

1524

அக்ர கணிதம்

முதற் புத்தகம்

ALGEBRA IN TAMIL

BOOK I

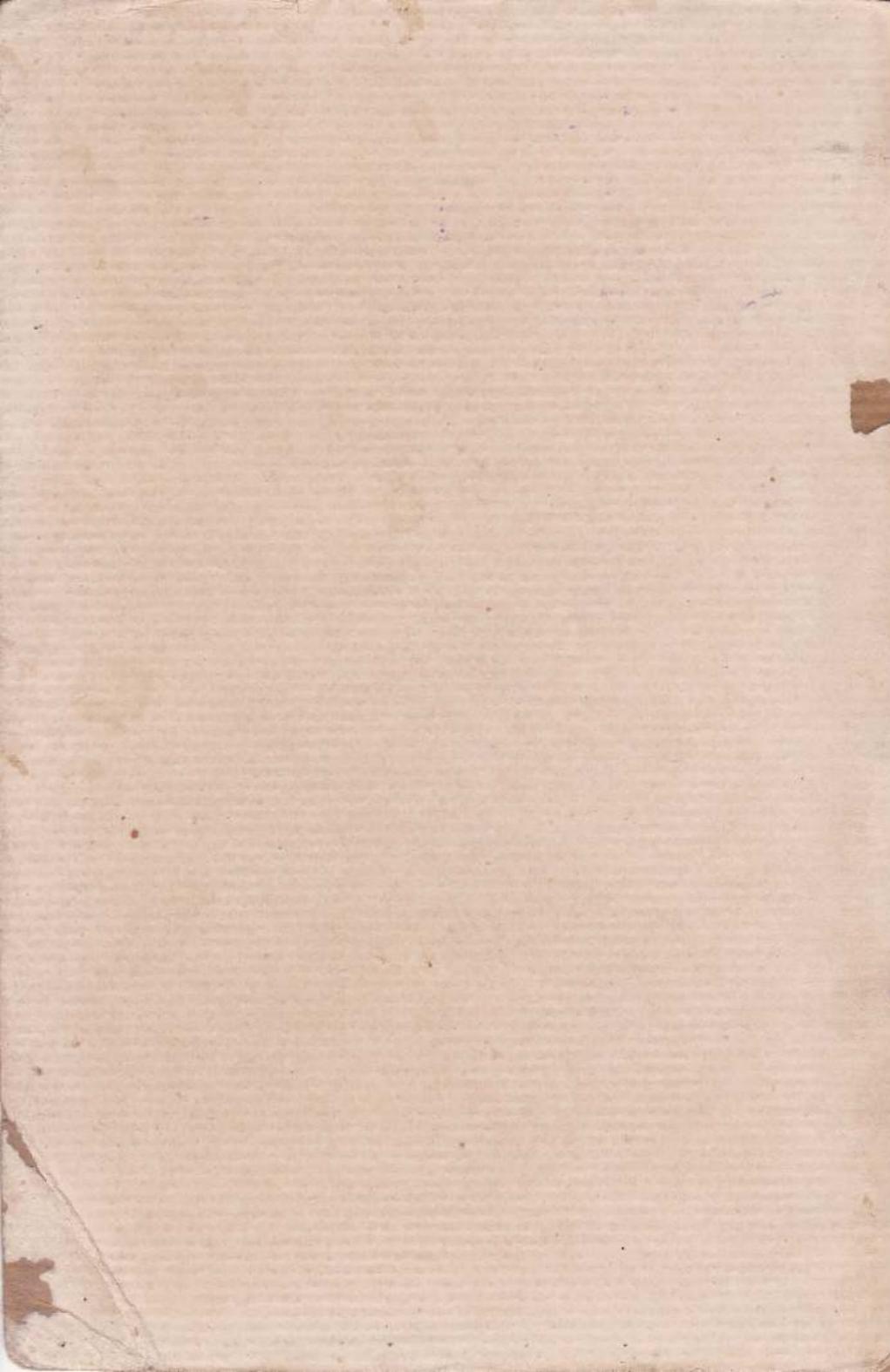


இப் புத்தகம்

இலங்கை வித்தியா பகுதியின் வித்தியா பிரசர
சமையினரால் இலங்கைப் பாடசாலைகளிலும்,
கல்லூரிகளிலும் உபயோகிக்கத் தகுந்ததென
17-5-55இல் அங்கீரிக்கப்பட்டுள்ளது.

ச. சிதம்பரப்பிள்ளை, B. A., B. Sc. (Lond.)

விலை: ரூ. 3-00





14. Shambirajah

Karamkarkar

Varany

1524
512

b/\sqrt{B}

அகூர் கணிதம்

ஆரும் ஏழாம் எட்டாம்
வகுப்புகளுக்கு ஏற்றது

இது,

யாழில்பாணம் பரமேஸ்வரக் கல்லூரி ஆசிரியரும்.

'கேத்திர கணிதம்', 'பரிசுத்தலும் புள்ளியிடுதலும்',
'NEW TYPE REVISION EXERCISES IN PHYSICS'

ஆகிய நால்களின் ஆசிரியருமான

ச. சிதம்பரப்பிளை, B. A. B. Sc.(Lond.)
அவர்களால் இயற்றப்பட்டது.

