இலகு அட்சர கணிதம்

(உயர்தர வகுப்புக்குரியது)

(1965-1973 க. பொ. த. தூய கணிதம் I
விஞப்பத்திரங்களையும் கொண்டுள்ளது)

ஆக்கியோர் :

ஈப்பென் & கோவிந்த பிள்ளை

விலை ரூ. 8-50

இலகு அட்சர கணிதம்

(உயர்தர வகுப்புக்குரியது)

(1965-1973 க. பொ. த. தூய கணிதம் I
வினாப்பத்திரங்களையும் கொண்டுள்ளது)

ஆக்கியோர் :
ஈப்பென் & கோவிந்த பிள்ளை

மீட்டற் கணித நூலைத் தழுவி
KURIAS J. KADAVAN, M. SC. அவர்களால்
விரித்து எழுதப்பட்டது.

அன்ஸாரி

பதிப்புரிமை
பிரசுரிப்பாளருக்கே உரியது

விலை ரூ. 8-50

முதலாம் பதிப்பு—1966
இரண்டாம் பதிப்பு—1967
மூன்றாம் பதிப்பு—1968
நான்காம் பதிப்பு—1970
ஐந்தாம் பதிப்பு—1972
ஆறாம் பதிப்பு—1974

Printed at the Rex Trading Printing Section

முன்னுரை

இலகு அட்சர கணிநம் எனும் இந்நூலானது உயர்தர வகுப்புகளின் தேவையைப் பூர்த்தி செய்யும் முகமாக திருவாளர்கள் ஈப்பென், கோவிந்தபிள்ளை அவர்களால் ஆக்கப்பட்டுள்ள ''மீட்டற் கணிதம்'' எனும் நூலைத் தழுவி கூடியளவு விரிவாக எழுதப்பட்டுள்ளது. இந்நூலில் பல புதிய அத்தியாயங்களையும், மேலதிகமான பலதரப்பட்ட பயிற்சிகளையுஞ் சேர்த்துத் திறம்படத் தொகுத்துள்ளேன்.

முந்திய வகுப்புகளிற்குரிய பகுதிகளிற் தேர்ச்சியளிக்கும் பொருட்டுத் திருப்புதற் பயிற்சிகள் இந்நூலின் முதலாம் அத்தியாயத்தில் இடம் பெற்றுள்ளன.

இந்நூலின் விசேட அம்சங்களாவன :-

I. பல உதாரணங்கள் சிறந்த முறைப்படி செய்து காட்டப்பட்டு, அவற்றிலிருந்தே விதிகள் பெறப்பட்டுள்ளன.

II. 1946ஆம் வருடம் முதல் 1962ஆம் வருடம் வரையுமுள்ள க. பொ. த. தூய கணிதம் I வினாப் பத்திரங்களிலிருந்து வினாக்கள் யாவும் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டு, நன்கு தரப்படுத்திப்பட்டுப் பொருத்தமான பயிற்சிகளிற் புகுத்தப்பட்டுள்ளன. அவ்வினாக்களுக்கெதிரே பெரும்பாலும் பரீட்சை ஆண்டும் தரப்பட்டுள்ளது.

III. உயர்தர வகுப்புகளுக்குரிய முக்கியப் பகுதிகளாகிய இருபடிச் சமன்பாடுகள், கூட்டல் விருத்தி, பெருக்கல் விருத்தி, மடக்கை முதலியன விரிவாகவும் தெளிவாகவும் எடுத்தாளப் பட்டுள்ளன.

முக்கியமான அத்தியாயங்களில் ஒரே வகையான இரு பயிற்சிகள் இடம் பெறுகின்றன. முதலாவது பயிற்சி வகுப்பு வேலைக்குகந்ததாயும், இரண்டாவது பலவினப் பயிற்சியாயும் அமைந்துள்ளது.

IV. பயிற்சிகள் யாவும் பல வகைப்பட்டனவாயும், நன்கு தரப் படுத்தப்பட்டனவாயும் அமைந்துள்ளன.

V. மாணவர் தங்களைப் பரீட்சைக்கு ஆயத்தப்படுத்திக்கொள்ளக் கடந்த வருடங்களின் வினாப் பத்திரங்களுக்கு விடையிறுத்துப் பயிலுவதே சிறந்த முறையாகும். எனக்கருதி 1964ஆம் வருடம் தொடக்கம் 1970ஆம் வருடம் வரையுமுள்ள க. பொ. த. பரீட்சை தூய கணிதம் I வினாப் பத்திரங்கள் இந்நூலின் இறுதியில் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன.

எர்ணாகுளம் K. J. K.

பொருளடக்கம்

அத்தியாயம்			பக்கம்
1.	குறியீட்டுக் கோவை — கூட்டலும் கழித்தலும், பிரதியீடு, அடுக்குகள், அடைப்பு நீக்கம், பெருக்கல், வகுத்தல், இலகுவான பின்னங்கள்	...	1
2.	எளிய சமன்பாடுகள்	...	10
3.	எளிய சமன்பாட்டு உத்திக் கணக்குகள்	...	16
4.	பொதுவுரை எண் கணிதம், சூத்திரங்கள். சூத்திரங்களின் எழுவாய் மாற்றம், எழுத்துச் சமன்பாடுகள், இலகுவானவை	...	26
5.	பிரதானமான சூத்திரங்கள் அல்லது வாய்பாடுகள்	...	38
6.	சிணைகள்	...	46
7.	பொ. சி. பெ., பொ. ம. சி.	...	72
8.	பின்னங்கள்	...	82
9.	ஒருங்கமை சமன்பாடுகள்	...	100
10.	ஒருங்கமை சமன்பாடுகளில் உத்திக் கணக்குகள்	...	111
11.	இருபடிச் சமன்பாடுகள்	...	136
12.	இருபடிச் சமன்பாடுகளில் உத்திக் கணக்குகள்	...	151
13.	ஒருங்கமை இருபடிச் சமன்பாடுகள்	...	166
14.	சூத்திரங்களின் அல்லது வாய்பாடுகளின் எழுவாய் மாற்றம்; எழுத்துச் சமன்பாடுகள் தொடர்ச்சி	...	173
15.	சார்புகள், மாறிகள் மீதித் தேற்றம்	...	179
16.	கூட்டல் விருத்தி	...	193
17.	பெருக்கல் விருத்தி	...	202
18.	குறிகாட்டிகளின் அறிமுறை	...	223
19.	மடக்கைகள்	...	232
20.	வர்க்க சமன்பாடுகளை வரைப்பட மூலம் தீர்த்தல்	...	251
	கடந்தகாலப் பரீட்சை, தூய கணிதம்-1 வினாப் பாத்திரங்கள் 1965—1973	...	273
	விடைகள்	...	308
	மடக்கை வாய்பாடுகள்	...	338

அத்தியாயம் 1

மீட்டற் பயிற்சிகள்

I

குறியீட்டுக் கோவை (Symbolical Expression)

1. n முட்டைகளின் விலை x சதமாயின் m முட்டைகளின் விலை என்ன ?
2. n வருடங்களின் முன் கோபாலின் வயது 5 வருடங்களாயின், (1) தற்போது அவனுடைய வயது என்ன ? (2)இன்னும் m வருடங்களின் பின் அவனது வயது என்ன ?
3. ஒரு குழாய் ஒரு தொட்டியை ஒரு மணித்தியாலத்தில் நிரப்பக் கூடுமாயின் b நிமிடங்களில் அதன் என்ன பங்கு நிரம்பும் ?
4. ஒரு கம்பியின் நீளம் x அடி y அங்குலம். அதிலிருந்து z அங்குலம் வெட்டப்பட்டால் மீந்திருப்பது எத்தனை அங்குலம் ?
5. ஒரு புத்தகத்தின் விலை x சதமாயின் y ரூபாவுக்கு எத்தனை வாங்கலாம்?
6. ஒரு பஸ் வண்டியின் பிரயாணிகளில் x பேர் ஆளுக்கு 25 சதப்படியும், y பேர் ஆளுக்கு 30 சதப்படியும், $2z$ பேர் ஆளுக்கு 15 சதப்படியும் கட்டணம் செலுத்தினர் பிரயாணிகள் கொடுத்த மொத்தப் பணம் எவ்வளவு ?
7. x யார் y அடி z அங்குலத்தை அங்குலமாக்குக.
8. ஓர் எண்ணின் பத்தின் இடத்திலக்கம் p ; ஒன்றினிடத்திலக்கம் q ஆயின் அவ்வெண் என்ன ?
9. $4t$ ஐ எவ்வளவால் பெருக்கினால் $6k$ ஆகும் ?
10. எந்த எண்ணை m ஆல் வகுத்தால் l ஈவாகவும், n மீதியாகவும் வரும் ?
11. $2x-1$ ஐ நடு எண்ணாகக் கொண்டு, அடுத்துவருகின்ற 5 ஒற்றையெண்களையும் எழுதுக.
12. x அடி நீளம் $2y$ அடி அகலமான ஓர் அறையின் தளத்துக்குப் பதிக்க, ஒவ்வொன்றும் x அங்குல நீளம் y அங்குல அகலமான எத்தனை கற்கள் தேவை ?
13. 3 பையன்களின் நிறைகள் முறையே $(2x+3y)$ இருத்தல், $(x+7y)$ இருத்தல், $(3x+5y)$ இருத்தல் ஆகும். அவர்களின் சராசரி நிறை என்ன ?

14. தற்போது ஒரு மனிதனதும் அவனது மகனதும் வயது முறையே $(y+3x)$, $2x$ வருடங்களாகும். மகன் பிறந்த பொழுது தகப்பனின் வயது என்ன ?

15. ஒரு புகைவண்டி 1 மணித் தியாலயத்தில் m மைலைச் செல்கிறது. அவ்வண்டி p மைலைச் செல்ல எத்தனை நிமிடம் எடுக்கும்?

II

கூட்டலும் கழித்தலும்

பின்வரும் கோவைகளைச் சுருக்கி அவற்றின உறுப்புகளை இறங்கு வரிசைப்படி எழுதுக:

1. $2x^3+5x^2-3+5x^4-2x^3+1-4x^2+x^4+x$
2. $2k^4-k^7+3k^3+3k^6+2k^7-k^4-3k^6-5k^3$
3. பின் வருவனவற்றை x இன் ஏறு வரிசைபபடி எழுதுக. $x^3y^2-3x^2y+y^4-2xy^2+x^4$
4. a இன் ஏறு வரிசைப் படி எழுதுக $2ab^2-5b^3+a^3b^2-3+2a^2b^2$
5. $3a+2b-c$; $a-3b+4c$ என்பவற்றின் கூட்டுத்தொகையிலிருந்து $2a-3b+6c$ ஐக் கழிக்குக
6. $1-2y+3y^2$; $y+3-2y^2$ என்பவற்றின் கூட்டுத்தொகையை $2y^2-3y+4$ இலிருந்து கழிக்குக.
7. $3x^2-5y^2+2z^2$; $3y^2-5z^2-2x^2$ என்பவற்றின் கூட்டு தொகையுடன் எவ்வளவைக் கூட்டினால் $3z^2+5x^2-2y^2$ ஆகும் ?
8. x^3-x+4; x^3+x^2 என்பவற்றின் கூட்டுத் தொகையை $2x^4-2x^3+x-5$; $-x^3-x^2+2$ என்பவற்றின் கூட்டுத் தொகையிலிருந்து கழிக்குக
9. $l=2x+3y-4z$; $m=x-2y+z$; $n=x-y-6z$ ஆயின் பின்வருவனவற்றின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

   (1) $l-m+n$ (2) $l-m-n$

III

பிரதியீடு (Substitution)

1. $x=2$, $y=3$, $z=0$ ஆயின் பின்வருவனவற்றின் விலையைக் காண்க:

   (1) $7x^2$ (2) $3x-2y$ (3) $4x^2-2xy$

   (4) $4z$ (5) $6x^2y^2z^2$ (6) x^y

2. $x=2$, $y=-3$ ஆயின் பின்வருவனவற்றின் விலையைக் காண்க:

   (1) $x^2-2xy+y^2$ (2) x^3-y^3 (3) $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}$ (4) yx

3. $a=1$, $b=2$, $c=-3$ ஆயின் $a^3+b^3+c^3-3abc$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க
4. $p=2$, $q=-1$ எனின் $\frac{pq}{p^3-q^3}$ இன் விலையைக் காண்க.
5. $a=4$, $b=-3$ எனக்கொண்டு பின்வரும் கோவைகளின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

   (1) $(a+b)(3a+b)$ (2) $\frac{2b+a}{2b-a}$ (3) $a^3+ab^2+b^3$

6. $x=2$, $y=1$ ஆயின் $x^3-x^2y+xy^2-y^3$ எனும் கோவையின் பெறுமானம் என்ன ?
7. $a=2$, $b=-3$ ஆயின் $(a+b)(a^2-ab+b^2)$ இன் விலையைக் காண்க.
8. $a=\frac{1}{m}-\frac{1}{n}$ எனும் சமன்பாட்டில் $m=3$, $n=4$. ஆயின் a இன் விலையைக் காண்க.
9. $w=-3$ ஆயின் $\frac{w-7}{w+1}-2w^3$ எனும் கோவையின் விலையைக் காண்க.
10. $x=-2$, $y=\frac{3}{4}$ ஆயின் பின்வருவனவற்றின் விலையைக் காண்க.

    (1) $x^2(y-1)$ (2) $y^2-\frac{3}{x}$

11. $x=4p-3q$, $y=-2p+6q$ ஆயின் பின் வருவனவற்றின் விலேயை, p, q என்னும் உறுப்புகளிற் காண்க

(i) $(2x-5y)\div 6$ (ii) $(4y-2x)\div 10$

(iii) $(2x+y)\div 3$

12. $\dfrac{ab}{a+b}$ என்பது மாறிலி எனின் $a=5$ ஆனல், $b=20$, ஆனல் $a=-6$ ஆக இருக்கும்பொழுது b யின் பெறுமானம் என்ன?

IV

அடுக்குகள் (powers)

சுருக்குக :

1. $a^3\times a^4$ 2. $2x^3\times 5x^2\times x$ 3. $-b^7\times 2b^3$
4. $x^p\times x^q$ 5. $-b^6c\times(-2b^2c^5)$ 6. $(a^2)^3$
7. $(b^3)^2$ 8. $(5^4)^2$ 9. $(2y)^3$
10. $(3x^2)^4$ 11. $(\frac{3}{4}xy)\times(\frac{4}{5}x^2y)\times(-\frac{5}{6}x^3y^2)$
12. $(m^3n^2)^2$ 13. $(x^p)^q$ 14. $(-c^3)^2$
15. $(-a^2b^3)^5$ 16. $(-x^3)^4$ 17. $m^5\div m^3$
18. $m^3\div m^5$ 19. $16x^6\div 4x^3$ 20. $25k^{17}\div 10k^9$
21. $a^b\div a^c$ 22. $9p^5\div 6p^{10}$ 23. $a^3b^2\div(-ab^4)$
24. $-6x^{10}y^{15}\div 3x^5y^{10}$ 25. $3x^5\times 2xy^4\div 10x^3y^5$
26. $\dfrac{x^{2y}}{x^y}$ 27. $\dfrac{a^x}{a^{2x}}$
28. $(3a)^2\times 3a^2$
29. பின்வருவனவற்றின் வர்க்கத்தைக் காண்க :

(1) a^3 (2) $-\frac{1}{2}x^2$ (3) $\dfrac{2a^3}{3b^2}$

30. பின் வருவனவற்றின் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

(1) p^8 (2) $\dfrac{a^2}{16}$ (3) $\dfrac{25a^4}{16b^{16}}$

31. பின்வருவனவற்றின் கனத்தைக் காண்க :

(1) $2a^3$ (2) $-3b^3$ (3) $\dfrac{a^2}{2b}$

32. கனமூலத்தைக் காண்க :

(1) r^6 (2) $27a^{12}$ (3) $8a^6b^{27}$

சுருக்குக :

33. $\dfrac{a^3}{ab}\times\dfrac{3b^2}{2a}$ 34. $\dfrac{9mn^3}{16n^2p^3}\times\dfrac{4p^5}{3m^3}$ 35. $\dfrac{p}{q^2}\div q^3$

36. $c^5\div\dfrac{b}{c^3}$ 37. $\dfrac{3a^4}{5x^2}\div\dfrac{6a^6}{10x^2}$

38. $\dfrac{6a^2}{9b^{15}}\div\dfrac{3a^4}{12b^{10}}$ 39. $2m^3n\times 3m^2n\div mn^2$

40. $2p^2q\times 3pq^2\div 6pq^3$ 41. $(3ab^3)^2\div(ab^2)^3$

42. $\dfrac{3x^3}{2y}\div\sqrt{\dfrac{81x^4}{16y^2}}$ 43. $\dfrac{3a^2b^2c}{4bc^2}\times\dfrac{5b^3c^2a}{6ca^2}\div\dfrac{8ab^2}{7c^3a^2b}$

$a=2$, $b=-2$, $c=1$ ஆக இருக்கும்பொழுது உமது விடையின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

44. $2^m=256$ ஆனல் 2^{m+1} இனதும் 2^{m-2} இனதும் பெறுமானங்களேக் காண்க

45. (i) $(a^3)^m=a^{12}$ ஆனல் (ii) $\dfrac{a^4}{a^m}=\dfrac{1}{a^2}$ ஆனல் m இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

V

அடைப்பு நீக்கம் (Removal of brackets)

சுருக்குக :

1. $a-(b-c)-[a-b-c-(b-c)]$
2. $a(b-c)+b(c-a)+a(a-b)$
3. $x-[y-2\{x-(y+x)+2y\}+2x]$

4. $-1-[-1-\{-1-(-1-y)\}]$

5. $(l+5m)-(l-3m)-\{2m+l-\overline{3n-2}\}$

6. $5t^2-[3t-t\{t-(3t-2)-5\}]$

7. $q-[q-\overline{p+q}-\{q-(q-\overline{p-q})\}]$

8. $c^2-[a^2-\{a^2-(c^2-\overline{a^2-b^2})-b^2\}-b^2]$

9. $3m-5\{2m-3(2m-1)\}$

10. $5c^2-[2c-c\{c-(3c-4)-5\}]$

11. $10p^2+3[p^2-3(p^2-4)-2p^2]$

12. $1-[-x-\{-x^2-(x^3-\overline{x^4-x^5})\}]+x^2+x^3+x^5$

13. $a-[b-3\{b-3(a-b+1)-2\}-5]$

14. $5x^2-7(x-2x^2-8)-2[(2x-5)^2-\{x^2-3(x-1)^2\}]$

15. $[\frac{1}{2}p-(p-\frac{1}{2}p-q)]-[-\frac{1}{2}q-(q-\overline{\frac{1}{3}q-p})]$

16. $a^3-5a(a+1)-1$ உடன் எவ்வளவைக் கூட்டினால் $a^3+5a(a+1)+1$ ஆகும்?

VI

பெருக்கல் (Multiplication)

முதலாவது கோவையை இரண்டாவது கோவையால் பெருக்குக; விடையைத் தவறுது சரி பார்க்குக.

1. p^3-p^2+p-1; $p+1$.

2. $3+2m-m^2$; $1-2m$. $m=1$ எனப் பிரதியீடுசெய்து சரி பார்க்க.

3. x^4-2x^2+4; x^2+2.

4. $4x^2+6xy+9y^2$; $2x-3y$.

5. $2x+3y+5$; $2x+3y+5$.

6. $1-y+y^2$; $1+y+y^2$

7. $4x^2-6x+9$; $2x+3$

8. $(x+2)(2x-1)(x-1)$ என்பவற்றின் பெருக்கத்தைக் காண்க. $x=2$ எனப் பிரதியீடு செய்து சரி பார்க்க.

9. $x=p+q+r$, $y=p-q-r$ ஆயின் xy இன் விலையைக் காண்க.

10. x இன் குணகத்தைக் காண்க: $(x-3)(2x^2-x+6)$

11. ஒரு பொருள் x^2+6x-3 ரூபா வீதம் $2x-3$ பொருட்களின் விலையைக் காண்க.

12. ஒரு கோவையை x^2-3x ஆல் வகுக்க வரும் ஈவு $2x^2+x-5$ ஆகவும், மீதி $2x-3$ ஆகவும் இருப்பின் அக் கோவையைக் காண்க.

VII

வகுத்தல் (Division)

முதலாவது கோவையை இரண்டாவது கோவையால் வகுக்குக: விடையைத் தவறுது சரி பார்க்க.

1. $6a^3-5a^2-3a+2$; $2a-1$. $a=1$ எனப் பிரதியீடு செய்து சரி பார்.

2. $p^3+p^2q-3pq^2+q^3$; $p-q$

3. $2x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$; $2x-y$. $x=2$, $y=1$ எனக்கொண்டு சரி பார்.

4. $4a^3-16a^2b+13ab^2+5b^3$; $2a-5b$.

5. x^4+3x^2-4; x^2-x. x இன் என்ன விலைக்கு மீதி 0 ஆகும்?

6. $6a^4-4a^3-2a^2+8a-20$; $3a^2-2a+5$.

7. $6x^4-4x^3-5x^2+10x-25$; $2x^2-5$.

8. $x^3-x^2-8x+12$ எனும் கோவை $x-2$ ஆல் மிச்சமின்றி வகுபடக் கூடியது எனக் காட்டுக.

9. $14a^3-6a^2+9a-8$ எனும் கோவையை $7a-4$ ஆல் வகுத்தால் மீதி என்ன ?

10. $12x^3-30x^2+51x-20$; $3x^3-14x^2+2$ என்பவற்றின் கூட்டுத் தொகையை $3x-3$ ஆல் வகுக்குக.

11. ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பு (x^3+8y^3) சதுர அடி. அதன் நீளம் $(x+2y)$ அடி. அச் செவ்வகத்தின் (1) அகலம் என்ன ? (2) சுற்றளவு என்ன ?

12. ஒரு புகைவண்டி $2a-3$ மணித் தியாலங்களில் $4a^3-12a^2+19a-15$ மைல் தூரத்தைச் செல்கிறது. அதன் மணிக்கதி என்ன ?

13. $4y^3-4y^2+11y+k$ என்பது $2y-1$ ஆல் திருத்தமாக வகுபடுமானால், k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

VIII

இலகுவான பின்னங்கள்

சுருக்குக :

(1) $1-\frac{2a}{5}$ (2) $\frac{3}{x}+\frac{4}{y}$ (3) $\frac{1}{t}-\frac{1}{2t}$

(4) $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ (5) $\frac{2x}{3}-\frac{5x}{6}$ (6) $\frac{1}{yx}+\frac{2}{yz}+\frac{3}{zx}$

(7) $x+\frac{1}{x}$ (8) $x+\frac{y}{x}$ (9) $\frac{x}{10a^2b}-\frac{y}{15ab^2}$

(10) $a-\frac{2a-1}{4}$ (11) $\frac{b-2}{3a}+\frac{5-b}{6a}-\frac{3b-1}{9a}$

(12) $\frac{x+y}{xy}+\frac{y-z}{yz}-\frac{z-x}{zx}$ (13) $1-\frac{x-1}{x}$

(14) $\frac{3x+2}{5}-\frac{2x-1}{4}+\frac{4x-9}{10}$

பிரதியீடு பலவினம்

1. $x=3y$ ஆனால், (i) $\frac{4x+3y}{2x-y}$ (ii) $\frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2}$ என்பவற்றின் பெறுமானங் காண்க.

2. $\frac{x}{y}=2$ ஆனால், (i) $\frac{x+}{y}$ (ii) $\frac{x}{x-y}$ என்பவற்றின் பெறுமானங் காண்க.

3. $3y=-2x$ ஆனால், $\frac{8x+19y}{5y-6x}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

4. $\frac{x}{y}=\frac{3}{5}$ ஆனால், $\frac{2x+y}{2x-y}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

5. $\frac{4x-y}{x+y}=2$ எனில்; (1) $x:y$ என்ற விகிதத்தையும் (ii) $\frac{3x-2y}{2x-y}$ என்பதையும் காண்க.

6. $\frac{x-y}{x+y}=\frac{2}{5}$ ஆனால், x க்கும் y க்கும் உள்ள விகிதத்தைக் காண்க.

7. $\frac{p+q}{3p-2q}=\frac{2}{3}$ ஆனால், p இற்கும் q இற்கும் உள்ள விகிதத்தைக் காண்க.

8. $x=p+q+r$ ஆனால், $(x-p)^2-(x-q)^2$ ஐ $p, q, r,$ என்னும் உறுப்புகளிற் கூறுக.

9. $\frac{x+2a}{x-a}=4$ ஆயின் x இனது பெறுமதியை a இனது உறுப்புகளிற் காண்க. பின்னர், (a) $\frac{2x+3a}{3x+a}$ (b) $\frac{x^2+a^2}{3x^2-2a^2}$ என்பவற்றின் பெறுமதிகளைக் காண்க.

அத்தியாயம் 2

எளிய சமன்பாடுகள்

சமன்பாடாவது இரு அட்சர கணிதக் கோவைகளின் சமத்துவத்தைக் காட்டும் கூற்று ஆகும்.

கோவைக் குறியீடுகளின் குறித்த ஒரு பெறுமானம் அல்லது பெறுமானங்களுக்கு மாத்திரமே அக்கோவைகள் சமன்பாடுடையனவாகும். அதாவது $4x+1$; 9 எனும் கோவைகளின் சமத்துவத்தை வெளிப்படுத்தும் கூற்று $4x+1=9$ எனும் சமன்பாடு ஆகும். xஇன் பெறுமானம் 2 எனின் மாத்திரமே மேற்படி கூற்று உண்மையானதாகும்.

சர்வசமன்:— இரு அட்சர கணிதக் கோவைகள், அவற்றின் குறியீடுகளின் எப்பெறுமானத்திற்கும் சமமாயின் அவை சர்வ சமன் எனப்படும். உ-ம். $x(x+1)=x^2+x$. சர்வசமன் என்பதைக் குறிக்க " $\equiv$ " எனும் குறியீட்டை உபயோகிப்பதும் உண்டு.

தெரியாதன:— யாதேனும் ஒரு சமன்பாட்டில், பெறுமானம் காணப்படவேண்டிய குறியீடானது தெரியாக் கணியம் எனப்படும்.

ஒரு சமன்பாட்டின் தெறியாவுறுப்பின் பெறுமானத்தைக் காணும் செய்முறை, தீர்த்தல் எனப்படும்.

தெரியாவுறுப்பின் பெறுமானத்தைச் சமன்பாட்டின் மூலம் அறிவது தீர்வு என்கிறோம்.

எளிய சமன்பாடு:— ஒரேயொரு தெரியாக் கணியத்தைக் கொண்டுள்ள ஒருபடிச் சமன்பாடே எளிய சமன்பாடு எனப்படும்.

ஓர் எளிய சமன்பாட்டைத் தீர்க்க உதவும் அடிப்படை உண்மைகள்:—

(i) ஒரு சமன்பாட்டின் ஒவ்வொரு பக்கத்துடனும் ஒரே கணியத்தைக் கூட்டலாம். அதாவது $2x=y$ எனின் $2x+3=y+3$ ஆகும்.

(ii) ஒரு சமன்பாட்டின் ஒவ்வொரு பக்கத்திலிருந்தும் ஒரே கணியத்தைக் கழிக்கலாம். அதாவது $2x=y$ எனின் $2x-2=y-2$ ஆகும்.

(iii) ஒரு சமன்பாட்டின் ஒவ்வொரு பக்கத்தையும் ஒரே கணியத்தால் பெருக்கலாம். அதாவது $2x=y$ எனின் $4\times 2x=4\times y$ ஆகும்.

(iv) ஒரு சமன்பாட்டின் ஒவ்வொரு பக்கத்தையும் ஒரே கணியத்தால் பிரிக்கலாம். அதாவது $2x=y$ எனின் $\frac{2x}{5}=\frac{y}{5}$ ஆகும்.

ஓர் எளிய சமன்பாட்டைத் தீர்க்கும்பொழுது மாணவர் மனதிற் கொள்ளவேண்டிய சில முக்கிய குறிப்புகள் பின்வருவனவாம்:-

(i) சமன்பாட்டில் பின்னங்கள் உளவாயின் முதலில் அவற்றை விடுவித்தல் வேண்டும். ஆனல் அடைப்புகளுள் பின்னங்கள் உளவாயின் அடைப்புகளை முதலில் நீக்குதல் முறையாகும்.

(ii) தெரியாவுறுப்புகள் யாவையும் இடப்பக்கத்திற்கும் ஏனையவற்றை வலப்பக்கத்திற்குமாக இடமாற்றஞ் செய்தல் அடுத்த படியாகும்.

(iii) இரு பக்கங்களையும் சுருக்கி எழுதுக.

(iv) இரு பக்கங்களையும் தெரியாவுறுப்பின் கணியத்தால் பிரித்துத் தெரியாவுறுப்பின் பெறுமானத்தைக் காண்க

இடமாற்றம் :—

ஒரு சமன்பாடடைத தீர்த்தலில் இடமாற்றம் செய்தல் ஒரு முக்கிய செய்முறை ஆகும். தெரியாவுறுப்புகளை ஒரு பக்கமாகவும், தெரிந்த உறுப்புகளை மறுபக்கமாகவும் ஒழுங்கு செய்தலே இடமாற்றமாகும். ஒருசமன்பாட்டின் ஒருபக்க உறுப்பை இடமாற்றம் செய்யவேண்டின், அவ்வுறுப்பின் குறியை மாற்றி மறுபக்கத்தில எழுதுக

உ—ம். 1. தீர்க்க : $8x-6=3x+4$

-6 ஐ வலப்பக்கத்திற்கும், $3x$ ஐ இடப்பக்கத்திற்கும் இடமாற்றம் செய்க.

$$8x-3x=4+6$$
$$\therefore\ 5x=10$$
$$\therefore\ x=2$$

உ—ம். 2. தீர்க்க: $2(3x-7)-3x+5=3(x+2)-(4x-5)$

அடைப்புகளை நீக்குக.

$$6x-14\ \ 3x+5=3x+6-4x+5$$
$$\therefore\ 6x-3x-3x+4x=6+5+14-5$$
$$\therefore\ 4x=20$$
$$\therefore\ x=5$$

உ—ம். 3. தீர்க்க :

$(x+1)(2x-1)+(x-3)(2x+1)=2(2x+3)(x+5)$

அடைப்புகளை நீக்குக.

$2x^2+x-1+2x^2-5x-3=2(2x^2+13x+15)$

$\therefore\ 2x^2+x-1+2x^2-5x-3=4x^2+26x+30$

$\therefore\ 2x^2+x+2x^2-5x-4x^2-26x=30+1+3$

$\therefore -30x=34$

$\therefore\ x=\frac{34}{-30}=-1\frac{2}{15}$

உ—ம். 4. தீர்க்க : $\frac{3}{2x+7}=\frac{4}{3x+5}$

குறுக்கே பெருக்குக.

$3(3x+5)=4(2x+7)$

$\therefore\ 9x+15=8x+28$

$\therefore\ 9x-8x=28-15$

$\therefore\ x=13.$

குறிப்பு : ஒரு பின்னம் மாத்திரம் ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் இருந்தால் மட்டுமே குறுக்குப் பெருக்கல் முறையை உபயோகிக்க முடியும்.

உ—ம். 5. தீர்க்க : $\frac{1}{7}\left(x+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{4}\left(x-\frac{2}{3}\right)=\frac{13}{12}$

அடைப்புகளை நீக்குக.

$\frac{x}{7}+\frac{1}{14}+\frac{x}{4}-\frac{1}{6}=\frac{13}{12}$

இரு பக்கங்களையும் பகுதிகளின் பொ. ம. சி. ஆகிய 84 ஆல் பெருக்குக.

$12x+6+21x-14=91$

$\therefore\ 12x+21x=91-6+14$

$\therefore\ 33x=99$

$\therefore\ x=3$

உ—ம். 6. தீர்க்க : $\frac{3x-2}{4}-\frac{x-3}{5}=x+1$

பொ. ம. சி. ஆகிய 20 ஆல் பெருக்குக.

$5(3x-2)-4(x-3)=20(x+1)$

$\therefore\ 15x-10-4x+12=20x+20$

$\therefore\ 15x-4x-20x=20+10-12$

$\therefore -9x=18$

$\therefore\ x=\frac{18}{-9}=-2$

உ—ம் 7 தீர்க்க : $\frac{5}{x-2}-\frac{3}{x+2}=\frac{2}{x+4}$

பொ. ம. சி. ஆகிய $(x-2)(x+2)(x+4)$ ஆல் பெருக்குக

$5(x+2)(x+4)-3(x-2)(x+4)=2(x+2)(x-2)$

$\therefore\ 5(x^2+6x+8)-3(x^2+2x-8)=2(x^2-4)$

$\therefore\ 5x^2+30x+40-3x^2-6x+24=2x^2-8$

$\therefore\ 5x^2+30x-3x^2-6x-2x^2=-8-40-24$

$\therefore\ 24x=-72$

$\therefore\ x=\frac{-72}{24}=-3$

பயிற்சி 2

தீர்க்க :

1. $10x-5=8x+7$
2. $6x-4=5x+1$
3. $4y-3+y+2=6-8y-1+2y-7+12$
4. $5x-2+3x+7-4x-2-6x=1$
5. $1{\cdot}5x-2{\cdot}7=3{\cdot}8x-1{\cdot}9-2x+6$
6. $5(2x-4)=2(3x-8)$
7. $4(x+2)=3(x-3)$

8. $3(2x-1)+5=4x+8$

9. $2(x-1)-3(x+1)=4(1-x)-7(x-3)+9$

10. $3x+6-2(1-x)=2(x+1)-(x-2)$

11. $12+2(x+2)+4(3x-1)=5(2x+1)-3(x-1)+4$

12. $(x+4)(x+3)=x(x+5)+7$

13. $(x+1)^2+5=(x+7)(x+2)-1$

14. $5x(x+2)-(2x+1)(x-2)=x(2x-7)+x^2-8$

15. $(2x+1)(x-2)+(x-1)(3-x)-x^2-1=0$

16. $(x-5)(x-4)+(x+2)(x-3)=2(x+3)(x+2)-8$

17. $(x+1)(2x-1)+(x-3)(2x+1)=(2x+3)^2$ ([illegible]' 49)

18. $\frac{5}{2x+3}=\frac{4}{x+4}$

19. $\frac{1}{3x-5}=\frac{5}{7x-9}$

20. $\frac{3}{2(x-3)}=\frac{4}{x-1}$

21. $\frac{3(4x-1)}{2}=\frac{4(2x-1)}{3}$

22. $\frac{x}{5}+\frac{x}{4}=9$

23. $\frac{x}{2}-2=\frac{x}{4}+\frac{x}{5}-1$

24. $\frac{x}{2}+\frac{x-4}{5}-1=\frac{x}{3}-\frac{x+2}{6}+1$

25. $(x+\frac{1}{2})(x-\frac{3}{2})-\frac{3}{4}=(x+2)(x+5)$

26. $2(x-\frac{1}{4})-3(x-\frac{3}{4})=x+\frac{1}{2}$

27. $2x+\frac{2}{3}-3(x+\frac{1}{4})+\frac{5}{6}=0$

28. $\frac{1}{4}(4-x)-\frac{1}{5}(5-x)+\frac{1}{6}(6-x)=1$

29. $\frac{2}{3}(6x-5)-\frac{1}{2}(2x+1)=2x-3$

30. $4(x-\frac{2}{3})+2x=3(2x+\frac{2}{3})-(x+\frac{1}{3})$

31. $\frac{3}{4}(2x-1)-\frac{1}{5}(x+3)=\frac{1}{10}(8x-3)$

32. $\frac{2}{9}(x-3)+\frac{5}{7}\left(\frac{2x}{3}+4\right)=\frac{8}{3}\left(x-\frac{5}{2}\right)$

33. $\frac{3x-2}{4}-\frac{x+2}{3}=3$

34. $\frac{x}{3}+\frac{x-2}{4}=3$

35. $\frac{x+1}{3}-\frac{x}{4}=\frac{7}{18}$

36. $\frac{x}{3}-\frac{2}{3}+\frac{x+3}{8}=\frac{1}{2}$

37. $\frac{x}{4}+\frac{2x-3}{6}=\frac{3x+2}{9}-\frac{x}{12}$

38. $\frac{2x+3}{4}=\frac{3(x+3)}{2}+\frac{2x}{3}$

39. $\frac{x+5}{6}-\frac{x+1}{9}=\frac{x+3}{4}$

40. $\frac{x+1}{2}+\frac{x+2}{3}+\frac{x+3}{5}=9$

41. $\frac{x+3}{4}-\frac{x+4}{5}=\frac{x+5}{6}-\frac{x+6}{7}$

42. $\frac{3x-2}{4}-\frac{x-3}{5}=x+1$

43. $\frac{x-1}{3}-\frac{4x+1}{4}=\frac{5}{12}$

44. $\frac{7x+1}{9}-\frac{3x-1}{7}=2$

45. $\frac{3x-1}{2}-\frac{x-2}{3}=x-1$

46. $\frac{5x+6}{12}+\frac{3x-4}{5}=2(x-9)$

47. $\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x-2}=\frac{3}{x-3}$

48. $\frac{x+2}{x-2}+\frac{x-6}{x+6}=2$

49. $\frac{3x+2}{x-1}+\frac{2(x-2)}{x+2}=5$

50. $\frac{2x+\cdot 7}{5}-\frac{3x-\cdot 3}{4}=\frac{1\cdot 5}{4}$

51. $\frac{2x}{x+1}+\frac{2}{3}=\frac{2}{x+1}-4$

52. $\frac{24}{x-12}-\frac{15}{x-3}=\frac{9}{x-7}$

53. $\frac{3x-11}{x-4}-\frac{x+7}{x+4}=2$ [[illegible]'52]

அத்தியாயம் 3

எளிய சமன்பாட்டு உத்திக் கணக்குகள்

சில உத்திக் கணக்குகளைச் சமன்பாட்டு முறையாக இலகுவில் விடுவிக்கலாம்.

இவ் வத்தியாயத்தில் எளிய சமன்பாடு அமைத்துத் தீர்க்க வேண்டிய உத்திக் கணக்குகளைப் பற்றி ஆராய்வோம். கணக்குகளில் தரப்பட்ட நிபந்தனைகளுக்கு அமையச் சமன்பாட்டை அமைத்தலே முக்கியமான செய்முறையாகும். தெரியாக் கணியத்தைக் குறிக்க ஒரு குறியீட்டை உபயோகித்து, இரு சமமான கோவைகளை அமைத்து அவற்றைச் சமன்படுத்தி எழுதுதல் வேண்டும். உதாரணமாக, "ஓர் எண்ணிலிருந்து 8ஐக் கழிக்க வரும் விடை 11 ஆகும்" எனும் கூற்றுக்கு அமையும் இரு சமமான கோவைகள் $x-8$; 11 என்பனவாம். ஆகவே $x-8=11$ என்பதே தேவையான சமன்பாடாகும்.

சமன்பாட்டைச் சரிவர அமைத்து விட்டோமாயின், அதை நமக்குத் தெரிந்த எம்முறையாலேனும் தீர்த்து விடையைக் காணலாம்.

உ—ம் 1. இரு எண்களின் வித்தியாசம் 7. சிறிய எண்ணின் $\frac{4}{7}$ பங்கிலும் பார்க்கப் பெரிய எண்ணின் $\frac{3}{5}$ பங்கு 5 ஆல்கூட அவ்வெண்களைக் காண்க.

பெரிய எண் x எனக் கொள்க.

∴ சிறிய எண் $x-7$ ஆகும்.

பெரிய எண்ணின் $\frac{3}{5}$ பங்கு $= \frac{3x}{5}$

சிறிய எண்ணின் $\frac{4}{7}$ பங்கு $= \frac{4}{7}(x-7)$

$$\frac{3x}{5} = \frac{4}{7}(x-7) = 5$$

இரு பக்கங்களையும் பொ. ம. சி. 35 ஆல் பெருக்க.

$$21x-20(x-7) = 175$$
$$21x-20x+140 = 175$$
$$\therefore 21x-20x = 175-140$$
$$\therefore x = 35$$

∴ எண்கள் 35, 28 என்பனவாம்,

உ—ம் 2. A இற்கு B இன் இருமடங்கு வயதாகும். இன்னும் 6 வருடங்களின் பின் Aயின் வயதானது, Bஇன் 3 வருடங்களுக்கு முந்திய வயதின் மும்மடங்காகும். அவர்களது தற்போதைய வயது என்ன?

B இன் வயது x வருடங்கள் எனக்கொள்க.

∴ A இன் வயது $2x$ வருடங்கள் ஆகும்.

6 வருடங்களின் பின் A இன் வயது $=(2x+6)$ வருடங்கள்.

3 வருடங்களின் முன் Bஇன் வயது $=(x-3)$ வருடங்கள்.

$$2x+6=3(x-3)$$
$$\therefore 2x+6=3x-9$$
$$\therefore 2x-3x=-9-6$$
$$\therefore -x=-15$$
$$\therefore x=15$$

∴ B இன் வயது 15 வருடங்கள். A இன் வயது 30 வருடங்கள் ஆகும்.

உ—ம் 3. இரு இலக்கங்களைக்கொண்ட ஓர் எண்ணின் இலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை 11 ஆகும். ஆனால் இலக்கங்கள் முன்பின்னுக்கப்பட்டால் புதிய எண் முந்திய எண்ணின் இரு மடங்கிலும் 7ஆல் கூடியதாகும். எண்ணைக்காண்க

பத்தினிடத் திலக்கம் x எனக் கொள்க.

∴ ஒன்றிடத் திலக்கம் $11-x$

∴ எண் $10x+11-x$ ஆகும்.

முன்பின்னுகிய எண் $10(11-x)+x$

$$10(11-x)+x-2(10x+11-x)=7$$
$$\therefore 110-10x+x-20x-22+2x=7$$
$$\therefore -10x+x-20x+2x=7-110+22$$
$$\therefore -27x=-81$$
$$\therefore x=\frac{-81}{-27}=3$$

∴ பத்தினிடத் திலக்கம் 3. ஒன்றினிடத் திலக்கம் 8 ஆகும்,

∴ எண் 38 ஆகும்,

உ—ம் 4. ஒரு மனிதன் தனது வீட்டிலிருந்து கந்தோருக்கு மணிக்கு $3\frac{1}{2}$ மைல் கதியில் நடந்து சென்றபோது 4 நிமிடங்கள் பிந்தினான். மறுநாள் மணிக்கதியை $\frac{1}{4}$ மைலால் அதிகரித்து நடந்தபோது 2 நிமிடங்கள் பிந்தினான். அவனது வீட்டிலிருந்து கந்தோரின் தூரத்தைக் காண்க. (49 டிசெம்)

தூரம் x மைல் எனக் கொள்க.

$3\frac{1}{2}$ மைல் வேகத்தில் x மைலைச் செல்ல நேரம்

$$= \frac{x}{3\frac{1}{2}} \text{ மணி} = \frac{2x}{7} \text{ மணி}$$

$3\frac{3}{4}$ மைல் வேகத்தில் x மைலைச் செல்ல நேரம்

$$= \frac{x}{3\frac{3}{4}} \text{ மணி} = \frac{4x}{15} \text{ மணி}$$

$$\frac{2x}{7} - \frac{4x}{15} = \frac{1}{30}$$

(நேர வித்தியாசம் 2 நிமிடம் அல்லது $\frac{1}{30}$ மணி.)

பொ.ம.சி. ஆகிய 210 ஆல் பெருக்கிப் பின்னத்தை விடுவிக்க.

$$60x - 56x = 7$$

$$\therefore\ 4x = 7$$

$$\therefore\ x = 1\frac{3}{4}$$

∴ வீட்டிலிருந்து கந்தோரின் தூரம் $1\frac{3}{4}$ மைல் ஆகும்.

உ—ம் 5. நான் 4,400 ரூபாவின் ஒரு பகுதியை $4\frac{1}{2}\%$ தனி வட்டி வீதம் $2\frac{1}{2}$ வருடங்களுக்கும், மீதியை 3% தனி வட்டி வீதம் 3 வருடங்களுக்கும் கொடுத்தேன். $4\frac{1}{2}\%$ வட்டி 3% வட்டியிலும் ரூபா 9 அதிகமாயின் ஒவ்வொரு வீத வட்டியிலும் கொடுத்த தொகையைக் காண்க.

$4\frac{1}{2}\%$ வட்டிக்குக் கொடுத்த தொகை ரூபா x எனக் கொள்க.

∴ 3% இல் கொடுத்த தொகை = ரூபா 4,400 — ரூபா x

ரூபா x இற்கு $4\frac{1}{2}\%$ படி $2\frac{1}{2}$ வரு. வட்டி = ரூபா $\frac{x \times 2\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{2}}{100}$

$$= \text{ரூபா } \frac{9x}{80}$$

ரூபா $(4,400-x)$ இற்கு 3% படி 3 வரு. வட்டி

$$= \text{ரூபா } \frac{(4,400-x) \times 3 \times 3}{100}$$

$$= \text{ரூபா } \frac{9\,(4,400-x)}{100}$$

$$\frac{9x}{80} - \frac{9\,(4,400-x)}{100} = 9$$

$$\therefore\ 45x - 36\,(4,400-x) = 3,600 \quad \text{(400 ஆல் பெருக்க)}$$

$$\therefore\ 45x - 1,58,400 + 36x = 3,600$$

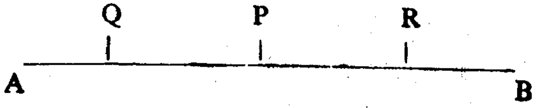
$$\therefore\ 45x + 36x = 3,600 + 1,58,400$$

$$\therefore\ 81x = 1,62,000$$

$$\therefore\ x = 2,000$$

∴ $4\frac{1}{2}\%$ வட்டிக்குக் கொடுத்த தொகை = ரூபா 2,000
3% வட்டிக்குக் கொடுத்த தொகை = ரூபா 2,400

உ—ம் 6. 220 மைல் நீளமான AB எனும் ஒரு புகையிரதப் பாதையில், P, Q, R, எனும் மூன்று புகையிரதங்கள் மணிக்கு முறையே 25, 20, 30 மைல் கதியில் செல்கின்றன. P,Q எனும் புகையிரதங்கள் A இலிருந்து முறையே முற்பகல் 7 மணிக்கும் 8-15இற்கும் புறப்படுகின்றன. R எனும் புகையிரதம் B இலிருந்து மு.ப. 10-30இற்குப் புறப்படுகிறது. P எனும் புகையிரதம் எப்போது, எங்கே, Q, R என்பவற்றிலிருந்து சமதூரத்திலிருக்கும்?



P எனும் வண்டி Q, R இலிருந்து சம தூரத்திலிருக்கும்போது A இலிருந்து P இன் தூரம் x மைல் என்க.

x மைலைச் செல்ல P எடுக்கும் நேரம் $= \frac{x}{25}$ மணி

Q. 1 மணி 15 நிமி பிந்திப் புறப்படுகின்றமையால்,

குறித்த இடத்தை அடைய நேரம் $= \left(\frac{x}{25} - 1\frac{1}{4}\right)$ மணி

$\left(\frac{x}{25} - 1\frac{1}{4}\right)$ மணியில் Q செல்லும் தூரம் $= 20\left(\frac{x}{25} - \frac{5}{4}\right)$ மைல்

$3\frac{1}{2}$ மணி பிந்தி R புறப்படுவதால் அது

எடுக்கும் நேரம் $= \left(\frac{x}{25} - 3\frac{1}{2}\right)$ மணி

$\left(\frac{x}{25} - 3\frac{1}{2}\right)$ மணியில் R செல்லும் தூரம்

$= 30\left(\frac{x}{25} - \frac{7}{2}\right)$ மைல்

AP $= x$ மைல்

Q சென்ற தூரம் AQ $= 20\left(\frac{x}{25} - \frac{5}{4}\right)$ மைல்

R சென்ற தூரம் BR $= 30\left(\frac{x}{25} - \frac{7}{2}\right)$ மைல்

P Q = P R

B P = $(220 - x)$

அதாவது AP − AQ = BP − BR

$\therefore x - 20\left(\frac{x}{25} - \frac{5}{4}\right) = 220 - x - 30\left(\frac{x}{25} - \frac{7}{2}\right)$

$\therefore x - \frac{20x}{25} + \frac{100}{4} = 220 - x - \frac{30x}{25} + \frac{210}{2}$

பொ.ம.சி. ஆகிய 100 ஆல் பெருக்க,

$\therefore 100x - 80x + 2,500 = 22,000 - 100x - 120x + 10,500$

$\therefore 100x - 80x + 100x + 120x = 22,000 + 10,500 - 2,500$

$\therefore 240x = 30\,000$

$\therefore x = 125$

∴ A இலிருந்து P 125 மைல் தூரத்திலிருக்கும் போது Q, R இலிருந்து சமதூரத்தில் இருக்கும்.

125 மைலைச் செல்ல P எடுக்கும் நேரம் $= \frac{125}{25}$ மணி $= 5$ மணி

∴ கேட்கப்பட்ட நேரம் = மு.ப. 7 + 5 மணி

= 12 மணி நடுப்பகல்

பயிற்சி 3 (a)

✓1. மூன்று அடுத்துவரும் இயற்கையான எண்களின் கூட்டுத்தொகை 42 ஆகும். அவற்றைக் காண்க.

2. கூட்டுத் தொகை 66 ஆகவுள்ள மூன்று அடுத்து வரும் இரட்டை எண்களைக் காண்க.

✓3. மூன்று அடுத்துவரும் ஒற்றை எண்களின் கூட்டுத்தொகை 99 ஆகும். அவற்றைக் காண்க.

✓4. ஒரு எண்ணினதும், அதன் அரைப் பங்கினதும், அதன் $\frac{1}{3}$ பங்கினதும் கூட்டுத் தொகை 33 ஆகும். எண்ணைக் காண்க.

✓5. பெரிய பங்கின் மூன்று மடங்கு சிறிய பங்கின் 6 மடங்கிலும் 15 குறைய இருக்கத்தக்கதாக 40 ஐ இரு பங்குகளாகப் பகிர்.

6. ஒரு எண்ணுடன் 18ஐக் கூட்டவரும்பெறுபேறு, அவ்வெண்ணின் $1\frac{1}{2}$ மடங்கிலும் 12 குறைந்தது. எண் என்ன?

✓7. ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணத்தின் ஒவ்வொரு அடிக்கோணமும், உச்சிக்கோணத்தை விட 15° கூடியது. கோணங்களைக் காண்க.

✓8. ஒரு முழு எண்ணின் அரை, அடுத்த முழு எண்ணின் மூன்றில் ஒன்றிலும் 2 கூடியது. முழு எண்ணைக் காண்க.

9. ஓர் ஏழு பக்கங்களைக் கொண்ட பல்கோணத்தின் 6 கோணங்கள் ஒவ்வொன்றும் x° அளவினதாகும். ஏழாவது கோணம் $(x+25)^\circ$ ஆயின் x இன் விலையைக் காண்க.

10. ஒரு வியாபாரி $2x$ பொருள்களை ஒன்று 7 ரூபா வீதம் வாங்கி, x பொருள்களை ஒன்று 12 ரூபா வீதமும், 20 பொருள்களை ஒன்று 10 ரூபா வீதமும், மிகுதிப் பொருள்களை ஒன்று 6 ரூபா வீதமும் விற்கிறான்,

(a) 6 ரூபா வீதம் விற்ற பொருள்கள் எத்தனை?

(b) எல்லாப் பொருள்களையும் விற்றவிலை என்ன?

(c) மொத்தம் இலாபம் எவ்வளவு?

(d) அவனுடைய இலாபம் 320 ரூபாவானால், x இன் பெறுமானம் யாது?

11. 600 பிள்ளைகள் உள்ள கலவன் பாடசாலையில் பெண்பிள்ளைகளின் தொகை x.

40 ஆண் பிள்ளைகள் பாடசாலையிலிருந்து நீக்கப்பட்டு 70 பெண் பிள்ளைகள் சேர்க்கப்பட்டால்

(i) பெண் பிள்ளைகளின் தொகை என்ன?

(ii) ஆண் பிள்ளைகளின் தொகை என்ன?

(iii) அப்பொழுது ஆண் பிள்ளைகளின் தொகை பெண் பிள்ளைகளின் தொகையின் இரண்டு மடங்காயின் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

12. ஒருவன் 72 மைல் பிரயாணத்தின் ஒரு பகுதியை மணிக்கு 8 மைல் வீதம் துவிச் சக்கர வண்டியிலும், மீதியை மணிக்கு 24மைல் வீதம் மோட்டார் வண்டியிலும் சென்றான். அவன் முழுப் பிரயாணத்துக்கும் எடுத்த நேரம் 5 மணித்தியாலம். அவன் துவிச் சக்கர வண்டியில் t மணித்தியாலம் பிரயாணம் செய்தால்

(1) மோட்டார் வண்டியில் எவ்வளவு நேரம் சென்றான்?

(2) துவிச்சக்கர வண்டியில் எவ்வளவு தூரம் சென்றான்?

(3) ஒரு சமன்பாடமைத்து t இன் விலையைக் காண்க.

13. ஒரு மனிதன் மோட்டார் வண்டி மூலம் மணிக்கு 24 மைல் வேகத்தில் p மணித்தியாலங்களிலும், மணிக்கு 3 மைல் வீதம் நடந்து $(2-p)$ மணித்தியாலங்களிலும் 34 மைல் பிரயாணஞ் செய்தான். p இன் விலையைக் காண்க.

14. ஒரு மனிதன் 15 மைல்தூரத்திலுள்ள ஒரு பட்டினத்துக்குத் துவிச்சக்கரவண்டியில் மணிக்குப் 10 மைல் வேகத்திற் செல்வது வழக்கம். ஒரு நாள் வழக்கமான வேகத்தில் x மைலைச் சென்றபின் துவிச்சக்கர வண்டி பழுதானதால் அவன் 10 நிமிடங்கள் தாமதிக்க நேரிட்டது. பட்டினத்தை வழக்கமான நேரத்தில் அடைய அவன் மீதித் தூரத்தை மணிக்கு 12 மைல் வேகத்திற் செல்ல வேண்டியிருந்தது. ஒரு சமன்பாடு அமைத்து x இன் விலையைக் காண்க.

15. இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 22 ஆகும். பெரிய எண்ணின் ஆறு மடங்கு சிறிய எண்ணின் ஏழு மடங்கைவிட 2 குறைந்தது. எண்களைக் காண்க.

16. பெரிய பங்கின் மூன்று மடங்கு, 100ஐ விட எவ்வளவு கூடியதோ அவ்வளவால் சிறியதின் ஐந்து மடங்கு 80 இலும் குறைந்ததாக இருக்கும் வண்ணம் 50 ஐ இரு பங்குகளாகப் பகிர்.

17. A இன் பங்கு B இன் பங்கின் இரு மடங்கிலும் ரூ. 50 கூடவும், C இன் பங்கு A இன் பங்கின் இரு மடங்கிலும் ரூ. 150 குறையவும், இருக்கத்தக்கதாக ரூ. 2,100 A, B, C என்னும் மூவருக்கிடையில் பங்கிடப்பட்டது. ஒவ்வொருவரின் பங்கையும் காண்க.

18. எனது தற்போதைய வயதின் இரு மடங்கிலிருந்து, 6 வருடங்களுக்கு முந்திய எனது வயதின் மூன்று மடங்கைக் கழித்தால் எனது தற்போதைய வயது பெறப்படும். எனது தற்போதைய வயது என்ன?

19. ஒரு மனிதன் தனது மகனிலும் 36 வருடங்கள் மூத்தவன். 3 வருடங்களின் பின்னர், தகப்பன் மகனைப்போல் மூன்று மடங்கு வயதுடையவனாக இருப்பான். அவர்களது தற்போதைய வயதுகளைக் காண்க.

20. A என்பவன் B என்பவனைப்போல் இரு மடங்கு வயதுடையவன். 4 வருடங்களின் முன்னர் A யின் வயது B யின் வயதின் ஏழு மடங்கிலும் 4 கூடியதாக இருந்தது. அவர்களின் வயதுகளைக் காண்க.

21. A யின் வயது B யின் வயதின் $\frac{2}{3}$ ஆகும். 6 வருடங்களின் பின்னர் A யின் வயது B யின் வயதின் $\frac{5}{7}$ ஆகும். அவர்களின் தற்போதைய வயதுகளைக் காண்க.

22. ஒரு பையன் தனது தாயைப்போல் $\frac{1}{3}$ மடங்கும், சகோதரியைப்போல் மூன்று மடங்கும் வயதுடையவன். 14 வருடங்களின் பின்னர், பிள்ளைகள் இருவரின் வயதுகளும் சேர்ந்து தாயின் வயதிற்குச் சமமாகும். மகனின் தற்போதைய வயதைக் காண்க.

23. A என்பவன் B என்பவனுக்குச் சொல்கிறான், "நான் உனது வயதை உடையவனாக இருந்தபொழுது, உனது வயதைப் போல் இருமடங்கு வயதுடையவனாக இருக்கிறேன்." அவர்களின் தற்போதைய வயதுகளின் கூட்டுத்தொகை 63 ஆகும். அவர்களின் வயதுகளைக் காண்க.

பயிற்சி 3 (b)

1. ஒரு எண் இரு இலக்கங்களைக் கொண்டது. பத்தினிடத்திலக்கம் ஒன்றினிடத்திலக்கத்திலும் 2 கூடியது. அத்துடன் எண்ணானது இலக்கங்களின் கூட்டுத் தொகையைப்போல் ஏழு மடங்காகும். எண்ணைக் காண்க.

2. இரு இலக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு எண்ணின் இலக்கங்களின் கூட்டுத் தொகை 8 ஆகும். இலக்கங்களை முன் பின்னாக மாற்றுவதால் உண்டாகும் எண், முந்திய எண்ணைவிட 36 குறைந்ததெனின், எண்ணைக் காண்க.

3. இரு இலக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு எண்ணின் பத்தினிடத் திலக்கம் மற்றதிலும் 5 கூடியது. இலக்கங்களை முன் பின்னாக மாற்றும் பொழுது உண்டாகும் எண், முந்திய எண்ணின் $\frac{3}{8}$ ஆகிறது. எண்ணைக் காண்க

4. மூன்று வருடங்களின் பின்னர் Aயின் வயது, 5 வருடங்களின் முன்னர் Bயின் வயதைப் போல் மும்மடங்காகும். தற்பொழுது Aயின் வயதின் $\frac{2}{3}$, Bயின் வயதின் $\frac{3}{5}$ ஐவிட 2 வருடங்கள் கூடியது. அவர்களின் தற்போதைய வயதுகளைக் காண்க.

5. இருத்தல் ரூ. 2-25 விலையுள்ள எத்தனை இருத்தல் தேயிலையை, இருத்தல் ரூ. 2-50 விலையுள்ள 30 இருத்தல் தேயிலையுடன் கலந்தால், கலவையில் ஒரு இருத்தலின் விலை ரூ. 2-40 ஆகும்?

6. ஒரு மோட்டார் சாரதி 137 மைல் பிரயாணத்தை 8 மணித்தியாலங்களில் முடிக்கிறான். அவன் பிரயாணத்தின் ஒரு பகுதியை 16 மைல் மணி வேகத்துடனும் மிகுதியை 18 மைல் மணி வேகத்துடனும் ஓட்டினால், ஒவ்வொரு வேகத்திலும் ஓட்டிய தூரம் என்ன?

7 வேலை செய்யும் ஒவ்வொரு நாளுக்கும் ரூ. 3-50 பெறுவானென்றும் வேலைக்கு வராத ஒவ்வொரு நாளுக்கும் ரூ. 0-75 அபராதம் விதிக்கப்படுமென்றும் நிபந்தனை விதிக்கப்பட்டு ஒரு கூலியாள் 30 நாட்களுக்கு வேலைக்கமர்த்தப்படுகிறான். அவன் மொத்தமாக ரூ. 70 பெற்றான். அவன் வேலைக்கு வராத நாட்கள் எத்தனை?

8. 50 சத நாணயங்களாகவும், 25 சத நாணயங்களாகவும் ஒரு உண்டியலுக்கு ரூ. 30-75 கொடுக்கப்பட்டது. நாணயங்களின் தொகை 80 எனின், 25 சத நாணயங்கள் எத்தனை?

9. ஒருவன் சில மேசைகளையும் கதிரைகளையும் வாங்குகிறான். மேசைகளின் எண்ணிக்கை, கதிரைகளின் எண்ணிக்கையின் இருமடங்கிலும் 3 குறைந்ததாகும் ஒரு கதிரையின் விலை ரூ.8 உம் ஒரு மேசையின் விலை ரூ 25-உம் ஆகும். அவன் முழுவதற்கும் ரூ. 969 கொடுத்தால் அவன் வாங்கிய கதிரைகள் எத்தனை?

10. நான் ரூ. 5000-இன் ஒரு பகுதியை 5% தனி வட்டிக்கும் மிகுதியை 6% தனி வட்டிக்கும் விட்டேன். $2\frac{1}{2}$ வருட முடிவில், நான் மொத்த வட்டியாக ரூ 700 பெற்றால், 6% வட்டிக்கு விடப்பட்ட முதலைக் காண்க.

11. *A*யும் *B*யும் சேர்ந்து ரூ. 6800 ஐ ஒரு வட்டிக் கடைக்காரனிடம் பெற்றார்கள். *A* 4% தனி வட்டிப்படி 2 வருடங்களுக்கும், *B* 5% தனி வட்டிப்படி $1\frac{1}{2}$ வருடங்களுக்கும் பெற்றார்கள். *A* கொடுத்த வட்டி, *B* கொடுத்த வட்டியிலும் 48 ரூபா கூடியதாயின், ஒவ்வொருவரும் கடனாக வாங்கிய முதல் என்ன?

12. ஒரு வியாபாரி ஒரு வானொலிப் பெட்டியையும், ஒரு கடிகாரத்தையும் வாங்கினான். வானொலிப் பெட்டி, கடிகாரத்தைவிட ரூ. 70 விலை கூடியது. அவன் வானொலிப் பெட்டியை 10% நயத்திற்கும் கடிகாரத்தை $12\frac{1}{2}$% நயத்திற்கும் விற்று மொத்தத்தில் ரூ. $47\frac{1}{2}$ நயம் அடைந்தான். ஒவ்வொன்றினதும் விலையைக் காண்க.

13. கடுகதிப் புகையிரதம் ஒன்று பிறிஸ்ரலிலிருந்து பி. ப 3 மணிக்குப் புறப்பட்டு இலண்டனை பி. ப. 6 மணிக்குச் சேருகிறது. சாதாரண புகையிரதம் ஒன்று இலண்டனிலிருந்து பி. ப. 1-30க்குப் புறப்பட்டு பிறிஸ்ரலை பி ப. 6 மணிக்குச் சேருகிறது. இரு புகையிரதங்களும் மாறு வேகத்தில் பிரயாணஞ் செய்தால் அவை எப்பொழுது சந்திக்குமெனக் காண்க.

14. ஒரு பின்னத்தின் பகுதி எண், தொகுதி எண்ணை விட 5 கூடியது. தொகுதி எண்ணுடன் 3ஐக் கூட்டினால், பின்னம் ஆகிறது. பின்னத்தைக் காண்க.

15. ஒரு பின்னத்தின் பகுதி எண், தொகுதி எண்ணின் இரண்டு மடங்கைவிட 2 கூடியது. தொகுதி எண்ணை 4 ஆல் அதிகரித்து பகுதி எண்ணை 3 ஆல் பெருக்கினால், பின்னம் $\frac{1}{4}$ ஆகிறது. பின்னத்தைக் காண்க.

16. ஒரு பின்னத்தின் பகுதி எண், தொகுதி எண்ணின் இருமடங்கைவிட 1 கூடியது. தொகுதி எண்ணின் மும்மடங்குடன் 3 ஐக்கூட்டி, பகுதி எண்ணின் மும்மடங்கிலிருந்து 3 ஐக் கழிக்க, பின்னம் $\frac{4}{7}$ ஆகிறது. பின்னத்தைக் காண்க.

17. ஒரு யாத்திரிகர் கோஷ்டி, ஒரு விடுதியை அடைந்தது. ஒவ்வொருவருக்கும் ஒவ்வொரு படுக்கை அறையைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு a படுக்கை அறைகள் குறைய இருப்பதாக அறிந்தனர். அவர்கள் ஒரு அறையில் இவ்விரண்டு பேராகப் படுத்துக் கொண்டால், b காலியான அறைகள் இருக்கும் எனவும் அறிந்தனர். ஒரு அறையில் மும்மூன்று பேராகப் படுத்தால் எத்தனை அறைகள் காலியாக இருக்கும் என்பதைக் காண்க.

18. ஒரு அறையின் நீளம், அகலத்தைவிட 8 அடி கூடியது. நீளத்தை 2 அடியாற் குறைத்து, அகலத்தை 3 அடியாற் கூட்டினுல், பரப்பு 28 சதுர அடிகளாற் கூடுகிறது. அறையின் நீளத்தையும் அகலத்தையும் காண்க.

19. P என்னும் ஒரு இடத்திலிருந்து Q என்னும் இன்னோர் இடத்துக்குத் தூரம் $3\frac{1}{2}$ மைல்களாகும். A, B என்னும் இருவர் Qவைச் சேரும் நோக்கத்துடன் P இலிருந்து புறப்படுகின்றனர். முந்தியவன் வண்டி மூலம் மணிக்கு 6 மைல் வேகத்துடனும், பிந்தியவன் நடந்து மணிக்கு 3 மைல் வேகத்துடனும் செல்கின்றனர். A என்பவன் Q வில் 15 நிமிடங்கள் தாமதித்து, மீண்டும் வண்டி மூலம் Pக்குத் திரும்பி வருகிருன். அவன் எங்கே Bயைச் சந்திப்பான் என்பதைக் காண்க.

அத்தியாயம் 4

பொதுவுரை எண்கணிதம், சூத்திரங்கள், சூத்திரங்களின் எழுவாய் மாற்றம், எழுத்துச் சமன்பாடுகள் முதலியன

(இலகுவானவை).

பொதுவுரை எண் கணிதம் :

இப்பயிற்சிகளில், புதிய விதியொன்றும் உட்படுத்தப்படவில்லை. எண் கணித உத்திக் கணக்குகளில் உள்ள எண்களுக்குப் பதிலாக எழுத்துக்கள் உபயோகப்படுத்தப்பட்டுள்ளன. எண் கணித உத்திக் கணக்குகளைச் செய்யும் முறைகளைப் பின்பற்றியே, இவையுஞ் செய்யப்படுகின்றன. ஆனுல் விடைகள் பொதுவானவையாகும்.

பயிற்சி 4 (a)

(வாய்க்கணக்குகள்)

[விடைகளை மாத்திரம் எழுதுக. படிகள் வேண்டப்படா]

1. ஒரு பென்சிலின் விலை $5x$ சதம் ஆகும். x இடசின் பென்சில்களின் விலை எத்தனை ரூபாய்?

2. ரூபாவுக்கு $4a$ தோடம்பழங்கள் வீதம், b ரூபாவுக்கு எத்தனை தோடம்பழங்கள் வாங்கலாம்?

3. ஒரு கம்பியின் நீளம் $12x$ யார் ஆகும். ஒவ்வொன்றும் $2y$ அடி நீளமான எத்தனை துண்டுகளை அதிலிருந்து வெட்டலாம்?

4. ஒரு மோட்டார் வண்டி 1 மணித் தியாலத்தில் m மைல்களை ஓடுகிறது. அது n நிமிடங்களில் எத்தனை மைல் ஓடும்? அது k மைல்களை ஓட எத்தனை நிமிடங்கள் எடுக்கும்?

5. $5r$ ரூபா x சதம் எத்தனை சதம்?

6. s சதுர அடி t சதுர அங்குலத்தைச் சதுர அங்குலமாக்குக.

7. அந்தர்களாக மாற்றுக: (i) x தொன் q அந். (ii) c அந். d குவா

8. யாரிற் கூறுக (i) x அடி y அங். (ii) $2x$ அடி $3x$ அங்.

9. ஒரு அறையின் நீளம் x யார் y அடி ஆகும். அதன் அகலம் y யாராகும். அதன் பரப்பு எத்தனை சதுர அடியாகும்?

10. x, y என்னும் இலக்கங்களைக் கொண்டு இரு எண்களை ஆக்குக

11 w முட்டைகளை, ஒன்று x சதவீதம் வாங்கி முழுவதையும் s ரூபாவிற்கு விற்ருல், இலாபம் எத்தனை ரூபாய்?

12. ஒரு பையன் துவிச் சக்கர வண்டி மூலம் a மைல்களை b மணித்தியாலயங்களில் பிரயாணஞ் செய்கிருன் அவன் 12 நிமிடங்களில் செல்லும் தூரம் என்ன?

13. ஒரு பையன் 1 நிமிடத்தில் n சொற்களை எழுதுவானுனல், $30m$ சொற்களை அவன் எழுத எடுக்கும் நேரம் எத்தனை மணி?

14. ஒரு தொட்டியை நிரப்புவதற்கு ஒரு குழாய் m நிமிடங்களையும் இன்னொரு குழாய் அதை வெறுமையாக்க n நிமிடங்களையும் எடுக்கின்றன. இரு குழாய்களையும் ஒரே நேரத்தில் திறந்துவிட்டால், தொட்டி எத்தனை நிமிடங்களில் நிரம்பும்? $m=20$ ஆனுல், $n=30$ ஆனுல் விடையைக் காண்க.

15. A யின் வயது m வருடங்கள் ஆகும். b மூன்று வருடங்கள் இளையவன். 5 வருடங்களின் பின்னர், அவர்களின் வயதுகளின் கூட்டுத்தொகை என்னவாயிருக்கும்?

16. நான் 10 ரூபாவிற்கு p இடசின் பென்சில்களை வாங்குகிறேன். ஒவ்வொரு பென்சிலினது விலையும் எத்தனை சதமாகும்?

17. $3(d+f)$ அடி நீளமான ஒரு கம்பு ஒரு குளத்தினுள் நிலைக்குத்தாக நாட்டப்பட்டுள்ளது. d அடி சேற்றிலும் $2f$ அடி நீரினுள்ளும் மறைந்திருந்தால், நீருக்கு வெளியே உள்ள பாகத்தின் நீளம் என்ன?

பயிற்சி 4 (b)

1. (i) 40 இன் $y\%$ எவ்வளவு? (ii) $9x$ இன் $y\%$ எவ்வளவு?

2. p அந்தர் தேயிலையிலிருந்து ஒவ்வொன்றும் $2y$ இரு. நிறையுள்ள $5x$ கட்டுகள் எடுக்கப்பட்ட பின் மீந்திருப்பது எத்தனை இருத்தல்?

3. $a, b, c,$ என்ற ஒழுங்கின்படி, இவற்றை இலக்கங்களாய் உடைய எண்ணை எழுதுக. இலக்கங்களை முன் பின்னாக மாற்றுவதினால் கிடைக்கப்பெறும் எண் என்ன?

4. ஒரு மனிதன் x ஸ்கோர் தோடம்பழங்களை இடசின் y ரூபாவாக வாங்குகிறான். z தோடம்பழங்களின் விலையை சதத்திற் காண்க.

5. எண்ணின் $x\%$ a ஆகும். எண்ணைக் காண்க.

6. ஒரு மாதத்திற்கு 1 ரூபாவிற்கு a சதம் வட்டியானால் x ரூபாவிற்கு 2 வருட வட்டியைக் காண்க.

7. P ரூபாவிற்கு வருடத்திற்கு $r\%$ ஆக 2 வருட தனிவட்டியைக் காண்க.

8. ஒரு பொருள் ரூ. C ஆக வாங்கப்பட்டு ரூ. S ஆக விற்கப்பட்டது. இலாப நூற்று வீதம் என்ன?

9. a ரூபாவாக வாங்கப்பட்ட ஒரு பொருள் b ரூபாவாக விற்கப்பட்டது. இலாபம் c சதமாயின், a, b, c என்பவற்றுக்கிடையே உள்ள ஒரு தொடர்பைக் காண்க.

10. ஒருகலவன் பாடசாலையில் x பிள்ளைகள் உளர். அவர்களில் $y\%$ ஆனோர் பெண் பிள்ளைகளாவர். அப் பாடசாலையில் எத்தனை பையன்கள் உளர்? $x=30$ ஆனால் $y=40$ ஆனால் விடையைக் காண்க.

11. c ரூபாவாக வாங்கப்பட்ட ஒரு பொருள் $d\%$ நயத்திற்கு விற்கப்பட்டது. விற்ற விலை என்ன?

12. x ரூபாவாக வாங்கப்பட்ட ஒரு பொருள் $y\%$ நட்டத்திற்கு விற்கப்பட்டது. விற்றவிலையைக் காண்க.

13. ஒரு பொருளை x ரூபாவிற்கு விற்று $p\%$ நட்டம் அடைந்தால், கொள் விலை என்ன?

14. ஒரு வியாபாரி n தோடம்பழங்கள் கொண்ட ஒரு பெட்டியை x ரூபாவிற்கு வாங்கினான். விற்பனைக்கு r பழங்கள் உதவா எனக் கண்ட அவன், மிகுதியை ஒன்று c சதவீதம் விற்றான். வியாபாரி அடைந்த இலாப நூற்று வீதத்தைக் குறிக்கும் ஒரு கோவையைப் பெறுக.

15. ஒரு வியாபாரி 1 அந்தர் சீனியை x ரூபாவாக வாங்கி. இருத்தல் x சதமாக விற்றான். அவனது நய நூற்று வீதத்தைக் காண்க.

16. ஒரு வியாபாரி சீனியை அந்தர் a ரூபாவாக வாங்கி, இருத்தல் b சதமாக விற்றான். அவ்விதம் விற்றதினால் $p\%$ நயம் அடைந்தான். p யை a, b என்பவற்றிற் காண்க.

17. ஒரு மோட்டார் வண்டி ஒரு கிழமைக்கு m மைல்களை a மைலுக்கு g கலன் பெற்றோலை உபயோகித்து ஓட்டப்படுகிறது. பெற்றோலின் விலை கலனுக்கு x ரூபாவாகும். பெற்றோலின் கிழமைச் செலவைக் குறிக்கும் ஒரு கோவையைக் காண்க.

18. ஒருவன் $2x+3$ பழங்களை ஒன்று y சதவீதம் வாங்கினான். அதில் $x+4$ பழங்களை ஒன்று $2y$ சதமாயும் மிகுதியை ஒன்று y சதமாயும் விற்றால் இலாபமென்ன?

19. ஒருவன் $3a$ இருத்தல் கோப்பியை இருத்தல் b ரூபா வீதமாகவும், $(2a+b)$ இராத்தல் சீனியை $(a-2b)$ ரூபா வீதமாகவும் வாங்க எவ்வளவு பணம் தேவை? அவன் இவற்றை வாங்குவதற்கு 10 ரூபா நோட்டைக் கொடுத்தால் மிச்சமாக எவ்வளவு பெறுவான்?

20. ஒரு வியாபாரி இருத்தல் x ரூபா விலையுள்ள m இருத்தல் கோப்பியையும் இருத்தல் y ரூபா விலையுள்ள n இருத்தல் குறைந்த இனக் கோப்பியையும் கலந்தால், கலவையில் ஒரு இருத்தல் என்ன விலையாகும்?

21. ஒரு புகையிரதம் மணிக்கு p மைல்கள் வீதம் r மணித்தியாலங்களுக்கும், பின் 4 மணித்தியாலங்களுக்கு q மைல் மணி வேகத்துடனும் ஓடுகிறது. திரும்பி வரும்பொழுது முழுத் தூரத்தையும் v மைல் மணி வேகத்துடன் ஓடுகிறது. திரும்பி வர அது எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

22. ஒருவன் ஒரு வருடத்தின் முதல் மூன்று மாதங்களில் மாதம் ரூ. a செலவு செய்கிறான். அடுத்த நான்கு மாதங்களில் மாதம் ஒன்றிற்கு ரூ. b செலவு செய்கிறான். மிகுதி மாதங்களுக்கு மாதம் ஒன்றிற்கு c ரூபா வீதம் செலவு செய்கிறான். அவன் அவ்வருடத்தில் ஒவ்வொரு மாதமும் சராசரி எவ்வளவு ரூபாய் செலவு செய்தான் ? அவனுக்கு ரூ. x மாத வரும்படியானால் அவ்வருடத்தில் அவன் சேமித்த ரூபாய் எவ்வளவு ?

23. x மனிதர் ஒரு வேலையை y நாட்களிற் செய்யக்கூடுமாயின் z நாட்களில் அதை எத்தனை மனிதர் செய்து முடிப்பர் ?

24. $2a$ அங். பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு சதுரத் திண்ம வடிவமான மூடியுள்ள பெட்டியின் (i) கனவளவையும் (ii) மொத்த மேற்பரப்பையும் காண்க.

25. கரி, கெந்தகம், நைற்றர் என்பன முறையே $p : q : r$ என்ற விகிதப்படி கலந்து வெடி மருந்து செய்யப்படுகிறது. x இறாத்தல் வெடி மருந்தில் எத்தனை அவு. கெந்தகம் உள்ளது ?

26. A, B என்பவர்கள் முறையே ரூ. x, ரூ. y முதலிட்டு ஒரு வியாபாரத்தை ஆரம்பிக்கின்றனர். வருட முடிவிற் கிடைத்த நயம் z ரூபாவானால், ஒவ்வொருவர் பெற்ற இலாபத்தைக் காண்க.

27. ஒரு அறையின் நீளம் x யார், அகலம் y யார். சுற்றி வர 2 அடி அகலமான இடைவெளி விட்டு அதன் மத்தியில் ஒரு கம்பளம் விரிக்கப்பட்டுள்ளது

(i) கம்பளத்தின் பரப்பைச் சதுர அடியிற் காண்க.

(ii) இடைவெளிக்கு மை பூசச் சதுர அடிக்கு 10 சதவீதமாகச் செலவென்ன ?

28. ஒரு சுவரின் நீளம் $(a + 2b)$ அடியும், உயரம் $(a - b)$ அடியும் ஆகும். $(a - 2b)$ அடி உயரமும் $\frac{a}{4}$ அடி அகலமுங் கொண்ட ஒரு கதவும், $\frac{a}{2}$ அடி நீளமும் $\frac{3b}{2}$ அடி அகலமுங் கொண்ட 2 ஜன்னல்களும் நீங்கலாக சுவரின் மிகுதிப் பாகத்திற்கு வெள்ளை அடிக்க (i) வேண்டிய பகுதியின் பரப்பையும் (ii) 10 அடி சதுரத்திற்கு x ரூபா வீதம் செலவையும் காண்க.

29. 100 மைல் பிரயாணத்தில் ஒரு பகுதியை v மைல் மணி வேகத்துடன் நடந்தும் மிகுதியை $8v$ மைல் மணி வேகத்துடன் மோட்டார் வண்டி மூலமும் முடித்தேன். நடந்த தூரத்திற்கும், மோட்டார் வண்டியிற் சென்ற தூரத்திற்கும் உள்ள விகிதம் $3 : 2$ ஆனால், முழுப் பிரயாண நேரத்தையும் காண்க.

முழுப் பிரயாண நேரம் 26 மணி எனின் மோட்டார் வண்டியின் மணி வேகம் என்ன ?

30. உருளை வடிவமான மூடியில்லாத ஒரு தொட்டியின் உள் ஆரை a அடியும் உள் உயரம் b அடியும் ஆகும்.

(i) தொட்டியின் உட்புறத்திற்கு மை பூச சதுர அடிக்கு c சத வீதம் எத்தனை ரூபாய் செலவாகும் என்பதையும்,

(ii) w கன அடி நீரின் நிறை x இறாத்தல்களாயின், தொட்டி கொள்ளத்தக்க நீரின் நிறையை அந்தரிலும் காண்க.

31. ஒரு வியாபாரி x தோடம்பழங்களை நூறு y ரூபா வீதம் வாங்குகின்றான். அத்தோடம்பழங்களுள் p யை நூற்றுக்கு z ரூபா நட்டத்திலும், மீதியை நூற்றுக்கு $2z$ ரூபா இலாபத்திலும் விற்கிறான். அவனுடைய மொத்த இலாபத்தையும் முதலீட்டில் நூற்று வீத இலாபத்தையும் காண்க. (டிச. 60.)

32. ஒரு நீள் சதுரத்தின் பெரிய பக்கம் a அடியும் சிறிய பக்கம் b அடியுமாகும். பெரிய பக்கம் $c\%$ குறைக்கப்பட்டுச் சிறிய பக்கம் $c\%$ கூட்டப்பட்டால் புதிய பரப்பையும், பரப்பு எவ்வளவு நூற்று வீதம் குறைந்ததென்பதையுங் காண்க. $c = 3$ ஆனால் இந் நூற்று வீதக் குறைவின் பெறுமானம் யாது? (ஆக. 61.)

33. ஒரு மனிதன் ஒரு வாரத்தில் x பேனைக்களை ஒன்று y ரூபா வீதம் விற்கிறான், அவன் ஒரு பேனையின் விலையை 5% வீதம் குறைத்தபடியால், அடுத்த வாரத்தில் அவனுடைய பேனை வியாபாரம் 5% வீதத்தால் அதிகரித்தது. விற்பனையிலிருந்து அவன் பெறும் பணம் கூடியதா அல்லது குறைந்ததா? அக்கூடுதலை அல்லது குறைதலை நூற்று வீதத்திற் காண்க? (டிச. 62.)

34. ஒரு நீள்சதுர அறை $3l$ அடி நீளமும் $2l$ அடி அகலமுமாகும். அதன் நீளம் $2x$ சத வீதத்தாலும், அதன் அகலம் $3x$ சத வீதத்தாலும் அதிகரிக்கப்பட்டால் அதன் சுற்றளவு எவ்வளவு சத வீதத்

தால் அதிகரிக்கப்படுகின்றது எனக் காண்க. அறைப் பரப்பின் அதிகரிப்பையும் காண்க.

(ஆக 62.)

35. ஒரு நீள் சதுர அறையின் நீளம் a யாரும், அகலம் b யார் c அடியாகும். அதன் பரப்பை சதுர யாரில் தருக. ஒரு சதுர அடிக்கு தளவோடு பதிக்க p சதம் செலவானால் முழுச் செலவையும் ரூபாவில் காண்க. (விடையைச் சுருக்கித் தருக.)

(டிச. 62.)

36. ஒரு விசுக்கோத்துப் பெட்டியினது நிறை x இருத்தலாகும். வெற்றுப் பெட்டியினதும் சுற்றப்பட்ட கடுதாசிகளினதும் நிறை $3z$ அவுன்சுகள் ஆயின் இத்தகைய 12 விசுக்கோத்துப் பெட்டிகளில் இருக்கும் விசுக்கோத்தின் நிறையை இருத்தலிற் காண்க. விசுக்கோத்தை உற்பத்தி செய்ய ஒரு அவுன்சுக்கு c சதம் செலவாயின் இப் பன்னிரண்டு பெட்டிகளிலும் இருக்கும் விசுக்கோத்தை உற்பத்தி செய்வதற்குரிய முழுச் செலவை ரூபாக்களிற் தருக.

(ஆக. 63.)

37. ஒரு மனிதனது சுவடு x அடி $12y$ அங் ஆகும்.

(i) அவன் ஒரு நிமிடத்துக்கு p கவடுகள் எடுத்தால் அவனது கதி மணித்தியாலத்துக்கு எத்தனை மைல்களாகும்?

(ii) x மைல் $8y$ பேர்லாங் தூரம் செல்ல அவன் எத்தனை கவடுகள் வைப்பான்? (உமது விடைகளைச் சுருக்குக.)

(டிச. 63.)

38. ஓர் அறை $2c$ அடி நீளமும் $2a$ அடி அகலமும் ஆனது. இவ்வறைக்குள், சுற்றிவர $3x$ அங். அகலமுடைய ஒரு கரை இருக்கத்தக்கதாக விரிப்பதற்குத் தேவையான கம்பளத்தின் பரப்பைச் சதுர அடியிற் (குறுகிய உருவிற்) காண்க. ஒரு சதுர அடிக் கம்பளத்தின் விலை $4p$. சதமாயின் கம்பளத்தின் விலையை ரூபாவிற் காண்க.

(ஆகஸ்ட் 64.)

வாய்பாடுகள் அமைத்தலும், எழுவாய் மாற்றமும் —

ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பானது அதன் நீளத்தையும் அகலத்தையும் சார்ந்துள்ளது. ஆகவே, பரப்பானது நீளம், அகலம் என்பவற்றின் சார்பு (Function) ஆகும். அதேபோல் ஒரு செவ்வகத் திண்மத்தின் கனவளவு அதன் நீளம், அகலம், உயரம் ஆகியவற்றைச் சார்ந்துள்ளது. ஆகவே, கனவளவானது நீளம், அகலம், உயரம் ஆகியவற்றின் சார்பாகும். ஒரு வட்டத்தின் பரப்பு அதன் ஆரையின் சார்பு. வட்டியானது முதல், காலம், வட்டிவீதம் ஆகியவற்றின் சார்பாகும்.

ஒரு மாறியின் (Variable) விலையை, ஒன்று அல்லது பல மாறிகளின் சார்பு ஆகத்தருதலே வாய்பாடு அல்லது சூத்திரம் எனப்படும்.

ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம், பரப்பு முறையே l, b, A ஆயின் $A = lb$ என்பது ஒரு வாய்பாடாகும். A யின் விலை l, b யைச் சார்ந்துள்ளது. 'A' என்பது வாய்பாட்டின் எழுவாய் எனப்படும். ஆகவே, எண் கணித விதிகளை அட்சர கணிதக் குறியீடுகள் மூலம் விளக்கும் ஒரு சமன்பாடே வாய்பாடாகும்.

விற்ற விலையானது கொள்விலை, இலாபம் என்பவற்றின் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமன் எனும் விதியை விளக்கும் வாய்பாடு $S = c + p$ என்பதாகும்.

வாய்பாடுகளின் உபயோகம் அத்தியாவசியமானதாகும். பின்வரும் வாய்பாட்டை ஆராய்வோம் :

ஆரையம், h உயரமுமுள்ள ஓர் உருளையின் கனவளவு $V = \pi r^2 h$.

மேற்படி வாய்பாட்டை உபயோகித்து 14 அங்குல ஆரையும் 20 அங்குல உயரமுமுள்ள ஓர் உருளையின் கனவளவைக் காண்போம்.

$V = \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 20$ க. அங். $= 12,320$ க. அங். ($\pi = \frac{22}{7}$),

ஒரு வாய்பாட்டின் எழுவாயின் விலையைக் காணவேண்டிய விடத்துக் குறியீடுகளின் தரப்பட்ட விலைகளைப் பிரதியீடு செய்து சுருக்கியுள்ளோம். தெரியாவுறுப்புத் (Unknown term) தனியாக இல்லாதவிடத்து அதன் விலையைக்காண இரு முறைகள் உள.

முறை I. முதலாவதாகப் பிரதியீடு செய்து, பின்னர் வாய்பாட்டை நிலை மாற்றஞ் செய்து விலையைக் காணல்.

முறை II. வாய்பாட்டை முதலில் நிலைமாற்றஞ் செய்து தெரியாவுறுப்பைத் தனியாக்கி, பின்னர் பிரதியீடு செய்து விலையைக் காணல்.

உ-ம். $A = lb$ எனும் வாய்பாட்டில் $A = 240$, $l = 20$ ஆயின் bயின் விலையைக் காண்க.

$$A = lb$$

முறை I.

பிரதியீடு செய்தல்	$240 = 20b$
நிலைமாற்றம் செய்தல்	$20b = 240$
	$\therefore b = 12$

$$A = lb$$

முறை II- நிலைமாற்றஞ் செய்தல் $b = \frac{A}{l}$

பிரதியீடு செய்தல் $b = \frac{240}{20}$

$\therefore b = 12$

பயிற்சி 4 (c)

1. $D = RT$ எனும் வாய்பாட்டில் $R = 8$. $T = 5$ ஆயின் D யின் விலையைக் காண்க.

2. $s = ut + \frac{1}{2} ft^2$ எனும் வாய்பாட்டில் $u = 10$, $f = 6$, $t = 4$ ஆயின் S ஐக் காண்க.

3. விற்ற விலை S. கொள் விலை C, நயம் g எனக் கொண்டு C யை S, g யிற் காண்க.

4. ஒரு செவ்வகத் திண்மத்தின் கன அளவு V. நீள அகல உயரம் முறையே, l, b, h ஆயின் V க்கு l, b, h இல் வாய்பாடமைக்குக.

5. $A = 2h\ (l + b)$ எனும் வாய்பாட்டில் (i) $h = 8$, $l = 24$, $b = 16$ ஆயின் A யைக் காண்க. (ii) $A = 420$. $h = 6$, $l = 20$ ஆயின் b யைக் காண்க.

6. $\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$ இவ்வாய்பாட்டில் (i) $v = -30$, $u = 15$, ஆயின் f ஐக் காண்க. (ii) $v = 20$, $f = 60$ ஆயின் u ஐக் காண்க.

7. $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ இவ்வாய்பாட்டில் $R = 1{\cdot}2$, $R_2 = 3$ ஆயின் R_1 ஐக் காண்க.

8. $S = \frac{n(n+1)\ (2n+1)}{6}$ எனும் வாய்பாட்டில் $n = 11$ ஆயின் S ஐக் காண்க.

9. $l = \sqrt{h^2 + r^2}$ எனும் வாய்பாட்டில் (i) $h = 24$, $r = 7$ ஆயின் l ஐக் காண்க. (ii) $l = 13$, $r = 5$ ஆயின் h ஐக் காண்க.

10. $S = \frac{n}{2}\ (2a + \overline{n-1}.d)$ எனும் வாய்பாட்டில் (i) $a = 10$, $d = -2$, $n = 12$ ஆயின் S இன் விலையைக் காண்க.
 (ii) $S = 195$, $n = 10$, $d = 3$ ஆயின் a ஐக் காண்க.

11. 1 தொடக்கம் n வரையுமுள்ள எண்களின் கூட்டுத் தொகையைப் பின்வரும் வாய்பாடு குறிக்கிறது. $S = \frac{1}{2}n\ (n+1)$.
 (i) 1 முதல் 30 வரையுமுள்ள எண்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.
 (ii) 31 முதல் 50 வரையுமுள்ள எண்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க. (இரு எண்களும் உட்பட)

12. அடுத்துள்ள n ஒற்றை எண்களின் கூட்டுத் தொகை n^2 ஆகும். 23 இலிருந்து 49 வரையுள்ள (இரு எண்களும் உட்பட) எல்லா ஒற்றை எண்களினது கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

ஒரு வாய்பாட்டின் உருமாற்றம் அல்லது எழுவாய் மாற்றம்

ஒரு கூம்பின் கனவளவைக் குறிக்கும் வாய்பாடு $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ஆகும். உயரத்தை ஏனைய அளவைகளில் காணவேண்டிய அவசியம் ஏற்படின் $h = \frac{3V}{\pi r^2}$ என உருவத்தை மாற்றி எழுதுகிறோம். அதாவது வாய்பாட்டை உருவமாற்றம் செய்துள்ளோம்.

தற்போது வாய்பாட்டின் எழுவாய் h ஆகும். ஒரு வாய்பாட்டின் உருவமாற்றம் என்பது அதன் எழுவாயை மாற்றுதலாம். உதாரணமாக: $N = 5D$ எனும் வாய்பாட்டில் D ஐ எழுவாயாக மாற்றினால், $D = \frac{N}{5}$ ஆகும்.

ஒரு வாய்பாட்டின் உருவத்தை மாற்றும் பொழுது பின்வரும் விதிகளை உபயோகித்தல் இலகுவான முறையாகும்.

1. பெருக்கல் குறியீட்டை நீக்க இருபக்கங்களையும் பிரித்தல் வேண்டும்.

 $N = 6{\cdot}3n$ எனும் வாய்பாடு $\frac{N}{6{\cdot}3} = n$ ஆகும்.

2. பிரித்தலை நீக்கப் பிரிக்கும் எண்ணால் பெருக்கவேண்டும்.

 $K = \frac{L}{3}$ எனும் வாய்பாடு $3K = L$ ஆகிறது.

3. கூட்டலை நீக்கக் கழிக்க வேண்டும்.

 $A = P + T$ எனும் வாய்பாடு $A - P = T$ ஆகிறது.

4. கழித்தலை நீக்கக் கூட்டல் வேண்டும்.

 $g = S - P$ எனும் வாய்பாடு $g + P = S$ ஆகிறது.

உ-ம். 1. $f = \frac{\pi dh^3}{12}$ எனும் வாய்பாட்டில்

(1) d ஐ எழுவாயாக மாற்றுக.

(2) h ஐ எழுவாயாக மாற்றுக.

(1) $f = \frac{\pi dh^3}{12}$

இடமாற்றம் செய்க.

$$\frac{\pi dh^3}{12} = f$$

ஒவ்வொரு பக்கத்தையும் 12ஆல் பெருக்குக.

$$\pi dh^3 = 12f$$

ஒவ்வொரு பக்கத்தையும் πh^3 ஆல் வகுக்குக.

$$d = \frac{12f}{\pi h^3}$$

(2) $\pi d h^3 = 12f$

ஒவ்வொரு பக்கத்தையும் πd ஆல் வகுக்குக.

$$h^3 = \frac{12f}{\pi d}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{12f}{\pi d}}$$

உ-ம். 2. $s = \frac{n}{2}(a + l)$ எனும் வாய்பாட்டில் aஐ எழுவாயாக மாற்றுக.

இடமாற்றம் செய்து a உள்ள கோவையை இடது பக்கம் கொணர்க.

$$\frac{n}{2}(a + l) = s$$

2 ஆல் பெருக்குக: $n(a + l) = 2s$

n ஆல் வகுக்குக: $a + l = \frac{2s}{n}$

l ஐக் கழிக்குக: $a = \frac{2s}{n} - l$

பயிற்சி 4 (d)

பின்வரும் வாய்பாடுகளில் எதிரே அடைப்புகளில் தரப்பட்ட அட்சரங்களை, அவ்வாய்பாட்டின் எழுவாயாக மாற்றுக.

1. $v = lbh$ (b) 2. $x = \frac{y}{z}$ (y)

3. $2x + b = c$ (x) 4. $I = \frac{PRN}{100}$ (R)

5. $\frac{l}{2} = \frac{v}{bh}$ (h) ✓6. $A = 2h(l + b)$ (l)

7. $v = u + ft$ எனும் வாய்பாட்டின் எழுவாயாகிய v யை f ஆக மாற்றுக.

8. $ax + by = c$ எனும் வாய்பாட்டில் yஐ ஏனையவற்றிற் காண்க.

9. ஓர் உருளைத் திண்மத்தின் கனவளவு வாய்பாடு: $V = \pi r^2 h$. இதில் r என்பது அடியின் ஆரை, h உயரமாகும். rஐ மற்றைய எழுத்துக்களிற் தருக. $V = 352$, $h = 7$, $\pi = \frac{22}{7}$ ஆயின் rஇன் விலையைக் காண்க.

10. $F = \frac{9}{5}C + 32$ ஆயின் Cஐ Fஇன் சார்பிற் தருக.

11. $l = a + (n - 1)d$ எனும் வாய்பாட்டில் nஐ எழுவாயாக்கி உருவ மாற்றுக.

✓12. $\frac{N - n}{N + n} = s$ ஆயின் nஐ N, sஇல் காண்க.

13. $v = 12t$, $s = 6t^2$ எனக் கொண்டு sஐ v, tயின் சார்பிற் காண்க. $s = 294$ ஆயின் vயின் விலையைக் காண்க.

14. $H = v\frac{(\pi - t^2)}{550}$ இவ்வாய்பாட்டில் vஐ எழுவாயாக மாற்றுக.

15. $\frac{1}{v} = \frac{1}{f} - \frac{1}{u}$ இவ்வாய்பாட்டில் uஐ f, v இல் காண்க.

16. $A = \frac{1}{2}h(l + b)$ ஆயின் (i)h, (ii)bஐ எழுவாயாக மாற்றுக.

✓17. $p = \frac{m(v - u)}{t}$ ஆயின் (i) t (ii) vஐ ஏனைய எழுத்துக்களில் காண்க.

✓18. $3h = p\left(\frac{x}{2} - y\right)$ என்ற வாய்பாட்டின் எழுவாயை xஆக மாற்றுக.

✓19. $v^2 = u^2 + 2gs$ என்ற வாய்பாட்டில் sஐ u, v, g, என்ற உறுப்புக்களிற் காண்க.

20. $y = a(x - 2)(x + 3)$ என்பதில், $x = -1$ ஆயிருக்கும் போது, $y = -12$ ஆயின், $x = 3$ ஆயிருக்கும் போது yஇனது பெறுமதியைக் காண்க. (ஆக. 64)

எழுத்துச் சமன்பாடுகள் (Literal Equations)

சில சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வுகாணும்போது, தெரியாவுறுப்பின் பெறுமானத்தை அச்சமன்பாட்டிலுள்ள வேறு எழுத்துக்களில் காண்கிறோம். அவ்வித சமன்பாடுகள் எழுத்துச் சமன்பாடுகள் எனப்படும். இவ்வகைச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் முறையானது வாய்பாடுகளின் எழுவாய் மாற்றுமுறையைப் போன்றதாகும்.

உ-ம். தீர்த்து n இன் விலே காண்க ;

$p(n-2) = 5n-(p+q)$

அடைப்புகளை நீக்குக.

$pn-2p = 5n-p-q$

n இடப்பக்கத்துக்கு வர இடமாற்றஞ் செய்க.

$pn-5n = 2p-p-q$

$pn-5n = p-q$

$n(p-5) = p-q.$

$n = \frac{p-q}{p-5}$

பயிற்சி 4 (e)

பின்வரும் சமன்பாடுகளை x க்கு ஆகத் தீர்க்க.

1. $2x-3c = 0$
2. $a(x-b) = c$
3. $cx + d = 4c-d$
4. $\frac{px}{2} - 5 = \frac{q}{3} - 7$
5. $\frac{x}{y} + \frac{x}{2} = 2 - x$
6. $m(x-p) = n(x-q)$
7. $ax+2b^2 = bx + 2a^2$ ஆனல், xஐ a, b என்பவற்றில் சுருக்க ரூபத்திற் காண்க.
8. $\frac{x+1}{x-1} = \frac{m}{n}$ ஆயின் x இன் விலேயை m, n இல் காண்க.
9. $2b(2b-x) = a(a-x)$ என்னும் சமன்பாட்டிலிருந்து x ஐப் பெறுக.
10. $y = \frac{2x-1}{x+4}$ என்பதில் x இதற்குத் தீர்க்க.
11. $y = \frac{ax-3}{2x-a}$ என்பதில் a இதற்குத் தீர்க்க.

அத்தியாயம் 5

பிரதான சூத்திரங்கள் அல்லது வாய்பாடுகள்

குறியீடுகளிற் கூறப்படும் ஒரு பொதுவான பெறுபேறு ஒரு சூத்திரம் அல்லது வாய்பாடு எனப்படும். அக்கூற்றுனது, அதிலுள்ள குறியீடுகளின் குறித்த எப்பெறுமானங்களுக்கும் உண்மையாக இருக்கும். அட்சரகணிதச் செய்கைகளை இலகுவாகவும் விரைவாகவும் முடிப்பதற்கு மாணவர்க்குச் சூத்திரங்களைப் பற்றிய அறிவு மிகவும் உதவியாக இருக்கும். பிரதானமான சூத்திரங்களும் சில கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

சூத்திரம் I. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a(a+b) + b(a+b)$

$= a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$

மேலே காட்டிய சூத்திரத்தை, சொற்களிலும் கூறலாம். இருகணியங்களின் கூட்டுத்தொகையின் வர்க்கம், அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை சக அவற்றின் பெருக்கத்தின் இருமடங்குக்குச் சமமாகும்.

உதாரணம் 1 : $x + 2y$ இன் வர்க்கத்தைக் காண்க.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$

∴ $(x+2y)^2 = x$இன் வர்க்கம் $+ x, 2y$ என்பவற்றின் பெருக்கத்தின் இருமடங்கு $+ 2y$ இன் வர்க்கம்

$= x^2 + 2x \times 2y + (2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2.$

உதாரணம் 2 : 108^2 இன் பெறுமானங் காண்க.

108 ஐ வசதியான இரு எண்களின் கூட்டுத் தொகையாகக் கூறுக. $108 = 100 + 8$

∴ $108^2 = (100+8)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 8 + 8^2$

$= 10{,}000 + 1{,}600 + 64 = 11{,}664.$

பயிற்சி 5

வர்க்கங்களைக் காண்க.

(1) $2x+3$ (2) $3x+2y$ (3) $xy+z$

(4) $al+bm$ (5) x^2+2 (6) x^2+a^2

(7) $x^2+\frac{1}{2}$ (8) $x+\frac{1}{x}$ (9) $a^2+\frac{1}{a^2}$

(10) $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}$ (11) $\frac{2}{3}x+\frac{3}{2}x$ (12) $\frac{5}{6}x+\frac{4}{5}y.$

பெறுமானங் காண்க.

(13) $(106)^2$ (14) $(78)^2$ (15) $(80{\cdot}3)^2$

சுருக்குக.

(16) $(x+a)^2-(x^2+a^2)$ (17) $(3x+4)^2-(2x+7)^2$

(18) $(2a+b)^2-(a+2b)^2$

சூத்திரம் II. $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a(a-b) - b(a-b)$

$= a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

சொற்களில் ; இரு கணியங்களின் வித்தியாசத்தின் வர்க்கம், அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை சய அவற்றின் பெருக்கத்தின் இரு மடங்குக்குச் சமமாகும்.

