G. C. E. (A/L)

PURE MATHS

[Cordinate Geometry]

Practical Exercises

BY

A. PATHMANATHAN

(Staff - Cambridge Tutorial College)

ஜீ. சீ. ஈ. (உயர்தரம்)

தூய கணிதம்

(ஆள்கூற்றுக் கேத்திர கணிதம்)

பயிற்சி வினுக்கள்

ஐ. பத்மநாதன்

(ஆசிரியர், கேம்பிரிஜ் கல்வி நிலையம்)

எமது கல்வி நிலைய மாணவர்
உபயோகத்துக்கு மட்டும்

Rama. Suresh

✓ $y = mx$

✓ $y = mx + c$

✓ $A(x_1, y_1)\ B(x_2, y_2)$ $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$A = (x_1, y_1)$ $B = (x_2, y_2)$

✓ $C = (x_0, y_0)$

$\frac{AC}{BC} = \lambda/\mu$ $x_0 = \frac{\mu x_1 + \lambda x_2}{\lambda + \mu}$ $y_0 = \frac{\mu y_1 + \lambda y_2}{\lambda + \mu}$

✓ $A = (x_1 y_1)\ B(x_2 y_2)\ C = (x_3 y_3)$ $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\left[1(x_3 y_2 - x_2 y_3) + x_1(y_3 - y_2) + y_1 (x_2 - x_3)\right.$

$\tan\theta = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right|$

✓ // கோட்டுக்கு $\theta = 0$ $\therefore \tan\theta = 0$ $m_1 = m_2$

✓ ⊥ கோட்டுக்கு $\theta = \pi/2$ $\tan \pi/2 = \infty$ $m_1 m_2 = -1$

✓ (x_1, y_1) இல் இருந்து $ax + by + c = 0$ க்கு செங்குத்து தூரம் $= \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

✓ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ க்கும் $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ க்கிடையான இருசமவெட்டி கோடு

$\left|\frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}}\right| = \left|\frac{a_2 x + b_2 y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}\right|$

நேர்கோடுகள்

1. l_1, l_2 என்ற வெவ்வேறான இடைவெட்டும் கோடுகள் இரண்டின் சமன்பாடுகள் $a_1x + b_1y + 1 = 0$ உம் $a_2x + b_2y + 1 = 0$ உம் ஆகும். λ_1, λ_2 என்பவை எதேச்சை ஒருமைகளாயிருக்க, $\lambda_1(a_1x + b_1y + 1) + \lambda_2(a_2x + b_2y + 1) = 0$ என்ற சமன்பாடு l_1, l_2 என்பவற்றின் வெட்டுப் புள்ளியூடான நேர்கோடொன்றைக் குறிக்குமெனக் காட்டுக?
l_1, l_2 என்பவையும் அவற்றிற்குச் சமாந்தரமாக உற்பத்தியூடாகச் செல்லும் கோடுகளும் சேர்ந்து இணைகரமொன்றை அமைக்கின்றன. இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்களின் சமன்பாடுகளைக் கண்டு $a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2$ ஆயின் உருவம் சாய்சதுரமாகுமெனக் காட்டுக?

2. (h_2, k_2) என்ற புள்ளி $ax + by + C = 0$ என்ற கோட்டிலுள்ள (h_1, k_1) என்னும் புள்ளியின் தெறிப்பெனில், $a(h_1 + h_2) + b(k_1 + k_2) = -2C$, $b(h_1 - h_2) - a(k_1 - k_2) = 0$ எனக் காட்டு? ABCD என்பது சாய்சதுரமொன்றாகும், அதன் AC என்ற மூலைவிட்டம் $7y - 24x + 41 = 0$ என்ற கோட்டின் வழியே உள்ளது. A, B இன் ஆள்கூறுகள் முறையே (2, 1), (6, 4) ஆகும்.
காண்க:-) 1) BD இன் சமன்பாட்டை (11) C இனதும் D இனதும் ஆள்கூறுகளினை, (111) சாய் சதுரம் ABCD இன் பரப்பை.?
$7x + 24y + 138 = 0$

3. நேர்கோடொன்றின் சமன்பாடானது $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = t$, $l^2 + m^2 = 1$ என்ற வடிவத்தில் உணர்த்தப்படுகின்றது. $|t|$ ஆனது (x_0, y_0) என்ற புள்ளியிலிருந்து (x, y) என்ற புள்ளியின், கோட்டின் வழியே அளக்கப்பெற்ற தூரமாகுமெனக் காட்டுக? சாய்சதுரமொன்றின் $x - 3y + 5 = 0$, $3x - y - 1 = 0$ என்ற அடுத்துள்ள பக்கங்கள் சாய்சதுரத்தின் கூர்ங்கோணம் ஒன்றை ஆக்குகின்றன. இப் பக்கங்களின் இடைவெட்டுக்கூடான மூலைவிட்டமானது நீளம் $3\sqrt{2}$ ஐக் கொண்டதாகும், சாய் சதுரமானது முற்றாக முதலாம் காற்பகுதியில் அமைந்துள்ளதாயின் எஞ்சிய பக்கங்கள் இரண்டினதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க?
மற்றைய மூலைவிட்டத்தின் நீளத்தைக் காண்க. இதிலிருந்து அல்லது வேறு முறையில் சாய்சதுரத்தின் பரப்பைக் காண்க?.

4. புள்ளிகள் A, B, C, D என்பவற்றிற்கு முறையே (-2, 8), (9, -3), (12, 6), (0, 15) என்னும் ஆள்கூறுகள் இருக்கின்றன. புள்ளி C யிலிருந்து நேர்கோடு AB யிற்கு வரையப்பட்ட செங்குத்தின் அடியின் ஆள் கூறுகளைக் காண்க? $A\hat{P}D = B\hat{P}C$ ஆகுமாறு AB இல் A, B என்பவற்றிற்கிடையில் இருக்கும் புள்ளி P இன் ஆள்கூறுகளையும் காண்க?
முக்கோணி PCD இன் பரப்பு 54 அலகுகள் எனக் காட்டுக?

5. P(h, k) என்னும் புள்ளியின் ஊடாக $ax + by + c = 0$ என்னும் நேர்கோட்டிற்குச் செங்குத்தாக வரையப்பட்ட நேர்கோட்டின் மீதுள்ள யாதாயினுமொரு புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை $[(h + at), (k + bt)]$ என்னும் வடிவத்தில் எடுத்துரைக்கலாமெனக் காட்டுக, இங்கு t என்பது ஒரு பரமானமாகும்.
P யிலிருந்து $ax + by + c = 0$ என்னும் கோட்டின்மீதுள்ள செங்குத்தின் அடிக்கு ஒத்த t இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு, அச் செங்குத்தின் நீளம் $|ah + bk + c| / \sqrt{a^2 + b^2}$ ஆகுமெனக் காட்டுக?
S என்னும் வளையியானது $x = $ கோசை θ, $y = 7$ சைன் θ என்னும் சமன்பாடுகளினாலே தரப்படுகின்றது. இங்கு θ என்பது ஒரு பரமானமாகும். அத்துடன் $0 \leq \theta < 2\pi$ ஆகும். l என்பது $7x + y + 12\sqrt{2} = 0$ என்னும் நேர்கோடாகும். S மீதுள்ள l இற்கு மிகவுங் கிட்டவுள்ளதுமான புள்ளி P_0 இன் ஆள்கூறுகளைக்காண்க. P_0 விலிருந்து l இற்குள்ள (ஆகவும் குறுகிய) தூரத்தையும் காண்க?

06. பின்வரும் கோடுகளினால் ஆக்கப்படும் இணைகரத்தினுடைய மூலைவிட்டங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. $ax+by+c=0$, $ax+by+d=0$, $a^1x+b^1y+c^1=0$, $a^1x+b^1y+d^1=0$, i. $(a^2+b^2)(c^1-d^1)^2=(a^{12}+b^{12})(c-d)^2$ ஆக இருப்பின் மேற்படி இணைகரம் சாய்சதுரமாகுமெனவும் (ii) இணைகரத்தின் பரப்பளவு $\frac{(a-d)(c'-d')}{(ab'-a'b)}$ ஆகுமெனவும் காட்டுக?

07. P(h,k) என்னும் புள்ளியின் ஊடாக l $ax+by+c=0$ என்னும் நேர்கோட்டுக்குச் செங்குத்தாக வரையப்பட்ட நேர்கோட்டின் மீதுள்ள ஏதாயினுமொரு புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை $(h+at, k+bt)$ என்னும் வடிவத்தில் எடுத்துரைக்கலாமெனக் காட்டுக. இங்கு ஒரு பரமானம் P யிலிருந்து l = 0 ஆகிய கோட்டிற்கு வரையப்பட்ட செங்குத்தின் அடிக்கு ஒத்த t யின் பெறுமானத்தைக் காண்க? செ செங்குத்தின் நீளம் $/ah+bk+c/ \quad \sqrt{a^2+b^2}$ எனக்காட்டுக.

இதிலிருந்து அல்லது வேறுவிதமாக $a_1x+b_1y+c_1=0$, $a_2x+b_2y+c_2=0$ என்னும் நேர்கோடுகளுக்கிடையேயானதும் உற்பத்தியைக் கொண்டிருப்பதுமான கோணத்தினுடைய இரு கூறாக்கியின் சமன் பாட்டைக் காண்க. இங்கு $a_1b_2-a_2b_1\neq 0$, $c_1<0$, $c_2<0$

08. $2x-y-1=0$ என்னும் கோட்டின்மீதும் புள்ளி (5,-6) இனது விம்பத்தின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. ABCD என்பது ஒரு சாய்சதுரம் AB, AC என்பவற்றின் சமன்பாடுகள் முறையே $x-y+1=0$, $2x-y-1=0$ ஆகும். BC யானது புள்ளி (5,-6) இனூடாகச் சென்றால் BC, CD, DA என்பவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?

09. $x-y=0$ என்னும் கோட்டின் மீது $y=mx$ என்னும் கோட்டினது தெறிப்பின் சமன்பாட்டைக் காண்க. OABC என்பது ஒரு சாய்சதுரம் இங்கு O என்பது உற்பத்தியாகும். மூலைவிட்டம் OB இனது சமன்பாடு $x-y=0$ ஆகும். A என்பது கோடு $2x-y+6=0$ இற் கிடக்கின்றது. AB ஆனது புள்ளி (-3,8) இனூடாகச் செல்கின்றது. அச்சாய் சதுரத்தினது பக்கங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

10. $C(a\alpha+b\beta+c)$ என்பது நேரானது அல்லது எதிரானது என்பதற்கேற்ப உற்பத்தியும் புள்ளி (α,β) உம் $ax+by+c=0$ என்னுங் கோட்டினது ஒரே பக்கத்தில் அல்லது எதிர்ப்பக்கத்தில் இருக்குமென நிறுவுக. ABC என்னும் ஒரு முக்கோணியினுடைய பக்கம் AB இன் சமன்பாடு $x-2y+5=0$ ஆகும். கோணம் BAC இனது இருசமவெட்டியின் சமன்பாடு $x-y=0$ ஆகும். பக்கம் AC இன் சமன்பாட்டைக் காண்க? உற்பத்தியானது இம் முக்கோணியின் உள் மையமாயும் பக்கம் BC யானது கோடு $11x-2y=0$ க்குச் சமாந்தரமாயுள்ளதாயின், இப்பக்கத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க?

11. $lx+my+n=0$ என்னுங் கோட்டின் மீது (α,β) என்ற புள்ளியின் ஆடி விம்பத்தினது ஆள்கூறுகளைக் காண்க?
ஒரு முக்கோணம் ABC இன் உச்சிகளான A, B, C என்பன முறையே $y=x$, $y=2x$, $y=3x$ ஆகிய கோடுகளில் உள்ளன. AB என்னும் பக்கத்தின் இருசமவெட்டிச் செங்குத்தினது சமன்பாடு $6x+3y-3=0$ ஆகவும், பக்கம் BC யானது $11x-4y=0$ என்ற கோட்டுக்குச் சமாந்தரமாகவும் இருந்தால், முக்கோணத்தின் பக்கங்களுக்கான சமன்பாடுகளைக் காண்க?

12. செவ்வகத்தேக்காட்டின் ஆள்கூறுகள் பற்றி ஒருமுக்கோண உச்சிகள் (1,2), (5,3) (4,6) என்னும் புள்ளிகளாகும். முக்கோணியின் மையக்கோட்டுச்சந்தி G சுற்றுமையம் S செங்குத்துமையம் H ஆகியவற்றைத்துணிக. G என்பது S H ஐ என்பதை 1:2 என்னும் விகிதத்தில் பிரிக்கும் என்பதைப் பரிசீலனை செய்க?.

13. (ax_1+by_1+c) $(ax_2+by_2\ c)$....... நேர் அல்லது எதிர் என்பதற்கேற்ப (x_1, y_1), (x_2, y_2) என்னும் புள்ளிகள் $ax+by+c=0$ என்னும் கோட்டின் ஒரே பக்கத்தில் அல்லது எதிர்பக்கத்தில் கிடக்கும் என நிறுவுக.

முக்கோணி ABC யின் பக்கங்கள் AB, BC, CA என்பவற்றின் சமன்பாடுகள் முறையே $x+y\ 4=0$, $7x+y-8=0$, $x+7y-8=0$ என்பனவாகும். கோணம் ABC யின் இருகூறாக்கியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. இவ்விரு கூறாக்கி BC ஐ D யிற் சந்திப்பின் முக்கோணி ABC யின் மையப் போலி முக்கோணி ABD இற்குள் கிடக்குமெனி நிறுவுக.

14. $lx+my+n=0$ என்ற கோட்டின் மேல், புள்ளி $(\alpha\ \beta)$ இன் ஆடி விம்பத்தின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

ABCD என்னும் சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டம் BD இன் சமன்பாடு $x+2y+1=0$ ஆகும். உச்சிகள் A, C என்பன முறையே $x-y=0$, $3x+y\ 8=0$ என்னும் கோட்டில் கிடக்கும்போது பக்கம் AB $7x+4y=0$ என்னும் கோட்டிற்குச் சமாந்தரமாயின், சாய்சதுரத்தின் பக்கங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?.

15. (ax_1+by_1+c) (ax_2+by_2+c) என்பது நேர் அல்லது எதிர் என்பதற்கேற்ப $(x_1\ y_1)$, $(x_2\ y_2)$ என்னும் புள்ளிகள் $ax+by+c=0$ என்னும் கோட்டின் ஒரே பக்கத்தில் அல்லது எதிர் பக்கத்தில் கிடக்குமென நிறுவுக.

முக்கோணி ABC இன் பக்கங்கள் AB, BC, CA என்பவற்றின் சமன்பாடுகள் முறையே $x-y=0$, $12x+2y+p=0$, $11x-2y\ 2p=0$ என்பனவாகும். இங்கு P என்பது ஒருமை. கோணம் BCA இன் இருகூறாக்கியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. இவ்விரு கூறாக்கி AB ஐ D இற் சந்திக்க கோணம் BDC இன் இரு கூறாக்கி (1, 4) என்னும் புள்ளிக்கூடாகச் செல்லல் என P=4 நிறுவுக?.

16. $lx+my+n=0$ என்னும் கோட்டின் மேல், புள்ளி $(\alpha\ \beta)$ இன் ஆடி விம்பத்தின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க?

முக்கோணி ABC இன் பக்கங்கள் AB, AC என்பவற்றின் இருகூறாக்கிச் செங்குத்துக்களின் சமன்பாடுகள் முறையே $2x-y=0$, $x-3y=0$ என்பனவாகும். A என்பது $x-y=0$ இல் கிடக்க, பக்கம் BC (-2, 11) என்ற புள்ளிக்கூடாகச் சென்றால், முக்கோணியின் பக்கங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?.

17. (h, k) எனும் புள்ளியிலிருந்து $ax+by+c=0$ என்னும் கோட்டிற்கு வரையும் செங்குத்தின் நீளம் $\left|\frac{ah+bk+c}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\right|$ என நிறுவுக. $4x+3y-1=0$, $12x+5y+9=0$ எனும் கோடுகளுக்கிடையேயுள்ள விரிகோணத்திற்குள்ளே, இக்கோடுகளைத் தொடும் 4 அலகு ஆரையுடைய இரு வட்டங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. வட்டத்தின் மற்றைய இரு பொதுத் தொடலிகளின் சமன்பாடுகளையுங் காண்க,

18. $L\equiv 2x+y+6=0$, $L\equiv 2x\ \ 11y+26=0$ எனும் நேர்கோடுகள் A என்னும் புள்ளியில் இடைவெட்டுகின்றன. BC யின் நடுப்புள்ளியான D என்பது முதலாங்கால் வட்டத்திலே கிடக்குமாறு A இலிருந்து ஒவ்வொன்றும் $5\sqrt{5}$ அலகு தூரத்தில் முறையே L, L என்பன மீதுள்ள BC என்னும் இருபுள்ளிகளைக் காண்க. AD என்பது L, L^1 என்பவற்றிற்கிடையிலான கூர்ங்கோணத்தின் இருசமகூறாக்கியா, விரிகோணத்தின் இருசமகூறாக்கியா என்பதைத் தீர்மானிக்க. அத்துடன் L, L^1 என்பவற்றிற்கிடையிலான மாற்றக் கோணத்தின் இருசமகூறாக்கியின் சமன்பாட்டைக் காண்க?.

19. $P_0(x_0, y_0)$ இலிருந்து $ax + by + c = 0$ என்னும் நேர்கோட்டிற்கு வரையப்பட்ட செங்குத்தின் அடி N ஆகும். N இன் ஆள்கூறுகள் $(x_0 + at, y_0 + bt)$ ஆகுமெனநிறுவுக. இங்கு $t = -\frac{ax_0 + by_0 + c}{a^2 + b^2}$ என்பதுபெறுமானமாகவும் $l^2 + m^2 = 1$ ஆகவும் இருக்க, ஒரு நேர்கோட்டின் சமன்பாடானது $\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m} = T$ என்னும் பரமான வடிவில் எடுத்துரைக்கப்பட்டால் $|T|$ என்பது $P_1(x_1, y_1)$ என்னும் நிலைத்த புள்ளியிலிருந்து $P(x_1 + lT, y_1 + mT)$ என்னும் புள்ளியின் தூரமாகும் எனக் காட்டுக?.

A(2, 1) என்பது சாய்சதுரமொன்றின் ஒரு உச்சியாகும். அதன் மூலைவிட்டங்களில், $4\sqrt{5}$ நீளமுடைய ஒன்று $x - 2y + 5 = 0$ என்ற நேர்கோட்டின் மீது கிடக்கின்றது. சாய்சதுரத்தின் ஏனைய உச்சிகளைக் காண்க?

20. 1. $ax + by + c = 0$ என்னும் கோட்டுடன் இருசமபக்கச் செங்கோண முக்கோணியொன்றை உருவாக்கும்வண்ணம், ஒரு செங்குத்தான நேர்கோடுகள் உற்பத்தியின் ஊடாக வரையப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் சமன்பாடுகள். $(a - b)x + (a + b)y = 0$ $(a + b)x - (a - b) = 0$ ஆகுமெனக் காட்டுக?.

2. $\frac{a}{h} = \frac{h}{b} = \frac{g}{f}$ எனின்.
$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ...... என்னும் சமன்பாடு சமீபந்தமான இரு நேர்கோடுகளைக் குறிக்கும் எனக் காட்டுக. இவற்றிற்கிடையேயுள்ள தூரத்தைக் காண்க?.

21. சேவ்வகம் ABCD இன் உச்சிகள் AC என்பவற்றின் ஆள்கூறுகள் முறையே (2, 3) : (9, 4) என்பனவாகும். மூலைவிட்டம் BD, $x + y = 0$ என்னும் கோட்டிற்குச் செங்குத்தாயின் செவ்வகத்தின் பக்கங்களின் சமன்பாட்டைக் காண்க?.

AECF என்பது செவ்வகம் ABCD இன் பரப்பைப்போல, ஐந்து மடங்கு பரப்புடைய ஒரு சாய் சதுரமாயின் மூலைவிட்டம் EF இன் நீளம் $15\sqrt{2}$ அலகு என நிறுவுக. AC இற்குச் சமாந்தரமாக E, F இற்கூடாகச் செல்லும் கோடுகளின் சமன்பாட்டையும் காண்க?.

22. உற்பத்தி O முக்கோணி ABC இன் மையப் போலியாகும். BO, CO என்பவற்றின் சமன்பாடுகள் முறையே $4x - y = 0$, $2x + y = 0$ ஆகவும், A இன் ஆள்கூறுகள் (t, t) ஆகவும் இருப்பின் B, C என்பவற்றின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க?.

கோடு AB இல் C இன் ஆடிவிம்பம் D ஆயின், t மாறும்போது BD இன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு $11x + 7y = 0$ எனக் காட்டுக?

23. $lx + my + n = 0$ என்னும் கோட்டின்மேல் புள்ளி (α, β) இன் ஆடிவிம்பத்தின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க?
உற்பத்திக்கூடாகச் செல்லும் இரு நேர்வரைகள் $x - y = 0$ என்னும் கோட்டுடன் சமகோணங்களை உண்டாக்கிக்கொண்டு கோடு $x = 2$ ஐ A, B இல் வெட்டுகின்றன. $2x - y + 1 = 0$ என்னும் கோட்டின்மேல் AB இன் நடுப்புள்ளியின் விம்பம் y - அச்சில் கிடப்பின், இரு கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?.

24. $(lx_1 + my_1 + n)(lx_2 + my_2 + n)$ என்பது நேர் அல்லது கதிர் என்பதற்கேற்ப (x_1, y_1) (x_2, y_2) என்னும் புள்ளிகள் $lx + my + n = 0$ என்னும் கோட்டின் ஒரே பக்கத்தில் அல்லது எதிர்ப் பக்கத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக?

$x + y \;\; 2 = 0$, $x - 7y - 6 = 0$ என்னும் கோடுகளுக்கிடையிலுள்ள கூர்ங்கோண இருகூறாக்கிச் சமன்பாட்டைக் காண்க. (3, 1) என்னும் புள்ளி இக்கோடுகளுக்கிடையேயுள்ள விரிகோணத்திற்குள்ளே கிடக்கும் எனக் காட்டுக?.

25. ABCD என்னும் இணைகரம் உச்சிகள் A, C என்பன $x + y = 0$ என்னும் கோட்டிலும் உச்சிகள் B, D என்பன முறையே $x - y - 0$, $5x - y + 9 = 0$ என்னும் கோடுகளிலும் இருக்கும் வண்ணம் அமைந்ததாகும். AB, BC என்னும் பக்கங்கள் முறையே $x - 2y = 0$, $x + 3y = 0$ என்னும் கோடுகளுக்குச் சமாந்தரமாயின், இணைகரத்தின் பக்கங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?.

26. $x + y = 0$ என்னும் கோட்டின்மேல் $4x + 3y = 0$ என்னும் கோட்டின் ஆடி விம்பத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க?,

I என்பது முக்கோணி ABC இன் உள்ளமையம் AB, BC, CI என்பவற்றின் சமன்பாடுகள் முறையே $5x + 12y + 3 = 0$, $4x + 3y + 2 = 0$, $x + y + 1 = 0$ என்பனவையாகும். A, I என்பவற்றின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க?.

27. ABCD என்பது ஒரு வட்ட நாற்கோணி (நாற்பக்கல்) AB, BC, CA என்பவற்றின் சமன்பாடுகள் முறையே $x - 3y = 0$, $4x - 3y - 9 = 0$, $x + 4y + 4 = 0$ ஆகும். BC யின் நீளம் 5/3 அலகுகளாயின், பக்கம் CD இருக்கக்கூடிய இரு வரைகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?

28. புள்ளிகள் (x_1, y_1), (x_2, y_2) ஐ இணைக்கும் வரையின் இருசமவெட்டிச் செங்குத்துக்களின் சமன்பாடுகள் முறையே $x + y = 0$, $x - 2y = 0$ ஆகும். பக்கம் BC (1, 2) என்னும் புள்ளிக்கூடாகச் செல்கிறது. A இன் ஒழுக்கு $x + y - x + 7y = 0$ எனக் காட்டுக

29. புள்ளிகள் $P \equiv (x_1, y_1)$ $Q \equiv (x_2, y_2)$ ஐ இணைக்கும் கோட்டை $lx + my = 0$ என்னும் வரை செங்குத்தாக இருசம கூறிடுகிறது. $\frac{x_2 - x_1}{l} = \frac{y_2 - y_1}{m} = \frac{-2(lx_1 + my_1)}{l^2 + m^2}$ எனக் காட்டுக?

புள்ளியொன்றின் $lx + my = 0$, $lx - my = 0$ என்னும் நேர் வரைகளின் மேலுள்ள மறுபடிவங்கள் (Reflections), (b, k) என்ற நிலையான புள்ளியுடன் ஒரு வரையில் (Colinear) இருப்பின் அப்புள்ளியின் ஒழுக்கு $(l^2 - m^2)(x^2 + y^2)(l^2 + m^2)(hx - ky) = 9$ என்னும் வட்டம் எனக் காட்டுக?

30. முறையே (1, p), (1, q) (1, r) என்பவற்றை ஆள்கூறுகளாகக் கொண்ட P, Q, R என்னும் புள்ளிகள் $x = 1$ எனும் கோட்டில் கிடக்கின்றன. இங்கு $p > q > r$ ஆகும். O என்பது உற்பத்தியாகும். OP, OQ, OR என்பவற்றிற்கு முறையே P, Q, R இலுள்ள செங்குத்துக்கள் XYZ என்ற முக்கோணியை ஆக்குகின்றன. இம்முக்கோணியின் பரப்பு $\frac{1}{2}(q - r)(r - p)(p - q)$ என நிறுவுக?.

31. 1. புள்ளி A (1, 2) இற்கூடாக ஒரு கோடு $2y - 3x = 5$ என்ற கோட்டை P இலும் $x + y = 12$ என்ற கோட்டை Q இலும் வெட்டும்படி வரையப்படுகிறது. AQ = 2AP ஆயின் P, Q இனது ஆள்கூறுகளைக் காண்க?.

32. $P(h, k)$ ஆனது உற்பத்தி புள்ளிகள் $A(a,0)$: $B(0,b)$ $C(a,b)$ என்பவற்றால் ஆக்கப் படும் செவ்வகத்திற்குள் உள்ள யாதுமொரு புள்ளியாகும். L, M என்பன முறையே P யிலிருந்து x - அச்சு y- அச்சிற்கு வரைந்த செங்குத்துக்களின் அடிகளாகும். AM, BL இன் வெட்டும் புள்ளி நீட்டப்பட்ட CP இல் கிடக்கிறதென்றும் CP ஐ வெளிப்புறமாக $ab:hk$ என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கின்றதென்றும் காட்டுக?.

33. O என்பதை உற்பத்தியாகவுடைய முதற் கால்பகுதியில் P என்பது $x+y = a'$ இலுள்ள யாதுமொரு புள்ளியாகும். N என்பது P யிலிருந்து x அச்சிற்குள்ள செங்குத்தின் அடியாகும், ΔOPN இன் (i) சுற்றுவட்ட மையம், (ii) திணிவு மையம் என்பவற்றின் ஒழுக்குகளின் சமன்பாட்டைக் காண்க?.

முக்கோணி O_1P_1N இன் சுற்றுவட்ட மையம் முக்கோணி OP_2N_2 இன் திணிவு மையத்துடன் பொருந்தும் வண்ணம் $P_1N_1P_2N_2$ என்னும் நிலைத்தூரங்கள் (Ordinatcis) காணப்படலாம். என நிறுவுக. P_1 P_2 இன் ஆள்கூறுகளையும் தந்து, P_2 ஆனது OP_1N_1 இன் சுற்றுவட்டத்தில் கிடக்குமெனவும் காட்டுக?.

34. சதுரம் OABC இன் உச்சிகள் O, A, B என்பன முறையே (0,0) (1,0), (1,1) என்ற புள்ளிகளாகும். P என்பது B C இலுள்ள ஒரு மாறும் புள்ளியாகும். நீட்டப்பட்ட OP நீட்டப் பட்ட AB ஐ Q இலும் B இற்கூடாக CQ இற்குச் சமாந்தரமான கோடு OP ஐ இலும் சந்திக்கின்றன. $CP = (\sqrt{5} - 1) / 2$ ஆகும்போது ஆனது மூலைவிட்டம் AC இற் கிடக்குமென நிறுவுக? P மாறும் போது R இன் ஒழுக்கைக் காண்பதுடன், அதன் பருமட்டான வரைபடத்தையும் தருக?.

35. A என்பது (2,3) என்னும் புள்ளியாகும். B ஆனது $(y = 1)$ ஆற் தரப்படும் PQ என்னும் கோட்டிலுள்ள A இன் ஆடி விம்பமாகும். Q ஆனது $4y = 5x-3$ ஆற் தரப்படும் RR_1 என்னும் கோட்டிலுள்ள ஆடிவிம்பமாகும். C இன் ஆள்கூற்றையும், AC இன் நீளத்தையும் காண்க?.

A ஆனது P இற்கூடாக CA இற்கும் செங்குத்தான கோட்டிலுள்ள C இன் ஆடிவிம்பம் எனக் காட்டுக?.

முக்கோணி ABC இனது சுற்றுவட்டத்தின் சமன்பாட்டை எளிய வடிவிற் காண்க?

36. (h_2, k_2) என்னும் புள்ளி $lx+my+n = 0$ என்ற கோட்டில் புள்ளி $(h_1 k_1)$ இன் ஆடிவிம்பமாயின்.

$l(h_1+h_2) + m(k_1 + k_2) = -2n$ என்றும்.

$m(h_1 - h_2) - l(k_1 - k_2) = 0$ என்றும் காட்டுக.

$y = 0, x = 0, 2x+3y=9$ என்ற கோடுகளின்மேல் (2,1) என்னும் புள்ளியின் விம்பங்களை உச்சிகளாகவுடைய முக்கோணியின் பரப்பைக் காண்க?.

37. $ax + by + c = 0$, $a^1x + b^1y + c^1 = 0$ ஆகிய இரு நேர்கோடுகளும் (1) சமாந்தரமாயிருப்பதற்கு (11) ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாயிருப்பதற்கு வேண்டிய நிபந்தனைகளைக் காண்க?.

முக்கோணியொன்றின் இரு பக்கங்களின் சமன்பாடுகள் $y = 2x - 4$, $y = x - 1$ ஆகும். முக்கோணியின் ஒவ்வொரு உச்சியிலிருந்தும் எதிர் பக்கத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்துகள் (2 , 4) புள்ளியூடாக செல்கின்றன. முக்கோணியின் மூன்றாவது பக்கத்தின் சமன் பாட்டைக் காண்க?.

38. இரு நேர் கோடுகளின் சமன்பாடுகள் $3x + 2y = 6, 2y = 3x + 6$ ஆகும். (a) உற்பத்திக் கூடாக முதலாவது கோட்டிற்கு சமாந்தரமான கோட்டின் சமன்பாட்டையும் (b) உற்பத்திக்கு ஊடாக இரண்டாவது கோட்டிற்கு செங்குத்தான கோட்டின் சமன்பாட்டையும் காண்க? இவ்விரு (a), (b) கோடுகளும் $2y = 3x + 6$ என்ற கோட்டை A, B யில் சந்தித்தால் OAB முக்கோணியின் பரப்பையும் Oவுக்கூடான முக்கோணியின் இடையச் சமன் பாட்டையும் காண்க? இங்கு O உற்பத்தியாகும்.

39. புள்ளிகள் ABC முறையே (3, 2) (2, 5) (-1,2) என்ற ஆட்கூற உடையன. O உற்பத்தியாலை நாற்கோணி OABC யின் பரப்பைக் காண்க. BP யானது நாற்கோணியின் பரப்பை இரு சம கூறிமாறு OA யில்புள்ளி P உள்ளது. P யின் ஆட்கூறுகளைக் காண்க?

40. $x - y + 2 = 0, x + 2y - 10 = 0, 7y - y - 4 = 0$ ஆகிய நேர்கோடுகளினல் முக்கோணி ஒன்று ஆக்கப் படுகிறது, முக்கோணி இருசம பக்கமுடையது, எனக் காட்டுக. உற்பத்தியையும் சமபக்கமிரண்டும் சந்திக்கும் புள்ளியையும் இணைக்கும் கோடானது முக்கோணியின் மூன்றுவது பக்கத்தை 5 : 2 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும் எனவும் காட்டுக?.

41. (-3, -1), (1, 2), (3, -4) என்ற புள்ளிகளை உச்சிகளாகக் கொண்ட முக்கோணி யில் (1) சுற்றுவட்ட மையம் (2) இடையங்கள் சந்திக்கும் புள்ளி ஆகியவற்றின் ஆட்கூறுகளைக் காண்க. இவை இரண்டையும் இணைக்கும் கோடு உற்பத்தியூடாக செல்லும் என்பதைக் காட்டுக. முக்கோணியின் ஒவ்வொரு உச்சியிலிருந்தும் எதிர்ப்பக்கத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்துகள் உற்பத்தியில் சந்திக்கின்றனவா என்பதை பரிசோதித்து அறிக?

42. $Y = m_1x$, $y = m_2x$ ஆகிய கோடுகள் இரண்டும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாயிருப் பதற்கு வேண்டிய நிபந்தனைகளைக் காண்க?
x அச்சின் நேர்த்திசையுடன் ஒரே பக்கமாக α, $90 - \alpha$ கோணங்களை இருகோ ஆக்குகின்றன. இவை $x = a$ என்ற கோட்டை P, Q யில் சந்திக்கின்றன. P க்கூடாக OP யிற்கு செங்குத்தாக கோடும் Q விற்கூடாக OQ விற்கு செங்குத்தாக கோட்டை R இல் சந்திக்கிறது. α மாறும் போது R இன் ஒழுக்கைக் காண்க?

43. P யானது $x + y = a$ என்ற நேர்கோட்டின் முதற் கால்வட்டப்பகுதியில் ஏதாவது ஒரு புள்ளி யாகும். O உற்பத்தியாகும். P யிலிருந்து x அச்சுக்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் அடி N ஆகும். முக்கோணி O P N இன் (1) சுற்று வட்ட மையத்தினதும் (2) புவியீர்ப்பு மையத் தினதும் ஒழுக்கைக் காண்க. OP_2N_2 முக்கோணியின் சுற்றுவட்ட மையமும் O, P_1, முக்கோணியின் புவியீர்ப்பு மையமும் ஒரே புள்ளியாயிருக்கத்தக்கதாக P_1N_1 P_2N_2 இருப்பின் P_1P_2 இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க? முக்கோணி OP_1N_1 இன் சுற்று வட்டத்தில் P_2 இருக்குமெனக் காட்டுக?

44. முக்கோணியொன்றின் மூன்று உச்சிகளும் முறையே $y = m_1x$, $y = m_2x$, $y = m_3x$ ஆகிய கோடுகளிலுள்ளன. முக்கோணியின் நிமிர் மையம் உற்பத்தி ஆகும். புவியீர்ப்பு மையத்தின் ஒழுக்கைக் காண்க?.
இம்மூன்று கோடுகளும் ஒன்றுக்கொன்று சமனை சாய்வில் இருந்தால் இவ்வொழுக்கு ஒரு மாறுப்புள்ளியாகும் எனக் காட்டுக?.

45. A, B, C, D என்பனவற்றின் ஆள்கூறுகள் முறையே (x_1, y_1) ($x_2 y_2$)($x_3 y_3$) ($x_4 y_4$) F , A B யின் நடுப்புள்ளி G என்பது OG:GF = 2:1 ஆக அமைந்த புள்ளி என்பது DH:HG = 2:1 ஆக அமைந்த புள்ளி H இன் ஆள்கூறுகளைக் காணுவதுடன் அது F இனையும் CD யின் நடுப்புள்ளியையும் இணைக்கும் நேர்கோட்டின் நடுப்புள்ளி எனக் காட்டுக?

46. (1 ,-3) என்னும் புள்ளியின் ஊடாகச் செல்லும் நேர்கோடு ஒன்றின் சாய்வு 3/4 (1,-3) இல் இருந்து r இன் தூரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளி P, pயிற்கு r இன் சார்பாக ஒரு பொதுப் பெறுமானம் தருக?. r இன் எந்தப் பெறுமானத்திற்கு P. 1. o x இல், 2. o y இல் 3. xy இல் இருக்கும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் P யின் ஆள்கூறுகளையும் ..... தருக?.

47. OABC ஒரு சரிவகம் O உற்பத்திப் புள்ளி A (5,3) OC யானது Y அச்சின் நேர்த் திசையில் 2 அலகு நீளமுடையது. OA//CB நீட்டப்பட்ட BA, X இன் நேர்த்திசையுடன் 45 பாகை ஆக்குகின்றது. AB, CB என்னும் நேர்க்கோடுகளின் சமன்பாடுகளையும் AB இன் நடுப்புள்ளியின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க?.

48. முக்கோணம் ABC இன் பக்கங்களின் சமன்பாடு முறையே BC = 3x+4y-1, CA-5x+y-13 AB - 2x-3y+5=0 முக்கோணத்தின் நிமிர் மையத்தின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க? $CP^2 - BP^2 = 13$ ஆக அமைந்த புள்ளி P யின் ஒழுக்கு A யின் ஊடான செங்குத்து உயரம் எனக் காட்டுக?.

49. ஒரு நேர்கோடு X, Y அச்சுகளை முறையே A, B க்களில் சந்திக்கிறது. A B யின் நடுப் புள்ளி (3, 2) ஆயின் இந்நேர்கோடு x + 3y+3 = என்னும் நேர்கோட்டினை வெட் டும் புள்ளியின் ஆள் கூற்றினைக் காண்க?.

50. x- my - 1 = 0வும் x - ny + 1= 0ம் முறையே (1,0) (-1,0) என்னும் புள்ளி களுக்கு ஊடாகச் செல்லும் நேர்கோடுகளின் சமன்பாடுகள் எனக் காட்டுக?.

51. OPQR ஒரு சதுரம் O(0,0) Q = (2a, 2b) சதுரத்தின் மற்றைய உச்சிகளின் ஆள்கூறு கள் (a b) b-a) (a-b, a b) எனக் காட்டுக?. ஒருமுனை O வில் மாறாதிருக்க Q யானது x அச்சிற்கு சமாந்தரமான ஓர் நேர்கோட்டில் மாறி சதுரத்தின் பருமன் மாறுகையில் PQ என்பன ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரு நேர்கோடுகளின் வழியே அசைகின்றதெனக் காட்டுக?.

52. A = (x_1 y) B = (x_2 y_2) என்பன இரு நிலைத்த புள்ளிகள் C யானது Y அச்சில் CA, CB என்பனவற்றின் சாய்வுகள் சமமாகவும் எதிராகவும் இருக்கும்வகையில் அமைந்த புள்ளியாயின் C = 0 $\frac{x_1 y_2 + x_2 y_1}{x_1 + y_2}$ எனக் காட்டுக?. D என்பது y அச்சில் DA, DB என்பனவற்றின் சாய்வுகள் சமமாகவும் எதிராகவும் அமைந்துள்ள புள்ளி CD யின் சாய்வு AB யின் நடுப்புள்ளியை உற்பத்திப் புள்ளிக்கு இணைக்கும் நேர்கோட்டின் சாய்வுக்கு சமனும் எதிரும் எனக் காட்டுக?.

53. A = (-2, 3) B = (3,7) C = (4,0) AC யிற்கு அமைந்துள்ள அதே பக்கத்தில் அமைந்துள்ளதும், முக்கோணம் ABC யிற்கு சமமான பரப்புடைய செங்கோண முக்கோணம் ACD = (C = 90°) ஐ ஆக்குவதும் ஆன புள்ளி D யின் ஆள் கூறைக் காண்க?. △A C D யின் பரப்பை காண்க?.

54. r ஆனது மாறுபடுகையில் $P(a + r\cos\beta,\ b + r\sin\beta)$ என்னும் புள்ளியின் ஒழுக்கு Q (a, b) இற்கு ஊடாகச் செல்வதும், X அச்சின் நேர்த்திசையுடன் β கோணத்தில் சாய்ந்துள்ளதுமான ஒரு நேர்கோடெனக் காட்டுக? r கேத்திரகணித அமைப்பில் (Geometrical Meaning) எதைக் குறிக்கிறது. $Q \equiv (1, 1)$ QR இனை $3x + 4y = 12$ என்னும் கோடு செங்குத்தாக இருசமகூறாக்குமாயின் R இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க?

55. $O \equiv (0, 0)$ $P \equiv (x\ y)$ $Q \equiv (x\ y)$ OPQJ ஒரு இணைகரம் ஆயின் J யின் ஆள்கூறுகளையும் இணைகரத்தின் பரப்பையும் காண்க? OPQJ (1) வட்ட நாற்கோணமாக (1 1) ஒரு சாய் சதுரமாக நிபந்தனைகளைக் காண்க?.

56. முக்கோணம் ABC யின் உச்சிகள் B, C என்பன முறையே $3y = 4x$, $y = 0$ என்னும் நேர்கோடுகளில் உள்ளன. பக்கம் BC $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ என்னும் புள்ளியின் ஊடாகச் செல்கிறது. $O = (0, 0)$ A B O C ஒரு சாய்சதுரமாயின் BC யின் சமன்பாட்டைக் காண்க?. A இன் ஆள்கூறுகள் $\left(\frac{8}{5}, \frac{4}{5}\right)$ எனக் காட்டுக?

57. இரண்டு ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான நேர்கோடுகள் P யில் வெட்டுகின்றன. ஒரு நேர்கோடு A (0, 4) இனூடும் மற்றது B (8, 0) இனூடும் செல்கிறது. PB = 2PA ஆயின் P யின் ஆள்கூறுகளையும் P யின் இரு நிலைகளுக்கும் அக்கோடுகளின் சமன்பாடுகளையும் காண்க?

58. $Y = m_1X + c_1 (y - m_2x + c_2)$ $(m_1\ m_2)$ $x = 0$ என்னும் நேர்கோடுகளினால் உண்டாக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு $\frac{(c_1 - c_2)^2}{2(m_1 - m_2)}$ எனக் காட்டுக? இதைப் பாவித்தோ அல்லது வேறுவகையாகவோ $y = 2x + 3$, $y = -2x + 7$, $y = 6x + 2$ என்னும் நேர்கோடுகளினால் உண்டாக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பைக் காண்க?

59. $P \equiv (a, b)$ QR என்பன P யிலிருந்து முறையே $y = 2x + x = 2y$ என்னும் நேர்கோடுகளுக்கு கீறப்படும் செங்குத்தின் அடிகள் QR இன் சமன்பாட்டைக் காண்க? QR, P யினை உற்பத்திப் புள்ளிக்கு தொடுக்கும் நேர்கோட்டிற்கு செங்குத்தாயின் P யின் ஒழுக்கைக் காண்க?

60. λ மாறிலியாயின் $1x + my + n + \lambda(1^1x + m^1y + n^1) = 0$ என்பது $1x + my + n = 0$ $1^1x + m^1y + n^1 = 0$ என்னும் நேர்கோடுகளின் வெட்டுப்புள்ளிக்கு ஊடாகச் செல்லும் ஒரு நேர்கோட்டின் சமன்பாடு எனக் காட்டுக?. ($1x + my + n = 0$ $1^1x + m^1y + n^1 = 0$ என்பன சமாந்தரம் அல்ல.) அவை சமாந்தரமாயின் மேற்காணும் சமன்பாடு எதனைக் குறிக்கும்? ABCD இணைகரத்தின் பக்கங்களின் சமன்பாடுகள் $AB \equiv 7x + 3y - 13 = 0$ $AD \equiv x - 2y + 3 = 0$ மூலைவிட்டம் AC, AD இற்குச் செங்குத்து BC என்ற பக்கம் (9, 1) இனூடு செல்கிறது. BC, CD என்பனவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?.

61. $a_1 o_2 + b_1 b_2 \neq 0$ ஆயின் $(x_1 - y_1)$ என்னும் புள்ளி $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ $ac_2x - b_1y\ c_1 = 0$ என்னும் இரு கோடுகளுக்கிடையிலான கூர்ங்கோணத்திலோ அல்லது விரிகோணத்திலோ என்பது $\frac{(a_1x_1 + b_1y_1 + c_1)(a_2x_1 + b_2y_1 + c_2)}{a_1a_2 + b_1b_2}$ நேரானதோ அன்றி எதிரானதோ என்பதில் தங்கியுள்ளது. எனக் காட்டுக?.
(11) 2 அலகு ஆரையுடைய $3x - 4y - 2 = 0$, $5x - 12y + 2 = 0$ என்னும் கோடுகளை தொட்டுக் கொண்டு அவற்றிற்கிடையிலான கூர்ங்கோணப் பகுதியில் அமர்ந்திருக்கும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க?.

62. $1x + my + n = 0$ என்னும் நேர்கோட்டில் (α, β) என்னும் புள்ளியின் ஆடிவிம்பத்தின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க?
முக்கோணம் ABC யின் உச்சிகள் ABC என்பன முறையே $y = x$ $y = 2x$ $y = 3x$ என்னும் கோடுகளில் அமைந்துள்ளன. AB யின் இருசமவெட்டிச் செங்குத்தின் சமன்பாடு $6x + 8y - 3 = 0$, BC, $11x - 4y = 0$ இற்குச் சமாந்தரம் முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் சமன்பாட்டைக் காண்க?.

63. $Y = MX$ கோட்டில் (α, β) என்ற புள்ளியின் விம்பம் $\frac{(1-m)\alpha + 2m\beta}{1+m^2}$ $\frac{2m\alpha - (1-m)\beta}{1+m^2}$ எனக் காட்டுக?.
$Y = X$ கோட்டில் புள்ளி $A(P, Q)$ இம் விம்பம் B யாகும். கோட்டில் புள்ளி B யின் விம்பம் C யாகும். C யின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க? C யானது $PX - qy = 0$ கோட்டில் A யின் விம்பமாகுமெனவும் காட்டுக?

64. முதல் காலவட்டத்துள் இருக்கும் முக்கோணி ABC யினது பரப்பு $4\frac{1}{2}$ சதுர அலகுகளாகும். முக்கோணியின் ஒரு பக்கத்தின் சமன்பாடு $2x - 5y + 23 = 0$ ஆகும். $A = (1, 5)$ $B = (3, 4)$ ஆகும். முக்கோணியின் மாற்ற இருபக்கங்களின் சமன்பாட்டையும் கோணம் BAC யையும், முக்கோணியின் நிமிர்மையத்தின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க?

65. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ $a_1x + b_1y + d_1 = 0$ $a_2x + b_2y + d_2 = 0$ என்னும் நேர்கோடுகளினால் ஆக்கப்பெற்ற இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்களின் சமன்பாட்டைத் துணிக. இதிலிருந்து இணைகரம் ஒரு சாய்சதுரமாயின்..........
$\frac{a^2 + b^2}{(q_1 - q_1)^2}$ $\frac{a_2^2 + b_2^2}{(c_2 - d_2)^2}$ எனக் காட்டுக? .

66. a, b, c, d ...... என்பன ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் இருப்பின்
$X \cos \beta + y \sin + \beta + b = 0$
$X \cos \alpha + y \sin \alpha + c = 0$
$X \cos \beta \neq y \sin \beta + d = 0$ .... என்னும் கோடுகளினால் ஆக்கப்பட்ட
$4(a - b)^2 \operatorname{Cosec} (\alpha - \beta)$ எனவும் காட்டுக?.

67. இணைகரம் ABCD இன் பக்கங்கள் AB, AD என்பவை முறையே $2x + y - 2 = 0$, $3x - 2y + 2 = 0$ என்னும் கோடுகளின் வழியே கிடக்கின்றன. C யானது $(1, 2)$ என்னும் புள்ளியாகும். BC, CD AC, BD என்பனவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?.

68. ஒரு சாய்சதுரத்தின் ஒருபக்கம் $5x + 7y = 1$ என்னும் கோட்டின் வழியே கிடக்கின்றது. அதன் ஒரு உச்சி $(3, -2)$ ஆகும். அதன் ஒரு மூலைவிட்டம் $3x = x + 1$ என்னும் கோடாகும். மற உச்சிகளின் ஆள் கூறுகளையும் மற பக்கங்களின் சமன்பாடுகளையும் காண்க?.

69. ஒரு முக்கோணி ABC முழுவதும் முதலாம் காலவட்டத்துள் கிடக்கின்றன. அதன் பரப்பு $4\frac{1}{2}$ ச. அலகுகளாகும், அதன் ஒரு பக்கத்தின் சமன்பாடு $2x - 5y + 23 = 0$ ஆகும். உச்சிகள் A, B இன் ஆள்கூறுகள் முறையே $(1, 5)$ $(3, 4)$ ஆகும். மற பக்கங்களின் சமன்பாடுகளையும், கோணம் BAC யையும், நிமிர் மையத்தின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க?.

70. முக்கோணி PQR இன் பக்கங்கள் PQ, QR, RP என்பவை முறையே $x + y + 1 = 0$, $7x - y + 6 = 0$, $x - 7y - 6 = 0$ என்னும் கோடுகளின் வழியே கிடக்கின்றன. கோணம் QPR இன் இரு கூறாக்கியின் சமன்பாட்டைக் காண்க?
இவ்விரு கூறாக்கி QR ஐ S இற் சந்திப்பின் முக்கோணி PQR இன் மையப்போலி, முக்கோணி PQR இற்குள் கிடக்குமென நிறுவுக?.

71. $lx + my + n = 0$ என்னும் கோட்டின் மீது புள்ளி (α, β) இன் ஆடிவிம்பத்தைக் காண்க?. சாய்சதுரம் ABCD இன் மூலைவிட்டம் BD யின் சமன்பாடு $2x + y + 1 = 0$ ஆகும். உச்சிகள் A, C என்பன முறையே $x + y = 0$, $3x + y + 1 = 0$ என்னும் கோடுகளில் கிடக்கின்றன. AB யானது $x + 4y = 0$ இற்குச் சமாந்தரம் சாய்சதுரத்தின் பக்கங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?.

72. $lx + my + n = 0$ என்னும் கோட்டிற்குச் செங்குத்தாக A(h, k) என்னும் புள்ளியின் ஊடாக செல்லும் கோட்டின் மீதுள்ள ஏதாவதொரு புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை $(h + lt, k + mt)$ வடிவில் தரலாமெனக் காட்டுக? இங்கு t ஒரு பரமானம்?
A யிலிருந்து $lx + my + n = 0$ இற்குக் கீறிய செங்குத்தின் அடிக்குரிய t இன் பெறுமானத்தைக் காண்க? இச் செங்குத்தின் நீளத்தையும் காண்க?
$5x - 12y + 5 = 0$, $5x - 12y - 2 = 0$ என்னும் கோடுகளுக்கிடைப்பட்ட மிகக் குறைந்த தூரத்தைக் காண்க?.

73. ஓர் இணைகரத்தின் அடுத்தடுத்த இரு பக்கங்களின் சமன்பாடுகள் $5x + 4y - 4 = 0$, $2x + 7y + 11 = 0$ ஆகும். ஒரு மூலைவிட்டத்தின் சமன்பாடு $7x + 11y + 16 = 0$ ஆகும். உச்சிகளின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க?.