இப்புத்தகம்

இலங்கை வித்தியாபகுதியின் வித்தியா பிரசர
சபையினரால் இலங்கைப் பாடசாலைகளிலும்,
கல்லூரிகளிலும் உபயோகிக்கத் தகுந்ததென
21-8-52இல் அங்கீகரிக்கப்பட்டுள்ளது.

சன்னகம் :

வட - இலங்கைத் தமிழ்நூற் பதிப்பகம்
[டிரியை பகினு] 1958 [விலை : ரூ. 3-00]

முதற் பதிப்பு	— 1938
இரண்டாம் பதிப்பு	— 1952
மூன்றாம் பதிப்பு	
(திருத்தங்களோடும் புதிய பகுதிகளோடும் கூடியது)	— 1953
நான்காம் பதிப்பு (மறுபிரசரம்)	— 1955
ஐந்தாம் பதிப்பு (மறுபிரசரம்)	— 1958

ரண்னுகம் :
திருமகள் அழுத்தகம்.

முகவரை

பதினைந்து வருஷங்களுக்கு முன்னர் கோப்பாய் அரசினர் ஆசிரிய காலாசாலையிலே வருடப் பிறப்பு விடுமுறைக் காலத்தில் நடந்த விடுமுறைப் பயிற்சி வகுப்பினருக்கு 'அக்ஷர கணிதம் படிப்பித்தல்' என்னும் விஷயத்தைப்பற்றி நான் பேச நேரிட்டபோது, ஆசிரிய ருக்கும் மாணவருக்கும் ஒருங்கே உபயோகப்படக் கூடிய அக்ஷர கணித நூலொன்றைத் தமிழில் எழுது தல் நன்மை பயக்குமெனக் கருதி ஆரம்ப பகுதிகளை மாத்திரம் அப்போது எழுதலாயினேன்.

அக் காலத்தில் அப் புத்தகம் அவசியமில்லை யென் பகதப் பின்புதான் உணர்க்கேன்.

தாய்மொழியிலேயே கல்வி கற்பிக்கப்படல் வேண்டும் என்னும் கொள்கை நடைமுறையில் வரத் தொடங்கியபோதுதான் அப் புத்தகத்துக்குத் தேவை யாகி, அது இரண்டாம் முறையும் பதிப்பிக்கப் படலாயிற்று.

அப் புத்தகத்துக்கு ஆசிரியரும் மாணவரும் பிறரும் அவித்த வரவேற்பானது நாலை மேலும் விரித்தெழுது வதற்கு உற்சாகமளித்தது. பழைய பாடங்களிற் சில இருத்தங்களோடும், புதிய பாடங்கள் பலவற்றேடும் கூடிய இப் பதிப்பு எட்டாம் வகுப்பு வரையும் படிப் பித்தற்குப் போதுமான அளவில் விரித்தெழுதப்பட்டுள்ளது.

அக்ஷர கணிதம் ஒருவகையில் எண் கணிதத்தின் விரிவு எனலாம். எண் கணிதத்திற் சிறப்பாகச் சில சந்தர்ப்பங்களிற் கணக்குப்பார்த்தலுக் காதாரமான பொதுத்தன்மையை அக்ஷர கணிதம் விஷயமாகக் கொள்ளும். உதாரணமாக, 12ஆடி நீளம் 8ஆடி அகல

முள்ள அறையொன்றின் பரப்பு 96 சதுர அடி என்று சொல்லும்பொழுது அது எண் கணிதமாகும். இதிலே சிறப்பாக ஒரு அறையின் நீளம் 12 அடி என்றும் அகலம் 8 அடி என்றும் கூறப்பட்டிருக்கிறது. இவ்வாறன்றி, நீளத்தை அகலத்தாற் பெருக்கப் பரப்பு வரும் என்று சொல்லும்பொழுது எண் கணிதத்திற்குரிய எல்லை கடக்கப்படுகிறது. ஒரு அறையையேனும் ஒரு வயலையேனும் குறித்து அதன் நீளம் இவ்வளவு அகலம் இவ்வளவு என்று கூறவில்லை. இது போன்ற வேறு சந்தர்ப்பங்களிலும் எண் கணிதத்துக்கும் அச்சு கணிதத்துக்கும் ஒற்றுமை வேற்றுமை காட்டலாம். ஆகவே. அச்சு கணிதத்தைச் சுட்டிக் காட்டுவதற்குரிய இலக்ஷணங்களுள் ஒன்று இவ்வித பொதுத்தன்மையை விஷயமாகக் கொள்ளுதல்.

ஒரு நீளசதுரத்தின் பரப்பைக் காண்பதற்கு நீளத்தை அகலத்தாற் பெருக்கவேண்டுமென்று சொல்வதோ டமையாது பரப்பு = நீளம் × அகலம் என்றும், இன்னும் சுருக்கமாக ப = நீ × அ, ப = நீஅ என்றும் சொல்வதும் எழுதுவதுமுண்டு. இதுபோலவே வேறு சந்தர்ப்பங்களிலும் அச்சுங்களை உபயோகித்து, சொல்லவேண்டியவற்றையும் எழுதவேண்டியவற்றையும் சுருக்குதல் வழக்கம். இதனாலே அச்சுக்கணிதத்தை ஒரு சுருக்கமுறை என்றும் சொல்லலாம். $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ என்பதை வசனமாகச் சொன்னால் அச்சுக்கணிதம் எவ்வளவு சுருக்கவழி என்பது தெரியும்.