உதாரணம் 1 : $2a-3b$ இன் வர்க்கத்தைக் காண்க.

$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

$\therefore (2a-3b)^2 = 2a$ இன் வர்க்கம், $-2a$ இனதும் $3b$ இனதும் பெருக்கத்தின் இரு மடங்கு $+ 3b$ இன் வர்க்கம்

$= (2a)^2 + 2(2a)(-3b)+(-3b)^2$

$= 4a^2-12ab+9b^2$

உதாரணம் 2 : 88^2 இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

88ஐ வசதியான இரு எண்களின் வித்தியாசமாக கூறுக.

$88 = (90-2)$.

அவற்றின் வித்தியாசத்தின் வர்க்கத்தைக் காண்க.

$\therefore 88^2 = (90-2)^2 = 90^2 - 2.90.2 + 2^2$

$= 8,100-360+4 = 7,744$

பயிற்சி 5 (a)

வர்க்கத்தை எழுதுக :—

(1) $3y-2$ (2) $2x-y$ (3) $xy-z$

(4) $ax-by$ (5) $3x-4y$ (6) x^2-2

(7) $x^2-\frac{1}{2}$ (8) $\frac{x}{2}-\frac{y}{x}$ (9) $x-\frac{1}{x}$

(10) x^2-y^2 (11) $x^2-\frac{1}{x^2}$ (12) $\frac{3}{4}x-\frac{2}{3}y$

(13) $4p^2+9$ எனும் கோவையை நிறைவர்க்கமாக்குவதற்கு அத்துடன் கூட்டப்படவேண்டிய p உறுப்பு யாதெனக் காண்க. (62 டிச.)

(14) $(48{\cdot}9)^2$ (15) $(99)^2$ (16) $(115)^2$

சுருக்குக :

(17) $(x+y)^2+(x-y)^2$ (18) $(x+y)^2-(x-y)^2$

(19) $(2x+3)^2-(x-5)^2$ (20) $(3x+2y)^2-(2x-3y)^2$

பெறுமானங் காண்க :

(21) $x+y=7$ ஆனால் $xy=12$ ஆனால் x^2+y^2 இன்.

(22) $x+y=9$ ஆனால் $xy=20$ ஆனால் x^2+y^2 இனதும் x^4+y^4 இனதும்.

சூத்திரம் III. $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

$(a+b)(a-b) = a(a-b)+b(a-b)$

$= a^2-ab+ab-b^2$

$= a^2-b^2$

சொற்களிற் கூறினால் :— இரு கணியங்களின் கூட்டுத்தொகையினதும் வித்தியாசத்தினதும் பெருக்கம், அவற்றின் வர்க்கங்களின் வித்தியாசத்துக்குச் சமமாகும்.

உதாரணம் 1 : விரித்தெழுதுக $(x+5)(x-5)$

$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

$\therefore (x+5)(x-5) = x$ இன் வர்க்கம் $- 5$ இன் வர்க்கம்

$= x^2-5^2 = x^2-25$

உதாரணம் 2 : $(2x+y)$ஐ $(2x-y)$ ஆற் பெருக்குக.

$(2x+y)(2x-y) = (2x)^2-(y)^2 = 4x^2-y^2$

உதாரணம் 3 : 122×98 இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(பெரிய எண்ணை, இரு எண்களின் கூட்டுத் தொகையாகவும் சிறியதை அதே இரு எண்களின் வித்தியாசமாகவும் கூறுக. இங்கே எண்கள் 110 உம் 12 உம் ஆகும்.)

$122 \times 98 = (110+12)(110-12) = 110^2-12^2$

$= 12,100 - 144$

$= 11,956.$

உதாரணம் 4 : $(a+2b)(a-2b)(a^2+4b^2)$ என்பதன் தொடர் பெருக்கத்தைக் காண்க.

$(a+2b)(a-2b) = a^2-(2b)^2 = a^2-4b^2$

$\therefore (a+2b)(a-2b)(a^2+4b^2) = (a^2-4b^2)(a^2+4b^2)$

$= (a^2)^2-(4b^2)^2 = a^4-16b^4$

உதாரணம் 5 : பெருக்குக. $(x+y+z)(x+y-z)$

(இவ்வுதாரணத்தில் $x+y$ ஐ ஒரு கணியமாகவும் zஐ மற்றக் கணியமாகவும் கொள்க. அப்பொழுது $(x+y)$, z என்பனவற்றின் கூட்டுத் தொகையையும் வித்தியாசத்தையும் நாம் பெறுகிறோம்.)

$\therefore (x+y+z)(x+y-z) = [(x+y)+z][(x+y)-z]$

$(x+y)^2-z^2 = x^2+2xy+y^2-z^2$

பயிற்சி 5 (b)

பெருக்கத்தை எழுதுக :—

(1) $(x+8)(x-8)$ (2) $(5+x)(5-x)$

(3) $(3x+1)(3x-1)$ (4) $(2x+9)(2x-9)$

(5) $(xy+z)(xy-z)$ (6) $(x-2y)(x+2y)$

(7) $(x+\frac{1}{2})(x-\frac{1}{2})$ (8) $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)$

(9) $(x+\frac{1}{3})(x-\frac{1}{3})$ (10) $(x^2+3)(x^2-3)$

(11) $(x^2+y^2)(x^2-y^2)$ (12) $(3a^2+5)(3a^2-5)$

(13) $(a^3+b^3)(a^3-b^3)$ (14) $(a+3)(a-3)(a^2+9)$

(15) $(2x+y)(2x-y)(4x^2+y^2)$

(16) $(3x+2y)(3x-2y)(9x^2+4y^2)$

(17) $(x+1)(x-1)(x^2+1)(x^4+1)$

(18) $(4m+5n)(4m-5n)(16m^2+25n^2)$

(19) $(2a+b+c)(2a+b-c)$

(20) $(a+2b-c)(a-2b+c)$

பெறுமானங் காண்க :

(21) 45×35 (22) 106×94 (23) $2\cdot4\times1\cdot6$

சூத்திரம் IV. $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$$\begin{aligned}(x+a)(x+b)&=x(x+a)+b(x+a)\\&=x^2+ax+bx+ab\\&=x^2+(a+b)x+ab.\end{aligned}$$

இரண்டாம் உறுப்புக்களில் மாத்திரம் வித்தியாசப்படும் இரு ஈருறுப்புக்களின் பெருக்கம், முதல் உறுப்பின் வர்க்கம் சக இரண்டாம் உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையினதும் முதல் உறுப்பினதும் பெருக்கம் சக இரண்டாம் உறுப்புக்களின் பெருக்கம் ஆகும்.

உதாரணம் 1 : பெருக்குக : $(x+3)(x+7)$

$$\begin{aligned}(x+a)(a+b)&=x^2+(a+b)x+ab\\ \therefore (x+3)(x+7)&=x^2+(3+7)x+3\times7\\&=x^2+10x+21.\end{aligned}$$

உதாரணம் 2 : $(x-11)$ இனதும் $(x+8)$ இனதும் பெருக்கத்தைக் காண்க.

$$\begin{aligned}(x-11)(x+8)&=x^2+(-11+8)x+(-11)(+8)\\&=x^2-3x-88.\end{aligned}$$

பயிற்சி 5 (c)

பெருக்கத்தைக் காண்க :—

(1) $(x+3)(x+4)$ (2) $(x+9)(x+8)$ (3) $(x+3)(x-1)$

(4) $(x+13)(x-6)$ (5) $(x+7)(x-9)$ (6) $(x-11)(x+4)$

(7) $(x+2y)(x+y)$ (8) $(x-9y)(x+3y)$

சுருக்குக :

(9) $((x+4)(x-2)-(x+3)(x+1)$

(10) $(x+3)(x+2)-(x-4)(x-2)$

சூத்திரம் V. $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3.$

$$\begin{aligned}(a+b)^3&=(a+b)^2(a+b)=(a^2+2ab+b^2)(a+b)\\&=a(a^2+2ab+b^2)+b(a^2+2ab+b^2)\\&=a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3\\&=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3\end{aligned}$$

உதாரணம் 1 : $x+4$இன் கனத்தைக் காண்க.

$$\begin{aligned}(a+b)^3&=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3\\ \therefore\ (x+4)^3&=x^3+3(x)^2.4+3.x.4^2+4^3\\&=x^3+12x^2+48x+64.\end{aligned}$$

உதாரணம் 2 : விரித்தெழுதுக : $(x+2y)^3$

$$\begin{aligned}(x+2y)^3&=x^3+3.(x)^2\ 2y+3\ x.(2y)^2+(2y)^3\\&=x^3+3.\ x^2.\ 2y+3.x.4y^2+8y^3\\&=x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3\end{aligned}$$

சூத்திரம் VI: $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

$$\begin{aligned}(a-b)^3&=(a-b)^2(a+b)=(a^2-2ab+b^2)(a-b)\\&=a(a^2-2ab+b^2)-b(a^2-2ab+b^2)\\&=a^3-2a^2b+ab^2-a^2b+2ab^2-b^3\\&=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3.\end{aligned}$$

உதாரணம் : விரிக்க : $(2x-3y)^3$,

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

$$\therefore (2x-3y)^3 = (2x)^3 - 3(2x)^2(3y) + 3\cdot 2x\cdot(3y)^2 - (3y)^3$$
$$= 8x^3 - 3\cdot 4x^2\cdot 3y + 3\cdot 2x\cdot 9y^2 - 27y^3$$
$$= 8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$$

பயிற்சி 5 (*d*)

பின்வருவனவற்றின் கனங்களை எழுதுக :

(1) $x+1$ (2) $x-1$ (3) $x+5$ (4) $x-6$
(5) $2x+7$ (6) $2x-3$ (7) $2x-3y$ (8) $3x+2y$
(9) $3a-b$ (10) x^2+a (11) x^2-3 (12) $ax+by$
(13) $ax-2y$ (14) a^2x+b^2y (15) px^2-qy^2

சூத்திரம் VII. $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$.

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a(a^2-ab+b^2) + b(a^2-ab+b^2)$$
$$= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3$$
$$= a^3 + b^3.$$

மேலே காட்டிய சூத்திரத்தின் இடது கைப்பக்கம் இரு சினைகளைக் கொண்டது. ஒரு சினையானது இரு கணியங்களினதும் கூட்டுத்தொகையாகும். மற்றது இரு கணியங்களின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத் தொகை சய அவற்றின் பெருக்கமாகும். வலது கைப்பக்கம் அவற்றின் கனங்களின் கூட்டுத்தொகையாகும்.

உதாரணம் : பெருக்கத்தைக் காண்க :

$$(3a+2b)(9a^2-6ab+4b^2)$$
$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3.$$
$$\therefore (3a+2b)(9a^2-6ab+4b^2)$$
$$= (3a+2b)[(3a)^2 - 3a\times 2b + (2b)^2]$$
$$= (3a)^3 + (2b)^3$$
$$= 27a^3 + 8b^3.$$

சூத்திரம் VIII. $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a(a^2+ab+b^2) - b(a^2+ab+b^2)$$
$$= a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3$$
$$= a^3 - b^3$$

இடது கைப் பக்கத்திலுள்ள இரு சினைகளுள், ஒன்று இரு கணியங்களினது வித்தியாசமாகவும், மற்றது அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத் தொகையும் அவற்றின் பெருக்கமும் சேர்ந்ததாகவும் இருக்கின்றன. வலது கைப் பக்கத்தில் அவற்றின் கனங்களின் வித்தியாசம் இருக்கின்றது.

உதாரணம் : பெருக்கத்தைக் காண்க.

$(x-2y)$ இனதும் $(x^2+2xy+4y^2)$ இனதும்

$$\therefore (x-2y)(x^2+2xy+4y^2) = (x-2y)[(x)^2 + x\cdot 2y + (2y)^2]$$
$$= x^3 - (2y)^3 = x^3 - 8y^3$$

சூத்திரம் IX. $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$.

$$(a+b+c)^2 = (a+b+c)(a+b+c)$$
$$= a(a+b+c) + b(a+b+c) + c(a+b+c)$$
$$= a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2$$
$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.$$

சொற்களில் : மூன்று அல்லது மேற்பட்ட கணியங்களைக் கொண்ட கோவையின் வர்க்கம் எல்லா உறுப்புக்களின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத் தொகை சக ஒரே முறையில் இவ்விரண்டாக எடுக்கப்பட்ட உறுப்புக்களின் பெருக்கத்தின் இரு மடங்குக்குச் சமமாகும்.

உதாரணம் : $(x+2y-z)$ இன் வர்க்கத்தைக் காண்க.

$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc.$$
$$\therefore (x+2y-z)^2 = x^2 + (2y)^2 + (-z)^2 + 2\cdot x\cdot 2y + 2x(-z) + 2\cdot 2y(-z)$$
$$= x^2 + 4y^2 + z^2 + 4xy - 2xz - 4yz.$$

பயிற்சி 5 (*e*)

பெருக்கத்தைக் காண்க:—

1. $(y+2)(y^2-2y+4)$
2. $(x-1)(x^2+x+1)$
3. $(x+5)(x^2-5x+25)$
4. $(x-6)(x^2+6x+36)$
5. $(x^2+2)(x^4-2x^2+4)$
6. $(a^2-3)(a^4+3a^2+9)$
7. $(2x+3)(4x^2-6x+9)$
8. $(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$
9. $(3p-2q)(9p^2+6pq+4q^2)$
10. $(ab+c)(a^2b^2-abc+c^2)$
11. $(2xy-z)(4x^2y^2+2xyz+z^2)$
12. $(a^2+b^2)(a^4-a^2b^2-b^4)$

வர்க்கத்தைக் காண்க:

13. $(a+2b+2c)$
14. $(x^2+y^2-z^2)$
15. $(x-y-z)$
16. $(2x+3y+5)$
17. $(l-m+n)$

அத்தியாயம் 6

சினைகள்

ஒரு அட்சர கணிதக் கோவையானது, இரண்டு அல்லது இரண்டிற்கு மேற்பட்ட கோவைகளின் பெருக்கமாக இருக்கும் பொழுது, இந்தப் பிந்திய கோவை ஒவ்வொன்றும், முந்தியதின் ஒரு சினை என வழங்கப்படும். கோவையைச் சினைகளாகப் பிரிக்கும் முறை சினை காணல் எனப்படும். இரண்டு அல்லது கூடிய கோவைகளின் பெருக்கமாயுள்ள எந்த ஒரு கோவையினதும் சினைகளைக் காணமுடியும் ஆனால் பெருக்கமாயில்லாத ஒரு கோவையின் சினைகளைக் காணமுடியாது. கோவைகளின் சினைகளைக் கெதியாகவும் சரியாகவும் காண்பதற்கு மாணவர் அவற்றின் அமைப்பு மாதிரிகளைக் கற்க வேண்டும்.

மாதிரி 1: ஒவ்வொரு உறுப்பிலும் பொதுவான ஒரு சினையை உடைய கோவைகள். அச் சினை ஓருறுப்புச் சினையாகவோ அல்லது பல்லுறுப்புச் சினையாகவோ இருக்கலாம்.

உதாரணம் 1: சினை காண்க. abx^2-bcxy.

இரண்டு உறுப்புகட்கும் bx பொது. கோவையை bxஆல் பிரிப்பதால் மற்றச் சினையைப் பெறலாம்.

$\therefore$ மற்றச் சினை $(abx^2-bcxy) \div bx = ax-cy$

$\therefore abx^2-bcxy = bx(ax-cy)$

உதாரணம் 2: சினை காண்க: $x^2(x+y)+xy(x+y)+y^2(x+y)$

இங்கே $(x+y)$ என்பது ஒரு பொதுச் சினையாகும். மற்றச் சினை x^2+xy+y^2 ஆகும்.

$$\therefore x^2(x+y)+xy(x+y)+y^2(x+y) = (x+y)(x^2+xy+y^2)$$

உதாரணம் 3. சினை காண்க: $3a(x-y)-2b(x-y)+4c(y-x)$.

முதல் இரு உறுப்புகளினதும் பொதுச் சினை $(x-y)$ ஆகும். மூன்றும் உறுப்பினதும் ஒருசினை $(x-y)$ ஆக இருந்தால் மாத்திரம், இக்கோவையின் சினைகளைக் காணலாம். ஆனால் $y-x=-(x-y)$ என்பது எங்கட்குத் தெரியும். எனவே தரப்பட்ட கோவை பின்வருமாறு அமையும்.

$$3a(x-y)-2b(x-y)-4c(x-y)$$

$$\therefore 3a(x-y)-2b(x-y)-4c(x-y)=(x-y)(3a-2b-4c)$$

பயிற்சி 6 (*a*)

சினை காண்க:

1. $2x^2+5x$
2. ax^3+bx^2+cx
3. $4x^2y+5xy^2$
4. a^2b-ab^2
5. $11x^5+22x^4+33x^3$
6. $\pi r^2+\frac{1}{3}\pi r^2h$
7. $x^2yz+xy^2z+xyz^2$
8. $2a(a+b)+3b(a+b)$
9. $2x(x+5)+3x(2x+10)$
10. $(x-4)^2-2(x-4)$
11. $2x^2(y+z)-5x^3(z+y)+z^4(y+z)$
12. $15p^2(p^2+1)+7p(p^2+1)+2(p^2+1)$
13. $a(l+m+n)-b(l+m+n)+c(l+m+n)$
14. $2l(a-b)-3m(a-b)+4n(b-a)$
15. $6x^4(x-1)-2x^3(1-x)+4x^2(x-1)$
16. $ab(x^2-2)-bc(2-x^2)+cd(x^2-2)$
17. $4a(a-b)(b-c)-3b(b-c)(b-a)+5c(c-b)(b-a)$

● மாதிரி II. உறுப்புக்களைச் சிறு தொகுதிகளாக ஒழுங்குபடுத்த வேண்டிய கோவைகள்.

உதாரணம் 1. சினை காண்க :

$$ab+ay-bx-xy$$

இதில் எல்லா உறுப்புகட்கும் பொதுவான சினையொன்றும் இல்லை. ஆனால் நாம் இக்கோவையை $(ab+ay)$, $(-bx-xy)$ என்னும் இரு தொகுதிகளாக நோக்கின், ஒவ்வொரு தொகுதிக்கும் பொதுவான ஒரு சினை ஒன்று உள்ளதென்பதை அவதானிக்கலாம்.

$$\therefore\ ab+ay-bx-xy=a(b+y)-x(b+y)$$
$$=(b+y)\ (a+x)$$

உதாரணம் 2. சினை காண்க :

$$a^3+a^2+a+a^2b+ab+b \qquad \text{(யூலை'51)}$$

$$a^3+a^2+a+a^2b+ab+b=a(a^2+a+1)+b(a^2+a+1)$$
$$=(a^2+a+1)\ (a+b)$$

உதாரணம் 3 சினை காண்க :

$$6+ab-2a-3b. \qquad \text{(யூலை'53)}$$

$$6+ab-2a-3b=ab-2a-3b+6$$
$$=a\ (b-2)-3\ (b-2)$$
$$=(b-2)\ (a-3)$$

உதாரணம் 4. சினை காண்க : $(bx-ay)-(ax-by)$ (டிச.'50)

$$(bx-ay)-(ax-by)=bx-ay-ax+by$$
$$=bx-ax+by-ay$$
$$=x(b-a)+y(b-a)$$
$$=(b-a)\ (x+y)$$

உதாரணம் 5. சினை காண்க : $ab(x^2-y^2)-xy(a^2-b^2)$ (யூலை'52)

$$ab(x^2-y^2)-xy(a^2-b^2)=abx^2-aby^2-a^2xy+b^2xy$$
$$=abx^2+b^2xy-aby^2-a^2xy$$
$$=bx(ax+by)-ay(by+ax)$$
$$=(ax+by)\ (bx-ay)$$

பயிற்சி 6 (*b*)

சினை காண்க :

1. $3x^3+4x^2+3x+4$
2. $p+q+qa+ap$
3. $a^2+ab-ac-bc$
4. $x^2y+x+xy+1$
5. $ax^2+b+ay^2+bx^2+a+by^2$
6. $2abxy+6ab+4a^2x+3b^2y$
7. $2ax^2+2ay^2-3bx^2-2az^2+3bz^2-3by^2$
8. $a^2x^2-c^2y^2+b^2x^2+a^2y^2-c^2x^2+b^2y^2$
9. $ab-pq-a+bpq$
10. $2a^2-2bc+4ac-ab$
11. $a^2-lm-am+al$
12. $ac+bd-bc-ad$
13. $ac-3ad-6bd+2bc$
14. $ax-2ay+bx-2by$
15. $ax^2-3x+2ax-6$
16. $2ax-y-x+2ay$
17. $6x^2-y-3x+2xy$
18. $ax+cy-2by-ay-cx+2bx$
19. $xy-15-3x+5y$ (டிச 53)
20. $ax-ay+by-bx$ (யூலை 54)
21. $2px+3qx-6pq-x^2$ (டிச. 58)
22. $a^2+pq-ap-aq$ (டிச. 59)
23. $x^2y+py-xy^2-px$ (யூலை 53)
24. $a(1-b^2)-b(1-a^2)$ (டிச. 49)
25. $pq(l^2+m^2)+lm(p^2+q^2)$
26. $(ax+by)^2+(bx-ay)^2$ (ஆக. 58)
27. $(3x+1)^2+5(x-1)\ (3x+1)$ (டிச. 53)
28. $(a+2b)\ (c-2d)+(3a+b)(2d-c)$ (டிச. 60)
29. $(a+3b)(x-2y)+(3a+b)(4y-2x)$ (ஆக. 60)
30. $(a+2b)(3c-6b)+(2a-3b)(2d-c)$ (டிச. 59)

31. $(x-2a)(y-2b)+(2x-a)(2b-y)$ (டிச. 58)

32. $(9a-6b)(x-2y)+(4y-2x)(3a-2b)$ (டிச. 56)

மாதிரி: III $a^2+2ab+b^2$ அல்லது $a^2-2ab+b^2$ (நிறை வர்க்கங்கள்) என்பன போன்றவை.

இம்மாதிரியான கோவைகளை இருகணியங்களின் கூட்டுத் தொகையின் அல்லது வித்தியாசத்தின் வர்க்கங்களாகக் கூறலாம். $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ என்பதும் $(a-b)^2=a^2 2ab+b^2$ என்பதும் நாங்கள் அறிந்துகொண்டவையாகும். ஒவ்வொன்றிலும் பெருக்கத் தொகையானது ஒரு மூவுறுப்புக் கோவையாகும். விரிவில் உள்ள மூன்று உறுப்புகளில், இரண்டு a யினதும் b யினதும் வர்க்கங்களாகும். மூன்ருவது (நடுஉறுப்பு) a யினதும் b யினதும் பெருக்கத்தின் இருமடங்காகும். மேற்காட்டிய மாதிரியில் அமைந்துள்ள எந்த ஒரு மூவுறுப்புக் கோவையையும் அஃது நிறைவர்க்க மூவுறுப்புக் கோவையை இரு கணியங்களின் கூட்டுத்தொகையின் வர்க்கமாகவோ அல்லது வித்தியாசத்தின் வர்க்கமாகவோ கூறலாம். பெருக்குத் தொகையின் இரு மடங்கின் குறி + வாக அல்லது − வாக இருப்பதற்கேற்பவே தரப்பட்ட மூவுறுப்புக் கோவையும், கூட்டுத் தொகையின் வர்க்கமாகவோ அல்லது வித்தியாசத்தின் வர்க்கமாகவோ இருக்கும்.

குறிப்பு : ஒரு மூவுறுப்புக் கோவையின் இரண்டு உறுப்புக்கள் + குறியைக் கொண்டுள்ள வர்க்கங்களாகவும் மூன்ரும் உறுப்பு, இரண்டு வர்க்கங்களினதும் வர்க்க மூலங்களின் பெருக்கத்தின் இரு மடங்காகவும் இருப்பின், அம்மூவுறுப்புக் கோவை ஒரு நிறைவர்க்க மூவுறுப்புக் கோவையாகும்.

உதாரணம் 1. சினை காண்க : $4x^2+12x+9$

$4x^2, 9$ என்பன இரு நிறைவர்க்கங்களாகும். அவற்றின் வர்க்க மூலங்களின் பெருக்கத்தின் இருமடங்கு $12x$ ஆகும். பெருக்கத்தின் இரு மடங்கின் குறி +.

∴ தரப்பட்ட மூவுறுப்பியானது $2x$ இனதும் 3 இனதும் கூட்டுத் தொகையின் வர்க்கமாகும்.

∴ $4x^2+12x+9(2x+3)^2$

உதாரணம் 2. $x^2-8x+16$

$$x^2-8x+16=(x)^2-2(x)(4)+(4)^2$$
$$=(x-4)^2 \quad (\because \text{நடு உறுப்பு} - \text{குறி})$$

உதாரணம் 3. சினை காண்க : $9(x-y)^2-12(x-y)+4$

$[9(x-y)^2]$ என்பதும் 4 உம் வர்க்கங்களாகும். $12(x-y)$ என்பது அவற்றின் வர்க்க மூலங்களின் பெருக்கத்தின் இரு மடங்காகும். நடு உறுப்பு − குறியானபடியால், மூவுறுப்பியானது $3(x-y)$ இனதும் 2 இனதும் வித்தியாசத்தின் வர்க்கமாகும்.

$$9(x-y)^2-12(x-y)+4=[3(x-y)^2-2.3(x-y).2+(2)^2]$$
$$=[3(x-y)-2]^2=(3x-3y-2)^2$$

சில சமயங்களில் வாய்பாட்டைப் பிரயோகிக்கு முன்னரே பொதுச் சினையொன்றை வெளியே எடுக்கவேண்டிய அவசியம் ஏற்படுகின்றது.

உதாரணம் 4. சினை காண்க : $3a^2b^2-24abc+48c^2$

$$3a^2b^2-24abc+48c^2=3(a^2b^2-8abc+16c^2)$$
$$=3[(ab)^2-2\times ab\times 4c+(4c)^2]$$
$$=3(ab-4c)^2 \quad (\because \text{நடு உறுப்பு-குறி})$$

பயிற்சி 6 (c)

சினை காண்க :

1. a^2+4a+4
2. x^2-6x+9
3. $4x^2+20x+25$
4. $9x^2-36x+36$
5. $x^2+4xy+4y^2$
6. $25p^2-30pq+9q^2$
7. x^4+2x^2+1
8. x^6-8x^3+16
9. $a^2b^2+2abx+x^2$
10. $x^4+4x^2y^2+4y^4$
11. $4x^2-12xy+9y^2$
12. $a^4x^4-2a^2b^2x^2y^2+b^4y^2$
13. $x^2+2+\frac{1}{x^2}$
14. $4x^4-4+\frac{1}{x^4}$

15. $4(x+1)^2-28(x+1)+49$

16. $25(x-2y)^2+30(x-2y)+9$

17. $16(2x-3y)^2-32(2x-3y)+16$

18. $5x^2-50x+125$

19. $32x^2+16xy+2y^2$

20. $a^3x^2-2a^2bxy+ab^2y^2$

✓21. $2x^3-8x^2y+8xy^2$

22. $4p^2+9$ உடன் எதைக்கூட்ட, கோவை ஒரு நிறைவர்க்கமாகுமென்பதை pயிற் காண்க. (டிச. 60)

23. $9a^2-12a+1$ என்னும் கோவையை நிறைவர்க்கமாக்குவதற்கு எண் உறுப்புடன் யாது கூட்டப்படுதல் வேண்டும். (டிச. 61)

மாதிரி IV : x^2+px+q என்பது போன்ற கோவைகள் (முதலாம் உறுப்பின் குணகம் மாறிகளின் அடுக்குகளை இறங்கு நிரைப்படி ஒழுங்குபடுத்தும் பொழுது ஒன்றுக உள்ளவை.) முந்திய அத்தியாயத்தில், நாம் $(x+a)$ யினதும் $(x+b)$ இனதும் பெருக்கம் $x^2+x(a+b)+ab$ ஆகும் எனப் படித்துள்ளோம். பெருக்கம் ஒரு மூவுறுப்பியாகவும், முதலாம் உறுப்பின் குணகம் ஒன்றுகவும் அமைந்துள்ளது. எனவே மேலே காட்டியது போன்ற மூவுறுப்பிக்கு $(x+a)$ $(x+b)$ போன்ற அமைப்புள்ள இரு ஈருறுப்புச் சினைகள் உள.

x^2+px+q என்னும் மூவுறுப்பின் சினைகள் $(x+a)$யும் $(x+b)$யும் எனக்கொள்வோம். எனவே $x^2+px+q=(x+a)(x+b)$

$$\therefore\ x^2+px+q=x^2+x(a+b)+ab$$

இந்த இரு கோவைகளும், ஒரே கோவையானபடியினுல் $p=a+b$யும், $q=ab$ யும் ஆகும். எனவே x^2+px+qவின் சினைகளைக் காண்பதற்கு, a,b என்னும் இரு கணியங்களை அவற்றின் பெருக்கம் q ஆகவும் கூட்டுத்தொகை p ஆகவும் இருக்கும் வண்ணம் காணவேண்டும்.

உதாரணம் 1. சினை காண்க : $x^2+8x+15$

பெருக்கம் $+15$ ஆகவும் கூட்டுத்தொகை $+8$ ஆகவும் உள்ள இரு எண்கள் $+5$உம் $+3$உம் ஆகும்.

$$\therefore\ x^2+8x+15=(x+5)(x+3)$$

அல்லது நடு உறுப்பாகிய $+8x$ஐ, $+5x$ ஆகவும் $+3x$ ஆகவும் பிரித்து எழுதியபின்

$$x^2+8x+15=x^2+5x+3x+15$$
$$=x(x+5)+3(x+5)=(x+5)(x+3)$$

உதாரணம் 2: சினை காண்க : $x^2-8x+15$

பெருக்கம் $+15$ ஆகவும் கூட்டுத்தொகை -8 ஆகவும் உள்ள இரு எண்கள் -5உம் -3உம் ஆகும்.

அல்லது $-8x$ஐ, $-5x$ஆகவும் $-3x$ஆகவும் பிரித்து எழுதியபின்

$$x^2-8x+15=x^2-5x-3x+15$$
$$=x(x-5)-3(x-5)=(x-5)(x-3)$$
$$\therefore\ x^2-8x+15=(x-5)(x-3)$$

உதாரணம் 3: சினை காண்க : $x^2+2x-15$

பெருக்கம் -15ஆகவும் கூட்டுத் தொகை $+2$ ஆகவும் உள்ள இரு எண்கள் $+5$உம் -3உம் ஆகும்.

அல்லது $+2x$ஐ. $+5x$ஆகவும் $-3x$ஆகவும் பிரித்து எழுதியபின்

$$x^2+2x-15=x^2+5x-3x-15$$
$$=x(x+5)-3(x+5)=(x+5)(x-3)$$
$$\therefore\ x^2+2x-15=(x+5)(x-3)$$

உதாரணம் 4 : சினை காண்க: $x^2-2x-15$

கூட்டுத் தொகை -2 ஆகவும், பெருக்கம் -15 ஆகவும், உள்ள இரு எண்கள் -5உம் $+3$உம் ஆகும்.

அல்லது $-2x$ஐ, $-5x$ ஆகவும் $+3x$ ஆகவம் பிரித்து எழுதியபின்னர்

$$x^2-2x-15=x^2-5x+3x-15$$
$$=x(x-5)+3(x-5)=(x-5)(x+3)$$
$$\therefore\ x^2-2x-15=(x-5)(x+3)$$

உதாரணம் 5: சினை காண்க: $x^2-3xy-10y^2$

மூன்றும் உறுப்பு y^2ஐக் கொண்டுள்ளபடியால், தரப்பட்டுள்ள முவுறுப்பின் சினைகள் $(x+ay)$ யும் $(x+by)$ யும் எனக் கொள்வோம்.

$$\therefore\ x^2-3xy-10y^2=(x+ay\ (x+by)$$
$$=x^2+(a+b)\ xy+aby^2$$
$$\therefore\ a+b=-3, \text{and } ab=-10$$

கூட்டுத் தொகை -3 ஆயும், பெருக்கம் -10 ஆயும் உள்ள இரு எண்கள் -5உம் $+2$உம் ஆகும்.

$$\therefore\ x^2-3xy-10y^2=(x-5y)\ (x+2y)$$

உதாரணம் 6: சினை காண்க: $(x-3y)^2-2\ (x-3y)-15$

$(x-3y)$க்கு aயை ஈடு செய்க. எனவே கோவை இப்பொழுது $a^2-2a-15$ ஆகின்றது. கூட்டுத் தொகை -2ஆகவும், பெருக்கம் -15 ஆகவும் உள்ள இரு எண்கள் -5உம் $+3$உம் ஆகும்.

$$\therefore\ a^2-\ a-15=(a-5)\ (a+3)$$

aக்குப் பதிலாக $(x-3y)$ ஐ ஈடு செய்யும் பொழுது

$$(x+3y)^2-2(x-3y)-15=(x-3y-5)\ (x-3y+3)$$

பயிற்சி 6 (*d*)

சினை காண்க :—

1. x^2+4x+3
2. x^2+6x+8
3. $x^2+7x+12$
4. $x^2+9x+14$
5. $x^2+8x+15$
6. $x^2-9x+18$
7. $x^2-10x+16$
8. $x^2-13x+40$
9. $x^2-10x+21$
10. $x^2-11x+24$
11. $x^2-3x-10$
12. $x^2+5x-14$
13. $x^2+3x-18$
14. $x^2+4x-12$
15. x^2+x-20

16. x^2-x-6
17. $x^2-2x-24$
18. $x^2-4x-32$
19. $x^2-7x-30$
20. $x^2-3x-28$
21. x^2+x-42
22. $x^2-2x-48$
23. $y^2+15y-56$
24. $p^2-14p-45$
25. $l^2+14\,l-72$
26. $x^2-25x-84$
27. $x^2-10x+56$
28. $a^2+20ab+96b^2$
29. $x^2-15xy-50y^2$
30. $x^2+3xy+2y^2$
31. $x^2+3ax-4a^2$
32. $x^2-12xy+35y^2$
33. $x^2+5xy-36y^2$
34. $a^2+6ab-91b^2$
35. $x^2-2xy-63y^2$
36. $x^2-11xy-80y^2$
37. $(x-2)^2+5(x-2)+6$
38. $(x-y)^2-8(x-y)+12$
39. $(x+5)^2+(x+5)-72$
40. $(a+2b)^2-3(a+2b)-40$
41. $x(x+13)+42$
42. $(x+6)\ (x-6)+16x$
43. x^4+3x^2-10
44. x^4+9x^2-22
45. a^4-3a^2-54
46. $(a-2b)^2+9\ (a-2b)\ (2a+b)+18\ (2a+b)^2$
47. x^3-10x^2-24x
48. $(2x-y)^2+6\ (2x-y)\ (x-2y)-27\ (x-2y)^2$
49. $x^2-x-(a-1)\ (a-2)$
50. $x^2+2x-(2a-3)\ (2a+1)$
51. $x^2-6x-(y+4)\ (y-2)$
52. $a^2+3a-(3b-1)\ (3b+2)$

மாதிரி V : px^2+qx+r என்பது போன்ற கோவைகள் (மாதிகளின் அடுக்குகளை இறங்கு நிரைப்படி ஒழுங்கு பண்ணும் பொழுது முதலாம் உறுப்பின் குணகம் ஒன்றல்லாத மூவுறுப்பிகள்.)

x^2 இன் குணகம் ஒன்றல்லாதபடியால், px^2+qx+r இன் இரண்டு ஈருறுப்புச் சினைகளில் ஒன்றில் xஇன் குணகம் ஒருமையாக இருக்க முடியாது. மற்றச் சினையில் xஇன் குணகம் ஒன்றாகவோ, ஒன்றல்லாததாகவோ இருக்கலாம். px^2+qx+r என்னும் மூவுறுப்பியின் சினைகள் $(ax+b)$யும் $(cx+d)$யும் எனக்கொள்வோம்.

எனவே $px^2+qx+r=(ax+b)(cx+d)$

$\therefore\ px^2+qx+r=acx^2+(ad+bc)x+bd$

இருகோவைகளும் ஒரே கோவையானபடியினால்

$p=ac, q=ad+bc$ and $r=bd$.

$\therefore\ pr=ac\times bd=abcd=(ad)(bc)$

எனவே $ad+bc$ (xஇன் குணகம்) பெருக்கம் prஇன் சினைகளான ad bc என்பவற்றின் கூட்டுத்தொகையாகும். எனவே px^2+qx+r இன் சினைகளைக் காண்பதற்கு, ad, bc என்னும் இருகணியங்களை, அவற்றின் கூட்டுத்தொகை $(ad+bc)$, நடு உறுப்பின் குணகமாகிய qவிற்குச் சமமாக இருக்கும் வண்ணமும், அவற்றின் பெருக்குத்தொகை $(abcd)$, x^2 இன்குணகத்தினதும் கடைசி உறுப்பினதும் பெருக்கம் prக்குச் சமமாக இருக்கும் வண்ணமும் காணவேண்டும்

உதாரணம் 1 : சினை காண்க : $4x^2+11x+6$

இங்கு நாம், பெருக்கம் $(+4)\times(+6)$ அதாவது $+24$ ஆகவும் கூட்டுத்தொவக $+11$ ஆகவும் உள்ள இரு எண்களைக் காண வேண்டும்.

எண்களாவன $+8$உம் $+3$உம் ஆகும்

$+11x$ஐ, $+8x$ஆகவும் $+3x$ஆகவும் பிரித்து எழுதிய பின்னர்

$$4x^2+11x+6=4x^2+8x+3x+6$$
$$=4x(x+2)+3(x+2)$$
$$=(x+2)(4x+3)$$

உதாரணம் 2 : சினை காண்க : $8x^2-14x+3$

பெருக்கம் $(+8)(+3)$ அதாவது $+24$உம், கூட்டுத்தொகை -14உம் ஆக உள்ள இரு எண்கள் -12உம் -2உம் ஆகும்.

$-14x$ஐ, $-12x$ஆகவும் $-2x$ஆகவும் பிரித்து எழுதிய பின்னர்

$$8x^2-14x+3=8x^2-12x-2x+3$$
$$=4x(2x-3)-1(2x-3)$$
$$=(2x-3)(4x-1)$$

உதாரணம் 3 : சினை காண்க : $2x^2+x-1$ (நொ. 47)

பெருக்கம் $(+2)(-1)$ அதாவது -2ஆகவும் கூட்டுத்தொகை $+1$ஆகவும் உள்ள இரு எண்கள் $+2$உம் -1உம் ஆகும். நடு உறுப்பாகிய $+x$ஐ, $+2x$ ஆகவும் $-x$ ஆகவும் பிரித்து எழுதிய பின்னர்

$$2x^2+x-1=2x^2+2x-x-1$$
$$=2x(x+1)-1(x+1)$$
$$=(x+1)(2x-1)$$

உதாரணம் 4 : சினை காண்க : $6x^2-x-15$ (யூலை 49)

பெருக்கம் $(+6)(-15)$ அதாவது -90 ஆகவும், கூட்டுத்தொகை -1ஆகவும் (xஇன் குணகம்) உள்ள இரு எண்கள் -10உம் $+9$உம் ஆகும்.

$-x$ஐ, $-10x$ஆகவும் $+9x$ ஆகவும் பிரித்து எழுதிய பின்

$$6x^2-x-15=6x^2-10+9x-15$$
$$=2x(3x-5)+3(3x-5)$$
$$=(3x-5)(2x+3)$$

உதாரணம் 5 : சினை காண்க : $5x^2+14xy-3y^2$ (யூலை 47)

பெருக்கம் $(+5)(-3)$ அதாவது -15 ஆகவும், கூட்டுத்தொகை $+14$ஆகவும் உள்ள இரு எண்கள் $+15$உம் -1உம் ஆகும்.

$+14xy$ஐ, $+15xy$ஆகவும் $-xy$ஆகவும் பிரித்து எழுதிய பின்னர்

$$5x^2+14xy-3y^2=5x^2+15xy-xy-3y^2$$
$$=5x(x+3y)-y(x+3y)$$
$$=(x+3y)(5x-y)$$

உதாரணம் 6 : சினை காண்க :

$$12(a+2b)^2-5(a+2b)(2a-b)-3(2a-b)^2$$

$a+2b=x$ எனவும் $2a-b=y$ எனவும் கொண்டால் கோவை $12x^2-5xy-3y^2$ ஆகிறது.

பெருக்கம் $(+12)(-3)$ அதாவது -36 ஆகவும் கூட்டுத்தொகை -5 ஆகவும் உள்ள இரு எண்கள் -9 உம் $+4$ உம் ஆகும்.

$$\therefore \quad 12x^2-5xy-3y^2=12x^2-9xy+4xy-3y^2$$
$$=3x(4x-3y)+y(4x-3y)$$
$$=(4x-3y)(3x+y)$$

பின்பு $x=a+2b$ எனவும் $y=2a-b$ எனவும் கொண்டால்

$$\text{கோவை}=[4(a+2b)-3(2a-b)]\,[3(a+2b)+(2a-b)]$$
$$=(4a+8b-6a+3b)(3a+6b+2a-b)]$$
$$=(11b-2a)(5a+5b)$$
$$=5(11b-2a)(a+b)$$

பயிற்சி 6 *(e)*

சினை காண்க:-

1. $2x^2+3x+1$	2. $2x^2+5x+2$	3. $6x^2+13x+6$
4. $5x^2+8x+3$	5. $6x^2+23x+20$	✓6. $5x^2+34x+24$
7. $3x^2-4x+1$	8. $2x^2-7x+3$	9. $6x^2-11x+3$
✓10. $4x^2-9x+2$	11. $4x^2-19x+21$	12. $5x^2+4x-1$
13. $6t^2+11t-10$	14. $12x^2-31x+20$	✓15. $3x^2+10x-8$
16. $3x^2+2x-5$	17. $5x^2+3x-1$	18. $6l^2+13l-5$
19. $3x^2+5x-12$	20. $7x^2-6x-2$	21. $3x^2-4x-15$
22. $12x^2-7x-10$	23. $2y^2-3y-5$	24. $8x^2-26x-7$
✓25. $12x^2+23x-24$	26. $6x^2-x-15$	✓27. $10x^2-13x-9$
28. $12x^2-16x-3$	29. $3x^2-30x-72$	30. $28x^2-x-15$

பயிற்சி 6 *(f)*

சினை காண்க :

1. $1-2x-24x^2$	2. $1-t-12t^2$	3. $3-4t-7t^2$
4. $2x^2+5xy+2y^2$	5. $3x^2-11xy+6y^2$	6. $4x^2+3xy-y^2$
7. $5x^2-7xy-6y^2$	8. $7x^2+33xy-10y^2$	9. $5x^2-3xy-14y^2$
10. $14x^2+143xy-42y^2$	11. $2a^4+13a^2+15$	✓12. $3x^3-14x^2-24x$
13. $6x^4+4x^2-10$	14. $6a^2x+4ax-2x$	✓15. $35x^2+66x+27$
16. $24x^2-67x+45$	17. $11x^2+140x-39$	✓18. $65x^2-82x-63$

19. $6x^2-11x-72$ (ஆக. 61)

20. $2a^2+7a-4$ (டிச. 55)

21. $18x^2+13x-21$ (டிச. 54)

✓22. $15a^2+38a+11$ (டிச. 56)

23. $18x^2-33x-216$ (டிச. 62)

24. $40x^2y^2+49xy-24$ (டிச. 54)

25. $6x^2-55x+126$ (ஆக. 61)

26. $32x^2-36xy+35y^2$ (ஆக. 62)

27. $3x^2-10xy+3y^2$ (யூலை. 54)

28. $24a^3-17a^2b-20ab^2$ (ஆக. 59)

29. $6a^3-a^2b-10ab^2$ (யூலை. 56)

30. $18a^3-3a^2b-10ab^2$ (டிச. 60)

✓31. $(2x-3)^2+3(2x-3)(x-6)$ (டிச. 57)

✓32. $(a+2b)^2-5(a+2b)+6$ (ஆக. 59)

✓33. $2(x+y)^2+7(x+y)(2x+y)+6(2x+y)^2$

✓34. $10(a+2b)^2+21(a+2b)(2a-b)-10(2a-b)^2$

மாதிரி : VI ; a^2-b^2 போன்ற கோவைகள் (இரு வர்க்கங்களின் வித்தியாசம்)

$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$ என்பதையும் மறுதலையாக $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ என்பதையும் நாம் படித்துள்ளோம். எனவே இரு வர்க்கங்களின் வித்தியாசத்தைக் காட்டும் எந்த ஒரு கோவையையும், இரு வர்க்கங்களினது வர்க்க மூலங்களின் கூட்டுத் தொகையினதும் வித்தியாசத்தினதும் பெருக்கமாகக் கூறலாம்.

உதாரணம் 1 : சினை காண்க: $9x^2-16$

$9x^2$, 16 என்பன வர்க்கங்களாகும். அவற்றின் வர்க்க மூலங்கள் முறையே $3x$உம் 4உம் ஆகும். எனவே தரப்பட்ட கோவையானது $3x+4$ ($3x$ இனதும் 4 இனதும் கூட்டுத் தொகை), $3x-4$ ($3x$ இனதும் 4 இனதும் வித்தியாசம்) என்பவற்றின் பெருக்கமாகும்.

$$\therefore\ 9x^2-16=(3x)^2-(4)^2$$
$$=(3x+4)(3x-4)$$

உதாரணம் 2 : சினை காண்க : $(a-2b)^2-9b^2$

$$(a-2b)^2-9b^2=(a-2b)^2-(3b)^2$$
$$=[(a-2b)+3b]\ [(a-2b)-3b]$$
$$=(a-2b+3b)(a-2b-3b)$$
$$=(a+b)\ (a-5b)$$

உதாரணம் 3 : சினை காண்க : $(2x+3)^2-(x-4)^2$

$$(2x+3)^2-(x-4)^2=[(2x+3)+(x-4)]\ \ [(2x+3)-(x-4)]$$
$$=\ (2x+3+x-4)\ (2y+3-x+4)$$
$$=\ (3x-1)\ (x+7)$$

உதாரணம் 4 : சினை காண்க : x^4-16y^4

$$(x^4-16y^4)=(x^2)^2-(4y^2)^2$$
$$=(x^2+4y^2)(x^2-4y^2)$$
$$=(x^2+4y^2)\ [(x)^2-(2y)^2]$$
$$=(x^2+4y^2)\ (x+2y)\ (x-2y)$$

சில சமயங்களில், விதியைப் பிரயோகிக்கு முன்னர் பொதுச் சினையை வெளியே எடுக்கவேண்டியது அவசியமாகின்றது.

உதாரணம் 5. சினை காண்க : $12a^3b-3ab^3$

$$12a^3b-3ab^3=3ab\ (4a^2-b^2)$$
$$=3ab\ [(2a)^2-(b)^2]$$
$$=3ab\ (2a+b)\ (2a-b)$$

மேற்காட்டிய முறையைக் கொண்டு இரு எண்களின் வர்க்க வித்தியாசத்தை மிக இலகுவாகவும் கெதியாகவும் காணலாம்.

உதாரணம் 6. பெறுமானங்கணிக்க : 475^2-125^2

$$475^2-125^2 = (475+125)\ (475-125)$$
$$= 600\times 350 = 2,10,000.$$

பயிற்சி 6 (*g*)

சினை காண்க :

1. x^2-49
2. y^2-121
3. x^2-196
4. $25-a^2$
5. $4x^2-1$
6. $9x^2-y^2$
7. $16x^2-25y^2$
8. $64a^2-121b^2$
9. $a^2b^2-c^2$
10. $4x^2y^2-9z^2$
11. $25x^2y^2-16z^2$
12. a^4-100b^2
13. x^4-4y^4
14. $9a^4-25b^4$
15. $a^4q^2-c^2$
16. $x^2-(a+b)^2$
17. $(x+a)^2-b^2$
18. $(a+b)^2-4c^2$
19. $9R^2-4\ (R+2r)^2$
20. $1-(x-1)^2$
21. $(a+b)^2-(a-2b)^2$
22. $(a+2b)^2-(2a+b)^2$
23. $(x+2y)^2-16z^2$
24. $(2a-b)^2-9c^2$
25. $p^2-4\ (q+r)^2$
26. $49l^2-(m-n)^2$
27. $(a+3b)^2-(3a+b)^2$
28. $(2x-y)^2-(x-2y)^2$
29. $27x^2-12$
30. ax^2-9ay^2
31. $x^2y-a^2b^2y$
32. $4a^3-36a$
33. $9a^2b-25bc^2$
34. $4ha^2-9hb^2$
35. $(3x+5)^2-(x+4)^2$
36. $(2x-3)^2-(5-x)^2$
37. $(2l+m)^2-(l-2m)^2$
38. $(x^2+y^2)^2-4x^4$
39. x^4-a^4 (ஆக. 1950)
40. a^5-256a

பெறுமானங் கணிக்க :

41. 85^2-15^2
42. 78^2-68^2
43. 246^2-243^2
44. $6{\cdot}2^2-3{\cdot}8^2$
45. $12{\cdot}38^2-7{\cdot}62^2$

மாதிரி VII: a^3-b^3 அல்லது a^3+b^3 போன்ற கோவைகள் $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$ என்பது எங்கட்குத் தெரியும். இதை மறுதலையாக எழுதினல் $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$ என்பதுபெறப்படும்.

இதே போன்று $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ என்பதையும் நாம் எழுதலாம்.

இரு கணியங்களின் கனங்களின் கூட்டுத் தொகை அல்லது வித்தியாசம் இரு சினைகளை உடையது என்பது மேலே காட்டப் பட்டவற்றிலிருந்து தெளிவாகின்றது. அவற்றுள் ஒன்று ஈருறுப்பியும் மற்றது மூவுறுப்பியும் ஆகும். a^3+b^3 என்பதில் ஈறுருப்பியானது இரு கணியங்களினது (aயும் bயும்) கூட்டுத் தொகையாகும்: மூவுறுப்பியானது, இரு கணியங்களின் வர்க்கங்களினது கூட்டுத் தொகை சய அவற்றின் பெருக்கம் ஆகும். a^3-b^3 என்பதில் ஈருறுப்பியானது, இரு கணியங்களினதும் (aயும் bயும்) வித்தியாசம் ஆகும். மூவுறுப்பியானது, அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத் தொகை சக அவற்றின் பெருக்கம் ஆகும்.

குறிப்பு: a^3+b^3 இனதும் a^3-b^3 இனதும் சினைகள் வடிவத்தில் சர்வ சமனனவை. அவை குறியீடுகளில் மாத்திரம் வித்தியாசப்படுகின்றன. a^3+b^3, a^3-b^3 என்பன இரண்டிலும் ஈருறுப்பியின் குறியீடு, இரு கனங்களையும் இணைக்கும் குறியீடாகும். மூவுறுப்பியிலுள்ள பெருக்கத்தின் (ab) குறியீடு, ஈருறுப்பியின் குறியீட்டிற்கு எதிரானதாகும்.

உதாரணம் 1: சினை காண்க: $8a^3+1$

$$8a^3=(2a)^3;\ 1=(1)^3$$
$$\therefore 8a^3+1=(2a)^3+(1)^3=(2a+1)-[(2a)^2-2a(1)+(1)^2]$$
$$=(2a+1)(4a^2-2a+1)$$

உதாரணம் 2: சினை காண்க: $54x^3+16y^3$

பொதுச் சினையாகிய 2ஐ வெளியே எடுத்தால், எஞ்சிய கோவை இரு கனங்களின் கூட்டுத் தொகையாகின்றது.

$$54x^2+16y^3=2(27x^3+8y^3)$$
$$=2[(3x)^3+(2y)^3]$$
$$=2(3x+2y)[(3x)^2-(3x)(2y)+(2y)^2]$$
$$=2(3x+2y)(9x^2-6xy+4y^2)$$

உதாரணம் 3: சினை காண்க: $a^3b^3-64c^3$

a^3b^3 என்பது abயின் கனமாகும். $64c^3$ என்பது $4c$யின் கனம் ஆகும்.

$$\therefore a^3b^3-64c^3=(ab)^3-(4c)^3$$
$$=(ab-4c)[(ab)^2+(ab)(4c)+(4c)^2]$$
$$=(ab-4c)(a^2b^2+4abc+15c^2)$$

உதாரணம் 4: சினை காண்க, x^7y+xy^7

பொதுச் சினையாகிய xy வெளியே எடுக்கப்பட்ட பின்னர் எஞ்சுங் கோவை, இரு கணங்களின் கூட்டுத்தொகையாகின்றது.

$$\therefore x^7y+xy^7=xy(x^6+y^6)$$
$$=xy[(x^2)^3+(y^2)^3]$$
$$=xy(x^2+y^2)[(x^2)^2-(x^2)(y^2)+(y^2)^2]$$
$$=xy(x^2+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$$

பயிற்சி 6 (h)

சினை காண்க:

1. x^3+1
2. p^3+8
3. x^3-8
4. $1-y^3$
5. $64+x^3$
6. $8a^3-1$
7. $1+27x^3$
8. $27\cdot^3+8$
9. $64x^3-125$
10. a^3b^3-1
11. x^3y^3+216
12. $1000q^3-27$
13. $1+x^3y^3z^3$
14. $x^3y^3-512z^3$
15. $8x^4-x$ (யூலை 52)
16. x^4y-xy^4
17. $2x^3+16y^3$
18. x^6+8
19. x^6y^3-1
20. x^6-27
21. x^6+y^9
22. $32a^3b^3-4b^9$.

மாதிரி VIII: $a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$ என்பதை நாங்கள் அறிந்திருக்கின்றோம். எனவே, மூன்று கணியங்களின் வர்க்கங்களையும், ஒரு முறையில் இரண்டாக எடுத்துள்ள கணியங்களின் பெருக்கத்தின் இரு மடங்கையும் கொண்டுள்ள எந்த ஒரு கோவையையும், தரப்பட்ட கோவையிலுள்ள சதுரங்களின் வர்க்க மூலங்களின் கூட்டுத் தொகையின் வர்க்கமாகக் கூறலாம்.

உதாரணம் 1 : சினை காண்க : $4x^2+y^2+z^2+4xy+4xz+2yz$

தரப்பட்ட கோவையானது $2x$, y, z என்பவற்றின் வர்க்கங்களைக் கொண்டுள்ளது. ஆகவே, தரப்பட்ட கோவையானது $2x$, y, z என்பவற்றை ஒரு முறையில் இரண்டாக எடுத்துக் காணும் பெருக்கங்களின் இருமடங்கைக் கொண்டிருந்தால் (அதாவது $2\times 2x\times y$, $2\times 2x\times z$, $2\times y\times z$) அக்கோவையை, $2x, y, z$ என்பவற்றின் கூட்டுத்தொகையின் வர்க்கமாகக் கூறலாம்.

தரப்பட்ட கோவையானது $4xy$, $4xz$, $2yz$ என்பவற்றைக் கொண்டுள்ளது. கோவையின் எல்லா உறுப்புக்களும் + குறியை உடையன.

$$\therefore \quad 4x^2+y^2+z^2+4xy+4xz+2yz=(2x+y+z)^2$$

உதாரணம் 2 : சினை காண்க : $4a^2+9b^2+c^2-12ab-4ac+6bc$

தரப்பட்ட கோவையானது, $2a$, $3b$, c என்பவற்றின் வர்க்கங்களையும் $2a$, $3b$; $2a$, c; $3b$, c; என்பவற்றின் பெருக்கங்களின் இரு மடங்கையும் கொண்டுள்ளது. எனவே அது $2a$, $3b$, c என்னும் உறுப்புக்களைக் கொண்ட கோவையின் வர்க்கமாகும். $12ab$ யும் $4ac$யும் — குறியை உடையனவானபடியால் $3b$யும் cயும் — குறியாக் இருக்கவேண்டும்.

$$\therefore \quad 4a^2+9b^2+c^2-12ab-4ac+6bc=(2a-3b-c)^2$$

பயிற்சி 6 (i)

சினை காண்க :

1. $a^4+b^4+c^4+2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2$
2. $9x^2+4y^2+z^2-12xy+6xz-4yz$
3. $4a^2-12ab+9b^2+30bc+25c^2-20ac$
4. $x^4+y^4+1-2x^2y^2-2x^2+2y^2$
5. $x^2+4y^2+9z^2-4xy+6xz-12yz$
6. $16a^2+4b^2-12b+9-24a+16ab$
7. $4a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2+4abxy-4acxz-2bcyz$

பலவினமான சினைகள்

உதாரணம் 1. சினை காண்க : x^2-y^2+x+y

$$\begin{aligned} x^2-y^2+x+y &= (x^2-y^2)+(x+y) \\ &= (x+y)(x-y)+(x+y) \\ &= (x+y)(x-y+1) \end{aligned}$$

உதாரணம் 2. சினை காண்க : $x^4+x^2-y^4-y^2$ (டிச. 51)

$$\begin{aligned} x^4+x^2-y^4-y^2 &= (x^4-y^4)+(x^2-y^2) \\ &= (x^2+y^2)(x^2-y^2)+(x^2-y^2) \\ &= (x^2-y^2)(x^2+y^2+1) \\ &= (x+y)(x-y)(x^2+y^2+1). \end{aligned}$$

உதாரணம் 3. சினை காண்க : $a(a-c)-b(b-c)$. (யூலை. 47)

$$\begin{aligned} a(a-c)-b(b-c) &= a^2-ac-b^2+bc \\ &= (a^2-b^2)-ac+bc \\ &= (a+b)(a-b)-c(a-b) \\ &= (a-b)(a+b-c) \end{aligned}$$

உதாரணம் 4. சினை காண்க : $1-(a^2+b^2)+2ab$ (டிச. 49)

$$\begin{aligned} 1-(a^2+b^2)+2ab &= 1-a^2-b^2+2ab = 1-(a^2+b^2-2ab) \\ &= (1)^2-(a-b)^2 \\ &= [1+(a-b)][1-(a-b)] \\ &= (1+a-b)(1-a+b) \end{aligned}$$

உதாரணம் 5. சினை காண்க : $3x^2+5xy-2y^2+2x+4y$ (டிச. 51)

$$\begin{aligned} 3x^2+5xy-2y^2+2x+4y &= (3x^2+5xy-2y^2)+(2x+4y) \\ &= (3x^2+6xy-xy-2y^2)+(2x+4y) \\ &= [3x(x+2y)-y(x+2y)]+2(x+2y) \end{aligned}$$

$= (x+2y)(3x-y)+2(x+2y)$

$= (x+2y)(3x-y+2)$

உதாரணம் 6. சினை காண்க : $y^3+3cy^2-9b^2y-27b^2c$ (டி.ச. 52

$y^3+3cy^2-9b^2y-27b^2c = y^2(y+3c)-9b^2(y+3c)$

$= (y+3c)(y^2-9b^2)$

$= (y+3c)[(y)^2-(3b)^2]$

$= (y+3c)(y+3b)(y-3b)$

உதாரணம் 7. சினை காண்க : $(a^2+b^2-c^2)^2-4a^2b^2$

$(a^2+b^2-c^2)^2-4a^2b^2 = (a^2+b^2-c^2)^2-(2ab)^2$

$= (a^2+b^2-c^2-2ab)(a^2+b^2-c^2+2ab)$

$= (a^2+b^2+2ab-c^2)(a^2+b^2-2ab-c^2)$

$= [(a+b)^2-c^2][(a-b)^2-c^2]$

$= (a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c)$

உதாரணம் 8. சினை காண்க : $x^4-(15x+54)^2$

$x^4-(15x+54)^2 = (x^2)^2-(15x+54)^2$

$= (x^2+15x+54)(x^2-15x-54)$

$(x^2+9x+6x+54)(x^2-18x+3x-54)$

நடு உறுப்பைப் பிரித்து எழுத

$= [x(x+9)+6(x+9)][x(x-18)+3(x-18)]$

$= (x+9)(x+6)(x-18)(x+3)$

உதாரணம் 9. சினை காண்க : $x^4+x^2y^2+y^4$

$x^4+x^2y^2+y^4 = x^4+x^2y^2+y^4+x^2y^2-x^2y^2$ (x^2y^2 ஐக் கூட்டிக் கழிக்க)

$= x^4+2x^2y^2+y^4-x^2y^2$

$= (x^2+y^2)^2-(xy)^2$

$= (x^2+y^2+xy)(x^2+y^2-xy)$

உதாரணம் 10. சினை காண்க : $a^6+26a^3b^3-27b^6$

$a^6+26a^3b^3-27b^6 = (a^3)^2+26a^3b^3-27(b^3)^2$

நடு உறுப்பைப் பிரித்து எழுத

$= (a^3)^2+27a^3b^3-a^3b^3-27(b^3)^2$

$= [a^3(a^3+27b^3)]-b^3[a^3+27b^3]$

$= (a^3+27b^3)(a^3-b^3)$

$= [(a)^3+(3b)^3][a^3-b^3]$

$= (a+3b)[a^2-3ab+(3b)^2][(a-b)(a^2+ab+b^2)]$

$= (a+3b)(a^2-3ab+9b^2)(a-b)(a^2+ab+b^2)$

உதாரணம் 11. சினை காண்க : x^6-729y^6

$x^6-729y^6 = (x^3)^2-(27y^3)^2$

$= (x^3+27y^3)(x^3-27y^3)$

(a^2-b^2) என்னும் சர்வ சமன்பாட்டை உபயோகித்து

$= [(x)^3+(3y)^3][(x)^3-(3y)^3]$

$= (x+3y)[x^2-x\times 3y+(3y)^2](x-3y)\times [x+x\times 3y+(3y)^2]$

(a^3+b^3), (a^3-b^3) என்னும் சர்வ சமன்பாடுகளை உபயோகித்து

$= (x+3y)(x^2-3xy+9y^2)(x-3y)(x^2+3xy+9y^2)$

அல்லது

$x^6-729y^9 = (x^2)^3-(9y^2)^3$ கனங்களின் வித்தியாசமாகப் பாவிக்க

$= (x^2-9y^2)[(x^2)^2+x^2\times 9y^2+(9y^2)^2]$

$= (x^2-9y^2)(x^4+9x^2y^2+81y^4)$

$$=(x^2-9y^2)\,[x^4+9x^2y^2+81y^4+9x^2y^2-9x^2y^2]$$

($9x^2y^2$ ஐக் கூட்டிக் கழிக்க)

$$=(x^2-9y^2)\,(x^4+18x^2y^2+81y^4-9x^2y^2)$$

$$=[(x)^2-(3y)^2]\,[(x^2+9y^2)^2-(3xy)^2]$$

$$=(x+3y)\,(x-3y)\,(x^2+9y^2+3xy)\,(x^2+9y^2-3xy)$$

உதாரணம் 12. சினை காண்க : $x^3-y^3+x(3x^2+xy-4y^2)$

$$x^3-y^3+x(3x^2+xy-4y^2)=x^3-y^3+x(3x^2+4xy-3xy-4y^2)$$

($+xy$ என்னும் நடு உறுப்பைப் பிரித்து எழுத)

$$=x^3-y^3+x[x(3x+4y)-y(3x+4y)]$$

$$=x^3-y^3+x(3x+4y)\,(x-y)$$

$$=(x-y)\,(x^2+xy+y^2)+x(3x+4y)\,(x-y)$$

(x^3-y^3 என்பதன் சினைகளைக் காண்பதால்)

$$=(x-y)\,[x^2+xy+y^2+x(3x+4y)]$$

$$=(x-y)\,(x^2+xy+y^2+3x^2+4xy)$$

$$=(x-y)\,(4x^2+4xy+xy+y^2)$$

$$=(x-y)\,[4x(x+y)+y(x+y)]$$

$$=(x-y)\,(x+y)\,(4x+y)$$

பயிற்சி 6 (j)

சினை காண்க :

1. $(a-b)^2-(1-ab)^2$
2. $9a^2-b^2+3a-b$
3. $x^2-y^2-4x-4y$
4. $16a^2-9-4a-3$
5. x^2-4y^2-x+2y
6. $4x^2-y^2+3(2x+y)$
7. $x(x+1)-y(y+1)$ (யூலை 47)
8. $a(a+1)-b(b+1)$ (யூலை 49)

9. $a(a-1)-b(b-1)$ (நொவ. 47)
10. $x(x+a)-y(y+a)$ (யூலை 51)
11. $a(a+b)-c(c-b)$
12. $m(m+3)-n(n+3)$
13. x^2+x-a^2-a (ஆக. 50)
14. $16a^4+8a^2-b^4-2b^2$
15. $a^2+b^2-c^2-2ab$
16. $a^2+4b^2-4c^2-4ab$
17. $x^2-4xy+4y^2-z^2$ (யூலை 53)
18. $4a^2+b^2-x^2+4ab$ (டிச. 51)
19. $x^2+2ax+a^2-b^2$ (டிச. 50)
20. $1-(x^2+4y^2)+4xy$
21. $2x^2-18$ (யூலை 55)
22. $3x^3-27x$ (டிச. 53)
23. $\frac{9r^2}{16}-\frac{36p^2}{16}$ (ஆக. 60)
24. $4(a-b)^3+(b-a)$ (டிச. 62)
25. x^4-6x^2-27 (டிச. 58)
26. x^4-7x^2-18 (டிச. 55)
27. $x^2-y^2-z^2+2yz$ (டிச. 57)
28. $x^2-y^2+4y^2+4xy$ (யூலை. 54)
29. $x^2+4yz-4y^2-z^2$ (டிச. 53)
30. $1-(a^2+b^2)+2ab$ (டிச. 58)
31. $a^3+b^3-a^2b-ab^2$ (ஆக. 59)
32. $p^2-pq-16+4q$ (யூலை. 55)
33. $a^4-a^3b-ab^3+b^4$ (டிச. 55)

பயிற்சி 6 (k)

1. $b^2-16a^2+c^2-2bc$
2. $x^2+4y^2-9+4xy$
3. $a^2+b^2-c^2-d^2+2ab+2cd$
4. $4a^2+4b^2-9c^2+8ab$
5. $a^2-4b^2+x(x-2a)$
6. $8a^3+4a^2x-2ab^2-b^2x$
7. x^3-4x-x^2y+4y
8. $y^6+cy^4-4y^2-4c$
9. $x^2+xy-2y^2+x-y$
10. $2a^2+3ab-2b^2+4a-2b$
11. $3x^2+13xy-10y^2-2x-10y$
12. $6x^2+11xy+3y^2+4x+6y$
13. $x^2+2xy-15y^2-3x+9y$ (யூலை 52)
14. $32x^2+88x-84$ (டிச. 63.)
15. $a^2-c^2+1-c^2a$ (டிச. 63.)
16. $(a^2-4b^2+c^2)^2-4a^2c^2$
17. $16x^2y^2-(x^2-z^2+4y^2)^2$
18. a^4+4b^4
19. $4a^4+11a^2b^2+9b^4$
20. $x^4+x^3y-xy^3-y^4$
21. $x^2-9b^2+4a^2-4ax$ (யூலை 56)
22. $4x^2-1-9y^2-6y$ (டிச. 54)
23. $4pq+4a^2-p^2-4q^2$ (டிச. 61)
24. a^4+a^2+1 (ஆக. 58)

25. z^4+2z^2+9 (ஆக. 59.)
26. $4c^4+3c^2d^2+d^4$ (ஆக. 62.)
27. $a^4+a^2b^2+b^4$ (யூலை. 55.)
28. $6x^4-x^3y-12x^2y^2$. (ஆக. 63.)
29. $4a^4-13a^2b^2+9b^4$. (ஆக. 63.)
30. $x^2-5x-(a-1)(a+4)$
31. $8a^3+b^3-2a-b$
32. $1-x^2y+y-x^4$
33. $12x^3y-13x^2y^2+35xy^2$ (ஆக. 64.)
34. $a^2(2x-4y)^2-b^2(2y-x)^2$ (ஆக. 64.)
35. $8a^3+4a^2x-2ab^2-b^2x$
36. $x^6-9x^3y^3+8y^6$
37. $64x^6-729y^6$
38. $81x^3-3y^3$ (டிச. 54.)
39. x^4-27x (யூலை 54.)

சினைகளைப் பற்றிய உமது அறிவை உபயோகித்து, பின் வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

40. $\frac{22}{7}\times 4{\cdot}63^2-\frac{22}{7}\times 2{\cdot}37^2$ (டிச. 59.)
41. $(15.2\times 3.7)+(6.8\times 4.8)+(4.8\times 15.2)+(3.7\times 6.8)$ (டிச. 59.)
42. $319^2-318\times 320$ (டிச. 61.)
43. $140\times 148+16$-இன் நாலாம் மூலத்தைக் காண்க. (ஆக. 62.)
44. 103×97 (டிச. 60.)
45. $12{\cdot}5^2-13\times 12$ (ஆக. 64.)
46. மிகக் குறுகிய முறையிற் சுருக்குக : $5a(a-2c)-3c(4c-2a)$ விடையைச் சினை உருவிற் தருக. (டிச. 63)

அத்தியாயம் 7

பொதுச்சினைகளுட் பெரியதும், பொதுமடங்குகளுட் சிறியதும்.

பொ. சி. பெ.

இரண்டு அல்லது இரண்டிற்கு மேற்பட்ட அட்சர கணிதக் கோவைகளை மிச்சமின்றி வகுக்கும் எந்த ஒரு கணியமும் அந்தக் கோவைகளின் ஒரு பொதுச் சினையாகும். அவ்விதமாக $a(a-b)$, a^2-b^2, $(a-b)^2$ என்பவைகளின் பொதுச்சினை $(a-b)$ ஆகும். ஏனெனில், மேலே தரப்பட்ட கோவைகள் ஒவ்வொன்றையும் $a-b$ என்பதால் மிச்சமின்றி வகுக்கலாம்.

பொதுச் சினைகளுட் பெரியது அல்லது பொ. சி. பெ. இரண்டு அல்லது இரண்டிற்கு மேற்பட்ட அட்சர கணிதக் கோவைகள் ஒவ்வொன்றையும் மிச்சமின்றி வகுக்கும் அதிபெரிய படிக்கோவை, தரப்பட்ட கோவைகளின் பொதுச் சினைகளுட் பெரியதாகும்.

சினை காணல் முறைமூலமாக அல்லது எண்கணிதத்தில் உள்ள "வகுத்தல் முறை" மூலமாக, கோவைகளின் பொ.சி.பெ. யைக் காணலாம்.

இவற்றுள் சினைகாணல் முறையே இலகுவானது. இம்முறையில், நாம் ஒவ்வொரு கோவையினதும் சினைகளைக் கண்டு, தரப்பட்ட கோவைகளிற்குப் பொதுவாக உள்ள சினைகளின் பெருக்கத்தைக் காண்கிறோம்.

தரப்பட்ட கோவைகளின் சினைகளைக் காண்பது கடினமாக இருந்தால், மற்ற முறை (பொதுவான முறை) கையாளப் படலாம்.

உதாரணம் 1. பொ. சி. பெ காண்க, $3x^2y^3$, $5x^3z^2$, $6x^4z^2$ கோவைகளிற்குப் பொதுவான x இன் அதிபெரிய அடுக்கு x^2 ஆகும். கோவைகளிற்குப் பொதுவான வேறுசினைகள் இல்லை.

$\therefore$ பொ.சி.பெ. x^2 ஆகும்.

உதாரணம் 2. பொ.சி.பெ. காண்க: $2a(a+b)$; $4ab\ (a^2-b^2)$. $8abc(a+b)^2$

$$4ab(a^2-b^2)=4ab(a+b)\ (a-b)$$

மூன்று கோவைகளுக்கும் பொதுவான ஒரு சினை $2a\,(a+b)$ ஆகும். வேறு பொதுச் சினைகள் இல்லை.

$\therefore$ பொ.சி.பெ. $2a(a+b)$ ஆகும்.

உதாரணம் 3. பொ. சி. பெ. காண்க.

$2x^2-x-1$; $4x^2+8x+3$; $2x^2-5x-3$

$2x^2-x-1=2x^2-2x+x-1$ (நடு உறுப்பைப் பிரித்து எழுதுவதால்)

$$=2x(x-1)+1(x-1)$$
$$=(x-1)\ (2x+1)$$

$$4x^2+8x+3=4x^2+6x+2x+3$$
$$=2x(2x+3)\ +1(2x+3)$$
$$=(2x+3)\ (2x+1)$$

$$2x^2-5x-3=2x^2-6x+x-3$$
$$=2x(x-3)+1(x-3)$$
$$=(x-3)\ (2x+1)$$

$2x+1$ தான் தரப்பட்ட கோவைகளின் பொதுச்சினையாகும்.

பொ. சி. பெ. $2x+1$

உதாரணம் 4. வகுத்தல் முறைப்படி பொ.சி.பெ. காண்க.

$x^4+3x^3+3x^2+3x+2$; $x^4+2x^3+2x^2+2x+1$

x	$x^4+2x^3+2x^2+2x+1$	$x^4+3x^3+3x^2+3x+2$
	$x^4+x^3+x^2+x$	$x^4+2x^3+2x^2+2x+1$
	x^3+x^2+x+1	x^3+x^2+x+1
		x^3+x^2+x+1

$\therefore$ பொ.சி.பெ. x^3+x^2+x+1

இரண்டு கோவைகளிலும் x இன் அடுக்குகளை இறங்கு நிரைப்படி ஒழுங்கு பண்ணிய பின்னர், கூடிய படியை உடையது வகுபடுமெண்ணாகவும் மற்றது வகுக்குமெண்ணாகவும் எடுக்கப்படுகின்றன. (இரு கோவைகளும் ஒரே படியாக இருந்தால், கூடிய படியில் சிறிய குணகத்தை உடைய கோவை வகுக்கு மெண்ணாக எடுக்கப்படுகின்றது). பெறப்பட்ட மீதி, வகுக்குமெண்ணாகவும் மற்றக் கோவை வகுபடுமெண்ணாகவும் ஆக்கப்படுகின்றன. மீதி பூச்சியம் ஆகும்வரை வகுத்தல் தொடரப்படுகிறது. கடைசி வகுக்குமெண்ணே, கோவைகளின் பொ.சி.பெ. ஆகும்.

குறிப்பு: மேலே காட்டிய முறைப்படி மூன்று அல்லது மேற்பட்ட கோவைகளின் பொ. சி. பெ. யைக் காண்பதற்கு, முதலாவதாக ஏதாவது இரு கோவைகளின் பொ. சி. பெ. யைக் காண்க; பின்னர் இப் பொ. சி. பெ. யினதும் மூன்றும் கோவையினதும் பொ. சி. பெ யைக் காண்க. இவ்விதமே தொடர்ந்து செய்க. ஈற்றில் காணப்பட்ட பொ. சி. பெ. தான் வேண்டிய பொ. சி. பெ. யாகும். வகுத்துக்கொண்டு போகும்பொழுது, சில சந்தர்ப்பங்களில் பின்னக் குணகங்களைத் தவிர்ப்பதற்காக வகுக்குமெண்ணை அல்லது வகுபடுமெண்ணை, யாதேனுமொரு கணியத்தால் பெருக்கவோ அல்லது வகுக்கவோ வேண்டிய அவசிய மேற்படுகின்றது.

குறிப்பு: இரண்டு அல்லது மேற்பட்ட கோவைகளின் பொ.சி.பெ. யானது, வகுத்துக்கொண்டுபோகும்போது, எந்த ஒரு படியிலும், வகுக்கு மெண்ணையோ அல்லது வகுபடு மெண்ணையோ ஒரு கணியத்தால் பெருக்கும்போது அல்லது வகுக்கும்போது மாற்றமடையாது.

உதாரணம் 5. பொ. சி. பெ. காண்க:

$$2x^3+15x^2+31x+12;\ 2x^3+7x^2+7x+2$$

	$2x^3+7x^2+7x+2$ 4	$2x^3+15x^2+31x+12$ $2x^3+7x^2+\ \ 7x+\ 2$	1
x	$8x^3+28x^2+28x+8$ $8x^3+24x^2+10x$	$8x^2+24x+10$ $8x^2+36x+16$	2
$2x$	$4x^2+18x+8$ $4x^2+2x$	$-6)-12x-6$ $2x+\ 1$	
8	$16x+8$ $16x+8$		

∴ பொ. சி. பெ. $2x+1$ ஆகும்.

பின்னங்களைச் சுருக்குவதில் பொ. சி. பெ. பெரிதும் உபயோகமுடையது.

உதாரணம் 6: சுருக்குக: $\dfrac{x^3+4x^2-4x-7}{x^3-16x+21}$

முறை: தொகுதி எண்ணினதும் பகுதி எண்ணினதும், பொ. சி. பெ. யைக் காண்க. அதன் பின், தொகுதி எண்ணையும் பகுதி எண்ணையும் பொ. சி. பெ. ஆல் வகுத்து மறு சினைகளைக் காண்க.

x	$x^3\qquad -16x+21$ $x^3+3x^2\qquad -7x$	x^3+4x^2-4x-7 $x^3\qquad -16x+21$	1
-3	$-3x^2\qquad -9x+21$ $-3x^2\qquad -9x+21$	$4 \mid 4x^2+12x-28$ x^2+3x-7	

∴ பொ. சி. பெ. x^2+3x-7 ஆகும்.

$$x^2+3x-7)\ x^3+4x^2-4x-7\ (x+1$$
$$x^3+3x^2-7x$$
$$x^2+3x-7$$
$$x^2+3x-7$$

$$x^2+3x-7)\ x^3\qquad -16x+21\ (x-3$$
$$x^3+3x^2-7x$$
$$-3x^2-9x+21$$
$$-3x^2-9x+21$$

$$\therefore\ \frac{x^3+4x^2-4x-7}{x^3-16x+21}=\frac{(x^2+3x-7)\ (x+1)}{(x^2+3x-7)\ (x-3)}=\frac{x+1}{x-3}$$

பயிற்சி 7 (*a*)

பொ. சி. பெ. காண்க:

1. $4ab^2c^3,\ 8ab^3c^2,\ 6a^2b^2c^2$
2. $2x^3y^4,\ 5x^2z^3,\ 15x^4y^2z$
3. $(x+y)(y+z),\ (x+z)(x+y)$
4. $(x+y)^2,\ x+y$
5. $x^2-y^2,\ (x+y)$
6. $a^2b-ab,\ ab+b$
7. $x^2-25,\ (x+5)(x-5)^2$
8. $a^2-1,\ a^3-1,\ a^4-1$
9. $x^2+2x-48,\ x^2-7x+6$
10. x^2+ax^2-x-$a,\ x^2$-ax-$2a^2$

11. $x^4-5x^2+4,\ x^2+x-2$
12. $2x^2+9x+4,\ 2x^2\quad 3x-2$
13. $2x^2-13x+12,\ x^2+2x-15$
14. $2x^2+7x-4,\ 3x^2+14x+8$
15. $4x^2+21x+5,\ 3x^2+13x-10$
16. $6x^2+11x-7,\ 7-4x-3x^2$
17. $x^2-81,\ x^2-8x-9,\ 3x^2+29x+18$
18. $x^3-8,\ x^2+2x+4$
19. $8(x^2+x-12),\ 4x^3-108$
20. $x^3+2x^2-x-2,\ x^3+x^2-4x-4$
21. $x^3-4x^2+5x-2,\ x^3-7x+6$
22. $3x^2-11x-4,\ 6x^3-25x^2+3$
23. $x^3+6x^2+2x-15,\ x^3+5x^2-2x-10$
24. $x^3-3x-2,\ x^3-4x^2+6x-4$
25. $x^4-4a^2x^2+3a^3x+6a^4,\ ax^4+3a^2x^3+a^3x^2-2a^4x$
26. $4x^4+12x^3y-x^2y^2-3xy^3,\ 4x^4-4x^3y+3x^2y^2+xy^2-y^4$
27. $2x^5-9x^3+3x^2+7x-3,\ 2x^4+4x^3-7x^2-11x+6$

சுருக்குக :

28. $\dfrac{9a^4-3a^2+1}{9a^5+3a^3+3a^2-1}$
29. $\dfrac{2x^3-x^2-x-3}{4x^3-17x+12}$
30. $\dfrac{x^3-4x^2+6x-4}{x^3-3x-2}$
31. $\dfrac{x^4+3x^3+4x^2+3x+1}{x^3+5x^2+7x+3}$
32. $\dfrac{x^3-3x^2+x-3}{x^4+6x^2+5}$
33. $\dfrac{x^3+x^2+x+1}{x^3+3x^2+3x+1}$
34. $\dfrac{4x^3-12x-8}{6x^3-24x^2+30x-12}$

பொ. ம. சி.

பொதுமடங்குகளுட் சிறியது அல்லது பொ. ம. சி. : இரண்டு அல்லது மேற்பட்ட கோவைகளின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதாவது, தரப்பட்ட ஒவ்வொரு கோவையாலும் மிச்சமின்றி வகுபடத் தக்கதான குறைந்த படியிலுள்ள கோவையாகும்.

கோவைகளின் பொ. ம. சியை, அவற்றின் சினைகளைக் காண்பதன் மூலம் அறியலாம். வேண்டிய பொ. ம. சியானது, எண்

குணகங்களினதும் (ஏதும் இருப்பின்) பொ ம.சியினதும் தொடக்கச் சினைகளின் அதி கூடிய அடுக்குகளினதும் பெருக்கமாகும்.

இலகுவாகச் சினை காணமுடியாத இரு கோவைகளின் பொ. ம. சி. யைக் காண்பதற்கு, அவற்றின் பெருக்கத்தை அவற்றின் பொ. சி. பெ. யால் வகுத்துக் காணலாம். மேலே காட்டியமுறைப்படி மூன்று அல்லது மேற்பட்ட கோவைகளின் பொ. ம.சி. யைப் பெறுவதற்கு, முதல் இரு கோவைகளினதும் பொ. ம. சியைக் காண்க. பின்னர் இப் பொ. ம. சி. யினதும் மூன்றும் கோவையினதும் பொ. ம. சி. யைக் காண்க. இவ்விதமே தொடர்க. ஈற்றில் பெறப்பட்ட பொ. ம. சி. யே வேண்டிய பொ. ம. சி ஆகும்.

உதாரணம் 1. பொ. ம. சி. காண்க: $4a^3bc,\ 6a^2b^2c,\ 9abc^2$

4, 6, 9 என்பவற்றின் பொ. ம. சி. 36 ஆகும். தரப்பட்ட கோவைகளின் பொ.ம.சி. ஆனது a^3, a^2, a என்பவற்ருல் வகுபட வேண்டும். எனவே பொ. ம. சி. யின் ஒரு சினை a^3 ஆக இருக்க வேண்டும். இதேபோல் b^2 c^2 என்பனவும் சினைகளாக வேண்டும்.

$\therefore$ வேண்டிய பொ. ம. சி. $36a^3b^2c^2$ ஆகும்.

உதாரணம் 2. பொ. ம. சி. காண்க:

$$x^2-x-6,\ x^2+x-12,\ x^2+6x+8$$

$$x^2-x-6=(x-3)(x+2)$$
$$x^2+x-12=(x+4)(x-3)$$
$$x^2+6x+8=(x+4)(x+2)$$

$\therefore$ பொ.ம.சி. $=(x-3)(x+2)(x+4)$

உதாரணம் 3. பொ. ம. சி. காண்க.

$$x^3+2x^2y-xy^2-2y^3,\quad x^3-2x^2y-xy^2+2y^3;\quad x^3+x^2y-4xy^2-4y^3$$

$$\begin{aligned}x^3+2x^2y-xy^2-2y^3 &= x^3-xy^2+2x^2y-2y^3\\ &= x(x^2-y^2)+2y(x^2-y^2)\\ &= (x^2-y^2)(x+2y)\\ &= (x+y)(x-y)(x+2y)\end{aligned}$$

$$x^3-2x^2y-xy^2+2y^3=x^3-xy^2-2x^2y+2y^3$$

$$= x(x^2-y^2)-2y(x^2-y^2)$$

$$=(x^2-y^2)(x-2y)$$

$$=(x+y)(x-y)(x-2y)$$

$$x^3+x^2y-4xy^2-4y^3 = x^2(x+y)-4y^2(x+y)$$

$$= (x+y)(x^2-4y^2)$$

$$= (x+y)(x+2y)(x-2y)$$

∴ பொ.ம.சி. $= (x+y)(x-y)(x+2y)(x-2y)$
$= (x^2-y^2)(x^2-4y^2)$

உதாரணம் 4. $2x^4-x^3-9x^2+4x+4$, x^3+2x^2-x-2 என்பவற்றின் பொ.ம.சி. காண்க.

பொ.சி.பெ. யைக் காண்க. ஒரு கோவையைப் பொ.சி.பெ. ஆல் வகுக்க. பெறப்படும் ஈவை மற்றக் கோவையாற் பெருக்க வருவதுதான் பொ.ம.சி. ஆகும்.

x	x^3+2x^2-x-2	$2x^4-x^3-9x^2+4x-4$	$2x$
	x^3+x^2-2x	$2x^4+4x^3-2x^2-4x$	
	x^2+x-2	$-5x^3-7x^2+8x+4$	-5
		$-5x^3-10x^2+5x+10$	
		3) $3x^2+3x-6$	1
		x^2+x-2	
		x^2+x-2	

∴ பொ.சி.பெ. x^2+x-2 ஆகும்.

$$\begin{array}{r} x^2+x-2)\ 2x^4-x^3-9x^2+4x+4\ (2x^2-3x-2 \\ \underline{2x^4+2x^3-4x^2} \\ -3x^3-5x^2+4x \\ \underline{-3x^3-3x^2+6x} \\ -2x^2-2x+4 \\ \underline{-2x^2-2x+4} \end{array}$$

∴ பொ.ம.சி. $=(2x^2-3x-2)(x^3+2x^2-x-2)$

உதாரணம் 5. இரு கோவைகளின் பொ.சி.பெ; பொ.ம.சி. என்பவை முறையே x^2+x+5, $x^4+2x^3+4x^2+3x-10$ என்பன வாகும். கோவைகளைக் காண்க.

இரு கோவைகளினதும் பெருக்கம்

= பொ.சி.பெ. × பொ.ம.சி.

$=(x^2+x+5)(x^4+2x^3+4x^2+3x-10)$

இரு கோவைகளினதும் ஒரு சினை (x^2+x+5) பொ.சி.பெ. ஆகும். எனவே கோவைகளின் பெருக்கத்தில் அவ்விதமான இரண்டு சினைகள் உள.

$$\begin{array}{r} x^2+x+5)\ x^4+2x^3+4x^2+3x-10\ (x^2+x-2 \\ \underline{x^4+x^3+5x^2} \\ x^3-x^2+3x \\ \underline{x^3+x^2+5x} \\ -2x^2-2x-10 \\ \underline{-2x^2-2x-10} \end{array}$$

வகுப்பதின் மூலம் நாம் $x^4+2x^3+4x^2+3x-10$
$=(x^2+x-2)(x^2+x+5)$ என அறிகின்றோம்.

∴ இரு கோவைகளினதும் பெருக்கம்.
$=(x^2+x+5)(x^4+2x^3+4x^2+3x-10)$
$=(x^2+x+5)(x^2+x+5)(x^2+x-2)$

இரு கோவைகளும் மூன்றும்படிக் கோவைகளாக இருப்பதால், அவை x^2+x+5ஐ x^2+x-2இன் ஒவ்வொரு ஈருறுப்புச் சினையினாற் பெருக்குவதாற் பெறப்படும்.

$$x^2+x-2=(x+2)(x-1)$$

எனவே ஒரு கோவை $(x^2+x+5)(x+2)=x^3+3x^2+7x+10$

மற்ற கோவை $(x^2+x+5)(x-1)=x^3+4x-5$

பயிற்சி 7 (b)

பொ. ம. சி. காண்க:—

1. $4a^3b^2x,\ 2a^2b^3x^2,\ a^3x^2$
2. $3x^4y^4,\ 9x^2y^3,\ 6x^3y^2z$
3. $6pq^2,\ 24qr^2,\ 36rp^2$
4. $8a(a+b),\ 6b(b+c),\ 12c(c+a)$
5. $lm(m^2-n^2),\ m^2+mn$
6. $x(x+y),\ x^2-y^2$
7. $x^2-4,\ x^2+9x-22,\ x^2+13x+22$
8. $1+a,\ 1-a^2,\ 1-2a+a^2$
9. $a^2+2ab+b^2,\ a^2-4b^2,\ a^2-ab+2b^2$
10. $x^2-4ax+4a^2,\ x(x-y)-2a(2a-y),\ x^2-y^2+4y-4a^2$
11. $ab-b^2-ca+bc,\ bc-c^2-ab+ca$
12. $(x+y)(y+z),\ (x-y)(y+z),\ (x^2-y^2)(y-z)$
13. $x^2+2x-8,\ 2x^2+11x+12,\ 2x^2-x-6$
14. $p^2-4p-21,\ p^2+6p+8$
15. $x^2-7x+12,\ 3x^2-6x-9,\ 2x^3-6x^2-8x$
16. $3x^2-10x+8,\ 2x^2-3x-2$
17. $6x^2-x-1,\ 3x^2+7x+2,\ 2x^2+3x-2$
18. $4l^2-4l-35,\ 2l^2-l-21,\ l^2+2l-3$
19. $9x^4-28x^2+3,\ 27x^4-12x^2+1,\ 27x^4+6x^2-1,\ x^4-6x^2+9$
20. $x^3-ax^2+a^2x-a^3,\ x^3+ax^2+a^2x+a^3,\ x^3+ax^2-a^2x-a^3$
21. $a^2-b^2,\ a^3-b^3,\ a^4-b^4$
22. $8x^3+27,\ 4x^2-6x+9,\ 6x^2+5x-6$
23. $4(x^2-a^2),\ x^2-ax+a^2,\ x^3+a^3$

24. $x^3-y^3,\ x^2+xy-y^2,\ x^2-y^2$
25. $2a(a^3+b^3),\ 6b(a+b)^3,\ 3c(a^2-ab+b^2)$
26. $a^2-4b^2,\ a^3+8b^3,\ a^2+5ab+6b^2$ என்பவற்றின் பொ. ம. சி. காண்க. $a^2-4b^2,\ a^3+8b^3,\ a^2+5ab+6b^2$ என்னும் கோவைகளில் $a=6,\ b=2$ என ஈடுசெய்து கிடைக்கும் எண்களின் பொ. சி. பெ., பொ. ம. சி. என்பனவற்றைக் காண்க.

பொ. ம. சி. காண்க :—

27. $x^3+y^3,\ x^4+x^2y^2+y^4,\ x^6-y^6$
28. $x^3+x^2y-xy^2-y^3,\ x^3+2x^2y-xy^2-2y^3,\ x^3-3xy^2+2y^3$
29. $x^3-2x+1,\ x^3+2x^2-1$
30. $x^3-6x^2+11x-12,\ x^4+x^3-x^2+5x+6$
31. $4x^3+16x^2-3x-45,\ 10x^3+63x^2+119x+60$
32. $27x^4+x,\ 87x^2+8x-7,\ 27x^3+27x^2+9x+1$

பொ. சி. பெ; பொ. ம. சி. காண்க :

33. $x^3+2x^2-x-2,\ x^3+x^2-4x-4$
34. $4x^3-x^2-4x+1,\ 3x^3-3x^2+x-1$
35. $x^3-4x^2+5x-2,\ x^3-7x+6$
36. இரண்டாம்படிக் கோவைகள் இரண்டின் பொ. ம. சி. x^2-7x+6 ஆகும். அவற்றின் பொ. சி. பெ. $x-1$ ஆகும். கோவைகளைக் காண்க
37. இரு கோவைகளின் பொ. சி. பெ., $x-7$ ஆகும். அவற்றின் பொ. ம. சி. $x^3-10x^2+11x+70$ ஆகும். ஒரு கோவை $x^2-5x-14$ ஆனால் மற்றக்கோவையைக் காண்க.

அத்தியாயம் 8

பின்னங்கள்

எண் கணிதத்தில் பின்னங்கள் பற்றிய விதிகள் அட்சர கணிதத்திலும் பொருந்தும். அட்சர கணிதத்தில் பின்னங்களைச் சுருக்குவது எண் கணிதத்தில் பின்னங்களைச் சுருக்குவதைப் போன்றதே. எனவே, பின்னக் கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் வகுத்தல் என்பன எண் கணிதத்தில் செய்வதைப் போலவே, செய்யப்படும்.

தொகுதி எண்ணைப் பகுதி எண்ணல் வகுப்பதாற் பெறப்படும் ஈவு அட்சரகணிதப் பின்னம் எனப்படும்.

ஒரு பின்னத்தின் பெறுமானம், தொகுதி எண்ணையும் பகுதி எண்ணையும் ஒரே கணியத்தாற் பெருக்கினாலும் அல்லது வகுத்தாலும், மாற்றமடையாது.

தொகுதி எண்ணினதும் பகுதி எண்ணினதும் குறிகளை ஒரே நேரத்தில் மாற்றினாலும், பின்னத்தின் பெறுமானம் மாற்றமடையாது.

ஈவின் குறி : தொகுதி எண்ணும் பகுதி எண்ணும் ஒரே குறியை உடையனவாக இருந்தால், ஒரு கணியத்தை இன்னொரு கணியத்தால் வகுக்கும்போது ஈவு சகக்குறியை உடையதாகவும் அவை எதிரான குறிகளை உடையனவாக இருந்தால் ஈவு சயக் குறியை உடையதாகவும் இருக்கும்.

$$\frac{+a}{+b}=+\frac{a}{b},\quad \frac{-a}{-b}=+\frac{a}{b},\quad \frac{+a}{-b}=-\frac{a}{b},\quad \frac{-a}{+b}=-\frac{a}{b}$$

பின்னங்களின் கூட்டல் கழித்தல் என்பன

பின்னங்களைக் கூட்டுவதற்கு அல்லது கழிப்பதற்கு அவற்றை அவற்றின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதற்குச் சுருக்குக. (பகுதி எண்களின் பொ.ம.சி.) புதிய தொகுதி எண்களின் அட்சரக் கணிதக் கூட்டுத் தொகையைப் பொதுப் பகுதி எண்ணல் வகுக்க.

பின்னங்களின் பெருக்கல் : இரண்டு அல்லது மேற்பட்ட பின்னங்களின் பெருக்கம், எல்லாத் தொகுதி எண்களின் பெருக்கத்தைத் தொகுதி எண்ணாகவும், எல்லாப் பகுதி எண்களின் பெருக்கத்தைப் பகுதி எண்ணாகவு முடைய இன்னொரு பின்னமாகும். புதிய பின்னத்தில் தொகுதி எண்ணிற்கும் பொதுவாக உள்ள சினைகளை (ஏதும் இருப்பின்) வெட்டிவிட வேண்டும்.

ஒரு பின்னத்தால் வகுத்தல் : ஒரு பின்னத்தால் வகுப்பதற்கு அதன் தலை கீழாற் பெருக்கவேண்டும்.

பின்னங்களைச் சுருக்குதல் : பொ.சி.பெ. ஆல் தொகுதி எண்ணையும் பகுதி எண்ணையும் வகுத்தால் பின்னத்தின் பெறுமானம் மாற்றமடையாது. ஆகவே ஒரு பின்னத்தைச் சுருக்குவதற்கு அதன் பகுதியெண்ணையும் தொகுதி எண்ணையும் பொ.சி.பெ. ஆல் வகுக்கவேண்டும், பொ.சி.பெ. ஆல் வகுப்பது, பொதுச் சினையை வெட்டுதல் எனப்படும்.

உதாரணம் : சுருக்குக : $\dfrac{x^3y^2}{x^2y^3}$

பகுதி எண்ணினதும் தொகுதி எண்ணினதும் பொ.சி.பெ. x^2y^2 ஆகும்.

$$\therefore\ \frac{x^3y^2}{x^2y^3}=\frac{x^3y^2\div x^2y^2}{x^2y^3\div x^2y^2}=\frac{x}{y}$$

பொதுவாக நாம் பின்னங்களைச் சுருக்குவதற்கு தொகுதி எண்ணையும் பகுதி எண்ணையும் வகுப்பதில்லை. அதற்குப் பதிலாக நாம் இரண்டினது சினைகளையும் எழுதி, கீழேகாட்டியவாறு பொதுச் சினைகளை வெட்டுகின்றோம்.

$$\frac{x^3y^2}{x^2y^3}=\frac{x.x.x\,y.y}{x.x.y.y\,y.}=\frac{x}{y}$$

பின்னக் கோவைகளைச் சுருக்குதல் :

1. எல்லாக் கோவைகளையும் அவற்றின் பொதுத் தொகுதி எண்ணிற்குச் சுருக்குக.
2. தொகுதி எண்ணையும் பகுதி எண்ணையும் சுருக்குக.
3. தொகுதி எண்ணினதும் பகுதி எண்ணினதும் பொதுச் சினைகளை (ஏதுமிருப்பின்) வெட்டி விடுக.

உதாரணம் 1. சுருக்குக :

$$\therefore\ \frac{x^2+2x-3}{x^2+2x}\times\frac{3x+6}{(x-1)^2}\times\frac{x}{3}$$

$$\frac{x^2+2x-3}{x^2+2x}\times\frac{3x+6}{(x-1)^2}\times\frac{x}{3}=\frac{(x+3)\,(x-1)\times3(x+2)\times x}{x(x+2)\,(x-1)^2\times3}$$

$$=\frac{x+3}{x-1}$$

உதாரணம் 2. சுருக்குக :—

$$\therefore \frac{x^2-3x+2}{(x-3)} \div \frac{x^2-1}{2x^2-6x}$$

$$\frac{x^2-3x+2}{(x-3)} \div \frac{x^2-1}{2x^2-6x} = \frac{x^2-3x+2}{(x-3)} \times \frac{2x^2-6x}{x^2-1}$$

$$\frac{(x-2)(x-1)}{(x-3)} \times \frac{2x(x-3)}{(x+1)(x-1)} = \frac{(x-2)(x-1) \times 2x(x-3)}{(x-3)(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{2x(x-2)}{x+1}$$

உதாரணம் 3. சுருக்குக :

$$\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}$$

$$\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} = \frac{x(x+y)-y(x-y)}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x^2+xy-xy+y^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$$

உதாரணம் 4. சுருக்குக :—

$$\frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{2}{4x-3-x^2} + \frac{1}{x^2-3x+2} \qquad \text{(ஜூலை 49)}$$

$$\frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{2}{4x-3-x^2} + \frac{1}{x^2-3x+2}$$

$$= \frac{1}{(x^2-5x+6)} + \frac{2}{-(x^2-4x+3)} + \frac{1}{(x^2-3x+2)}$$

$$= \frac{1}{(x-3)(x-2)} - \frac{2}{(x-3)(x-1)} + \frac{1}{(x-2)(x-1)}$$

$$= \frac{(x-1)-2(x-2)+(x-3)}{(x-3)(x-2)(x-1)}$$

$$= \frac{x-1-2x+4+x-3}{(x-3)(x-2)(x-1)}$$

$$= \frac{0}{(x-3)(x-2)(x-1)} = 0.$$

உதாரணம் 5 : சுருக்குக:

$$x - \frac{1}{1-x} - \frac{x^2-3x-2}{x^2-1} \qquad \text{(டிச. 49)}$$

$$x - \frac{1}{1-x} - \frac{x^2-3x-2}{x^2-1} = x + \frac{1}{x-1} - \frac{x^2-3x-2}{(x+1)(x-1)}$$

$$[\because \; 1-x = -(x-1)]$$

$$= \frac{x(x+1)(x-1) + (x+1) - (x^2-3x-2)}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{x^3-x+x+1-x^2+3x+2}{(x+1)(x-1)} = \frac{3x+3}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{3(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{3}{x-1}$$

உதாரணம் 6 : சுருக்குக :

$$\frac{x+27}{6x^2+x-15} + \frac{2x+3}{8x-3-4x^2} + \frac{x+19}{5-7x-6x^2}$$

$$\frac{x+27}{6x^2+x-15} + \frac{2x+3}{8x-3-4x^2} + \frac{x+19}{5-7x-6x^2}$$

$$= \frac{x+27}{(6x^2+x-15)} + \frac{2x+3}{-(4x^2-8x+3)} + \frac{x+19}{-(6x^2+7x-5)}$$

$$=\frac{x+27}{6x^2+x-15}-\frac{2x+3}{4x^2-8x+3}-\frac{x+19}{6x^2+7x-5}$$

$$=\frac{x+27}{6x^2+10x-9x-15}-\frac{2x+3}{4x^2-6x-2x+3}-\frac{x+19}{6x^2+10x-3x-5}$$

$$=\frac{x+27}{2x(3x+5)-3(3x+5)}-\frac{2x+3}{2x(2x-3)-1(2x-3)}$$

$$-\frac{x+19}{2x(3x+5)-1(3x+5)}$$

$$=\frac{x+27}{(3x+5)(2x-3)}-\frac{2x+3}{(2x-3)(2x-1)}-\frac{x+19}{(3x+5)(2x-1)}$$

$$=\frac{(x+27)(2x-1)-(2x+3)(3x+5)-(x+19)(2x-3)}{(3x+5)(2x-3)(2x-1)}$$

$$=\frac{(2x^2-x+54x-27)-(6x^2+10x+9x+15)-(2x^2-3x+38x-57)}{(3x+5)(2x-3)(2x-1)}$$

$$=\frac{2x^2-x+54x-27-6x^2-10x-9x-15-2x^2+3x-38x+57}{(3x-5)(2x-3)(2x-1)}$$

$$=\frac{-6x^2-x+15}{(3x+5)(2x-3)(2x-1)}=\frac{-(6x^2+x-15)}{(3x+5)(2x-3)(2x-1)}$$

$$=\frac{-(3x+5)(2x-3)}{(3x+5)(2x-3)(2x-1)}=\frac{-1}{2x-1}=\frac{1}{1-2x}$$

உதாரணம் 7. சுருக்குக :- $\dfrac{x^2-2xy+y^3}{x^2-3xy+2y^2}-\dfrac{x^2+3xy+2y^2}{x^2+2xy+y^2}$

$$\frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-3xy+2y^2}-\frac{x^2+3xy+2y^2}{x^2+2xy+2y^2}$$

$$=\frac{(x-y)^2}{x^2-2xy-xy+2y^2}-\frac{x^2+2xy+xy+2y^2}{(x+y)^2}$$

$$=\frac{(x-y)^2}{x(x-2y)-y(x-2y)}-\frac{x(x+2y)+y(x+2y)}{(x+y)^2}$$

$$=\frac{(x-y)^2}{(x-2y)(x-y)}-\frac{(x+2y)(x+y)}{(x+y)^2}$$

$$=\frac{x-y}{(x-2y)}-\frac{(x+2y)}{(x+y)}$$

$$=\frac{(x-y)(x+y)-(x+2y)(x-2y)}{(x-2y)(x+y)}$$

$$=\frac{(x^2-y^2)-(x^2-4y^2)}{(x-2y)(x+y)}$$

$$=\frac{x^2-y^2-x^2+4y^2}{(x-2y)(x+y)}=\frac{3y^2}{(x-2y)(x+y)}$$

உதாரணம் 8. சுருக்குக :-

$$\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}+\frac{4a^2}{a^2-b^2}$$ (யூலை 49)

$$\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}+\frac{4a^2}{a^2-b^2}=\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}+\frac{4a^2}{(a+b)(a-b)}$$

$$=\frac{(a+b)^2-(a-b)^2+4a^2}{(a+b)(a-b)}$$

$$=\frac{(a^2+2ab+b^2)-(a^2-2ab+b^2)+4a^2}{(a+b)(a-b)}$$

$$=\frac{a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2+4a^2}{(a+b)(a-b)}$$

$$=\frac{4ab+4a^2}{(a+b)(a-b)}$$

$$=\frac{4a(a+b)}{(a+b)(a-b)}=\frac{4a}{a-b}$$

உதாரணம் 9. x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க

$$\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2+3x+2}+\frac{1}{x^2+x-2}=0$$ (ஆக. 50)

$$\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2+3x+2}+\frac{1}{x^2+x-2}=0$$

i.e. $$\frac{1}{(x+1)(x-1)}+\frac{1}{(x+2)(x+1)}+\frac{1}{(x+2)(x-1)}=0$$

$$\therefore\quad \frac{x+2+x-1+x+1}{(x+1)(x-1)(x+2)}=0$$

$$\therefore\quad \frac{3x+2}{(x+1)(x-1)(x+2)}=0.$$ [தொகுதியாகிய $(3x+2)$ யின் பெறுமானம் 0 ஆக இருக்கும்போதுதான் பின்னத்தின் பெறுமானம் 0 ஆகும்.]