74. λ என்பது ஒரு மாறும் சாராமாறியாயின் (x_1, y_1) (x_2, y_2) என்னும் புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின்மீதுள்ள ஒரு மாறும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள் $\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2$, $\lambda y_1 + (1 - \lambda)y_2$ என்னும் வடிவத்தில் இடலாமெனக் காட்டுக?

- P, Q, R என்னும் மூன்று புள்ளிகள் ஆள்கூறுகள் முறையே (2, 1) (1, -1) (7, 2) ஆகும். நேர்கோடு $3x - y = 17$ இல் A என்னும் ஒரு புள்ளி கிடக்கின்றது. AP யானது QR ஐ B இற் சந்திக்கின்றது. AP = 2PB எனின், A இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க?

75. முக்கோணி ABC இன் உள்மையம் I ஆகும். AB, AC, CI என்பவற்றின் சமன்பாடுகள் முறையே $6x - 17y + 23 = 0$, $3x - 2y = 0$, $x - y - 1 = 0$ ஆகும். B, I இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க?

76. முக்கோணி ABC இன் பக்கம் AB இன் சமன்பாடு $4x + 3y - 1 = 0$ ஆகும். கோணம் BAC இன் இரு கூறாக்கியின் சமன்பாடு $x + y = $ ஆகும். AC இன் சமன்பாட்டைக் காண்க?
A க்கு எதிராகவுள்ள வெளி வட்டத்தின் மையத்தின் ஆள் கூறுகள் $\left(-\frac{29}{11}, \frac{29}{11}\right)$ ஆகும்? பக்கம் BC இன் படித்திறன் $\frac{12}{5}$ எனின், அதன் சமன்பாட்டைக் காண்க?

- முக்கோணி ABC இன் உள் மையத்தின் ஆள் கூறுகளைக் காண்க?

77. ஓர் இணைகரம் ABCD இன் உச்சிகள் A, B, C, D இன் ஆள் கூறுகள் (x_r, y_r) என்பதால் முறையே r = 1, 2, 3, 4 .... ஆகும்போது தரப்படுகின்றன. $x_1 + x_3 = x_2 + x_4$, $y_1 + y_3 = y_2 + y_4$ .... எனவும் காட்டுக. இதிலிருந்து பின்வருவனவற்றை நிறுவுக?

1. A B C D ஒரு செவ்வகமெனின்.

$$x_1 x_3 - x_2 x_4 = y_2 y_4 - y_1 y_3$$

2. ABCD.. ஒரு சதுரமாயின்

$$(x_1 - x_3)\ (x_2 - x_4) = (y_1 - y_3)\ (y_4 - y_2)$$

78. முக்கோணி PQR இன் உச்சி P யானது, கோடு $x-2y=0$ இல் கிடக்கின்றது. PQ, QR இன் இருகூறாக்கிச் செங்குத்துகளின் சமன்பாடுகள் முறையே $x+y+1=0$, $2x+y+2=0$ ஆகும் QR ஆனது புள்ளி (1, 9) இனூடாகச் செல்கின்றது. முக்கோணி PQR இன் உச்சிகளின் ஆள்கூறுகளையும், பக்கங்களின் சமன்பாடுகளையும் காண்க?

79. ஒரு இணைகரம் ABCD இன் மூலைவிட்டம் BD யானது $x-2y+4=0$ என்னும் கோட்டின் வழியே கிடக்கின்றது. அதன் உச்சிகள் A, C என்பன முறையே $9x+8y=0$ $13x+8y=0$ என்னும் கோடுகளில் இருக்கின்றன. AD, AB என்பவை முறையே $2x+y-1=0$, $x+y-2=0$ என்னும் கோடுகளுக்குச் சமாந்தரம் இணைகரத்தின் உச்சிகளின் ஆள்கூறுகளையும் பக்கங்களின் சமன்பாடுகளையும் காண்க?

80. ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்களின் சமன்பாடுகள் $x-3y+3=0$, $3x-y+7=0$, $x+y-1=0$ ஆகும். அதன் பரப்பு, கோணங்கள் சுற்றுவட்டத்தின் மையத்தின் ஆள்கூறுகள் ஆகியவற்றைக் காண்க?.

81. ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்களின் சமன்பாடுகள் $x+y-4=0$, $x+7y+8=0$ $7x+y+8=0$ ஆகும். இதன் உள் மையத்தின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க?

82. $x+my+n=0$ என்னும் கோட்டின்மேல் (α, β) என்னும் புள்ளியின் ஆடி விம்பத்தின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க?.

AB, AC என்னும் இரு கோடுகளின் சமன்பாடுகள் முறையே $y-1=0$, $6x-4y-3=0$ ஆகும். கோடு AB இல் புள்ளி P(2, 3) இன் ஆடிவிம்பம் Q ஆகும். கோடு AC இல் புள்ளி Q இன் ஆடி R ஆகும். Q, R இன் ஆள்கூறுகளையும் PR இன் நீளத்தையும் காண்க? A இனூடாகச் செல்வதும், PR இற்குச் செங்குத்தானதுமான கோட்டில் P இன் ஆடிவிம்பம் R எனக் காட்டுக?.

83. $x+2y+1=0$, $2x+11y+1=0$ என்னும் கோடுகளுக்கிடைப்பட்ட கூர்ங்கோணத்தின் இருகூறாக்கியின் சமன்பாட்டைக் காண்க?. (1, -2) என்னும் புள்ளி இக்கோடுகளுக்கிடையிலுள்ள கூர்ங்கோணத்துள் கிடக்கின்றதெனக் காட்டுக?

84. ஒரு முக்கோணி PQR இன் உச்சிகள் P, Q, R இலிருந்து எதிர்பக்கங்களுக்குக் கீறிய செங்குத்துக்களின் சமன்பாடுகள் முறையே $x+y=0$, $x-4y=0$, $2x-y=0$ .... ஆகும். P இன் ஆள்கூறுகள் $(t, -t)$ எனின் Q, R இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க?

t மாறும்போது முக்கோணி ABC இன் மையப்போலியின் ஒழுக்கு $x+5y=0$ எனக் காட்டுக?

85. A என்பது $x+y-1=0$ என்னும் கோட்டின் மீதுள்ள ஒரு மாறும் புள்ளி AB என்பது $2x+3y+5=0$ என்னும் கோட்டை B யிற் சந்திக்குமாறு அதற்குச் செங்குத்தாக வரையப்பட்டுள்ளது. BC = AB ஆகுமாறு AB யானது C இற்கு நீட்டப்பட்டுள்ளது. C இன் ஒழுக்கு $13(x+y+1)-10(2x+3y+5)=0$ எனக் காட்டுக?

86. $X - 2Y - 1 = 0$ என்னும் கோட்டுடன் 45° கோணமமைத்து (2, 3) என்னும் புள்ளியின் ஊடாகச் செல்லும் கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. இம்மூன்று கோடுகளாலும் அமைக்கப்படும் முக்கோணியின் பரப்பைக் காண்க?

87. ஓர் இணைகரத்தின் ஒரு உச்சி புள்ளி(2, 1) ஆகும். அதன் பக்கங்கள் ஆள்கூற்று அச்சுகளை சமசரிவில் உள்ளன. ஒரு மூலைவிட்டம் $-4Y + 10 = 0$ என்னும் கோட்டின் வழியேயும் ஒரு சோடி பக்கங்கள் $3X + 4Y = 0$ இற்குச் சமாந்தரமாகவும் உள்ளன. இணைகரத்தின் பக்கங்களின் சமன்பாடுகளையும் உச்சிகளின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க?

88. PQRS ஓர் இணைகரம் PQ ஆனது X அச்சின் வழியேயும் PS ஆனது $Y = 2X$ இன் வழியேயும் கிடக்கின்றன. $R \equiv (4, 2)$ ஆகும். 1. Q, S இன் ஆள்கூறுகள். 2. மூலைவிட்டம் QS இன் சமன்பாடு. 3. நீட்டப்பட்ட QR இல் பரப்பு $\triangle PMQ = 2$ பரப்பு இணைகரம் PQRS ஆகுமாறு M ஒரு புள்ளியெனின் M இன் ஆள்கூறுகள் ஆகியவற்றைக் காண்க?

89. ஒரு முக்கோணி ABC இன் உச்சிகள் A, B, C என்பன முறையே $Y = M_1X$, $Y = M_2X$, $Y = M_3X$ என்னும் கோடுகளில் கிடக்கின்றன. அதன் நிமிர் மையம் உற்பத்தியில் கிடக்கின்றது. முக்கோணி ABC யின் மையப் போலியின் ஒழுக்கைக் காண்க. இம்மூன்று கோடுகளும் ஒன்றுடனொன்று சமசாய்வில் இருப்பின், மையப்போலியின் ஒழுக்கு ஒரு புள்ளியாகுமெனக் காட்டுக?

90. P (p, 0), Q(0, q), R(p, q), O(0, 0) என்பன ஒரு செவ்வகத்தின் உச்சிகளாகும். இச் செவ்வகத்துள் A(a, b) என்பது ஒரு புள்ளி, A யிலிருந்து X, Y அச்சுகளுக்குக் கீறிய செங்குத்துகளின் அடிகள் முறையே B, C ஆகும். PC, QB என்பனவற்றின் வெட்டுப் புள்ளியானது நீட்டப்பட்ட RA இல் கிடக்கின்றதெனக் காட்டுக? இப்புள்ளியானது RA ஐ pq : ab என்னும் விகிதத்தில் புறக்கூறிடுகின்றதெனக் காட்டுக?

91. ஒரு சதுரத்தின் ஒரு உச்சியின் ஆள்கூறுகள் (2, 1) ஆகும். இவ்வுச்சியின் ஊடாகச் செல்லும் மூலைவிட்டத்தின் சமன்பாடு $X + 7Y = 59$ ஆகும். சதுரத்தின் மறு உச்சிகளின் ஆள்கூறுகளையும் பரப்பையும் காண்க?

92. ஒரு சாய்சதுரம் PQRS இன் உச்சிகள் P, R இன் ஆள்கூறுகள் முறையே (-3, -4), (5, 4) ஆகும். QS இன் சமன்பாட்டைக் காண்க. QR இன் படித்திறன் 2 எனின், Q, S இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. சாய்சதுரத்தின் பரப்பையும் காண்க?

93. $Y = 2X$ என்னும் கோட்டுடன் 45° கோணமைத்து உற்பத்தியூடாகச் செல்லும் இரு நேர்வரைகளின் சமன்பாடுகளையும் காண்க? இவ்விரு நேர்வரைகளையும் அடுத்தடுத்த இரு பக்கங்களாகவும் நேர்வரை $Y = 2X$ ஐ ஒரு மூலைவிட்டமாகவும் கொண்ட ஒரு சதுரம் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் ஒரு பக்கம் (3, 5) என்னும் புள்ளியின் ஊடாகச் செல்கின்றது. இரு சதுரங்கள் வரையப்படலாமெனக் காட்டி அவற்றின் மறு மூலைவிட்டங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?

94. சாய்சதுரம் PQRS இன் மூன்று உச்சிகள் P(3, 26) Q(-15, 2) R(0, 2) ஆகும். RS இன் சமன்பாடு $4X - 3Y + 6 = 0$ ஆகும். PS இன் படித்திறன் $-\frac{24}{7}$ ஆகும். பின்வருவனவற்றை நிறுவுக. 1. PQ ஆனது RS இற்குச் சமாந்தரம். 2. $\angle QPS = \angle PQR$

PS உம் QR உம் A யிற் சந்திக்கின்றன. A இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. முக்கோணி கள் ARS? PQ இன் பரப்புகள் 4: 25 என்னும் விகிதத்தில் உள்ளன எனக் காட்டுக?.

95. aX bY C =0 என்னும் நேர்வரையுடன் 45° கோணமமைக்கும் வரைகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. ஒரு சதுரத்தின் உச்சி P(2,5) ஆகும். அதன் மூலைவிட்டம் QS, 5X 3Y -8=0 என்னும் வரையின் வழியே கிடக்கின்றது. இன் R ஊடாகச் செல்லும் பக்கங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?

96. A (1,a), B (1,b), C (1,C) என்பவை மூன்று புள்ளிகள் a b c ஆகும். O உற்பத்தித் தானமாகும். OA, OB, OC என்பவற்றிற்கு முறையே A, B, C யிலுள்ள செவ்வன்கள் முக்கோணி PQR ஐ அமைக்கின்றன. இதன் பரப்பு (a-b) (b-c) (c-a) எனக் காட்டுக?.

97. கோடு X - 3Y =0 இற்கு புள்ளி A(2,10) லிருந்து கீறிய செங்குத்தின் அடி B யாகும். AB யானது AB = BC ஆகுமாறு C இற்கு நீட்டப்பட்டுள்ளது. C இன் ஊடாகச் செல்லும் M படித்திறனுடைய கோடு X-3Y= 9 ஐ D இற் சந்திக்கின்றது. C, D இன் ஆள்கூறுகள் M இன் பெறுமானங்கள் ஆகியவற்றைக் காண்க?

98. ஒரு சதுரம் PQRS இன் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் ஒரு ஒருமை ஆகும். PQ, Ps என்பவை எப்போதும் முறையே புள்ளிகள் (0,0) (K,o) இன் ஊடாகச் செல்கின்றன. PR ஆனது X அச்சுடன் θ என்னும் கோணமமைக்கின்றது. P ஆனது நாலாம் கால்வட்டத்துள் இருப்பின் அதன் ஆள்கூறுகளையும் காண்க?

PR இன் சமன்பாட்டைக் காண்க. இது எப்போதும் ஒரு நிலையான புள்ளிக்கூடாகச் செல்கின்றதெனக் காட்டி அப்புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க?

99. P(p,o), Q(o,q) என்பவை இரு நிலையான புள்ளிகளாகும். M(m,o), N(o,N) என்பவை இரு மாறும் புள்ளிகளாகும். MN எப்பொழுதும் ஒரு நிலையான புள்ளி A(α,β) இன் ஊடாகச் செல்கின்றது. PN, QM என்பவற்றின் வெட்டுப்புள்ளியின் ஆள் கூறுகளைக் காண்க? M, N அசையும் போது இப்புள்ளியின் ஒழுக்கைக்காண்க? A, PQ வில் கிடக்குமாயின் இவ்வொழுக்கைக் காண்க?

100. aX+bY+C=0, lX+mY n= 0 என்பவை ஒன்றையொன்று இடைவெட்டும் இரு கோடுகளாகும். al+ bm ≠ 0 ஆகும். புள்ளி (α,β) இலிருந்து முதலாம் கோட்டிற்கு வரைந்த செங்குத்து இவ்விரு கோடுகளையும் முறையே B, C இற் சந்திக்கின்றது. AC இன் மீதுள்ள ஏதாவதொரு புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை (α+at, β +bt) என்னும் வடிவில் உணர்த்தலாமெனக் காட்டுக, இங்கு t ஒரு பரமானம் B, C யிற்கு ஒத்த t இன் பெறுமானங்களைக் காண்க? இது துணைகொண்டு, (aα +bβ C) (lα mβ +n) (al + bm) ≥ 0 என்பதற்கேற்ப, A ஆனது தந்த கோடுகளுக்கிடையிலுள்ள விரிகோணத்துள்ளே அல்லது கூர்ங் கோணத்துள்ளே கிடக்குமென நிறுவுக?

வட்டம்

01. $S \equiv x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$, $S' \equiv x^2+y^2+2g'x+2f'y+c'=0$ ஆகிய இரு வட்டங்களும் இடைவெட்டினால் அவற்றின் பொது நாணின் சமன்பாடு $S - S' = 0$ என நிறுவுக. $C \equiv x^2+y^2-4x+6y+10=0$, $C' \equiv x^2+y^2-2x+2y=0$ ஆகிய இரு வட்டங்களும் இடை வெட்டுமென நிறுவுக.

C, C' என்பவற்றின் மையங்களைத் தன் விட்டங்களுள் ஒன்றினது முனைகளாகக் கொண்ட வட்டம் C'' இன் சமன்பாட்டைக் காண்க. C, C', C'' என்பன ஒரே பொது நாணைக் கொண்டவையெனக் காட்டுக? C, C' என்பன நிமிர்கோணத்தில் இடைவெட்டுமென்பதை உய்த்தறிக?

02. $U_1 \equiv a_1x + b_1y + c_1 = 0$; $U_2 \equiv a_2x + b_2y + c_2 = 0$, $U_3 \equiv a_3x + b_3y + c_3 = 0$ என்பன சமாந்தரமற்ற மூன்று நேர்கோடுகளாகும். $\lambda_1U_1 + \lambda_2U_2 + \lambda_3U_3 \equiv 0$ ஆகுமாறு எல்லாம் பூச்சியமல்லாத $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ எனும் ஒருமைகள் உளவெனில், இம்மூன்று நேர் கோடுகளும் ஒரு புள்ளியிற் சந்திக்குமென நிறுவுக.

$0 \leq \theta < 2\pi$ ஆகுமாறு θ என்பது ஒரு பரமானமாயிருக்க, $S_1 \equiv x^2+y^2-2ax = 0$ என்னும் வட்டத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியின் ஆள்கூறுகள் $\{a(1 + \text{கோசை } \theta), a \text{ சைன் } \theta\}$ என்னும் வடிவத்தில் எடுத்துரைக்கப்படலாமெனக் காட்டுக?

$S_1 = 0$ என்பதன் மீது தனது மையத்தைக் கொண்டுள்ள S எனுமோரர் மாறும் வட்டமானது $S_2 \equiv x^2+y^2-a^2=0$ என்னும் வட்டத்தை நிமிர்கோணத்தில் வெட்டுகின்றது. S, $S_1=0$ என்னும் வட்டங்களின் பொது நாண் ஆனது S, $S_2=0$ என்னும் வட்டங்களின் பொது நாணை இருசமகூறிடுமென நிறுவுக?

03. $g^2 + f^2 \geq c$ எனின்,
$x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ என்பது $(-g,-f)$ எனும் மையத்தினையும் $\sqrt{(g^2+f^2-c)}$ எனும் ஆரையையுங் கொண்ட வட்டமொன்றைக் குறிக்கின்றது எனக் காட்டுக?. $x^2+y^2-20x+6y+34=0$, $x^2+y^2+24x-2y-30=0$ ஆகிய வட்டங்களுக்கு வரையப்படும் நான்கு பொதுத் தொடலிகளைக் காண்க?

04. P, m என்பன பரமானங்களாக இருக்க $x^2+y^2-a^2+p(y-mx)=0$ என்பது $x^2+y^2=a^2$ என்னும் வட்டத்தின் பரிதியை இருகூறாக்குகின்றன. வட்டமொன்றின் ... பாகுாகுமெனக் காட்டுக.?

$3x^2+3y^2-5=0$ என்னும் வட்டத்தின் பரிதியை இருகூறிடும் S என்னும் வட்டம் $p(1,2)$ என்னும் புள்ளியிலிருந்து அதற்கு வரையப்படும் தொடலிகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக அமையுமாறு உள்ளது. S இன் மையத்தின் ஒழுக்கு $3x^2+3y^2+6x+12y-5=0$ எனக் காட்டுக? இவ்வட்டத்திற்கும் தரப்பட்ட வட்டத்திற்குமான பொதுத் தொடலிகள் P யின் ஊடாகச் செல்லும் என்பதை உய்த்தறிக?.

05. λ வின் எல்லா எண் பெறுமானங்களுக்கும்

$(x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1)+\lambda(x^2+y^2+2g_2x+2f_2y+c_2)=0$ என்னும் சமன்பாடானது $x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1=0$, $x^2+y^2+2g_2x+2f_2y+c_2=0$ எனும் வட்டங்கள் இடைவெட்டும் புள்ளிகளின் ஊடு செல்லும் ஒரு வட்டத்தைக் குறிக்குமெனக் காட்டுக?

உற்பத்தின் ஊடு $x^2+y^2-2x-6y+2=0$, $x^2+y^2-5x-8y+3=0$ எனும் வட்டங்கள் இடைவெட்டும் புள்ளிகளின் ஊடு செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க? இவ்வாறு தீர்மானிக்கப்படும் வட்டமானது தரப்பட்ட இரண்டு வட்டங்களுள் முதலாவதைச் செங்கோணங்களில் இடைவெட்டுமெனக் காட்டுக?

06. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$, $x^2+y^2+2g^1x+2f^1y+c'=0$ ஆகிய வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று தொடுமாயின், தொடுகைப்புள்ளியானது
$2(g-g^1)x+2(f-f^1)y+c-c^1=0$ $(f-f^1)x-(g-g^1)y+fg^1-f^1g=0$
ஆகிய கோடுகள் ஒவ்வொன்றின் மீதும் இருக்குமெனக் காட்டுக? K யின் எப்பெறுமானங்களுக்கு $x^2+y^2-2x+4y+1=0$, $x^2+y^2-4x+4y+k=0$ ஆகிய வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று தொடும் என்பதைக் கண்டு, இந்த ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் அவ்வட்டங்கள் உட்புறமாகவா வெளிப்புறமாகவா ஒன்றையொன்று தொடும் என்பதைத் துணிக?

07. $x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1=0$, $x^2+y^2+2g_2x+2f_2y+c_2=0$ எனும் வட்டங்களின் பொது நாணின் சமன்பாட்டினை எழுதி, இவ்விரு வட்டங்களும் முதல் வட்டத்தின் ஒரு விட்டத்தின் முனைகளில் இடைவெட்டுகின்றதாயின்.
$2g_1^2+2f_1^2-c_1=2g_1g_2+2f_1f_2-c_2$ எனக் காட்டுக. S_1 S_2 என்பவை முறையே சமன்பாடுகள். $x^2+y^2-4x-6y+6=0$, $x^2+y^2+4x+6y-22=0$ என்ற சமன்பாடுகளையுடைய இரு வட்டங்களாகும். S என்பது S_1 ஐ S_1 இன் விட்டமொன்றின் முனைகளில் வெட்டுவதாயும் S_2 இனால் S இன் விட்டமொன்றின் முனைகளில் வெட்டப்படுவதாயுமுள்ள ஒரு வட்டமாகும். S இன் மையத்தினொழுக்கு $x^2+y^2=1$ எனும் வட்டமெனக் காட்டுக?.

08. $lx+my+n=0$ என்ற நேர்கோடு $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ என்ற வட்டத்தைத் தொடுவதற்கு வேண்டிய போதிய நிபந்தனையொன்று $(lg+mf-n)^2=(l^2+m^2)(g^2+f^2-c)$ எனக் நிறுவுக? $x+y+2g'x+2f'y+c'=0$ என்பது பொதுவச்சுத்தொகுதியொன்றின் வட்டமொன்றாகும். இத் தொகுதியின் மூலிகவச்சு $p'x-q'y\ r'=0$ ஆகும். $x^2+y^2-3=0$ எனத் தரப்பெற்ற நேர்கோடொன்று பொதுவாக இத்தொகுதியின் இரண்டு வட்டங்களைத் தொடுமென நிறுவுக?. $2x+y-6=0$ என்பது பொதுவச்சு தொகுதியொன்றின் வட்டமும் $4x-3y=0$ என்பது அத்தொகுதியின் மூலிகவச்சுமாகும். தொகுதியின் x அச்சைத் தொடுகின்ற வட்டங்கள் இரண்டினதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க. இவ்வட்டங்கள் இரண்டும் $4x-3y=0$ என்ற நேர்கோட்டையும் தொடுகின்றனவெனநிறுவுக.

09. $x^2+y^2=a^2$ என்ற வட்டத்தின் x கோசைα + y சைன் α = p என்ற நேர்கோட்டின் வழியேயுள்ள நாணின் முனைப்புள்ளிகள் P உம் Q உம் ஆகும். PQ ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2+y^2-a^2-2p(x\ கோசை\alpha+y\ சைன்\ \alpha-p)=0$ எனக் காட்டுக. $x^2+y^2=a^2$ என்ற வட்டத்தினது மாறும் செங்குத்து நாண் சோடிகளை விட்டமாகக் கொண்டிருக்க விட்டச் சோடிகள் வரையப்படுகின்றன. இந் நாண்கள் (c,0) என்ற புள்ளியின் ஊடாக வரையப் பெற்றால் இவ்வாறான வட்டச் சோடிகளது பொதுப்புள்ளிகளின் ஒழுக்கு $x^2+y^2-cx-a^2=0$ என்ற வட்டமெனக் காட்டுக?

10. λ இன் எல்லாப் மெய்ப்பெறுமானங்களுக்கும்.
$x^2+y^2-9-2\lambda(x+y-3)=0$ என்னும் சமன்பாடு, P, Q இரு நிலையான புள்ளிக்கூடாகச் செல்லும் ஒரு வட்டத்தைக் குறிக்கும் எனக் காட்டுக?
$3x+3y-6=0$ என்னும் கோட்டைத் தொடும்படி P, Q இற் கூடாக இரு வட்டங்கள் வரையலாமெனக் காட்டி அவற்றின் சமன்பாடுகளையும் காண்க?

11. (2,0) (0,2) என்னும் புள்ளிகளுக்கூடாகச் செல்லும் எல்லா வட்டங்களினதும் பொதுச் சமன்பாட்டைக் காண்க? இவ்வட்டங்களில் இரண்டின் பரிதியை $x^2+y^2-4x+6y-10=0$ என்னும் வட்டம் இரு கூறிடுமென நிறுவி, இவ்விரு வட்டங்களும் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டும் எனக் காட்டுக?

12. ஒருமைகள் gf என்பவற்றின் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும், $x^2+y^2+2gx+2fy-a^2=0$ என்னும் வட்டம் $x^2+y^2-a^2=0$ என்னும் வட்டத்தின் பரிதியை இருகூறிடுமென நிறுவுக?
$x^2+y^2-4=0$ என்னும் வட்டத்தின் பரிதியை இருகூறிடக் கூடியதாகவும் $y+5=0$ என்னும் கோட்டைத் தொடக் கூடியதாகவும் (1, 1) என்னும் புள்ளிக்கூடாக இரு வட்டம் வரையலாமெனக் காட்டி அவற்றின் சமன்பாடுகளையும் காண்க?

13. (1, 0), (0, 1) என்னும் புள்ளிகளுக்கூடாகச் செல்லும் எல்லா வட்டங்களினதும் பொதுச் சமன்பாட்டைக் காண்க? இவற்றில் இரு வட்டங்கள் $x^2+y^2+2x-3y-3=0$ என்னும் வட்டத்தைத் தொடுமெனக் காட்டி, இவ்வட்டங்களின் சமன்பாடுகளையும் காண்க. இவ்விரு வட்டங்களும் செங்குத்தாக வெட்டுமெனவும் காட்டுக?

14. $x^2+y^2-1=0$, $x^2+y^2-8x+7=0$, $x^2+y^2-6y+5=0$ .... என்னும் மூன்று வட்டங்களில் ஒவ்வொன்றும் மற்றைய இரண்டையும் தொடுமெனக் காட்டுக? தொடு புள்ளிகளிலுள்ள மூன்று பொதுத் தொடலிகளின் சமன்பாடுகளையும் கண்டு, மூன்று தொடலிகளும் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் என்பதை வாய்ப்புப்பார்க்குக. தரப்பட்ட மூன்று வட்டங்களையும் செங்குத்தாக வெட்டும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டையும் காண்க?

15. (1, 0), (-1, 0) என்னும் புள்ளிகளுக்கூடாகச் செல்லும் எல்லா வட்டங்களினதும் பொதுச் சமன்பாட்டைக் காண்க?. இவற்றுள் இரு வட்டங்கள் $2x+y-3=0$ என்னும் கோட்டைத் தொடுமென நிறுவி அவற்றின் சமன்பாடுகளையும் காண்க. இவ்விரு வட்டங்களும் செங்குத்தாக வெட்டுமெனவும் நிறுவுக?.

16. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ என்னும் வட்டத்திற்கு (x_1, y_1) இலிருந்து வரையப்படும் தொடலிகளின் சமன்பாட்டைக் காண்க? P என்பது x- அச்சில் ஒரு மாறும் புள்ளி. Q, R என்பன $x^2+y^2-2x+6y-6=0$ என்னும் வட்டத்திற்கு P யிலிருந்து வரையும் தொடலிகளின் தொடு புள்ளியாகும். QR இன் நடுப்புள்ளி $3(x^2+y^2)-6x+14y-18=0$ என்னும் வட்டத்தில் கிடக்கும் எனக் காட்டுக?.

17. $S=0$ $S^1=0$ என்பன இரு வட்டங்களின் சமன்பாடுகளாயின் $S+\lambda S^1=0$ என்னும் சமன்பாட்டை விளக்குக. இங்கு λ ஓர் ஒருமை, $x^2+y^2-2x+4y-3=0$ என்னும் வட்டத்தால் பரிதிகள் இரு கூறிடப்படும் வண்ணம் (1, 1) என்னும் புள்ளிக்கூடாக வரையப்படும் வட்டங்களின் மையங்கள் ஒரு வட்டத்தில் கிடக்குமெனக் காட்டி இவ்வட்டத்தின் சமன்பாட்டையும் காண்க?.

18. t இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும்,
$(1-t^2)(x-h) + 2t(y-k) = r(1+t^2)$ என்னும் கோடு, $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ என்னும் வட்டத்தைத் தொடுமென நிறுவுக. $5(x^2\ y^2)-6x\ 8y-35=0$ என்னும் வட்டத்தில் 4 அலகு நீளமுடைய இரு நாண்கள் $x^2\ y^2-2x-4y-11=0$ என்னும் வட்டத்தைத் தொடும்படி வரையலாமென நிறுவி, அவற்றின் சமன்பாடுகளையும் காண்க?

19. X- அச்சை $(1,)$ என்னும் புள்ளியில் தொடும் எல்லா வட்டங்களினதும் பொதுச்சமன்பாட்டைக் காண்க?. இவற்றுள் இரு வட்டங்கள், $x^2+y^2-4t8y+11=0$ என்னும் வட்டத்தைத் தொடுமெனக் காட்டு, அவற்றின் சமன்பாடுகளையும் காண்க?

20. $(x_1 y_1)$ என்னும் புள்ளியிலிருந்து $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ எனும் வட்டத்திற்கு வரையும் தொடலியினது நீளத்தைக் காண்க. $(2, 3)$ எனும் புள்ளியிலிருந்து S இற்கு வரையும் தொடலியின் நீளம் S இன் ஆரையின் இரு மடங்குக்குச் சமமாகும் வண்ணம் S என்பது $(1,1)$ எனும் புள்ளிக்கூடாகச் செல்லும் ஒரு மாறும் வட்டமாகும். S இன் மையம் $4(x^2+y^2)-6x-4y-4y-3=0$ என்னும் வட்டத்தில் கிடக்குமெனக் காட்டுக?.

21. $2g_1g_2+2f_1f_2=c_1+c_2$ ஆயின் $x^2+y^2+2g_1x+2f_1y\ c_1=0$
$x^2+y^2+2g_2+2f_2y+c_2=0$ என்னும் வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டுமெனக் காட்டுக?

$x^2+y^2-x+3y-1=0$ எனும் வட்டத்தைச் செங்குத்தாக வெட்டக் கூடியதாகவும் $x\ 2y\ 1=$ என்னும் கோட்டைத் தொடக்கூடியதாகவும் உற்பத்திக்கூடாக இரு வட்டங்கள் வரையலாமெனக் காட்டி, இவ்விரு வட்டங்களின் சமன்பாடுகளையும் காண்க?

22. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ என்னும் வட்டத்திற்கு $(x_1\ y_1)$ இலிருந்து வரையும் தொடலிகளின் நீளத்தைக் காண்க? $(3, 4)$ எனும் புள்ளியிலிருந்து S இற்கு வரையும் தொடலியின் நீளம் S இன் ஆரையின் இருமடங்காகும். வண்ணமுள்ள S என்னும் மாறும் வட்டம் $x^2+y^2+2x+4y-3=0$ என்னும் வட்டத்தைச் செங்குத்தாக வெட்டுகின்றது. S இன் மையம் $x^2+y^2+4x+7y-10=0$ என்னும் வட்டத்தில் கிடக்குமென நிறுவுக?

23. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ என்னும் வட்டம் $x^2+y^2=r^2$ என்னும் வட்டத்தைத் தொட்டால் $4r^2(g^2+f^2)=(c\ r^2)^2$ என நிறுவுக. $x^2+y^2=4$ எனும் வட்டத்தைத் தொடுகின்றதும், $x^2+y^2+8x-4y\ 12=0$ என்னும் வட்டத்தின் பரிதியை இரு கூறிடுகின்றதுமான ஒரு மாறும் வட்டம் S ஆகும். S இன் மையம் $8x^2-4xy\ 24x-12y+36=0$ எனும் கூம்பில் கிடக்குமென நிறுவுக?

24. புள்ளி $(x_1\ y_1)$ இலிருந்து வட்டம் $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ இற்கு வரைந்த ஒரு தொடலியினது நீளத்தைக் காண்க?,
A, B என்பவை கோடு $x-y=0$ இலுள்ள இரு புள்ளிகளாகும். வட்டம் $S \equiv x^2+y^2-4x+3y+10=0$ ..... இற்கு அப்புள்ளிகள் ஒவ்வொன்றிலுமிருந்து வரைந்த ஒரு தொடலியினது நீளம் 4 அலகு ஆயின் A, B என்பவற்றினது ஆள்கூறுகளைக் காண்க? புள்ளிகள் AB யின் ஊடாகச் செல்லுகின்ற எல்லா வட்டங்களினதும் பொதுச் சமன்பாட்டைக் காண்க? இதிலிருந்தோ வேறு வழியிலோ புள்ளிகள் AB இன் ஊடாகச் சென்று வட்டம் $S=0$ இன் பரிதியை இருகூறாக்குகின்ற வட்டத்தின் சமன்பாடு $3x^2+3y^2-4x+16y-18=0$ ...

25. புள்ளி $(x_1 y_1)$ இலிருந்து $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ எனும் வட்டத்திற்குவரைந்த ஒரு தொடலியினது நீளத்தைக் காண்க? P என்னும் ஒரு புள்ளியானது அப்புள்ளியிலிருந்து முறையே $S_1 S_2$ என்னுந் தரப்பட்ட இரு வட்டங்களுக்கு வரைந்த தொடலிகளினது நீளங்கள் 1:k என்னும் தரப்பட்ட விகிதத்தில் இருக்கும் வண்ணம் இயங்குகிறது இங்கு $k \neq 1$ பின்வருவனவற்றைக் காட்டுக?

1. P இன் ஒழுக்கமானது $S_1 S_2$ என்பவற்றாலே துணியப்பட்ட பொதுவச்சுத் தொகுதியின் S என்னும் ஒரு வட்டமாகும்.

2. S இன் மையமானது $S_1 S_2$ ஆனவற்றின் மையங்களைத் தொடுக்கும் கோட்டை $k^2 : 1$ எனும் விகிதத்தில் வெளிப்புறமாகப் பிரிக்கின்றது.

26. $x^2 + y^2 = x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$ எனும் வட்டங்களின் பொதுத் தொடலிகள் வெட்டும் புள்ளியை மையமாகக் கொண்டுள்ளதும், இவ்வட்டங்கள் வெட்டும் புள்ளிக்கூடாகச் செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க?

27. $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 12 = 0$, $x^2 + y^2 = 4x + 16 - 32 = 0$ என்ற இரு வட்டங்களும் செங்குத்தாக வெட்டுகின்றன எனக் காட்டுக. மூன்றாவது வட்டமொன்று இவ்விரண்டிற்கும் செங்குத்தாயின் இதன் மையம் $(2\lambda, \lambda + 1)$ இல் இருக்குமென நிறுவுக. இங்கு λ ஒரு மாறி λ இன் உறுப்புக்களில் இதன் ஆரையையும் காண்க?

28. O என்பது ஆள்கூற்றச்சின் உற்பத்தியாகும். $A(a, o)$ $B(o, b)$ என்பன இரு புள்ளிகள் மாறும் புள்ளி P ஆனது $PO/PA = BO/BA$ ஆகும் வண்ணம் தளம் OAB இல் அசைகிறது. P யானது $\frac{b}{a}\sqrt{(a^2 + b^2)}$ ஆரையுடைய ஒரு வட்டத்திற் கிடக்குமெனவும் அதன் மையம் C_1 ஆனது O இலிருந்து b^2/a தூரத்தில் இருக்குமெனவும் காட்டுக? (மிகுதியை கீழே. பா.)

29. $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy \; g^2 = 0$ என்ற வட்டம் x அச்சை தொடுகிறதெனக் காட்.. தொடுபுள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க? ஒரு வட்டம் நேர் (Positive) x- அச்சைத் தொட்டுக் கொண்டு $P(1, 3/2) : Q(7, 6)$ ... என்ற புள்ளிகளுக்கூடாகவும் செல்கிறது அதன் சமன்பாடு $2(x^2 + y^2) - 16x - 15y + 32 = 0$ எனக் காட்டுக? PQ இற்குச் செங்குத்தான விட்டத்தின் சமன்பாட்டையும் காண்க?

30. ஒருமைகள் P, q இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும். $(x-a)(x-a+p) + (y-b)(y-b+q) = r^2$, $(x-a)^2 (y-b)^2 = r^2$ என்னும் வட்டம், $(x-a)^2 (y-b)^2 = 2$ என்னும் வட்டத்தின் பரிதியை இருசம கூறிடும் எனக் காட்டுக?. $(x - y) = 0$ எனும் கோட்டை உற்பத்தியில் தொட்டுக் கொண்டு $x^2 + y^2 + 2y = 0$ என்னும் வட்டத்தின் பரிதியை இருசமகூறிட்டுக் கொண்டும் இருக்கும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க?.

31. $4x - 3y + 2a = 0$, $3x - 4y + 12a = 0$, $3x + 4y - 12a = 0$ என்னும் நேர் வரைகளின் மேல் பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு முக்கோணியின் உள் வட்டத்தின் மைய ஆள் கூற்றையும், ஆரையின் நீளத்தையும் காண்க?

(28ம் வினவின் தொடர்ச்சி) $QO/QB = AO/AB$ ஆகும்வண்ணம் Q என்ற வேறொரு புள்ளி அசையுமாயின் Q கிடக்கும் வட்டத்தின் ஆரையையும் அதன் மையம் C_2 ஐயும் முன்னையதைப் போல் பெறுக?, C_1 இனூடும் C_2 இனூடும் வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளிகளிலொன்றினூடும் ஆக்கப்படும் முக்கோணியைக் கருதுவதன்மூலம் இரு வட்டங்களும் $60°$ யில் ஒன்றையொன்று வெட்டும் எனக் காட்டுக?

32. $lx + my + n = 0$ என்ற கோட்டின்மேல் அமைந்துள்ள $(x - c)^2 + y^2 = a^2$ என்ற வட்டத்தின் நாண், உற்பத்தியில் செங்கோணத்தை அமைப்பதற்குரிய நிபந்தனையைக் காண்க? இதிலிருந்தோ அல்லது வேறு வழியாலோ C ஐ மையமாகவுடைய வட்டமொன்றின் மாறுகின்ற நாண் PQ நிலையான ஒரு உட்புள்ளி O வில் செங்கோணத்தையமைப்பின் O விலிருந்து PQ இற்கு வரையும் செங்குத்தின் அடியின் ஒழுக்கு ஒருவட்டம் என்றும் அதன் மையம் O விற்கும் C யிற்கும் நடுவில் உள்ளதென்றும் நிறுவுக?

33. $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$, $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ என்னும் வட்டங்கள் செங்குத்த ாயின் $2g_1g_2 + 2f_1f_2 = c_1 + c_2$ எனக் காட்டுக? AB என்பன முறையே இவ்வட்டங்களின் மையங்களாகவும் CD என்பன இவ்வட்டங்கள் செங்குத்தாக வெட்டும் புள்ளிகளாகவும் கொண்டு A, B, C, D என்ற புள்ளிகளுக்கூடாகச் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு
$2(x^2+y^2) + 2(g_1+g_2)x + 2(f_1+f_2)y + c_1+c_2 = 0$ எனக் காட்டுக. CD ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு, $x^2+y^2+2g_1x + 2f_1y + c_1 + \lambda\{2(g_1-g_2)x + 2(f_1 - f_2)y + c_1 - c_2\} = 0$ என்னும் வடிவில் தரப்படலாம் எனக் கொண்டு $\lambda = -r_1^2/AB^2$ எனக் காட்டுக? இங்கு r_1 என்பது முதல் வட்டத்தின் ஆரையாகும்?

34. $ax^2 + ay^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ என்னும் வட்டத்திற்கு (x_1, y_1) என்ற புள்ளியிலிருந்து வரைந்த தொடலியின் நீளத்தைக் காண்க? $t_1^2 = \alpha t_2^2 + \beta t_3^2$ ஆயின் (x_1, y_1) என்பது $2x + 4y - 3a = 0$ என்ற நிலையான நேர் வரையின்மேல் இருக்கும் வண்ணம் ஆகிய ஒருமைகளின் பெறுமானங்கள் காணப்படலாம் என நிறுவுக?.

இங்கு t_1 t_2 t_3 என்பன முறையே $x^2+y^2 = a^2$, $x^2+y^2 = 2ax$, $x^2+y^2 = 2ay$ என்னும் வட்டங்களுக்கு யாதுமொரு புள்ளி (x_1, y_1) இலிருந்து வரையப்பட்ட தொடலிகளின் நீளங்களாகும்?

35. கோடு $lX + mY + n = 0$ என்பது வட்டம் $(X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2 = r^2$ ஐத் தொடுமாயின் $(lX_0 + mY_0 + n)^2 = r^2(l^2 + m^2)$ எனக் காட்டுக? ஒரு வட்டத்தின் ஆரை ஓரலகு, அதன் மையம் முதலாம் கால் வட்டத்துள் கிடக்கின்றது. அது X அச்சையும், கோடு $3Y = 4X$ ஐயும் தொடுகின்றது. வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க. இவ் வட்டம் கோடு $3X + 4Y = 15$ ஐத் தொடுகின்றதெனக் காட்டுக.

X அச்சு, கோடுகள் $3Y = 4X$, $3X + 4Y = 15$ என்பவற்றைத் தொடும் முதலாம் கால் வட்டத்துள் தனது மையத்தைக் கொண்ட இன்னொரு வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க?.

36. ஒருமைகள் p, q இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் $S_1 = (X-a)(X-a+p) + (Y-b)(Y-b+q) - r^2 = 0$ என்னும் வட்டம் $S_2 = (X-a)^2 + (Y-b)^2 - r^2 = 0$ என்னும் வட்டத்தின் பரிதியைச் சமகூறிடுகின்றதெனக் காட்டுக?

$X^2+Y^2+2Y-3 = 0$ என்னும் வட்டத்தின் பரிதியை சமகூறிட்டு $X - Y = 0$ ஐ உற்பத்தியில் தொடும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க?.

37. P, Q என்பவை கோடு $x+y=0$ இலுள்ள இரு புள்ளிகளாகும். வட்டம் $S \equiv x^2+y^2-2x+4y+1=0$ இற்கு P, Q களிலிருந்து வரைந்த ஒவ்வொரு தொடலியினது நீளமும் 3 அலகுகள் ஆயின், P, Q என்பனவற்றின் ஆள் கூறுகளைக் காண்க? P, Q இன் ஊடாகச் செல்லும் எல்லா வட்டங்களினதும் பொதுச் சமன்பாட்டைக் காண்க?. புள்ளிகள் PQ இன் ஊடாகச் சென்று $S=0$ இன் பரிதியை சமகூறிடுகின்ற வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2+y^2\ x\ \ 7y-8=0$ எனக் காட்டுக?

38. t இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும்.
$1-(1-t^2)(x-h)+2t(y-k)-r(1+t^2)=0$ என்னும் கோடு ....
$S \equiv (x-h)^2\ (y-k)^2-r^2=0$ என்னும் வட்டத்தைத் தொடுமென நிறுவுக.
$x^2+y^2\ 2x-4y+3=0$ என்னும் வட்டத்தில் 2 அலகு நீளமுடைய 4 நாண்கள்.....
$x^2+y^2+6x+2y+6=0$ என்னும் வட்டத்தைத் தொடும்படி வரையலாம் என நிறுவி அவற்றின் சமன்பாடுகளையும் காண்க?.

39. கோடு $x-y+1=0$ இல் தமது மையமும் 3 அலகு ஆரையுமுடைய இரு வட்டங்கள் புள்ளி (3,7)-இன் ஊடாகக் கீறப்படலாமெனக் காட்டுக. அவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க? இவ் விரு வட்டங்களும் செங்குத்தாக வெட்டுகின்றன வெனக் காட்டுக?

40. θ இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும், கோடு $(x+1)$ கோசை $\theta+(y\ 1)$ சைன் $\theta=3$ என்பது வட்டம் $(x+1)^2+(y+1)^2=9$ ஐத் தொடுகின்றது எனக் காட்டுக? θ இன் என்ன பெறுமானங்களுக்கு இக் கோடு வட்டம் $(x+2)^2+(y+2)^2=16$ ஐத்தொடும்?

41. வட்டம் $a(x^2+y^2)\ 2gx+2fy+c=0$ இற்கு புள்ளி (h,k) இலிருந்து கீறிய தொடலியின் நீளத்தைக் காண்க? புள்ளி P யிலிருந்து வட்டம் $x^2+y^2=a^2$ இற்கு கீறிய தொடலியின் நீளம் வட்டம் $x^2+y^2-2ax=0$ இற்குக் கீறிய தொடலியின் நீளத்தின் [illegible]காகும். $k \neq \pm 1$ எனின், P ஒரு வட்டத்தில் கிடக்கின்றதெனவும் இம்மூன்று வட்டங்களும் இரு பொதுப்புள்ளிகளின் ஊடாகச் செல்கின்றதெனவும் காட்டுக?.

42. புள்ளி (2,0) இன் ஊடாகச் சென்று $x^2+y^2=1$ என்னும் வட்டத்தைச் சமகூறிட்டு $x^2+y^2-4x-5=0$ என்னும் வட்டத்தைச் செங்கோணத்தில் வெட்டும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க?.

43. உற்பத்தியில் தனது மையத்தைக் கொண்டதும், $x^2+y^2-8x-6y+21=0$ என்னும் வட்டத்தைத் தொடும் சிறிய வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க. அவற்றின் தொடுபுள்ளி (2,4, 1,8) எனக் காட்டுக. அவற்றின் தொடு புள்ளியிலுள்ள பொதுத் தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க?. மறு பொதுத் தொடலிகளின் சமன்பாடுகளையும் நீளங்களையும் காண்க?

44. $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ என்னும் வட்டத்திலுள்ள ஒரு புள்ளி P இன் ஆள்கூறுகளை (a + r கோசை θ, b + r சைன் θ) என எழுதலாமெனக் காட்டுக?
P யிலுள்ள தொடலியின் சமன்பாடு $(x-a)$ கோசை $\theta+(y-b)$ சைன் $\theta=r$. எனக் காட்டுக. இத் தொடலிக்கு உற்பத்தியிலிருந்து கீறிய செங்குத்தின் அடி N இன் ஆள்கூறுகள் y கோசை θ = x சைன் θ என்னும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்கின்றன எனக் காட்டுக. P அசையும் போது N இன் ஒழுக்கு $[x(x-a)+y(y-b)=r^2(x^2+y^2)]$ எனக் காட்டுக?.

45. x-அச்சைத் தொட்டுக் கொண்டும், $2y = x$ இல் மையமும் $2y = x$ என்னும் புள்ளியின் (14, 2) ஊடாகச் செல்வதுமான இரு வட்டங்களினதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க?. வரை $3y = 4x$ ஆனது இவ்விரு வட்டங்களுக்கும் ஒரு பொதுத் தொடலியெனக் காட்டுக?

46. ஒரு முக்கோணி PAB இன் பக்கம் AB x அச்சின் வழியே கிடக்கின்றது. O உற்பத்தி தானமாகும். O விலிருந்து AP, BP இற்குக் கீறிய செங்குத்துக்கள் சமநீளமாயிருக்குமாறு ஆசைகின்றது P இன் ஒழுக்கு ஒரு வட்டமெனக் காட்டுக? எவ்வகையில் இது பொருந்தாது?.

47. வட்டம் $x^2 + y^2 = r^2$ இற்கு (r கோசை θ r சைன் θ) இலுள்ள தொடலி ஆள்கூற்றச்சுக்களை A, B யில் சந்திக்கின்றது. AB யின் நடுப்புள்ளி C யின் ஒழுக்கைக் காண்க?.

48. a இன் என்ன பெறுமானங்களுக்கு $x^2 + y^2 + x - 3y + a = 0$, , $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 5 = 0$ என்னும் வட்டங்கள் தொடுமெனக் காண்க. ஒவ்வொரு வகையிலும் அவை உள்புறமாகவோ அல்லது வெளிப்புறமாகவோ தொடும்?

49. $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 3 = 0$, $x^2 + y^2 + 3x + 5y = 0$, $x^2 + y^2 + 4x + 5y - 1 = 0$ என்னும் வட்டங்கள் ஒவ்வொன்றையும் நிமிர் கோணத்தில் வெட்டும் வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 13 = 0$ எனக் காட்டுக?

50. $x^2 + y^2 - 2x\ 2y - 7 = 0$, $x^2\ y^2 = 3$ என்னும் வட்டங்களை நிமிர்கோணத்தில் வெட்டி $y - 1 = 0$ ஐத் தொடும் வட்டங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?

51. புள்ளி (3, 1) இல் தன் மையத்தைக் கொண்டதும், வட்டம் $x^2 + y^2 = 1$ ஐ நிமிர் கோணத்தில் வெட்டுவதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க? புள்ளி (3, 1) இன் ஊடாகச் சென்று, வட்டம் $x^2 + y^2 = 1$ இற்கு தொடலியாயமையும் நேர்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

52. புள்ளி (1, 2) இல் தனது மையத்தையுடைய ஒரு வட்டம் கோடு $2x - y + 3 = 0$ ஐத் தொடுகின்றது. இதன் சமன்பாட்டைக் காண்க?. கோடுகள் $2x - y + 3 = 0$ $x = 0$ என்பவற்றைத் தொடும் 5 r அலகு ஆரையுடைய நான்கு வட்டங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?

53. $3x + 4y + 5 = 0$, $4x + 3y - 5 = 0$, $y = 1$ என்னும் வரைகளை தனது பக்கங்களாகக் கொண்ட முக்கோணியின் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. ஒரு முக்கோணி ABC இன் பக்கங்கள் AB, BC, CA இன் சமன்பாடுகள் முறையே $3x + 4y + 5 = 0$, $4x + 3y = 5 - 0$, $y = 1$ AB, BC, CA என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே D, E, F இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. வட்டம் DEF இன் சமன்பாட்டைக் காண்க. இவ் வட்டமானது முக்கோணி ABC இன் உள் வட்டத்தை தொடுகின்றதெனக் காட்டுக?.

