைகளுடன் ஒப்படுத்.

v.  $8XaXbX2$

vii.  $3pX3pXq$

v.  $xXxXyXyXy$

viii.  $aXaXbXaX3$

## பகுதி II

சென்ற பகுதியில் நாம் அட்சரக் குறியீடுகளையும் கோவைகளையும் அறிந்து கொண்டோம். இப் பகுதியில் அட்சரகணிதக் கோவைகளைப் பற்றி மேலும் ஆராய்வோம்.

### 4.0 அட்சர கணிதக் கோவைகள்

நாம் இதுவரை கற்ற அட்சரகணிதக் கோவைகளை தனிஉறுப்பு அட்சரகணித கோவைகள் (இருறுப்புக் கோவைகள்), பல உறுப்பு அட்சரகணிதக் கோவைகள் (பல்லுறுப்புக் கோவைகள்) என இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கலாம்.

#### உதாரணம்

$x, 2x, 5x$  போன்ற கோவைகளில் ஒவ்வொரு கோவையிலும் ஓர் உறுப்பு மட்டும் உள்ளதால் அவை ஓர் உறுப்புக் கோவைகள் எனப்படும்.

$x + y, 2x - y, 2x + 5, x + y + z, x + y + 7$  போன்ற கோவைகளில் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட எண்ணிக்கையான உறுப்புக்கள் இருப்பதனால் அவை பல்லுறுப்புக் கோவைகள் எனப்படும். நாம் இனி இவ்வாறான அட்சரகணிதக் கோவைகள் சிலவற்றைக் கட்டியெழுப்ப முயற்சிப்போம்.

#### உதாரணம் 1

நான் எண்ணொன்றை நினைக்கின்றேன். அதை 4 ஆல் பெருக்கி 5 ஐக் கூட்டுகிறேன். நான் நினைத்த எண் y எனில் விடை யாது?

$$\text{நான் நினைத்தது } 10 \text{ எனின் விடை} = (10 \times 4) + 5 \\ = 45$$

$$\text{நான் நினைத்தது } 1/2 \text{ எனின் விடை} = (1/2 \times 4) + 5 \\ = 7$$

$$\text{நான் நினைத்தது } 150 \text{ எனின் விடை} = (150 \times 4) + 5 \\ = 605$$

நான் நினைத்தது  $y$  எனின் அப் பிரசினத்தை இவ்வாறு  
தீர்க்க வேண்டும்.

$$\begin{aligned} \text{நான் நினைத்தது } y \text{ எனின் } y & \text{ ஜ } 4 \text{ ஆல் பெருக்கினால்} \\ \text{விடை} & = y \times 4 \\ & = 4y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4y \text{ உடன் } 5 \text{ ஜக் கூட்டினால்} \\ \text{விடை} & = 4y + 5 \end{aligned}$$

(இதனை  $9y$  என எழுத முடியாது. இது பற்றி பின்னர்  
கலந்துரையாடப்படும்)

### உதாரணம் 2

நெல்லிக் களியோன்று 25 சதவீதம்  $x$  கனிகளை விலைக்கு  
வாங்கி ரூ. 5.00 ஜக் கொடுத்தால் மீதிப் பணம் எவ்வளவு?

$$x \text{ நெல்லிக் களிகளின் விலை} = 25x \text{ சதம்}$$

$$\text{ரூ. } 5/- \text{ இல் உள்ள சதங்களின்}$$

$$\text{எண்ணிக்கை} = 500 \text{ சதம்}$$

$$\text{ரூ. } 5/- \text{ இவிருந்து மீதிப் பணம்} = (500 - 25x) \text{ சதம்}$$

இங்கு அடைப்புக்குறிக்குள் இடுவதற்குக் காரணம் 500 உம்  
25  $x$  உம் சதங்கள் என்பதனாலேயாகும். சதம் எனும்  
சொல் 500 இற்கும் 25  $x$  இற்கும் பொதுவாகும். இரண்டிற்கும்  
பொதுவென்பதனால் அடைப்புக்குறிகளுக்கு வெளியே  
சதம் என எழுதப்பட்டது. தேவையெனின் அதனை 500  
சதம் - 25  $x$  சதம் எனவும் எழுதலாம்.

மேலே உள்ள பிரசினத்தை ரூபாயிலும் காட்டலாம்.

$$x \text{ நெல்லிக் களிகளின் விலை} = \text{ரூ. } \frac{25x}{100}$$

$$= \text{ரூ. } \frac{x}{4}$$

$$\therefore \text{ரூ. } 5/- \text{ இவிருந்து மீதிப் பணம்} = \text{ரூ. } \frac{(5 - x)}{4}$$

**பயிற்சி 2** பின் வரும் தரவுகளுக்கான கோவைகளைக்  
கட்டியேழுப்புங்கள்.

1  $x$  இன் 4 மடங்கிற்கு 8 ஜக் கூட்டுக.

2  $a$  ரூபாய்  $y$  சதத்தை சதத்தில் கூறுக.

3  $22$  இன் 5. மடங்கிலிருந்து 7 ஜக் கழிக்குக.

4 7 இவிருந்து  $\frac{2}{3}$  இன் மும்மடங்கைக் கழிக்க.

5  $x$  இன் ஆறு மடங்கிலிருந்து  $y$  இன் மும்மடங்கைக்  
கழிக்குக.

- 6      நாரத்தங் காய் ஒன்று 75 சதம் வீதம் y  
நாரத்தங்காய்களும், கொய்யாப்பழம் ஒன்று x  
சதம் வீதம் 5 கொய்யாப்பழங்களும் வாங்கினால்  
எத்தனை சதங்கள் கொடுக்க வேண்டும்? அதனை  
ரூபாயிலும் காட்டுக.
- 7      ம எனும் எண்ணை 5 ஆல் பெருக்கி 7 ஜக் கழிக்குக.
- 8      வெட்டியோன்று ரூ. a/ =, சட்டையோன்று ரூ. b/ =  
ஆகும். இரு வெட்டிகளினதும் 3 சட்டைகளினதும்  
விலை யாது?
- 9      20 உடன் 5 ஜக் கூட்டி 5y ஜக் கழிக்குக.
- 10     மரமொன்றிலிருந்து 50 மாங்காய்கள் பறித்தேன்.  
அவற்றுள் 10 காய்கள் பழுதடைந்திருந்தன.  
இன்னொரு மரத்திலிருந்து 175 மாங்காய்கள்  
பறித்தேன். அவற்றுள் 4y காய்கள் பழுதடைந்திருந்தன.  
இரு மரங்களிலும் இருந்து பறிக்கப்பட்ட நல்ல  
காய்கள் எத்தனை?

உங்கள் விஷைகளை இம் மொடி  
யூவிள் இறுதியிலுள்ள விஷைகளுடன்  
ஒப்பிடுக.

#### 4.1 நிகர்த்த, நிகரா உறுப்புக்கள்

நீங்கள் இப்போது அட்சரகணிதக் கோவைகள் தொடர்பான  
அடிப்படை அறிவைப் பெற்றுள்ளீர்கள். அவ்வாறான  
சில கோவைகளை எழுதிக் காட்டுவோம்.

a, 2a, 5a, 8a இவை எல்லாவற்றிலும் ஓரே உறுப்பும் ஓரே  
சுட்டியும் உள்ளன. எனவே இவை நிகர்த்த உறுப்புக்களாகும்.  
3x, 4x, x, 12x எனும் உறுப்புக்களும் நிகர்த்த  
உறுப்புக்களாகும். எல்லா உறுப்புகளிலும் குறியிடுகளாக  
உள்ளவை a உம் x உம் ஆகும்.  $2x^2, x^2, 3x^2$  என்பனவும்  
நிகர்த்த உறுப்புக்களாகும். ஆனால் x, 5, a, 3y என்பன  
நிகர்த்த உறுப்புக்கள் அல்ல. இவற்றின் குறியிடுகள்  
பல்வேறுபட்டவையாகும். அவ்வாறே  $2x, 2xy, x^2, x, abc$   
ஆகிய உறுப்புகளும் நிகர்த்த உறுப்புக்கள் அல்ல.  
எனவே இவ்வாறான உறுப்புக்கள் நிகரா உறுப்புக்கள்  
எனப்படும்.

நிகர்த்த, நிகரா உறுப்புக்கள் பற்றிய விளக்கம் இப்போது  
உங்களிடம் இருக்கும் என கருதுகிறோம். எனவே நிகர்த்த,  
நிகரா உறுப்புக்களை சுருக்கும் விதத்தைப் பற்றி இனி  
ஆராய்வோம்.

$$\begin{array}{ll} 5 \times x & = 5x \\ 3 \times y & = 3y \\ 5 \times a \times b & = 5ab \\ m \times y \times x & = myx \end{array}$$

எனவாகும் என்பதை அறிவோம்.

$5x$  என்பது  $x$  இன் ஜந்து மடங்கென்பதனால்,

$5x = x + x + x + x + x$  என எழுதப்படலாம்.

மேலும்  $5ab = ab + ab + ab + ab + ab$  ஆகும்.

இனி நாம்  $5x$  ஐ மீண்டும் கருதுவோம். இதனை வேறு விதங்களிலும் ஒழுங்கு படுத்தலாம்.

$$4x + x = 5x$$

$$2x + 3x = 5x$$

$$x + x + 3x = 5x$$

$$8x - 3x = 5x$$

$$3x - x + 3x = 5x$$

இக்கோவைகள் எல்லாவற்றிலும் உள்ள உறுப்புக்களின் குறியீடுகள் ஒரே குறியீடு என்பதனால் அதாவது நிகர்த்த உறுப்பென்பதால் அவற்றைச் சுருக்கிக் காட்டலாம்.

இன்னும் சில உதாரணங்களைக் கவனித்துப் பார்ப்போம்.

(1)  $7a + 2a + 3a + a = 13a$

(ii)  $2x - 5x + x = -2x$

(iii)  $4y + 3y - y = 6y$

(iv)  $2ax + 3ax + ax = 6ax$

(v)  $4x^2 + x^2 - 2x^2 = 3x^2$

இக்கோவைகள் ஓவ்வொன்றிலும் நிகர்த்த உறுப்புக்கள் உள்ளதனால் அக் கோவைகளைத் தனி உறுப்பாகச் சுருக்கி எழுத முடியும்.

நாம் இன்னும் சில உதாரணங்களைக் கவனித்துப் பார்ப்போம்.  $2x + 3y$  இதில்  $x$  உம்  $y$  உம் நிகர்த்தவை அல்ல என்பதனால் இதனை மேலும் சுருக்க முடியாது. எனவே

$$2x + 3y = 2x + 3y$$

அதற்கேற்ப  $2x + 5 = 2x + 5$

$$a + b = a + b$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + y^2$$

$$3x - xy = 3x - xy$$

என்பவற்றைக் கவனிக்க.

மேலே காட்டப்பட்டுள்ள சந்தர்ப்பங்களில் உறுப்புக்கள் நிகரா உறுப்புக்கள் என்பதனால் மேலே சுருக்கிக் காட்ட முடியாது.

நிகர்த்த, நிகரா உறுப்புக்கள் சுருக்குதல் தொடர்பான விளக்கம் இப்போது உங்களிடம் உண்டெனக் கருதுவோம். அதற்கு பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுங்கள்.

### பயிற்சி 3

இக்கோவைகளுள் சிலவற்றைச் சருக்கி தனி உறுப்புகளாகக் காட்ட முடியும். சிலவற்றை அல்வாறு காட்ட முடியாது. சருக்கக் கூடியவற்றைச் சருக்கிக் காட்டுங்கள்.

1.  $4x - 3x$
2.  $3a + 5a - a$
3.  $8xy + 7xy - 10xy$
4.  $7a^2 - 5a^2 + a^2 + 4a^2$
5.  $2a + 3x$
6.  $8a - 3b + 5$
7.  $3mn + mn - 8mn$
8.  $6y + 3x - 8$
9.  $5a^2x + 2a^2x - a^2x$
10.  $3x^2 + 2x$

உங்கள் விடைகளை இம் மொடி யூவின் இறுதியிழங்கள் விடைகளுடன் ஒப்பிடுக.

### 4.2 நிகர்ந்த, நிகரா உறுப்புக்கள் சேர்ந்து வரும் கோவைகள்

நிகர்த்த உறுப்புக்கள் மட்டும் அல்லது நிகரா உறுப்புக்கள் மட்டும் உள்ள கோவைகளைச் சருக்குவதை நீங்கள் கற்றீர்கள். இனி இவ்விரு வகையிலான உறுப்புக்கள் ஒருங்கே வரும் கோவைகளைச் சருக்க வேண்டியவித்ததைக் கற்போம்.

#### உதாரணம் 1

$$\text{சருக்குக: } 2x + 8y + 7x - y - 4x$$

சருக்குவதை இலகுவாக்குவதற்காக நிகர்த்த உறுப்புக்களை அருகருகே இவ்வாறு ஒழுங்கு செய்யலாம்.

$$\begin{aligned} & 2x + 7x - 4x + 8y - y \\ & = 9x - 4x + 7y \\ & = 5x + 7y \end{aligned}$$

( $x$  உறுப்புகளும்  $y$  உறுப்புகளும் தனித்தனியாக சருக்கப்பட்டுள்ள விதத்தைப் பாருங்கள்.)

#### உதாரணம் 2

$$\text{சருக்குக: } 8a + 3b - 2a + 5b - b + 8$$

அதில் 3 வகையான உறுப்புக்கள் உள்ளன. நாம் இதனை இவ்வாறு ஒழுங்கு செய்து எழுதுவோம்.

$$\begin{aligned} & 8a - 2a + 2b + 5b - b + 8 \\ & = 6a + 7b + 8 \end{aligned}$$

சமனான உறுப்புக்களை அருகருகே கொண்டு வராமலும் இதனைச் சருக்க முடியும்.

உதாரணம் 3

$$\begin{aligned} 5a + 3y - 2 - a - 7y \\ = 4a - 4y - 2 \end{aligned}$$

உதாரணம் 4

$$\begin{aligned} x^2 + 3x + 2y + 3x^2 - 5x \\ = 4x^2 - 2x + 2y \end{aligned}$$

உதாரணம் 5

$$\begin{aligned} xy - 3ab + 4xy - 2ab + x \\ = 5xy - 5ab + x \end{aligned}$$

நீங்கள் பெற்ற அறிவைப் பதித்துக் கொள்வதற்காகப் பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுங்கள்.

**பயிற்சி 4** இக்கோவைகளைச் சுருக்குக.

- |    |                                 |
|----|---------------------------------|
| 1  | $2a + 3b + 5a + 3b + 2a$        |
| 2  | $4x + 3y - 2x + y + 3x - 2y$    |
| 3  | $7xy + 2x - 3xy + x - xy$       |
| 4  | $8 + 2a - 5 + 3a + 2 - a$       |
| 5  | $4x^2 + 3y + 8x - 2y + 7$       |
| 6  | $8ab + 3ba - 2ab + 7ab - a$     |
| 7  | $2x^2 + 3x^2 - 5x + 8x - x^2$   |
| 8  | $6a^2 + 3a - 2a^2 - 3a$         |
| 9  | $15x + 3xy - 3 + 4xy + 8x - 5x$ |
| 10 | $2x + 3y - 2xy + 3x^2 - 7x^3$   |

உங்கள் விஷயத்தை இம் மொடி மூலிகை இருதியிலுள்ள விஷயத்தை ஒப்படுக.

### அடைப்புக்குறிகளுடனான கோவைகள்

முந்திய பகுதியில் அட்சர கோவைகளைச் சுருக்குதல் பற்றி ஆராய்ந்தோம். இனிநாம் அடைப்புக்குறிகளுடனான கோவைகளைச் சுருக்குதல் பற்றி ஆராய்வோம்.

பல உறுப்புக்களைக் கொண்ட கோவையொன்றைத் தனி உறுப்பாகக் கருதி எதேனுமொரு கணிதச் செய்கையை செய்ய வேண்டிய சந்தர்ப்பங்கள் உருவாகலாம். அவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களில் அடைப்புக்குறிகள் இட்டு உரிய கோவையை முழுமையொன்றாகக் காட்டலாம்.

அடைப்புக்குறிகள் வரக்கூடிய எனிய பிரசினைமொன்றை எடுப்போம்.

செவ்வகவடிவமான மண்டபமொன்றின் நீளம் 30 மீற்றர், அகலம் 12 மீற்றர் ஆகும். அதன் சுற்றளவைக் காண்க.

முறை 1

$$\begin{aligned} \text{நீளப்பக்கங்கள் இரண்டினதும் நீளம்} &= 30 \times 2 \text{ மீற்றர்} \\ &= 60 \text{ மீற்றர்} \\ \text{அகலப் பக்கங்கள் இரண்டினதும் நீளம்} &= 12 \times 2 \text{ மீற்றர்} \\ &= 24 \text{ மீற்றர்} \\ \therefore \text{சுற்றளவு} &= (60 + 24) \text{ மீற்றர்} \\ &= 84 \text{ மீற்றர்} \end{aligned}$$

முறை 2

$$\begin{aligned}
 \text{சுற்றளவு} &= 2 (\text{நீளம்} + \text{அகலம்}) \\
 (\text{நீளத்தினதும் அகலத்தினதும்} \\
 \text{சூட்டுத்தொகையின்} \\
 \text{இரு மடங்கு}) &= 2(30 + 12) \text{ மீற்றர்} \\
 &= (60 + 24) \text{ மீற்றர்} \\
 &= 84 \text{ மீற்றர்}
 \end{aligned}$$

(அடைப்புக்குறிகளுள் உள்ள 30, 12 ஆகிய இரு எண்களும்  
2 ஆல் பெருக்கப்பட்டுள்ள விதத்தைப் பாருங்கள்)  
இன்னும் சில உதாரணங்களைப் பார்ப்போம்.