$3x+2=0 \quad \therefore\ 3x=-2 \quad \therefore\ =-\frac{2}{3}$

$\therefore\ x=-\frac{2}{3}$ ஆக இருக்கும்போது கொடுக்கப்பட்ட பின்னத்தின் பெறுமானம் 0 ஆகும்.

உதாரணம் 10. சுருக்குக:—

$$\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-c)(b-a)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}$$

$[b-a=-(a-b),\ c-a=-(a-c),\ c-b=-(b-c)$

$(c-a)(c-b)=\{-(a-c)\}\times\{-(b-c)\}=(a-c)(b-c)]$

$$\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-c)(b-a)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}$$

$$=\frac{1}{(a-b)(a-c)}-\frac{1}{(b-c)(a-b)}+\frac{1}{(a-c)(b-c)}$$

$$=\frac{(b-c)-(a-c)+(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$=\frac{b-c-a+c+a-b}{(a-b)(a-c)(b-c)}=\frac{0}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$=0.$$

உதாரணம் 11. சுருக்குக: $\left(\frac{x+a}{x-a}+\frac{x-a}{x+a}\right)\div\left(\frac{x+a}{x-a}-\frac{x-a}{x+a}\right)$

$$\left(\frac{x+a}{x-a}+\frac{x-a}{x+a}\right)\div\left(\frac{x+a}{x-a}+\frac{x-a}{x+a}\right)$$

$$=\frac{(x+a)^2+(x-a)^2}{(x+a)(x-a)}\div\frac{(x+a)^2-(x-a)^2}{(x+a)(x-a)}$$

$$=\frac{(x+a)^2+(x-a)^2}{(x+a)(x-a)}\times\frac{(x+a)(x-a)}{(x+a)^2-(x-a)^2}$$

$$=\frac{[(x+a)^2+(x-a)^2]\,(x+a)(x-a)}{(x+a)(x-a)[(x+a)^2-(x-a)^2]}$$

$$=\frac{(x+a)^2+(x-a)^2}{(x+a)^2-(x-a)^2}=\frac{(x^2+2ax+a^2)+(x^2-2ax+a^2)}{(x^2+2ax+x^2)-(x^2-2ax+a^2)}$$

$$=\frac{x^2+2ax+a^2+x^2-2ax+a^2}{x^2+2ax+a^2-x^2+2ax-a^2}=\frac{2x^2+2a^2}{4ax}$$

$$=\frac{2(x^2+a^2)}{4ax}=\frac{x^2+a^2}{2ax}$$

உதாரணம் 12. சுருக்குக:— $\dfrac{\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)^2-4}{\left(\frac{b}{a}-\frac{a}{b}\right)^2+4}$

$$\frac{\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)^2-4}{\left(\frac{b}{a}-\frac{a}{b}\right)^2+4}=\frac{\left(\frac{b^2+a^2}{ab}\right)^2-4}{\left(\frac{b^2-a^2}{ab}\right)^2+4}$$

$$=\frac{\frac{(b^2+a^2)^2}{a^2b^2}-4}{\frac{(b^2-a^2)^2}{a^2b^2}}=\frac{\frac{(b^2+a^2)^2-4a^2b^2}{a^2b^2}}{\frac{(b^2-a^2)^2+4a^2b^2}{a^2b^2}}$$

$$=\frac{(b^2+a^2)^2-4a^2b^2}{a^2b^2}\times\frac{a^2b^2}{(b^2-a^2)^2+4a^2b^2}$$

$$= \frac{[(b^2+a^2)^2-4a^2b^2]a^2b^2}{(a^2b^2[(b^2-a^2)^2+4a^2b^2]}$$

$$= \frac{(b^2+a^2)^2-4a^2b^2}{(b^2-a^2)^2+4a^2b^2} = \frac{b^4+2a^2b^2+a^4-4a^2b^2}{b^4-2a^2b^2+a^4+4a^2b^2}$$

$$= \frac{b^4-2a^2b^2+a^4}{b^4+2a^2b^3+a^4} = \frac{(b^2-a^2)^2}{(b^2+a^2)^2}$$

உதாரணம் 13. $\frac{x+y}{x-y} = 3$ எனின் $\frac{x^2+y^2}{xy}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\frac{x+y}{x-y} = 3 \quad \therefore x+y = 3(x-y)$$

இருபக்கங்களையும் வர்க்கிக்க $(x+y)^2 = 9(x-y)^2$

$$\therefore \quad x^2+2xy+y^2 = 9(x^2-2xy+y)^2$$

$$\because \quad x^2+2xy+y^2 = 9x^2-18xy+9y^2$$

$$\therefore \quad x^2+y^2-9x^2-9x^2 = -18xy-2xy$$

((x^2+y^2) இன் பெறுமானத்தைக் காண இடம் மாற்றுவதால்)

$$\therefore -8x^2-8y^2 = -20xy$$

$$\therefore \quad x^2+y^2 = \frac{5xy}{2} \qquad \text{(}-8\text{ ஆற் பிரிக்க)}$$

$$\therefore \frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{\frac{5xy}{2}}{xy} = \frac{5xy}{2\times xy} = \frac{5}{2}$$

அல்லது $\frac{x+y}{x-y} = 3$

$$\therefore x+y = 3(x-y) = 3x-3y$$

$$\therefore \quad x-3x = -3y-y$$

(xஇன் பெறுமானத்தை y இன் சார்பிற்காண)

$$\therefore \quad -2x = -4y \qquad \therefore x = 2y$$

$$\frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{(2y)^2+y^2}{(2y)y} = \frac{4y^2+y^2}{2y^2} = \frac{5y^2}{2y^2} = \frac{5}{2}$$

உதாரணம் 14. $x=t+t^2$ உம் $y=t-t^2$ உம் எனின், x இற்கும் y இற்கும் இடையே t சாராத ஒரு தொடர்பைக் காண்க. (டிச. 50)

$$t+t^2 = x$$
$$t-t^2 = y$$

கூட்ட $2t = x+y \qquad \therefore t = \frac{x+y}{2}$

$$x = t+t^2 = \frac{x+y}{2} + \left(\frac{x+y}{2}\right)^2$$ (t இன் பெறுமானத்தை ஈடு செய்ய)

$$\therefore x = \frac{x+y}{2} + \frac{(x+y)^2}{4}$$

$$\therefore \; 4x = 2(x+y)+1(x+y)^2$$

(பொ.ம.சி. 4 ஆல் முழுவதும் பெருக்குவதால்)

$$\therefore \; 4x = (x+y)(2+x+y)$$

உதாரணம் 15. $x=\frac{1+y}{2y-1}$ உம் $y=\frac{1+2z}{1-z}$ உம் எனின் zஐ y சாராத xஇன் சார்பிற் கூறுக. (டிச. 49)

$y = \frac{1+2z}{1-z}$ என்பதை $x = \frac{1+y}{2y-1}$ இல் ஈடு செய்வதால் நாம்

$$x = \frac{1+\frac{1+2z}{1-z}}{\frac{2(1+2z)}{1-z}-1} = \frac{\frac{1-z+1+2z}{1-z}}{\frac{2(1+2z)-(1-z)}{1-z}}$$ என்பதைப்பெறுகிறோம்.

$$= \frac{\frac{1-z+1+2z}{1-z}}{\frac{2+4z-1+z}{1-z}} = \frac{\frac{z+2}{1-z}}{\frac{5z+1}{1-z}}$$

$$= \frac{z+2}{1-z} \times \frac{1-z}{5z+1} = \frac{z+2}{5z+1}$$

$$\therefore x = \frac{z+2}{5z+1}$$

$$x(5z+1)=z+2$$

$$5xz+x=z+2$$

$$5xz-z=2-x$$ (z இன் பெறுமானம் காண)

$$z(5x-1)=2-x$$

$$z=\frac{2-x}{4x-1}$$

[$x=\frac{1+y}{2y-1}$ இல் yயைக் கண்டு, அந்தப் பெறுமானத்தை மற்றதில் ஈடு செய்க.]

உதாரணம் 16 : $x=a\left(t+\frac{1}{t}\right)$, $y=a\left(t^2+\frac{1}{t^2}\right)$ எனின் x இற்கும் y இற்கும் t சாராத ஒரு தொடர்பைக் காண்க. (டிச. 51)

$x=a\left(t+\frac{1}{t}\right)$ என்பதிலிருந்து $t^2+\frac{1}{t^2}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

அப்பெறுமானத்தை $y=a\left(t^2+\frac{1}{t^2}\right)$ என்பதில் ஈடு செய்க.

$\left(t+\frac{1}{t}\right)=x$, [$x=a\left(t+\frac{1}{t}\right)$ என்பதை மாற்றி எழுதுவதால்]

$\therefore\ t+\frac{1}{t}=\frac{x}{a}$ (a ஆற் பிரிக்க)

$\left(t+\frac{1}{t}\right)^2=\left(\frac{x}{a}\right)^2$ [இருபக்கங்களையும் வர்க்கிக்க]

$$t^2+2\times t\times\frac{1}{t}+\frac{1}{t^2}=\frac{x^2}{a^2}$$

$$\therefore\ t^2+2+\frac{1}{t^2}=\frac{x^2}{a^2}$$

$$\therefore\ t^2+\frac{1}{t^2}=\frac{x^2}{a^2}-2$$

$t^2+\frac{1}{t^2}$ என்பதை $y=a\left(t^2+\frac{1}{t^2}\right)$ என்பதில் ஈடு செய்வதால்

நாம் $y=a\left(\frac{x^2}{a^2}-2\right)=\frac{ax^2}{a^2}-2a=\frac{x^2}{a}-2a$ என்பதைப் பெறுகிறோம்.

$y=\frac{x^2-2a^2}{a}$ (பொதுப் பகுதி எண்ணிற்குச் சுருக்கும் பொழுது)

$\therefore\ ay=x^2-2a^2$ (இரு பக்கங்களையும் a ஆற் பெருக்க)

பயிற்சி 8 (a)

சுருக்குக :

1. $\frac{3a-1}{a^2+2a}\times\frac{a+2}{3a^2-7a+2}$

2. $\frac{5x^2}{x^2+4}\times\frac{10}{x^3}\times\frac{(x-2)^2}{5x^2-20}$

3. $\frac{x^2+1}{(x-1)^2}\div\frac{x^2-4}{x^2+x-2}$

4. $\frac{2x^2-4x-6}{x^2-3x-4}\div\frac{x^2-3x}{x+2}$

5. $\frac{3}{x+3}+\frac{9}{x^2-9}$

6. $\frac{x}{x^2-4}-\frac{1}{x+2}$

7. $\frac{x}{x+3y}-\frac{y}{3y}$

8. $\left[\frac{x}{x-2}-\frac{2}{x-3}\right]\times\frac{x^2-2x}{x^2-x}$

9. $\frac{x^2-1}{x^2+x-2}\times\frac{x^3+8}{x^4+4x^2+16}\div\frac{x^2+x}{x^3+2x^2}$

10. $\frac{p+1}{p^2-5p+6}\div\frac{1+p}{4-p^2}$ (யூலை 55)

11. $\frac{(x^2-9)(x+2)}{(x^2-x-12)(x^2-x-6)}$ (ஆக 60)

12. $\left(\frac{1}{a+b}-\frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a-b}-\frac{1}{a}\right)\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)$ (ஆக. 62)

13. $\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)\div\left(\frac{x}{x-y}-\frac{y}{x+y}\right)$ (யூலை 54)

14. $\dfrac{\frac{1}{a}-4a}{4-4a-\frac{1}{a}}$ (டிச. 58)

15. $\frac{(x^2-8)(x^2+4)}{(x^4-16)(x^2+2x+4)}$

16. $\frac{1}{2x-2}+\frac{x+1}{x^2+x-2}$

17. $\frac{3}{2t-1}-\frac{4}{2t+1}-\frac{6}{4t^2-1}$

18. $\frac{2}{1+x}+\frac{1}{x-1}+\frac{3x}{1-x^2}$ (யூலை 52)

19. $\frac{x}{2x-6}+\frac{3}{6-2x}+\frac{x}{2}$ (யூலை 53)

20. $\frac{3}{2-2x}-\frac{4}{3+3x}+\frac{5}{4x^2-4}$

21. $\frac{2}{y-4}+\frac{5}{y+4}-\frac{4y}{y^2-16}$

22. $\frac{x-3}{x-5}+\frac{x-5}{x-3}+\frac{16}{x^2-8x+15}$

23. $\frac{1}{x^2-5x+6}+\frac{1}{x^2-3x+2}$

24. $\frac{1}{x^2-4}+\frac{1}{x^2+x-6}-\frac{2}{x^2+5x+6}$ (டிச. 50)

25. $\frac{6}{x^2+2x-8}+\frac{7}{10-3x-x^2}$ (ஆக. 61)

26. $\frac{1}{(x-y)(y-z)}+\frac{1}{(y-x)(x-z)}+\frac{1}{(z-x)(y-x)}$ (ஆக. 61)

27. $\frac{3}{x^2+2x-15}+\frac{1}{x+6-x^2}-\frac{2}{x^2+7x+10}$ (டிச. 57)

28. $\frac{2}{3x^2-14x+8}-\frac{8}{13x-6x^2-6}-\frac{4}{2x^2-11x+12}$ (ஆக. 58)

29. $\frac{1}{x^2-3x+2}+\frac{3}{3x-2-x^2}-\frac{1}{x^2+x-2}$ (டிச. 59)

30. $\frac{1}{(x-3)^2}+\frac{1}{2x^2-5x-3}-\frac{6}{4x^2-1}$ (டிச. 51)

31. $\frac{7}{2a^2-a-6}+\frac{8}{4+4a-3a^2}$ (டிசெ. 63)

32. $\frac{3}{x^2-4x+4}-\frac{2}{x^2+x-6}+\frac{1}{4-x^2}$ (யூலை 51)

33. $\frac{1}{x^2-10x+24}-\frac{3}{x^2-6x+8}+\frac{2}{x^2-8x+12}$

34. $\frac{1}{(x-2)(x-3)}+\frac{1}{(x-3)(x-1)}+\frac{1}{(x-1)(x-2)}$

35. $\frac{3}{x^2+x-2}-\frac{2}{x^2+2x-3}+\frac{1}{x^2+5x+6}$ (டிச. 49)

36. $\frac{1}{2x-1}-\frac{2x}{4x^2-1}-\frac{1}{2x^2-3x+1}$ (ஆக. 50)

37. $\frac{2x}{x^2-2x-3}+\frac{1}{x^2-1}+\frac{x}{x^2-4x+3}$ (டிச. 52)

38. $\frac{3x}{2-3x+x^2}+\frac{4}{1-x}-\frac{6}{2-x}$ (யூலை 47)

39. $\frac{1}{x^2-1}-\frac{1}{2x^2-6x+4}+\frac{3}{2x^2-2x-4}$ (ஜூலை 48)

40. $\frac{1}{3x^2+6x+3}-\frac{1}{4x^2+2x-2}+\frac{1}{24x^2-24x+6}$ (ஜூலை 48)

41. $\frac{2}{x^2-5x+6}+\frac{3}{5x-6-x^2}+\frac{4}{x^2-x-6}$ (டிச. 53)

42. $\frac{a-2}{a^2-9a+20}-\frac{a+2}{a^2-a-12}$ (டிச. 57)

43. $\frac{x-2}{x^2-7x+12}+\frac{2x-6}{6x-8-x^2}+\frac{x-4}{x^2-5x+6}$ (ஆக. 59)

44. $\frac{1}{1-a}+\frac{a}{a^2-1}$ (ஆக. 59)

45. $\frac{2}{a-2}+\frac{4}{4-a^2}$ (டிச. 60)

46. $\frac{a+2}{a-2}+\frac{4}{4-a^2}-1$ (டிச. 60)

47. $\frac{b-2}{b+2}-\frac{2+b}{2-b}-\frac{b^2+4}{b^2-4}$ (ஜூலை 57)

48. $\frac{a^3+2a+3}{1-a^2}+\frac{1}{a-1}+a$ (டிச. 59)

49. $\frac{4}{1-a^4}-\frac{a+3}{2(a^2+1)}-\frac{2}{2(a+1)}+\frac{1}{a-1}$ (டிச. 56)

50. $\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\frac{bc}{(c-a)(c-b)}$ (ஜூலை 55)

51. $\frac{1}{a^2-ab-ac+bc}+\frac{1}{b^2-bc-ab+ac}$ (டிச. 62)

பயிற்சி 8 (*b*)

1. x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\frac{1}{9x^2-1}+\frac{1}{3x^2+4x+1}+\frac{x}{3x^2+2x-1}=0.$$ (ஜூலை 51)

2. x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\frac{x}{x^2+x-2}+\frac{1}{2x^2+3x-2}-\frac{1}{2x^2-3x+1}=0$$ (டிச. 50)

சுருக்குக :

3. $\frac{13}{6x^2-5xy-6y^2}-\frac{5}{6x^2-13xy+6y^2}-\frac{12}{9x^2-4y^2}$

4. $\left\{\frac{1}{x^2-y^2}-\frac{1}{(x-y)^2}\right\}\times\frac{x^3-x^2y-xy^2+y^3}{2}$ (63 ஆக.)

5. $\frac{x+2}{x^2-1}+\frac{x+1}{4(x^2+x-2)}-\frac{x-1}{4(x^2+3x+2)}$ (ஜனவ. 47)

6. $\frac{3(1-a)}{a-2}\left[1-\frac{1}{a+1}-\frac{2}{a^2-1}\right]$ (64 ஆக.)

7. $\frac{a}{a+b}-\frac{ab}{(a+b)(a+2b)}+\frac{a+b}{a+2b}$

8. $\frac{x-a}{x-b}+\frac{x-b}{x-a}-\frac{(a-b)^2}{(x-a)(x-b)}$

9. $\frac{4x^2}{x^2-a^2}-\frac{x-a}{x+a}+\frac{a+x}{a-x}$ (டிச. 52)

10. $\frac{2x^2+x-3}{x^2-1}-\frac{2(2x^2-5x+3)}{2x^2-x-3}$

11. $\frac{x}{x-y}+\frac{y}{x+y}+\frac{2xy}{y^2-x^2}$

12. $\frac{a-2x}{a+2x}-\frac{a+2x}{a-2x}+\frac{8ax}{a^2-4x^2}$

13. $\frac{2}{a^2-ab}+\frac{3}{ab+b^2}-\frac{3a-2b}{ab(a+b)}$

14. $1+\frac{a}{b}-\frac{b}{a+b}-\frac{a^2}{ab-b^2}+\frac{2a^2}{a^2-b^2}$

15. $\frac{x-2}{(x-1)(x-3)}-\frac{2(x-1)}{(x-2)(x-3)}+\frac{x-3}{(x-1)(x-2)}$

16. $\frac{x+4}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{x} + \frac{x+1}{x(x-1)}$

17. $\frac{11}{8(x-3)} - \frac{7}{2(x-1)^2} - \frac{11}{4(x-1)^2} - \frac{11}{8(x-1)}$

18. $\frac{a^2-b^2}{b^2+c^2} - \frac{a^2+b^2}{b^2-c^2} + 2$

19. $\left[\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} - \frac{x-y}{x+y}\right] \div \left[\frac{x+y}{x-y} - \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}\right]$

20. $\frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$

21. $\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$

22. $\left(\frac{x-y}{x+y} - \frac{x^3-y^3}{x^3+y^3}\right) \times \left(\frac{x+y}{x-y} + \frac{x^3+y^3}{x^3-y^3}\right)$

23. சினை பற்றிய அறிவைக் கொண்டு பின் வருவதைக் கூடிய அளவுக்கு சுருக்குக ;

$\frac{(a-2)(a-3)(a-4)-(2-a)(a-3)+(a-2)}{(a-2)(a-3)(a-2)+2}$ (டிச. 61)

24. $x=a-\frac{1}{b}$ யும் $y=b-\frac{1}{a}$ யும் ஆக இருப்பின் $\frac{y-x}{y}$ ஐ aயினதும் bயினதும் சார்பில் மிகச் சுருக்கமான முறையிற் தருக. (டிச. 58)

25. $m=\frac{2x+5y}{2x-5y}$ எனின் $\frac{m+1}{m-2}$ ஐ x, y என்பவற்றின் சார்பிற் தருக. (டிச. 57)

26. $y=\frac{1-t}{1+t}$ எனில் $\frac{1-y^2}{1+y^2}$ ஐ tயின் சார்பிற் தருக. (டிச. 61)

27. $x+\frac{1}{x}=3$ ஆனுல் (a) $x^2+\frac{1}{x^2}$ (b) $x^3+\frac{1}{x^3}$ என்பனவற்றின் பெறுமானத்தைக் கணிக்க.

28. $\frac{a}{ax+x^2} + \frac{b}{bx+x^2} + \frac{c}{cx+x^2}$

$= \frac{3}{x} - \frac{1}{x+a} - \frac{1}{x+b} - \frac{1}{x+c}$ எனக் காட்டுக

சுருக்குக :

29. $\frac{3x}{x-1} - \frac{2x}{x-2} + \frac{x}{x-3}$

30. $\frac{x^2}{(x-1)(2x-1)} + \frac{(x-1)^2}{x(2x-1)} - \frac{1}{x(x-1)}$

31. $x=t+\frac{1}{t}$ யும் $y=t-\frac{1}{t}$ யும் ஆனுல் x இற்கும் y யிற்கும் இடையே உள்ள ஒரு தொடர்பைக் காண்க. (யூலை 48)

32. $a=\frac{3x+4y}{3x-4y}$ ஆயின், $\frac{a-1}{a+1}$ இனது பெறுமதியைக் காண்க. (63 டிச.)

33. $y=x+\frac{1}{x}$ உம் $z=y-\frac{1}{y}$ யும் ஆனுல் zஐ xஇன் சார்பில் கூடிய அளவு சுருக்க வடிவிற் காண்க.

34. $x=1-\frac{1}{y}$ ஆனுல், $y=1+\frac{1}{z}$ ஆனுல், $z=\frac{1}{x}-1$ என்பதை நிறுவுக. (டிச. 59)

35. $x(t+1)^2=3$ ஆனுல், $ty=t+2$ ஆனுல் x இற்கும் y இற்கும் இடையே உள்ள t சாராத ஒரு தொடர்பைக் காண்க. (யூலை 51)

36. $x=\frac{1+a}{1-a}$ ஆனுல், $y=\frac{1-a}{1+a}$ ஆனுல் $\frac{x-y}{1+xy}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

37. $\frac{p+a}{p+b}=\frac{a^3}{b^3}$ ஆனுல், $\frac{q+a}{q+b}=\frac{a^4}{b^4}$ ஆனுல் pஐயும் qவையும் a, b என்பவற்றின் சார்பிற் கண்டு $pq=\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$ என்பதை நிறுவுக.

38. $ax+by=\frac{b}{a}$ ஆனால், $bx+\frac{y}{a}=\frac{1}{b}$ ஆனால் xஐ a, b என்பவற்றின் சார்பிற் கண்டு உமது விடையைக் கூடிய அளவு சுருக்குக.

39. $x=\frac{t+1}{t-1}$ ஆனால், $y=\frac{t^2+1}{t^2-1}$ ஆனால் yஐ x இன் சார்பில் தருக. (நொவ. 47)

40. $a=1+\frac{1}{b-1}$ ஆனால், $b=1+\frac{1}{c}$ ஆனால், $a+b+c$ ஐ cயின் சார்பில் தருக. உமது விடையைச் சுருக்கமான வடிவில் தருக.

அத்தியாயம் 9

ஒருங்கமை சமன்பாடுகள்

எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் முறைகளை நாம் படித்துள்ளோம். (தெரியாதது ஒன்றைக் கொண்டுள்ள ஒரு படிச் சமன்பாடு) ஒரு சமன்பாட்டில் இரண்டு அல்லது மேற்பட்ட தெரியாக் கணியங்கள் இருந்தால், சமன்பாட்டைத் திருப்திபடுத்த இத் தெரியாக் கணியங்களின் சோடிப் பெறுமானங்கள் பலவற்றை நாம் காணலாம். $x-y=5$ என்பது இரண்டு தெரியாக் கணியங்களைக் கொண்ட ஒரு சமன்பாடாகும். $x=1$ ஆக இருக்கும் பொழுது $y=-4$ ஆகும். $x=2$ ஆக இருக்கும் பொழுது $y=-3$ ஆகும். $x=3$ ஆக இருக்கும் பொழுது $y=-2$ ஆகும்; $x=5$ ஆக இருக்கும் பொழுது $y=0$ ஆகும். எனவே x இனதும் y இனதும் சரியான பெறுமானங்களை மேலே காட்டப்பட்டுள்ள சமன்பாட்டிலிருந்து நாம் பெறமுடியாது.

கூடுதலாக $2x+y=4$ என்னும் இன்னொரு சமன்பாடு தரப்படுமானால், இரு சமன்பாடுகளையும் திருப்திபண்ணுவதற்கு ஒரே ஒரு சோடிப் பெறுமானங்கள் மாத்திரம் இருக்கும்.

$2x+y=4$ என்னும் சமன்பாட்டை $x=1$, $y=2$; $x=2$, $y=0$; $x=3$, $y=-2$; $x=4$, $y=-4$ முதலிய பெறுமானங்கள் திருப்திபடுத்துகின்றன. இருந்தும் $x=3$, $y=-2$ என்னும் ஒரே ஒரு சோடிப் பெறுமானங்கள் மாத்திரம் $x-y=5$ என்பதையும் $2x+y=4$ என்பதையும் ஒரே நேரத்தில் திருப்திப்படுத்துகின்றன.

எனவே, இரண்டு தெரியாக் கணியங்களைக் கொண்ட இரண்டு சமன்பாடுகள், தெரியாக் கணியங்களின் ஒரே சோடிப் பெறுமானங்களுக்கு மாத்திரம் ஒருங்கமையாக உண்மையாக இருக்கும் என்பது தெளிவாகிறது.

ஆகவே இரு தேராக்கணியங்களின் ஒரு தொடைப் பெறுமானங்களைக் காண்பதற்கு, அவற்றைக் கொண்டுள்ள இரண்டு சமன்பாடுகள் வேண்டப்படும்.

$x=3$, $y=-2$ என்னும் பெறுமானங்கள், அதே நேரத்தில் இரண்டு சமன்பாடுகளையும் திருப்தி பண்ணுகின்றன. ஆகவே இப் பெறுமானங்கள் தான் தரப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளின் தீர்வாகும்.

தெரியாக் கணியங்களின் அதே பெறுமானங்களுக்கு இரண்டு அல்லது மேற்பட்ட சமன்பாடுகள் உண்மையாக இருக்குமானால், இச் சமன்பாடுகள் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளாகும்.

இவ்வத்தியாயத்தில் நாம் முதலாம்பகுதியிலுள்ள இரண்டு தெரியாக் கணியங்களைக் கொண்ட ஒருங்கமை சகன்பாடுகளைப் பற்றி ஆராய்வோம்.

ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதில் முக்கியமானபடி, ஒரு தெரியாக் கணியத்தை நீக்கி, மற்றதைக் கொண்டுள்ள ஒரு படிச் சமன்பாடு ஒன்றை அமைத்தலேயாகும். இந்த நீக்குதல் பின்வருமாறு செய்யப்படலாம், (i) இரண்டு சமன்பாடுகளிலிருந்து ஒரு தெரியாக் கணியத்தின் பெறுமானங்களை மற்றதின் சார்பிற் கண்டு இரண்டு சமன்பாடுகளையும் சமப்படுத்தல். (ii) ஒரு சமன்பாட்டிலிருந்து ஒன்றன் பெறுமானத்தை மற்றதன் சார்பிற் கண்டு அப் பெறுமானத்தை மற்றச் சமன்பாட்டில் ஈடு செய்தல். (iii) ஒரு தெரியாக் கணியத்தின் குணகத்தை இரண்டு சமன்பாடுகளிலும் அல்லது ஒன்றில் பொருத்தமான எண்களினாற் பெருக்கிச் சமப்படுத்தி, பின்னர் இரு சமன்பாடுகளையுங் கூட்டல் அல்லது கழித்தல்.

நீக்கல் முறை ஒவ்வொன்றும், ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை தீர்ப்பதற்கு ஒவ்வொரு முறையை எங்கட்கு உதவுகின்றது.

முறை I : ஒரு தெரியாக் கணியத்தின் பெறுமானங்களைச் சமப்படுத்தல்.

உதாரணம் I : தீர்க்க : $3x+2y \quad 13 = (1)$
$4x-3y \quad 6 = (2)$

[இரு சமன்பாடுகளிலுமிருந்து x இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு சமன்படுத்துக.]

1-ம் சமன்பாட்டிலிருந்து $x=\frac{13-2y}{3}$ (3)

2-ம் சமன்பாட்டிலிருந்து $x=\frac{6+3y}{4}$ (4)

$\therefore \quad \frac{13-2y}{3}=\frac{6+3y}{4}$ (x இன் இரு பெறுமானங்களும் சமமானபடியால்)

$\therefore \quad 3(6+3y) = 4(13-2y)$ (குறுக்குப் பெருக்கல் மூலம்)

$\therefore \quad 18+9y = 52-8y$

$\therefore \quad 9y+8y = 52-18$ (இடம் மாற்றுவதால்)

$\therefore \quad 17y=34$

$\therefore \quad y=2$

(3) இல் $y=2$ என்பதை ஈடு செய்யும் பொழுது

$\therefore x=\frac{13-4}{3}=3$

$\therefore x=3,\ y=2$

உதாரணம் 2 :

சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

$\frac{2}{x}+\frac{3}{y}=1$ (1)

$\frac{4}{x}+\frac{9}{y}=\frac{5}{2}$ (2)

(ஆக. 50)

[$\frac{2}{x}$ இன் பெறுமானத்தை இரு சமன்பாடுகளிலுமிருந்து காண்க]

(1) இல் இருந்து $\frac{2}{x}=1-\frac{3}{y}$ (3)

(2) இல் இருந்து $\frac{4}{x}=\frac{5}{2}-\frac{9}{y}$

$\therefore \frac{2}{x}=\frac{5}{4}-\frac{9}{2y}$ (2-ஆல் வகுக்கும் பொழுது)

$1-\frac{3}{y}=\frac{5}{4}-\frac{9}{2y}$ ($\frac{2}{x}$ இன் பெறுமானங்கள் சமமானபடியால்)

$\therefore 4y-12=5y-18$ (பொ. ம. சி. $4y$ ஆற் பெருக்கும் பொழுது)

$\therefore 4y-5y=-18+12$

$\therefore -y=-6$ அல்லது $y=6$.

$y=6$ என்பதை (3) இல் ஈடு செய்யும் பொழுது

$\therefore \frac{2}{x}=1-\frac{3}{6} \therefore \frac{2}{x}=\frac{1}{2}$

$\therefore x=4$ (குறுக்குப் பெருக்கல்)

$\therefore x=4,\ y=6.$

முறை II : தெரியாக்கணியத்தின் பெறுமானத்தை, ஒரு சமன்பாட்டில் மற்றதின் சார்பிற் கண்டு, அப்பெறுமானத்தை மற்றச் சமன்பாட்டில் ஈடு செய்தல்.

உதாரணம் 1. தீர்க்க: $2x+y=5$ ... (1)

$x-\frac{x+y}{2}=\frac{x+4y}{3}-\frac{3}{2}$ ... (2)

(1) இல் இருந்து $y=5-2x$ ... (3)

(2) இல் y இன் பெறுமானத்தை ஈடு செய்க

$\therefore \quad x-\frac{x+(5-2x)}{2}=\frac{x+4(5-2x)}{3}-\frac{3}{2}$

$\therefore \quad x-\frac{x+5-2x}{2}=\frac{x+20-8x}{3}-\frac{3}{2}$

$\therefore\ 6x-3(x+5-2x)=2(x+20-8x)-9$

(பொ.ம.சி. 6 ஆற் பெருக்க)

$\therefore\ 6x-3x-15+6x=2x+40-16x-9$

$\therefore\ 6x-3x+6x-2x+16x=40-9+15$ (இடம் மாற்றுவதால்)

$\therefore\ 23x=46 \qquad \therefore\ x=2$

$x=2$ என்பதை (3) இல் ஈடு செய்ய $\quad \therefore\ y=5-4=1$

$\therefore\ x=2,\ y=1.$

முறை III : தெரியாக் கணியம் ஒன்றின் குணகங்களை இரு சமன்பாடுகளிலும் கூட்டி அல்லது கழித்துச் சமப்படுத்தல்.

உதாரணம் 1 :

தீர்க்க : $2x-3y=13 \quad \ldots \quad (1)$

$5x+2y=4 \quad (2)$

(1) ஐ 2 ஆலும் (2) ஐ 3 ஆலும் பெருக்கிக் கூட்டுக. y நீக்கப்படுகின்றது.

(1) × 2 $\quad 4x-6y=26 \quad \ldots \quad (3)$

(2) × 3 $\quad 15x+6y=12 \quad \ldots \quad (4)$

கூட்ட $\quad 19x \quad =38$

$\therefore\ x=2$

$x=2$ஐ (2) இல் ஈடு செய்க $\quad \therefore\ 10+2y=4$

$\therefore\ 2y=4-10=-6 \qquad \therefore\ y=-3$

$\therefore\ x=2,\ y=-3$

குறிப்பு: xஐ நீக்குவதற்கு இரண்டு சமன்பாடுகளிலும் x இன் குணகங்களை, பொருத்தமான எண்களினுற் பெருக்கிச் சமப்படுத்துக. குணகங்களைச் சமப்படுத்தியபின், x உறுப்புகள் அதே குறியை உடையனவாயின் ஒன்றை மற்றதிலிருந்து கழிக்க. எதிரான குறியை உடையனவாயின் இரண்டு சமன்பாடுகளையுங் கூட்டுக. பெறப்படும் புதிய சமன்பாடானது x ஐச் சாராததாய் இருக்கும். yஐ நீக்குவதற்கு இரண்டு சமன்பாடுகளிலும் y இன் குணகங்களைச் சமப்படுத்தி, y உறுப்புக்களின் குறி ஒத்ததாகவோ அல்லது ஒவ்வாததாகவோ இருப்பதற்கேற்ப கழிக்கவோ அல்லது கூட்டவோ வேண்டும்.

உதாரணம் 2 : $3a+2b-8=0$ ஆனுல், $5b-4a+26=0$, ஆனுல், a^2+b^2 இன் பெறுமானங் காண். (யூலை 52)

[aயினதும் bயினதும் பெறுமானங்களைச் சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதனுற் காண்க. அப்பெறுமானங்களை a^2+b^2 இல் ஈடு செய்க.]

$3a+2b-8=0$

$\therefore\ 3a+2b=8 \quad \ldots \quad (1)$

$5b-4a+26=0$

$\therefore\ -4a+5b=-26 \quad \ldots \quad (2)$

(1) ஐ 4 ஆலும் (2) ஐ 3 ஆலும் பெருக்கிக் கூட்டுக.

(1) × 4 $\quad 12a+8b=32 \quad \ldots \quad (3)$

(2) × 3 $\quad -12a+15b=-78 \quad \ldots \quad (4)$

கூட்ட $\quad 23b=-46$

$\therefore\ b=-\frac{46}{22}=-2$

$b=-2$ என்பதை (1) இல் ஈடு செய்க.

$\therefore\ 3a-4=8 \qquad \therefore\ 3a=12 \qquad \therefore\ a=4$

$a^2+b^2=(4)^2+(-2)^2=16+4$

$\therefore\ a^2+b^2=20$

உதாரணம் 3:

தீர்க்க : $x-\frac{y-2}{7}=5. \quad \ldots \quad (1)$

$4y-\frac{x+10}{3}=3 \quad \ldots \quad (2)$

(1)ஐ 7ஆலும் (2)ஐ 3 ஆலும் பெருக்கிப் பின்னத்தை நீக்குக.

(1) × 7 $\quad 7x-(y-2)=35$

$\therefore\ 7x-y+2=35$

$\therefore\ 7x-y=33 \quad \ldots \quad (3)$

(2) × 3 $\quad 12y-(x+10)=9$

$\therefore\ 12y-x-10=9$

$\therefore\ -x+12y=19 \quad \ldots \quad (4)$

(4)ஐ 7 ஆற் பெருக்க நாம் பெறுவது

$\therefore \quad -7x+84y=133 \qquad \ldots \quad (5)$

$7x- \quad y = 33 \qquad \ldots \quad (3)$

கூட்ட $\quad 83y=166$

$$\therefore \quad y=\frac{166}{83}=2.$$

$y=2$ என்பதை (4)இல் ஈடு செய்ய, $\quad -x+24=19$

$\therefore \quad -x=19-24=-5 \qquad \therefore \quad x=5$

$\therefore \quad x=5, y=2.$

உதாரணம் 4 : தீர்க்க:

$\frac{3}{5}(7x-y)-\frac{1}{6}(3x+4y) \;=2x+y \qquad \ldots \quad (1)$

$\frac{1}{4}(5x+4y)+\frac{2}{3}(x-y)=8\frac{2}{3} \qquad \ldots \quad (2)$

(1) ஐ 30 ஆலும் (2) ஐ 12 ஆலும் பெருக்கி பின்னத்தை நீக்குக.

$(1)\times 30 \qquad 18(7x-y)-5(3x+4y)=60x+30y$

$\therefore \quad 126x-18y-15x-20y=60x+30y$

$\therefore \quad 126x-18y-15x-20y-60x-30y=0$

$\therefore \quad 51x-68y=0$

$\therefore \quad 3x-4y=0 \qquad \ldots$ (3) (17 ஆற் பிரிக்கும் பொழுது)

$(2)\times 12 \qquad 3(5x+4y)+8(x-y)=\frac{26\times 12}{3}$

$\therefore \quad 15x+12y+8x-8y=104$

$\therefore \quad 23x+4y=104 \qquad \ldots \quad (4)$

$3x-4y=0 \qquad \ldots \quad (3)$

கூட்ட $\quad 26x \quad =104$

$x=4.$

$x=4$ என்பதை (3) இல் ஈடு செய்ய $\quad 12-4y=0$

$\therefore \quad -4y=-12 \qquad \therefore \quad y=3$

$\therefore \quad x=4, y=3$

உதாரணம் 5. தீர்க்க. $\frac{2}{x}+\frac{3}{y}=7 \qquad \ldots \quad (1)$ (யூலை 51)

$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=4 \qquad \ldots \quad (2)$

$\frac{2}{x}$ இரண்டாம் சமன்பாட்டில் பெறுவதற்கு (2) ஐ 2 ஆற் பெருக்குக.

$(2)\times 2 \qquad \frac{2}{x}+\frac{4}{y}=8 \qquad (3)$

$\frac{2}{x}+\frac{3}{y}=7 \qquad (1)$

$(3)-(1), \qquad -\frac{3}{y}+\frac{4}{y}=1$

$\therefore \quad \frac{-3+4}{y}=1$

$\therefore \quad \frac{1}{y}=1. \qquad \therefore \quad y=1.$

$y=1$ என்பதை (2) இல் ஈடு செய்வதால்

$\therefore \quad \frac{1}{x}+\frac{2}{1}=4. \qquad \therefore \frac{1}{x}=4-2=2$

$2x=1$ (குறுக்குப் பெருக்கல்) $\;\therefore x=\frac{1}{2}.$

$\therefore \quad x=\frac{1}{2}, y=1.$

அல்லது $\;\frac{1}{x}=a, \frac{1}{y}=b\;$ என்பதை ஈடு செய்க.

புதிய சமன்பாடுகளாவன, $2a+3b=7 \qquad \ldots \quad (1)$

$a+2b=4 \qquad \ldots \quad (2)$

(2) ஐ 2 ஆற் பெருக்க

$(2)\times 2 \qquad 2a+4b=8 \qquad \ldots \quad (3)$

$2a+3b=7 \qquad \ldots \quad (1)$

$(3)-(1) \qquad b=1$

$b=1$ என்பதை (2) இல் ஈடு செய்வதால் $\therefore a+2=4. \;\therefore a=2.$

பாவனைக் கொள்கையால் $a=\frac{1}{x}$, $b=\frac{1}{y}$ என்பனவாகும்.

$\therefore \quad \frac{1}{x}=2 \quad \therefore \quad 2x=1 \qquad \therefore \quad x=\frac{1}{2}.$

$\therefore \quad \frac{1}{y}=1 \quad \therefore \quad y=1. \qquad \therefore \quad x=\frac{1}{2}, y=1.$

உதாரணம் 6. தீர்க்க :— $52x+63y=219 \quad \ldots \quad (1)$

$63x+52y=241 \quad \ldots \quad (2)$

கூட்ட $115x+115y=460 \quad \ldots$

115 ஆற்பிரிக்க $x+y=4 \quad \ldots \quad (3)$

$52x+63y=219 \quad \ldots \quad (1)$

$63x+52y=241 \quad \ldots \quad (2)$

(2)ஐ (1) இல் இருந்து கழிக்க $-11x+11y=-22$

11 ஆற் பிரிக்க $-x+y=-2 \quad \ldots \quad (4)$

$x+y=4 \quad \ldots \quad (3)$

(3)+(4) $2y=2$

$\therefore \quad y=1$

$y=1$ என்பதை (3) இல் ஈடு செய்ய $\therefore x+1=4. \quad \therefore x=3$

$\therefore \quad x=3,\ y=1.$

குறிப்பு : x ஐயும் y ஐயுங் கொண்டுள்ள இரண்டு சமன்பாடுகளில் முதலாவதில் உள்ள x இன் குணகம் இரண்டாவதிலுள்ள y யின் குணகமாயும் முதல்ாவதில் உள்ள y யின் குணகம் இரண்டாவதில் உள்ள x இன் குணகமாகயும் இருப்பின், அவ்விரு சமன்பாடுகளின் கூட்டுத் தொகையையும் வித்தியாசத்தையுங் காண்க. பொதுச்சினை ஏதும் இருப்பின் அதால் அவற்றை வகுக்கவும். அவ்விதம் நாம் இரு புதிய சமன்பாடுகளைப் பெறுகின்றோம். இச் சமன்பாடுகளைக் கூட்டியோ, கழித்தோ தெரியாக் கணியத்தின் ஒரு பெறுமானத்தைக் காணலாம்.

இம்மாதிரியான சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதற்கு நாம், ஒரு தெரியாக் கணியத்தின் குணகங்களைச் சமப்படுத்த வேண்டியதில்லை. தெரியாக் கணியங்களின் குணகங்கள் பெரிய எண்களாக இருந்தால், இம்முறை விசேடமானது.

பயிற்சி 9

பின் வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

1) $2x+y=5$, $3x+4y=10$

2) $x+7y=13$, $4x-3y=-10$

3) $3x+5y=20$, $x-3y=2$

4) $2x+5y=1$, $x-7y=10$

5) $5y-x=25$, $x+2y=17$

6) $x-2y=1$, $2x+5y=11$

7) $6x+y=5$, $x-2y=3$

8) $5a-4b=7$, $3a+b=9$

9) $2x-y=6$, $5x+4y=28$

10) $3x-y=9$, $x+3y+7=0$

11) $2x+3y-8=0$, $5x-6y-2=0$

12) $x-2y=5x-11y=1$

13) $3y+2x=-5$, $5x-2y=16$

14) $3x+7y=19$, $7x+8y=11$ (டி.ச.51)

15) $4x-2y=5$, $2x+3y=-5$

16) $3x=27-4y$, $3y=5x-16$

17) $6x-6y+1=0$, $9x+4y=18$

18) $6x+5y=27$, $7x+4y=26$

19) $8x-5y=7$, $7x-6y=11$

20) $7x-2y=3x-7y=43$

21) $14x-8y=2x+y=4$

22) $9x+8y=58$, $8x+6y=61$

23) $14x+5y=23$, $3x-7y=13$

24) $16x-9y=-24$, $3x+7y=65$

25) $12x-9y=45$, $8x+15y=-75$

26) $15x+12y=8$, $21x-16y=3$

27) $\dfrac{5x+2}{3y+7}=\dfrac{3}{4}$, $\dfrac{x-1}{y+2}=\dfrac{1}{5}$

28) $\dfrac{x+y+5}{x+2y}=\dfrac{4}{3}$, $\dfrac{x+5y}{7y-x}=\dfrac{5}{3}$

29) $18x-24y=17$, $10x+15y=0$

30) $24x-35y=212$, $18x+15y+6=0$

31) $63x-40y=206$, $35x+48y=-26$

32) $(x-1)(2y+1)=(2x-1)(y-1)$, $4x+1=3y-\frac{1}{2}$

33. $(x+2)(2y-3) = (2y+1)(x-1) + 11$
$2x-5y=-16$

34. $(x+2)(y-3) = (x-8)(y-5) = xy-7$

35. $\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}y=7$
$\frac{3}{4}x-\frac{2}{3}y=1\frac{5}{8}$

36. $\frac{3}{7}x+\frac{5}{2}y=6\frac{8}{25}$
$\frac{7}{8}x-\frac{2}{3}y=-\frac{1}{2}$

37. $\frac{y-1}{3}+\frac{x-4}{4}=3$
$x-3(y-5)=2$

38. $\frac{2x+5y}{4}-\frac{4x+y}{5}=2$

39. $\frac{2a-b}{3}=\frac{2a+b-3}{6}$

$\frac{3a}{4}=\frac{b+8}{3}$

40. $\frac{x-2y}{y}=\frac{5x+6y}{3}=x-2$

41. $\frac{3x-y}{2}=\frac{9x+y}{8}=\frac{2(x+y+1)}{3}$

42. $\frac{1}{2}(5a+3b+7)=\frac{1}{3}(4a+5b+6)=\frac{1}{5}(3a+7b+9)$

43. $\frac{2}{x}-\frac{3}{y}=3$

$\frac{5}{x}+\frac{6}{y}=48$

44. $\frac{1}{x}-\frac{2}{y}=1$

$\frac{3}{x}+\frac{5}{y}=25$

45. $\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6}$

$\frac{3}{x}-\frac{2}{y}=\frac{2}{3}$

46. $\frac{5}{x}+\frac{4}{y}=3$

$\frac{10}{x}-\frac{3}{y}=\frac{1}{2}$

47. $\frac{8}{x}+\frac{2}{y}=1$

$\frac{14}{x}-\frac{5}{y}=6$ (63 டிச.)

48. $\frac{1}{2}\left(\frac{2}{a}-\frac{3}{b}\right)=6\frac{1}{2}$

$6\left(\frac{3}{a}+\frac{4}{b}\right)=-1$

49. $25x-23y=67$
$23x-25y=77$

50. $48x-53y=255$
$53x-48y=250$

51. $a+2b=16$
$b+2c=26$
$c+2a=18$

52. $3x-2z=16$
$2x-3y=-5$
$2y+z=1$ (65 ஆக.)

53. $x+2y+3z=-4$
$2x-y+4z=9$
$3x+2z=13$

54. $2x-4y+5z=21$
$8x+2y+3z=13$
$3x-3y-2z=13$
(68 டிச.)

அத்தியாயம் 10

ஒருங்கமை சமன்பாடுகளில் உத்திக் கணக்குகள்

உதாரணம் 1 : ஒன்று மற்றதிலும் 2 அடி நீளம் கூடியது என்பதை அறிந்த ஒரு பையன் அவ்விரு கம்புகளினதும் நீளங்களை அறிய விரும்புகிறான். ஒரு குறித்த நீளமுள்ள நாடாவானது பெரிய கம்பின் 6 மடங்கெனவும், சிறிய கம்பின் 7 மடங்கிலும் 1 அடி குறைவானது எனவும் காண்கிறான். சிறிய கம்பினது நீளத்தையும் நாடாவினது நீளத்தையுங் காண்க.

சிறிய கம்பின் நீளத்தை x அடியெனவும், நாடாவின் நீளத்தை y அடி எனவும் கொள்க.

∴ பெரிய கம்பின் நீளம் $= (x+2)$ அடி

கேள்வியின்படி, $y = 6(x+2)$

$y = 7x-1$

∴ $6(x+2) = 7x-1$

∴ $6x+12 = 7x-1$

∴ $6x-7x=-1-12$

∴ $-x=-13$

∴ $x=13$

$y=7\times 13-1$

∴ $y=90$

∴ சிறிய கம்பின் நீளம் $=13$ அடியும் நாடாவின் நீளம் $=90$ அடியும் ஆகும்.

உதாரணம் 2: ஒரு வியாபாரி இரு. ரூ. 1·45 விலையான ஓரினத் தேயிலையும் இரு. ரூ. 1·62 விலையான இன்னேரினத் தேயிலையையும் வாங்கிக் கலந்து, கலவையை இரு. ரூ. 1·71 ஆக விற்று $12\frac{1}{2}\%$ நயமடைகிருன். இரண்டு இனத் தேயிலையையும் என்ன விகிதமாகக் கலக்கிருன். (யூலை 49)

இரு. ரூ. 1·45 விலையான x இரு. தேயிலையை மற்றதில் y இருத்தல்களுடன் கலக்கிருன் எனக் கொள்க.

x இரு. தேயிலையின் விலை = ரூ. $1\cdot45x$

y இரு. தேயிலையின் விலை = ரூ. $1\cdot62y$

மொத்தக் கொள் விலை = ரூ. $(1\cdot45x+1\cdot62y)$

கலவையின் மொத்த நிறை = $(x+y)$ இரு.

$(x+y)$ இரு. விற்ற விலை = ரூ. $1\cdot71\ (x+y)$

= மொத்தக் கொள்விலையின் $112\frac{1}{2}\%$

($\because$ இலாபம் $12\frac{1}{2}\%$)

$\therefore$ $(x+y)$ இரு. இன் கொ. வி. = ரூ. $\frac{100}{112\frac{1}{2}}\times 1\cdot71\ (x+y)$

= ரூ. $1\cdot52\ (x+y)$

ஆனுல் கொ. வி. = ரூ. $(1\cdot45x+1\cdot62y)$

$1\cdot45x+1\cdot62y = 1\cdot52x+1\cdot52y$

$\therefore\ 1\cdot45x-1\cdot52x = 1\cdot52y-1\cdot62y$

$\therefore\ -\cdot07x = \cdot10y$

$\therefore\ 7x = 10y$ (—100 ஆற் பெருக்க)

$\therefore\ x : y = 10 : 7$

$\therefore$ தேயிலையை அவன் கலக்கும் விகிதம் 10 : 7

உதாரணம் 3: நாலு வருடங்களின் முன்னர் தகப்பனின் வயது மகனின் வயதைப்போல் எட்டு மடங்காயிருந்தது. ஐந்து வருடங்களின் பின்னர், அவன் வயதின் இரு மடங்கு மகனின் வயதைப்போல் ஏழு மடங்காயிருக்கும். அவர்களின் தற்போதைய வயதுகளைக் காண்க.

தகப்பனின் தற்போதைய வயதை x வருடங்களெனவும் மகனின் தற்போதைய வயதை y வருடங்களெனவுங் கொள்க.

நாலு வருடங்களின் முன்னர் தகப்பனின் வயது $(x-4)$ வருடங்கள்
நாலு வருடங்களின் முன்னர் மகனின் வயது $(y-4)$ வருடங்கள்

வினவால், $x-4=8\ (y-4)$

$\therefore\ x-4=8y-32$

$\therefore\ x-8y=-28$ ... (1)

ஐந்து வருடங்களுக்குப் பின்னர் தகப்பனின் வயது $=(x+5)$ வருடங்கள்

ஐந்து வருடங்களின் பின்னர் மகனின் வயது $=(y+5)$ வருடங்கள்

வினவால், $2(x+5) = 7\ (y+5)$

$\therefore\ 2x+10 = 7y+35$

$\therefore\ 2x-7y = 25$ ......(2)

(1) × (2) $\quad 2x-16y=-56$ ...... (3)

(2) − (3) $\quad 9y=81$

$\therefore\ y= 9$

= 9 என்பதை (1) இல் ஈடு செய்யும் பொழுது

$\therefore\ x-72=-28$

$\therefore\ x = 44$

$\therefore$ தகப்பனின் வயது 44 வருடங்கள்

$\therefore$ மகனின் வயது 9 வருடங்கள்.

உதாரணம் 4: ஒரு குறித்த பின்னத்தின் தொகுதி எண்ணை 1 ஆலும் பகுதி எண்ணை 3 ஆலும் அதிகரித்தால் பின்னம் $\frac{1}{2}$க்குச் சமமாகும். தொகுதி எண்ணை 2 ஆல் அதிகரித்துப் பகுதி எண்ணை ஒன்ருற் குறைத்தால் பின்னம் $\frac{3}{4}$க்குச் சமமாகும். பின்னத்தைக் காண்க.

அ—8

பின்னத்தை $\frac{x}{y}$ எனக் கொள்க.

தொகுதி எண்ணையும் பகுதி எண்ணையும் முறையே 1 ஆலும் 3 ஆலும் அதிகரிக்கும் பொழுது பின்னம் $\frac{x+1}{y+3}$ ஆகும்.

வினாவால், $\frac{x+1}{y+3} = \frac{1}{2}$

$\therefore\ 2(x+1) = y+3$ (குறுக்குப் பெருக்கல் மூலம்)

$\therefore\ 2x + 2 = y + 3$

$\therefore\ 2x - y = 1 \quad \ldots(1)$

தொகுதி எண்ணுடன் 2ஐக் கூட்டி, பகுதி எண்ணிலிருந்து 1 ஐக் குறைத்தால், பின்னம் $\frac{x+2}{y-1}$ ஆகிறது.

வினாவின்படி, $\frac{x+2}{y-1} = \frac{3}{4}$

$\therefore\ 4(x+2) = 3(y-1)$ (குறுக்குப் பெருக்கல் மூலம்)

$\therefore\ 4x+8 = 3y-3$

$\therefore\ 4x-3y = -11 \quad \ldots\ldots(2)$

$(1)\times 2 \quad 4x-2y = 2 \quad \ldots\ldots(3)$

$(2)-(3) \quad -y = -13$

$\therefore\ y = 13$

$y=13$ என்பதை (1) இல் ஈடு செய்யும்பொழுது, $2x-13=1$

$\therefore\ 2x = 1 + 13$

$\therefore\ x = 7$

$\therefore$ பின்னம் $\frac{7}{13}$ ஆகும்.

உதாரணம் 5: இரு இலக்கங்கள் கொண்ட ஓர் எண்ணின் இரு இலக்கங்களினதும் கூட்டுத்தொகை 10 ஆகும். இலக்கங்களை முன் பின்னுக்குதலால் ஆகும் எண், முந்திய எண்ணிலும் பார்க்க 36 ஆல் குறைவு: எண் என்ன?

ஒன்றினிடத்திலக்கத்தை x எனவும், பத்தினிடத்திலக்கத்தை y எனவுங் கொள்க.

$\therefore$ எண் $10y+x$ ஆகும்.

இலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை $= y + x$

வினாவால், $y + x = 10 \quad \ldots \quad \ldots(1)$

எண்ணிலிருந்து 36 ஐக் கழிக்க, நாம் பெறுவது $10y+x-36$ ஆகும். இலக்கங்களை முன்பின்னுக்குதலால் ஆம் எண் $=10x+y$ ஆகும்.

வினாவின்படி, $10y+x-10x-y=36$

$\therefore\ 10y-y+x-10x=36$

$\therefore\ 9y-9x=36$

$\therefore\ y-x=4 \quad \ldots(2)$ [ஐ 9ஆல் வகுப்பதால்]

$y+x=10 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$

$(1)+(2) \quad 2y = 14$

$\therefore\ y = 7$

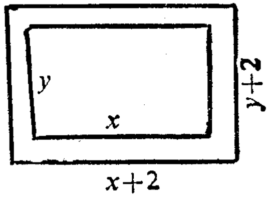
$y=7$ என்பதை (1) இல் ஈடு செய்யும்பொழுது,

$\therefore\ 7+x=10$

$\therefore\ x= 3$

$\therefore$ எண் 73

உதாரணம் 6: செவ்வகக் காணித் துண்டொன்றைச் சுற்றி 1 யார் அகலத்திற்குப் போடப்பட்டிருக்கும் பாதையின் பரப்பு 156 சதுர யார்களாகும். இக்காணித் துண்டின் நீளத்தையும் அகலத்தின் அரைப் பங்கையும் கொண்ட இன்னோர் காணித் துண்டைச் சுற்றி அமைக்கப்பட்டிருக்கும் 1 யார் அகலமான பாதையின் பரப்பு 120 சதுர யார்களாகும். முதலாம் காணித் துண்டின் நீளத்தையும் அகலத்தையுங் காண்க.



நீளத்தை x யார்களெனவும், அகலத்தை y யார்களெனவுங் கொள்க.

முதலாந் துண்டின் பரப்பு xy சதுர யார்

காணித்துண்டு+பாதையின் நீளம் $(x+2)$ யார்

காணித்துண்டு+பாதையின் அகலம் $(y+2)$ யார்

∴ காணித்துண்டு+பாதைப் பரப்பு $= (x+2)\ (y+2)$ ச. யார்

∴ பாதையின் பரப்பு $= [(x+2)(y+2)-xy]$ ச. யார்

$= 2x+2y+4$ ச. யார்

வினாவின்படி, $2x+2y+4=156$

∴ $2x+2y=152$ ...(I)

∴ $x+y=76$ (1) ஐ (2 ஆல் வகுப்பதால்)

இரண்டாம் காணித் துண்டின் நீளம் x யார்

இரண்டாம் காணித் துண்டின் அகலம் $\frac{y}{2}$ யார்

∴ காணித் துண்டின் பரப்பு $= \frac{xy}{2}$ ச. யார்

இரண்டாந்துண்டு + பாதையின் நீளம் $= (x+2)$ யார்

இரண்டாந்துண்டு+பாதையின் அகலம் $= \left(\frac{y}{2}+2\right)$ யார்

∴ இரண்டாந்துண்டு+பாதையின் பரப்பு $= (x+2)\left(\frac{y}{2}+2\right)$ ச. யார்

$= \frac{xy}{2} + 2x+y+4$ ச. யார்

∴ இரண்டாம் பாதையின் பரப்பு $= \left(\frac{xy}{2}+2x+y+4 - \frac{xy}{2}\right)$

$= 2x+y+4$ ச. யார்

வினாவின்படி, $2x+y+4 = 120$

∴ $2x+y = 116$ (2)

(2)−(1) $x+y = 76$ (1)

$x = 40$

$x=40$ என்பதை (1) இல் ஈடு செய்யும் பொழுது

$40+y=76$.

∴ $y = 6$

∴ நீளம் 40 யார்; அகலம் 36 யார்

உதாரணம் 7: ஒரு மனிதனும் ஒரு பையனும் ஒரு வேலையை 15 நாட்களிலும், 7 மனிதரும் 9 பையன்களும் அவ்வேலையை 2 நாட்களிலும் செய்வர். ஒரு மனிதன் அல்லது ஒரு பையன் அவ்வேலையை எத்தனை நாட்களிற் செய்வர்.

ஒரு மனிதன் x நாட்களிலும் ஒரு பையன் y நாட்களிலும் செய்வர் எனக் கொள்க.

ஒரு மனிதன் ஒரு நாளில் $\frac{1}{x}$ வேலையைச் செய்கிறான்.

ஒரு பையன் ஒரு நாளில் $\frac{1}{y}$ வேலையைச் செய்கிறான்.

∴ ஒரு மனிதனும் ஒரு பையனும் ஒரு நாளில் முடிப்பது.

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ வேலை

வினாவின்படி, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{15}$ . ... (1)

7 மனிதர் ஒரு நாளில் முடிப்பது $\frac{1}{x}\times 7$; அதாவது $\frac{7}{x}$ வேலை

9 பையன்கள் ஒரு நாளில் முடிப்பது $\frac{1}{y}\times 9$; அதாவது $\frac{9}{y}$ வேலை

∴ 7 மனிதரும் 9 பையன்களும் ஒரு நாளில் முடிப்பது

$\frac{7}{x}+\frac{9}{y}$ வேலை

ஆனால் 7 மனிதரும் 9 பையன்களும் ஒரு நாளில் முடிப்பது $\frac{1}{2}$ வேலை

$$\therefore \quad \frac{7}{x}+\frac{9}{y}=\frac{1}{2} \quad \cdots \quad (2)$$

$$(1)\times 7 \quad \frac{7}{x}+\frac{7}{y}=\frac{7}{15} \quad \cdots \quad (3)$$

$$(2)-(3) \quad \frac{-7+9}{y}=-\frac{7}{15}+\frac{1}{2}=\frac{-14+15}{30}$$

$$\therefore \quad \frac{2}{y}=\frac{1}{30}$$

$y = 60$ (குறுக்குப் பெருக்கல் மூலம்)

$y=60$ என்பதை (1) இல் ஈடு செய்யும்பொழுது

$$\therefore \quad \frac{1}{x}+\frac{1}{60}=\frac{1}{15}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{x}=\frac{1}{15}-\frac{1}{60}=\frac{4-1}{60}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{x}=\frac{3}{60}$$

$$\therefore \quad 3x=60 \quad \therefore \quad x=20$$

∴ ஒரு மனிதன் அவ்வேலையை 20 நாட்களிலும் ஒரு பையன் அவ்வேலையை 60 நாட்களிலும் செய்வர்.

உதாரணம் 8: ஒருவன் ஒரு குறித்த தூரத்தை ஆற்றோடு 1 மணி 40 நிமிடங்களிலும், அதே தூரத்தை ஆற்றுக்கெதிரே 2 மணி 20 நிமிடங்களிலும் தண்டு வலிக்கிறான். அதை நிலையான நீரில் மணிக்கு 8 மைல் வேகத்துடன் தண்டுவலிக்க முடியுமெனின், ஆற்றின் வேகத்தைக் காண்க.

(ஆறு மாறா வேகமெனக் கொள்க) (யூலை 47)

[ஆற்றோடு வேகம் = நிலையான நீரில் வேகம் + ஆற்றின்வேகம்]

[ஆற்றுக் கெதிரே வேகம் = நிலையான நீரில் வேகம் — ஆற்றின் வேகம்]

ஆற்றின் வேகத்தை x மைல் மணி வேகமெனவும் தூரத்தை y மைல்களெனவுங் கொள்க.

ஆற்றோடு வேகம் $=(8+x)$ மைல் மணி வேகம்

ஆற்றுக்கெதிரே வேகம் $=(8-x)$ மைல் மணி வேகம்

∴ y மைலை ஆற்றோடு செல்ல எடுத்த நேரம் $\frac{y}{8+x}$ மணி

வினாவின் படி, $\frac{y}{8+x}=\frac{5}{3}$

$$\therefore \quad 3y=5x+40$$

$$\therefore \quad 3y-5x=40 \quad \cdots\cdots \quad (1)$$

ஆற்றுக்கெதிரே y மைல்களைச் செல்ல எடுத்த நேரம் $\frac{y}{8-x}$ மணி

வினாவின்படி, $\frac{y}{8-x}=\frac{7}{3}$

$$\therefore \quad 3y=7\,(8-x)$$

$$\therefore \quad 3y=56-7x$$

$$\therefore \quad 3y+7x=56 \quad \cdots\cdots \quad (2)$$

$$3y-5x=40 \quad \cdots\cdots \quad (1)$$

$$(2)-(1) \quad 12x=16$$

$$\therefore \quad x=1\tfrac{1}{3}$$

∴ ஆற்றின் வேகம் $1\frac{1}{3}$ மைல் மணி வேகம்.

உதாரணம் 9: Aயிலிருந்து Bக்கு ஓடிக்கொண்டிருக்கும் ஒரு புகையிரதம், Aயிலிருந்து 50 மைல்களுக்கப்பால் ஒரு விபத்துக்குள்ளாகிறது. அதன்பின் அது தனது முந்திய வேகத்தின் $\frac{3}{5}$ பங்கு வேகத்துடன் ஓடி Bயை 3 மணித்தியாலங்கள் பிந்தி அடைகிறது. விபத்து இன்னும் 50 மைல்களுக்கப்பால் நிகழ்ந்திருக்குமேயானால், அது 2 மணித்தியாலங்கள் மாத்திரம் பிந்தியிருக்கும். Aயிலிருந்து Bயின் தூரத்தையும் புகையிரதத்தின் முந்திய வேகத்தையுங் காண்க.

தூரத்தை x மைல்களெனவும், முந்திய வேகத்தை y மைல் மணிக்கு எனவுங் கொள்க.

y மைல் மணி வேகத்துடன் 50 மைல்களை ஓட எடுக்கும்

நேரம் $=\frac{50}{y}$ மணி.

மிகுதித் தூரத்தை அதாவது $(x-50)$ மைல்களை, முந்திய வேகத்தின் $\frac{3}{5}$ பங்கு வேகத்துடன் ஓட எடுக்கும் நேரம் $= \dfrac{x-50}{\frac{3y}{5}}$ மணி.

$$= \frac{5(x-50)}{3y} \text{ மணி.}$$

பிரயாணத்திற்கு உண்மையாக எடுத்த

$$\text{நேரம்} = \left(\frac{50}{y} + \frac{5(x-50)}{3y}\right) \text{ மணி}$$

y மைல் மணி வேகத்துடன் எடுக்கப்பட்டிருக்கும்

$$\text{நேரம்} = \frac{x}{y} \text{ மணி.}$$

புகையிரதம் 3 மணித் தியாலங்கள் பிந்தியபடியினால்

$$\frac{50}{y} + \frac{5(x-50)}{3y} - \frac{x}{y} = 3$$

$\therefore\ 150+5(x-50)-3x = 9y$ ($3y$ ஆற் பெருக்குவதால்)

$\therefore\ 150+5x-250-3x=9y$

$\therefore\ 5x-3x-9y = 250-150$

$\therefore\ 2x-9y=100$ (1)

விபத்து இன்னும் 50 மைல்களுக்கப்பால் நிகழ்ந்திருக்குமேயானால், முந்திய வேகத்துடன் 100 மைல்கள் ஓடப்பட்டிருக்கும். y மைல் மணி வேகத்துடன் 100 மைல்களை ஓட எடுக்கும் நேரம் $= \frac{100}{y}$ மணி.

மிகுதி $(x-100)$ மைல்களையும் $\frac{3y}{5}$ மைல் மணி வேகத்துடன் ஓட எடுக்கும் நேரம் $= \dfrac{x-100}{\frac{3y}{5}} = \dfrac{5(x-100)}{3y}$ மணி

வேண்டிய முழுநேரம் $= \left[\frac{100}{y} + \frac{5(x-100)}{3y}\right]$ மணி

அது 2 மணித் தியாலங்கள் பிந்தியபடியினால்,

$$\frac{100}{y} + \frac{5(x-100)}{3y} - \frac{x}{y} = 2$$

$\therefore 300+5(x-100)-3x=6y$ ($3y$ ஆற் பெருக்குவதால்)

$\therefore 300+5x-500-3x=6y$

$\therefore 5x-3x-6y=500-300$

$\therefore\ 2x-6y=200$ ... (2)

$2x-9y=100$ ... (1)

(2)−(1) $3y=100$

$\therefore\ y=33\frac{1}{3}$

$y=33\frac{1}{3}$ என்பதை (2) இல் ஈடு செய்யும் பொழுது

$2x-6\times 33\frac{1}{3}=200$

$\therefore 2x-200=200$

$\therefore\ 2x=400$

$\therefore\ x=200$

$\therefore$ தூரம் 200 மைல்கள்; முந்தியவேகம் மணிக்கு $33\frac{1}{3}$ மைல்கள்

உதாரணம் 10: A என்னும் நிலையத்தைவிட்டுச் செல்லும் ஒரு புகையிரதம், அடுத்த நிலையமாகிய Bயை ஒரு குறித்த நேரத்தில் அடையவேண்டும். சராசரி வேகம் மணிக்கு $25\frac{1}{2}$ மைல்களானால் புகையிரதம் $3\frac{1}{2}$ நிமிடங்கள் பிந்தும். ஆனால் வேகம் மணிக்கு $28\frac{1}{2}$ மைல்களானால், அது 2 நிமிடங்கள் மாத்திரம் பிந்தும். நிலையங்களிற்கிடையே உள்ள தூரத்தையும் குறித்த நேரத்திற்கு Bயை அடையச் செய்யத்தக்க சராசரி மணி வேகத்தையுங் காண்க.

தூரத்தை x மைல்களெனவும் சராசரி வேகத்தை மணிக்கு மைல்களெனவுங் கொள்க.

∴ பிரயாணத்திற்கு விடப்பட்ட நேரம் $\frac{x}{y}$ மணி

மணிக்கு $25\frac{1}{2}$ மைல்கள் வீதம் x மைல்களை ஓட எடுக்கும் நேரம்

$$= \frac{x}{25\frac{1}{2}} \text{ மணி} = \frac{2x}{51} \text{ மணி.}$$

புகையிரதம் இப்பொழுது $3\frac{1}{2}$ நிமிடங்கள் பிந்துகிறபடியால்

$$\frac{2x}{51}-\frac{x}{y}=\frac{3\frac{1}{2}}{60}$$

$$\therefore \frac{2x}{51}-\frac{x}{y}=\frac{7}{120} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

மணிக்கு $28\frac{1}{2}$ மைல்கள் வீதம் x மைல்களை ஓட எடுக்கும் நேரம்

$$= \frac{x}{28\frac{1}{2}} \text{ மணி} = \frac{2x}{57} \text{ மணி}$$

இந்த வேகத்தில் ஓடினால் புகையிரதம் 2 நிமிடங்கள் பிந்துகின்ற

படியால் $\frac{2x}{57}-\frac{x}{y}=\frac{1}{30}$ ...... (2)

$$\frac{2x}{51}-\frac{x}{y}=\frac{7}{120} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

(2)—(1) $-\frac{2x}{51}+\frac{2x}{57}=-\frac{7}{120}+\frac{1}{30}$

இரண்டு பக்கங்களையும் சுருக்கும் பொழுது,

$$\therefore \frac{-38x+34x}{969}=\frac{-7+4}{120}$$

(51 இனதும் 57 இனதும் பொ.ம.சி. 969 ஆகும்)

$$\therefore \frac{-4x}{969}=\frac{-3}{120}$$

$\therefore -120\times 4x = -3\times 969$ (குறுக்குப் பெருக்கலால்)

$$\therefore x=\frac{-3\times969}{-120\times4}=\frac{969}{160}=6\frac{9}{160}$$

∴ தூரம் $6\frac{9}{160}$ மைல்கள் = 6 மைல் 99 யார்

$x=\frac{969}{160}$ என்பதை (2) இல் ஈடு செய்யும்பொழுது,

$$\frac{2\times969}{57\times160}-\frac{969}{160y}=\frac{1}{30}$$

சுருக்குவதால் $\therefore \frac{17}{80}-\frac{969}{160y}=\frac{1}{30}$

$$\therefore \frac{-969}{160y}=\frac{1}{30}-\frac{17}{80}$$

$$\therefore \frac{-969}{160y}=\frac{8-51}{240}$$

$$\therefore \frac{-969}{160y}=\frac{-43}{240}$$

$$\therefore -43\times160y=-969\times240$$

$$\therefore y=\frac{-969\times240}{-43\times160}=33\frac{69}{86}$$

∴ சராசரி மணி வேகம் $33\frac{69}{86}$ மைல்களாகும்.

உதாரணம் 11: ஒரு வெள்ளம் ஆற்றுடன் 25 மைல்களையும் ஆற்றிற்கெதிரே 27 மைல்களையும் 7 மணித்தியாலங்களிற் செல்கின்றது. மேலும் அது ஆற்றுடன் 30 மைல்களையும் ஆற்றிற்கெதிரே 45 மைல்களைகளையும் $10\frac{1}{2}$ மணித்தியாலங்களிலும் செல்லும். ஆற்றின் வேகத்தையும் வெள்ளத்தின் வேகத்தையுங் காண்க.

ஆற்றின் வேகத்தை மணிக்கு x மைல்களெனவும், வெள்ளத்தின் வேகத்தை மணிக்கு y மைல்களெனவுங் கொள்க

ஆற்றுடன் வேகம் $(x+y)$ மைல்கள் மணி வேகம்.

ஆற்றிற்கெதிரே வேகம் $(y-x)$ மைல்கள் மணி வேகம்.

ஆற்றுடன் 25 மைல்களையும் ஆற்றிற்கு எதிரே 27 மைல்களையும் பிரயாணஞ் செய்ய எடுக்கும் நேரம் $= \left(\frac{25}{y+x}+\frac{27}{y-x}\right)$ மணி.

வினாவின்படி, $\frac{25}{y+x}+\frac{27}{y-x}=7 \quad \ldots \quad (1)$

ஆற்றுடன் 30 மைல்களையும், ஆற்றிற்கெதிரே 45 மைல்களையும் பிரயாணஞ் செய்ய எடுக்கும் நேரம் $= \left(\frac{30}{y+x}+\frac{45}{y-x}\right)$ மணி.

வினாவின்படி, $\frac{30}{y+x}+\frac{45}{y-x}=10\frac{1}{2} \quad \ldots \quad (2)$

$\frac{1}{y+x}$ இதற்கு aஐயும் $\frac{1}{y-x}$ இற்கு bஐயும் பிரதியீடு செய்க.

$\therefore \quad 25a+27b = 7 \quad \ldots \quad (3)$

$30a+45b = 10\frac{1}{2} \quad \ldots \quad (4)$

$(3)\times 6 \quad 150a+162b = 42 \quad \ldots \quad (5)$

$(4)\times 5 \quad 150a+225b = 52\frac{1}{2} \quad \ldots \quad (6)$

$(5)-(6) \quad -63b = -10\frac{1}{2} \quad \ldots$

$\therefore \quad b = \frac{-10\frac{1}{2}}{-63} = \frac{1}{6}$

$b=\frac{1}{6}$ என்பதை (3) இல் பிரதியீடு செய்வதால், $25a+27\times\frac{1}{6}=7$

$\therefore \quad 25a+4\frac{1}{2}=7, \qquad \therefore \quad 25a=7-4\frac{1}{2}$

$\therefore \quad 25a=2\frac{1}{2}$

$\therefore \quad a=\frac{2\frac{1}{2}}{25}=\frac{1}{10}$

aயினதும் bயினதும் பெறுமானங்களைத் திருப்பிப் பிரதியீடு செய்வதால்

$\frac{1}{y+x}=\frac{1}{10} \qquad \therefore \quad y+x=10$

$\frac{1}{y-x}=\frac{1}{6} \qquad \therefore \quad y-x=6$

$y+x=10$

$y-x=6$

கூட்டுவதால் $\quad 2y=16 \qquad \therefore \quad y=8$

$8+x=10 \qquad \therefore \quad x=10-8=2$

$\therefore$ ஆற்றின் வேகம் மணிக்கு 2 மைல்கள்

வெள்ளத்தின் வேகம் மணிக்கு 9 மைல்கள்

அல்லது

(1) ஆம் (2) ஆம் சமன்பாடுகளை அமைத்த பின்னர், $\frac{1}{y+x}$ அல்லது $\frac{1}{y-4}$ இன் குணகங்களைச் சமப்படுத்தி அவற்றைத் தீர்க்கலாம்.

$\frac{25}{y+x}+\frac{27}{y-x}=7 \quad \ldots \quad (1)$

$\frac{30}{y+x}+\frac{45}{y-x}=10\frac{1}{2} \quad \ldots \quad (2)$

$(1)\times 6 \quad \frac{150}{y+x}+\frac{162}{y-x}=42 \quad \ldots \quad (3)$

$(2)\times 5 \quad \frac{150}{y+x}+\frac{225}{y-x}=52\frac{1}{2} \quad \ldots \quad (4)$

$(3)-(4) \quad \frac{-225+162}{y-x}=-10\frac{1}{2}$

$\therefore -10\frac{1}{2}(y-x)=-63 \qquad \therefore \ y-x=\frac{-63}{-10\frac{1}{2}}=6$

$y-x=6$ என்பதை (1) இல் பிரதியீடு செய்வதால்

$\therefore \ \frac{25}{y+x}+\frac{27}{6}=7 \quad \therefore \frac{25}{y+x}=7-4\frac{1}{2}=2\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{25}{y+x} = \frac{5}{2} \quad \therefore 5(y+x) = 50$

$\therefore y+x = 10$

$y-x = 6$

கூட்டுவதால் $2y = 16$

$\therefore y = 8$

$8+x = +10 \quad \therefore x = 10-8 = 2, \quad \therefore x = 2$

∴ ஆற்றின் வேகம் மணிக்கு 2 மைல்கள்
வெள்ளத்தின் வேகம் மணிக்கு 8 மைல்கள்.

உதாரணம் 12: ஒரு சரக்கு வண்டியின் சராசரி வேகத்தை ஒரு குறித்த தூரப் பிரயாணத்தில் மணிக்கு 2 மைலால் கூட்டினால் அது அடைய வேண்டிய நிலையத்தை 30 நிமிடங்கள் முந்தி அடைகின்றது. ஆனால் அதன் வேகத்தை மணிக்கு 2 மைலாற் குறைத்தால் அது அடையவேண்டிய நிலையத்தை 36 நிமிடங்கள் பிந்தி அடைகின்றது. பிரயாண தூரத்தைக் காண்க.

பிரயாண தூரத்தை x மைல்களெனவும், முந்திய சராசரி வேகத்தை மணிக்கு y மைல்களெனவுங் கொள்க.

முந்திய பிரயாண நேரம் $\frac{x}{y}$ மணி

2 மைலால் கூட்டியபொழுது மணி வேகம் $=(y+2)$ மைல்கள்

மணிக்கு $(y+2)$ மைல்கள் வீதம் பிரயாண நேரம் $\frac{x}{y+2}$ மணி

வினாவின்படி, $\frac{x}{y} - \frac{x}{y+2} = \frac{30}{60}$

$\therefore \frac{x(y+2)-xy}{y(y+2)} = \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{2x}{y(y+2)} = \frac{1}{2} \quad \ldots \quad (1)$

2 மைலால் குறைத்தபொழுது மணி வேகம் $= (y-2)$ மைல்கள்

மணிக்கு $(y-2)$ மைல்கள் வீதம் பிரயாண நேரம் $= \frac{x}{y-2}$ மணி

வினாவின்படி, $\frac{x}{y-2} - \frac{x}{y} = \frac{36}{60}$

$\therefore \frac{xy-x(y-2)}{y(y-2)} = \frac{3}{5}$

$\therefore \frac{2x}{y(y-2)} = \frac{3}{5} \quad \ldots \quad (2)$

(இரு சமன்பாடுகளிலுமிருந்து xஐக் கண்டு சமப்படுத்துக)

(1)இல் இருந்து $x = \frac{y(y+2)}{4}$, (2)இல் இருந்து $x = \frac{3y(y-2)}{10}$

$\therefore \frac{y(y+2)}{4} = \frac{3y(y-2)}{10}$

$\therefore \frac{y+2}{4} = \frac{3(y-2)}{10}$ (இரு பக்கங்களையும் yஆல் வகுப்பதால்)

$\therefore 10(y+2) = 12(y-2)$ (குறுக்குப் பெருக்கலால்)

$\therefore 10y+20 = 12y-24$

$\therefore 10y-12y = -24-20$

$\therefore -2y = -44 \quad \therefore y = 22$

$y=22$ என்பதை $x = \frac{y(y+2)}{4}$ என்பதில் பிரதியீடு செய்வதால்

$\therefore x = \frac{22 \times 24}{4} = 132$

∴ பிரயாண தூரம் 132 மைல்களாகும்.

பயிற்சி 10 (a)

1. இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 30 ஆகும். சிறியதின் ஐம்மடங்கு, பெரியதின் மும்மடங்கிலும் 6 கூடியது. அவற்றைக் காண்க.

2. பெரியதின் மும்மடங்கு சிறியதின் ஐம்மடங்கிலும் 3 கூடியதாகவும், சிறியதின் மூன்றில் இரண்டு சக பெரியதின் ஏழில் ஒன்று சமன் 11 ஆகவும் இருக்கும் இரு எண்களைக் காண்க.

3. சிறியதின் நாலில் ஒன்று பெரியதின் ஐந்திலொன்றுக்குச் சமமாகவும் பெரியதின் ஏழில் மூன்று சிறியதின் அரைப் பங்கிலும் 1 கூடியதாகவும் உள்ள இரு எண்களைக் காண்க.

4. இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 17 ஆகும். முதலாம் எண்ணுடன் 7 ஐக் கூட்டி வருவதை 5 ஆல் வகுக்க வருவதை இரண்டாம் எண்ணுடன் 50ஐக் கூட்டி வருவதை 6 ஆல் வகுக்க வருவதுடன் கூட்ட வருவது 13 ஆகும். எண்களைக் காண்க.

5. இரு எண்களின் வித்தியாசம் 72 ஆகும். பெரிய எண்ணைச் சிறிய எண்ணுல் வகுக்க ஈவு 6 உம் மீதம் 2 உம் ஆகும். எண்களைக் காண்க.

6. இரண்டு எண்களின் பெருக்கம் பெரிய எண்ணின் எட்டு மடங்கைவிட 9 குறைவாகும். பெரிய எண்ணின் தலைகீழானதின் எட்டு மடங்கு சிறிய எண்ணினதும் ஒன்றினதும் கூட்டுத் தொகையின் ஒன்பதில் ஒரு பங்காகும். எண்களைக் காண்க. (டிச. 60)

7. ஒரு எண் இரண்டு சினைகளாலானது. இவற்றுள் ஒரு சினையை 3 ஆலும் மற்றதை 2 ஆலும் குறைத்துவரும் இப் புதிய சினைகளைக் கொண்டு ஆக்கப்பட்ட எண்ணுனது முந்திய எண்ணைவிட 44 குறைவாகும் முந்திய எண்ணின் சினைகளொவ்வொன்றையும் 2 ஆற் குறைத்து, குறைக்கப்பட்ட இச் சினைகளைக்கொண்டு ஆக்கப்பட்ட எண்ணுனது முந்திய எண்ணைவிட 50 கூடியதாகும். முந்திய எண்ணைக் காண்க. (டிச. 58)

8. ஒருவனின் வயது அவனது இரு பிள்ளைகளினது வயதுகளின் கூட்டுத்தொகையின் மும்மடங்காகும். இன்னும் நான்கு வருடங்களில் அது கூட்டுத் தொகையின் இரு மடங்காகும். மனிதனின் வயது என்ன?

9. ஐந்து வருடங்களின் முன் விக்கினேஸ்வரனின் வயது, மூன்று வருடங்களின் முன் இலங்கரத்தினுவிற்கிருந்த வயதிலும் மும்மடங்காகும். தற்பொழுது விக்னேஸ்வரனின் வயதின் காற்பங்கு இலங்கரத்தினுவின் வயதின் அரைப்பங்கிலும் இரண்டு வருடங்கள் கூடியது. அவர்களின் தற்போதைய வயதுகளைக் காண்க.

10. பதினைந்து வருடங்களின் முன்னர் ஒரு தகப்பன், மகனைப் போல் ஐம்மடங்கு வயதினனுக இருந்தான். பதினைந்து வருடங்களின் பின்னர் அவன் வயதின் ஐந்தில் மூன்று பங்கு, மகனின் வயதிற்குச் சமமாக இருக்கும். அவர்களின் தற்போதைய வயதுகள் என்ன?

11. தற்பொழுது ஒரு தகப்பனின் வயது அவன் மகனின் வயதின் நாலு மடங்கிலும் 1 வருடம் கூடியது. 11 வருடங்களின் பின்னர் அவர்களின் வயதுகள் 12 : 5 ஆக இருக்கும். தகப்பனின் தற்போதைய வயதைக் காண்க.

12. இரு எண்கள் 4:3 என்னும் விகித்தில் உள்ளன. பெரியதுடன் 2 ஐக்கூட்டி சிறியதிலிருந்து 6 ஐக் கழித்தால், அவற்றின் விகிதம் 7:4 ஆகும். எண்களைக் காண்க.

13. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளமும் அகலமும் 3:2 என்னும் விகிதத்தில் உள்ளன. நீளத்தை 6 அடிகளாற் குறைத்து, அகலத்தை அதே தொகையாற் கூட்டினுல், அது ஒரு சற்சதுரமாகும். நீளத்தையும் அகலத்தையுங் காண்க.

14. இரு இலக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு எண்ணின் பத்தின் இடத்து இலக்கம், ஒன்றின் இடத்து இலக்கத்திலும் 4 கூடியது. எண்ணினதும், எண்ணை முன்பின்னுக மாற்றுவதால் அமையும் எண்ணினதும் கூட்டுத் தொகை 110 ஆகும். எண் என்ன?

15. அதே இரு இலக்கங்களைக் கொண்ட இரு எண்களின் கூட்டுத் தொகை 132 ஆகும். இலக்கங்களின் வித்தியாசம் 6 ஆகும். எண்களைக் காண்க.

16. 100 இற்குக் குறைவான ஒரு எண்ணின் பத்தினிலக்கம் மற்றதைப் போல் மும் மடங்காகும். இலக்கங்களை முன் பின்னுக மாற்றினுல் எண் 54 ஆற் குறைக்கப்படுகின்றது. எண்ணைக் காண்க.

17. இரு இலக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு எண்ணின் ஒன்றின் இலக்கம் பத்தின் இலக்கத்திலும் 4 கூடியது. எண்ணின் மும்மடங்கானது எண்ணினதும் எண்ணின் இலக்கங்களை முன் பின்னுக மாற்றுவதால் அமையும் எண்ணினதும் கூட்டுத் தொகையிலும் ஒன்றுகூடியது. எண்ணைக் காண்க.

18. இரு இலக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு எண்ணை இலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகையால் வகுத்தால் ஈவு 7உம் மிகுதி 3உம் ஆகும். இலக்கங்களை முன் பின்னுக மாற்றினுல் எண் 18ஆற் குறையும். எண்ணைக் காண்க.

19. இரு இலக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு எண்ணை இலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகையால் வகுத்தால் 4 ஈவாகிறது. இலக்கங்களின் தலைகீழ்களின் கூட்டுத்தொகையானது, இலக்கங்களின்

தலைகீழ்களின் பெருக்குத் தொகையின் ஒன்பதுமடங்கிற்குச் சமனாகும். எண்ணைக் காண்க.

20. இரு இலக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு எண்ணானது, இலக்கங்களின் கூட்டுத் தொகையின் ஏழு மடங்கிற்குச் சமமாகும். எண்ணுடன் பத்தின் இடத்து இலக்கத்தின் மும்மடங்கைக் கூட்ட வருவது 108 ஆகும். எண்ணைக் காண்க. (ஆக.60)

21. இரு இலக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு எண்ணானது, இலக்கங்களின் கூட்டுத் தொகையின் நாலு மடங்கிலும் 6 கூடியது. எண்ணுடன் 14 ஐக் கூட்ட வரும் எண்ணானது முந்திய எண்ணின் ஒன்றின் இடத்து இலக்கத்தைப்போல் 9 மடங்காகும். எண்களைக் காண்க. (ஆக.58)

22. ஒரு எண் இரு இலக்கங்களைக்கொண்டது. ஒரு இலக்கம் மற்ற இலக்கத்திலும் 4 கூடியது. இந்த எண்ணுடன் இலக்கங்களை முன் பின்னாக மாற்றுவதால் உண்டாகும் எண்ணைக் கூட்டவரும் கூட்டுத்தொகை 110 ஆகும். இலக்கங்கள் எவை? (ஆ. க. யூலை 54)

23. ஒரு எண்ணின் இரு இலக்கங்களுள் ஒன்று மற்றதின் மும்மடங்காகும். இலக்கங்களை முன் பின்னாக மாற்றுவதால் அமையும் எண் முந்திய எண்ணிலும் 54 கூடியது. முந்திய எண்ணைக் காண்க. (ஆ. க. ஆக. 59)

24. இரு இலக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு எண்ணின் ஒரு இலக்கம் மற்றதின் இரு மடங்காகும். இந்த எண்ணினதும், இலக்கங்களை முன் பின்னாக மாற்றுவதால் அமையும் எண்ணினதும் வித்தியாசம் 27 ஆகும். எண்ணைக் காண்க. (டிச. 55)

25. இரு இலக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு எண்ணானது, இலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகையின் நாலு மடங்கிலும் 3 குறைவுடையது. எண்ணுடன் 12ஐக் கூட்டினால், அதன் இரு இலக்கங்களும் கூடுவதுடன், புதிய எண்ணின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம், முந்திய எண்ணின் பத்தின் இடத்து இலக்கத்திலும் 5உம் கூடுகின்றது. எண்ணைக் காண்க. (டிச. 56)

26. இரு இலக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு எண்ணின், முதலாம் இலக்கத்தின் வர்க்கத்தின் 4 மடங்கானது இரண்டாம் இலக்கத்தின் வர்க்கத்தின் 160 கூடியதாகும். எண்ணானது முதலாம் இலக்கத்தின் எண் மடங்கிலும் 20 கூடியதாகும். எண்ணைக் காண்க. (டிச 57)

27. இரண்டு இலக்கங்களாலான ஒரு எண் உள்ளது. இதன் பத்தாம் தானத்தின் தலைகீழின் மூன்று தடவையுடன் ஒன்றாம் தானத்தின் தலைகீழின் நான்கு தடவையைச் சேர்த்தால் 2 ஆகும். ஒன்றாம் தானத்தின் தலைகீழின் மூன்று தடவையை பத்தாம் தானத்தின் தலைகீழின் நான்கு தடவையிலிருந்து கழித்தால் பெறுபேறு $\frac{7}{12}$ ஆகும். எண்ணைக் காண்க. (ஆக. 62)

28. ஒரு பின்னத்தின் தொகுதி எண்ணுடனும் பகுதி எண்ணுடனும் 3 ஐக் கூட்ட அது $\frac{2}{3}$ ஆகிறது. ஒவ்வொன்றிலுமிருந்து 1ஐக் கழிக்க அது $\frac{1}{2}$ ஆகிறது. பின்னத்தைக் காண்க.

29. தொகுதி எண்ணுடன் 1ஐக் கூட்ட $\frac{3}{4}$ ஆகவும் தொகுதி எண்ணிலிருந்து 1ஐக் கழித்து பகுதி எண்ணுடன் 4ஐக்கூட்ட $\frac{1}{3}$ ஆகவும் ஆகும். பின்னத்தைக் காண்க.

30. ஒரு பின்னத்தின் பகுதி எண்ணானது தொகுதி எண்ணிலும் 3 கூடியது. பகுதி எண்ணுடன் 2ஐக்கூட்டி, தொகுதி எண்ணிலிருந்து 1ஐக் கழிக்க, பின்னம் $\frac{3}{5}$ ஆகக் குறைகிறது. பின்னத்தைக் காண்க,

31. *A*, *B* என்னும் இருவரின் மாத வருமானங்கள் 5 : 7 விகிதத்திலும் அவர்களின் செலவு 8 : 11 விகிதத்திலும் இருந்தது, *A* என்பவர் 40/- ரூபாவையும் *B* என்பவர் 70/- ரூபாவையும் சேமிக்கின்றனர். ஒவ்வொருவரின் மாத வருமானம் யாது? (61 டிச.)

32. *A*, *B* என்பவர்கள் ஒரு களியாட்ட விழாவிற்குச் சென்றனர். அவர்கள் வைத்திருந்த பணத்தின் விகிதம் முறையே 8:7 ஆகும். விழாவில் ஒவ்வொருவரும் தனித்தனி ரூ 18 செலவு செய்தபின்னர், தம்மிடம் எஞ்சியிருக்கும் பணத்தின் விகிதம் முறையே 5 : 4 எனக் கண்டனர். ஒவ்வொருவரும் ஆரம்பத்தில் வைத்திருந்த பணம் எவ்வளவு? (யூலை 57)

பயிற்சி 10 (*b*)

1. 7 இரு. கோப்பியினதும் 3 இரு தேயிலையினதும் விலை ரூ. 31 ஆகும். 9 இரு. கோப்பியினதும் 5 இரு. தேயிலையினதும் விலை ரூ. 43 ஆகும், ஒரு இரு. கோப்பியினதும் ஒரு இரு. தேயிலையினதும் விலையைக் காண்க.

2. இரண்டும் சேர்ந்து 9 சி. 10. பெ. விலையுள்ள $\frac{1}{2}$ இரு. தேயிலையையும் ஒரு இரு. கோப்பியையும் வாங்குவதற்கு ஒருபையன்

அனுப்பப்பட்டான் தவறுதலாக அவன் 9 சி. 2 பென்சிற்கு 1 இரு. தேயிலையையும் $\frac{1}{2}$ இரு. கோப்பியையும் வாங்கினுன். இவ்வுண்மைகளை இரு சமன்பாடுகளிற்காட்டி. அவற்றிலிருந்து 1 இரு. தேயிலையினதும் 1 இரு. கோப்பியினதும் விலைகளைக் காண்க.

3. இரு ரூ 2·65 விலையுள்ள ஒருவகைத் தேயிலையுடன் இரு. ரூ. 2·84 விலையுள்ள இன்னெரு வகைத்தேயிலையைக் கலந்து கலவையை இரு. ரூ. 3.01 ஆக விற்று 10% நயமடைய இரு வகைத் தேயிலைகளையும் என்னவிதமாகக் கலக்க வேண்டும்?

4. ஒரு வியாபாரி இரு 40 சதம் விலையுள்ள ஓரின வெங்காயத்துடன் இரு. 64 சதம் விலையுள்ள இன்னேரின வெங்காயத்தை கலந்து, கலவையை இரு 60 சதவீதம் விற்று 25% ஆதாயம் அடைகிருன். இரண்டுவித வெங்காயங்களும் கலக்கப்பட்ட விகிதம் என்ன?

5. 2 மனிதரும் 3 பையன்களும் 2 நாட்களில் 19 ரூபாயை உழைக்கின்றனர். 5 மனிதரும் 4 பையன்களும் 3 நாட்களில் ரூ. 55–50 சதத்தை உழைக்கின்றனர் எனின் ஒரு மனிதனதும் ஒரு பையனதும் நாட் கூலியைக் காண்க.

6. ஒரு செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 78 அடியாகும். நீளம் 3 அடிகளாற் குறைக்கப்பட்டு அகலம் 2 அடிகளாற் கூட்டப்பட்டால் பரப்பு 3 சதுர அடிகளாற் குறையும். செவ்வகத்தின் நீளத்தையும் அகலத்தையுங் காண்க.

7. ஒரு மனிதன் ரூ. 10,000 இன் ஒரு பகுதியை 5% தனி வட்டிக்கும், மிகுதியை 6% தனி வட்டிக்கும் விட்டான் 5% முதலீடானது 6% முதலீட்டிலும் பார்க்க வருடம் ஒன்றிற்கு ரூ 16 கூடிய வருமானத்தை அளிக்கின்றது. ஒவ்வொரு வீதத்திலும் முதலீடு செய்யப்பட்ட தொகையைக் காண்க.

8. ஒரு மனிதன் 2,500 ரூபாவின் ஒரு பகுதியை 2 வருடங்களுக்கு $3\frac{1}{2}$% தனி வட்டிக்கும் மிகுதியை 1 வருடத்துக்கு 4% தனி வட்டிக்கும் விட்டான். அவன் பெற்ற முழுவட்டியும் 142 ரூபாவானுல், ஒவ்வொரு வீதத்திலும் முதலீடு செய்யப்பட்ட தொகையைக் காண்க.

9. *A*, *B*, *C* என்பவர்களுக்கிடையே ஒரு தொகைப் பணம் பங்கிடப்படுகிறது. *A*யின் பங்கானது *B*யும் *C* யும் சேர்ந்து

பெறுவதின் அரைப் பங்குக்குச் சமமாகும். *B* யின் பங்கானது *A*யும் *C*யும் சேர்ந்து பெறுவதின் அரைப் பங்கிலும் ரூ 24/- கூடியதாகும். *A*யும் *B*யும் சேர்ந்து ரூ. 152/-பெற்ருல், ஒவ்வொருவரும் தனித்தனி பெறுவதைக் காண்க. (ஆக. 60)

10. ஒரு செவ்வக அட்டையின் நீளம் அகலத்திலும் 10 அங். கூடியது. நீளத்தை 5 அங்குலங்களாற் குறைத்து அகலத்தை 4 அங்குலங்களாற் கூட்டினுல், பரப்பு 1 சதுர அங்குலத்தால் கூடும். அட்டையின் நீளத்தையும் அகலத்தையுங் காண்க.

11. ஒரு மனிதன் ஒரு குறித்த தூரத்தின் ஒரு பகுதியை மணிக்கு 5 மைல் வேகத்துடனும் மிகுதியை மணிக்கு 4 மைல் வேகத்துடனும் நடக்கிருன்; முழுப் பிரயாண நேரம் 11 மணி ஆகும். இரு பகுதிகளினதும் வேகங்களை முன்பின்னுக மாற்றினுல் அவன் மேலும் $\frac{1}{2}$ மணி கூட எடுத்திருப்பான். பிரயாண தூரத்தைக் காண்க.

12. 70 மைல் இடைத் தூரத்திலுள்ள இருவர் எதிர்த்திசையாகப் பிரயாணஞ்செய்து, $3\frac{1}{2}$ மணித்தியாலங்களிற் சந்திக்கின்றனர். ஆனுல் அவர்களுள் ஒருவன் தனது வேகத்தை முந்திய வேகத்திலும் $1\frac{1}{2}$ மடங்கிற்குக் கூட்டினுல், அவர்கள் 2 மணி 55 நிமிடங்களிற் சந்திப்பர். அவர்களின் தனித்தனி வேகங்களைக் காண்க.

13. வேகங் கூடிய ஒரு கார் *x* பட்டினத்திலிருந்து *y* பட்டினத்திற்கும், வேகங் குறைந்த இன்னெரு கார் *y* பட்டினத்திலிருந்து *x* பட்டினத்திற்கும், ஒரே நேரத்திற் புறப்பட்டு மாரு வேகங்களில் ஓடி, புறப்பட்ட நேரத்திலிருந்து 45 நிமிடங்களின் பின்னர் சந்திக்கின்றன. சந்தித்த நேரத்திலிருந்து 30 நிமிடங்களின் பின்னர் வேகங் கூடிய கார் *y*ஐ அடைகிறது. அதே நேரத்தில் வேகங் குறைந்த கார் *x* இலிருந்து 20 மைல்களுக்கப்பால் நிற்கிறது. *x* இற்கும் *y* இற்கும் இடையே உள்ள தூரத்தைக் காண்க. (யூலை 56)

14. 15 மைல்கள் இடைத்தூரம் உள்ள இரு பட்டினங்களிலிருந்து *A*, *B* என்னும் இருவர் அதே நேரத்திற் புறப்பட்டு (*i*) எதிர்த்திசையாகப் பிரயாணஞ் செய்யும் பொழுது 18 நிமிடங்களிலும் (*ii*) அதே திசையாகப் பிரயாணம் செய்யும் பொழுது $7\frac{1}{2}$ மணித்தியாலங்களிலும் சந்திக்கின்றனர். அவர்களின் வேகங்களைக் காண்க.