54. வட்டம் $x^2+y^2-6y=0$ இலுள்ள ஏதாவதொரு புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை (3கோசை 0, 3 3சைன் 0) என்னும் வடிவில் தரலாமெனக் காட்டுக. இப் புள்ளியில் வட்டத்திற்குரிய தொடலிகளின் சமன்பாட்டைக் காண்க?
இவ்வட்டத்திற்கு A, B என்னும் புள்ளிகளிலுள்ள தொடலிகள் $4(x^2\ y^2)=9$ என்னும் வட்டத்தை முறையே C, D என்னும் புள்ளிகளில் தொடுகின்றன. AC, BD என்பவற்றின் வெட்டுப் புள்ளியைக் காண்க? வட்டம் ABDC இன் சமன்பாட்டைக் காண்க?

55. (x_1, y_1) என்னும் புள்ளியிலிருந்து $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ என்னும் வட்டத்திற்கு வரைந்த தொடலிகளின் தொடுகை நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க. A என்பது y-அச்சில் ஒரு மாறும் புள்ளி. A யிலிருந்து வட்டம் $x^2+y^2-2x-4y-1=0$ இற்குக் கீறிய தொடலிகளின் தொடுகை நாணின் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கைக் காண்க?

56. (x_1, y_1) என்னும் புள்ளியிலிருந்து $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ என்னும் வட்டத்திற்கு வரைந்த தொடலின் நீளத்தைக் காண்க? புள்ளி (1, 2) இலிருந்து ஒரு மாறும்வட்டம் S இற்கு வரைந்த தொடலியின் நீளம், S இன் ஆரையின் இரு மடங்காகும். S ஆனது புள்ளி (-1, -1) இனூடாகச் செல்லுமாயின் அதன் மையத்தின் ஒழுக்கைக்காண்க?

57. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$, $x^2+y^2+2g'x+2f'y+c'=0$ என்னும் வட்டங்கள் நிமிர்கோணத்தில் வெட்டுவதற்குரிய நிபந்தனையைப் பெறுக? ஒரு மாறும் வட்டம் S ஆனது வட்டம் $x^2+y^2+2x-4y+4=0$ இன் பரிதியைச் சமகூறிட்டு வட்டம் $3(x^2\ y^2)-5x+7y-1=0$ .... ஐ நிமிர்கோணத்தில் வெட்டுகிறது. S இன் மையம் $x-y\ 1=0$ இல் கிடக்கின்றது. S இன் சமன்பாட்டைக் காண்க?

58. $x^2+y^2-9=0$, $x^2, y^2-3x+12=0$ என்னும் இரு வட்டங்களினது பொதுத் தொடலிகளின் வெட்டுப் புள்ளியில் தனது மையத்தைக் கொண்டதும், தரப்பட்ட இரு வட்டங்களின் பொதுப் புள்ளிகளுக்கூடாகச் செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க?.

59. $x+y+2x-4y-3=0$, $x, y-6x+8y+12=0$ என்னும் வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று தொடுகின்றனவெனக் காட்டுக. அவற்றின் பொதுத் தொடலிகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?

60. புள்ளி (1, 3) இல் சமகூறிடப்படும் வட்டம் $x+y+2x-4y-4=0$ இன் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க. புள்ளி (2, 5) இலிருந்து இவ்வட்டத்திற்குக் கீறிய தொ... நீளத்தைக் காண்க. இத் தொடலிகளுக்கிடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க?

61. புள்ளிகள் (3, 2), (0, 1) என்பவற்றைத் தமது மையங்களாகக் கொண்ட இரு வட்டங்களினது பொதுத் தொடலி ... ஆகும். இவ்வட்டங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. மற்றைய பொதுத் தொடலி அச்சிற்குச் சமாந்தரமெனக் காட்டுக?

62. வட்டங்கள் $x^2+y^2=2x+4y-0$, $x^2+y^2-20x+20=0$ என்பன ஒன்றையொன்று வெளிப்புறமாகத் தொடுகின்றனவெனக் காட்டுக. இத் தொடுபுள்ளி A இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க?.

ஒரு மாறும் புள்ளியானது, அதிலிருந்து முதலாவது வட்டத்திற்குக் கீறிய தொடலியின் நீளம் இரண்டாவது வட்டத்திற்குக் கீறிய தொடலியின் நீளத்தின் அரைமடங்காகும் வண்ணம் அசைகின்றது. இப்புள்ளியின் ஒழுக்கு A இன் ஊடாகச் செல்லும் ஒரு வட்டமெனக் காட்டுக. அதன் சமன்பாட்டைக் காண்க?

63. தமது மையம், வரை $x - y - 1 = 0$ இலும், ஆரை 3 அலகும், புள்ளி (7, 3) இன் ஊடாகவும் செல்லக் கூடியதாக இரு வட்டங்கள் கீறலாமெனக் காட்டுக. அவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. இவற்றுள் ஒரு வட்டம் x- அச்சைத் தொடுகின்றதெனக் காட்டுக?

64. முதலாம் கால்வட்டப் பகுதியில் தன் மையத்தைக் கொண்டதும் அச்சைப் புள்ளி (3, 0) இல் தொடுவதும் $4y = 3x + 36$ எனும் கோட்டைத் தொடுவதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க?. இன்னொரு வட்டமானது முதலாம் வட்டத்தையும் x- அச்சையும் $4y = 3x + 36$ ஐயும் தொடுகிறது. இதன் ஆரையின் இயல்தகு பெறுமானங்களைக் காண்க?.

65. வட்டம் $x^2+y^2 = 9$ ஐச் சுற்றி ஒரு சதுரம் வரையப்பட்டுள்ளது. இதன் ஒரு சோடிப்பக்கங்கள் கோடு $y = 3x$ இற்குச் சமாந்தரம் சதுரத்தின் பக்கங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?.

66. $x^2+y^2 = a^2$ என்னும் வட்டத்தை $y-k = m(x-h)$ தொடுமாயின் $(h^2-a^2)m^2-2hkm+k^2-a^2 = 0$ எனக் காட்டுக? (7, 4) என்னும் புள்ளியிலிருந்து $x^2+y^2=64$ இற்குக் கீறிய தொடலிகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?

67. x அச்சில் 3 அலகு நீள வெட்டுத்துண்டை வெட்டி y- அச்சைத் தொடும் எல்லா வட்டங்களின் பொதுச் சமன்பாட்டை $x^2+y^2-x(2h+3)-2ky+k=0$ என எழுதலாமெனக் காட்டுக. இங்கு $k^2 = h^2+3h$ ஆகும். இவ்வட்டங்களின் மையங்களின் ஒழுக்கைக் காண்க?

68. ஒரு மாறும் வட்டமானது ஒரு நிலையான புள்ளி (k, o) இன் ஊடாகச் சென்று இரு ஆள்கூற்று அச்சுக்களையும் வெட்டுகின்றது. x- அச்சிலுள்ள வெட்டுத்துண்டு y- அச்சிலுள்ள வெட்டுத் துண்டிலும் பார்க்க இரு மடங்காகும். இவ்வட்டத்தின் மையத்தின் ஒழுக்கைக் காண்க?.

69. $x^2+y^2-6x-8y=0$, $x^2+y^2-2x-4y-50=0$ என்னும் இரு வட்டங்களும் ஒன்றையொன்று தொடுமெனக் காட்டி தொடுபுள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க? தனது மையத்தை x- அச்சில் கொண்டதும் மேற்கூறிய இரு வட்டங்களையும் செங்குத்தாக வெட்டிச் செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன் பாட்டைக் காண்க?

70. (2, 0) என்னும் புள்ளியின் ஊடாகச் செல்வதும் $x^2+y^2 = 1$ என்னும் வட்டத்தை அதன் ஒரு விட்டத்தின் முனைகளில் வெட்டுவதும், $x^2+y^2-4y-5 = 0$ எனும் வட்டத்தை நிமிர் கோணத்தில் வெட்டுவதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க?.

71. புள்ளி(-16,0) இலிருந்து வட்டம் $x^2+y^2=16$ இற்குக் கீறிய தொடலிகளின் தொடு புள்ளிகளின் ஆள் கூறுகளைக் காண்க. இவ் விரு தொடலிகளும் வட்டம் .... $x^2+y^2-24x+95=0$ இற்கும் தொடலிகளாகும் எனக் காட்டுக?.

72. (0,1) (1,0) என்னும் புள்ளிகளுக்கூடாகச் செல்லும் எல்லா வட்டங்களினதும் பொதுச் சமன்பாட்டைக் காண்க? இவ் வட்டங்களில் இரண்டின் பரிதியை $x^2+y^2+4x+6y-13=0$ வரை என்னும் வட்டம் இரு கூறிடுமென நிறுவி அவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?.

73. t இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் கோடு $(1-t)(x-a)+2t(y-b)=r(1+t^2)$ ஆனது வட்டம் $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ ஐத் தொடுமெனக் காட்டுக? $x^2+y^2-4x-6y-12=0$ என்னும் வட்டத்தில் 6 அலகு நீளமுள்ள இரு நாண்கள் $x^2+y^2+2x-4y-20=0$ ஐத் தொடுமாறு வரையலாமெனக் காட்டி அவற்றின் சமன்பாடுகளையும் காண்க?

74. $x^2+y^2-22x+4y+100=0$, $x^2+y^2+22x-4y-100=0$ என்னும் வட்டங்களின் நான்கு பொதுத் தொடலிகளின் சமன்பாடுகளையும் காண்க?

75. θ இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் $(x-a)$ கோசை $\theta+(y-b)$ சைன் $\theta=r$ என்னும் கோடு $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ என்னும் வட்டத்திற்கு ஒரு தொடலியாகுமெனக் காட்டுக? (h,k) என்னும் புள்ளியிலிருந்து இவ்வட்டத்திற்கு வரைந்த தொடலிகளின் சமன்பாடு $r^2\{(x-h)^2+(y-k)^2\}=\{(x-a)(k-b)-(y-b)(h-a)\}^2$ எனக் காட்டுக?.

76. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ என்னும் வட்டம் $x^2+y^2=a^2$ என்னும் வட்டத்தைத் தொடுமாயின் $4a^2(g^2+f^2)=(c-a^2)^2$ எனக் காட்டுக?. $x^2+y^2-2x+2y-7=0$ என்னும் வட்டத்தை நிமிர் கோணத்தில் வெட்டுவதும் $x^2+y^2-4x+8y+5=0$ என்னும் வட்டத்தை இரு கூறிடுவதும் $x+y=1$ என்னும் வட்டத்தைத் தொடுவதுமாக இரு வட்டங்கள் உள்ளன எனக் காட்டுக. அவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. ஒன்று ஒரு வட்டம் $x^2+y^2=1$ ஐ உட்புறமாகவும் மற்றையது வெளிப்புறமாகவும் தொடுகின்றதெனக் காட்டுக?

77. P(-2,-1), Q(-2,3) என்னும் புள்ளிகளை இணைக்கும் வரையை 3:1 என்னும் விகிதத்தில் அகக்கூறிடும் புறக்கூறிடும் புள்ளிகள் முறையே H,K இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க? A என்னும் புள்ளியானது AP:AQ = 3:1 ஆகுமாறு அசைகின்றது. A இன் ஒழுக்கு $x^2+y^2+5x-7x+14=0$ எனக் காட்டுக. A இவ் வட்டத்தின் மையம் HK இன் நடுப்புள்ளியெனக் காட்டுக?

78. S, S_1, S_2 என்பவை மூன்று வட்டங்கள் S யானது S_1 ஐச் சமகூறிடுகின்றது, ஆனது S_2 ஐச் சமகூறிடுகின்றது. S_1 S_2 என்பவை நிலையான வட்டங்களாயின் S இன் மையத்தின் ஒழுக்கு ஒரு வட்டமெனக் காட்டுக. இதன் மையம் S_1 S_2 இன் மையங்களை இணைக்கும் கோட்டின் நடுப்புள்ளி எனக் காட்டுக?

79. X-அச்சில் மையத்தை உடையதும் y- அச்சை உற்பத்தியில் தொடுவதும், ஆரை r உம் உடைய வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க? இதிலிருந்து y- அச்சில் மையத்தை உடையதும் அச்சை உற்பத்தியில் தொடுவதும், ஆரை உடையதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டை எழுதுக? $Y = ax$ என்னும் வரை இவ்விரு வட்டங்களையும் வெட்டுகின்றது. உற்பத்தித் தானம் தவிர்ந்த ஏனைய புள்ளிகளில், வட்டங்களுக்குரிய தொடலிகளின் சமன்பாடுகளை $(a^2 - 1) x - 2ay + 2r = 0$, $(a^2 - 1) y + 2ax - 2a^2 r = 0$ என்னும் வடிவில் தரலாமெனக் காட்டுக. மாறும் போது இத்தொடலிகளின் வெட்டுப்புள்ளியின் ஒழுக்கைக் காண்க?

80. வரை $4x - 3y + 24 = 0$ புள்ளி $(0, 8)$ ல் தொட்டுக் கொண்டும், புள்ளி $(7, 9)$ இன் ஊடாகவும் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2 \ y^2 - 8x - 10y \ 16 = 0$ எனக் காட்டுக. இவ்வட்டம் x- அச்சைத் தொடுகின்றதெனக் காட்டுக? தந்த கோட்டிற்குச் செங்குத்தாகவுள்ள வட்டத்தின் தொடலிகளின் ~~சமன்பாடுகளைக் காண்க~~?

81. $(a, 0)$, $(-a, 0)$ என்னும் இரு நிலையான புள்ளிகளின் ஊடாக ஒரு தொகுதி வட்டங்கள் செல்கின்றன. $c^2 > a^2$ எனின், m இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் $y = m(x - c)$ என்னும் வரை, இத் தொகுதியின் இரு வட்டங்களைத் தொடுகின்றதெனக் காட்டுக? இவ்விரு வட்டங்களும் நிமிர்கோணத்தில் வெட்டுமாயின் இக் கோடு நீள்ம் வளையம் $\frac{1}{2} x^2 + y^2 = c^2$ ஐத் தொடுகின்றதெனக் காட்டுக?

82. ஒரு மாறும் வட்டம் S ஆனது வட்டம் $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ ஐ வெளிப்புறமாகவும், வட்டம் $x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0$ ஐ உட்புறமாகவும் தொடுகின்றது. S இன் மையத்தின் ஒழுக்கு $12x^2 + 16y^2 - 12x + 64y + 55 = 0$ எனக் காட்டுக?

83. ஒரு முக்கோணி ABC இன் உச்சிகள் A, B, C இன் ஆள்கூறுகள் முறையே $(0, 0)$ $(6, 0)$ $(0, 3)$ ஆகும். இதன் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளின் ஊடாகச் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க? இம் முக்கோணியின் உள் வட்டத்தின் மையத்தையும் அதன் சமன்பாட்டையும் காண்க? மேலுள்ள இரு வட்டங்களும் நிமிர்கோணத்தில் வெட்டுகின்றனவெனக் காட்டுக?

84. தந்த மூன்று வட்டங்களை நிமிர்கோணத்தில் வெட்டக் கூடியதாகப் பொதுவாக ஒரு வட்டமே உண்டு எனக் காட்டுக?

$x^2 + y^2 - 12x - 8y + 34 = 0$, $x^2 + y^2 - 6x - 12y + 32 = 0$

$x^2 + y^2 - 10x - 6y \ 30 = 0$ என்னும் வட்டங்களை நிமிர்கோணத்தில் வெட்டும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க?.

85. g, f இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும்.

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy - a^2 = 0$ என்னும் வட்டம் $x^2 \ y^2 - a^2 = 0$ என்னும் வட்டத்தின் பரிதியை இரு கூறிடுமெனக் காட்டுக?.

ஒரு வட்டத்தின் மையம் $x + y + 1 = 0$ இல் கிடக்கின்றது. இவ் வட்டம் $(-1, 2)$ என்னும் புள்ளியின் ஊடாகச் சென்று, $x + y + 2x - 2y - 2 = 0$ என்னும் வட்டத்தை இரு கூறிடுகின்றது இவ் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க?

89. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ என்பது $px+qy+r=0$ ஐ தனது மூலிகவச்சாகக் கொண்ட ஒரு பொதுவச்சுத் தொகுதியின் ஒரு வட்டமாகும். $lx+my+n=0$ என்னும் கோடு, பொதுவாக இத் தொகுதியின் இரு வட்டங்களைத் தொடுமெனக் காட்டுக. $x^2+y^2-2x-y=0$ என்பது ஒரு பொது வச்சுத் தொகுதியின் வட்டமாகும். இனி மூலிக வச்சு $2x-y=0$ ஆகும். இத் தொகுதியின் இரு வட்டங்கள் $y-2=0$ ஐ தொடுகின்றனவெனக் காட்டி அவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. இவ்விரு வட்டங்களும் $4x+3y+2=0$ ஐத் தொடுகின்றனவெனவும் காட்டுக.

90. உகந்த அச்சுகளின் தெரிவால், ஒன்றையொன்று வெட்டாப் பொதுவச்சு வட்டத் தொகுதியின் சமன்பாட்டை $x^2+y^2-2\lambda x+a^2=0$ என எழுதலாமெனக் காட்டுக. இங்கு λ ஒரு மாறும் சாராமாறி ஒரு ஒருமையாகும். λ இன் என்ன பெறுமானங்களுக்கு (λ_1 λ_2) எனக் கொள்க இத் தொகுதியின் இரு வட்டங்கள் x கோசைα $+y$ சைன் $\alpha = p$ (சைன் $\alpha \neq 0$) என்னும் கோட்டைத் தொடுமெனக் காண்க. λ_1 என்பது α இற் தங்கியிருக்கவில்லை எனக் காட்டுக?

91. S_1 S_2 என்னும் வட்டங்களின் ஆரைகள் முறையே 9, 16 அலகுகள் ஆகும். அவற்றின் மையங்களுக்கிடைப்பட்ட தூரம் 5 அலகுகள் இவ்விரு வட்டங்களும் K என்னும் ஒரு பொதுவச்சு வட்டத் தொகுதியைச் சேர்ந்தனவாயின், S_1 இன் மையத்திலிருந்து K இன் மூலிகவச்சின் தூரத்தையும் அதன் பொதுப்புள்ளிகளின் தூரத்தையும் காண்க?

92. $A(c,0)$, $B(-c,0)$ என்னும் நிலையான புள்ளிகளுக்கூடாக ஒரு தொகுதி வட்டங்கள் செல்கின்றன. $a^2>c^2$ எனின் m இன் எப்பெறுமானத்திற்கும் ($\neq 0$) $y=m(x-a)$ என்னும் கோட்டை இத் தொகுதியின் இரு மெய் வட்டங்கள் தொடுகின்றன எனக் காட்டுக. இவ்விரு வட்டங்களும் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டுமாயின் $y=m(x-a)$ ஆனது நீள் வளையம் $\frac{x^2}{2}+y^2=c^2$ ஐத் தொடுமெனக் காட்டுக?

93. S என்பது ஒரு நிலையான வட்டம் l என்பது ஒரு நிலையான கோடு l இற்குச் சமாந்தரமான தளமொன்றிலுள்ள m என்னும் ஒரு மாறும் கோடு வட்டம் S ஐ வெட்டுகின்றது. S, m என்பவற்றின் வெட்டுப் புள்ளிக்கூடாகச் செல்லும் வட்டம் S_1 ஆனது வட்டம் S ஐ நிமிர் கோணத்தில் வெட்டுகின்றது, S_1 என்பது ஒன்றையொன்று இடைவெட்டா பொதுவச்சுத் தொகுதியைச் சார்ந்ததெனக் காட்டுக. இதன் எல்லைப் புள்ளிகள் S இற் கிடக்கு மெனக் காட்டுக?

94. $(-1,1)$ $(2,-3)$ என்பனவற்றை எல்லைப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட பொதுவச்சு வட்டத் தொகுதியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. ஆரை $5\sqrt{\frac{3}{2}}$ அலகுகளுடைய இத் தொகுதியின் இரு வட்டங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?

95. $x^2+y^2-14x+6y-2=0$, $x^2+y^2-20x+8y-4=0$ என்னும் வட்டங்களால் ஆக்கப்படும் பொது வச்சுத் தொகுதியின் எல்லாப் புள்ளிகள் $(1,-1)$ $(-2,0)$ எனக் காட்டுக. தந்த இரு வட்டங்களையும் நிமிர் கோணத்தில் வெட்டி x- அச்சைத் தொடும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க?

96. C என்பது ஒரு ஒருமையாகவும் λ என்பது ஒரு பாரமானகவும் இருக்கும்போது $x^2+y^2+2\lambda x-c^2 = 0$ என்னும் சமன்பாடு ஒன்றையொன்று வெட்டும் ஒரு பொதுவச்சு வட்டத் தொகுதியைக் குறிக்கும் என நிறுவி, இத் தொகுதியின் பொதுப் புள்ளிகள் P, Q இன் ஆள் கூறுகளைக் காண்க? இத் தொகுதியின் இரு வட்டங்கள் S_1 S_2 என்பவை பொதுவாக, யாதாயினும் ஒரு கோடு t ஐத் தொடுமென நிறுவுக. S_1 S_2 என்பன ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டுகின்றன. PQ யிலிருந்து t இற்கு வரைந்த செங்குத்துக்களின் நீளங்கள் முறையே எனின் $ab = c^2$ என நிறுவுக?

97. ஒரு பொதுவச்சு வட்டத் தொகுதியின் எல்லைப் புள்ளிகள் (-1, 2), (2, -1) ஆகும். அதன் மூலிகவச்சின் சமன்பாட்டைக் காண்க. இத் தொகுதியின் செங்குத்துத் தொகுதியின் சமன்பாட்டைக் காண்க?

98. ஒரு பொதுவச்சுத் தொகுதியின் எல்லைப்புள்ளிகள் (0, 1) (1, -1) ஆகும். இத் தொகுதியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. (2, - 3) என்னும் புள்ளியின் ஊடாகச் செல்லும் இத் தொகுதியின் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க. மேற்கூறிய தொகுதியின் செங்குத்துத் தொகுதியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. $\sqrt{5}$ அலகு ஆரையுடைய இத் தொகுதியின் வட்டங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?

99. $x^2+y^2 - 1 = 0$ என்னும் வட்டத்தின் பரிதியைச் சமகூறிட்டு, $x^2+y^2+6x-2y+4=0$ என்னும் வட்டத்தை நிமிர்கோணத்தில் வெட்டும் வட்டமானது ஒன்றையொன்று இடைவெட்டும் பொதுவச்சுத் தொகுதியைச் சேர்ந்ததெனக் காட்டுக. இத் தொகுதியின் பொதுப்புள்ளிகளைக் காண்க?

100. ஒரு பொதுவச்சுத் வட்டத் தொகுதியின் ஓர் எல்லைப் புள்ளி (-1, 1) ஆகும். அத் தொகுதியின் ஒரு வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2+y^2+3x - 3y = 0$ ஆகும். மூலிகவச்சின் சமன்பாட்டையும் தொகுதியின் சமன்பாட்டையும் காண்க. மறு எல்லைப்புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க? ஒரு பொதுவச்சு வட்டத் தொகுதியின் ஒவ்வொரு வட்டத்தையும் நிமிர்கோணத்தில் வெட்டும் வட்டத் தொகுதியின் சமன்பாட்டைக் காண்க? $x - 1 = 0$ ஐத் தொடும் செங்குத்து தொகுதியின் இரு வட்டங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?

....

பரவளைவு

01. $y^2 = 4ax$ எனும் பரவளைவின் மீதுள்ள $P_1(at_1^2, 2at_1)$, $P_2(at_2^2, 2at_2)$ எனும் புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க. பரவளைவிற்கு $P(at^2, 2at)$ எனும் புள்ளியிலுள்ள தொடலியின் சமன்பாடு $ty = x + at^2$ ஆகுமென உய்த்தறிக. $P_1 P_2$ என்பனவற்றிலுள்ள தொடலிகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவையெனில், பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

1. அவை $x + a = 0$ எனும் நிலைத்த கோட்டின்மீது இடைவெட்டும்.
2. P_1P_2 எனும் நாண், (a, o) எனும் நிலைத்த புள்ளியின் ஊடு செல்லும்.
3. ஒவ்வொரு தொடலியும் $P_1 P_2$ எனும் நாணுடனும் பரவளைவின் அச்சுடனும் சமகோணங்களை ஆக்குகின்றது.

02. $y^2 = 4ax$ எனும் பரவளைவுக்கு $P(at^2, 2at)$ என்னும் புள்ளியிலே வரையப்படும் செவ்வனின் சமன்பாடு $y + tx - 2at - at^3 = 0$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து பொதுவாகப் பரவளைவின் மூன்று செவ்வன்கள், பரவளைவின் தளத்திலேயுள்ள ஏதேனுமொரு புள்ளி Q ஊடாகச் செல்லுமெனக் காட்டுக. Q என்பது $(aT^2, 2aT)$ என்னும் புள்ளியாயின், Q ஊடாகச் செல்கின்ற மூன்று செவ்வன்களும் பரவளைவின் நாண்களான QR, QQ_1, QQ_2 ஆகுமெனக் காட்டுக. இங்கு பரவளைவின் மீதுள்ள R, Q_1, Q_2 என்னும் புள்ளிகளின் பரமானங்கள் முறையே $-2/T - T$, $1/2(-T + \sqrt{T^2 - 8})$, $1/2(-T - \sqrt{T^2 - 8})$ ஆகவும் QR என்பது Q விலுள்ள செவ்வனும் ஆகும்.

QR, QQ_1, QQ_2 என்னும் நாண்கள் ஒவ்வொன்றும் பரவளைவுக்கு ஒரு செவ்வன் ஆகும். பொதுவான நிபந்தனையைப் பயன்படுத்தி, இந்நாண்கள் ஒவ்வொன்றினதும் முனைப் புள்ளிகளில் வரையப்படும் இரு தொடலிகளினதும் வெட்டுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு .... $y^2(x + 2a) + 4a^3 = 0$ எனும் வளையியாகும் எனக் காட்டுக.

03. $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளைவுக்கு $P_1(at_1^2, 2at_1)$, $P_2(at_2^2, 2at_2)$ என்னும் புள்ளிகளிலுள்ள தொடலிகள் R இல் சந்திக்கின்றன. புள்ளி R இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. ஒரு பரவளைவிலுள்ள மூன்று புள்ளிகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணியொன்றின் பரப்பளவானது அப்புள்ளிகளிலுள்ள தொடலிகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணியின் பரப்பளவின் இரு மடங்காகுமெனக் காட்டுக.

04. $y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளையிலுள்ள $P(ap^2, 2ap)$, $Q(aq^2, 2aq)$ என்னும் புள்ளியின் ஊடாகச் செல்லும் நாணின் சமன்பாடு $2x - (p+q)y + 2apq = 0$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து பரவளைவிற்கு P என்னும் புள்ளியிலுள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைப் பெறுக. PQ என்னும் மாறும் நாண் ஒன்று பரவளைவின் அச்சுமீதுள்ள ஒரு நிலைத்த புள்ளியின் ஊடாகச் செல்லுமாயின் P யிலும் Q விலும் உள்ள செவ்வன்களினுடைய வெட்டுப் புள்ளிகளின் ஒழுக்கு ஒரு பரவளைவாகுமெனக் காட்டுக.

05. $(at^2, 2at)$ இலே $y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவுக்குள்ள செவ்வனானது $tx + y = at(t^2 + 2)$ இனாலே தரப்படுமெனக் காட்டுக. பரவளைவுமீதுள்ள P, Q ஆகிய புள்ளிகளின் பரமானங்கள் முறையே t_1, t_2 ஆகும். இங்கு $t_1 t_2 = 2$, P, Q ஆகியவற்றிலுள்ள செவ்வன்கள் பரவளைவுமீது சந்திக்கின்றனவெனவும், P, Q என்னும் நாணானது பரவளைவின் அச்சை ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் வெட்டுகின்றதெனவும் காட்டுக.

06. $Y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையின் மேலுள்ள $(at^2, 2at)$ என்ற புள்ளியில் பரவளைவின் தொடலியினதும், செவ்வனதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க. O ஆனது உச்சியும் P_1P_2 ஆனவை முறையே $\angle P_1OP_2 = \pi/2$ என்றவாறு பரவளைவின் மேலுள்ள $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_2^2, 2at_2)$...... என்ற மாறும் புள்ளிகளுமாகும்.

1. $t_1t_2 - 4 = 0$ 2. P_1 P_2 என்பனவையிலேயான தொடலிகளின் இடைவெட்டுப் புள்ளியின் ஒழுக்கு ஒரு நேர்கோடாகுமெனவும்.

2. P_1P_2 என்பவையிலேயான செவ்வன்களின் இடைவெட்டுப் புள்ளியின் ஒழுக்கு...... $Y = 16a(x - 6a)$ என்ற பரவளைவாகுமெனவும் நிறுவுக.

07. $Y^2 = 4ax$ என்ற பரவளைவிற்கு $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_2^2, 2at_2)$ என்ற புள்ளிகளிலுள்ள தொடலிகளினதும் மற்றும் செவ்வன்களினதும் இடைவெட்டுப் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. P Q என்பது பரவளைவொன்றின், நிலைத்த திசையொன்றிலுள்ள மாறும் நாணொன்றாகும். PQ இலுள்ள தொடலிகள் T யிலும் செவ்வன்கள் N இலும் சந்திக்கின்றன. பரவளைவின் குவியம் S ஆயின் கோணம் NST ஒருமையாகுமெனக் காட்டுக.

08. $Y^2 = 4ax$ என்ற பரவளைவிற்கு $(at^2, 2at)$ என்னும் புள்ளியிலுள்ள செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க. இதிலிருந்தோ, வேறு வழியிலோ P என்னும் புள்ளி எதிலுமிருந்து, பரவளைவிற்கு மூன்று செவ்வன்கள் வரையலாமெனக் காட்டுக. $N_1(at_1^2, 2at_1)$, $N_2(at_2^2, 2at_2)$, $N_3(at_3^2, 2at_3)$ என்பன B யிலிருந்து பரவளைவிற்குரிய செவ்வன்களின் அடிகளாயின் $t_1 + t_2 + t_3 = 0$ எனக் காட்டுக. N_1 N_2 N_3 என்பவையூடாக வட்டமொன்று வரையப்பட்டால், அவ் வட்டம் உச்சியூடாகச் செல்லுமென உய்த்தறிக.

09. $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவிற்கு $(at^2, 2at)$ என்னும் புள்ளியில் உள்ள தொடலியினதும், செவ்வனதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க. $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவிற்கு, PQ என்னும் மாறும் நாண் உச்சியில் செங்கோணத்தை அமைக்கின்றது. TP, TQ என்பன தொடலிகள், NP, N Q என்பன செவ்வன்கள் TN இன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு ஒரு பரவளைவு எனக் காட்டுக.

10. $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவிலுள்ள புள்ளிகள் $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_2^2, 2at_2)$ என்பவற்றை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க. AB என்னும் நாண் (2a, 0) என்ற புள்ளிக்கூடாகச் செல்லும் வண்ணம் A, B என்பன $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவிலுள்ள மாறும் புள்ளிகளாகும். AB இன் நடுப்புள்ளி .... $Y^2 = 2a(x - 2a)$ என்னும் பரவளைவில் கிடக்குமெனக் காட்டுக.

11. $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவிற்கு $(at^2, 2at)$ என்னும் புள்ளியிலுள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவிற்கு AB இல் வரையப்படும் தொடலிகள் $x + 4a = 0$ என்னும் கோட்டில் வெட்டும் வண்ணம் A, B என்பன பரவளைவிலுள்ள இரு மாறும் புள்ளிகளாகும். AB இன் நடுப்புள்ளி $Y = 2a(x - 4a)$ என்னும் பரவளைவில் கிடக்குமெனக் காட்டுக.

12. $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவில் $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_2^2, 2at_2)$ .... எனும் புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க. $(4a, 0)$ என்னும் புள்ளி களுக்கூடாகச் செல்லும் ஒரு மாறும் கோடு, $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவை AB இல் சந்திக்கின்றது. AB என்ற நாண் உற்பத்தியில் செங்கோணத்தை அமைக்குமென நிறுவுக. AB இன் நடுப்புள்ளி $Y^2 = 2a(x - 4a)$ எனும் பரவளைவில் கிடக்குமெனவும் நிறுவு...

13. $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவிற்கு $(at^2, 2at)$ என்னும் புள்ளியிலுள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவிற்கு புள்ளிகள் $P(at_1^2, 2at_1)$ $Q(at_2^2, 2at_2)$ இலுள்ள தொடலிகள் T இற் சந்திப்பின், T இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. T, $2x + y - 2a = 0$ என்னும் கோட்டில் கிடைக்கக்கூடியதாக P, Q என்பன பரவளைவில் அசையும் புள்ளிகளாயின், P Q இன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு $Y^2 = a(2x - y - 2a)$ என்னும் பரவளைவு என நிறுவுக.

14. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இலுள்ள புள்ளிகள் $P_1(at_1^2, 2at_1)$, $P_2(at_2^2, 2at_2)$ என்பனவற்றைத் தொடுக்கும் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க. $P_1 P_2$ என்பது அப்பரவளைவின் ஒருகுவிய நாணாயின் $t_1t_2 = -1$ எனக் காட்டுக. AB, CD என்பவை பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இனது மாறுங் குவிய நாண்களாகும். AC என்பது புள்ளி $(2a, 0)$ இன் ஊடாகச் செல்கின்றதெனின், பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

1. B D என்பது புள்ளி $(a/2, 0)$ இன் ஊடாகச் செல்கிறது.
2. B D இன் நடுப்புள்ளியானது $y^2 = a(2x - a)$ இல் கிடக்கிறது.

15. $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவிற்கு $(at^2, 2at)$ என்னும் புள்ளியிலுள்ள செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க. AB இன் நடுப்புள்ளி $y - a = 0$ என்னும் கோட்டில் கிடக்கும் வண்ணம் A, B என்பன $y^2 = 4ax$ எனும் பரவளைவில் உள்ள மாறும் புள்ளியாகும் ... வளைவிற்கு A B யிலுள்ள செவ்வன்கள் சந்திக்கும் புள்ளி $x - y - 3a = 0$ என்ற கோட்டில் கிடக்கும் என நிறுவுக.

16. $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவிற்கு $(at^2, 2at)$ என்னும் புள்ளியிலுள்ள செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க. P Q என்பது $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவின் குவிய நாண் ஆகும். பரவளைவிற்கு P Q இலுள்ள செவ்வன்கள் R இற் சந்திப்பின் PQ இன் நீளம் பரவளைவின் செலுத்தியிலிருந்து R இன் செங்குத்துத் தூரத்திற்குச் சமனென நிறுவுக.

17. $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவிற்கு புள்ளி $P(at^2, 2at)$ இலுள்ள தொடலி செவ்வன் ஆகியவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. P இலுள்ள தொடலி, செவ்வன் என்பன பரவளைவின் x- அச்சை முறையே T, N இல் சந்திக்கின்றன. S என்பது P பரவளைவின் குவியம், பரவளைவில் அசைய, முக்கோணி PSN இனது நிமிர் மையம் $x y^2 = a(x - a)^2$ என்ற வளையியை வரையும் எனக் காட்டுக. முக்கோணி PST இனது நிமிர் மையத்தின் ஒழுக்கையும் காண்க.

18. $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவிற்கு $P(at^2, 2at)$ என்னும் புள்ளியிலுள்ள செவ்வன், பரவளைவை மீண்டும் புள்ளி $Q(aT^2, 2aT)$ இல் சந்திக்கிறது. $T = -(t + 2/t)$ என நிறுவுக. P, Q இலுள்ள பரவளைவின் தொடலிகள் R இற் சந்திப்பின், t இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் R என்பது $Y^2(x + 2a) + 4a^3 = 0$ என்ற வளையியில் கிடக்குமெனவும் நிறுவுக.

19. பின்வருவனவற்றைக் காட்டுக.

1. a என்பது ஓர் ஒருமையாயின், $x = at^2$, $y = 2at$ என்னும் சமன்பாடுகள் ஒரு பரவளைவின் பரமானச் சமன்பாடுகளாகும்.

2. t என்னும் பரமானத்தை உடைய புள்ளியின் ஊடாக அப் பரவளைவினது குவிநாணின் நீளம் $a(t + t^{-1})^2$ ஆகும். இதிலிருந்து அப்பரவளைவினது செங்கோணங்கள் வெட்டும் சம நீளமுள்ள இரு குவிய நாண்களின் முனைப் புள்ளிகள் $\pm 1 \pm \sqrt{2}$ என்னும் பரமானங்களை உடைய புள்ளிகளாகுமெனக் காட்டுக.

20. $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவில் $P(at_1^2, 2at_1)$ $Q(at_2^2, 2at_2)$ என்பவை இரு மாறும் புள்ளிகளாகும். PQ இன் நடுப்புள்ளி M ஆகும். PQ க்களிலுள்ள தொடலிகள் R இற் சந்திக்கின்றன.

1. R இன் ஆள்கூறுகள் $at_1t_2, a(t_1 + t_2)$ .... எனக் காட்டுக.
2. புள்ளி R ஆனது $x = h$ என்னும் நேர்கோட்டிற்கிருந்தால் M இன் ஒழுக்கையும்.
3. MR இன் நீளம் ஓர் ஒருமை C ஆயின் R இன் ஒழுக்கையும் காண்க.

21. $Y^2 \; 4ax = 8a^2$, $Y = 4ax = 4ax^2$ ஆகிய இரு பரவளைவுகளினதும் குவியங்களினதும் உச்சிகளினதும் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. இப்பரவளைவுகள் வெட்டும் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளையும், வெட்டும் புள்ளிகளில் ஒன்றில் இரு பரவளைவுகளுக்கும் வரையப்பட்ட தொடலிகளுக்கு உட்பட்ட கூர்ங்கோணத்தையும் காண்க.

22. பரவளைவு $Y = 4ax$ இற்கு $P(at^2, 2at)$, $Q(an^2t^2, 2ant)$ இல் உள்ள தொடலிகள் R இற் சந்திக்கின்றன. இங்கு n ஒரு முழுவெண், t மாறும் போது R என்பது எப்போதும் $2y^2 = 9ax$ என்னும் பரவளைவிற் கிடப்பின் n இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. P, Q யிலுள்ள செவ்வன்களும், $y = 48a$ என்ற கோடு ஒரு புள்ளியிற் சந்திப்பின், P, Q இன் நீளத்தைக் காண்க.

23. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$, $X^2 = 4ay$ என்பன வெட்டும் புள்ளிகள் O (உற்பத்தி) P ஒவ்வொன்றிலும் உள்ள தொடலிகளுக்கிடையிலுள்ள கோணங்களைக் காண்க. $X = 4ay$ இற்கு P யிலுள்ள தொடலி x அச்சை Q இலும் $y^2 = 4ax$ இற்கு இலுள்ள தொடலி y அச்சை R இலும் சந்திக்கின்றன. பின்வருவனவற்றைக்காண்க.

1. நாற்கோணி OQPR இன் பரப்பு.
2. RP ஆனது P யிலுள்ள தொடலியாகவும் OP ஆனது நாணாகவுமுள்ள வட்டத்தில் சமன்பாடு.

24. பரவளைவின் நாண் PQ, குவியம் S இற் கூடாகச் செல்கிறது. S இற்கூடாகச் சென்று பரவளைவை P இற் தொடும் வட்டம் S இற்கூடாகச் சென்று பரவளைவை Q இற் தொடும் வட்டத்திற்குச் செங்குத்து என நிறுவுக.

25. $Y^2 = 4ax$ என்ற பரவளைவுக்கு $(at^2, 2at)$ என்னும் புள்ளியிலுள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. P, Q, R என்னும் மூன்று புள்ளிகள் இப்பரவளைவில் எடுக்கப்பட்டுள்ளன. நாண் PQ செலுத்திக்குச் சமாந்தரம் P, R இலுள்ள தொடலிகள் $y^2 = 4a(2x + a)$ என்னும் பரவளைவில் சந்திக்கின்றன. Q, R இலுள்ள தொடலிகள் வெட்டும் புள்ளியின் ஒழுக்கைக் காண்க.

26. $Y^2 = 4ax$ எனும் பரவளைவின் நாண் (α, β) இல் இரு கூறிடப்படுகின்றது. இந் நாணின் சமன்பாடு $2ax - \beta y = 2\alpha a - \beta^2$ எனக் காட்டுக. $Y - 4ax = 0$ என்ற பரவளைவைத் தொடுகின்ற $y^2 = 4ax$ இற்கு வரையப்பட்ட நாண்களின் நடுப்புள்ளிகளின் ஒழுக்கைக் காண்க.

27. $Y^2 = 4ax$ இற்கு $(at^2, 2at)$ என்னும் புள்ளியிலுள்ள செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க. $P(at_1^2, 2at_1)$, $Q(at_2^2, 2at)$ என்னும் புள்ளிகளிலுள்ள செவ்வன்கள் பரவளைவில் $R(aT^2, 2aT)$ இல் சந்திக்கின்றன. t_1 உம், t_2 உம் $t^2 + tT + 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனக் காட்டுக. PQ இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும், நாண் இன் மையப்புள்ளியின் ஒழுக்கு ஒரு பரவளைவெனக் காட்டுக.

28. P, Q என்பவை பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இல் முறையே $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_2^2, 2at_2)$ என்னும் புள்ளிகளாகும். PQ இன் சமன்பாட்டைக் காண்க. O உற்பத்தியாயின், OP உம், OQ உம் செங்குத்தாயின், நாண் PQ ஆனது PQ இன் எல்லா நிலைகளுக்கும் X-அச்சை ஒரு நிலையான புள்ளியில் வெட்டுகின்றதெனக் காட்டுக.

29. பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இற்கு புள்ளி (t) இலுள்ள தொடலியின்தும், செவ்வனினதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க. இப்பரவளைவிற்கு புள்ளிகள் P, Q இலுள்ள தொடலிகள் T இலும் செவ்வன்கள் N இலும் சந்திக்கின்றன. T N ஆனது பரவளைவின் அச்சிற்குச் சமாந்தரமாகும். PQ ஒரு குவிய நாணெனக் காட்டுக. PQ இலுள்ள தொடலிகள் ஒன்றற்கொன்று செங்குத்தெனவும் காட்டுக. PQ பரவளைவில் அசையும்போது N இன் ஒழுக்கு ஒரு பரவளைவெனக் காட்டுக.

30. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இற்கு ஏதாவதொரு புள்ளி P இலுள்ள தொடலியும், செவ்வனும் X- அச்சை முறையே E, F இற் சந்திக்கின்றன. முக்கோணி PEF இன் மையப்போலியின் ஒழுக்கு ஒரு பரவளைவெனக் காட்டுக.

31. $x^2 + 4y = 4$, $x^2 + 2y = 2x$ என்னும் பரவளைவுகள் ஒன்றையொன்று தொடுகின்றன எனக் காட்டுக. அவற்றின் உச்சிகளின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. பொதுத் தொடலியி சமன்பாட்டையும் காண்க.

32. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இன் உச்சிக்கூடாகச் செல்லும் எல்லா நாண்களினதும் நடுப்புள்ளிகளின் ஒழுக்கைக் காண்க.

33. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இற்கு புள்ளி $P(at^2, 2at)$ இலுள்ள செவ்வன் வளையியை மீண்டும் Q இற் சந்திக்கின்றது. Q இன் ஆள் கூறுகளைக் காண்க. PQ இன் நீளத்தைக் காண்க. P, Q இலுள்ள தொடலிகள் வெட்டும் புள்ளியின் ஒழுக்கு $(x + 2a)y + 4a^2 = 0$ எனநிறுவுக.

34. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இற்கு புள்ளிகள் (t_1) (t_2) இலுள்ள தொடலிகளாலும், அவற்றின் தொடுநாணாலும், அமைக்கப்படும் முக்கோணியின் பரப்பு $a^2/2 (t_1 - t_2)3$ எனக் காட்டுக.

35. பரவளைவு $y^2=4ax$ இல் ஏதாவது மூன்று புள்ளிகள் $P(t_1)$ $Q(t_2)$ $R(t_3)$ என்பவற்றால் அமைக்கப்படும் முக்கோணியின் பரப்பு, அப்புள்ளிகளிலுள்ள தொடலிகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணியின் பரப்பின் இரு மடங்காகும் என நிறுவுக. இப்புள்ளிகளிலுள்ள செவ்வன்களால் அமைக்கப்படும் முக்கோணியின் பரப்பு $a^2/2\,(t_1-t_2)(t_2-t_3)(t_3-t_1)(t_1+t_2+t_3)^2$ எனக்காட்டுக.

36. பரவளைவு $y^2=4ax$ இற்கு புள்ளி $P(at^2, 2at)$ இலுள்ள செவ்வன் வளையியை மீண்டும் Q இற் சந்திக்கின்றது. Q இன் சாரா மாறி $-(2+t^2)t$ எனக்காட்டுக. பரவளைவிற்கு P, Q இலுள்ள தொடலிகள் R இற் சந்திக்கின்றன PR இன் நடுப் புள்ளியின் ஒழுக்கைக் காண்க.

37. பரவளைவு $y^2=4ax$ இற்கு புள்ளிகள் $P(at_1^2, 2at_1)$ $Q(at_2^2, 2at_2)$ இலுள்ள செவ்வன்கள் வளையியில் உள்ள $N(aT^2, 2aT)$ இல் சந்திக்குமாயின் t_1, t_2 என்பவை $t^2+tT+2=0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனக் காட்டுக. N இன் எல்லா நிலைகளுக்கும், நாண் PQ ஒரு நிலையான புள்ளிக்கு ஊடாகச் செல்கின்றதெனவும் PQ இன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்குஒருபரவளைவு எனவும் காட்டுக. பரவளைவிற்கு PQ இலுள்ள தொடலிகள் R இற் சந்திப்பின் முக் கோணி PQR இன் மையப்போலியின் ஒழுக்கைக் காண்க.

38. பரவளைவு $y^2=4ax$ இல் A, B, C என்பவை மூன்று புள்ளிகள் நாண் AB ஆனது செலுத்திக்குச் சமாந்தரம். A, C இலுள்ள தொடலிகள், பரவளைவு $y^2=4a(2x+a)$ இல் சந்திக்கின்றன. B, C இலுள்ள தொடலிகளின் வெட்டுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு ...... $y = 4a(a-x)$ எனக் காட்டுக.

39. A, B, C என்பவை ஒரு பரவளைவின் மூன்று புள்ளிகளாகும். முக்கோணி ABC இன் மையப்போலி G ஆகும். பரவளைவிற்கு A, B, C ..... இலுள்ள தொடலிகளால் ஆக்கப்படும் முக்கோணியின் மையப்போலி H ஆகும். GH ஆனது பரவளைவின் அச்சிற்குச் சமாந்தரமெனக் காட்டுக. GH ஆனது பரவளைவை வெட்டும் புள்ளியானது GH ஐ 1 : 3 என்னும் விகிதத்திற் பிரிக்கின்றதெனக் காட்டுக.

40. பரவளைவு $y^2=4ax$ இல் P ஒரு மாறும் புள்ளி, P யிலிருந்து பரவளைவிற்குக் கீறிய இரு செவ்வன்களின் அடிகள் Q, R ஆகும். P, Q இலுள்ள தொடலிகள் A இலும் P, R இலுள்ள தொடலிகள் B இலும் சந்திக்கின்றன. AB இன் மத்திய புள்ளியின் ஒழுக்கைக் காண்க.

41. பரவளைவு $y^2+4bx=0$ இன் ஒரு தொடலி, பரவளைவு $y^2-4ax=0$ ஐ A, B இல் வெட்டுகின்றது. AB இன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு $y^2(2a+b)=4ax^2$ எனக் காட்டுக.

42. (h, k) ஐ தனது மத்தியபுள்ளியாகக் கொண்ட $y^2=4ax$ என்னும் பரவளைவின் நாணின் சமன்பாடு $2ax-ky=2ah-k^2$ ..... எனக் காட்டுக. மேற்கூறிய நாண் பரவளைவு $y^2+4ax=0$ .... ஐத் தொடுமாயின் புள்ளி (h, k) இன் ஒழுக்கைக் காண்க.

43. $Y^2 = 4ax$, $(a > 0)$; $Y^2 = 4bx$, $(b<0)$ என்னும் பரவளைவுகளை அச்சிற்குச் சமாந்தரமான ஒரு மாறும்கோடு முறையே A, B இல் வெட்டுகின்றது. AB இன் மத்திய புள்ளியின் ஒழுக்கு ஒரு பரவளைவெனக் காட்டுக.

44. $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவின் உச்சி A ஆகும். AP, AQ என்பவை அதன் இரு செங்குத்தான நாண்களாகும். AP, AQ என்பவற்றை இரு பக்கங்களாகக் கொண்டு ஒரு இணைகரம் APBQ பூர்த்தியாக்கப்பட்டுள்ளது. B இன் ஒழுக்கு $Y^2 = 4a(x-3a)$ என்னும் பரவளைவெனக் காட்டுக.

45. பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இன் செலுத்தலியிலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து பரவளைவிற்கு ஒரு தொடலி கீறப்பட்டுள்ளது. இத் தொடலியின் மத்திய புள்ளியின் ஒழுக்கு .... $Y^2 (2x+a) = a (3x+a)^2$ எனக் காட்டுக.

46. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இன் குவியநாண் PQ ஆகும். பரவளைவிற்கு PQ இலுள்ள செவ்வன்கள் N இற் சந்திக்கின்றன. பரவளைவின் உச்சி A ஆகும். PQ அசையும் போது பின்வருவனவற்றின் ஒழுக்கைக் காண்க.

1. முக்கோணி APQ இன் மையப்போலி, நிமிர்மையம்.
2. புள்ளி N

47. $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவிற்கு $P(t_1)$ $Q(t_2)$ என்னும் புள்ளிகளிலுள்ள தொடலிகள் T இலும், செவ்வன்கள் R இலும் சந்திக்கின்றன. T, N இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. T ஆனது $x = 6a$ என்னும் கோட்டில் கிடக்குமாயின் N இன் ஒழுக்கைக் காண்க. N ஆனது $x = 6a$ இல் கிடக்குமாயின் T இன் ஒழுக்கைக் காண்க.

48. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இல் $P(t_1)$, $Q(t_2)$ $R(t_3)$ என்பவை மூன்று புள்ளிகள் PRQ ஒரு செங்கோணம், $(t_1+t_3)(t_2+t_3) = -4$ என நிறுவுக. R இலுள்ள செவ்வனும் PQ உம் வெட்டும் புள்ளி B இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. R அசையும் போது B இன் ஒழுக்கு $Y^2 = 4a(x-4a)$ என்னும் பரவளைவெனக் காட்டுக.