உதாரணம் 1

பீங்கான் ஒன்றின் விலை ரூ x ஆகும். கண்ணாடிக் குவளை ஒன்றின் விலை ரூ y ஆகும். 5 பீங்கான்களினதும் 5 கண்ணாடிக் குவளைகளினதும் விலையைக் காண்க.

முறை 1

$$\begin{aligned}
 5 \text{ பீங்கான்களின் விலை} &= \text{ரூ. } 5x \\
 5 \text{ கண்ணாடிக் குவளைகளின் விலை} &= \text{ரூ. } 5y \\
 5 \text{ பீங்கான்களினதும் 5 கண்ணாடிக்} \\
 \text{குவளைகளினதும் விலை} &= \text{ரூ. } 5x + 5y
 \end{aligned}$$

முறை 2

அதில் பீங்கான்களினதும் கண்ணாடிக் குவளைகளினதும் எண்ணிக்கைகள் சமனாகும். (5)

அதனால் 5 பீங்கான்களினதும் 5 கண்ணாடிக் குவளைகளினதும் விலை ஒரு பீங்கானினதும் ஒரு கண்ணாடிக் குவளையினதும் விலையின் 5 மடங்காகும். பீங்கான் ஒன்றினதும் கண்ணாடிக்

$$\begin{aligned}
 \text{குவளையொன்றினதும் விலை} &= \text{ரூ. } (x + y) \\
 \therefore 5 \text{ பீங்கான்களினதம் 5 கண்ணாடிக்} \\
 \text{குவளைகளினதும் விலை} &= \text{ரூ. } 5(x + y) \\
 &= 5x + 5y
 \end{aligned}$$

இதற்கேற்ப =  $5(x + y) = 5x + 5y$  ஆகும்

உதாரணம் 2

? ( $x + y$ ) இன் அடைப்புக்குறிகளை நீக்குக. அப்போது  $6x + 2y$  எனப் பெறப்படும். அடைப்புக் குறிக்கு வெளியே உள்ள எண்ணினால் அடைப்புக்குறிக்குள்ளே உள்ள உறுப்புக்கள் பெருக்கப்பட்டுள்ள விதத்தைப் பாருங்கள்.

உதாரணம் 3

-3 ( $x - 2y$ ) இன் அடைப்புக்குறிகளை நீக்குக. விடை  $-3x + 6y$  ஆகும். அடைப்புக்குறிகளுக்குள் உள்ள உறுப்புக்கள் 3 இனால் பெருக்கப்பட்டுள்ள விதத்தை விளங்கிக் கொள்ளுங்கள்.

உதாரணம் 4

$2x (3a + 4x)$  அடைப்புக்குறிகளை நீக்குக.

$$\text{விடை } 6ax + 8x^2$$

அடைப்புக்குறிகளை நீக்குதல் தொடர்பாக நீங்கள் பெற்ற அறிவினை விருத்தி செய்து கொள்வதற்காகப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

### செயற்பாடு 1

வெற்றிடங்களை நிரப்பாக்கல்

$$\begin{aligned} 1 \quad 4(a + 2b) &= 4a + 8b \\ 2 \quad 2(x - y) &= ..... \\ 3 \quad 7(2a - ..... ) &= ..... - 35 \\ 4 \quad ..... (5 + m) &= 5a + ..... \\ 5 \quad 5(2x - ..... - 4y) &= ..... - 25 ..... \\ 6 \quad ..... (3x + 2a) &= ..... 3x^2 + ..... \\ 7 \quad -2(5 ..... ) &= ..... + 4x \\ 8 \quad -x (..... ) &= -3x^2 + ax \end{aligned}$$

நீங்கள் விடைகளை இம் மொத்துவிள் தொகைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்க.

\* அடைப்புக்குறிகளுடனும் அடைப்புக் குறிகள் இல்லாமலும் கோவைகள் ஒரே தடவையில் வரும் சந்தர்ப்பங்களும் உண்டு. அவ்வாறான பிரசினங்களை இனி கவனித்துப்பார்ப்போம். அடைப்புக்குறிகளை நீக்கி சுருக்கப்பட்டுள்ள இவ்வுதாரணங்களைக் கவனித்துப் பாருங்கள்.

உதாரணம் 1

$$\begin{aligned} &8(2x + 3y) \\ &= 16x + 24y \end{aligned}$$

உதாரணம் 2

$$\begin{aligned} &4(7y + 2) + 3 - 20y \\ &= 28y + 8 + 3 - 20y \\ &= 8y + 11 \end{aligned}$$

உதாரணம் 3

$$\begin{aligned} &6x + 3y + 2(4x - y) - (5y - 8) \\ &= 6x + 3y + 8x - 2y - 5y + 8 \\ &= 14x - 4y + 8 \end{aligned}$$

உதாரணம் 4

$$\begin{aligned} &4a^2 + 3x^2 + 2a(4a - 3) + 7x^2 \\ &= 4a^2 + 3x^2 + 8a^2 - 6a + 7x^2 \\ &= 12a^2 - 6a + 10x^2 \end{aligned}$$

மேலே தரப்பட்டுள்ள உதாரணங்களிலிருந்து அடைப்புக்குறிகளை நீக்கிச் சுருக்குதல் பற்றிய விளக்கம்

இப்போது உங்களுக்கு உண்டு. அதனை மேலும் விருத்தி செய்து கொள்வதற்குப் பின்வரும் பயிற்சிக்கு விடையளியுங்கள்.

பயிற்சி க	1	$2(28 + 5)$
	2	$3(2x + 3y + 6)$
	3	$8(2a + b) - 3a$
	4	$a(x + y) + 2ax + ay$
	5	$7(3x + 2) - 4(2x + 3)$
	6	$5(a + b) + 3(a + b) - 7a$
	7	$a(2x + 3y) + (4a^2 - 2ax)$
	8	$x(3x - 2) - (x^2 - 5)$

உங்கள் விடைகளை இம்மொடியிலின் கிறுதியில் தரப்பட்டுள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பாருங்கள்.

#### 4.4 பிரதியீடு செய்தல்

இப்போது நாம்

- \* அட்சரகணித கோவைகள்
- \* நிகர்த்த உறுப்புக்கள்
- \* நிகரா உறுப்புக்கள் என்பவற்றை அறிந்து கொண்டோம்.
- \* அடைப்புக்குறிகள் நீக்குதலையும் கற்றோம்.

அடுத்து நாம் தரப்பட்ட அட்சரக்கணிதக் கோவையொன்றின் தெரியாக் கணியங்களுக்கு (குறியீடுகளுக்கு) தரப்பட்ட பெறுமானங்களை இட்டு கோவையின் பெறுமானத்தைக் காண்பதை ஆராய்வோம். இதற்கு நாம் உதாரணமொன்றைப் பார்ப்போம்

$$2a + 3b$$

2a + 3b என்பது பொதுக் கோவையொன்றாகும். அதில் a இற்கு பெறுமானமொன்றும், b இற்கு வேறொரு பெறுமானமும் இருக்கலாம்.

இவ்வொரு பெறுமானத்திற்கும்  $2a + 3b$  இன் பெறுமானம் வெறுபடும்.

உதாரணமாக : a = 5, b = 8 எனக் கொள்வோம்,

a = 5 எனின்  $2a = 2 \times 5 = 10$  ஆகும்.

b = 8 எனின்  $3b = 3 \times 8 = 24$  ஆகும்

அதற்கேற்ப

$$\begin{aligned} 2a + 3b &= 2 \times 5 + 3 \times 8 \\ &= 10 + 24 \\ &= 34 \end{aligned}$$

அவ்வாறு a = 10, b = 4 எனின்

$$\begin{aligned} 2a + 3b &= 2 \times 10 + 3 \times 4 \\ &= 20 + 12 \\ &= 32 \end{aligned}$$

கோவையொன்றிலுள்ள அட்சாங்கருக்காக தரப்பட்ட பெறுமானங்களை இட்டுக் கோவையை எழுதுதல் பிரதியீடு செய்தல் எனப்படும். அப்போது அட்சரகணிதக் கோவை அந்தப் குறித்த சந்தர்ப்பத்திற்குப் பொருந்தும். அவ்வள் அட்சரத்திற்காக எண்களைப் பிரதியீடு செய்து தனி எண்ணாகும் வரை கோவையைச் சுருக்க முடியும்.

சில உதாரணங்கள் மூலம், இன்னும் பிரதியீடு செய்தல் தொடர்பாகக் கற்போம்

உதாரணம்:-  $x = 4, y = 3$  எனின் இக் கோவைகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

1.  $x + y$
2.  $x - y$
3.  $2x + y$
4.  $3x - 4y$
5.  $5xy$
6.  $2x^2 - y^2$
7.  $x(2x - 6y)$
8.  $3x/2y$
9.  $xy$
10.  $yx$

### தீர்வுகள்

$$1. \quad x + y = 4 + 3 \\ = 7$$

$$2. \quad x - y \\ = 4 - 3 \\ = 1$$

$$3. \quad 2x + y = 2 \times 4 + 3 \\ = 8 + 3 \\ = 11$$

$$4. \quad 3x - 4y = 3 \times 4 - 4 \times 3 \\ = 12 - 12 \\ = 0$$

$$5. \quad 5xy = 5 \times 4 \times 3 \\ = 60$$

$$6. \quad 2x^2 - y^2 = 2 \times 4 \times 4 - 3 \times 3 \\ = 32 - 9 \\ = 23$$

$$\begin{aligned}
 7. \quad x(2x - 6y) &= 4(2 \times 4 - 6 \times 3) \\
 &= 4(8 - 18) \\
 &= 4(-10) \\
 &= -40
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8. \quad 3x/2y &= 3 \times 4 / 2 \times 3 \\
 &= 12/6 \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 9. \quad x^y &= 4^3 = 4 \times 4 \times 4 \\
 &= 64
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10. \quad y^x &= 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\
 &= 81
 \end{aligned}$$

மேற்குறித்த உதாரணங்களிலிருந்து பிரதியீடு செய்தல் பற்றிய விளக்கம் உங்களுக்குக் கிடைத்திருக்குமெனக் கருதுகிறோம். நீங்கள் பெற்ற அறிவை நீங்களே பரீட்சித்துப் பார்ப்பதற்காகப் பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்யுங்கள்.

### பயிற்சி 6

1.  $a=5, y=2$  எனின் இக் கோவைகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

i. $a + y$	vi. $\frac{4ay}{2a}$
ii. $a - y$	vii. $x^2 + y^2$
iii. $2a + 3y$	viii. $2a^2 - 3y^2$
iv. $5a - 2y$	ix. $ay + 8$
v. $3ay$	x. $\frac{y^2 - a^2 + ay}{a + y}$

2.  $x = 3, y = -2$  எனின் பின்வரும் கோவைகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

i. $x + y$
ii. $x - y$
iii. $3x - 2y$
iv. $x^2 + y^2$
v. $x^2 - y^2$

ஏவை விஷத்தை இம் மொடியுவின் இருப்பிலூளை விஷத்தை ஒப்பிடு.

கடந்த பகுதிகளில் நாம் அடசரகணிதக்கோவைகள் தொடர்பாகவும், அடசரக்கோவைகளை சுருக்குதல் தொடர்பாகவும் விரிவாகக் கற்றோம். அவ்வாறே அடைப்புக்குறிகளின் பயன்பாட்டின் முக்கியத்துவத்தையும், அடைப்புக்குறிகளை நீக்கிச் சுருக்கும் முறையைப் பற்றியும் நாம் கலந்துரையாடுவோம். இப்பகுதியில் மேலும் அடைப்புக்குறிகள் பயன்பாட்டையும் பொதுக்காரணிகளை வேறுபடுத்தல் பற்றியும் அறிவைப் பெறுவதற்கு முயற்சிப்போம்.

## 5.0 காரணிகள்

பல உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையாகத் தரப்பட்டுள்ள கோவையொன்றின் பல காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதலாம். அவ்வாறே பல காரணிகளின் பெருக்கமாகத் தரப்பட்டுள்ள கோவையொன்றை விரித்தெழுதி பல உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையாகவும் எழுதலாம். இதற்கு நாம் சில உதாரணங்களைப் பார்ப்போம்.

### உதாரணம் 1

செவ்வக வடிவமான மண்டபமொன்றின் நீளம் 30 மீற்றர், அகலம் 12 மீற்றர் எனின் அதன் சுற்றளவைக் காண்க. இப்பிரசினத்தை இதற்கு முன்னர் இரு முறைகளால் தீர்த்தது உங்களுக்கு நினைவிலிருக்கும்.

நாம் இனி முறையொன்றைக் கருதிப் பார்ப்போம்.

$$\begin{aligned} \text{சுற்றளவு} &= 2(\text{நீளம்} + \text{அகலம்}) \\ &= 2(30 + 12) \text{ மீற்றர்} \\ &= (60 + 24) \text{ மீற்றர்} \\ &= 84 \text{ மீற்றர்} \end{aligned}$$

மேலே உள்ள தீர்வுக்கேற்ப  $(60 + 24)$  மீற்றர்  $= 2(30 + 12)$  மீற்றர் என்பதை நீங்கள் காண்பீர்கள். இதில் நிகழ்ந்துள்ளவற்றை விளங்கிக் கொள்ளுங்கள். அவ்வாறே இதற்கு முன்னர் நீங்கள் செய்த பின்வரும் பிரசினத்தைப் பற்றியும் மீண்டும் கவனத்தைச் செலுத்துங்கள்.

பீங்காளைஞரின் விலை ரூ. X, கண்ணாடி குவளையொன்றின் விலை ரூ. Y ஆகும். 5 பீங்காள்களினதும், 5 கண்ணாடிக் குவளைகளினதும் விலையைக் காண்க.

$$\begin{aligned}
 \text{பீங்கானோன்றினதும் கண்ணாடிக் குவளையொன்றினதும்} \\
 \text{விலை} &= \text{ரூ. } x + y \\
 5 \text{ பீங்கான்களினதும் } 5 \text{ கண்ணாடிக்} \\
 \text{குவளைகளினதும் விலை} &= \text{ரூ. } 5(x + y) \\
 &= \text{ரூ. } 5x + 5y
 \end{aligned}$$

இதற்கேற்ப  $5x + 5y = 5(x + y)$  என்பதை நீங்கள் காண்பீர்கள். அதில்  $5x, 5y$  ஆகிய இரண்டிற்கும் 5 பொதுவாகும். அதனை இன்னும் விரிவாக பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$5x$  ஜமும்  $5y$  ஜமும் காரணிகளாக வேறுபடுத்தி எழுதுவோம்.

$$5x = 5 \times x$$

$$5y = 5 \times y$$

(5 இரு உறுப்புக்களுக்கும் பொதுவாகும்).

எனவே  $5x + 5y$  எனும் கோவையில் இரு உறுப்புக்களுக்கும் ஐந்து பொதுக் காரணியாகும். அப் பொதுக் காரணியை கோவையிலிருந்து வேறுபடுத்தி பின்வருமாறு மீண்டும் எழுதலாம்.

$$5x + 5y = 5(x + y)$$

இதில் காணக்கூடிய விசேடபண்பு  $5(x + y)$  இன் அடைப்புக்குறிகளை நீக்கினால்  $5x + 5y$  என்பதை பெறுவதாகும். இனி நாம் சில உதாரணங்களை எடுத்து பொதுக் காரணிகளை வேறுபடுத்தி எழுதுவோம்.

உதாரணம்:	$1 \quad 3a - 3x = 3(a - x)$ $2 \quad axy + bx = x(ay + bc)$ $3 \quad 15x + 10y - 5 = 5(3x + 2y - 1)$ $4 \quad 2x^2 + 6x - 4 = 2x(x + 3 - 2y)$
----------	---

மேலே உள்ள எல்லாச் சந்தர்ப்பங்களிலும் நாம் நேர் எண்ணொன்றையே பொதுக்காரணியாக எடுத்தோம். மறை எண் பொதுக் காரணியாகவரும் சந்தர்ப்பங்களை கவனித்துப் பார்ப்போம்.

$-3x + 6$  இதன் காரணிகளை வேறுபடுத்துங்கள்.

இதனை இரு முறைகளால் காரணிப்படுத்தலாம்.

### முறை I

நேர்க் காரணியை வேறுபடுத்துதல்.

$$-3x + 6 = 3(-x + 2)$$

## முறை II

மறைக்காரணியை வேறுபடுத்தல்.

$$3x + 6 = 3(x - 2)$$

இங்கு  $-3x/-3 = x$ ,  $-6/3 = -2$  என்பதே நிகழ்ந்துள்ளது. இதற்கேற்ப நாம் காரணிப்படுத்தும் போது நேர் அல்லது மறை என்றவாறு காரணியை அடைப்புக்கு வெளியே கொண்டுவர முடியுமென்பது உங்களுக்கு விளங்கி இருக்கும். இதற்குச் சில உதாரணங்களை எடுத்துப் பார்ப்போம்.