15. இரண்டு இலக்கங்களாலாகிய ஒரு எண்ணுடன் அவ்வெண்ணின் இலக்கங்களை முன் பின்னாக மாற்றுவதால் அமையும் எண்ணின் இரு மடங்கைச் சேர்க்கப் பெறு பேறு 81 ஆகும். இலக்கங்களின் கூட்டுத் தொகையின் என் மடங்கிலும், எண்ணானது 3 கூடியது. எண்ணைக் காண்க.

16. ஒருமனிதனின் நடை வேகமும், துவிச்சக்கர வண்டி வேகமும் மாறாதவை. அவன் 6 மணித்தியாலங்கட்கு நடந்தும் 3 மணித் தியாலங்கட்குத் துவிச் சக்கர வண்டி மூலமும் சென்றால் 72 மைல்களைச் சென்றிருப்பான். அவன் தனது நடை வேகத்தை மணிக்கு $\frac{1}{4}$ மைல் வீதம் குறைத்து துவிச் சக்கர வண்டி வேகத்தை மணிக்கு 1 மைல் வீதம் கூட்டினால் அவன் 1 மைலை நடக்கும் நேரத்தில் 5 மைல்களைத் துவிச் சக்கர வண்டி மூலம் செல்லக்கூடும். அவனது நடை வேகத்தையும் துவிச் சக்கர வண்டியின் வேகத்தையும் மணிக்கு எத்தனை மைல்களெனக் காண்க.

17. A, B என்னும் இருவர் சேர்ந்து 12 நாட்களுக்கு வேலை செய்கின்றனர். பின்னர் A தனித்து மேலும் 3 நாட்களுக்கு வேலை செய்து, அவ்வேலையை முடிக்கிறான். A, 3 நாட்களிற் செய்வதை B, 4 நாட்களிற் செய்யக் கூடுமானால், ஒவ்வொருவரும் தனித்து அவ்வேலையை எத்தனை நாட்களில் செய்யக்கூடும் எனக் காண்க.

18. ஒரு மனிதன் ஒரு தூரத்தை ஆற்றிற் கெதிரே 4 மணி 12 நிமிடங்களிலும், அதே தூரத்தை ஆற்றுடன் 2 மணி 20 நிமிடங்களிலும் துடுப்பு வலித்துச் செல்கிறான். அவன் நிலையான நீரில் மணிக்கு 7 மைல் வீதம் துடுப்பு வலிப்பானாகில் ஆற்றின் வேகத்தைக் (மாறா வேகமெனக் கொண்டு) காண்க.

19. ஒரு வெள்ளமானது ஆற்றுடன் 36 மைல்களை 3 மணித் தியாலங்களிலும் அதே தூரத்தை ஆற்றுக் கெதிரே 6 மணித்தியாலங்களிலும் ஓடுகின்றது. வெள்ளத்தின் வேகத்தையும் ஆற்றின் வேகத்தையும் காண்க.

20. மாறா வேகத்துடன் ஓடிக்கொண்டிருக்கும் ஒரு புகையிரதம் கொழும்பிலிருந்து அநுராதபுரத்தை அடைய 4 மணித்தியாலங்கள் எடுக்கின்றது. வேகத்தின் அதிகரிப்பு மணிக்கு 6 மைல்களாக இருந்தால் பிரயாண நேரம் 40 நிமிடங்கள்

குறையும். மாறா வேகத்தையும், இரு பட்டினங்களுக்கிடைத் தூரத்தையுங் காண்க.

21. ஒரு மனிதன் குறித்த தூரத்தை மாறா வேகத்துடன் 4 மணித்தியாலங்களில் நடக்கிறான். தூரம் 1 மைல் குறைந்தும் மணி வேகம் $\frac{1}{2}$ மைல் குறைந்தும் இருந்தால், அவன் இன்னும் 20 நிமிடங்கள் மேலதிகமாக எடுத்திருப்பான். அவனது வேகத்தைக் காண்க.

22. ஒரு ஓடக்காரன் 8 மணித்தியாலங்களில் ஆற்றுக் கெதிரே $13\frac{3}{4}$ மைல்களைத் துடுப்பு வலித்துச் சென்று பின் திரும்பி வருகிறான். அவன் ஆற்றுடன் 11 மைல்களைத் துடுப்பு வலிக்க எடுக்கும் நேரத்தில் ஆற்றுக்கெதிரே 25 மைல்களை வலிப்பானாகில், ஆற்றின் வேத்தைக் காண்க.

23. ஒரு எந்திரப் படகானது 7 மணித்தியாலங்களில் ஆற்றுடன் 27 மைல்களையும் ஆற்றுக்கெதிரே 20 மைல்களையும் செல்கின்றது மேலும் அது 9 மணித்தியாலங்களில் ஆற்றுடன் 36 மைல்களையும் ஆற்றுக்கெதிரே 25 மைல்களையும் செல்கின்றதெனின், படகினதும் ஆற்றினதும் வேகங்களைக் காண்க.

24. ஒரு குறித்த தூரத்தை ஓடும் ஒரு புகையிரதத்தின் சராசரி வேகத்தை மணிக்கு 6 மைலால் அதிகரித்தால், பிரயாண நேரம் 40 நிமிடங்களாற் குறையும். சராசரி வேகத்தை மணிக்கு 5 மைலாற் குறைத்தால் பிரயாண நேரம் 48 நிமிடங்களால் அதிகரிக்கும். பிரயாண தூரத்தையும் சராசரி வேகத்தையுங் காண்க.

25. x, y என்ற இரண்டு மாறிகள் $x=ay-by$ என்ற தொடர்பினால் இணைக்கப்படுகிறது. $y=5$ ஆக இருக்கும் பொழுது $x=70$ ஆனால், $y=8$ ஆக இருக்கும் பொழுது $x=16$ ஆனால், a, b என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க. எனவே, $y=12$ ஆக இருக்கும்பொழுது xன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(டிச.59)

26. x, t என்ற இரண்டு மாறிகள் $x=1+at-bt^2$ என்ற தொடர்பினால் இணைக்கப்படுகிறது. aயும் bயும் மாறாத குணகங்களாகும். $t=5$ ஆக இருக்கும் பொழுது $x=6$ ஆனால், $t=10$ ஆக இருக்கும் பொழுது $x=111$ ஆனால் $t=20$ ஆக இருக்கும் பொழுது x இன் பெறுமானம் என்னவாக இருக்கும் எனக் காண்க.

(யூலை 55)

அத்தியாயம் 11

இருபடிச் சமன்பாடுகள்

சமன்பாடுகளில், தெரியாக் கணியத்தின் அதி கூடிய அடுக்கானது வர்க்கமாக இருந்தால், அவ்வித சமன்பாடுகள் இருபடிச் சமன்பாடுகள் எனப்படும்.

ஆகவே $x^2-9=0$, $2x^2+5x+2=0$ என்பன இருபடிச் சமன்பாடுகளாகும். முதலாவதில் x இன் உறுப்பு இல்லை. இரண்டாவதில் x இன் உறுப்பு ஒன்று உண்டு.

தெரியாததின் வர்க்கத்தை மாத்திரம் கொண்டுள்ள சமன்பாடு தூய இருபடி எனப்படும். *(Pure Quadratic).*

தெரியாததின் முதலாம் இரண்டாம் அடுக்குகள் இரண்டையும் கொண்டுள்ள சமன்பாடு (*adfected quadratic*) எனப்படும்.

தூய இருபடிகள்

ஒரு தூய இருபடியில், தெரியாததின் வர்க்கத்தை இடம் மாற்றிச் சுருக்குவதனால், அதன் பெறுமானத்தைத் தெரிந்து கொள்ளலாம். பின்னர் அப்பெறுமானத்தின் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டால், குறிகளில் வேறுபடும் இரண்டு சமமான மூலங்களைப் பெறுகின்றோம்.

உதாரணம் 1 : *தீர்க்க.* $2x^2-32=0$

$2x^2-32=0 \quad \therefore 2x^2=32 \quad \therefore x^2=16$

$\therefore x=\sqrt{16}=\pm 4$

∴ சமன்பாட்டின் மூலங்கள் +4உம் −4ம் ஆகும்.

உதாரணம் 2 : *தீர்க்க* $\frac{2x^2-1}{2}=\frac{x^2+3}{3}$

$$\frac{2x^2-1}{2}=\frac{x^2+3}{3}$$

$\therefore 3(2x^2-1)=2(x^2+3)$ (குறுக்குப் பெருக்கலால்).

$\therefore 6x^2-3=2x^2+6$

$\therefore 6x^2-2x^2=6+3$

$\therefore 4x^2=9$

$\therefore x^2=\frac{9}{4}$

$\therefore x=\pm\sqrt{\frac{9}{4}}= \;=\frac{3}{2}$

$\therefore x=+\frac{3}{2}$ அல்லது $-\frac{3}{2}$

பயிற்சி 11 (a)

தீர்க்க :

1. $x^2-4=0$
2. $x^2=9$
3. $12-7x^2=2x^2-4$
4. $12x^2+8=9-4x^2$
5. $4(x^2-4)=3(x^2+3)$
6. $3(x^2-5)=2(x^2+7)$
7. $5x^2-10=x^2-9$
8. $2(x^2+x-1)=x+7-x(2x-1)$
9. $3(x^2-1)=7(2-x^2)+1+2x^2$
10. $\frac{2}{2x-1}=\frac{2x+1}{4}$
11. $\frac{1}{x^2-2}-\frac{3}{x^2+2}=0$
12. $\frac{x^2-1}{5}=\frac{2x^2+1}{3}-8$
13. $\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x+3}=2$
14. $\frac{2x+3}{5}-\frac{3}{2x}=\frac{3x+6}{10}+\frac{1}{x}$
15. $\frac{2}{x-3}+\frac{3}{x-2}+1=0$
16. $(x+2)^2=1$
17. $(2x-1)^2=\frac{1}{9}$.
18. $3x^2-2x=0$

(62 ஆ.)

தெரியாக் கணியத்தின் முதலாம் இரண்டாம் அடுக்குகளைக் கொண்டுள்ள சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்.

மேலே கூறிய வகையைச் சார்ந்த சமன்பாடுகளைக் கீழே காட்டப்பட்டிருக்கும் முறைகளுள் ஒன்றின் மூலம் தீர்க்கலாம்.

I. **சினைகாணும் முறை :** பெருக்கம் $ab=0$ ஆனல் $a=0$ அல்லது $b=0$ ஆக இருக்கவேண்டும் என்னும் விதியை அடிப்படையாகக் கொண்டது இம்முறை.

இம்முறை மூலம் சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதற்கு, வலது கைப் பக்கம் பூச்சியமாக இருக்கும் வண்ணம், எல்லா உறுப்புக்களையும் இடது கைப் பக்கத்திற்குக் கொண்டு வருக. இடதுகைப் பக்கத்திலுள்ள கோவையின் சினைகளைக் கண்டு, ஒவ்வொரு சினையையும் பூச்சியத்திற்குச் சமப்படுத்துக. இடது கைப்பக்கத்தில் உள்ள கோவையின் சினைகளைக் காண்பது வசதியாக இருந்தால் அதுவே ஒரு இருபடிச் சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதற்கு இலகுவானதும் விரைவானதுமான முறையாகும்.

உதாரணம் 1. $\dfrac{x^2+x+1}{x^2+8}=\dfrac{1}{3}$ எனின் x இன் பெறுமானங்களைக் காண்க. (நொவ. 47)

$3(x^2+x+1)=x^2+8$ (குறுக்குப் பெருக்கலால்)

$\therefore\ 3x^2+3x+3-x^2-8=0$

$\therefore\ 2x^2+3x-5=0$

$\therefore\ 2x^2+5x-2x-5=0$
($+3x$ஐ, $+5x-2x$ எனப் பிரித்து எழுதுவதால்)

$\therefore\ x(2x+5)-1(2x+5)=0$

$\therefore\ (2x+5)(x-1)=0$

$\therefore\ (2x+5)=0$ அதாவது $x=-\frac{5}{2}$
அல்லது $x-1=0$ அதாவது $x=1$.

$\therefore\ x=-2\frac{1}{2}$ அல்லது 1.

உதாரணம் 2.

$$\frac{x}{x^2+x-2}+\frac{1}{2x^2+3x-2}-\frac{1}{2x^2-3x+1}=0.$$

எனின் x இன் பெறுமானங்களைக் காண்க. (டிச. 50)

$$\frac{x}{x^2+2x-x-2}+\frac{1}{2x^2+4x-x-2}-\frac{1}{2x^2-2x-x+1}=0$$

(நடு உறுப்பைப் பிரித்து எழுதுவதால்)

$$\frac{x}{x(x+2x)-1(x+2)}+\frac{1}{2x(x+2)-1(x+2)}-\frac{1}{2x(x-1)-1(x-1)}=0$$

$$\frac{x}{(x+2)(x-1)}+\frac{1}{(x+2)(2x-1}-\frac{1}{(x-1)(2x-1)}=0$$

$\therefore\ x(2x-1)+(x-1)-(x+2)=0$
([பொ.ம.சி. $(x-1)(x+2)(2x-1)$ ஆல் முழுவதையும் பெருக்குவதால்]

$\therefore\ 2x^2-x+x-1-x-2=0$

$\therefore\ 2x^2-x-3=0$

$\therefore\ 2x^2-3x+2x-3=0$ ($-x$ஐ, $-3x+2x$ என்று பிரித்து எழுதுவதால்)

$\therefore\ x(2x-3)+1(2x-3)=0$ $\quad\therefore\ (2x-3)(x+1)=0$

$\therefore\ 2x-3=0$ அதாவது $x=\frac{3}{2}$; அல்லது $x+1=0$ அதாவது $x=-1$

$\therefore\ x=1\frac{1}{2}$ அல்லது -1.

உதாரணம் 3. தீர்க்க $\dfrac{2}{3(x+2)}-\dfrac{3}{2x+7}=\dfrac{1}{15}$ (டிச. 51)

$\therefore\ 2\times 5(2x+7)-3\times 15(x+2)=(x+2)(2x+7)$ (இரண்டு பக்கங்களையும் $15(x+2)(2x+7)$ ஆல் பெருக்குவதால்)

$\therefore\ 20x+70-45x-90=2x^2+7x+4x+14$

$\therefore\ 20x+70-45x-90-2x^2-7x-4x-14=0$ (எல்லா உறுப்புகளையும் இடது பக்கத்திற்கு இடம் மாற்றுவதால்)

$\therefore\ -2x^2-36x-34=0$

$\therefore\ x^2+18x+17=0$ ($2-$ஆல் வகுப்பதால்)

$\therefore\ (x+17)(x+1)=0$

$\therefore\ (x+17)=0$ அதாவது $x=-17$;
அல்லது $x+1=0$ அதாவது $x=-1$
$x=-17$ அல்லது -1.

உதாரணம் 4. சமன்பாட்டைத் தீர்க்க:

$$\frac{x-1}{x^2-5x+6}-\frac{x-2}{x^2-4x+3}=\frac{x+1}{x^2-3x+2} \quad \text{(தொவ. 46)}$$

$$\frac{x-1}{x^2-5x+6}-\frac{x-2}{x^2-4x+3}=\frac{x+1}{x^2-3x+2}$$

$$\frac{x-1}{(x-3)(x-2)}-\frac{x-2}{(x-3)(x-1)}=\frac{x+1}{(x-2)(x-1)}$$

$(x-1)^2-(x-2)^2=(x+1)(x-3)$ [இரண்டு பக்கங்களையும் $(x-1)(x-2)(x-3)$ ஆல் பெருக்குவதால்]

$\therefore\ x^2-2x+1-(x^2-4x+4)=x^2-3x+x-3$

$\therefore\ x^2-2x+1-x^2+4x-4-x^2+3x-x+3=0$ (இடம் மாற்றுவதால்)

$\therefore\ -x^2+4x=0$ $\quad\therefore\ x^2-4x=0$ (-1 ஆல் பெருக்குவதால்)

$\therefore\ x(x-4)=0$ $\quad\therefore\ x=0$, அல்லது $x-4=0$ அதாவது $x=4$)

$\therefore\ x=0$ அல்லது 4.

பயிற்சி 11 (b)

சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க :

1. $3x(x-7)-0$ 2. $x^2-2x=0$ 3. $2x^2+2x=0$
4. $x^2-7x+10=0$ 5. $12x^2-17x-7=0$
6. $x^2-7x=44$ 7. $5x^2+x=6$
8. $5x^2+8x=4$ 9. $x(x+1)(x-2)=0$ (63 டிச.)
10. $x(3x-5)=2$ 11. $(x-6)(x+2)=9$
12. $(x-3)(x-5)=3$ 13. $(2x-1)(2x+9)=24$
14. $(3x-5)(2x+1)=5(x+1)(x-1)$
15. $(x+1)(2x+3)=4x^2-22$
16. $(x-5)(2-x)+\frac{10x}{7}=0$ 17. $(x+5)^3=x^3+35$.

18. $\frac{x-3}{2}+\frac{x-1}{x-4}=4$ 19. $x+3+\frac{x^2}{x-3}=1$
20. $\frac{1}{x}-\frac{1}{x+3}=\frac{1}{36}$ 21. $\frac{4}{3x-2}-\frac{5}{2x+3}=3$
22. $\frac{6}{x-2}-\frac{2}{x-3}=\frac{3}{x-1}$ 23. $\frac{2}{x-1}-\frac{1}{x+2}+\frac{3}{x-2}=0$
24. $\frac{12}{x-1}+\frac{24}{x-2}+35=0$ 25. $\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x}=\frac{25}{12}$
26. $\frac{x-2}{2x-5}-\frac{x-3}{3x-7}=\frac{7}{15}$

II. வர்க்க பூர்த்தியாகும் முறை : எந்த ஒரு இருபடிச் சமன்பாட்டையும் தீர்ப்பதற்கு இது ஒரு உறுதியான முறையாகும். xஐக் கொண்டுள்ள உறுப்புக்கள் இடது பக்கத்தில் இருக்கும்படி சமன்பாட்டின் உறுப்புக்கள் ஒழுங்கு படுத்தப்படுகின்றன. இரண்டு பக்கங்களுக்கும் பொருத்தமான கணியத்தைக் கூட்டுவதால் இடது கைப்பக்கம் ஒரு நிறை வர்க்கமாக்கப்படுகிறது. இரண்டு பக்கங்களினதும் வர்க்க மூலங்கள், சமன்பாட்டின் மூலங்கள் ஆகும்.

பின்வரும் உதாரணங்கள் எடுத்துக்காட்டிற் குரியவையாகும்.

குறிப்பு :—இடது கைப்பக்கத்தை ஒரு நிறை வர்க்கமாக்க, முழுவதையும் x^2இன் குணகத்தால் (ஏதும் இருப்பின்) வகுத்து xஇன் குணகத்தின் அரையின் வர்க்கத்தைக் கூட்டுக

உதாரணம் 1: வர்க்க பூர்த்தியாக்கி, $3x^2+4x-15=0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க.

$3x^2+4x=15$ (-15ஐ இடம் மாற்றுவதால்)

$\therefore\ x^2+\frac{4}{3}x=\frac{15}{3}=5$ (x^2இன் குணகத்தை 3ஆல் வகுப்பதால்)

xஇன் குணகம் $\frac{4}{3}$ ஆகும். அதன் அரைப்பங்கு $\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$ ஆகும்.

$\therefore$ இரண்டு பக்கங்கட்கும் $(\frac{2}{3})^2$ஐக் கூட்டுவதால்,

$$x^2+\frac{4}{3}x+\left(\frac{2}{3}\right)^2=5+\left(\frac{2}{3}\right)^2=5+\frac{4}{9}=5\frac{4}{9}$$

$$\therefore \quad \left(x+\frac{2}{3}\right)^2=\frac{49}{9}$$

$$\therefore \quad x+\frac{2}{3} = \sqrt{\frac{49}{3}}=\pm\frac{7}{3}$$

$$\therefore \quad x=\frac{-2}{3}\pm\frac{7}{3}=\frac{-2+7}{3}$$

$\therefore \quad x=\frac{-2+7}{3}$ அதாவது $x=1\frac{2}{3}$. அல்லது

$x=\frac{-2-7}{3}$ அதாவது $x=-3$

$\therefore \quad x=1\frac{2}{3}$ அல்லது -3

உதாரணம் 2. இருபடிச் சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதற்கான வாய்பாட்டை உபயோகியாது, $3x^2-5x+1=0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்களை இரு தசம இடங்களுக்குத் திருத்தமாகக் காண்க. (டிச. 49)

$3x^2-5x+1=0$

$\therefore 3x^2-5x=-1$

$\therefore x^2-\frac{5}{3}x=-\frac{1}{3}$ (x^2இன் குணகமாகிய 3ஆல் வகுப்பதால்). xஇன் குணகத்தின் $\frac{1}{2}$ப் பங்கின் வர்க்கத்தை அதாவது $(\frac{1}{2}\times\frac{5}{3})^2$ஐ இரண்டு பக்கங்களுக்கும் கூட்டுவதால்

$$x^2-\frac{5}{3}x+(\frac{5}{6})^2=-\frac{1}{3}+\frac{25}{36}$$

$$(x-\frac{5}{6})^2=\frac{-12+25}{36}=\frac{13}{36}$$

$$(x-\frac{5}{6})=\pm\sqrt{\frac{13}{36}}=\pm\frac{\sqrt{13}}{6}$$

$$\therefore \quad x=\frac{5}{6}\pm\frac{\sqrt{13}}{6}=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}=\frac{5\pm3{\cdot}605}{6}$$

$\therefore \quad x=\frac{5+3.605}{6}$ அதாவது $x=1{\cdot}43$

அல்லது $x=\frac{5-3{\cdot}605}{6}$ அதாவது $x=\cdot23$

$\therefore \quad x=1{\cdot}43$ அல்லது $\cdot23$

உதாரணம் 3. சூத்திரம் ஏதும் உபயோகியாது $5(x^2-2)=2x$ என்னும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க. (யூலை 54)

$5\ (x^2-2) = 2x$

$5\ x^2 - 10 = 2x$

$\therefore \quad 5x^2-2x=10$ (இடம் மாற்றுவதால்)

$x^2-\frac{2}{5}x=2$ (x^2 இன் குணகம் 5ஆல் வகுப்பதால்)

xஇன் குணகத்தின் $\frac{1}{2}$ பங்கின் வர்க்கத்தைக் கூட்டுவதால் அதாவது $(\frac{1}{2}\times\frac{2}{5})^2$ஐ

$$x^2-\frac{2}{5}y+(^1)^2 = 2+(\frac{1}{5})^2=2\frac{1}{25}$$

$$\therefore \quad (x-\frac{1}{5})^2 = \frac{51}{25}$$

$$\therefore \quad x-\frac{1}{5} = \pm\sqrt{\frac{51}{25}} = \pm\frac{\sqrt{51}}{5}$$

$$\therefore \quad x=\frac{1}{5}\pm\frac{\sqrt{51}}{5}=\frac{1\sqrt{\pm51}}{5}=\frac{1\pm7\ 141}{5}$$

$\therefore \quad x=\frac{1+7{\cdot}141}{5}$ அதாவது $x=1{\cdot}63$, அல்லது $x=\frac{1-7{\cdot}141}{5}$

அதாவது $x=-1{\cdot}23$

$\therefore \quad x=1{\cdot}63$ அல்லது $-1{\cdot}23$ (ஒவ்வொரு விடையும் இரண்டு தசம இடங்களுக்குத் திருத்தமாக)

உதாரணம் 4. $\frac{x}{x-1}-\frac{x}{x+1}=1$ என்னும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க. உமது விடையை 3 தசம இடங்களுக்குத் திருத்தமாகத் தருக. (யூலை 55)

$$\frac{x}{x-1}-\frac{x}{x+1}=1$$

$$x(x+1) - x(x-1) = (x+1)(x-1)$$

[$(x+1)(x-1)$ஆல் பெருக்குவதால்]

$$x^2 + x - x^2 + x = x^2 - 1$$

$$\therefore \quad -x^2 + 2x = -1$$

$\therefore \quad x^2 - 2x = 1$ (x^2 ஐ சகக் குறியாக்க -1ஆல் பெருக்குவதால்) xஇன் குணகத்தின் $\frac{1}{2}$ப் பங்கின் வர்க்கத்தை $(\frac{1}{2} \times 2)^2$ கூட்டுவதால்- அது.

$$x^2 - 2x + 1 = 1 + 1$$

$$\therefore \quad (x-1)^2 = 2 \qquad \therefore \quad x - 1 = \pm\sqrt{2}$$

$$\therefore \quad x = 1 \pm \sqrt{2} = 1 \pm 1{\cdot}414$$

$\therefore \quad x = 1 + 1{\cdot}414$ அதாவது $x = 2{\cdot}414$ அல்லது

$x = 1 - 1{\cdot}414$ அதாவது $x = -{\cdot}414$.

$\therefore x = 2{\cdot}414$ அல்லது $-{\cdot}414$(3 தசம இடங்களுக்குத் திருத்தமாக).

பயிற்சி 11 (c)

வர்க்க பூர்த்தியாக்கிப் பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

1. $x^2 + 6x + 8 = 0$
2. $x^2 - 7x + 12 = 0$
3. $x^2 - 2x - 15 = 0$
4. $x^2 - 9x - 22 = 0$
5. $2x^2 + 7x + 3 = 0$
6. $3x^2 - 14x + 8 = 0$
7. $5x^2 + 9x - 2 = 0$
8. $2x^2 - 5x - 3 = 0$
9. $(x+a)^2 + x^2 = 5a^2$
10. $6x^3 + x = 5$

பின்வருவனவற்றின் விடைகளை 2 தசம இடங்களுக்குத் திருத்தமாகத் தருக.

11. $x^2 - 12x + 10 = 0$
12. $x^2 - 6x + 4 = 0$
13. $x^2 - 6x - 5 = 0$
14. $x^2 - 3x + 1 = 0$
15. $x^2 - 5x + 5 = 4$
16. $x^2 - 10x + 11 = 0$
17. $x^2 - 7x = 20$
18. $2x^2 - 3x = 7$ (டிச. 48)
19. $2x^2 + 7x = 5$ (யூலை 47)
20. $2x^2 + x - 7 = 0$
21. $3x^2 - 4x - 8 = 0$. (63 ஆக.)
22. $3x^2 - 7x = 11$

23. $3x^2 = 2x + 7$
24. $2x^2 + 9x = 0$
25. $5x^2 + 8x + 1 = 0$
26. $3x(x+4) = 7$
26. $7x^2 = 16x + 3$
28. $9x^2 + 11x + 4 = 0$
29. $9x^2 + 20x + 5 = 0$
30. $\dfrac{(x-2)^2}{2} + \dfrac{(2x-1)(x+5)}{3} = \dfrac{7x-1}{2}$

III. சூத்திரத்தை உபயோகித்துத் தீர்த்தல் :

பொதுவான இரண்டாம் படிச் சமன்பாடாகிய $ax^2 + bx + c = 0$ என்பதை வர்க்க பூர்த்தியாக்கித் தீர்ப்பதன் மூலம் இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதற்கான சூத்திரத்தைப் பெறலாம்.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$ax^2 + bx = -c$ (c ஐ வ.கை ப. இற்கு இடம் மாற்றுவதால்)

$\therefore \quad x^2 + \dfrac{b}{a}x = -\dfrac{c}{a}$ (x^2 இன் குணகத்தால் வகுப்பதால்)

$x^2 + \dfrac{b}{a}x + \left(\dfrac{b}{2a}\right)^2 = -\dfrac{c}{a} + \left(\dfrac{b}{2a}\right)^2$ (x இன் குணகத்தின் அரைப் பங்கின் வர்க்கத்தைக் கூட்டுவதால்)

$$\left[x + \frac{b}{2a}\right]^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\therefore \quad x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\therefore$ x இன் இரண்டு பெறுமானங்களும்

$\dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ அல்லது $\dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ஆகும்.

$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ என்பதில் a, b, c என்பவற்றின் பெறுமானங்களைப் பிரதியீடு செய்து எந்த ஒரு இருபடிச் சமன்பாட்டினது மூலங்களையும் காணலாம்.

ஸ்ரீதர் ஆச்சாரியின் முறை :-

$$ax^2+bx+c=0$$

$$ax^2+bx=-c \quad \text{(c ஐ இடம் மாற்றுவதால்)}$$

$4a^2x^2+4abx=-4ac$ (x^2 இன் குணகத்தின் நாலு மடங்கால் அதாவது $4a$ ஆல் பெருக்குவதால்)

$4a^2x^2+4abx+b^2=b^2-4ac$ (இரண்டு பக்கங்களுக்கும், b^2 ஐ கூட்டுவதால்)

$$\therefore (2ax+b)^2 = b^2-4ac$$

$$\therefore 2ax+b = \pm\sqrt{b^2-4ac}$$

$$\therefore 2ax = -b\pm\sqrt{b^2-4ac}$$

$$\therefore x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

உதாரணம். 1. தீர்க்க $6x^2+11x+3=0$.
இங்கே. $a=6,\ b=11,\ c=3$ ஆகும்.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{11\pm\sqrt{11^2-4\times6\times3}}{2\times6}$$

$$x=\frac{-11\pm\sqrt{121-72}}{12}=\frac{-11\pm\sqrt{49}}{12}=\frac{-11\pm7}{12}$$

$\therefore x = \frac{-11+7}{12}$ அதாவது $x=-\frac{1}{3}$; அல்லது $x=\frac{-11-7}{12}$

அதாவது $x=-1\frac{1}{2}$

$\therefore x=-\frac{1}{3}$ அல்லது $-1\frac{1}{2}$.

உதாரணம் 2 $3x^2-5x=1$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்களை இரு தசம இடங்களுக்குத் திருத்தமாகக் காண்க.

$3x^2-5x-1=0$ (இடம் மாற்றுவதால்)

இப்பொழுது $a=3,\ b=-5,\ c=-1$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3(-1)}}{2\times3}$$

$$\therefore x=\frac{5\pm\sqrt{25+12}}{6}=\frac{5\pm\sqrt{37}}{6}=\frac{5\pm6.082}{6}$$

$\therefore x=\frac{5+6\cdot082}{6}$ அதாவது $x=1\cdot847$, அல்லது

$\frac{5-6\cdot082}{6}$ அதாவது $x=-\cdot180$

$\therefore x=1\cdot85$ அல்லது $-\cdot18$ (இரண்டு தசம இடங்களுக்குத் திருத்தமாக)

பயிற்சி 11 (d)

பின்வரும் சமன்பாடுகளைச் சூத்திரத்தினால் தீர்க்க :-

1) $x^2+3x+2=0$
2) $x^2-9x+20=0$
3) $x^2+x-56=0$
4) $x^2+x-72=0$
5) $x(x-2)=15$
6) $4x^2+5x+1=0$
7) $3x^2-11x+6=0$
8) $2x^2+x-6=0$
9) $3x^2-2x-8=0$
10) $x(2x+3)=27$
11) $\frac{2x}{x-2}+\frac{x}{x-1}=\frac{3x+5}{x-3}$

பின்வரும் சமன்பாடுகளின் மூலங்களை இரண்டு தசம இடங்களுக்குத் திருத்தமாகக் காண்க :

✓ 12) $x^2+2x-1=0$
✓13) $x^2-5x+2=0$
14) $2x^2-6x=9$
15) $5x(x-2)=2$
16) $(2x+5)^2=2(x^2+4x+7)$

17) $x - \frac{2}{x} = \frac{1}{6}$ 18) $\frac{x+5}{x+7} = \frac{x-2}{5x+3}$

19) $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x-2}$ 20. $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2x-5}$

இருபடிச் சமன்பாடுகளை அமைத்தல்:

நாம், இருபடிச் சமன்பாடுகளைச் சினைகாண்பதன் மூலம் தீர்ப்பது பற்றி அறிந்துள்ளோம். இம்முறையில், ஒவ்வொரு ஒருபடிக்குரிய சினையையும் பூச்சியத்திற்குச் சமப்படுத்தி மூலங்கள் பெறப்படுகின்றன.

உதாரணமாக $x^2-3x+2=0$ அதாவது $(x-2)(x-1)=0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள், $(x-2)$, $(x-1)$ என்னும் சினைகளைப் பூச்சியத்திற்குச் சமப்படுத்திப் பெறப்படுகின்றன. $x-2$ என்னும் சினை 2ஐப் பெறுமானமாகவும் $x-1$ என்னுஞ் சினை 1ஐப் பெறுமானமாகவும் தருகின்றன. எனவே ஒவ்வொரு சினைக்கும் ஒத்த ஒரு மூலம் உண்டு.

ஆகவே, மறுதலையாக, ஒவ்வொரு மூலத்திற்கும் ஒத்த ஒரு சினை உண்டு.

x இன் பெறுமானமாகிய 2 இற்கு ஒத்த சினை $x-2$ ஆகும். x இன் பெறுமானமாகிய 1 இதற்கு ஒத்த சினை $x-1$ ஆகும். அவ்வண்ணம், பொதுவாக ஒரு இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் aயும் bயும் ஆனல் இருபடிக் கோவையினதும் $(x-a)\times(x-b)=0$ என்னும்,சமன்பாட்டினதும் சினைகள் $(x-a)$யும் $(x-b)$யும் ஆகும்.

உதாரணம் 1:- 2, 3 என்பன மூலங்களாக உள்ள சமன்பாட்டை அமைக்குக.

பெறுமானம் -2இற்கு ஒத்த சினை $x-(-2)=x+2$ ஆகும்.
பெறுமானம் 3 இற்கு ஒத்த சினை $x-3$ ஆகும்.
∴ வேண்டிய சமன்பாடு $(x+2)\ (x-3)=0$ ஆகும்.
அதாவது $x^2-x-6=0$

உதாரணம் 2. $-\frac{2}{3}$, $\frac{1}{5}$ என்பன மூலங்களாக உள்ள சமன்பாட்டை அமைக்க.

$-\frac{2}{3}$ இற்கு ஒத்த சினை $= x-(-\frac{2}{3}) = x+\frac{2}{3}$
$\frac{1}{5}$ இற்கு ஒத்த சினை $= x-\frac{1}{5}$ ஆகும்.

∴ சமன்பாடு $(x+\frac{2}{3})(x-\frac{1}{5})=0$ ஆகும்.

அதாவது $x^2-\frac{x}{5}+\frac{2x}{3}-\frac{2}{15}=0$

அதாவது $15x^2-3x+10x-2=0$

அதாவது $15x^2+7x-2=0$

பயிற்சி 11 (e)

தீர்க்க:

1. $2x^2-242=0$ 2. $3x^2-1=74$
3. $2(x+3)^2=3(4x+9)$ 4. $(2x+5)^2=16$
5. $5x(x+7)+1=18x(x+1)+17(x-3)$
6. $(x+4)(2x-5)+6=0$ 7. $\frac{1}{x+1}+\frac{2}{x+5}=\frac{1}{2}$
8. $5x^2=6x+27$ 9. $7x^2+32x-15=0$
10. $6(x^2-1)+5x=0$ 11. $8x^2-21x-9=0$
12. $6x^2-23x+15=0$ 13. $(7-x)(19-x)-64=0$
14. $x^2-x-210=0$ 15. $x^4-7x^2+16=0$
16. $x-\frac{1}{x}=13\frac{13}{14}$ 17. $\frac{2x}{5}+\frac{7}{x}=1\frac{4}{5}$
18. $\frac{60}{x}+\frac{45}{x+2}=22\frac{1}{2}$ 19. $\frac{2x}{x-1}+\frac{3}{x+1}=5$
20. $\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x}=\frac{34}{15}$

உமது விடைகளை இரு தசம இடங்களுக்குத் திருத்தமாகத் தருக :

21. $x^2-6x-28=0$ (டி.ச. 61.)
22. $5x^2+11x-2=0$ (டி.ச.59)
23. $3x^2+8x-13=0$ (டி.ச. 59.)
24. $3x^2-3x-1=0$ (டி.ச.55)

25. $3x^2-8x-2.4=0$ (ஆக 60)

26. $(x+1)(x+2)=3$ (டிச. 56)

27. $\frac{2x+3}{x-2}=\frac{3x+4}{4x-1}$ (ஆக. 62)

28. $\frac{x}{x-1}-\frac{x}{x+1}=1$ (யூலை. 55)

29. $\frac{x-1}{x+2}+\frac{x-3}{x+4}-\frac{2}{5}=0$

30. $\frac{2}{x-3}=\frac{3(x-1)}{2x-3}$ (64ஆக.)

சூத்திரத்தை உபயோகியாது தீர்க்க :

31. $x^2=3x+270$ 32. $x^2-31x-630=0$

மூலங்களை இரு தசம இடங்களுக்குத் திருத்தமாகக் காண்க :

33. $x^2-x-1=0$ 34. $x^2-11x+8=0$

35. $5x^2-9x+2=0$ 36. $7x^2-x-4=0$

37. $10x^2+12x-2=0$ 38. $\frac{5}{x+2}+\frac{x}{x-3}=2$

39. $3x^2+2x-4=0$ (யூலை 57)

40. $5(x^2-2)=x$ (யூலை 54)

41. 0, $\frac{3}{4}$ என்பவற்றை மூலங்களாக x இலுள்ள சமன்பாட்டை எழுதுக. இச்சமன்பாட்டை $ax^2+bx+c=0$ என்ற உருவில் தந்து, பின்னர் a, b, c என்பவற்றின் பெறுமானங்களை எழுதுக. (ஆக. 63)

42. $\frac{x}{x+1}-\frac{x-1}{5}=5$ என்னும் சமன்பாட்டைத் தீர்த்து உமது விடையை மூன்று தசம இடங்களுக்குத் திருத்தமாகத் தருக. (யூலை 55)

43. $3x^2-2x=0$ எனும் சமன்பாட்டைத் திருப்தி செய்யும் x இன் பெறுமானங்களை எழுதுக. (யூலை 62)

44. செய்கை வழி ஏதும் இன்றி $(x-2)^2+(2-x)=0$ எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு மூலத்தை எழுதுக.

பின்வருவன மூலங்களாக உள்ள சமன்பாடுகளை அமைக்குக:—

45. 2, 3 46. $-1, 5$ 47. $-2, -3$

48. $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ 49. $\frac{3}{5}, 1$ 50. $\frac{3}{a}, a$

அத்தியாயம் 12

இருபடிச் சமன்பாடுகளில் உத்திக் கணக்குகள்.

இருபடிச் சமன்பாடுகளை அமைத்து உத்திக் கணக்குகளைத் தீர்க்கும் முறைகளைப் பின்வரும் உதாரணங்கள் எடுத்துக் காட்டுகின்றன.

உதாரணம் 1: இரு எண்களின் கூட்டுத் தொகை 21 ஆகும் அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத் தொகை 221 ஆகும். அவ்வெண்கள் எவை?

ஒரு எண்ணை x எனவும் மற்றதை $21-x$ எனவுங் கொள்க.

அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத் தொகை $=x^2+(21-x)^2$

வினவின்படி, $x^2+(21-x)^2=221$

$\therefore\ x^2+441-42x+x^2=221$

$\therefore\ 2x^2-42x+441-221=0$

$\therefore\ 2x^2-42x+220=0$

$\therefore\ x^2-21x+110=0$ (2ஆல் வகுத்தால்)

$\therefore\ (x-11)(x-10)=0$

$\therefore\ x=$ அல்லது 10

$x=11$ ஆனால் மற்ற எண் 10 ஆகும். $x=10$ ஆனால் மற்ற எண் 11 ஆகும்.

x இன் இரண்டு பெறுமானங்களையும் எடுத்துக் கொள்வதால் அதே இரு எண்கள்தான் பெறப்படுகின்றன.

$\therefore$ எண்கள் 11ம் 10ம் ஆகும்.

உதாரணம் 2: இரு எண்களின் பெருக்கம் 12 ஆகும். அவற்றின் வர்க்கங்களின் வித்தியாசம் 32 ஆகும். எண்களைக் காண்க.

ஒரு எண்ணை x எனக் கொள்க.

$\therefore$ மற்ற எண் $\frac{12}{x}$ ஆகும்.

அவற்றின் வர்க்கங்களின் வித்தியாசம் $= x^2 - \left(\frac{12}{x}\right)^2$

$$= x^2 - \left(\frac{144}{x^2}\right)$$

வினுவின்படி, $x^2 - \frac{144}{x^2} = 32$

$\therefore \quad x^4 - 144 = 32x^2$ (x^2 ஆற் பெருக்குவதால்)

$\therefore \quad x^4 - 32x^2 - 144 = 0$

$\therefore \quad (x^2 - 36)(x^2 + 4) = 0$

$x^2 + 4$ என்பதில் இரண்டு உறுப்புகளும் வர்க்கங்களான படியால் அது பூச்சியத்திற்குச் சமம் ஆகாது.

$\therefore \quad x^2 - 36 = 0 \qquad \therefore \quad x^2 = 36 \qquad \therefore \quad x = \pm 6$

$x = 6$ ஆயிருக்கும்பொழுது மற்ற எண் $\frac{12}{6}$ அதாவது $+2$ ஆகும்.

$x = -6$ ஆயிருக்கும் பொழுது மற்ற எண் $\frac{12}{6-}$ அதாவது -2 ஆகும்.

$\therefore$ எண்கள் 6, 2 அல்லது -6, -2 ஆகும்.

உதாரணம் 3. ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பு 320 சதுர யார்களாகும். அதன் சுற்றளவு 72 யார்களாகும். இருபடிச் சமன்பாடு ஒன்றைத் தீர்ப்பதால், அதன் நீளத்தையும் அகலத்தையும் காண்க.

நீளத்தை x யார்களெனக் கொள்க.

நீளம் + அகலம் = சுற்றளவின் அரைப் பங்கு $= \frac{1}{2} \times 72$ யார்
$= 36$ யார்

$\therefore$ அகலம் $= (36 - x)$ யார்.

$\therefore$ பரப்பு $= x(36 - x)$ சது. யார்.

வினுவின்படி, $\quad x(36 - x) = 320$

$\therefore \quad 36x - x^2 - 320 = 0$

$\therefore \quad x^2 - 36x + 320 = 0$ (-1 ஆல் பெருக்குவதால்)

$\therefore \quad (x - 20)(x - 16) = 0$

$\therefore \quad x = 20$ அல்லது 16

$\therefore$ நீளம் 20 யார்; அகலம் 16 யார்.

($x = 16$ என்னும் பெறுமானத்தை எடுத்தால் நீளம் 16 யார்களாகும். அகலம் (36 — 16) யார்களாகும். அதாவது 20 யார்கள். எனவே பக்கங்கள் 20 யார். 16 யார். என்னும் அதே அளவுகளை உடையனவாயிருக்கும்).

உதாரணம் 4 : ஒரு புகையிரதக் கம்பெனி தனது ஊழியர்கட்கிடையே 100,000 பவுணைக் கிழமைச் சம்பளமாகப் பங்கிடுகிறது. யுத்தங் காரணமாக 2000 ஊழியர் விலக, எஞ்சியோரின் கிழமைச் சம்பளம், ஆளுக்கு 10 சிலின் வீதம் கூட்டப்படுகிறது. அதனுல் கிழமைச் சம்பளமாகப் பங்கிடப்படும் தொகை 120,000 பவுன்களாக அதிகரிக்கிறது. யுத்தத்தின் முன்னர் வேலைக்கமர்த்தப்பட்ட ஊழியரின் தொகையையும், அவர்களின் சராசரி சம்பளத்தையுங் காண்க.

ஊழியரின் சராசரிச் சம்பளத்தைக் கிழமைக்கு x பவுன் எனக் கொள்க.

$\therefore$ யுத்தத்தின் முன்னர் வேலைக்கமர்த்தப்பட்டோரின் எண்ணிக்கை.

$$= \frac{100,000}{x} \text{ பேர்}$$

கிழமைக்கு 10 சிலின் அதிகரித்தபின், ஊழியரின் சராசரிக் கிழமைச் சம்பளம்

$$= x + \tfrac{1}{2} \text{ பவுன்}$$

சம்பளம் அதிகரிப்பின் பின் வேலையிலிருந்த ஊழியர் தொகை

$$= \frac{120\,000}{x + \frac{1}{2}} \text{ பேர்}$$

இப்பொழுது 2000 பேர் குறைந்துள்ளபடியால்

$$\frac{100,000}{x} - \frac{120,000}{x + \frac{1}{2}} = 2,000$$

$\therefore \quad 100{,}000(x+\frac{1}{2}) - 120{,}000x = 2{,}000x(x+\frac{1}{2})$

$\therefore \quad 100(x+\frac{1}{2}) - 120x = 2x(x+\frac{1}{2})$

[1000 ஆல் வகுப்பதால்]

$\therefore \quad 100x + 50 - 120x = 2x^2 + x$

$\therefore \quad -2x^2 - 21x + 50 = 0$ (இடம் மாற்றுவதால்)

$\therefore \quad 2x^2 + 21x - 50 = 0$ (-1 ஆல் பெருக்குவதால்)

$\therefore \quad 2x^2 + 25x - 4x - 50 = 0$ ($21x$ஐ $+ 25x - 4x$ எனப்பிரித்து எழுவதால்)

$\therefore \quad x(2x+25) - 2(2x+25) = 0$

$\therefore \quad (2x+25)(x-2) = 0$

$\therefore \quad x = 2$ அல்லது $= -12\frac{1}{2}$

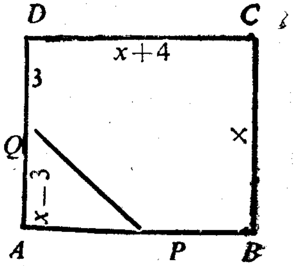
$\therefore$ சராசரி கிழமைச் சம்பளம் $= 2$ பவுன்

$\therefore$ யுத்தத்தின் முன்னர் வேலையிலமர்த்தப்பட்டோர்

$\frac{100{,}000}{2} = 50{,}000$ பேர்.

உதாரணம் 5: செவ்வகம் $ABCD$ யில், AB யானது AD யிலும் 4 அங். கூடியது. Bயிலிருந்து 2 அங். தூரத்தில், AB யில் P ஒரு புள்ளியாகும். Dயிலிருந்து 3 அங். தூரத்தில், ADயில் Q ஒரு புள்ளியாகும். முக்கோணம் PAQவின் பரப்பு, செவ்வகத்தின் பரப்பின் $\frac{1}{5}$ பங்கானல் ABயையும் ADயையும் காண்க.

(ஆக. 58)



ADயின் நீளத்தை x அங். எனக் கொள்க

$\therefore$ ABயின் நீளம் $= (x+4)$ அங்.

$AP = AB - PB = (x+4)$ அங். $- 2$ அங்.

$= (x+2)$ அங்.

$AQ = AD - QD = x$ அங். -3 அங்.

$= (x-3)$ அங்.

ΔPAQவின் பரப்பு $= \frac{AP \times AQ}{2} = \frac{(x+2)(x+3)}{2}$ சது. அங்.

ஆனல் $\triangle PAQ$ வின் பரப்பு $=$ செவ்வகத்தின் பரப்பு $\frac{1}{5}$ பங்கு

$= \frac{1}{5} \times x(x+4)$ சது யார.

$\therefore \quad \frac{(x+2)(x-3)}{2} = \frac{1}{5} \times x(x+4)$

$\therefore \quad 5(x+2)(x-3) = 2x(x+4)$ (குறுக்கே பெருக்குவதால்)

$\therefore \quad 5(x^2-x-6) = 2x^2-8x$

$\therefore \quad 5x^2-5x-30 = 2x^2+8x$

$\therefore \quad 5x^2-5x-30-2x^2-8x = 0$

$\therefore \quad 3x^2-13x-30 = 0$

$\therefore \quad 3x^2-18x+5x-30 = 0$ ($-13x$ஐ $-18x + 5x$ எனப் பிரித்து எழுதுவதால்)

$\therefore \quad 3x(x-6)+5(x-6) = 0$

$\therefore \quad (x-6)(3x+5) = 0$

$\therefore \quad x = 6$ (—பெருமானத்தை நீக்குவதால்)

$\therefore$ $AB = (x+4)$ அங். $= (6+4)$ அங். $= 10$ அங்.

$AD = 6$ அங்.

உதாரணம் 6: 440 யார் பந்தய ஓட்டத்தில், ஒரு ஓட்டக்காரன் தனது ஓட்ட நேரத்தை 5 செக்கன்களாற் குறைப்பதற்கு, ஒவ்வொரு செக்கனும் சராசரியாக $\frac{4}{5}$ யார் கூட்டி ஓடவேண்டுமெனக் கணிக்கிறுன். அவன் வழக்கமாக ஒரு செக்கனில் x யார் ஓடுகிறுன் எனக்கொண்டு, xஇற்கு ஒரு சமன்பாட்டை எழுதி அதைத் தீர்க்க.

செக்கனுக்கு x யார் வீதம் 440 யார்களை ஓட எடுக்கும் நேரம்

$= \frac{440}{x}$ செக்.

செக்கனுக்கு $(x+\frac{4}{5})$ யார் வீதம் 440 யார்களை ஓட எடுக்கும் நேரம்.

$= \frac{440}{x+\frac{4}{5}}$ செக்.

வினவின்படி, $\quad \frac{440}{x} - \frac{440}{x+\frac{4}{5}}$ செக். $= 5$

$\therefore \quad 440(x+\frac{4}{5}) - 440x = 5x(x+\frac{4}{5})$

[$x(x+\frac{4}{5})$ ஆல் பெருக்குவதால்]

$\therefore \quad 440x + 352 - 440x = 5x^2 + 4x$

$\therefore \quad -5x^2 - 4x + 352 = 0$ (இடம் மாற்றுவதால்)

வேண்டிய சமன்பாடு, $5x^2+4x-352=0$ ஆகும். (-1ஆல் பெருக்குவதால்)

$5x^2+44x-40x-352=0$

$\therefore \quad x(5x+44)-8(5x+44)=0$

$\therefore \quad (5x+44)(x-8)=0$

$\therefore \quad x=8$ அல்லது $-\frac{44}{5}$

$\therefore \quad x=8$: $\left(-\frac{44}{5}\right.$ பொருந்தாது$\left.\right)$

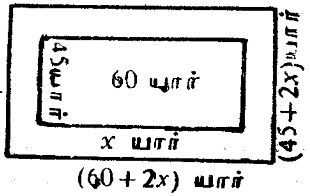
உதாரணம் 7 : 60 யார் நீளமும் 45 யார் அகலமுங் கொண்ட ஒரு செவ்வக வயலைச் சுற்றி x யார் அகலமான ஒரு பாதை உளது. பாதையின் பரப்பை x இன் உறுப்புகளிற் கூறி, பரப்பு 324 சதுர யாராயிருக்கும் பொழுது x ஐக் காண்க. (யூலை 49)

வயலின் பரப்பு $= 60\times45$ சதுர யார்

$=2700$ சதுர யார்

வயல் + பாதையின் நீளம் $= (60+2x)$ யார்

வயல் + பாதையின் அகலம் $= (45+2x)$ யார்



வயல் + பாதையின் பரப்பு $= (60+2x)(45+2x)$ சது. யார்

$=(2700+120x+90x+4x^2)$ சது. யார்.

$\therefore$ பாதையின் பரப்பு = வயல் + பாதையின் பரப்பு − வயலின் பரப்பு

$=2700+120x+90x+4x^2-2700$ சது. யார்

$=4x^2+210x$

வினவின்படி $4x^2+210x = 324$

$\therefore \quad 4x^2+210x-324=0$

$\therefore \quad 2x^2+105x-162=0$ (2ஆல் வகுப்பதால்)

$\therefore \quad 2x^2+108x-3x-162=0$ ($+105x$ஐ $+108x-3x$ ஆகப் பிரித்து எழுதுவதால்)

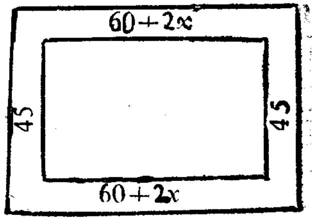
$\therefore \quad 2x(x+54)-3(x+54)=0$

$\therefore \quad (x+54)(2x-3)=0$

$\therefore \quad x = -54$ அல்லது $\frac{3}{2}$

$\therefore$ பாதையின் அகலம் $\frac{3}{2}$ யார்.

அல்லது



பாதையின் பரப்பைக் காண்பதற்கு வயலின் நீளப் பக்கமாக உள்ள இரண்டு சமமான பாதைகளின் பரப்பையும் அகலப் பக்கமாக உள்ள இரண்டு சமமான பாதைகளின் பரப்பையும் கூட்டுக.

நீளப் பக்கமாக உள்ள இரண்டு பாதைகளினதும் நீளம் $(60+2x)$ யார்; அகலம் x யார்.

$\therefore$ இரண்டினதும் பரப்பு $=2\times(60+2x)\times x$ சதுர யார்

$=(120x+4x^2)$ சது. யார்.

நீளம் 45 யாரும் அகலம் x யாரும் கொண்ட இரண்டு பாதைகளின் பரப்பு $=2\times45\times x$ சது. யார் $= 90x$ சது. யார்.

$\therefore$ வயலைச் சுற்றியிருக்கும் பாதையின் பரப்பு

$=(4x^2+120x)$ சது. யார் $+90x$ சது. யார்.

$=4x^2+210x$ சது. யார்.

உதாரணம் : 8. தோடம்பழங்களின் விலை இடசினுக்கு 50 சதம் குறைந்தால் 35 ரூபாவிற்கு 20 பழங்கள் கூட வாங்கலாம் என ஒரு பழ வியாபாரி மதிப்பிடுகிருன். ஒரு இடசினின் விலையைக் காண்க. (யூலை 55)

ஒரு இடசினின் விலையை x ரூபா எனக் கொள்வோம்.

35 ரூபாவிற்கு வாங்கத்தக்க தோடம்பழங்கள் $=\frac{35}{x}$ இடசின்

50 சதம் குறைக்கப்பட்டபின் 1 இடசின் பழத்தின் விலை $=(x-\frac{1}{2})$ ரூபா. இடசின் $(x-\frac{1}{2})$ ரூபா வீதம் வாங்கத்தக்க பழங்கள்

$=\frac{35}{x-\frac{1}{2}}$ இடசின்

வினவின்படி, $\frac{3}{x-\frac{1}{2}} - \frac{35}{x} = \frac{5}{3}$ (20ஐ இடசினிற் கூறுவதால்)

$\therefore \frac{7}{x-\frac{1}{2}} - \frac{7}{x} = \frac{1}{3}$ (பொதுச் சினை 5 ஆல் வகுப்பதால்)

$\therefore 7\times 3x - 7\times 3\,(x-\frac{1}{2}) = x\,(x-\frac{1}{2})$ [$3x(x-\frac{1}{2})$ ஆல் பெருக்குவதால்]

$\therefore 21x - 21x + \frac{21}{2} = x^2 - \frac{x}{2}$

$\therefore 21 = 2x^2 - x$ (2 ஆல் பெருக்குவதால்)

$\therefore 2x^2 - x - 21 = 0$

$\therefore 2x^2 - 7x + 6x - 21 = 0$ ($-x$ ஐ $-7x+6x$ எனப்பிரித்து எழுதுவதால்)

$\therefore x\,(2x-7) + 3(2x-7) = 0$

$\therefore (x+3)\,(2x-7) = 0$

$\therefore x = -3$ அல்லது $3\frac{1}{2}$

$\therefore$ 1 இடசினின் விலை ரூ. 3-50 ஆகும். (—3என்னும் பெறுமானம் பொருத்தமற்றது)

உதாரணம் 9: மாறு வேகத்தில், 90 மைல் தூரப்பிரயாணத்தை ஒருவன் மோட்டார் இரத மூலம் செய்ய ஒரு குறித்த நேரத்தில் தான் அடைய வேண்டிய இடத்தை அடைய விரும்பி, பிரயாணத்தைத் தொடங்குகிருன். 45 மைல்களை சென்ற பின்னர், அரைமணித் தியாலம் தாமதிக்க நேரிடுகிறது. ஆனல் அதன் பின்னர் அவன் தனது வேகத்தை மணிக்கு 6 மைல் வீதம் கூட்டி ஓடுவதால், அடைய வேண்டிய இடத்தை 15 நிமிடங்கள் மாத்திரம் பிந்தி அடைகிருன். பிரயாணத்தின் முதல் அரைப் பங்கை ஓடிய மாறு வேகத்தைக் காண்க. (டிச. 52)

மாறு வேகத்தை மணிக்கு x மைல்களெனக் கொள்க.

தாமதம் ஏற்படாவிடின், சேரும் இடத்தை அடைய எடுக்கும் நேரம் $\frac{90}{x}$ மணி.

மணிக்கு x மைல் வீதம் 45 மைல்களை ஓட

எடுக்கும் நேரம் $= \frac{45}{x}$ மணி

மணிக்கு $(x+6)$ மைல் வீதம் மிகுதி 45 மைல்களை ஓட

எடுக்கும் நேரம் $= \frac{45}{x+6}$ மணி.

$\therefore$ 90 மைல்களையும் ஓட எடுத்த முழு நேரம் $= \left(\frac{45}{x} + \frac{45}{x+6}\right)$ மணி.

ஆனல், பிரயாணத்திற்கு உண்மையாக எடுக்கப்பட்ட நேரம் $= x$ மைல் வீதம் ஓட எடுத்த நேரம் + அவன்தாமதித்த நேரம்.

$= \left[\frac{90}{x} + \frac{15}{60} - \frac{30}{60}\right]$ மணி

$= \left[\frac{9}{x} - \frac{1}{4}\right]$ மணி

$\therefore \frac{45}{x} + \frac{45}{x+6} = \frac{90}{x} - \frac{1}{4}$

$\therefore 45\times 4(x+6) + 45\times 4x = 90\times 4(x+6) - x(x+6)$

[$4x(x+6)$ ஆற் பெருக்குவதால்]

$\therefore 180x + 1080 + 180x = 360x + 2160 - x^2 - 6x$

$\therefore 180x + 1080 + 180x - 360x - 2160 + x^2 + 6x = 0$

$\therefore x^2 + 6x - 1080 = 0$

$x^2 + 36x - 30x - 1080 = 0$

$\therefore x\,(x+36) - 30\,(x+36) = 0$

$\therefore (x+36)\,(x-30) = 0$

$\therefore x = -36$ அல்லது 30

மாறுவேகம் மணிக்கு 30 மைல். (—36 என்னும் பெறுமானம் பொருத்தமற்றது.)

உதாரணம் 10. ஒரு ஐக்கிய பாற்பண்ணையானது ஒவ்வொரு நாளும் ஒரு குறித்த எண்ணிக்கையுள்ள பைந்து பாலை 336 ரூபாவிற்கு விற்கிறது. நாளொன்றிற்கு விற்கப்பட்ட பாலின் அளவை 60 பைந்துகளாற் கூட்டி, விலையைப் பைந்துக்கு 10 சதத்தாற்

குறைத்தாலும் விற்றுப் பெற்ற பணம் 336 ரூபாவாகும். நாளொன்றிற்கு விற்கப்பட்ட பாலின் அளவை மேலும் 80 பைந்துகளாற் கூட்டி, விற்றுப் பெற்ற பணத்தில் மாற்றம் இல்லாமல் இருக்க, ஒரு பைந்து பாலின் விலையில் மேலும் எவ்வளவு குறைக்க வேண்டும்?

(டிச. 58)

விலை குறைப்பின் முன் ஒரு பைந்து பாலின் விலையை x ரூபா எனக் கொள்க.

336 ரூபாவைப் பெற விற்க வேண்டிய பால் $\frac{336}{x}$ பைந்து.

விலை 10 சதத்தாற் குறைக்கப்பட்ட பின்னர் ஒரு பைந்து பாலின் விலை = ரூ. $x - 10$ சதம் = ரூ $(x - \frac{1}{10})$.

336 ரூபாவைப் பெற, பைந்து ரூ. $(x-\frac{1}{10})$ ஆக விற்க வேண்டிய பால் $\frac{336}{x-\frac{1}{10}}$ பைந்து

வினாவின்படி, $\frac{336}{x-\frac{1}{10}} - \frac{336}{x} = 60$

$\therefore \; 336x - 336\,(x-\frac{1}{10}) = 60x\,(x-\frac{1}{10})$

$\therefore \; 336x - 336x + \frac{336}{10} = 60x^2 - \frac{60x}{10}$

$\therefore \; -60x^2 + \frac{60x}{10} + \frac{336}{10} = 0$

$\therefore \; 600x^2 - 60x - 336 = 0$ (−10 ஆல் பெருக்குவதால்)

$\therefore \; 50x^2 - 5x - 28 = 0$ (12 ஆல் வகுப்பதால்)

$\therefore \; 50x^2 - 40x + 35x - 28 = 0$ ($5x$ஐ, $-40x + 30x$ ஆகப் பிரித்து எழுதுவதால்)

$\therefore \; 10x(5x-4) + 7\,(5x-4) = 0$

$\therefore \; (5x-4)\,(10x+7) = 0$

$\therefore \; x = \frac{4}{5}$ அல்லது $-\frac{7}{10}$

$\therefore$ 1 பைந்து பாலின் முந்திய விலை = $\frac{4}{5}$ரூ. அதாவது 80 சதம்.

$\therefore$ முன்பு விற்கப்பட்ட பாலின் அளவு $= \frac{336 \times 10}{80} = 420$ பைந்து.

பாலின் அளவை 60 பைந்துகளாலும் 80 பைந்துகளாலும் கூட்டிய பின் விற்கப்பட்ட பாலின் அளவு $= 420 + 60 + 80 = 560$ பைந்து.

இப்பொழுது 1 பைந்து பாலின் விலை $= \frac{336 \times 100}{560} = 60$ சதம்

$\therefore$ மேலும்குறைக்கவேண்டிய விலை = 80 சதம் − 10 சதம் − 60 சதம்
= 10 சதம்

பயிற்சி 12

1. இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 13 ஆகும். அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை 97 ஆகும். அவை எவை?

2. 2 ஆல் வித்தியாசப்படும் இரு எண்களின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத் தொகை 290 ஆகும். எண்களைக் காண்க.

3. அடுத்துவரும் இரண்டு ஒற்றை எண்களின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை 202ஆகும். அவற்றைக் காண்க.

4. அடுத்துவரும் இரண்டு ஒற்றை எண்களின் பெருக்கமானது அவற்றின் கூட்டுத்தொகயின் எண் மடங்கிலும் 1 குறைந்தது. எண்கள் எவை?

5. ஒரு முழு எண்ணின் வர்க்கம், அதற்கு அடுத்த பெரிய முழு எண்ணின் 17 மடங்கிலும் 1 கூடியது. எண்ணைக் காண்க.

6. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளத்திற்கும் அகலத்திற்கும் வித்தியாசம் 4 யார்களாகும். அதன் பரப்பு 252 சதுர யாராகும். (1) நீளத்தையும் அகலத்தையும் காண்க. (2) செவ்வகத்தின் அரைச் சுற்றைக் காண்க.

7. ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பு 495 சதுர அடிகளாகும். அதன் நீளம், அகலத்திலும் 8 அடி 8 அங் கூடியது. நீளத்தையும் அகலத்தையுங் காண்க.

8. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளமானது அதன் அகலத்தின் மும்மடங்கிலும் 3 அடி குறைந்தது. அதன் பரப்பு 396 சதுர அடி எனின், நீளத்தையும் அகலத்தையுங் காண்க.

9. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் அடி, அதன்செங்குத்தை விட 14 அங். குறைந்தது. அதன் செம்பக்கம் 26 அங். எனின் முக்கோணத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

10. ஒரு செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 88 யார்களாகும். அதன் பரப்பு 448 சதுர யார்களாகும். அதன் நீளத்தையும் அகலத்தையுங் காண்க.

11. ஒரு வியாபாரி ஒரு குறித்த தொகையான ஊற்றுப் பேனாக்களை 450 ரூபாவிற்கு வாங்கினான். ஒரு பேனாவின் விலை 1 ரூபாக் குறைந்திருக்குமானால், அதே தொகைப் பணத்திற்கு 5 பேனாக்கள் அதிகமாக வாங்கியிருப்பான். அவன் வாங்கிய பேனாக்களின் தொகயைக் காண்க.

12. ஒரு மனிதன் 126 ரூபாவைத் தனது நண்பர்களுக்கிடையே சமமாகப் பங்கிட்டான், மேலதிகமாக இன்னும் 3 நண்பர்கள் இருந்திருப்பார்களேயானால் ஒவ்வொருவரும் பெற்ற தொகை 1ரூபாவால் குறையும். அவனது நண்பர்கள் எத்தனை பேர்?

13. ஒரு விடுதியில் தங்கிய ஒரு குழுவினர் ரூ 26.40 கொடுக்க வேண்டியிருந்தது. தங்களுடைய பங்கைக் கொடுக்காமல் மூன்றுபேர் விலகினர். இக்குறைவை ஈடுசெய்வதற்காக எஞ்சியிருந்தோர் ஒவ்வொருவரும் மேலதிகமாக 90 சதம் கொடுத்தனர். குழுவில் ஆரம்பத்திலிருந்தோர் எத்தனை பேர்?

14. ஆப்பிள்களின் விலை இடசினுக்கு 25 சதம் குறைந்தால், ஒரு வியாபாரி ரூ. 57ற்கு 8 ஆப்பிள்களைக் கூட வாங்குவான். 1இடசினின் குறைக்கப்பட்ட விலை என்ன?

15. அடுத்துவரும் நான்கு முழுவெண்கள் ஏறுவரிசையில் உள. அவற்றில் முதல் இரண்டின் பெருக்குத் தொகை கடைசி இரண்டின் பெருக்குத் தொகையின் மூன்றில் இரண்டிலும் பார்க்க 36 அதிகமானது. இந் நிபந்தனைகளைத் திருப்தி செய்யும் நேரான நான்கு முழுவெண்களைக் காண்க. (டிச. 63)

16. ஒரு வியாபாரி ஓரினப் பொருள்களை 60 பவுண்களுக்கு வாங்கினான். அவன் அவற்றை, ஒவ்வொன்றினது கொள் விலையிலும் 10 சிலின் கூட்டி விற்றான். அவனது விற்றுப் பெற்ற பணம் 60 பவுண்களானதும், இன்னும் 4 பொருட்கள் விலைப்படாமல் இருக்கக் கண்டான். அவன் வாங்கிய பொருட்கள் எத்தனை?

17. ஒரு விபாபாரி ஒரு பொருளை x ரூபாவிற்கு விற்பதால் $12\frac{1}{2}\%$ நயம் அடைந்தான். அவன் அதை ரூ 24.50 இற்கு விற்றால் $x\%$ நயம் அடைந்திருப்பான். xஐக் காண்க.

18. ஒரு செவ்வக வயலின் பரப்பு 450 சதுர அடிகளாகும். நீளத்தை 3 அடியாற் குறைத்து, அகலத்தை 2 அடியாற் கூட்டினால் பரப்பு 10 சதுர அடிகளாற் குறையும். நீளத்தையும் அகலத்தையுங் காண்க.

19. ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பு 432 சதுர அடிகளாகும். நீளத்தை 4 அடிகளாற் குறைத்து, அகலத்தை 2 அடிகளாற் கூட்டினால் அது ஒரு சதுரமாகும். செவ்வகத்தின் நீளத்தையும் அகலத்தையுங் காண்க.

20. 80 யார். நீளமும் 60 யார் அகலமும் கொண்ட ஒரு செவ்வகத்தைச் சுற்றியுள்ள மாறா அகலப்பாதையொன்றின் பரப்பு 725 சதுர யார்களாகும். பாதையின் அகலத்தைக் காண்க.

21. ஒரு பக்கம் 40 யார்களாக உள்ள ஒரு சதுரத் தோட்டத்தைச் சுற்றி அமைக்கப்பட்டிருக்கும் மாறா அகலப்பாதையொன்றின் பரப்பு 249 சதுர யார்களாகும். பாதையின் அகலத்தைக் காண்க.

22. அகலத்திலும் நீளத்திலும் 6 யார்கள் கூட்டிய ஒருசெவ்வகத் துண்டைச் சுற்றி 3 யார் மாறா அகலப்பாதை ஒன்று உள்ளது பாதையின் பரப்பானது துண்டின் பரப்பிற்குச்சமன் எனின் துண்டின் அளவைக் காண்க.

23. ஒரு சதுரமான முற்றம் 3 அடி அகலப்பாதை ஒன்றினால் சூழப்பட்டுள்ளது. முற்றத்தின் பரப்பானது, பாதையின் பரப்பைவிட 1,084 சதுர அடி கூடியது. முற்றத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

24. $ABCD$ என்னும் ஒரு செவ்வகத்தின் பக்கங்களின் நீளங்கள் 36 யாரும் 90 யாரும் ஆகும். நீளப்பக்கங்களுள் ஒன்றான BCயில், Pயிலிருந்து Aயிற்கு உள்ள தூரமானது, Pயிலிருந்து Dயிற்கு உள்ள தூரத்தைப்போல் இருமடங்காக இருக்கும் வண்ணம் P என்னும் புள்ளி எடுக்கப்படுகிறது. Bயிலிருந்து Pயின் தூரத்தைக் காண்க.

25. ஒரு மனிதன் 35 மைல் தூரத்தை மாறு வேகத்துடன் பிரயாணஞ் செய்கிறான். அவன் மணிக்கு 5 மைல் கூடுதலான விரைவுடன் சென்றிருந்தால், பிரயாண நேரம் 35 நிமிடங்களாற் குறையும். அவனது உண்மையான பிரயாண நேரம் என்ன ?

26. ஒரு மனிதன் 60 மைலை மோட்டார் வண்டியாற் பிரயாணஞ் செய்கிறான். வண்டியின் சராசரி வேகம் மணிக்கு 6 மைல் குறைந்தால், அவன் பிரயாணத்திற்கு இன்னும் அரை மணித் தியாலம் கூடுதலாக எடுத்திருப்பான். பிரயாணத்திற்கு அவன் உண்மையாக எடுத்த நேரம் என்ன ?

27. ஒரு சதுரப் புற்காணியானது, 4 அடி அகலச் சரளைக் கற்பாதையினாற் சூழப்பட்டுள்ளது. சரளைக் கல்லின் பரப்பானது புற்காணியின் பரப்பின் $\frac{13}{36}$ பங்கானால், புற்காணியின் ஒரு பக்க நீளத்தைக் காண்க.

28. 2 யார் அகலச் சரளைக் கற்பாதை ஒன்று, சதுரப் புற்காணி ஒன்றின் எல்லைக்கு உட்புறமாக உள்ளது. காணியின் முழுப் பரப்பின் 36%ஐ, பாதை ஆக்கிரமித்துள்ளதெனின், முழுப் பரப்பையுங் காண்க.

29. Aயும் Bயும் சேர்ந்து ஒரு வேலையை 12 நாட்களிற் செய்வர். தனித்தனி வேலை செய்யும்போது, அவ்வேலையை முடிக்க B எடுக்கும் நாட்களைவிட A எடுக்கும் நாட்கள் 10 குறைவாகும். ஒவ்வொருவரும் எத்தனை நாட்களிற் செய்து முடிப்பர் ?

30. ஒரு பையன் 18 மைல் நீளமான ஒரு தெருவில் மணிக்கு x மைல் வீதம் துவிச் சக்கர வண்டியில் ஒவ்வொரு நாளும் செல்கிறான். ஒரு நாள், காற்றானது அவனுக்குப் பின்புறமாக வீசியபடியால், அவனது வேகம் மணிக்கு $(x+2)$ மைல்களாக இருந்தது. எனவே அவன் அன்று தனது பிரயாணத்தை வழமையான நேரத்தைவிட 18 நிமிடங்களால் குறைத்துக் கொண்டான். xஐக் காண்க.

31. ஒரு பையன் 30 மைல் தூரத்தை புகையிரதத்திலும் பஸ் வண்டியிலும் பிரயாணஞ் செய்யலாம். அவன் 12 மைலை புகையிரத்திலும் எஞ்சியதை பஸ் வண்டியிலும் பிரயாணஞ்செய்ய 90 நிமிடங்கள் செல்லும். அவன் 24 மைலை புகையிரதத்திலும் எஞ்சியதை பஸ் வண்டியிலும் பிரயாணஞ் செய்தால் 10 நிமிடங்கள் குறைய எடுத்திருக்கும். புகையிரதத்தினதும் பஸ் வண்டியினதும் கதியைக் காண்க.

32. ஒரு பந்தய ஓட்ட வள்ளம் 7 மைல் தூரத்திற்கு மாறு வேகத்துடன் துடுப்பு வலிக்கப்பட்டது. வேறொரு நாள் அதன் சராசரி வேகத்தை மணிக்கு $\frac{1}{2}$ மைலால் கூட்டிய படியால், அதன் ஓட்ட நேரம் 2 நிமிடங்களால் குறைந்தது அதன் மாறு வேகத்தைக் காண்க.

33. ஒரு கிராமத்திலுள்ள இரண்டு பாடசாலைகளின் இடைத் தூரம் தெருவழியாக $3\frac{1}{2}$ மைலும், வயல்களுக் கூடாகச் செல்லும் காலடிப்பாதை வழியாக 3 மைலுமாகும். ஒரு பையன் ஒரு பாடசாலையிலிருந்து மற்றப் பாடசாலைக்குத் தெருவழியாகச் சைக்கிளிற் செல்ல வயல்களுக்கூடாக நடந்து செல்லுவதற்கு எடுக்கும் நேரத்திலும் 39 நிமிடம் குறைய எடுக்கிறான். அவன் சைக்கிளிற் செல்லும் வேகம் நடக்கும் வேகத்திலும் மணிக்கு 7 மைல் அதிகமாயின் நடக்கும் வேகத்தைக் காண்க. (64 ஆக.)

34. ஒரு பையன் ஒவ்வொரு நாளும் 15 மைல் நீளமான ஒரு தெருவில் . மணிக்கு x மைல் வீதம் துவிச்சக்கர வண்டியில் செல்கிறான். காற்று அவனுக்கு பின்புறமாக வீசிய ஒரு நாள் அவனுடைய மணி வேகம் $(x+1\frac{1}{2})$ மைல்களாக இருந்தது. அன்று அவன் தனது வழமையான நேரத்தைவிட 20 நிமிடங்கள் குறைய எடுத்தான் எனின் x ஐக் காண்க.

35. மனிதன் Aயிலிருந்து 132 மைல் தூரத்திலுள்ள Bயை, ஒரு புகையிரத மூலம் ஒரு குறித்த நேரத்தில் அடைகிறான். திரும்பிவரும் பொழுது, முந்திய புகையிரதத்தைவிட மணிக்கு 8 மைல் வேகங்கூடிய இன்னொரு புகையிரதம் மூலம்பிரயாணஞ் செய்கிறான். முந்திய பிரயாண நேரத்தை விட பிந்திய பிரயாண நேரங் 40 நிமிடங்கள் குறைவானால், இரண்டு புகையிரதங்களினதும் வேகங்களைக் காண்க.

36. ஒரு துவிச்சக்கர வண்டிக்காரன் ஏற்றத்திலும் பார்க்க இறக்கத்தில் மணித்தியாலத்துக்கு 4 மைல் கூடிய வேகத்தில் ஓடுவான். அவன் ஏற்றத்தில் 20 மைல் சென்று அங்கு 20 நிமிடங்கள் ஆறியபின், தான் ஆரம்பித்த இடத்தை அடைகிறான். முழுப் பிரயாணத்துக்கும் $4\frac{1}{2}$ மணித்தியாலங்கள் எடுப்பின், அவன் ஏற்றத்தில் சென்ற வேகம் யாது ? (ஆக. 64)

37. மணிக்கு 4 மைல் வீதம் நீரோட்டம் பாய்ந்து கொண்டிருக்கும் ஒரு ஆற்றில் உள்ள A என்னும் புள்ளியிலிருந்து ஒரு இயந்திரப்படகானது புறப்பட்டு, நீருடன் 6 மைலைப் பிரயாணஞ் செய்து, பின்னர் திரும்பி Aயை நோக்கிச் செல்கிறது. புறப்பட்ட நேரத்திலிருந்து 3 நிமிடங்களின் பின்னர், படகானது Aயிலிருந்து 3 மைல் தூரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியை அடைகிறது. வள்ளம், முழு நேரத்திலும் மாருவேகத்துடன் பிரயாணஞ் செய்கிறதெனக் கொண்டு, நீரோட்டம் இல்லாமல் இருந்தால், பிரயாண நேரம் என்னவாயிருக்கும் எனக் காண்க.

38. இரண்டு குழாய்கள் ஒரு தொட்டியை $5\frac{5}{11}$ நிமிடங்களில் நிரப்புகின்றன. தொட்டியைத் தனித்தனி நிரப்ப பெரிய குழாயானது சிறியகுழாயையும் விட 2 நிமிடங்கள் குறைய எடுத்தால் ஒவ்வொரு குழாயும் எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

39. ஒரு தொட்டியை நிரப்ப, குளிர் நீர் குழாயைவிட வெப்பநீர்க் குழாயானது $2\frac{1}{2}$ நிமிடங்கள் கூடுதலாக எடுக்கிறது. இரண்டு குழாய்களையும் ஒரே நேரத்தில் திறந்துவிட்டால், தொட்டி நிரம்புவதற்கு எடுக்கும் நேரமானது, வெப்பநீர்க் குழாய் தனியே நிரப்ப எடுக்கும் நேரத்தைவிட $4\frac{1}{2}$ நிமிடங்கள் குறைவாகும். ஒவ்வொரு குழாயும் தனித்தனி தொட்டியை நிரப்ப எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

அத்தியாயம் 13

ஒருங்கமை இருபடிச் சமன்பாடுகள்

ஒன்று அல்லது மேற்பட்ட இருபடிச் சமன்பாடுகளை உள்ளடக்கம் ஒருங்கமை சமன்பாடுகள், ஒருங்கமை இருபடிச் சமன்பாடுகள் அல்லது இரண்டாம்படி ஒருங்கமைச் சமன்பாடுகள் எனப்படும். இச்சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதற்கு உபயோகிக்கத் தகுந்த பொதுவான ஒரு விதியை நாம் அமைக்க முடியாது. பின்வரும் உதாரணங்கள் எடுத்துக்காட்டிற்குரியவையாகும்.

உதாரணம் 1: தீர்க்க $x+5=y+6=x^2+xy+y^2$ (டிச. 50)

$x+5=y+6$ ... ... (1)

$x+5=x^2+xy+y^2$ ... ... (2)

(1) இல் இருந்து $x=y+6-5$ $\therefore x=y+1$ (3)

$x=y+1$ஐ (2)இல் பிரதியீடு செய்வதால்

$y+1+5=(y+1)^2+(y+1)y+y^2$

$\therefore y+1+5=y^2+2y+1+y^2+y+y^2$

$\therefore y+1+5-y^2-2y-1-y^2-y-y^2=0$

$\therefore -3y^2-2y+5=0$

$\therefore 3y^2+2y-5=0$

$\therefore 3y^2+5y-3y-5=0$ ($+2y$ ஐ $+5y-3y$ எனப் பிரித்து எழுதுவதால்)

$\therefore y(3y+5)-1(3y+5)=0$

$\therefore (3y+5)(y-1)=0$

$\therefore y=-\frac{5}{3}$ அல்லது 1

yஇன் பெறுமானத்தை (3) இல் பிரதியீடு செய்வதால்

$y=-\frac{5}{3}$ ஆனால், $x=-\frac{5}{3}+1=-\frac{2}{3}$

$y=1$ ஆனால், $x=1+1=2$

$\therefore x=-\frac{2}{3}, y=-\frac{5}{3}$ அல்லது $x=2, y=1$.

குறிப்பு: சமன்பாடுகளில் ஒன்று முதலாம்படியினதாக இருப்பின் இச் சமன்பாட்டின் ஒரு தெரியாக் கணியத்தை, மற்றதின் உறுப்புகளிற் கண்டு, அப்பெறுமானத்தை மற்றச் சமன்பாட்டில் பிரதியீடு செய்தல் வேண்டும். இவ்விதமாக ஒரு தெரியாக் கணியத்தைக் கொண்ட ஒரு இருபடிச் சமன்பாடு பெறப்படுகின்றது.

இவ் இருபடிச் சமன்பாட்டைத் தீர்த்துப் பெறப்படும் தெரியாக் கணியத்தின் இரண்டு பெறுமானங்களையும், ஒருபடிச் சமன்பாட்டில் பிரதியீடு செய்வதால் மற்றத் தெரியாக் கணியத்தின் ஒத்த பெறுமானங்கள் பெறப்படும்.

உதாரணம் 2: தீர்க்க $2x-y=7$ ... ... (1)

$xy=15$ ... ... (2)

(1) ஐ வர்க்கிப்பதால் $4x^2-4xy+y^2=49$

$\therefore 4x^2-4xy+y^2+8xy=49+8xy$ (இ. கை. ப. ஐ. $(2x+y)$ இன் வர்க்கமாக்க $8xy$ சேர்க்கப்படுவதால்)

∴ $4x^2+4xy+y^2=49+8\times 15$ ($xy = 15$ ஆனபடியால்)

∴ $(2x+y)^2 = 49+120 = 169$

∴ $2x+y = \pm 13$ (3)

இவ்விதம் நாம் இரண்டு தொடைச் சமன்பாடுகளைப் பெறுகிறோம்.

$2x-y = 7$ உம் $2x-y = 7$

$2x+y = 13$ $\quad$ $2x+y = -13$

முதலாந் தொடையிலிருந்து $4x = 20$, அதாவது $x = 5$ என்பதையும், இரண்டாந் தொடையிலிருந்து $4x = -6$ அதாவது $x = -1\frac{1}{2}$ என்பதையும் பெறுகின்றோம்.

xஇன் பெறுமானங்களை (1) இல் பிரதியீடு செய்வதால்

$x = 5$ ஆனால், $10 - y = 7$ ஆகும் ∴ $y = 3$

$x = 1\frac{1}{2}$ ஆனால், $-3 - y = 7$ ஆகும் ∴ $y = -10$

ஆகவே தீர்வுகள் : $x=5$, $y= 3$ அல்லது $x = -1\frac{1}{2}$, $y= -10$

உதாரணம் 3. தீர்க்க : $x^2+y^2-10x+10y+18 = 0$ (1)

$x+2y = 7$ ... (2) (யூலை 52)

இரண்டாம் சமன்பாட்டிலிருந்து $x = 7 - 2y$ (3)

$x = 7-2y$ என்பதை (1) இல் பிரதியீடு செய்வதால்

$(7-2y)^2 + y^2-10(7-2y)+10y+18 = 0$

∴ $49 - 28y+4y^2+y^2-70+20y+10y+18 = 0$

∴ $5y^2+2y-3 = 0$

∴ $5y^2 + 5y-3y-3 = 0$ ($+2y$ஐ $+5y-3y$ ஆகப் பிரித்து எழுதுவதால்)

∴ $5y(y+1)-3(y+1) = 0$

∴ $(y+1)(5y-3) = 0$

∴ $y = -1$ அல்லது $\frac{3}{5}$

$y = -1$ ஆனால், $x = 7+2 = 9$ (yஇன் பெறுமானத்தை (3)இல் பிரதியீடு செய்வதால்)

$y = \frac{3}{5}$ ஆனால், $x = 5\frac{4}{5}$

∴ பெறுமானங்கள் $x=9$, $y=-1$ அல்லது $x=5\frac{4}{5}$, $y=\frac{3}{5}$ ஆகும்.

உதாரணம் 4. தீர்க்க: $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{5}{2}$ ... (1)

$2x + y = 5$ ... (2) (டிச. 51)

(2) இலிருந்து $y=5-2x$ ... (3)

y இன் பெறுமானத்தை (1) இல் பிரதியீடு செய்வதால்

$$\frac{5-2x}{x} + \frac{x}{5-2x} = \frac{5}{2}$$

$2(5-2x)^2+2x^2=5x(5-2x)$

$2(25-20x+4x^2)+2x^2=25x-10x^2$

$50-40x+8x^2+2x^2-25x+10x^2=0$

∴ $20x^2-65x+50=0$

∴ $4x^2-13x+10=0$ (5 ஆல் வகுப்பதால்)

∴ $4x^2-8x-5x+10=0$

∴ $4x(x-2)-5(x-2)=0$

∴ $(x-2)(4x-5)=0$

∴ $x=2$ அல்லது $\frac{5}{4}$

x இன் பெறுமானத்தை (3) இல் பிரதியீடு செய்வதால்

$x=2$, ஆனால் $y=1$

$x=\frac{5}{4}$, ஆனால் $y=2\frac{1}{2}$

உதாரணம் 5. தீர்க்க: $3x+2y=-1$ ... (1)

$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 2$ ... (2) (யூலை 49)

முதலாம் சமன்பாட்டிலிருந்து $x= \frac{-(2y+1)}{3}$ ... (3)

இப் பெறுமானத்தை (2) இல் பிரதியீடு செய்வதால்

$$\frac{3}{\frac{-(2y+1)}{3}} + \frac{2}{y} = 2 \quad \therefore -\frac{9}{2y+1} + \frac{2}{y} = 2$$

∴ $-9y+2(2y+1)=2y(2y+1)$ [$y(2y+1)$ஆல் பெருக்குவதால்]

∴ $-9y+4y+2-4y^2-2y=0$

∴ $-4y^2-7y+2=0$ ∴ $4y^2+7y-2=0$

∴ $4y^2+8y-y-2=0$ ($+7y$ஐ $+8y-y$ ஆகப்பிரித்து எழுதுவதால்)

∴ $4y(y+2)-1(y+2)=0$

∴ $(y+2)(4y-1)=0$

∴ $y=-2$ அல்லது $\frac{1}{4}$

yஇன் பெறுமானத்தை (3) இல் பிரதியீடு செய்வதால்

$y=-2$ ஆனால், $x=\frac{-[2(-2)+1]}{3}=\frac{-(-4+1)}{3}=1$

$y=\frac{1}{4}$ ஆனால், $x=\frac{-(\frac{1}{2}+1)}{3}=-\frac{1}{2}$

∴ பெறுமானங்கள் : $x=1, y=-2$ அல்லது $x=-\frac{1}{2}, y=\frac{1}{4}$.

பயிற்சி 13 (*a*)

பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க :

1. $x+y=20$
   $3x^2+4y^2=13xy$

2. $x+y=5$
   $x^2+2y^2=17$ (ஆக. 50)

3. $x-y=3$
   $3x^2-xy-y^2=1$ (யூலை 48)

4. $x+y=1$
   $2x^2-xy+y^2=53$

5. $x+y=3$
   $2(x^2+y^2)=5xy$ (நொவ. 47)

6. $x+y=\frac{5}{6}$
   $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=5$ (டிச. 48)

7. $x+y=0$
   $x^2-y^2-xy+3x+y=5$
   (விடையை இரு தசம இடங்களுக்குத்திருத்தமாகக்காண்க.)

8. $\frac{8}{x-3y}+\frac{1}{x+2y}=3$
   $x+y=2$

9. $x-2y=+6$
   $x^2-2y^2+6y=0$ (யூலை 52)

10. $x-2y=2$
    $x^2+3xy=4$

11. $x+2y=-1$
    $x^2+3y=3$

12. $x+2y=8$
    $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{6}$

13. $x+3y-9=x^2+3y^2+2x-6y$
    $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{6}$

14. $2x+y=x+2y=2x^2+2y^2-xy$ (யூலை 51)

15. $x+3y=10$
    $x^2+8xy-y^2=16$

16. $2y-x=8$
    $y^2-3xy+5=0$ (யூலை 51)

17. $9x^2+3xy-8y^2=52$
    $2y-x=2$

18. $2x-y=4$
    $4x^2+8xy+3=0$

19. $2x+y=1$
    $3x^2-2xy-5y^2+68=0$

20. $45y-x=0$
    $x+\frac{1}{y}=18$

21. $3x^2-xy+5x=9$
    $3x+y=8$

22. $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=7$
    $3x+2y=2$

23. $2x-y=5$
    $x^2-2xy=x-4y$ (யூலை 47)

24. $2x+y=4$
    $x^2-y^2=5$ (டிச. 48)

25. $2(x+y)=3(x-y)=xy$ (டிச. 49)

26. $4x+y=3$
    $3x^2-xy=2y^2$

பயிற்சி 13 (*b*)

தீர்க்க :

1. $4x^2+3y^2-12x=19$
   $2x+3y=5$

2. $3x+2y=4xy$
   $2x+3y=7$

3. $x^2+y^2-6x-y=1$
$2x-3y=1$

4. $2x+4y-x^2-5y^2=1$

5. $4x^2+3y^2-12x=19;$
$2x+3y=5$ (டிச. 51)

6. $3x+2y=5$
$xy+y^2=28$

7. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$
$4xy=3$

8. $x^2+x=y^2+y=6$
$2x+3y=1$

9. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-5}{3}$
$x^2-xy+y^2=7$

10. $4x+3y=-1$
$7x^2+6xy=-8$

11. $x^2-3xy-54=0$
$2x+3y+9=0$

12. $x^2-y^2=40$
$6y-4x=10$

13. $3x-2y+2=0$
$3x^2-4xy+2x-2y+4=0$

14. $3x^2-8y^2+5=0$
$x+2y=1$ (63 டிச.)

15. $\frac{x}{5}+\frac{y}{4}=\frac{7}{5}$
$\frac{x^2}{26}+\frac{y^2}{16}=1$

16. $2x+y=3$
$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{2}$ (64 ஆக.)

விடையை இரு தசம இடங்களுக்குத் திருத்தமாகத் தருக.

17. $2y+x=4$
$x^2-y^2=16$ (டிச, 62)

18. $x^2+y^2=17$
$x-y=5$ (டிச. 61)

19. $x^2-y^2=3$
$3x=5+y$ (ஆக. 61

20. $x+2y=13$
$xy=15$ (டிச. 60)

21. $3x-2y=12$
$4x^2+1=y^2=4x$ (யூலை 57)

22. $4x^2+2xy-y^2=1$
$3x-2y=3$ (யூலை 56)

23. $3x-y=8$
$3x^2-xy+9=y^2$ (யூலை 55)

24. $3x+2y=1$
$x^2-3y^2=4y-x-20$ (டிச. 54)

25. $x^2-xy+y^2=3$
$2x-3y=5$ (டிச. 58)

26. $3x-2y=13$
$x^2+y^2+3xy=11$ (ஆக. 59)

27. $5x-3y=2$
$12x^2+3y^2=13xy$ (ஆக. 60)

28. $x^2+y^2+xy-7=0$
$3x+2y=5$ (டிச. 59)

29. $4x-3y=1$
$4x(2x-y)=1+3y^2$ (டிச. 53)

30. $x-2y=2$
$x^2-7y^2=1$ (ஆக. 62)

31. $3x+y-1=0$
$5x(x+2y)+3y^2+3=0$ (டிச. 57)

32. $3y^2+2xy-3x^2=3y-1$
$3x+2y=1$ (டிச. 56)

33. $3x+4y=18$
$(x+2y)(x+y)-40=0$ (டிச. 55)

அத்தியாயம் 14

வாய்பாடுகளின் எழுவாய் மாற்றமும் எழுத்துச் சமன்பாடும் (தொடர்ச்சி)

ஒரு வாய்பாடு அல்லது சூத்திரமானது, தான் கொண்டுள்ள வெவ்வேறு குறியீடுகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பைக்காட்டும் ஒரு சமன்பாட்டின் பொதுவான வடிவமாகும். சமன்பாட்டின் ஒரு பக்கத்தில் தனித்து நிற்கும் குறியீடானது அவ்வாய்பாட்டின் எழுவாய் எனப்படும். வாய்பாட்டிலுள்ள எந்த ஒரு குறியீட்டையும் எழுவாயாக மாற்றலாம். தொடர்பைத் திருப்பி எழுதுஞ் செய்கை அல்லது குறித்த ஒரு குறியீட்டின் சிக்கலைத் தெளிவாக அகற்றுதல் என்பது ஒரு வாய்பாட்டின் எழுவாய் மாற்றம் எனப்படும்.

உதாரணம் 1. $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ என்னும் வாய்பாட்டின் எழுவாயை T யிலிருந்து g க்கு மாற்றுக.

$T^2=4\pi^2\frac{l}{g}$ (வர்க்கிப்பதால்)

$\therefore\ gT^2=4\pi^2 l$

$\therefore\ g=\frac{4\pi^2 l}{T^2}$

உதாரணம் 2. $\frac{1}{a}-\frac{1}{p}=\frac{1}{p}-\frac{1}{b}$ எனின் p இற்கு, a, b என்னும் உறுப்புக்களில் ஒரு கோவையைக் காண்க.

$-\frac{1}{p}-\frac{1}{p}=-\frac{1}{b}-\frac{1}{a}$ (இடம் மாற்றுவதால்)

$\therefore -\frac{2}{p}=-\frac{a+b}{ab}$

$\therefore p(a+b)=2ab$

$\therefore p=\frac{2ab}{a+b}$

உதாரணம் 3. $\frac{p^2+pq+8q^2}{p^2+q^2}=2$, எனின், p யின் பெறுமானத்தை q வில் கூறுக.

$2p^2+2q^2=p^2+pq+8q^2$

$2p^2+2q^2-p^2-pq-8q^2=0$

$p^2-pq-6q^2=0$

$(p-3q)(p+2q)=0$

$\therefore p=3q$ அல்லது $-2q$

பயிற்சி 14 (*a*)

1. $A=2h(l+b)$ எனின் l ஐ A, b, h என்னும் உறுப்புகளிற் காண்க.

2. $P=\frac{ER}{R+b}$ என்னும் வாய்பாட்டின் எழுவாயை P யிலிருந்து R இற்கு மாற்றுக.

3. $A=P\left(1+\frac{nr}{100}\right)$ எனின், n ஐ மற்றைய எழுத்துக்களிற் காண்க.

4. $A=2\pi r(r+h)$ எனின், h ஐ π, r, A என்னும் உறுப்புக்களிற் காண்க.

5. l அடி நீளமான ஒரு புகையிரதம், செக்கனுக்கு s அடி வீதம் ஓடி p அடி நீளமான ஒரு மேடையை முற்றாகக் கடக்க எடுக்கும் நேரமாகிய t செக்கன்களைக் காட்டும் வாய்பாடு, $t=\frac{l+p}{s}$ ஆகும். l ஐயும் s ஐயும் மற்றைய எழுத்துகளிற் காண்க.

6. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{2}$ என்னும் வாய்பாட்டின் எழுவாயை b ஆக மாற்றுக.

7. $\frac{y+2}{y-2}=\frac{a}{b}$ எனத் தரப்படின் y ஐ a, b என்னும் உறுப்புக்களிற் காண்க.

8. $T=\frac{B^2(L-8B)}{188}$ எனின், L ஐ எழுவாயாக வைத்து வாய்ப்பாட்டைத் திருப்பி எழுதுக.

9. $\frac{1}{v}=\frac{1}{u}+\frac{1}{f}$ எனின், f ஐ u, v, என்பவற்றிற் காண்க.

10. $a=\frac{lx+m}{x+n}$ என்னும் வாய்பாட்டின் எழுவாயை a யிலிருந்து x இற்கு மாற்றுக.

11. $x^2=y^2(1+a)(1-a)$, aஐ x, y என்பவற்றிற் காண்க. $x=13$ ஆனல், $y=12$ ஆனல், aயின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

12. $V=a-\frac{b}{t^2}$. tஐ V, a, b, என்பவற்றிற் கூறுக.

13. $m=\sqrt{\frac{l}{3}-n}$, எனின் l இற்கு m, n என்பவற்றில் ஒரு கோவையைக் கூறுக.

14. $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ என்னும் வாய்பாட்டின் எழுவாயை Tயிலிருந்து l இற்கு மாற்றுக.

15. $A=\pi r\sqrt{r^2+h^2}$ எனின் hஐ, மற்றைய எழுத்துக்களிற் கூறுக.

16. $a=b+\sqrt{b^2+c^2}$ என்னும் வாய்பாட்டின் எழுவாயை c ஆக மாற்றுக.

17. $V=\frac{2\pi ae}{t\sqrt{1-e^2}}$ என்னும் வாய்பாட்டை e எழுவாயாக வரத் திருப்பி எழுதுக.

18. $s=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$ எனின் aஐ s, n, d என்பவற்றிற் கூறுக. $s=621$, $n=23$, $d=2$ ஆக இருக்கும்பொழுது aயைக் காண்க.

19. ஒரு கூட்டுசலின் ஆடல் நேரமாகிய T செக்கன்கள் $\frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{k^2+h^2}{hg}}$ என்னும் வாய்ப்பாட்டால் தரப்பட்டுள்ளது. kஐ மற்றைய எழுத்துக்களிற் காண்க.

20. $y=p+q\sqrt{x+1}$ ஆயின் xஎன்பதை p,q,y என்றஉறுப்புகளிற் தருக. விடையை சிஙகளிற் தருக. (63 ஆக.)

21. $a=2x\sqrt{1-\frac{1+y}{1-y}}$ ஆனல் y இன் பெறுமானத்தை a, x உறுப்புகள் சார்பிற் தருக, (62 டிச.)

எழுத்துச் சமன்பாடுகள்

ஒரு சமன்பாட்டில் சில அல்லது எல்லாக் குணகங்களும் எழுத்துக்களைக் கொண்டிருந்தால், அச் சமன்பாடு, எழுத்துச் சமன்பாடு எனப்படும். ஒரு எழுத்துச் சமன்பாட்டில் x, y, z, என்னும் எழுத்துக்கள் தெரியாக் கணியங்களெனவும், a, b, c, என்பன தெரிந்த கணியங்களெனவும் கொள்ளப்படும். எண் குணகங்களைக் கொண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் அதே முறைகளைக் கையாண்டே எழுத்துச் சமன்பாடுகளும் தீர்க்கப்படும்.

உதாரணம் 1. தீர்க்க $\frac{x-a}{a+b}+\frac{x-b}{a-b}=1$ (டிச. 60 ஆக.)

$$(a-b)(x-a)+(a+b)(x-b)=a^2-b^2$$
$$ax-a^2-bx+ab+ax-ab+bx-b^2=a^2-b^2$$
$$\therefore\ 2ax=2a^2$$
$$\therefore\ x=\frac{2a^2}{2a}=a.$$

உதாரணம் 2. சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க :

	$x+y$	$=2a.$	(1)
	$ax-by$	$=a^2+b^2$	(2) (ஆக. 61)
(1) × b	$bx+by$	$=2ab$	(3)
(2)+(3)	$ax+bx$	$=a^2+b^2+2ab$	

$$\therefore\ x(a+b)=(a+b)^2$$
$$\therefore\ x=\frac{(a+b)^2}{a+b}=a+b$$

xஇன் பெறுமானத்தை (1)இல் பிரதியீடு செய்வதால்

$$a+b+y=2a$$
$$\therefore\ y=2a-a-b=a-b$$

உதாரணம் 3. தீர்க்க : $x^2-2ax+a^2-1=0$

$$x^2-2ax+(a^2-1)=0$$

இடது கைப்பக்கத்திலுள்ள கோவையானது xஐக் கொண்ட ஓர் மூவுறுப்பாகும். கூட்டுத் தொகையை $-2a$ ஆகவும் பெருக்கத்தை a^2-1 ஆகவும் உடைய இரண்டு சிஙகளும் $-(a+1)$, $-(a-1)$ ஆகும்.

$\therefore\ [x-(a+1)]\,[x-(a-1)] = 0$

$\therefore\ x = a+1$ அல்லது $a-1$.

அல்லது $x^2-2ax+a^2 = 1$

$(x-a)^2 = 1$

$x-a = \pm 1$

$\therefore x = a+1$ அல்லது $a-1$

பயிற்சி 14 (b)

பின் வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க:

1. $ax+b=cx+d$
2. $2p(2p-x)=q(q-x)$
3. $l(2x-m)=m(x-l)$
4. $x(2a-b)+2bx=b(x-2a)$
5. $a^2(x-1)+b^2(1-x)=0$
6. $\frac{x}{a}+\frac{l}{b}=\frac{x}{b}+\frac{l}{a}$
7. $\frac{x+2a}{2a-b}+\frac{x+b}{a+b}=1$
8. $2p-\frac{3q}{x}=1-\frac{r}{2x}$
9. $\frac{x-c}{d}+2=\frac{x+d}{c}$
10. $\frac{2x}{x+a}+\frac{x}{x-a}=3$
11. $ax+by=a^2-b$
    $2x-y=2a+b$
12. $ab(x+y)=a^2+b^2$
    $b+ay=a+b$
13. $mx-2ly=0$
    $2x+my=4l+m^2$
14. $x-2y=3d^2$
    $cx+dy=c^2(2c+d)+d^2(c-d)$
15. $3x+2y=a+5;\ \frac{x}{a+1}+\frac{y}{1-a}=2$
16. $5ay=7bx$
    $(3a+7b)x-(5a-9b)y=3(5a^2+11b^2)$

17. $2x^2-cx-c^2=0$
18. $x^2+ax-2a^2=0$
19. $4x^2-23ax+15a^2=0$
20. $2a^2x^2-3ax+1=0$
21. $x^2-ax=a+1$
22. $x^2-p^2-4p-4=0$
23. $x^2-2ax+a^2-4=0$
24. $ax-by=2b+a$
    $a^2x+b^2y=ab$ (டி.ச. 62)
25. $ax+by=l$
    $ax-by=m$
26. $ax+by=2ab$
    $bx-ay=b^2-a^2$ (ஆ. 63)

அத்தியாயம் 15

சார்புகள், மாறிகள், மீதித் தேற்றம்

யாதேனும் ஒரு கோவையின் பெறுமானம், ஒரு மாறும் கணியத்தில் தங்கி இருக்கிறதெனின், உதாரணமாக x இல் தங்கியிருக்கிறதெனின், அக் கோவையானது x இன் சார்பு எனப்படும். அது ச(x) $[f(x)]$ என்னும் குறியீட்டினுல் குறிக்கப்படும்.