49. PQ என்பது பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இன் ஒரு குவியநாண், P, Q இலிருந்து செலுத்தலிக்கு கீறப்பட்ட செங்குத்துகளின் அடிகள் முறையே H, K ஆகும். பரவளைவிற்கு P, Q இலுள்ள தொடலிகள் T இற் சந்திக்கின்றன. பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

1. HSK ஒரு செங்கோண (S குவியம்.)
2. PTQ ஒரு செங்கோணம்.
3. T ஆனது HK இற் கிடக்கின்றது.
4. ஒரு செவ்வகத்தின் பக்கங்கள் PT, TQ, KS, SH என்பவற்றின் வழியேகிடக்கின்றன.

50. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இன் ஒரு மாறும் நாண் AB ஆகும். AB இன் மத்தியபுள்ளி M ஆகும். பின்வரும் வகைகளில் M இன் ஒழுக்கைக் காண்க.

1. AB ஒரு குவிய நாண்.
2. AB ஆனது புள்ளி $(3a, 0)$ இன் ஊடாகச் செல்கின்றது.
3. AB இன் நீளம் ஒரு ஒருமை.
4. பரவளைவிற்கு A, B இலுள்ள தொடலிகளின் வெட்டுப் புள்ளி, கோடு $x + 2a = 0$ இல் கிடக்கின்றது.

51. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இற்கு புள்ளிகள் $A(t_1)$ $B(t_2)$ இலுள்ள தொடலிகள் T இற் சந்திக்கின்றன. T இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. AB இன் நடுப்புள்ளி M ஆனது $x = 2a$ இற் கிடக்குமாயின் T இன் ஒழுக்கைக் காண்க. T ஆனது $x + y + a = 0$ இற் கிடக்குமாயின் M இன் ஒழுக்கைக் காண்க.

52. $P(ap\ ,\ 2ap)$, $Q(aq^2, 2aq)$ என்பன பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இல் இரு மாறும் புள்ளிகள். பரவளைவிற்கு P, Q இலுள்ள செவ்வன்கள் N இற் சந்திக்கின்றன. N இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. PQ ஒரு குவியநாணாயின் N இன் ஒழுக்கைக் காண்க. N ஆனது $y\ a = 0$ இற் கிடக்குமாயின், PQ இன் மத்திய புள்ளி $y^3 - 2axy - 2a^3 = 0$ என்னும் வளையியில் கிடக்குமெனக் காட்டுக.

53. $P(p)$, $Q(q)$, $R(r)$ என்பன பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இல் மூன்று புள்ளிகள். P, Q இல் உள்ள தொடலிகள் R இலுள்ள தொடலியை முறையே C, B இற் சந்திக்கின்றன. P, Q இலுள்ள தொடலிகள் A இற் சந்திக்கின்றன. முக்கோணி ABC இன் நிமிர்மையம் செலுத்தலியில் கிடக்கின்றதெனக் காட்டுக. $RB = BC$ எனின் $2q = p+r$ எனக் காட்டுக. AB யானது PR இற்குச் சமாந்தரமெனக் காட்டுக.

54. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இற்கு புள்ளி $(at^2, 2at)$ இலுள்ள செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க. தந்த ஒரு புள்ளி (h, k) இலிருந்து பொதுவாக ஒரு பரவளைவுக்கு மூன்று செவ்வன்கள் கீறலாமெனக் காட்டுக. இம்மூன்று செவ்வன்களின் அடிகளின் Y- ஆள்கூறுகளின் கூட்டுத் தொகை பூச்சியமெனக் காட்டுக. இரு செவ்வன்கள் ஒன்றற்கொன்று செங்குத்தாயின் (h, k) இன் ஒழுக்கு $y = a(x - 3a)$ என்னும் பரவளைவெனக் காட்டுக.

55. பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இற்கு புள்ளிகள் P, Q, R இலுள்ள செவ்வன்கள் ஒரு புள்ளி $N(h, k)$ இற் சந்திக்கின்றன. பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

1. முக்கோணி PQR இன் மையப்போலி பரவளைவின் அச்சிற் கிடக்கின்றது.
2. PQR இலுள்ள தொடலிகளால் ஆக்கப்படும் முக்கோணியின் நிமிர்மையமும், புள்ளி N உம், பரவளைவின் அச்சிலிருந்து சமதூரத்தில் உள்ளன.
3. வட்டம் PQR இன் சமன்பாடு $2x^2 + 2y^2 - 2x(h + 2a) - ky = 0$
4. P நிலையானதாயின், QR இன் திசையும் நிலையானது, வட்டம் PQR இன் மையத்தின் ஒழுக்கு ஒரு நேர் வரை.

56. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இல் உள்ள நான்கு புள்ளிகள் $(at_r^2, 2at_r)$, $r = 1, 2, 3, 4$ என்பன ஒருபரிதிப் புள்ளிகளாயின் $t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 0$ எனக் காட்டுக. மையம் (h, k) இலும், உற்பத்தி இனூடாகவும் செல்லும் ஒரு வட்டம், பரவளைவு $y^2 = 4ax$ ஐ, பரமானங்கள் t_1, t_2, t_3 உடைய புள்ளிகளில் சந்திக்கின்றன. இம்மூன்று புள்ளிகளிலுள்ள செவ்வன்கள் ஒரு புள்ளியிற் சந்திக்கின்றன எனக்காட்டுக. இப்புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை h, k இற் தருக.

57. பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இற்கு புள்ளிகள் P_1, P_2, P_3 இலுள்ள செவ்வன்கள் ஒரு புள்ளியிற் சந்திக்கின்றன. முக்கோணி $P_1P_2P_3$ இன் சுற்றுவட்டம் பரவளைவின் உச்சியினூடாகச் செல்லுகின்றதெனக் காட்டுக. P, Q என்பவை $Y^2 = 4ax$ இல் இரு மாறும் புள்ளிகள். PQ ஆனது $x - y\ 1 = 0$ இற்குச் சமாந்தரம். P இல் பரவளைவைத் தொட்டுக்கொண்டு Q இனூடாகச் செல்லும் வட்டம் பரவளைவை மீண்டும் R இற் சந்திக்கின்றது. QR இன் மத்திய புள்ளியின் ஒழுக்கைக் காண்க.

58. பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இற்கு புள்ளிகள் AB இலுள்ள செவ்வன்கள், மீண்டும் பரவளைவில் புள்ளி C இற் சந்திக்கின்றன. பரவளைவிற்கு C இலுள்ள செவ்வன் மீண்டும் பரவளைவை C இற் சந்திக்கின்றது. D இலிருந்து பரவளைவிற்குக் கீறிய செவ்வன்களில் ஒன்று PQ இற்குச் சமாந்தரமெனக் காட்டுக.

59. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க்கு P புள்ளி இலுள்ள செவ்வன், குவியத்தின் ஊடாக, P யிலுள்ள தொடலிக்கு, சமாந்தரமாகச் செல்லும் நேர்கோட்டை Q லி சந்திக்கின்றது. Q ன் ஒழுக்கைக் காண்க.

60. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க்கு ஏதாவது இரு புள்ளிகள் CD யில் உள்ள தொடலிகள் T இல் சந்திப்பின் 1. $ST^2 = SC . SD$ 2. $\frac{TC^2}{TD^2} = \frac{SC}{SD}$ எனக் காட்டுக. இங்கு S பரவளைவின் குவியம்.

61. புள்ளி (h,k) ஐ நடுப்புள்ளியாகக் கொண்ட, பரவளைவு $y^2=4ax$ இன் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க. குவிய நாண் $y=x-a$ இல் K ஒரு புள்ளியாகும். K இல் சமகூறிடப்படும் நாண், பரவளைவு $(y+2a)^2=3a(x-a)$ ஐத் தொடுகின்றதெனக் காட்டுக.

62. பரவளைவு $y^2=4ax$ இன் நாண், பரவளைவு $y^2=4bx$ ஐத் தொடுகின்றது. இந் நாணின் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு $y^2 = \frac{4a^2}{2a-b} x$ எனக் காட்டுக.

63. பரவளைவு $y^2=4ax$ இன் ஒரு குவிய நாண் PQ ஆகும். இதன் குவியம் S ஆகும். S இன் ஊடாகச் சென்று பரவளைவை P இற் தொடும் வட்டம், S இன் ஊடாகச் சென்று பரவளைவை Q இற் தொடும் வட்டத்தை நிமிர்கோணத்தில் வெட்டுகின்றதெனக் காட்டுக.

64. பரவளைவு $y^2=4ax$ இற்கு புள்ளிகள் P, Q இலுள்ள தொடலிகள் $y=bx$ என்னும் நிலையான வரையுடன் சமகோணம் அமைக்கின்றன. PQ ஆனது செலுத்தலியில் ஒரு நிலையான புள்ளிக் கூடாகச் செல்கின்றதெனக் காட்டுக. PQ இன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு .... $by^2 - 2abx + a(b^2-1)y - 2a^2b = 0$ எனக் காட்டுக.

65. பரவளைவு $y^2=4ax$ இன் நாண் PQ, Z(-a, o) இன் ஊடாகச் செல்கின்றது. பரவளைவிற்கு PQ இலுள்ள செவ்வன்கள் N இற் சந்திக்கின்றன. PQ அசையும்போது N இன் ஒழுக்கு $y^2 = a(x-a)$ எனக் காட்டுக? N இன் ஊடாக பரவளைவிற்கு கீறக்கூடிய மூன்றாவது செவ்வனுக்கு NS செங்குத்தெனக் காட்டுக (S குவியம்) PQ இன் இன்னொரு நிலை P_1Q_1 ஆகவும் இதற்கொத்த N இன் நிலை N_1 ஆகவுமிருப்பின் NN_1 ஒரு நிலையான புள்ளிக் கூடாகச் செல்கின்றதெனக் காட்டுக.

66. பரவளைவு $y^2=4ax$ ற்கு புள்ளிகள் P, Q இலுள்ள தொடலிகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகும். P யிலுள்ள தொடலி PQ உடனும் x அச்சுடனும் சமகோணங்களை அமைக்கின்றதெனக் காட்டுக. P அசையும்போது PQ ஆனது x அச்சில் ஒரு நிலையான புள்ளி S இன் ஊடாகச் செல்கின்றதெனக் காட்டுக. S இலிருந்து தொடலிகளுக்குக் கீறிய செங்குத்துத் தூரங்கள் h, k எனின் $h^2k^2 = a(h^2 k^2)$ எனக் காட்டுக.

67. பரவளைவுகள் $y^2 = 4ax$, $x^2 = \frac{a}{2}y$ ஆகியவற்றின் பொதுத் தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க, இப் பொதுத் தொடலியின் தொடுபுள்ளிகள் PQ ஆயின் ஆள்கூற்று அச்சுக்கள் PQ ஐ முக்கூறிடுகின்றனவெனக் காட்டுக.

68. வட்டம் $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ .... பரவளைவு $y^2=4ax$, புள்ளிகள் P(p), Q(q), O(o) இல் வெட்டுகின்றது. p, q என்பவை ar^3 (4a+2g)r+2f=0 என்னும் r இலுள்ள முப்படிச் சமன்பாட்டின் இரு மூலங்கள் எனக் காட்டுக. PQ ஆனது எப்போதும் புள்ளி (-4a, 4a) இன் ஊடாகச் செல்லுமாயின், வட்டம் OPQ இன் மையத்தின் ஒழுக்கைக் காண்க.

69. பரவளைவு $y^2=a(x+2a)$ இல் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து பரவளைவு $y^2=4ax$ இற்குக் கீறிய தொடலிகளின் தொடுபுள்ளிகள் A, B ஆகும். பரவளைவு $y^2=4ax$ இற்கு AB இலுள்ள செவ்வன்கள் C இற் சந்திக்கின்றன. C இன் ஒழுக்கைக் காண்க.

70. பரவளைவு $y^2=4ax$ இல் புள்ளிகள் $A(t_1)B(t_2)$ என்பனவற்றை இணைக்கும் நாணை விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் சமன்பாட்டைக் காண்க. இவ்வட்டம் பரவளைவை மீண்டும் C, D இற் சந்திக்கின்றது. நாண் AB புள்ளி (6a, o) இன் ஊடாகச் செல்லுமாயின், நாண் CD புள்ளி (2a, o) இன் ஊடாகச் செல்கின்றதெனக் காட்டுக.

71. ஒரு பரவளைவின் குவியநாணை விட்டமாகக் கொண்டு வரையப்பட்ட வட்டம் செலுத்தலியைத் தொடுகின்றதெனக் காட்டுக. பரவளைவு $y^2=4ax$ இல் உள்ள மூன்று புள்ளிகள் D, E, F ஆல் அமைக்கப்படும் முக்கோணியின் மையப்போலி P ஆகும். பரவளைவிற்கு D. E. F இலுள்ள தொடலிகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணியின் மையப்போலி Q ஆகும். PQ, x அச்சிற்குச் சமாந்தரம் எனக் காட்டுக. DE இலுள்ள தொடலிகள் T இற் சந்திக்கின்றன. D TE இலிருந்து F இலுள்ள தொடலிக்கு கீறிய செங்குத்துக்களின் நீளங்கள் பெருக்கள் விருத்தியிலுள்ளன எனக் காட்டுக.

72. $x+y-3a=0$ என்னும் வரையிலுள்ள புள்ளியொன்றிலிருந்து பரவளைவு $y^2=4ax$ இற்குக் கீறிய தொடலிகளின் தொடுபுள்ளிகள் PQ ஆகும். PQ இன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு.... $(y+a)^2=a(2x+7a)$ எனக் காட்டுக. தந்த வரையானது, இவ்விரு பரவளைவுகளினதும் பொது வெட்டுப்புள்ளிகளில், முதலாவது பரவளைவிற்குக் கீறிய தொடலிகளின் வெட்டுப்புள்ளி இரண்டாவது பரவளைவில் கிடக்கின்றதெனக் காட்டுக.

73. பரவளைவு $y^2=4ax$ ற்கு புள்ளிகள் P(t) Q(u) லுள்ள தொடலிகள் R இற் சந்திக்கின்றன. PQ குவியம் S இன் ஊடாகச் செல்கின்றது. $PR^2=a^2(t-u)^2(1+t^2)$ எனக் காட்டுக. இது துணைகொண்டு அல்லது வேறு வழியால் $\frac{SP}{SQ}=\frac{RP^2}{RQ^2}$ எனக் காட்டுக.

74. பரவளைவு $y^2=4ax$ இன் உள்ள ஒரு மாறும் புள்ளி $P(at^2, 2at)$, அதன் குவியம் S ற்கு இணைக்கும் வரை SP = PM ஆகுமாறு M ற்கு நீட்டப்பட்டுள்ளது. M இன் ஒழுக்கு $y^2=8ax+8a^2$ எனக் காட்டுக. X அச்சிற்குச் சமாந்தரமாக P யின் ஊடாகச் செல்லும் வரை பிந்திய பரவளைவை Q ற் சந்திக்கின்றது. முதல் பரவளைவிற்கு P யிலுள்ள தொடலியும் இரண்டாம் பரவளைவிற்கு Q விலுள்ள தொடலியும் x அச்சிற் சந்திப்பின் $t^2=2$ எனக் காட்டுக.

75. பரவளைவு $y^2=4ax$ இல் PQ ஒரு நாணாகும். PQ விலுள்ள தொடலிகள் T யிற் சந்திக்கின்றன. PQ வின் நடுப்புள்ளி M ஆகும். TM இன் நடுப்புள்ளி N ஆகும். பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.
1. TM ஆனது x அச்சிற்குச் சமாந்தரம்.

2. N பரவளைவிற் கிடக்கின்றது.

4. பரவளைவிற்கு N இலுள்ள தொடலி PQ இற்குச் சமாந்தரம்.

76. பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இன் நாண் PQ இன் படித்திறன் தான் ஆகும். பரவளைவிற்கு PQ இலுள்ள தொடலிகள் H இலும், செவ்வன்கள் K இலும் சந்திக்கின்றன. H K இன் ஒழுக்குகள் ஒவ்வொன்றும் ஒவ்வொரு ஒவ்வொரு நேர்கோடு எனக் காட்டுக. இவ்விரு நேர்கோடுகளும் M இற் சந்திப்பின் M இன் ஒழுக்கு $y^2 - ax + 3a^2 = 0$ எனக் காட்டுக.

77. $y^2 = 4ax$, $x^2 = 4ay$ ஆகிய பரவளைவுகளின், உற்பத்தித் தானம் தவிர்ந்த மறு பொதுப் புள்ளி P ஆகும். இரு பரவளைவுகளிலும் கிடவாத ஒரு நிலையான புள்ளி (h, k) இன் ஊடாகச் செல்லும் ஒரு மாறும்கோடு பரவளைவு $y^2 = 4ax$ ஐ C, D இல் சந்திக்கின்றன. கோடுகள் PC, PD என்பவை பரவளைவு $x^2 = 4ay$ ஐ E, F இல் சந்திக்கின்றன. கோடு EF ஒரு நிலையான புள்ளிக்கூடாகச் செல்கின்றதெனக் காட்டுக. இப்புள்ளிக் கூடாகச் செல்கின்றதெனக் காட்டுக. இப்புள்ளியின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க.

78. பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இற்கு புள்ளிகள் U(u), V(v) இலுள்ள தொடலிகள் T இற் சந்திக்கின்றன. TU, TV என்பவை x அச்சை முறையே PQ வில் சந்திக்கின்றன. PQ = ஒரு ஒருமை C ஆகும். T யின் ஒழுக்கைக் காண்க.

79. $y^2 = 4\lambda(x+\lambda)$ என்னும் வடிவத்திலுள்ள பரவளைவுகள் உற்பத்தித் தானத்தைக் குவியமாகவும் x அச்சு பற்றி சமச்சீராகவும் உடையன எனக் காட்டுக. இவ்வகையைச் சேர்ந்த பரவளைவு (x_1, y_1) என்னும் நிலையான புள்ளியின் ஊடாகச் செல்லுமாயின் λ இற்கு பொதுவாக இரு மெய்ப் பெறுமானங்கள் உண்டெனக் காட்டுக. இவ்விரு பரவளைவுகளும் நிமிர்கோணத்தில் வெட்டுகின்றன வெனவும் காட்டுக.

80. பரவளைவு $y^2 = 3x$ இற்குப் புள்ளி (t) யிலுள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டையும் பரவளைவு $x^2 = y$ ற்கு புள்ளி (u) இலுள்ள செவ்வனின் சமன்பாட்டையும் காண்க. முதலாவது பரவளைவிற்குத் தொடலியாகவும் இரண்டாவதற்குச் செவ்வனாகவுமுள்ள எல்லாக் கோடுகளின் சமன்பாடுகளையும் காண்க.

81. பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இன் குவியம் S ஊடாகச் செல்லும் நாண் PQ ஆகும். PQ வை விட்டமாகக் கொண்ட வட்டம் செலுத்தலியைத் தொடுகின்றதெனக் காட்டுக. இவ்வட்டம் பரவளைவை மீண்டும் புள்ளிகள் GH இல் சந்திப்பின் கோடு GH ஒரு நிலையான புள்ளி K இன் ஊடாகச் செல்லுகின்றதெனக் காட்டுக. இவ்வட்டம் பரவளைவை மீண்டும் புள்ளிகள் இல் சந்திப்பின் கோடு GH ஒரு நிலையான புள்ளி K இன் ஊடாகச் செல்லுகின்றதெனக் காட்டுக. K யும் S உம் செலுத்தலியிலிருந்து சமதூரத்தில் உள்ளன எனக் காட்டுக.

82. வட்டம் $x^2 + y^2 - 3x + 4y + 5 = 0$ இன் மையம் M ஆகும். பரவளைவு $y = 2x - 4$ இன் குவியம் S ஆகும். வட்டத்திற்குப் புள்ளி (2, -1) இலுள்ள தொடலி பரவளைவிற்கும் ஒரு தொடலியாகும் எனக் காட்டுக. பரவளைவைத் தொடும்புள்ளி T யின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. O உற்பத்தித் தானம் எனின் OMTS ஒரு சாய்சதுரம் எனக் காட்டுக. அதன் பரப்பைக் காண்க. பரவளைவின் செலுத்தலி x அச்சை z இல் சந்திப்பின் வட்டம் வட்டம் MZS இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

83. பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இன் ஒரு நாணின் நீளம் 2a ஆகும். இது x அச்சின் நேர்த் திசையுடன் θ கோணம் அமைக்கின்றது. இதன் நடுப்புள்ளி(h,k) இன் ஆள்கூறுகள் பின்வருமாறு தரப்படும் எனக் காட்டுக.

$h = a$ (கோதா$^2\theta + \frac{1}{4}$ சைன்$^2\theta$), $k = 2a$ கோதா θ

θ மாறும்போது புள்ளி (h,k) இன் ஒழுக்கைக் காண்க.

84. பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இற்கு புள்ளிகள் P,Q இலுள்ள தொடலிகள் T இற் சந்திக்கின்றன. பின்வரும் வகைகளில் T இன் ஒழுக்கைக் காண்க.

1. நாண் PQ எப்பொழுதும் புள்ளி (-a, 2a) இன் ஊடாகச் செல்லுகின்றது.
2. நாண் PQ எப்பொழுதும், பரவளைவு $y^2 = 4a(x-a)$ ஐத் தொடுகின்றது.

85. ஒரு மாறும் வரை $y = mx + c$ ஆனது பரவளைவு $y^2 = 4ax$ ஐ புள்ளிகள் P,Q இற் வெட்டுகின்றது. PQ இன் நடுப்புள்ளி H இன் ஆள்கூறுகள் $\left(\frac{2a - mc}{m^2}, \frac{2a}{m}\right)$ எனக் காட்டுக.

1. தந்த வரையானது, புள்ளி(1, 1) இனூடாகச் செல்லுமாயின் H இனி ஒழுக்கைக் காண்க.
2. தந்த வரையானது, புள்ளி(-2a, 0) இனூடாகச் செல்கின்றது. பரவளைவிற்கு P,Q இலுள்ள செவ்வன்கள் மீண்டும் பரவளைவில் புள்ளி N இற் சந்திக்கின்றனவெனக் காட்டுக. N இன் ஆள்கூறுகள் $(4a/m^2, -4a/m)$ எனக் காட்டுக.

86. $Y^2 = 4ax$ இற்கு புள்ளி P(p) இலுள்ள செவ்வன், பரவளைவை மீண்டும் Q(q) இற் சந்திக்கின்றது. q ஐ p இல் உணர்த்துக. PQ ஆனது பரவளைவின் உச்சியில் செங்கோணமமைப்பின் P இன் பெறுமானங்களைக் காண்க. PQ இன் நீளம் இழிவாயின் $p = \pm\sqrt{2}$ எனக் காட்டுக.

87. $Y^2 = 4ax$ எனும் பரவளைவில் ஏதாவதொரு புள்ளி P இலுள்ள செவ்வன் பரவளைவை மீண்டும் R இற் சந்திக்கின்றது. பரவளைவிற்கு வேறொரு புள்ளி Q இலுள்ள செவ்வனும் R இனூடாகச் செல்லும் எனக் காட்டுக.

1. R ஆனது பரவளைவின் ஒரு பகுதியில் இருக்கமாட்டாது எனக் காட்டுக.
2. பரவளைவிற்கு P,Q இலுள்ள தொடலிகளின் வெட்டுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு ஒரு நேர்கோடெனக் காட்டுக.
3. வட்டம் PQR ஆனது பரவளைவின் உச்சியின் ஊடாகச் செல்லுமெனக் காட்டுக.
4. முக்கோணி PQR இன் நிமிர்மையம் பரவளைவின் அச்சிற்குச் செங்குத்தெனக் காட்டுக.
5. நாண் PQ எப்பொழுதும் பரவளைவின் அச்சிலுள்ள ஒரு நிலையான புள்ளிக்கூடாகச் செல்லுமெனக் காட்டுக.

88. $x^2 = 4ay$, $y^2 = 4ax$ எனும் பரவளைவுகள் உற்பத்தியிலும், புள்ளி P இலும் இடைவெட்டுகின்றன. $x^2 = 4ay$ இற்கு இலுள்ள தொடலி $y^2 = 4ax$ ஐ மீண்டும் B இற் சந்திக்கின்றது. $y^2 = 4ax$ இற்கு P இலுள்ள தொடலி $x^2 = 4ay$ ஐ மீண்டும் A யிற் சந்திக்கின்றது. $\angle APB =$ தான்$^{-1}\frac{3}{4}$ எனக் காட்டுக. A B ஆனது இரு பரவளைவுகளுக்கு ஒரு பொதுத்தொடலியெனக் காட்டுக.

89. $y^2 = 4ax$ இலுள்ள புள்ளிகள் $P(t_1)Q(t_2)$ஐ இணைக்கும் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க. PQ ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டம் பரவளைவை மீண்டும் புள்ளிகள் R, S இற் சந்தித்தாலி R Sஇன் சமன்பாடு $2x + (t_1+t_2)\ y + 2a\ (4 + t_1t_2) = 0$ எனக் காட்டுக.

90. தமது உச்சியை உற்பத்தித் தானத்தில் கொண்டிராத இரு பரவளைவுகள் முறையே x, y அச்சுகள் பற்றி சமச்சீராகவுள்ளன இவ்விரு பரவளைவுகளும் நான்கு புள்ளிகளில் இடைவெட்டினால், இந் நான்கு புள்ளிகளின் ஊடாகவும் ஒரு வட்டமும் ஒரு செங்கோண அதிபரவளைவும் செல்லுமெனவும், இவற்றின் மையங்களை இணைக்கும் கோட்டின் நடுப்புள்ளி உற்பத்தித் தானத்தில் இருக்குமெனவும் காட்டுக.

91. $y^2 = 4ax$ எனும் பரவளைவின் உச்சியின் ஊடாகச் செல்லும் செங்குத்தான இரு நாண்கள் OP, OQ ஆகும். இங்கு O பரவளைவின் உச்சி : $P(t_1)Q(t_2)$ பரவளைவிலுள்ள புள்ளிகள்.

1. $t_1t_2 = -4$ எனக் காட்டுக.

2. P_1P_2 இலுள்ள தொடலிகள் இடைவெட்டும் புள்ளியின் ஒழுக்கு ஒரு நேர்கோடெனக் காட்டுக.

3. P_1P_2 இலுள்ள செவ்வன்களில் இடைவெட்டுப் புள்ளியின் ஒழுக்கு ஒரு பரவளைவெனக் காட்டுக.

92. $Y^2 = 4ax$ இற்கு, புள்ளிகள் 't_1' 't_2' இலுள்ள தொடலிகள் (x_0, y_0) இற் சந்திப்பின்....... $a^2(t_1 - t_2)^2 = y_0^2 - 4ax_0$ ஆகுமெனக் காட்டுக. பரவளைவில் ஒரு மாறும் புள்ளி P இன் ஊடாகச் செல்லும் மாறாப் படித்திறன் m உடைய நாண் வளையியை மீண்டும் Q இற் சந்திக்கின்றது. Q, R இலுள்ள தொடலிகளின் வெட்டுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு $y^2 = 4ax + \frac{a^2}{m^2}$ எனக் காட்டுக.

93. $\left(\frac{a}{t^2}, \frac{2a}{t}\right)$ எனும் புள்ளியின் ஊடாகச் செல்லும் ஒரு குவிய நாணை விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க. குவிய நாண்களை விட்டமாகக்கொண்ட ஏதாவதிரு வட்டங்களின் பொது நாண் பரவளையின் உச்சியின் ஊடாகச் செல்கின்றதெனக் காட்டுக.

94. ஒரு வட்டமானது பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ஐ புள்ளிகள் PQ இல் வெட்டுகின்றது. இப்புள்ளிகள் இரண்டும் x- அச்சு பற்றிச் சமச்சீராக உள்ளன. இவ்வட்டம் குவியம் F இன் ஊடு செல்லுமாயின் PQ இன் சமன்பாட்டைக் காண்க. வட்டத்தின் மையம் C யையும் காண் CFP என்பது ஒரு சமபக்க முக்கோணியெனக் காட்டுக.

95. $Y^2 = 4ax$ இற்கு புள்ளி A(t) இலுள்ள செவ்வன் வளையியை மீண்டும் B இற் சந்திக்கின்ற, B இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. AB இலுள்ள தொடலிகள் C இற் சந்திப்பின்....... $4a^2(2+t^2)^3 / t^2$ .... என நிறுவுக. AC இன் நீளம் ஒரு இழிவாயின் $t = \pm 1/\sqrt{2}$ என நிறுவுக.

96. $Y^2 = 4ax$ இற்கு புள்ளி A(t) இலுள்ள தொடலி x- அச்சை P இலும், செவ்வன் x- அச்சை Q இலும் சந்திக்கின்றன. A இலிருந்து y-அச்சுக்கு கீறிய செங்குத்தின் அடி M ஆகும். OAMP ஓர் இணைகரமெனக் காட்டுக. (O உற்பத்தித் தானம்). OAMP, OAQ சமபரப்பு உடையனவாயின் A இன் ஆள்கூறுகள் $(2a, \pm 2\sqrt{2}a)$ எனக் காட்டுக.

97. $y^2 = 4ax$ இன் நாண் AB ஆகும். S அதன் குவியம் AB இன் நடுப்புள்ளி C ஆகும். S இல் இருந்து AB இற்குக் கீறிய செங்குத்து செலுத்தலியை D இற் சந்திக்கின்றது........ $2CD = SA + SB$ என நிறுவுக.

98. $y^2 = 4a(x-a)$ எனும் பரவளைவிற்கு புள்ளி $(at^2 + a, 2at)$ இலுள்ள தொடலி $y^2 = 4bx$ புள்ளிகள் $P(p)$, $Q(q)$ இற் சந்திக்கின்றது. $p + q = 2t$, $bpq = a(t^2 - 1)$ என நிறுவுக. $b > a > 0$ ஆகும். t மாறும்போது PQ இன் நடுப்புள்ளியின் x, y சமன்பாட்டைக் காண்க.

99. $P(h, k)$ எனும் புள்ளியிலிருந்து $y^2 = 4ax$ இற்கு மூன்றிற்கு மேற்பட்ட செவ்வன்கள் கீற இயலாது எனக் காட்டுக. P இலிருந்து $y^2 = 4ax$ இற்குக் கீறிய மூன்று தொடலிகளின் அடிகள் $Q(t_1)$, $R(t_2)$, $S(t_3)$ ஆகும். $t_1 + t_2 + t_3 = 0$ எனக் காட்டுக. $t_1^2 + t_2^2 + t_3^2$ இன் பெறுமானம் காண்க. முக்கோணி QRS இன் மையப்போலி G இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. P ஆனது $x = h$ இல் அசையுமாயின், G இன் ஒழுக்கு ஒரு புள்ளியெனக் காட்டுக.

100. $y^2 = 4ax$ இன் ஒரு குவிய நாணின் முனைகளிலுள்ள செவ்வன்கள் ஒன்றற்கொன்று செங்குத்தெனக் காட்டுக. இச் செவ்வன்களின் வெட்டுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு ஒரு பரவளைவெனக் காட்டுக. இதன் குவியத்தின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

101. $y^2 = 4ax$ பரவளைவில் $P(a, 2a)$ புள்ளி உள்ளது. P யில் பரவளைவின் செவ்வனைக் காண்க. இச் செவ்வன் $(5a, -2a)$ புள்ளி ஊடாகச் செல்கிறது, எனக் காட்டுக. இச் செவ்வனைத் தவிர்ந்த $(5a, -2a)$ புள்ளி ஊடாகச் செல்லும் பரவளைவின் எல்லா நாண்களும் P யில் செங்கோணமொன்றை ஏந்தும் என நிறுவுக?

102. புள்ளிகள் $(at_r^2, 2at_r)$ இங்கு $r = 1, 2, 3, 4$ ஆகியன பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இலுள்ள வட்டமொன்றில் அமையும் புள்ளிகளாயின் $t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 0$ என நிறுவுக. $y = 2x$ கோட்டுக்கு சமாந்தரமாக PQ இருக்கத் தக்கதாக PQ என்ற மாறும் புள்ளிகள் பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இலுள்ளன. பரவளைவை P யில் தொட்டுக் கொண்டு Q க்கூடாக செல்லும் வட்டமானது பரவளைவை மீண்டும் இல் இடைவெட்டினால் R இன் நடுப்புள்ளியானது $y^2 = 4a(x - a)$ என்ற பரவளைவில் இருக்குமெனக்காட்டுக?

103. $(at^2, 2at)$ என்ற புள்ளியில் பரவளைவு $y^2 = 4ax$ க்கான செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க. $P_1 = (at_1^2, 2at_1)$, $P_2 = (at_2^2, 2at_2)$, $P_3(at_3^2, 2at_3)$ என்ற மாறும் புள்ளிகள் பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இலுள்ள $P_1\ P_2\ P_3$ களில் பரவளைவிற்கான செவ்வன்கள் ஒரே புள்ளியில் இடைவெட்டுகின்றனவாயின் $t_1 + t_2 + t_3 = 0$ என நிறுவுக. இத்துடன் $P_1 P_2$ களில் பரவளைவிற்கான செவ்வன்கள் ஒன்றிற்கொன்று செங்குத்தாக இடைவெட்டின் P_3 புள்ளியில் பரவளைவிற்கான தொடலியும் $P_1 P_2$ கோடும் இடைவெட்டும் புள்ளியானது $(2a - 3x)y^2 = 4a(x - a)^2$ என்ற வளையியில் இருக்கும் எனக் காட்டுக?

104. பொதுவாக, தரப்பட்ட புள்ளியொன்றின் ஊடாக செல்லும் பரவளைவொன்றின் செவ்வன்கள் மூன்று ஆகுமெனக் காட்டுக? பரவளைவு $y^2 = 4ax$ க்கு புள்ளி P யிலிருந்து வரையப்படும் செவ்வன்களின் அடிகள் முறையே $Q_1\ Q_2\ Q_3$ ஆகும். G யானது முக்கோணி $Q_1\ Q_2\ Q_3$ இனது மையப்போலி PG யின் நடுப்புள்ளி R, P யானது வட்டம் $x^2 + y^2 = b^2$ இல் மாறினால் புள்ளி R ஆனது $\frac{5b}{6}$, $\frac{b}{2}$ களை அரை அச்சுகளாக (Semiaxes) கொண்ட நீள்வளையத்தில் மாறும் எனக் காட்டுக?

105. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இலுள்ள புள்ளிகள் $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_2^2, 2at_2)$ களிலுள்ள செவ்வன்கள் $(aT^2, 2aT)$ என்ற பரவளைவிலுள்ள புள்ளியொன்றில் இடை வெட்டினால் $t^2 + Tt + 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் t_1, t_2 ஆயிருக்கும் எனக் காட்டுக? PQ புள்ளிகளிலுள்ள செவ்வன் கள் பரவளைவிலேயே இடைவெட்டக்கூடியவாறு மாறும் புள்ளிகள் P, Q பரவளையி $Y^2 = 4ax$ இலுள்ளது. PQ புள்ளிகளிலுள்ள பரவளையியின் தொடலிகள் புள்ளி R இல் இடைவெட்டுகின்றனவாயின் முக்கோணி PQR இன் மையப்போலியின் ஒழுக்கு $y^2 = 3ax + 2a^2$ என்ற பரவளையி எனக் காட்டுக?

106. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க்கு புள்ளி $(at^2, 2at)$ இல் வரையப்படும் தொடலியினதும், செவ்வனினதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க? பரவளையில் உள்ள புள்ளி P யிலுள்ள தொடலியும் செவ்வனும் X- அச்சை முறையே T, N யில் இடைவெட்டுகின்றது. பரவளையியின் குவியம் S ஆயின் ST = SN எனக் காட்டுக?

107. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க்கு புள்ளி $(at^2, 2at)$ இலான செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க. $(-a, 0)$ புள்ளியூடாகச் செல்லும் ஒரு மாறும் நேர்கோடு ஒன்று பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ ஐ புள்ளிகள் A B இல் இடைவெட்டுகின்றது. A, B யில் பரவளையிக்கான செவ்வன்கள் $Y^2 = a(x-a)$ என்ற பரவளையியில் இடைவெட்டும் எனக் காட்டுக?

108. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க்கு புள்ளி $(at^2, 2at)$ இலுள்ள செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க. பரவளைவில் $(aT^2, 2at)$ புள்ளியிலிருந்து பரவளைவிற்கு வரையப்படும் செவ்வன்களின் அடிகள் t ஆயின், t யின் இரு பெறுமானங்கள் $t_1 t_2$ என்பவை...... $t^2\ Tt + 2 = 0$ சமன்பாட்டால் தரப்படும் எனவும் மற்ற பெறுமானம் $t = T$ எனவும் காட்டுக? புள்ளிகள் 't_1' 't_2' ஐ இணைக்கும் கோடு பரவளையின் அச்சை ஒரு நிலையான புள்ளியில் சந்திக்கும் என நிறுவுக?

109. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க்கு $P(at^2, 2at)$ இங்கு t 0 புள்ளியிலுள்ள தொடலியானது வட்டம் $x^2 + y^2 + 2ax = 0$ ஐ Q என்ற புள்ளியில் தொடுகின்றது. $t = 3$ எனக் காட்டி PQ இனது சமன்பாட்டையும் PQ இனது நீளத்தையும் காண்க? PQ இல் பரவளைவின் குவியத்தில் ஏந்தப்படுகிற கோணத்தை பாகை, கலைகளில் கணிக்குக?

110. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க்கு புள்ளி $(at^2, 2at)$ இலுள்ள தொடலியின் சமன்பாடு $x - ty + at^2$ எனக் காட்டுக? தொடலியில் P என்ற புள்ளிக்கூடாக தொடலிக்குச் செங்குத்தான கோடு $(-a, 0)$ புள்ளியூடாக செல்கின்றது. P யின் ஒழுக்கு $x(x+a)^2\ y^2(x+2a) = 0$ என்ற வளையி எனக் காட்டுக? இவ்வளையி x இன் $-2a \leq x \leq 0$ என்ற வீச்சுக்குள்ளே இருக்கும் எனக் காட்டுக?

111. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க்கு $P(at^2, 2at)$ புள்ளியிலுள்ள சமன்பாடு $y + tx = 2at + at^3$ எனக் காட்டுக? P க்கூடாக Y அச்சுக்கு சமாந்தரமான கோடு X அச்சை N இலும் P யில் பரவளைவின் செவ்வன் X அச்சை G யிலும் இடைவெட்டின் NG = 2a எனக் காட்டுக? P யில் பரவளைவின் தொடலிக்கு சமாந்தரமாக G க்கூடாக வரையப்படும் கோடு நீட்டப்பட்ட PN ஐ Q இல் சந்திக்கிறது t மாறும் போது Q இன் ஒழுக்கு $x y^2 = 4a^3$ என்ற வளையியெனக் காட்டுக?

112. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க் புள்ளி $(at^2, 2at)$ இலுள்ள செவ்வனின் சமன்பாட்டைக்காண்க? $y = x$ என்ற கோடு பரவளைவை உற்பத்தியிலும் P என்ற புள்ளியிலும் இடைவெட்டுகின்றது. P யில் பரவளைவிற்கான செவ்வன் பரவளைவை திரும்ப Q இல் இடைவெட்டு கின்றது. Q இல் பரவளைவிற்கான செவ்வன் மீண்டும் பரவளைவை R இல் இடைவெட்டுகின்றது. Q R புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளையும் இப்புள்ளிகளில் பரவளைவிற்கான தொடலிகள் இடைவெட்டும் புள்ளியையும் காண்க?

113. $Y^2 = 4ax$ பரவளைவிற்கு புள்ளி $(at^2, 2at)$ இலுள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க? புள்ளிகள் $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_2^2, 2at_2)$ களிலான தொடலிகள் $at_1 t_2$ $a(at_1 + t_2)$ என்ற புள்ளியில் இடைவெட்டும் எனக் காட்டுக? மாறும் புள்ளிகள் இரண்டில் பரவளைவின் தொடலிகள் P யில் இடைவெட்டுகின்றன. இத் தொடலிகள் பரவளைவின் நிலையான தொடலியொன்றை Q R இல் இடைவெட்டு கின்றன. பரவளைவின் உச்சியில் QR ஒரு செங்கோணத்தை ஏந்துகிறது. P இன் ஒழுக்கு ஒரு நேர்கோடு எனக் காட்டுக?

114. $y^2 = 32x$ என்ற பரவளைவை $y = mx + \frac{8}{m}$ என்ற கோடு எப்பொழுதும் தொடுகின்றது எனக் காட்டுக. இக்கோடு $x^2 = 4y$ என்ற பரவளைவை தொடவேண்டுமானல் m இன் பெறுமானத்தைக் காண்க? இரு பரவளைவிற்குமான பொதுப்புள்ளிகளைக் கண்டு. பரவளைவுகளின் பொது நாணும் பொதுத் தொடலியும் $(-1, -2)$ என்ற புள்ளியில் இடைவெட்டுகிறது எனக் காட்டுக.?

115. பரவளைவு $y^2 = 4ax$ க்கு $(at^2, 2at)$ என்ற புள்ளியிலான செவ்வனின் சமன்பாடு $y + tx = 2at + at$ எனக் காட்டுக. $y^2 = 4ax$ பரவளைவின் குவிய நாணென்றின் முனைகள் PQ ஆயின் இப்புள்ளிகளிலான செவ்வன்கள் $y^2 = a(x - 3a)$ என்ற பரவளையில் இடைவெட்டும் எனக் காட்டுக?

116. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இல் $(at_1^2, 2at)$, $(at_2^2, 2at_2)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க. $(4a, 0)$ புள்ளியூடாக செல்லும் மாறும் நேர்கோடொன்று $Y^2 = 4a x$ பரவளைவை A B யில் இடைவெட்டுகிறது நாண் AB யானது உற்பத்தியில் ஒரு செங்கோணத்தை ஏந்தும் எனக் காட்டுக? A B யின் நடுப்புள்ளியானது $Y^2 = 2a(x - 4a)$ என்ற பரவளைவில் இருக்குமெனவும் காட்டுக.

117. $Y^2 = 4ax$ பரவளைவில் $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_2^2, 2at_2)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க? $Y^2 + 4bx = 0$ பரவளைவிற்கான மாறும் தொடலியொன்று $y^2 = 4ax$ பரவளைவை P, Q புள்ளிகளில் சந்திக்கிறது. PQ யின் நடுப்புள்ளியினது ஒழுக்கு $Y^2(2a + b) = 4a^2x$ என்ற பரவளைவு எனக் காட்டுக?.

118. $Y^2 = 4ax$ பரவளைவிற்கு $(at^2, 2at)$ புள்ளியிலான தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க? முக்கோணி PQR இன் மையப்போலி பரவளைவின் அச்சில் இருக்கத்தக்கதாக P, Q, R என்ற புள்ளிகள் பரவளைவில் உள்ளன. P, Q, R புள்ளிகளில் பரவளைவிற்கான தொடலிகள் ஆக்கும் முக்கோணியினது நிமிர்மையம் பரவளைவின் செலுத்தியின் (Directrix) யின் இருக்குமெனக் காட்டுக?

119. $Y^2 = 4ax$ பரவளைவிற்கு $(at^2, 2at)$ புள்ளியிலான தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க? புள்ளி (h, k) இலிருந்து பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க்கு தொடலிகள் வரையப்படுகின்றன. தொடு நாணின் நீளம் $\frac{1}{a}\,(k^2+4a^2)\sqrt{k^2-4ah}$ எனக் காட்டுக?

120. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ ... க்கு புள்ளி $(at^2, 2at)$ இலுள்ள செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க.? $P_0(x_0, y_0)$ புள்ளியிலிருந்து பரவளைவிற்கு அதன் தளத்திலேயே, மூன்று செவ்வன் கள் வரையலாம் எனக் காட்டுக? இவற்றில் இரு செவ்வன்கள் ஒன்றுக் கொன்று செங்குத்தாயின் P_0 இன் ஒழுக்கு $Y^2 = a(x-3a)$ என்ற பரவளைவாகும் எனக் காட்டுக?

121. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க்கு $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_2^2, 2at_2)$ புள்ளிகளான தொடலிகள் $at_1t_2\ a(t_1+t_2)$ என்ற புள்ளியில் இடைவெட்டும் எனக் காட்டுக? இத்தொடலிகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாயின் தொடுநாண் பரவளைவின் குவியத் தூக்கு ஊடாக செல்லும் எனக் காட்டுக? பரவளையில் ஏதாவது மூன்று புள்ளிகளிலுள்ள தொடலிகள் ஆக்குகின்ற முக்கோணத்தில் நிமிர்மையமானது செலுத்தியில் இருக்குமெனக் காட்டுக?

122. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இலுள்ள புள்ளி P யில் செங்கோணத்தை ஏந்தும் பரவளைவின் நாண்கள் P யில் பரவளைவிற்கான செவ்வனில் உள்ள புள்ளி Q க்கூடாகசெல்லுமெனக் காட்டுக? P யானது பரவளைவில் மாறினால் Q இன் ஒழுக்கு $Y^2 = 4a(x-4a)$ என்ற பரவளைவு எனக் காட்டுக?.

123. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இன் குவிய நாணொன்றின் முனைகள் $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_2^2, 2at_2)$ என்ற புள்ளிகளாயின் $t_1t_2 = -1$ எனக் காட்டுக? குவிய நாணை விட்டமாகக் கொண்டு வரையப்படும் வட்டம் பரவளைவின் செலுத்தியை தொடுமெனக் காட்டுக?

124. பரவளைவொன்றின் குவியத்திலிருந்து அதன் தொடலிகளுக்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் களின் அடிகள் பரவளைவின் உச்சியிலுள்ள தொடலியில் இருக்குமென நிறுவுக? முக்கோணி ஒன்றில் மூன்று பக்கங்களையும் தொடுகின்ற பரவளைவின் குவியத்தின் ஒழுக்கு அம்முக்கோணியின் சுற்று வட்டமாகுமெனக் காட்டுக?

125. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க்கு புள்ளிகள் $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_2^2, 2at_2)$..... ..களிலான தொடலிகள் இடைவெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க? மூன்று உச்சிகளையும் பரவளைவில் கொண்டுள்ள முக்கோணியொன்றின் மையப்போலி G ஆகும். முக்கோணி உச்சிகளில் பரவளைவிற்கான தொடலிகள் ஆக்கும் முக்கோணியின் மையப்போலி K ஆகும். $Y^2 = 2ax$ என்ற பரவளைவில் G இருப்பின் ஆனது $Y^2 = 4ax$ என்ற பரவளைவில் இருக்குமெனக் காட்டுக?.

126. $X - 2y + 2a = a$ என்ற கோட்டில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க்கு வரையப்படும் தொடலிகள் பரவளைவை P, Q என்ற புள்ளிகளில் தொடுகின்றன. PQ வின் நடுப்புள்ளியானது $(y-2a)^2 = 2ax$ என்ற பரவளைவில் இருக்குமெனக் காட்டுக? கோடு $x - 2y + 2a = 0$ ஆனது இவ்விரு பரவளைவுகளினதும் பொதுநாண் எனவும் பரவளை வுகளின் பொதுப்புள்ளிகளில் முதலாம் பரவளைவிற்கான தொடலிகள் இரண்டாம் பரவளைவில் இடைவெட்டும் எனவும் காட்டுக?.

127. P, Q, R புள்ளிகள் பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இலுள்ளன. முக்கோணி PQR இன் மையப்போலி G ஆகும். PQR புள்ளிகளில் பரவளைவிற்கான தொடலிகள் ஆக்கும் முக்கோணியினது மையப்போலி H ஆகும். கோடு GH ஆனது பரவளையின் அச்சுக்கு சமாந்தரமாயிருக்கும் எனக் காட்டுக? P Q புள்ளிகளில் பரவளைவிற்கான தொடலிகள் S இல் இடைவெட்டின் R இல் பரவளைவிற்கான தொடலிக்கு புள்ளிகள் P, S, Q களிலிருந்து வரையப்படும் செங்குத்துக்களின் நீளங்கள் ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் அமையும் எனவும் காட்டுக?

128. $P(at_1^2, 2at_1)$, $Q(at_2^2, 2at_2)$ என்ற புள்ளிகள் பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இன் குவிய நாணொன்றின் முனைகளாகும். t_1 t இ களுக்கிடையேயுள்ள தொடர்பைக் காண்க. P PQ ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டம் பரவளைவை திரும்பவும் $(aT_1^2, 2aT_1)$ $(aT_2^2, 2aT_2)$ என்ற புள்ளிகளில் இடைவெட்டின் $T_1T_2 = 3$ எனக் காட்டுக?

129. பரவளைவொன்றின் புள்ளியொன்றிலான செவ்வன் பரவளைவை மீண்டும் p இல் சந்திக்கிறது. பரவளைவின் உச்சியில் உள்ள தொடலிக்கும் புள்ளி P க்கும் இடையே உள்ள மிகக் குறைந்த தூரம் பரவளைவின் செவ்வகலத்தின் (latus rectum) இருமடங்கு எனக் காட்டுக? பரவளைவொன்று நீள் வளையம் ஒன்றின் மையத்தின் ஊடாக செல்கின்றது. நீள்வளையத்தின் ஒரு குவியமும் பரவளைவின் குவியமும் ஒரே புள்ளியாகும். நீள் வளையமும் பரவளைவும் இடைவெட்டும் புள்ளியொன்றில் பரவளைவிற்கான செவ்வன் அதை மீண்டும் அதன் உச்சியிலுள்ள தொடலியிலிருந்து மிகக்குறைந்த தூரத்தில் உள்ள புள்ளியில் சந்திக்கின்றது, நீள் வளையத்தின் மையவகைச்சித் திறன் $4e^4 - 13e^2 + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டால் தரப்படுமெனக் காட்டுக?

130. $P(at^2, 2at)$ என்ற புள்ளி பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இலுள்ளது. $A = (0, -4a)$ $B = (0, 4a)$ ஆகும். PA, PB கோடுகள் (தேவையெனின் நீட்டப்பட்டவை) பரவளைவை மீண்டும் முறையே QR புள்ளிகளில் சந்திப்பின் நாண் QR இன் சமன்பாட்டைக் காண்க. t மாறும்பொழுது கோடு QR ஆனது (2a, 0) புள்ளியை மையமாகக் கொண்ட வட்டமொன்றை தொடுமெனக் காட்டுக?.

131. புள்ளி $P(at^2, 2at)$ பரவளைவை $Y^2 = 4ax$ இலுள்ளது. O உற்பத்தியாகும். OP ஐ விட்டமாகக் கொண்டு வரையப்படும் வட்டம் பரவளைவை மீண்டும் $Q(aT_1^2, 2aT_1)$ $R(aT_2^2, 2aT_2)$ என்ற புள்ளிகளில் இடைவெட்டினால் T_1T_2 என்பன $T^2 + Tt + 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களாகுமென நிறுவுக? நாண் QR ஆனது $(-4a, 0)$ என்ற புள்ளியூடாக செல்லுமெனவும் QR இன் நடுப்புள்ளி $Y^2 = 2a(x + 4a)$ என்ற பரவளைவிலிருக்குமெனவும் காட்டுக?

132. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க்கு புள்ளி $P(at^2, 2at)$ இலுள்ள செவ்வனின் சமன்பாடு $Y + xt = 2at + at^3$ எனக் காட்டுக. இச் செவ்வன் பரவளைவின் அச்சை G இல் சந்திக்கிறது. கோடு GP ஆனது P க்கு வெளியாக GP = PQ ஆகுமாறு Q வரை நீட்டப் பட்டால் Q இன் ஒழுக்கு $Y^2 = 16a(x + 2a)$ என்ற பரவளைவு எனக் காட்டுக?

133. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இன் உச்சியில் செங்கோணமொன்றை பரவளைவின் மாறும் PQ நாண் ஏந்துகிறது. PQ இன் எல்லா நிலைகளுக்கும் PQ கோடு x அச்சில் உள்ள நிலைத்த ஒரு புள்ளியூடாக செல்லுமெனக் காட்டுக? P Q புள்ளிகளில் பரவளைவிற்கான செவ்வன்கள் இடைவெட்டும் புள்ளியினது ஒழுக்கு $Y^2 = 16a(x - 6a)$ என்ற பரவளைவாகுமெனக் காட்டுக?.

119. $Y^2 = 4ax$ பரவளைவிற்கு $(at^2, 2at)$ புள்ளியிலான தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க? புள்ளி (h, k) இலிருந்து பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க்கு தொடலிகள் வரையப்படுகின்றன. தொடு நாணின் நீளம் $\frac{1}{a}(k^2+4a^2)\sqrt{k^2-4ah}$ எனக் காட்டுக?

120. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ ... க்கு புள்ளி $(at^2, 2at)$ இலுள்ள செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க? $P_0(x_0, y_0)$ புள்ளியிலிருந்து பரவளைவிற்கு அதன் தளத்திலேயே மூன்று செவ்வன்கள் வரையலாம் எனக் காட்டுக? இவற்றில் இரு செவ்வன்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாயின் P_0 இன் ஒழுக்கு $Y^2 = a(x - 3a)$ என்ற பரவளைவாகும் எனக் காட்டுக?

121. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க்கு $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_2^2, 2at_2)$ புள்ளிகளான தொடலிகள் $at_1t_2, a(t_1 + t_2)$ என்ற புள்ளியில் இடைவெட்டும் எனக் காட்டுக? இத்தொடலிகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாயின் தொடுநாண் பரவளைவின் குவியத்துக்கு ஊடாக செல்லும் எனக் காட்டுக?
பரவளைவில் ஏதாவது மூன்று புள்ளிகளிலுள்ள தொடலிகள் ஆக்குகின்ற முக்கோணத்தில் நிமிர்மையமானது செலுத்தியில் இருக்குமெனக் காட்டுக?

122. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இலுள்ள புள்ளி P யில் செங்கோணத்தை ஏந்தும் பரவளைவின் நாண்கள் P யில் பரவளைவிற்கான செவ்வனில் உள்ள புள்ளி Q க்கூடாகசெல்லுமெனக் காட்டுக? P யானது பரவளைவில் மாறினால் Q இன் ஒழுக்கு $Y^2 = 4a(x - 4a)$ என்ற பரவளைவு எனக் காட்டுக?

123. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இன் குவிய நாணொன்றின் முனைகள் $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_2^2, 2at_2)$ என்ற புள்ளிகளாயின் $t_1t_2 = -1$ எனக் காட்டுக? குவிய நாணை விட்டமாகக் கொண்டு வரையப்படும் வட்டம் பரவளைவின் செலுத்தியை தொடுமெனக் காட்டுக?

124. பரவளைவொன்றின் குவியத்திலிருந்து அதன் தொடலிகளுக்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்களின் அடிகள் பரவளைவின் உச்சியிலுள்ள தொடலியில் இருக்குமென நிறுவுக? முக்கோணி ஒன்றில் மூன்று பக்கங்களையும் தொடுகின்ற பரவளைவின் குவியத்தின் ஒழுக்கு அம்முக்கோணியின் சுற்று வட்டமாகுமெனக் காட்டுக?

125. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க்கு புள்ளிகள் $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_2^2, 2at_2)$ ....., களிலான தொடலிகள் இடைவெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க? மூன்று உச்சிகளையும் பரவளைவில் கொண்டுள்ள முக்கோணியொன்றின் மையப்போலி G ஆகும். முக்கோணி உச்சிகளில் பரவளைவிற்கான தொடலிகள் ஆக்கும் முக்கோணியின் மையப்போலி K ஆகும். $Y^2 = 2ax$ என்ற பரவளைவில் G இருப்பின் ஆனது $Y^2 = 4ax$ என்ற பரவளைவில் இருக்குமெனக் காட்டுக?

126. $X - 2y + 2a = a$ என்ற கோட்டில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க்கு வரையப்படும் தொடலிகள் பரவளைவை P, Q என்ற புள்ளிகளில் தொடுகின்றன. PQ வின் நடுப்புள்ளியானது $(y - 2a)^2 = 2ax$ என்ற பரவளைவில் இருக்குமெனக் காட்டுக? கோடு $x - 2y + 2a =$ ஆனது இவ்விரு பரவளைவுகளினதும் பொதுநாண் எனவும் பரவளைவுகளின் பொதுப்புள்ளிகளில் முதலாம் பரவளைவிற்கான தொடலிகள் இரண்டாம் பரவளைவில் இடைவெட்டும் எனவும் காட்டுக?

127. P, Q, R புள்ளிகள் பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இலுள்ளன. முக்கோணி PQR இன் மையப்போலி G ஆகும். PQR புள்ளிகளில் பரவளைவிற்கான தொடலிகள் ஆக்கும் முக்கோணியினது மையப்போலி H ஆகும். கோடு GH ஆனது பரவளையின் அச்சுக்கு சமாந்தரமாயிருக்கும் எனக் காட்டுக? P Q புள்ளிகளில் பரவளைவிற்கான தொடலிகள் S இல் இடைவெட்டின் R இல் பரவளைவிற்கான தொடலிக்கு புள்ளிகள் P, S, Q களிலிருந்து வரையப்படும் செங்குத்துக்களின் நீளங்கள் ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் அமையும் எனவும் காட்டுக?

128. $P(at_1^2, 2at_1)$, $Q(at_2^2, 2at_2)$ என்ற புள்ளிகள் பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இன் குவிய நாணொன்றின் முனைகளாகும். t_1 t₂ களுக்கிடையேயுள்ள தொடர்பைக் காண்க. P Q ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டம் பரவளைவை திரும்பவும் $(aT_1^2, 2aT_1)$ $(aT_2^2, 2aT_2)$ என்ற புள்ளிகளில் இடைவெட்டின் $T_1T_2 = 3$ எனக் காட்டுக?

129. பரவளைவொன்றின் புள்ளியொன்றிலான செவ்வன் பரவளைவை மீண்டும் P இல் சந்திக்கிறது. பரவளைவின் உச்சியில் உள்ள தொடலிக்கும் புள்ளி P க்கும் இடையே உள்ள மிகக் குறைந்த தூரம் பரவளைவின் செவ்வகலத்தின் (latus rectum) இருமடங்கு எனக் காட்டுக? பரவளைவொன்று நீள் வளையம் ஒன்றின் மையத்தின் ஊடாக செல்கின்றது. நீள்வளையத்தின் ஒரு குவியமும் பரவளைவின் குவியமும் ஒரே புள்ளியாகும். நீள் வளையமும் பரவளைவும் இடைவெட்டும் புள்ளியொன்றில் பரவளைவிற்கான செவ்வன் அனத மீண்டும் அதன் உச்சியிலுள்ள தொடலியிலிருந்து மிகக்குறைந்த தூரத்தில் உள்ள புள்ளியில் சந்திக்கின்றது, நீள் வளையத்தின் மையவகைச்சித் திறன் $4e^4 - 13e^2 + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டால் தரப்படுமெனக் காட்டுக?

130. $P(at^2, 2at)$ என்ற புள்ளி பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இலுள்ளது. $A = (0, -4a)$ $B = (0, 4a)$ ஆகும். PA, PB கோடுகள் (தேவையெனின் நீட்டப்பட்டவை) பரவளைவை மீண்டும் முறையே QR புள்ளிகளில் சந்திப்பின் நாண் QR இன் சமன்பாட்டைக் காண்க. t மாறும்பொழுது கோடு QR ஆனது (2a, 0) புள்ளியை மையமாகக் கொண்ட வட்டமொன்றை தொடுமெனக் காட்டுக?.

131. புள்ளி $P(at^2, 2at)$ பரவளைவை $Y^2 = 4ax$ இலுள்ளது. O உற்பத்தியாகும். OP ஐ விட்டமாகக் கொண்டு வரையப்படும் வட்டம் பரவளைவை மீண்டும் $Q(aT_1^2, 2aT_1)$ $R(aT_2^2, 2aT_2)$ என்ற புள்ளிகளில் இடைவெட்டினால் T_1T_2 என்பன $T^2 + Tt + 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களாகுமென நிறுவுக? நாண் QR ஆனது (-4a, 0) என்ற புள்ளியூடாக செல்லுமெனவும் QR இன் நடுப்புள்ளி $Y^2 = 2a(x + 4a)$ என்ற பரவளைவிலிருக்குமெனவும் காட்டுக?

132. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ க்கு புள்ளி $P(at^2, 2at)$ இலுள்ள செவ்வனின் சமன்பாடு $Y + xt = 2at + at^3$ எனக் காட்டுக. இச் செவ்வன் பரவளைவின் அச்சை G இல் சந்திக்கிறது. கோடு GP ஆனது P க்கு வெளியாக GP = PQ ஆகுமாறு Q வரை நீட்டப் பட்டால் Q இன் ஒழுக்கு $Y^2 = 16a(x + 2a)$ என்ற பரவளைவு எனக் காட்டுக?

133. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இன் உச்சியில் செங்கோணமொன்றை பரவளைவின் மாறும் PQ நாண் ஏந்துகிறது. PQ இன் எல்லா நிலைகளுக்கும் PQ கோடு x அச்சில் உள்ள நிலைத்த ஒரு புள்ளியூடாக செல்லுமெனக் காட்டுக? P Q புள்ளிகளில் பரவளைவிற்கான செவ்வன்கள் இடைவெட்டும் புள்ளியினது ஒழுக்கு $Y^2 = 16a(x - 6a)$ என்ற பரவளைவாகுமெனக் காட்டுக?.

134. PQ என்ற புள்ளிகள் பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இலுள்ள மாறும் புள்ளிகள் ஆகும் கோடு PQ எப்பொழுதும் நிலையான புள்ளி (c, 0) ஊடாகச் செல்கின்றது. PQ இல் பரவளைவிற்கான தொடலிகள் T இல் இடைவெட்டின் T ஆனது x c = 0 என்ற கோட்டில் இருக்கும் எனக் காட்டுக? முக்கோணி PQT இன் மையப்போலி $Y^2 = a(3x-c)$ என்ற வளையிலிருக்கும் எனவும் காட்டுக?.

135. O ஐ உற்பத்தியாகக் கொண்ட வளையி $Y^2 = 4ax$ இல் P ஏதாவது ஒரு புள்ளியாகும். P யிலிருந்து y அச்சுக்கான செங்குத்தின் அடி Q ஆகும். Q இலிருந்து கோடு OPக்கான செங்குத்தின் அடி R ஆகும். நீட்டப்பட்ட Q R X- அச்சைK இல் இடைவெட்டுகிறது. K ஒரு நிலையான புள்ளியெனக் காட்டி அதன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க? R இன் ஒழுக்கு ஒரு வட்டமாகும் எனவும் காட்டுக?

136. பரமானம் t ஆகக்கொண்ட புள்ளி P யில் பரவளைவு $y^2 = 4ax$க்கான தொடலி பரவளை வின் அச்சை L இல் இடைவெட்டுகின்றது, L இன் ஊடாகச் செல்லும் ஏதாவது ஒரு கோடு முறையே $t_1 t_2$ ஐ பரமானங்களாகக் கொண்ட புள்ளிகள் PQ இல் பரவளைவை இடைவெட்டுகின்றன. $t_1 t_2 t_3$ என்பன ஒரு பெருக்கல் தொடரில் இருக்குமெனக் காட்டுக? QR இல் பரவளைவிற்கான தொடலிகள் M இல் இடைவெட்டின் கோடு MP ஆனது பரவளைவின் அச்சிற்கு செங்குத்தானது எனவும் காட்டுக?.

137. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இன் அச்சிலுள்ள நிலைத்த புள்ளி B யூடாகச் செல்லும் மாறும் நேர்கோடொன்று பரவளைவை P Q புள்ளிகளில் இடைவெட்டுகின்றது. PQ யில் பரவளைவிற்கான தொடலிகள் T யில் இடைவெட்டுகின்றன முக்கோணி TPQ இனது நிமிர் மையம் ஒரு நிலையான நேர்கோடு 1 இல் இருக்குமெனக் காட்டுக?. கோடு 1 ஆனது பரவளைவின் செலுத்திக்கு சமாந்தரமானதெனவும் புள்ளி B யிலிருந்து 1ற்கான தூரம் 20 எனவும் காட்டுக?.

138. பரவளைவு $Y^2 = 4ax$ இலுள்ள மாறும் புள்ளி $P(at_1^2, 2at)$ ஊடாக +1, -1 படித்திறன்கள் உடைய இருகோடுகள் கீறப்படுகின்றன. இவை பரவளைவை மீண்டும் முறையேQ, R இல் இடைவெட்டுகின்றன. QR இல் பரவளைவிற்கான தொடலிகள் T இல் இடைவெட்டுகின்றன. T ஆள்கூறுகளை t இல் கண்டு அதன் ஒழுக்கு (-4a, 0) ஐ உச்சியாகக் கொண்ட பரவளைவெனக் காட்டுக?

139. $Y^2 = 4ax$ இற்கு PQ களில் உள்ள தொடலிகள் T இலும் செவ்வன்கள் N இலும் சந்திக்கின்றன. T என்பது Y=kx இல் அமைந்திருக்குமாயின் N இன் ஒழுக்கைக் காண்க?

140. B(b, o), C(c, o) என்பன $Y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவின் அச்சில் உள்ள இரு நிலைத்த புள்ளிகளாகும். $P(at_1^2, 2at)$ பரவளைவில் ஒரு மாறும் புள்ளி PB, PC என்பன பரவளைவை QR களில் மறுபடி சந்திக்கின்றன. QR இன் சமன்பாட்டைக் காண்க? QR பொதுவாக தரப்பட்ட பரவளைவின் அதே உச்சியையும் அச்சினையும் கொண்ட வேறோர் பரவளைவினை தொடுமெனக் காட்டுக? எப்போது இது நிகழாது? பொதுவான உதாரணத்தில் P = (x, y) இரண்டாவது பரவளைவை தொடுபுள்ளி $= (x^1, y^1)$ ஆயின் xx^1, yy^1 என்பன இரண்டும் மாறிலிகள் எனக் காட்டுக?

141. இருபரவளைவுகள் ஒரே குவியத்தை ஆனால் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான அச்சுக்களை உடையன. P என்னும் புள்ளியிலிருந்து இவற்றுக்கு கீறப்படும் தொடலிகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாயின் P யின் ஒழுக்கு இரு பரவளைவுகளையும் தொடும் ஒரு நேர்கோடு எனக் காட்டுக?

142. $Y^2=4ax$ பரவளைவில் யாதேனும் ஒரு புள்ளி P யில் கரையப்படும் ஒரு தொடலி பரவளைவு $Y^2=4ax+b^2$ இனை L, M களில் சந்திக்கின்றது. P என்பது LM இன் நடுப்புள்ளி எனக் காட்டுக. L இலிருந்து உள்பரவளைவிற்குக் கீறப்படும் தொடலி வெளிப்பர வளைவை N இல் சந்திக்கிறது. முக்கோணம் LMN இன் பரப்பு P யில் நிலையில் தங்கி இல்லையெனக் காட்டுக?

143. பரவளைவு $Y^2=4ax$ இல் PQ இரு வேறுபுள்ளிகள் PQ இல் உள்ள தொடலிகள் T சந்திக் கின்றன. T யின் ஒழுக்கு $Y^2=\frac{4a^3}{x-2a}$ ஆயின் முக்கோணம் TPQ இன் நிமிர்மையம் (Orthocentre) தரப்பட்ட பரவளைவில் அமைந்திருக்கும் எனக் காட்டுக? முக் கோணம் ஒரு போதும் சமபுயமாக முடியாது எனவும் காட்டுக?

144. பரவளைவில் யாதும் ஒரு புள்ளி P யில் உள்ள தொடலி செலுத்தியை Z இல் சந் திக்கும் ஆயின் PZ குவியம் S இல் ஒரு செங்கோணத்தை ஏந்துகின்றதெனக் காட்டுக. P யில் தொடலி பரவளைவின் அச்சை T யிலும் P யில் உள்ள செவ்வன் அச்சை G இலும் வெட்டுகின்றன. M செலுத்தியில் P யின் எறியம். ஆள்கூறுத ளைப் பாவியாது மேற்கூறிய தேற்றத்தைப் பாவித்து பின் வருவனவற்றை நிறுவுக?

1. $\widehat{SPT}=\widehat{TPM}$ 2. $SP=ST=SG$

145. $P(at^2, 2at)$ இல் உள்ள தொடலிக்கு சமாந்தரமாக பரவளைவு $Y^2=4ax$ இல் ஒரு தொகுதி நாண்கள் வரையப்படுகின்றன இந்நாண்கள் P க்கூடாக அச்சிற்கு சமாந் தரமாக கீறப்படும் நேர்கோடு 1 இனால் இரு சம கூறிடப்படுகின்றன எனக்காட்டுக. Q(h, k) இலிருந்து P யிலுள்ள தொடலிக்கு கீறப்படும் செங்குத்து 1 இனை R இல் சந் திப்பின் t மாற R இன் ஒழுக்கைக் காண்க? Q பரவளைவின் குவியம் ஆயின் இவ் வொழுக்கு என்னவாகும்?

146. $Y^2=4ax$ பரவளைவில் $P(ap^2, 2ap)$, $Q(aq^2, 2aq)$ களில் கீறப்படும் தொடலிகள் T யில் சந்திக்கின்றன. P யிலிருந்து TQ க்கும் Q இலிருந்து TP க்கும் கீறப்படும் செங்குத்துக்கள் R இல் சந்திக்கின்றன. TR அச்சினை $x=(2+pq)$ ஆக உள்ள புள்ளியில் சந்திக்கின் றன எனக் காட்டுக. PQ குவியத்தின் ஊடு செல்லுமாயின் தொடலிகள் செலுத்தி யில் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளுகின்றன வென்றும் TP, TQ என்பன குவியத் தில் செங்கோணங்களை ஏந்துகின்றன எனவும் காட்டுக?

147. Q என்பது பரவளைவிற்கு P, R என்பனவற்றில் உள்ள தொடலிகளின் வெட்டுப் புள்ளி ஆகும். F, G, H என்பன முறையே P, Q, R என்பனவற்றில் இருந்து பர வளைவின் யாதும் ஒரு தொடலிக்கு கீறப்படும் செங்குத்துகளின் அடிகளாயின் $FP \cdot HR = GQ^2$ எனக் காட்டுக?

148. வளையிகள் (Curves) P, q என்பன பரவளைவுகளின் வில்வகளாகும். (Arcs). $P=Y=+2\sqrt{ax}$ $q=-2\sqrt{ax}$ $a>0$ யில் உள்ள புள்ளி $(at^2, 2at)$ இலிருந்து P இற்கு கீறப்படும் தொடலி q இனை Q இல் சந்திக்கிறது. q இற்கு Q இல் கீறப்படும் தொடலி P யினை $(at_1^2, 2at_1)$ இல் சந்திக்கிறது. $t_1=(\sqrt{2}+1)^2 t$ எனக் காட்டுக?.

149. $Y^2 + n^2 - ax = 0$ $n > 0$ இன் ஒரு தொடலி $Y^2 = 4ax$ இனை P, Q களில் சந்திக்கிறது. PQ இன் நடுப்புள்ளியின் ஒரு ஒழுக்கு ஒரு பரவளைவு எனவும் இப் பரவளைவின் செவ்வகலம் (latus Rectum) $\frac{169}{17}$ a ஆயின் ...... $n = 2$ எனவும் காட்டுக?.

150. ஒரு பரவளைவின் யாதேனும் மூன்று புள்ளிகளின் தொடலிகளையும், செவ்வன்களையும் தொடுப்பதனால் பெறப்படும் இரண்டு முக்கோணங்களின் நிமிர் மையங்களை தொடுக்கும் நேர் கோடு பரவளைவின் அச்சுக்கு சமாந்தரம் எனக் காட்டுக?

151. $x^2 = 4by$ இற்கு $(2bs, bs^2)$ இல் உள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டையும் $y^2 = 4ax$ இற்கு $(at^2, 2at)$ இல் உள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டையும் காண்க? இவ்விரண்டும் செங்குத்தாக வெட்டுமாயின் வெட்டும் புள்ளியின் ஒழுக்கு $(x^2 + y^2)(ax + by) + (bx - ay)^2 = 0$ எனக் காட்டுக?.

152. 1. $y^2 = 4ax$, $x^2 = 4ay$ என்னும் பரவளைவுகளின் பொதுத் தொடுகோட்டையும் பொதுச் செவ்வனையும் காண்க? 2. (x_1, y_1) என்பதை நடுப்புள்ளியாக உடைய $(y^2 = 4ax$ இன் நாணிற்கு சமாந்தரமாக $x^2 = 4ay$ இல் உள்ள நாணின் நடுப்புள்ளி $(x_2\ y_2)$ ஆயின் $y_1 x_2 = 4a^2$ எனக் காட்டுக?

153. $y^2 = 4ax$ இற்கு $(at_1^2, 2at_1), (at_2^2, 2at_2)$ ஆகிய புள்ளிகளில் உள்ள செவ்வன்கள் பரவளைவில் $(aT^2, 2aT)$ யில் வெட்டுமாயின் t_1, t_2 என்பன .... $t^2 + Tt + 2 = 0$ இன் மூலங்கள் எனக்காட்டுக? P, Q என்பன பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இல் தம்மில் இருந்து கீறப்படும் செவ்வன்கள் அதே பரவளைவில் வேறு ஓர் புள்ளியில் வெட்டுகின்றன. மாறும் புள்ளிகள் R என்பது P, Q என்பனவற்றில் உள்ள தொடுகோடுகள் வெட்டும் புள்ளியாயின் PQR இன் மையத்தின் ஒழுக்கு $y^2 = 3ax + 2a^2$ எனக் காட்டுக?.

154. பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இல் $(at_1^2, 2at_1)$ $(at_2^2, 2at_2)$ என்னும் புள்ளிகளைத் தொடுக்கும் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க? $y^2 + 4ax = 0$ இற்கான மாறும் தொடுகோடு ஒன்று $y^2 = 4ax$ இனை P, Q களில் வெட்டுகின்றது. PQ இன் நடுப்புள்ளியில் ..... ஒழுக்கு $y^2 (2a + b) = 4a^2 x$ எனக் காட்டுக?

155. $y^2 = 4ax$ இற்கு $(at^2, 2at)$ இல் உள்ள செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க? PQ என்பவை $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளைவில் இருக்கும் மாறும் புள்ளிகள் PQ என்ற நாண் $x - y = 0$ என்ற கோட்டிற்கு சமாந்திரம் P, Q இல் செவ்வன்கள் இடைவெட்டும் புள்ளியின் ஒழுக்கைக் காண்க?.

156. PQ என்பன T(h, k) இலிருந்து $y^2 = 4ax$ இற்குக் கீறப்படும் தொடு நாண்களின் தொடுபுள்ளிகள்.

1. TP, TQ என்பன செங்குத்தாயின் T செலுத்தியில் அமைந்திருக்கவேண்டும் எனக் காட்டுக?
2. M, PQ இன் நடுப்புள்ளியாயின் TM பரவளைவின் அச்சிற்கு சமாந்தரமெனக் காட்டுக?

3. TP, TQ என்பன $45°$ யில் சாய்ந்திருப்பின் T செவ்வக அதி பரவளைவு ஒன்றில் அமைந்திருக்கும் எனக் காட்டி, அதன் சமன்பாட்டையும் காண்க?

157. $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_2^2, 2at_2)$ இல் $y^2 = 4ax$ இற்கு உள்ள செவ்வன்கள் பரவளைவில் $(am^2, 2am)$ என்னும் புள்ளியில் இடைவெட்டும் ஆயின் $t_1 t_2$ என்பன $t^2 + mt + 2 = 0$ இன் மூலங்கள் எனக் காட்டுக? P, Q களில் $y^2 = 4ax$ இற்கு உள்ள செவ்வன்கள் அதே பரவளைவின் இடைவெட்டுகின்றது. P, Q களில் உள்ள தொடலிகள் T இல் இருந்து..... PQ யிற்கு வரையும் செங்குத்து அடியின் ஒழுக்கு $x^2 + y^2 - 2ax - 8a^2 = 0$ எனக்காட்டுக?

158. $y^2 = 4ax$ இல் $(at^2, 2at)$, $(au^2, 2au)$ இனைத் தொடுக்கும் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க?

1. இது குவியப்புள்ளி (a, b) செல்வதற்கான.
2. $(ap^2, 2ap)$ $(aq^2, 2aq)$ இனைத் தொடுக்கும் நாணிற்கு செங்குத்தாகவிருப்பதற்கு ஆன நிபந்தனையைக் காண்க?

$t^2 - 2pt - 1 = 0$, $t^2 + (\frac{2}{p})t - 1 = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான குவிய நாண்களை உண்டாக்கும் புள்ளிகளின் பரமானங்கள் எனக் காட்டுக?

159. $y^2 = 4ax$ இற்கு $P(at_r^2, 2at_r)$ $(r = 1, 2, 3)$ இல் உள்ள செவ்வன்கள் K யில் ஒருங்கு சந்திக்கின்றன. $t_1 + t_2 + t_3 = 0$ எனக் காட்டி K யின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க? G, H என்பன முறையே முக்கோணம் $P_1P_2P_3$, $P_1'P_2'P_3'$ என்பனவற்றில் உள்ள தொடலிகளால் ஆக்கப்படும் முக்கோணம் என்பனவற்றின் மையத்திகள் GH இனை முச்சம கூறிடும் புள்ளி பரவளைவின் அச்சில் அமைந்திருக்குமெனவும் HK யின் நாற்சம கூறிடும் புள்ளிகளில் ஒன்று $x = 0$ இல் அமைந்திருக்குமெனவும்காட்டுக?

160. $y^2 = 4ax$ இற்கு $(at^2, 2at)$ இல் உள்ள செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க? $p^2 > 8$ ஆயின் P யில் உள்ள செவ்வனைத் தவிர $P(ap^2, 2ap)$ யின் ஊடாக இரு செவ்வன்கள் செல்லும் எனக் காட்டுக?. $P^2 > 8$ ஆகவும் QR என்பன மற்றைய இரு செவ்வன்களின் அடிகளும் ஆகும். M என்பது QR இன்நடுப்புள்ளி N என்பது PM இன் நடுப்புள்ளி P என்பது பரவளைவில் மாறும்போது N இன் ஒழுக்கைக் காண்க?

161. $y^2 = 4ax$ இற்கு $(at^2, 2at)$ இல் உள்ள செவ்வன்களைக் காண்க? A, B பரவளைவில் இருமாறும் புள்ளிகள், நாண் AB உற்பத்திப் புள்ளியில் செங்கோணத்தை ஏந்துகிறது. AB யில் பரவளைவிற்கான செவ்வன்கள் வெட்டும் புள்ளியின் ஒழுக்கு ஒரு பரவளைவு எனக் காட்டி அதன் சமன்பாட்டைக் காண்க?

162. $y^2 = 4ax$ இற்கு $(at^2, 2at)$ இல் உள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க? பரவளைவை இப்புள்ளியில் தொடுவதும் குவியத்தின் ஊடு செல்வதுமான வட்டத்தின் மையத்தின் ஆள்கூறுகளையும் t மாறுகையில் மையத்தின் ஒழுக்கு.......
$27ay^2 = (2x - a)(5a - x)^2$ எனவும் காட்டுக?.

163. t என்னும் பரமானத்தையுடைய புள்ளியின் ஊடான பரவளைவினது குவிய நாணின் நீளம் $a(t + 1/t)^2$ ஆகும் எனக்காட்டுக. இங்கு $x = at^2$, $y = 2at$ என்பது பரவளைவின் பரமானச்சமன்பாடுகளாகும். இதிலிருந்து அப்பரவளைவினது செங்கோணத் [illegible]

164. $y^2 = 4ax$ பரவளைவில் $P(ap^2, 2ap)$ $Q(aq^2, 2aq)$ என்பன அச்சில் இருபக்கங்களிலும் உள்ள புள்ளிகள் $a>0$ எனின் உற்பத்தி O இலிருந்து PQ கோட்டிற்கான செங்குத்தின் நீளத்தைக் காண்க? P, Q இல் பரவளைவிற்கான தொடலிகள் R இல் சந்திக்கின்றன. முக்கோணங்கள் RPQ, OPQ களின் பரப்புகள் 3:1 என்ற விகிதத்தில் இருக்குமாறு P, Q, R இருப்பின் R இன் ஒழுக்கு ஒரு பரவளைவு எனக் காட்டுக? அதன் சமன்பாட்டையும் காண்க? இருபரவளைவுகளையும் ஒரே படத்தில் குறிக்க?

165. $y^2 = 4ax$ பரவளைவில் PQ ஒரு குவிய நாணும் O உற்பத்தியாகும் PQ மாறும்போது முக்கோணி OPQ இனது (a) மையப்போலியினது ஒழுக்கையும் (b) நிமிர் மையத்தினது ஒழுக்கையும் காண்க?.

166. $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளைவில் $P(at_1^2, 2at_1)$, $Q(at_2^2, 2at_2)$ என்பன ஒரு மாறும் புள்ளிகளாகும். P, Q என்ற புள்ளிகளான தொடலிகள் T இல் சந்திக்கின்றன. முக்கோணம் TPQ இன் பரப்பு $\frac{1}{2}a^2(t_2 - t_1)^3$ எனக் காட்டுக. P, Q எல்லா நிலைகளுக்கும் இப்பரப்பின் பெருமானம் $4a^2$ ஆயின் T இன் ஒழுக்கு $y^2 = 4a(x+a)$ என்ற பரவளைவு எனவும் T யின்/P, Q இலான செவ்வன்கள் பரவளைவை R இல் சந்திப்பின், முக்கோணம் TPQ சுற்றுவட்ட மையம் ஒரு பரவளைவில் இருக்குமெனக் காட்டுக?.

167. A, B, C, D என்பன $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளைவில் உள்ளன BC, AD முறையே A, B என்ற புள்ளிகளான தொடலிகளுக்கு சமாந்தரமாயின், AB, CD சமாந்தரம் எனக் காட்டுக? AB ஒரு குவிய நாண் ஆயின் CD யின் நடுப்புள்ளி $5y^2 = 2a(x-9a)$ என்ற பரவளைவில் இருக்குமெனக் காட்டுக?.

168. ஒரு பரவளைவில் செங்குத்தாக உள்ள இரு தொடலிகள் இடைவெட்டும் புள்ளி பரவளைவின் செலுத்தலியில் இருக்குமெனக் காட்டுக. இத் தொடுபுள்ளிகளை இணைக்கும் கோடு ஒரு நிலைத்த புள்ளியின் ஊடு செல்லும் எனக் காட்டி அப்புள்ளியின் ஆள்கூற்றைக் காண்க?. S என்னும் பரவளைவானது ஆள்கூற்றைச்சை $(C \sec\theta, 0)(0 \ \mathrm{Cosec}\ \theta)$ என்ற புள்ளிகளில் தொடுகின்றது. S இனது ஆள்கூற்றையும் செலுத்தலியின் சமன்பாட்டையும் காண்க?.

169. AB, CD என்பன $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளைவின் இரு குவி நாண்களாகும். AC $(0, a)$ என்ற புள்ளியின் ஊடு எப்பொழுதும் செல்லுமாயின் BD ஒரு நிலைத்த நேர்கோட்டிற்கு சமாந்தரம் எனவும், B, D என்ற புள்ளிகளான தொடலிகள் இடைவெட்டும் புள்ளி ஒரு நிலைத்த நேர்கோட்டில் இருக்குமெனவும் காட்டுக?.

170. $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளைவில் P, Q என்பன இரு மாறும்புள்ளிகள் P, Q என்பவற்றிலான செவ்வன்கள் பரவளைவின் ஒரு நிலைத்த செவ்வனில் இடைவெட்டுகிறது. நாண் P, Q எப்பொழுதும் ஒரு நிலைத்த நேர்கோட்டிற்குச் சமாந்தரமாயும் P, Q இன் நடுப்புள்ளி வேறு ஒரு நிலைத்த கோட்டில் இருக்குமெனவும் நிறுவுக?

171. P_1P_2 என்பது $y^2 = 4ax$ இன் ஒரு மாறும் குவி நாண் P_1 ல் தொட்டுக்கொண்டும் P_2 இன் ஊடாகச் செல்லும் வட்டம் பரவளைவை மீண்டும் P_3 ல் வெட்டுகின்றது. P_2 ல் தொட்டுக் கொண்டும் P_1 இன் ஊடாகச் செல்லும் வட்டம் P_4 ல் வெட்டுகிறது. P_3P_4 இன் நடுப்புள்ளி $5y^2 = 13a(x-a)$ என்ற பரவளைவில் இருக்குமெனக்காட்டுக?

172. $(x - a)^2 = 4ay$ என்னும் பரவளைவின் பரிமாணச் சமன்பாட்டைத் துணிக. இப் பரவளைவிற்கு ஒரு மாறும் புள்ளி P யிலான தொடலி, செவ்வன் ஆகியவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க? தொடலி செவ்வன் ஆகியவை X அச்சை முறையே T, N இல் சந்திக்கிறது. $\frac{PT^2}{TN}$ யின் பெறுமானத்தை பரிமாணம் R இல் காண்க. ~~செவ்வன் மீண்டும் RP ல் இடைவெட்டினால் இன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கைக் காண்க.~~

173. P, Q என்னும் நாண் S(a, 0) என்னும் குவியத்தின் ஊடாகச் செல்கின்றது. $x + a = 0$ என்னும் நேர் கோட்டிற்கு PM, QN செங்குத்துகளாகும்.

1. PN, QM உற்பத்தியின் ஊடு செல்கின்ற எனவும்.
2. $M\hat{S}N = 90°$ எனவும்.
3. PQ இலான தொடலிகளாலும் SM, SN எனும் நேர்கோடுகளாலும் ஆக்கப்படும் நாற்பக்கல் ஒரு செவ்வகம் எனவும் அதன் ஒரு உச்சி MN இல் உள்ளது. எனவும் காட்டுக?.

174. $y^2 = 4ax$, $2x^2 = ay$ என்ற பரவளைவுகளின் பொது நாண், பொதுத்தொடலி ஆகியவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. இப்பொழு நாண் பொதுத் தொடலியை இரு கூறிடுமெனக் காட்டுக?

175. $y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவில் ஒரு நாணின் நடுப்புள்ளி $(x_1 y_1)$ ஆயின் அந் நாணின் சமன்பாடு $yy_1 - 2ax = y_1^2 - 2ax_1$ எனக் காட்டுக. $y = x - a$ என்னும் குவி நாணில் ஒரு மாறும் புள்ளி P இல் இரு சமகூறிடும் நாண் ஆனது $(y - 2a)^2 = 3a(x - a)$ என்னும் நிலைத்த பரவளைவை தொடும் எனக் காட்டுக?

176. ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்களை தொடும் பரவளைவொன்றின் குவியத்தின் ஊடாக, அம் முக்கோணியின் சுற்று வட்டமானது செல்லுமெனக் காட்டுக?

177. ஒரு பரவளைவின் குவியத்திலிருந்து அப்பரவளைவில் தொடலியொன்றிற்கு வரையும் செங்குத்தின் அடி, அப்ப ரவளைவின் உச்சியில் வரையும் தொடலியில் இருக்குமெனக் காட்டுக?.

178. P_1P_2, P_3P_4 என்னும் இரு நாண்கள் $y^2 = 4ax$ எனும் பரவளைவின் அச்சுக்குச் சமசாய்வுடையனவாயிருப்பின் $P_1P_2P_3P_4$ என்பன ஒரு வட்டத்தில் இருக்குமெனக் காட்டுக?.

179. $y^2 = a(x - a)$ என்னும் பரவளைவில் P ஒரு புள்ளி, O என்பது $y^2 = 4ax$ என்னும் பரவளைவின் உச்சியாகும். OP ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டம் O வைத் தவிர்ந்த வேறு மூன்று புள்ளிகளில் இரண்டாவது பரவளைவை வெட்டுகின்றது. இம்மூன்று புள்ளிகளாலான செவ்வன்கள் ஒரு புள்ளியில் சந்திப்பதுடன், அப்புள்ளியானது $y^2 = 4a(x - a)$ என்னும் பரவளைவில் இருக்குமென்றும் காட்டுக?.

180. $P(ap^2, 2ap)$ $Q(aq^2, 2aq)$ $R(ar^2, 2ar)$ என்பன $y^2 = 4ax$ எனும் பரவளைவிலுள்ள புள்ளிகளாகும். முக்கோணம் PQR இன் நிமிர் மையம் (a, 0) ஆயின் $pqr + p + q + r = 0$ எனவும் $qr + rp + pq + 5 = 0$ எனவும் காட்டுக?

இதிலிருந்து பக்கங்கள் QR RP, PQ என்பன வட்டம் $x^2 y^2-6ax\ 5a=0$ ஐத்தொடுமெனக் காட்டுக.

181. $y^2=4ax$ எனும் பரவளைவில் P_1 என்னும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள் $(at_1^2, 2at_1)$ ஆகும்.

1. $P_1\ P_2\ P_3$ என்பனவற்றிலான செவ்வன்கள் ஒரு புள்ளியில் சந்திப்பின் $t_1 t_2 t_3=0$ எனக் காட்டுக?.

2. $P_1\ P_2\ P_3\ P_4$ என்பன ஒரு வட்டத்தில் இருப்பின் $t_1+t_2+t_3+t_4=0$ எனக்காட்டுக?

Q, R என்ற புள்ளிகளிலான செவ்வன்கள், பரவளைவை S இல் இடைவெட்டுகிறது. Q, R, S என்பனவற்றின் ஊடாக வரையும் வட்டம் உற்பத்தியின் ஊடாக செல்லும் என உய்த்தறிக? இவ்வட்டத்தின் மையம் $2y^2=a(x-a)$ என்ற பரவளைவில் இருக்குமெனக் காட்டுக?

182. t இன் எல்லாப் பெறுமானத்திற்கும் கோடு $x=yt+at^2=0, y^2=4ax$ எனும் பரவளைவைத் தொடுமெனக் காட்டுக?. $P(at_1^2, 2at_1)\ Q(at_2^2\ 2at_2)$ புள்ளிகளில் பரவளைவு $y^2=4ax$ க்கான தொடலிகள் R இல் சந்திக்கின்றன. $PRQ=\theta$ ஆயின் R ஆனது $y^2-4ax=(a+x)^2\tan^2\theta$ எனும் வளையில் இருக்குமெனக் காட்டுக. இவ்விரு தொடலிகளும் $x+a=\theta$ எனும் கோட்டை P_1Q_1 இல் இடைவெட்டுகின்றன. $P_1Q_1=C$ ஆயின் R ஆனது $(y^2-4ax)(x+a)^2=c^2x^2$ எனும் வளையில் இருக்குமெனக் காட்டுக?

183. $y^2=4ax$ எனும் பரவளைவிற்கு வரையும் இரு தொடலிகள் Q வில் சந்திக்கின்றன. இவ்வி தொடலிகளின் தொடுகைப்புள்ளியிலான செவ்வன்கள் P யில் சந்திக்கின்றன. Q வின் ஆள்கூறுகள் X, Y ஆயின் P யின் ஆள்கூறுகள் X, Y யில் தருக? P ஆனது X அச்சிற்குச் சமாந்தரமான நேர்கோட்டில், அல்லது Y அச்சிற்குச் சமாந்தரமான நேர்கோட்டில், அசைவதற்கேற்ப Q ஆனது ஒரு அதிபரவளைவில் அல்லது ஒரு பரவளைவில் அசையுமெனக் காட்டுக?.

நீள் வளையம்

01. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்னும் நீள்வளையத்திற்கு, (a கோசை θ, b சைன் θ) என்னும் புள்ளியிலுள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க? $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ என்னும் வளையத்தைத் தொடும்படி வரையப்படும் 2 அலகு நீளமுடைய $x^2 + y^2 = 6$ என்னும் வட்டத்தின் எல்லா நாண்களினதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க?

02. $a^2 l^2 + b^2 m^2 = n^2$ எனின் $lx + my + n = 0$ என்னும் கோடு, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்னும் நீள்வளையத்தைத் தொடும் எனக் காட்டுக? (10, 5) என்னும் புள்ளியிலிருந்து $x^2 + 4y^2 = 4$ என்னும் நீள்வளையத்திற்கு வரையப்படும் இரு தொடலிகளின் சமன்பாடுகளையும் அவற்றின் தொடுபுள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க?

03. θ இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் $\frac{x}{a}$ கோசை θ + $\frac{y}{b}$ ……… சைன் θ = 1 எனும் கோடு, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ எனும் நீள்வளையத்தைத் தொடுமென நிறுவுக? $x^2 + y^2 = r^2$ எனும் வட்டத்தின் மாறும் தொடலி x- அச்சை A யிலும் y- அச்சை B இலும் வெட்டுகிறது. C என்பது OA இன் நடுப்புள்ளியாயின், BC எனும் கோடு $4x^2 + y^2 = r^2$ எனும் நீள் வளையத்தைத் தொடுமென நிறுவுக. இங்கு O என்பது உற்பத்தியாகும்.

04. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்னும் நீள்வளையத்திற்கு (a கோசை θ b சைன் θ) என்னும் புள்ளியிலுள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க? $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ எனும் நீள் வளையத்தின் தொடலிக்கு குவியங்களின் செங்குத்துத் தூரங்களின் பெருக்குத்தொகை b^2 என நிறுவுக.

05. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ எனும் நீள்வளையத்திற்கு P யிலுள்ள தொடலி OQ இற்குச் சமாந்தரமாகுமாறு (a கோசை θ, b சைன் θ) Q(a கோசை φ, b சைன் φ) என்பன நீள்வளையத்திலுள்ள இருமாறும் புள்ளிகளாகும். இங்கு O என்பது உற்பத்தி. θ, φ என்பன π/2 இன் ஒற்றை மடங்கின் பெருக்குத் தொகையால் வித்தியாசப்படுமென நிறுவுக. PQ இன் நடுப் புள்ளியின் ஒழுக்கையும் காண்க?.

06. நீள்வளையத்திலுள்ள புள்ளியொன்றின் மையவகற்சிக் கோணம் என்பதால் என்ன கருதப்படுகிறது என்பதைவிளக்குக. நீள் வளையத்திலுள்ள P, Q, R என்ற புள்ளிகளின் மையகவற்சிக் கோணங்கள் முறையே θ, (θ + α) (θ - α) என்பனவாகும். α ஒருமையாக இருக்க, θ மாறக்கூடியதாக P, Q, R என்பன நீள்வளையத்தில் அசைகின்றன. முக்கோணி PQR இன் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளில் மையப்போலியும் நீள்வளையங்களை வரையும் என நிறுவுக?

07. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ எனும் நீள்வளையத்திற்கு (a கோசை θ, b சைன் θ) எனும் புள்ளியிலுள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க? P, Q என்பன $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்னும் நீள்வளையத்திலுள்ள இரு மாறும் புள்ளிகள் ஆகும். நீள்வளையத்திற்கு Q விலுள்ள தொடலி OP இற்குச் சமாந்தரமாயின், பின்வருவனவற்றை நிறுவுக?

1. PQ இன் மையகவற்சிக் கோணங்கள் a/2 இன் ஒற்றை மடங்கின் பெருக்குத் தொகையால் வித்தியாசப்படுகிறது.
2. $OP^2 + OQ^2 = a^2 + b^2$
3. முக்கோணி OPQ இன் பரப்பு $= \frac{1}{2}ab$

இங்கு O என்பது உற்பத்தி.

08. நீள்வளையம் $S \equiv \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1=0$ இற்கு அதிலுள்ள புள்ளி $(x_1\ y_1)$ இலுள்ள தொடலியினதும் செவ்வனினதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க? புள்ளி $(x_0\ y_0)$ இலிருந்து நீள்வளையம் S=0 இற்கு வரைந்த தொடலிகளின் தொடுகை நாணினது சமன்பாடு $\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}=1$ எனக் காட்டுக?

P(aகோசை θ, b சைன் θ) என்பது நீள்வளையம் S=0 இலுள்ள ஒரு மாறும் புள்ளியாகும். அந் நீள்வளையத்திற்கு P யிலுள்ள செவ்வன் அந் நீள்வளையத்தை மீண்டும் Q இற் சந்திக்கின்றது அந் நீள்வளையத்திற்கு P, Q இலுள்ள தொடலிகள் T இற் சந்திக்கின்றன. T இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. இதிலிருந்து T இன் ஒழுக்கு $b^6x^2+a^6y^2=(a^2-b^2)^2x^2y^2$ என்னும் வளையி எனக் காட்டுக?

09. $\frac{x}{a^2}+\frac{y}{b^2}=1$ என்னும் நீள் வளையத்திற்கு(a கோசை θ, b சைன் θ) என்னும் புள்ளியிலுள்ள செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க? P, Q என்பன $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்னும் நீள்வளையத்திலுள்ள இருபுள்ளிகளாகும். அவற்றின் மையக்கவற்சி கோணங்கள் முறையே θ, (π - θ) ஆகும். நீள்வளையத்திற்கு P யிலுள்ள செவ்வன் ஆள் கூற்று அச்சுக்களை LM இற் சந்திக்கிறது. LM இன் நடுப்புள்ளிக்கூடாகச் செல்வதும் உற்பத்தியைக் Q உடன் இணைக்கும் கோட்டிற்குச் செங்குத்தாக உள்ளதுமான I என்னும் கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க. Q இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் I என்னும் கோடு $25x^2+9y^2=64$ என்னும் நீள்வளையத்தைத் தொடுமென நிறுவுக.

10. ஒரே வரிப்படத்தில் $x^2+y^2=a^2$ என்னும் வட்டத்தையும்

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad \frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1 \quad a>b<0$$

என்னும் நீள்வளையங்களையும் காண்க?

P, Q, R என்பவை முறையே இம்மூன்று வளையிகளிலுள்ள மாறும் புள்ளிகளாகும். இப் புள்ளிகளானவை R P ஆனது x - அச்சிற்குச் சமாந்தரமாயும் Q P ஆனது y- அச்சிற்குச் சமாந்தரமாயும் இருக்கும் வண்ணம் ஒரே காற்பகுதியிற் கிடக்கின்றன. இந் நீள் வளையங்களிற்கு Q, R ஆனவற்றிலுள்ள செவ்வன்கள் இடை வெட்டும் புள்ளியின் ஒழுக்கு .... $x^2+y^2=(a+b)^2$ என்னும் வட்டமாகுமெனக் காட்டுக?

11. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்னும் நீள்வளையத்தில் 'θ', 'Ø' ஐத் தொடுக்கும் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க? P, Q, R, S என்பன நீள்வளையத்தில் உள்ள புள்ளிகள் அவற்றின் மையகவற்சிக் கோணங்கள் முறையே α, $\pi+\alpha$, $\alpha-\beta$, $\alpha+\beta$ ஆகும். நாண் RS, PQ இலுள்ள தொடலிகளுக்கு சமாந்தரம் எனக் காட்டுக. R, S இலுள்ள தொடலிகள் PQ இல் வெட்டுகின்றன எனக் காட்டுக?

12. நீள்வளையத்தில் உள்ள புள்ளிகள் P'θ', Q'Ø' ஆகியவற்றைக் தொடுக்கும் நாணின் சமன் பாட்டைக் காண்க? நாண் PQ $x^2+y^2=t^2$ ஐத் தொடுகின்றது PQ இல் நீள்வளையத்துக்குக் கீறப்பட்ட தொடலிகளின் வெட்டுப்புள்ளி $\frac{x}{a^2}+\frac{y}{b^2}=\frac{1}{t^2}$ இல் கிடக்கிறது எனக் காட்டுக?

13. புள்ளி P(1,1) நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ இற் கிடக்கிறது. இங்கு a>b>0 யிலுள்ள தொடலி x- அச்சை Q இலும் y- அச்சை R யிலும் சந்திக்கிறது. O ஆள்கூற்றிச்சின் உற்பத்தி a இன் உறுப்புகளின் OQ, OR இன் நீளத்தைக்காண்க

நீள்வளையத்தின் அரை பேரச்சை விட்டமாகக் கொண்டு கீறப்படும் வட்டம் நீள்வளயத்தை L, M இற் சந்திக்கின்றன. a இன் உறுப்புக்களில் OL(அல்லது OM) இன் நீளத்தைக் காண்க?

14. $4a^2 + ay^2 = 39$ என்னும் நீள்வளையமும், $4x^2 - y^2 = 4$ என்னும் அதிபரவளைவும் ஒரே குவியங்களையுடையன என்றும் இரண்டும் செங்கோணங்களில் வெட்டுகின்றன என்றும் நிறுவுக. இரண்டும் கூம்புகளும் வெட்டும் புள்ளிகளுக்கு ஊடாகச் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டையும் காண்க?

15. நீள் வளையம் $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ a இன் குவியம் $S = P$ (a கோசை ∝ b சைன் ∝) நீள்வளையத்திலுள்ள ஒரு புள்ளி P யிலுள்ள தொடலிக்கும் SP இற்குமிடையிலுள்ளகோணம். தான் $^{-1}(1-e)^{\frac{1}{2}}$ /e சைன் ∝] என நிறுவுக. இங்கு என்பது மையகவுற்சிரிந்திறன் S என்பது மறிறைய குவியமாகவும் P யிலுள்ள தொடலி x- அச்சை T யிலும் சந்திப்பின் ST: ST = SP:S'P என நிறுவுக?

16. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வளையத்தில் θ, Ø என்னும் மையக்கவற்சிக் கோணங்களையுடைய புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாடு. $\frac{x}{a}$ கோசை ($\frac{\theta+\emptyset}{2}$ $\frac{y}{b}$ சைன் ($\frac{\theta+\emptyset}{2}$) கோசை $\frac{(\theta-\emptyset)}{2}$ எனக்காட்டுக. இந்நாண் இந் நீள்வளையத்தின் சிற்றச்சை விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தைத் தொடுமாயின் நாணின் நீளம் a சைன் (θ -Ø) என நிறுவுக?

17. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வளையத்தில் (∝ + β) (∝ -β) ஐ மையகவற்சிக் கோணங்களாகக் கொண்ட புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாடு. bx கோசை ∝ + ay சைன் ∝ = ab கோசை β எனக் காட்டுக? இந்நாண் யாதுமொரு குவியத்தின் ஊடாகச் சென்றால் இதன் நீளம் 2a சைன் B எனக் காட்டுக.