அச்சுக்கணிதத்திற்கு வேறு இலக்ஷணங்களிருப்பினும் இவை இரண்டுமே பிரதானமானவை. இவற்றை அவதானிக்குமிடத்து, அச்சுக்கணிதத்தை முற்றுக்கப்படுத்தோர் பாடமாகக் கருதுதற்கு சியாயமில்லை. எண் கணிதம் படிப்பிக்கும்பொழுது சிலவேளைகளில் அச்சுக்கணிதமும் படிப்பிக்கலாம்; படிப்பிக்கிறே மென்

றறியாமல் அப்படியே படிப்பித்தும் விடுகிறோம். வேகத் தைக் காண்பதற்குத் தூரத்தை சேர்த்தாற் பிரிக்க வேண்டுமென்று எண்களித்தந்திற்படிப்பிடிக்கும்பொழுது உள்ளபடி அக்ஷர கணிதத்துக்கே அடியெடுக்கின்றோம். அப்பொழுதே வே = தூ ÷ நே என்றும் சொல்லிவிடலாம். ஆனால் தகுதி கண்டே சொல்லுதல் வேண்டும்.

தமிழ்ப் பிள்ளைகளுக்கு அக்ஷர கணிதம் படிப்பிக்கத் தொடங்கும்பொழுது உபயோகிக்கப்படும் எழுத்துக்கள் தமிழ் எழுத்துக்களா யிருக்குமென்பது முன்கூறிய வற்றிலிருந்து பெறப்படும். தொடக்கத்தில் ஆங்கில அக்ஷரங்களை உபயோகித்தல் படிப்பித்தலின் ஆதாரவிதி அறியாதார் செயலாகி மாணவருக்குத் திகைப்பை விளைத்துப் பயனைக் குறைத்துவிடும். ஆயினும் தக்க பயிற்சி ஏற்பட்டின் ஆங்கில அக்ஷரங்களை உபயோகிக்கலாம். தமிழ்மொழியிலுள்ள அபிமானம் காரணமாகத் தமிழ் எழுத்துக்களையே எப்பொழுதும் உபயோகிக்கவேண்டும் என்று சிலரும், தமது பழக்கம் காரணமாகப் படிப்பித்தற்கு ஆங்கில எழுத்துக்களே நடிய வசதி என்று பலரும் அபிப்பிராயப்படுகிறார்கள். அக்ஷர கணிதத்தின் இயல்பை நோக்குமிடத்து ஆரம் பத்திலே தமிழ்ப்பிள்ளைகளுக்குத் தமிழ் எழுத்துக்களே மிகவும் பொருத்தமுடையன என்பதில் ஆட்சேபமில்லை.

அக்ஷர கணிதத்தைத் தனியே ஒரு பாடமாகப் படிப்பிக்கும்பொழுது, பகுதி பகுதியாக ஒவ்வொன்றையும் முதல் முறையிலேயே ஆழமாகப் படிப்பித்துக்கொள்ளுதல் பெரும்பான்மையும் முடியாதகாரியம். ஏனென்றால், ஒவ்வொரு பகுதியையும் முற்றுகப் படித்தற்கு மற்றைய பகுதிகளின் அறிவும் வேண்டப்படும். அன்றியும் முதல் முறையிலேயே ஆழமான விஷயங்களைக் கிரகித்துக் கொள்ளுதல் பிள்ளைகளுக்குக் கஷ்டமாயிருக்கும்.

ஆதலால், படிப்பிக்கவேண்டிய பகுதிகளில் இலகுவான வற்றை மாத்திரம் தொகுத்துத் தொடர்பாக முதன் முறை படிப்பிக்கலாம். அப்போழுது விஷயத்தைப் பற்றி ஒரளவு வினாக்கள் ஏற்படும். இவ்விதமாக முதன் முறை படிப்பித்ததை அடிப்படையாக வைத்துக் கொண்டு, முன் படிப்பிக்காத விஷயங்களையும் முன் படித்தவற்றை இன்னும் ஆழமாகவும் இரண்டாம் முறை படிப்பிக்கலாம். மூன்றும் முறையும் படிப்பதாலே, இன்னும் ஆழமாகப் பல அம்சங்களையும் சேர்த் துப் படிப்பிக்கலாம். இம் முறையைத் தழுவியே இப்புத்தகத்தின் முற்பகுதியில் இலகுவான பகுதிகளைக் கூறி, அடுத்துவரும் பாடங்களில் அவை படிப்படியாக விருத்தி செய்யப்பட்டிருக்கின்றன.

இந்நாலை மூன்றும் பதிப்புக்கு ஆயத்தம் செய்யும் போது கையெழுத்துப் பிரதியைப் பார்க்கவேண்டுச் செய்யவேண்டிய திருத்தங்கள் பலவற்றை எடுத்துக் காட்டிய எனது நண்பன், அளவெட்டி அருணேதயக் கல்லூரி அதிபர் திரு. ச. சிதம்பரப்பிள்ளை அவர்களது நன்றி என்றும் என்றால் பாராட்டத்தக்கது. கணக்கு களுக்கெல்லாம் விடைகளைக் கண்டுதலிய எனது மாண்வர்களது நன்றியும் மறக்கற்பாலதன்று. இந்நாலைச் சிரிய முறையிலே அச்சிட்டு வெளிப்படுத்துவதற்கு முன்வந்த வட-இலங்கைத் தமிழ் நாற் பதிப்பகத்தாரின் நன்றிக்கு நான் என்றும் கடமைப்பட்டுள்ளேன்.