பின்வரும் பயிற்சிகளில் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் மறைப் பொதுக்காரணி அடைப்புக்கு வெளியே கொண்டு வந்துள்ள விதத்தைப் பாருங்கள்.

$$1 \quad -5x - 10 = -5(x + 2)$$

$$2 \quad 8ay - 4a + 2ab = -2a(-4y + 2 - b)$$

$$3 \quad x^2 - 3x = -x(x + 3)$$

$$4 \quad -2a^2 + 6a - 2a = -2a(a - 3 + 1)$$

மேற்குறித்தவாறான கோவைகளிலிருந்து பொதுக் காரணியை வேறுபடுத்துவதற்கான விளக்கம் உங்களுக்குக் கிடைத்திருக்கும் எனக் கருதுகிறோம். பின்வரும் பயிற்சிக்கு விடையளித்து அவ்வறிவைப் பதித்துக் கொள்ளுங்கள்.

## பயிற்சி 7

பின்வரும் ஒவ்வொரு கோவையையும் (1) நேர் பொதுக் காரணியுடனும் (2) மறைபொதுக் காரணியுடனும் காரணிகளாக வேறுபடுத்துங்கள்.

$$i \quad 6x - 9ax$$

$$ii \quad x^2a + ax - 5axy$$

$$iii \quad 9x^2y^2 - 15x^2y$$

$$(iv) \quad -2ax + 4a$$

$$(v) \quad -3a^2 - 3a^2y - 3ay^2$$

$$(vi) \quad 7a^2b - 24ab + 14ab^2$$

உங்கள் விடைகளை இம் மொடி யூவிள் இறுதியிழுள்ள விடைகளுடன் ஒப்படுக.

## 5.1 காரணிகளை வேறுபடுத்தல் தொடர்பாக இன்னுங் கற்போம்

$a(x+y) + b(x+y)$  எனும் கோவையைக் காரணிகளாக வேறுபடுத்தும் விதத்தைப் பார்ப்போம். கோவை  $a(x+y)$  இற்கும் கோவை  $b(x+y)$  இற்கும்  $(x+y)$  எனும் காரணி பொதுவாக உள்ளதை நீங்கள் காணலாம். எனவே இதனைப் பின்வரும் விதத்தில் எழுதலாம்.

$$a(x+y) + b(x+y) = (x+y)(a+b)$$

பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் காரணிகளாக வேறுபடுத்தப்பட்டுள்ள விதத்தைப் பாருங்கள்.

## உதாரணம் I

$$3(a-b) - x(a-b)$$

$$(a-b)(3-x)$$

## உதாரணம் II

$$x(a-y) + b(y-a)$$

உடனடியாகப் பார்க்கும் போது இதில் பொதுக் காரணியோன்றைக் காண முடியாது. அதற்குக் காரணம்  $a-y \neq y-a$  என்பதாகும். ஆனால்  $y-a = -1(a-y)$  எனவே  $+b(y-a)$  இற்குப் பிரதியாக  $-b(a-y)$  என எழுதலாம்.  
 $\therefore x(a-y) + b(y-a) = x(a-y) - b(a-y) = (a-y)(x-b)$

## உதாரணம் III

$$\begin{aligned} a(5-x) - b(x-5) &\text{இன் காரணிகளைக் காணக.} \\ a(5-x) - b(x-5) &= a(5-x) + b(5-x) \\ &= (5-x)(a+b) \end{aligned}$$

## உதாரணம் iv      $ac - bc + bd - ad$ .

இதில் எல்லா உறுப்புக்களுக்கும் பொதுவான காரணியோன்று இல்லை என்பதை நீங்கள் காணலாம். ஆனால் உறுப்புக்களைச் சோடிகளாக எடுத்தால் பொதுக் காரணியோன்று இருப்பதைக் காணலாம். எனவே அதனை நாம் இவ்வாறு தீர்ப்போம்.

## உதாரணம் v

$$\begin{aligned} & xy + 48 - 8x - 6y \\ & \text{இதனை பின்வரும் விதத்தில் ஒழுங்குபடுத்துவோம்} \\ & xy - 8x - 6y + 48 \quad (\text{தேவையெனின் வேறு விதத்திலும்} \\ & \text{ஒழுங்குபடுத்தலாம்}) \\ & = x(y - 8) - 6(y - 8) \\ & = (y-8)(x-6) \end{aligned}$$

பொதுக் காரணிகளை வேறுபடுத்துதல் தொடர்பாக நீங்கள் பெற்ற அறிவைப் பதித்துக்கொள்வதற்காக பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுங்கள்.

1.  $a(x - 2) + 3(x - 2)$
2.  $5(a + b) - x(a + b)$
3.  $ac + bc + ad + bd$
4.  $ax + bx - ay - by$
5.  $ac - 2bc + xd - 2bd$
6.  $2x + x^2 + 2y + xy$
7.  $xc + dy - cy - dx$
8.  $30ac + 28 + 42c + 10a$
9.  $6x - 12y - xy + 2y^2$
10.  $4xy + 9 - 6y - 6x$

உங்கள் விடைகளை இம் மொடியுள்ள  
இறுதியிலுள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப்  
பார்க்க.

### 5.2 மூவறுப்பி இருபடிக் கோவைகள்

அட்சர கோவைகளின் பொதுக் காரணிகளை வேறுபடுத்துதல் தொடர்பாக சிறந்த விளக்கத்தை இப்போது நீங்கள் பெற்றிருப்பீர்கள், எனக் கருதுகிறோம். கணிதத்தில் நாம் அதிகமாகக் காணும் கோவை வகையொன்று உண்டு. அதாவது  $x^2 + 5x + 6$  எனும் வகையாகும். இக் கோவையின் உறுப்பின் மிகக் கூடிய சட்டி 2 ஆகும். உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கை 3 ஆகும். எனவே இவ்வாறான கோவைகள் மூவறுப்பி இருபடிக்கோவைகள் எனப்படும். இனி நாம் இம் மூவறுப்பி இருபடிக் கோவைகளின் காரணிகளைக் காண்பதை ஆராய்வோம்.

மூவறுப்பி இருபடிக் கோவையின் காரணிகளைக் காண்பதற்கு விதியொன்றைப் பெறுவதற்காக பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுங்கள்.

### செயற்பாடு 2

$(x + 3)(x + 2)$  ஜ விரித்து மூவறுப்பி இருபடிக் கோவையொன்றைப் பெறுக.

$$\begin{aligned} (x + 3)(x + 2) &= x(\dots\dots\dots\dots\dots) + 3(x + 2) \\ &= x^2 \dots\dots\dots\dots\dots + 6 \\ &= \dots\dots\dots\dots\dots 5x + \dots\dots\dots\dots\dots \end{aligned}$$

இம் மூவறுப்புக் கோவையின் ஒரு உறுப்பைப் பெறுவதற்கு எவ்விரு உறுப்புக்கள் கூட்டப்பட்டன?

அவ்விரு உறுப்புக்களின் பெருக்கம் யாது?

உங்களுக்குக் கிடைத்த மூவறுப்புக் கோவையின் முதல் உறுப்பினதும் கடைசி உறுப்பினதும் பெருக்கம் யாது?

நடு உறுப்பைத் தந்த இரு உறுப்புக்களினது பெருக்கத்திற்கும் முதலுறுப்பினதும் கடைசி உறுப்பினதும் பெருக்கத்திற்கும் இடையே தொடர்பொன்று இருக்கிறதா?

மேற்குறித்த செயற்பாடு இங்கு தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் பெறப்படும் மூவறுப்புக் கோவைகளுக்கும் உண்மையாகின்றதா என் ஆராய்ந்து பாருங்கள்.

- |                        |                           |
|------------------------|---------------------------|
| (i) $(x + 5)(x + 1)$   | (vi) $(2x + 3)(x + 2)$    |
| (ii) $(x + 4)(x - 3)$  | (vii) $(8x - 2)(2x + 3)$  |
| (iii) $(x + 2)(x - 5)$ | (viii) $(2x - 3)(3x + 2)$ |
| (iv) $(x - 5)(x - 4)$  | (ix) $(2x - 3)(3x - 2)$   |
| (v) $(x - 3)(x + 2)$   | (x) $(2x + 3)(2x + 3)$    |

மேலே உள்ள செயற்பாட்டிலிருந்து உங்களுக்குக் கிடைத்த தொடர்பைப் பயன்படுத்தி மூவறுப்பி இருபடிக் கோவையொன்றின் நடுவறுப்பை இரு பகுதிகளாகப் பிரிப்பதனால் கோவையை நான்கு உறுப்புக்கள் கொண்ட கோவையொன்றாக ஒழுங்குபடுத்திக் கொள்ள முடியும். அவ்வாறு ஒழுங்குபடுத்தி பொதுக் காரணியை நீக்கி காரணி காணுவதற்கு முயற்சிப்போம். அதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டைச் செய்யுங்கள்.

### செயற்பாடு 3 வெற்றிடங்களை நிரப்புங்கள்

$x^2 + 6x + 8$  எனும் கோவையில் முதலுறுப்பினதும் கடைசி உறுப்பினதும் பெருக்கம் ..... ஆகும். அதன் காரணியொன்று  $4x$  ஆகும். மற்றைய காரணி ..... ஆகும். மேற்குறித்த பெருக்கத்தையே பெறுமாறு உறுப்பு ( $6x$ ) ஜ இரு பகுதிகளாக வேறுபடுத்திய போது அவற்றுள் ஒன்று ..... ஆகும். மற்றையது ..... ஆகும். மூவறுப்புக் கோவையை  $(x^2 - 6x + 8)$  நான்கு உறுப்புக் கோவையாக  $x^2 + ----- + ----- + 8$  என எழுதலாம்.

உங்களுக்குக் கிடைத்த நான்கு உறுப்புக்களையும் பெருதுக் காரணி உள்ள இரு உறுப்புக்கள் வீதம் இரு பகுதிகளாக வேறுபடுத்துங்கள்.

$$(x^2 + 4x) + (\dots + 8)$$

பொதுக் காரணியை நீக்குங்கள்

$$x (\dots) + \dots (x + 4)$$

மூவறுப்புக் கோவையின் காரணிகளை எழுதுங்கள். மூவறுப்புக் கோவையொன்றின் நடு உறுப்பிற்கும் முதலாவது, கடைசி உறுப்புகளுக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பைக் காண்பதனால் காரணிகளைக் காணலாம் என உங்களுக்கு விளங்கி இருக்குமெனக் கருதுகிறோம். அதனை மேலும் பின்வரும் விதத்திற் கற்போம்.

## உதாரணம் 1

$x^2 + 8x + 15$  எனுங் கோவையில்  $x^2$  இன் சூணகத்தினதும்  
+ 15 இனதும் பெருக்கம் + 15 ஆகும்.

+ 15 ஜி இரு காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுவோம்.

+ 15 = (+ 5) x (+ 3) அல்லது  $15 \times (+1)$  அல்லது (- 5) x  
(- 3) இக்காரணிச் சோடிகளுள் + 8 ஜி (+5) x (+3) இலிருந்து  
பெறலாம்.

$$\begin{aligned} \text{எனவே } x^2 + 8x + 15 &= x^2 + 3x + 5x + 15 \\ &= x(x+3) + 5(x+3) \\ &= (x+5)(x+3) \end{aligned}$$

## உதாரணம் 2

$2x^2 + 7x + 3$  எனும் கோவையின்  $x^2$  இன் சூணகத்தினதும்  
கடைசி உறுப்பினதும் பெருக்கம்  $(+2)X(+6) = 12$  ஆகும்.

$+12 = 6 \times 2$  அல்லது  $4 \times 3$  அல்லது  $12 \times 1$  அல்லது (-6)  
 $\times (-2)$  அல்லது (-4)  $\times (-3)$  அல்லது (-12)  $\times (-1)$

இதிலிருந்து நடு உறுப்பை  $4 \times 3$  இலிருந்து பெறலாம்.  
அதாவது  $4 + 3 = 7$  ஆகும்.

$$\begin{aligned} \text{எனவே } 2x^2 + 7x + 6 &= 2x^2 + 4x + 3x + 6 \text{ என எழுதலாம்.} \\ &= 2x(x+2) + 3(x+2) \\ &= (x+2)(2x+3) \end{aligned}$$

## உதாரணம் 3

$6x^2 - 7x - 3$  இன் காரணிகளைக் காண்க.

$$(+6)X(-3) = -18$$

$-18 = (-9)X(+2)$  அல்லது  $(+2)X(-9)$  அல்லது  $(-6)X(+3)$   
அல்லது  $(+18)X(-1)$  ஆகும்.

$$\text{ஆனால் } -9 + 2 = -7 \text{ என்பதால்}$$

$$\begin{aligned} 6x^2 - 7x - 3 &= 6x^2 - 9x + 2x - 3 \\ &= 3x(2x - 3) + 1(2x - 3) \\ &= (2x - 3)(3x + 1) \end{aligned}$$

இருபடி கோவைகளின் காரணிகளைக் காண்பதற்கான  
விளக்கத்தை நீங்கள் இப்போது பெற்றிருப்பீர்கள் எனக்  
கருதுகிறோம். எனவே பின்வரும் பயிற்சிக்கு  
விடையளியுங்கள்.

### பயிற்சி 9

உங்கள் விளக்கணா இடமொடிப்புவிளக்கியிலுள்ள விளக்கங்களை  
ஒப்படை.

1	$x^2 + 4x + 4$	6	$x^2 - 22x + 121$
2	$x^2 - 12x + 36$	7	$2x^2 + 11x + 5$
3	$a^2 - 6a + 9$	8	$3a^2 + 8a + 4$
4	$a^2 + 6a - 27$	9	$3x^2 + 7x - 10$
5	$a^2 - 2a - 15$	10	$15x^2 - x - 2$

**5.3 இரு வர்க்கங்களின் வித்தியாசத்தைக் காரணிப்படுத்தல்**

இனி நாம்  $x^2 - y^2$  போன்ற இருபடிக் கோவைகளின் காரணிப்படுத்தலைக் கற்போம். இவ்வாறான கோவைகள் இரு வர்க்கங்களின் வித்தியாசம் எனப்படும்.

$$(x+y)(x-y) = x(x-y) + y(x-y) \\ = x^2 - xy + xy - y^2 \\ = x^2 - y^2$$

எனவே  $x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$  எனக் காட்டலாம்.

இதற்கு இன்னுஞ் சில உதாரணங்களைப் பார்ப்போம்.

1	$3x^2 - x^2 = (3-x)(3+x)$
2	$a^2 - 9 = a - 3^2$ $= (a-3)(a+3)$
3	$25x^2 - y^2 = 5^2x^2 - y^2$ $(5x-y)(5x+y)$

இப்போது உங்களுக்கு இரு வர்க்கங்களின் வித்தியாசமாக உள்ள கோவைகளைக் காரணிகளாக வெறுபடுத்துவது தொடர்பான விளக்கம் கிடைத்துள்ளது.

பின்வரும் பயிற்சிக்கு விடையளித்து சரியான காரணிகளைக் காண முடிகிறதா வென்பதாருங்கள்.



**பயிற்சி 10**

01 காரணி காண்க.

1	$x^2 - 4$	5	$49x^2 - 64a^2$
2	$a^2 - 25$	6	$2a^2 - 8$
3	$1 - a^2$	7	$3x^2 - 75$
4	$x^2 - 81y^2$	8	$18a^2 - 2$

02 காரணி பற்றிய அறிவைப்பயன் படுத்தி பின்வரும் பயிற்சிகளை சுருக்க முயற்சியுங்கள்.

1	$89 \times 13 + 89 \times 7$
2	$70 \times 25 + 140 \times 8$
3	$\frac{22}{7} \times 10 - \frac{22}{7} \times 5$
4	$135 \times 5.6 - 135 \times 0.6 + 45 \times 6$
5	$100^2 - 99^2$
7	$96^2 - 16$
8	$(1.25)^2 - (0.25)^2$

உங்கள் விடைகளை இம் மொடியூலின் இறுதியிலுள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கவும்

## 6.0 சமன்பாடுகள்

அட்சர கோவைகளை சுருக்குதல், காரணிப்படுத்துதல், பிரதியீடு செய்தல் என்பன பற்றிய விளக்கம் இப்போது உங்களுக்கு கிடைத்துள்ளது. இப்பகுதியில் நாம் சமன்பாடுகள் பற்றி கவனத்தைச் செலுத்துவோம். சமன்பாடு, அட்சர கோவை பயன்படுத்தப்படும் முக்கியமான சந்தர்ப்பமாகக் கருதப்படலாம்.

### 6.1 எளிய சமன்பாடுகள்

கணிதத் தில் பல வகையான சமன்பாடுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அச்சமன்பாட்டுவகைகளுள் மிகவும் அடிப்படையானது எளிய சமன்பாடாகும். அநேகமான கணிதப் பிரசினங்களை எளிய சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி மிக இலகுவாகத் தீர்க்கமுடியும். எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதற்கு நாம் இதுவரை கற்ற அட்சரக்கோவைகள் பற்றிய அறிவு அவசியமாகும்.

குறித்தவொரு எண்ணின் 6 மடங்கு 84 ஆகும். இவ்வெண்யாது? எளிய சமன்பாடோன்றைப் பயன்படுத்தி அதனை எவ்வாறு தீர்க்கலாம் என்பார்ப்போம்.

அவ்வெண்ணை x எனக் கொள்வோம்.

அப்போது x இன் 6 மடங்கு =  $6x$  ஆகும்.