18. நீள் வளையம் $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ இல் ∝, β ஐ மையவகவற்சிக் கோணங்களாகக் கொண்ட புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாடு ($\frac{x}{a}$) (1-தான் $\frac{\propto}{2}$ தான் $\frac{\beta}{2}$) ($\frac{y}{b}$) (தான் ∝/2 + தான் $\frac{1}{2}$) = 1 தான் $\frac{\propto}{2}$ தான் $\frac{\beta}{2}$.

19. ஒரு வெளிப் புள்ளி P(h, k) இலிருந்து $(\frac{x}{a})^2 + (\frac{y}{b}) = 1$ இற்கு வரையப்பட்ட தொடலிகள் PQ , PR ஆகும். QR இன் சமன்பாடு $\frac{hx}{a^2} + \frac{ky}{b^2} = 1$ எனக்காட்டுக. Q R இன் சமன்பாடு $1x + my = 1$ எனின்P இன் ஆள்கூறுகளை 1,m,n இற்றருக. Q வில் ஊடாகச் செல்லும் விட்டத்தின் மறுமுனை Q' ஆகும். Q R 'ஆனது PQ இற்குச் சமாந்தரமெனக் காட்டுக. O உற்பத்தித் தானமாகும்.

20. $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ இல் புள்ளிகள் ∝, β ஐ இணைக்கும் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க. இந் நாண் $x^2 y^2 = r^2$ எனும் வட்டத்தைத் தொடுகின்றது இந் நாணின் முனைகளிலுள்ள தொடலிகளின் வெட்டுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு .... $x^2/a^2 + y^2/b^4 = \frac{1}{r^2}$ எனக்காட்டுக.

21. நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2 = a^2b^2$ இல் புள்ளி A(a கோசை θ, b சைன் θ) இலுள்ள செவ்வன் x- அச்சை M இலும் y- அச்சை N இலும் சந்திக்கின்றது. O உற்பத்தித் தானமெனின் முக்கோணி OMN இன் பரப்பைக் காண்க இப்பரப்பின் அதி யுயர் பெறுமானம் என்ன. முக்கோணி OMN இன் மையப்போலியின் ஒழுக்கு $9a^2x^2+9b^2y^2=(a^2-b^2)$ என்றும் நீள் வளையமெனக் காட்டுக.

22. நீள்வளையம் $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ இன் நாண் AB இன் நடுப்புள்ளி M(α , β) ஆகும் AB இன் சமன்பாடு $\frac{\alpha}{a^2}(x-\alpha)$ $\frac{\beta}{b^2}(y-\beta)$ எனக் காட்டுக?
A B ஆனது x- அச்சை P இலும் y- அச்சை Q இலும் வெட்டுகின்றது, $\frac{a}{OP^2}+\frac{b}{OQ^2}$ ஒரு மாறிலி எனின் (O உற்பத்தி) AB இன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கைக் காண்க?

23. நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ இற்குக் கீறப்பட்ட இரு செங்குத்தான தொடலிகள் வெட்டுப் புள்ளியின் ஒழுக்கு ஒரு ஒருமைய வட்டமெனக் காட்டுக?
T என்பது இவ்வட்டத்தின் ஒரு புள்ளி T இலிருந்து நீள்வளையத்திற்குக் கீறிய இரு தொடலிகள் நீள்வளையத்தை முறையே AB இலும் வட்டத்தை முறையே CD இலும் சந்திக்கின்றன. முக்கோணி TCD இன் அதி உயர் பரப்பு a^2+b^2 எனவும் குறைந்த பரப்பு 2ab எனவும் காட்டுக?.

24. ஒரு வெளிப்புள்ளி T(h,k) இலிருந்து நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ இற்குக் கீறிய தொடலிகளின் தொடுகை நாண் PQ இன் சமன்பாட்டைக் காண்க?
PQ இன் நடுப்புள்ளி M (p,q) எனின், PQ இன் சமன்பாட்டை P, q இற் தருக.
பின்வரும் வகைகளின் இன் ஒழுக்கைக் காண்க?
அ. T ஆனது கோடு x + y + 1 = 0 இல் கிடக்கின்றது.
ஆ. P Q ஆனது புள்ளி (2, 3) இன் ஊடாகச் செல்கின்றது.
இ. P Q இன் படித்திறன் ஒரு ஒருமை m
ஈ. PQ இன் செங்குத்து சமகூறாக்கி புள்ளி (a, 2a) இன் ஊடாகச் செல்கின்றது.

25. a , b(a ≠ b) நீளமுடைய கோலொன்றின் முனைகள் P, Q என்பவை முறையே xy அச்சுக்களின் வழியே வழுக்கிச் செல்கின்றன. M என்பது PQ இல் PM = b MQ = a ஆகுமாறு ஒரு புள்ளியாகும். M இன் ஒழுக்கு ஒரு நீள்வளையமெனக் காட்டுக. அதன் சமன்பாட்டைக் காண்க?
செவ்வகம் O P Q R ஆனது பூர்த்திசெய்யப்படுமாயின் (O உற்பத்தித் தானம்) இந் நீள் வளையத்திற்கு M இலுள்ள செவ்வன் MR எனக் காட்டுக? இது துணைகொண்டு ஒரு நீள்வளையத்திற்கு ஏதாவதொரு புள்ளி M இலுள்ள செவ்வன் மையத்தின் ஊடாகச் செல்லுமாயின் P ஆனது நீள் வளையத்தின் அச்சுக்களின் முனைகளின் இருக்க வேண்டுமெனக் காட்டுக?

26. நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ இற்கு புள்ளி P யிலுள்ள தொடலி புள்ளிகள் A(a, 0) A^1(-a, o) இலுள்ள தொடலிகளை முறையே T T^1 இற் சந்திக்கின்றது.

1. AT' A' T' = b^2
2. TT' ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டம் x- அச்சில் இரு நிலையான புள்ளிகளுக்கூடாகச் செல்கின்றது எனக் காட்டுக?

27. $lx+my+n=0$ என்னும் கோடு $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ என்னும் நீள்வளையத்திற்கு ஒரு தொடலியாயின் $a^2l^2+b^2m^2=n^2$ எனவும் இக்கோடு $y^2=4px$ என்னும் பரவளைவிற்கு ஒரு தொடலியாயின் $pm^2=ln$ எனவும் காட்டுக? ஒரு நேர்கோடானது x, y அச்சுகளை முறையே M, N இற் சந்திக்கின்றது. $3OM^2+4ON^2=OM^2\,ON^2$ ஆகுமாறு கோடு MN அசைகின்றது. இக்கோடு ஒரு நிலையான நீள்வளையத்தைத் தொடுகின்றதெனக் காட்டுக. இதன் சமன்பாட்டைக் காண்க? இந் நீள்வளையத்தினதும் பரவளைவு $y^2=4x$ இனதும் பொதுத் தொடலிகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

28. ஒரு நிலையான புள்ளி Q (x_0, y_0) இன் ஊடாகச் செல்லும் நேர்கோட்டின் மீதுள்ள ஏதாவதொரு புள்ளி P இன் ஆள்கூறுகளை $(x_0+\gamma$ கோசை θ, $y_0+\gamma$ சைன் $\theta)$ என்னும் வடிவில் இடலாமெனக் காட்டுக? P ஆனது நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ இல் கிடத்தற்கு வேண்டிய நிபந்தனையை r இலுள்ள ஒரு இருபடிச் சமன்பாடாகப் பெறுக? இது துணைகொண்டு Q வின் ஊடாகச் செல்லும் படித்திறன் தான்? Q உடைய நேர்கோடொன்று நீள்வளையத்தை H, K இல் (HK இன் நடுப்புள்ளி Q ஆகுமாறு) சந்தித்தால். தான் $\theta = -\frac{x_0 b^2}{y_0 a^2}$ எனக் காட்டுக?
(x_0, y_0) இல் சமகூறிடப்படும் நீள்வளையத்தின் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க?

29. (a கோசை α, b சைன் α), (a கோசை β, b சைன் β) என்னும் புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் சமன்பாடு $\frac{x}{a}$ கோசை $\frac{\alpha+\beta}{2} + \frac{y}{b}$ சைன் $\frac{\alpha+\beta}{2}$ = கோசை $\frac{\alpha-\beta}{2}$ எனக் காட்டுக?
$x=a(1-t^2)/(1+t^2)$, $y=2bt/(1+t^2)$ என்னும் நீள்வளையத்தில் t_1, t_2 என்னும் சாராமாறிகளையுடைய புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாடு, $\frac{x}{a}(1-t_1t_2)+\frac{y}{b}(t_1+t_2)=1+t_1t_2$ எனக் உய்த்தறிக. இக்கோடு $x^2+y^2=b^2$ என்னும் வட்டத்தைத் தொடுமாயின், எனக் காட்டுக. இங்கு $b^2=a^2(1-e^2)$ ஆகும். $e(1-t_1t_2)=\pm(t_1-t_2)$

30. E E¹ என்னும் இரு நீள்வளையங்கள் ஒவ்வொன்றினது குவியங்களும் மற்றையதின் சிற்றச்சின் முனைகளில் உள்ளன.
1. E, E¹ என்பனவற்றின் பேரச்சுக்கள் சமன்.
2. E E¹ இன் மையவகற்சித் திறன்கள் முறையே e e¹ எனின் $e^2+e'^2=1$
3. E E¹ இன் பொதுத் தொடலிகள், E இன் பேரச்சுக்கடன் சைன்$^{-1}$e என்னும் கோணமமைக்கின்றன எனக் காட்டுக?

31. CD, EF என்பன நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ இன் இரு மாறும் விட்டங்கள் C, E என்பனவற்றின் மையகற்சிக் கோணங்கள் முறையே θ ϕ எனின் θ, ϕ இன் மையகற்சிக் கோணங்களைக் காண்க? C யிலுள்ள தொடலி OE இற்குச் சமாந்தரமாயின் (O உற்பத்திதானம்) θ ϕ என்பன $\pi/2$ இன் ஒற்றை மடங்கின் பெருக்குத் தொகையால் வித்தியாசப்படுகின்றனவெனக் காட்டுக.
CE இன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு

$4b^2x^2+4a^2y^2=a^2b^2$ எனக் காட்டுக.

$CD^2+EF^2=4(a^2+b^2)$ எனக் காட்டுக.

31. நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ இன் பேரச்சினதும், சிற்றச்சினதும் முனைகள் முறையே A,B ஆகும். P என்பது நீள்வளையத்தில் ஒரு மாறும் புள்ளியாயின் முக்கோணி PAB இன் நிமிர் மையத்தின் ஒழுக்கு ஒரு நீள்வளையமெனக் காட்டுக?

33. $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ என்னும் நீள்வளையத்தின் ஒரு விட்டம் PQ ஆகும். நீள்வளை திற்கு P இலுள்ள செவ்வன் X,Y அச்சுக்களை முறையே H,K இற்சந்திக்கின்றது. இணைகர OHRK பூர்த்தியாக்கப்படுகிறது. (O உற்பத்தித்தானம் P வசையும்போது.

1. QR இன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு ஒரு நீள்வளையமெனக் காட்டுக.
2. $PH/PK = b^2$ எனக் காட்டுக.
3. R இன் ஒழுக்கைக் காண்க.

34. நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2-a^2b^2=0$ இல், மையகவற்சிக் கோணங்கள் $\alpha+\beta$, $\alpha-\beta$ ஆகவுள்ள புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாடு bx கோசைα+ay சைன் α=ab கோசை B எனக் காட்டுக. இது ஒரு குவியநாணாயின் அதன் நீளம் 2a சைன்^{2} B எனக்காட்டுக.

35. நீள்வளையம் $(x/a)^2+(y/b)^2=1$ இன் மையத்திலிருந்து புள்ளி P θ இலுள்ள தொடலிக்கு வரைந்த செங்குத்தின் அடி N இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க? N இலிருந்து நீள்வளையத்திற்கும் கீறிய மறு தொடலியின் தொடுபுள்ளி Q [ø] ஆகும். a^2 தான் θ = b^2 தான் (θ + ø)/2 என நிறுவுக. Q இன் ஊடாகச் செல்லும் விட்டத்தின் மறுமுனையின் ஊடாக P யிலுள்ள செவ்வன் செல்கின்றதெனக் காட்டுக.

36. ஒரு வெளிப்புள்ளி T (h,k) இலிருந்து நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ இற்கு இரு தொடலிகள் TP, TQ கீறப்பட்டுள்ளன. O உற்பத்தித் தானமாயின் நாற்கோணி OPTQ இல் பரப்பு $(b^2h^2\ a^2k^2-a^2b^2)$ எனக் காட்டுக. PQ ஆனது நீள்வளையம் $9(b^2x^2+a^2y^2)-a^2b^2$ ஐத் தொடுமாயின் T இன் ஒழுக்கு $b^2x^2+a^2y^2=9a^2$ என்னும் நீள்வளையமெனக் காட்டுக. இம்மூன்று நீள்வளையங்களையும் ஒரே அச்சு குறித்துக் கீறிக் காட்டுக.

37. நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ இல் P ஒரு மாறும் புள்ளி இந் நீள்வளையத்தின் பேரச்சு AA' ஆகும். சிற்றச்சின் ஒரு முனை B ஆகும். P யிலுள்ள தொடலிக்குச் சமாந்தரமான விட்டம் PA, PA' ஐ முறையே X,Y இற் சந்திக்கின்றது. முக்கோணி BXY இன் பர P இன் நிலையிற் தங்கியிருக்கவில்லையெனக் காட்டுக.

38. நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ இல் மையவகற்சிக் கோணங்கள் α, β ஆகவுள்ள புள்ளிகளை இணைக்கும் வரையின் சமன்பாடு

$$\frac{x}{a}\left(1-\text{தான்}\ \alpha\ \text{தான்}\ \beta\right)+\frac{y}{b}\left(1-\text{தான்}\ \frac{\alpha}{2}\ \text{தான்}\ \frac{\beta}{2}\right)=1\ \text{தான்}\ \frac{\alpha}{2}\ \text{தான்}\ \frac{\beta}{2}$$

எனக்காட்டுக.

இந் நீள்வளையத்தின் ஒரு நாண் PQ ஆனது (m,a,o) என்னும் புள்ளியின் ஊடாகச் செல்கிறது சிறிய அச்சில் P( ) இன் ஆடிவிம்பம் R ஆகும். RQ இன் சமன்பாடு...............

$$\frac{x}{a}(1-m\ \sin\alpha)\ \frac{my}{b}\ \sin\alpha=m-\cos\alpha$$

எனக் காட்டுக.

39. PCP' QCQ' என்பவை நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ இன் இரு உடன் உடன்புண விட்டங்கள் குவியங்கள் S S' இலிருந்து முறையே PCP' QCQ' இற்குக் கீறிய செங்குத்துக்க வெட்டுப்புள்ளியின் ஒழுக்கைக் காண்க?

40. நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ இலுள்ள புள்ளியொன்றின் ஆள்கூறுகளை $\left(a\frac{1-p^2}{1+p^2}, \frac{2bp}{1+p^2}\right)$ .... என இடலாமெனக் காட்டுக. பரமானங்கள் p, q உடைய புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க. இதிலிருந்து முதலாவது புள்ளியிலுள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க? இது துணைகொண்டு (h,k) என்னும் புள்ளியின் ஊடாகச் செல்லும் தொடலிகள் $p^2\left(1+\frac{h}{a}\right)-\frac{2pk}{b}+1-\frac{h}{a}=0$ என்னும் இரு சமன்பாட்டால் தரப்படுமெனக் காட்டுக. இந் நீள் வளையத்திற்குக் கீறிய ஒரு மாறும் தொடலி வரைகள் $x=\pm 1$ ஐ M, N இற் சந்திக்கின்றது. இலிருந்து நீள்வளையத்திற்குக் கீறிய மற தொடலிகள் L இற் சந்திக்கின்றன. L இன் ஒழுக்கைக் காண்க?

41. நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ இற்கு புள்ளிகள் P(θ), Q(∅) இலுள்ள தொடலிகளின் வெட்டுப்புள்ளி R/a கோசை $\frac{1}{2}$(θ + ∅) கோசை $\frac{1}{2}$(θ − ∅) b சைன் $\frac{1}{2}$(θ + ∅) கோசை $\frac{1}{2}$(θ − ∅) எனக் காட்டுக? θ − ∅ என்பது ஒருமையாக இருக்குமாறு P, Q அசையும் ஆயின் R இன் ஒழுக்கைக் காண்க? ∅ = 3θ ஆயின் R இன் ஒழுக்கைக் காண்க?

42. நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ இற்கு புள்ளி P யிலுள்ள தொடலி x, y அச்சுக்களை முறையே A, B யிற் சந்திக்கின்றது. P யிலுள்ள செவ்வன் x, y அச்சுக்களை முறையே C, D யிற் சந்திக்கின்றது O நீள்வளையத்தின் மையமாகும். நிறுவுக.

அ. OA, OC, PC/ PD என்பவை P இன் நிலையிற் தங்கியிருக்கவில்லை.

ஆ. AD யானது BC ற்கு செங்குத்து.

இ. CD இன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு தந்த நீள்வளையத்தின் மையகவற்சித் திறன் உடைய ஒரு நீள்வளையம்.

43. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு (a cos θ, b sin θ) என்ற புள்ளியில் உ... தொடலியினதும் 4xy = ab என்ற அதிபரவளைவிற்கு (x^1, y^1) என்ற புள்ளியில் உள்ள தொ... யினதும் சமன்பாடுகளை (நிறுவலி இல்லாமல்) எழுதுக? ... என்ற புள்ளி (a cosθ, bsinθ) என்ற செவ்வட்ட அதிபரவளைவில் இருப்பதற்கான θ B இன் நாலுபெறுமானங்களைக் காண்க?.

44. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு P(a cosθ, bsinθ)என்ற புள்ளியில் உள்ள தொட... சமன்பாட்டைக் காண்க? P யிலுள்ள செவ்வன் a x sinθ −by cosθ = (a^2-b^2)sinθ ... ஆல் தரப்படுமெனக் காட்டுக?, P யிலுள்ள செவ்வன் x அச்சைG யில் வெட்டுகிறது. ... பத்திப் புள்ளி O வில் இருந்து P யில் உள்ள தொடலிக்கு உள்ள செவ்வனின் அடி CN ஆகுட...

அ. PG . NO ஆனது θ ஐச் சாரதது எனவும்

ஆ. P நீள் வளையத்தில் நகர N ஒழுக்கு $(x^2+y^2)^2=a^2x^2+b^2y^2$ ஆல் தரப்படும் எனவும் காட்டுக?.

45. நீள்வளையம் $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ இல் A(a,o)என்பதும் B(o,b) என்பதும் இரு புள்ளிகள் PA, QB இரண்டும் y=x என்ற கோட்டிற்கு சமாந்தரமாக இருக்குமாறு P யும் Q யும் வளையத்தில் வேறு இரு புள்ளிகள் P யும் Q வும் முறையே (2π − 2θ) $(3\frac{\pi}{2} - ...)$ என்ற மையகவற்சிக் கோணங்களை உடையன என நிறுவுக? இங்கு θ = tan^{-1} ... சமன்பாடு $(a^2-b^2)\left(\frac{x}{a}-\frac{y}{b}\right)-2ab\left(\frac{x}{a}+\frac{y}{b}\right)=a^2+b^2$ ... சிலவா?

46. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு (a cosα, b sib θ) என்ற புள்ளியில் உள்ள தொடுகோட்டின் சமன்பாடு $\frac{x}{a}\cos\alpha+\frac{y}{b}\sin\alpha=1$ என நிறுவுக? நீள்வளையத்தின் உள்ள இரு புள்ளிகளின் மையகவற்சிக் கோணங்கள் (θ -Ø) (θ Ø) ஆயின் இப் புள்ளிகளில் உள்ள தொடு கோடுகள் ஒன்றையொன்று A Cos θ Sec θ b sin Øsec என்ற புள்ளியில் வெட்டும் என நிறுவுக? நீள்வளையத்திற்கும் $x^2+y^2=r^2$ என்ற வட்டத்திற்கும் உள்ள பொதுத் தொடு கோடுகள் ஒரு சதுரத்தை ஆக்குமாயின் r இன் பெறுமானத்தைக் a யிலும் h யிலும் காண்க?

47. நீள்வளையம் $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ இன் பேரியச்சில் முனைகள் A உம் A'உம் ஆகும். P என்பது நீள்வளையத்தில் ஏதாவதொரு புள்ளி AP யினதும் A'P யினதும் செங்குத்து இரு சமவெட்டிகள் பேரியச்சை L இலும் L'இலும் சந்திக்கின்றன LL' என்ற துண்டின் நீளம் e^2 a என நிறுவுக? இங்கு e நீள்வளையத்தின் மையகவற்சித் திறனகும்.

48. உற்பத்திப் புள்ளி O வை மையமாகவும் (a+b) ஐ ஆரையாகவும் உடைய ஒரு வட்டத்தில் L ஏதாவது ஒரு புள்ளி. L இருந்து x அச்சுக்கும் y அச்சுக்கும் கீறப்படும் செங்குத்துகளின் அடிகள் முறையே M ம் N ம் ஆகும். N ற்கு M உள்ள அதே பக்கத்தில் இல் P ஒரு புள்ளியாகும். MP = a ஆகும். P ஆனது $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்தில் உள்ளது எனக் காட்டி அந்த நீள்வளையத்திற்கு P யில் உள்ள செவ்வன் PL எனவும் காட்டுக?

49. $Y=xm+\sqrt{a^2m^2+b^2}$ என்ற கோடு $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்தைத் தொடுகின்ற தெனக் காட்டி தொடு புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க? $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கும் $\frac{x^2}{ba^2}+\frac{y^2}{ab^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கும் தொடு புள்ளிகள் T உம் T' உம் ஆகும். முதலாம் கால் வட்டத்தில் இருக்கும் பொதுத் தொடு கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க? O உற்பத்திப் புள்ளியாயின் P என்பது முதலாம் கால்வட்டத்திற்குள் இவ்விரண்டு நீள் வளையங்களும் வெட்டுப் புள்ளியாயும் இருப்பின் OP ஆனது பொதுத் தொடு கோடு TT' ஐ Q இல் சந்திப்பின் OP:OQ=ab என நிறுவுக?

50. நீள்வளையம் ஒன்றின் குவியம், செலுத்தியின் வரைவிலக்கணத்தை கருதிக் கொண்டு $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற வடிவத்தில் அந் நீள் வளையத்தை தரலாம் எனக் காட்டுக மேற்குறிப்பிட்ட நீள்வளையத்தில் உள்ள புள்ளிகள் (a cos θ, b sin θ) n = 1, 1, 2, 3, $\theta+\theta+\theta+\theta=2n\pi$ இல் மாத்திரம் ஒரு வட்டத்தில் இருக்குமென நிறுவுக? இங்கு n பூச்சியம் அல்லது ஒரு முழு எண்.

51. $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு P(a cosα b, sin α) என்ற புள்ளியில் உள்ள தொடுகோட்டின் சமன்பாடு bx cosα ay sinα = ab எனக் காட்டுக. P யிலுள்ள தொடுகோடு x அச்சையும் y அச்சையும் முறையே A யிலும் B யிலும் வெட்டுகின்றது. P யிலுள்ள செவ்வன் x அச்சையும் y அச்சையும் முறையே C யிலும் D வெட்டுகின்றது. PC : PD என்ற விகிதத்தைக் காண்க? AD யிலும் BC யும் E இல் சந்தித்தால் BE ஆனது AD க்கு செங்குத்து என நிறுவி அதிலிருந்து A, B, E களுக்கு ஊடாக செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க?

52. ஒரு நீள்வளையத்தின் இரு விட்டங்கள் இணையானவை என்னும் கூற்றால் விளங்குவதுயாது $y = m_1x$ உம் $y = m_2x$ உம் $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வளையத்தின் இணைவிட்டங்களாயின் $M_1M_2 = \frac{b^2}{a^2}$ எனக் காட்டுக? நீள் வளையத்திற்கு ஏதாவது இரு இணைவிட்டங்களின் முனைவுகளில் கீறப்படும் தொடுகோடுகளால் ஆக்கப்படும் இணைகரத்தின் பரப்பு 4 a b என்பதனைப் பெறுக?

53. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு (a cos∝ b , sin ∝) (a cosØ, b sinØ) இரு புள்ளிகளிலும் உள்ள தொடுகோடுகள் வெட்டும் புள்ளியின் ஆட்கூறுகளைக் காண்க? ABCD என்ற இணைகரம் அதன் பக்கங்கள் $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வளைத்தை தொட்டுக் கொண்டு இருக்குமாறு உள்ளது. AC, BD என்ற மூலவிட்டங்கள் நீள்வளையத்தின் மையத்தில் வெட்டுகின்றன என நிறுவுக? A B உம் CD உம் நீள்வளையத்தைத் தொட்டுக் கொண்டிருக்கும் புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடு BC யிற்கு சமாந்தரமாயின் $AC^2 BO^2 = 3 (a^2 + b^2)$ என நிறுவுக?

54. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு (a cos θ , b sin θ) என்ற புள்ளியில் உள்ள தொடு கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க? நீள்வளையத்தின் தொடுகோடு ஒன்றிலிருந்து அதன் குவியங்களுக்குள்ள செங்குத்துத் தூரங்களின் பெருக்கம் b^2 என நிறுவுக?

55. P(a cos θ , b sinθ) என்ற புள்ளியும் Q(a cos Ø , b sin Ø) என்ற புள்ளியும் இங்கு a b , θ Ø $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வளையத்தில் உள்ளது. நீள்வளையத்தின் மையம் C ஆகும். Q உள்ள தொடுகோடு OP யிற்கு சமாந்தரமாயின்...... θ = Ø. π/ 2 என நிறுவுக? S உம் S' உம் குவியங்கள் S இலிருந்து OQ விற்குள்ள செங்குத்து S' இலிருந்து OP யிற்கு உள்ள செங்குத்தை R இல் வெட்டுகிறது. P மாற R இன் ஒழுக்கைக் காண்க?

56. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு (a cos θ , bsinθ) என்றபுள்ளியில் செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க? நீள்வளையத்தில் மாறும் புள்ளி P யிலிருந்து முதலச்சுகளுக்கு PM , PN என்ற செங்குத்துகள் அவற்றை முறையே M இலும் N இலும் சந்திக்கும்படியாக கீறப்படுகின்றன. MN ஆனது ஒரு குறித்த நீள்வளையத்திற்கு எப்பொழுதும் ஒரு செவ்வனை இருக்குமெனக் காட்டி அந் நீள்வளையத்தின் முதல் அச்சுகளின் நீளங்களைக் காண்க?

57. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு (a cos θ ,b sin θ) என்ற புள்ளியில் உள்ள தொடுகோட்டின் சமன்பாடு $\frac{x}{a}\cos\theta + \frac{y}{b}\sin\theta = 1$ எனக் காட்டுக? PQ என்பன முறையே θ , θ+π/2 எனும் மையவகூதிக் கோணங்களையுடைய புள்ளிகள் P யிலும் Q இலும் உள்ள தொடுகோடுகள் R இல் சந்திக்கின்றன. P மாற R இன் ஒழுக்கு $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2$ எனும் ஒரு நீள் வளையமாகும் எனக் காட்டுக?

58. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வளையத்தில் P, Q என்பன P யிலுள்ள தொடுகோடு OQ விற்கு சமாந்தரமாக இருக்குமாறு இரு புள்ளிகள் இங்கு O உற்பத்திப் புள்ளி P யினதும் Q இனதும் மையவகூதிக் கோணங்கள் π/2 இன் ஒற்றைப் பெருக்கங்களால் வேறுபடுகின்றன என நிறுவுக? நீள்வளையத்திற்கு P யிலும் Q விலும் உள்ள தொடுகோடுகள் T சந்திப்பின்.
1. $PT^2 QT^2 = a^2 b^2$

59. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு அதில் உள்ள புள்ளி (x_1, y_1) இல் தொடு கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க? நீள்வளையத்தில் P - $(a \cos\theta, b \sin\theta)$, Q - $(a\cos\theta, b\sin\theta)$ என்பன P யிலுள்ள தொடுகோடு OQ இற்குச் சமாந்தரமாக இருக்குமாறு இரு புள்ளிகள். இங்கு O நீள்வளையத்தின் மையமாகும். $(\theta - \phi)$ இன் பெறுமானம் $\pi/2$ இன் ஒரு ஒற்றைப் பெருக்கமாகும் என நிறுவுக? P யிலும் Q விலும் உள்ள தொடுகோடுகள் R இல் சந்திப்பின் R எப்பொழுதும் $\frac{x^2}{2a^2} + \frac{y^2}{2b^2} = 1$ என்ற நீள்வளையத்தில் இருக்குமென நிறுவுக?

60. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு $P(a \cos\theta, b \sin\theta)$ என்ற புள்ளியிலுள்ள செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க? P யிலுள்ள செவ்வன் அச்சுகளை L இலும் M இலும் வெட்டினால் P மாற LM இன் நடுப்புள்ளி நீள்வளையம் $4(a^2x^2 + b^2y^2) = (a^2-b^2)^2$ ஐ ஆக்கும் என நிறுவுக?

61. $S_1 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு $(a\cos\theta, b\sin\theta)$ என்ற புள்ளியில் உள்ள தொடுகோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க? S = 0 இல் $(a\cos\theta, \sin\theta)$ $(-a\sin\theta, b\cos\theta)$ என்ற புள்ளிகளில் உள்ள தொடுகோடுகள் T யில் இடைவெட்டுகின்றன. θ இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் T ஆனது $S_2 = \frac{x^2}{2a^2} + \frac{y^2}{2b^2} - 1 = 0$ என்ற நீள்வளையத்தில் இருக்குமெனக் காட்டுக?. $S_2 = 0$ இல் $(2a\cos\phi, 2b\sin\phi)$, $(2a\sin\phi, 2b\cos\phi)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் நடுப்புள்ளி Q இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் $S_1 = 0$ இல் இருக்குமெனவும் காட்டுக?.

62. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு R $\left(a\sqrt{\frac{a}{a+b}}, b\sqrt{\frac{b}{a+b}}\right)$ என்ற புள்ளியில் உள்ள தொடுகோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க? இத்தொடுகோடு பேரியச்சையும் சிறிய அச்சையும் முறையே P யிலும் Q இலும் சந்தித்தால் PQ = a + b QR:RP = a:b எனக் காட்டுக? நீள்வளையத்தின் மையம் C யாயின் $PQ^2 - CR^2$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க?.

63. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வளையத்தின் மையம் C ஆகும். நீள்வளையத்தில் ஏதாவது ஒரு புள்ளி P யில் உள்ள தொடுகோட்டிற்கு C யில் இருந்து உள்ள செங்குத்துத் தூரம் P ஆயின் $\frac{a^2b^2}{p^2} = a^2 + b^2 - Cp^2$ என நிறுவுக?

64. $x \cos\theta + y \sin\theta = p$ என்ற நேர்கோடு $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வளையத்தை P யிலும் Q விலும் சந்திக்கிறது. P ஐயும் Q வையும் நீள்வளையத்தின் மையத்திற்கு இணைக்கும் நேர் கோடுகளின் சமன்பாடுகளையும் காண்க? நீள்வளையத்தின் மையத்தில் செங்கோணத்தை ஏந்தும் நீள்வளையத்தின் மாறும் நாணென்று $x^2 + y^2 = \frac{a\ldots}{a\ldots}$ என்ற வட்டத்தை தொடுமென நிறுவுக?

65. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வளையத்தில் உள்ள மாறும் புள்ளி O வில் இருந்து PQ, PR என்ற நாண்கள் கூம்பின் அச்சுகளுக்கு சமாந்தரமாக வரையப்படுகின்றன. நாண் யிலுள்ள செவ்வனை வெட்டும் புள்ளியின் ஒழுக்கு $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{(a^2-b^2)^2}{(a^2+b^2)^2}$ என்ற நீள்வளையமாகுமென நிறுவுக?

66. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு $(a\cos\theta, b\sin\theta)$ என்ற புள்ளியில் உள்ள செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க? மையவகற்சித்திறன் e ஐ உடைய ஒரு நீள்வளையத்திற்குள்ள மாறும் செவ்வன் ஒன்று பேரியச்சை G_2 யிலும் சிறியச்சை G_2 இலும் சந்திக்கிறது. G_2 இன் நடுப்புள்ளி மையவகற்சித்திறன் e உடைய ஒரு குறித்த நீள்வளையத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக?

67. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு $(a\cos\theta, b\sin\theta)$ என்ற புள்ளியில் உள்ள தொடுகோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க? நீள்வளையமொன்றில் P என்ற புள்ளியில் உள்ள தொடுகோடு S என்ற குவியத்திற்குரிய செலுத்தியை K யில் சந்திக்கிறது. SP ஆனது SK க்குச் செங்குத்தென நிறுவுக?

68. $lx+my+n=$ என்ற கோடு $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்தை தொடுகிற...... தெனின் $a^2l^2+b^2m^2=n^2$ என நிறுவுக? $(ct, c/t)$ என்ற புள்ளியையும் $(c/t, ct)$ என்ற புள்ளியையும் இணைக்கும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க? $a^2+b^2=4c^2\sec^2$ என்ற சமன்பாட்டால் வரையறுக்கப்பட்டால் அந்நேர்கோடு தரப்பட்ட நீள்வளையத்தை t ஆனது $\pm\sec\alpha\pm\tan\alpha$ என்ற நான்கு பெறுமானங்களில் ஒன்றைக் கொள்ளும் போது தொடுமென நிறுவுக? t யின் பெறுமானம் $\sec\alpha+\tan\alpha$ ஆயிருக்கும் போது தொடுபுள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க?

69. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு $(x_1 y_1)$ என்ற புள்ளியில் உள்ள செவ்வனின் சமன்பாடு $\frac{x_1}{a^2}(y-y_1)=\frac{y_1}{b^2}(x-x_1)$ என நிறுவுக? S என்ற நீள்வளையத்தில் மாறும் புள்ளி P யில் உள்ள செவ்வன் S இன் தலைமையச்சுக்களை x இலும் y இலும் சந்திக்கிறது. xy இன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு $a^2x^2+b^2y^2=\frac{1}{4}(a^2-b^2)$ என்ற நீள்வளையமாகும் எனக் காட்டுக? S இன் மையவகற்சித்திறன் $\sqrt{2/3}$ இலும் பெரிதாயின் xy இன் நடுப்புள்ளி s இல் இருக்குமாறு s இல் நாலு புள்ளிகள் உண்டு என நிறுவுக?

70. ϕ இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் $(a\cos\phi, b\sin\phi)$ என்ற புள்ளி $(a\cos\ \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2})=1$ என்ற நீள்வளையத்தில் இருக்கிறது. எனக்காட்டுக? அப்புள்ளியில் நீள்வளையத்திற்குள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டை பெறுக? இத்தொடலி ஆள்கூற்று அச்சுக்களை Q இலும் R இலும் வெட்டினால் M என்பது QR இன் நடுப்புள்ளியாயின் M இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க? அதிலிருந்து ϕ மாற M இன் ஒழுக்கு $\frac{x^2}{x^2}\quad\frac{y^2}{y^2}=4$ என்ற வளையியாகும் என நிறுவுக?

71. ϕ இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் $(a\cos\phi, b\sin\phi)$ என்ற புள்ளி நீள்வளையம் $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ இல் இருக்கிறது எனக் காட்டுக? இந்த நீள்வளையத்திற்கு $P(a\cos\phi, b\sin\phi)$ இல் உள்ள தொடலி x அச்சை T யில் சந்திக்கிறது. P யிலிருந்து x அச்சிற்குள் செங்குத்தின் அடி நீட்டப்பட்ட NP வட்டம் $x^2+y^2=a^2$ ஐ Q இல் சந்திக்கிறது. வட்டத்திற்கு Q இல் உள்ள தொடலி T க்கூடாக செல்கிறது என நிறுவுக வட்டம் PQT, x அச்சை T இல் தொட்டால் $\tan^2\phi=b/a$ என காட்டுக?

72. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு α, β என்ற மையவகரிசிக் கோணங்களை உடைய புள்ளிகளில் உள்ள தொடலிகள் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளியைக் காண்க? நீள்வளையத்திற்கு முறையே θ, 3θ என்ற மையவகரிசிக் கோணங்களை உடைய புள்ளிகள் P, Q ஆகும். P யிலும் Q விலும் உள்ள தொடலிகள் R இல் சந்திக்கின்றன. Q மாற R இன் ஒழுக்கு $\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)\left(1-\frac{y^2}{4b^2}\right)=1$ ஆல் தரப்படுமெனக் காட்டுக?

73. $a^2l^2+b^2m^2=n^2$ ஆயின் $lx+my+n=0$ என்ற நேர்கோடு $b^2x^2+a^2y^2=b^2a^2$ என்ற நீள்வளையத்தை தொடுகிறது. எனக் காட்டுக? $x^2+y^2=a^2$ என்ற வட்டத்தில் P(a cos θ, a sin θ) ஒரு மாறும் புள்ளி. இவ்வட்டம் x அச்சை A யிலும் B யிலும் வெட்டுகின்றது. A யிலும் P யிலும் வட்டத்திற்குள்ள தொடலிகள் T யில் சந்திக்கின்றன. வட்டத்திற்கு B யில் உள்ள தொடலி AP ஐ U வில் சந்திக்கின்றது. TU இன் சமன்பாடு $(2-t^2)x+2ty-(2+t^2)a=0$ என நிறுவுக? இங்கு $t=\tan\theta/2$ இதிலிருந்து θ இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் TU ஆனது $2x^2+y^2=2a^2$ என்ற நீள்வளையத்தை தொடுகிறது எனக் காட்டுக?

74. நீள்வளையம் $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ இல் OP, OQ என்பன இரு செங்குத்தான அரைவிட்டங்களாயின் $\frac{1}{OP^2}+\frac{1}{OQ^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$ எனக் காட்டுக? $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்தின் நாணொன்று $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற அதிபரவளைவை தொடுமாயின் நாணின் நடுப்புள்ளி $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)^2$ என்ற வளையியில் இருக்குமெனக் காட்டுக?

75. 1. நீள்வளையமொன்றின் குவியங்கள் S, S[1] ஆகும். அந் நீள்வளையத்தில் P, Q எனும் இரு மாறும் புள்ளிகளின் மையகவகரிசிக் கோணங்கள் முறையே α, β ஆகும். PS உம் QS' உம் நீள்வளையத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கின்றன. $\frac{\tan\alpha/2}{\tan\beta/2}$ ஒரு ஒருமை எனக் காட்டுக?

2. நீள்வளையம் $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ இல் உள்ள ஒரு புள்ளி P யில் உள்ள செவ்வன் நீள்வளையத்தை Q இல் சந்திக்கின்றது. நீள்வளையத்திற்கு P, Q க்களில் உள்ள தொடலிகள் சந்திக்கும் புள்ளியின் ஒழுக்கு $\frac{a^6}{x^2}+\frac{b^6}{y^2}=(a^2-b^2)^2$ ஆல் தரப்படுமெனக்காட்டுக.

76. நீள்வளையம் ஒன்றின் பேரிய அச்சின் முனைகள் A, A' ஆகும். நீள்வளையத்தில் P ஒரு மாறும் புள்ளி PA எனும் நேர்கோடு A' இல் உள்ள தொடலியை R இல் சந்திக்கிறது. PA' எனும் நேர்கோடு A இல் உள்ள தொடலியை Q இல் சந்திக்கிறது. QR என்னும் நேர்கோடு எப்பொழுதும் ஒரு குறித்த நீள்வளையத்தை தொடுமெனக் காட்டுக?

77. நீள்வளையம் $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ இன் பரப்பு πab என நிறுவுக? இந் நீள்வளையத்தின் மையம் C ஆகும். நீள்வளையத்தில் P ஏதாவது ஒரு புள்ளியும் A என்பது (a, 0) என்ற புள்ளியுமாகும். CH = 3CP ஆகுமாறு CP யானது H ற்கு நீட்டப்படுகிறது. AK = 2AP ஆகுமாறு AP யானது K க்கு நீட்டப்படுகிறது. HK இன் நடுப்புள்ளி M ஆயின் M இன் ஒழுக்கு $(-\frac{1}{2}a, 0)$ என்ற புள்ளியில் மையத்தை உடைய ஒரு நீள்வளையம் ஆகும் என நிறுவுக? இந்த நீள்வளையத்தின் பரப்பைக் காண்க?

78. S என்பது நீள்வளையம் $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ இன் ஒரு குவியமாகும். PS என்பது X அச்சிற்கு செங்குத்தாக இருக்குமாறு P என்பது நீள்வளையத்தில் ஒரு புள்ளி. நீள்வளையத்திற்கு P இல் உள்ள தொடலியும் செவ்வனும் y அச்சை முறையே Q இலும் R இலும் சந்திக்கின்றன. நீள்வளையத்தின் மற்றக் குவியம் H ஆயின் QR = HP என நிறுவுக?

79. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு P(a cos θ, b sinθ) என்ற புள்ளியில் உள்ள செவ்வன் x அச்சை G யிலும் y அச்சை H இலும் வெட்டுகிறது. G க்கூடாக y அச்சிற்கு சமாந்தரமான கோடும் H இற்கூடாக x அச்சிற்கு சமாந்தரமான கோடும் Q இல் சந்திக்கின்றன. P மாற Q இன் ஒழுக்கு தரப்பட்ட நீள்வளையத்தைப் போல அதே மையமும் அதே மையவகற்சித் திறனும் உடைய இரண்டாவது நீள்வளையமாகுமென நிறுவுக இரண்டாவது நீள்வளையத்திற்கு Q வில் உள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைக்காண்க இந்தத் தொடலிக்கு செங்குத்தாக தரப்பட்ட நீள்வளையத்திற்கு உள்ள விட்டம் RR' ஆயின் OP க்கும் RR' க்கும் இடையில் உள்ள கோணங்களின் இருசமவெட்டிகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க? இங்கு O உற்பத்திப் புள்ளியாகும்?

80. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு (a cos θ, bsinθ) என்ற புள்ளியில் உள்ள செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க? O வை மையமாக உடைய நீள்வளையமொன்றிற்கு P என்ற புள்ளியில் உள்ள செவ்வன் பேரியச்சை N இல் சந்திக்கின்றது. P இல் உள்ள தொடலி பேரியச்சை (நீட்டப்பட்ட) T யில் சந்திக்கிறது. OT, ON இன் பெருமானம் P யின் நிலையை சாராதது எனக் காட்டுக? OP ஆனது வட்டம் PNT க்கு ஒரு தொடலியாகுமாறு P எனும் புள்ளி நீள்வளையத்தில் இருக்குமாயின் அதற்கு இருக்கக் கூடிய அதிகுறைந்த மையவகற்சித்திறனைக் காண்க?

81. $a^2b^2+a^2y^2=a^2b^2$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு P(a cos θ, b sinθ) எனும் புள்ளியில் உள்ள தொடலியின் சமன்பாடு bx cosθ + ay sinθ = ab எனக் காட்டுக? P யில் உள்ள தொடலி x அச்சையும் y அச்சையும் முறையே C யிலும் D யிலும் சந்திக்கின்றது. PC : PD எனும் விகிதத்தைக் காண்க AD யும் BC யும் E இல் சந்திப்பின் BE ஆனது AD க்கு செங்குத்து என நிறுவி இதிலிருந்து அல்லது வேறுவழியாக A, B, E களுக்கூடாக செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க?

82. பேரியச்சின் நீளம் 2a ஆக உள்ள ஒரு நீள்வளையத்தின் இரு குவியங்களையும் இணைக்கும் கோட்டை விட்டமாகக் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரையப்படுகின்ற அவ்வட்டம் சிறியச்சை L இலும் M இலும் சந்திக்கின்றது. நீள்வளையத்திற்குள்ள ஏதாவது ஒரு தொடலிக்கு L இலும் M இலும் இருந்து கீறப்படும் செங்குத்துத் தூரங்களின் வர்க்கங்களின் தொகை $2a^2$ எனக் காட்டுக?

83. $x^2+y^2=a^2$ என்ற வட்டத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளி Q விலிருந்து Y அச்சிற்குச் சமாந்தரமாக கீறப்படும் கோடு முதலில் $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்தை P யிலும் பின் x அச்சை N இலும் சந்திக்கிறது. உற்பத்திப் புள்ளியில் இருந்து N இன் தூரம் a cos θ ஆயின் P இன் ஆள்கூறுகள் (a cos θ, b sin θ) என நிறுவுக? S என்பது நீள்வளையத்தின் குவியமாயின் Q இல் வட்டத்திற்கு உள்ள தொடலிக்கு S இருந்து உள்ள செங்குத்தின் நீளம் SP சமமாகும், என நிறுவுக?

84. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு P(a cos θ, b sin θ) என்ற புள்ளியில் உள்ள செவ்வன் பெரிய அச்சை G யிலும் P யில் உள்ள தொடலி சிறிய அச்சை T யிலும் சந்திக்கின்றன. G இனதும் T யினதும் ஆட்கூறுகளைக் காண்க? முக்கோணி OGT இன் சுற்றுவட்ட மையத்தில் ஒழுக்கு $16a^2x^2y^2 - 4(a^2-b^2)^2y^2 + b^2(a^2-b^2)$ என நிறுவுக?

85. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வளையத்தில் ஏதாவது ஒரு புள்ளி P யிலிருந்து பெரிய அச்சிற்கு உள்ள செங்குத்து நீள்வளையத்தை மீண்டும் Q இல் சந்திக்கின்றது. நீள்வளையத்தின் மையம் O ஆகும். நீள்வளையத்திற்கு P யில் உள்ள செவ்வன் OQ வை R லி சந்திக்கின்றது. R இன் ஆட்கூறுகளைக் கண்டு மாற R இன் ஒழுக்கு .... $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \left(\frac{a^2 - b^2}{(a^2+b^2)^2}\right)^2$ எனும் நீள்வளையமாகும் எனக் காட்டுக?

86. நீள்வளையம் $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ இலுள்ள புள்ளி P யில் உள்ள செவ்வன் பெரிய அச்சை G யில் சந்திக்கின்றது. G யிற்கூடாக y அச்சிற்கு சமாந்தரமாக உள்ள கோடும் P ஐ நீள்வளையத்தின் மையத்திற்கு இணைக்கும் கோடும் ஒன்றை ஒன்று Q இல் வெட்டுகின்றன. Q வின் ஒழுக்கு $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{(a^2-b^2)^2}{a^4}$ என நிறுவுக?

87. நீள்வளையம் $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ இல் உள்ள புள்ளிகள் P, Q இன் ஆட்கூறுகள் முறையே a cos (-), b sin (-) உம் a cos(α, β), bsin (α, β) உம் ஆகும். S(ae,o) உம் S^1(-ae,o.) உம் குவியங்கள் SP ஆனது S^1Q இற்கு சமாந்தரமாயின் Sin β = csin என நிறுவுக? P யிலும் Q விலும் உள்ள தொடலிகள் .... T (a cosα sec β, sin α sec β) .... என்னும் புள்ளியில் சந்திக்கின்றன என நிறுவுக? SP ஆனது S'Q இற்கு சமாந்தரமாயின் T ஆனது $x^2 + y^2 = a^2$ எனும் வட்டத்தில் இருக்கும் என நிறுவுக?

88. P எனும் ஒரு புள்ளி அப்புள்ளியில் இருந்து $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ எனும் நீள்வளையத்திற்குள்ள தொடலிகளின் தொடுபுள்ளிகளை இணைக்கும் நாண் $4(b^2x^2 + a^2y^2)^2 = a^2$ எனும் நீள்வளையத்தை பெரும்படியாக அசைகின்றது. P யின் ஒழுக்கைக் காண்க?

89. $x^2/a^2 + y^2/b^2$ எனும் நீள்வளையத்தில் உள்ள இரு புள்ளிகள் PQ இன் மையவகற்சிக் கோணங்கள் θ உம் θ π/2 உம் ஆகும். P யிலும் Q விலும் உள்ள தொடலிகளுக்கு இடைப் பட்ட ஒரு கோணம் α ஆகும். நீள்வளையத்தின் மையவகற்சித்திறன் e ஆயின் e sin θ tan $= 2\sqrt{1 - e^2}$ என நிறுவுக? P யிலும் Q விலும் உள்ள தொடலிகள் R லி சந்திப்பின் θ மாற R இன் ஒழுக்கு ஒரு நீள்வளையம் என நிறுவுக?

90. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ எனும் நீள்வளையத் திற்கு P(a cosθ, b sinθ) எனும் புள்ளியில் உள்ள செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க? இந்த செவ்வன் நீள்வளையத்தை மீண்டும் Q வில் சந்திக்கின்றது. P யிலும் Q விலும் உள்ள தொடலிகள் R(h, k) இல் சந்திக்கின்றன. PQ இன் சமன்பாட்டை θ இலும் Q யிலும் இரு வழிகளாலும் கண்டு அதில் இருந்து T மாற R இன் ஒழுக்கு $x^2y^2(a^2 - b^2) = a^2y^2 + b^2x^2$ எனும் வளையியாகும் என நிறுவுக?

91. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ எனும் நீள்வளையத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளி P யானது $(c, 0)$, $(-c, 0)$ எனும் புள்ளிகளுக்கு இணைக்கப்படுகின்றது. இணைக்கும் கோடுகள் நீள்வளையத்தை மீண்டும் Q இலும் R இலும் சந்திக்கின்றன. நீள்வளையத்திற்கு Q விலும் R இலும் உள்ள தொடலிகள் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளி எப்பொழுதும்.... $\frac{x^2}{a^2}+\frac{(a^2-c^2)^2}{(a^2+c^2)}\frac{y^2}{b^2}=1$ எனும் நீள்வளையத்தில் இருக்கும் என நிறுவுக?

92. $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ எனும் நீள்வளையத்தில் (α, β) எனும் புள்ளியை நடுப்புள்ளியாகக் கொண்ட நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க?

1. $lx+my=0$ எனும் தரப்பட்ட ஒரு கோட்டிற்கு சமாந்தரமாக நாண்களின் நடுப்புள்ளிகளில் ஒழுக்கைக் காண்க?

2. $x^2+y^2=b^2$ எனும் வட்டத்தைத் தொடும் நீள்வளையத்தின் நாண்களின் நடுப்புள்ளிகளின் ஒழுக்கைக் காண்க?

93. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ எனும் நீள்வளையத்திற்கு $a\frac{(1-t^2)}{1+t^2}+\frac{2bt}{1+t^2}$ எனும் புள்ளியில் உள்ள தொடலியின் சமன்பாடு $x/a(1-t^2)+2ty/b=1+t^2$ என நிறுவுக? $t=t_1$, $t=t_2$ எனும் புள்ளிகளில் உள்ள தொடலிகள் $x=a$ எனும் கோட்டை P, Q எனும் இரு புள்ளிகளில் $PQ=2b$ ஆகுமாறு சந்திக்கின்றன, t_1 இற்கும் t_2 இற்கும் இடையில் உள்ள வித்தியாசம் 2 என நிறுவுக? இத் தொடலிகள் ஒன்றையொன்று வெட்டும்புள்ளி $ay^2=2b^2(x+a)$ எனும் பரவளைவில் இருக்குமெனக் காட்டுக?