இவ்விதமாகவே $2x^2+1$ என்னுங் கோவையின் பெறுமானம் x இன் பெறுமானத்திற் தங்கியிருப்பதால், $2x^2+1$ ஆனது x இன் சார்பாகும்.

பல படிகளைக் கொண்ட அட்சர கணிதக் கோவைகள் இருப்பதால் அட்சர கணிதச் சார்புகளும் பல படிகளைக் கொண்டவையாக இருக்கும் என நாம் கருதலாம்.

x இன் ஒரு குறித்த விலை 3 ஆனுல், x இன் சார்பின் பெறுமானம் ச(3) ஆல் பெறப்படும்.

உ—ம்: ச$(x)=2x^2+5x+6$ எனின்

ச$(2)=2(2)^2+5(2)+6$ ஆகும்.

ச$(a)=2(a)^2+5(a)+6$ ஆகும்.

ச(x) ஆனது y என்னும் இன்னெரு கணியத்திற்கு சமமாக இருந்தால், அது $y=$ ச(x) என்னும் சமன் பாட்டால் குறிக்கப்படும். மேலே காட்டப்பட்ட தொடர்பில் y இன் பெறுமானம் x இன் பெறுமானத்தில் தங்கியுள்ளது. எனவே x ஆனது சாராத மாறி எனவும் y என்பது சார்ந்த மாறி எனவும் அழைக்கப்படும்.

சார்பின் பெறுமானம் எந்தக் கணியத்தின் பெறுமானத்தில் தங்கியுள்ளதோ, அந்தக் கணியம் மாறி எனப்படும்.

$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots\ldots + a_n$ என்னும் வடிவத்தை உடைய ஒரு கோவையில் $a_0, a_1 \ldots\ldots a_n$ என்பன மாறிலிகளாகும். x என்பது ஒரு நேர் முழு எண்ணாகும். இவ் வடிவக் கோவை xஇன் ஒரு முழு எண் சார்பு அல்லது பல்லுறுப்புக் கோவை எனப்படும்.

மீதித் தேற்றம்

x இன் ஒரு முழு எண் சார்பை $x-a$ஆல் வகுத்தால், சார்பில் x இற்கு aயைப் பிரதியீடு செய்வதால் மீதி பெறப்படுகிறது. இதை வேறு விதமாகக் கூறினால், மீதியானது ச (a) ஆகும்.

நிறுவல்: ச(x) ஐ x இன் ஒரு முழு எண் சார்பு எனக் கொள்க.

அத்துடன் Q வை ஈவாகவும் R ஐமீதம் ஆகவும் கொள்க.

[ஈவாகிய $\frac{ச(x)}{x-a}$ என்பது x இன் முழு எண் சார்பினதும், தொகுதி எண்ணை மீதமாகவும் பகுதி எண்ணை $(x-a)$ ஆகவும் கொண்ட தகுபின்னத்தினதும் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமமாகும்.]

$$\frac{ச(x)}{x-a} = Q + \frac{R}{x-a}$$

$\therefore ச(x) = Q(x-a) + R$ [$(x-a)$ ஆல் பெருக்குவதால்]

மேலே காட்டப்பட்டுள்ளது ஒரு சர்வ சமன்பாடாகும். அது x இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் உண்மையானதாகும்.

$x = a$ என்பதைப் பிரதியீடு செய்வதால்

$ச(a) = Q(a-a) + R = Q.O + R$

அதாவது, மீதம் $=$ ச (a)

சினைத் தேற்றம்: ச (x) ஐ $(x+a)$ ஆல் வகுத்தால், மீதம் ச $(-a)$ ஆகும்.

குறிப்பு: ச $(x) = Q(x-a) +$ ச(a). (மீதித் தேற்றம்)

ச $(a) = O$ எனின், ச $(x) = Q(x-a)$. $(x-a)$ என்பது ச (x) இன் ஒரு சினையாகிறது.

எனவே ச $(a) = O$ எனின், ச(x)இன் ஒரு சினை $x-a$ ஆகும். ச$(-a) = O$ எனின், ச(x) இன் ஒரு சினை $(x+a)$ ஆகும்.

x ஐக் கொண்டுள்ள ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவையின் குணகங்களின் கூட்டுத் தொகை பூச்சியமானால், அக் கோவையானது $(x-1)$ ஆல் திருத்தமாக வகுக்கப்படும். ஒற்றைக் குணகங்களின் கூட்டுத்தொகை இரட்டைக் குணகங்களின் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமமானால், அக் கோவையானது $(x+1)$ ஆல் திருத்தமாக வகுக்கப்படும்.

உதாரணம் 1. x^3+3x^2-4x-8ஐ $x+3$ ஆல் வகுத்தால் மீதியைக் காண்க.

ச$(x) = x^3+3x^2-4x-8$

$x+3 = x-(-3)$ எனவே ச(x) இல் x இற்கு -3ஐ எழுத வேண்டும்.

$\therefore$ ச$(-3) = (-3)^3+3(-3)^2-4(-3)-8 = 4$

மீதி $= 4$

உதாரணம் 2. சினை காண்க: x^3+2x^2-5x-6

சோதனை மூலம், ச$(-1) = 0$ என அறிகிறோம்.

எனவே $(x+1)$ ஒரு சினையாகும்.

$\therefore$ $x^3+2x^2-5x-6 = (x+1)(x^2+x-6)$ (வகுப்பதால்)

$= (x+1)(x+3)(x-2)$

உதாரணம் 3. x^3-ax^2-bx-8 என்பது $(x+1)$ $(x-4)$ ஆல் திருத்தமாக வகுபடுமானால், a, b என்பனவற்றைக் காண்க.

$(x+1)$, $(x-4)$ என்பன சினைகளானபடியால், ச$(-1) = 0$;

ச$(4) = 0$

ச$(-1) = -1-a+b-8 = 0$ $\therefore -a+b = 9$ ......(1)

ச$(4) = 64-16a-4b-8 = 0$ $\therefore -16a-4b = -56$...(2)

$(2) \div 4$ $-4a-b = -14$...(3)

$(1)+(3)$ $-5a = -5$

$\therefore$ $a = 1$

பிரதியீடு செய்வதால், $b = 10$

பயிற்சி 15

1. ச $(x)=x^2-x+5$ எனின் (i) ச (0), (ii) ச(-1) ; (iii) ச (2) என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

2. ச $(x) = 2x^3+x-1$ எனின் (i) ச (-2); (ii) ச $(-x)$; (iii) ச $(-y)$ என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

3. ச $(x, y)=x^2-xy+y^2-7$ எனின், ச $(2,3)=0$ எனக் காட்டுக.

4. ச$(x,y)=\frac{ax+by}{2}$ எனின் (i) ச $(1,1)$ (ii) ச (a,b) என்பவற்றைக் காண்க.

5. ச $(x)=\frac{x(x+1)}{2}$ எனின், ச $(x+1)$ − ச (x) ஐக் காண்க.

6. $x^2+7x+11$ஐ $x+2$ ஆல் வகுத்தால் மீதியைக் காண்க.

7. x^3+2x^2-7x+5ஐ $x+3$ ஆல் வகுத்தால் மீதியைக் காண்க.

8. $2x^5-14x^2-9x+1$ஐ $x-1$ஆல் வகுத்தால் மீதியைக் காண்க.

9. $x^5-4x^3+x^2-4$ஐ x^2-x-2 திருத்தமாக வகுக்கும் என நிறுவுக.

10. $x^5+5x^4+ax^3+x^2+5x+6$ இன் ஒரு சினை $x+2$ ஆனல் aஐக் காண்க.

11. $x=3$ ஆயிருக்கும் பொழுது, $x=\frac{1}{2}$ ஆயிருக்கும்பொழுது, பூச்சியமாய் இருக்கத்தக்க x இன் சார்பைக் காண்க.

12. x^4-x^2-2 இன் ஒரு சினை x^2-2 எனக் காட்டுக.

13. x^3-x^2+ax+b என்பதை $x-3$ உம் $x+4$ உம் திருத்தமாக வகுக்குமெனில் a ஐயும் bஐயும் காண்க.

சினை காண்க.

14. $x^3+6x^2+5x=12$

15. $x^3+2x^2-9x-18$

16. $x^4+7x^3+11x^2-7x-12$

17. $x^4+2x^3-x^2+4x=6$

அத்தியாயம் 16

கூட்டல் விருத்தி

தொடர்

ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட விதிக்கு அமைய, அமைக்கப்பட்ட கணியங்களின் தொடர்ச்சி, ஒரு தொடர் எனப்படும். ஒவ்வொரு கணியமும் தொடரின் உறுப்பு எனப்படும்.

4, 7, 10, 13......என்பதும் $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$, ...என்பதும் தொடர்களின் உதாரணங்களாகும். ஒவ்வொரு உறுப்பிற்கும் முன்னடுத்த உறுப்புடன் 3ஐக் கூட்டுவதால் முதலாவது தொடர் பெறப்படுகிறது. ஒவ்வொரு உறுப்பிற்கும் முன்னடுத்த உறுப்பை $\frac{1}{2}$ ஆல் பெருக்குவதால், இரண்டாவது தொடர் பெறப் படுகிறது.

ஒவ்வொரு உறுப்பும் அதற்கு முன்னடுத்த உறுப்பைவிட ஒரு நிலையான கணியத்தால் அதிகரிக்குமாயின் அத் தொடர் ஒரு கூட்டல் விருத்தி அல்லது சுருக்கமாக கூ. வி. எனப்படும். அடுத்து வரும் இரு உறுப்புக்களின் வித்தியாசமான நிலையான கணியம், விருத்தியின் பொது வித்தியாசம் எனப்படும். (பொ. வி.)

இவ்விதமாக 7, 11, 15, 19......என்பன கூ.வி.வில் உள்ளன. பொ.வி. 4 ஆகும்.

14, 8, 2, −4...என்பன கூ.வி.யில் உள்ளன. பொ.வி. −6 ஆகும்.

ஒரு கூ.வி.யின் நியமமான வடிவம் a, $a+d$, $a+2d$......ஆகும். இதில் a என்பது முதலாம் உறுப்பும் d என்பது பொது வித்தியாசமும் ஆகும்.

ஒரு கூ.வி, இன் n வது உறுப்பைக் காணல்

முதல் உறுப்பை a எனவும், பொது வித்தியாசத்தை d எனவும் கொள்க.

இரண்டாம் உறுப்பு $a+d$ ஆகும்.

மூன்றும் உறுப்பு $a+2d$ ஆகும்.

நான்காம் உறுப்பு $a+3d$ ஆகும்.

எந்த ஒரு உறுப்பிலும் dயின் குணகமானது, தொடரில் அந்த உறுப்பின் எண்ணிக்கையிலும் 1 குறைவானது என்பது தெளிவாகிறது. எனவே n வது உறுப்பில் d யின் குணகம் $(n-1)$ ஆகும். ஆகவே n வது உறுப்பானது $a+(n-1)d$ ஆகும்.

உதாரணம் 1. ஒரு தொடரின் முதலாம் உறுப்பு 9ம் பொது வித்தியாசம் 2ம் ஆகும். 5ஆம், 19 உறுப்புக்களைக் காண்க.

n ஆவது உறுப்பானது $a+(n-1)d$ ஆகும்.

$\therefore$ 5ஆவது உறுப்பு $= a+4d = 9+4\times 2 = 17$

$\therefore$ 19 ஆவது உறுப்பு $= a+18d = 9+18\times 2 = 45$

உதாரணம் 2. 11ஆம் உறுப்பை 42 ஆகவும், 18ம் உறுப்பை 70 ஆகவும் கொண்ட தொடரைக் காண்க.

முதலாம் உறுப்பை a எனவும், பொது வித்தியாசத்தை d எனவும் கொள்க.

11ஆம் உறுப்பு $= a+10d = 42$.... (1)

18ஆம் உறுப்பு $= a+17d = 70$.... (2)

(1) − (2) $\quad -7d = -28$

$\therefore d = 4$

$d=4$ என்பதை (1) இல் பிரதியீடு செய்வதால், $a+40=42$

$\therefore a = 2$

$\therefore$ தொடர் 2, 6, 10, 14 ....ஆகும்.

உதாரணம் 3. 3, 7, 11, 15 ....என்னுந் தொடரின் எத்தனையாம் உறுப்பு 75 ஆகும்.

75ஐ nஆம் உறுப்பு எனக் கொள்க.

$\therefore$ nஆம் உறுப்பு $= a+(n-1)d = 75$

$a=3,\ d=4$ ஆகும்

$\therefore 3+(n-1)\,4 = 75$

$\therefore 3+4n-4 = 75$

$\therefore 4n = 76$

$\therefore n = 19$

$\therefore$ 75 ஆனது 19 ஆம் உறுப்பாகும்.

உதாரணம் 4. nஆவது உறுப்பை $3n+2$ ஆக உடைய தொடரைக் காண்க.

($n=1, 2, 3$, முதலிய பெறுமானங்களை, n ஆம் உறுப்பைக் குறிக்கும் கோவையில் பிரதியீடு செய்வதால் பெறப்படும்)

$\therefore$ 1 ஆம் உறுப்பு $= 3\times 1+2 = 5$

2 ஆம் உறுப்பு $= 3\times 2+2 = 8$

3 ஆம் உறுப்பு $= 4\times 3+2 = 11$

$\therefore$ தொடரானது 5, 8, 11......ஆகும்.

அல்லது

முதலாம் உறுப்பை a எனவும், பொது வித்தியாசத்தை d எனவும் கொள்க.

nஆம் உறுப்பு$= a+(n-1)d$

வினாவின்படி $a+(n-1)d = 3n+2$

$\therefore a+nd-d = 3n+2 \quad (1)$

nஐக் கொண்டுள்ள உறுப்புக்களையும் நிலையான கணியங்களையும் சமப்படுத்துவதால், $nd=3n$

$\therefore d=3$

$a+n.3-3=3n+2 \quad$ [$d=3$ ஐ (1)ல் பிரதியிடுவதால்]

$\therefore a-d=2 \quad \therefore a-3=2 \quad a=5$

$\therefore$ 1ஆம் உறுப்பு $=5$

பொது வித்தியாசம் $=3$

$\therefore$ தொடர் 5, 8, 11... . ஆகும்.

ஒரு கூட்டல் விருத்தியின் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காணல்.

ஒரு கூட்டல் விருத்தியின் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையை S எனக் கொள்க. அவ்விருத்தியின் முதலாம் உறுப்பை a எனவும் பொது வித்தியாசத்தை d எனவும் கொள்க. அத்துடன் lஐ n ஆம் உறுப்பு எனவுங் கொள்க.

கடைசி உறுப்பிற்கு முந்திய உறுப்பு $(l-d)$யும் அதற்கு முந்திய உறுப்பு $(l-2d)$ உம் ஆகும்.

$$S = a+(a+d)+(a+2d)\ldots\ldots(l-2d)+(l-d)+l \quad (1)$$

இத் தொடரின் உறுப்புக்களை முன்பின்னுக மாற்றினுல்

$$S = l+(l-d)+(l-2d)\ldots\ldots(a+2d+(a-d)+a \quad (2)$$

(1) ஐயும் (2) ஐயும் கூட்டுவதால்

$$2S = (a+l)+(a+l)+(a+l)\ldots\ldots(a+l)+(a+l)+(a+l)$$

$=n(a+l)$ [ஒவ்வொன்றும் $(a+l)$ ஆகவுள்ள n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை]

$$\therefore S = \frac{n}{2}(a+l)$$

அல்லது $S = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$ [l ஆகிய கடைசி உறுப்பு அல்லது nஆம் உறுப்பு$=a+(n-1)d$]

உதாரணம் 5. 1, 6, 11......என்னுந் தொடரின் கூட்டுத் தொகையை 25 உறுப்புக்கள் வரையிற் காண்க.

$n=25$, $a=1$, $d=5$

$$S = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d] = \frac{25}{2}[2\times 1+(25-1)\,5]$$

$$= \frac{25}{2}(2+24\times 5) = \frac{25}{2}\times 122 = 1{,}525$$

கூட்டல் இடை (கூ.இ.): மூன்று கணியங்கள் ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் அமையுமானுல், நடு உறுப்பானது, மற்ற இரண்டிற்கும் உள்ள கூட்டல் இடை எனப்படும்.

கணியம் p இற்கும் கணியம் q விற்கும் இடையே உள்ள கூட்டல் இடை காணல்.

கூட்டல் இடையை x எனக் கொள்க.

வரை விலக்கணத்தின்படி p, x, q என்பன கூ. வி. இல் உள்ளன.

$\therefore$ $x-p=q-x=$ பொது வித்தியாசம்

$\therefore$ $2x=p+q$

$$\therefore x = \frac{p+q}{2}$$

இவ்விதமாக, இரண்டு கணியங்களின் இடையே உள்ள கூட்டல் இடையானது அவற்றின் கூட்டுத் தொகையின் அரைப் பங்கிற்குச் சமமாகிறது.

ஒரு கூ.வி. இல் முதலாம் உறுப்பிற்கும் கடைசி உறுப்பிற்கும் இடையே உள்ள உறுப்புக்கள், அந்த இரண்டு உறுப்புக்களுக்கும் இடையே உள்ள கூட்டல் இடைகளாகும். தரப்பட்ட இரண்டு கணியங்களுக்கு இடையே எந்த எண்ணிக்கையைக் கொண்ட கூட்டல் இடைகளையும் நாம் நிரப்பலாம்.

முதல் n இயற்கை எண்களின கூட்டுத் தொகை காணல்

முதல் n இயற்கையான எண்கள், முதலாம் உறுப்பை 1 ஆகவும் பொது வித்தியாசத்தை 1 ஆகவும் கடைசி உறுப்பை n ஆகவும் உடைய ஒரு கூ.வி. தொடரில் அமைகின்றன.

$$S = \frac{n}{2}[a+l] = \frac{n}{2}(1+n) = \tfrac{1}{2}n(n+1)$$

முதல் n ஒற்றை எண்களின் கூட்டுத்தொகை.

முதல் n ஒற்றை எண்களானவை, முதலாம் உறுப்பை 1 ஆகவும் பொது வித்தியாசத்தை 2 ஆகவும் உடைய, ஒரு கூ. வி. தொடரில் அமைகின்றன.

$$\therefore S = \frac{n}{2}[2a+(n-1)\cdot d] = \frac{n}{2}[2\times 1+(n-1)\,2]$$

$$= \frac{n}{2}(2+2n-2) \qquad \therefore S = n^2$$

கூட்டல் விருத்தியில் பலவின உதாரணங்கள்

உதாரணம் 1. கூ.வி.யிலுள்ள ஒரு தொடரின முதல் இருபது உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையானது, முதல் பத்து உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைப்போல் நான்கு மடங்காகும். இரண்டாம் உறுப்பானது முதலாம் உறுப்பைப்போல் மூன்று மடங்காகும் எனக் காட்டுக. (டி.ச. 46)

முதலாம் உறுப்பை a எனவும், பொது வித்தியாசத்தை d எனவுங் கொள்க,

10 உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை =

$$\frac{10}{2}[2a+(10-1)d] = 5(2a+9d)$$

20 உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை =

$$\frac{20}{2}[2a+(20-1)d] = 10(2a+19d)$$

வினாவின்படி, $10(2a+19d) = 4\times5(2a+9d)$

$\therefore\ 2a+19d = 2(2a+9d)$...(10ஆல் வகுப்பதால்)

$= 4a+18d$

$\therefore\ 19d-18d = 4a-2a \qquad \therefore\ d = 2a$

இரண்டாம் உறுப்பு $= a+d = a+2a = 3a$

இரண்டாம் உறுப்பாகிய $3a$ ஆனது முதலாம் உறுப்பாகிய aயைப் போல் மும்மடங்காகும்.

முதலாம் உறுப்பு a ஆனபடியால், இரண்டாம் உறுப்பு அதாவது $3a$, முதலாம் உறுப்பைப்போல் மூன்று மடங்கானது.

உதாரணம் 2. $5+7+9$...என்னும் தொடரின் முதல் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையானது 621 ஆகும். n ஐக் காண்க. (டிச.49)

இதில் $a=5,\ d=2$

n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை $= \frac{n}{2}[2a+(n-1)d] = 621$

$$\therefore\ \frac{n}{2}[2\times5+(n-1)\times2] = 621$$

$$\therefore\ \frac{n}{2}[10+2n-2] = 621$$

$$\therefore\ \frac{n}{2}(2n+8) = 621$$

$$\therefore\ n^2+4n-621 = 0$$

$$\therefore\ (n+27)(n-23) = 0$$

$\therefore\ (n=-27)$ அல்லது $= 23$

$\therefore n=23$ ($n=-27$என்னும் பெறுமானம் பொருந்தாது)

உதாரணம் 3. ஒரு கூ. வி. யின் 20 உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை 120 ஆகும். 10 ஆம் உறுப்பிற்கும் 11 ஆம் உறுப்பிற்கும் இடையே உள்ள கூட்டல் இடையைக் காண்க. (யூலை 51)

முதலாம் உறுப்பை a எனவும் பொது வித்தியாசத்தை d எனவுங் கொள்க.

20 உறுப்புக்களின் கூ. தொ. $= \frac{20}{2}[2a+(20-1)d]$

$= 10(2a+19d)$

வினாவின்படி. $10(2a+19d)=120$

$\therefore\ 2a+19d=12$ (10ஆல் வகுப்பதால்)

10ஆம் உறுப்பு $= a+9d$

11ஆம் உறுப்பு $= a+10d$

$\therefore$ 10 ஆம், 11 ஆம் உறுப்புக்களிற்கு இடையே உள்ள

$$\text{கூட்டல் இடை} = \frac{a+9d+a+10d}{2}$$

$$= \frac{2a+19d}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

உதாரணம் 4. கூட்டல் விருத்தியில் உள்ள ஒரு தொடரானது 20 உறுப்புக்களைக் கொண்டது. இரண்டாம் உறுப்பிலிருந்து ஆரம்பிக்கும் ஒன்றுவிட்ட உறுப்புக்களை அகற்றினால், எஞ்சியிருக்கும் 10 உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையானது முந்திய 20 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமமாயிருக்கும். முந்திய தொடரின் 11ஆம் உறுப்பு பூச்சியமாகும் எனக் காட்டுக.

(நொவ. 47)

முதலாம் உறுப்பை a எனவும் பொது வித்தியாசத்தை d எனவுங் கொள்க.

20 உறுப்புக்களின் கூ. தொ. $= \frac{20}{2}[2a+(20-1)d]$

$= 10(2a+19d)$

2ஆம் உறுப்பிலிருந்து ஆரம்பிக்கும் ஒன்றுவிட்ட உறுப்புக்களை அகற்றிய பின் எஞ்சியிருக்கும் 10 உறுப்புக்களாவன a, $a+2d$, $a+4d$......$a+18d$ ஆகும்.

இவை, முதலாம் உறுப்பை a ஆகவும், பொ. வி. ஐ $2d$ ஆகவும் கொண்டுள்ள ஒரு கூ. வி. கூ அமைக்கின்றன.

இப்புதிய தொடரின் 10 உறுப்புக்களின் கூ.தொ. =

$$\frac{10}{2}[2a+(10-1)2d]=5(2a+18d)$$

வினவின்படி, $10(2a+19d)=5(2a+18d)$

$\therefore 2(2a+19d)=2a+18d$ (5 ஆல் வகுப்பதால்)

$\therefore 4a+38d=2a+18d)$

$\therefore 2a=-20d \quad \therefore a=-10d$

முந்திய தொடரின் 11ஆம் உறுப்பு $=a+10d=-10d+10d=0$

$(\because a=-10d)$

உதாரணம் 5. 300 இற்கும் 500 இற்கும் இடைப் பட்ட எல்லா ஒற்றை எண்களினதும் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க. (யூலை 47)

(300 இற்கும் 500 இற்கும் இடைப்பட்ட ஒற்றை எண்களானவை, 1ஆம் உறுப்பை 301 ஆகவும், பொ. வி. கூ 2 ஆகவும், கடைசி உறுப்பை 499 ஆகவும் கொண்டுள்ள ஒரு கூ. வி. ஆகும்.)

கூட்டுத்தொகையைக் காண்பதற்கு, தொடரை ஆக்கும் உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கையைக் காணவேண்டும்.

தொடரில் n உறுப்புக்கள் இருந்தால்

n ஆம் உறுப்பு $=499=301+(n-1)\times 2$

$\therefore 301+2n-2=499$

$\therefore 2n=200$

$\therefore n=100$

$\therefore$ 300 இற்கும் 500 இதற்கும் இடைப்பட்ட ஒற்றை எண்களின் கூட்டுத்தொகை $=\frac{100}{2}[301+499]$

$$=\frac{100\times 800}{2}=40,000.$$

உதாரணம் 6. கூட்டல் விருத்தியிலுள்ள ஒரு தொடரின் முதல் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை $n(n+3)$ ஆகும். முதலாம் உறுப்பையும் பொது வித்தியாசத்தையும் காண்க. (டிச. 48)

[தொடரையும், எனவே தொடரிலிருந்து பொ. வி யும் $n=1$, 2, 3 முதலிய பெறுமானங்களை, nஆம் உறுப்பிற்கான கோவையில் பிரதியீடு செய்து, பெறலாம். $(n-1)$ உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையை, n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையிலிருந்து கழிப்பதால் n ஆம் உறுப்பிற்கான கோவை பெறப்படும். $(n-1)$ உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைப் பெறுவதற்கு உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காட்டும் கோவையில் n இற்கு $n-1$ஐப் பிரதியீடு செய்து பெறலாம்.]

வினவின்படி, n உறுப்புக்களின் கூ. தொ. $S_n=n(n+3)$

$\therefore$ $(n-1)$ உறுப்புக்களின் கூ. தொ. $S_{n-1}=(n-1)(n-1+3)$

$=(n-1)(n+2)$

$\therefore$ n ஆம் உறுப்பு $=S_n-S_{n-1}=n(n+3)-(n-1)(n+2)$

$=n^2+3n-(n^2+n-2)$

$=n^2+3n-n^2-n+2$

$=2n+2$

1 ஆம் உறுப்பு $=2\times 1+2=4$ ($n=1$ என்பதைப் பிரதியீடு செய்வதால்)

2 ஆம் உறுப்பு $=2\times 2+2=6$ ($n=2$,, ,,)

3 ஆம் உறுப்பு $=2\times 3+2=8$ ($n=3$,, ,,)

$\therefore$ 1 ஆம் உறுப்பு 4 உம், பொ. வி. 2 உம் ஆகும்.

அல்லது

முதலாம் உறுப்பை a எனவும், பொ. வி. ஐ d எனவும் கொள்க.

n உறுப்புக்களின் கூ. தொ. $=\frac{n}{2}(2a+(n-1)d,)$

விஞவின்படி $\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]=n(n+3)$

$\therefore \frac{n}{2}(2a+nd-d)=n^2+3n$

$\therefore 2an+n^2d-nd=2n^2+6n$ (2ஆல் பெருக்குவதால்)

$\therefore n^2d+n(2a-d)=2n^2+6n$

n^2 இனதும் n இனதும் குணகங்களை இரு பக்கங்களிலும் சமப்படுத்தினல், $d=2$, $2a-d=6$.

$\therefore 2a-2=6$ $\therefore 2a=8$ $\therefore a=4$

$\therefore$ முதலாம் உறுப்பு 4, பொ.வி. 2.

உதாரணம் 7. 21 உறுப்புக்களைக் கொண்ட ஒரு கூட்டல் தொடரில், நடு உறுப்பு k எனின், உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை $21k$ ஆகும் எனக் காட்டுக.

முதலாம் உறுப்பை a எனவும் பொ.வி. ஐ d எனவும் கொள்க நடு உறுப்பானது 11 ஆம் உறுப்பாகும்.

விஞவின்படி, $a+10d=k$

21 உறுப்புக்களின் கூ. தொ. $=\frac{21}{2}[2a+(21-1)d]$

$=\frac{21}{2}(2a+20d)=\frac{21}{2}\times 2(a+10)d$

$=21(a+10d)$

$=21k$ ($a+10d=k$ ஆனபடியால்)

உதாரணம் 8. 100 இற்குக் குறைந்ததும் 7ஆல் வகுபடத்தகாததுமான எல்லா நேர் முழு எண்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க. (டிச. 56)

(முதல் 99 எண்களின் கூட்டுத் தொகையைக் கண்டு அதிலிருந்து 7ஆல் வகுபடத்தக்க எண்களின் கூட்டுத் தொகையைக் கழிக்க)

முதல் 99 எண்களும், முதலாம் உறுப்பை 1 ஆகவும், பொ. வி.ஐ 1 ஆகவும், கடைசி உறுப்பை 99 ஆகவும் கொண்டுள்ள கூ. வி. இல் அமைகின்றன.

$\therefore$ முதல் 99 எண்களின் கூ. தொ $=\frac{99}{2}(1+99)$

$=\frac{99\times100}{2}=4{,}950$

7 ஆல் வகுபடத்தக்க எண்கள் 7ஐ முதலாம் உறுப்பாகவும், 7ஐப் பொது வித்தியாசமாகவும், 98ஐக் கடைசி உறுப்பாகவும் கொண்டுள்ள ஒரு கூ. வி. இல் அமைகின்றன.

இத்தொடரின் உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கையை n எனக் கொள்க. அப்பொழுது $7+(n-1)7=98$ $\therefore 7+7n-7=98$

$\therefore n=14$

$\therefore$ 7, 14 ...98 என்னும் தொடரின் கூ. தொ.

$=\frac{14}{2}(7+98)=7\times105$

$=735$

$\therefore$ 7 ஆல் வகுக்கப்படாத எண்களின் கூ. தொ.

$=4{,}950-735=4{,}215.$

உதாரணம் 9. 110 ரூபாவை மாத வேதனமாகப் பெற்று, தனது சேவையை ஆரம்பித்த ஒரு ஆசிரியர் 120 ரூபாவை வருடமொன்றுக்கு உயர்ச்சிச் சம்பளமாக 20 வருடங்களுக்குப் பெறுகிருர். உயர்ந்த வேதனத்தை ஒரு வருடத்துக்கு பெற்றபின் ஓய்வு பெறுகிருர். அவரது சேவைக் காலத்தில், அவர் வேதனமாகப் பெற்ற தொகையைக் காண்க. (டிச. 60)

ஆரம்ப வருட வேதனம் ரூ 1,320.

அவர் உயர்ந்த சம்பளத்தை 1 வருடத்துக்குப் பெற்றபின் ஓய்வு பெறுகிறபடியால், அவர் 21 வருடங்கள் சேவை புரிந்திருக்கிருர். வேதனமாக வருடமொன்றுக்கு 120 ரூபாவாகக் கூடுகிறது.

$\therefore$ நாம், முதலாம் உறுப்பை 1,320 ஆகவும், பொ வி.ஐ. 120 ஆகவும் கொண்ட ஒரு கூ. வி. ஐப் பெறுகிறேம்.

அவர் 21 வருடங்களில் பெற்ற தொகை

$=$ ரூ $\frac{21}{2}[2\times1{,}320+(21-1).120]$

$= ரூ. \frac{21}{2}[2,640+2,400] = ரூ. \frac{21}{2}\times 5,040$

$= ரூ. 52,960.$

உதாரணம் 10. ஒரு கூ. வி. இன் 6ஆம் உறுப்பு 3உம், 15ஆம் உறுப்பு −24உம் ஆகும். மூன்றும் உறுப்பையும், முதலாம் உறுப்பிலிருந்து ஆரம்பித்து, மிகக் குறைந்த என்ன அளவு எண்ணிக்கை உள்ள உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை எதிர்ப் பெறுமானத்தை உடையதாக இருக்கும் என்பதையும் காண்க. (யூலை 57)

முதலாம் உறுப்பை a எனவும் பொது வித்தியாசத்தை d எனவும் கொள்க.

ஆறும் உறுப்பு $= a+5d$; பதினைந்தாம் உறுப்பு $= a+14d$.

விஞவின்படி, $a+5d = 3$ ... (1)

$a+14d = -24$ ... (2)

(1)−(2) $-9d = 27$

$\therefore -d = -3$

$d=-3$ என்பதை (1) இல் பிரதியீடு செய்வதால் $15=3$, $\therefore a=18$. 3 ஆம் உறுப்பு $= a+2d = 18-6 = 12$

கூட்டுத் தொகையை எதிர்ப்பெறுமானமாக உடைய மிகக் குறைந்த எண்ணிக்கையை n எனக்கொள்க.

அப்பொழுது n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையான

$\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$ என்பது −குறியை உடையதாகும்.

$\frac{n}{2}[36+(n-1)(-3)]$ −குறியை உடையதாகும்.

$\therefore \frac{n}{2}[36-3n+3]$ −குறியை உடையதாகும்.

$\therefore 39-3n$ என்பது −குறியை உடையதாகும். [ஏனெனில் $\frac{n}{2}$ எதிர் அல்ல]

$\therefore 39 < 3n$ அல்லது $13 < n$

$\therefore n$ இன் மிகக்குறைந்த பெறுமானம் 14 ஆகும்.

பயிற்சி 16 (a)

1. ஒரு தொடரின் முதலாம் உறுப்பு 15உம் பொது வித்தியாசம் −3ம் ஆகும். 9ஆம் உறுப்பையும் 13ஆம் உறுப்பையும் காண்க.

2. ஒரு தொடரின் முதலாம் உறுப்பு $-\frac{1}{4}$உம் பொ. வி. $\frac{1}{2}$யும் ஆகும். 5ஆம், 17ஆம் உறுப்புக்களைக் காண்க.

3. 7ஆம் உறுப்பை 11ஆகவும் 13ஆம் உறுப்பை 23 ஆகவும் உடைய தொடரைக் காண்க.

4. 10ஆம் உறுப்பை 7 ஆகவும், 21 ஆம் உறுப்பை −15 ஆகவும் உடைய தொடரைக் காண்க.

5. 8, 11, 14... என்னும் தொடரின் எத்தனையாம் உறுப்புக்கள் 38 உம் 248 உம் ஆகும்.

6. ஒரு தொடரின் 3 ஆம் உறுப்பு 10உம் 31 ஆம் உறுப்பு −46உம் ஆகும். 8 ஆம் உறுப்பு பூச்சியமாகும் என்பதைக் காட்டுக.

7. ஒரு கூ. வி. இன் 2ஆம் உறுப்பு −19உம் 5ஆம் உறுப்பு −13உம் ஆகும். 15ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

8. 7 ஆம் உறுப்பை 34 ஆகவும் 13ஆம் உறுப்பை 58 ஆகவும் உடைய தொடரின் பொ.வி.ஐக் காண்க.

9. (i) பதினாலாம் உறுப்பை 19 ஆகவும் பத்தொன்பதாம் உறுப்பை 49 ஆகவும்
   (ii) 7 ஆம் உறுப்பை 3 ஆகவும் 28ஆம் உறுப்பை 10ஆகவும்
   (iii) முதல் இரு உறுப்புக்களையும் a ஆகவும் b ஆகவும் உடைய ஒரு கூ. வி. தொடரில் n ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

10. ஒரு கூ.வி. இன் நான்காம் உறுப்பு, முதலாம் உறுப்பைப் போல் மூன்று மடங்கு உடையது. ஏழாம் உறுப்பானது மூன்றும் உறுப்பின் இரு மடங்கைவிட 1 கூடியது. முதலாம் உறுப்பையும் பொ.வி.ஐயும் காண்க.

11. மூன்றுவதின் மூன்று மடங்கு, மற்ற இரண்டினது பெருக்கத்தைவிட 2 கூடியதாகவும் மூன்றுவதின் வர்க்கமானது மற்ற இரண்டினது பெருக்கத்தின் மூன்று மடங்கைவிட 16 கூடியதாகவும் இருக்கத் தக்க கூட்டல் விருத்தியிலுள்ள மூன்று நேரெண்களைக் காண்க.

12. $x, y, z,$ என்பன கூ.வி.இல் உள்ளன $(x+2y-z)(2y+z-x)(z+x-y) = 4xyz$ என்பதைக் காட்டுக.

13. ஒரு கூ.வி. இல் முதலாம் உறுப்பு 3 ஆகும். 11ஆம் உறுப்பு 28 ஆகும். முதல் 11 உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

14. ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் 14ஆம் உறுப்பு 18 ஆகும். 20ஆம் உறுப்பு 30 ஆகும். முதல் 25 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

15. ஒரு கூட்டல் விருத்தியின் 2ஆம் உறுப்பு 3 ஆனல், 10 ஆம் உறுப்பு -5 ஆனல், 22 உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையை காண்க.

16. ஒரு கூட்டல் விருத்தியின் 2ஆம் உறுப்பு -4 உம், 6 ஆம் உறுப்பு -24 உம் ஆகும். 15ஆம் உறுப்பையும் முதல் 15உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையையும் காண்க.

17. முதல் n நேர் முழு எண்களின் கூட்டுத் தொகையானது $\frac{1}{2}n(n+1)$ ஆகும் என்பதைக் காட்டுக.

18. $-\frac{1}{4}+0-\frac{1}{4}+\dots 2n$ உறுப்புக்களுக்கு $= -\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\dots n$ உறுப்புக்களுக்கு என்பதைத் காட்டுக.

19. $4\frac{3}{4}, 2\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -2$ என்பன கூட்டல் விருத்தியிலுள்ள எண்களாகும் என்பதைக் காட்டுக. இவை ஒரு கூட்டல் விருத்தித் தொடரின் 21 இலிருந்து 24 ஆம் உறுப்புக்களெனக் கொண்டு 50 உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையையும் காண்க.

20. $5\cdot3, 7\cdot2, 9\cdot1, \dots 50\cdot9$ என்னுந் தொடரின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க. (ஆக.59)

21. $1\frac{3}{4}, 2\frac{1}{6}, 2\frac{7}{12} \dots 13$ என்னுந் தொடரின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க. (டிச. 58)

22. $2, 3\frac{1}{2}, 5, 6\frac{1}{2}$ என்னுந் தொடரில் முதல் உறுப்பிலிருந்து எத்தனை உறுப்புக்களை எடுத்தால் அவற்றின் கூட்டுத் தொகை 212 ஆகும். (டிச.59)

23. ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் மூன்றுவது உறுப்பு 14உம், முதல் எட்டு உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 148உம் ஆகும் முதல் இருபது உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

24. 212, 209, 206, 203 என்ற தொடரில், ஐம்பதாவது உறுப்பிலிருந்து தொடர்ந்து பத்து உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க (ஆக. 58)

25. (i) $21+19\cdot5+18+16\cdot5 \dots$ என்ற தொடரின் 15 ஆவது உறுப்பையும், 18 உறுப்புக்களுக்குக் கூட்டுத்தொகையையுங் காண்க.

(ii) $3\frac{1}{2}+3\frac{7}{8}+4\frac{1}{4}\dots$ என்ற தொடரில், 40 உறுப்புக்களுக்குக் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

26. (i) $1+1\cdot25+1\cdot5+1\cdot75 \dots$

(ii) $100+97\cdot5+95+92\cdot5 \dots$ என்ற தொடர்களில் nஆவது உறுப்பைக் காண்க.

முதலாவது தொடரின் முதல் 73 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை இரண்டாவதுதொடரின் முதல் 73 உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமம் என்பதை நிறுவுக.

முதலாவது தொடரின் nஆவது உறுப்பு, இரண்டாவது தொடரின் nஆவது உறுப்பின் இரு மடங்கிலும், பெரியதாக இருக்க, முதலாவது தொடரின் nஆவது உறுப்பின் மிகக் குறைந்த பெறுமானம் என்னவாயிருக்க வேண்டும்?

27. ஒரு உருளைக்கிழங்குப் பந்தயத்தில், அடுத்துள்ள கிழங்குகளுக்கிடையே 1யார் இடைத்தூரம் இருக்கும் வண்ணம், 24 கிழங்குகள் ஒரு நேர்கோட்டில் வைக்கப்படுகின்றன. முதலாவது கிழங்கு, ஒரு கூடையிலிருந்து 10 யார் தூரத்தில் உள்ளது. போட்டியிலீடுபடுவோன், கூடையிலிருந்து ஆரம்பித்து, முதற்கிழங்கை எடுத்துவந்து கூடையிற்போட வேண்டும். பின் இரண்டாவது கிழங்கை எடுத்து வந்து கூடையிற் போடவேண்டும் இவ்விதம் ஒவ்வொரு கிழங்காக எடுத்து வந்து போடவேண்டும். இப்பந்தயத்தில் பங்குபற்றுவோன் ஓடிய தூரம் என்ன?

28. ஒருமனிதன் வருடமொன்றுக்கு ரூ 4,800 ஆரம்பச் சம்பளத்துடன் வேலையிலமர்த்தப்படுகின்றான். அவன் தனது கடைசிச் சம்பளமாகிய, வருடம் ஒன்றுக்கு ரூ7,680-ஐ அடையும் வரை அவனுக்கு வருடம் ஒன்றுக்கு ரூ. 360 வீதம் சம்பள உயர்ச்சி அளிக்கப்படுகிறது. அவன் தனது கடைசிப்படிச் சம்பளத்தை இரண்டு வருடங்களுக்குப் பெற்றிருப்பானாகில், அவன் உழைத்த முழுத்தொகையையுங் காண்க.
(யூலை.53)

29. 10இற்கும் 200இற்கும் இடையே உள்ள 3ஆல் வகுபடத்தக்க எல்லா முழு எண்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.
(யூலை 48)

30. 100இற்கும் 300இற்கும் இடையே உள்ள எல்லா ஒற்றை எண்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க (யூலை.49)

31. 200இற்குக் குறைந்த 3இன் பெருக்கங்களாக உள்ள எல்லா நேர் முழு எண்களினது கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.
(யூலை.49)

32. 3ஆல் வகுபடக் கூடிய, முதல் n நேர் முழு எண்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.
(ஆக. 50)

33. 3ஆல் வகுபடக் கூடிய, 1000த்திலும் குறைந்த எத்தனை நேர் முழு எண்கள் உள? அவற்றின் கூட்டுத்தொகை என்ன? இம் முழுஎண்களுள், 9ஆல் வகுபடத் தக்கவை எத்தனை? அவற்றின் கூட்டுத்தொகை என்ன? (யூலை 47)

34. 100இற்கும் 400இதற்கும் இடையே 6ஆல் வகுபடக்கூடிய எல்லா முழு எண்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.
(ஆக. 50)

பயிற்சி 16 (d)

1. $a, a+c, a+2c+ \ldots\ldots$ என்ற கூட்டல் விருத்தியிலுள்ள ஒரு தொடரின் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையானது $na+\frac{1}{2}n(n-1)c$ என்பதற்குச் சமம் என நிறுவுக.

2. $2\frac{1}{2}, 3\frac{1}{3}, 4\frac{1}{6}, 5 \ldots\ldots$ என்ற கூட்டல் விருத்தித் தொடரின் (a) முதல் 24 உறுப்புக்களின் (b) முதல் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் கண்டு இரண்டாவது பெறுபேற்றை சினை உருவத்தில் தருக.

3. nஇன் எல்லாப்பெறுமானங்களுக்கும், ஒரு கூ.வி. இன் nஆவது உறுப்பு, $5d-2$ ஆகும் (a) முதல் உறுப்பையும் (b) பொது வித்தியாசத்தையும் (c) 20 உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையையும் காண்க.

4. தனது ஒவ்வொரு வயதிற்கும், ஒவ்வொரு பிறந்த நாள். அன்று யோன் என்பவன் தனது தந்தையிடமிருந்து ரூ. 5 பெறுகிறான். யோன் 21 வயதுடையவனாக இருக்கும் பொழுது, அக்காலம் வரை அவன் பெற்ற தொகையைக் காண்க.

5. nஇன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும், ஒரு கூ.வி. இலுள்ள n உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை n^2+6n ஆகும். nஆவது உறுப்பைக் காண்க.

6. ஒரு தொடரின் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையானது bn^2+cn என்பதற்குச் சமமானால், அத்தொடர் ஒருகூட்டல் விருத்தியாகும் என்பதை நிறுவுக.

முதலாம் உறுப்பையும் பொதுவித்தியாசத்தையுங் காண்க.

7. ஒரு மனிதன் ஒவ்வொரு வருடமும் அதற்கு முந்திய வருடத்தை விட ரூ.50 கூடுதலாகச் சேமிக்கிறான். அவன் முதல் வருடத்தில் ரூ70 சேமித்தானாகில், எத்தனை பூரண வருடங்களின்பின் அவனது முழுச்சேமிப்பானது, முதன் முதலாக 4,000 ரூபாவிலும் கூடியதாகும் அப்பொழுது அவனின் சேமிப்பின் திருத்தமான தொகை என்னவாயிருக்கும்?

8. (i) ஒரு மனிதன் ஒவ்வொரு மாத முடிவிலும் முந்திய மாதத்திலும் பார்க்க 10 ரூபா கூடச் சேமிக்கிறான். முதல் மாத முடிவில் 7 ரூபா சேமித்தானாயின், எவ்வளவு முழு மாதங்களுக்குப்பின் அவனது மொத்தச் சேமிப்பு 2040 ரூபா ஆகும்.
(63 ஆக.)

9. 14அடி நீளமான ஒரு கம்பி, கூட்டல் விருத்தியிலுள்ள நீளங்களைக் கொண்ட துண்டுகளாக வெட்டப்படுகின்றது அதி குறுகிய துண்டின் நீளம் 3 அங்குலமும், அதி நீண்ட துண்டின் நீளம் 13 அங்குலமும் ஆகும். துண்டுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க. (யூலை. 55)

10. ஒரு கூ. வி. இன் 2ஆவது உறுப்பு 10உம், 9ஆவது உறுப்பு 0.5 உம் ஆகும். (i) பதினைந்தாவது உறுப்பு (ii) முதல் 15 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை (iii) முதல் உறுப்பிலிருந்துதொடங்கி எத்தனை உறுப்புக்களை எடுத்தால், கூட்டுத்தொகை $-162\frac{1}{2}$க்குச் சமமாகும் என்பவற்றைக் காண்க (ஆக ஆக. 60)

11. ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் ஆறாவது உறுப்பு இரண்டாவது உறுப்பின் ஆறுமடங்காகும். ஐந்தாம் உறுப்பு—$9\frac{1}{2}$ ஆகும்.

(i) 42ஆவது உறுப்பு எட்டாவது உறுப்பின் ஆறுமடங்காகும், என்பதைக் காட்டுக.

(ii) கூட்டுத்தொகை—465ஆக இருக்க முதலாவது உறுப்பிலிருந்து தொடங்கி எடுக்கவேண்டிய உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

12. ஒரு கூட்டல் விருத்தியில், 6ஆவது உறுப்பிற்கும் 26ஆவது உறுப்பிற்கும் உள்ள விகிதம்—7 : 1ஆகும். இந்த உறுப்புக்கள் இரண்டினதும் கூட்டுத்தொகை—2 ஆகும். முதல் 46 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

13. ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் முதல் உறுப்பு aயும், பொ. வி. 2aஉம் ஆகும். 2n உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை எப்பொழுதும் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைப்போல் நான்கு மடங்காகும் என்பதைக் காட்டுக. மறுதலையாக, 2n உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை, n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைப்போல் நான்கு மடங்கெனின், முதல் உறுப்பு பொது வித்தியாசத்தின் அரைப் பங்காகும் என்பதைக் காட்டுக.

14. ஒரு கூ. வி. இல் முதல் ஐந்து உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 65 ஆகும். முதல் பத்து உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 80 ஆகும். முதல் உறுப்பையும் பொது வித்தியாசத்தையுங் காண்க.

15. ஒரு கூ. வி. இன் முதல் நாலு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 26 ஆகும் முதல் எண்ணினதும் கடைசி எண்ணினதும் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை, இரண்டாவது, மூன்றாவது எண்களின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத் தொகையைவிட 16 கூடியது. எண்களைக் காண்க.

16. ஒரு கூ. வி. இலுள்ள நாலு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 28 ஆகும். இரண்டாவது, மூன்றாவது எண்களின் பெருக்கம், முதலாவது நாலாவது எண்களின் பெருக்கத்திலும் 18 கூடியது. எண்களைக் காண்க.

17. ஒரு கூ. வி இன் 5ஆவது உறுப்பு 3உம், ஒன்பதாவது உறுப்பு 8உம் ஆகும். அவற்றின் கூட்டுத் தொகை 136 எனின், விருத்தியின் எத்தனை உறுப்புக்கள் எடுக்கப்படவேண்டும்?

18. ஒரு கூ. வி. யின் முதல் உறுப்பு 2 ஆகும். கடைசி உறுப்பு 5, கூட்டுத் தொகை 49 ஆகும். உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கையையும் பொது வித்தியாசத்தையுங் காண்க.

19. ஒரு கூட்டல் விருத்தியின் முதல் நான்கு உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை முதல் எட்டு உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமமாகும். முதல் 3 உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை 27 ஆகும். முதல் உறுப்பையும் பொது வித்தியாசத்தையும் காண்க.

20. ஒரு கூட்டல் விருத்தியின் முதல் உறுப்பு 3உம், பதினைந்தாவது உறுப்பு—24உம் ஆகும். முதல் உறுப்பையும் உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையை எதிரெண்ணுக்க முதல் உறுப்பில் தொடங்கி எடுக்கவேண்டிய உறுப்புக்களின் மிகக் குறைந்த எண்ணிக்கையையும் காண்க. (யூலை 57)

21. 100 இற்குப் பதிந்த் 3ஆல் வகுபடத் தக்க எல்லா எண்களினது கூட்டுத் தொகையைக் காண்க. (ஆ. க. ஆக. 59)

22. 150இற்கும் 250இற்கும் இடையில் உள்ள 7ஆல் வகுபடக்கூடிய எல்லா எண்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க. (ஆ.க. டிச. 59)

23. 50இற்கும் 150இற்கும் இடையில் உள்ள எல்லா ஒற்றை எண்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க. (யூலை 56)

24. 75க்கும் 150க்கும் இடையிலுள்ள 2ஆல் திருத்தமாக பிரிக்கக்கூடியதும் ஆனால் 5ஆல் பிரிக்கமுடியாததுமான எல்லா எண்களினதும் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க. (ஆக. 60)

25. 100க்குக் குறைந்ததும் 7ஆல் பிரிக்கமுடியாததுமான எல்லா நேர் முழு எண்களினதும் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க (டிச. 56)

26. 300க்குக் குறைந்த நேர் எண்களில் 3ஆல் திருத்தமாகப் பிரிக்க முடியாதவற்றின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க. (டிச. 58)

27. விமானம் ஒன்றிலிருந்து ஒரு குண்டு போடப்படுகிறது. எந்த ஒரு செக்கனிலும் அது கீழே விழும் தூரம், அதற்கு நேரே முந்திய செக்கனில் விழுந் தூரத்தைவிட 32 அடி கூடியது. குண்டானது முதல் செக்கனில் 16 அடி தூரம் விழுந்தால் அது 10 ஆவது செக்கனில் விழுந் தூரத்தைக் காண்க. 15 செக்கனில் அது விழுந்தூரம் என்ன ? 6,400 அடி உயரத்திலிருந்து குண்டு போடப்படுகிறதெனின், அது தரையை வந்து அடைய எவ்வளவு நேரம் செல்லும் ?
(டிச. 53)

28. 50இலிருந்து 150 வரைக்கும் (இவ்விரண்டும் உட்பட) உள்ள 8ஆல் பிரிக்கமுடியாத எல்லா முழுவெண்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க. (டிச. 63)

29. குழந்தைகளின் உருளைக்கிழங்குப் பந்தயம் ஒன்றில், 1 யார் இடைத் தூரத்தில் n உருளைக் கிழங்குகள் ஒரு நேர் கோட்டில் வைக்கப்படுகின்றன. போட்டியில் ஈடுபடுவோன் ஒருவன் இக் கோட்டில் மிகக் கிட்டிய கிழங்கிலிருந்து 5 யார் தூரத்தில் இருந்து தொடங்குகிறான். முழுக் கிழங்குகளையும் ஒரு நேரத்தில் ஒன்றாக எடுத்து, ஒரு நேரத்தில் ஒன்றாகத் தொடக்கப் புள்ளிக்குக் கொண்டுவந்து சேகரிப்பதில் அவன் ஓடிய முழுத் தூரத்தையும் குறிக்கும் ஒரு கோவையைக் காண்.

30. கூ. வி. இலுள்ள ஆறு உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 345 ஆகும். முதலாவதிற்கும் ஆறுவதிற்கும் வித்தியாசம் 55 ஆகும். எண்களைக் காண்க.

31. ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் மூன்றாவது உறுப்பு 14உம் முதல் எட்டு உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 148உம் ஆகும். முதல் இருபது உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.
(டிச 61)

அத்தியாயம் 17

பெருக்கல் விருத்தி :

ஒரு தொடரில், ஒவ்வொரு உறுப்பும் அதற்கு முன்னடுத்துள்ள உறுப்பை ஒரு நிலையான கணியத்தால் பெருக்குவதாற் பெறப்படுமானால் அத்தொடர் பெருக்கல் விருத்தி அல்லது சுருக்கமாக பெ. வி. எனக் கூறப்படும்.

நிலையான கணியம், விருத்தியின் பொது விகிதம் எனக் கூறப்படும்.

1, 2, 4, 8, 16......உம், $-2, 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}$ உம் பெருக்கல் விருத்தியின் உதாரணங்களாகும். முதலாவதில் பொது விகிதம் 2உம், இரண்டாவதில் அது $-\frac{1}{2}$உம் ஆகும்.

ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் நியம வடிவம் a, ar, ar^2...ஆகும் இதில் a என்பது முதல் உறுப்பும் r என்பது பொது விகிதமும் ஆகும்.

பெருக்கல் விருத்தியிலுள்ள ஒரு தொடரின் n ஆவது உறுப்பு:

முதல் உறுப்பை a ஆகவும், பொது விகிதத்தை r ஆகவும் கொள்க.

அப்பொழுது, 2 ஆவது உறுப்பு ar ஆகும்.

3 ஆவது உறுப்பு ar^2 ஆகும்.

4 ஆவது உறுப்பு ar^3 ஆகும்.

அவ்வகையாக, எந்த ஒரு உறுப்பிலும் r இன் குறிகாட்டி, தொடரில் அந்த உறுப்பின் எண்ணிக்கையைவிட 1 குறைவுடையதாகும்.

ஆகவே n ஆவது உறுப்பில் r இன் குறிகாட்டி $n-1$ ஆகும்.

எனவே n ஆவது உறுப்பு, ar^{n-1} ஆகும்.

உதாரணம் 1. 8, 16, 32......என்ற தொடரில் 5ஆவது 9வது உறுப்புக்களைக் காண்க.

இதில் $a=8$ உம், $r=\frac{16}{8}=2$ உம் ஆகும்.

$\therefore$ 5ஆவது உறுப்பு $= ar^4 = 8\times 2^4 = 128$

9ஆவது உறுப்பு $= ar^8 = 8\times 2^8 = 2{,}048$.

உதாரணம் 2. பெ.வி. இலுள்ள ஒருதொடரின் முதல் உறுப்பு 3உம், 4ஆவது உறுப்பு $\frac{1}{9}$ உம் ஆகும். 8ஆவது உறுப்பைக் காண்க.

இங்கே $a=3$ ஆகும்.

பொது விகிதத்தை r எனக் கொள்க.

4ஆவது உறுப்பு $= ar^3 = 3r^3$

வினவின்படி, $3r^3=\frac{1}{9}$. $\therefore r^3=\frac{1}{9\times3}$ $\therefore r=\frac{1}{3}$

$\therefore$ 8ஆவது உறுப்பு $=ar^7=3\left(\frac{1}{3}\right)^7=\frac{3}{3^7}=\frac{1}{3^6}=\frac{1}{729}$

உதாரணம் 3. $-1, 2, -4, 8\ldots$ என்ற தொடரில் -64 எத்தனையாவது உறுப்பாகும்?

-64ஐ n ஆவது உறுப்பு எனக் கொள்க.

இங்கே $a=-1, r=\frac{2}{-1}=-2$ ஆகும்.

n ஆவது உறுப்பு $=ar^{n-1}=(-1)\ (-2)^{n-1}=-64$

$\therefore\ (-2)^{n-1}=\frac{-64}{-1}=64=(-2)^6$

$\therefore\ n-1=6$ (குறி காட்டிகளைச் சமப்படுத்துவதால்)

$\therefore\ n=7$

$\therefore\ -64$ என்பது 7ஆவது உறுப்பாகும்.

பெருக்கல் விருத்தியிலுள்ள ஒரு தொடரின் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை.

முதல் உறுப்பை a எனவும், rஐப் பொது விகிதம் எனவும், Sஐ n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை எனவுங் கொள்க.

அப்பொழுது n ஆவது உறுப்பு, ar^{n-1} ஆகும்; $(n-1)$ ஆவது உறுப்பு ar^{n-2} ஆகும்

$S=a+ar+ar^2\ldots\ldots+ar^{n-2}+ar^{n-1}\ldots$ (1)

$S\times r=ar+ar^2+ar^3\ldots\ldots+ar^{n-2}+ar^{n-1}+ar^n\ldots\ldots$ (2)

[(1)ஐ r ஆல் பெருக்குவதால்]

(1)$-$(2); $S-Sr=a-ar^n$

$\therefore\ S(1-r)=a(1-r^n)$

$\therefore\ S=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$

உதாரணம் 1. முதல் உறுப்பை 1 ஆகவும், கடைசி உறுப்பை 64 ஆகவும், பொது விகிதத்தை 2 ஆகவும் கொண்ட பெருக்கல் விருத்தித் தொடரின் கூட்டுத் தொகையைக்காண்க. (யூலை 48)

இத் தொடரில் n உறுப்புக்கள் உள்ளன எனக் கொள்க.

ஆகவே n ஆவது உறுப்பு (கடைசி உறுப்பு) $=ar^{n-1}=64$

$\therefore\ 2^{n-1}=64$

$\therefore\ 2^{n-1}=2^6$ ($a=1$, $r=2$ ஆனபடியால்)

$\therefore\ n-1=6$ (குறி காட்டிகளைச் சமப்படுத்துவதால்)

$\therefore\ n=7$

$\therefore$ தொடரின் கூட்டுத் தொகை $=\frac{a(1-r^n)}{1-r}=\frac{1(1-2^7)}{1-2}$

$=\frac{1-128}{-1}=127$

உதாரணம் 2. ஒரு பெருக்கல்விருத்தியில் முதல் உறுப்பு 7உம் கடைசிக்கு முன்னடுத்த உறுப்பு 112உம், கடைசி உறுப்பு -224உம் ஆகும். தொடரின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

இங்கே $a=7$உம், $r=\frac{-224}{112}=-2$ம் ஆகும்.

தொடரில் உள்ள உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கையை n எனக் கொள்க.

அப்பொழுது n ஆவது உறுப்பு $=ar^{n-1}=-224$

$\therefore\ 7(-2)^{n-1}=-224$

$\therefore\ (-2)^{n-1}=\frac{224}{7}=-32$

$\therefore\ (-2)^{n-1}=(-2)^5$

$\therefore\ n-1=5$

$\therefore\ n=6$

$\therefore$ தொடரின் கூட்டுத் தொகை $=\frac{a(1-r^n)}{1-r}=\frac{7[1-(-2)^6]}{1-(-2)}$

$$= \frac{7(1-64)}{1+2} = \frac{-7\times 63}{3} = -147$$

பெருக்கல் இடை : மூன்று கணியங்கள் பெருக்கல் விருத்தியில் இருக்கும்பொழுது, நடுக்கணியம், மற்ற இரண்டிற்கும் இடையே உள்ள பெருக்கல் இடை எனப்படும்.

aயும் bயும் என்ற இரண்டு கொடுக்கப்பட்ட கணியங்களுக்கு இடையே உள்ள பெருக்கல் இடை. (பெ. இ.)

பெருக்கல் இடையை x எனக் கொள்க. அப்பொழுது வரைவிலக்கணத்தின்படி a, x, b என்பன பெ. வி. இல் உள்ளனவாகும்.

$\therefore \ \frac{x}{a} = \frac{b}{x} \quad \therefore x^2 = ab \quad \therefore \ x = \sqrt{ab} \quad \therefore$ பெ.இ. $= \sqrt{ab}$

(நேர் மூலத்தை எடுப்பதே வழக்கமாகும்.)

அவ்விதமாக, கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு கணியங்களுக்கு இடையே உள்ள இடையானது, அவற்றின் பெருக்கத்தின்வர்க்க மூலமாகும்.

உதாரணம் 3. 3க்கும் 48க்கும் இடையே உள்ள பெருக்கல் இடையைக் காண்க.

பெருக்கல் இடை $= \sqrt{3\times 48} = 12$

பலவின உதாரணங்கள் :

உதாரணம் 1. ஒரு பெ.வி.இன் 5 ஆவது உறுப்பு இரண்டாவது உறுப்பின் எண் மடங்காகும். மூன்றாவது உறுப்பு 12 ஆகும். தொடரைக் காண்க.

aஐ முதல் உறுப்பாகவும், rஐப் பொது விகிதமாகவும் கொள்க.

2 ஆவது உறுப்பு $= ar$ உம் 5 ஆவது உறுப்பு $= ar^4$ உம் ஆகும்.

வினாவின்படி, $ar^4 = 8ar \quad \therefore r^3 = 8 \quad \therefore r = 2$

3 ஆவது உறுப்பு $ar^2 = 12$ அதாவது $a\times r^2 = 12 \ \therefore a = \frac{12}{4} = 3$

$\therefore$ தொடர் 3, 6, 12, 24 ...... ஆகும்.

உதாரணம் 2. n இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் பெ. வி. இலுள்ள ஒரு தொடரின் n ஆவது உறுப்பு 2×3^n ஆகும். (i) முதல் உறுப்பையும் (ii) பொது விகிதத்தையும் (iii) n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையையும் மிகச் சுருக்கமான வடிவிற் காட்டும் கோவையையும் காண்க.

(தொடரின் 1 ஆம், 2ஆம், 3ஆம் உறுப்புக்கள், $n = 1, 2, 3$ என்னும் பெறுமானங்களைப் பிரதியீடு செய்து பெறப்படும்.

$\therefore$ 1ஆம் உறுப்பு $= 2\times 3^1 = 6$

2ஆம் உறுப்பு $= 2\times 3^2 = 18$

3ஆம் உறுப்பு $= 2\times 3^3 = 54$

(i) $\therefore$ முதல் உறுப்பு 6 ஆகும்.

(ii) பொது விகிதம் $= \frac{18}{6} = 3$

(iii) 6, 18, 54, 162......என்பது தொடராகும்.

இத் தொடரின் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை,

$$= \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{6(1-3^n)}{1-3}$$

$$= -3(1-3^n) = 3(3^n - 1)$$

உதாரணம் 3. கூட்டல் இடையை $\frac{5}{2}$ ஆகவும் பெருக்கல் இடையை $\frac{3}{2}$ ஆகவும் கொண்ட இரு எண்களைக் காண்க. (டி.ச. 49)

எண்களை aயும் bயும் எனக் கொள்க.

கூட்டல் இடை $= \frac{a+b}{2} = \frac{5}{2}$

$\therefore \ a+b = 5 \quad \ldots \ (1)$

பெருக்கல் இடை, $= \sqrt{ab} = \frac{3}{2}$

$\therefore \ ab = \frac{9}{4} \quad \ldots \ (2)$ (இரு பக்கங்களையும் வர்க்கிப்பதால்)

(1) இலிருந்து $a = 5-b$

$a = 5-b$ என்பதை (2) இல் பிரதியீடு செய்வதால்.

$(5-b)\,b=\frac{9}{4}$ $\therefore\ 4b\,(5-b)=9$

$\therefore\ 20b-4b^2-9=0$

$\therefore\ 4b^2-20b+9=0$ (-1ஆல் பெருக்குவதால்)

$\therefore\ 2b(2b-9)-1(2b-9)=0$

$\therefore\ (2b-9)\,(2b-1)=0$ $\therefore\ b=\frac{9}{2}$ அல்லது $\frac{1}{2}$

$b=\frac{9}{2}$ எனின் $a=\frac{1}{2}$

$b=\frac{1}{2}$ எனின் $a=4\frac{1}{2}$ (1 இல் பிரதியீடு செய்வதால்)

$\therefore$ இரு எண்களும் $4\frac{1}{2}$ உம் $\frac{1}{2}$ உம் ஆகும்.

உதாரணம் 4. 9 நேர் உறுப்புக்களைக் கொண்ட ஒரு பெருக்கல் விருத்தித் தொடரில், கடைசி உறுப்பு, நடு உறுப்பின் 16 மடங்காகும். எல்லா உறுப்புக்களின்கூட்டுத் தொகையும் 1,533 ஆகும். முதல் உறுப்பைக் காண்க. (டிச. 48)

முதல் உறுப்பை a எனவும் பொது விகிதத்தை r எனவும் கொள்க.

நடு உறுப்பு (5ஆவது) $=ar^4$; கடைசி உறுப்பு (9ஆவது) $=ar^8$
வினவின்படி $ar^8=16ar^4$ $\therefore\ r^4=16$ $\therefore\ r=\pm 2$

$\therefore$ பொது விகிதம் $=2$ (உறுப்புக்கள் நேரானபடியால்)

9 உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை, $\frac{a(1-2^9)}{1-2}=1{,}533$

$\therefore\ \frac{a(1-512)}{1-2}=1{,}533$

$\therefore\ a\times 511=1{,}533$

$\therefore\ a=\frac{1{,}533}{511}=3$

$\therefore$ முதல் உறுப்பு $=3$.

உதாரணம் 5: இரு நேர் எண்களுக்கு இடையே உள்ள கூட்டல் இடையானது அவற்றின் பெருக்கல் இடையின் $\frac{5}{4}$ மடங்காகும். பெரிய எண்ணிற்குச் சிறிய எண் என்ன விகிதத்தில் உள்ளதென்பதைக் காண்க. (டிச. 50)

எண்களை a யும் b யும் எனக் கொள்க.

கூட்டல் இடை $=\frac{a+b}{2}$; பெருக்கல் இடை $=\sqrt{ab}$

வினவின்படி, $\frac{a+b}{2}=\frac{5}{4}\sqrt{ab}$

$\therefore\ 2(a+b)=5\sqrt{ab}$ (4 ஆல் பெருக்குவதால்)

$\therefore\ 4(a+b)^2=25\,ab$ (இரு பக்கங்களையும் வர்க்கிப்பதால்)

$\therefore\ 4(a^2+2ab+b^2)=25\,ab$

$\therefore\ 4a^2+8ab+4b^2-25ab=0$

$\therefore\ 4a^2-17ab+4b^2=0$

$\therefore\ 4a^2-16ab-ab+4b^2=0$ ($-17ab$ஐ, $-16ab$, $-ab$ ஆகப் பிரித்து எழுதுவதால்)

$\therefore\ 4a\,(a-4b)-b\,(a-4b)=0$

$\therefore\ (4a-b)\,(a-4b)=0$

$\therefore\ 4a=b$ அல்லது $a=4b$

$\therefore\ a:b=1:4$ அல்லது $a:b=4:1$

$\therefore$ பெரிய எண்ணிற்குச் சிறிய எண் உள்ள விகிதம் $=4:1$

உதாரணம் 6. ஒரு கூட்டல் விருத்தியின் முதல் மூன்று உறுப்புக்களையும், முறையே 2, 2, 6 ஆல் அதிகரிக்கும்பொழுது பெறப்படும் எண்கள் பெ.வி.இல் அமைகின்றன. கூ.வி. இன் முதல் உறுப்பு 2 ஆகும். கூட்டல் விருத்தியின் பொது வித்தியாசத்தையும் பெருக்கல் விருத்தியின் பொது விகிதத்தையுங் காண்க.

இரு தொடர்களும் தொடரப்பட்டால், பெ.வி. இன் முதல் பத்து உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை, கூட்டல் விருத்தியின் முதல் பத்து உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையை விட எவ்வளவு கூடியது எனக் காண்க. (டிச. 51)

கூ.வி.இன் பொது வித்தியாசத்தை d எனக் கொள்க.

கூ.வி.இன் முதல் மூன்று உறுப்புக்களும் $2,\ 2+d,\ 2+2d$ ஆகும்.

இவ்வுறுப்புக்கள் அதிகரிக்கும்பொழுது, 4, $4+d$, $8+2d$ ஆகும். இவை பெ.வி.இல் உள்ளன.

$\therefore$ பெ.வி.இன் பொது விகிதம் $= \frac{4+d}{4} = \frac{8+2d}{4+d}$

$$\therefore \ (4+d)^2 = 4\,(8+2d)$$

$$\therefore \ 16+8d+d^2 = 32+8d$$

$$\therefore \ d^2 = 16 \quad \therefore d = \pm 4$$

$d=4$ ஆனால், பெ.வி. இன் பொ.வி. $= \frac{4+4}{4} = 2$

$d=-4$ ஆனால், பெ.வி.இன் பொ.வி. $= \frac{4-4}{4} = 0$

$\therefore$ $d=-4$ என்ற பெறுமானம் பொருந்தாது.

$\therefore$ கூ. வி. இன் பொ.வி. 4 உம், பெ. வி. இன் பொ.வி. 2 உம் ஆகும்.

கூ.வி.இன் முதல் பத்து உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை

$$= \frac{10}{2}\,(2\times 2+9\times 4) = 5\,(4+36) = 200$$

பெ.வி. இன் முதல் பத்து உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை

$$= \frac{4(1-2^{10})}{1-2} = \frac{4(1-1{,}024)}{-1} = \frac{4(-1{,}023)}{-1} = 4{,}092$$

$\therefore$ பெ.வி. இன் கூட்டுத் தொகை, கூ. வி. இன் கூட்டுத் தொகையைவிட $4092-200$ அதாவது 3,892 கூடியது.

உதாரணம் 7. ஒருபெருக்கல் விருத்தித் தொடரின் அடுத்துள்ள மூன்று உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை $3\frac{1}{2}$ ஆகும். அவற்றின் பெருக்கம் 1 ஆகும். இந்த மூன்று உறுப்புக்களையுங் காண்க.
(நொவ. 47 & டிச. 49)

மூன்று உறுப்புக்களையும் $\frac{a}{r}$, a, ar எனக் கொள்க.

அவற்றின் பெருக்கம் $= \frac{a}{r} \times a \times ar = 1 \quad \therefore \ a^3 = 1 \quad \therefore a = 1$

கூட்டுத் தொகை $= \frac{a}{r} + a + ar = 3\frac{1}{2}$

$\frac{1}{r} + 1 + r = \frac{7}{2}$ (a=1 என்பதைப் பிரதியீடுசெய்வதால்)

$\therefore$ $2+2r+2r^2 = 7r$ ($2r$இல் பெருக்குவதால்)

$\therefore$ $2r^2 - 5r + 2 = 0$

$\therefore$ $2r^2 - 4r - r + 2 = 0$

$\therefore$ $2r(r-2) - 1(r-2) = 0$

$\therefore$ $(r-2)\,(2r-1) = 0 \quad \therefore \ r = 2$ அல்லது $\frac{1}{2}$

$r=2$ ஆனால், உறுப்புக்கள் $\frac{1}{2}$, 1, 2 என்பனவாகும்.

$r=\frac{1}{2}$ ஆனால், உறுப்புக்கள் $\frac{1}{\frac{1}{2}}$, 1, $\frac{1}{2}$ அல்லது 2, 1, $\frac{1}{2}$ என்பனவாகும்.

உதாரணம் 8: ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் முதல் மூன்று உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை 12 ஆகும். முதல் ஆறு உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை, அடுத்த ஆறு உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையின் 64 மடங்காகும். முதல் உறுப்பையும் விருத்தியின் பொது விகிதத்தையும் காண்க. **(யூலை 47)**

முதல் உறுப்பை a எனவும், பொது விகிதத்தை r எனவும் கொள்க.

முதல் மூன்று உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை $= \frac{a(1-r^3)}{1-r} = 12$

முதல் ஆறு உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை $= \frac{a(1-r^6)}{1-r}$

(7-ஆவது உறுப்பு ar^6 உம் 12ஆவது உறுப்பு ar^{11} உம் ஆகும். 7ஆவது உறுப்புத் தொடங்கி 12ஆவது உறுப்பு வரையும் உள்ள ஆறு உறுப்புக்களும், முதல் உறுப்பை ar^6 ஆகவும் பொது விகிதத்தை r ஆகவும் கொண்ட ஒரு பெ. வி. இல் உள்ளன.)

$\therefore$ அடுத்த 6 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை $= \frac{ar^6(1-r^6)}{1-r}$

வினவின்படி, $\frac{64ar^6(1-r^6)}{1-r} = \frac{a(1-r^6)}{1-r}$

$\therefore \quad 64r^6=1$

$\therefore \quad r^6=\frac{1}{64} \quad r=\pm\frac{1}{2}$

$\frac{a(1-r^3)}{1-r}=12$ என்பதில் r இன் பெறுமானங்களைப்

பிரதியீடு செய்வதால்

$r=\frac{1}{2}$ ஆனால், $\frac{a[1-(\frac{1}{2})^3]}{1-\frac{1}{2}}=12$ ie $\frac{a\times\frac{7}{8}}{\frac{1}{2}}=12. \quad \therefore a=\frac{48}{7}$

$r=-\frac{1}{2}$ ஆனால், $\frac{a[1-(-\frac{1}{2})^3]}{1-(-\frac{1}{2})}=12$

$\therefore \frac{a(1+\frac{1}{8})}{1+\frac{1}{2}}=12 \quad \therefore \quad a=16$

$\therefore$ முதலாம் உறுப்பு $\frac{48}{7}$, பொதுவிகிதம் $\frac{1}{2}$ அல்லது

முதலாம் உறுப்பு 16, பொதுவிகிதம் $-\frac{1}{2}$.

உதாரணம் 9: 17 உறுப்புக்களைக் கொண்ட ஒரு கூட்டல் விருத்தியின் முதல் உறுப்பு -16 ஆகும். 9 நேர் உறுப்புக்களைக் கொண்ட ஒரு பெருக்கற் தொடரின் முதல் உறுப்பு 1 ஆகும். கூட்டற் தொடரின் பொது வித்தியாசம், பெருக்கற் தொடரின் பொது விகிதத்தின் வர்க்கமாகும். இருதொடர்களின் நடு உறுப் புக்கள் சமமாகும். இரு தொடர்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க. (யூலை.48)

கூ. வி இன் பொது வித்திய சத்தை d எனவும்,

பெ.வி. இன் பொது விகித்தை r எனவும் கொள்க.

வினாவின்படி, $d=r^2$......(1)

கூட்டல் விருத்தியின் நடு உறுப்பு (9 ஆவது) $=a+8d=-16+8d$

பெருக்கல் விருத்தியின் நடு உறுப்பு (5 ஆவது) $=ar^4=1\times r^4=r^4$

வினாவின்படி, $r^4=-16+8d$

$\therefore r^4=-16+8r^2$ ($d=r^2$ என்பதைப் பிரதியீடு செய்வதால்)

$\therefore \quad r^4-8r^2+16=0 \qquad \therefore \quad (r^2-4)^2=0$

$\therefore \quad r^2-4=0 \qquad \therefore \quad r=\pm 2$

$\therefore$ பெ. வி. இன் பொது விகிதம் 2 ஆகும். (உறுப்புக்கள் நேரானவையானபடியால்)

$\therefore$ கூ. வி. இன் பொது வித்தியாசம் $=r^2=4$

கூ.வி. இன் கூட்டுத் தொகை $=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

$=\frac{17}{2}[2(-16)+(17-1)4]$

$=\frac{17}{2}(-32+64)=272$

பெ.வி. இன் கூட்டுத்தொகை $=\frac{a(1-r^n)}{1-r}=\frac{(1-2^9)}{1-2}=\frac{1-512}{-1}=511$

உதாரணம். 10 ஒரு கூட்டல் விருத்தியின் முதல் ஐந்து உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை 135 ஆகும். கூ.வி. இன் இரண்டாவது, ஆறுவது, பன்னிரண்டாவது உறுப்புக்கள் பெ.வி., இலுள்ளன. கூ. வி. இன் முதல் உறுப்பையும் பெ. வி. இன் பொது விகிதத்தையும் காண்க (யூலை 52)

a ஐ கூ.வி. இன் முதல் உறுப்பாகவும் d ஐ அதன் பொது வித்தியாசமாகவும் கொள்க

5 உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை $=\frac{5}{2}(2a+4d)=135$

$\therefore \quad 5(2a+4d)=270$

$\therefore \quad a+2d=27 \quad \ldots\ldots \quad (1)$

தொடரின் 2ஆம் 6ஆம், 12ஆம் உறுப்புக்களாவன $a+d, \quad a+5d, \quad a+11d$

இவை மூன்றும் பெ. வி. இல் உள்ளன வ னபடியால்

பொது விகிதம் $=\frac{a+5d}{a+d}=\frac{a+11d}{a+5d}$

$\therefore \quad (a+5d)^2=(a+d)(a+11d)$ (குறுக்கே பெருக்குவதால்)

$\therefore \quad a^2+10ad+25d^2=a^2+12ad+11d^2$

$\therefore \quad 14d^2=2ad$

$\therefore \quad 14d=2a \qquad \therefore \quad a=7d$

$a=7d$ என்பதை (1) இல் பிரதியீடு செய்வதால்

$7d+2d=27. \qquad \therefore \quad 9d=27 \qquad \therefore \quad d=3$

$d=3$ என்பதை (1) இல் பிரதியீடு செய்வதால் $a+6=27$ $\therefore a=21$

∴ முதல் உறுப்பு 21உம் பொது வித்தியாசம் 3உம் ஆகும்.

$$\text{பெ.வி. இன் பொ. வி.} = \frac{21+5\times 3}{21+3} = 1\tfrac{1}{2}$$

உதாரணம் 11. ஒரு பெருக்கற் தொடர் 50 உறுப்புக்களைக் கொண்டது. எல்லா உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை. ஒற்றை இடங்களில் உள்ள உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையின் நான்கு மடங்காகும். பொது விகிதத்தைக் காண்க. (யூலை 51)

முதல் உறுப்பை a எனவும், பொது விகிதத்தை r எனவும் கொள்க. அப்பொழுது தொடர் $a, ar, ar^2, \ldots ar^{49}$ ஆகும்

$$50 \text{ உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை} = \frac{a(1-r^{50})}{1-r}$$

ஒற்றை இடத்து உறுப்புக்கள், முதல் உறுப்பை a ஆகவும் பொது விகிதத்தை r^2 ஆகவும், கடைசி உறுப்பை ar^{48} ஆகவும், கொண்ட ஒரு பெ. வி இல் உள்ளன.

இத் தொடரின் 25 உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை

$$= \frac{a[1-(r^2)^{25}]}{1-r^2}$$

$$= \frac{a(1-r^{50})}{1-r^2}$$

$$\text{வினாவின்படி}, \frac{a(1-r^{50})}{1-r} = \frac{4a(1-r^{50})}{1-r^2} = \frac{4a(1-r^{50})}{(1-r)(1+r)}$$

$$\therefore 1 = \frac{4}{1+r} \quad \therefore 1+r=4$$

$$\therefore r=4-1=3$$

∴ பொது விகிதம் 3 ஆகும்.

உதாரணம் 12. ஒரு பெ.வி. இல 2ஆவது உறுப்பு ஐந்தாவது உறுப்பிற்கு $-1:8$ என்னும் விகிதத்தில் உள்ளது. முதலாம், மூன்றும் உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை $-1\frac{1}{4}$ ஆனால் (i) 10ஆவது உறுப்பையும் (ii) கூட்டுத்தொகை $21\frac{1}{4}$-க்குச் சமமாகும்வண்ணம், முதல் உறுப்பில் தொடங்கி எத்தனை உறுப்புக்கள் எடுக்கப்பட வேண்டும் என்பதையும் காண்க. (டிச. 57)

முதல் உறுப்பை a எனவும், பொது விகிதத்தை r எனவும் கொள்க.
2ஆவது உறுப்பு 5 ஆவதிற்கு உள்ள விகிதம் $= ar : ar^4 = -1:8$

$$\therefore \frac{ar^4}{ar} = \frac{8}{-1} = -8$$

$$\therefore r^3 = -8 \quad \therefore r=-2$$

1ஆவது உறுப்பு+மூன்றாவது உறுப்பு$=a+ar^2=a+4a=5a$

$$\text{வினாவின்படி } 5a=-1\tfrac{1}{4} \quad \therefore a = \frac{-5}{4\times 5} = -\tfrac{1}{4}$$

(i) 10 ஆவது உறுப்பு $= ar^9 = -\frac{1}{4}(-2^9) = -\frac{1}{4}(-512) = 128$

(ii) n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை $= -\dfrac{\frac{1}{4}[1-(-2)^n]}{1-(-2)} = 21\frac{1}{4}$

$$\therefore -\frac{\frac{1}{4}[1-(-2)^n]}{3} = \frac{85}{4}$$

$\therefore -[1-(-2)^n] = 3\times 85$ (குறுக்கே பெருக்குவதால்)

$\therefore -1+(-2)^n = 85\times 3$

$\therefore (-2)^n = 85\times 3+1 = 256 = (-2)^8$

$\therefore n = 8$

∴ 8 உறுப்புக்கள் எடுக்கப்பட வேண்டும்.

உதாரணம் 13. 2, 2^2, 2^3, 2^4 என்ற தொடரில், கூட்டுத் தொகை 2,050இலும் குறைவுள்ளதாக இருக்கும் பொருட்டு எடுக்கப்படவேண்டிய உறுப்புக்களின் அதி கூடிய எண்ணிக்கையைக் காண்க. அவற்றின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க. (ஆக 58)

இங்கே $a=2$, பொ.வி.$=2$

உறுப்புக்களின் அதி கூடிய எண்ணிக்கையை n எனக் கொள்க.

$$\text{அப்பொழுது } n \text{ உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை} = \frac{2(1-2^n)}{1-2}$$

$$\text{வினாவின்படி}, \frac{2(1-2^n)}{1-2} < 2050$$

$\therefore \quad \frac{1-2^n}{-1} < 1\ 025$

$\therefore \quad 2^n < 1{,}025+1$

$\therefore \quad 2^n = 1{,}024$ (1,02 இற்குக் குறைந்த 2இன் கூடிய அடுக்கு)

$\therefore \quad 2^n = 2^{10}$

$\therefore \quad n = 10$

$\therefore$ உறுப்புக்களின் அதி கூடிய எண்ணிக்கை 10 ஆகும்.

$$S_{10} = \frac{a(r^n-1)}{r-1} = \frac{2(2^{10}-1)}{2-1} = 2^{11}-2 = 2{,}046$$

பயிற்சி 17 (a)

1. ஒரு பெ.வி இன் 2 ஆவது உறுப்பு 18 உம் 5 ஆவது உறுப்பு 486 உம் ஆகும். (a) முதல் உறுப்பையும் (b) பொது விகிதத்தையும் காண்க.

2. ஒரு பெ. வி இன் ஐந்தாவது உறுப்பு 64 உம் ஏழாவது உறுப்பு 729உம் ஆகும் 13 ஆவது உறுப்பைக் காண்க.

3. ஒரு பெ வி. இன் இரண்டாவது உறுப்பு 4 உம் 7 ஆவது உறுப்பு $\frac{1}{2}$ உம் ஆகும். 3 ஆவது உறுப்பையும் 10 ஆவது உறுப்பையும் காண்க.

4. ஒரு பெ வி. இன் முதல் உறுப்பு $\frac{9}{4}$ உம் நான்காவது உறுப்பு $\frac{16}{3}$ உம் ஆகும் ஐந்தாவது உறுப்பைக் காண்க.

5. $15\frac{3}{16}, -10\frac{1}{8}, 6\frac{3}{4}$ என்ற பெ.வி. இன் பத்தாவது உறுப்பைக் காண்க.

6. (i) $-\frac{1}{4}, +\frac{1}{2}, -1$......$(ii)$ $40\frac{1}{2}$, 27, 18........என்ற தொடர்களின் n ஆவது உறுப்புக்களைக் காண்க.

7. n இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும், ஒரு பெ. வி. இன் n ஆவது உறுப்பு $2(1{\cdot}5)^{n-1}$ ஆகும் எனில் (a) முதல் உறுப்பு (b) இரண்டாவது உறுப்பு (c) பொது விகிதம் என்பவற்றின் பெறுமானங்களை எழுதுக.

8. ஐந்து எண்கள் ஒரு பெ வி. இல் உள்ளன எனின் முதலாவது, மூன்றாவது, ஐந்தாவது எண்களும் பெருக்கல்விருத்தியில் உள்ளன என்பதை நிறுவுக. முதல் எண் 3 உம் 5 ஆவது எண் 27 உம் ஆனால் 3 ஆவது எண்ணைக்காண்க.

9. ஒரு கிராமப்போன் ஊசி தொடக்கத்தில் 1.2 அங். நீளமானது. ஊசியை ஒரு முழுத் தட்டிற்கு உபயோகிக்கும் பொழுது, அது தொடக்கத்தில் இருந்த நீளத்தில் ஒரு நூற்று வீதம் குறைகிறது. ஊசி ஒரு அங்குலத்திற்குக் குறைந்தால் அது உபயோகம் அற்றதாகி விடுகிறது. ஊசியைக் கொண்டு எத்தனை முழுத் தட்டுக்களைப் பாடுவிக்கலாம் என்பதைக் காண்க.

10. ஒரு பிலியாட் பந்தானது ஒரு மெத்தையைத் தாக்கும் ஒவ்வொரு நேரத்திற்கும், அதன் வேகம் பத்திலொரு பங்கு குறைகிறது. அதன் ஆரம்ப வேகம் செக்கனுக்கு r அடி எனின் அது n முறைகள் தாக்கியபின் வேகத்தைக் காண்க. $r=20$ ஆனல் $n=4$ ஆனல் இந்த வேகம் என்னவாயிருக்கும்?

11. ஒரு கூ. வி. இன் 2 ஆவது, 4 ஆவது, 9 ஆவது உறுப்புக்கள் ஒரு பெ. வி. ஐ அமைக்கின்றன. கூ. வி. இன் முதல் உறுப்பு 2. ஆனல், மேலே கூறப்பட்ட மூன்று உறுப்புக்களையும் காண்க.

12. ஒரு பெ. வி. இல் 2ஆவது உறுப்பு 6உம் 6வது உறுப்பு 486உம் ஆகும். தொடரைக் காண்க. (ஆ. க. ஆக. 59)

13. ஒரு தொடரின் முதலாம் இரண்டாம் உறுப்புக்கள் முறையே 8 உம் 6 உம் ஆகும். இத் தொடர் கூட்டல் விருத்தியில் உள்ளதெனில் 19ஆம் உறுப்பையும், பெருக்கல் விருத்தியில் உள்ளதெனில் 5ஆம் உறுப்பையும் காண்க.

14. ஒரு கூ. வி. இன் முதலாம், இரண்டாம், நான்காம் உறுப்புக்கள், ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் அடுத்துள்ள மூன்று உறுப்புக்களாகத் தாமே அமைந்து கொள்ளுகின்றன. பொது வித்தியாசம் பூச்சியமல்லாவிடத்து, அது முதல் உறுப்பிற்குச் சமம் என்பதைக் காட்டுக.

15. ஒரு பெருக்கற் தொடரின் இரண்டாம் உறுப்பு 16 உம் ஐந்தாம் உறுப்பு 250 உம் ஆகும். முதல் உறுப்பையும் பொது விகிதத்தையுங் காண்க. (டிச. 51)

16. ஒரு பெருக்கற் தொடரில் மூன்ருவது உறுப்பு −8 உம் எட்டாவது உறுப்பு 256உம் ஆகும். முதற் பத்து உறுப்புக்களையும் பொது விகிதத்தையும் காண்க.

17. முதல் உறுப்பை a ஆகவும், பொது விகிதத்தை (1இற்குச் சமமில்லாத) r ஆகவும் கொண்ட பெருக்கற் தொடரின் கூட்டுத் தொகையை n உறுப்புக்களுக்குப் பெறுக. $r=1$ ஆனுல் இக் கூட்டுத் தொகை என்னவாகும்? (ஆக 50)

18. $a+\frac{a}{r}+\frac{a}{r^2}$ ......என்ற விருத்தியின் கூட்டுத் தொகையைச் சூத்திரத்தை உபயோகியாது n உறுப்புகளுக்குக் காண்க. $a=3$ ஆனுல், $r=\frac{1}{2}$ ஆனுல் 12 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 10,000 இலும் கூடியது என்பதை நிறுவுக.

19. ஒரு பெ. வி. யின் முதல் மூன்று உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை 79 உம், 2ஆவது உறுப்பு 21 உம் ஆகும், பொது விகிதத்தின் பொருத்தமான பெறுமானங்களைக் காண்க.

20. ஒரு பெ. வி. இன் மூன்ருவது, ஆருவது உறுப்புக்கள் 108 உம் 32 உம் ஆகும். முதல் ஏழு உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

21. ஒரு பெ. வி. இன் மூன்ருவது உறுப்பு $\frac{5}{6}$ ஆகும். ஆருவது உறுப்பு $6\frac{2}{3}$ ஆகும். (i) எட்டாவது உறுப்பையும், (ii) எட்டு உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையையும் காண்க. (ஆ.க. டிச.60)

22. ஒரு பெ. வி. இன் இரண்டாவது உறுப்பு 10 உம் முதலாம் மூன்றும் உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை 25 உம் ஆகும். 7ஆம் உறுப்பைக் காண்க. பொருத்தமான இரண்டு விடைகளையும் தருக. (யூலை 56)

23. ஒரு பெ. வி. இன் மூன்ருவது உறுப்பு 72 உம் முதல் மூன்று உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை 56 உம் ஆகும். ஆருவது உறுப்பைக் காண்க. பொருத்தமான இரண்டு விடைகளையுந் தருக. (யூலை 57)

24. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியிலுள்ள மூன்ருவது உறுப்பு 72 முதல் மூன்று உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை 56 ஆகும். ஆருவது உறுப்பைக் காண்க. பெறக்கூடிய இரண்டு விடைகளையும் தருக (டிச. 59)

25. $\frac{1}{3}$, 1, 3.........729 என்ற பெருக்கற் தொடரின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க. (ஆ. க. டிச. 59)

26. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியிலுள்ள மூன்ருவது உறுப்பு 6 உம் ஆருவது உறுப்பு $-\frac{3}{4}$ உம் ஆகும். முதல் எட்டு உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க (ஆக 59)

27. $\frac{1}{2}$ ஐப் பொது விகிதமாக உடைய ஒரு பெ. வி. இல் உள்ள முதல் மூன்று உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை $8\frac{3}{4}$ ஆகும் முதல் உறுப்பையும். விருத்தியின் முதல் பத்து உறுப்புகளின் கூட்டுத் தொகையையும் காண்க. (யூலை 54)

28. ஒரு பெ. வி. இலுள்ள முதல் உறுப்பு 10உம் கடைசிக்கு முன்னேக்கி அடுத்தது -320உம் கடைசி உறுப்பு 640 உம் ஆகும். தொடரின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க. (டிச. 55)

29. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியிலுள்ள மூன்ருவது உறுப்பு இரண்டாவது உறுப்பை விட 6 கூடியது. ஐந்தாவது உறுப்பு நான்காவது உறுப்பை விட $13\frac{1}{2}$ கூடியது விருத்தியின் முதல் ஐந்து உறுப்புக்களையும் காண்க. (டிச. 58)

30. rஐ முதல் உறுப்பாகவும் nஐப் பொது விகிதமாகவும் கொண்டுள்ள ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் முதல் "a" உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

31. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியிலுள்ள முதல் உறுப்பு 18உம் மூன்ருவது உறுப்பு 8உம் ஆகும். பொது விகிதத்திற்கு இரண்டு பெறுமானங்களையும், ஒவ்வொன்றிற்கும் முதல் ஐந்து உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையையும் காண்க.

32. $3\frac{3}{8}$, $2\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{2}$......என்ற பெருக்கல் விருத்தியிலுள்ள n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகைக்கான ஒரு கோவையைக் காண்க.

33. 15, 30, 60.........என்ற தொடரில், 645ஐக் கூட்டுத் தொகையாகப் பெற முதல் உறுப்பிலிருந்து எத்தனை உறுப்புக்களை எடுத்தல் வேண்டும்? (எல்லாச் செய்கை முறைகளையுந் தெளிவாகக் காட்டுக.) (63 ஆக)

பயிற்சி 17 (b)

1. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியிலுள்ள முதலாம் மூன்றும் உறுப்புக்களின் கூட்டல் இடை 25 உம் அவற்றின் பெருக்கல் இடை 15 உம் ஆகும். தொடரின் பொது விகிதம் ஒன்றிலும் கூடியது எனின் தொடரின் 8 உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க. (டிச. [illegible])

2. 9 உறுப்புக்கள் உள்ள ஒரு பெருக்கற் தொடரின் கடைசி உறுப்பு நடு உறுப்பின் வர்க்கமாகும். கடைசி உறுப்பினதும் நடு உறுப்பினதும் கூட்டுத் தொகை 272 ஆகும் பொது விகிதத்தைக் காண்க. (ஆக. 50)

3. ஒரு பெருக்கற் தொடரில் 2ஆவது உறுப்பு 14 உம் கடைசி உறுப்பை முன்நோக்கி அடுத்துள்ள 3ஆவது உறுப்பு 428 உம் ஆகும். கடைசி உறுப்பு 3,424 உம் ஆகும். முதல் ஆறு உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

4. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியிலுள்ள முதலாம் நான்காம் உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை நான்காம் உறுப்பின் 9 மடங்காகும். 5ஆவது உறுப்பு 8 ஆகும். முதல் ஏழு உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

5. ஒரு பெருக்கல் விருத்திலுள்ள அடுத்து வரும் மூன்று உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை 19 ஆம் நடு உறுப்பு 6உம் ஆகும். பொது விகிதத்தையும் மற்ற இரண்டு உறுப்புகளையும் காண்க.

6. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் ஐந்தாவது உறுப்பின் வர்க்கம் இரண்டாவது உறுப்பிற்குச் சமமாகும். 3ஆவது உறுப்பு 32 ஆகும். பத்தாவது உறுப்பையும் முதல் உறுப்பிற் தொடங்கி எத்தனை உறுப்புக்களை எடுத்தால், அவற்றின் கூட்டுத் தொகை 255½ ஆகும் என்பதையும் காண்க. (ஆக. 58)

7. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியிலுள்ள மூன்றுவது உறுப்புக்கும் முதல் உறுப்புக்கும் உள்ள விகிதம் 1:4 ஆகும். பெருக்கல் விருத்தியிலுள்ள முதல் மூன்று உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை 2¼ ஆகும். எட்டாவது உறுப்பைக் காண்க. (யூலை 55)

8. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் 5ஆம் உறுப்புக்கும் 2ஆம் உறுப்புக்குமுள்ள விகிதம் −8:1 ஆகும். நான்காம் உறுப்பு −24 ஆகும். முதலாவது உறுப்பிலிருந்து தொடங்கி எத்தனை உறுப்புக்களை எடுத்தால் அவற்றின் கூட்டுத் தொகை 129க்குச் சமமாகும். (ஆக. 60)

9. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் 2ஆம் உறுப்புக்கும் 5ஆம் உறுப்புக்குமுள்ள விகிதம் −1:8. முதலாம் மூன்றும் உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை −1½ எனின், (i) 10 ஆம் உறுப்பையும்

(ii) முதலாவது உறுப்பிலிருந்து தொடங்கி எத்தனை உறுப்புக்களை எடுத்தால், அவற்றின் கூட்டுத் தொகை 21¼க்குச் சமமாகும் என்பதையும் காண்க. (டிச. 57)

10. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் முதலாம் உறுப்பு $\frac{\quad}{11}$ உம் நான்காம் உறுப்பு $2\frac{2}{11}$ உம் ஆகும். முதற் பத்து உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

11. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் இரண்டாம், ஐந்தாம் உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை −5¼ ஆகும் மூன்றும், ஆறும் உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 2⅝ ஆகும். முதல் உறுப்பையும் பொது விகிதத்தையும் காண்க.

12. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில், மூன்றும் உறுப்பு நேரானது. முதலாம், மூன்றும், ஐந்தாம் உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை 91உம் இரண்டாம் நான்காம் உறுப்புக்களின் பெருக்கம் 81உம் ஆகும் இந்த ஐந்து உறுப்புக்களினதும் பெறுமானங்களைக் காண்க.

13. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில், முதலாம் மூன்றும் உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையும் இரண்டாம் நான்காம் உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையின் இரு மடங்கும் சேர்ந்து பூச்சியம் ஆகும் முதல் மூன்று உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை 12 ஆகும் முதல் ஐந்து உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

14. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் இரண்டாவது உறுப்பு 2 ஆகும். முதல் மூன்று உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை 8⅔ ஆகும்

(i) இந்நிபந்தனைகளுக் கிணங்கும் இரு விருத்திகளையும் காண்க.

(ii) r > 1 ஆயுள்ள தொடரில் முதல் எட்டு உறுப்புக்களின்
15. கூட்டுத் தொகையைக் காண்க. (64 ஆக.)

n, n−6, n+9 என்பவை ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் முதல் மூன்று உறுப்புக்களாகும். n இன் பெறுமானத்தையும் தொடரின் ஏழு உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையையும் காண்க. (61 ஆக.)

16. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் அடுத்து வரும் மூன்று உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை 52உம் நடு உறுப்பின் வர்க்கம், கடைசி உறுப்பின் நாலு மடங்கும் ஆகும் இந்த நிபந்தனைகளைப் பூர்த்தி செய்யும் ஒரு தொடரின் முதல் ஐந்து உறுப்புக்களையும் எழுதுக. (யூலை 56)

17. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் முதல் இரண்டு உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை 8உம், முதலாவது, நான்காவது உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 56ஆம் ஆகும். இந்த நிபந்தனை களைத் திருப்தி செய்யும் இரண்டு தொடர்களையும் ஒன்று விட்ட உறுப்புக்கள் எதிராகவுள்ள தொடரின் முதற் பத்து உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையையும் காண்க (ஆக 62)

18. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் உள்ள முதல் நான்கு உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை, ஒரு கூட்டல் விருத்தியிலுள்ள முதற் பத்து உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமமாகும். கூட்டல் விருத்தியின் முதல் உறுப்பும் பொது வித்தியாசமும் முறையே 6உம் —2உம் ஆகும். பெருக்கல்விருத்தியின் பொது வித்தியாசம் $\frac{1}{2}$ எனின், பெருக்கல் விருத்தியின் முதல் உறுப்பைக் காண்க. (டிச. 54)

19. மூன்று எண்கள் சமமாக இல்லாவிடின் அவை கூ.வி. இலும் பெ. வி. இலும் இருக்க முடியாதென்பதைக் காட்டுக.

20. ஒரு பெ. வி. இன் முதல் 9 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 7 உம் 11ஆவதிலிருந்து 19ஆவது வரையும் (இரண்டும் சேர்ந்து) உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 7,168உம் ஆகும். முதல் உறுப்பையும் பொது விகிதத்தையும் காண்க.

21. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியிலுள்ள தொடரின் முதல் ஆறு உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை முதல் மூன்று உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையின் ஒன்பது மடங்காகும். இரண்டாவது உறுப்பானது முதலாவது உறுப்பின் இரு மடங்காகும் என்பதைக் காட்டுக. (டிச. 46)

22. ஒரு பெருக்கல் விருத்தியிலுள்ள மூன்று என்களின் கூட்டுத் தொகை 14உம் அவற்றின் பெருக்கம் 64உம் ஆகும். எண்களைக் காண்க.

23. இரு எண்களுக்கிடையே உள்ள கூட்டலிடை 202ம் பெருக்கல் இடை 12 ஆகும். எண்களைக் காண்க.

24. கூ. இ. 18½ உம், பெ. இ 6 உம் ஆகவுள்ள இரு எண்களைக் காண்க.

25. ஒரு கூட்டல் விருத்தியிலுள்ள மூன்று எண்களின் கூட்டுத் தொகை 39 ஆகும். நடு எண்ணிலிருந்து 1 ஐக் குறைத்தால் மூன்று எண்களும் ஒரு பெருக்கல் விருத்தியாக வரும். அவ் வெண்களைக் காண்க

26. ஒரு பெருக்கல் தொடரில் இரண்டாவது உறுப்புக்கும் ஐந்தாவது உறுப்புக்கும் உள்ள விகிதம் 1:8 ஆகும். இரண்டாவது, நாலாவது உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை 10 ஆகும். முதல் உறுப்பிலிருந்து தொடங்கி எத்தனை உறுப்புக்களை எடுத்தால் அவற்றின் கூட்டுத் தொகை 1,023க்குச் சமமாகும்?