இந்நாலை செய்யப்படவேண்டிய திருத்தம் எதையும் இதனை உபயோகிப்போர் எடுத்துக்காட்டினால் அது மகிழ்ச்சியோடு அங்கிகரிக்கப்படும்.

பரமேஸ்வரக் கல்லூரி,
யாழ்ப்பாணம்.
} 5-11-53.

ச. சிதம்பாப்பிள்ளை

பாட ஒழுங்கு

	பக்கம்
1. ஒரு சுருக்கவழி	1
2. சுருக்குதல் (i)	5
3. அஸூரப் பிரயோகம்	9
4. பெருக்கல் (i)	16
மீட்டற் பயிற்சி 1	19
5. தனிச் சமீகரணங்கள் (i) ...	21
6. அடைப்புக் குறிகள் (i) ...	30
7. அடைப்புக் குறிகள் (ii) ...	35
மீட்டற் பயிற்சி 2	38
8. சயராசிகள்	41
9. சுருக்குதல் (ii)	45
10. கழித்தல்	48
11. அடைப்புக் குறிகள் (iii) ...	53
மீட்டற் பயிற்சி 3	55
12. பெருக்கல் (ii)	57
13. பெருக்கல் (iii)	59
14. பெருக்கல் (iv)	64
15. பெருக்கல் (v)	69
மீட்டற் பயிற்சி 4	71
16. பிரித்தல்	73
மீட்டற் பயிற்சிகள் (5—12) ...	76
17. கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், பிரித்தல்	81

	பக்கம்
18. அடைப்புக் குறிகள் (iv) ...	93
19. வாய்பாடுகளை ஆக்குதல் ...	97
20. வாய்பாடுகளைப் பிரயோகித்தல் - (ஆடுசெய்தல்)	104
21. வாய்பாட்டின் எழுவாய் மாற்றம் ...	111
22. தனிச் சமீகரணங்கள் (ii) ...	116
23. கூட்டுச் சமீகரணங்கள் ...	123
24. பின்னங்கள் (i) ...	133
மீட்டற் பயிற்சிகள் (13—18) ...	137
25. சினைகள் (i) — போதுச்சினை ...	144
26. சினைகள் (ii) — வர்க்க வித்தியாசம்	151
27. சினைகள் (iii) — மூவுறுப்பிகள் (a)...	156
28. சினைகள் (iv) — மூவுறுப்பிகள் (b)...	161
29. பின்னங்கள் (ii) ...	167
30. வர்க்க சமீகரணம் ...	173
31. வரைபடங்கள் ...	181
மீட்டற் பயிற்சிகள் (19—23) ...	200
விடைகள் ...	204



அக்டோபர் கணிதம்

பாடம் 1

ஒரு சுருக்கவழி

ஒரு பிள்ளையினுடைய பெயர் க. சின்னத்துரை. இதில், க என்பது ஒரு பெயருக்குப் பதிலாகச் சுருக்க மாய் எழுதப்பட்டிருக்கிறது. க. சின்னத்துரை என்பது இன்னும் சுருக்கமாக க. சி. என்றும் எழுதப்படும்.

கணிதத்திலேயும் இப்படியான சுருக்கமுறை உண்டு. சிறிய சாதாரண முற்றுப் பெருக்கம் என்பது சி. சா. மு. என்றும், பெரிய சாதாரண முற்றளவு என்பது பெ. சா. மு. என்றும் சுருக்கி எழுதப்படுவதுண்டு.

இவ்விதமாக ஒரு எழுத்தை மாத்திரம் உபயோகித்துச் சுருக்கமாக எழுதும் முறை நீங்கள் படிக்கப் போகும் அஷ்டர் கணிதத்தில் அதிகம் பயன்படும்.

அப்பியாசம் 1 (i)

பின்வருவனவற்றைச் சுருக்க முறையில் எழுது :—

1. உன்னுடைய முழுப் பெயர்
2. உனது பாடசாலையின் பெயர்
3. கிறீஸ்துவுக்குப் பின்
4. கிறீஸ்துவுக்கு முன்
5. இடது பக்கம்
6. வலது பக்கம்
7. முன் பகல்

8. பின் பகல்
9. மகா ராஜ ராஜி
10. சைவ வித்தியா விருத்திச் சங்கம்
11. Government Agent
12. Northern Province
13. Least Common Multiple
14. Highest Common Factor
15. United Nations Organisation

அச்சிர கணிதத்தில் சீல உதாரணங்கள்

1. இந்தப் படம் ஒரு சம்சதுர அறையைக் குறிக்கிறது. அதன் சுற்றளவு = $4 \times 12 = 48$ அடி. ஒரு பக்க நீளம் 15 அடியானால், சுற்றளவு = $4 \times 15 = 60$ அடி. ஆகவே, யொதுவாக ஒரு சம்சதுர அறையின் சுற்றளவை அறிவதானால், ஒரு பக்க நீளத்தை நாலாற் பெருக்க வேண்டும்.

12 அடி
ஆ
க
டி

சுற்றளவு

$$\text{அதாவது, சுற்றளவு} = 4 \times \text{நீளம்}$$

$$\text{சுருக்கமாக,} \quad \text{சு} = 4 \times \text{நீ}$$

- 2 ஒரு வியாபாரி ஒரு மாட்டை 30 ரூபாயாக வாங்கி 35 ரூபாயாக விற்கிறான். அவனுடைய ஆதாயம் = $35 - 30 = 5$ ரூபாய்.