தரப்பட்ட தரவிற்கேற்ப  $6x = 84$ . இது எளிய சமன்பாடோன்றாகும். இனி நாம்  $6x = 8$  எனும் சமன்பாட்டை எடுப்போம். இதில் சமன் அடையாளம் உண்டு. இது பக்கத்தில்  $6x$  உம் வலது பக்கத்தில் 84 உம் உள்ளன. இதில் x ன் பெறுமானத்தை நாமறியோம். x இன் பெறுமானத்தை இச்சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதன் மூலம் காணமுடியும். மேலுள்ளவாறு அல்லது வேறு விதத்தில் பெறுமானமொன்றைத் தெரியாக கணியம் ஒன்றுடன் சமன்படுத்துதல் சமன்பாடெனப்படும். கீழே தரப்பட்டுள்ளவை எளிய சமன்பாடுகளுக்கான சில உதாரணங்களாகும்.

$$1 \quad 5a = 20$$

$$2 \quad 5x = 0$$

$$3 \quad 4x + 3 = 39$$

$$4 \quad 5m - 8 = 2m + 4$$

$$5 \quad \frac{6x}{5} = \frac{1}{2}$$

இனி நாம்  $6x = 84$  எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க முயற்சிப்போம். இதில் ஒரே விடயத்தின் மீதான இரு

கோவைகள் உள்ளன. அவற்றுள் ஒன்று எண்ணொன்றின் 6 மடங்கு என்பதாகும். மற்றையது அது 84 என்பதாகும். இரு கோவைகளும் ஒரே விடயத்தின் மீதானதென்பதனால் அதனை  $6x = 84$  என்பதாகக் கூறலாம்.

$$\begin{array}{c} | \\ \text{Scales} \\ | \\ 6x \quad = \quad 84 \end{array}$$

இரு பக்கங்களும் சமனாக இருக்கும் தராசொன்றின் பக்கமொன்றில் குறைவொன்று ஏற்பட்டால் மற்றைய பக்கத்திலும் அதற்குச் சமனான குறைவு நிகழ வேண்டும். பக்கமொன்றில் சேர்வு நிகழ்ந்தால் மற்றைய பக்கத்திலும் அதற்குச் சமனான சேர்வு நிகழ வேண்டும். இவ்வாறாகவே எளிய சமன்பாடோன்றிலும் சமன் அடையாளத்திற்கு இடப்பக்கத்திலோ வலப் பக்கத்திலோ உள்ள கோவைக்கு ஏதேனும் கணிதச்செய்கை செய்யப்பட்டால் மற்றைய பக்கத்திலும் அதே கணிதச்செய்கை செய்யப்படல் வேண்டும். அப்போது சமனிலையில் மாற்றம் ஏற்படாது.

எனவே  $6x = 84$  எனும் சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களையும் கூட வகுப்போம். (அல்லது  $1/6$  ஆல் பெருக்குவோம்.)

$$\begin{array}{rcl} 6x & = & 84 \\ 1 \times 6x & = & 1 \times 84 \\ 6 & & 6 \\ x & = & 14 \end{array}$$

இன்னொரு எளிய சமன்பாட்டை எடுப்போம்.

### உதாரணம் I

மரமொன்றில் குறித்த எண்ணிக்கையான குருவிகள் வசிக்கின்றன. அதே மரத்தில் வேறிடத்தில் இருந்து வந்த இன்னும் 5 குருவிகள் வசிக்கின்றன. இப்போது மரத்தில் 14 குருவிகள் உள்ளன. மரத்தில் முதலில் இருந்த குருவிகள் எத்தனை?

மரத்தில் முதலில் இருந்த குருவிகளின் எண்ணிக்கையை  $x$  எனக் கொள்வோம். அதனுடன் இன்னும் 5 ஐக் கூட்டினால்  $x+5$  ஆகும். இனி தரப்பட்டுள்ள தரவுக்கேற்ப,

இது ஓர் எளிய  $x+5 = 14$  ஆகும். சமன்பாடாகும். அதில்  $x$  இன் பெறுமானத்தைக் காண்போம். (அதாவது தெரியாக கணியம் எவ்வளவு எனக் காண்போம்). அப்போது சமன்பாடு இவ்வாறு பெறப்படும்.

இருபக்கமும் 5 ஐக் கழிக்க (ஷல்லது - 5 ஐக் கூட்டுக)

$$x + 5 - 5 = 14 - 5$$

$$x + 0 = 9 \quad (5 - 5 = 0 \text{ என்பதனால்})$$

$$x = 9 \quad (x + 0 = x \text{ என்பதனால்})$$

ஃ முதலில் இருந்த குருவிகளின் எண்ணிக்கை 9 ஆகும்.

இனி கீழே உள்ள ஒவ்வொரு எளிய சமன்பாடும் தீர்க்கப்பட்டுள்ள விதத்தைப் பாருங்கள்.

### உதாரணம் 2

$$3x + 8 = 26$$

$$\text{தீர்வு: } 3x + 8 = 26$$

இதன் இரு பக்கங்களுக்கும் - 8 ஐக் கூட்டுவோம்.

அப்போது  $3x + 8 - 8 = 26 - 8$  (இடது பக்கத்தில் + 8 ஜநீக்குவதற்கு - 8 ஐக் கூட்ட வேண்டும்)

$$\therefore 3x = 18$$

இரு பக்கங்களையும் 1 ஆல் பெருக்க

3

$$\frac{1}{3}x \cdot 3x = \frac{1}{3}x \cdot 18$$

$$3 \qquad \qquad 3$$

$$\therefore x = 6$$

### உதாரணம் 3

$$5x + 18 = 3$$

தீர்வு:-

$$5x + 18 = 3$$

$$5x + 18 - 18 = 3 - 18$$

$$5x = -15$$

இரு பக்கங்களையும் 1/5 ஆல் பெருக்கினால்

$$x = -3 \text{ எனப் பெறப்படும்.}$$

### உதாரணம் 4

$$-2x + 17 = 5$$

தீர்வு:-

$$-2x + 17 = 5$$

$$-2x + 17 - 17 = 5 - 17$$

$$-2x = -12$$

இரு பக்கங்களையும் -  $\frac{1}{2}$  ஆல் பெருக்க.

$$(-\frac{1}{2})x (-2x) = (-\frac{1}{2})x (-12)$$

$$\therefore x = 6$$

(மறை எண்ணொன்றை மறை எண்ணொன்றால் வகுத்தால் ஈவு நேர் ஆகும்)

உதாரணங்களின் மூலம் காட்டப்பட்டுள்ள விதத்தில் எனைய சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பது பற்றிய விளக்கம் இப்போது உங்களுக்குக் விடைத்துள்ளது. அவ்வறிவைப் பதித்துக் கொள்வதற்காக இப் பயிற்சிக்கு விடையளியுங்கள்.

## பயிற்சி II

உங்கள் விடைகளை இம் மொடி யூவிள் இறுதியிலுள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிடுக.

1. $5x = 15$	8. $x + 3 = 15$
2. $3y = 12$	9. $x - 7 = 12$
3. $30 = 6y$	10. $2x + 7 = 27$
4. $40 = 2x$	11. $4x - 7 = 17$
5. $7x = -14$	12. $5x + 2 = 32$
6. $-3x = 12$	13. $3a + 30 = 3$
7. $-4x = -20$	14. $2y - 5 = -21$
	15. $48 = 10x + 8$

இதற்கு முன்னர் நாம் கற்ற விதத்தில் எனைய சமன்பாடுகளைத் தீர்த்த விதத்தை இனி நாம் விரிவாகப் பார்ப்போம்.

$$\begin{aligned}
 01. \quad & 8x - 7 = 41 \\
 & 8x - 7 + 7 = 41 + 7 \quad (\text{A}) \\
 & 8x = 48 \quad (\text{B}) \\
 & \underline{\frac{8x}{8}} = \underline{\frac{48}{8}} \\
 & \therefore x = 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 11. \quad & 68 = 5x + 3 \\
 & 68 - 3 = 5x + 3 - 3 \quad (\text{P}) \\
 & 65 = 5x \quad (\text{Q}) \\
 & \underline{\frac{65}{5}} = \underline{\frac{5x}{5}} \\
 & 13 = x
 \end{aligned}$$

முதலாவது உதாரணத்தில், படி A இல்லாமல் படி B ஜி ரேயடியாகப் பெற முடியாதா? இரண்டாவது உதாரணத்தில், படி P இல்லாமல் படி Q வைப் பெற முடியாதா? பரீட்சித்துப் பாருங்கள்.

$$\begin{aligned}
 8x - 7 &= 41, \quad 68 = 5x + 3 \\
 8x &= 41 + 7, \quad 68 - 3 = 5x
 \end{aligned}$$

பின்வரும் உதாரணங்களையும் சோதித்துப் பாருங்கள்

**உதாரணம் 1**  $5y - 4 = 11$

$$\begin{aligned}
 \text{தீர்வு:-} \quad & 5y - 4 = 11 \\
 & 5y = 11 + 4 \\
 & 5y = 15 \\
 & \underline{\frac{5y}{5}} = \underline{\frac{15}{5}} \\
 & \therefore y = 3
 \end{aligned}$$

$$\text{உதாரணம் 2} \quad 3x + 4 = 19$$

$$\begin{array}{l} \text{தீர்வு:-} \quad 3x + 4 = 19 \\ \therefore 3x = 19 - 4 \\ \quad 3x = 15 \\ \quad \underline{3x} = \underline{15} \\ \quad 3 \quad 3 \\ \therefore x = 5 \end{array}$$

$$\text{உதாரணம் 3} \quad 22 = 5x + 2$$

$$\begin{array}{l} \text{தீர்வு:-} \quad 22 = 5x + 2 \\ \quad 22 - 2 = 5x \\ \quad 20 = 5x \\ \quad \underline{20} = \underline{5x} \\ \quad 5 \quad 5 \\ \therefore 4 = x \end{array}$$

நீங்கள் பெற்ற அறிவைப் பதித்துக் கொள்வதற்காகப் பின்வரும் பயிற்சிக்கு விடையளியுங்கள்.

**பயிற்சி 12** பின்வரும் ஒவ்வொரு சமன்பாட்டையும் தீர்க்க.

(1) $x + 3 = 7$	(6) $28 = 2x - 2$
(2) $a - 6 = 15$	(7) $65 = 7m + 9$
(3) $y + 20 = 5$	(8) $2a + 5 = 2$
(4) $4x + 1 = 9$	(9) $3x + 4 = 4$
(5) $3a - 7 = 11$	(10) $16 - 2x = 6$

உங்கள் விடைகளை இம் மொட்டிழவில் இருதியிலுள்ள விடைகளுடன் ஒப்படுக.

இனி நாம் சமன் அடையாளத்திற்கு இரு பக்கங்களிலும் அட்சரக்குறியீடுகள் வரும் எனிய சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் விதத்தை ஆராய்வோம்.

$y$  இன் மும்மடங்கிற்கு 10 ஜக் கூட்டினேன். பெறப்பட்ட விடை  $y$  இன் 5 மடங்கிலிருந்து 16ஜக் கழிக்கும் போது பெறப்படும் விடைக்குச் சமனாகும்.  $y$  இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\begin{array}{ll} \text{இதில் } y \text{ இன் மும்மடங்கு} & = 3y \\ 3y \text{ உடன் } 10 \text{ ஜக் கூட்டினால் விடை} & = 3y + 10 \\ y \text{ இன் ஜம்மடங்கு} & = 5y \\ 5y \text{ இலிருந்து } 16\text{ஜக் கழித்தால் விடை} & = 5y - 16 \\ \text{மேற்குறித்த தரவுகளுக்கேற்ப,} & \\ 3y + 10 = 5y - 16 \text{ ஆகும்} & \end{array}$$

இதன் இருபக்கங்களிலும் தெரியாக்கணியங்கள் (மாறிகள்) உள்ளன. ஒருமை உறுப்புக்களும் சமன்பாட்டின் இருபக்கங்களிலும் உள்ளன. எனவே மாறிகளுடனான உறுப்புக்களை ஒரு பக்கத்திலும் ஒருமை உறுப்புக்களை

மற்றைய பக்கத்திலும் இருக்குமாறு சமன்பாட்டை ஒழுங்கு செய்வோம்.

இரு பக்கங்களிலுமிருந்து  $3y$  ஐ வேறுபடுத்துவோம்.  
அப்போது,

$$\begin{array}{rcl} 3y + 10 - 3y & = & 5y - 16 - 3y \\ \therefore \quad 10 & = & 2y - 16 \\ 10 + 16 & = & 2y \\ \underline{26} & = & \underline{2y} \\ 2 & & 2 \\ \therefore \quad 13 & = & y \end{array}$$

இவ்வதாரணத்தைப் பாருங்கள்.

$$8m - 3 = 25 - 2m$$

$8m - 3 + 2m = 25 - 2m + 2m$  (இரு பக்கங்களுக்கும்  $2$  ஐக் கூட்டுவதனால்)

$$10m - 3 = 25$$

$10m - 3 + 3 = 25 + 3$       (இருபக்கங்களுக்கும்  $3$  ஐக் கூட்டுவதனால்)

$$10m = 28$$

$$\frac{10m}{10} = \frac{28}{10}$$

$$\begin{array}{c} m = \frac{14}{5} \\ \therefore m = 2\frac{4}{5} \end{array}$$

இரு பக்கங்களிலும் தெரியாக்கணியங்களைக் கொண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல் தொடர்பாக நீங்கள் பெற்ற அறிவைப் பதித்துக் கொள்வதற்காகப் பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுவங்கள்.

### பயிற்சி 13

- 1       $3y = y + 36$
- 2       $2x = 18 - x$
- 3       $11y + 2 = 26 + 7y$
- 4       $18a - 5 = 2a + 27$
- 5       $10 + 3a = 2a - 5$
- 6       $20x - 8 = 12x + 6$
- 7       $8 - 5x = 3x - 2$
- 8       $x + 5 = 20 - 4x$
- 9       $x - 5 = 4 + 2x$
- 10      $2x + 3 = 16 - (2x - 3)$

உங்கள் விஷட்கண இம் மொடி  
மூலிகை இறுதியிழுள்ள விஷட்கண்ட  
ஒப்பிடுக.

**6.1 பின்ன எண்  
குணகத்துடனான சமன்பாடுகள்**

சில பிரசினங்களில் நாம் பின்ன எண் குணகங்களுடனான சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க வேண்டி ஏற்படும். அவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களை ஆராய்வோம்.

**உதாரணம் 1**

$$\begin{array}{r} 2x \\ \hline 5 \end{array} = \frac{2}{3}$$

இரு பக்கமும்  $5/2$  ஆல் பெருக்க

$$\begin{aligned} 5/2 \times 2x/5 &= 5/2 \times 2/3 \\ \therefore x &= 5/3 = 1\ 2/3 \end{aligned}$$

**உதாரணம் 2**

$$x/4 = 2/3$$

இரு பக்கமும் 4 ஆல் பெருக்க

$$\begin{aligned} 4 \times x/4 &= 4 \times 2/3 \\ \therefore x &= 8/3 = 2\ 2/3 \end{aligned}$$

**உதாரணம் 3**

$$\begin{aligned} 2x/3 - 4 &= 2 \\ 2x/3 &= 2 + 4 \\ 2x/3 &= 6 \end{aligned}$$

இரு பக்கமும்  $3/2$  ஆல் பெருக்க

$$\begin{aligned} 3/2 \times 2x/3 &= 3/2 \times 6 \\ \therefore x &= 9 \end{aligned}$$

மேலே உள்ள உதாரணங்களை வெறொரு முறையிலும் தீர்க்கலாம்.

**உதாரணம் 1**

$$\frac{2x}{5} = \frac{2}{3}$$

5, 3 எனபவற்றின் பொ. ம. சி. 15  
இரு பக்கமும் 15ஆல் பெருக்க

$$\begin{aligned} 2x/5 \times 15 &= 2/3 \times 15 \\ 6x &= 10 \end{aligned} *$$

$$\therefore x = 10/6 = 5/3 = 1\ 2/3$$

உதாரணம் 1

$$\frac{x}{5} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{x}{5} = 2$$

$$1 \times x = 5 \times 2 \text{ (குறுக்குப் பெருக்கவினால்)}$$

$$x = 10$$

உதாரணம் 2

$$\frac{7}{2x} = \frac{3}{4}$$

4ஐத் தீர்க்க

தீர்வு :-

$$\frac{7}{2x} = \frac{3}{4}$$

$$3 \times 2x = 7 \times 4$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{28}{6}$$

$$x = \frac{14}{3}$$

$$x = 4\frac{2}{3}$$

உதாரணம் 3

$$\frac{8}{2x+1} = \frac{5}{2}$$

தீர்வு:-

$$\begin{aligned} 5(x+1) &= 8 \times 2 \\ 10x + 5 &= 16 \\ 10x &= 16 - 5 \\ \hline 10x &= \frac{11}{10} \end{aligned}$$

$$x = 1\frac{1}{10}$$

உதாரணம் 8

$$\frac{x}{4} = \frac{2}{3}$$

4,3 என்பவற்றின் பொ. ம. சி. 12  
இரு பக்கமும் 12 ஆல் பெருக்க

$$12 \times \frac{x}{4} = 12 \times \frac{2}{3}$$

$$3x = 8 \quad *$$

$$\therefore x = \frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3}$$

மேலேயுள்ள உதாரணங்களில் \* குறியிட்ட இடங்களை  
அவதானிக்கவும்.

$$\text{உதாரணம் 1} \text{இல் } \frac{2x}{5} = \frac{2}{3} \text{ எனும் விதத்தில் பெருக்க}$$

$$2x \times 3 = 2 \times 5$$

$$\therefore 6x = 10 \text{ என வரும்.}$$

$$\text{உதாரணம் 2} \text{இல் } \frac{2x}{4} = \frac{2}{3}$$

$$3x = 2 \times 4$$

$$3x = 8 \text{ என வரும்}$$

இம்முறையிலும் தீர்வுகளைப் பெறலாம்.