27. 8, 12, 18,.........என்ற தொடரில் முதல் உறுப்பிற் தொடங்கி எத்தனை உறுப்புக்களை எடுத்தால், அவற்றின் கூட்டுத் தொகை 105½க்குச் சமமாகும்?

28. $\frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1$.......என்ற பெருக்கல் விருத்தித் தொடரின் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை $40\frac{4}{9}$ ஆகும். n இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

29. $1, 3, 3^2, 3^3$.......என்ற தொடரின் கூட்டுத் தொகை 1,000க்குக் கூடுதலாக இருப்பதற்கு எடுக்கப்பட வேண்டிய உறுப்புக்களின் அதி குறைந்த எண்ணிக்கையைக் காண்க.

அத்தியாயம் 18

குறிகாட்டிகளின் அறிமுறை

a^m என்பது ஒவ்வொன்றுக்கும் a க்குச் சமமான m சினைகளின் பெருக்கத்தைக் குறிக்கிறது.

அதாவது $a^m = a \times a \times a$......$m$சினைகள்.

குறிகாட்டி விதி

m உம் n உம் யாதேனும் இரு நேர்க்கணியங்களாக இருக்கும் பொழுது.

விதி I: $a^m \times a^n = a^{m+n}$

இ. தே (i) $a^m \times a^n \times a^p = a^{m+n+p}$

(ii) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ($m<n$ ஆனல்)

(iii) $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ ($m<n$ ஆனல்)

விதி II : $(a^m)^n = a^{mn}$

இ. தே. $(a^m)^n = (a^n)^m$

விதி. III : $(ab)^m = a^m b^m$

இ. தே. (i) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

(ii) $(abc)^m = a^m b^m c^m$

a^0 என்பதன் விளக்கம் : $a^m \times a^0 = a^{m+0} = a^m$

$\therefore a^0 = \frac{a^m}{a^m} = 1$

அவ்விதமே, பூச்சிய அடுக்கிற்கு உயர்த்தப்படும் எந்த ஒரு கணியமும் 1 ஆகும்.

பின்னக் குறிகாட்டிகளும் எதிர்க்குறி காட்டிகளும் :

p உம் q உம் நேர் முழு எண்களாக இருக்கும்பொழுது $a^{\frac{p}{q}}$ வின் விளக்கம்.

$a^{\frac{p}{q}} \times a^{\frac{p}{q}} \times a^{\frac{p}{q}} \ldots\ldots$ q சினைகள்

$a^{\frac{p}{q}+\frac{p}{q}} \ldots\ldots$ q உறுப்புக்கள்

($a^m \times a^n = a^{m+n}$ எனக்கொள்க)

$\therefore \left(a^{\frac{p}{q}}\right)^q = a^p$

$\therefore a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$ (இரு பக்கங்களிலும் q ஆவது மூலத்தை எடுப்பதால்)

அல்லது $a^{\frac{p}{q}} = \left(\sqrt[q]{a}\right)^p$

$a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{1}{q}} \times a^{\frac{1}{q}} \times \ldots\ldots$ p சினைகள்

$= \left(a^{\frac{1}{q}}\right)^p = \left(\sqrt[q]{a}\right)^p$

$a^{\frac{1}{q}}$ வின் விளக்கம்

$a^{\frac{1}{q}} \times a^{\frac{1}{q}} \times \ldots\ldots$ q சினைகள் $= a^{\frac{1}{q}+\frac{1}{q}}$ q உறுப்புக்கள்

$a^{\frac{1}{q} \times p} = a$ $\qquad \therefore a^{\left(\frac{1}{q}\right)^q} = a$

$\therefore a^{\frac{1}{q}} = \sqrt[q]{a}$ (q ஆவதை மூலத்தை எடுப்பதால்)

உதாரணம் : பெறுமானங் காண்க. (i) $27^{\frac{2}{3}}$ (ii) $32^{\frac{1}{5}}$

(i) $27^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{27^2} = 9$

(ii) $32^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{32} = 2$

m நேராக இருக்கும்பொழுது a^{-m} இன் விளக்கம்

$a^{-m} \times a^{-m} = a^{-m+m} = a^0 = 1$

$\therefore a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

அவ்விதமாக, $a^{-8} = \frac{1}{a^8}$; $x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$

உதாரணம் 1 : சுருக்குக. (i) $10^{2.6} \times 100^{0.7}$ (ii) $81^{\frac{3}{4}}$

(யூலை 49)

(i) $10^{2.6} \times 100^{0.7} = 10^{2.6} \times (10^{2})^{0.7} = 10^{2.6} \times 10^{1.4}$

$= 10^{2.6+1.4} = 10^{4} = 10,000$

(ii) $81^{\frac{3}{4}} = \left(81^{\frac{1}{4}}\right)^{3} = \left(\sqrt[4]{3^4}\right)^{3} = 3^{3} = 27.$

உதாரணம் 2 : பெறுமானத்தைக் காண்க.

(a) $3^{\frac{1}{4}} \times 3^{-\frac{1}{4}}$ (b) $36^{-\frac{3}{2}}$ (c) $(2^{\frac{1}{2}})^{5} \div 2^{-\frac{1}{2}}$

(யூலை 52)

(a) $3^{\frac{1}{4}} \times 3^{-\frac{1}{4}} = 3^{0} = 1$

(b) $36^{-\frac{3}{2}} = (6^2)^{-\frac{3}{2}} = 6^{-2 \times \frac{3}{2}} = 6^{-3} = \frac{1}{6^3} = \frac{1}{216}$

(c) $(2^{\frac{1}{2}})^{5} \div 2^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{2}} \div 2^{-\frac{1}{2}}$

$= 2^{\frac{5}{2} - (-\frac{1}{2})}$ ($a^m \div a^n = a^{m-n}$ என்பதை உபயோகிப்பதால்)

$= 2^{\frac{5}{2} + \frac{1}{2}} = 2^{3} = 8.$

உதாரணம் 3 : $x = \frac{a+b}{a-b}$ எனின்

$\frac{x - x^{-1}}{x + x^{-1}} = \frac{2ab}{a^2+b^2}$ என்பதை நிறுவுக (யூலை 49)

$$\frac{x - x^{-1}}{x + x^{-1}} = \frac{x - \frac{1}{x}}{x + \frac{1}{x}} = \frac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}{\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}} \quad \left(\frac{1}{x} = \frac{a-b}{a+b} \text{ ஆனபடியால்}\right)$$

$$= \frac{\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{(a-b)(a+b)}}{\frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{(a-b)(a+b)}} = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{(a+b)^2 + (a-b)^2}$$

$$= \frac{4ab}{2a^2 + 2b^2} = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$$

உதாரணம் 4 : x இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i) $9^x = 27$ (ii) $16^{-x} = 64$ (iii) $2^x = \sqrt{32}$ (டிச. 57)

(i) $9^x = 27$ $\therefore (3^2)^x = 3^3$ (3 இன் அடுக்குகளாகக் கூறுவதால்)

$\therefore 3^{2x} = 3^3$

$\therefore 2x = 3$ (குறி காட்டிகளைச் சமப்படுத்துவதால்)

$\therefore x = 1\frac{1}{2}.$

(ii) $16^{-x} = 64$ $\therefore (4^2)^{-x} = 4^3$ (4 இன் அடுக்குகளாகக் கூறுவதால்)

$\therefore 4^{-2x} = 4^3$

$\therefore -2x = 3$ $\therefore x = -1\frac{1}{2}.$

(iii) $2^x = \sqrt{32}$

$2^x = (32)^{\frac{1}{2}} = (2^5)^{\frac{1}{2}}$ (32 ஐ 2 இன் அடுக்காகக் கூறுவதால்)

$\therefore 2^x = 2^{\frac{5}{2}}$ $\therefore x = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2},$

உதாரணம் 5.

(i) வாய்ப்பாடுகளை உபயோகியாது $\left(\frac{256}{81}\right)^{-\frac{1}{4}}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) சுருக்கி, நேர்க் குறிக்காட்டிகளுடன் கூறுக.

$$\left(\frac{27x^3}{8x^{-6}}\right)^{-\frac{2}{3}}$$ (யூலை 52)

(i) $\left(\frac{256}{81}\right)^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\left(\frac{256}{81}\right)^{\frac{1}{4}}} = \frac{(81)^{\frac{1}{4}}}{(256)^{\frac{1}{4}}} \quad \frac{(3^4)^{\frac{1}{4}}}{(4^4)^{\frac{1}{4}}} = \frac{3}{4}$

(ii) $\left(\frac{27x^3}{8x^{-6}}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{27x^3}{\frac{8}{x^6}}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left[\frac{27x^3 \times x^6}{8}\right]^{-\frac{2}{3}}$

$$= \frac{1}{\left(\frac{27x^9}{8}\right)^{\frac{2}{3}}} = \frac{8^{\frac{2}{3}}}{(27x^9)^{\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{(2^3)^{\frac{2}{3}}}{[(3x^3)^3]^{\frac{2}{3}}} = \frac{2^2}{(3x^3)^2}$$

$$= \frac{4}{9x^6}$$

உதாரணம் 6. இவை ஒவ்வொன்றையும் 4 இன் அடுக்குகளாகக் கூறுக. (டிச. 58)

$\frac{1}{16}$, 8, 1, $4\sqrt{2}$

(i) $\frac{1}{16} = \frac{1}{4^2} = 4^{-2}$

(ii) $8 = 2^3 = (2^2)^{\frac{3}{2}} = 4^{\frac{3}{2}}$

(iii) $1 = \frac{4}{4} = 4^{1-1} = 4^0$

(iv) $4\sqrt{2} = 2^2\,(2)^{\frac{1}{2}} = 2^{2\frac{1}{2}} = (\sqrt{4})^{2\frac{1}{2}}$

$$= \left(4^{\frac{1}{2}}\right)^{2\frac{1}{2}} = (4)^{2\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = 4^{\frac{5}{4}}$$

உதாரணம் 7. $x = a^{-2}\, b^{\frac{3}{2}}$ ஆனல் $y = a^2 b^{\frac{2}{3}}$, ஆனல் $\frac{x^2}{y^3}$ ஐ a, b என்பவற்றின் உறுப்புக்களிற் கூறி, பெறு பேற்றைச் சுருக்குக.

$$\frac{x^2}{y^3} = \frac{\left(a^{-2}\, b^{\frac{3}{2}}\right)^2}{\left(a^2 b^{\frac{2}{3}}\right)^3} = \frac{\left(a^{-2}\right)^2 \left(b^{\frac{3}{2}}\right)^2}{\left(a^2\right)^3 \left(b^{\frac{2}{3}}\right)^3} = \frac{a^{-4}\, b^3}{a^6\, b^2}$$

$$= \frac{b^3}{a^4 \times a^6 b^2} = \frac{b}{a^{10}}$$

பயிற்சி 18

1. பெறுமானங்களைக் கூறுக:

$a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{4}}$; $a^{\frac{3}{4}} \times a^{\frac{1}{4}}$; $x^{\frac{3}{4}} \times x$; $y^{-\frac{2}{3}} \times y$;

$b^{-\frac{3}{4}} \times b^{\frac{3}{4}}$; $x^{\frac{3}{4}} \div x^{-\frac{1}{4}}$; $a \div a^{-2}$; $y^{-3} \div y^{-5}$

2. தனிக் குறிகாட்டிகளுடன் கூறுக;

$(x^2)^5$; $(x^5)^2$; $(a^{\frac{1}{3}})^3$; $(b^2)^{\frac{1}{2}}$; $(c^{\frac{1}{5}})^{\frac{5}{7}}$;

$(y^{-\frac{1}{2}})^3$; $(y^{\frac{2}{3}})^3$; $(p^{\frac{3}{5}})^{-\frac{5}{3}}$; $(q^{\frac{3}{5}})^{10}$; $(a^{-n})^{\frac{2}{n}}$

3. நேர்க் குறிக்காட்டிகளுடன் கூறுக:

x^{-2}; y^{-3}; $\frac{1}{x^{-2}}$; $\frac{1}{x^{-\frac{1}{3}}}$; $\frac{x^{\frac{1}{2}}}{y^{-\frac{1}{2}}}$; $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{y^{\frac{1}{2}}}$ $\frac{x^{-3}}{x^2}$

பெறுமானங்களை கணிக்க:

4. $4^{\frac{3}{2}}$ 5. $8^{-\frac{2}{3}}$ 6. $81^{\frac{5}{4}}$ 7. $32^{-\frac{2}{5}}$ 8. $4^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{1}{6}}$ 9. $9^{\frac{3}{2}} \times 27^{-3}$

10. $27^{\frac{2}{3}} \times 4^{-\frac{3}{2}}$ 11. $(3125)^{\frac{3}{5}}$ 12. 121^0 13. $(.008)^{-\frac{5}{4}}$

14. $\left[\frac{27}{125}\right]^{-\frac{2}{3}}$ 15. $8^{\frac{3}{2}} \div 18^{\frac{1}{2}}$ 16. $9^{\frac{5}{6}} \div 9^{\frac{1}{3}}$ 17. $\frac{(81)^{\frac{1}{4}} \times (125)^{\frac{4}{3}}}{(225)^{\frac{3}{2}}}$

18. $16^{-\frac{3}{4}} \times 27^{-\frac{5}{3}} \times 216^{\frac{4}{3}}$ 19. $\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

20. நேர்க் குறிகாட்டியுடன் கூறுக :

(i) $\frac{3y^{-2}}{x^{-2}}$ (ii) $\frac{1}{2}\left(a^2b^{-\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{2}}$

21 சுருக்குக :

(i) $3^{\cdot 08} \times 27^{1\cdot 64}$ (ii) $5^{1\cdot 4} \times 25^{1\cdot 3}$

(iii) $2^{1\cdot 2} \times 64^{\cdot 8}$ (iv) $10^{0.09} \times 1000^{0.97}$

(v) $10^{\cdot 06} \times 100^{\cdot 82} \times 1000^{1\cdot 1}$

வாய்பாடுகளை உபயோகியாது, பெறுமானங்களைக் காண்க :

22. 50^0; $64^{\frac{2}{3}}$; $(2^4)^{-\frac{3}{2}}$ $(-32)^{-\frac{3}{5}}$ (டிச. 54)

23. $8^{\frac{2}{3}}$; $16^{-\frac{1}{4}}$; $(5^2)^{-2}$; $(64^2)^{-\frac{2}{3}}$ (யூலை 54)

24. $25^{-\frac{1}{2}}$; 16^0 ; $32^{0\cdot 6}$; $(8^2)^{-\frac{2}{3}}$ (ஆக. 58)

25. (i) $16^{-\frac{1}{2}} \times 64^{\frac{2}{3}}$; (ii) $\left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}} \times 8^0$ (டிச. 60)

26. $32^{-\frac{2}{5}} \div 125^{-\frac{2}{3}}$ (டிச. 55)

27. (i) $\frac{6^0}{\sqrt{5}}\left\{\left(\frac{5}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{81}{\cdot 25}}\right\}$ (62 டிச.)

(ii) $\left(\sqrt{8}\right)^3 \times \frac{1}{\sqrt{27}} \times 6^{-\frac{1}{2}}$ (61 ஆக.)

(iii) $\frac{32^{-\frac{2}{5}} \times 216^{\frac{2}{3}}}{81^{\frac{3}{4}} \times \sqrt[3]{8^0} \times \sqrt[3]{27^{-2}}}$ (64 ஆக.)

28. வாய்பாடுகளை உபயோகியாது பின் வருவனவற்றில் x இன் பெறுமானங்களைக் காண்க

(i) $2^x \times 8^x = 64$. (ii) $(3^x)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{27}$ (டிச. 59)

29. xஇன் பெறுமானங்களைக் காண்க :

(i) $9^x = 27$ (ii) $16^{-x} = 64$ (iii) $2^x = \sqrt{32}$ (டிச. 57)

(iv) $4^{-x} = 32$ (v) $x^{-\frac{1}{2}} = 4$ (63 ஆக.)

30. இவை ஒவ்வொன்றையும் 4இன் அடுக்குகளாகக் கூறுக.

$\frac{1}{16}$, 8, 1, $\sqrt[3]{2}$ (டிச. 58)

31. 0.03125ஐ 2இன் அடுக்காகக் கூறுக.

32. xஇன் பெறுமானங்களைக் காண்க :

(i) $2^x = \frac{1}{4}$; (ii) $9^x = \sqrt{27}$ (iii) $9^{2x-1} = 243$

(iv) $36^{-x} = 216$ (v) $4^x = \sqrt{512}$

33. $y = 4^x$ ஆனால், வாய்பாடுகளை உபயோகியாது, பெறுமானத்தைக் காண்க :

(a) $x = \frac{5}{2}$ ஆனால் $x = -3$ ஆனால் yஇன் (62 ஆக.)

(b) $y = 32$ ஆனால், $y = \frac{1}{8}$ ஆனால் x இன் (62 ஆக.)

34. $(ab^{-2}c^8)^{\frac{1}{2}} \times (a^3b^2c^{-3})^{\frac{1}{3}}$

35. $\frac{3a^{\frac{3}{5}} \times (2a)^{-\frac{3}{4}}}{(4a)^{-\frac{3}{8}} \times 6a^{-2}}$

36. $(a^{\frac{1}{2}}b^{-\frac{3}{8}})^{\frac{4}{3}} \times (b^{2}a^{-\frac{1}{3}})^2$

37. $(9x^2 y^{-4})^{-\frac{1}{2}}$

38. $\sqrt{\frac{9x^{-2}}{} \times \left(\frac{2}{x}\right)^4}$ 39 $\left[a^{\frac{1}{2}}\left\{a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{2}}(a^2b^3)^{-\frac{2}{3}}\right\}^{\frac{1}{2}}\right]^6$

40. $(x^p)^{q-r} \times (x^q)^{r-p} \times (x^r)^{p-q}$

41. $x+y-z=0$ எனில், $\frac{p^x \times p^y}{p^z} = 1$ என்பதை நிறுவுக.

42. $p = q^{2a}$ ஆனால், $q = r^{3b}$ ஆனால், $r = 2p^c$ ஆனால் $abc = \frac{1}{6}$ ஆகும் என்பதை நிறுவுக.

அத்தியாயம் 19

மடக்கை

பெருக்கல், வகுத்தல், மூலக்கணிப்பு, அடுக்குக் கணிப்பு முதலிய எண்ணிற்குரிய செய்கைகள், எல்லா எண்களையும் ஏதாவதொரு எண்ணின் அடுக்குகளாகக் கூறின், இலேசாகவும் வசதியாகவும் இருக்கும். இவ்வெண் அடியெனப்படும் (base).

அப்பொழுது பெருக்கலானது கூட்டலாலும், வகுத்தலானது கழித்தலாலும் அடுக்குக் கணிப்பானது பெருக்கலாலும், மூலக் கணிப்பானது வகுத்தலாலும் திருப்பிப் பதிலுக்கு வைக்கப்படும்.

பெருக்கலைக் கூட்டலாலும், வகுத்தலைக் கழித்தலாலும் திருப்பிப் பதிலுக்கு வைப்பதற்கு உரிய குறிகாட்டி விதிகளின் உபயோகமே மடக்கை மூலம் கணிப்பதற்கு அடிப்படையாகும்.

தரப்பட்ட ஒரு அடியைக் கொண்ட ஏதாவது ஒரு எண்ணின் மடக்கையாவது, அந்த எண்ணிற்குச் சமமாவதிற்கு அடி உயர்த்தப்பட வேண்டிய அடுக்கின் காட்டியாகும்.

$x=a^m$ ஆனுல் m ஆனது aஐ அடியாகக் கொண்ட xஇன் மடக்கையாகும். இது $m=$ மட a^x என எழுதப்படும்.

$64=2^6$ ஆனபடியால் 2ஐ அடியாகக் கொண்ட 64இன் மடக்கை 6ஆகும் இது மட$_2$ $64=6$ என எழுதப்படும்; 4ஐ அடியாகக் கொண்ட 64இன் மடக்கை 3 ஆகும் ஏனெனில் $64=4^3$ ஆகும். இது மட$_4$ $64=3$ என எழுதப்படும். எனவே மடக்கையானது குறிகாட்டியைப் போல் ஒரே மாதிரியானது.

அடியாக எந்த ஒரு எண்ணும் எடுக்கப்படலாம் 10ஐ அடியாகக் கொண்ட எண்களின் மடக்கைகள் பொது மடக்கைகள் எனப்படும். அடியைப் பற்றிக் குறிப்பிடா இடத்து மடக்கைகள் பொது மடக்கைகள் எனக் கருதப்படும்.

மடக்கைகளின் பண்புகள்

1 இன் மடக்கை: $a^0=1$ என்பதை நாம் அறிந்திருக்கிறோம். வரைவிலக்கணத்தின் படி 0 ஆனது aஐ அடியாகக் கொண்ட 1 இன் மடக்கையாகும். எந்த ஒரு கணியத்தையும் பூச்சியத்திற்கு உயர்த்தினுல் 1 ஆகும். எனவே எந்த ஒரு அடியைக் கொண்டாலும் 1 இன் மடக்கை பூச்சியமாகும்.

∴ மட $a^1=0$

அடியின் மடக்கை: $a^1=a$ ஆனபடியால், 1ஆனது aஐ அடியாகக் கொண்ட a இன் மடக்கையாகும். ஆகவே அடியின் மடக்கை எப்பொழுதும் 1 ஆகும்.

∴ மட$_a$ $a=1$

ஒரு பெருக்கத்தின் மடக்கை:

மட$_a$ m + மட$_a$ n

மட$_a$ $m=x$ எனவும் மட$_a$ $n=y$ எனவும் கொள்க.

வரைவிலக்கணத்தின்படி $m=a^x$ உம் $n=a^y$ உம் ஆகும்.

∴ $mn=a^x \times a^y=a^{x+y}$

∴ $x+y$ என்பது aஐ அடியாகக் கொண்ட mn இன் மடக்கையாகும்

∴ மட $a^{mn}=x+y=$ மட$_a$ m + மட$_a$ n

ஆகவே ஒரு பெருக்கத்தின் மடக்கையானது, அதன் சினைகளின் மடக்கைகளின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமமாகும்.

ஒரு ஈவின் மடக்கை:

மட$_a$ $\left(\frac{m}{n}\right)=$ மட$_a$ m − மட$_a$

மட $a^m=x$ எனவும் மட $a^n=y$ எனவும் கொள்க.

∴ $m=a^x \cdot n=a^y$

∴ $\frac{m}{n}=\frac{a^x}{a^y}=a^{x-y}$ ∴ $x-y$ என்பது aஐ அடியாகக் கொண்ட $\frac{m}{n}$ இன் மடக்கையாகும்

மட$_a$ $\left(\frac{m}{n}\right)=x-y=$ மட$_a$ M − மட$_a$ N

எனவே ஒரு ஈவின் மடக்கையானது, தொகுதி எண்ணின் மடக்கை சய பகுதி எண்ணின் மடக்கைக்குச் சமமாகும்.

ஒரு அடுக்கின் மடக்கை ;

$மட_a (m^n) = n\ மட_a m$

$மட_a m = x$ எனக் கொள்க

$m = a^x \qquad \therefore m^n = (a^x)^n = a^{nx}$

nx என்பது a ஐ அடியாகக் கொண்ட m^n இன் மடக்கையாகும்.

$மட_a (m^n) = nx = n\ மட_a m \quad (x = மட_a m)$ எனவே ஒரு எண்ணின் அடுக்கின் மடக்கையானது, அடுக்கின் குறிகாட்டியினதும் எண்ணின் மடக்கையினதும் பெருக்கமாகும்.

கி. தே: $\sqrt[n]{m} = m^{\frac{1}{n}}$ ஆனபடியால், $மட_a (\sqrt[n]{m}) = மட_a (m^{\frac{1}{n}})$

$$= \frac{1}{n}\ மட_a m$$

பொது மடக்கைகள்

10^0	$= 1$		$\therefore மட_{10} 1$	$= 0$
10^1	$= 10$		$\therefore மட_{10} 10$	$= 1$
10^2	$= 100$		$\therefore மட_{10} 100$	$= 2$
$\cdot 1$	$= \frac{1}{10}$		$\therefore மட_{10} \cdot 1$	$= -1$
$\cdot 01$	$= \frac{1}{100}$	$= 10^{-2}$	$\therefore மட_{10} \cdot 01$	$= -2$
$\cdot 001$	$= \frac{1}{1000}$	$= 10^{-3}$	$\therefore மட_{10} \cdot 001$	$= -3$

இவ்வாறாக, 10இன் முழு எண் அடுக்குகளாக உள்ள எண்களின் மடக்கைகள், முழு எண்களாகும்.

மற்ற எண்களின் மடக்கைகள், முழு எண்ணுக்குரியதும், பின்னத்திற்குரியதும் (அல்லது தசமத்திற்குரியதும்) ஆன இரு பகுதிகளைக் கொண்டதாகும். முழு எண்ணுக்குரிய பகுதி மடக்கையின் முழு எண் என்றும் தசமப் பகுதி தசமக்கூட்டு என்றும் கூறப்படும்.

1இற்கும் 10இற்கும் இடைப்பட்ட ஒரு எண்ணுக்கு அதாவது ஒரு இலக்க எண்ணுக்கு மடக்கை முழு எண் பூச்சியம் ஆகும்; 10க்கும் 100க்கும் இடைப்பட்ட ஒரு எண்ணுக்கு, அதாவது 2 இலக்க எண்ணுக்கு மடக்கை 1+ ஒரு பின்னம் ஆகும். 3 இலக்க எண் ஒன்றுக்கு, மடக்கை 2+ ஒரு பின்னம் ஆகும்.

எனவே, பூச்சியத்திலும் பெரிதான எண்களின் மடக்கை முழு எண்கள் +க் குறியை உடையன என்பதும் தசமப் புள்ளிக்கு முன் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையிலும் 1 குறைந்தவை என்பதும் தெளிவாகிறது.

1க்கும் ·1க்கும் இடைப்பட்ட எண்களின் மடக்கை −1+ ஒரு பின்னம் ஆகும்; ·1க்கும் ·01க்கும் இடைப்பட்ட ஒரு எண்ணுக்கு மடக்கை −2 + ஒரு பின்னம் ஆகும். ·01க்கும் ·001க்கும் இடைப்பட்ட ஒரு எண்ணுக்கு மடக்கை −3 + ஒரு பின்னம் ஆகும்.

இவ்வாறே, 1இற்குக் குறைந்த எண்களின் மடக்கை முழு எண்கள் −க்குறியை உடையன என்பதும், தசமப் புள்ளியை பின்னேக்கி அடுத்துள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கையிலும் 1 கூடியன என்பதும் தெளிவாகிறது.

குறிப்பு : ஒரு மடக்கையின் மடக்கை முழு எண் நேர் எண்ணாகவோ அல்லது எதிர் எண்ணாகவோ இருக்கும். ஆனால் தசமக் கூட்டு எப்பொழுதும் நேர்க் கணியமாகவே எழுதப்படும்.

வாய்ப்பாடுகளிலிருந்து மட $35 \cdot 2 = 1 \cdot 5465$ என்பதை நாம் காண்கிறோம்.

$$\therefore \quad மட\ 352 = மட\ (35 \cdot 2 \times 10) = மட\ 35 \cdot 2 + மட\ 10$$

$$= 1 \cdot 5465 + 1 = 2 \cdot 5465$$

$$மட\ 3520 = மட\ (35 \cdot 2 \times 100) = மட\ 35 \cdot 2 + மட\ 100$$

$$= 1 \cdot 5465 + 2 = 3 \cdot 5465$$

$$மட\ 0 \cdot 0352 = மட\ \frac{35 \cdot 2}{1000} = மட\ 35 \cdot 2 - மட\ 1000$$

$$= 1 \cdot 5465 - 3 = \bar{2} \cdot 5465$$

எனவே, அதே பொருளுடைய இலக்கங்களுள்ள எல்லா எண்களினதும் தசமக் கூட்டு ஒரே மாதிரியானவையாகும்.

ஆகவே மடக்கைக் வாய்பாடுகளில், மடக்கையின் தசமக் கூட்டு மாத்திரம் தரப்பட்டிருக்கும் ஒரு எண்ணின் மடக்கையைக் காண்பதற்கு. இத்துடன், சோதித்து அறியப்பட்ட மடக்கை முழு எண்ணைக் கூட்டவேண்டும்.

ஒரு எண் தரப்பட்டால், அதன் மடக்கையை நாம் காணலாம். மறுதலையாக ஒரு எண்ணின் மடக்கை தரப்பட்டால் அந்த எண்ணை நாம் காணலாம். தரப்பட்ட மடக்கைக்கு ஒத்த எண்ணானது, அதன் முரண் மடக்கை ஆகும். முரண் மடக்கையை, முரண் மடக்கை வாய்பாடுகளிலிருந்து, அல்லது மடக்கை வாய்பாடுகளிலிருந்து காணலாம். வாய்பாடுகளில் தசமக் கூட்டு மாத்திரம் தரப்பட்டிருப்பதால் தசமப் புள்ளியின் நிலை அல்லது தானம் மடக்கை முழு எண்ணால் தீர்மானிக்கப்படும்.

உதாரணம்: (i) 2·346 (ii) $\bar{2}$·0345 என்னும் மடக்கையை உடைய எண்ணைக் காண்க.

(i) தசமக்கூட்டு ·346 ஆகும். தரப்பட்ட தசமக் கூட்டிற்கு, வாய்பாடுகளில் ஒத்த பொருளுடைய இலக்கங்களாவன 2218 ஆகும். மடக்கை முழு எண் 2 ஆனபடியால், வேண்டிய எண் 221·8 ஆகும்.

(ii) தசமக்கூட்டு ·345க்கு ஒத்த பொருளுடைய இலக்கங்களாவன 2213 ஆகும். மடக்கை முழு எண் எதிரெண்ணானபடியால், இலக்கம் 1இலும் குறைந்ததாகும். தசமப் புள்ளிக்குப் பின்னுக்கு அடுத்துள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கை 2—1 அதாவது 1 ஆகும். எனவே எண் ·02213 ஆகும்.

கீழ்க்காணும் உதாரணங்கள் மடக்கையின் உபயோகத்திற்கு எடுத்துக் காட்டுகளாகும்.

உதாரணம் 1 : வாய்பாடுகளை உபயோகியாது மட $\frac{33}{52}$ + மட $\frac{91}{66}$ = மட 7 — மட 8 எனக் காட்டுக. (டிச. 46)

$$\text{மட}\ \frac{33}{52} + \text{மட}\ \frac{91}{66} = \text{மட}\ \frac{33}{52} \times \frac{91}{66} = \text{மட}\ \frac{7}{8}$$

$$= \text{மட}\ 7 - \text{மட}\ 8.$$

உதாரணம் 2. மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகியாது $4\ \text{மட}_{10}\ 2 + \text{மட}_{10}\ \frac{15}{4} - \text{மட}_{10}\ 6$ என்பதின் பெறுமானத்தைக் கணிக்க. (யூலை 52)

$$4\ \text{மட}\ 2 + \text{மட}\ \frac{15}{4} - \text{மட}\ 6 = \text{மட}\ 2^4 + \text{மட}\ \frac{15}{4} - 6$$

(அடியை நீக்கி)

$$= \text{மட}\ \frac{2^4 \times \frac{15}{4}}{6} = \text{மட}\ 10 = 1$$

உதாரணம் 3. மடக்கை வாய்பாட்டை உபயோகிக்காமல் பின்வருவனவற்றின் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க

$$4\ \text{மட}\ x + 6\ \text{மட}\ 3 = \text{மட}\ 625 + \text{மட}\ 9 \qquad \text{(ஆக 59)}$$

$$4\ \text{மட}\ x + 6\ \text{மட}\ 3 = \text{மட}\ 625 + \text{மட}\ 9$$

$$\therefore\ \text{மட}\ x^4 + \text{மட}\ 3^6 = \text{மட}\ 625 + \text{மட}\ 9$$

$$\therefore\ \text{மட}\ 3^6 x^4 = \text{மட}\ 625 \times \text{மட}\ 9$$

$$\therefore\ 3^6 x^4 = 625 \times 9$$

$$\therefore\ x^4 = \frac{625 \times 9}{3^6} = \frac{5^4}{3^4}$$

$$\therefore\ x = \frac{5}{3}$$

உதாரணம் 4. ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பு, $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ என்பதாற் பெறப்படும். இதில் $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$ ஆகும். a, b, c, என்பன, பக்கங்களின் நீளங்களாகும். 12.57, 8, 25, 6. 48 மீட்டர் பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு முக்கோணத் துண்டின் பரப்பை, வாய்பாடுகளை உபயோகித்து பொருளுடைய 3 இலக்கங்களுக்குத் திருத்தமாகக் காண்க. (டிச 46)

$$S = \frac{12.57 + 8.25 + 6.48}{2} = 13.65$$

துண்டின் பரப்பை A எனக் கொண்டால்,

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{13.65(13.65-12.57)(13.65-8.25)(13.65-6.48)}$$

$$= \sqrt{13.65 \times 1.08 \times 5.40 \times 7.17}$$

$= (13.65 \times 1.08 \times 5.40 \times 7.17)^{\frac{1}{2}}$

∴ மட $A = \frac{1}{2}$ (மட 13·65 + மட 1·08 + மட 5·40 + மட 7·17)

$= \frac{1}{2}(1.1351 + .0334 + .7324 + .855)$

$= \frac{1}{2} \times 2.7564 = 1.3782$

∴ A = முரண் மட $1.3782 = 23.89$

∴ துண்டின் பரப்பு = 23·9 சதுர மீட்டர் (பொருளுடைய 3 இலக்கங்களுக்கு)

உதாரணம் 5. $A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$ ஆனால், $P = 650$, $R = 3\frac{1}{2}$, $n = 18$ ஆக இருக்கும்பொழுது, வாய்பாடுகளை உபயோகித்து A யைக் காண்க. (டிச 54)

$$A = 650\left(1 + \frac{3\frac{1}{2}}{100}\right)^{18} = 650\left(\frac{103\frac{1}{2}}{100}\right)^{18} = 650\left(\frac{207}{200}\right)^{18}$$

∴ மட A = மட $650\left(\frac{207}{200}\right)^{18}$

= மட 650 + மட $\left(\frac{207}{200}\right)^{18}$

= மட 650 + 18 மட $\frac{207}{200}$

= மட 650 + 18(மட 207 − 200) $\left[\text{மட}\frac{m}{n} = \text{மட } m - \text{மட } n\right]$

$= 2.8129 + (2.3160 - 2.3010)$

$= 2.8129 + 18 \times .015 = 2.8129 + .270$

$= 3.0829$

∴ A = முரண் மட $3.0829 = 1211$

உதாரணம் 6. $\frac{\sqrt{0.0561} \times 12.86}{(1.327)^3}$ என்பதன் பெருமானத்தை

இரண்டு தசம இடங்களுக்குத் திருத்தமாகக் காண்பதற்கு மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகிக்குக (யூலை 51)

மட x = பின்னத்தின் மடக்கை = தொகுதி எண்ணின் மடக்கை − பகுதி எண்ணின் மடக்கை

= மட $\sqrt{(.0561)} \times 12.86$ − மட $(1.327)^3$

= $\frac{1}{2}$மட (·0561) + மட 12·86 − 3 மட (1·327)

$\frac{1}{2} \times \bar{2}.7490 + 1.1092 - 3 \times .1229$

$= 1.3745 + 1.1092 - .3687$

$= .4837 - .3687 = .1150$

∴ x = முரண்மட $.1150 = 1.303 = 1.30$ (இரண்டு தசம இடங்களுக்குத் திருத்தமாக)

உதாரணம் 7 : $\pi = 3.14$ ஆனால், $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ஆனால், மடக்கைகளை உபயோகித்து (i) $l = 3.18$, $g = 32.1$ ஆக இருக்கும் பொழுது, T யையும் (ii) $T = .78$, $l = 15.24$ ஆக இருக்கும் பொழுது g யையும் காண்க.

(i) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\left(\frac{l}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$

∴ மட T = மட $2\pi\left[\frac{l}{g}\right]^{\frac{1}{2}}$ = மட 2 + மட π + $\frac{1}{2}$மட $\left[\frac{l}{g}\right]$

= மட 2 + மட π + $\frac{1}{2}$ (மட l − மட g)

$= .3010 + .4969 + \frac{1}{2}(.5024 - 1.5065)$

$= .3010 + .4969 - \frac{1}{2} \times 1.0041$

$= .7979 - .5020 = .2959$

∴ T = முரண்மட $.2959 = 1.976$

(ii) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

$\therefore T^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g}$ (இரண்டு பக்கங்களையும் வர்க்கிப்பதால்)

$\therefore gT^2 = 4\pi^2 l$ $\therefore g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$

மட g = மட $\frac{4\pi^2 l}{T^2}$ = மட $4\pi^2 l$—மட T^2

= மட4 + மடπ^2 + மடl—மடT^2

= மட4 + 2மடπ + மடl—2மடT^2

= மட4 + 2மட3·14 + மட15·24— 2மட·78

$= \cdot 6021 + 2 \times \cdot 4969 + 1\cdot 1829 - 2 \times \bar{1}\cdot 8921$

$= 2\cdot 9946$

$\therefore g$ = முரண் மட 2·9945 = 987·7

உதாரணம் 8 : $\sqrt{(\cdot 8947)} + \sqrt{(9\cdot 465)}$ என்பதை இரு தசம இடங்களுக்குக் காண்பதற்கு மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகிக்குக. (டிச. 51)

மட $\sqrt{(\cdot 8947)}$ = மட$(\cdot 8947)^{\frac{1}{2}}$ = $\frac{1}{2}$மட ·8947

$= \frac{1}{2} \times \bar{1}\cdot 9516 = \bar{1}\cdot 9758$

$\therefore \sqrt{(\cdot 8947)}$ = முரண்மட $\bar{1}\cdot 9758 = \cdot 9458$

மட $\sqrt{(9\cdot 465)}$ = மட$(9\cdot 465)^{\frac{1}{2}}$ = $\frac{1}{2}$மட 9·465

$= \frac{1}{2} \times \cdot 9761 = \cdot 4880$

$\therefore \sqrt{(9\cdot 465)}$ = முரண்மட ·4880 = 3·076

$\therefore \sqrt{(\cdot 8947)} + \sqrt{(9\cdot 465)} = \cdot 9458 + 3\cdot 076$

$= 4\cdot 02$

குறிப்பு : இரு எண்களின் அடுக்குகளின் அல்லது மூலங்களின் கூட்டுத் தொகையையோ அல்லது வித்தியாசத்தையோ மடக்கைகளாற் காணமுடியாது.

உதாரணம் 9 : $\sqrt{(35\cdot 65)^2 - (34\cdot 87)^2}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்பதற்கு மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகிக்கிக்குக. (யூலை 55)

$x = \sqrt{(35\cdot 65)^2 - (34\cdot 87)^2}$ எனக் கொள்க.

$\therefore$ மட x = மட $[(35\cdot 65)^2 - (34\cdot 87)^2]^{\frac{1}{2}}$

= $\frac{1}{2}$ மட $[(35\cdot 65)^2 - (34\cdot 87)^2]$

= $\frac{1}{2}$ மட $(35\cdot 65 + 34\cdot 87)(35\cdot 65 - 34\cdot 87)$

= $\frac{1}{2}$ மட $70\cdot 52 \times \cdot 78$ மட 70·52 = 1·8483

= $\frac{1}{2}$ (மட 70·52 + மட ·78) மட ·78 = $\bar{1}\cdot 8921$

= $\frac{1}{2} \times 1\cdot 7404 = \cdot 8702$ 1·7404

$\therefore x$ = முரண்மட ·8702 = 7·42 (இரு தசம இடங்களுக்குத் திருத்தமாக)

அல்லது குறிகாட்டி முறையைக் கொண்டு,

$\sqrt{(35\cdot 65)^2 - (34\cdot 87)^2} = \sqrt{(35\cdot 65 + 34\cdot 87)(35\cdot 65 + 34\cdot 87)}$

$= (70\cdot 52 \times \cdot 78)^{\frac{1}{2}} = 70\cdot 52^{\frac{1}{2}} \times \cdot 78^{\frac{1}{2}}$

$= (10^{1\cdot 8483})^{\frac{1}{2}} \times (10^{\bar{1}\cdot 8921})^{\frac{1}{2}}$

$= 10^{\cdot 9241} \times 10^{\bar{1}\cdot 946}$

$= 10^{\cdot 9241 + \bar{1}\cdot 946}$ $(a^m \times a^n = a^{m+n})$

$= 10^{\cdot 8701} = 7\cdot 415 = 7\cdot 42$ (இரு தசம இடங்களுக்குத் திருத்தமாக)

உதாரணம் 10 : மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகித்துக் கணிக்க (யூலை 52)

$$\frac{(3\cdot 98)^5 - 12}{(3\cdot 98^5 + 12}$$

பின்னத்தை x எனக் கொள்க.

மட x = தொகுதி எண்ணின் மட. — பகுதி எண்ணின் மட

மட $(3\cdot 98)^5$ = 5 மட $3\cdot 98 = 5 \times \cdot 5999 = 2.9995$

$\therefore (3\cdot 98)^5$ = முரண்மட 2·9995 = 998·8

$\therefore$ மட x = மட (998·8 − 12) − மட (998·8 + 12)

= மட 986·8 — மட 1010·8

$= 2·9943 - 3·0046$

$= -·0103 = \bar{1} + 1 - ·0103 = \bar{1}·9897$

∴ $x =$ முரண்மட $\bar{1}·9897 = ·9766$

∴ $\frac{(3·98)^5 - 12}{(3·98)^5 + 12} = ·9766 = ·98$ (இரு தசம இடங்களுக்குத் திருத்தாக)

உதாரணம் 11. $\frac{(3·486)^3 \times \sqrt[3]{0·4563}}{\sqrt{0·00436} \times (11·46)^2}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்பதற்கு மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகிக்குக. (யூலை 57)

தரப்பட்ட பின்னத்தை x எனக் கொள்க.

மட $x =$ மட $(3·486)^3 \times \sqrt[3]{0·4563}$ − மட $\sqrt{0·00436} \times (11·46)^2$

$= 3$ மட $3.486 + \frac{1}{3}$ மட $0·4563 - (\frac{1}{2}$ மட $0·00436 + 2$ மட $11·46)$

$= 3 \times ·5424 + \frac{1}{3} \times \bar{1}·6593 - (\frac{1}{2} \times \bar{3}·6395 + 2 \times 1·0592)$

$= 1·6272 + \bar{1}·8864 - \bar{2}·8197 - 2·1184$

$= 1·5136 - ·9381 = ·5755$

∴ $x =$ முரண் மட $·5755 = 3·762$

$$\begin{array}{r} 1·6272 \\ \bar{1}·8864 \\ \hline 1·5136 \\ \hline \bar{2}·8197 \\ 2·1184 \\ \hline ·9381 \end{array}$$

அல்லது பின்னம் $= \frac{(10^{·5424})^3 \times (10^{\bar{1}·6593})^{\frac{1}{3}}}{(10^{\bar{3}·6395})^{\frac{1}{2}} \times (10^{1·0592})^2}$

$$= \frac{10^{1·6272} \times 10^{\bar{1}·8864}}{10^{\bar{2}·8197} \times 10^{2·1184}} = \frac{10^{1·6272 + \bar{1}·8864}}{10^{\bar{2}·8197 + 2·1184}}$$

$$= \frac{10^{1·5136}}{10^{·9381}} = 10^{1·5136 - ·9381} \qquad \left(\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}\right)$$

$$= 10^{·5755} = 3·762$$

உதாரணம் 12. ஒரு குழாயிலுள்ள உலோகத்தின் கன அளவு $V = \pi l t\,(2r - t)$ என்னும் வாய்பாட்டாற் தரப்பட்டுள்ளது. l என்பது குழாயின் நீளமும், r என்பது வெளி ஆரையும் t என்பது உலோகத்தின் கனமும் ஆகும்.

$r = \frac{1}{2}\left(\frac{V}{\pi l t} + t\right)$ என்பதைக் காட்டி $V = 150$ கன அங்; $l = 15·5$ அங்; $t = 1·3$ அங்; $\pi = 3·14$ ஆக இருக்கும் பொழுது r ஐக் காண்க. (யூலை 52)

$\pi l t\,(2r - t) = V$

∴ $2r - t = \frac{V}{\pi l t}$

∴ $2r = \frac{V}{\pi l t} + t$

∴ $r = \frac{1}{2}\left(\frac{V}{\pi l t} + t\right)$

$r = \frac{1}{2}\left(\frac{150}{3·14 \times 15·5 \times 1·3} + 1·3\right)$ அங்.

மட $\frac{150}{3·14 \times 15·5 \times 1·3} =$ மட $150 - ($மட $3·14 +$ மட $15·5 +$ மட $1·3)$

$= 2·1761 - (·4969 + 1·1903 + ·1139)$

$= 2·1761 - 1·8011 = ·3750$

∴ $\frac{150}{3·14 \times 15·5 \times 1·3} =$ முரண்மட $·3750 = 2·371$

∴ $r = \frac{1}{2}\left(\frac{150}{3·14 \times 15·5 \times 1·3} + 1·3\right) = \frac{1}{2}(2·371 + 1·3)$ அங்.

$= \frac{1}{2} \times 3·671$ அங். $= 1·84$ அங்.

உதாரணம் 13. மடக்கைகளை உபயோகித்து பெறுமானத்தைக் காண்க. (டிச 56)

$$\frac{\sqrt{0.6742} \times \sqrt[3]{0.9371}}{(0.728)^3 + (2.03)^2}$$

தரப்பட்ட பின்னத்தை x எனக்கொள்க.

மட x = தொகுதி எண்ணின் மட — பகுதி எண்ணின் மட.

மட தொகுதி எண் = மட $\sqrt{0.6472} \times \sqrt[3]{0.9371}$

$= \frac{1}{2}$ மட $0.6742 + \frac{1}{3}$ மட 0.9371

$= \frac{1}{2} \times \bar{1}.8288 + \frac{1}{3} \times \bar{1}.9717$

$= \bar{1}.9144 + \bar{1}.9905 = \bar{1}.9049$

மட $(0.728)^3 = 3$ மட $0.728 = 3 \times \bar{1}.8621 = \bar{1}.5863$

$\therefore$ $(0.728)^3$ = முரண்மட $\bar{1}.5863 = .3858$

மட $(2.03)^2 = 2$ மட $2.03 = 2 \times .3075 = .6150$

$\therefore$ $(2.03)^2$ = முரண்மட $.6150 = 4.121$

பகுதி எண் $= .3858 + 4.121 = 4.5068$

$\therefore$ மட $4.5068 = .6538$

$\therefore$ மட x = தொ.எ.மட — ப.எ.மட $= \bar{1}.9049 - .6538$

$= \bar{1}.2511$

$\therefore$ x = முரண் மட $\bar{1}.2511 = .1782 = .178$

(3 தசம இடங்களுக்குத் திருத்தமாக)

பயிற்சி 19 (a)

1. (a) $2 = 10^{.3010}$ ஆனால், பின்வருபனவற்றைக் காண்க.
மட 2; மட 20; மட .002; மட 2000; மட 2×10^{-5}; மட 8.

(b) மட $2 = .3010$ ஆனால், மட $3 = .4771$ ஆனல் பின் வருவனவற்றைக் காண்க. மட 18; மட 0.012.

2. பின்வரும் எண்களுக்கு மடக்கை முழு எண்களைக் காண்க. 238; 5.6; 289.6; .47; .031; .0002503.

3. 4417 இன் தசமக் கூட்டு 6451 ஆனுல், பின்வரும் எண்களின் மடக்கைகளை எழுதுக.

441.7; 44,17,000; .4417; .00417.

4. மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகித்து, பின்வரும் எண்களை 10 இன் அடுக்குகளாகத்தருக: 2.037; 18.07; 6.585; .003708; .0178

5. மட $6.132 = .7876$ ஆனுல், பின் வருவனவற்றை மடக்கைகளாக உடைய எண்களை எழுதுக: 2.7876; 6.7876; $\bar{1}.7876$; $\bar{4}.7876$

6. பின் வருவனவற்றைச் சுருக்கி, விடையின் தசமக் கூட்டை நாலு தசம இடங்களுக்குத் திருத்தமான நேர்க் கணியத்திற் தருக:

(i) $2.316 + \bar{1}.573$ (ii) $0.1734 + \bar{2}.9718$ (iii) $1.2 - \bar{2}.9$

(iv) $1.8359 - \bar{3}.1027$ (v) $5.094 - \bar{3}.712$ (vi) $\bar{1}.2 \times 2$

(vii) $\bar{2}.3 \times 6$ (viii) $\bar{1}.784 \times 5$ (ix) $\bar{1}.7 \div 3$

(x) $\bar{2}.673 \div 3$ (xi) $\bar{9}.0348 \div 4$

மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகிக்காமல், பெறுமானங் காண்க.

7. மட$_{10}$54 — மட$_{10}$15 + 2மட$_{10}\left(\frac{5}{3}\right)$

8. $\frac{\text{மட}_{10}8}{\text{மட}_{10}4}$ 9. மட$_{10}$48 + மட$_{10}$25 = மட$_{10}$ 12 — (டிச. 52)

10. மட$_{10}$5 — மட$_{10}$6 + 2மட$_{10}$2 + மட$_{10}$8 (டிச. 61)

11. 3 மட$_{10}$2 + 2மட$_{10}$5 — மட$_{10}$2 (ஆக. 60)

12. மட$_{10}$5 — மட$_{10}$6 + 2மட$_{10}$2 + மட$_{10}$3 (டிச. 61)

13. மட$_{10}2 = 0.30103$ ஆனுல்மட$_{10}$8 ஐயும் மட$_{10}$5ஐயும் காண்க.

14. மட$_{10}x = 0.4321$ ஆனுல் மட$_{10}\left(\frac{1}{x}\right)$ஐத் தசமக்கூட்டு நேர்க் கணியமாக இருக்கும் வண்ணம் காண்க.

15. மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகியாமல் 2 மட $\frac{2}{5}$ + மட

மட $\frac{4}{9}$ மட $\frac{3}{5}$ என்பதைக் காண்க.

16. (i) 5 மட x — மட 729 = 5 மட 2 − 11 மட 3 என்னும் சமன்பாட்டில் x இனது பெறுமானத்தை, மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகியாமற் காண்க.

(ii) x இனது பெறுமதியை மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகியாமற் காண்க.

3 மட x + மட 96 = 2 மட 9 + மட 4 (டிச. 63)

(iii) 4 மட x + 6 மட 3 = மட 625 + மட 9 (யூலை 59)

17. 7 மட x — மட 64 = 7 மட 3 − 13 மட 2 என்னும் சமன் பாட்டில் x இனது பெறுமானத்தை, மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகியாமற் காண்க.

18. மட $\frac{27x^6}{8y^3}$ ÷ மட $\frac{3x}{2y}$ என்பதைக் சுருக்கமான முறையிற் கூறுக.

19. மட 5 = 0·6990 என்பது தரப்படின், வாய்பாடுகளை உபயோகியாமல் மட 2ஐக் காண்க. கூடுதலாக மட 7 = 0·8451 என்பதும் தரப்படுமாஞல் மட 280 இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. உமது செய்கை முறையைக் காட்டுக.

மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகித்துப் பெறுமானங் கணிக்க.

20. $186{\cdot}3 \times {\cdot}01709 \times 44{\cdot}09$

21. $\frac{3{\cdot}95 \times 21{\cdot}7}{7{\cdot}49}$

22. $\frac{17{\cdot}51 \times 4{\cdot}327}{0{\cdot}0034}$

23. $\frac{3278 \times 0{\cdot}005416}{24{\cdot}96}$

24. $\frac{3{\cdot}078 \times 26{\cdot}94}{734{\cdot}2 \times {\cdot}009018}$

25. $(\cdot 0917)^2$

26. $(\cdot 00583)^3$

27. $(1{\cdot}79)^{\frac{5}{6}}$

28. $\frac{(2{\cdot}34)^3}{14{\cdot}79}$

29. $\frac{(235{\cdot}8)^2 \times {\cdot}0219}{9540}$

30. $\sqrt[3]{\cdot 06543}$

31. $\sqrt[3]{0{\cdot}3411}$

32. $\sqrt[4]{0{\cdot}01045}$

33. $(12{\cdot}5) \times \sqrt{153{\cdot}5}$

34. $\sqrt[5]{00{\cdot}97}$

35. $\frac{1}{3} \times \frac{22}{7}(9{\cdot}34)^2 \times 14{\cdot}6$

36) $\frac{7.381 \times (14{\cdot}02)^2}{(\cdot 8961)^3}$ (யூலை 54)

37) $\frac{(\cdot 0541)^2 \times 3{\cdot}278}{\sqrt{\cdot 7824}}$ (யூலை 55)

38) $a = 0{\cdot}1955$ ஆனுல் $a^{\frac{2}{3}}$ ஐ பொருளுடைய 3 எண்களுக்குத் திருத்தகாகக் காண்க.

39) $\frac{16{\cdot}49 \times \sqrt{0{\cdot}631}}{2{\cdot}37}$

40 $\frac{(1.79)^2 \times 3{\cdot}78}{(\cdot 938)^3}$

41) $\frac{1{\cdot}152 \times (3{\cdot}902)^2}{(5{\cdot}463)^3}$

42) $\frac{(14{\cdot}73)^2 \times \sqrt{235{\cdot}9}}{(181{\cdot}8)^3}$

43) $\frac{7{\cdot}092 \times \sqrt[3]{0.742}}{(\cdot 083)^2}$ (டிச. 55)

44) $\frac{\sqrt{192{\cdot}7} \times \sqrt[3]{0{\cdot}3864}}{(7{\cdot}098)^2}$ (டிச. 58)

45) $\frac{17{\cdot}27 \times \sqrt{\cdot 7962}}{0{\cdot}3465 \times (8{\cdot}764)^2}$ (யூலை 55)

46) $\frac{(0{\cdot}4523)^2}{1{\cdot}164 \times \sqrt[3]{0{\cdot}4332^2}}$ (டிச. 59)

47) $\frac{7{\cdot}863^2}{15{\cdot}73 \times \sqrt[3]{0{\cdot}04863}}$ (ஆக. 58)

48) $\frac{(0{\cdot}0463)^2 \times 34{\cdot}83}{\sqrt[3]{0{\cdot}6707}}$ (டிச. 58)

49) $\frac{\sqrt{0{\cdot}6742} \times \sqrt[3]{0{\cdot}9371}}{(0{\cdot}728)^3 \times (2{\cdot}03)^2}$ (டிச. 56)

50) $\frac{(3{\cdot}486)^3 \times \sqrt[3]{0{\cdot}4563}}{\sqrt{0{\cdot}00436} \times (11{\cdot}46)^2}$ (யூலை. 57)

51. $2 \times 3{\cdot}14 \times \sqrt{\frac{47{\cdot}1}{981{\cdot}2}}$ (டிச. 53)

52. $\frac{(0{\cdot}06236)^{\frac{1}{3}}}{(0{\cdot}7472)^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{\sqrt{12{\cdot}54^3}}$

53 $\left(\frac{4{\cdot}063}{7{\cdot}248}\right)^2 + \sqrt{\frac{0{\cdot}09328}{(0{\cdot}7321)^3}}$ (டிச. 63)

54. $\frac{0{\cdot}3483}{0{\cdot}8472} + (0{\cdot}09732)^2 = 46{\cdot}49.$ (ஆக. 63)

பயிற்சி 19 (b)

மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகித்துச் சுருக்குக :

1. $\frac{68{\cdot}59}{4950 \times (0{\cdot}778)^2}$

2. $\frac{0{\cdot}34 \times {\cdot}5683}{(5{\cdot}679)^2}$ (ஆக. 60)

3. $\frac{\sqrt{98{\cdot}69} \times {\cdot}0689}{(1{\cdot}013)^2}$

4. $\frac{\sqrt{178{\cdot}5} \times {\cdot}0654}{(\cdot 9867)}$ (ஆக. 50)

5. $\dfrac{(·0876)^2 \times 110·19}{(2·994)^3}$ (டிச. 51)

5. $\dfrac{(51·24)^{\frac{1}{3}} \times (0·0086)}{(·725)^2}$ (யூலை. 52)

7. $\sqrt{\dfrac{12·635}{\sqrt{0·448}}}$

8. $\sqrt[3]{\dfrac{1-x}{1+x}}$ ஐ $x=0·237$ ஆக இருக்கும்பொழுது.

9. $\sqrt{\dfrac{1343 \times 0·1784}{15·91}}$

10. $\sqrt{\dfrac{146·2 \times 47}{·00866}}$

11. $\sqrt[3]{\dfrac{0·05157}{41·83}}$

12. $37·1 \div \sqrt[3]{0·00611}$

13. $\dfrac{·987 \times (1·05)^3}{\sqrt{23·46}}$ (டிச. 52)

14. $\dfrac{(·2497)^2 \times 151·8}{\sqrt[3]{8·968}}$ (டிச. 50)

15. $\dfrac{\sqrt[3]{61·83} \times \sqrt{·1873}}{(·7342)^2 \times ·03356}$

16. $\dfrac{110·8 \times 9·0003719}{0·01842}$ இதன் கன மூலத்தையுங் காண்க.

17. $(15·59)^2 - (13·41)^2$

18. $\pi[(11·34)^2 - (7·89)^2]$

19. $\dfrac{(38·47)^2 - (22·13)^2}{\sqrt{9835}}$ (டிச. 57)

20. $\dfrac{(7·76)^2 - (0·325)^2}{14·34 \times 0·0461}$ (டிச. 57)

21. $\sqrt{(35·65)^2 - (34·87)^2}$ (யூலை 55)

22. $(1.361)^2 + (2·555)^2$

23. $(4.829)^3 + (4·829)^2$

24. $(1·234)^{\frac{1}{2}} + 8·765$ (ஆக. 50)

25. $\dfrac{0·687}{0·6\ 7} + \dfrac{0·617}{0·687}$

26. $\sqrt{(14·3)^2 + (25·7)^2}$

27. $\dfrac{(1·302)^2 - 1}{(1·302)^2 + 1}$

28. $\dfrac{(3·825)^4 - 1}{(3.825)^4 + 1}$

29. $\dfrac{71·58 + 0·0927}{(8.893)^2}$

30. $\dfrac{\sqrt{0·04731}}{1·5672 - ·3392}$ (டிச. 54)

31. $\dfrac{(0·4563)^2}{0·3432} + (0·5360)^{\frac{1}{3}}$ (டிச. 60)

32. $\dfrac{(3·463)^2}{(0·8452)^{\frac{1}{2}}} + \dfrac{1}{(0·09723)^{\frac{1}{3}}}$ (ஆக. 62)

33. $\left(\dfrac{0.4764}{0.9563}\right)^3 + \sqrt[3]{\dfrac{0·04546}{2(8·406)}}$ (டிச. 62)

34. $\dfrac{\sqrt[3]{29·38}}{(0·7438)^2} - \sqrt{0·5432}$ (ஆக. 61)

35. $\dfrac{1}{(0·1436)^{\frac{1}{4}}} - \dfrac{(2·451)^2}{(25·34)^{\frac{1}{3}}}$ (டிச. 61)

36. $\dfrac{(8·62)^4 - 13}{(8·62)^4 + 13}$ விடையை 3 பொருளுடைய இலக்கங்களுக்குத் திருத்தமாகத் தருக. (யூலை 56)

37. $A = P\left(1 + \dfrac{R}{100}\right)^n$ ஆனால் மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகித்து $A=650$, $R=3\frac{1}{2}$, $n=18$ ஆக இருக்கும் பொழுது Aயைக் காண்க. (டிச. 54)

38. $x\ (3·981)x = 20·89$ என்னும் சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களின் மடக்கைகளையும் கண்டு, x இன்பெறுமானத்தைக் கணிக்க.

39. $l=103$ ஆனல், $g=981$ ஆனல், $\pi=3·142$ ஆனல் $2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ இன் பெறுமானத்தை 3 பொருளுடைய இலக்கங்களுக்குத் திருத்தமாகக் காண்க.

40. $t=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ என்பது தரப்படுமாயின், l இற்கு வாய்பாடு காண்க. $l=84·6$ உம் $g=981$ உம் ஆக இருக்கும் பொழுது, மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகித்து t இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. (யூலை. 51)

41. வாய்பாடுகளை உபயோகித்து $V=\frac{\pi}{3}(0{\cdot}3137)(r-2)^2$ என்னும் வாய்பாட்டில் V இன் பெறுமானத்தை $r=2{\cdot}675$ உம் $\pi=3{\cdot}142$ உம் ஆக இருக்கும்பொழுது காண்க.

42. $S=15$ உம் $\pi=3{\cdot}142$ உம் ஆக இருக்கும் பொழுது $\sqrt{\frac{S^3}{8\pi}}$ ஐ வாய்பாடுகளை உபயோகித்து கணிக்க.

43. $b=455$, $c=858$. $S=1000$ ஆக இருக்கும்பொழுது மடக்கைகளை உபயோகித்து $\sqrt{\frac{(S-b)(S-c)}{bc}}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

44. $K=4{\cdot}5$, $t=0.5$ ஆக இருக்கும் பொழுது K^{-3} இன் பெறுமானத்தை மடக்கைகளை உபயோகித்துக் காண்க.

45 $V=0\ 365$ என்பது தரப்படும் பொழுது $\sqrt{\frac{3V}{4\pi}}$ என்ற கோவையின் பெறுமானத்தை $\pi=3{\cdot}142$ எனக் கொண்டு மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகித்துக் காண்க.

46. $A=P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$ ஆனல் $P=960$, $r=4\frac{3}{4}$, $n=11$ ஆக இருக்கும்பொழுது A ஐக் காண்க.

47. $a=8732$, $b=3{\cdot}3168$, $c={\cdot}9\,?21$ ஆக இருக்கும் பொழுது $\frac{a}{b}+\sqrt{\frac{a}{c}}$ என்பதன் பெறுமானத்தைக்காண்பதற்கு மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகிக்குக. (யூலை 54)

48 $a=0{\cdot}4326$, $b=3{\cdot}464$, $c=0{\cdot}08286$ ஆக இருக்கும் பொழுது $\frac{a^{\frac{1}{3}}}{bc^2}+\frac{a}{c}$ இன் பெறுமானத்தை மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகித்துக் காண்க.

49. (i) $2s=a+b+c$; $a=31{\cdot}6$, $b=23{\cdot}9$ $c=34\ 8$ ஆக இருக்கும் பொழுது $\sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$ ஐயும்
(ii) ${\cdot}9167$ இன் கன மூலத்தையும் காண்பதற்கு மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகிக்குக. (டிச. 53)

50. $c=0\ 8381$, $t=2{\cdot}463$, $p=5{\cdot}634$ ஆக இருக்கும்பொழுது $\frac{c}{t^2}+\sqrt{\frac{c}{p}}$ இன் பெறுமானத்தை, மடக்கை வாய்பாடுகள் மூலம் காண்க. (ஆக. 60)

51. $g=981$, $l=56{\cdot}4$, $\pi=3{\cdot}142$ எனின், மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகித்து, $t=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ என்ற வாய்பாட்டில் t இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. டிச. 60)

52. $a=0{\cdot}0322$, $x=6{\cdot}348$, $y=3{\cdot}763$, $b=0{\cdot}8453$ எனின் மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகித்து $\sqrt{\frac{a(x^2-y^2)}{b}}$ என்பதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

53. மடக்கை வாய்பாடுகளின் உதவி கொண்டு, $a=0\ 1762$, $b=3{\cdot}142$, $c=0{\cdot}01645$ ஆக இருக்கும்பொழுது (i) $a^2b^3\div c$ (ii) $\frac{a}{b}+\sqrt{\frac{a}{c}}$ என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க

54. $x=9$, $y=16$ எனின் $x^{\frac{3}{2}}+y^{\frac{3}{2}}=a^{\frac{3}{2}}$ என்ற சமன்பாட்டில் a இன் பெறுமானத்தை மூன்று பொருளுடைய இலக்கங்களுக்குக் காண்க.

அத்தியாயம் 20

வர்க்க சமன்பாடுகளை வரைப்பட மூலம் தீர்த்தல்

ஒரு படிச்சார்பின் வரைப்படமானது ஒரு கோடாகும் என்பதை நாம் அறிந்து கொண்டோம். $3x-7$ என்னும் சார்பின் வரைப்படத்தைக் கீறினல், வரைப்படத்தின் ஒவ்வொரு புள்ளியின் ஆட்கூறுகளும் $y=3x-7$ என்ற சமன்பாட்டைத் திருப்திப்படுத்தும் எனவே $3x-7$ என்னும சார்பின் வரைப்படமானது $y=3x-7$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைப்படமாகும்.

ஒரு படிச்சார்பின் வரைப்படமானது ஒரு நேர் கோடானபடியால், ஏதாவது இரு புள்ளிகளைக் குறித்து அதை வரையலாம். ஆனல் எந்த ஒரு தவறையும் தவிர்ப்பதற்காக, குறைந்தது மூன்று புள்ளிகளையேனும் குறித்தல் வேண்டும்.

இப்பொழுது இருபடிச் சார்பு ஒன்றின் வரைப்படத்தை ஆராய்வோம். இருபடிச் சார்பு ஒனறின் வரைப்படமானது. (அதாவது x^2) $y=x^2$ என்னும் சமன்பாட்டின வரைப்படத்தைப் போன்றதாகவே இருக்கும். எனவே $y=x^2$ என்பதன் வரைப்படத்தை வரைவதற்கு x இன் பெறுமானங்களின் ஒரு தொடருக்கு ஒத்த y இன் பெறுமானங்கள் பெறப்படுகின்றன. இப் பெறுமானங்களை ஒரு அட்டவணை வடிவில் எழுதுதல் வசதியானதாகும். x இன் பெறுமானங்களையும் முறையே x, y ஆட் கூறுகளாகக் கொண்டு, வரைப் படத்தாளில் புள்ளிகள் குறிக்கப்படுகின்றன. நாம் சார்பு x^2 இன் வரைப்படத்தை அல்லது $y=x^2$ என்ற சமன் பாட்டின் வரைப்படத்தை. குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகளை ஒரு தொடர் கோட்டினால் இணைத்துப் பெறுகிறோம்.

$y=x^2$ என்பதன் வரைப்படம். Y அச்சிற்குத் தொடர்பான சமச்சீருள்ள ஒரு வளைகோடாகும். இது பரவளவு (Parabola) எனப்படும்

குறிப்பு : மேலே கூறப்பட்ட வரைப்படத்தை உபயோகித்து எண்களின் வர்க்க மூலங்களைக் காணலாம்.

ஒரு வரைபடத்தின் திரும்பற்புள்ளி : எந்தப் புள்ளியில், நிலைத் தூரமானது (y ஆள் கூறு) குறைய அல்லது கூடத் தொடங்குகிறதோ, அநதப் புள்ளி. வரைப்படத்தின் திரும்பற் புள்ளி எனப்படும். வேறு விதமாகக் கூறின. அப்புள்ளியில் நிலைத் தூரமானது, அட்சர கணிதத்துக்குரிய முறையில் பெரியதாகவோ அல்லது சிரியதாகவோ இருக்கும்.

ஒரு சார்பின் உயர்ந்ததும் இழிந்ததுமான பெறுமானம் :

ஒரு சார்பின் உயர்வு, இழிவுப் பெறுமானத்தை அறிமுறையாகவோ அல்லது வரைப்பட மூலமாகவோ காணலாம். வரைப்படமூலமாக. ஒரு சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானம், வரைப் படத்தில் அதிபெரிய நிலைத்தூரத்தாற் தரப்படும். இழிவுப் பெறுமானம் அதிசிறிய நிலைத்தூரத்தாற் தரப்படும்.

குறிபபு : வரைபபட மூலம் ஒரு சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானத்தை அல்லது இழிவுப் பெறுமானத்தை நாம் காண விரும்பின், அப்புள்ளிக்கு அருகாமையில் பல புள்ளிகளைக் குறித்தல் வேண்டும். வரைபடத்தின் அந்தப் பகுதியை மிகவும் கவனத்துடன் வரைய வேண்டும்.

ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை, நாம் வரைப்பட மூலம் தீர்ப்பதற்கு, இரண்டு சமன்பாடுகளுக்கும் ஒத்த இரண்டு வரைப்படங்களை (நேர் கோடுகள்) வரையவேண்டும். இரண்டு கோடுகளும் ஒன்றை ஒன்று வெட்டும் புள்ளியின் ஆள் கூறுகள், வேண்டிய தீர்வைத் தருகின்றன.

இருபடிச் சமன்பாடுகளின் வரைப்பட மூலத்தீர்வு

சமன்பாட்டை $ax^2+bx+c=0$ எனக் கொள்க.

முதலாம் முறை: $y=ax^2+bx+c$ எனக் கொள்க.

ax^2+bx+c என்ற சார்பின் வரைப்படத்தை வரைக. (xஇற்கு ஒரு தொடரான பெறுமானங்களைக் கொடுத்து, y இன் ஒத்த பெறுமானங்களைக் காண்க. x இன் பெறுமானங்களையும் yஇன் ஒத்த பெறுமானங்களையும் x, y ஆள் கூறுகளாக எடுத்து புள்ளிகளைக் குறிக்க. புள்ளிகளை இணைத்து அழுத்தமான வளைகோட்டை வரைக.) $ax^2+bx+c=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $ax^2+bx+c=0$ என்பதைப் பூச்சியத்திற்குச் சமமாக செய்யும் x இன் பெறுமானங்களாகும். அதாவது $y=0$ ஆக ஆக்கும் x இன் பெறுமானங்களாகும். ∴வரைப்படமானது X அச்சை வெட்டும் புள்ளிகளின் x ஆள் கூறுகள், தரப்பட்ட சமன்பாட்டின் தீர்வுகளாகும். ஏனெனில் இப்புள்ளிகளில் $y=0$ ஆனபடியால்.

குறிப்பு : $y=0$ ஆக இருக்கும்பொழுது வரைப்படமானது X அச்சையும் $x=0$ ஆக இருக்கும் பொழுது வரைப் படமானது Y அச்சையையும் குறுக்கிடுகின்றது.

இரண்டாவது முறை : $ax^2+bx+c=0$ என்ற சமன்பாடு $ax^2=-bx-c$ ஆகிறது. (இடம் மாற்றுவதால்)

$y=ax^2$ எனவும் $y=-bx-c$ எனவும் கொள்க. $y=ax^2$ என்பதன் வரைப்படத்தையும், $y=-bx-c$ என்பதன் வரைப்படத்தையும் அதே அளவுத்திட்டத்தில் வரைக. $y=ax^2$ என்பதன் வரைப்படம் ஒரு பரவளவு ஆகவும். $y=-bx-c$ என்பதன் வரைப்படம் ஒரு நேர்கோடாகவும் இருக்கும். இரு வரைப்படங்களும் இரு புள்ளிகளில் ஒன்றை ஒன்று வெட்டுகின்றன.

ஒன்றை ஒன்று வெட்டும் புள்ளிகள் இரண்டும், இரண்டு வரைப்படங்களிலும் இருக்கின்றபடியால், இரு புள்ளிகளினதும்

ஆள் கூறுகள் இரு சமன்பாடுகளையும் திருப்திப்படுத்தும், அதாவது இரு புள்ளிகளினதும் x ஆள் கூறுகள், y இன் அதே பெறுமானங்களைத் தருகின்றன. எனவே இரு புள்ளிகளின் x ஆள் கூறுகள் $ax^2=-bx-c$ அதாவது $ax^2+bx+c=0$ என்பதைத் திருப்திப்படுத்துகின்றன.

ஆகவே $ax^2+bx+c=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $y=ax^2$ என்ற பரவளவும், $y=-bx-c$ என்ற நேர்கோடும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளிகளின் x ஆள் கூறுகளினால் (கிடைத் தூரங்கள்) தரப்படும்.

இருபடி சமன்பாடுகளை வரைப்பட மூலம் தீர்க்கும் முறைக்கு பின்வரும் உதாரணங்கள் எடுத்துக் காட்டுகளாகும்.

உதாரணம் 1: X அச்சில் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டும் Y அச்சில் $\frac{1}{2}$ அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டும் $x=-3$ல் இருந்து $+3$வரை உள்ள $\frac{1}{2}(5-3x-2x^2)$ என்ற சார்பின் வரைப் படத்தை வரைக. உமது வரைப்படத்திலிருந்து,

(i) சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானம்.

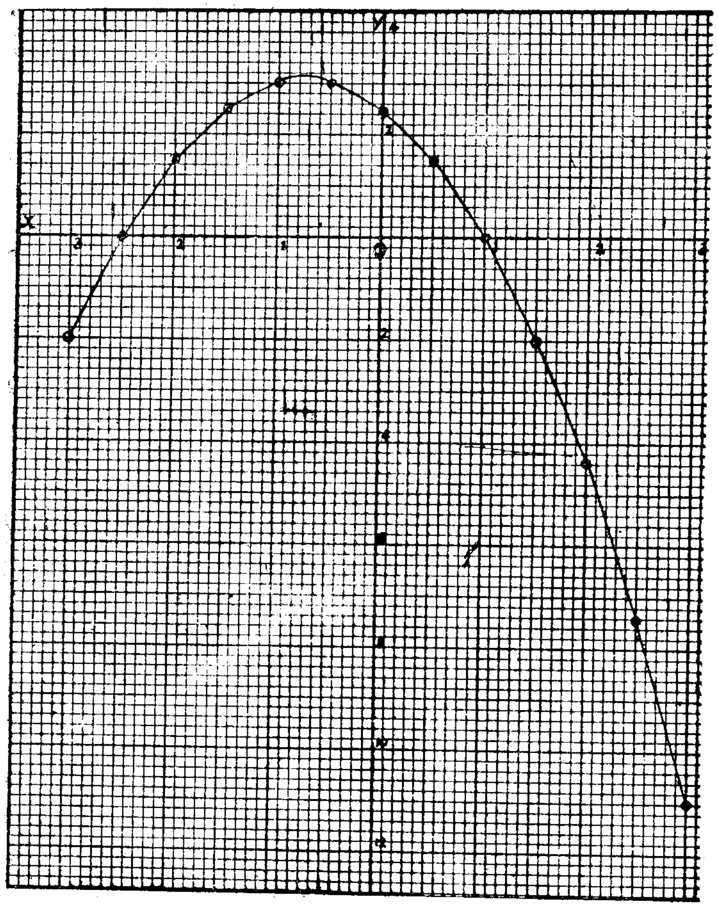
(ii) சார்பு -2க்குச் சமமாக இருப்பதற்கு x இன் பெறுமானங்கள்.

(iii) $2x^2+3x-1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் என்பவற்றைக் காண்க.

$y=\frac{1}{2}(5-3x-2x^2)$ எனக்கொள்க

x இன் பெறுமானங்களையும் y இன் ஒத்த பெறுமானங்களையும் அட்டவணைப் படுத்துக.

x	-3	$-2\frac{1}{2}$	-2	$-1\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3
$3x$	-9	$-7\frac{1}{2}$	-6	$-4\frac{1}{2}$	-3	$-1\frac{1}{2}$	0	$1\frac{1}{2}$	3	$4\frac{1}{2}$	6	$7\frac{1}{2}$	9
$2x^2$	18	$12\frac{1}{2}$	8	$4\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	$4\frac{1}{2}$	8	$12\frac{1}{2}$	18
y	-2	0	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	3	3	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	0	-2	$-4\frac{1}{2}$	$-7\frac{1}{2}$	-11



கிடைத்தூரத்தின் ஒரு அலகை 1 அங்குலமாகக் கொண்டும், நிலைத் தூரத்தின் ஒரு அலகை $\frac{1}{2}$ அங்குலமாகவும் கொண்டு புள்ளிகளைக் குறிக்க அவற்றை அழுத்தமான ஒரு வளைகோட்டினால் இணைக்க.

(i) சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானம், நிலைத்தூரத்தின் (y) அதிகூடிய பெறுமானமாகும். 'அதாவது 3·125 அண்ணளவாக.'

(*ii*) சார்பு $\frac{1}{2}(5-3x-2x^2)$ அதாவது $y=-2$ ஆக இருப்பதற்கு வேண்டிய x இன் பெறுமானங்கள், $y=-2$ என்ற நேர் கோடும் வரைப்படமும் ஒன்றை ஒன்று வெட்டும் புள்ளிகளின் x ஆள் கூறுகளாற் தரப்படும். ($y=-2$ என்பது X அச்சிற்குச் சமாந்தரமாகவும், அதிலிருந்து 1'' தூரத்தில் உள்ளதும், 3ஆவது, 4வது கால் வட்டப் பகுதிகளில் அமைவதுமான ஒரு நேர் கோடாகும்.) அல்லது சுருக்கமாக, $y=-2$ ஆக இருக்கும் பொழுது x இன் ஒத்த பெறுமானங்கள் ஆகும்.

வரைப்படத்திலிருந்து அப்பெறுமானங்கள் —3 அல்லது 1·5 ஆகும்.

(*iii*) $2x^2-3x-1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள்.

$$2y=5-3x-2x^2$$
$$\underline{0=-1+3x+2x^2}$$

கூட்டுவதால் $2y=4$ அதாவது $y=2$

∴ $2x^2-3x-1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள். $y=2$ என்ற நேர்கோடும் வரைப்படமும் ஒன்றை ஒன்று வெட்டும் புள்ளிகளின் கிடைத்தூரமாகும். $y=2$ என்பது அச்சிற்குச் சமாந்தரமானதும் அதிலிருந்து 1 அங். தூரத்திலுள்ளதுமான ஒரு நேர் கோடாகும்.

வரைப்படத்திலிருந்து $x=$ ·275 அல்லது —1·75 என்பதை நாம் காண்கிறோம்.

உதாரணம் 2: $x=-2$ இலிருந்து $+4$ வரையுள்ள $y=\frac{1}{2}(4x+3-2x^2)$ என்பதன் வரைப்படத்தைக் குறிக்க. உமது வரைப்படத்திலிருந்து (*i*) x இன் எப்பெறுமானங்களுக்கு இடையே சார்பு நேராக இருக்கும் (*positive*)? (*ii*) x இன் எப்பெறுமானங்கட்கு சார்பு -4க்குச் சமமாக இருக்கும்? (*iii*) $3+x-x^2=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் என்பவற்றைக் காண்க. (டி.ச. 57)

$y=\frac{1}{2}(4x+3-2x^2)$

x இனதும் y இனதும் ஒத்த பெறுமானங்களை அட்டவணைப் படுத்துக.

x	—2	-1·5	−1	—·5	0	·5	1	1·5	2	2½	3	3·5	4
4x	—8	—6	—4	—2	0	2	4	6	8	10	12	14	1
2x²	8	4·5	2	·5	0	·5	2	4·5	8	12·5	18	24·5	32
y	-6·5	-3·75	-1·5	·25	1·5	2·25	2·5	2·25	1·5	·25	-1·5	-3·75	·6:5

இரு அச்சுகளிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு புள்ளிகளைக் குறித்து, அவற்றை ஒரு அழுத்தமான வளை கோட்டினால் இணைக்க.

x	0	1	2
2x	0	2	4
y	-1·5	—·5	·5

(*i*) சார்பு $\frac{1}{2}(4x+3-2x^2)$ அதாவது y, x இன் பெறுமானங்களாகிய —58க்கும் 2·5௧க்கும் இடையே நேர் ஆனது. (*Positive*)

(*ii*) சார்பு $\frac{1}{2}(4x+3-2x^2)$ அதாவது $y=-4$ ஆக இருப்பதற்கு, x இன் பெறுமானங்கள், வரைப்படமும் $y=-4$ என்ற நேர்கோடும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளிகளின் கிடைத்தூரத்தாற் தரப்படும். பெறுமானங்கள் $x=3{\cdot}54$ அல்லது $-1{\cdot}54$ ஆகும்.

(*iii*) $3+x-x^2=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் (1)

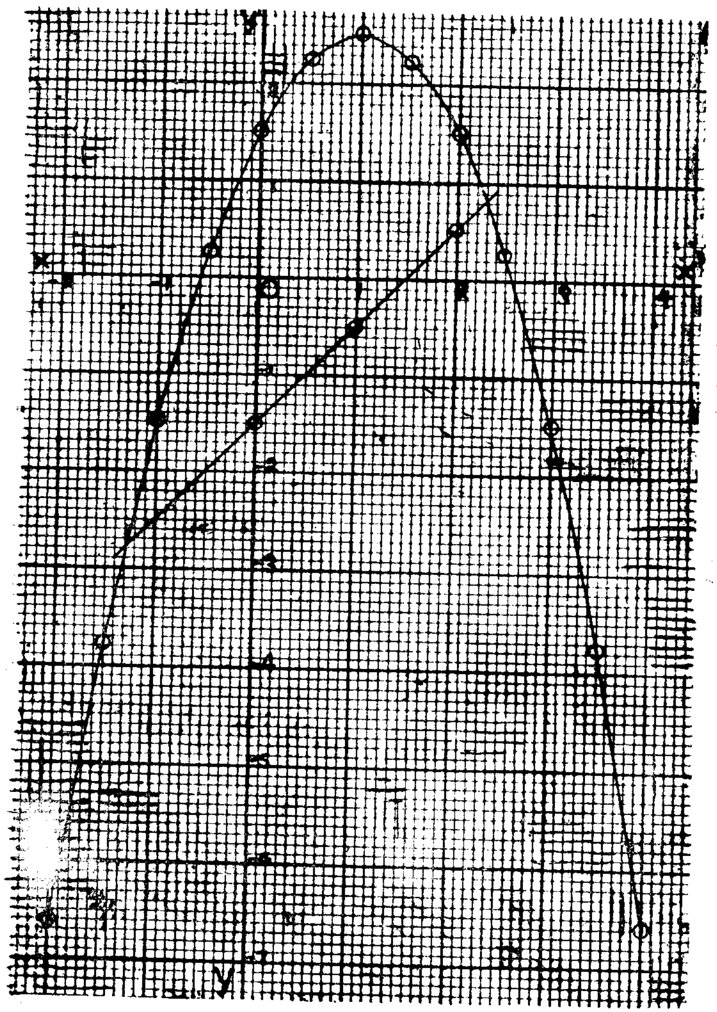
$3+4x-2x^2=2y$ (2)

(1)×2 $6+2x-2x^2=0$ (3)

(2)−(3) $-3+2x=2y$ ∴ $y=\frac{2x-3}{2}$

$3+x-x^2=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள், $=y\ \frac{2x-3}{2}$ என்ற நேர்கோடும் வரைப்படமும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளிகளின் கிடைத்தூரத்தாற் தரப்படும்.

வரைப்படத்திலிருந்து தீர்வுகள், $x \doteq 2 \cdot 3$ அல்லது $-1 \cdot 3$ என நாம் காண்கிறோம்.



உதாரணம் 3. இரு அச்சுகளிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு $x = -2$ இலிருந்து $+6$ வரை உள்ள $2y = x^2 - 4x + 2$ என்ற வரைப்படத்தை வரைக.

வரைப்படத்திலிருந்து (i) x இன் எப்பெறுமான வீச்சுக்குள் சார்பின் பெறுமானம் 2 இலும் குறைந்தது என்பதையும் (ii) x இன் எப்பெறுமான வீச்சுக்குள் சார்பு எதிராகவும் x அதிகரிக்க சார்பு குறையுமென்பதையும் (iii) $2x^2 - 13x + 13 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க (டிச. 58)

$2y = x^2 - 4x + 2$ $\qquad \therefore \quad y = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 2)$

x இன் பெறுமானங்களையும் y இன் ஒத்த பெறுமானங்களையும் அட்டவணைப் படுத்துக.

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
x^2	4	1	0	1	4	9	16	25	36
$4x$	-8	-4	0	4	8	12	16	20	24
$y = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 2)$	7	$3\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	1	$3\frac{1}{2}$	7

X, Y என்னும் இரண்டு அச்சுகளிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு புள்ளிகளைக்குறித்து, அவற்றை ஒரு அழுத்தமான வளைகோட்டினால் இணைக்க:

(i) நிலைத்தூரம் (y) 2 இலும் குறைந்ததாக இருக்கும் பொழுது உள்ள x இன் பெறுமானங்களுக்கு, சார்பு 2 இலும் குறைந்ததாக இருக்கும். அதாவது $x = -\cdot 4$ இற்கும் $4 \cdot 44$ இற்கும் இடையே உள்ள x இன் பெறுமானங்களுக்கு.

(ii) x இன் பெறுமானங்கள் $\cdot 6$ இற்கும் 2 இற்கும் இடையே o.

(iii) $2x^2 - 13x + 13 = 0 \quad \ldots \quad (1)$

$x^2 - 4x + 2 = 2y \quad \ldots \quad (2)$

(2)×2 $\quad 2x^2 - 8x + 4 = 4y \quad \ldots \quad (3)$

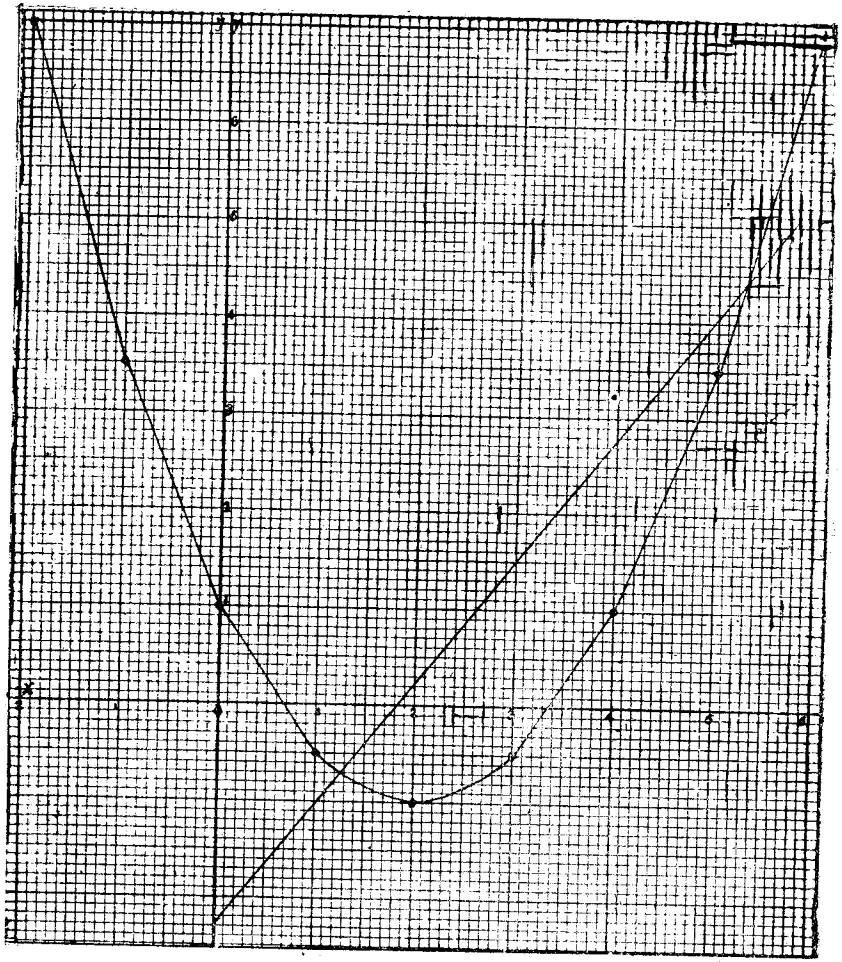
(3)−(1) $\quad 5x - 9 = 4y$

$\therefore \quad y = \dfrac{5x - 9}{4}$

x	1	2	3
y	-1	$\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$

$4y = 5x - 9$ என்ற நேர் கோடும், $2y = x^2 - 4x + 2$ என்ற வரைப் படமும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளிகளின் கிடைத்தூரங்கள் $2x^2 - 13x + 13 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களைத் தருகின்றன.

வரைப்படத்திலிருந்து, மூலங்கள் 1·22 அல்லது 5·32 ஆகும்.



உதாரணம் 4: X அச்சில் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டும், Y அச்சில் $\frac{1}{2}$ அங்குலத்தை அலகாகக்கொண்டும், $x=-2\frac{1}{2}$ இலிருந்து $3\frac{1}{2}$ வரை உள்ள $y=2x^2-2x-3$ இன் வரைப் படத்தை வரைக.

(i) வரைப்படம் எக்கோட்டுடன் சமச்சீராக உள்ளது. அதனை AB எனப் பெயரிடுக. X அச்சை AB வெட்டும் பொழுது புள்ளியின் கிடைத் தூரத்தைக் காண்க.

உமது வரைப்படத்திலிருந்து,

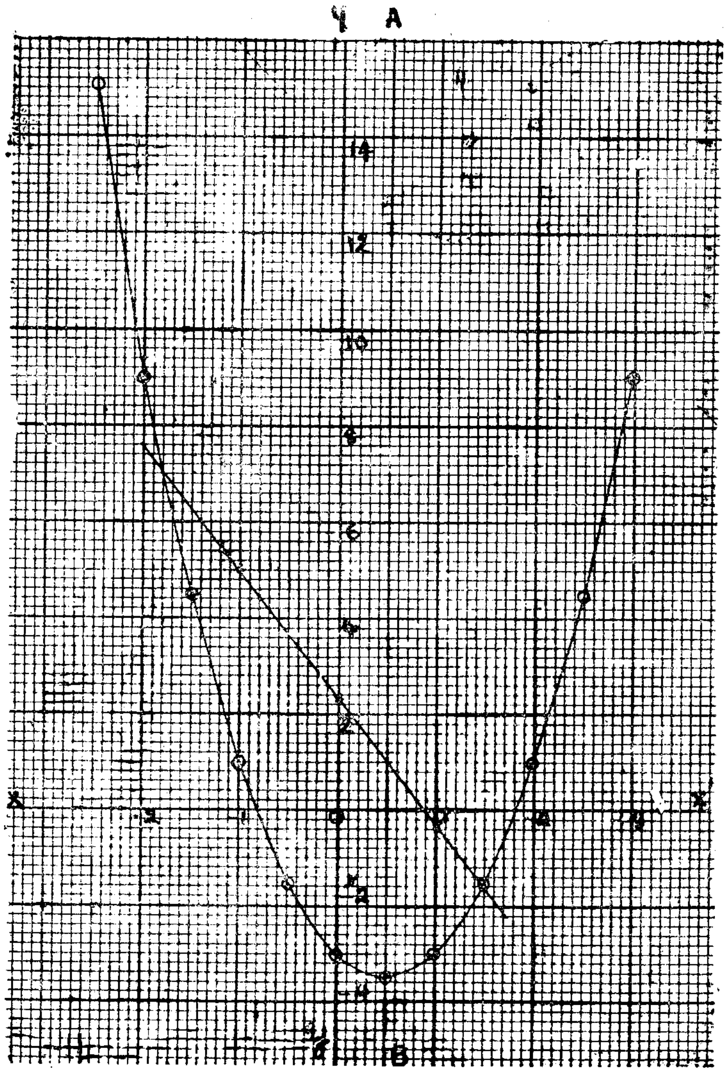
(ii) சார்பு எதிராகவுள்ள x இன் பெறுமான வீச்சையும்,

(iii) ஏற்ற ஒரு நேர் கோட்டை வரைந்து $3x^2+x-8=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க. (ஆக. 60)

$y=2x^2-2x-3$

x, y என்பவற்றின் ஒத்த பெறுமானங்களை அட்டவணைப் படுத்துக.

x	$-2\frac{1}{2}$	-2	$-1\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$
$2x^2$	$12\frac{1}{2}$	8	$4\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	$4\frac{1}{2}$	8	$12\frac{1}{2}$	18	$24\frac{1}{2}$
$2x$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$y=2x^2-2x\ 3$	$14\frac{1}{2}$	9	$4\frac{1}{2}$	1	$-1\frac{1}{2}$	-3	$-3\frac{1}{2}$	-3	$-1\frac{1}{2}$	1	$4\frac{1}{2}$	9	$14\frac{1}{2}$



கிடைத்தூரத்தின் ஒரு அலகு 1 அங்குலமாயும், நிலைத்தூரத்தின் ஒரு அலகு $\frac{1}{4}$ அங்குலமாயும் கொண்டு புள்ளிகளைக் குறித்து, ஓர் அழுத்தமான வளை கோட்டினால் அவற்றை இணைக்குக.

(i) X அச்சை AB வெட்டும் புள்ளியின் கிடைத்தூரம்.

(ii) 1·82 இற்கும் —·82 இற்கும் இடைப்பட்ட x இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் y இன் பெறுமானங்கள் எதிரெண்களாகும்.

(iii)

$$3x^2+x-8=0 \quad \dots \quad (1)$$

$$2x^2-2x-3=y \quad \dots \quad (2)$$

$$(1)\times 2 \quad 6x^2+2x-16=0 \quad \dots \quad (3)$$

$$(2)\times 3 \quad 6x^2-6x-9=3y \quad \dots \quad (4)$$

$$(4)-(3) \quad -8x+7=3y$$

$$\therefore \; y=\frac{-8x+7}{3}$$

x	0	1	2
y	$2\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	-3

$3x^2+x-8=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள், $3y=-8x+7$ என்ற நேர்கோடும் $y=2x^2-2x-3$ என்ற வரைப் படமும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளிகளின் கிடைத்தூரங்களாகும்.

வரைப்படத்தின்படி $3x^2+x-8=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் 1·47 அல்லது −1·81 ஆகும்.

பயிற்சி 20 (a)

1. X அச்சில் 1 அங்குலத்தை அலகாகக்கொண்டும் Y அச்சில் $\frac{1}{2}$ அங்குலத்தை அலகாகக்கொண்டும் $y=x^2$ என்ற வளை கோட்டின் வரைப்படத்தை வரைக. அதே அச்சுகளில் $y=x+3$ என்ற நேர்கோட்டின் வரைப்படத்தை வரைக. இவ்விரு வரைப்படங்களும் குறுக்கிடும் புள்ளிகளினால் x இன் பெறுமானங்களை எழுதுக.

2. இரு அச்சுகளிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு $y=3x-x^2$ என்ற வரைப்படத்தை $x=-1$ இதிலிருந்து $x=4$ வரை வரைக. வரைப்படத்திலிருந்து $3x-x^2$ என்ற கோவையின் உயர்வுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

3. x இற்கும் y இற்கும் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு $x=-2$ இலிருந்து $x=+3$ வரையுள்ள $y=x^2-x-3$ இன் வரைப்படத்தை வரைக. இவ்வரைப்படம், $y=-2$ என்னும் வரைப்படத்தால் வெட்டப்படும் புள்ளிகளில் x இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

4. $x=-3$ இலிருந்து $x=+4$ வரையுள்ள $y=6+x-x^2$ இன் வரைப்படத்தை, x y என்ற இரண்டுக்கும் $\frac{1}{2}$ அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு வரைக. அதே அச்சில்; அதே பிரமாணத்திற்கு $x+2y=4$ என்பதன் வரைப்படத்தை வரைக. இரு வரைப்படங்களும் வெட்டும் இடங்களில் y இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

5. x இன் பெறுமானங்கள் $-2, -1, -\frac{1}{2}, 0, 1, 1\frac{1}{2}, 2, 3$, ஆக இருக்கும்பொழுது $y=3+x-x^2$ என்ற சமன்பாட்டில் y இன் பெறுமானங்களைக் காண்க. இரு அச்சுகளிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு, காணப்பட்ட பெறுமானங்களாற் குறிக்கப்படும் புள்ளிகளைக் குறிக்க. அவற்றை ஓர் அழுத்தமான வளை கோட்டினால் இணைக்குக. அதே அச்சுகளில் $y=x+2$ என்பதன் வரைப்படத்தைத் தெளிவாகக் காட்டுக. அதிலிருந்து x இன் அவ்விரு பெறுமானங்களுக்கிடையே $3+x-x^2$ ஆனது $x+2$ இலும் பெரியதாக இருக்கும் என்பதைக் காண்க.

6. $x=-3$ இலிருந்து $x=+3$ வரையுள்ள $y=\frac{21-5x-4x^2}{10}$ இன் வரைப்படத்தை, X, Y என்ற இரண்டு அச்சுகளிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு வரைக. $y=2$ என்ற வரைப்படம், இந்த வரைப்படத்தை வெட்டும் புள்ளிகளில் x இன் பெறுமானங்களை மதிப்பிடுக.

7. $x=-1$ இலிருந்து $x=+4$ வரையுள்ள $y=\frac{2x^2-3x}{5}$ இனதும் $x=\frac{4x-3}{5}$ இனதும் வரைப்படங்களை இரு அச்சுகளிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு அதே அச்சுகளில் வரைக. வரைப்படங்களிலிருந்து $2x^2-3x=4x-3$ என்ற சமன்பாட்டில் x இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

8. $x=-2$ இலிருந்து 5 வரையுள்ள $10y-17=4x^2-12x$ இனதும் $20y+10x=59$ இனதும் வரைப்படங்களை அதே அச்சுகளில்,

அதே அலகுகளைக் கொண்டு வரைக. இரு வரைப்படங்களும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளிகளில் உள்ள x இன் பெறுமானங்களை மூலங்களாகவுடைய இருபடிச் சமன்பாட்டை எழுதுக. (டிச. 51)

9. $x=-3$ இலிருந்து $x=3$ வரையுள்ள $10y=5x-16$ என்பதினதும் $10y=40+5x-8x^2$ என்பதினதும் வரைப்படங்களை அதே அச்சுகளில் அதே அலகுகளைக் கொண்டு வரைக. இரு கோவைகளையும் yயிற்குச் சமப்படுத்தினால், வரைப்படங்கள் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளிகளில் x இன் பெறுமானங்கள் $\mp\sqrt{7}$ ஆகும் என்பதைக் காட்டுக. உமது வரைப்படத்திலிருந்து $\sqrt{7}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. (யூலை 52)

10. அதே அச்சில், $x=-3$ இலிருந்து $x=+4$ வரையுள்ள $y=\dfrac{2x+4}{x+4}$ இனதும் $y=x+\frac{1}{2}$ இனதும் வரைப்படங்களைவரைக. வரைப்படங்கள் எந்தப் புள்ளியில் வெட்டுகின்றன? ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளிகளிலிருந்து x ஆள் கூறுகளினால் தரப்படும் பெறுமானங்களை மூலங்களாக உடைய சமன்பாட்டை எழுதுக. (யூலை 53)

11. $x=-5$ இலிருந்து $x=3$ வரையுள்ள $y=2x^2+5x-3$ இன் வரைப்படத்தை வரைக. yஇன் அதி குறைந்த பெறுமானத்தையும் x இன் ஒத்த பெறுமானத்தையும் காண்க. அதே அச்சில் $y=x+5$ என்ற வரைப்படத்தையும் வரைந்து அவை ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளிகளில் x ஆள் கூறுகளைக் காண்க. இப்பெறுமானங்களை மூலங்களாகவுடைய சமன்பாட்டை எழுதுக. (யூலை 51)

12. $x=-1$ இலிருந்து $+4$ வரையுள்ள $2y=x^2-3x+2$ என்ற வரைப்படத்தை இரு அச்சுகளிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு வரைக வரைப்படத்திலிருந்து, $x^2-3x+1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் பெறுமானங்களைக் அண்ணளவாகக் காண்க. (டிச. 46)

13. $x=-1\frac{1}{2}$ இலிருந்து $x=2$ வரையுள்ள $y=1+x-2x^2$ என்ற வரைப்படத்தை குறைந்தது 8 புள்ளிகளையேனும் குறித்து வரைக. இவ்வரைப்படத்தை உபயோகித்து $2x^2-2x-1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க. (டிச. 50)

14. $x=-2$ இதிலிருந்து $x=+3$ வரையுள்ள $\frac{1}{10}(2x^2+4x-17)$ என்ற சார்பின் வரைப்படத்தை வரைந்துஅதை (i) $2x^2+4x-7=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்பதற்கும் (ii) $2x^2+4x-17$ என்பது மிகக் குறைந்த பெறுமானத்தை உடையதாக இருப்பதற்கு x இன் பெறுமானத்தைக் காண்பதற்கும் உபயோகிக்குக. (யூலை 47)

15. xஇன் பெறுமானங்கள் -1 இதிலிருந்து 2 வரையுள்ள $y=x^2-x-2$ என்ற வரைப்படத்தை X, Y என்ற இரு அச்சுகளிலும் 1அங். அலகாகக் கொண்டு வரைக. $x(x-1)=\frac{1}{2}$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்பதற்கு (அண்ணளவாக) உமது வரைப்படத்தை உபயோகிக்குக. (நொவ. 47)

16. $x=-2\frac{1}{2}$ இலிருந்து $x=3$ வரையுள்ள $y=x^2-x-2$ என்ற வரைப்படத்தை, குறைந்தது 12 புள்ளிகளையேனும் குறித்து வரைக. $x^2-2x-1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்பதற்கு இந்த வரைப்படத்தை உபயோகிக்குக. (ஆக. 50)

17. xஇன் பெறுமானங்கள் -3 இலிருந்து 2 வரையுள்ள $y=x^2+x+1$ என்ற வரைப்படத்தை குறைந்தது 10 புள்ளிகளையேனும் குறித்து வரைக. $5x^2+5x-1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களைத் தீர்மானிக்க உமது வரைப்படத்தை உபயோகிக்குக. (டிச. 50)

18. xஇன் பெறுமானங்கள் -1 இலிருந்து 2 வரையுள்ள $y=2x^2+x-3$ என்ற வரைப்படத்தை X, Y என்ற இரு அச்சுகளிலும் 1 அங். அலகாகக் கொண்டு வரைக. $4x^2-2x-1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களை அண்ணளவாகக் காண்பதற்கு உமது வரைப்படத்தை உபயோகிக்குக. (யூலை 48)

19. $x=-2$ இலிருந்து $x=+2$ வரையுள்ள $y=2x^2+x-3$ என்ற வரைப்படத்தை வரைக. இவ்வரைப்படமும், ஏற்றதொரு நேர்கோடும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளிகளைக் காண்பதால் $2x^2-x8-1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க. (யூலை 51)

20. xஇன் பெறுமானங்கள் -3 இலிருந்து $1\frac{1}{2}$ வரையுள்ள $y=(2x-1)(x+2)$ என்ற வரைப்படத்தை குறைந்தது 10 புள்ளிகளையேனும் குறித்து வரைக. இவ்வரைப்படமும்,

ஏற்றதொரு நேர்கோடும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளிகளைக் காண்பதால் $x^2+x-1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க. (ஆக. 50)

21. xஇன் பெறுமானங்கள் -2 இலிருந்து $+2$ வரையுள்ள $y=(3-2x)(x+1)$ என்ற வரைப்படத்தை X, Y என்ற இரு அச்சுகளிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு வரைக. $2x^2-2x-3=0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதற்கு உமது வரைப்படத்தை உபயோகிக்குக. (டிச. 48)

22. $x=-4$இலிருந்து $x=5$ வரையுள்ள $\frac{1}{10}x(x-3)$ என்ற சார்பின் வரைப்படத்தை வரைக. இவ்வரைப்படத்தை உபயோகித்து (i) $x^2-3x=5$ ஆக எப்பொழுது இருக்கும் என்பதையும் (ii) $x(x-3)$ என்பதின் இழிவுப் பெறுமானத்தையும் காண்க.