பொதுவாக வியாபாரத்திலே ஆதாயத்தை அறிவதானால், விற்ற விலையிலிருந்து வாங்கிய விலையைக் கழிக்கவேண்டும்.

அதாவது, ஆதாயம் = விற்ற விலை — வாங்கிய விலை.
சுருக்கமாக, ஆ = வி—வா.

அப்பியாசம் 1 (ii)

1. (i) பக்கத்திலுள்ள வடிவத்தின் சுற்றள வென்ன?
 - (ii) ஒரு பக்க நீளம் 8 அடியானால் சுற்றள வென்ன?
 - (iii) ஒருபக்க நீளம் தெரிந்தால் சுற்றளவை எப்படி யறிய வாம் என்று சுருக்கமுறையில் எழுது.
2. (i) ஒரு மாட்டை 50 ரூபாய்க்கு வாங்கி 40 ரூபாய்க்கு விற்றுல் நட்டமென்ன?
 - (ii) 100 ரூபாய்க்கு வாங்கி 75 ரூபாய்க்கு விற்றுல் நட்ட மென்ன?
 - (iii) வாங்கிய விலையும் விற்ற விலையும் தெரிந்தால் நட்டத்தை எப்படி அறியலாமென்று சுருக்க முறையில் எழுது.
3. (i) ஒரு சைக்கிளை 30 ரூபாயாக விற்றபோது 10 ரூபாய் நட்டம். வாங்கிய விலை என்ன?
 - (ii) விற்ற விலையும் நட்டமுங் தெரிந்தால் வாங்கிய விலையை எப்படி அறியலாம்? சுருக்க முறையில் எழுது.
4. (i) 20 அடி நீளம் 10 அடி அகலமுள்ள அறை யொன்றின் சுற்றளவு என்ன?
 - (ii) நீளமும் அகலமும் தெரிந்தாற் சுற்றளவை எப்படி அறியலாம்? சுருக்க முறையில் எழுது.
5. (i) ஒருவன் 100 ரூபாய் முதலும் 15 ரூபாய் வட்டியும் கொடுக்கிறான். கொடுத்த தொகை எவ்வளவு?



- (ii) முதலும் வட்டியும் தெரிந்தால் தொகையை எப்படி அறியலாம்? சுருக்கமுறையில் எழுது.
6. (i) 9 வாரம் எத்தனை காள்?
- (ii) வாரங்களின் தொகை தெரிந்தால் நாட்களின் தொகையை எப்படி அறியலாம்?
- (iii) நாட்களின் தொகை தெரிந்தால் வாரங்களின் தொகையை எப்படி அறியலாம்?
7. (i) ஒரு வண்டியின் வேகமும் அது செல்லும் நேரமும் தெரிந்தால் வண்டி சென்ற தூரத்தை எப்படி அறியலாம்?
- (ii) தூரமும் நேரமுங் தெரிந்தால் வேகத்தை அறிவு தெப்படி?
8. ஒரு தொகை ரூபாய்களில் எத்தனை சதம் என்று அறிவதற்குரிய வாய்பாட்டை எழுது.
 (ரூபாய்களின் தொகை = ரூ. எனவும், சதம் களின் தொகை = ச. எனவும் கொள்க.)
9. அறையொன்றின் பரப்பை அறிவதற்குரிய வாய்பாட்டை எழுது.
-

பாடம் 2

சுருக்குதல் (i)

1. நான் ஒரு வியாபாரியிடம் 7 பழங்களும், இன் நெருவனிடம் 5 பழங்களும் வாங்கினேன். எல்லா மாக எத்தனை பழங்கள் வாங்கினேன்?

$$7 \text{ பழம்} + 5 \text{ பழம்} = 12 \text{ பழம்.}$$

$$\text{சுருக்கமாக, } 7\text{ப} + 5\text{ப} = 12\text{ப.}$$

2. ஒரு தேர்த்திருவிழாவுக்குப் போன ஒரு பெண் ஒரு கடையிலே 5 சட்டிகளும், இன் நெரு கடையிலே 4 சட்டிகளும் வாங்கினார். வழியிலே 2 சட்டிகள் விழுந்து உடைந்துபோயினார். வீட்டுக்கு அவள் கொண்டுவந்தது எத்தனை சட்டிகள்?

$$5 \text{ சட்டி} + 4 \text{ சட்டி} - 2 \text{ சட்டி} = 7 \text{ சட்டி.}$$

$$\text{சுருக்கமாக, } 5\text{ச} + 4\text{ச} - 2\text{ச} = 7\text{ச.}$$

3. $8\text{ச} - 6\text{ச} + 9\text{ச} + 7\text{ச} - 6\text{ச} - 2\text{ச}$ எவ்வளவு?