94. $x\cos\alpha+y\sin\alpha=p$ எனும் கோடு $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ எனும் நீள்வளையத்தை தொடுகிறதெனத் தரப்பட்டால் $p^2=a^2\cos^2\alpha+b^2\sin^2\alpha$ என நிறுவுக. நீள் வளையங்கள் $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ உம் $\frac{x^2}{c^2}+\frac{y^2}{d^2}=1$ உம் நான்கு பொதுத் தொடலிகளைக் கொண்டுள்ளன. இந் நான்கு தொடலிகளும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் நான்கு புள்ளிகளும் ஒரு வட்டத்தில் உள்ளன...... $a^2+b^2=c^2+d^2$ என நிறுவுக. அவ்வட்டத்தின் ஆரை $\frac{a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$ எனநிறுவுக?

95. $lx^2(a^2m^2+b^2n^2)-l^2m^2$ / ஆயின் மாத்திரம் $lx+my+n=0$ எனும்கோடு $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ எனும் நீள்வளையத்திற்கு செவ்வனாகும் என நிறுவுக. நீள்வளையம் ஒன்றில் ஒரு மாறும் நாண் அதன் முனைகளில் ஒன்றில் உள்ள நாணுக்கு செவ்வனாக உள்ளது. மாறும் நாணின் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு $(b^2x^2+a^2y^2)^2$ $(b^2x^2+a^2y^2)^2-a^4b^4(a^2-b^2)\;x^2y^2$

96. (α, β) எனும் புள்ளியில் இருசமகூறிடப்படும் $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ எனும் நீள்வளையத்தின் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க? இந் நீள்வளையத்திற்கு ஒரு குறித்த புள்ளி Q வின் ஊடாக செல்லும் நாண்கள் கீறப்படுகின்றது. இந் நாண்களின் நடுப்புள்ளிகள் Q வை தரப்பட்ட நீள் வளையத்தில் மையத்திற்கு இணைக்கும் கோட்டின் நடுப்புள்ளியை மையமாகக் கொண்ட ஒரு நீள்வளையத்தில் இருக்குமெனக் நிறுவுக?

97. AB எனும் நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2 = a^2b^2$ இல் ஒரு நாணாகும். O உற்பத்திப் புள்ளியாகும். கோணம்AOB எப்பொழுதும் ஒரு செங்கோணமாக இருக்குமாறு AB அசைகிறது. O விலிருந்து AB க்குள்ள செங்குத்தின் அடி P ஆகும். P இன் ஒழுக்கு ஒரு வட்டமெனக் காட்டி அதன் சமன்பாட்டைக் காண்க?

98. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ எனும் நீள்வளையத்திற்கு θ, ϕ மையவகற்சிக் கோணங்கள் உடைய புள்ளிகளில் உள்ள தொடலிகள் சந்திக்கும் புள்ளியின் ஆட்கூறுகளைக் காண்க? ஒரு நீள்வளையம் ஒரு இணைகரத்தினுள் சுற்றப்பட்டுள்ளது. இணைகரத்தின் மூலை விட்டங்கள் நீள்வளையத்தின் மையத்தில் சந்திக்கின்றன என நிறுவுக. இணைகரத்தின் அடுத்துள்ள இரு பக்கங்களின் மையவகற்சிக் கோணங்கள் $\pi/2$ இனால் வித்தியாசப்படும் பொழுது இணைகரத்தின் பரப்பு அதிகுறைவாக இருக்குமெனவும் நிறுவுக?

99. நீள்வளையம் $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ இல் உள்ள புள்ளி (x^1, y^1) இல் நீள்வளையத்திற்கு தொடலியினதும் செவ்வனினதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க? செவ்வன் வளையியை மீண்டும் சந்திக்கும் புள்ளியின் ஆட்கூறுகள் $x^1(1 \quad /a^2)$ $-y^1(1 - \quad /b^2)$ எனக் காட்டுக. இங்கு.

$$\lambda = \frac{-2\left(\frac{x^{12}}{a^4}+\frac{y^{12}}{b^4}\right)}{\frac{x^{12}}{a^6}+\frac{y^{12}}{b^6}} \quad (a^2 > b^2)$$

100. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, $\frac{x^2}{b^2}\frac{y^2}{a^2}-1$/ என்ற சமன்பாடுகளால் இரு நீள்வளையங்கள் தரப்படுகின்றன. நாலு பொதுத்தொடலிகளினது சமன்பாடுகளையும் தொடுபுள்ளியின் ஆட்கூறுகளையும் காண்க. முதலாம் நீள்வளையத்தின் ஒரு குவியத்தையும் இரண்டாம் வளையத்தின் ஒரு குவியத்தையும் இணைக்கும் கோடு ஒரு பொதுத் தொடலியை p யில் சந்திக்கின்றது. ஆள்கூற்று அச்சுகளுக்கிடையில் வெட்டப்பட்ட இப்பொது தொடலியின் பகுதியை p ஆனது பிரிக்கும் விகிதத்தைக் காண்க?

101. P என்பது நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ க்கான ஒரு மாறும் தொடலியாகும். நீள்வளையத்தின் குவியங்களிலிருந்து P வரையப்படும் செங்குத்துக்களின் அடிகள் $x^2+y^2=a^2$ என்ற வட்டத்தில் இருக்கும் என நிறுவுக? P க்கு செங்குத்தாக உள்ள q க்கோடானது நீள்வளையத்துக்குத் தொடலியாகும். P க்கோடு வட்டம் $x^2+y^2=a^2$ P, Q லி சந்தித்தால் q க்கோடு வட்டம் $x^2+y^2=a^2$ ஐ RS இல் சந்தித்தும் இருந்தால் PQ^2+RS^2 ஒரு மாறிலி எனக் காட்டுக?

102. $y = mx$ என்ற நேர்கோட்டிற்கு சமாந்தரமாக $x^2b^2+a^2y^2 = a^2b^2$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு வரையும் தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. P என்னும் புள்ளியிலிருந்து நீள்வளையத்திற்கு வரையப்படும் தொடலிகள் $y = x\tan\theta$ எனும் நேர் கோட்டுடன் சம கோணத்தை அமைக்கின்றன, P ஆனது $x^2 - 2xy\cot 2\theta - y^2 = a^2 - b^2$ என்ற அதிபரவளைவில் இருக்குமெனக் காட்டுக?

103. மைய வளர்ச்சித் திறன் e ஐ உடைய நீள்வளையத்திற்கு ஒரு மைய விட்டத்திலிருந்து ஆரையும் தொடலிகளின் தொடுநாண் $e\sqrt{2-e^2}$ ஐ மையவகைச்சித்திறனாகக் கொண்ட பொது வச்சையுடைய ஒரு மைய நீள்வளையத்தை தொடுமெனக் காட்டுக.

104. $D_1 D_2$ என்பன $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ என்ற நீள்வளையத்தில் இரு புள்ளிகளாகும். வரையும் தொடலிகளின் தொடுநாண் ஐ மையவகற்சித்திறனைக் கொண்ட பொதுவத்தையுடைய, ஒரு மைய நீள்வளையத்தை தொடுமெனக் காட்டுக.

105. $D_1 D_2$ என்பன $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ என்ற நீள்வளையத்தில் இரு புள்ளிகளாகும். இவ்விரு புள்ளிகளாலான தொடலிகள் P இடைவெட்டுகின்றன. $p(h,k)$ ஆயின் விட்டங்கள் OD_1, OD_2 இன் ஒன்று சேர்ந்த சமன்பாட்டைக் காண்க?

1. விட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாயிருக்கையில்
2. இவ்விரு விட்டங்களின் படித்திறன்களின் பெருக்கம் $-b^2/a^2$ ஆக இருக்கையில்
3. O விலிருந்து PD_1 PD_2 ஆகியவற்றிற்கு வரையும் செங்குத்துகளின் படித்திறன்களின் பெருக்கம் $-b^2/a^2$ ஆயிருக்கையில்.

இம் மூன்று வகைகளிலும் P ன் ஒழுக்கைக் காண்க (இங்கு O உற்பத்தியாகும்)

105. ஒரே வரிப்படத்தில் $x^2 + y^2 = a^2$ என்னும் வட்டத்தையும் $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$, $a^2x^2 + b^2y^2 = a^2b^2$, $(a>b)$ என்னும் நீள்வளையங்களையும் வரைக. P, Q, R என்பவை முறையே இம்மூன்று வளையிகளிலுள்ள மாறும் புள்ளிகளாகும். இப்புள்ளிகளான வை RP ஆனது x அச்சிற்குச் சமாந்தரமாயும் QP ஆனது y அச்சிற்குச் சமாந்தரமாயும் இருக்கும் வண்ணம் ஒரே காற்பகுதியிற் கிடக்கின்றன. இந் நீள்வளையங்களுக்கு Q, R ஆகியவற்றிலுள்ள செவ்வன்கள் இடைவெட்டும் புள்ளியின் ஒழுக்கு..... $x^2 + y^2 = (a+b)^2$ என்னும் வட்டமாகுமெனக் காட்டுக?

106. $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ என்ற நீள்வளையத்தில் PQ எனும் நாண் வட்டம் $x^2 + y^2 = b^2$ ஐ தொடுகிறது. P, Q விலான தொடலிகள் இடைவெட்டும் புள்ளி ஒரு நீள்வளையத்திலிருக்குமென நிறுவி அதன் சமன்பாட்டையும் அதன் நீளத்தையும் காண்க?

107. $P(ap^2, 2ap)$ எனும் புள்ளியிலிருந்து $m^2(x-b)^2 + l^2y^2 = l^2m^2$ எனும் நீள்வளையத்திற்கு வரையும் தொடலி கள் பரவளைவு $y^2 = 4ax$ ஐ..... $Q_1(aq_1^2, 2aq_1)$, $Q_2(aq_2^2, 2aq_2)$ இல் சந்திக்கின்றன.

என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் q_1 q_2 எனக் காட்டுக? $m^2 = 4a(b-l)$ ஆயின் p ன் எல்லாப் பெறுமானத்திற்கும் Q_1Q_2 ஆனது நீள்வளையத்தைத் தொடுமென உய்த்தறிக?

108. நீள்வளையம் $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ ற்கு ஒரு மாறும் புள்ளி P யிலிருந்து ஆன தொடலிகளின் தொடுகை நாணானது $x^2 + y^2 = ab$ என்னும் வட்டத்தைத் தொடுகின்றது. P இனது ஒழுக்கைக் காண்க?

109. A A' என்பன நீள்வளையம் $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ இனது பேரச்சின் முனைகளாகும். $P(a\cos\theta, b\sin\theta)$ ஆனது மாறும் புள்ளி A'B, AP என்பன A, A' லொன தொடலிகளை Q, Q' லி சந்திக்கின்றன. QQ' ன் சமன்பாட்டை θ தருக. θ ன் எல்லாப் பெறுமானத்திற்கும் QQ' ஆனது $4b^2x^2 + a^2y^2 = 4a^2b^2$ என்ற நீள்வளையத்தைத் தொடுமெனக் காட்டுக?

110. α, β என்பன $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ என்ற நீள்வளையத்திலுள்ள A, B எனும் புள்ளிகளின் மையவகையிற்சிக் கோணங்களாகும். பின்வருவனவற்றைக் காட்டுக.

1. நீள்வளையத்திற்கு A இலும் B இலுமுள்ள தொடலிகள். சமாந்தரமானவை யெனின் α உம் β உம் இரண்டு செங்கோணங்களால் வேறுபட்டவையாகும்.

2. நீள்வளையத்திற்கு A இலும் B இலுமுள்ள தொடலிகள் ஒன்றையொன்று வெட்டினால் வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள் $a\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sec\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$, $b\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$ $b\sec\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$ ஆகும். இணைகரமொன்று மேற்கூறிய நீள்வளையத்தைச் சுற்றி வரைகின்றது. இணைகரத்தின் எதிர் உச்சிகளிரண்டு $a^2x^2+b^2y^2=a^2b^2$ என்ற நீள்வளையத்தில் இருக்கின்றன அதன் மற்றைய உச்சிகளிரண்டும்.........

$b^4x^2+a^4y^2=a^4b^2=\frac{a^4b^4}{a^2-b^2}$ என்ற அதிபரவளைவில் இருக்கின்றதெனக் காட்டுக?

111. S என்பது $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ என்ற நீள்வளையத்தில் ஓர் குவியமாகும். P($a\cos\alpha$, $b\sin\alpha$) ஆனது அதில் ஒரு புள்ளி, P யிலான தொடலிக்கும் கோடு SP க்குமிடையிலான கோணம் $\tan^{-1}(1-e^2)^{\frac{1}{2}}/e\sin\alpha$ எனக் காட்டுக. இங்கு e என்பது அமையவகற்சித்திறனாகும். S' என்பது மற்றக்குவியமாகும். P யிலான தொடலி x அச்சை T யிலும் சந்திக்கின்றன. ST : S'T = SP : S'P என நிறுவுக?

112. புள்ளி P(1,1) ஆனது $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ எனும் நீள்வளையத்திற் கிடக்கின்றது. இங்கு a > b புள்ளி P யிலான தொடலி x அச்சை Q விலும் y அச்சை R இலும் சந்திக்கின்றன O உற்பத்தியாகும் OQ, OR என்பவற்றின் நீளத்தை a இல் காண்க. நீள்வளையத்தின் அரைப்பேரச்சை விட்டமாகக் கொண்ட விட்டம் நீள்வளையத்தை L, M ல் சந்திக்கின்றது. OL = $a/\sqrt{a^2-2^2}$ எனக் காட்டுக?.

113. நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ க்குப் புள்ளி P($a\cos\alpha$, $b\sin\alpha$) இல் ஆனது தொடலியின் சமன்பாடு $bx\cos\alpha+ay\sin\alpha=ab$ எனக்காட்டுக? O உற்பத்தி $0<\alpha<\pi/2$ OP ன் சாய்வு வீதம் 3b/4a ஆயுமிருப்பின் P யிலான தொடலிக்கு சமாந்தரமானதும், OP ல் ஒரு கூறிடுகிறதுமான நாணின் சமன்பாடு $3xb+6ay=5ab$ ...... எனக் காட்டுக. இந்நாணின் நீளம் $\sqrt{3/5}\,(9a^2+16b^2)^{\frac{1}{2}}$ எனவும் காட்டுக?

114. நேர்கோடொன்றானது நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ ஐ PQ விலும், $b^2x^2+a^2y^2=\lambda^2b^2a^2$ ($\lambda>1$) ஐ RS இலும் வெட்டுகிறது. PR = QS எனக்காட்டுக. இதிலிருந்தோ அல்லது வேறுவிதமாகவோ சிறு நீள்வளையத்தைத் தொடும் பெரிய நீள்வளையத்தின் நாண்களின் நடுப்புள்ளிகளின் ஒழுக்கைக் காண்க?

115. $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ என்ற நீள்வளையத்தில் P(θ) Q(ϕ) R (β) என்பன மூன்று புள்ளிகளாகும். PQ, PR என்னும் நாண்கள் முறையே (ae , 0)(-ae,0) எனும் குவியங்களின் ஊடாகச் செல்லுகின்றது. $\cos\frac{\theta-\phi}{2}=e\cos\frac{\theta+\phi}{2}$ எனவும் $\tan\phi/2\,.\,\tan\beta/2=\cot^2$ எனவும் நிறுவுக? OP யிலிருந்து X அச்சிற்கு வரையும் செங்குத்து x அச்சை N ல் சந்திக்கிறது. x அச்சை T யில் சந்திக்கிறது C நீள்வளையத்தின் மையம் ஆகும். TC.CN ஒரு மாறிலி எனக் காட்டுக?

116. நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2 = a^2b^2$ இற்கு அதன் புள்ளி $P(x_1, y_1)$ இலான தொடலியினதும் செவ்வனினதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க? P யிலான செவ்வன் x, y அச்சுகளை முறையே Q, R ல் இடைவெட்டுகிறது P ன் எல்லா நிலைகளிற்கும் PQ:PR ஒரு மாறிலி எனக் காட்டுக? O உற்பத்தியாயிருக்க OQSP என்ற செவ்வகத்தின் உச்சி S ன் ஒழுக்கான நீள்வளையம் எனக் காட்டுக?

117. S(ae, 0) S'(-ae, 0) என்பன $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ என்ற நீள்வளையத்தில் இரு குவியங்களாகும். $2a(1-e^2)$ஐ ஆரையாகவும் ஐ மையம் ஆகவும் கொண்ட வட்டம் $e > \frac{1}{\sqrt{2}}$ ஆயிருக்கையில் நீள்வளையத்தை PT என்னும் இரு புள்ளிகளின் இடைவெட்டுமென நிறுவுக? PQ = PS ஆகும் வண்ணம் S'P ஆனது Q விற்கு நீட்டப்பட்டுள்ளது. ST கோணம் S'SQ ஐ இரு சம கூறிடுமெனக் காட்டுக?

118. நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2 = a^2b^2$ இற்கு அதன் புள்ளி P யிலான செவ்வன் பேரச்சை G யிற் சந்திக்கிறது. P யிலிருந்து பேரச்சிற்கு வரையும் செங்குத்தனடி N ஆகவும் S குவியமாகவும் C மையமாகவுமிருக்கிறது. SG = e p எனவும் CG = e²CN எனவும் காட்டுக. இங்கு e மையவகற்சித்திறனாகும். R பேரச்சில் யாதுமொரு புள்ளியாகும் $(RG^2\ CS^2 - CR^2)e^2(RP^2.CS^2.CR^2)$ எனக்காட்டுக.

119. $b^2x^2+a^2y^2 = a^2b^2$ என்ற அதிபரவளைவின் துணைவட்டத்திலான மாறும் புள்ளி ஒன்றிலிருந்து இதன் அணுகு கோடுகளுக்கு வரையும் செங்குத்துக்களின் அடிகள் U, V ஆகும். UV ன் நடுப்புள்ளி $\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} = \frac{a\ t}{(a^2+b^2)}$ என்ற நீள்வளையத்தை வரையும் எனக் காட்டுக?

120. $C^2 = a^2 \sin\theta\ b^2\cos\theta$ ஆயின் $x \sin\theta - y \cos - \theta = c$ எனும் நேர்கோடு $b^2x^2+a^2y^2 = a^2b^2$ என்ற நீள்வளையத்தைத் தொடுமெனக் காட்டுக. P[(a+b) cos θ (a b) sin θ] Q(a cosθ b sinθ) எனும் இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோடு PQ நீள்வளையத்திற்கு Q விலான செவ்வன் எனக் காட்டுக?. (tan 0) வை சாய்வுவிதமாகக் கொண்ட இரு தொடலிகளில் ஒன்றிற்கு P யிலிருந்து வரையும் செங்குத்தின் நீளம் PQ வின் நீளத்திற்குச்சமன் எனக் காட்டுக?

121. $b^2x^2+a^2y^2 = a^2b^2$ எனும் நீள்வளையத்தின் குவியம் s(ae, 0) என்னும் புள்ளியில் உள்ளது. இங்கு $a^2e^2 = a^2 b^2$ ஆகும் P(a cosθ, bsin θ) நீள்வளையத்தில் ஒரு புள்ளியாயின் பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

அ. S இலிருந்து P இலான தொடலிக்கு வரையும் செங்குத்து தொடலியை Q வில் சந்திப்பின் Q ஆனது $x^2\ y^2 = a^2$ எனும் வட்டத்திலிருக்கும்.

ஆ. SP ஐ விட்டமாகவுடைய வட்டம் துணைவட்டத்தை Q வில் தொடும்.

இ. Q வை உற்பத்திக்கு இணைக்கும் கோடு SP ஐ இரு கூறிடும்.

122. $b^2x^2+a^2y^2 = a^2b^2$ எனும் நீள்வளையத்தில் P(θ) Q(∅) என்பன இரு புள்ளிகளாகும். A(a, 0) எனும் புள்ளியில் PQ என்னும் நாண் செங்கோணத்தை அமைப்பின் tanθ/2 tan∅/2 = $-b^2/a^2$ என நிறுவுக. இதிலிருந்து PQ எனும் நாண் பேரச்சை R என்னும் நிலைத்த புள்ளியில் இடைவெட்டுமெனக்காட்டி OR = (e^2) எனவும் காட்டுக. இங்கு O உற்பத்தி e மையவகற்சித்திறனாகும்

123. நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ இன் கீருப் புள்ளி $(a\cos\theta, b\sin\theta)$ இலான தொடலி $a^2x^2+b^2y^2=a^4$ என்னும் நீள்வளையத்தை PQ வில் இடைவெட்டுகிறது. ($a > b$) PQ வின் நீளம் $(a^4\sin^2\theta + b^4\cos^2\theta)^2 PQ^2 = 4a^2(a^2-b^2)\sin^2\theta\,/\,(a^2\sin^2\theta + b^2\cos^2\theta)$ என்னும் சமன்பாட்டால் தரப்படுமெனக் காட்டுக?

124. $a^2 > 2b^2$ ஆயிருக்கையில் $0 \leq \theta \leq \pi/2$ எனும் பெறுமானங்களை எடுக்கும் போது PQ இழிவுப் பெறுமானத்தை எடுக்குமெனவும் $\theta = \pi/2$ அல்லது $3\pi/2$ பெறுமானம் எடுக்கும்போது PQ உயர்வுப் பெறுமானம் எடுக்குமெனவும் காட்டுக.

124. $x = a\cos\theta$, $y = b\sin\theta$ எனும் நீள்வளையத்தில் P, Q இரு புள்ளிகள். O வின் பெறுமானம் $(\alpha - \beta)$ $(\alpha + \beta)$ ஆகும். PQ விலான தொடலிகள் T இல் வெட்டுகின்றன மையம் O வையும் T யையும் இணைக்கும் நேர்கோடு PQ வை M இலும் நீள்வளையத்தை N இலும் சந்திக்கிறது.

அ. OT ன் சாய்வு விதம் B வைச் சாராதது எனவும்.

ஆ. PQ ன் நடுப்புள்ளி M எனவும்.

இ. $ON^2 = OM \cdot OT$ எனவும் நிறுவுக.

125. நாண் PQ மையத்தில் செங்கோணத்தை எதிரமைக்குமாறு மாறு PQ என்பது $x^2/a^2+y^2/b^2=1$ எனும் நீள்வளையத்தில் இரு மாறும் புள்ளிகள் P Q வின் புள்ளிகளிலான தொடலிகள் T ல் இடைவெட்டுகின்றன T ன் ஒழுக்கு $x^2/a^4+y^2/b^4=1/a^2+1/b^2$ எனக் காட்டுக?

126. $(\theta - \phi) = 2\alpha$ ஆகுமாறு P(θ) Q(φ) என்பன $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ எனும் நீள்வளையத்தில் இருமாறும் புள்ளிகள் PQவின் நடுப்புள்ளி $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2\cos^2\alpha$ எனும் நீள்வளையத்திலும் P, Q லான தொடலிகள் இடைவெட்டும் புள்ளி $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2\sec^2\alpha$..... எனும் நீள்வளையத்திலுமிருக்குமெனக் காட்டுக?

127. $c^2=a^2m^2+b^2$ ஆயின் கோடு $y=mx+c$ ஆனது $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ என்னும் நீள்வளையத்தைத் தொடுமெனக் காட்டுக. இதிலிருந்தோ அல்லது வேறு வழியாகவோ P(α, β) இலிருந்து நீள்வளையத்திற்கு வரையப்படும் இருதொடலிகளின் ஒன்று சேர்ந்த சமன்பாடு $(\beta x - \alpha y)^2 = a^2(y-\beta)^2 + b^2(x-\alpha)^2$ என்ற வடிவில் உணர்த்தலமெனக் காட்டுக. இவ்விரு தொடலிகளும் x அச்சை A B லில் சந்திக்கிறது.

அ. PA ஆனது PB க்குச் செங்குத்தாயின் P ன் ஒழுக்கு $x^2+y^2=a^2+b^2$ என்னும் வட்டமென்றும்.

ஆ. AB ன் நடுப்புள்ளி (k, 0) எனும் நிலைத்த புள்ளியாயின் P யின் ஒழுக்கு $ky^2=b^2(k-x)$ என்னும் பரவளைவு என்றும் காட்டுக.

128. $(x_1\ y_1)$ ஐ நடுப்புள்ளியாகக் கொண்ட நாணின் சமன்பாடு $xx_1/a^2+yy_1/b^2=x_1^2/a^2+y_1^2/b^2$ என நிறுவுக. மையத்தில் செங்கோணத்தை எதிரமைக்கும் நாணின் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு $(x^2/a^2+y^2/b^2)^2 = (1/a^2+1/b^2)(x^2/a^4+y^2/b^4)$ என நிறுவுக?

129. நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2 = a^2b^2$ இல் P ஒரு மாறும் புள்ளி. நீள்வளையத்திற்கு P யிலான செவ்வன் x, y அச்சுக்களை முறையே A, B சந்திக்கின்றன. AB ன் நடுப்புள்ளி Q ஆயின் Q ன் ஒழுக்கு e யை மையவகற்சித்திறனைக் கொண்ட ஒரு நீள்வளையம் என நிறுவுக?

அ. PQ ன் மையவகற்சிக் கோணம் 45° ஆயின் PQ ஆனது இரண்டாவது நீள்வளையத்தைத் தொடுமெனக் காட்டுக.

ஆ. AB ன் நடுப்புள்ளி G ஆயின் G ன் ஒழுக்கு $2e\sqrt{e^2+3}/(e^2+1)$ மையவகற்சித் திறனைக் கொண்ட ஒரு நீள்வளையமெனக் காட்டுக.

130. நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2 = a^2b^2$ ற்குப் புள்ளி P(θ) இலான தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. இத் தொடலியினது $y^2 = 4ax$ ஐ Q, R இல் சந்திக்கிறது. QR ன் மையப்புள்ளி $y^2 + 2a = 0$ என்னும் நேர்கோட்டில் கிடக்கிறது. இத்தொடலியிருந்தான (a, 0) (-a, 0) எனும் புள்ளிகளின் செங்குத்துத் தூரங்களின் பெருக்கங்கள் $b^2 / 2$ எனக் காட்டுக?

131. ஒரு நீள்வளையத்தின் இணைவிட்டங்களை விளக்குக.
$y = m_1x$, $y = m_2x$ என்பவை $b^2x^2+a^2y^2 = a^2b^2$ என்னும் ஒரு நீள்வளையத்தின் இரு இணைவிட்டங்களாயின் $m_1 m_2 = b^2 / a^2$ என நிறுவுக? சமநீளமுள்ள இணைவிட்டங்களின் சமன்பாடுகளைப் பெறுக. இவ்வகையான ஒரு விட்டத்திற்கு சமாந்தரமான நாண்களின் முனைகளில் உள்ள செவ்வன்களின் வெட்டும் புள்ளிகளின் ஒழுக்கு மற்றைய விட்டத்திற்கு செங்குத்தான விட்டமென நிறுவுக?

132. P'(x', y') என்னும் புள்ளி வட்டம் $x^2+y^2 = a^2$ இல் கிடக்கிறது. இதற்கு ஒத்த புள்ளி P(x, y) நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2 = a^2b^2$ இல் கிடக்கிறது. $x' = x$ எனவும் $y'/a = (y/b)$ எனவும் காட்டுக. P, Q, R என்பது இந் நீள்வளையத்தில் மூன்று புள்ளிகளாகும். இதில் யாதுமொரு புள்ளியூடான தொடலி மற்றைய இரு புள்ளிகளையும் இணைக்கும் நாணிற்கு சமாந்தரமாகும். இம்மூன்று புள்ளிகளுக்கும் வட்டத்தில் ஒத்த புள்ளிகள் P', Q', R' எனின் P' Q' R' ஒரு சமபுய முக்கோணம் எனக் காட்டுக.

133. நீள்வளையம் $b^2x^2+a^2y^2 = a^2b^2$ ஐ என்னும் நாண் பரவளைவு $y^2 = 4ax$ ஐ தொடுகின்றது. இந் நீள்வளையத்திற்கு P, Q ஆனவற்றில் உள்ள தொடலிகள் இடைவெட்டும் புள்ளியின் ஒழுக்கு $a^2y^2 + b^4x = 0$ என்னும் பரவளைவு எனக் காட்டுக?

134. Ø ன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் P(a cos Ø, b sin Ø) $b^2x^2+a^2y^2 = a^2b^2$ என்ற நீள்வளையத்தில் கிடக்குமெனக் காட்டுக. புள்ளி P யிலான தொடலி x அச்சை T யிலும் P யிலிருந்து x அச்சிற்கு வரையும் செவ்வன் x அச்சை N இல் சந்திக்கிறது. நீட்டப்பட்ட வட்டம் $x^2+y^2 = a^2$ ஐ Q வில் சந்திக்கிறது. வட்டத்திற்கு Q விலான தொடலி T யின் ஊடு செல்லுமெனக் காட்டுக. வட்டம் PQT x அச்சை T இல் தொட்டால் tan Ø = b/a எனக் காட்டுக?

135. உற்பத்தியையும் (a, o) ஐயும் இணைக்கும் கோட்டை விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2+y^2-ax=0$ எனக் காட்டுக. இவ்வட்டமானது நீள்வளையத்தை மூன்று புள்ளிகளில் சந்திக்கிறது. இம் மூன்று புள்ளிகளால் ஆக்கப்படும் முக்கோணியின் திணிவு மைத்தின் x ஆள்கூறு $a(a^2+b^2)/3(a^2-b^2)$ எனக் காட்டுக.

136. P என்பது $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ என்னும் நீள்வளையத்தின் ஒரு மாறும் தொடலியாகும். இந் நீள்வளையத்தின் குவியங்களிலிருந்து P க்கான செவ்வன்கள் P யை N, N1 லில் சந்திக்கின்றன. N, N' என்பவை துணைவட்டம் $x^2+y^2=a^2$ இல் இருக்குமெனக் காட்டுக. Q என்பது P க்குச் செங்குத்தான நீள்வளையத்தின் இன்னுமோர் தொடலியாகும். P என்பது துணைவட்டத்தை A, B யிலும் Q என்பது துணைவட்டத்தை C, D யிலும் சந்திக்கின்றது. AB^2+CD^2 ஒரு மாறிலி எனக் காட்டுக?

137. α, β என்பன $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்திலுள்ள AB எனும் புள்ளிகள் மையவகத்திக் கோணமாகும். பின்வருவனவற்றைக் காட்டுக.

1. நீள்வளையத்திற்கு A இலும் B இலுமுள்ள தொடலிகள் சமாந்தரமானவை எனின் α உம் β உம் இரண்டு செங்கோணங்களால் வேறுபட்டவையாகும்.
2. நீள்வளையத்திற்கு A இலும் B இலும் உள்ள தொடலிகள் ஒன்றையொன்று வெட்டினால் வெட்டுப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள்.

a கோசை $\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$ சீக் $\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$ b சைன் $\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$ சீக் $\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$ ஆகும். இணைகரமொன்று மேற்கூறிய நீள்வளையத்தைச் சுற்றி வரைகின்றது. இணைகரத்தின் எதிர் உச்சிகள் இரண்டு $\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}=\frac{1}{a^2}$ என்ற நீள்வளையத்திலிருக்கின்றன. மற்றைய உச்சிகள் இரண்டும் $\frac{x^2}{a^4}-\frac{y^2}{b^4}=\frac{1}{a^2-b^2}$ என்ற அதிரபரவளைவிலிருக்கின்றன எனக் காட்டுக?

138. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்திற்கு P(a கோசை $\emptyset$/b சைன் $\emptyset$) என்ற புள்ளியிலுள்ள செவ்வன்கள் சமன்பாடு ax சீக் $\emptyset$ - by கோசீ $\emptyset$ $= a^2-b^2$ எனக் காட்டுக. P யிலுள்ள செவ்வன் பேரியச்சை G இலும் சிறியச்சை N இலும் சந்திக்கின்றது. S ஆனது நீள்வளையத்தின் குவியமொன்றெனின் $\frac{NG}{NS}=\frac{NS}{NP}\sqrt{a^2-b^2/a}$ எனக்காட்டுக. NS ஆனது P, G, S என்பவற்றிற்கூடான வட்டத்தை S இல் தொடுமென உய்த்தறிக.

139. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வளையத்தின் மேலுள்ள P $\equiv$ (a கோசை Q, b சைன் Q) Q $\equiv$ (a கோசை $\emptyset$, b சைன் $\emptyset$) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க. இதிலிருந்தோ வேற்றுமையாகவோ P இல் நீள்வளையத்தின் தொடலியின் சமன்பாட்டைப் பெறுக. இந் நீள்வளையத்தின் மேலுள்ள A $\equiv$ (a கோசை α, b சைன் α) B $\equiv$ (a கோசை β, b சைன் β) என்ற மாறும்புள்ளிகளை இணைக்கும் நாண் $x^2+y^2=c^2$ என்ற வட்டத்தைத் தொடுகின்றது. A இலும் B இலுமான தொடலிகள் இடைவெட்டுப் புள்ளியின் ஒழுக்கு $\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}=\frac{1}{c^2}$ என்ற நீள்வளையமாகுமென நிறுவுக?

140. P, Q என்பன முறையே x, y அச்சுகளிலிருக்கும் இரு மாறும் புள்ளிகளாகும். $a > 0, b > 0, a \neq b$ ஆகவும் PQ = a b ஆகவும் R என்பது PR = b, QR = a ஆகுமாறு PQ விலிருக்கும் புள்ளியாகவும் இருப்பின் R இன் ஒழுக்கு நீள்வளையமெனக் காட்டுக. O என்பது உற்பத்தியாயிருக்கும் பொழுது செவ்வகம் OPQS முற்றுக்கப்பட்டால் RS என்பது நீள்வளையத்திற்கு R இலுள்ள செவ்வனாகும் எனவும் காட்டுக. இதிலிருந்து ஒரு நீள்வளையத்தின் ஏதோவொரு புள்ளி R இலுள்ள செவ்வன், R நீள்வளையத்தின் ஓர் அச்சின் முனைப்புள்ளியாயின் மட்டும் அதன் மையத்தின் ஊடாகச் செல்லுமென உய்த்தறிக.

141. T என்னும் ஒரு வெளிப் புள்ளியிலிருந்து $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$ என்னும் நீள்வளையத்திற்கு வரையப்பட்டுள்ள தொடலிகள் TP, TQ ஆகும். i. T = (b, k) ஆயின்
ii. PQ வின் சமன்பாடு $\frac{hx}{a^2} + \frac{ky}{b^2} = 1$ ஆகுமெனக் காட்டுக.
2. PQ வின் சமன்பாடு lx + my + n = 0 ஆயின் T யின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. F யை ஆள்கூறுகளின் உற்பத்தி O உடன் இணைக்கின்ற நேர்கோடானது நீள்வளையத்தை மீண்டும் R இற் சந்திக்குமாயின் QR ஆனது TO விற்குச் சமாந்தரமாகுமெனக் காட்டுக?

142. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ எனும் நீள்வளையத்திற்கு P(a கோசை θ, b சைன் θ) எனும் புள்ளியிலான செவ்வனின் சமன்பாட்டைப் பெறுக. நீள்வளையத்திற்கு P யிலான செவ்வனானது X- அச்சை A யிலும் Y- அச்சை B யிலும் சந்திக்கின்றன. AB யினது நடுப்புள்ளியான Q வின் ஒழுக்கானது ஆரம்ப நீள்வளையத்தின் அதே மையவகற்சித்திறனைக் கொண்ட ஒரு நீள்வளையமாகுமெனக் காட்டுக. P யினது மையவகற்சிக் கோணம் π/4 ஆயின், முதலாவது நீள்வளையத்திற்கு P யிலுள்ள செவ்வனானது, இரண்டாவது நீள்வளையத்திற்கு Q விலுள்ள தொடலியாகுமெனக் காட்டுக.

143. $S \equiv \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ எனும் நீள்வளையத்திற்கு, அதன் மீதுள்ள $P_0(X_0, Y_0)$ எனும் புள்ளியிலுள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. நீள்வளையத்தின் மையத்துடன் P_0 ஐ இணைக்கும் கோடும் P_0 யிலுள்ள தொடலிக்கு F(ae, 0) இலிருந்து வரையப்படும் செங்குத்தும் $L \equiv ex - a = 0$ எனும் கோட்டின் மீது சந்திக்குமெனவும் நிறுவுக. இங்கு e என்பது நீள்வளையத்தின் மையவகற்சித்திறன் ஆகும். P_0 இலுள்ள தொடலியானது L ஐ l இற் சந்திப்பின், l இலிருந்து S = 0 இற்கு வரையப்படும் தொடலிகளின் தொடுகை நாணானது F இற் கூடாகச் செல்லுகின்றதென நிறுவுக?

144. $P_0(X_0, Y_0)$ என்னும் புள்ளியிலிருந்து $S \equiv \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ என்னும் நீள்வளையத்துக்கு வரையப்படும் இரு தொடலிகளினதும் தொடுகை நாணின் சமன்பாடு $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} - 1 = 0$ என நிறுவுக. இதிலிருந்து S = 0 என்னும் நீள்வளையத்தின் நாணான lx + my − n = 0 இன் முனைப்புள்ளிகளிலே S = 0 எனும் நீள்வளையத்துக்கு வரையப்படும் இரு தொடலிகளினதும் வெட்டுப்புள்ளியைக் காண்க. S = 0 என்னும் நீள்வளையத்தின் ஒரு தொடை நாண்கள் ஒவ்வொன்றும் $x^2 + y^2 - a^2 = 0$ என்னும் வட்டத்துக்குத் தொடலியாகும். இத்தகைய நாண்கள் ஒவ்வொன்றினதும் முனைவுப்புள்ளிகளிலே, இந்நீள்வளையத்துக்கு வரையப்படும் இத்தொடலிகளினதும் வெட்டுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு $\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} - \frac{1}{a^2} = 0$

அதிபரவளைவு

1. O(h,k) என்னும் நிலையான புள்ளிக்கூடாகச் செல்லும் ஒரு மாறும் கோடு $xy = a$ என்னும் அதிபரவளைவை AB களில் சந்திக்கின்றது. AB இன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கானது $2xy = kx+hy$ என்பதால் தரப்படும் என நிறுவுக. இவ் ஒழுக்கானது $xy = c^2$ என்னும் அதிபரவளைவைத் தொடுமாயின் C யானது இவ்வதிபரவளைவின் உள்ளது எனக் காட்டுக.

2. $xy = c^2$ என்னும் செவ்வக அதிபரவளைவுக்கு $(ct, c/t)$ இலுள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. இப்புள்ளியில் உள்ள செங் கோட்டின் சமன்பாடு $t^3x - ty - c(t^4 - 1)$ எனக் காட்டுக. $xy = c^2$ என்னும் அதிபரவளைவுக்கு P யிலுள்ள தொடலி x அச்சை T இலும் y அச்சை T^1 இலும் சந்திக்கின்றது. $TP = PT^1$ என நிறுவுக. P யிலுள்ள செவ்வன் x அச்சை N இலும் y அச்சை N^1 இலும் சந்திக்கின்றன. N" ஆனது y அச்சில் N இனது தெறிப்பாகும். T' N'-N" T' ஆகிய நான்கு புள்ளிகளும் P இலுள்ள செங் கோட்டில் தன் மையத்தை உடைய ஒரு வட்டத்தில் உள்ளன என நிறுவுக.

3. $xy = c^2$ என்னும் அதிபரவளைவில் உள்ள புள்ளிகள் $P(ct, c/t)$, $Q(ct^1, c/t^1)$ ஐத் தொடுக்கும் நாணின் சமன்பாடு $x + tt'y = c(t+t^1)$ எனக் காட்டுக? PQ இனூடாக அணுகு கோடுகளுக்கு சமாந்தரமாக கோடுகளால் ஒரு செவ்வகம் ஆக்கப் படுகிறது. நாண் PQ ஒரு நிலையான புள்ளி R(h,k) இனூடாகச் செல்லுமாயின் செவ்வகத்தின் மறு உச்சிகள் $xy - hy - kx + c^2 = 0$ இல் கிடக்கின்றன எனக் காட்டுக.

4. $xy = c^2$ க்கு $P(ct, c/t)$ இலுள்ள செங்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க. P இலுள்ள செங்கோடு வளையியை மீண்டும் Q இல் சந்திக்கின்றது. Q இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. QR இன் ஊடாகச் செல்லும் நாண் P ஐச் சுற்றி அசையும் பொழுது R இன் மத்திய புள்ளியின் ஒழுக்கு $4x^2y^3 + y = c^2(x^2 - y^2)$ எனக் காட்டுக?

5. நேர்கோடு $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - \left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right) t_1t_2 - (t_1+t_2) = 0$ / அதிபரவளைவு $x/a + y/b - x/a - y/b = \frac{1}{t}$ ஐ ஒரு சாராமாற்றி வெட்டும் புள்ளிகளின் இன் பெறுமானங்கள் t_1 t_2 எனக்காட்டு. இதிலிருந்து இவ்விரு புள்ளிகளைத் தொடுக்கும் நாணின் படித்திறன் m ஆயின் $(am-b)t_1t_2 = am-b$ எனக் காட்டுக. ஓர் அதிபரவளைவில் P_1 P_2 P_3 P_4 என்பன மாறு புள்ளிகள் P_1P_2, P_2P_3, P_3P_4 .... என்பனவற்றின் படித்திறன் மாறியாயின் P_1P_4 இன் படித்திறன் மாறிலி எனக் காட்டுக?

6. P(சகθ, b தான்θ) என்பது $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ இல் ஒரு புள்ளியாகும். P இன் y ஆள்கூறு PL ஆகும். BQ என்னும் கோடு $x^2 + y^2 = a^2$ ஐ Q இல் தொடுகின்றது. (P, Q, x அச்சு) ஒரே பக்கத்தில் இருக்கின்றன. ∠PLQ = θ என நிறுவுக? இவ்வதிபரவளைவு ஒரு செவ்வக அதிபரவளைவு ஆயின் PL = LQ எனக்காட்டுக. P அசையும்பொழுது PQ ஒரு நிலையான புள்ளிக்கூடாகச் செல்கின்றது எனக் காட்டுக.

7. Z(a சீக θ , b தான் θ) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ இல் கிடக்கின்றது. அதிபரவளைவின் மையம் O ஆகும். Z இல் உள்ள தொடலி அணுகுகோடுகளை XY இல் வெட்டுகின்றன. Z மாறும் பொழுது OXY இன் பரப்பு ஒரு மாறிலி எனக் காட்டுக?

8. SS' என்பன அதிபரவளைவின் இரு குவியங்களாகும். P என்பது அதிபரவளைவிலுள்ள ஒரு மாறும் புள்ளியாயின் PS–PS' ஓர் ஒருமை என நிறுவுக. CC' என்பன இரு நிலைத்த வட்டங்கள் அவற்றின் மையங்கள் 6 அங். தூரத்திலுள்ளன. அவற்றின் ஆரைகள் முறையே 1" 3" ஆகும். CC' இரண்டையும் C" என்ற மாறுவட்டம் வெளிப்புறமாகத் தொடுகிறது. C" இன் மையத்தின் ஒழுக்கு ஓர் அதிபரவளைவு எனக் காட்டுக?

9. அதிபரவளைவு $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ இற்குப் புள்ளி P(a சீக θ b தான் θ) இலுள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. P இலுள்ள தொடலியானது $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 0$ $\frac{x}{a}$ $\frac{y}{b}$ எனும் நேர்கோடுகளை முறையே T T' என்னும் புள்ளிகளிலே சந்திக்கின்றது. S S' என்பவை அதிபரவளைவின் குவியங்களாயிருக்க O என்பது அதன் மையமாயின் OT, OT' = OS . OS' எனக் காட்டுக. இதிலிருந்தோ வேறுவழியாலே, SS', TT' ஆனவை ஒரு பரிதிப் புள்ளிகளெனக் காட்டுக?

10. x கோசை α + y சைன் α = p எனும் கோடு, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்னும் அதிபரவளைவுக்கு தொடலி யாவதற்கு a^2 கோசை^{2} α $- b^2$ சைன்^{2} α $= p^2$ ஆதல் வேண்டும் எனக் காட்டுக. தொடுபுள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. $x^2\ y^2 = 9$ ஐத் தொடும் $9x - 16y = 144$ என்னும் அதிபரவளைவின் தொடலிகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க?

11. அதிபரவளைவு $xy = c^2$ இற்கு P(ct, c/t) இலுள்ள செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க. P யிலுள்ள செவ்வன் அதிபரவளைவை மீண்டும் P' இற் சந்திப்பின் P' இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. P' இலுள்ள செவ்வன் அதிபரவளைவை மீண்டும் வெட்டும் புள்ளி P" இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. PP' இன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கின் சமன்பாட்டைக் காண்க?

12. செவ்வக அதிபரவளைவு x = cλ, y = c/λ இல் r (r = 1, 2, 3, 4) என்பது நான்கு புள்ளிகளின் சாராமாறிகளாயிருப்பதுடன் $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 = 1$ ஆகவுமிருப்பின், நான்கு புள்ளிகளும் ஒரு வட்டத்திலுள்ளன என நிறுவுக. அதிபரவளைவில் P ஒரு புள்ளியாயின், P இல் அதிபரவளைவைத் தொடுவதும் மீண்டும் வேறொரு புள்ளியில் தொடுவதுமாக இரு வட்டங்கள் உள்ளன என்றும், இரண்டாவது தொடுபுள்ளி ஒரு வட்டத்திற்கு Q உம், மற்ற வட்டத்திற்கு R உம் ஆயின் QR அதிபரவளைவின் விட்டம் என்றும், P இல் இது ஒரு செங்கோணத்தை எதிரமைக்கும் என்றும் நிறுவுக. இரண்டு வட்டங்களும் சமமான ஆரையுடையன என்றும் நிறுவுக?

13. $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ என்னும் வட்டம் x = at, y = a/t எனும் செவ்வக அதிபரவளைவை $P_1 P_2 P_3 P_4$ என்ற நான்கு புள்ளிகளிலும் சந்திக்கிறது. இவற்றின் சாராமாறிகள் முறையே $t_1\ t_2\ t_3\ t_4$ ஆகும். $t_1\ t_2\ t_3\ t_4$ ஐ மூலங்களாகக் கொண்ட நாற்படிச் சமன்பாட்டைக் காண்க. $t_1 t_2 t_3 t_4$, $t_1 + t_2 + t_3 + t_4$, $\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} + \frac{1}{t_4}$ இன் பெறுமானங்களையும் உய்த்தறிக. இதிலிருந்து பின்வருவனவற்றை நிறுவுக?

1. $P_1 P_2 P_3 P_4$ என்பன பேரச்சுடன் சமமாகச் சாய்ந்துள்ளன.
2. நான்கு புள்ளிகளின் திணிவுமையமும் வட்டத்தின் மையத்தையும் உற்பத்தியையும் இணைக்கும் கோட்டின் நடுப்புள்ளி.
3. $P_1 P_2 P_3$ P_4 இன் நிமிர்மையம் P_4 இற்கு விட்டத்தின் வழி எதிரே அதிபரவளைவிலுள்ள புள்ளி

14. செவ்வக அதிபரவளைவில் $A(ct_1, c/t_1)$ $B(ct_2, c/t_2)$ என்பவற்றை இணைக்கும் நா AB ஒருமையான நீளம் 1 ஐ உடையது. நாணின் நிலை மாறும்போது முக்கோணி AOB திணிவு மையம் ஆனது $(9xy - 4c^2)(x^2+y^2) = 12xy$ என்னும் வளைவில் கிடக்கும் எனக் காட்டுக. இங்கு O என்பது உற்பத்தியாகும். G இன் ஆள்கூறு காட்டுக. $(c, 2c)$ ஆகும்போது முக்கோணி AOB இன் பரப்பையும் காண்க.

15. $xy=c^2$ எனும் அதிபரவளைவில் $t_1 t_2$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க. AB என்பது செவ்வக அதிபரவளைவிலுள்ள நிலையான புள்ளி A செங்கோணத்தை அமைக்கும் நாறும். B என்பது நிலையான திசைக்குச் சமாந்தரம் எனக் காட்டுக. AB ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டம் பொதுவச்சு வட்டத் தொகுதியில் ஒன்று எனவும் காட்டுக.

16. $xy = c^2$ என்ற செவ்வக அதிபர வளைவிக்குச் சார்பாக $(x_1 y_1)$ என்ற புள்ளியின் முனைவின் சமன்பாட்டைக் காண்க. $(x_1 y_1)$ $xy = a^2$ இல் கிடப்பின் முனையை முனைவு $a^2xy = c^4$ என்ற வளைவைத் தொடும் எனக்காட்டுக.

17. செவ்வக அதிபரவளைவில் $xy = c^2$ இல் $(ct_1, c/t_1)$, $(ct_2, c/t_2)$ என்னும் புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க. புள்ளிகள் PQ இலுள்ள தொடலிகள் $xy = 4c^2$ என்ற அதிபரவளைவில் சந்திப்பின், PQ என்பது $4xy=c^2$ என்ற அதிபரவளைவைத் தொடும் எனக் காட்டுக?

18. செவ்வக அதிபரவளைவில் $xy = c^2$ இல் $(ct_1, c/t_1)$, $(ct_2, c/t_2)$ என்னும் புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க. மூன்று புள்ளிகள் P, Q, R என்பன H வளைவில் எடுக்கப்பட்டுள்ளன. PQR இன் செங்குத்து மையம் H வளைவில் இருக்கும் என்றும் QR இனதும், RH இனதும் மையங்களை இணைக்கும் கோடு O இல் செங்கோணத்தை அமைக்கும் என்றும் காட்டுக?

19. செவ்வக அதிபரவளைவு $xy = k^2$ இல் $P_i (i=1,2,3)$ என்பன மூன்று புள்ளிகளாகும். முக்கோணி $P_1 P_2 P_3$ இன் சுற்றுவட்டம் அதிபரவளைவை t_4 ஐ சாராமாறியாக நாலாவது புள்ளியில் வெட்டும் எனக் காட்டுக. இங்கு $t_4 = \frac{1}{t_1 t_2 t_3}$ ஆகும்.

20. அதிபர வளைவு $xy = c^2$ இற்கு புள்ளி P யிலுள்ள தொடலி xy அச்சுகளை முறையே A, B யில் சந்திக்கின்றது. O அதிபரவளைவின் மையம் POQ ஒரு விட்டம் BQ x அச்சை C யிற் சந்திக்கின்றது. முக்கோணிகள் BOA, QOC என்பவற்றின் பரப்புகள் முறையே $2c^2$ $c^2/3$ எனக் காட்டுக?.