இவ்வாறு பெருக்குதல் குறுக்குப் பெருக்கல் எனப்படும் எமது வசதிக்காக இவ்வாறு குறுக்குப் பெருக்கவினால் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தாலும் அது பெருக்கவில் வரும் நியமுறையாகக் கருத வேண்டாம். உண்மையில் குறுக்குப் பெருக்கவினால் தொகுதியெண்களின் பொது மடங்களைப் பெருக்குதலே நிகழுகிறது.

பின்னக் குணகங்களைக் கொண்ட எனிய சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் விதத்தைப் பின்வரும் உதாரணங்கள் மூலம் கவனித்துப் பார்ப்போம்.

### உதாரணம் 4

$$\frac{2x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{3}{4}$$

ஜத் தீர்க்க

இதில் சமன் அடையாளத்திற்கு இரு பக்கங்களிலும் தனி உறுப்புக்களாக இல்லாதிருப்பதனால் ஒரேயடியாக குறுக்குப் பெருக்கவில் ஈடுபட முடியாது. எனவே இரு பக்கங்களினதும் தொகுதியெண்களின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதைக் காண்க அதனால் இருபக்கங்களிலும் பெருக்குவோம்.

$$\frac{2x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{2x}{3} \times 12 + \frac{x}{2} \times 12 = \frac{3}{4} \times 12$$

$$2x \times 4 + x \times 6 = 3 \times 3$$

$$8x + 6x = 9$$

$$14x = 9$$

$$\frac{14x}{14} = \frac{9}{14}$$

$$\therefore x = \frac{9}{14}$$

### உதாரணம் 5

தீர்க்க:-

$$\frac{x+2}{4} - \frac{2x-5}{2} = \frac{4}{5}$$

தீர்வு:-

$$20 \frac{(x+2)}{4} - 20 \frac{(2x-5)}{2} = 20 \times \frac{4}{5} \quad \text{பொ. ம. சி. 20}$$

என்பதனால்)

$$5(x+2) - 10(2x-5) = 4 \times 4$$

$$5x + 10 - 20x + 50 = 16$$

$$-15x = 16 - 60$$

$$-15x = -44$$

$$-15 \quad -15$$

$$\therefore x = 2 \frac{14}{15}$$

பின்ன குணகத்துடனான எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பது தொடர்பாக நீங்கள் பெற்ற அறிவினைப் பதித்துக் கொள்வதற்காகப் பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுங்கள்.

### பயிற்சி 14 சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

$$(1) \quad \frac{3x}{4} = \frac{2}{1}$$

$$(2) \quad \frac{5}{(2x - 5)} = \frac{4}{7}$$

$$(3) \quad \frac{9 + 2x}{(3 + x)} = \frac{5}{2}$$

$$(4) \quad \frac{8}{x - 1} = \frac{5}{2}$$

$$(5) \quad \frac{3}{x - 2} = \frac{5}{x + 4}$$

$$(6) \quad \frac{2x - 4}{3} = \frac{x + 5}{4}$$

$$(7) \quad \frac{x}{3} - \frac{x}{5} = \frac{2}{1}$$

$$(8) \quad \frac{3x}{4} = \frac{x}{3} + \frac{5}{6}$$

$$(9) \quad \frac{x}{2} - \frac{1}{4} = \frac{x}{4} + \frac{3}{2}$$

$$(10) \quad \frac{x + 2}{2} - \frac{5x}{4} = \frac{x + 18}{8}$$

உங்கள் விடைகளை இம் மொடியுவின் இறுதியிலுள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்க.

எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல் தொடர்பான அறிவு இப்போது உங்களுக்குக் கிடைக்கப் பெற்றிருக்கும் எனக் கருதுகின்றோம். அதற்கேற்ப சில கணிதப் பிரசினங்களை சமன்பாடுகள் மூலமாகத் தீர்த்தல் இலகுவானதாகும் என்பதை நீங்கள் விளங்கிக் கொண்டிருப்பீர்கள். இனி நாம் எளிய சமன்பாடுகள் மூலம் பிரசினங்களை தீர்க்கும் விதத்தை ஆராய்வோம்.

6.2 சமன்பாடுகள் தொடர்பான  
பிரசினை தீர்த்தல்

பின்வரும் உதாரணங்களைப் பாருங்கள்.

உதாரணம் 1

நான் எண்ணொன்றை நினைத்தேன். அதனை 8ஆல் பெருக்கி அதிலிருந்து 100ஐக் கழித்தேன். விடை முதலில் நினைத்த எண்ணின் நான்கு மடங்காகும். நான் நினைத்த எண்யாது?

தீர்வு:-

இங்கு நாம் ஒத்த உறுப்புக்களாலான கோவையொன்றைக் கட்டியெழுப்ப வேண்டும்.

நான் நினைத்த எண்டை எனின்

அதன் 8 மடங்கு =  $8a$

$8a$  இலிருந்து 100 ஐக் கழித்தால் விடை =  $8a - 100$

$a$  இன் நான்கு மடங்கு =  $4a$

மேற்கூறித்த தரவுகளுக்கேற்ப  $8a - 100 = 4a$

$$\therefore 8a - 4a = 100$$

$$4a = 100$$

$$\overline{4a} = \overline{100}$$

$$\quad\quad\quad 4 \quad\quad\quad 4$$

$$\therefore a = 25$$

நான் நினைத்த எண் = 25

இதன் செவ்வையைப் பரீட்சித்துப் பார்ப்போம்.

25இன் எட்டு மடங்கு =  $25 \times 8 = 200$

அதிலிருந்து 100 ஐக் கழித்தால் = 100

மற்ற பக்கத்தையும் இவ்வாறே ஒழுங்குபடுத்துவோம்.

25இன் நான்கு மடங்கு =  $25 \times 4 = 100$

இதற்கேற்ப  $100 = 100$  ஆகும்.

எனவே விடை சரியானதாகும்.

### உதாரணம் 2

என்னுடைய வயது என்தம்பியின் வயதிலும் எட்டு ஆண்டுகள் கூடியது. தம்பியின் வயதின் மூன்றுமடங்கு என்னுடைய வயதின் இரண்டு மடங்கிலும் பதினொன்று கூட. என் வயதையும் தம்பியின் வயதையும் தனித்தனியே காண்க.

தம்பியின் வயது  $x$  வருடங்கள் என்க.

என்னுடைய வயது  $(x + 8)$  வருடங்கள் ஆகும்.

$$\begin{aligned} 3x - 2(x + 8) &= 11 \\ 3x - 2x - 16 &= 11 \\ \therefore x &= 27 \end{aligned}$$

தம்பியின் வயது = 27 வருடங்கள்

என்னுடைய வயது =  $27 + 8 = 35$  வருடங்கள்

### உதாரணம் 3

புத்தகம் ஓன்றின் விலை பேனா ஓன்றின் விலையிலும் ரூபா. 14 கூடியது. பென்சில் ஓன்றின் விலை புத்தகம் ஓன்றின் விலையிலும் ரூபா 16 குறைவானது. 2 பேனாக் களினதும், 3 புத்தகங்களினதும், 4 பென்சில்களினதும் விலை ரூபா. 88 எனின் பேனா, புத்தகம், பென்சில் ஓவ்வொன்றினதும் விலையைத் தனித்தனியாகக் காண்க.

பேனா ஓன்றில் விலை = ரூபா  $x$  என்க. எனவே  
புத்தகம் ஓன்றின் விலை = ரூபா  $(x + 14)$   
பென்சில் ஓன்றின் விலை =  $(x + 14) - 16 = (x - 2)$  ரூபா.

2 பேனாக் களினதம் 3 புத்தகங்களினதும் 4  
பென்சில்களினதும் விலை

$$\begin{aligned} 2x + 3(x + 14) + 4(x - 2) &= 88 \\ 2x + 3x + 42 + 4x - 8 &= 88 \\ 9x = 88 + 8 - 42 & \\ 9x = 54, x &= 6 \end{aligned}$$

ஆகவே பேனாவின் விலை = 6 ரூபா

புத்தகத்தின் விலை =  $6 + 14 = 20$  ரூபா

பென்சிலின் விலை =  $6 - 2 = 4$  ரூபா

களித்ததை மகிழ்ச்சிக்காகவும் பிரயோகிக்கலாம்.

உதாரணமாகப் பின்வரும் உதாரணத்தைக் கவனிப்போம்.

எண்ணொன்றை நினையுங்கள். இதனை இரண்டால் பெருக்கி இரண்டைக் கூட்டவும். வரும் விடையை நான்கால் பெருக்கி நான்கைக் கூட்டவும். பெற்ற விடையை எட்டால் பெருக்கி எட்டைக் கூட்டவும். பெறப்படும் விடையைக் கூறுங்கள். இதிலிருந்து நினைத்த எண்ணைக் கூற முடியும்.

பெற்ற விடை 424 எனின் நினைத்த எண் 5  
நினைத்த எண்ணை  $x$  எனக் கொண்டு சமன்பாடொன்றை  
நாம் ஆக்க முடியும்.

நினைத்த எண்  $x$  எனக,  
இரண்டால் பெருக்கி இரண்டைக் கூட்ட வருவது  $(2x + 2)$   
இதனை நான்கால் பெருக்கி நான்கைக் கூட்ட வருவது

$$\begin{aligned} &= 4(2x + 2) + 4 \\ &= 8x + 8 + 4 = 8x + 12 \end{aligned}$$

இதனை எட்டால் பெருக்கி எட்டைக் கூட்ட வருவது

$$\begin{aligned} &= 8(8x + 12) + 8 \\ &= 64x + 96 + 8 \\ &= 64x + 104 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 64x + 104 &= 424 \\ 64x &= 424 - 104 \\ &= 320 \\ \therefore x &= \frac{320}{64} = 5 \end{aligned}$$

ஃ எண் 5 ஆகும்.

சுருக்கமாகக் கூறின் அவர் கூறிய விடையிலிருந்து 104ஐக் கழித்துப் பெறும் விடையை 64ஆல் பிரிக்க நினைத்த எண் வரும்.

இவ்வாறான பல்வேறு பிரசினங்களை அமைப்பதன் மூலம் உங்களுக்கு உங்கள் நண்பர்களை ஆச்சரியப்பட வைக்கலாம். மகிழ்ச்சிக்காக இவ்வாறு பல பிரசினங்களை அமைப்பற்கு முயற்சியுங்கள்.

நீங்கள் பின்னக் குணகங்களைக் கொண்ட எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கக் கற்றுக் கொண்டார்கள். நீங்கள் பெற்றுக் கொண்ட அறிவை மேலும் பதித்துக் கொள்வதற்கு பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுங்கள்.

பயிற்சி 15 பின்வரும் பயிற்சிக்கு விடையளியுங்கள்

1 குறித்த எண்ணொன்றின் ஆறு மடங்கிற்கு 20 ஜக் கூட்டிய போது விடை 200ஆகும். அவ்வெண் யாது?

2. பென்சிலொன்றின் விலை ரூ X ஆகும். பேனாவொன்றின் விலை அதனை விட ரூ 2 கூடுதலாகும். 6 பென்சில்களினதும் 2 பேனாக்களினதும் விலை ரூபா 22 00 ஆகும். பென்சில் ஒன்றினதும் பேனா ஒன்றினதும் விலைகளைத் தனித்தனியே காண்க.
3. அண்ணனின் சம்பளம் தம்பியின் சம்பளத்தை விட ரூ 600/- கூடியதாகும். இருவரினதும் சம்பளங்களினதும் கூட்டுத்தொகை ரூ 3000 ஆகும். ஒவ்வொருவரின் சம்பளத்தையும் காண்க.
4. Aஐ விட ரூ. 5/B இற்கும், A ஐ விட ரூ 7/C இற்கும் கூடுதலாகக் கிடைக்குமாறு ரூ. 420/- ஐ அம் அம்முவரிடையே பகிர்ந்தளிக்க.
5. மகனை விட ரூ. 25 மகளுக்கும், மகளை விட ரூ. 50 தந்தைக்கும் கூடுதலாகக் கிடைக்குமாறு ரூ. 700ஐ முவரிடையே பகிர்ந்தளிக்க.
6. நான் எண்ணொன்றை நினைத்தேன்: அதனுடன் 2 ஜக் கூட்டி பெறப்பட்ட விடையை 5 ஆல் பெருக்கி அதிலிருந்து 3 ஜக் கழித்த போது விடை 42 ஆகும். நான் நினைத்த என் யாது?
7. செவ்வக வடிவமான மண்டபமொன்றின் நீளம் அதன் அகலத்திலும் 4 மீற்றர் கூடியதாகும். அதன் சுற்றளவு 8" மீற்றர் எனின் நீளத்தையும் அகலத்தையும் காண்க.
8. அடுத்து வரும் 3 எண்கள் உள்ளன. முதலாவது எண்ணினதும் இரண்டாவது எண்ணினதும் செருக்கம் இரண்டாவது எண்ணினதும் மூன்றாவது எண்ணினதும் பெருக்கத்தை விட 12 குறைவாகும். அவ்வெண்கள் மூன்றையும் காண்க.
9. நாடகமொன்றைப் பார்ப்பதற்கு 900 பேர் வந்தனர். ரூ. 50 சீட்டுக்களின் இருமடங்கு எண்ணிக்கையான ரூ. 30/ சீட்டுக்கள் விற்கப்பட்டிருந்தன. எஞ்சியவை ரூ. 20 சீட்டுக்களாகும். பெறப்பட்ட வருமானம் ரூ. 23000/- எனின் ஒவ்வொரு வகை சீட்டிலும் விற்பனை செய்யப்பட்ட சீட்டுக்களின் எண்ணிக்கைகளைத் தனித்தனியாகக் காண்க.
10. ஓட்டுனர் ஓருவர் தனது வாகனத் தில் 8 மணித்தியாலத்தில் 260 கிலோ மீற்றர் தூரம் பயணஞ் செய்தார். அவர் முதல் 2 மணித்தியாலங்களுக்குக் குறித் தவாரு கதியிலும் அடுத்த 6 மணித்தியாலங்களுக்கு அக்கதியின் 3/4 பங்கு கதியிலும் தனது வாகனத்தைச் செலுத்தினார் எனின் முதலில் சென்ற கதியைக் காண்க.

உங்கள் விடைகளை இம் மொடி யுவின் இறுதியிலுள்ள விடைகளுடன் ஒப்பிடுக.

## 7.0 ஒருங்கமை சமன்பாடுகள்

பிரசினந் தீர்த்தவில் எளிய சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்துதலில் உள்ள இலகுதன்மை உங்களுக்கு விளங்கியிருக்கும் எனக் கருதுகிறோம். அவ்வாறான சமன்பாடுகளினால் ஒரு தெரியாக் கணியத் தின் பெறுமானத்தை மட்டுமே பெறமுடியும் என்பதை நீங்கள் அறிவீர்கள். சில பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு இரு தெரியாக் கணியங்களைப் பயன்படுத்த நேரிடும். அவ்வாறான சந்தர்ப்பமொன்றிற்காகப் பின்வரும் பிரசினத்தைத் தீர்த்துப் பார்ப்போம்.

3 பென்சில்களினதும் 5 பேனாக்களினதும் விலை ரூ. 31 ஆகும்.

3 பென்சில்களினதும் 3 பேனாக்களினதும் விலை ரூ. 21 ஆகும்.

பென்சில் ஓன்றினதும் பேனா ஓன்றினதும் விலைகளைத் தணித்தனியே காண்க.

நாம் இங்கு இரு பெறுமானங்களைக் காண வேண்டும். அதாவது பென்சிலினதும் பேனாவினதும் விலைகள் ஆகும்.

எனவே நாம் பென்சிலொன்றின் விலையை ரூ. X எனவும் பேனா ஓன்றின் விலையை ரூ. Y எனவும் கொள்வோம். அதற்கேற்ப சமன்பாடுகளைக் கட்டியெழுப்புவோம்.

$$3 \text{ பென்சில்களின் விலை} = \text{ரூ } 3x$$

$$5 \text{ பேனாக்களின் விலை} = \text{ரூ } 5y$$

$$\therefore 3x + 5y = 31 \quad (\text{இரு தெரியாக் கணியங்களைக் கொண்ட சமன்பாடு பெறப்பட்டுள்ளது})$$

$$3 \text{ பென்சில்களின் விலை} = \text{ரூ } 3x$$

$$3 \text{ பேனாக்களின் விலை} = \text{ரூ } 3y$$

$$\therefore 3x + 3y = 21 \quad (\text{இரு தெரியாக் கணியங்களைக் கொண்ட சமன்பாடு பெறப்பட்டுள்ளது})$$

எடுத்துறைப்பதற்கு இலகுவாக இருப்பதற்காக நாம் முதல் சமன்பாட்டை (1) எனவும், இரண்டாவது சமன்பாட்டை (2) எனவும் குறிப்போம்.

அப்போது

$$3x + 5y = 31 \dots\dots\dots(1)$$

$$3x + 3y = 21 \dots\dots\dots(2)$$

இனி நாம் இருசமன்பாடுகளிலும் தெரியாக கணியமொன்றை நீக்கி எளிய சமன்பாடோன்றைக் கட்டியெழுப்ப வேண்டும். அதற்கு என்ன செய்ய வேண்டுமெனப் பார்ப்போம்.