இப்படியான நீண்ட கணித்தல்களிலே, எண்கணி தத்திற்போல,

கக அடையாள முள்ளவற்றை ஒரு பகுதியாகவும்,
சய அடையாள முள்ளவற்றை வேறு பகுதியாகவும் |
சேர்த்துப் பின் சுருக்குதல் இலகுவான வழி.

$$\begin{aligned} \text{ஆகவே, } & 8\text{ச} - 6\text{ச} + 9\text{ச} + 7\text{ச} - 6\text{ச} - 2\text{ச} \\ & = 24\text{ச} - 14\text{ச} \\ & = 10\text{ச} \end{aligned}$$

4. அப்படியே,

$$\begin{aligned} & 4\text{ப} + 2\text{ப} - 7\text{ப} + 6\text{ப} - 12\text{ப} + 8\text{ப} \\ & = 20\text{ப} - 19\text{ப} \\ & = 1\text{ப} \\ & = \text{ப} \end{aligned}$$

அப்பியாசம் 2 (i)

சுருக்கு :

1. $3p + 2p$
2. $6p + 5p$
3. $8p + 7p$
4. $2m\alpha + 2m\alpha$
5. $2m\alpha + 2m\alpha + 2m\alpha$
6. $s + s$
7. $s + s + s$
8. $m + m + m + m$
9. $6p - 2p$
10. $8p - 3p$
11. $5p - 5p$
12. $s - s$
13. $5k + 6k - 9k$
14. $5k - 4k + 3k$
15. $6k - 8k + 3k$
16. $3k - 4k + k$
17. $7\alpha - 6\alpha + 3\alpha - 4\alpha$
18. $12s - 5s - 2s - 3s$
19. $3a + 2a - 4a$
20. $7m - 8m + m$
21. $x + 2x - 4x + 5x$
22. $5p - 2p - 3p + p$
23. $4y - 2y + 3y - 5y$
24. $b - 2b + 3b - 4b + 5b$
25. $x + x + x + \dots, 15$ உறுப்புகள் வரையும்
26. $8a + 8a + 8a + \dots, 10$ உறுப்புகள் வரையும்
27. $10m - 9m + 8m - 7m + \dots, 10$ உறுப்புகள் வரையும்.

5. ஒரு தோட்டக்காரனிடத்தில் ஒரு தோட்டத்தில் 4 மாடுகளும் 6 ஆடுகளும், இன்னொரு தோட்டத்திலே 5 மாடுகளும் 2 ஆடுகளும் உண்டு. எல்லா மாக அவனிடம் எத்தனை மாடுகளும் ஆடுகளும் உண்டு?

$$4 \text{ மாடு} + 6 \text{ ஆடு} + 5 \text{ மாடு} + 2 \text{ ஆடு} \\ = 9 \text{ மாடு} + 8 \text{ ஆடு}$$

சுருக்கமாக, $4 \text{ மாடு} + 6 \text{ ஆடு} + 5 \text{ மாடு} + 2 \text{ ஆடு} \\ = 9 \text{ மாடு} + 8 \text{ ஆடு}$

6. அப்படியே,

$$5 \text{ சட்டி} + 3 \text{ பாளை} + 7 \text{ சட்டி} - 2 \text{ பாளை} \\ = 12 \text{ சட்டி} + 1 \text{ பாளை}$$

சுருக்கமாக, $5\text{ச} + 3\text{பா} + 7\text{ச} - 2\text{பா} \\ = 12\text{ச} + \text{பா}$

பல இனப் பொருள்கள் கலந்து வரும்போது ஒரு இனப் பொருள்களையே ஒன்றாகச் சேர்த்துக் கொள்ளுதல் முடியும்.

அப்பியாசம் 2 (ii)

சுருக்கு :

1. $2\text{மா} + 4\text{மா} + 5\text{ஆ}$
2. $3\text{ஆ} + 5\text{மா} + 4\text{ஆ}$
3. $2\text{மா} + 3\text{ஆ} + 4\text{மா} + 5\text{ஆ}$
4. $4\text{மா} + 2\text{ஆ} - 2\text{மா}$
5. $5\text{மா} + 5\text{ஆ} - 2\text{மா} - 2\text{ஆ}$
6. $\text{ச} + \text{பா} + \text{ச} + \text{பா}$
7. $2\text{ச} + \text{பா} + 2\text{ச} + \text{பா} + 2\text{ச} + \text{பா}$
8. $14\text{ப} + 12\text{ம} - 8\text{ப} - 6\text{ம}$

9. 3அ + 7ச என்பதிலிருந்து 3ச என்பதைக் கழி.
 10. 4க என்பதோடு 3க + 2ம என்பதைக் கூட்டு.
 11. 3ப + 4ம என்பதிலிருந்து 4ம என்பதைக் கழி
 12. 3க என்பதோடு 0என்பதைக் கூட்டு.
 13. 3ப என்பதை 5ம என்பதோடு கூட்டி 2ப என்பதைக் கழி.
 14. $20 + 4\alpha - 6$
 15. $3\alpha + 3 + 5\alpha$
 16. $3\alpha + 0 - \alpha$
 17. $17 + 3m - 12 - 2m$
 18. $7n + 4 - 4n + 2 - 3n$
 19. $\alpha + 1 + \alpha + 1 + \alpha + 1$
 20. $p - 2 + p - 2 + p - 2$
 21. $6\alpha + y - 5\alpha - y$
 22. $2m + 3n - m + n - m$
 23. $3\alpha - 4b - 2\alpha + 8b + \alpha - 4b$
 24. $\alpha + 3b + 4c + 3\alpha - b + c$
 25. $2x - y + 4z + x - 2z + 4y + 3z$
 26. $a + b + a + b + a + b + \dots \dots 20 \text{ உறுப்புகள் வரையும்.}$
 27. $x - l + x - l + x - l + \dots \dots 21 \text{ உறுப்புகள் வரையும்}$
 28. $10x - 9y + 8x - 7y + 6z - 5y + \dots \dots 10 \text{ உறுப்புகள் வரையும்.}$
-

அக்ஷரப் பிரயோகம்

சொற்களுக்குப் பதிலாக அக்ஷரங்களை உபயோகிக்க அறிந்திருக்கிறீர்கள். நீளத்தை நீ என்று குறித் தோம். நீளம் 12 அடியானால், நீ = 12. நீளம் 9 அடியானால், நீ = 9.. வாங்கிய விலையை வா என்று குறித்தோம். வாங்கிய விலை 30 ரூபாய்களால், வா = 30.