21. அதிபரவளைவு $xy=c^2$ இற்கு புள்ளி P_t இலுள்ள தொடலி xy அச்சுகளை முறையே A, B இலும் P இலுள்ள செவ்வன், வரைகள் $y = x$, $y = -x$ ஐ முறையே C, D இலும் சந்திக்கின்றன. ACBD ஒரு சாய் சதுரமெனக் காட்டுக. $(t^2 \neq 1)$

22. அதிபரவளைவு $xy=k^2$ இன் ஒருமாறும் நாணின் நடுப்புள்ளி y- அச்சிற்கு சமாந்தரமான ஒரு நிலையான கோட்டில் கிடக்கின்றது. இந் நாணின் முனைகளிலுள்ள தொடலிகளின் வெட்டுப்புள்ளியின் ஒழுக்கைக் காண்க?.

23. அதிபரவளைவு $xy = c^2$ இற்கு புள்ளி Pயிலுள்ள தொடலி பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இன் குவியத்தின் ஊடாகச் செல்கின்றது. P இன் ஆள்கூறுகளை a, c இற் தருக. P ஆனது பரவளைவில் கிடக்குமாயின் $a^4 = 2c^4$ எனவும், P இல் இருவளையிகளுக்கும் இடைப்பட்ட கோணம் தான் $1\sqrt{2}$ எனவும் காட்டுக?

24. அதிபரவளைவு $2xy = ab$ உம், நீள்வளையம் $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ $(a>b)$ உம் ஒன்றையொன்று புள்ளி P $\left(\frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{b}{\sqrt{2}}\right)$ இல் தொடுகின்றன வெனக் காட்டுக. நீள்வளையத்தின் மையத்திலிருந்து P யிலுள்ள பொதுத் தொடலிக்கு கீறிய செங்குத்து அதிபரவளைவை Q இற் சந்திக்கின்றது. அதிபரவளைவிற்கு Q இலுள்ள தொடலி நீள்வளையத்தின் குவியத்தின் ஊடாகச் செல்லுமாயின் $a^2 = 3b^2$ எனக் காட்டுக.

25. $xy = c^2$ என்றும் செங்கோண அதிபரவளைவில் P(p), Q(q), R(r) என்பவை மூன்று புள்ளிகள் p, q, r என்பவை $t^3 + at - b = 0$ என்றும் சமன்பாட்டின் மூலங்களாகும். புள்ளிகள் P, Q, R இல் அதிபரவளைவுக்குள்ள தொடலிகள் QR, RP, PQ ஐ முறையே L, M, N இல் சந்திக்கின்றன. L இன் ஆள்கூறுகள் [c(3b-a)/a, -cp/a) எனக்காட்டுக? L, M, N என்பவை $3ax - a^2y = 0$ cb எனும் கோட்டில் கிடக்கின்றன எனக் காட்டுக.

26. செங்கோண அதிபரவளைவு $xy = c^2$ இல் PQ ஒரு நாணாகும். PQ வை விட்டமாகக் கொண்ட வட்டம் அதிபரவளைவை மீண்டும் R, S இற் சந்திக்கின்றது. RS உற்பத்தித் தானத்தின் ஊடாகச் செல்கின்றதெனக் காட்டுக. PQ உம் RS உம் H இல் சந்திக்கின்றன. PQ எப்பொழுதும் புள்ளி (1, 2) இன் ஊடாகச் செல்லுமாயின் H இன் ஒழுக்கைக் காண்க?

27. செங்கோண அதிபரவளைவு இல் ஒரு நாணாகும். வை விட்டமாகக் கொண்ட வட்டம் அதிபரவளைவை மீண்டும் இற் சந்திக்கின்றது. உற்பத்தித் தானத்தின் ஊடாகச் செல்கின்றதெனக் காட்டுக, உம் உம் இல் சந்திக்கின்றன. எப்பொழுதும் புள்ளி இனூடாகச் செல்லுமாயின் இன் ஒழுக்கைக் காண்க.

28. நீள்வளையம் $b^2x^2 + a^2y^2 = 2a^2b^2$ ஆனது அதிபரவளைவு $xy = ab$ ஐத் தொடுகின்றதெனக் காட்டுக. நீள்வளையத்திற்கு அதிலுள்ள புள்ளி A யிலுள்ள தொடலி அதிபரவளைவை B, C இற் சந்திக்கின்றது. அதிபரவளைவிற்கு BC யிலுள்ள தொடலிகள் நீள்வளையத்தில் ஒரு புள்ளி D இற் சந்திக்கின்றன எனக் காட்டுக. நீள்வளையத்திற்கு D யிலுள்ள தொடலி, அதிபரவளைவை P, Q இற் சந்திப்பின், AP, AQ என்பன அதிபரவளைவிற்கு P, Q இலுள்ள தொடலிகள் எனக் காட்டுக?

29. $x = 4u, y = 4/u$ என்னும் அதிபரவளைவினதும் $x = 12t^2$, $y = 24t$ என்னும் பரவளைவினதும் பொதுப்புள்ளி P யின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க, Pயில் $u = 1, t = \frac{1}{3}$ எனக் காட்டுக. பரவளைவிற்கு P யிலுள்ள தொடலி அதிபரவளைவை M இற் சந்திக்கின்றது. M, N இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க, MN ஆனது பரவளைவிற்கு N இல் ஒரு தொடலியெனவும் அதிபரவளைவிற்கு M இல் ஒரு தொடலியெனவும் காட்டுக.

30. செங்கோண அதிபரவளைவு $xy=c^2$ இற்கு புள்ளி $P(ct, c/t)$ $(t>1)$ இலுள்ள தொடலி செவ்வன் ஆகியவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. இவற்றிற்கு உற்பத்தியிலிருந்தான இவ்விரு செங்குத்துகளும் தொடலி, செவ்வன் ஆகியவற்றுடன் சேர்ந்து ஒரு சதுரத்தை அமைக்கின்றனவெனின் $t^2 = 1+\sqrt{2}$ எனக் காட்டுக.

31. செங்கோண அதிபரவளைவு $xy = c^2$ இல் $P(ct, c/t)$ $Q(cu, c/u)$ என்பவை இரு புள்ளிகளாகும். PQ ஆனது வளையியிற்குப் N இல் ஒரு செவ்வனாகும். $t^3u+1=0$ எனக் காட்டுக. Q இலுள்ள செவ்வன், வளையியை மீண்டும் N இற் சந்திக்கின்றது. PN இன் சமன்பாடு $x+t^{10}y=ct(1+t^8)$ எனக் காட்டுக.

32. செங்கோண அதிபரவளைவு $xy=c^2$ இற்கு புள்ளி P இலுள்ள தொடலி x,y அச்சுக்களை முறையே AB இலும் P இலுள்ள செவ்வன் x, y அச்சுகளை முறையே C, D இலும் சந்திக்கின்றன. AB இன் நடுப்புள்ளி M, BC இன் நடுப்புள்ளி N, M இன் ஒழுக்கு $2c^2xy=c^4-x^4$ எனவும் N இன் ஒழுக்கு $2c^2xy=c^4-y^4$ எனவும் காட்டுக.

33. செங்கோண அதிபரவளைவு $xy=k^2$ இல் A(a)B(b)C(c) மூன்று மாறும் புள்ளிகள். AB ஆனது AC இற்குச் செங்குத்து. A யிலிருந்து X அச்சிற்குக் கீறிய செங்குத்தின் அடியின் ஊடாக BC செல்கின்றது.

1. $a^2bc\ 1=0$ 2. $a=b\ c$

முக்கோணி ABC இன் மையப்போலியின் ஒழுக்கைக் காண்க.

34. அதிபரவளைவு $b^2x^2-a^2y^2=a^2b^2$ இலுள்ள ஒரு புள்ளியின் பரமானக் குறியீடு $x=\frac{a}{2}(t+\frac{1}{t})$, $y=\frac{b}{2}(t-\frac{1}{t})$ ஆகுமெனக் காட்டுக. $t=u, t=v$ ஆகவுள்ள புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாடு $\frac{x}{a}(1+uv)\ \frac{y}{b}(1-uv)=u+v$ எனக் காட்டுக. இந் நாண் அதிபரவளைவை AB இலும் அணுகு கோடுகளை CD இலும் வெட்டினால் AC = BD எனக் காட்டுக.

35. $(Cp_r\ \ C/P_r)$ $r=1,2,3,4$ என்பவை $xy=C^2$ இல் நாலு புள்ளிகள். இவை ஒரு பரிதிப் புள்ளிகளாயின் $t_1t_2t_3t_4=1$ எனக் காட்டுக. $xy=c^2$ இன் ஒரு விட்டம் AB ஆகும். அதிபரவளைவை A இற் தொட்டுக் கொண்டு B யின் ஊடாகச்செல்லும் வட்டம், அதிபரவளைவை மீண்டும் C யிற் சந்திக்கின்றது. வளையியிற்கு A யிலுள்ள செவ்வன் AC எனக் காட்டுக. அதிபரவளைவின் மையம் O ஆயின், $3OA^2+OC^2=AC^2$ எனக் காட்டுக.

36. $(\frac{x}{a})^2-(\frac{y}{b})=1$ என்னும் அதிபரவளைவின் (h,k) யை நடுப்புள்ளியாகக்கொண்ட நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க. (h,k) வளையியில் இருக்கும்போது வரும் முடிபை விளக்குக. இவ் அதிபரவளைவின் ஒரு மாறும் நாண் $x^2+y^2=r^2$ என்னும் வட்டத்திற்கு ஒரு தொடலியாகும். இந் நாணின் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு

$$\left(\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}\right)^2=r^2\left(\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}\right)$$

எனக் காட்டுக.

37. $x^2 - y^2 = a^2$ என்னும் அதிபரவளைவின் $P(\theta)$, $Q(\theta + \pi/2)$ என்பவை புள்ளிகள் PQ இன் நடுப்புள்ளி $R(x_1, y_1)$ ஆகும். $\frac{y_1}{x_1} =$ சைன் θ + கோசை θ எனக் காட்டுக. R இன் ஒழுக்கைக் காண்க.

38. $x^2 - y^2 = a^2$ என்னும் அதிபரவளைவில் (a சீக α, b தான் α)(a சீக β, b தான் β) என்னும் புள்ளிகளை இணைக்கும் ~~நாணின் சமன்பாடு~~

x கோசை $\frac{(\alpha - \beta)}{2}$ சைன் − $\frac{\alpha + \beta}{2}$ = a கோசை $\frac{(\alpha - \beta)}{2}$

எனக் காட்டுக. இவ் அதிபரவளைவிலுள்ள புள்ளிகள் P, Q இன் சாராமாறிகள் முறையே $\alpha + \beta$, $\alpha - \beta$ ஆகும். A, A' என்பவை அதிபரவளைவின் உச்சிகள் α ஒருமையாக விருக்க β மாறும் போது, AP, A'Q என்பனவற்றின் வெட்டுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு $x^2 + y^2 - 2ay$ தான் $\alpha = a^2$ எனக் காட்டுக.

39. P, Q, R என்பவை $xy = c^2$ இல் மூன்று புள்ளிகள். △PQR இன் நிமிர்மையம் H வளையியில் கிடக்கின்றது எனக் காட்டுக. QR, PH ~~என்பவற்றின்~~ நடுப்புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடு O வில் செங்கோணம் அமைகின்றது எனக் காட்டுக. (O உற்பத்தி).

40. PQ, PR என்பவை $xy = c^2$ இல் செங்குத்தாகவுள்ள இரு நாண்கள். P யிலுள்ள செவ்வன் QR இற்கு சமாந்தரம் எனக் காட்டுக. P யில் இருந்து x அச்சுக்கு கீறிய செங்குத்தின் அடியின் ஊடாக QR செல்லுமாயின் △PQR இன் மையப்போலியின் ஒழுக்கு $72c^2 xy - 16c^4\, 3 + x^4 = 0$ எனக் காட்டுக.

41. செங்கோண அதிபரவளைவு $xy = c^2$ இல் க்கு மாறும்புள்ளி உற்பத்தி O வில் இருந்து யிலுள்ள தொடலிக்கு கீறிய செங்குத்தின் அடி Q ஆகும்.

1. OP. OQ = மாறிலி எனக் காட்டுக.
2. Q வின் ஒழுக்கைக் காண்க.

42. செங்கோண அதிபரவளைவு $xy = c^2$ க்கு புள்ளி P யிற் உள்ள தொடலி $x - y = 0$, $x + y = 0$ என்னும் கோடுகளை முறையே A, B யில் சந்திக்கின்றன. O உற்பத்தி முக்கோணி OAB யின் பரப்பு △ ஆகும். P யிலுள்ள செவ்வன் x- அச்சை C யிலும் y அச்சை D யிலும் சந்திக்கின்றது. முக்கோணி ODC யின் பரப்பு △ ஆகும். $\Delta^2 \Delta_1 = 8C^6$ எனக் காட்டுக.

43. $xy = c^2$ என்ற செவ்வக அதிபரவளைவின் $P(ct, \frac{c}{t})$ $Q(ct^1, \frac{c}{t^1})$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாடு $x + tt^1 y = c(t + t^1)$ எனக் காட்டுக. களுக்கு ஊடாக அணுகு கோடுகளுக்கு சமாந்தரமாக கோடுகள் வரையப்பட நாற்கோணி யொன்று உண்டானது. PQ நாண் எப்பொழுதும் R(h,k) என்ற மாறும்புள்ளியின் ஊடாகச் சென்றால், நாற்கோணியின் மற்ற உச்சிகள் ஒவ்வொன்றும் $xy - kx - hy + C^2 = 0$ என்ற வளையியில் இருக்குமெனக் காட்டுக. P, Q இல் செவ்வக அதிபரவளைவின் தொடலிகள் T யில் சந்தித்தால் T யின் ஒழுக்கைக் காண்க?.

44. செவ்வக அதிபரவளைவு $xy = c^2$ இலுள்ள $(ct, \frac{c}{t})$ புள்ளியில் அதன் தொடலியைக் காண்க. அப்புள்ளியில் அதன் செவ்வனின் சமன்பாடு $t^3 x - ty = c(t^4 - 1)$ எனக் காட்டுக? செவ்வக அதிபரவளைவில் T என்ற புள்ளியின் தொடலி xy அச்சுகளை முறையே TT_1 இல் சந்திக்கிறது. TP = PT' எனக் காட்டுக. P யிலுள்ள செவ்வன் xy அச்சுகளை முறையே N, N^1 இல் சந்திக்கின்றது. N" என்பது y அச்சில் N இன் விம்பமாகும். புள்ளிகள் T, N^1, N", T^1 ஆகியன P யிலுள்ள செவ்வனின் மையத்தைக் கொண்ட வட்டத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக?

45. செவ்வக அதிபரவளைவு $xy = c^2$ இன் விட்டமொன்று வளையியை முறையே AB யில் சந்திக்கின்றது. புள்ளியில் உள்ள பருதியில் $P(ct, \frac{c}{t})$ புள்ளியும் உள்ளது. (இருபக்கமும் நீட்டப்பட்ட) PA யானது x, y அச்சுகளை முறையே L, R இல் சந்திக்கிறது. PB யானது x, y அச்சுகளை முறையே M, Q இல் சந்திக்கின்றது. பின்வருவனவற்றைக் காட்டுக?

~~1. முக்கோணி PLM இருசமபக்கமானது.~~

2. முக்கோணிகள் BAR, BPL ஆகியன சமபரப்பு உடையது.

3. முக்கோணி PLM இன் புவியீர்ப்பு மையத்தினது ஒழுக்கை t மாறும் போது காண்க

46. செவ்வக அதிபரவளைவு $xy = c^2$ இல் புள்ளிகள் $(ct_1, \frac{c}{t_1})$ $(ct_2, \frac{c}{t_2})$ ஐ இணைக்கும் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க. AB கோடு $y = 2x$ கோட்டுக்கு சமாந்தரமாயும் BC கோடு $y = 4x$ கோட்டுக்கு சமாந்தரமாயும் இருக்கத்தக்கதாக மாறும் புள்ளிகள் ABC செவ்வக அதிபரவளைவு $xy = c^2$ இருக்கின்றன. முக்கோணி ABC யினது மையப்போலியினது ஒழுக்கு $9(x+y)(4x+3y) = 49c^2$ என்ற கூம்பு வெட்டியெனக் காட்டுக?

47. செவ்வக அதிபரவளையி $xy = a^2$ க்கு புள்ளிகள் $(ct_1, \frac{c}{t_1})$ $(ct_2, \frac{c}{t_2})$ களில் வரையப்படும் தொடலிகள் (α, β) புள்ளியில் இடைவெட்டின் $\beta t^2 - 2ct + \alpha = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் t_1 t_2 ஆகுமெனக் காட்டுக? P யானது $x + y = 0$ கோட்டிலுள்ள ஒரு மாறும் புள்ளியாகும். Q ஆனது P யிலிருந்து செவ்வக அதிபரவளையி $xy = c^2$ க்கு வரையப் படும் தொடலிகளின், தொடுபுள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டில் நடுப்புள்ளி PQ ஐ விட்டமாகக் கொண்டு வரையப்படும் வட்டம் எப்பொழுதும் நிலைப்புள்ளிகள் $(c, c), (-c, -c)$ ஊடாக செல்லும் எனக் காட்டுக?

48. அதிபரவளையி $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ க்கு புள்ளி $(a \sec\theta, b \tan\theta)$ யிலுள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க? அதிபரவளையியின் மாறும்புள்ளி P யிலுள்ள தொடலி நேர்கோடுகள் $\frac{x}{a} = \pm\frac{y}{b}$ களை முறையே QR இல் இடை வெட்டுகின்றது. O அதிபரவளைவின் மையமாகும். முக்கோணி OQR இன் மையப்போலியினது ஒழுக்கைக் காண்க?.

49. செவ்வக அதிபரவளையி $xy = c^2$ இல் PQ, PR என்பன இரு செங்குத்து நாண்களாகும். கோடு QR ஆனது P யில் அதிபரவளையிக்கான செவ்வனுக்கு சமாந்தரமெனக் காட்டுக. P யிலிருந்து x அச்சுக்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் அடிக்கூடாக கோடு QR செல்லின், முக்கோணி PQR இனது மையப்போலியினது ஒழுக்கு $y = \frac{2c^2}{9x} - \frac{9x^3}{8c^2}$ என்ற வளையி ஆகுமெனக் காட்டுக.

50. $x^2 - y^2 = a^2$ என்ற அதிபரவளையிக்கு புள்ளி P(a Sec , a tan) இலான தொடலியின் சமன்பாடு x-y sin = a cos எனக் காட்டுக. உற்பத்தி O விலிருந்து இத் தொடலிக்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் அடி N ஆகும். ON தோடு அதிபரவளைவை புள்ளிக் Q வில் வெட்டினால் ON - OQ = a^2 எனக் காட்டுக?

51. P(a Sec θ , b tan θ) என்ற புள்ளி $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற அதிபரவளைவில் இருக்கிறதா என பரீட்சிக்க. அதிபரவளைவிற்கு P யிலான தொடலியின் சமன்பாடு $\frac{x}{a}$ sec θ - $\frac{y}{b}$ tan θ = 1 எனக் காட்டுக. SS' என்பன அதிபரவளைவின் குவியங்களாயின் பின்வருவனவற்றைக் காட்டுக.

1. P யில் அதிபரவளைவிற்கான தொடலிக்கு SPS'P என்ற கோடுகள் சமமாக சாய்ந்திருக்கும்.

2. அதிபரவளையியில் P_1 இன் எல்லா நிலைகளுக்கும் SP - S' P ஒருமைக்கணியம்.

52. y = mx + c என்ற கோடு அதிபரவளைவில் $x^2 - y^2 = a^2$ க்கான ஒரு தொடலியாயின் $c^2 = a^2(m^2 - 1)$ எனவும் தொடுபுள்ளி T இன் ஆள்கூற ($-\frac{ma^2}{c}$ $-\frac{a^2}{c}$) எனவும் காட்டுக. இக்கோடு அதிபரவளையியின் அணுகுகோடுகளை PQ என்ற புள்ளிகளில் சந்தித்தால் PQ இன் நடுப்புள்ளி T ஆகும் எனக் காட்டுக? T இல் அதிபரவளையிற்கான செவ்வன் அதிபரவளைவின் அச்சுகளை முறையே R S இல் சந்தித்தால் RS இன் நடுப்புள்ளிகள் T ஆகுமெனக் காட்டுக.

53. $xy = c^2$ என்ற செவ்வக அதிபரவளையிக்கு P (ct , c/t) என்ற புள்ளியிலான தொடலியின் சமன்பாட்டை காண்க? இத்தொடலி அதிபரவளையின் அணுகுகோடுகளை L, M புள்ளிகளில் சந்திக்கிறது. P யில் அதிபரவளைவிற்கான செவ்வன் y = x என்ற கோட்டை புள்ளி N இல் சந்திக்கிறது. PL = PM = PN என நிறுவுக?

54. P(ct_1, $\frac{c}{t_1}$) Q(ct_2 $\frac{c}{t_2}$) என்பன அதிபரவளையின் $xy = c^2$ இன் ஒரே கிளையில் உள்ள இரு புள்ளிகள். இதே கிளையில் உள்ளபுள்ளி R இல் உள்ள தொடலி PQ இற்குச் சமாந்தரமாயின் R இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. O உற்பத்திப்புள்ளி O வில் இருந்து PQ இணை விட்டமாக உடைய வட்டத்திற்கு வரையப்படும் தொடலியின்நீளம் OR இற்குச் சமன் எனக் காட்டுக. P, Q களின் எல்லா நிலைகளிலும் இதன் மிகக் குறைந்த நீளம் என்ன?.

55. P, Q, R, S என்பன செவ்வக அதிபரவளைவின் உள்ள புள்ளிகள்.

1. PQ, RS இற்கும் செங்குத்து ஆயின் PS, RQ இற்குச் செங்குத்து எனவும் ஒவ்வொரு புள்ளியும் மற்ற மூன்று புள்ளிகளையும் உச்சிகளாக உடைய முக்கோணத்தின் நிமிர்மையமெனக் காட்டுக.

2. PQ, QS இற்குச் செங்குத்தாயின் PS, Q இலுள்ள செவ்வனுக்குத் சமாந்தரமெனக் காட்டுக.

56. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்னும் அதிபரவளைவினை lx + my + n = 0 என்னும் நேர்கோடு தொடுமாயின் $a^2l^2 - b^2m^2 = n^2$ எனக் காட்டுக. $x^2 + y^2 - 2xy + B = 0$ என்னும் வட்டம் அதிபரவளைவின் அணுகு கோடுகளை P, P' இலும் Q, Q^1 இலும் வெட்டுகின்றது. P, Q என்பன y அச்சின் ஒரு பக்கத்திலும் P^1, Q^1 மறுபக்கத்திலும் உள்ளன. PQ அதிபரவளைவின் தொடலியாயின் விட்டம் அதிபரவளைவின் குவியங்களுக்கூடாக

57. அதிபரவளைவின் தொடலியொன்றின் தொடுபுள்ளி அணுகு கோடுகளுக்கு இடையிலான தொடு கோட்டின் பகுதியை இருசமகூறிடுகின்றது, எனக் காட்டுக. P என்பது இரு அணுகு கோடு களாலும் தொடலியொன்றினாலும் ஆகும். முக்கோணத்தின் சுற்று வட்டமையமாகும். P யின் ஒழுக்கு தரப்பட்ட அதிபரவளைவிற்கு ஒரே மாதிரியின் இணையாகவும் ஆனால் அதற்... அச்சு 90° யின் ஊடாக திரும்பியிருக்கிறது எனவும் காட்டுக?

58. A, B என்பன அதிபரவளைவொன்றின் உச்சிகளாகும். B யின் ஊடாகச் செல்லும் நேர் கோடுகள் P, Q அதிபரவளைவின் அணுகு கோடுகளுக்கு சமாந்தரம் A யின் ஊடாகக் கீறப் படும் ஓர் நேர்கோடு அதிபரவளைவை மறுபடி R யிலும் p, q களினை P, Q இலும் வெட்டு கின்றது. R, PQ இன் நடுப்புள்ளியெனக் காட்டுக?

59. அதிபரவளைவு $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ இல் P(a sec∝, b tan ∝) Q(a sec β, b tan β) இரு புள்ளிக P யில் உள்ள தொடலி அணுகுக்கோடு ay - bx = 0 இனை T இல் சந்திக்கிறது. TQ மற்ற அணுகுக் கோட்டிற்கு சமாந்தரமாயின் sec β tan β = 2(sec∝ + tan∝) என காட்டுக. அத்துடன் PQ அணுகுக் கோடுகளை R, S இல் சந்திக்கும் ஆயின் என்பன RS இனை முச்சமகூறுகள் எனக் காட்டுக?.

60. அதிபரவளைவு $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ இற்கு (h, k) ஐ நடுப்புள்ளியாகத் கொண்ட நாணினது சமன்பாட்டைக் காண்க. $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ என்ற நீள் வளையத்தைத் தொடும் அதிபரவளைவின் எல்லா நாண்களின் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு.
$a^2b^2(b^2x^2 + a^2y^2) = (a^2y^2 - b^2x^2)^2$ எனக் காட்டுக.

61. (∝, β) என்னும் பொதுவான யாதும் ஒரு புள்ளியை நடுப்புள்ளியாக உடைய $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ எனும் அதிபரவளைவின் நாணின் சமன்பாட்டைக் காண்க. (∝, β) அதிபரவளைவில் இருக்கும் போது என்ன நிகழும் எனக் கூறுக? அதிபரவளைவின் மாறும் ஒரு நாண் வட்டம் $x^2 + y^2 = c^2$ இனைத் தொடுகின்றது. நாணின் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = c^2\left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4}\right)$ இதுஎனக் காட்டுக.

62. செவ்வக அதிபரவளைவு $x^2 - y^2 = a^2$ இல் பொதுவான புள்ளி a secθ, a tan θ (a secθ, a tanθ) என்னும் பரமானங்களை உடைய புள்ளிகளில் உள்ள தொடுகோடுகளின் வெட்டுப்புள்ளி O மாறுகையில் உண்டாக்கும் ஒழுக்கு யாது? = ஆயின் இவ் வொழுக்கு என்ன?

63. அதிபரவளைவு ஒன்றுக்கு அதன் துணைவட்டத்திற்கு (auxilliary circle) ஆன புள்ளி P பற்றி முனைவுக்கோடுகள் செங்குத்தானவை அதிபரவளைவின் அணுகு கோடு ஒன்றில் ஒன்றில் இருக்கும் எனக் காட்டுக.

64. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ இற்கான எந்தத் தொடுகோடும் $y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 - b^2}$ என்னும் வடிவத்தில் எழுதப்படலாம் எனக் காட்டுக. உற்பத்தித் தானத்தில் இருந்து எல்லைப் பர வளைவு மாறும் தொடலி ஒன்றிற்கான செங்குத்தின் அடியின் ஒழுக்கைக் காண்க?

65. அதிபரவளைவு $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ இல் (x_1, y_1) இற்கான முனைவுக் கோட்டின் சமன் பாட்டை எழுதுக. P யானது நிலைத்த நேர்கோடு px + cy = r இல் அசையும் ஆயின் அதன் முனைவுக் கோடு நிலைத்த புள்ளி Q இற்கூடாகச் செல்லும் ஆயின் எனக் காட்டி Q வின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. அத்துடன் அந்நிலைத்த கோடு அதிபரவளைவின் ஒரு அணுகுகோட்டிற்குச் சமாந்தரமெனின் Q அணுகுகோட்டில் அமைந்திருக்குமெனக் காட்டுக?

66. என்பது அதிபரவளைவு $xy = c^2$ இல் 3ம் கால்வட்டத்தில் உற்பத்திப் புள்ளிக்கு மிக வும் அருகில் உள்ள புள்ளியாகும். PA செவ்வக அதிபரவளைவில் யாதும் ஒரு பொது வாந புள்ளியாகும். PA யின் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு $2xy + c(x+y) = 0$ எனக் காட்டுக.

67. செவ்வக அதிபரவளைவு $xy = c^2$ இன் நாண் PQ அணைகோடுகளை R, S இல் சந்திக்கின்றது. PR = SQ எனக் காட்டுக. பரவளைவு $y = 44xa$ இன் மாறும் தொடுகோடு ஒன்று இவ் வளைவை இரு புள்ளிகள் P, Q இல் சந்தித்தால் PQ இன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு ஒரு பரவளைவு எனக் காட்டுக?

68. P, Q, R, S என்பன செவ்வக அதிபரவளைவில் நாண்கள் PQ RS ஆக அமைந்த புள்ளிகளாயின் 1. PR, QS 2. PS, QR என்பனவும் ஒன்றுக்கொன்று செங் குத்தாய் அமைந்த சோடி நாண்கள் எனக் காட்டுக. செவ்வக அதிபரவளைவின் நாண் ஒன்று முதல்புள்ளி A(Source point) இல் செங்கோணத்தை ஏந்துமாயின் அந்நாண் உள்ள செவ்வனுக்கு அது சமாந்தரமெனக் காட்டுக?

69. $xy = c^2$ இற்கு புள்ளி (xy) இலாய முனைவுக் கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க $x^2 - y^2 = c^2$ இனைத் தொடும் இவ்வளைவின் நாண்களின் முனைவுப் புள்ளியின் ஒழுக்கு $y^2 - x^2 = 4c^2$ எனக் காட்டுக.

70. செவ்வக அதிபரவளைவு $xy = c^2$ இன் புள்ளி P யின் தொடுகோடு x அச்சினை T யில் வெட்டுகின்றது. T யின் ஊடு தொடலிக்கு செங்குத்தாகக் கீறும் நேர்கோடு $xy = c^2$ இனை மறுபடி U, v களில் வெட்டுகின்றது. U - v களின் நடுப்புள்ளிகளின் ஒழுக்கு $x^2 - c^2y = 0$ எனக் காட்டுக.

71. அதிபரவளைவிற்கு t பரமானம் உடைய புள்ளியில் செவ்வன் அதிபரவளைவை மறுபடி $-\frac{1}{t^3}$ பரமானம் உடைய புள்ளியில் சந்திக்குமெனக் காட்டுக. அதனைப் பாவித்து அதிபரவளைவின் செவ்வன் நாண்களின் நடுப்புள்ளிகளின் ஒழுக்கு ………… $c^2(x^2 - y^2)^2 + 4x^3y^3 = 0$ எனக் காட்டுக?

72. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ இற்கு $\frac{1}{2}a(t + \frac{1}{t})\frac{1}{2}b(t - \frac{121}{t})$ யில் உள்ள தொடலி $\frac{x}{a}(t^2, 1) = \frac{y}{b}(t^2 + 1) = 2$ எனக் காட்டுக. மேற்காணும் அதிபரவளைவின் மாறும் தொடலி அணைகோடுகளை LM இல் வெட்டுகிறது. O உற்பத்தி முக்கோணம் OLM இன் புவி யீர்ப்பு மையத்தின் ஒழுக்கு $4(a^2x^2 - b^2y^2) - (a^2 + b^2)^2$ எனக் காட்டுக.

73. $xy = c^2$ இல் $(ct_r \frac{c}{t_r})(r = 1, 2, 3, 4)$ என்பன நான்கு ஒரே வட்டத்தில் அமைந்த புள்ளிகள் ஆயின் $t_1 t_2 t_3 t_4 = 1$ எனக் காட்டுக. PQ என்பது செவ்வக அதி பரவளைவு ஒன்றின் விட்டம் இவ்வளைவை P யில் தொடும் Q இனூடு போகும் வட்டம் வளைவை மறுபடி R இல் வெட்டுகின்றது. PR, P யில் உள்ள செவ்வன் எனக் காட்டுக. அத்துடன் $3OP^2 + OR^2 = PR^2$ எனக் காட்டுக? இங்கு O வளைவின் மையம்.

74. $t = 1,2,3,4$ ஆக $(ct_r, \frac{c}{t_r})$ என்ற நான்கு புள்ளிகள் செவ்வக அதிபரவளைவு $xy = c^2$ இலுள்ளன. இவை நாலும் வட்டமொன்றில் அமையவேண்டுமாயின் $t_1 t_2 t_3 t_4 = 1$ ஆகவேண்டுமெனக் காட்டுக. P யானது $xy = c^2$ செவ்வக அதிபரவளைவில் ஏதாவது ஒரு புள்ளி P யில் அதிபரவளைவின் வளைதிறனுடைய வட்டம் (Curvature) அதிபரவளைவை மீண்டும் Q இல் சந்திக்கின்றது. PQ இல் அதிபரவளைவிற்கான தொடலிகள் $(x^2+y^2)^2 = 4c^2 xy$ என்ற வளையியில் சந்திக்குமெனக் காட்டுக.

75. செவ்வக அதிபரவளையி $xy = c^2$ இல் $A(ct_1, \frac{c}{t_1})$ $B(ct_2, \frac{c}{t_2})$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் நிலையான நீளம் 1 ஆகும். நாணின் நிலைமாறும்போது முக்கோணி AOB யினது மையப்போலி G $(9xy-4c^2)(x^2+y^2) = 1$ என்ற வளையியில் அசைகின்றது எனக் காட்டுக. இங்கு O உற்பத்தியாகும் $G = (c, 2c)$ ஆகும்போது முக்கோணி AOB யினது பரப்பைக் காண்க?

76. $xy = c^2$ என்ற செவ்வக அதிபரவளைவின் நாண் PQ இன் படித்திறன் m ஆகும். இது R(h,k) புள்ளியூடாக செல்லுமெனில் $PQ^2 = \frac{1+m^2}{m^2}(mh-k)^2 + 4mc^2$ எனக்காட்டுக.

77: அதிபரவளைவு $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ இற்குப்புள்ளி $P(a \sec\theta, b \tan\theta)$ P இலுள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க? P யிலுள்ள தொடலியானது $x/a - y/b = 0$, $x/a + y/b = 0$ என்னும் நேர்கோடுகளை முறையே TT' என்னும் புள்ளிகளிலே சந்திக்கிறது. S, S' என்பவை அவ்வதிபரவளைவின் குவியங்களாயிருக்க O என்பது அதன் மையமாயின், OT, OT' = OS, OS' எனக்காட்டுக. இதிலிருந்து அல்லது வேறுவழியாலோ, S, S' T, T' ஆனவை ஒரு பரிதிப்புள்ளிகளெனக் காட்டுக.

78. $xy = c^2$ என்னும் செவ்வக அதிபரவளைவிலுள்ள $(ct_1, c/t_1), (ct_2, c/t_2)$ என்னும் இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணினது சமன்பாட்டைக் காண்க. P, Q, R என்பன இவ்வளையில் மூன்று புள்ளிகளாகும். ΔPQR ன் நிமிர் மையம் H ன் ஆள்கூற்றைக் காண்க. QR ன் நடுப்புள்ளியையும் HP ன் நடுப்புள்ளியையும் இணைக்கும் நேர் கோடு மையம் O இன் ஒரு செங்கோணத்தை அமைக்குமெனக் காட்டுக? P, Q இலான தொடலிகள் $xy = 4c^2$ இல் இடைவெட்டின் நாண் PQ ஆனது $4xy = c^2$ என்னும் அதிபரவளைவைத் தொடுமெனக் காட்டுக?

79. $xy = c^2$ என்னும் அதிபரவளைவில் $xy = 4c^2$ என்பன இரு புள்ளிகளாகும், P, Q இலான தொடலிகள் ஒரு அணுகுகோட்டை L, M இலும் மற்றைய அணுகு கோட்டை L', M' இலும் சந்திக்கிறது. PQ ஆனது LM, L'M' என்பனவற்றின் நடுப்புள்ளியினூடாகச் செல்லும் என நிறுவுக. PQ வின் நடுப்புள்ளி M, OM ன் N நடுப்புள்ளி N புள்ளி வளைகோட்டிலிருப்பின் PQ ஆனது $xy = 4c^2$ என்னும் அதிபரவளைவைத் தொடுமெனக் காட்டுக?

80. அதிபரவளைவு $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ ற்கு புள்ளி $(a \sec t, b \tan t)$ இல் இவ்விரு நேர்கோடுகளாலும் x அச்சு y அச்சிலும் ஆக்கப்படும் முக்கோணியின் பரப்புகளின் பெருக்கம் பரமானம் t யைச் சாராதது எனக் காட்டுக. இவ்விரு முக்கோணிகளின் சுற்றுவட்ட மையத்தின் ஒழுக்கைக் காண்க?

81. $4x^2+9y^2=36$ என்ற நீள்வளையத்தின் குவியங்களும், $4x^2-y^2=4$ என்னும் அதிபரவளைவின் குவியங்களும் ஒன்றாகுமெனக் காட்டுக. அத்துடன் இவை செங்கோணத்தில் இடைவெட்டுமெனக் காட்டுக. இவ்விரு வளையிகளும் இடைவெட்டும் புள்ளியின் ஊடாகச் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2+y^2=5$ எனக் காட்டுக?

82. செவ்வக அதிபரவளைவு $xy=c^2$ இற்கு புள்ளி $(ct, c/t)$ இலான செவ்வனின் சமன்பாட்டைக் காண்க?

1. இவ்விரு வளையியிற்கு புள்ளி P யிலான செவ்வன் x,y அச்சுக்களை Q, R இல் இடைவெட்டுகிறது QR ன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு $4x^3y^3+c^2(x^2-y^2)^2=0$ எனக் காட்டுக?

புள்ளி P இலான செவ்வன் அதிபரவளைவை P' ல் சந்திக்கிறது. P' இலான செவ்வன் மீண்டும் வளையியை P'' இல் சந்திக்கிறது. P'' ன் ஆள்கூற்றைக் காண்க. அத்துடன் P' P'' ன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கைக் காண்க?

83. $a^2\cos^2\alpha - b^2\sin^2\alpha = p^2$ ஆயின் நேர்கோடு $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$ அதிபரவளைவு $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ ஐத் தொடுமெனக் காட்டுக. இதன்தொடு புள்ளியின் ஆள் கூற்றையும் காண்க. இதிலிருந்து வட்டம் $x^2+y^2=9$ ஐத் தொடும் $9x^2-16y^2=144$ என்ற அதிபரவளைவின் தொடலிகளின் சமன்பாடுகள் $\pm 3\sqrt{2}x \pm 7y = 15$ எனக் காட்டுக?

84. $P(a\sec\theta, b\tan\theta)$ அதிபரவளைவு $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ இல் உள்ள ஒரு புள்ளி PL, P ன் நிலைக்கூறு LQ கோடு Q இல் $x^2+y^2=a^2$ வட்டத்திற்குத் தொடலியாகும். P, Q புள்ளிகள் x அச்சின் ஒரே பக்கத்தில் உள. $\angle PLQ = \theta$ எனக் காட்டுக? அதிபரவளைவு செங்கோண அதிபரவளைவாயின் PL = LQ எனவும் PQ ஒரு நிலைத்த புள்ளியூடாகச் செல்லும் எனவும் காட்டுக?

85. நேர்கோடு $x/a + y/b\ (x/a - y/b)\ t_1t_2 - (t_1+t_2)$ அதிபரவளைவு $\frac{x/a+y/b}{t_2} - \frac{x/a-y/b}{t_1} = 1/t$ (ஒரு பரமானம்) ஐ வெட்டும் புள்ளிகளின் t இன் பெறுமானங்கள் t_1 t_2 எனக்காட்டுக. இதிலிருந்து இப்புள்ளிகளைத் தொடுக்கும் நாணின் படித்திறன் m ஆயின் $(am - b)t_1t_2\,t = am + b$ எனக் காட்டுக? ஓர் அதிபரவளைவில் P_1 P_2 P_3 P_4 என்பன மாறும்புள்ளிகள் P_1P_2, P_3P_4, P_2P_3 இன் படித்திறன்கள் மாறிலிகள் எனின் P_1P_4 இன் படித்திறன் மாறிலி எனக் காட்டுக.

86. $xy = c^2$ என்ற அதிபரவளைவில் உள்ள QR என்ற நாண் வளையியில் P என்னும் ஒரு புள்ளியில் செங்கோணத்தை எதிரமைக்கின்றது. வளையிற்கு P இலான தொடலி QRற்கு செங்குத்து எனக் காட்டுக. வளையியின் ஓர் விட்டம் PP' ஆகும். P யிலான செவ்வன் மீண்டும் வளையியை Q' இல் சந்திக்கிறது.

அ. $\Delta PP'Q'$ ன் திணிவுமையத்தின் ஒழுக்கு $9xy = c^2$ எனவும்.

ஆ. PQ' ன் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு $4x^3y^3 - c^3(x^2+y^2)^2$ எனவும்.

காட்டுக.

87. அதிபரவளைவு $xy = c^2$ ன் ஒரு மாறும் நாண் A(c, 2c) என்னும் புள்ளியின் ஊடாகச் செல்கிறது. அந்நாணின் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு $2xy = c\ (2x + y)$ எனவும், இவ் ஒழு கானது A யின் ஊடாகச் செல்கிறது. அந்நாணின் நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கு $xy = c$ B, C எனவும் இவ் ஒழுக்கானது A யின் ஊடாகச் செல்கிறது, எனவும் காட்டுக. இவ்வொ கு A யிலான செவ்வன் $xy = c^2$ ஐ B, C இல் இடைவெட்டுகின்றது எனக் காட்டுக.

88. அதிபரவளை $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ ற்கு $(a \sec\theta,\ b \tan\theta)$ என்ற புள்ளியிலான தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. இவ்வளைவில் யாதுமொரு புள்ளியிலான தொடலி அணுகுகோடுகளை P, Q இல் சந்திக்கிறது. அதிபரவளைவின் மையம் O ஆயின் $OP, OQ = a^2$ எனக்காட்டுக. இதிலிருந்தோ அல்லது வேறுவிதமாகவோ P, Q என்ற புள்ளிகளும் இதன் இ குவியங்களும் ஒரு வட்டத்தின் பரிதியிலிருக்குமெனக் காட்டுக.

89. $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ என்ற அதிபரவளைவை பருமட்டாக வரைக. அணுகுகோ அச்சுகளாகக் கொண்டு இவ்வளையியின் சமன்பாட்டை $XY = c^2$ என்ற வடிவில் உ தலாமெனக் காட்டுக. 1. அதிபரவளைவிற்கு அதன் புள்ளி P யிலிருந்தான தொடலி $x/a \pm y/b = 0$ என்ற கோடுகளை L, M இல் இடைவெட்டுகின்றது. OLM ன் பரப்பு ஒரு மாறிலி எனக் காட்டுக. இங்கு O மையமாகும். 2. LM ன் நடுப்புள்ளி ஒழுக்கு $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$ எனக் காட்டுக. 3. P யிலிருந்து அணுகோடுகளுக் சமாந்தரமாக வரையும் நேர் கோடுகளாலும் அணுகு கோடுகளாலும் ஆக்கப்படும் இ கரத்தின் பரப்பு ஒரு மாறிலி எனக் காட்டுக.

90. அதிபரவளைவு $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ ற்கு இதன் புள்ளியிலிருந்தான தொடலி செவ்வன் y அச்சைமுறை P, Q வில் சந்திக்கின்றது. PQ வை விட்டமாகக் கொண்ட வட்டம் குவியங்களின் ஊடாக செல்லும் எனக் காட்டுக?

91. அதிபரவளைவு $xy = c^2$ ற்குப் புள்ளி $(ct, c/t)$ இலான தொடலி $xy = c^2$ என்னும் அதிபரவளைவைM, N இல் இடைவெட்டுகின்றது. $xy = - c^2$ ற்கு M, N இலான தொடலிகள் $xy = c^2$ லி இடைவெட்டுகின்றனவெனக் காட்டுக.

92. ஓர் அதிபரவளைவின் அணுகுகோடுகள் $y^2 = m^2x^2$ ஆகும். இப்பரவளைவளைவானது (a, 0) (-a, 0) என்னும் புள்ளியின் ஊடாகச் செல்கிறது. இதன் சமன்பாடு $y^2 = m^2(x^2 - a^2)$ எனக் காட்டுக. இதன் ஒரு புள்ளிP யானது x அச்சிற்கும் ஒரு அணு கோட்டிற்கும் சமதூரத்தில் உள்ளது. m ன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும்P யானது $(x^2 - y^2)^2 = 4x^2(x^2 - a^2)$ என்னும் வளையியிலிருக்குமெனக் காட்டுக.

93. $x - 2y = 0$ ற்கு சமாந்தரமான ABயையும் $x - 4xy = 0$ ற்கு சமாந்தரமான BC யையும் உடை △ABC யின் உச்சிகள் $xy = c^2$ லி உள்ளன. பக்கம் CA யானது $3xy - 9c^2$ எ அதிபரவளைவைத் தொடுமெனக் காட்டுக. △ABC யின் நிமிர்மையத்தினதும் மையப் பே ாலியினதும் ஒழுக்கைக் காண்க?

94. $xy = c^2$ என்ற அதிபரவளைவிற்கு $(ct, \frac{c}{t})$ யிலுள்ள செவ்வனைக் காண்க. $a^2 > 4c^2$ ஆயின் நான்கு செவ்வன்கள் (a, a) ஊடாகச் செல்லுமெனக் நிறுவு. $(\frac{5c}{2}, \frac{5c}{2})$ என்ற புள்ளியின் ஊடாகச் செல்லும் இச் செவ்வன்கள் மீண்டும் நீக்கப்பட்டு அதிப வளைவைச் சந்திக்கின்றன. இவ்வாறு சந்திக்கும் புள்ளிகளின் இரண்டை இணைக்கும் கோடு உற்பத்தித் தானத்தின் ஊடு செல்லுமெனக் காட்டுக. மற்றைய இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடு $2y^2 = 65cx$ என்ற பரவளைவைத் தொடுமென நிறுவு

95. (t) இல் உள்ள செவ்வன் வளையி $xy = c^2$ ஐ மீண்டும் சந்திக்கும் புள்ளியின் பரமானத்தைக் காண்க. செவ்வக அதிபரவளைவு ஒன்றின் விட்டமொன்று PP' ஆயும், P இலுள்ள செவ்வன் வளையியை மீண்டும் Q இல் சந்திப்பின் PQ ஆனது P' இல் ஒரு செங்கோணத்தை அமைக்கின்றது எனக் காட்டுக?

96. வட்டமொன்றும், செவ்வக அதிபரவளைவு $xy = c^2$ என்பதும் நான்கு புள்ளிகள் (t_1), (t_2), (t_3), (t_4) என்பனவற்றின் இடைவெட்டுமாயின் பின்வருவனவற்றை நிறுவுக. 1. $t_1 t_2 t_3 t_4 = 1$.
2. இரு வளையிகளின் மையங்களை இணைக்கும் கோட்டின் தூரத்தை நான்கு புள்ளிகளின் சராசரி மையப்புள்ளி இருசமகூறிடுகின்றது. 3. புள்ளிகள் $(t_1)(t_2)(t_3)$ என்பனவற்றின் ஊடாக செல்லும் வட்டத்தின் மையம்
$$\left\{\frac{c}{2}\left(t_1+t_2+t_3+\frac{1}{t_1 t_2 t_3}\right), \frac{c}{2}\left(\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}+t_1 t_2 t_3\right)\right\}$$

97. செவ்வக அதிபரவளைவு $xy = c^2$ இல் உள்ள புள்ளிகள் $(ct, c/t)$, $(ct_1, c/t_1)$ என்பனவற்றை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாட்டைக் சமச்சீர்வடிவில் காண்க. செவ்வக அதிபரவளைவொன்றின் நாணொன்று AB யானது அதிபரவளைவில் உள்ள நிலையான புள்ளி AB யில் செங்கோணத்தை அமைக்கின்றது. AB ஆனது நிலையான திசையொன்றுக்குச் சமாந்தரமானதென்று காட்டுக. AB ஐ விட்டமாகவுடைய வட்டம் ஒரு பொதுவச்சு வட்டத் தொகுதியைச் சேர்ந்ததெனவும் நிறுவுக?

98. $xy = c^2$ எனும் செங்கோண அதிபரவளைவுக்கு $P(ct, \frac{c}{t})$ என்னும் புள்ளியிலான செவ்வனின் சமன்பாடு $y - t^2x + ct^3 - \frac{c}{t} = 0$ எனக்காட்டுக?. இச் செவ்வனானது அதிபரவளைவை மீண்டும் சந்திக்கின்ற P' எனும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை, t எனும் பரமானத்திற் காண்க. PP' இன் நடுப்புள்ளி $Po(x_o, y_o)$ களின், $\frac{y_o}{x_o} = -t^2$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து P யின் நிலை அதிபரவளைவின் மீது மாறுகையில் Po இன் ஒழுக்கு, $c^2(x^2 - y^2)^2 + 4x^3y^3 = 0$ எனக் காட்டுக?.

99. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ எனும் அதிபரவளைவின் மீதுள்ள P(சீக θ, b தான் θ) எனும் மாறும் புள்ளியிலான தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. P யிலான தொடலியானது அதிபரவளைவின் அணுகுகோடுகளை Q, R என்னும் புள்ளிகளிற் சந்திப்பின் QR இன் நடுப்புள்ளி P ஆகுமெனக் காட்டுக? $\triangle OQR$ இன் பரப்பளவானது மாறிலியாகும் எனவும் காட்டுக. இங்கு O என்பது அதிபரவளைவின் மையமாகும். OQ, OR என்பனவற்றில் செங்குத்து இருசமகூறாக்கிகளைக் கருதுவதன் மூலமாக அல்லது வேறுவிதமாக $\triangle OQR$ இன் சுற்றுமையமானது C($\frac{a^2+b^2}{2a}$ சீக θ, $\frac{a^2+b^2}{2b}$ தான் θ) என்னும் புள்ளியாகுமெனக் காட்டுக. இதிலிருந்து P யின் நிலை அதிபரவளைவின் மீது மாறுகையில் C யின் ஒழுக்கைக் காண்க?

100. $xy = c^2$ எனும் அதிபரவளைவுக்கு $(ct, \frac{c}{t})$ என்னும் புள்ளியிலுள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. புள்ளி O ஆனது ஒரு செங்கோண அதிபரவளைவின் மையமாகும். P என்பது அதிலுள்ள ஒரு புள்ளியாகும். P இல் அதிபரவளைவுக்கான தொடலிக்கு O விலிருந்து வரையப்பட்ட செங்குத்தானது வளையியை Q விலும் R இலும் சந்திக்கின்றது. PQ PR என்னும் நாண்கள் அதிபரவளைவின் அணுகுகோடுகளுள் ஒன்றை U இலும் V இலும் சந்திக்கின்றன. M என்பது UV இன் நடுப்புள்ளியாயின், MP ஆனது அதிபரவளைவின் மற்றைய அணுகுகோட்டுக்குச் சமாந்தரமாகுமெனக் காட்டுக?.

Surendran Ramalingam

gazette cassett

Poly Institute

K. K. S. Road, Tellipallai

க. பொ. த. (உயர்தரம்)

(1) தூய கணிதம்
(2) பிரயோக கணிதம்

ஆசிரியர்

ஐ. பத்மநாதன்

வஸ்தியன் அச்சகம் யாழ்ப்பாணம்.