சமன்பாடு (1) இல் x இன் குணகம் 3 உம் y இன் குணகம் 5 உம் ஆகும். சமன்பாடு (2) இல் x இன் குணகம் 3 உம் y இன் குணகம் 3 உம் ஆகும். எனவே இரு சமன்பாடுகளிலும் x இன் குணகங்கள் சமனென்பதை நீங்கள் காண்பீர்கள். அதற்கேற்ப சமன்பாடு (1) இலிருந்து சமன்பாடு (2) ஜக கழித்தால் x உறுப்பு நீங்குவதை நீங்கள் காண்ளாம். அவ்வாறாயின் நாம் சமன்பாடு (1) இலிருந்து சமன்பாடு (2) ஜக கழிப்போம்.

$$(1) - (2) \Rightarrow (3x + 5y) - (3x + 3y) = 31 - 21 \dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

(அடைப்புக்குறிகள் பிரயோகிக்கப்பட்டுள்ள விதத்தைப் பாருங்கள்)

இனி அடைப்புக்குறிகளை நீக்கி எழுதுவோம்.

$$3x + 5y - 3x - 3y = 31 - 21 \dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

நிகர்த்த உறுப்புக்களைச் சுருக்குவதனால்

$$\begin{aligned} 3x - 3x + 5y - 3y &= 31 - 21 \\ 0 + 2y &= 10 \\ \underline{2y} &= \underline{10} \\ 2 & & 2 \\ \therefore y &= 5 \end{aligned}$$

இப்போது y இன் பெறுமானம் பெறப்பட்டுள்ளதால் x இன் பெறுமானத்தைப் பெறுவதற்கு சமன்பாடு (1) இல் அல்லது சமன்பாடு (2) இல் பிரதியீடு செய்வோம்.

$y = 5$  என்பதை சமன்பாடு (2) இல் பிரதியிடுவோம்.

$$\begin{aligned} 3x + 3y &= 21 \dots\dots\dots\dots\dots (2) \\ 3x + 3 \times 5 &= 21 \\ 3x + 15 &= 21 \\ 3x &= 21 - 15 \\ \underline{3x} &= \underline{6} \\ 3 & & 3 \quad \therefore x = 2 \end{aligned}$$

எனவே பென்சில் ஓன்றின் விலை ரூ. 2. 00 உம் பேனா ஓன்றின் விலை ரூ. 5. 00 உம் ஆகும்.

## உதாரணம் 3

4 தோடம்பழங்களையும் 1 இளநீரையும் வாங்குவதற்கு ரூ. 3/கேதவையாகும். தோடம்பழமொன்றின் விலை இளநீரொன்றின் விலையிலும் ரூ. 3/ கூடியதாகும். தோடம்பழமொன்றினதும் இளநீரொன்றினதும் விலைகளைத் தனித்தனியாகக் காண்க.

மேற்குறித்த தரவுகளுக்கேற்ப நாம் சமன்பாடுகளைக் கட்டி எழுப்புவோம். தோடம்பழமொன்றின் விலை ரூ. 3 எனவும், இளநீரொன்றின் விலை ரூ. C எனவும் கொள்வோம்.

$$\text{அப்போது } 4a + c = 37 \dots\dots\dots (1)$$

$$a - c = 3 \dots\dots\dots (2) (\text{இரு விலைகளினதும் வித்தியாசம் 3 என்பதனால்)$$

சமன்பாடு (1) இல் C இன் குணகம் 1 உம் சமன்பாடு (2) இல் C இன் குணகம் 1 உம் ஆக இருப்பதனால் இரு சமன்பாடுகளிலும் C இன் குணகம் சமன் என்பதை நீங்கள் காணலாம்.

அவ்வாறே C ஜ நீக்குவதற்கு இரு சமன்பாடுகளையும் கூட்ட வேண்டும் என்பதையும் நீங்கள் காணலாம். எனவே நாம் இரு சமன்பாடுகளையும் கூட்டுவோம்.

$$4a + c = 37 \dots\dots\dots (1)$$

$$a - c = 3 \dots\dots\dots (2)$$

$$(1)+(2) \Rightarrow (4a+c)+(a-c)=(37)+(3) (\text{அடைப்புக்குறிகளுள் எழுதுவோம்})$$

$$4a + c + a - c = 37 + 3 \quad (\text{அடைப்புக்குறிகளை நீக்குவதனால்})$$

$$5a = 40 \quad (\text{கருக்குவதனால்})$$

$$\underline{5a} = \underline{40}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore a = 8$$

C இன் பெறுமானத்தைக் காண்பதற்கு மேலே உள்ள இரு சமன்பாடுகளில் வசதியான சமன்பாட்டில் a இன் பெறுமானத்தைப் பிரதியீடு செய்வோம். அதற்கு a = 8 ஜ சமன்பாடு (2) இல் பிரதியீடுவோம்.

$$4a + c = 37$$

$$4 \times 8 + c = 37$$

$$32 + c = 37$$

$$c = 37 - 32$$

$$\therefore c = 5$$

எனவே தோடம்பழமொன்றின் விலை ரூ. 8.00 உம்.  
 இளநீர் ஒன்றின் விலை ரூ. 5.00 உம்ஆகும்.  
 இவ்வாறான இன்னொரு உதாரணத்தை எடுத்துப்  
 பார்ப்போம்.

### உதாரணம் 3

$$\begin{aligned} \text{தீர்க்க } 7x - 2y &= 25 \\ x - 2y &= 7 \\ 7x - 2y &= 25 \dots\dots\dots (1) \\ x - 2y &= 7 \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

இச் சமன்பாடுகளில்  $y$  இன் குணகங்கள் சமனாகும்.  
 எனவே  $y$  ஜ நீக்கலாம். கூட்டுவதனால்  $y$  நீக்கப்பட  
 முடியாதென்பதை நீங்கள் காணலாம். எனவே  
 சமன்பாடுகளைக் கழித்துப் பார்ப்போம்.

$$\begin{aligned} 7x - 2y &= 25 \dots\dots\dots (1) \\ x - 2y &= 7 \dots\dots\dots (2) \\ (1) - (2) \Rightarrow (7x - 2y) &= 25 - 7 \\ 7x - 2y - x + 2y &= 25 - 7 \text{ (அடைப்புக்குறிகளை நீக்குவதனால்)} \\ 6x &= 18 \\ 6 &= 6 \\ x &= 3 \\ x = 3 \text{ ஜ சமன்பாடு } (1) \text{ இல் பிரதியிடுவதனால்} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7x - 2y &= 25 \\ 7x - 2y &= 25 \\ 21 - 2y &= 25 \\ -2y &= 25 - 21 \\ -2y &= 4 \\ -2 &= -2 \\ y &= -2 \quad \therefore \text{ விடை } x = 3, y = -2 \text{ ஆகும்.} \end{aligned}$$

மேலே நாம் பயன்படுத்திய உதாரணங்களை மீண்டும் பார்ப்போம்.

- i. அதில் ஒரு தெரியாக் கணியத்தை இலகுவாக நீக்கலாம்.
- ii. இதற்கு இரு சமன்பாடுகளைக் கூட்டவோ கழிக்கவோ வேண்டும்.
- iii. முதலில் கண்ட பெறுமானத்தை இரு சமன்பாடுகளில் ஏதேனும் ஒன்றிற் பிரதியிடு செய்து மற்றைய தெரியாக் கணியத்தையும் காண வேண்டும்.

மேலே கற்ற விடயங்களுக்கேற்ப பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்ய முயற்சி செய்யுங்கள்.

**பயற்சி 16**

$$(1) \quad x + y = 20 \\ x - 8 = 8$$

$$(2) \quad 2a + 3b = 13 \\ a + 3b = 8$$

$$(3) \quad 3a - 2b = 11 \\ a - 2b = 9$$

$$(4) \quad 2x + y = 14 \\ 3x - y = 16$$

$$(5) \quad 3x + 2y = 19 \\ 3x - 5y = 5$$

$$(6) \quad 2x - 3y = 3 \\ x - 3y = 1$$

$$(7) \quad 9x - y = 21 \\ 5x - y = 13$$

$$(8) \quad 2x + 4y = 32 \\ 2x - 5y = 5$$

$$(9) \quad 29 = 3m + 2n \\ 25 = 3m + n$$

$$(10) \quad y = x + 3 \\ x + y = 6$$

உங்கள் விடைகளை இம் மொடி யூவிள் இறுதியிழுள்ள விடைகளுடன் ஒப்படுக.

**7.1 வித்தியாசமான ஒருங்கமை சமன்பாடுகள்**

மேலேகாட்டப்பட்டுள்ளவாறான ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல் தொடர்பான விளக்கத்தை நீங்கள் பெற்றிருப்பீர்கள் எனக் கருதுகிறோம் இனி அதனிலும் சிறிது வித்தியாசமான ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் முறை தொடர்பாக பின்வரும் உதாரணங்களைப் பாருங்கள்.

**தீர்க்க**

$$3x + 2y = 19$$

$$2x + y = 11$$

இவ்விரு சமன்பாடுகளையும் கூட்டுவதனாலோ கழிப்பதனாலோ தெரியாக் கணியமொன்றை நீக்க முடியாதென்பதை நீங்கள் காணலாம். இதைப் பாருங்கள்.

$$3x + 2y = 19 \quad (1)$$

$$2x + y = 11 \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 5x + 3y = 30 \text{ உம்}$$

$$(1) - (2) \Rightarrow x + y = 8 \text{ உம் பெறப்படுகின்றன}$$

சமன்பாடு (1) இலும் சமன்பாடு (2) இலும்  $y$  இன் குணகங்களைப் பாருங்கள். சமன்பாடு (1) இல்  $y$  இன் குணகம் 2 ஆக இருப்பதோடு சமன்பாடு (2) இல்  $y$  இன் குணகம் 1 ஆகும். எனவே சமன்பாடு (2) ஜ 2ஆல் பெருக்கினால் இரு சமன்பாடுகளிலும்  $y$  இன் குணகங்கள் சமனாகும். அதற்கேற்ப நாம் சமன்பாடு (2)ஐ 2ஆல் பெருக்குவோம். அப்போது

$$2x + y = 11 \quad (2)$$

$$(2) \times 2 \Rightarrow 4x + 2y = 22 \quad (3)$$

$$3x + 2y = 19 \quad (1)$$

சமன்பாடு (3) இலும் (1) இலும்  $y$  இன் குணகங்கள் சமனென்பதால்  $y$  ஜ நீக்க முடியும். அதற்கு சமன்பாடுகளைக் கழிக்க வேண்டும்.

$$(4x + 2y) - (3x + 2y) = (22) - (19)$$

$$4x + 2y - 3x - 2y = 22 - 19$$

$$x = 3$$

இனி  $x = 3$  ஜ மேலே முதல் இரு சமன்பாடுகளுள் ஏதேனுமொன்றில் பிரதியீடு செய்து  $y$  இன் பெறுமானத்தைக் காண்போம்.

$x = 3$  ஜ சமன்பாடு (1) இல் பிரதியீடு செய்வோம்.

$$3x + 2y = 19$$

$$3 \times 3 + 2y = 19$$

$$9 + 2y = 19$$

$$2y = 19 - 9$$

$$2y = 10$$

$$\underline{2y} = \underline{10}$$

$$2 \quad 2$$

$$y = 5$$

விடை  $x = 3, y = 5$  ஆகும்

இன்னுமொரு உதாரணத்தை எடுத்துப் பார்ப்போம்.

தீர்க்க:  $2x + 3y = 13$

$$3x + y = 9$$

$$2x + 3y = 13 \quad (1)$$

$$3x + y = 9 \quad (2)$$

yஇன் குணகங்களைச் சமனாக்குவதற்காக சமன்பாடு (2) ஐ 3 ஆல் பெருக்குவோம்.

$$3x + y = 9 \quad \dots \quad (2)$$

$$(2) \times 3 \Rightarrow 9x + 3y = 27 \quad \dots \quad (3)$$

$$2x + 3y = 13 \quad \dots \quad (1)$$

$$(3) - (1) \Rightarrow (9x + 3y) - (2x + 3y) = 27 - 13$$

$$9x + 3y - 2x - 3y = 27 - 13 \quad (\text{அடைப்புக்குறிகளை நீக்குவதனால்})$$

$$\frac{7x}{7} = \frac{14}{7}$$

$$x = 2$$

$x = 2$  இன் சமன்பாடு (2) இல் பிரதியிடுவதனால்

$$3x + y = 9$$

$$3 \times 2 + y = 9$$

$$6 + y = 9$$

$$y = 9 - 6$$

$$y = 3$$

விடை  $x = 2, y = 3$

இன்னுமோர் உதாரணத்தை எடுத்து நோக்குவோம்.

உதாரணம் :

$$3x + 2y = 7$$

$$7x + 5y = 15$$

இவ்விருசமன்பாடுகளிலும்  $x$  இன் குணகங்கள் முறையே 3ம், 7ம்.  $y$  இன் குணகங்கள் 2ம் 5ம் ஆகும். எனவே  $X$  இன் குணகங்களை அல்லது  $y$  இன் குணகங்களை கிருசமன்பாடுகளிலும் சமப்படுத்த வேண்டும்.

$X$  இன் குணகங்கள் 3, 7. அவற்றின் பொ. ம. சி. 21.  $Y$  இன் குணகங்கள் 2, 5: அவற்றின் பொ. ம. சி. 10  $Y$  இன் குணகங்களைச் சமப்படுத்த விரும்பின் 1வது சமன்பாட்டினை 5 ஆலும் இரண்டாவது சமன்பாட்டினை 2 ஆலும் பெருக்க வேண்டும்.

$$3x + 2y = 7 \dots \quad (1)$$

$$7x + 5y = 15 \dots \quad (2)$$

$$(1) x 5 \Rightarrow 15x + 10y = 35 \dots \dots \dots (3)$$

$$(2) x 2 \Rightarrow 14x + 10y = 30 \dots \dots \dots (4)$$

$$(3) - (4) \Rightarrow x = 5$$

$x = 5$  ஜ சமன்பாடு (1) இல் பிரதியிட.

$$15 + 2y = 7$$

$$2y = -8, y = -4$$

$$\text{தீர்வு } x = 5$$

$$y = -4$$

பிரசினத்தில்  $x, y$  இறகு தீர்வுகளைப் பிரதியிட்டு பெற்ற விடைகள் சரியா எனப் பார்த்துக் கொள்ளுங்கள்.

உதாரணம் 3

தீர்க்க

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{13}{12}$$

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1$$

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{13}{12} \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1 \dots \dots \dots (2)$$

$$(1) x 2 \Rightarrow \frac{6}{x} + \frac{4}{y} = \frac{26}{12} \dots \dots \dots (3)$$

$$(2) x 3 \Rightarrow \frac{6}{x} + \frac{9}{y} = 3$$

$$(3) - (4) \frac{-5}{y} = \frac{26}{12} - 3$$

$$\frac{-5}{y} = \frac{-10}{12}$$

$$5x12 = 10xy$$

$$10y = 60$$

$$y = 6$$

$$y = 6 \text{ என (1) இல் பிரதியிட } \underline{3} + \underline{2} = \underline{13} \\ x \quad y \quad 12$$

$$\begin{array}{r} \underline{3} + \underline{2} = \underline{13} \\ x \quad 6 \quad 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{3} = \underline{13} - \underline{2} = \underline{9} \\ x \quad 12 \quad 6 \quad 12 \\ 9x = 3 \times 12 \\ x = 4 \end{array}$$

தீர்வு  $x = 3$   
 $y = 4$

மேலுள்ளவாறு சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கையில் பின்வரும் படிமுறைகளைக் கருத்திற் கொள்க.

- i. சமன்பாட்டின் எவ்வறுப்பை நீக்குதல் இலகுவானது?
- ii. அதன் பொருட்டு சமப்படுத்த வேண்டிய குணகங்கள் எவை?
- iii. எவற்றினால் பெருக்குவதன் மூலம் குணகங்கள் சமப்படுத்தப்பட்டது?
- iv. இப்பொழுது உரிய ஒத்த உறுப்புக்களை நீக்கிக் கொண்டது சமன்பாடுகளைக் கூட்டுவதனாலா? கழிப்பதனாலா?
- v. நீர் பெற்ற பெறுமானத்தை எச் சமன்பாட்டில் இடுவதனால் இரண்டாவது பெறுமானத்தைக் காண்டது இலகுவானது?

### பயிற்சி 17 பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க

1.  $3a + 2b = 23$   
 $2a + 6b = 14$
2.  $4m - x = 5$   
 $2m + 3x = 13$
3.  $2x + 3y = 7$   
 $x + 2y = 4$
4.  $5x + y = 15$   
 $2x - 3y = 6$

$$\begin{aligned} 5. \quad & 2x - 3y = 5 \\ & 4x - y = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. \quad & 2x + 3y = 23 \\ & 5x + 2y = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7. \quad & 5x - 4y = 7 \\ & 2x + 3y = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8. \quad & 5x - 2y = 0 \\ & 2x + 3y = 12 \end{aligned}$$

$$9. \quad \begin{aligned} 2x + 3y &= 12 \\ 3x + 2y &= 13 \end{aligned}$$

$$10. \quad \begin{aligned} 2x - 3y &= 7 \\ 5x - 4y &= 32 \end{aligned}$$

உங்கள் விடைகளை இப்பொடி  
பூவின் இறுதியிலுள்ள விடைகளுடன்  
ஒப்பிடுக.