இவ்வாறுக எண்களுக்குப் பதிலாக அக்ஷரங்களை உபயோகிக்கும் கணிதப் பகுதி அக்ஷர கணிதம் எனப் படும்.

உதாரணம் 1. ஒரு மாம்பழத்தின் விலை பசதம். ஒரு தோடம்பழத்தின் விலை ஒரு மாம்பழத்தின் விலை யிலிலும் பார்க்க 12 சதம் கூட. ஒரு தோடம்பழத்தின் விலை என்ன ?

$$\begin{aligned} \text{தோடம்பழத்தின் விலை} &= \text{மாம்பழத்தின் விலை} + 12 \text{ சதம்} \\ &= \text{ப} + 12 \text{ சதம்} \end{aligned}$$

உதாரணம் 2. ஒரு பெஞ்சில் கா சதம், 8 பெஞ்சில் களின் விலை என்ன ?

$$\begin{aligned} \text{ஒரு பெஞ்சில் விலை} &= \text{க சதம்} \\ \therefore 8 \text{ பெஞ்சிலின் விலை} &= 8 \times \text{க சதம்}. \end{aligned}$$

உதாரணம் 3. எ என்பது ஒரு எண்ணைக் குறித் தால் அதற்கு முந்திய எண் என்ன? பின்திய எண் என்ன?

$$\begin{aligned} \text{முந்திய எண்} &= \text{எ யிலும் } 1 \text{ குறைவு} = \text{எ} - 1 \\ \text{பின்திய எண்} &= \text{எ யிலும் } 1 \text{ கூட} = \text{எ} + 1 \end{aligned}$$

உதாரணம் 4. ஓர் எண்ணை இரண்டாற் பெருக்கி 37ஐக் கூட்ட 73 வரும். இதைச் சுருக்க முறையில் எழுது.

குறித்த எண்ணை எ என்க
 இரண்டால் பெருக்கி வருவது = $2 \times$ எ
 37 ஐக் கூட்டி வருவது = $2 \times$ எ + 37
 $\therefore 2 \times$ எ + 37 = 73.

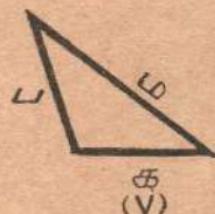
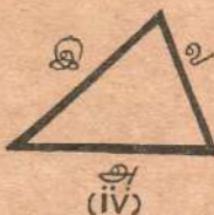
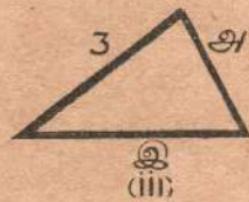
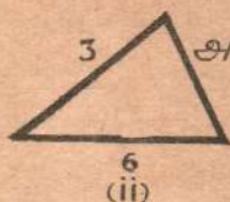
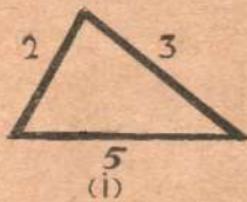
இதுவே கணக்கின் சுருக்கம்.

அப்பியாசம் 3

1. ஒரு சாப்பாட்டுக் கடையிலே 5 நாட்களாக அப்பம் விற்ற காசும் வடை விற்ற காசும் பின்வருமாறு:—
 (இலக்கங்கள் சத்தைத் தீர்க்கின்றன.)

நாள்	திங்கள்	செவ்வாய்	புதன்	வியாழன்	வெள்ளி
அப்பம்	80	70	70	அ	அ
வடை	50	55	வ	35	வ

- ஒவ்வொரு நாளுஞ் சேர்ந்த தொகை எத்தனை சதம்?
2. பின்வரும் முக்கோணிகளின் சுற்றளவுக் கொண்டு? (நீளம் அங்குலத்திலுள்ளது.)



3. (i) இப்பொழுது உன் னுடைய வயசு என்ன? 3 வருஷங்களின் பின் உன் னுடைய வயசு என்ன?

(ii) வ வருஷங்களின் பின் உன் னுடைய வயசு என்ன?

(iii) வ வருஷங்களின் முன் உன் னுடைய வயசு என்ன?
4. (i) சித்திரை மாதத்தில் 10 நாட்கள் மழைபெய்தால் மழைபெய்யாத நாட்களெத்தனை?

(ii) நா நாட்கள் மழை பெய்தால் மழை பெய்யாத நாட்களெத்தனை?
5. நான் வைத்திருந்த காசில் 6 சதம் எடுத்து விட்டேன்.

(i) நான் வைத்திருந்தது 50 சதமானங்கள் யிருதி எத்தனை சதம்?

(ii) நான் வைத்திருந்தது ச சதமானங்கள் யிருதி எவ்வளவு?
6. (i) ஏதாவதோரு எண் சொல்லுக. அடுத்துவரும் மூன்று எண்கள் சொல்லுக.