23. $x=-3{\cdot}5$ இலிருந்து $+2{\cdot}0$ வரையுள்ள $4y=3-2x-x^2$ என்ற வரைப்படத்தை வரைக. இவ்வரைப்படத்தை உபயோகித்து $3x^2-2x-3=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க. (டிச. 51)

24. xஇன் பெறுமானங்கள் -2 இலிருந்து 4 வரையுள்ள $y=\frac{1}{4}(2x^2-3x+1)$ என்ற வரைப்படத்தை, X, Y என்ற இரு அச்சுகளிலும் அதே அலகுகளைக் கொண்டு வரைக. இவ்வரைப்படத்தை உபயோகித்து $x^2-1{\cdot}5x+{\cdot}5=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க. (டிச. 52)

25. $x=-2$ இலிருந்து $x=6$ வரையுள்ள $\frac{1}{10}x(5-x)$ என்ற வரைப்படத்தை வரைந்து, அதை உபயோகித்து (i) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானத்தையும் (ii) $x^2-5x+5=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க. (டிச. 49)

பயிற்சி 20 (b)

1. xஇன் பெறுமானம் -2 இலிருந்து 3 வரையுள்ள $3x^2-5x-7$ என்ற சார்பின் வரைப்படத்தை வரைக. வரைப்படத்தை உபயோகித்து (i) சார்பு நேராக உள்ள x இன் பெறுமான வீச்சையும் (ii) சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானத்தையும் (iii) $3x^2-5x-9=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க. (டிச. 46)

2. $x=-3$ இலிருந்து $x=+2$ வரையுள்ள $2-3x-2x^2$ என்ற சார்பின் வரைப்படத்தை வரைக. உமது வரைப்படத்திலிருந்து (i) $2-3x-2x^2$ இன் உயர்வுப் பெறுமானத்தையும் (ii) $2-3x-2x^2$ என்பது நேராக உள்ள x இன் பெறுமான வீச்சையும் (iii) $2x^2+3x-1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க. (யூலை 52)

3. $x=-2$ இலிருந்து $x=+4$ வரையுள்ள $2x^2-5x-3$ என்ற வரைப்படத்தை வரைக. உமது வரைப்படத்திலுருந்து (i) $2x^2-5x-3$ என்பதின் இழிவுப் பெறுமானத்தையும் (ii) $2x^2-5x-3$ என்பது எதிராக உள்ள x இன் பெறுமான வீச்சையும் (iii) $2x^2-5x=0$ என்ற சமன் பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க. (யூலை 52)

4. $x=-3$ இலிருந்து $x=7$ வரையுள்ள $\frac{1}{10}(10+4x-x^2)$ என்ற சார்பின் வரைப்படத்தை வரைந்து, அதை உபயோகித்து (i) சார்பு நேராகவுள்ள x இன் பெறுமான வீச்சையும் (ii) xஇன் எப்பெறுமானங்களுக்கு சார்பு மறைகிறதென்பதையும் காண்க. (யூலை 49)

5. xஇன் பெறுமானங்கள்; $x=-2$இலிருந்து$+5$ வரையுள்ள x^2-3x+2 என்ற சார்பின் வரைப்படத்தை வரைக.

(i) சார்பு எதிராகவுள்ள xஇன் பெறுமான வீச்சையும்
(ii) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானத்தையும்
(iii) சார்பு 4 இலும் குறைவாக உள்ள xஇன் பெறுமான வீச்சையும்,
(iv) $3x^2-6x+3=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க. (டிச. 53)

6. $x=-3$ இலிருந்து$+2$ வரையுள்ள $y=x^2+x-5$ என்ற வரைப்படத்தை, இரு அச்சுகளிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு வரைக. உமது வரைப்படத்திலிருந்து

(i) வரைப்படத்தின் இழிவுப் பெறுமானம்,
(ii) சார்பு எதிராகவுள்ள xஇன் பெறுமான வீச்சு,
(iii) $2x^2+3x-4=0$ என்ற சமன் பாட்டின் மூலங்கள் என்பவற்றைக் காண்க. (ஆ க.டிச.50)

7. $x=-1\frac{1}{2}$ இலிருந்து $4\frac{1}{2}$ வரையிள்ள $y=3x-x^2$ என்றவரைப் வரைப் படத்தை, இரு அச்சுகளிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு வரைக. உமது வரைப்படத்திலிருந்து

(i) $3x-x^2$ என்ற சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானத்தையும்
(ii) சார்பு நேராகவுள்ள xஇன் பெறுமான வீச்சையும்
(iii) $4x-x^2=2$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க.
(ஆக. 59)

8. $x=-4$இலிருந்து $+3$ வரையுள்ள $y=x^2+2x-7$ என்ற வரைப் படத்தை வரைக. உமது வரைப்படத்திலிருந்து

(i) x^2+2x-7 என்பதன் இழிவுப் பெறுமானத்தையும்,
(ii) சார்பு எதிராகவுள்ள xஇன் பெறுமான வீச்சையும்,
(iii) $x^2+x-5=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும், காண்க.
(ஆ'க'டிச. 58)

9. xஇன் பெறுமானங்கள், $x=-3$ இலிருந்து $x=+4$ வரையுள்ள $4+3x-2x^2$ என்ற சார்பின் வரைப்படத்தை வரைக.

(i) சார்பு நேராகவுள்ள xஇன் பெறுமான வீச்சையும்,
(ii) சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானத்தையும்.
(iii) $2x^2-3x-5=0$ என்ற சமன்பாட்டின்மூலங்களையும் காண்க.
(யூலை 54)

10. $x=-2$ இலிருந்து $x=+4$ வரையுள்ள $y=2x^2-2x+1$ இன் வரைப்படத்தை வரைக.

(i) yஇன் உயர்வு அல்லது இழிவுப் பெறுமானத்தையும் அது காணப்படும் இடத்தில் xஇன் பெறுமானத்தையும் காண்க.
(ii) இவ்வரைப்படத்தை உபயோகித்து $x^2-3x+1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க. (டிச. 56)

11. $x=-4$ இலிருந்து $x=2$ வரையுள்ள $y=x^2+2x-3$ என்ற வரைப்படத்தைக் குறிக்க.

(i) x இன் எப்பெறுமானங்களுக்கு x^2+2x-3 எதிராக இருக்கும்?
(ii) இவ்வரைப்படத்தை உபயோகித்து $x^2+x-4=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க. (யூலை 56)

12. $x=-2$ இலிருந்து$+5$ வரையுள்ள $y=\frac{1}{4}(x^2-3x-4)$ என்ற வரைப்படத்தைக் குறிக்க. உமது வரைப்படத்திலிந்து

(i) சார்பு எதிராகவுள்ள xஇன் பெறுமான வீச்சையும்,
(ii) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானத்தையும்,
(iii) $x^2-5x+2=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க.
(யூலை 67)

13. xஇன் பெறுமானங்கள் -5 இலிருந்து $+3$ வரையுள்ள $6-x-x^2$ என்ற சார்பின் வரைப்படத்தை வரைக. உமது வரைப்படத்தை உபயோகித்து, பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடைகள் தருக.

(i) சார்பு நேராக உள்ள x இன் பெறுமான வீச்சு என்ன?
(ii) சார்பின் உயர்வுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.
(iii) $x^2+x-4=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க. (யூலை 55)

14. xஇன் பெறுமானம்-2 இலிருந்து$+3$ வரையிலுள்ள $2x^2-3x-5$ என்ற வரைப்படத்தை X அச்சில் 1 அங்குலத்தை அலகாகவும் Y அச்சில் $\frac{1}{2}$ அங்குலத்தை அலகாகவும் கொண்டு வரைக.

(i) வளைவு சமச்சீராக உள்ள PQ, என்னும் கோட்டினை வரைந்து PQ, X அச்சை எங்கு வெட்டுகிறதெனக் காண்க
(ii) உமது வரைப்படத்திலிருந்து
(a) சார்புஎதிராக உள்ள x இன் பெறுமான வீச்சையும்,
(b) $4x^2-4x-7=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க. (ஆக. 62)

15. X அச்சில் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டும் Y அச்சில் $\frac{1}{2}$ அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டும் $x=-2\frac{1}{2}$ இலிருந்து $3\frac{1}{2}$ வரை உள்ள $y=2x^2-2x-3$ இன் வரைப்படத்தை வரைக.

(i) வரைப்படம் எக்கோட்டுடன் சமச்சீராகவுள்ளது? அதனை AB எனப் பெயரிடுக. X அச்சை AB வெட்டும் பொழுது புள்ளியின் கிடைத் தூரத்தைக் காண்க.
உமது வரைப்படத்திலிருந்து,
(ii) சார்பு எதிராகவுள்ள x இன் பெறுமான வீச்சையும்,
(iii) ஏற்ற ஒரு நேர்கோட்டை வரைந்து $3x^2+x-8=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க. (ஆக. 60)

16. X அச்சில் 1 அங்குலத்தை அலகாகவும், Y அச்சில் $\frac{1}{2}$ அங்குலத்தை அலகாகவும் கொண்டு $x=-3$ இலிருந்து $+3$ வரை உள்ள சார்பு $\frac{1}{2}(5-3x-2x^2)$ இன் வரைப்படத்தை வரைக. உமது வரைப்படத்திலிருந்து,

(i) சார்பின் உயர்ந்த பெறுமானத்தையும்,

(ii) -2க்குச் சமமாகவுள்ள சார்புக்கான x இன் பெறுமானங்களையும்

(iii) $2x^2+3x-1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க. (டிச. 60)

17. இரு அச்சுகளிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு $x=-3$ இலிருந்து $+5$ வரையுள்ள $2y=x^2-2x-3$ இன் வரைப் படத்தை வரைக. உமது வரைப்படத்திலிருந்து

(i) சார்பு $\frac{1}{2}(x^2-2x-3)$, x இன் என்ன பெறுமான வீச்சுக்கு வெளியே நேராகவுள்ள தென்பதையும்,

(ii) சார்பு $\frac{1}{2}(x^2-2x-3)$. x இன் என்ன பெறுமான வீச்சுக் கிடையே எதிராகவும், x ஐப்போல் கூடுகிறதெனவும்,

(iii) $2x^2-5x-4=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க. (ஆக. 59)

18. $x=-1\frac{1}{2}$ இலிருந்து 4 வரைவுள்ள $2y=2x^2-5x+4$ இன் வரைப்படத்தை வரைக. உமது வரைப்படத்திலிருந்து

(i) சார்பு 6 க்குச் சமமாகவுள்ள x இன் பெறுமானங்களையும்

(ii) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானத்தையும்,

(iii) $4x^2-14x+5=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க. (ஆக. 58)

19. இரு அச்சுகளிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாகக்கொண்டு $x=-3\frac{1}{2}$ இலிருந்து $+2\frac{1}{2}$ வரையுள்ள $y=x^2+x-2$ இன் வரைப்படத்தை வரைக உமது வரைப்படத்திலிருந்து,

(i) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம்,

(ii) சார்பு 2 க்குச் சமமாகவுள்ள x இன் பெறுமானங்கள்,

(iii) $x^2-x-3=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் என்பவற்றைக் காண்க. (ஆக. டிச. 59)

20. இரு அச்சுகளிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு, $x=2$ இலிருந்து $+6$ வரையுள்ள $2y=x^2-4x+2$ என்ற வரைப் படத்தை வரைக. உமது வரைப்படத்திலிருந்து,

(i) x இன் எப்பெறுமான வீச்சுக்களில் சார்பின் பெறுமானம் 2 இலும் குறைந்தது என்பதையும்,

(ii) x இன் எப்பெறுமான வீச்சுக்களிடையே சார்பு எதிராக உள்ளதென்பதையும், x கூடிக்கொண்டுபோக, சார்பு குறைந்து கொண்டு போகிறதென்பதையும்

(iii) $2x^2-13x+13=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க. (டிச. 58)

21. $x=-2$ இலிருந்து $+4$ வரையுள்ள $y=\frac{1}{2}(4x+3-2x^2)$ இன் வரைப்படத்தை வரைக. உமது வரைப்படத்திலிருந்து,

(i) x இன் எப்பெறுமானங்களுக்கிடையே சார்பு எதிராக வுள்ளது.

(ii) x இன் எப்பெறுமானங்களுக்கு, சார்பு -4க்குச் சமமாக உள்ளது. (டிச. 57)

(iii) $3+x-x^2=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் என்பவற்றைக் காண்க.

22. இரு அச்சுகளிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு, $y=x^2-7$ என்ற வரைப்படத்தை $x=-3$ இலிருந்து $+3$ வரை வரைக. உமது வரைப்படத்திலிருந்து,

(i) சார்பு -2க்குச் சமமாக உள்ள xஇன் பெறுமானங்கள்,

(ii) x இன் எப்பெறுமானங்களுக்கு சார்பு -4 இலும் குறைந்தது,

(iii) ஏற்ற ஒரு நேர்கோட்டு வரைப்படத்தை வரைவதால், $2x^2-3x-9=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் பெறலாம் என்பவற்றைக் காண்க. (ஆக. 60)

23. $x=-4$இலிருந்து $+3$ வரையுள்ள $y=x^2+2x-7$ என்ற வரைப் படத்தை வரைக. உமது வரைப்படத்திலிருந்து,

(i) x^2+2x-7 இன் இழிவுப் பெறுமானம்,

(ii) x இன் எப்பெறுமானங்களுக்கிடையே சார்பு எதிராக வுள்ளது,

(iii) $x^2+x-5=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் என்பவற்றைக் காண்க. (ஆக 53)

24. $x=-2$ இலிருந்து $x=+5$ வரையுள்ள x^2-4x+2 என்ற சார்பின் வரைப்படத்தை வரைக.

(i) சார்பு எதிராக உள்ள x இன் பெறுமான வீச்சு என்ன?

(ii) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானம் என்ன?

(iii) $x^2=4x-1$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்பதற்கு உமது வரைப்படத்தை உபயோகிக்குக.

(ஆ க.டிச 53)

25. $x=-2$ இலிருந்து $x=+6$ வரையுள்ள $y=\frac{1}{10}(2x^2-8x+5)$ என்ற வரைப்படத்தை வரைக. உமது வரைப் படத்திலிருந்து,

(i) x இன் எப்பெறுமானங்களுக்கு y, 1 இலும் குறைந்தது,

(ii) $2x^2-8x+5$ இன் ஏற்ற மிகக் குறைந்த பெறுமானம்,

(iii) இவ்வரைப் படத்தை வெட்டும் ஏற்ற ஒரு நேர் கோட்டை வரைந்து $2x^2-x-7=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள், என்பவற்றைக் காண்க. (டிச. 55)

26. $x=-2$ இலிருந்து $3\frac{1}{2}$ வரையுள்ள $2y=2x^2-3x$ என்ற வரைப் படத்தை இரண்டு அச்சுகளிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாக எடுத்து வரைக.

வரைப்படத்திலிருந்து,

(i) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானத்தையும்,

(ii) x இன் எப்பெறுமானங்களுக்கு சார்பின் பெறுமானம் 4 ஆகும் என்பதையும்,

(iii) $x^2-2x-2=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க.

(டிச. 59)

27. $x=-1$ இலிருந்து $+4\frac{1}{2}$ வரைக்கும் இரு அச்சுகளிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு $\frac{1}{2}(2x^2-7x+3)$ இன் வரைப் படத்தை வரைக. உமது வரைப்படத்திலிருந்து,

(i) வரைப்படத்தின் இழிவுப் புள்ளியின் ஆள் கூறுகளை முடியுமான அளவு சரியாகவும்,

(ii) x இன் எப்பெறுமான வீச்சுக்களில் சார்பின் பெறுமானம் 2 இலும் குறைந்தது என்பதையும்,

(iii) $x^2-3x-1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க.

(டிச. 62)

28. $x=-1\frac{1}{2}$ இலிருந்து $+4$ வரையுள்ள $y=\frac{1}{4}(2x^2-5x-2)$ என்ற வரைப்படத்தை இரண்டு அச்சுக்களிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாக எடுத்து வரைக.

வரைப்படத்திலிருந்து :

(i) சார்பின் இழிவுப் பெறுமானத்தையும்,

(ii) x இன் எப்பெறுமான வீச்சுக்குள் சார்பின் பெறுமானம் 3 இலும் குறைந்தது என்பதையும்,

(iii) $x^2-2x-4=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க. (ஆக. 61)

29. $x=-2$ இலிருந்து $+4$ வரையுள்ள $\frac{1}{2}(2x^2-4x-15)$ என்ற வரைப்படத்தை வரைக. இரு அச்சுகளிலும் ஒரு அங்குலத்தை அலகாகக் கொள்க. உமது வரைப்படத்திலிருந்து,

(i) சார்பு எதிராகவுள்ள x இன் பெறுமான வீச்சையும்,

(ii) சார்பு -4க்குச் சமமாக உள்ள x இன் பெறுமானங்களையும்

(iii) $2x^2-6x-5=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களையும் காண்க. (டிச. 61)

30. x இன் பெறுமானம் -4 இலிருந்து $+4$ வரையுள்ள $y=\frac{3x^2}{x^2+2}$ என்ற வரைப்படத்தை வரைக. உமது வரைப்படத்தை உபயோகித்து $x^2=2$ என்னும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(ஆக. யூலை 54)

வினாப்பத்திரங்கள்

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (சாதாரண)ப் பரீட்சை டிசெம்பர் 1964

தூய கணிதம் I. மூன்று மணி

பத்து வினாக்களுக்கு விடை தருக.

1. (i) சினைகாண்க : (a) $64a^2-24ab-54b^2$

(b) x^4+4y^4

(ii) சிணைகளைப்பற்றிய உமது அறிவை உபயோகித்து

(a) $(x+y)(x-y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$ இனது பெருக்கத்தை எழுதுக.

(b) $55.2 \times 54.8 + 0.04$ இனது வர்க்க மூலத்தை எழுதுக.

2. (i) $\frac{4a+b}{2a+b} = 7$ ஆயின், $\frac{a}{b}$ இனது பெறுமதியைக் காண்க. இதிலிருந்து பின்வருவனவற்றின் பெறுமதியைக் காண்க.

(a) $\frac{5a+b}{5a-b}$ (b) $\frac{b^2-a^2}{b^2+a^2}$

(ii) சுருக்குக :

$$\frac{1}{(a-b)(b-c)} + \frac{1}{(b-c)(c-a)} + \frac{1}{(a-c)(a-b)}$$

3. (i) தீர்க்க : $x+y=5$

$x^2+xy-y^2=1$

(ii) $3x-5y-6a=0$, $7y-2x-7a=0$ ஆயின், $x:y$ என்னும் விகிதத்தின் பெறுமதியைக் காண்க.

4. ஒரு பக்கெற் விலையில் 8 சதம் குறைந்தபோது, 36 ரூபாவுக்கு 5 பக்கெற்றுக்கள் கூட வாங்கலாம். ஒரு பக்கெற்றின் விலையைக் காண்க.

5. 2க்கும் -486க்கும் இடையில் 4 பெருக்கல் இடைகளைப் புகுத்துக. 2 உடன் ஆரம்பமாகின்ற இப் பெருக்கற் தொடரில் அவற்றின் கூட்டுத் தொகை -3280 ஆவதற்கு, முதலாவது உறுப்புடன் ஆரம்பமாகின்ற எத்தனை உறுப்புக்கள் எடுக்கப்படல் வேண்டும்?

[எல்லாச் செய்கை முறைகளையும் தெளிவாகக் காட்டுக.]

(a) $x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{3}{4}}$, (b) $\left(\frac{6x}{y}\right)^{\frac{1}{3}}$, (c) $(4xy)^{-\frac{1}{2}}$, (d) $(x+y)^{-\frac{1}{2}}$

6. $x=9$, $y=16$ ஆயின் பின்வருவனவற்றின் பெறுமதிகளைக் காண்க.

(i) ஒரு வியாபாரி, 100 மங்குஸ்தான் x ரூபா வீதம் p மங்குஸ்தான்களையும், டசின் y சதம் வீதம் q மங்குஸ்தான்களையும் வாங்கினான். அவனது முழுக்கொள் விலையை ரூபாவிற் காண்க.

(ii) முழு மங்குஸ்தான்களையும் கொள்விலையில் 20 நூற்று வீத இலாபம் வைத்து விற்றானாயின், ஒரு மங்குஸ்தானின் விற்ற விலையைச் சதத்திற் காண்க.

7. மடக்கையை உபயோகித்துப் பெறுமானங் காண்க.

$$\left(\frac{0.4653}{0.8343}\right)^2 + \frac{\sqrt[3]{(0.3648)^2}}{2.794}$$

8. X அச்சில் 1 அங்குலத்தையும், Y அச்சில் $\frac{1}{2}$ அங்குலத்தையும் அலகுகளாகக் கொண்டு, $x=-3$ இலிருந்து $+5$ வரைக்கும், $y=x^2-2x-6$ இனது வரைப்படத்தை வரைக.

உமது வரைப்படத்திலிருந்து பின்வருவனவற்றைக் காண்க:

(i) சார்பு எதிராயிருக்கும் x இனது பெறுமான வீச்சுக்கள்

(ii) x^2-2x பத்திலும் குறைவாயிருக்கும் x இனது பெறுமான வீச்சுக்கள்.

(iii) $2x^2-x-4=0$ என்ற சமன்பாட்டினுடைய மூலங்கள்.

9. உலோகத்தினால் செய்யப்பட்ட ஓர் உள்ளீடில்லாக்கோளத் (hollow sphere) தின் உள்விட்டம் 12 சதம மீற்றரும் அதன் தடிப்பு 2சதம மீற்றரும் ஆகும். அதை உருக்கி, 8 ச.மீ. ஆரையுடைய அடித்தளத்தைக்கொண்ட ஒரு திண்ம நேர்வட்ட உருளை செய்யப்பட்டது உருக்கிவார்த்தலில் 4% உலோகக்கழிவை அனுமதித்து உருளையின் உயரத்தைக் காண்க.

10. ஒவ்வொன்றும் 16 ரூபா வீதம் 100 பத்து ரூபா தேயிலைப் பங்குகளையும், ஒவ்வொன்றும் 4 ரூபா வீதம் 150 ஆறு ரூபா இறப்பர் பங்குகளையும் ஒருவன் வாங்கினான் அவ்வருட முடிவில் முலாவது வருடத்துக்கு தேயிலைப் பங்குகளின் பெயரில் $17\frac{1}{2}$ சதவீதப் பங்கிலாபத்தை அவன் பெற்றான் அதன்பின் அவன் அவை ஒவ்வொன்றையும் 16 ரூபா 50 சதத்துக்கு விற்றான். அத்துடன், இறப்பர் பங்குகளின் பெயரில் $2\frac{1}{2}$ சதவீத பங்கிலாபத்தையும், அவனிடமுள்ள ஒவ்வொரு பத்துப் பங்குகளுக்கும் ஒரு மேலதிகப் பங்கை இலவசமாகவும் பெற்றான். மேலதிகப் பங்குகளுக்கு பங்கிலாபம் எதுவும் கொடுபடவில்லை. பங்கிலாபத்தைப் பெற்றதன் பின் அவன் இறப்பர் பங்குகள் ஒவ்வொன்றையும் 3 ரூபா 90 சதத்துக்கு விற்றான். அவனது முதலீட்டின் பெயரில் அவனுக்குக் கிடைக்கின்ற இலாப நூற்றுவீதத்தைக் காண்க.

11. O என்பது 5 ச.மீ. ஆரையுடைய ஒரு வட்டத்தின் மையமாகும் A என்பது O இலிருந்து 10 ச.மீ. தூரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியாகும். வட்டத்துக்கு A இலிருந்து AB, AC என்னுந் தொடுகோடுகள் வரையப்பட்டுள்ளன. பின்வருவனவற்றைக் கணக்கிடு: (i) AOC (ii) AC, (iii) BC, (iv) $\triangle BOC$ இனது பரப்பு

(எல்லா நீளங்களும் குறைந்தது மூன்று தசம தானங்களுக்குத் தரப்படல் வேண்டும்.)

12 $P, Q, R,$ என்பன நிலமட்டத்திலுள்ள மூன்று புள்ளிகளாகும். $QR = 600$ அடி, $\angle PQR = 32°$ $\angle PRQ = 58°$. ஒரு கொடித்தம்பம் P-இல் நிற்கிறது Q இலிருந்து கொடித்தம்பத்தினது உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் $52°$ ஆகும். பின்வருவனவற்றைக் கணக்கிடு:

(i) கொடித்தம்பத்தின் உயரம் (ii) R இலிருந்து கொடித்தம்பத்தினது உச்சியின் ஏற்றக்கோணம்.

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (சாதாரணத)ப் பரீட்சை

ஆகஸ்ட் 1966

தூய கணிதம் 1 மூன்று மணி

பத்து வினாக்களுக்கு விடை தருக.

1. (i) சினை காண்க: (a) $a^2 + 2 + \frac{1}{a^2}$
(b) $ax^2 - a^3 + 2a^2b - ab^2$

(ii) $2x^2 + 3x = 0$ இனது மூலங்களை எழுதுக

(iii) சினைகளைப் பற்றிய உமது அறிவை உபயோகித்து $a^3 - 3$ இனதும் $-a^3 - 3$ இனதும் பெருக்கத்தை எழுதுக.

2. (i) சுருக்குக: $\frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} - \frac{2x}{y^2 - x^2}$

(ii) $P = \frac{q+1}{q-1}$ ஆயின் பின்வருவற்றின் பெறுமதிகளைக் காண்க.

(a) $P - \frac{1}{P}$ (b) $\frac{P+1}{P-1}$

3. தீர்க்க: (i) $x + 3y = 9$
$x^2 + 2y^2 = 17$

(ii) $3x - 2z = 16$
$2x - 3y = -5$
$2y + z = 1$

4. ஒரு செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 220 அடி ஆகும். அதன் பரப்பு 2625 சது. அடி ஆகும். அதன் பக்கங்களைக் காண்க.

5. ஒரு தொடரின் n ஆம் உறுப்பு $3n-4$ ஆகும். இத்தொடர் எவ்வகையான தொடர் எனக்கண்டு, இத்தொடரின் 25ஆம் உறுப்பைக் காண்க. 1106 என்னும் கூட்டுத்தொகையைத் தர இத்தொடரின் எத்தனை உறுப்புக்கள் எடுக்கப்படல் வேண்டும் எனக் காண்க.

6 (i) c இருத்தல் உருளைக் கிழங்குள்ள ஒரு சாக்கின் மொத்த விற்பனை விலை x ரூபா y சதம் ஆகும். ஒரு இருத்தல் உருளைக்கிழங்கின் விலையைச் சதத்தில் காண்க. ஒரு சில்லரை வியாபாரி உருளைக் கிழங்குகளை 10% வீதம் இலாபம் வைத்து விற்கிறான். 50 இருத்தல் கிழங்குகளை விற்பதனால் அவன் எத்தனை ரூபா இலாபம் அடைவான்?

(ii) 2 மட x + மட 12 = மட 48 + 2 மட 6 − 4 மட 2 ஆயின், x இனது பெறுமதியை வாய்பாடுகளை உபயோகியாமல் காண்க.

7. மடக்கையைப் பயன்படுத்திப் பெறுமானங் காண்க:

$$\frac{\sqrt[4]{0{\cdot}1554}}{\sqrt[3]{0{\cdot}07635}} + \frac{8{\cdot}171}{(4{\cdot}262)^{\frac{3}{2}}}$$

8. X அச்சில் 1 அங்குலத்தையும், Y அச்சில் $\frac{1}{2}$ அங்குலத்தையும் அலகுகளாகக் கொண்டு $x = -2$ இலிருந்து $+4$ வரைக்கும்; $2y = 2x^2 - 6x + 3$ இனது வரைப்படத்தை வரைக.

உமது வரைப்படத்திலிருந்து பின்வருவனவற்றைக் காண்க:

(i) இழிவுப் புள்ளியினது x, y ஆள் கூறுகள்.

(ii) x இனது எப்பெறுமான வீச்சுக்களுக்கு சார்பு 6 இற் குறைவாயிருக்கும்?

(iii) $x^2 - 2x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டினுடைய மூலங்கள்.

9. ஒரு நீர்த்தேக்கத்தின் அடித்தளம் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு, அரைவட்டவடிவான ஒரு நுனியைக் கொண்ட ஒரு செவ்வக வடிவத்தில் உள்ளது. படத்தில் அளவுகள் யாவும் அடியில் தரப்பட்டுள்ளன. நீர்த்தேக்கத்தின் சுவர்கள் நிலைக்குத்தானவை. நீர்த்தேக்கத்தின் விளிம்பைச் சுற்றிவர ஒரு கொடிவேலி அமைந்துள்ளது. பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

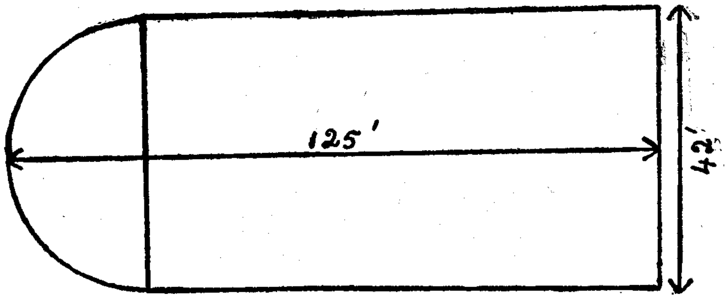
(a) நீர்த்தேக்கத்தினுடைய மேற்பரப்பு.

(b) நீர்த்தேகத்தில் நீர்மட்டத்தை ஓர் அங்குலம் உயர்த்துவதற்கு தேவையான நீர் (கிட்டிய கலனில்)

(c) ஒரு நிமிடத்துக்கு 2 அடி வீதம் அக்கொடிவேலியை வெட்டுவதற்கு ஒருவன் எடுக்கும் நேரம்.

(1 கன அடி $= 6\frac{1}{4}$ கலன்)

9ம் வினவுக்குரிய படம்.



10. ஒரு குறித்ததொகை 4% வீத சரக்கு முதலை வைத்திருக்கும் ஒருவன், அது 92 விலையுள்ளதாய் இருக்கும் போது அவற்றை விற்றான். விற்றுப் பெற்றதில் 155 ரூபாவை விற்பனைக்குச் செலவழித்தபின் மிகுதியை $88\frac{3}{4}$% விலையுள்ள $4\frac{1}{2}$% வீதச் சரக்கு முதலில் முதலீடு செய்தான். இதனால் அவனுடைய வருட வருமானம் 14 நூற்றுவீதத்தினால் அதிகரித்தது. அவன் எவ்வளவு 4% வீத சரக்கு முதலை வைத்திருந்தான்?

11. ABC என்னும் முக்கோணத்தில், AD என்பது உச்சி A இலிருந்துள்ள குத்துயரமாகும். $BD = 3$ அங். $AD = 5$ அங். $\angle BAC = 62° \; 12'$ ஆயின், (i) $\angle BAD$, (ii) AC, (iii) $\triangle ABC$ இனது பரப்பு என்பவற்றைக் கணக்கிடுக.

12. 30 அடி உயரமுள்ள ஒரு கொடித்தம்பம் ஒரு கோபுரத்தின் உச்சியில் இருக்கிறது. கோபுரத்திலிருந்து சிறிது தூரத்தில் நிற்கும் ஒரு மனிதன், கொடித்தம்பத்தின் உச்சியினதும் அடியினதும் ஏற்றக்கோணங்கள் முறையே 54°, 46° ஆக இருக்கக் காண்கிறான். கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (சாதாரண)ப் பரீட்சை,

டிசெம்பர் 1966

தூய கணிதம் 1. மூன்று மணி.

பத்து வினாக்களுக்கு விடை தருக.

1. (i) சினை காண்க : (அ) $6x^3 - 59x^2 + 144x$

(ஆ) $8\,(2x - y)^3 - 27$

(ii) சினைகள் பற்றிய உமது அறிவை உபயோகித்துப் பின் வருவனவற்றிற்குப் பெறுமானங் காண்க ; (வெறுமனே பெருக்குவதற்கு அல்லது மடக்கையைப் பிரயோகிப்பதற்கு மதிப்பு அளிக்கப்படமாட்டாது.)

(அ) $(3{\cdot}7 - 2{\cdot}5)2{\cdot}7 + (2{\cdot}5 - 3{\cdot}7)2{\cdot}3$

(ஆ) $15^2 - 15{\cdot}3 \times 14{\cdot}7$

2. (i) சுருக்குக : $\dfrac{9x^2 - y^2}{y^2 + 2xy - 3x^2} - \dfrac{x^2y + xy^2}{x^3 - xy^2}$

(ii) $x = 1 - \dfrac{1}{y}$ ஆகவும் $y = 1 - \dfrac{1}{z}$ ஆகவும் இருப்பின், $z = 1 - \dfrac{1}{x}$ என நிறுவுக.

3. தீர்க்க : (i) $ax + by = 2b$

$a^2x + b^2y = ab + a^2$

(ii) $x^2 - xy + y^2 = 28$

$x - y = 6.$

4. ஒரு பிரயாணத்தை மேற்கொண்ட ஒருவன் அதன் ஒரு பகுதியைத் தனது சைக்களில் மணிக்கு 10 மைல்கள் வீதமும் மீதியை மணிக்கு 3 மைல்கள் வீதம் கால் நடையாகவும் செய்து முடிக்கிறான். முழுப் பிரயாணமும் 152 நிமிஷங்கள் எடுக்கிறது. அவன் சைக்களில் சென்ற தூரத்துக்கும் நடந்து சென்ற தூரத்துக்கும் உள்ள விகிதம் 3 : 1 ஆனால், அவன் சைக்களிற் சென்ற தூரத்தைக் காண்க.

5. 6 க்கும் 384 க்கும் இடையில் 5 கூட்டல் இடைகளையும், இந்த இரண்டு எண்களுக்குமிடையில் 5 பெருக்கலிடைகளையும் புகுத்துக. பெருக்கலிடைகளின் இரண்டு தொடைகளையும் தருக.

6. (i) ஒரு வேலையாள் ஒரு வாரத்திற் செய்யும் x மணித்தியால வேலைக்கு ஒரு மணித்தியாலத்துக்கு y சதம் என்ற வீதத்தில் கூலி கொடுக்கப்படுகின்றது அவன் மேற்கொள்ளும் எல்லா மேலதிக நேர வேலைகளுக்கும் ஒரு மணித்தியாலத்துக்கு z சதம் வீதம் கொடுக்கப்படுகிறது. அவனுடைய ஒரு வாரக் கூலி y ரூபா $25y$ சதம் ஆனால், அவன் மேலதிகநேர வேலை செய்த மணித்தியாலங்களின் எண்ணிக்கைக்கு ஒரு கோவையைக் காண்க. $x = 44$, $y = 35$, $z = 63$ ஆனால், மணித்தியாலங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(ii) $\frac{1}{2}$ மட $9 +$ மட $2 =$ மட $3 -$ மட $1{\cdot}5$ என நிறுவுக.

7. மடக்கையை உபயோகித்துப் பெறுமானங் காண்க.

$$\left(\frac{3\cdot094}{6\cdot379}\right)^2 + \sqrt[3]{\frac{0\cdot08463}{(0\cdot6453)^2}}$$

8. X அச்சில் 1 அங்குலத்தையும், y அச்சில் $\frac{1}{2}$ அங்குலத்தையும் அலகுகளாகக் கொண்டு, $x = -4$ இலிருந்து $+4$ வரைக்கும் $2x^2$ இன் வரைப்படத்தை வரைக. உமது வரைப்படத்திலிருந்து பின்வருவனற்றைக் காண்க :

(i) சார்பு 10 இலும் குறைவாயிருக்கும் x இன் பெறுமான வீச்சுக்கள்.

(ii) ஒரு பொருத்தமான நேர்கோட்டு வரைப் படத்தை வரைந்து. $3x^2 + 4x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் திருப்திசெய்யும் x இன் பெறுமானம்.

(iii) $\sqrt{7}$ இன் அண்ணளவான பெறுமானம்.

9. ஒருவன் தனது பணத்தை 90 விலேயுள்ள $3\frac{1}{2}$ சத வீதச் சரக்கு முதலில் அல்லது $87\frac{1}{2}$ விலேயுள்ள 3 சத வீதச் சரக்கு முதலில் முதலீடு செய்யலாம். இவற்றுள் முதலாவதில் அவன் முதலீடு செய்வதால் அவன் பெறும் சரக்கு முதலின் தொகை, இரண்டாவதில் முதலீடு செய்திருப்பின் அவன் பெறும் சரக்கு முதலின் தொகையிலும் பார்க்க 180/ ரூபா குறைவாயிருக்கும் ஒவ்வொரு சரக்கு முதலிலிருந்தும் அவனுக்குக் கிடைக்கும் வருமானத்தைக் காண்க. இவற்றில் எந்த முதலீடு அவனுக்கு அதிக நன்மையுடையதாகுமென்பதை அதன் மூலம் முடிவு செய்க.

10. ஒரு கூம்பினுடைய வளைந்த மேற்பரப்பினுடைய பரப்பு 1408 சதுர அங்குலம் ஆகும். அதனுடைய அடித்தளத்தின் ஆரை 14 அங்குலமாயின், அதனுடைய கனவளவைக் கன அங்குலங்களிற் கிட்டிய 2 தசம தானங்களுக்குச் சரியாகக் கணிப்பிடுக.

(r என்ற அடித்தள ஆரையையும், l என்ற சாய்வு உயரத்தையும், h என்ற உயரத்தையும் கொண்ட ஒரு கூம்பில், வளைந்த மேற்பரப்பினுடைய பரப்பு $= \pi rl$; கனவளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$)

11. $ABCD$ என்ற ஒரு சரிவகத்தில், AB என்பது DC க்குச் சமாந்தரமானது. $DC = 8$ அங்., $AD = 10$ அங்., $\angle DCB = 126°\ 40'$ $\angle DAB = 43°\ 19'$ ஆயின் பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க :

(i) AB (ii) $\angle CAB$.

12. ஒரு தாகபாவுக்கு நேர் தெற்கிலுள்ள P என்னும் ஒரு புள்ளியிலிருந்து அதனுடைய முடியின் உச்சியினுடைய ஏற்றக் கோணம் $11°\ 15'$ ஆகும். அதற்கு நேர் கிழக்கிலுள்ள Q என்னும் ஒரு புள்ளியிலிருந்து முடியின் உச்சியினுடைய ஏற்றக் கோணம் $9°\ 20'$ ஆகும். அத் தாகபாவின் உயரம் 250 அடி ஆயின், பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க :

(i) P யிலிருந்து Q வுக்குள்ள தூரமும், திசைகோளும்.

(ii) P க்கும் Q வுக்கும் நடுவிலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து முடியின் உச்சியினுடைய ஏற்றக் கோணம்.

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (சாதாரண தர)ப் பரீட்சை, ஆகஸ்ட் 1967

தூய கணிதம் 1. மூன்று மணி.

பத்து வினுக்களுக்கு விடை தருக.

1. (i) சினே காண்க : (அ) $(b+2a)(b-2a) + c(4a-c)$
(ஆ) $x^4 + 2x^2y^2 + 9y^4$

(ii) $9x^2 + 12x + 16$ இனுடைய ஏதேனும் ஓர் உறுப்பை மாற்றி அதனே ஒரு நிறை வர்க்கமாக்கலாம்.

இக்கோவையை ஒரு நிறைவர்க்கமாக்குதற்கு—

(அ) $12x$ உடன் எதைக் கூட்டுதல் வேண்டும்?

(ஆ) 16 உடன் எதைக் கூட்டுதல் வேண்டும்?

2. (i) சுருக்குக :

$$\left(\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}\right)\left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}\right) \div \left(x + \frac{y^2}{x-y}\right)$$

(ii) $p = x + \frac{1}{x}$ ஆகவும் $q = x^3 + \frac{1}{x^3}$ ஆகவுமிருப்பின், p, q என்னும் இரண்டுக்குமுள்ள தொடர்பைக் காண்க.

3. தீர்க்க : (i) $x-2y=1$

$x^2+2xy+4y^2=19$

(ii) $4x^2-3x-9=0$ (உமது விடையை இரு தானங்களுக்குச் சரியாகத் தருக)

4. இரு தானங்களைக் கொண்ட ஓர் எண்ணின் ஒன்ருந் தானம் அதன் பத்தாம் தானத்திலும் பார்க்க 7 குறைவாகும். இத் தானங்களை முன் பின்ஞக மாற்றியமைப்பின் உண்டாகும் புதிய எண் முன்பிருந்த எண்ணின் $\frac{7}{9}$ ஆனல், முதலில் இருந்த எண்ணைக் காண்க.

5. கூட்டல் விருத்தியொன்றின் 1ம், 2ம், 5ம் உறுப்புக்கள் பெருக்கல் விருத்தியாக அமைகின்றன கூட்டல் விருத்தியின் 2ம், 5ம் உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 16 ஆயின், கூட்டல் விருத்தியைக் காண்க.

6. (i) ஒருவன் ஒரு ரூபாவுக்கு p வீதம் x தோடம் பழங்களையும், ஒவ்வொன்றும் q சதவீதம் y தோடம் பழங்களையும் வாங்கிக் கொண்டு zரூபாவைக்கொடுத்தால் (அ) எவ்வளவு சதம் மிச்சமாகக் கிடைக்கும் எனக் காண்க. (ஆ) ஒரு தோடம்பழத்தின் சராசரிக் கொள்விலையைச் சதத்திற் காண்க. (விடைகளை சுருக்க முறையில் தருக.)

(i) பின்வருவன ஒவ்வொன்றையும் 16 இன் அடுக்காக எழுதுக.

64, 8, 1, 0·5

7. மடக்கையை உபயோகித்துப் பெறுமானங் காண்க.

$$(20{\cdot}688^2-20{\cdot}532^2)\times\sqrt[3]{\frac{0{\cdot}06406}{(0{\cdot}7702)^2}}$$

8 ஒவ்வொரு அச்சுக்கும் ஓர் அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு $x=-1\frac{1}{2}$ தொடக்கம் $4\frac{1}{2}$ வரையும் $y=6+3x-x^2$ இன் வரைப்படத்தை வரைக.

(i) வரைப்படம் சமச்சீராகும் இடத்தில் PQ என்னும் கோட்டை வரைந்து, இக் கோடு X அச்சை எங்கு வெட்டுமெனக் காண்க.

உமது வரைப் படத்திலிருந்து பின்வருவனவற்றைக் காண்க :

(ii) சார்பு நேராகவுள்ள x இனுடைய பெறுமானங்களின் வீச்சு.

(iii) $2x^2-2x-5=0$ என்ற சமன்பாட்டினுடைய மூலங்கள்.

9. 7 ச.மீ. நீளமான பக்கங்களையுடைய ஒரு கண்ணுடித் திண்மத்தின் ஒரு பக்கத்திலிருந்து 2·1 ச.மீ. ஆரமுடைய அரைக்கோள வடிவமான ஒரு மைக்குழி தோண்டப்படுகிறது. பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) அரைக்கோளத்தைத் தோண்டியபின் மைக்குழியுள் மேற்றளம் பரப்பு (முதலாவது தசம தானத்துக்குச் சதுர தசம மீற்றரில்.)

(ii) மைக்குழியின் நிறை (கிட்டிய முழு எண்ணில்) ஒரு க. ச. மீ. கண்ணுடியின் நிறை 2·75 கிராமெனக் கொள்க.

கோளத்தின் கனம் $=\frac{4}{3}\pi r^3$; $(\pi=\frac{22}{7}.)$

10. ஒருவன் 3600 ரூபா $3\frac{3}{4}\%$ சரக்கு முதலை $96\frac{2}{3}$ விலைக்கு வாங்குகிருன். தான் முதலீடு செய்த முழுத் தொகைக்கும் $3\frac{3}{5}\%$ வருமானம் பெற வேண்டுமாயின் அவன் 3% சரக்கு முதலில் என்ன தொகையை $93\frac{1}{3}$ விலைக்கு வாங்க வேண்டும்?

11. $ABCD$ என்னும் நாற்கோணம் 3 அங்குல ஆரமுள்ளதும் AC என்ற மூலை விட்டத்தை விட்டமாகக் கொண்டதுமான ஒரு வட்டத்தினுள் உள்ளுருவமாக வரையப்படுகிறது.

$CD=2{\cdot}4$ அங்; $\angle BCD=16°\ 40'$ ஆயின் பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க :

(i) $\angle ACD$ (ii) AB (iii) ABC என்ற முக்கோணியின பரப்பு.

12. கிடைக்கு 10° கோணத்தில் சீராக உயர்ந்து செல்லும் ஒரு சாய் தளத்தில் ஒரு நிலைக்குத்தான கொடித் தம்பம் நிற்கிறது. கொடித் தம்பத்தினடியிலிருந்து நேரே மேல் மலையில் 80 அடி தூரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து பார்க்கும்பொழுது, கொடித் தம்பத்தினது உச்சியின் ஏற்றக் கோணம் 18° ஆகும். பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க :

(i) கொடித் தம்பத்தின் உயரம்.

(ii) கொடித் தம்பத்தினடியிலிருந்து நேரே கீழ் மலையில் 80 அடி தூரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து பார்க்கும் போது கொடித் தம்பத்தினது உச்சியின் ஏற்றக் கோணம்.

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (சாதாரணதர)ப் பரீட்சை
டிசெம்பர் 1967

தூய கணிதம் 1 மூன்று மணி

பத்து வினாக்களுக்கு விடை தருக.

1. (அ) சினை காண்க : (i) $(p+q)(x-y)-(p+x)(q-y)$

(ii) $a^2+3b-6b^2-ab-a$

(ஆ) சினைகளைப் பற்றிய உமது அறிவை உபயோகித்துப் பின்வருவனவற்றின் பெறுமானத்தைக் காண்க :—

(வெறுமனே பெருக்குவதற்கு எம்மதிப்புங் கொடுக்கப்படமாட்டாது)

(i) $(1+x-x^2)(1-x-x^2)$

(ii) $(a+1)(1-a)(a^4+a^2+1)$

2. (i) $y=\frac{2x-3}{3x-2}$; $z=\frac{2y-1}{3y+1}$ ஆனல், z ஐ x இன் உறுப்புக்களில் மாத்திரங் காண்க.

(ii) சுருக்குக : $\frac{a+2b}{2a^2-ab-b^2}+\frac{b-2a}{3ab-a^2-2b^2}$

3. தீர்க்க: (i) $\frac{3}{2x}+\frac{2}{y}=3\frac{3}{5}$

$$\frac{2}{x}-\frac{3}{2y}=1\frac{7}{15}$$

(ii) $4x+y=20$

$12x^2+y^2=13xy$

4. மிகவும் பெரிய பகுதி மிகவும் சிறிய பகுதியின் $2\frac{1}{2}$ மடங்கிலும் பார்க்க 4 கூடியதாகவும், மிகவும் பெரியதினதும் மிகவும் சிறியதினதும் கூட்டுத் தொகை மூன்ருவது பகுதியின் $2\frac{1}{5}$ மடங்காகவும் இருக்கத்தக்கதாக 128ஐ மூன்று பகுதிகளாகப் பிரிக்க.

5. (i) $1, -3, +5, -7, +9, -11$......என்ற தொடரின் 21 உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

(ii) பின்வரும் பெருக்கல் விருத்தியில் வினக்குறி ? யினற் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள, இல்லாத உறுப்புக்களைக் காண்க :

?, −12, ?, ?, 3[illegible]...........

முதல் ஏழு உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையையும் காண்க.

6. (i) ஒரு வியாபாரி ஓர் அந்தர் மா $7x$ ரூபா $28x$ சதப்படி வாங்கி, ஓர் இருத்தல் $(x+2)$ சதப்படி விற்கிருன்.

(அ) ஓர் இருத்தலுக்கு அவனுக்குக் கிடைக்கும் இலாபத்தைச் சதத்திற் காண்க.

(ஆ) அவனுடைய இலாப நூற்று வீதத்தைக் காண்க.

(ii) 4 மட x + 2 மட 9=3 மட 24— மட 54 ஆயின், மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகியாமல் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

7. மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகித்துப் பெறுமானங் காண்க.

$$\sqrt[3]{\frac{0{\cdot}04765}{(2{\cdot}48)^3}}+\frac{8}{(0{\cdot}4876)^{\frac{2}{3}}}$$

8. ஒவ்வொரு அச்சிலும் ஓர் அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு $x=-4$ இலிருந்து $+2$ வரைக்கும் x^2+2x-4 இன் வரைப் படத்தை வரைக.

உமது வரைப்படத்தை உபயோகித்துப் பின்வருவனவற்றைக் காண்க :

(i) $x=-2\frac{1}{2}$ ஆக இருக்கும்பொழுது சார்புப் பெறுமானம். x இன் வேறு எந்தப் பெறுமானத்துக்குச் சார்பு இதே பெறுமானமுடையதாயிருக்கும் ?

(ii) x^2+2x ஆறிலும் பார்க்கக் குறைவாக இருக்கக்கூடியதாயுள்ள x இனுடைய பெறுமானங்களின் வீச்சு.

(iii) பொருத்தமான ஒரு நேர்கோட்டு வரைப் படத்தை வரைந்து, $3x^2+4x-2=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள்.

9. A B என்ற இரண்டு பங்காளிகள் ஒரு தொழிலின் மூலதனத்தில் முறையே 7,500 ரூபாவும் 2,500 ரூபாவும் கொடுக்கின்றனர்.

அத்தொழிலை நிர்வகிப்பதற்காக B இலாபங்களில் 15% ஐ முதலிற் பெறுகிறான் அதன் பின்னர் வருடத்துக்கு 4% வீதம் முலதனத்துக்கு வட்டி கொடுக்கப்படுகிறது. பின்னர் மீதி A க்கும் B க்கும் இடையில் 3:2 என்ற விகிதத்தில் பங்கிடப்படுகிறது. ஒரு குறிப்பிட்ட வருடத்தில் A பெற்ற மொத்தத்தொகை B பெற்ற மொத்தத் தொகையிலும் பார்க்க 150 ரூபா கூடவானால், அவ்வருடத்துக்கான மொத்த இலாபத்தைக் காண்க.

10. ஒருவன் 84 விலைப்படி 6 சதவீதச் சரக்கு முதலை வாங்குவதற்கு 21,000 ரூபாவை முதலீடு செய்கிறான். சரக்கு முதலின் விலை 90 க்கு உயர்ந்த பொழுது அவன் முழு சரக்கு முதலையும் விற்றுக்கிடைத்த தொகையை 500ரூபா வங்கிப்பங்குகளில் முதலீடு செய்கிறான் வங்கி அதனுடைய பங்குதாரர்களுக்கு $8\frac{1}{3}$ சதவீதப் பங்கிலாபங் கொடுக்கின்றது. அவனுடைய வருட வருமானத்தில் எவ்வித மாற்றமும் இல்லையெனில், ஒரு வங்கிப் பங்குக்கு அவன் கொடுத்த விலையைக் காண்க.

11. $ABCD$ என்ற ஒரு சாய்சதுரத்தில் மூலை விட்டங்கள் O வில் ஒன்றையொன்று வெட்டுகின்றன. AB க்குச் செங்குத்தாக DE வரையப்படுகிறது. $AC=20$ ச.மீ; $BD=15{\cdot}2$ ச.மீ. ஆனால், பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க :

(i) $\angle BAC$ (ii) AB (iii) AE (iv) DE

12. $PQRS$ என்ற ஒரு மட்டமான செவ்வக வடிவான விளையாட்டு மைதானத்தில், $PQ=80$ யார் ; $PS=70$ யார். RP என்ற மூலை விட்டம் நேர் வடக்கே சென்றால், SQ என்ற மூலைவிட்டத்தில் திசையைக் கணிக்க.

PT என்ற ஒரு நிலைக்குத்தான விளக்குத் தம்பம் Pயில் அமைந்துள்ளது. Qவிலிருந்து T யின் ஏற்றக் கோணம் $9^\circ\ 22'$ ஆயின், R இலிருந்து T யின் ஏற்றக் கோணத்தைக் கணிக்க.

கல்விப் பொதுத் தராதர பத்திர (சாதாரண)ப் பரீட்சை

டிசம்பர் 1968.

தூய கணிதம் 1. மூன்று மணி

பத்து வினாக்களுக்கு விடைதருக.

1. (i) சினைகாண்க :— (a) $3(2x+1)^2 - 2(2x+1) - 5$.
(b) $ax^2 - 4a^3 - 9a + 12a^2$

(ii) $a^2+2b^2=3$, $2a^2+b^2=9$ ஆயின், சினைகளில் உமக்குள்ள அறிவைப் பயன்படுத்தி, a^4-b^4 இனது பெறுமதியைக் காண்க.

2. (i) சுருக்குக:— $\dfrac{2y^2-xy}{x^2-4y^2} \times \dfrac{x^2-xy-6y^2}{x^2y^2-y^4} \div \left(\dfrac{2}{x+y} - \dfrac{1}{x-y}\right)$

(ii) $x=\dfrac{p}{1-p}$, $y=\dfrac{1+p}{p}$ ஆயின், p இனது பெறுமானத்தை

(a) x இனது உறுப்புக்களிலும்

(b) y இனது உறுப்புக்களிலும் காண்க. இதிலிருந்து y இனது பெறுமானத்தை x இனது உறுப்புக்களில் காண்க.

3. (i) தீர்க்க : (i)
$$\begin{aligned} 2x-4y+5z &= 21 \\ 8x+2y+3z &= 13 \\ 3x-3y-2z &= 13 \end{aligned}$$

(ii)
$$\begin{aligned} x+2y &= -4, \\ 2x^2-xy-2y^2 &= -8. \end{aligned}$$

4. செவ்வகமான ஒரு புற்றரை 33 அடி நீளமும் 16 அடி அகலமும் உடையது. மாறாத அகலமுடைய ஒரு பாதை இப்புற்றரையைச் சுற்றி வெளிப்புறமாக அமைந்திருக்கின்றது. இப் பாதையின் பரப்பு 270 சதுர அடி ஆயின் பாதையின் அகலத்தைக் காண்க.

5. ஒரு தொடரின் n ஆவது உறுப்பு $22-4n$ ஆகும். இத் தொடர் எத்தகைய தொடரெனக் காண்க. -86 இற்குச் சமமான பெறுமதியுடைய உறுப்பு எத்தனையாவது உறுப்பு எனவுங் காண்க. இத் தொடரின் முதலாவது உறுப்பிற் தொடங்கி எத்தனை உறுப்புக்களை எடுத்தால் அவற்றின் கூட்டுத்தொகை -1408 ஆகும் என்பதையுங் காண்க.

6. (i) 2 மட x = மட 3 + மட $(2x-3)$ ஆயிருக்கும்போது x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) p ஆண்கள், q பெண்கள் செய்யுமளவு வேலையைச் செய்வார்கள். x பெண்கள் y நாட்களில் ஒரு குறிப்பிட்ட வேலையைச் செய்து முடிப்பர். இதே வேலையை z ஆண்கள் எத்தனை நாட்களிற் செய்து முடிப்பர் ?

7. மடக்கை வாய்பாடுகளை உபயோகிப்பதற்கு இலகுவாயிருக்கும் பொருட்டு முதலிற் சுருக்கி, பின்னர் மடக்கை வாய்ப்பாடுகளைப் பயன்படுத்திப் பெறுமானங் காண்க.

$$\left(\frac{1}{6{\cdot}342^2} - \frac{1}{6{\cdot}983^2}\right)\sqrt[3]{0.08497} \times 323{\cdot}5$$

8. X அச்சில் ஓர் அங்குலத்தை அலகாகவும், Y அச்சில் $\frac{1}{2}$ அங்குலத்தை அலகாகவுங் கொண்டு, $x = -4$ இலிருந்து $+2$ வரையும் $2x^2+4x-7$ என்னுஞ் சார்பினது வரைப்படத்தை வரைக. உமது வரைப்படத்திலிருந்து பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(*i*) சார்பு மாருக (எதிராக) அதிகரிக்கும் x இனது பெறுமான வீச்சு.

(*ii*) $2x^2+4x$ என்பது 4 இலுங் குறைவாக இருக்கும் x இனது பெறுமான வீச்சு.

(*iii*) $x^2+x-5=0$ என்னுஞ் சமன்பாட்டின் மூலங்கள்.

9. ஒரு செவ்வகமான தொட்டியினது தளத்தின் நீளம் 11 அங்குலம், அகலம் 10 அங்குலம் ஆகும். இத்தொட்டி 12 அங்குல ஆழத்துக்கு நீரைக் கொண்டுள்ளது. $3\frac{1}{2}$ அங்குல ஆரையும் 26 அங்குல நீளமும் உள்ள ஒரு உருளை வடிவான திண்ம உலோகக் குற்றி அதன் அச்சு நிலைக்குத்தாயிருக்கும்படியாக தாங்கியின் தளத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. நீரின் மட்டம் மேலெழும்பும் உயரத்தை அங்குலத்தில் (முதலாம் தசமதானத்திற்குத் திருத்தமாக) கணக்கிடுக. (உருளையின் கனவளவு $= \pi r^2 h$, $\pi = \frac{22}{7}$).

10. 14,000 ரூபாவை $2\frac{3}{4}$ நூற்றுவீத இலாபந்தரும் சரக்கு முதலில் வைத்திருக்கும் ஒருவன், அவற்றில் ஒரு பகுதியை 96-க்கு விற்று, பெற்ற தொகையை 3 நூற்றுவீத இலாபந்தரும் 120 விலையுள்ள சரக்குமுதலில் முதலீடுசெய்தான். அவனுடைய புதிய வருட வருமானம் இப்பொழுது 350 ரூபாவாயின், $2\frac{3}{4}$ நூற்றுவீதச் சரக்கு முதலின் எப்பின்னத்தை விற்ருன் ?

11. $ABCD$ என்னுஞ் சரிவகத்தில் AB என்பது CD இற்குச் சமாந்தரமாகும். $AD = 4{\cdot}2$ சமீ., $AB = 5$ சமீ., $\angle ADC = 54^\circ\ 16'$ $\angle ABC = 132^\circ\ 42'$. பின் வருவனவற்றைக் கணக்கிடு :—

(*i*) AB க்கும் CD க்கும் இடையிலுள்ள தூரம் (*ii*) BC

(*iii*) DC, (*iv*) $\angle BDC$

12. $PQRS$ என்னுஞ் செவ்வகவடிவான வயலில் $PQ = 150$ அடி, $QR = 80$ அடி ஆகும். P யில் PT என்னும் நிலைக்குத்தான ஒரு கொடிக் கம்பம் நிற்கிறது. Q விலிருந்து கொடிக் கம்பம் உச்சி T யின் ஏற்றக் கோணம் 12° ஆகும். பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க :— (*i*) PT இனது உயரம், (*ii*) R இலிருந்து T இனது ஏற்றக் கோணம், (*iii*) $\angle QTR$.

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (சாதாரணதர)ப் பரீட்சை

டிசம்பர் 1969

தூய கணிதம் I மூன்று மணி

பத்து வினக்களுக்கு விடை தருக.

1. (*i*) சினை காண்க :— (*a*) $a^6 - b^6$
(*b*) $4a^4 - 16a^2 + 9$.

(*ii*) x^2+3x+k என்னும் கோவையின் சினைகளில் $x-5$ என்பது ஒரு சினையாகும். k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

2. (i) $\dfrac{2}{p-2}$, $\dfrac{3}{2+p-p^2}$ என்பவற்றின் கூட்டுத்தொகையுடன் மிக எளிய வடிவான எப்பின்னத்தைக் கூட்ட $\dfrac{1}{p+1}$ ஐப் பெறலாம்?

(ii) $(a+2b)^3$ இன் பெறுமானத்தை எழுதுக. எவ்வளவால் $(a-2b)^3$ ஐவிட இது அதிகமானதாகும்?

3. தீர்க்க: (i) $x+3y=3$
$2x^2-3xy-5y^2=16$

(ii) $4x^2-7x+1=0$. (உமது விடையைக் கிட்டிய இரண்டு தசமதானங்களில் தருக.)

4. மணிக்கு x மைல் வீதம் மாருக்கதியில் செல்லும் ஒரு சைக்கிளோட்டி A என்னும் ஒரு பட்டினத்திலிருந்து B என்னும் பட்டினத்திற்குச் செல்வதற்கு y மணித்தியாலங்கள் எடுக்கிருன். அவன் தனது கதியை மணிக்கு ஒரு மைல் வீதம் அதிகரித்தானுயின் அவன் சேர வேண்டிய நேரத்திலும் 25 நிமிடங்கள் முந்திச் சேர்ந்துவிடுவான். தனது கதியை மணிக்கு $\frac{1}{2}$ மைல் வீதம் குறைத்தானுயின் சேர வேண்டிய நேரத்திற்கு 15 நிமிடங்கள் பிந்திவிடுவான். x இனதும் y யினதும் பெறுமானங்களைக் கணித்து, அப்பெறுமானங்களிலிருந்து AB க்குள்ள இடைத்தூரத்தையும் காண்க.

5. பெருக்கல் விருத்தியொன்றின் முதல் மூன்று உறுப்புகளும் x, $x-3$, $x+3$ ஆயின் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. -512 இற்குச் சமமான பெறுமானத்தையுடைய உறுப்பு எத்தனையாவது உறுப்பு எனவுங்காண்க. இத்தொடரின் முதல் 12 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க

6. (i) ஒரு சில்லறை வியாபாரி 2 தொன் சீமெந்தை 11 x ரூபாவுக்கு வாங்கி, முழுவதையும் இருத்தல் ஒன்று y சதமாக விற்கிறன். ஒவ்வொரு அந்தருக்கும் 2 இருத்தல் வீதம் கழிவு அனுமதித்தால் அவனுடைய இலாப நூற்று வீதத்தைக் காண்க. உமது விடையை மிகவும் சுருக்கமான வடிவில் தருக.

(ii) $x=27$, $y=4$ ஆயின் பின்வருவனவற்றின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(a) $\left(x^{\frac{2}{3}}y\right)^{\frac{1}{2}}$ (b) $\left(2xy\right)^{-\frac{1}{3}}$

(c) $\left(\frac{12y}{x}\right)^{\frac{1}{2}}$ (d) $\left(x^{\frac{2}{3}}+y^2\right)^{-\frac{1}{2}}$

7. (i) கோளம் ஒன்றினது கனம் $\frac{4}{3}\pi r^3$ ஆகும். மடக்கை வாய்பாட்டை உபயோகித்து 1·685 க.அங்குல கனமுடைய ஒரு கோளத்தின் ஆரையைக் காண்க. (π = 3·142 எனக் கொள்க)

(ii) மடக்கையை உபயோகித்துப் பெறுமானங் காண்க.

$$(0{\cdot}535)^{\frac{3}{2}} \times \frac{\sqrt{0.1586}}{\sqrt[3]{0{\cdot}07431}}$$

8. X அச்சில் ஓர் அங்குலத்தை அலகாகவும் Y அச்சில் $\frac{1}{2}$ அங்குலத்தை அலகாகவுங் கொண்டு $x=-4$ இலிருந்து $+1$ வரையும் $y=5-9x-3x^2$ இன் வரைப்படத்தை வரைக.

உமது வரைப்படத்திலிருந்து பின் வருவனவற்றைக் காண்க

(i) வளைக் கோட்டின் திரும்பற்புள்ளியின் ஆள்கூறுகள்,

(ii) சார்பு நேராக குறையும் x இனது பெறுமான வீச்சு,

(iii) $x^2+4x+2=0$ என்னுஞ் சமன்பாட்டின் மூலங்கள்.

9. ஒரு பூம்பாத்தி ஒரு செவ்வகத்தையும், அச்செவ்வகத்தின் நீளங்குறைந்த பக்கத்தை விட்டமாகக் கொண்ட இரு அரை வட்டங்களையும் உள்ளடக்கியுள்ளது. செவ்வகத்தின் நீளங்கூடிய ஒவ்வொரு பக்கமும் 12 அடிகளாகும்; பூம் பாத்தியைச் சுற்றிய முழுத் தூரமும் 46 அடிகளாகும். இப் பூம்பாத்தியைத் தயார் செய்வதற்கு 3 அங். ஆழத்திற்கு மண்ணைச் சீராக அகழ்ந்து எடுக்க வேண்டுமாயின், அகழ்ந்தெடுத்த மண்ணின் கன அளவைக் கன அடியிற் கணிக்க (π = $\frac{22}{7}$ ஆகும்.)

10 ஒருவன் 3 சதவீத 4800/- ரூபாச் சரக்கு முதலையும், $2\frac{1}{2}$ சதவீதப் பங்கிலாபங் கொடுக்கின்ற 720 ஐந்து ரூபாய் பங்குகளையும் வைத்திருக்கிறன். அவன் தனது சரக்குமுதலை 95 விலைக்கும், பங்குகளை ஒவ்வொன்றும் ரூபா 6/40 க்கும் விற்று கிடைத்த முழுத் தொகையையும் $3\frac{1}{2}$ சதவீதச் சரக்கு முதல் ஒன்றில் முதலீடு செய்கிறன். இதனல் அவனுடைய வருமானம் 102 ரூபாவாக அதிகரித்தது. $3\frac{1}{2}$ சதவீதச் சரக்கு முதலுக்கு அவன் செலுத்திய விலையைக் காண்க.

கவனிக்க: 11 ஆம் 12 ஆம் வினக்களுக்கு நீளங்களைக் குறைந்தது இரண்டு தசமதானங்களுக்கு அண்மையிலும் கோணங்களைப் பாகைகள், கலைகள் என்பவற்றிலும் தருக.

11. $PQRS$ என்பது 3·60 அங்குல ஆரையையும், PQ என்ற விட்டத்தையுமுடைய ஒரு வட்டத்தின் உள்ளுருவாக வரையப்பட்ட ஒரு நாற்பக்கல் ஆகும். RT, SQ விற்கும் செங்குத்தாகும்.

$\angle RPQ = 35° 12'$ $RT = 1{\cdot}45$ அங். எனின் பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

(i) RQ (ii) $\angle RQS$ (iii) SQ (iv) $\angle SQP$

12. வடக்கு நோக்கிச் செல்வது DA என்னும் ஒரு நேர்த்தெருவாகும். ABC என்பது A யிலிருந்து பிரிந்து வட /57°/ கிழ. இற் செல்லும் மற்றுமோர் தெரு. D என்ற புள்ளியிலிருந்து B, வட /20° 40'/ கிழ என்ற திசையிலும் C, வட /36°24'/ கிழ. என்ற திசையிலும் திசைகோள்களை ஆக்குகின்றன.

$BC = 4{\cdot}63$ மைல்களாயின் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) DC (ii) DB (iii) DA என்ற தெருவிலிருந்து B யின் தூரம்.

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (சாதாரணதர)ப் பரீட்சை

டிசம்பர் 1970

தூய கணிதம் மூன்று மணி

பத்து வினக்களுக்கு விடை தருக.

1. சினைகாண்க (i) (அ) a^2-b^2-4b-4

(ஆ) $2(b-x)^2-5(b-x)+2$

(ii) $(x-1)$ என்பது x^3-2x^2-5x+6 என்பதின் ஒரு சினையாயின், மற்றைய இரண்டு சினைகளையும் காண்க.

2. (i) சுருக்குக : $\frac{1}{(a-b)(c-a)}+\frac{1}{(b-a)(b-c)}+\frac{1}{(a-c)(c-b)}$

ii) $a=\frac{p+1}{p-1}$ ஆகவும், $p=\frac{2q+1}{q-1}$ ஆகவும் இருக்கும்பொழுது q வை, a யின் உறுப்புகளில் அதன் மிக எளிய உருவத்திற் கூறுக.

3. சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க :

(i) $2\left(\frac{2}{x}+\frac{3}{y}\right)=3;\qquad \frac{5}{x}+\frac{9}{y}=4\frac{1}{4}$

(ii) $4x+7y=15\quad x^2+3xy=10y^2$

4. ஒருவன் 6 மைல் தூரம் சைக்கிளிலும் 3 மைல் தூரம் நடந்தும் செல்ல விரும்புகிருன் ஆனல் 3 மைல் தூரம் சைக்கிளிற் சென்ற பின் சைக்கிளிற் பழுதேற்படவே மிகுதி 3 மைல் தூரமும் நடக்க வேண்டி ஏற்படுகிறது; இதனல் அவன் $\frac{1}{2}$ மணித்தியாலம் பிந்துகிருன். அவன் நடப்பதைவிட சைக்கிளில் மணிக்கு 8 மைல் வீதம் கூடிய கதியிற் செல்வானுகில் அவன் உண்மையில் பிரயாணத்துக்குச் செலவு செய்த நேரத்தைக் காண்க.

5. (i) கூட்டல் விருத்தியோ பெருக்கல் விருத்தியோ என்று கூறமுடியாத ஒரு குறிப்பிட்ட விருத்தி பின்வரும் உறுப்புக்களைக் கொண்டுள்ளது; அவற்றில் விடப்பட்ட உறுப்புக்கள் சில கீழே புள்ளிக் கோட்டால் காட்டப்பட்டுள்ளன.

$5\frac{1}{4},\ 5\frac{7}{8},\ 6\frac{1}{2},\ \ldots\ldots\ldots\ldots 16\frac{1}{2},\ 17\frac{1}{8},\ 17\frac{3}{4}.$

விடப்பட்ட உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

(ii) பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் மூன்ருவது உறுப்பு 6 ஆகும்; அதன் ஏழாவது உறுப்பு 486 ஆகும். இரண்டு தொடர்களையும் காண்க.

6. (a) ஒரு வியாபாரி ஓர் அந்தர் p ரூபா விலையான q அந்தர் உருளைக்கிழங்கையும் ஓர் அந்தர் $\frac{2p}{3}$ ரூபா விலையான $2q$ அந்தர் உருளைக் கிழங்கையும் வாங்கி இரு வகைக் கிழங்குகளையும் கலக்கிருன்.

(i) ஓர் இருத்தல் உருளைக் கிழங்கின் சராசரிக் கொள்விலை யாது? உமது விடையைச் சதத்திற் தருக.

(ii) இவ் வியாபாரி தன்னிடம் இருப்பாக உள்ள உருளைக் கிழங்கை விற்பதனுல் 10% இலாப மடைவானுகில் இவ் வியாபாரத்தில் அவன் பெற்ற மொத்த இலாபம் என்ன? உமது விடையை ரூபாவில் மிக எளிய வடிவில் தருக.

(b) (i) $2^x=\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$ ஆயின், x ஐக் காண்க.

(ii) மடக்கை வாய்பாடுகளைப் பயன்படுத்தாமல் பெறுமதி காண்க.

$மட_{10}\left(\frac{12}{5}\right)+மட_{10}\left(\frac{25}{21}\right)-மட_{10}\left(\frac{2}{7}\right)$

(iii) $x=a^{\frac{1}{2}}b$ எனவும் $y=a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}$ எனவும் இருந்தால் x^2 இன் பெறுமதியை y, a ஆகிய உறுப்புக்களில் காண்க, உமது விடையை நேர் சுட்டிகளுடன் தருக.

7. (i) r ஐ ஆரையாகக், கொண்ட ஒரு கோளத்தின் வெளிப் பரப்பாகிய $A=4\pi r^2$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. இங்கு $\pi=3{\cdot}1416$ ஆகும்.

$A=500$ சது. சமீ. ஆக இருக்கும்போது, மடக்கை வாய்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி r ஐக் காண்க.

(ii) $l=\frac{\sqrt[3]{(0{\cdot}234)^2}\times(7{\cdot}82)^2}{({\cdot}6421)^3}$ எனத் தரப்பட்டிருந்தால், மடக்கை வாய்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி l இன் பெறுமதியைக் காண்க.

8. x அச்சில் ஓர் அங்குலம் 1 அலகையும் y அச்சில் ஓர் அங்குலம் 2 அலகுகளையும் குறிப்பிடக் கூடியதாக $x=-1$ இலிருந்து $4\frac{1}{2}$ வரையும் $y=2x^2-7x+3$ இன் வரை படத்தை வரைக.

உமது வரைபடத்தை உபயோகித்துப் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) வரைப் படத்தை இருபகுதிகளாகச் சம சீராகப்பிரிக்கும் கோட்டினது சமன்பாடு

(ii) $y>1$ ஆக இருக்கையில் x இன் வீச்சு

(iii) பொருத்தமான ஒரு நேர்வரையை வரைவதன் மூலம் $4x^2-15x+\frac{7}{2}=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள்.

9. செவ்வகமான விளையாட்டுத் திடலொன்றின் நீளத்துக்கும் அகலத்துக்கும் உள்ள விகிதம் 4 : 3 ஆகும். திடலின் பரப்பு 10800 சதுர யாராகும். இத்திடலை முற்றுகச்சுற்றி 3 அடி அகலமான

பாதை ஒன்று உண்டு. (பாதை விளையாட்டுத் திடலுக்கு வெளியேயுள்ளது.) ஒரு கன அடி 25 சதவீதம் பாதைக்கு 2 அங்குலத் தடிப்பில் கிரவல் இடுவதற்கு ஏற்படும் செலவைக் காண்க.

10. ஒருவன் ஒரு குறிப்பிட்ட தொகைப் பணத்தை 108 விலையான 5% சரக்கு முதலிலும், 90 விலையான 4% சரக்கு முதலிலும் முதலீடு செய்வதால் தனது இரண்டு முதலீடுகளிலிருந்தும் சம தொகையான சரக்கு முதல்களைப் பெறுகிறான். அவனுடைய முழு வருமானமும் 2700 ரூபாவாகும்.

ஒவ்வொரு பங்கும் 1 ரூபா பங்கிலாபங் கொடுக்கின்ற 10 ரூபாப் பங்குகளை அவன் 18 ரூபா விலையில் வாங்குவதில் தனது முழுப் பணத்தையும் முதலீடு செய்திருப்பின், அவனுடைய வருமானத்தில் என்ன மாற்றம் ஏற்பட்டிருக்கும்?

(குறிப்பு : 11 ஆம் 12 ஆம் வினாக்களில் எல்லா நீள அளவுகளையும் குறைந்தது இரண்டாம் தசமதானத்திலும், எல்லாக் கோணங்களையும் பாகைகளிலும் கலைகளிலும் தருக.)

11. $AB = 7 \cdot 22$ அங்; $AC = 6 \cdot 45$ $\angle BAC = 70^\circ$ ஆகுமாறு ABC என்பது ஒரு முக்கோணியாகும். A, B என்பவற்றிலிருந்து முறையே BC, AC என்பவற்றிற்கு AD, BE என்பவை செங்குத்துக்களாகும்,

கணிக்க : (i) BE (ii) BC (iii) $\angle ACB$ (iv) AD.

12 XY என்பது X இலிருந்து வடக்கு நோக்கிச் செல்லும் ஒரு நேரிய தெரு. XY = 150 யாராகும். XYக்குக் கிழக்கு திசையாக AB என்னும் ஒரு கோபுரம் உண்டு. கோபுரத்தின் அடி A ஆகும். Y யிலிருந்து Aயின் திசைக்கோள் வடக்கிலிருந்து 70° கிழக்கிலும் X இலிருந்து A யின் திசைக்கோள் வடக்கிலிருந்து 35° கிழக்கிலும் ஆகின்றன. Y யிலிருந்து B யின் ஏற்றம் 10° ஆகும். பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க. (i) கோபுரத்தின் உயரம் (ii X இலிருந்து B யின் ஏற்றம்.

கல்விப் பொதுத்தராதரப்பத்திர
(சாதாரணதரப் பரீட்சை)
மார்ச் 1971.
தூய கணிதம் I.

மூன்று மணி

பத்து வினாக்களுக்கு விடை தருக :

1. (அ) சினைகளாகத் துணிக :

(i) $a^3c + b^3 - b^3c - a^3$ (ii) $16x^2y - 26xy^2 - 12y^3$

(ஆ) $(x-2)$ என்பது $x^3 - x^2 - 14x + a$ என்பதின் ஒரு சினையாயின் a யின் பெறுமதியையும் அதிலிருந்து எஞ்சியசினைகளையும் காண்க.

2. (அ) சுருக்குக : $\frac{1}{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{4x - 3 - x^2} + \frac{1}{5x - 6 - x^2}$

(ஆ) $p = a + \frac{1}{a}$ ஆயின், $a^3 + \frac{1}{a^3}$ இன் பெறுமதியை p யின் உறுப்புக்களில் மாத்திரம் காண்க.

3. சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க :

(அ) $(3x - a)(2x + b) - 9b^2 = 6x(x + b) - a(4a + b)$

(ஆ) $\frac{x}{y} + \frac{2y}{x} = 3\frac{2}{3}$, $x + y = 5$

4. A யிலிருந்து Bக்குச் செல்லும் தெருவொன்றில் C என்பது ஓர் இடைப்பட்ட புள்ளியாகும். சைக்கிளோட்டி ஒருவன் A யிலிருந்து C க்கு மணிக்கு 4 மைல் கதியிலும், C யிலிருந்து B க்கு மணிக்கு 12 மைல் கதியிலும் செல்கிறான். அவன் திரும்பி வருகையில் B யிலிருந்து C க்கு மணிக்கு 4 மைல் கதியிலும்; C யிலிருந்து A க்கு மணிக்கு 12 மைல் கதியிலும் வருகிறான். A யிலிருந்து B க்குச் செல்லும் பிரயாணத்துக்கு B யிலிருந்து A க்குத் திரும்பிவரும் பிரயாணத்திலும் பார்க்க 20 நிமிடங்கள் கூடச் செலவாகிறது. சைக்கிளோட்டி மணிக்கு 5 மைல் மாறுக்கதியில் சென்றிருந்தால் தனியே A யிலிருந்து B க்குச் செல்ல அவன் 2 மணித்தியாலங்கள் எடுத்திருப்பான். C யின் நிலையைக் காண்க.

5. (அ) பின்வரும் தொடர் ஒரு கூட்டல் விருத்தி அல்லது ஒரு பெருக்கல் விருத்தியாகும். இதன் முதலாம், இரண்டாம், நான்காம் உறுப்புகள் முறையே

$$3\frac{1}{3}, \quad 3\frac{7}{12}, \quad 4\frac{1}{12} \text{ ஆகும்.}$$

இத்தொடரின் முதல் 17 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

(ஆ) பின்வரும் பெருக்கல்விருத்தியில் உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க : 1, —3......, —19683

6. (அ) ஒருவன் ஒவ்வொன்றும் q சதமாகப் p தொகையான தோடம் பழங்களை வாங்கினான். இதில் $\frac{1}{4}$ ஐ அவன் 60% இலாபத்திற்கும், $\frac{1}{3}$ ஐ 20% இலாபத்திற்கும், எஞ்சியுள்ளதை 44% இலாபத்திற்கும் விற்றான். இவ்விற்பனையால் அவனுக்கு எவ்வளவு கிடைக்கும்? (உமது விடையை மிக எளிய ரூபா வடிவத்திற் தருக).

(ஆ) $x = 2y\sqrt{\left(1-\frac{1+z}{1-z}\right)}$ ஆயின் z இன் பெறுமதியை x, y ஆகிய உறுப்புக்களிற் தருக.

7. (அ) வாய்ப[illegible] பயன்படுத்தாமல் பின்வருவனவற்றைக் காண்க

(i) $\left(25^{\frac{3}{2}} \times 16^{\frac{1}{4}}\right)^{-2}$ $\left(\frac{64^{\frac{1}{6}}+27^{\frac{2}{3}}}{110}\right)^2$; $\left(\frac{81}{24}\right)^{\frac{1}{3}}$

(ii) மட $_{10}\frac{3}{4}$ — 2 மட $_{10}\frac{3}{10}$ + மட $_{10}12$ — 2

(ஆ) மடக்கை வாய்ப்பாட்டுப் பயன்படுத்தி l இன் பெறுமதியை காண்க. $l = \frac{\sqrt[3]{(\cdot 0135)^2 \times (4\cdot 56)^2}}{(\cdot 24)^{\frac{1}{2}}}$

8. இரண்டு அச்சுக்களிலும் அங்குலத்தை ஓர் அலகாகக் கொண்டு $x = -3\frac{1}{2}$ யிலிருந்து $x = 1\frac{1}{2}$ வரை $y = 3 - 2x - x^2$ இன் வரைபடத்தை வரைக. உமது வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி:

(i) $3 - 2x - x^2$ இன் மிக உயர்ந்த பெறுமதியைக் காண்க.

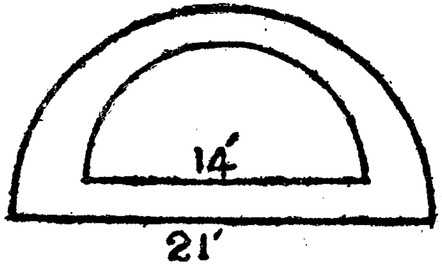
(ii) x இனது எப்பெறுமான வீச்சுக்கு, x அதிகரிக்கும் போது y நேராக அதிகரிக்கும் எனக் காண்க.

(iii) பொருத்தமான ஒரு நேர்வரையை வரைவதன்மூலம் $4x^2 + 9x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

9. பூம்பாத்தியொன்றின் அமைப்பு கீழே உள்ள படத்திற் காட்டப்பட்டுள்ளது. பாத்தியின் வெளி எல்லை ஓர் அரைவட்டப்பரிதியையும் அவ்வட்டத்தின் விட்டத்தையுங் கொண்டது; உள் எல்லையும் ஒரு சிறிய அரைவட்டப் பரிதியையும் அவ்வட்டத்தின் விட்டத்தையுங் கொண்டது. வெளி அரைவட்டத்தின் விட்டம் 21 அடியும் உள் அரைவட்டத்தின் விட்டம் 14 அடியுமாகும்.

(i) பூம்பாத்தியின் பரப்பைச் சதுர அடியிற் காண்க.

(ii) 2 அங்குல ஆழத்திற்கு பசளை இடுவதற்குத் தேவையான பசளையின் அளவைக் கன அடியிற் காண்க. ($\pi = \frac{22}{7}$)



10. ஒருவன் 50,000 ரூபாவின் ஒரு பகுதியை $4\frac{1}{2}\%$ சரக்கு முதலிலும் மற்றொரு பகுதியை 7% சரக்கு முதலிலும் முதலீடு செய்கிறான். $4\frac{1}{2}\%$ சரக்கு முதலிலிருந்து தனது முதலீட்டில் 3% ஐயும், மற்றைய சரக்கு முதலிலிருந்து தனது முதலீட்டில் $3\frac{1}{2}\%$ ஐயும் பெறுகிறான். $4\frac{1}{2}\%$ சரக்கு முதலிலிருந்து அவன் பெறும் வருடவருமானம் மற்றைய சரக்கு முதலிலிருந்து பெறுவதிலும் பார்க்க 200 ரூபா கூடுதலாகும். ஒவ்வொரு வகையிலும் எவ்வளவு சரக்குமுதலை அவன் வைத்திருக்கிறான்.?

11. ABCD என்பது ஒரு நாற்பக்கல்.இதில் $\angle DAB = \angle ABC = \angle BDC = 90^\circ$; $\angle BCD = 52^\circ 45'$; AD = 4·3 ச.மீ ஆகும். நாற்பக்கலின் மூலைவிட்டங்கள் O வில் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுகின்றன. பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க:

(i) DC ஐ திருத்தமாக இரண்டாவது தசமதானத்தில்

(ii) $\angle ACB$ ஐ பாகைகளிலும் கலைகளிலும்

(iii) AO வை திருத்தமாக இரண்டாவது தசமதானத்தில்.

12. AB என்பது A யிலிருந்து வடக்கு நோக்கிச் செல்லும் ஒரு நேரிய தெருவாகும். XY என்பது AB க்குக் கிழக்குப்புறமாகவுள்ள ஒரு செங்குத்துக் கோபுரமாகும். X என்பது கோபுரத்தின் அடியாகும். A யிலிருந்து Y இன் ஏற்றக்கோணம் α ஆகும்; இங்கு தான் $\alpha = \frac{1}{5}$. AB = 100 அடி; B யிலிருந்து X இன் திசைகோள் B க்குச் சரியாகக் கிழக்கே இருக்கும்வண்ணம் அமைந்துள்ளது. B யிலிருந்து Y இன் ஏற்றக்கோணம் β ஆகும்; இங்கு தான் $\beta = \frac{2}{5}$ ஆகும்.

(i) கோபுரத்தின் உயரத்தைக் கிட்டிய அடியில் காணக.

(ii) A யிலிருந்து X இன் திசைகோள்.

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (சாதாரணதர)ப் பரீட்சை

டிசம்பர் 1971

தூய கணிதம்.

மூன்று மணி

பத்து வினாக்களுக்கு விடை தருக.

1. (அ) சினைகளைக் காண்க: (i) $9a^4 + 8a^2b + 4b^4$

(ii) $(2x + y)(p - 2q) + (y + 2x)(8q - 4p)$

(ஆ) $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x$ என்பதை $x - 3$ ஆல் பிரிக்கும் பொழுது வரும் ஈவு, மிகுதி என்பனவற்றைக் காண்க.

2. (i) $p = x^3 - \frac{1}{x^3}$, $q = x^2 + \frac{1}{x^2}$, ஐ $x - \frac{1}{x}$

ஆயின் சினைகள் பற்றிய உமது அறிவைக் கொண்டு அல்லது வேறு வழியாக r ஐ p, q ஆகியவற்றின் உறுப்புக்களிற் காண்க

(ii) $l = 4\sqrt{\frac{cp}{w-p}}$ ஆயின் p யை இச்சூத்திரத்தின் எழுவாயாக மாற்றுக.

$l = 10$, $w = 20$, $c = \frac{1}{4}$ ஆயின் எந்த வாய்பாடுகளையும் பயன்படுத்தாது p யின் பெறுமதியைக் காண்க.

3. சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க : (i) $\frac{x+5}{2x} - 2 = \frac{2x-1}{3}$

(ii) $3x + \frac{3}{2y} = 4$; $2x + \frac{2}{y} = 3$

4 ஒரு மோட்டார் சைக்கிளோட்டி மணிக்கு x மைல் கதியிற் சென்றால் t மணியில் B யை அடையலாமென்ற நோக்கத்துடன் A யிலிருந்து புறப்பட்டான். ஆனால் மோட்டார் எந்திரத்தில் ஏற்பட்ட கோளாறினால் அவன் தனது கதியை மணிக்கு 2 மைல் வீதம் குறைக்க நேரிட்டது. இதனால் அவன் B யை அடைய எதிர்பார்த்த நேரத்திலும் $\frac{1}{2}$ மணித்தியாலம் கூடுதலாக எடுத்தான். B யை அடைந்த பின்னர் அவன் எந்திரத்தைத் திருத்திக்கொண்டு மணிக்கு $(x + 2)$ என்ற மைல் கதியுடன் A யை நோக்கித் திரும்பவும் புறப்பட்டு $(t - \frac{1}{2})$ மணிகளில் A யை அடைந்தான். x, t என்பவற்றைக் காண்க

5. (i) கூட்டல் விருத்தியொன்றின் இரண்டாம் உறுப்பு x உம், நான்காவது உறுப்பு y உம் ஆகும். இத்தொடரின் முதல் 8 உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

(ii) ஒரு பெருக்கற்றொடரில் முதலாம், மூன்றும் உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 20 ஆகும். இரண்டாவது உறுப்பு முதலாவது உறுப்பை விட 4 கூடவாகும். மேற்கூறிய நிலைமைகளைத் திருத்தியாக்கும் இரண்டு தொடர்களைக் காண்க

6. (அ) (i) மட$_{10}$ y $= 3 - 2$ மட$_{10}$ x ஆயின, மடக்கை இல்லாமல் x இன் உறுப்பில் y யைத் தருக:

(ii) சுருக்குக : $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{3}{2}} \times \frac{1}{3^{-4}} \times \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$

(இதற்கு மடக்கை வாய்பாடுகள் பயன்படுத்தல் கூடாது

(ஆ) ஒரு வியாபாரி இருத்தல் ஒன்று x ரூபா விலையான p இரு. தேயிலையையும், இருத்தல் $\frac{4x}{5}$ விலையான q இருத்தல் தேயிலையையும் வாங்கி இரண்டு வகைகளையும் கலக்கிறான். பின்வருவனவற்றைக் காண்க :

(i) ஓர் இருத்தல் கலவையின் விலையைச் சதத்தில்

(ii) வியாபாரி முழு இருப்பையும் 20% இலாபத்துடன் விற்றானாயின் அவனுக்குக் கிடைக்கும் இலாபம். (விடையை ரூபாவில் மிகச் சுருக்கமான உறுப்பிற் தருக.)

7. பெறுமானத்தை மிகச் செம்மையாகக் காண்பதற்கு, மடக்கை வாய்பாடுகளைப் பயன்படுத்துக.

$$(\cdot 078)^{\frac{1}{3}} + \frac{(\cdot 1523)^2 \times 4\cdot 53}{\sqrt{\cdot 0054}}$$

8. x அச்சில் ஓர் அங்குலம் 1 அலகினையும் y அச்சில் அரை அங்குலம் 1 அலகினையும் குறிப்பிடக்கூடியதாக $x = -2$ இலிருந்து $3\frac{1}{2}$ வரையும் $2x^2 - 3x - 7$ என்ற சார்பின் வரையை வரைக. உமது வரையைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) வரையினது திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள்

(ii) சார்பு 4 க்குச் சமமாக இருக்கையில் x இன் பெறுமதி

(iii) பொருத்தமான ஒரு நேர்கோடு வரைவதன்மூலம் $4x^2 - 7x - 14 = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள்.

9. ஒருவன் 5,000 ரூபாவை வட்டிக்குப் பெற்று மூன்று வருடங்களில் வட்டியும் முதலுமாகத் திருப்பிக் கொடுப்பதாக வாக்குறுதி செய்தான். ஒவ்வொரு வருடத்திற்கான வட்டியும் அவ்வருட ஆரம்பத்தில் இருக்கும் தொகையின் 10 வீதத்தில் கணித்தல் வேண்டும். முதலாம வருட இறுதியில் அவன் 2,000 ரூபாவையும் இரண்டாம் வருட இறுதியில் மற்றுமொரு தொகையையும், மூன்றாவது வருட இறுதியில் இறுதிக் கொடுப்பனவாகிய 2,035 ரூபாவையும் கொடுத்துத் தனது கணக்கை முடிக்கின்றான். இரண்டாம் வருட இறுதியில் அவன் எவ்வளவு பணம் செலுத்தினான் ?

10. ஒருவன் தன்னிடமுள்ள பணத்தை 80 விலையான 4% சரக்கு முதலில் முதலீடு செய்து வருட வருமானவாக 1,960 ரூபாவைப் பெற்றான். அவன் தனது சரக்கு முதலின் ஒரு பகுதியை 80 விலையாக விற்று, விற்று வந்த அத்தொகையை 96 விலையான 5% சரக்கு முதலில் முதலீடு செய்வதனால், இவ் 5% சரக்கு முதலிலிருந்தும் முன் எஞ்சிய பகுதியாகிய 4% சரக்கு முதலிலுமிருந்து சமதொகையான வருமானங்களைப் பெறக் கூடியவனாக இருந்தான். அவனது புதிய வருட வருமானம் என்ன ?

(குறிப்பு : 11 ஆம், 12 ஆம் வினாக்களில் வரும் எல்லாக் கோணங்களைப் பாகைகளிலும் கலைகளிலும், எல்லா நீள அளவுகளை இரண்டாம் தசமதானத்திலும் தருக.

11. ABC என்ற முக்கோணியில், AB = 6·52″, BC = 8·46″, ∠ABC = 36°20′ ஆகும். D என்பது A யிலிருந்து BCக்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் அடியாகும். பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க ;
(i) AD (ii) ∠ACB (iii) AC.

12. RS என்னும் நிலைக்குத்துக் கொடிக்கம்பம் ஒன்று மட்டமான தரையில் R இல் உள்ளது. PQ = 100 அடி, PR = QR ஆகும் வண்ணம் P, Q என்பனவும் அம்மட்டமான தரையில் உள்ளன. P யிலிருந்து S இன் ஏற்றக் கோணம் 15° 30′ ஆகும்; ∠QPR = 40° 20′ ஆயின் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) கொடிக்கம்பத்தின் உயரம் (ii) P க்கும் Q வுக்கும் இடையிலிருக்கும் சரியான நடுப்புள்ளியிலிருந்து S இன் ஏற்றக் கோணம்.

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (சாதாரண)ப் பரீட்சை
டிசம்பர் 1962

தூய கணிதம் I—மூன்று மணி
Pure Mathematics I—3 hours

பத்து வினாக்களுக்கு விடை தருக.
எல்லா வினாக்களுக்கும் சம புள்ளிகள் வழங்கப்படும்.

1. சினை காண்க :
   (*a*) $6p^2q - 2p - q + 3pq^2$
   (*b*) $3(b-x)2 + 4(b-x) - 4$
   (*c*) $32x^3 - 4$

2. (i) $v = p\sqrt{a^2 - x^2}$ ஆயின், x ஐ இச்சூத்திரத்தின் எழுவாயாக மாற்றுக.
   $p=3$, $v=9$, $a=4$ ஆயின், (வாய்ப்பாடுகளைப் பயன்படுத்தாமல்) x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

   (ii) $x = \dfrac{2p+1}{p-1}$, $p = \dfrac{q+1}{2q-1}$ ஆயின், $\dfrac{2q+1}{q-1}$ இன் பெறுமானத்தை x இன் உறுப்புக்களில் மாத்திரம் காண்க.

3. (i) சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க : $2x + y = 3$
   $2x^2 + 3xy + 2y2 = 9$

   (ii) $3x^2 - ax - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் $x=2$ எனின், a யின் பெறுமானத்தையும் அதனுடைய மீதி மூலத்தையும் காண்க.

4. சவரபிளேட்டொன்றின் விலை 3 சதத்தால் குறைக்கப்பட்டபோது, 3 ரூபாவுக்கு 5 பிளேட்டுக்களை நான் கூடுதலாகக்வாங்க முடியும். ஒரு பிளேட்டின் முந்திய விலை என்ன ?

5. (i) பின்வரும் தொடரில் தவறவிடப்பட்டுள்ள உறுப்புக்களையும், 12 வரையுள்ள உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையையும் காண்க.
   ?, -4, 6, ?, ?, $-\frac{81}{4}$ ...... (விடையைச் சுருக்க வேண்டியதில்லை)

   (ii) கூட்டல் விருத்தியொன்றின் இரண்டாவது உறுப்பு $\dfrac{x}{2}$ உம், நான்காவது உறுப்பு x உம் ஆகும். இத்தொடரின் முதல் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க. உமது விடையை மிக எளிய வடிவத்திற் தருக.

6. (அ) ஒரு வியாபாரி அந்தர் ஒன்று x ரூபா விலையில் p அந் q இரு. உருளைக் கிழங்குகளை வாங்கினன். உலர்தல் முதலிய காரணத்தினல் 5% சேதம் ஏற்பட்டது. மிகுதியான கிழங்குகளை விற்று அவ்வியாபாரி 12% இலாபத்தைப் பெற்றான்.

   பின்வருவனவற்றைக் காண்க :
   (i) வியாபாரிக்கு 1 இரு. உருளைக்கிழங்கை வாங்குவதற்கு ஏற்பட்ட உண்மையான கொள்விலையைச் சதத்தில்
   (ii) வியர்பாரிக்குக் கிடைத்த இலாபத்தை ரூபாவில்
   உமது விடைகளை மிக எளிய வடிவத்திற் தருக.

   (ஆ) வாய்ப்பாடுகளைப் பயன்படுத்தாமல்
   $மட_{10}(75) - மட_{10}(3) + மட_{10}(2{\cdot}5) + மட_{10}(160) - 2$
   இன் பெருமானத்தைக்காண்க.

7. (அ) $x=81$, $y=16$, $z=25$ எனின், வாய்ப்பாடுகளைப் பயன்படுத்தாமல் பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

   (i) $(xy)^{\frac{3}{4}}$ (ii) $x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}$ (iii) $\left[\dfrac{x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}}}{z^{-\frac{1}{2}}}\right]^{\frac{1}{2}}$

(iv) $\sqrt[4]{\frac{xz^2}{y}}$

(ஆ) வாய்ப்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி $\frac{(8.57)^{\frac{1}{2}} \times (\cdot 643)^2 \times 7\cdot 246}{(\cdot 0578)^{\frac{1}{3}}}$ இன் பெறுமானங் காண்க.

8. இரண்டு அச்சுக்களிலும் 1 அங்குலத்தை அலகாகக் கொண்டு $x = -2$ இலிருந்து $x = 4$ வரைக்கும் x இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் $y = 2x - x^2$ இனது வரைப்படத்தை வரைக. இதே அச்சுகளிலே இதே அலகுகளையே எடுத்து $y = x - 1$ இன் வரைப்படத்தையும் வரைக. உமது வரைப்படங்களைப் பயன்படுத்தி :

(i) $x^2 - x - 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க.

(ii) $x^2 - 2x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களைக் காண்க.

(iii) $x = 1\frac{1}{2}$ ஆக இருக்கையில், நேர்கோட்டு வரைப்படத்தில் ஒரு புள்ளியை எடுத்து, இப்புள்ளிக்கான $2x - x^2$ இன் பெறுமானத்தை வாசித்து எழுதுக.

9. A, B ஆகிய இருவர் முறையே 50,000 ரூபா, 6,000 ரூபா ஆகிய தொகைகளை முதலீடுசெய்து ஒரு வியாபார முயற்சியை ஆரம்பித்தனர். A தனக்குப் பங்குகளிலிருந்து கிடைக்கும் தொகையோடு மனேஜராகத் தொழிலாற்றின் இலாபத்தில் 20% கிடைக்குமென்ற நிபந்தனையில் கடமையாற்றினன். 3 மாதங்களின் பின்னர் C என்பவன் 50,000 ரூபாவை முதலீடுசெய்து இவ் வியாபாரம் பங்குடமையில் சேர்ந்தான். இலாபமானது இடப்பட்ட மூலதனத்திற் கேற்பவும், மூலதனம், இவ்வியாபார முயற்சியில் பயன்படுத்தப்பட்ட காலத்திற்கேற்பவும் பங்கிடப் படவேண்டும். முதலாம் வருட முடிவில் கிடைத்த இலாபம் 53,100 ரூபாவாகும். தனித்தனி பெற்ற தொகை என்ன?

10. 7 அங்குல விட்டமுள்ள ஒரு பொள் உருளையினுள்ளே 3·5 அங்குல விட்டமும் 8 அங்குல உயரமுமுள்ள ஒரு திண்ம உலோக உருளை நிமிர்ந்த நிலையில் இருக்குமாறு வைக்கப் பட்டுள்ளது.

(i) பொள் உருளையினுள் உலோக உருளையானது மட்டு மட்டாக அமிழ்த்தப்படும்வரை பொள் உருளையினுள் ஊற்றப்படவேண்டிய நீரின் கனவளவைக் காண்க.

(ii) திண்ம உருளையைப் பின்னர் அகற்றினல், நீரின் மட்டம் எவ்வளவுக்குக் குறையுமெனக் காண்க. ($\pi = \frac{22}{7}$)

11. ABC என்னும் முக்கோணியில் $AC = 12\cdot 85$ அங்., $BC = 15\cdot 56$ அங்., $A\hat{C}B = 110° \ 20'$ ஆகும். பின்வருவனவற்றைக் காண்க :

(i) $A\hat{B}C$ யைப் பாகையிலும் கலையிலும்.

(ii) AB ஐத் திருத்தமான இரண்டாவது தசமத்தில்.

(iii) $\triangle ABC$ யின் பரப்பளவைத் திருத்தமான இரண்டாவது தசமத்தில்.