6.2 ஒருங்கமை சமன்பாடுகள்  
மூலம் பிரசினைங்களைத்  
தீர்த்தல்

ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதற்கான அறிவை நீங்கள் பெற்றுக் கொண்டார்கள். இப்பகுதியில் ஒருங்கமை சமன்பாடுகள் மூலம் பிரசினங்களைத் தீர்க்க முயற்சிப்போம். உதாரணமொன்றை எடுப்போம்.

3 தோடம்பழங்களினதும், 4 அன்னாசிப்பழங்களினதும் விலை ரூபாய் 64/- ஆகும். 5 தோடம்பழங்களினதும் 3 அன்னாசிப்பழங்களினதும் விலை ரூ 70/- ஆகும். தோடம்பழமொன்றினதும் அன்னாசிப் பழமொன்றினதும் விலையைத் தனித்தனியே காண்க.

தோடம்பழத்தின் விலை ரூபா x எனவும்  
 அன்னாசிப்பழத்தின் விலை ரூபா y எனவும் கொள்வோம்.  
 எனவே            3        தோடம் பழங்களின் தூம்            4  
 அன்னாசிப்பழங்களின் தூம் விலை  
 = ரூபா  $(3x + 4y)$  ஆகும்.

5 தோடம்பழங்களினதும் 3 அன்னாசிப்பழங்களினதும்  
விலை = ஏபா ( $5x + 3y$ )

$$3x + 4y = 64 \dots\dots\dots (1)$$

$$5x + 3y = 70 \dots \quad (2)$$

$$(1) x = 3, \quad 9x + 12y = 192 \quad \dots \quad (3)$$

$$(2) \times 4, 20x + 12y = 280 \quad (4)$$

$$(3) - (4), (9x + 12y) - (20x + 12y) = (192) - (280)$$

$$9x + 12y - 20x - 12y = 192 - 280$$

$$\underline{-11x} = \underline{-88}$$

$$\frac{-11x}{11} = \frac{-88}{11}$$

$$x = 8$$

$x = 8$  ஜ சமன்பாடு (1) இல் பிரதியிட

$$3x + 4y = 64$$

$$3 \times 8 + 4y = 64$$

$$24 + 4y = 64$$

$$4y = 64 - 24$$

$$4y = 40$$

$$\frac{4y}{4} = \frac{40}{4}$$

$$y = 10$$

ஃ ஒரு தோடம்பழத்தின் விலை ரூபாய் 8. 00

ஒரு அண்ணாசிப்பழத்தின் விலை ரூபாய் 10. 00

### பயிற்சி 18

பின்வரும் கூற்றுக்களுக்குப் பொருத்தமான ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைப் பெறுக. பின்னர் அவற்றைத் தீர்த்து விடையைப் பெறுக.

- இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 100 ஆகும். அவற்றின் வித்தியாசம் 36ஆகும். எண்களைக் காண்க.
- ஷேர்ட் ஒன்றினதும் ரை ஒன்றினதும் விலை ரூ. 250/- ஆகும். 2 ஷேர்ட்டுக்களினதும் 3 ரைகளினதும் விலை ரூபா. 600 ஆகும். ஷேர்ட்டினதும் ரையினதும் விலையைக் காண்க.
- ஒரு டசின் புத்தகங்களின் விலையிலிருந்து 5 இனது விலையைக் கழிக்க வருவது ரூபாய் 81/- ஆகும். இரண்டு புத்தகங்களும் ஒரு பெண்சிலும் ரூ. 19/- ஆகும். புத்தகமொன்றினதும் பெண்சிலினதும் விலையை வெவ்வேறாகக் காண்க.
- எண்களிரண்டின் வித்தியாசம் 35ஆகும். பெரிய எண்ணுடன் சிறிய எண்ணின் இரு மடங்கைக் கூட்ட வருவது 170 ஆகும். எண்களைக் காண்க.
- செவ்வகமொன்றின் நீள அகலங்களை முறையே 4cm, 10cm இனால் அதிகரிக்கையில் அது 380 cm<sup>2</sup> பரப்பளவுடைய ஒரு சதுரமாகின்றது. செவ்வகத்தின் நீள, அகலங்களைக் காண்க.

உங்கள் விடைகளை இம் மொடியுள்ள இயதியிலுள்ள விடைகளுடன் ஒப்படுக.

## 8.0 பொழிப்பு

அட்சரக் குறியீடுகளைக் கொண்ட கோவை அட்சர கணிதக் கோவை எனப்படும்.

அட்சரக்கோவையொன்றிலுள்ள நிகர்த்த உறுப்புக்கள் சுருக்கப்படலாம்.

அட்சர கணிதக் கோவையொன்றிலுள்ள அட்சரங்களுக்குப் பெறுமானங்களைப் பிரதியிட்டு கோவையின் பெறுமதியை அவ்வச் சந்தர்ப்பங்களில் கண்டு கொள்ளலாம்:

அட்சரகணிதக் கோவையொன்று காரணிகள் மூலமும் காட்டப்படக்கூடிய சந்தர்ப்பங்கள் உண்டு.

தெரியாக் கணியம் ஒன்று மட்டும் உள்ள சமன்பாடு எனிய சமன்பாடு எனப்படும்.

பிரசினங்கள் தீர்ப்பதன் பொருட்டு சமன்பாடுகள் பயன்படும்.

ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட தெரியாக் கணியம் கொண்ட சமன்பாடு ஒருங்கமை சமன்பாடு எனப்படும்.

இம்மொடியுல் மூலம் நீங்கள் கற்றுக் கொண்டவற்றை நீங்களே பரீட்சித்துப் பார்ப்பதன் பொருட்டுக் கீழ் வரும் பிற்சோதனை தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. அதற்கு விடையளிக்க.

## 9.0 பிற்சோதனை

01. i. வகுப்பொன்றில்  $3x$  ஆண்பிள்ளைகளும்,  $2x$  பெண்பிள்ளைகளும் உள்ளனர்.  
வகுப்பிலுள்ள மொத்தப் பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கையைக் காணக.
- ii. a எனும் எண்ணை  $4$ ஆல் பெருக்கி  $15$ ஐக் கழித்து எழுதுக.
- iii.. செவ்வக வடிவமான நிலமொன்றின் நீளம்  $4x$  உம், அகலம்  $5y$  உம் ஆகும். அதன் சுற்றளவையும் பரப்பளவையும் காணக.
- iv. ரூபாய்  $100/-$  வைத்திருக்கும் ஒருவர் அதில் ரூபாய்  $y$  இற்கு அரிசியும், ரூபா  $3x$  இற்கு பருப்பும், ரூபா  $10/-$  இற்கு தேயிலையும் வாங்கினால் அவரிடம் எஞ்சியுள்ள பணம் எவ்வளவு?

02. இயலுமானவரை சுருக்குக.

- i.  $2a \times 3a$
- ii.  $8 \times m \times a \times 5$
- iii.  $4a X x a X 2xy$
- iv.  $5x + 3x - 2x - x$
- v.  $3a + 2b - 2a + 8b + 7a$
- vi.  $4xy + 2x^2 + x^2 + y^2$
- vii.  $8mn + 2m - 3n + mn$
- viii.  $2(xy + 3x + 2) + xy - 4x + 3$
- ix.  $2a(x + 3y + 3a) - 5a^2 - ay + ax$
- x.  $x(3x + 2y + 5) - (2x^2 + 3x - 8)$

03.  $a = 3, b = 4, c = -2$ , எனின் பின்வரும் கோவைகளின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

- (i)  $ab + bc + ca$
- (ii)  $2a + b - 5c$
- (iii)  $2a^2 - b^2 + c^2$
- (iv)  $\frac{a+b+c}{3c}$
- (v)  $\frac{abc - 4cb}{2}$

04. காரணிப்படுத்துக

- (i)  $6a^2 - 2a$
- (ii)  $a(x + y) - 6(x + y)$
- (iii)  $2(p - q) - x(q - p)$
- (iv)  $ax - by - bx + ay$
- (v)  $3a^2 - 5a + 2$
- (vi)  $36a^2 - 25$

05. பின்வரும் எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

- (i)  $4x - 3 = 2x + 9$
- (ii)  $3a + 15 = 5a - 3$
- (iii)  $2(x + 7) = 5x - 1$

$$(iv) \frac{3}{a+2} = \frac{2}{a-1}$$

$$(v) \frac{2x+5}{3x+2} = \frac{5}{3}$$

$$(vi) \frac{(x+1)2}{3} = \frac{4x-2}{4} - \frac{x-3}{2}$$

06. பின்வரும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

$$(i) \begin{aligned} 2x-y &= 5 \\ x+y &= 7 \end{aligned}$$

$$(ii) \begin{aligned} 2a+b &= 13 \\ a+b &= 7 \end{aligned}$$

$$(iii) \begin{aligned} p+2q &= 14 \\ 2p+3q &= 25 \end{aligned}$$

$$(iv) \begin{aligned} 3a-2y &= 6 \\ 2a+3y &= 17 \end{aligned}$$

07. நான் நினைத்த எண்ணொன்றை 3ஆல் பெருக்கி 84ஜக் கூட்டும்போது கிடைக்கும் விடையானது, அவ்வெண்ணை 5ஆல் பெருக்கி 7ஜக் கழிப்பதற்குச் சமனாயின் நான் நினைத்த எண் யாது?

08. 8 மாங்காய்களினதும் 3 நாரத்தங்காய்களினதும் விலை ரூபா. 25/- ஆகும். 3 மாங்காய்களினதும் 5 நாரத்தங்காய்களினதும் விலை ரூபா 21 ஆகும். இரண்டினதும் விலைகளைத் தனித்தனியே காண்க.

இப்பொழுது நீங்கள் இம்மொடியுலைக் கற்று முடித்து விட்டார்கள். இதை வெற்றிகரமாகக் கற்றுள்ளீர்களா என அறிவது, இது பற்றித் தரப்பட்டுள்ள ஒப்படை மூலமாகும். அதற்கு விடையளித்து தொலைக்கல்வி நிலையத்தில் சமர்ப்பியுங்கள்.

## 10.0 ஒப்படைகள்

### ஒப்படை 1

01. 1. சுரேஷ்டம் ரூபாய் 75/- உள்ளது. அவன் அதில்ரூபாய் 5x இற்கு ஒரு புத்தகமும், ரூபாய் 3y இற்கு பேனாவும் ரூபாய் 10/- இற்கு அதிர்ஷ்ட லாபச் சீட்டொன்றும் வாங்கினால் அவனிடம் மீதமாயுள்ள பணம் எவ்வளவு?

2. செவ்வகமொன்றின் நீளம் அதன் அகலத்தின் இரு மடங்கிலும்  $3m$  கூடியது. அதன் சுற்றளவைக் காணக.

02. (i)  $3(a - 4) - 5(2a + 3) + 4(a - b)$

(ii)  $a(b - c) + b(a - c) - c(b - a)$

(iii)  $3x^2 - 2x(x - 3) - (x^2 + 2)$

(iv)  $(2x + 3)(5x - 4)$

03.  $x = 5, y = -4$  எனின் பின் வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் காணக.

(i)  $2x - y$

(ii)  $3xy - 6y$

(iii)  $\frac{2x^2}{5y}$

(iv)  $x^2 - y^2$

04. காரணிப்படுத்துக

(i)  $px^2 - q + p - qx^2$

(ii)  $x^2 - x - 6$

(iii)  $2x^2 + 5x - 12$

(iv)  $a^2 - 18a + 81$

(v)  $36a^2 - 1$

(vi)  $5x^2 - 5$

05. காரணிகளின் அறிவைக் கொண்டு பெறுமானம் காணக.

(i)  $4q^2 - 1$

(ii)  $(3 \frac{1}{2})^2 - (2 \frac{1}{2})^2$

(iii)  $\frac{22}{7} \times (1.2)^2 - \frac{22}{7} \times (0.2)^2$

06. பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க

$$\text{i. } 7x + 2 = 3x - 10$$

$$\text{ii. } \frac{x-1}{2} = \frac{x+7}{6}$$

$$\text{iii. } \frac{x}{3} - \frac{x-1}{2} + 1 = 0$$

07. பின்வரும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

$$5x + 2y = 11$$

$$3x + 4y = 1$$

$$2x + 3y = 1$$

$$5x - 4y = 14$$

08. மோகனின் தந்தையின் வயது, மோகனின் வயதின் நான்கு மடங்காகும். அவனது தாயின் வயது அவனது வயதின் மூம்மடங்கிலும் 5 கூடவாகும். மூவரினதும் வயதுகளின் கூட்டுத்தொகை 85 ஆகும். மோகனின் வயதைக் காண்க.

09. காந்தனும் ரூபனும் குறிப்பிட்டனவு பணம் வைத்திருக்கின்றனர். காந்தனின் பணத்தின் மூம்மடங்குடன் ரூபனின் பணத்தின் இருமடங்கினைக் கூட்ட வருவது ரூபாய் 200/- ஆகும். காந்தனின் பணத்தின் இருமடங்குடன் ரூபனின் பணத்தின் மூம்மடங்கைக் கூட்ட வருவது ரூபாய் 175/- ஆகும். இருவரிடமும் உள்ள பணத்தை வெவ்வேறாகக் காண்க.

### இப்படை 2

01. அரச ஊழியரான கந்தசாமியின் மாதச் சம்பளம் ரூபாய் 5/- ஆகும். அதில் x ரூபாயை உணவிற்கும், 2y ரூபாயை படிப்பிற்கும், 500 ரூபாயை பிற செலவுகளுக்கும் செலவழிக்கிறார். உணவிற்காகச் செலவழிக்கும் பணத்தின் மூம்மடங்கு பணம் அவருக்கு வீட்டுத் தோட்டத்திலிருந்து வரும்படியாக மாதாமாதம் கிடைக்கிறது. அவர் மாதமொன்றுக்கு ரூபாய் 2q பணத்தை வங்கியில் வைப்புச் செய்கிறார்.

i. வீட்டுத் தோட்டத்திலிருந்து அவர் பெறும் மாத வருமானம் எவ்வளவு?

- ii. மாதமொன்றுக்கு அவர் பெறும் மொத்த வருமானம் எவ்வளவு?
- iii. உணவு, படிப்பு, பிற செலவுகளுக்காக அவர் மாதமொன்றிற்குச் செலவு செய்யும் பணம் எவ்வளவு?
- iv. மேலே பகுதி (iii) இல் கூறப்பட்ட செலவுகளின் பின் அவருக்கு மாதாந்தம் மீதமாகும் பணம் எவ்வளவு?
- v. வங்கியில் பணத்தை வைப்புச் செய்தபின் அவரிடம் மாதாந்தம் ஏஞ்சம் பணம் எவ்வளவு?

2. பின்வரும் கோவைகளை அடைப்புக்குறி நீக்கி இயலுமானவரை சுருக்குக.

- i.  $3x + 4y - (x + 3y - 5)$
- ii.  $5(a - y + 2) - 2(3a - 2y)$
- iii.  $2x(x^2 - 3xy + 3) - xy + x^2$
- iv.  $(3x - 2y)(2x + 3y + 2)$

3.  $x = 3, a = 2, y = 0$  எனின் பின்வரும் கோவைகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

- i.  $3x + ay$
- ii.  $x - a + y$
- iii.  $x^2 - y^2 + a^2$
- iv.  $3x^2 - 2a^2 - 5xy$

v.  $\frac{2x^2 + 3a^2}{ax}$

4. பின்வரும் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துக.

- i.  $2x^2 - 6ax + 2x$
- ii.  $(x + y) + a(x + y)$
- iii.  $x^2 + 6x - 16$

iv.  $25a^2 - 9$

v.  $6x^2 - 6$

5. i.  $3x - 5 = 4x + 2$  எனின் x ஐக் காண்க.

ii. 5 தேங்காய்களினதும் 3 மாங்காய்களினதும் விலை ரூபாய் 37/- ஆகும். 3தேங்காய்களின் விலை 2 மாங்காய்களின் விலையிலும் ரூபாய் 7/- கூடவாகும். தேங்காயின் விலையைரூபாய் x எனவும், மாங்காயின் விலையை ரூபாய் y எனவும் கொண்டு பொருத் தமான இருசமன்பாடுகள் எழுதுக. அவற்றைத் தீர்ப்பதன் மூலம் தேங்காயினதும் மாங்காயினதும் விலையைத் தனித்தனியே காண்க.

### ஒப்படை 3

01. 1991ம் ஆண்டு ஒரு பாடசாலையிலுள்ள மாணவர் தொகை 1500 ஆகும். அப் பாடசாலையிலுள்ள பெண் பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை y ஆகும்.

i. அப்பாடசாலையிலுள்ள ஆண் பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

ii. ஒரு தினத்தில் m ஆண்பிள்ளைகளும், அதன் இருமடங்கு பெண் பிள்ளைகளும் பாடசாலைக்கு வரவில்லையெனின் அன்று பாடசாலைக்கு வராத மொத்தப் பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை யாது?

iii. 1991ம் ஆண்டு முடிவில் 2x பிள்ளைகள் அப்பாடசாலையினின்றும் விலகிச் சென்றனர். 1992ஆம் ஆண்டு தொடக்கத்தில் 3y பிள்ளைகள் புதிதாக அப்பாடசாலைக்குச் சேர்த் துக்கொள்ளப்பட்டனர். 1992இல் அப்பாடசாலையிலுள்ள பிள்ளைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை யாது?

iv. அப் பாடசாலையில் T ஆசிரியர்கள் இருப்பார்களெனில் 1992 இல் ஒரு ஆசிரியருக்கு ஒதுக்கப்படும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைக் காட்டுவதற்கான கோவை ஒன்றைப் பெறுக.

02. கீழே தரப்பட்டுள்ள x, y இனது பெறுமானங்களுக்கு  $2x^2 - 3y^2 - 5xy$  இன் பெறுமதியைக் காண்க.

i.  $x = 2, y = -1$

ii.  $x = 0, y = 2$

iii.  $x = -1, y = -2$

iv.  $x = -4, y = 3$

03. அடைப்புக்குறிகளை நீக்கி இயலுமானவரை சுருக்குக.

i.  $(2x - 3) + 3(x - 2)$

ii.  $8x - (2x + 3) + 3x^2$

iii.  $1/3(3x + 6y) - 1/2(4x - 8y + 2)$

iv.  $(2a - 3x)^2$

04. பின்வரும் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துக.

i.  $3x^2 - 3x$

ii.  $ax - 3y - ay + 3x$

iii.  $x^2 - 13x - 30$

iv.  $50 - 2x^2$

05. i. புத்தகமொன்றின் விலை பேனாவோன்றின் விலையிலும் மும்மடங்காகும். இரண்டுபேனையும், ஐந்து புத்தகமும் வாங்க ரூபாய் 76.50தேவை. இவ்விபரங்கள் அடங்கிய எளிய சமன்பாடொன்றைப் பெற்று அதனைத் தீர்ப்பதன் மூலம் புத்தகத்தினதும் பேனையினதும் விலையை வெவ்வேறாகக் காண்க.

ii.  $2x - 7y = 25$

$3x + 2y = 0$

என்பவற்றைத் தீர்த்து x, y இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

## 11.0 விடைகள்

**முற்சோதனை**

- I.      1. பஸ்தரிப்பிடம்.  
 2. முன்னால் ஒரு பாடசாலையோ சிறுவர் விளையாட்டு மைதானமோ உள்ளது.  
 3. முன்னால் ஒரு நாற்சந்தி.  
 4. வலது திருப்பம்.  
 5. குழல் ஊதுவது தடை செய்யப்பட்டுள்ளது.  
 6. வலப்பக்கத்தில் ஒரு பாதை உண்டு.  
 7. பாதையில் ஏற்றம் உண்டு.  
 8. இடப்பக்கத்தில் இரு வளைவுகள் உண்டு.

II.      பெட்டி வைக்கப்பட வேண்டிய பக்கத்தைக் குறிக்கிறது.

- III.      i. -2  
 ii. -10  
 iii. 15  
 iv. -7  
 v. +6  
 vi. +48  
 vii. -5  
 viii. +4

IV.

1.
2.
3.
4.
5.

V.      அபாயத்தை உணர்த்துகின்றது.

- VI.      i.  $5 < 12$   
 ii.  $8 > -15$   
 iii.  $-7 < 0$   
 iv.  $10 > -50$   
 v.  $-3 > -8$

**பயிற்சி 1**

- i.  $x - 8$
- ii.  $m + n$
- iii.  $x - y$
- iv.  $(2x + 2y) \text{ மீற்றர் } (m)$
- v.  $a/8$
- vi.  $100 \text{ சென்றி மீற்றர் } (cm)$
- vii.  $\text{சுபாய் } (50 - 4m) / =$
- viii.  $x^2 \text{ சதுர மீற்றர் } (m^2)$
- ix.  $\text{சுபாய் } (ax + 4y) / =$

- x. 1.  $ax$
- 2.  $3a^2$
- 3.  $2xy$
- 4.  $18x^2$
- 5.  $16ab$
- 6.  $x^2y^3$
- 7.  $9p^2q$
- 8.  $3a^3b$

**பயிற்சி 2**

- i.  $4x + 8$
- ii.  $(100a + y) \text{ சதம்}$
- iii.  $10a - 7$
- iv.  $7 - 3p$
- v.  $6x - 3y$
- vi.  $(75y + 5x) \text{ சதம் } (\text{அல்லது}) \text{ சுபா } \frac{(75y + 5x)}{100} \frac{100}{100}$

- vii.  $5m - 7$
- viii.  $\text{சுபா } (2a + 3b)$
- ix.  $(2n + 5) - 5y$
- x.  $40 + 175 - 4y$

**பயிற்சி 3**

- i.  $7x$
- ii.  $7a$
- iii.  $5xy$
- iv.  $7a^2$
- v.  $2a + 3x$
- vi.  $8a - 3b + 5$
- vii.  $- 4mn$
- viii.  $6y + 3m - 8$
- ix.  $6a^2 x$
- x.  $3x^2 + 2x$

**பயிற்சி 4**

- i.  $9a + 5b$
- ii.  $5x + 2y$
- iii.  $3xy + 3x$
- iv.  $4a + 5$
- v.  $4x^2 + y + 8x + 7$

- vi.  $16ab - a$   
 vii.  $4a^2 - 12$   
 ix.  $18x + 7xy - 3$   
 x.  $2x + 3y - 2xy - 3x^2 - 7x^3$

### செயற்பாடு 1

- (1)  $2x - 2y$   
 (2)  $7(2a - 5) = 14a - 35$   
 (3)  $a(5 + m) = 5a + am$   
 (4)  $5(2x - 5 - xy) = 10x - 25 - 20y$   
 (5)  $x(3x + 2a) = 3x^2 + 2ax$   
 (6)  $-2(5 + 2x) = -10 + nx$   
 (7)  $-x(3x - a) = -3x^2 + ax$

### பயிற்சி 5

1. 66  
 2.  $6x + 9y + 18$   
 3.  $13a + 8b$   
 4.  $3ax + 2ay$   
 5.  $13x + 2$   
 6.  $a + 8b$   
 7.  $3ay + 4a^2$   
 8.  $2x^2 - 2x + 5$   
 9.  $6x^2 - 19x + 15$   
 10.  $x^2 - y^2$

### பயிற்சி 6

01. i. 7  
 ii. 3  
 iii. 16  
 iv. 21  
 v. 30  
 vi. 4  
 vii. 29  
 viii. 38  
 ix. 18  
 x. -1 4/7

02. i. 1  
 ii. 5  
 iii. 13  
 iv. 13  
 v. 5

### பயிற்சி 7

01. நேர்ப் பொதுக் காரணியை எடுத்தல்

- |      |                  |     |                     |
|------|------------------|-----|---------------------|
| i.   | $3a(2 - 3x)$     | iv. | $2a(-x + 2)$        |
| ii.  | $ax(x + 1 - 5y)$ | v.  | $3a(-a - ay - y^2)$ |
| iii. | $3x^2y(3y - 5)$  | vi. | $7ab(a - 3 + 2b)$   |

01. மறைப் பொதுக் காரணியை எடுத்தல்

- i.  $-3a(-2 + 3x)$
- ii.  $-ax(-x - 1 + 5y)$
- iii.  $-3x^2y(-3y + 5)$
- iv.  $-2a(x - 2)$
- v.  $-3a(a + ay + y^2)$
- vi.  $-7ab(-a + 3 - 2b)$

**பயிற்சி 8**

1.  $(x - 2)(a + 3)$
2.  $(a + b)(5 - x)$
3.  $(a + b)(c + d)$
4.  $(a + b)(x - y)$
5.  $(x - 2b)(c + d)$
6.  $(2 + x)(x + y)$
7.  $(x - y)(c - d)$
8.  $2[(5a + 7)(3c + 2)]$
9.  $(x - 2y)(6 - y)$
10.  $(2x - 3)(2y - 3)$

**பயிற்சி 9**

1.  $(x + 2)(x + 2)$
2.  $(x - 6)(x - 6)$
3.  $(a - 3)(a - 3)$
4.  $(a + 9)(a - 3)$
5.  $(a - 5)(a + 3)$
6.  $(x - 11)(x - 11)$
7.  $(2x + 1)(x + 5)$
8.  $(a + 2)(3a + 2)$
9.  $(x - 1)(3x + 10)$
10.  $(3x + 1)(5x - 2)$

**பயிற்சி 10**

01. i.  $(x - 2)(x + 2)$   
ii.  $(a - 5)(a + 5)$   
iii.  $(1 - a)(1 + a)$   
iv.  $(x - 9y)(x + 9y)$   
v.  $(7x - 8a)(7x + 8a)$   
vi.  $2(a - 2)(a + 2)$   
vii.  $3(x - 5)(x + 5)$   
viii.  $2(3a - 1)(3a + 1)$

02. உங்கள் போதனாசிரியருடன் கலந்துரையாடி விடைகளைச் சரி பார்த்துக் கொள்ளுங்கள்.

**பயிற்சி 11**

1.  $x = 3$
2.  $y = 4$
3.  $y = 5$
4.  $x = 20$
5.  $x = -2$
6.  $x = -4$
7.  $x = 5$
8.  $x = 12$
9.  $x = 19$
10.  $x = 10$
11.  $x = 6$
12.  $x = 6$
13.  $a = -9$
14.  $y = -8$
15.  $x = 4$

**பயிற்சி 12**

1.  $x = 4$
2.  $a = 21$
3.  $y = -15$
4.  $x = 2$
5.  $a = 6$
6.  $x = 15$
7.  $m = 8$
8.  $x = -1 \frac{1}{2}$
9.  $x = 0$
10.  $x = 5$

**பயிற்சி 13**

1.  $y = 18$
2.  $x = 6$
3.  $y = 6$
4.  $a = 2$
5.  $a = -15$
6.  $x = 3$
7.  $x = 1 \frac{1}{4}$
8.  $x = 3$
9.  $x = -9$
10.  $x = 4$

**பயிற்சி 14**

1.  $x = 2 \frac{2}{3}$
2.  $a = 6 \frac{7}{8}$
3.  $x = 3$
4.  $x = 4 \frac{1}{5}$
5.  $x = 11$
6.  $x = 6 \frac{1}{5}$
7.  $x = 15$
8.  $x = 2$
9.  $x = 7$
10.  $x = 4$

**பயிற்சி 15**

01. 30
02. பெங்சில் ரூபாய் 2. 25; பேனா ரூபாய் 4. 25
03. தமிழின் சம்பளம் ரூபாய் 1200/-  
அண்ணனின் சம்பளம் ரூபாய் 1800/-
04. A யிற்கு ரூபாய் 36/- B யிற்கு ரூபாய் 41/- C இற்கு ரூபாய் 43/-
05. மகளுக்கு 200, மகனுக்கு 225, தந்தைக்கு 275
06. 7
07. அகலம் 18m நீளம் 22m
08. 5, 6, 7
09. ரூபாய் 50/- சீட்டுகள் 200, ரூபா 20/- சீட்டுகள் 600
10. மணிக்கு 40 m

**பயிற்சி 16**

1.  $x = 14, y = 6$
2.  $a = 5, b = 1$
3.  $a = 1, b = -4$
4.  $x = 6, y = 2$
5.  $x = 5, y = 2$
6.  $x = 2, y = + 1/3$
7.  $x = 2, y = -3$
8.  $x = 10, y = 3$
9.  $n = 4, m = 7$
10.  $x = 1, y = 5$

**பயிற்சி 17**

1.  $a = 5, b = 4$
2.  $m = 2, x = 3$
3.  $y = 1, x = 2$
4.  $x = 3, y = 0$
5.  $x = 2, y = 2$
6.  $x = 4, y = 5$
7.  $x = 3, y = 2$
8.  $x = 4, y = 10$
9.  $x = 3, y = 2$
10.  $y = -3, x = 4$

**பயிற்சி 18**

1. 68, 32
2. ரையின் விலை ரூபாய் 100/- வேர்ட்டின் விலை ரூபாய் 150/-
3. புத்தகம் ரூபாய் 8/- பெங்சில் ரூபாய் 3/-
4. 80 : 45
5. 26cm 20cm

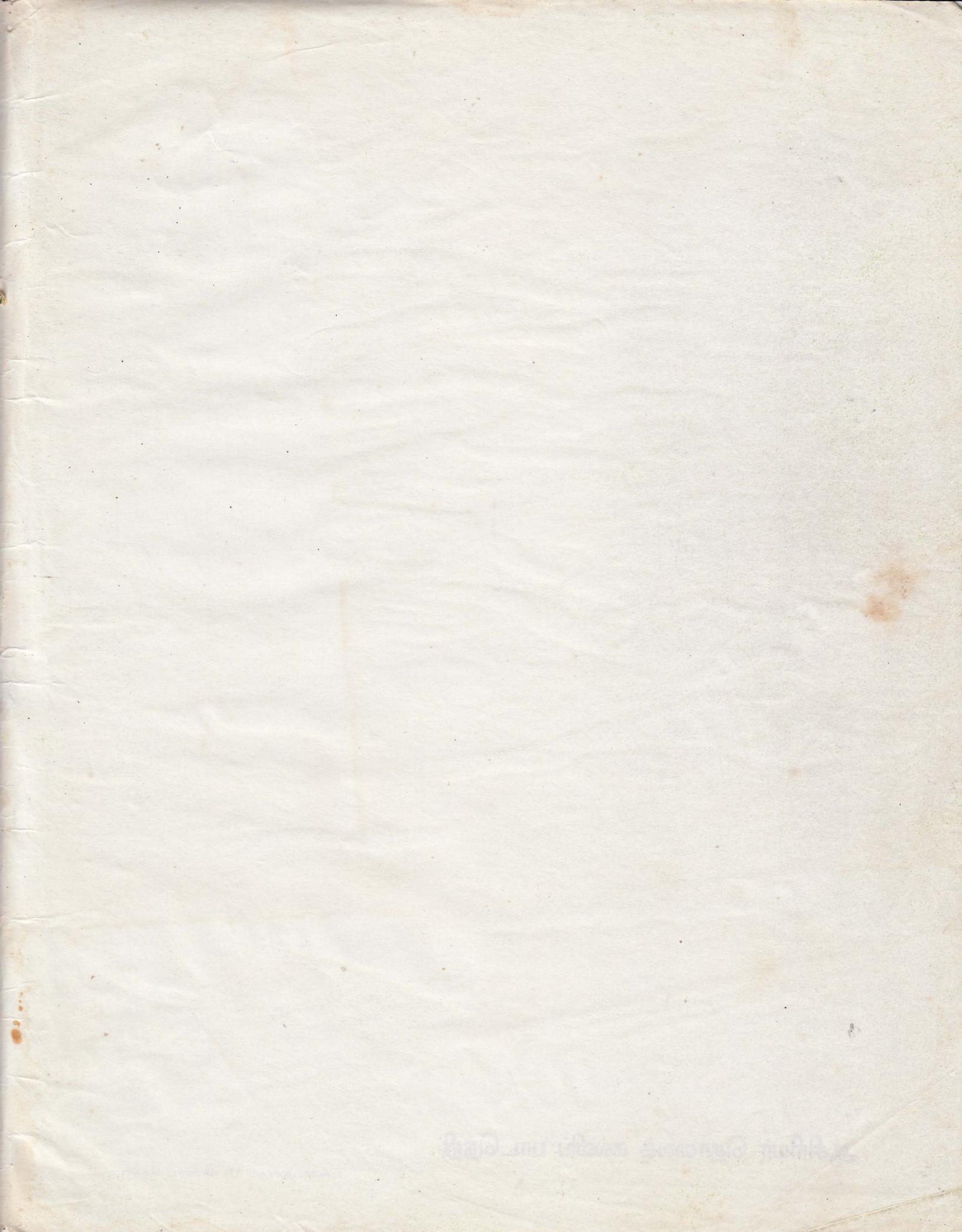
**பிற்சோதனை**

01. i.  $3x + 2y$   
 ii.  $4a - 15$   
 iii. சுற்றளவு  $(8x + 10y) m$   
 பரப்பளவு  $(20xy) m^2$   
 iv. ரூபாய்  $(90 - 3x - y)$
02. i.  $6a^2$   
 ii.  $40ma$   
 iii.  $8a^2x^2y$   
 iv.  $5x$   
 v.  $8a + 10b$   
 vi.  $4xy + 2x^2 + x + y^2$   
 vii.  $9mn + 2m - 3$   
 viii.  $3xy + 2x + 7$   
 ix.  $3ax + 5ay + a^2$   
 x.  $x^2 + 2xy + 2x + 8$
03. i. -2  
 ii. 20  
 iii. 6  
 iv.  $-5/6$   
 v.  $1 \frac{1}{3}$
04. i.  $2a(3a - 1)$   
 ii.  $(x + y)(a - b)$   
 iii.  $(p - q)(2 + x)$   
 iv.  $(a - b)(x + y)$   
 v.  $(a - 1)(3a - 2)$   
 vi.  $(6a - 5)(6a + 5)$
05. i.  $x = 6$   
 ii.  $a = 9$   
 iii.  $x = 5$   
 iv.  $a = 7$   
 v.  $x = 5/9$   
 vi.  $x = 8$
06. i.  $x = 4$   
 ii.  $a = 6, b = 1$   
 iii.  $q = 3, p = 8$   
 iv.  $a = 4, y = 3$
07. நினைத்த எண் 45
08. மாங்காய் ரூபாய் 2/- நாரத்தங்காய் ரூபாய் 3/-

குறிப்பு

குறிப்பு

குறிப்பு



ஏது

## ஆசிரியர் தொலைக் கல்விப் பாடநெறி

பிரசுடிக் அஷ்சகம் (பி) விமிரை கொழும்பு 13