12. $PQ = 80$ அடி ஆகவும், $QR = 100$ அடி ஆகவும், $P\hat{Q}R = 90°$ ஆகவும் இருக்கும் வண்ணம், P, Q, R, என்பன மட்டமான தரையின் மூன்று புள்ளிகள் ஆகும். RS என்பது நிலைக்குத்தான ஒரு கம்பமாகும். P யிலிருந்து S இன் ஏற்றக் கோணம் $14°40'$ ஆகும். கம்பத்தின் உயரத்தையும், PR இன் நடுப்புள்ளியிலிருந்து S இன் ஏற்றக் கோணத்தையும் காண்க.

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (சாதாரண)ப் பரீட்சை

டிசம்பர் 1973

தூய கணிதம் I—மூன்று மணி

Pure Mathematics I—*Three hours*

1ஆம் வினவுக்கும் வேறு ஆறு வினக்களுக்கும் விடை தருக.

(முதலாம் வினவுக்கு 40 புள்ளிகள் வழங்கப்படும். மற்றைய வினக்களுக்குப் 10 புள்ளிகள் வீதம் வழங்கப்படும்.)

1. (i) காரணிகளை (சினைகளை)க் காண்க : $2a^3 + 54$.

(ii) காரணிகளைக் காண்க: $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$.

(iii) $2^x = 10^8 \times 5^{-x}$ என்னும் சமன்பாட்டைத் திருப்தியாக்குகின்ற x இன் பெறுமானமொன்றைக் காண்க.

(iv) கூட்டல் விருத்தியொன்றின் n ஆம் உறுப்பு. $3n + 2$ ஆகும். (அ) முதலாம் உறுப்பு, (ஆ) பொது வித்தியாசம், (இ) 23 ஆனது எத்தனையாவது உறுப்பு, ஆகியவற்றைக் காண்க.

(v) r இனை, $p = 3q[1 + \sqrt{r + 2}]$ என்னும் சூத்திரத்தின் எழுவாயாக ஆக்குக. உமது விடையை ஒரு சுருக்கிய வடிவத்திலே தருக.

(vi) $x^4 - 3x^2 \times 5$ ஐ $x - 2$ இனைற் பிரிக்கும்போது பெறப் படும் ஈவையும் மீதியையும் காண்க.

(vii) பின்வருவனவற்றைச் சுருக்கி நேர்ச் சுட்டிகளுடன் எடுத்துரைக்க.

(அ) $(x^{-2})^2 \times (x^2)^{-2}$ (ஆ) $\left[\dfrac{3^2 \times 3^{-5} \times 4^2}{3^8}\right]^{\frac{1}{2}}$

(viii) ஒரு வியாபாரி தனது பொருட்களுக்குத் தான் குறித்த விலையில் 5% கழிவு கொடுத்த பின்னரும் 14% இலாபம் பெறக்கூடியதாக அப்பொருட்களுக்கு விற்பனை விலையைக் குறித்துக் கொள்கின்ருன். கழிவு கொடுக்கப்படாவிட் டால் அவன் பெறும் இலாபம் யாது ?

(ix) (அ) 2·34 ஐ 0·027 ஆற் பிரிக்க விடையைச் சரியாக இரண்டாம் தசமதானத்தில் தருக. (வாய்ப்பாடுகள் பயன்படுத்தக்கூடாது)

(ஆ) சுருக்குக : $\dfrac{5\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}}{5\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{2}}$

(x) ABC என்பது ஒரு சமபக்க முக்கோணியாகும்; இங்கு $AB = 4$ அங். AX ஆனது BC யிற்குச் செங்குத்தாக BC யை X இற் சந்திக்குமாறு வரையப்படுகின்றது. அதோடு XY ஆனது AB யிற்குச் செங்குத்தாக AB யை Y யிற் சந்திக்குமாறு வரையப்படுகின்றது. AY, YX ஆகியவற்றின் நீளங்களைக் கணிக்க.

2. (i) பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க : $\dfrac{3}{x} + \dfrac{5}{y} = \dfrac{7}{12}$

$$\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{8}{15}$$

(ii) $2x^2 + 3x - 4 = 0$ ஆயின், x இன் பெறுமானங்களை முதலாம் தசம தானத்துக்குத் திருத்தமாகக் காண்க.

3. (i) ஒரு கூட்டல் விருத்தியின் முதலாம் உறுபபு 4 உம மூன்ரும் உறுப்பு 6·4 உம் ஆகும் இக்கூட்டல் விருததியின முதல் 30 உறுப்புகளினதும் கூட்டுத்தொகையைக் காணக. இத் தொடரில் 50 இலும் பார்க்கக் கூடுதலாக முதலில் வரும் உறுப்பு எதுவாகும் என்பதையும் காணக

(ii) ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் நாலாம உறுபபு. அதன் மூன்ரும் உறுப்பிலும் பார்க்க $6\frac{3}{4}$ இனைற் கூடியதாகும, அதே தொடரின் மூன்ரும் உறுப்பு அதன் இரண்டாம உறுப்பிலும் பார்க்க $1\frac{1}{2}$ இனைற் கூடியதாகும அத் தொடரின் முதலாம் உறுப்பைக் காண்க.

4. (i) வாய்ப்பாடுகளைப் பயன்படுத்தாமற் சுருக்குக
மட$_{10}$25+ மட$_{10}$4

(ii) $4^{2x} = 8^{\frac{2}{3}}$ ஆக இருக்கையில் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iii) மடக்கை வாய்ப்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி இயன்றளவு செம்மையாகப் பெறுமானங்காண்க :

$$5.321 + \frac{(2{\cdot}39)^{\frac{1}{2}} + (0{\cdot}345)^2}{(0{\cdot}0456)^{\frac{r}{3}}}$$

5. A யிலிருந்து D யிற்கான வீதியானது Aயிலிருந்து B வரை ஒரு மட்டமான வீதியையும், B யிலிருந்து C வரை ஓா இறக்கமான வீதியையும் கொண்டுள்ளது. A யிலிருந்து சைக்கிளிற புறப்படும் ஒருவன் D யை அடைய எடுக்கும் நேரம் $3\frac{1}{2}$ மணித்தியாலம ஆகும் அவனுக்கு அதே தூரத்தைத் திரும்பிவர எடுககும நேரம $\frac{1}{4}$ மணித் தியாலம் ஆகும். அவனுடைய கதியானது மடடமான வீதியில் 10 மைல்/மணி உம், ஏற்ற வீதியில் 6 மைல்/மணி உம, இறக்கவீதியில் 12 மைல்/மணி உம் ஆகும A யிலிருந்து B யிற கான தூரம் 15 மைல் ஆயின், C யின் நிலையத்தைக் காணக.

6. 1″ ஐ x — அச்சு மீதுள்ள அலகாகவும், $\frac{1}{2}$″ ஐ y — அச்சு மீதுள்ள அலகாகவும் கொண்டு, $x = -5$ இலிருந்து $x = 2$ வரைக்குமான x இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் $y = 2 - 3x - x^2$ இன் வரைபை வரைக. உமது வரைபைப் பயன்படுத்தி,

(i) $2 - 3x - x^2$ உயர் பெறுமானத்தைக் காண்க;

(ii) வரைபு சமச்சீராக இருக்கும் கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க;

(iii) y ஆனது நேராகவும் அதிகரிப்பதாகவு மிருக்கையில் x இனுடைய பெறுமானங்களின் வீச்சைக் காண்க;

(iv) ஒரு நேர்கோட்டு வரைபை வரைந்து $x^2 + x - 3 = 0$ என்னும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

7. $ABCD$ என்பது ஒரு சரிவகமாகும்; இங்கு $AB // DC$, $\angle ABC = 90°$, $AB = 15.2$ சமீ., $\angle DAB = 72° 30'$, $\angle ACD = 25° 40'$ (i) AD, CD ஆகியவற்றை முதலாம் தசம தானத்திற்குத் திருத்தமாகவும் (ii) $\angle CBD$ யைப் பாகை, கலை என்பவற்றிலும் கணிக்க.

8. BT என்பது ஒரு நிலைக்குத்தான கம்பமாகும். இது மட்டமான தரையிலே B யில் நாட்டப்பட்டுள்ளது. $\angle BCD = 90°$ ஆகவும். $CD = 50$ அடி ஆகவும் இருக்குமாறு C, D ஆகிய புள்ளிகள் தரைமீது உள்ளன. C யிலிருந்கு T யின் ஏற்றக் கோணம் a ஆகும்; இங்கு தான் $a = \frac{1}{5}$ அத்துடன் D யிலிருந்து T யின் ஏற்றக் கோணம் B ஆகும், இங்கு தான் $B = \frac{1}{6}$. அக் கம்பத்தின் உயரத்தைக்கிட்டிய அடிக்குக் காண்க.

9. ஒருவன் 108 விலையான 6% சரக்குமுதலையும், 85 விலையான 5% சரக்குமுதலையும் வாங்கும்பொருட்டு ரூபா 27,800/- ஐ முதலீடு செய்கின்றான். அவன் இம் முழுத்தொகையையும் 6% பங்கிலாபம் கொடுக்கின்ற ரூபா 25/- பங்குகளை ரூபா 27.80 விலைக்கு வாங்குவதில் முதலீடு செய்திருந்தால், அவனது வருமானத்தில் ரூபா 100/- குறைவாகப் பெற்றிருப்பான். ஒவ்வொரு வகையிலும் அவன் வைத்திருக்கும் சரக்குமுதல் எவ்வளவு?

10. நிலைக்குத்தான பக்கங்களையுடைய வெறுமையான ஒரு நீர்த் தொட்டியினது அடித்தளமானது செவ்வக வடிவமுடையது. இச் செவ்வகத்தின் நீள, அகலங்கள் முறையே 1 அடி 10 அங்குலம், 1 அடி 9 அங்குலம் ஆகும். 7 அங்குல அடி ஆரையும் 21 அங்குல உயரமும் உடைய நேர்வட்ட வடிவமுடைய ஓர் உலோகத்திண்மக் கூம்பகம், அதன் அடியானது தொட்டியின் அடியில் தொட்டுக் கொண்டிருக்குமாறு அத் தொட்டியினுள் வைக்கப்பட்டுள்ளது. இப்பொழுது தொட்டியில் 14 அங்குல உயரத்துக்கு நீர் வரும்வரை தொட்டியினுள் நீர் ஊற்றப்படுகிறது. ஊற்றப்பட்ட நீரின் கனவளவு என்ன?

கூம்பகம் முழுவதும் மட்டுமட்டாக அமிழ்வதற்குத் தொட்டியினுள் மேலும் ஊற்றப்பட வேண்டிய நீரின் கனளவு என்ன?

கூம்பகத்தின் கனவளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$, $\pi = \frac{22}{7}$

விடைகள்

மீட்டற் பயிற்சிகள்

பக்கம் 1-2

I

1. $\frac{mx}{n}$ 2. (1) $5+n$ (2) $5+n+m$ 3. $\frac{b}{60}$ 4. $12x+y-z$

5. $\frac{100y}{x}$ 6. $25x+30y+30z$ 7. $36+12y+z$ 8. $10p+q$

9. $\frac{3k}{2t}$ 10. $lm+n$ 11. $2x-5,\ 2x-3,\ 2x+1,\ 2x-1,\ 2x+3$

12. 288 13 $2x+5y$ 14. $y-x$ 15. $\frac{60p}{m}$

பக்கம் 2

II

(1) $6x^4+x^2+x-2$ (2) $-6k^7-k^4+3k^3$
(3) $y^4-2xy^2-3x^2y+x^3y^2+x^4$
(4) $-3-5b^3+2ab^2+2a^2b^2+a^3b^2$ (5) $2a+2b-3c$
(6) y^2-2y (7) $4x^2+6z^3$ (8) $2x^4-5x^3-2x^2+2x-7$
(9) (i) $2x+4y-11z$ (ii) $6y+z$

பக்கம் 3

III

1. (1) 28 (2) 0 (3) 4 (4) 0 (5) 0 (6) 8
2. (1) 25 (2) 35 (3) $-2\frac{1}{6}$ (4) 9 3. 0 4. $-\frac{2}{9}$
5. (1) 9 (2) $\frac{1}{5}$ (3) 73 6. 5 7. 35 8. $\frac{1}{12}$
9. 59 10. (1) -1 (2) $2\frac{1}{16}$ 11. (i) $3p-6q$
(ii) $-13l5\ p+3q$ (iii) $2p$ 12. 2·4

பக்கம் 4-5

IV

1. a^7 2. $10x^6$ 3. $-2b^{10}$ 4. x^{p+q} 5. $-2b^6c^6$
6. a^6 7. b^6 8. 390625 9. $8y^3$ 10. $3x^8$
11. $-\frac{1}{2}x^6y^4$ 12. m^6n^4 13. x^{pq} 14. c^6
15. $-a^{10}b^{15}$ 16. $-x^{12}$ 17. m^2 18. m^{-2}
19. $4x^3$ 20. $2\frac{1}{2}k^8$ 21. a^{2-c} 22. $1\frac{1}{2}p^{-5}$ 23. a^2b^{-2}

24. $-2x^6y^5$ 25. $\frac{3x^3}{3y}$ 26.
27. a^{-x} 28. $27a^4$ 29. (1) a^6 (2) $\frac{1}{4}x^4$ (3) $\frac{4a^4}{9b^4}$
30. (1) p^4 (2) $\frac{a}{4}$ (3) $\frac{5a^2}{4b^8}$ 31. (1) $8a^6$
(2) $27b^6$ (3) $\frac{a^6}{8b^8}$ 32. (1) r^2 (2) $3a^4$ (3) $2a^2b^3$
33. $1\frac{1}{2}ab$ 34. $\frac{3np^2}{4m^2}$ 35. $\frac{p}{q^5}$ 36. $\frac{c^8}{b}$ 37. $\frac{1}{a^2}$
38 $\frac{8a^4}{3b}$ 39. $6m^4$ 40. p^2 41. $\frac{9}{a}$ 42 $\frac{2x}{3}$
43. $-17\frac{1}{2}$ 44. 512; 64 45. (i) 4; (ii) 6

பக்கம் 5-6

V

1. $b+c$ 2. $a^2-ab-ac+bc$ 3. $-x+y$
4. $1-y$ 5. $l+6m+3n-2$ 6. $3t^2+6t$
7. $2p$ 8. a^2-b^2 9. $23m-15$
10. $3c^2-3c$ 11. $-2p^2+36$ 12. $1+x+x^4$
13 $-8a+11b-10$ 14. $11x^2+41x$ 15. $\frac{5}{8}p+q\frac{1}{6}$
26. $=8a+11b-10$

பக்கம் 6-7

VI

1. p^4-1 2. $2m^3-5m^2-4m+3$ 3. x^2+8
4. $8x^3-27y^3$ 5. $4x^2+12xy+20x+9y^2+30y+25$ 6. y^4+y^2+1
7. $-8x^6-24x^2+27$ 8. $2x^3+x^2-5x+2$ 9. $p^2-q^2-2qr-r^2$
10. 9 11. $2x^3-15x^2+12x+9$ 12. $3x^4-5x^3-8x^2+17x-3$

பக்கம் 7—8

VII

1. $3a^2-a-2$ 2. $p^2+2pq-q^2$ 3. x^2-xy+y^2
4. $2a^2-3ab-b^2$ 5. $x^2+x+4;\ x=1$ 6. $2a^2-4$
7. $3x^2-2x+5$ 9. $2a-4$. ($-6a^2$ஐ $-8a^2$ என்று கொள்க.) 10. $3x^2-7x+6$
11. $x^2-2xy+4y^2$ 12. $2a^2-3a+5$ 13. $K=-5$

பக்கம் 8

VIII

1. $\frac{2-2a}{5}$ 2. $\frac{4x+3y}{xy}$ 3. $\frac{1}{t}$

4. $\frac{b-a}{ab}$ 5. $\frac{x}{6}$ 6. $\frac{2x+3y+z}{xyz}$

7. $\frac{x^2+1}{x}$ 8. $\frac{x^2+y}{x}$ 9. $\frac{3bx-2ay}{30a^2b^2}$

10. $\frac{2a+1}{4}$ 11. $\frac{5-3b}{18a}$ 12. $\frac{2}{z}$

13. $\frac{1}{x}$ 14. $\frac{2x-1}{4}$

பக்கம் 9

IX

1. (*i*) 3 (*ii*) 2 2. (*i*) 3 (*ii*) 2 3. $\frac{1}{2}$ 4 1

5. (*i*) 3:2 (*ii*) $\frac{5}{4}$ 6. 7 : 3 7. 7 : 3

8. $-p^2-pr+q^2=2qr$ 9 (1) 2*a*, (*a*) 1 (*b*) $\frac{1}{2a}$

பயிற்சி 2

பக்கம் 13—15

1. 6 2. 5 3. 1 4. −6 5. $-4\frac{2}{3}$ 6. 1
7. −17 8. 3 9. 3·9 10. 0 11. 0 12 $-2\frac{1}{2}$
13. −1 14. $-\frac{1}{2}$ 15. 6 16. $\frac{1}{2}$ 17. $-1\frac{2}{15}$ 18 $2\frac{2}{3}$
19. 2 20. $4\frac{1}{3}$ 21. $\frac{1}{24}$ 22. 20 23. 20 24. $4\frac{2}{3}$
25. $-1\frac{1}{2}$ 26. $\frac{5}{8}$ 27. $\frac{3}{4}$ 28. $3\frac{9}{37}$ 29. $-\frac{1}{4}$ 30. $3\frac{3}{7}$
31. $2\frac{1}{16}$ 32. $4\frac{22}{63}$ 33. 10 34. 6 35. $\frac{1}{3}$ 36 $1\frac{1}{11}$
37. $2\frac{1}{6}$ 38. $-2\frac{1}{4}$ 39. $-\frac{1}{7}$ 40. 7 41. 1 42. −2
43. $-1\frac{1}{2}$ 44. $5\frac{9}{11}$ 45. −7 46. 18 47. $1\frac{1}{2}$ 48. 6
49. 6 50. −457 51. $-\frac{2}{5}$ 52. 6 53. 8

பயிற்சி 3 (*a*)

பக்கம் 21—23

1. 13, 14, 15 2. 20, 22, 24 3. 31, 33, 35
4. 18 5. 25, 15 6. 60
7. 50°, 65° 65° 8. 14 9. 125°
10. $x-20$; ரூ. $(18x+80)$; ரூ. $(4x+80)$; 60 11. $x+70$; $560-x$; 140

12. $5-t$ மணி; $8t$ மைல்; 3 (13) $1\frac{1}{3}$ (4) 5 (15) 12, 10
16. 35, 15 (17) A ரூ. 650, B ரூ. 300, C ரூ. 1150
18. 9 (19) 15, 51 (20) A 24, B 12 (21) 24, 36
22. 11 (23) 36, 27

பயிற்சி 3 (*b*)

பக்கம் 24—26

1. 42 (2) 62 (3) 72 (4) A 12, B 10 (5) 20
6. $3\frac{1}{2}$ மணி, $4\frac{1}{2}$ மணி (7) 8 (8) 33
9. 18 (10) ரூ. 3000 (11) A ரூ. 3600, B ரூ. 3200
12. ரூ. 250; ரூ. 180 (13) 4-12 பி. ப. (14) $\frac{2}{5}$
15. $\frac{5}{17}$ (16) $\frac{7}{18}$
17. $\frac{a+4b}{3}$ (18) 18அடி 10அங் (19) Qவிருந்து $\frac{2}{3}$ மைல்.

பயிற்சி 4 (*a*)

பக்கம் 26—28

1. $\frac{3}{5}x^2$ 2. $4ab$ 3. $\frac{18x}{y}$ 4. $\frac{mn}{60}$; $\frac{60k}{m}$ 5. $500r+n$

6. $144s+t$ 7. $20p+q$; $\frac{4c+d}{4}$ 8. $\frac{12x+y}{36}$; $\frac{3}{4}x$

9. $27x+9y$ 10. $10x+y$; $10y+x$ 11. $S-\frac{pw}{100}$

12. $\frac{a}{5b}$ 13. $\frac{m}{2n}$ 14. $\frac{mn}{n-m}$ நிமி ; 1 மணி 15. $2m+7$

16. $\frac{250}{3p}$ சதம் 17. $2d+f$

பயிற்சி 4 (*b*)

பக்கம் 28—31

1. $\frac{2y}{5}$; $\frac{9xy}{100}$ 2. $112p-10xy$ 3. $100a+10b+c$; $100c+10b+a$

4. $\frac{500xy}{3}$ சதம் 5. $\frac{100a}{x}$ 6. ரூ. $\frac{6ax}{25}$ 7. $\frac{PRN}{100}$

8. $100\frac{(S-C)}{C}$ 9. $\frac{a+c}{100}=b$ 10. $x-\frac{xy}{100}$; 18

11. $c\frac{(100+d)}{100}$ 12. $\frac{100-y}{100}$ 13. $\frac{100x}{100-p}$ 14. $c\frac{(n-r)}{x}$

15. 12% 16. $\frac{112b-100a}{a}$ 17. $\frac{gmx}{a}$ 18. $xy+4y$ சதம்

19. ரூ. $(2a^2-2b^2)$; ரூ. $(10-2a^2+2b^2)$

20. $\frac{mx+ny}{m+n}$ 21. $(pr+4q)$ மைல்; $\frac{pr+4q}{r}$ மணி

22. ரூ. $\frac{3a+4b+5c}{12}$ ரூ. $(12x-3a-4b-5c)$ 23. $\frac{xy}{3}$

24. $8a^3$; $24a^2$ 25. $\frac{16qx}{p+q+r}$ 26. ரூ. $\frac{xz}{x+y}$, $\frac{yz}{x+y}$

27. $9xy-6yz-12xz+4z^2$ ரூ. $\frac{3yz+xz-2z^2}{5}$

28. $\frac{3a^2-8b^2}{4}$; ரூ $\frac{x(3a^2-8b^2)}{400}$ 29. $\frac{65}{v}$ மணி; 20 மைல்

30. (i) ரூ. $\frac{11ac\,(2b+a)}{350}$; (ii) $\frac{11a^2bx}{392}$ அங்

31. (i) $\frac{3(2x-3p)}{100}$ ரூ. (ii) $\frac{100z(2x-3p)\%}{xy}$

32. $\frac{ab(1000-c^2)}{10000}$ ச. அடி $\frac{c^2}{100}$ %; $\frac{9}{100}$ %

33. $\frac{1}{4}$% குறைந்தது.

34. 2·4 x%, $\frac{3xh^2(250+3x)}{2500}$ ச. அடி

35. $\frac{a(3b+c)}{3}$; $\frac{3ap(3b+c)}{100}$

36. (i) $\frac{3(16x-3z)}{4}$; $\frac{3c(16x-3z)}{25}$

37. (i) $\frac{p(x+y)}{88}$ (ii) 5280.

38. (i) $\frac{(4a-x)(2a-x)}{4}$ (ii) $\frac{p(4a-x)(2a-x)}{100}$

பயிற்சி 4 (c) பக்கம் (32—33)

1. 40 2. 88 3. $c=s-g$ 4. $V=lbh$
5. 640; $2\frac{1}{4}$ 6. — 10; 30 7. 2 8. 506
9. (i) 25 (ii) 12 10. — 12; 282 11. 465; 810
12. 404

பயிற்சி 4 (d) பக்கம் (35—36)

1. $b=\frac{v}{lh}$ 2. $y=zx$ 3. $x=\frac{c-b}{x}$ 4. $R=\frac{100I}{PN}$

5. $h=\frac{2v}{bl}$ 6. $l=\frac{A-2hl}{2h}$ 7. $f=\frac{v-u}{t}$ 8. $y=\frac{c-ax}{b}$

9. $r=\sqrt{\frac{v}{\pi h}}$ 10. $c=\frac{5(F-32)}{9}$ 11. $n=\frac{l-a}{d}+1$

12. $u=\frac{N(1-s)}{s+1}+1$ 13. $s=\frac{1}{2}vt$; 84 14. $v=\frac{550\,H}{\pi-l^2}$

பயிற்சி 4 (c)

பக்கம் 32—33

1. 40 2. 88 3. $c=s-g$ 4. $V=lbh$
5. 640; $\frac{1}{4}$ 6. − 10; 30 7. 2 8. 506
9. (i) 25 (ii) 12 10. − 12; 282 11. 465; 810,
12. 404

பயிற்சி 4 (d)

பக்கம் 35—36

1. $b=\frac{v}{lh}$ 2. $y=zx$ 3. $x=\frac{c-b}{x}$ 4. $R=\frac{100I}{PN}$

5. $h=\frac{2v}{bl}$ 6. $l=\frac{A-2hl}{2h}$ 7. $f=\frac{v-u}{t}$ 8. $y=\frac{c-ax}{b}$

9. $r=\sqrt{\frac{v}{\pi h}}$ 10. $c=\frac{5(F-32)}{9}$ 11. $n=\frac{l-a}{d}+1$

12. $u=\frac{N(1-s)}{s+1}+1$ 13. $s=\frac{1}{2}vt$; 84 14. $v=\frac{550\,H}{\pi-l^2}$

15. $u=\frac{-vf}{f-v}$ 16. (i) $h=\frac{2A}{l+b}$; (ii) $b=\frac{2A}{h}-1$

17. (i) $t=\frac{(mv-u)}{p}$; (ii) $v=\frac{pt}{m}+n$

18. $x=\frac{2(3h+py)}{p}$ 19. $\frac{v^2-u^2}{2g}$ 20. $y=\frac{bx-1}{bc}$

பயிற்சி 4 (e)

பக்கம் 37—38

1. $\frac{\text{[illegible]}}{2}$ 2. $\frac{c}{a}+b$ 3. $\frac{4c-2d}{c}$ 4. $\frac{2(q-6)}{3p}$ 5. $\frac{4y}{2+3y}$

6. $\frac{mp-nq}{m-n}$ 7. $2(a+b)$ 8. $\frac{m+n}{m-n}$ 9. $x=a+2b$

10. $x=\frac{1+4y}{2-y}$ 11. $a=\frac{2xy+3}{x-y}$

பயிற்சி 5

பக்கம் 39

(1) $4x^2+12x+9$ (2) $9x^2+12xy+4y^2$
(3) $x^2y^2+2xyz+z^2$ (4) $a^2l^2+2albm+b^2m^2$
(5) x^4+4x^2+4 (6) $x^4+2x^2a^2+a^2$ (7) $x^4+2x^2+\frac{1}{4}$
(8) $x^2+2+\frac{1}{x^2}$ (9) $a^4+2+\frac{1}{a^4}$ (10) $\frac{x^2}{4}+\frac{xy}{2}+\frac{y^2}{4}$
(11) $\frac{4}{9}x^3+2xy+\frac{9}{4}y^2$ (12) $\frac{25}{36}x^2+1\frac{1}{3}xy+\frac{16}{25}y^2$ (13) 11236
(14) 6084 (15) 6448.09 (16) $2ax$ (17) $5x^2-4x-33$
(18) $3a^2-3b^2$

பயிற்சி 5 (a)

பக்கம் 40

(1) $9x^2-12x+4$ (2) $4x^2-4xy+y^2$ (3) $x^2y^2-2xyz+z^2$
(4) $a^2x^2-2axby+b^2y^2$ (5) $9x^2-24xy+16y^2$
(6) x^4-4x^2+4 (7) $x^4-x^2+\frac{1}{4}$
(8) $\frac{x^2}{4}-\frac{xy}{2}+\frac{y^2}{4}$ (9) $x^2-2+\frac{1}{x^2}$ (10) $x^4-2x^2y^2+y^4$
(11) $x^4-2+\frac{1}{x^4}$ (12) $\frac{9}{16}x^2-xy+\frac{4}{9}y^2$
(13) $\frac{9}{25}x^2-xz+\frac{25}{36}z^2$ (14) 2391.21 (15) 9801
(16) 13225 (17) $2x^2+2y^2$ (18) $4xy$ (19) $3x^2+22x-16$
(20) $5x^2+24xy-5y^2$ (21) 25 (22) 41,881.

பயிற்சி 5 (b)

பக்கம் 41—42

(1) x^2-64 (2) $25-x^2$ (3) $9x^2-1$ (4) $4x^2-81$
(5) $x^2y^2-z^2$ (6) x^2-4y^2 (7) $x^2-\frac{1}{4}$

8. $x^2-\frac{1}{x^2}$ 9. $x^2-\frac{1}{9}$ 10. x^4-9 11. x^4-y^4
12. $9a^4-25$ 13. a^6-b^6 14. a^4-81 15. $16x^4-y^4$
16. $81x^4-16y^4$ 17. x^8-1 18. $256m^4-625n^4$
19. $4a^2+4ab+b^2-c^2$ 20. $a^2-4b^2+4bc-c^2$
21. 1575 22. 9964 23. 3·84

பயிற்சி 5 (c)

பக்கம் 43

1. $x^2+7x+12$ 2. $x^2+17x+72$ 3. x^2+2x-3
4. $x^2+7x-78$ 5. $x^2-2x-63$ 6. $x^2-7x-44$
7. $x^2+xy+2y^2$ 8 $x^2-6xy-27y^2$ 9. $-2x-11$
10. $11x-2$

பயிற்சி 5 (d)

பக்கம் 44

1. x^3+3x^2+3x+1 2. x^3-3x^2+3x-1
3. $x^3+15x^2-75x+125$ 4. $x^3-18x^2+108x-216$
5. $8x^3+84x^2+294x+343$ 6. $8x^3-36x^2+54x-27$
7. $8x^3+36x^2y+54xy^2+27y^3$
8. $27x^3+54x^2y+36xy^2+8y^3$
9. $27a^3-27a^2b+9ab^2-b^3$
10. $x^6+3x^4a+3x^2a^2+a^3$ 11. $x^6-9x^4+27x^2-27$
12. $a^3x^3+5a^2x^2b^2y+3axb^2y^2+b^3y^3$
13. $a^3x^3-6a^2x^2y+12axy^2-8y^3$
14. $a^6x^3+3a^4x^2b^2y+3a^2x^2b^4y^2+b^6y^3$
15. $p^3x^6-3p^2x^4+qy^2+3px^2q^2y^4+q^3y^6$

பயிற்சி 5 (e)

பக்கம் 46

1. y^3+8 2. x^3-1 3. x^3+125 4. x^3-216
5. x^6+8 6. a^6-27 7. $8x^3+27$ 8. $8x^3-27y^3$
9. $27p^3-8q^3$ ($4q^2$ for $4p^2$) 10. $a^3b^3+c^3$ 11. $8x^3y^3-z^3$
12. a^6+b^6 13. $a^2+4b^2+4c^2+4ab+4ac+8bc$
14. $x^4+y^4+z^4+2x^2y^2-2x^2z^2-2y^2z^2$
15. $x^2+y^2+z^2-2xy-2xz+2yz$
16. $4x^2+9y^2+25+12xy+20x+30y$
17. $l^2+m^2+n^2-2lm+2ln-2mn$

பயிற்சி 6 (a)

பக்கம் 47

1. $x(2x+5)$ 2. $x(ax^2+bx+c)$ 3. $xy(4x+5y)$
4. $ab(a-b)$ 5. $11x^3(x^2+2x+3)$ 6. $\pi r^2(1+\frac{1}{3}h)$
7. $xyz(x+y+z)$ 8. $(a+b)(2a+3b)$ 9. $8x(x+5)$

10. $(x-4)(x-6)$ 11. $(y+z)(2x^3-5x^3+z^4)$

12. $(p^2+1)(15p^2+7p+2)$ 13. $(l+m+n)(a-b+c)$

14. $(a-b)(2l-3m-4n)$ 15. $2x^2(3x^2+x+2)(x-1)$

16. $(x^2-2)(ab+bc+cd)$ 17. $(a-b)(b-c)(4a+3b+5c)$

பயிற்சி 6 (*b*)

பக்கம் 49—50

1. $(3x+4)(x^2+1)$ 2. $(p+q)(a+1)$ 3. $(a+b)(a-c)$

4. $(x+1)(xy+1)$ 5. $(a+b)(x^2+y^2+1)$

6. $(2ax+3b)(2a+by)$ 7. $(2a-3b)(x^2+y^2-z^2)$

8. $(x^2+y^2)(a^2+b^2-c^2)$ 9. $(b-1)(a+pq)$

10. $(a+2c)(2a-b)$ 11. $(a+l)(a-m)$

12. $(c-d)(a-b)$ 13. $(c-3d)(a+2b)$

14. $(a+b)(x-2y)$ 15. $(ax-3)(x+2)$

16. $(x+y)(2a-1)$ 17. $(3x+y)(2x-1)$

18. $(x-y)(a+2b-c)$ 19. $(x+5)(y-3)$

20. $(x-y)(a-b)$ 21. $(x-3q)(2p-x)$ 22. $(a-p)(a-q)$

23. $(x-y)(xy-p)$ 24. $(a-b)(ab+1)$

25. $(pm+ql)(qm+pl)$ 26. $(a^2+b^2)(x^2+y)^2$

27. $4(3x+1)(2x-1)$ 28. $(c-2d)(b-2a)$

29. $(x-2y)(b-5a)$ 30. $(b-2d)(a+9b)$

31. $(2b-y)\ x+a)$ 32. $(3a-2b\ (x-2y)$

பயிற்சி 6 (*c*)

பக்கம் 51—52

1. $(a+2)^2$ 2. $(x-3)^2$ 3. $(2x+5)^2$ 4. $(3x-6)^2$

5. $(x+2y)^2$ 6. $(5p-q)^2$ 7. $(x+1)^2$ 8. $(x^2-4)^2$

9. $(ab+x)^2$ 10. $(x^2+2y^2)^2$ 11. $(2x-3y)^2$

12. $(a^2x^2+b^2y^2)^2$ 13. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$ 14. $\left(2x^2-\frac{1}{x^2}\right)^2$

15. $(2x-5)^2$ 16. $(5x-10y+3)^2$ 17. $(8x-12y-4)^2$

18. $5(x-5)^2$ 19. $2(4x+y)^2$ 20. $a(ax-by)^2$

21. $2x(x-2y)^2$ 22. $12p$ 23. 3

பயிற்சி 6 (*d*)

பக்கம் 54—55

1. $(x+3)(x+1)$ 2. $(x+4)(x+2)$ 3. $(x+4)(x+3)$

4. $(x+7)(x+2)$ 5. $(x+5)(x+3)$ 6. $(x-6)(x-3)$

7. $(x-8)(x-2)$ 8. $(x-8)(x-5)$ 9. $(x-7)(x-3)$

10. $(x-8)(x-3)$ 11. $(x+2)(x-5)$ 12. $(x+7)(x-2)$

13. $(x+6)(x-3)$ 14. $(x+6)(x-2)$ 15. $(x+5)(x-4)$

16. $(x+2)(x-3)$ 17. $(x+4)(x-6)$ 18. $(x+4)(x-8)$

19. $(x+3)(x-10)$ 20. $(x+4)(x-7)$ 21. $(x+7)(x-6)$

22. $(x+6)(x-8)$ 23. $(y+8)(y+7)$ 24. $(p-5)(p-9)$

25. $(l+18)(l-4)$ 26. $(x+3)(x-28)$ 27. $(x+4)(x-14)$

28. $(a+8b)(x+12b)$ 29. $(a-10y)(x-5y)$

30. $(x+2y)(x+y)$ 31. $(x+4a)(x-a)$

32. $(x-7y)(x-5y)$ 33. $(x+9y)(x-4y)$

34. $(a+13b)(a-7b)$ 35. $(x+7y)(x-9y)$

36. $(x+5y)(x-16y)$ 37. $x(x-1)$

38. $(x-y-2)(x-y-6)$ 39. $(x+14)(x-3)$

40. $(a+2b-8)(a+2b+5)$ 41. $(x+7)(x+6)$

42. $(x+18)(x-2)$ 43. $(x^2+5)(x^2-2)$

44. $(x^2+11)(x^2-2)$ 45. $(a+3)(a-3)(a^2+6)$

46. $(13a+4b,(7a+b)$ 47. $x(x-12)(x+2)$

48. $(11x-19y)(5y-x)$ 49. $(x-a+1)(x+a-2)$

50. $(x+2a+3)(x-2a-1)$ 51. $(x-y-4)(x+y-2)$

52. $(a-3b+1)(a+3b+2)$

பயிற்சி 6 (*e*)

பக்கம் 58

1. $(2x+1)(x+1)$ 2. $(2x-1)(x+2)$

3. $(2x+3)(3x+2)$ 4. $(5x+3)(x+1)$

5. $(3x+4)(2x+5)$ 6. $(5x+4)(x+6)$

7. $(3x-1)(x-1)$ 8. $(2x-1)(x-3)$

9. $(3x-1)(2x-3)$ 10. $(4x-1)(x-2)$

11. $(4x-7)(x-3)$ 12. $(5x-1)(x+1)$

13. $(3t-2)(2t+5)$ 14. $(3x-4)(4x-5)$

15. $(3x-2)(x+4)$ 16. $(3x+5)(x-1)$

17. $(5x-2)(x+1)$ 18. $(2l+5)(3l-1)$

19. $(3x-4)(x+3)$ 20. $(7x+1)(x-1)$

21. $(3x+5)(x-3)$ 22. $(3x+2)(4x-5)$

23. $(2y-5)(y+1)$ 24. $(4x+1)(2x-7)$

25. $(3x+8)(4x-3)$ 26. $(3x-5)(2x+3)$

27. $(2x+1)(5x-9)$ 28. $(2x-3)(6x+1)$

29. $3(x+2)(x-12)$ 30. $(4x-3)(7x+5)$

பயிற்சி 6 (f)

பக்கம் 59

1. $(1-6x)(1+4x)$
2. $(1-4t)(1+3t)$
3. $(3-7t)(1+t)$
4. $(2x+y)(x+2y)$
5. $(3x-2y)(x-3y)$
6. $(4x-y)(x+y)$
7. $(5x+3y)(x-2y)$
8. $(7x-2y)(x+5y)$
9. $(5x+7y)(x-y)$
10. $(7x-2y)(2x+21y)$
11. $(2a^2+3)(a^2+5)$
12. $x(3x+4)(x-6)$
13. $2(3x^2+5)(x+1)(x-1)$
14. $2x(3a-1)(a+1)$
15. $(7x+9)(5x+3)$
16. $(8x-9)(3x-5)$
17. $(11x-3)(x+13)$
18. $(5x-9)(13x+7)$
19. $(2x-9)(3x+8)$
20. $(2a-1)(a+4)$
21. $(2x+3)(9x-7)$
22. $(3a+1)(5a+11)$
23. $3(2x-9)(3x+8)$
24. $(5xy+8)(8xy-3)$
25. $(2x-9)(3x-14)$
26. $(4x-7y)(8x+5y)$
27. $(x-3y)(3x-y)$
28. $a(3a-4b)(8a+5b)$
29. $a(2a-5b)(3a+7b)$
30. $a(3a+2b)(6a-5b)$
31. $(2x-3)(x-3)(4x+3)$
32. $(a+2b-2)(a+2b-3)$
33. $(8x+5y)(5x+3y)$
34. $(a+12b)(12a-b)$

பயிற்சி 6 (g)

பக்கம் 61

1. $(x+7)(x-7)$
2. $(y+11)(y-11)$
3. $(x+14)(x-14)$
4. $(5+a)(5-a)$
5. $(2x+1)(2x-1)$
6. $(3x+y)(3x-y)$
7. $(4x+5)(4x-5)$
8. $(8a+11b)(8a-11b)$
9. $(ab+c)(ab-c)$
10. $(2xy+3z)(2xy-3z)$
11. $(5xy+4z)(5xy-4z)$
12. $(a^2+10b)(a^2-10b)$
13. $(x^2+2y^2)(x^2-2y^2)$
14. $(3a^2+5b^2)(3a^2-5b^2)$
15. $(a^2b+c)(a^2b-c)$
16. $(x+a+b)(x-a-b)$
17. $(x+a+b)(x+a-b)$
18. $(a+b+2c)(a+b+2c)$
19. $(5R+4r)(R-4r)$
20. $x(2-x)$
21. $3b(2a-b)$
22. $3(a+b)(b-a)$
23. $(x+2y+4z)(x+2y-4z)$
24. $(2a-b+3c)(2a-b-3c)$
25. $(p+2q+2r)(p-2q-2r)$
26. $(7l+m-n)(7l-m+n)$
27. $8(b+a)(b-a)$
28. $3(x+y)(x-y)$
29. $3(3x+2)(3x-2)$
30. $a(x+3y)(x-3y)$
31. $y(x+ab)(x-ab)$
32. $4a(a+3)(a-3)$
33. $b(3a+5c)(3a-5c)$
34. $h(2a+3b)(2a-3b)$

35. $(4x+9)(2x+1)$
36. $(x+2)(3x-2)$
37. $(3l-m)(l-3m)$
38. $(y^2+3x^2)(y-x)(y+x)$
39. $(x^2+a^2)(x+a)(x-a)$
40. $a(a^2+16)(a+4)(a-4)$
41. 7000
42. 1460
43. 1467
44. 24.
45. 95.2

பயிற்சி 6 (h)

பக்கம் 63

1. $(x+1)(x^2-x+1)$
2. $(p+2)(p^2-2p+4)$
3. $(x-2)(x^2+2x+4)$
4. $(1-y)(1+y+y^2)$
5. $(4+x)(16-4x+x^2)$
6. $(2a-1)(4a^2+2a+1)$
7. $(1+3x)(1-3x+9x^2)$
8. $(3x+2)(9x^2-6x+4)$
9. $(4x-5)(16x^2+20x+25)$
10. $(ab-1)(a^2b^2+ab+1)$
11. $(xy+6)(x^2y^2-6xy+36)$
12. $(10p-3)(100p^2+30p+9)$
13. $(1+xyz)(1-xyz+x^2y^2z^2)$
14. $(xy-8z)(x^2y^2+8xyz+64z^2)$
15. $x(2x-1)(4x^2+2x+1)$
16. $xy(x-y)(x^2+xy+y^2)$
17. $2(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)$
18. $(x^2+2)(x^4-2x^2+4)$
19. $(x^2y-1)(x^4y^2+x^2y+1)$
20. $(x^2-3)(x^4+3x^2+9)$
21. $(x^2+y^3)(x^4-x^2y^3+y^6)$
22. $4b^2(2a-b)(4a^2+2ab+b^2)$

பயிற்சி 6 (i)

பக்கம் 64

1. $(a^2+b^2+c^2)^2$
2. $(3x-2y+z)^2$ or $(2y-3x-z)^2$
3. $(2a-3b-5c)^2$ or $(3b+5c-2a)^2$
4. $(x^2-y^2-1)^2$ or $(1+y^2-x^2)^2$
5. $(x-2y+3z)^2$ or $(2y-3z-x)^2$
6. $(4a+2b-3)^2$ or $(3-4a-2b)^2$
7. $(2ax+by-cz)^2$ or $(cz-by-2ax)^2$

பயிற்சி 6 (j)

பக்கம் 68–69

1. $(a+1)(a-1)(1+b)(1-b)$
2. $(3a-b)(3a+b+1)$
3. $(x+y)(x-y-4)$
4. $4(a-1)(4a+3)$
5. $(x-y)(x+2y-1)$
6. $(2x+y)(2x-y+3)$
7. $(x-y)(x+y+1)$
8. $(a-b)(a+b+1)$
9. $(a-b)(a+b-1)$
10. $(x-y)(x+y+a)$
11. $(a+c)(a+b-c)$
12. $(m-n)(m+n+3)$
13. $(x-a)(x+a+1)$

14. $(2a-b)(2a+b)(4a^2+b^2+2)$
15. $(a-b)(a-b-c)$
16. $(a-2b-2c)(a-2b+2c)$
17. $(x-2y+z)(x-2y-z)$
18. $(2a+b+x)(2a+b-x)$
19. $(x+a-b)(x+a+b)$
20. $(1-x+2y)(1+x-2y)$
21. $2(x+3)(x-3)$
22. $3x(x+3)(x-3)$
23. $\frac{9}{16}(r+2p)(r-2p)$
24. $(a-b)(2a-2b+1)(2a-2b-1)$
25. $(x^2+3)(x+3)(x-3)$
26. $(x^2+2)(x+3)(x-3)$
27. $(x+y-z)(x-y+z)$
28. $(x-2z+y)(x-2z-y)$
29. $(x+2y-z)(x-2y+z)$
30. $(1+a-b)(1-a+b)$
31. $(a+b)(a-b)^2$
32. $(p-4)(p+4-q)$
33. $(a-b)^2(a^2+ab+b^2)$

பயிற்சி 6 (k)

பக்கம் 70—71

1. $(b-c-4a)(b-c+4a)$
2. $(x+2y+3)(x+2y-3)$
3. $(a+b-c+d)(a+b+c-d)$
4. $(2a+2b-3c)(2a+2b+3c)$
5. $(a-x-2b)(a-x+2b)$
6. $(2a-b)(2a+b)(2a+x)$
7. $(x-y)(x-2)(x+2)$
8. $(y^2-2)(y^2+2)(y^2+c)$
9. $(x-y)(x+2y+1)$
10. $(2a-b)(a+2b+2)$
11. $(x+5y)(3x-2y-2)$
12. $(2x+3y)(3x+y+2)$
13. $(x-3y)(x+5y-3)$
14. $4(4x-3)(2x-7)$
15. $(1-c)(1+c)(a^2+1)$
16. $(a-c-2b)(a-c+2b)(a+c-2b)(a+c+2b)$
17. $(z+x-2y)(z-x+2y)(x+2y-z)(x+2y+z)$
18. $(a^2+2b^2+2ab)(a^2+2b^2-2ab)$
19. $(2a^2+3b^2-ab)(2a^2+3b^2+ab)$
20. $(x-y)(x+y)(x^2+xy+y^2)$
21. $(x-2a+3b)(x-2a-3b)$
22. $(2x+3y+1)(2x-3y-1)$
23. $(2a+p-2q)(2a-p+2q)$
24. $(a^2+a+1)(a^2-a+1)$
25. $(z^2+2z+3)(z^2-2z+3)$
26. $(2c^2+d^2+cd)(2c^2+d^2-cd)$
27. $(a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab)$
28. $xy(4x+5y)(3x-7y)$
29. $(x+2a+3)(x-2a-1)$
30. $(x+a-1)(x-a-4)$
31. $(2a+b)(4a^2-2ab+b^2-1)$
32. $(1-x)(1+x)(1+y+x^2)$
33. $(a+b)(a-b)(4a+b)$
34. $(2a-b)(3a+b)(a+b)$
35. $(2a+x)(2a-b)(2a+b)$
36. $(x-y)(x+2y)(x^2+2xy+4y^2)(x+xy+y^2)$

37. $(2x+3y)(2x-3y)(16x^4+36x^2y^2+81y^4)$
38. $3(3x-y)(9x^2+3xy+y^2)$
39. $x(x-3)(x^2+3x+9)$
40. 49·72
41. 187
42. 1
43. 12
44. 9991
45. 0·25
46. $(a-2c)(5a+6c)$

பயிற்சி 7 (a)

பக்கம் 75-76

1. $2ab^2c$
2. x^2
3. $x+y$
4. $x+y$
5. $x+y$
6. $b(a+1)$
7. x^2-25
8. a^2-1
9. $x-6$
10. $x+a$
11. x^2+x-2
12. $2x+1$
13. $x-3$
14. $x+4$
15. $x+5$
16. $3x+7$
17. $+29x$ஐ $-29x$ என வாசிக்க விடை $x-9$
18. x^2+2x+4
19. $4(x-3)$
20. x^2+3x+2
21. x^2-3x+2
22. $3x+1$
23. $x+5$
24. $x-2$
25. $x+2a$
26. $2x-y$
27. $2x^2-7x+3$
28. $\frac{3a^2-3a+1}{3a^3-3a^2+3a-1}$
29. $\frac{x^2+x+1}{2x^2+3x-4}$
30. $\frac{x^2+2x+2}{x^2+2x+\ldots}$ [illegible]
31. $\frac{x^2+x+1}{x^2+3}$
32. $\frac{x-3}{x^2+5}$
33. $\frac{x^2+1}{x^2+2x+1}$
34. $\frac{2x^2+4x+2}{3x^2-6x+3}$

பயிற்சி 7 (b)

பக்கம் 80-81

1. $4a^3b^3x^2$
2. $18\,xyz$
3. $72p^2q^2r^2$
4. $24(a+b)(b+3)(c+a)$
5. $lm(m^2-n^2)$
6. $x(x^2-y^2)$
7. $(x-2)(x+2)(x+11)$
8. $(1+a)(1-2a+a^2)$
9. $(a^2-4b^2)(a^2+2ab+b^2)$
10. $(x-2a)^2(x+2a-y)(x^2-y^2+4y-4a^2)$
11. $(a-b)(b-c)(c-a)$
12. $(x^2-y^2)(y^2-z^2)$
13. $(x^2-4)(x^2+16)(2x+3)$
14. $(p^2-4p-21)(p^2+6p+8)$
15. $(x^2-7x+12)(6x^2+12x+6)$
16. $(2x+1)(3x^2-10x+8)$
17. $(6x^2-x-1)(x+2)$

18. $(4l^2-4l-35)(l^2+2l-1)$
19. $(x^2-3)(x^2+3)(3x^2+1)(9x^2-1)$
20. $(x+a)(x^4-a^4)$ 21 $(a^4-b^4)(a^2+ab+b^2)$
22. $(4x^2-6x+9)(6x^2+5x-6)$
23. $4(x-a)(x^3+a^3)$ 24. $(x+y)(x^3-y^3)$
25. $6abc(a^3+b^3)(a^2+2ab+b^2)$
26. $(a-2b)(a+3b)(a^3+8b^3)$

பொ. கி. பெ. = $(a+2b)$

பொ. ம. சி = 840

பொ. கி. பெ. = 20

27. (x^6-y^6) 28. $(x+2y)(x-2y)(x^2-y^2)(x^2+xy^2)$
29. $(x+1)(x^2-x+1)(x^2+x-1)$
30. $(x-4)(x^2+3x-2)(x^2-2x+3)$
31. $(x+3)(2x+5)(2x-3)(5x+4)$
32. $(3x+1)^3(9x^2-3x+1)$
33. $(x^2-4)(x^2-1)$; பொ கி. பெ. = $(x+2)(x+1)$
34. $(x+1)(4x-1)(3x^2+1)$; பொ.கி.பெ. = $(x-1)$
35. $(x-2)(x+3)(x^2-2x+1)$; பொ. கி. பெ. = $(x-2)(x-1)$
36. $(x^2-7x+6)(x^2-2x+1)$
37. மற்றக் கோவை $x^2-12x+35$

பயிற்சி 8 (a)

பக்கம் 9[illegible]—96

1. $\frac{1}{a(a-2)}$ 2. $\frac{10(x-2)}{x(x^2+4)(x+2)}$
3. $\frac{x^2+1}{(x-1)(x-2)}$ 4. $\frac{2(x+2)}{x(x-4)}$ 5. $\frac{3x}{x^2-9}$
6. $\frac{2}{x^2-4}$ 7. $\frac{x^2-2xy+3y^2}{x^2-9y^2}$ 8. $\frac{x-4}{z-3}$
9. $\frac{x(x+2)(x^2-2x+4)}{x^4+4x^2+16}$ 10. $\frac{2+p}{3-p}$ 11. $\frac{1}{x-4}$
12. $\frac{1}{a^2b^2}$ 13. $\frac{x^2-y^2}{xy}$ 14. $\frac{2a+1}{2a-1}$
15. $\frac{1}{x+2}$ 16. $\frac{x(2x+1)}{2(x-1)(x+2)}$ 17. $\frac{-1}{2x+1}$

18. $\frac{6x-1}{x^2-1}$ 19. $\frac{x+1}{2}$ 20. $\frac{13-34x}{12(x^2-1)}$
21. $\frac{3}{y+4}$ 22. $\frac{4x}{(x-5)(x-3)}$ 23. $\frac{2}{(x-3)(x-1)}$
24. $\frac{9}{(x^2-4)(x+3)}$ 25. $\frac{-1}{(x+4)(x+5)}$
26. $\frac{2}{(x-y)(y-z)}$ 27. $\frac{7}{(x+5)(x-3)(x+2)}$
28. $\frac{-30}{(3x-2)(x-4)(2x-3)}$ 29. $\frac{-(3x+2)}{(x-1)(x^2-4)}$
30. $\frac{29x-52}{(x-3)^2(4x^2-1)}$ 31. $\frac{a+5}{(a+4)(a+3)(a+2)}$
32. $\frac{14x+32}{(x-2)^2(x+2)(x-3)}$ 33. $\frac{8}{(x-6)(x-4)(x-2)}$
34. $\frac{3}{(x-3)(x-1)}$ 35. $\frac{2}{(x+3)(x-1)}$
36. $\frac{-x-2}{(2x-1)(2x+1)(x-1)}$ 37. $\frac{3}{x-3}$
38. $\frac{-7}{x-1}$ 39. $\frac{x-3}{(x-1)(x-2)(x+1)}$
40. $\frac{(x-2)(x-1)}{2(x+1)^3(2x-1)^2}$ 41. $\frac{3x-10}{(x^2-4)(x-3)}$
42. $\frac{4(a+1)}{(a-4)(a-5)(a+3)}$ 43. $\frac{2}{(x-2)(x-3)(x-4)}$
44. $\frac{1}{1-a^2}$ 45. $\frac{2a}{a^2-4}$ 46. $\frac{4a+7}{a^2-4}$
47. $\frac{b^2+4}{b^2-4}$ 48. $\frac{2a}{1-a}$ 49. $\frac{-(a-1)}{2(a^2+1)}$
50. $\frac{a}{a-c}$ 51. $\frac{1}{(a-c)(c-b)}$

பயிற்சி 8 (b)

பக்கம் 96—100

1. $x=0$ *or* $-\frac{5}{3}$ 2. $x=-1$ *or* $\frac{3}{4}$ 3. 0   4. $\frac{2x}{2x-1}$

5. $\frac{x+4}{(x-1)(x+2)}$ 6. $\frac{3x}{x+y}$ 7. $\frac{2a+b}{a+2b}$ 8. 2

9. 2 10. $\frac{5}{x+1}$ 11. 1 12. 0 13. $\frac{4}{a^2-b^2}$

14. $\frac{2a}{a+b}$ 15. $\frac{11-6x}{(x-1)(x-2)(x-3)}$ 16. $\frac{3}{(x-1)(x-2)}$

17. $\frac{2x+5}{(x-1)^3(x-3)}$ 18. $\frac{-2c^2(a^2+c^2)}{b^4-c^4}$ 19. $\frac{(x-y)^2}{x^2+y^2}$

20. 0 21. 1 22. $\frac{4xy(y^4-x^4)}{x^6-y^6}$ 23. $a-2$

24. $\frac{b-a}{b}$ 25. $\frac{2x}{5y}$ 26. $\frac{2t}{1+t^2}$ 27. (a) 7 (b) 18

29. $\frac{2x(x^2-5x+7)}{(x-1)(x-2)(x-3)}$ 30. 1 31. $x^2-y^2=4$

32. $\frac{4y}{3x}$ 33 $z=x^4+x^2+1$ 35. $x=\frac{(y-1)^2}{(y+1)^2}$

36. $\frac{2a}{1-a^2}$ 37. $p=\frac{-ab(a+b)}{b^2+ab+a^2}$ $q=-\frac{ba(a^2+ab+b^2)}{(b^2+a^2)(b+a)}$

38. $x=\frac{b-a^2}{a^2(1-b^2)}$ 39. $y=\frac{x^2+1}{2x}$ 40. $\frac{b^2+1}{b-1}$

பயிற்சி 9

பக்கம் 108—110

1. $x=2, y=1$ 2. $x=-1, y=2$ 3. $x=5, y=1$
4. $x=3, y=-1$ 5. $x=5, y=6$ 6. $x=3, y=1$
7. $x=1, y=-1$ 8. $a=\frac{48}{17}, b=\frac{24}{17}$ 9. $x=4, y=2$
10. $x=2, y=-3$ 11. $x=2, y=\frac{4}{3}$ 12. $x=9, y=4$
13. $x=2, y=-3$ 14. $x=-3 y=4$ 15. $x=\frac{5}{16}, y=-\frac{5}{8}$
16. $x=5 y=3$ 17. $x=\frac{4}{3} y=\frac{3}{2}$ 18. $x=2, y=3$
19. $x=-1, y=-3$ 20. $x=5, y=-4$ 21. $x=\frac{6}{5}, y=\frac{8}{5}$
22. $x=2, y=5$ 23. $x=2, y=-1$ 24. $x=3, y=8$
25. $x=0, y=-5$ 26. $x=\frac{1}{3}, y=\frac{1}{4}$ 27. $x=2, y=3$

28. $x=8, y=2$ 29. $x=\frac{1}{2}, y=-$ 30. $x=3, y=-4$
31. $x=2, y=-2$ 32. $x=\frac{3}{2}, y=\frac{5}{3}$ 33. $x=2, y=1$
34. $x=3, y=4$ 35. $x=6, y=4$ 36. $x=4, y=6$
37. $x=8, y=7$ 38. $x=3, y=2$ 39. $a=\frac{11}{16}, b=\frac{9}{16}$
40. $x=3, y=-2$ 41. $x=5, y=3$ 42. $a=-1, b=2$
43. $x=\frac{1}{8}, y=\frac{1}{3}$ 44. $x=\frac{1}{5}, y=\frac{1}{2}$ 45. $x=3, y=6$
46. $x=5, y=2$ 47. $x=\frac{1}{3}, y=-1$ 48. $a=\frac{1}{11}, b=\frac{1}{5}$
49. $x=-1, y=-4$ 50. $x=2, y=-3$ 51. $x=2, y=-3$
52. 2, 3, −5 53. 5, −3, −1 54. 2, −3, 1

பயிற்சி 10 (a)

பக்கம் 127—131

1. 12, 18 2. 21, 12 3. 35, 28 4. 13, 4
5. 86, 14 6. 9, 7 7. −119 × 96 8. 36
9. 32, 12 10. 45, 21 11. 37 12. 40, 30
13. 36, 24 14. 73 15. 93, 39 16. 93
17. 37, 18. 31, 19. 36 20. 34 21. 58 22. 3, 7
23. 39 24. 36 25 25. 26. 76 27. 34 28. $\frac{5}{8}$
29. $\frac{5}{8}$ 30. $\frac{12}{18}$ 31. ரூ 600, ரூ 840 32. ரூ 48; ரூ 42

பயிற்சி 10 (b)

பக்கம் 131—135

1. ரூ 3·25; ரூ 2·75
2. 5அ 8பெ; 7அ
3. 6:5 4. 2:1
5. ரூ 2·50; ரூ 1·50
6. 24 அடி; 15 அடி
7. ரூ 5600; ரூ 4400
8. ரூ 1400; ரூ 1100
9. A ரூ 68-; B ரூ 84; C ரூ 52
10. 29 அங்; 19 அங்
11. 50 மைல்
12. 8 மைல்; 24 மைல்
13. 60 மைல்
14. 26 மைல்; 24 மைல்
15. 51
16. 3
17. 24 நாள்; 32 நாள்
18. 2 மைல்
19. 9 மைல், 3 மைல்
20. 30 மைல்; 120 மைல்;
21. $3\frac{1}{2}$ மைல்
22. $5\frac{1}{2}$ மைல்
23. 7 மைல், 2 மைல்
24. 288 மைல்; 48 மைல்
25. $a=4$; b [illegible] 336
26. $a=-9$, $b=-2$

பயிற்சி 11 (*a*)

பக்கம் 137

1. -2 *or* $+2$
2. -3 *or* $+3$
3. $-\frac{4}{3}$ *or* $\frac{4}{3}$
4. $-\frac{1}{4}$ *or* $\frac{1}{4}$
5. -5 *or* 5
6. -5.398 *or* 5.398
7. $-\frac{1}{2}$ *or* $\frac{1}{2}$
8. $-\frac{3}{2}$ *or* $\frac{3}{2}$
9. $\frac{5}{2}$ *or* $\frac{3}{2}$
10. $-\frac{3}{2}$ *or* $\frac{3}{2}$
11. -4 *or* 4
12. -2.55 *or* 2.55
13. 2.55 *or* -2.55
14. -5 *or* 5
15. $2{\cdot}65$ *or* $-2{\cdot}65$
16. -1 *or* -3
17. $\frac{2}{3}$ *or* $\frac{1}{3}$

பயிற்சி 11 (*b*)

பக்கம் 140—141

1. 0 *or* 7
2. 0 *or* 2
3. 0 *or* -1
4. 2 *or* 5
5. $-\frac{1}{3}$ *or* $\frac{7}{4}$
6. -4 *or* 11
7. $-\frac{4}{5}$ *or* 1
8. $\frac{2}{3}$ *or* 2
9. $0, -1, 2$
10. $-\frac{1}{3}$ *or* 2
11. -7 *or* 3
12. 6 *or* 2
13. $-\frac{11}{7}$ *or* $\frac{2}{3}$
14. 0 *or* 7
15. $-\frac{5}{2}$, *or* 5
16. $\frac{10}{7}$ *or* 7
17. -2 *or* 3
18. 6 *or* 7
19. $-\frac{2}{3}$ *or* 2
20. 12 *or* 9
21. $-\frac{20}{9}$ *or* 1
22. 1 — *or* 4
23. 0 *or* $-\frac{5}{2}$
24. $\frac{2}{5}$ *or* $\frac{11}{7}$
25. 3 *or* -4
26. 4 *or* 2.41

பயிற்சி 11 (*c*)

பக்கம் 144-145

1. -4 *or* -2
2. 3 *or* 4
3. -3 *or* 5
4. -2 *or* -11
5. $\frac{1}{2}$ *or* -3
6. $\frac{2}{3}$ *or* 4
7. $\frac{1}{3}$ *or* -2
8. $-\frac{1}{2}$ *or* 3
9. $-2a$ *or* a
10. -1 *or* $\frac{5}{8}$
11. 0.90 *or* 11.01
12. $0{\cdot}76$ *or* 5.24

13. $-0{\cdot}74$ *or* $6{\cdot}74$
14. $0{\cdot}38$ *or* $2{\cdot}62$
15. $1{\cdot}38$ *or* $3{\cdot}62$
16. $1{\cdot}26$ *or* $8{\cdot}74$
17. $0{\cdot}72$ *or* $6{\cdot}28$
18. $-1{\cdot}27$ *or* $2{\cdot}77$
19. $-0{\cdot}61$ *or* $4{\cdot}11$
20. $-1{\cdot}64$ *or* $2{\cdot}14$
21. $0{\cdot}18$ *or* $1{\cdot}85$
22. $-1{\cdot}08$ *or* $3{\cdot}41$
23. $-1{\cdot}23$ *or* $1{\cdot}89$
24. $-4{\cdot}91$ *or* $0{\cdot}41$
25. $-0{\cdot}14$ *or* $-1{\cdot}46$
26. $0{\cdot}52$ *or* $-4{\cdot}52$
27. $-0{\cdot}17$ *or* $2{\cdot}15$
28. $-0{\cdot}5$ *or* $-1{\cdot}33$
29. $-1{\cdot}94$ *or* $0{\cdot}29$
30. $0{\cdot}41$ *or* $1{\cdot}73$

பயிற்சி 11 (*d*)

பக்கம் 147-148

1. -1 *or* -2
2. 4 *or* 5
3. 7 *or* -8
4. -9 *or* 8
5. -3 *or* 5
6. $-\frac{1}{4}$ *or* $\frac{1}{2}$
7. $\frac{2}{3}$ *or* 3
8. -2 *or* $\frac{3}{2}$
9. $\frac{4}{3}$ — *or* 2
10. $-\frac{9}{2}$ *or* 3
11. $\frac{5}{3}$ *or* $\frac{2}{3}$
12. $2{\cdot}41$ *or* $0{\cdot}41$
13. $0{\cdot}44$ *or* $4{\cdot}56$
14. $-1{\cdot}09$ *or* $4{\cdot}09$
15. $-0{\cdot}18$ *or* $2{\cdot}18$
16. $-4{\cdot}87$ *or* $-1{\cdot}13$
17. $-1{\cdot}32$ *or* $1{\cdot}52$
18. $-0{\cdot}05$ *or* $21{\cdot}95$
19. $-0{\cdot}27$ *or* $3{\cdot}73$
20. $-5{\cdot}53$ *or* $3{\cdot}53$

பயிற்சி 11 (*e*)

பக்கம் 149–151

1. -11 *or* $+11$
2. -5 *or* 5
3. $2{\cdot}12$ *or* $-2{\cdot}12$
4. $-\frac{1}{2}$ *or* $-4\frac{1}{2}$
5. -2 *or* 2
6. 2 *or* $-\frac{1}{2}$
7. 3 *or* -3
8. $-\frac{2}{3}$ *or* 3
9. -5 *or* $\frac{4}{3}$
10. $\frac{2}{3}$ *or* $-\frac{3}{2}$
11. $-\frac{3}{5}$ *or* 3
12. $\frac{5}{6}$ *or* 3
13. 3 *or* -23
14. 15 *or* -14
15. $\pm 4, \pm 1$
16. $-\frac{1}{14}$ *or* 14
17. 7 *or* $-2\frac{1}{2}$
18. $x=4$ *or* $-1\frac{1}{3}$
19. 2 *or* $-\frac{1}{3}$
20. $1\frac{1}{2}$ *or* $-2\frac{1}{4}$
21. $9{\cdot}08$ *or* $-3{\cdot}08$
22. $0{\cdot}17$ *or* $2{\cdot}37$
23. $1{\cdot}14$ *or* $-3{\cdot}81$
24. $1{\cdot}26$ *or* $-0{\cdot}26$
25. $2{\cdot}94$ *or* $-0{\cdot}27$
26. $0{\cdot}30$ *or* $-3{\cdot}30$
27. $-0{\cdot}54$ *or* $-1{\cdot}86$
28. $2{\cdot}14$ *or* $-0{\cdot}14$

29. 1·37 *or* 12·37   30. 2 *or* 1·4   31. 18 *or* −15
32. 45 *or* −14   33. 1·62 *or* −.62   34. 10·22 *or* 0·78
35. 1·54 *or* 0·26   36. 0·83 *or* −0·68   37. 0·15 *or* −1·35
38. 0·42 *or* 1·42   39. 0·87 *or* −1·54   40. 1·52 *or* −1·32
41. −0·31 *or* −2·44   42. 0·171 *or* 11·171   43. 0 *or* $\frac{2}{3}$ 44. 2
45. x^2-5x+6 46. x^2-4x-5 47. x^2+5x+6
48. $6x^2-5x+1$ 49. $5x^2-2x-3$ 50. $ax^2-(a^2+3)x+3a$

பயிற்சி 12

பக்கம் 161-166

1. 9, 4   2. 12, 14   3. 9, 11
4. 15, 17   5. 18   6. (*i*) 18 *yd*; 14 *yd*.
(*ii*) 32 யார்   7. 27′, 18′4″   8. 33′, 12′
9. 60 அங்.   10. 28, 96   11. 45   12. 18
13. 11   14. *Rs* 4.50   15. 15, 16, 17, 18   16. 24
17. $22\frac{1}{2}$ 18. 25′, 18′   19. 24, 18
20. $2\frac{1}{2}$ யார்   21. $1\frac{1}{2}$ யார்   22. 18 யார், 12 யார்
23. 160 அடி   24. 72 யார்   25. 4 மணி 40 நிமி
26. 2 மணி   27. 48 அடி   28. 400 சது. அடி
29. 20, 30   30. 10   31. 18 மைல், 24 மைல்
32. 10 மைல் மணிக்கு   33. 3 மைல், மணி   34. $7\frac{1}{2}$
35. 36 மைல் மணிக்கு, 44 மைல் மணிக்கு
36. 8 மைல் மணிக்கு   37. $33\frac{3}{4}$ நிமி.
38. 10 நிமி, 12 நிமி.   39. 5 நிமி. $7\frac{1}{2}$ நிமி.

பயிற்சி 13 (*a*) (பக்கம் 170-171)

1. $x=5, y=15$ அல்லது $x=16, y=4$
2. $x=3, y=2$ அல்லது $x=3\frac{2}{3}, y=1\frac{1}{3}$
3. $x=-10; y=-13$ அல்லது $x=1, y=-2$
4. $x=4, y=-3$ அல்லது $x=-3\frac{1}{4}, y=4\frac{1}{4}$
5. $x=2, y=1$ அல்லது $x=1, y=2$
6. $x=\frac{1}{6}, y=\frac{1}{2}$ அல்லது $x=\frac{1}{4}, y=\frac{1}{3}$
7. $x=-3{\cdot}45, y=3{\cdot}45$ அல்லது $x=1{\cdot}45, y=-1{\cdot}45$
8. $x=3\frac{1}{3}, y=-1\frac{1}{2}$ அல்லது $x=2\frac{1}{3}, y=-\frac{1}{3}$

9. $x=0, y=3$ அல்லது $x=6, y=6$
10. $x=2; y=0$ அல்லது $x=-\frac{4}{5}, y=-1\frac{2}{3}$
11. $x=-1\frac{1}{2}, y=\frac{1}{4}$ அல்லது $x=3, y=-2$
12. $x=24, y=-8$ அல்லது $x=2, y=3$
13. $x=1\frac{1}{3}, y=2\frac{1}{2}$ அல்லது $x=0, y=3$
14. $x=-3, y=2$ அல்லது $x=-1, y=1$
15. $x=1, y=3$ அல்லது $x=15\frac{1}{4}, y=-1\frac{3}{4}$
16. $x=\frac{6}{5}, y=\frac{3}{5}$ அல்லது $x=\frac{1}{2}, y=2$
17. $x=-4, y=-1$ அல்லது $x=6, y=4$
18. $x=1\frac{1}{3}, y=-1$ அல்லது $x=.1, y=-3{\cdot}8$
19. $x=3, y=-5$ அல்லது $x=-1\frac{8}{13}, y=4\frac{3}{13}$
20. $x=3, y=\frac{1}{5}$ அல்லது $x=15, y=\frac{1}{3}$
21. $x=1\frac{1}{2}, y=3\frac{1}{2}$ அல்லது $x=-1, y=11$
22. $x=\frac{2}{7}, y=\frac{4}{7}$ அல்லது $x=\frac{1}{3}, y=\frac{1}{8}$
23. $x=4, y=3$ அல்லது $x=1\frac{2}{3}, y=-1\frac{2}{3}$
24. $x=2\frac{1}{3}, y=-\frac{1}{3}$ அல்லது $x=1, y=2$
25. $x=0, y=0$ அல்லது $x=12, y=2\frac{4}{5}$
26. $x=1\frac{1}{5}, y=-1\frac{4}{5}$ அல்லது $x=\frac{9}{5}, y=\frac{3}{4}$.

பயிற்சி 13 (*b*)

பக்கம் 171 – 173

1. $x=-\frac{1}{2}, \quad y=2$ அல்லது $x=4, \quad y=-1$
2. $x=1\frac{3}{4}, \quad y=1\frac{1}{4}$ அல்லது $x=2, \quad y=1$
3. $x=-\frac{1}{13}, \quad y=-\frac{5}{13}$ அல்லது $x=5, \quad y=3$
4. $x=3\frac{1}{2}, \quad y=-1\frac{1}{2}$ அல்லது $x=1\frac{1}{2}, \quad y=-\frac{1}{2}$
5. $x=-\frac{1}{2}, \quad y=2$ அல்லது $x=4, \quad y=-1$
6. $x=9\frac{2}{3}, \quad y=-12$ அல்லது $x=-3, \quad y=7$
7. $x=1{\cdot}7, \quad y={\cdot}44$ அல்லது $x={\cdot}29, \quad y=2{\cdot}56$
8. $x=-5\frac{4}{5}, \quad y=4\frac{1}{5}$, அல்லது $x=2, \quad y=-1$
9. $x=-1 \quad y=2$ அல்லது $x=-3, \quad y=-1$
10. $x=2, \quad y=-3$ அல்லது $x=-4, \quad y=5$
11. $x=-6, \quad y=1$ அல்லது $x=3, \quad y=-5$
12. $x=11, \quad y=1$ அல்லது $x=3, \quad y=-3$
13. $x=\frac{1}{2}, \quad y=1\frac{1}{2}$ அல்லது $x=-2, \quad y=-2$

14. $x=1\frac{1}{2}$, $y=-\frac{7}{10}$ அல்லது $x=-\frac{1}{2}$, $y=\frac{5}{2}$
15. $x=4$, $y=2\frac{2}{5}$ அல்லது $x=3$, $y=3\frac{1}{3}$
16. $x=3{\cdot}41$, $y=-3{\cdot}12$ அல்லது $x={\cdot}59$, $y=1{\cdot}12$
17. $x=4$, $y=0$; $x=-6\frac{2}{3}$, $y=5\frac{1}{3}$
18. $x=1$, $y=-4$ அல்லது $x=4$ $y=-1$
19. $x=2$, $y=1$ அல்லது $x=1$, $y=-2$
20. $x=3$, $y=5$ அல்லது $x=10$ $y=1\frac{1}{2}$
21. $x=2$, $y=-3$ அல்லது $x=-10$ $y=-21$
22. $x=\frac{13}{19}$, $y=-\frac{9}{19}$ அல்லது $x=-1$, $y=-3$
23. $x=5$, $y=7$ அல்லது $x=1\frac{2}{9}$, $y=-4\frac{1}{3}$
24. $x=3$, $y=-4$ அல்லது $x=-1$. $y=-2$
25. $x=1$, $y=-1$ அல்லது $x=-\frac{2}{7}$ $y=-\frac{13}{7}$
26. $x=1$, $y=-5$ அல்லது $x=4\frac{1}{31}$, $y=-\frac{14}{31}$
27. $x=2$, $y=\frac{2}{3}$ அல்லது $x=-\frac{1}{2}$, $y=-1\frac{1}{2}$
28. $x=3$, $y=-2$ அல்லது $x=-\frac{1}{7}$, $y=2\frac{5}{7}$
29. $x=1$, $y=1$ அல்லது $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{3}$
30. $x=8$, $y=3$ அல்லது $x=\frac{4}{3}$. $y=-\frac{1}{3}$
31. $x=1$, $y=-2$ அல்லது $x=3$, $y=-8$
32. $x=-1, y=2$ அல்லது $x=-\frac{1}{3}$, $y=1$
33. $x=2$, $y=3$ அல்லது $x=-2$, $y=6$

பயிற்சி 14 (a)

பக்கம் 175–176

1. $\frac{A}{2h}-h$ 2. $\frac{Pb}{E-P}$ 3. $\frac{100\,(A-P)}{Pr}$

4. $\frac{A}{2\pi r}-r$ 5. $St-p$, $\frac{1+p}{t}$ 6. $\frac{2a}{a-2}$

7. $\frac{2a+2b}{a-b}$ 8. $\frac{188T}{B^2}+{\cdot}8B$ 9. $\frac{uv}{-v}$

10. $\frac{m-am}{a-1}$ 11. $\frac{\sqrt{y^2-x^2}}{y}$; Read $x=12$, $y=13$; Ans. $\frac{5}{13}$

12. $-\frac{d}{\sqrt{a-y}}$ 13. $3(m^2+n)$ 14. $\frac{gT^2}{4\pi^2}$

15. $\frac{\sqrt{A^2-\pi^2r^4}}{\pi r}$ 16. $\sqrt{a^2-2ab}$

17. $\frac{Vt}{\sqrt{4\pi^2a^2+V^2t^2}}$ 18. $\frac{S}{n}-\frac{(n-1)d}{2}$; 5

19. $\frac{\sqrt{T^2hg-4\pi^2h^2}}{2\pi}$ 20. $\frac{2y}{3}$; 5

பயிற்சி 14 (b)

பக்கம் 178–179

1. $\frac{d-b}{a-c}$ 2. $q+2p$ 3. 0 4. $-b$

5. 1 6. 1 7. $-b$ 8. $\frac{6q-r}{4P-2}$

9. $C-d$ 10. $3a$ 11. $a;-b$ 12. $\frac{a}{b}$; $\frac{b}{a}$

13. $2l; m$ 14. d^2+2c^2; C^2-d^2 15. $1+a$; $1-a$

16. $5a$; $7b$ 17. C or $-\frac{c}{2}$ 18. $-2a$ or a

19. $5a$ or $\frac{3a}{4}$ 20. $\frac{1}{a}$ or $\frac{1}{2a}$ 21. $a+1$ or -1

22. $\pm P+2$ 23. $a\pm 2$ 24. $\frac{2b}{a}$; $-\frac{a}{b}$

25. $\frac{l+m}{2a}$; $\frac{l-m}{2b}$ 26. b; a

பயிற்சி 15

பக்கம் 182

1. (i) 5 (ii) 7 (iii) 7 2. (i) -19 (ii) $-2x^3-x-1$

(iii) $-2y^3-y-1$ 4. (i) $\frac{a+b}{c}$ (ii) $\frac{a^2+b^2}{c}$

5. $x+1$ 6. 7. 17 8. -20 10. 6

11. $2x^2-11x+15$ 13. -14; 24

14. $(x-1)(x+3)(x+4)$ 15. $(x+2)(x+3)(x-3)$

16. $(x-1)(x+1)(x+3)(x+4)$ 17. $(x-1)(x+3)(x^2+2)$

பயிற்சி 16 (a)

பக்கம் 195—198

1. $-9, -21$ 2. $1\frac{3}{4}, 7\frac{3}{4}$ 3. $-1, 1, 3, 5$.........
4. $25, 23, 21$ 5. $11, 81$ 7. 7 8. 4
9. (i) $2n+7$ (ii) $\frac{n+2}{3}$ (iii) $a+(b-a)(n-1)$
10. $3, 2$ 11. $4, 7, 10$ 13. $170\frac{1}{2}$ 14. 400
15. -143 16. $-69, -510$ 19. $-60\frac{1}{2}$ 20. $702\cdot5$
21. $206\frac{1}{2}$ 22. 16 23. 730 24. 515
25. (i) $0, 148\cdot5$ (ii) $432\frac{1}{2}$ 26. (i) $\cdot25n+\cdot75$
(ii) $102\cdot5-2\cdot5n$ 27. 1032 28. Rs. 63840 29. 6615
30. 20000 31. 6633 32. $\frac{3n+3n^2}{2}$
33. $333, 166833$ 34. 12450 35. 10000

பயிற்சி 16 (b)

பக்கம் 198—202

2. (a) 290 (b) $\frac{5n(n+5)}{12}$ 3. (a) 3 (b) 5 (c) 1010
4. Rs. 1155 5. $2n+5$ 6. $a=\frac{bn+c-(n-1)d}{2}$
$d=\frac{2(bn+c-a)}{n-1}$ 7. ரூ 12; ரூ; 4140 (8) 20
9. 21 10. (i) $-9\cdot5$ (ii) 15 (iii) 25 11. 20
12. 0 14. $17, -2$, 15. $3\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2}, 7\frac{1}{2}, 9\frac{1}{2}$, or $9\frac{1}{2}, 7\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2}$
16. $2\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, 11\frac{1}{2}$, or $11\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}$ 17. 17 18. $14, \frac{3}{13}$
19. $11, -2$ 20. (i) 12 (ii) 14 21. 1683 22. 2793
23. 5000 24. 3374 25. 4215 26. 3000 27. (i) 304 அடி
(ii) 2400 அடி (iii) 20 செக் 28. 8900
29. n^2+9n யார்; 9 30. $85, 74, 63, 52, 41, 30$ 31. 730

பயிற்சி 17 (a)

பக்கம் 216—219

1. (a) 6 (b) 3 2. $1640\frac{1}{3}$ 3. $2, \frac{1}{64}$ 4. $\frac{64}{9}$
5. $-\frac{32}{81}$ 6. (i) $-\frac{1}{9}(-3)^{n-1}$ or 3^{n-3} (ii) $\frac{81}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$
or $\frac{2^{n-2}}{3^{n-5}}$ 7. (a) 2 (b) 3 (c) $1\cdot5$ 8. 2 9. 18

10. $V\left(\frac{9}{16}\right)^n$; 13; 122 ft. 11. $8, 20, 50$
12. $2, 6, 18, 54$......... 13. $-28, \frac{81}{32}$ 15. $\frac{32}{5}, \frac{5}{2}$
16. 1-ம் உறுப்பு—2, பத்தாம் உறுப்பு 1024, பொ. வி —2
17. $\frac{a(r^{n}-1)}{r-1}$ 18. $\frac{a\left\{1-\left(\frac{1}{r}\right)^n\right\}}{1-\frac{1}{r}}$ 19. $\frac{3}{7}, \frac{7}{3}$
20. $171, \frac{5}{18}$ 21. (i) $26\frac{2}{3}$ (ii) $53\frac{1}{3}$ 22. $320, \frac{5}{16}$
23. $\frac{21}{64}; \frac{64}{21}$ 24. $-1944; -243$ 25. $1093\frac{1}{3}$
26. $40\frac{40}{81}$ 27. $5; 9\frac{607}{512}$ 28. 430
29. $8, 12, 18, 27, 40\frac{1}{2}$ 30. $\frac{r(n^2-1)}{n+1}$
31. $\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, 46\frac{8}{9}$ 32. $\frac{81}{8}\left[1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right]$ 33. $7\cdot2$

பயிற்சி 17 (b)

பக்கம் 219-223

1. 16140 2. 2 or -2 3. 441 4. 254
5. $\frac{3}{2}$ or $\frac{8}{3}$; $4, 9$ 6. $\frac{1}{4}; 9$ 7. $\frac{9}{896}; -\frac{3}{128}$ 8. 7
9. (i) 128 (ii) 8 10. 279 11. $12, -\frac{1}{9}$
12. $1, 3, 9, 27, 81$ 13. 11 14. (i) $6, 2, \frac{2}{3}$ அல்லது $2, 6$ (ii) $2186\frac{2}{3}$
15. $18; 386\frac{1}{16}$ 16. $4, 12, 36, 108, 324$
18. $2, 6, 18; -8, 16, -32; 2728$ 19. -16
21. $\frac{1}{729}; 2$ 23. $2, 4, 8, 8, 4, 2$ 24. $36, 4$
25. $36, 1$ 26. $8, 13, 18$ 27. 10
28. 5 29. 6 30. $3, 1099$

பக்கம் 229-231

1. $a^{\frac{3}{4}}$; $a\,x^{\frac{7}{4}}$; $y^{\frac{1}{3}}$; 1; x; a^3; y^3.
2. x^{10}; a; b; $c^{\frac{1}{4}}$ $y^{-\frac{3}{2}}$; y^{-2}; p^{-1}; q^6, a^{-2}
3. $\frac{1}{x^2}$; $\frac{1}{y^3}$; x^2; $x^{\frac{1}{3}}$; $x^{\frac{1}{2}}$, $y^{\frac{1}{2}}$; $\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}}}$, $\frac{1}{x^6}$ 4. 8, 5. $\frac{1}{8}$
6. 243 7. $\frac{1}{4}$ 8. 2 9. 1 10. $\frac{9}{5}$ 11. 125

12. 1   13. 5   14. $\frac{25}{9}$ 15. $5\frac{1}{3}$ 16. 3.   17. $\frac{5}{6}$

18. $\frac{2}{3}$ 19. $4\frac{1}{2}$ 20. (i) $\frac{3x^2}{y^3}$ (ii) $\frac{b^{\frac{1}{4}}}{2a}$ 21. (i) 3^6

(ii) 5^4 (iii) 2^6 (iv) 10^3 (v) 10^6

22. (i) 1; $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{64}$; $-\frac{1}{8}$;   23. 4; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{625}$; $\frac{1}{256}$;

24. $\frac{1}{5}$; 1; 8; $\frac{1}{16}$;   25. (i) 4   (ii) 5

26. $6\frac{1}{4}$ 27. (i) 60   (ii) $\frac{4}{81}$ (iii) 3

28. (i) $1\frac{1}{2}$ (ii) 5   29. (i) $1\frac{1}{2}$ (ii) $-1\frac{1}{2}$ (iii) $2\frac{1}{2}$

30. 4^{-2}; $4^{\frac{3}{2}}$ 4^0; $4^{\frac{1}{4}}$ (iv) $-\frac{5}{20}$ (v) $\frac{1}{16}$

31. 2^{-5};   32. (i) -2 (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $1\frac{3}{4}$ (iv) $-1\frac{1}{2}$ (v) $2\frac{1}{4}$

33. (a) 8; $\frac{1}{64}$ (b) $\frac{5}{2}$; $-\frac{3}{2}$

34. $\frac{a^{\frac{3}{4}}\,c^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{3}}}$ 35. $\frac{1}{2}a$; $\frac{8}{40}$ 36. $b^{\frac{13}{6}}$ 37. $\frac{y^2}{3x}$

38. $\frac{24}{x^3}$ 39. $\frac{1}{a^2\sqrt{b^{15}}}$ 40.

பயிற்சி 19 (a)

பக்கம் 244—247

1. (a) 0·3010; 1·3010; $\bar{3}$·3010; 4·3010; $\bar{5}$·3010; 0·9030

(b) 1·2552; $\bar{2}$·0791

2. 2; 0; $\bar{1}$; $\bar{2}$; $\bar{4}$;   3. $\bar{2}$·6451; $\bar{6}$·6451; $\bar{1}$·6451; $\bar{3}$·6451

4. $10^{\bar{3}.8090}$; $10^{1.2569}$; $10^{\bar{3}.8185}$; $10^{\bar{3}.5691}$ $10^{\bar{2}.9504}$

5. 613·2; 6132000; 0·6132; 0·0006132

6. (i) 1·8890   (ii) $\bar{1}$·1452   (iii) 2·3   (iv) 4·7332

(v) 7·382   (vi) $\bar{2}$·4   (vii) 11·8   (viii) 2·92

(ix) 1·9   (x) 1·5577   (ix) 3·7587

7. 1   8. $\frac{3}{2}$ 9. 2   10. 1   11. 2   12. 1   13. ·90309.

·69897   14. 1·5679   16 (i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{3}{2}$ (iii) $1\frac{2}{3}$

17. $\frac{3}{2}$ 18. 3   19. ·3010, 2.4471   20. 140·4   21. 11·44

22. 22300   23. 0·7112   24. 12·53   25. ·00841

26. 0·0000001982   27. 1·244   28. ·08661

29. 0·1276   30. 0·403

31. 0·699   32. 0·219   33. 1936   34. 0·3310   35. 1059

36. 2017   37. 0·01085   38. 0.337   39. 5·528   40. 14·68

41. 0·108   42. ·1008   43. 0.09317   44. 0·2007   45. 0·5789

46. 0·2322   47. 10.76   48. 0.08531   49. 0·5055   50. 3·761

51. 1·376   52. 0·6440   53. 0·8018   54. 1·1837

பயிற்சி 19 (b)

பக்கம் 247—251

1. 0·209   2. 1·063   3. ·6673   4. ·8986

5. .0943   6. ·04806   7. 2·3248   8. 0.8513

9. .388   10 92.58   11. .1138   12. 203

13. .2533   14. 3.16   15. 94.61   16. 2·236, 1.308

17. 63.30   18. 280.4   19. 998.6   20. 84·05

21. 7·416   22. 8·328   23. 135·91   24. 9.876

25. 2.012   26. 29.41   27. 0·2576   28. .9908

29. 0.94   30. ·2945   31. 6.8795   32. 15·225

33. 0.21   34. 4.84   35. .592   36. 0.995

37. 1211   38. 2·2   39. 6.44   40. $\frac{gt^2}{4\pi^2}$: 1·85

41. 0·150   42. 11·6   43. 0·445   44. ·105

45. 0·443   46. Rs 1597   47. 1·238   48. 37·03

49. (i) 1·85   (ii) .9714   50. ·5240   51. 7·534

52. 1·085   53. (i) 58·54 (ii) 3·329   54. 20·2

விஞ பத்திரங்கள்

ஆகஸ்ட் 1966

1. (i) (a) $\left(a+\frac{1}{a}\right)\left(a+\frac{1}{a}\right)$ (b) $a(x+a-b)(x-a+b)$

(ii) $O, -\frac{3}{2}$ (iii) $9-a^6$ 2. (i) $\frac{2}{x+y}$ (ii) (a) $\frac{4q}{q^2-1}$ (b) q

3. (i) $x=3$, $y=2$ or $x=\frac{3}{11}$, $y=\frac{32}{11}$ (ii) $x=2$, $y=3$

$z=-5$ 4. 75 அடி; 35 அடி   5. சுவி; 71; 28

6. (i) $\frac{100x+y}{20c}$ (ii) 3 7. 1·8581 9. (i) 5061 ச. அ.
(ii) 2636 (iii) 158 மீ. 10. ரூ. 7500 11. (i) 30°58'
(ii) 5·85 அங். (iii) 15·08 ச. அங். 12. 91.1 அடி.

டிசம்பர் 1966

1. (i) (a) $x(2x-9)(3x-6)$
(b) $(4x-2y-3)(16x^2-16xy+4y^2+12x-6y+9)$
(ii) (a) 0.48 (b) 0·09 2 (i) $\frac{3x}{y-x}$
3. (i) $x=\frac{2b}{a}+1$; $y=-\frac{a}{b}$
(ii) $x=2$, $y=-4$ or $x=4$, $y=-2$ 4. 12 மை.
5. 69, 132, 195, 258, 321; 12, 24, 48, 96, 192 or
−12, 24, −48, 96, −192.
6. (i) $\frac{(125-x)y}{z}$, 45 7. 0.8233
9. ரூ. 220·50; ரூ. 194−40; $3\frac{1}{2}$% ச. மு.
10. 5213·82 11. (i) 20.377′ (ii) 23°35′
12. (i) 21′18′; 53°38′ வ.கி. (E of N)
(ii) 13° 17′.

ஆகஸ்ட் 1967

1. (i) (a) $(b+2a-c)(b-2a+c)$
(b) $(x^2+2xy+3y^2)(x^2-2xy+3y^2)$
(ii) (a) $12x$ or $-36x$ (b) −12.
2. (i) $\frac{4}{3}$ (ii) $q=p(p^2-3)$ or $p^3=q+3p$
3. (i) $x=-2$, $y=-\frac{3}{2}$ or $x=3$, $y=+1$
(ii) 1.92 or −1.17. 4. 81.
5. 2, 6, 10...... 6. (i) $\frac{100pz-100x-pqy}{p}$
(ii) $\frac{100x+pqy}{p(x+y)}$ (ii) $16^{\frac{3}{2}}$, $16^{\frac{3}{4}}$ 15°; $16^{\frac{1}{4}}$
7. 3.062 9. (i) 35.1 (ii) 890 10. ரூ. 2100

11. (i) 66°25′ (ii) 5.748″ (iii) 4·9455 ச. அங்.
12. (i) 40·416′ (ii) 34° 35′.

டிசம்பர் 1967

1. (a) (i) $(x-q)(p+y)$ (ii) $(a-3b)(a+2b-1)$
(b) (i) $1-3x^2+x^4$ (ii) $1-a^6$
2. (i) $\frac{x-4}{9x-11}$ (ii) $\frac{5(a+b)}{(2a+b)(a-2b)}$
3. (i) $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{4}$ (ii) $\left.\begin{matrix}x=\frac{5}{4}\\x=4\end{matrix}\right\}\left.\begin{matrix}y=15\\y=4\end{matrix}\right\}$
4. 64, 40, 24 5. (i) 21 (ii) 18, 8, $5\frac{1}{3}$; $\frac{936}{81}$
6. (i) (a) $\frac{4-11x}{2}$ (b) $\frac{100(4-11x)}{13x}$ (ii) 3
7. 1·6 4 (8) (i) −2·75; $x=+\frac{1}{2}$ (ii) −3·6 இலிருந்து +1
(iii) −1·7; 0·4
9. ரூ. 1500 10. ரூ. 625
11. (i) 37°, 14′ (ii) 12·56 ச மீ. (iii) 5.36 ச.மீ. (iv) 12:10
12. 7° 38′ S of W; 7°,5′

டிசம்பர் 1968

1. (i) (a). $4(3x-1)(x+1)$ (b) $a(x-2a+3)(x+2a-3)$
(ii) 24
2. (i) $-\frac{1}{y}$ (ii) $P=\frac{x}{1+x}$; $P=\frac{1}{y-1}$; $y=\frac{2x+1}{x}$
3. (i) $x=2$, $y=-3$, $z=1$
(ii) $x=0$, $y=-2$ அல்லது $x=1$, $y=-\frac{5}{2}$
4. $2\frac{1}{2}$ அடி 5. கூ. வி. தொடர்; 27ம் உறுப்பு 3·32
6. (i) 3 (ii) $\frac{Pxy}{qz}$ 7. 0·6197
அ−22

8\. (i) $-1<x<1.11$ (ii) $-2.71<x<0.71$ (iii) $-2.8, +1.8$

9\. $6.5''$ 10. $\frac{5}{7}$ 11. (i) 3·409 ச.மீ. (ii) 4·639 ச. மீ.

(iii) 11·60 ச.மீ. (iv) $21°, 58'$

12\. (i) $31.89'$ (ii) $10°, 38'$ (iii) $27°, 33'$

டிசம்பர் 1969

1\. (i) (a) $(a-b)(a^2+ab+b^2)(a+b)(a^2-ab+b^2)$

(ii) $(2a^2-3+2a)(2a^2-3-2a)$ (ii) -40

2\. (i) $\frac{1}{2-p}$ (ii) $a^3+6a^2b+12ab^2+8b^3$; $12a^2b+16b^3$

3\. (i) $x=-3$, $y=+2$ அல்லது $x=\frac{63}{22}$, $y=\frac{1}{22}$ (ii) 1·59 அல்லது 0.16

4\. $x=8$; $y=\frac{15}{4}$; 30 மைல் 5. 1; 10; -1365

6\. (i) $100\frac{(4y-x)}{x}$ (ii) (a) 6 (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{2}{5}$

7\. (i) 0·738 (ii) 0·3708 8. (i) $(-\frac{3}{2}, 11\frac{3}{4})$

(ii) $-1·5$ இலிருந்து 0·5 (iii) $-3·4, -0·6$ 9. $30\frac{5}{8}$

10\. ரூ. 95·50 11. (i) $4·15''$ (ii) $20°, 37'$ (iii) 5·94

(iv) $34°, 21'$

12\. (i) 10·11 மைல் (ii) 6·01 மைல் (iii) 2·12 மைல்.

டிசம்பர் 1970

1\. (i) (a) $(a+b+2)(a-b-2)$ (b) $(2b-2x-1)(b-x-2)$

(ii) $(x-3)$, $(x+2)$ 2. (i) $\frac{2}{(b-a)(b-c)}$ (ii) $\frac{2a}{3-a}$

3\. (i) $x=2$, $y=1$ அல்லது $x=5\frac{10}{13}$, $y=-1\frac{2}{13}$ (ii) $x=4$, $y=3$

4\. $1\frac{3}{4}$ மணி 5. (i) $172\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{3}$, 2, 6...486; $-\frac{2}{3}$, -2, 6, -18...486

6\. (a) (i) $\frac{25p}{36}$; $\frac{7pq}{30}$ (b) (i) 2 (ii) 1 (iii) $\frac{y^4}{a^{\frac{1}{3}}}$

7\. (i) 6.305 (ii) 18.92

9\. ரூ. 159 10. ரூ. 600 11. (i) $6·78'$ (ii) 7·87

(iii) $59°, 36'$ (iv) 5.56

12\. (i) 26·45 (ii) $6°, 8'$

மார்ச் 1971

1\. (a) (i) $(a+b)(a-b)(c+1)(c-1)$

(ii) $2y(8x+3y)(x-2y)$

(b) 24; $(x+4)$; $(x-3)$

2\. (a) $\frac{-x}{(x-1)(x-2)(x-3)}$ (b) P^3-3P

3\. (a) $x=2a-3b$

(b) $x=2$, அல்லது $\frac{1}{4}$, $y=3$ அல்லது $\frac{1}{2}$

4\. A-யிலிருந்து 6 மைல்

5\. (a) $90\frac{1}{3}$ (b) 10

6\. (a) $\frac{7pq}{500}$ (b) $\frac{x^3}{x^3-8y^3}$

7\. (a) (i) $\frac{1}{100}$; 121, $\frac{1}{4}$ (ii) 6

(b) 2·407

8\. (i) 4 (ii) $-3<x\leq-1$ (iii) $-2·40$ or 1·2.

9. (i) $96\frac{1}{4}$ (ii) $16\frac{?}{24}$ 10. ரூ. 20,000 ; ரூ. 10,000

11. (i) $4\cdot1\frac{1}{2}$ ச.மீ. (ii) $25°54'$ (iii) 2·92 ச.மீ.

12. (i) $23'$ (ii) $30°$ *E of N.*

டிசம்பர் 1971

1. (a) (i) $(3a^2+2ab+2b^2)(3a^2-2ab+2b^2)$
   (ii) $-3(2x+y)(p-2q)$

   (b) $x^3-x^2-x-4;\ -12$

2. (i) $r=\dfrac{p}{q+1}$ (ii) $\dfrac{l^2w}{16c+l^2}$; $19\dfrac{3}{13}$

3. (i) -3 *or* $1\frac{1}{4}$ (ii) $x=1\frac{1}{4},\ y=3$

4. $x=10;\ t=2$ 5 (i) 2 $(5y-x)$ (ii) 4,8,16 ...... : 2,6,18 ......

6. (a) (ii) $\dfrac{1000}{x^2}$ (ii) 4

   (b) (i) $\dfrac{20x(5p+4q)}{p+q}$ (ii) $\dfrac{x(5p+4q)}{25}$

7. 0·4273 8. (ii) $-1\cdot7, 3.2$

   (iii) $-1\cdot2$ *or* 2·9

9. ரூ. 2000 10. ரூ. 2000

11. (i) $5\cdot251'$ (ii) $50°17'$ (iii) $5\cdot02''$

12. (i) $18°\ 19'$ (ii) $2\cdot3°12'$

டிசம்பர் 1972

1. (a) $(2p+q)$ $(3pq-1)$ (b) $(3b-3x-2)$ $(b-x+2)$
   (c) $4(2x-1)(4x^2+2x+1)$

2. (i) $x=\pm\sqrt{a^2-\dfrac{v^2}{p_2}}$; $\pm\sqrt{7}$ (ii) $\dfrac{5x+2}{x-5}$

3. (i) $\dfrac{x=\frac{3}{4}}{y=\frac{3}{2}}$ அல்லது $\dfrac{x=3}{y=3}$ (ii) $5; -\frac{1}{3}$

4. 15 ச.

5. (i) $\frac{8}{3}, -9, 13\frac{1}{3}$; (ii) $\dfrac{nx}{8}(n+1)$

6. (அ) (i) $\dfrac{125x}{133}$ (ii) $\left(p+\dfrac{q}{112}\right)$ $x\dfrac{3x}{25}$ (ஆ) 2

7. (அ) (i) 216 (ii) 36 (iii) 5 (iv) $\frac{15}{2}$ (ஆ) 22 68

8. (i) 1·62, or $-$·62 (ii) 2·73 or $-$·73 (iii) ·75

9. ரூ. 25020 ; ரூ. 17280 ; ரூ. 10800

10. (i) 231 க. அங் (ii) 2″

11. (i) $31°\ 02'$ (ii) $23\cdot37''$ (iii) 93·76 ச″

12. $33\cdot5'$; $27°\ 38'$

டிசம்பர் 1973

1 (i). $2(a+3)(a^2-3a+9)$ (ii) $(x^2-2xy-y^2)$
$(x^2+2xy-y^2)$ (iii) 3 (iv) (அ) 5 (ஆ) 3 (இ) 7
(v) $\dfrac{p^2-6pq-9}{9q^2}$ (vi) $x3+2x^2+x+2$; 9
(vii) (அ) $x^{\frac{1}{3}}$ (ஆ) $\frac{4}{9}$ (viii) 20% (ix) (அ) 86·67 (ஆ) $1\frac{1}{?}$
(x) 3″, $\sqrt{3}''$

2. (i) 12, 15 (ii) 0·85 அல்லது $-$ 2·35

3. (i) 642 ; 50 (ii) $\frac{2}{21}$

4. (i) 2 (ii) $\frac{1}{2}$ (iii) 5·836

6 (i) 4 25 (ii) $x=-\frac{3}{2}$ (iii) $-3\cdot5 < x < -1\cdot5$
(iv) 1·3, $-$ 2·3

7 (i) 7·7 ச.மீ. ; 12·9 ச.மீ. ; (ii) $60°\ 30$ (8) $8'$

9 ரூ 10000 ; ரூ 20000 10. 5430 க. அங் ; 3194 க. அங்.

மடக்கை

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170						5	9	13	17	21	26	30	34	38
						0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	16	20	24	28	32	36
11	0414	0453	0492	0531	0569						4	8	12	16	20	23	27	31	35
						0607	0645	0682	0719	0755	4	7	11	15	18	22	26	29	33
12	0792	0828	0864	0899	0934						3	7	11	14	18	21	25	28	32
						0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	20	24	27	31
13	1139	1173	1206	1239	1271						3	7	10	13	16	19	23	26	29
						1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	22	25	29
14	1461	1492	1523	1553	1584						3	6	9	12	15	19	22	25	28
						1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	14	17	20	23	26
15	1761	1790	1818	1847	1875						3	6	9	11	14	17	20	23	26
						1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	19	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148						3	6	8	11	14	16	19	22	24
						2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	10	13	16	18	21	23
17	2304	2330	2355	2380	2405						3	5	8	10	13	15	18	20	23
						2430	2455	2480	2504	2529	3	5	8	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648						2	5	7	9	12	14	17	19	21
						2672	2695	2718	2742	2765	2	4	7	9	11	14	16	18	21
19	2788	2810	2833	2856	2878						2	4	7	9	11	13	16	18	20
						2900	2923	2945	2967	2989	2	4	6	8	11	13	15	17	19
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8

மடக்கை

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4