(ii) ஒரு எண்ணை எ என்று வைத்துக்கொள் வோம். அடுத்துவரும் மூன்று எண்களு மென்ன?
7. (i) இருத்தலாக்குக: ஒரு அந்தர்; 3 அந்தர்; அ அந்தர்; க அந்தர்.

(ii) சதமாக்குக: 2 ரூபாய்; அ ரூபாய்.
8. ஒரு பந்தின் விலை ப சதம். 3 பந்தின் விலை என்ன?
9. ஒரு மணித்தியாலம் 3 மைல் வீதம் கடந்தால் 2 மணித்தியாலத்தில் எவ்வளவுதாரம் நடக்கலாம்? ம மணித்தியாலத்தில் எவ்வளவுதாரம்?

10. ஒரு பெண்சிலின் விலை சூசதம், ஒரு டசின் விலை என்ன?
11. ஒரு ரூபாய்க்கு ஒரு மாச வட்டி ஒரு சதம்.
 (i) 75 ரூபாய்க்கு ஒரு மாச வட்டி எவ்வளவு?
 (ii) ப _____, _____, _____, _____ "
12. (i) இரண்டு எண்களின் பெருக்குத் தொகை 56.
 ஒரு எண் 8, மற்ற எண் என்ன?
 (ii) பெருக்குத் தொகை ப. ஒரு எண் 8, மற்ற எண் 'என்ன'?
13. (i) 15 அடி எத்தனை யார்?
 (ii) அ அடி எத்தனை யார்?
14. (i) நான் ரி மணித்தியாலத்தில் 15 கட்டை நடந்தால் ஒரு மணித்தியாலத்தில் எவ்வளவு நடந்தேன்?
 (ii) ரி மணித்தியாலத்தில் கூகட்டை நடந்தால் ஒரு மணித்தியாலத்தில் எவ்வளவு நடந்தேன்?
15. (i) ஒருதொகைப் பணத்திற்கு 7 மாச வட்டி $17\frac{1}{2}$ ரூபாய். ஒரு மாச வட்டி எவ்வளவு?
 (ii) ஒரு வருட வட்டி வ ரூபாயானால் ஒரு மாச வட்டி எவ்வளவு?
16. பின் வருவனவற்றைச் சுருக்கி எழுதுக:—
 (i) ஒரு எண்ணுடன் 4 கூட்டினால் தொகை 10.
 (ii) 2 ஒரு எண்ணுடன் கூட்டப்பட்டால் தொகை 6.
 (iii) ஒரு எண்ணிலிருந்து 5 கழித்தால் மிகுதி 0.

(iv) ஒரு எண்ணை 5ஆற் பெருக்கி வருவது 10.

(v) ஒரு எண்ணை 3ஆற் பிரித்து வருவது 4.

17. (i) அடுத்துவரும் மூன்று எண்களின் இறுதி எண் n ஆனால், மூன்று எண்களுமைவை?

(ii) அடுத்துவரும் மூன்று எண்களின் n³ எண் n ஆனால், எண்களைவை?

(iii) n முதலாக அடுத்துவரும் மூன்று இரட்டை எண்கள் எழுதுக.

(iv) 2n முதலாக அடுத்துவரும் மூன்று இரட்டை எண்கள் எழுதுக.

(v) 2n இறுதி எண்ணாக அடுத்துவரும் மூன்று இரட்டை எண்கள் எழுதுக.

18. இருத்தலாக்கு: (i) 3 அந்தர்; (ii) a அந்தர் 4 இருத்தல்; (iii) a அந்தர் b இருத்தல்.

19. சதமாக்கு:

(i) 3 ரூபாய் c சதம்; (ii) a ரூபாய் 50 சதம்;
(iii) x ரூபாய் y சதம்.

20. ஒரு ரூபாய்க்கு ஒரு மாச வட்டி ஒரு சதம்.

(i) a ரூபாய்க்கு 3 மாச வட்டி எவ்வளவு?

(ii) a ரூபாய்க்கு b மாச வட்டி எவ்வளவு?

21. 24 அடி நீளமுள்ள ஒரு பலகை சமதுண்டுகளாக வெட்டப்பட்டது.

(i) துண்டுகள் மூன்றானால் ஒன்றின் நீளமென்ன?

(ii) இன்னுமொரு துண்டு கூட வெட்டப்பட்டால் ஒன்றின் நீளமென்ன?

(iii) π சமதுண்டுகள் வெட்டப்பட்டால் ஒன்றின் நீளமென்ன?

(iv) இன்னும் 2 துண்டுகள் கூட வெட்டப்பட்டால் ஒன்றின் நீளமென்ன?

22. சுருக்கி எழுதுக:—

(i) ஒரு எண்ணை 3ஆற் பெருக்கி 2 கூட்ட வருவது 14.

(ii) ஒரு எண்ணையீன் ஜூந்திலொன்றிலிருந்து 3ஐக் கழிக்க மிகுதி 7.

(iii) 5உடன் ஒரு எண்ணையீன் மூன்றிலிரண்டு பங்கைக் கூட்ட வருவது 9.

23. ஒரு பென்சில் a சதவீதம் 5 பென்சில்களினதும், ஒரு பேனை 3 சதவீதம் b பேனைகளினதும் மொத்த விலை யென்ன?

24. ஒரு கலன் எண்ணையீன் விலை r ரூபாய். 5கலன்எண்ணைய் வாங்கிக்கொண்டு 10ரூபாய் கோட்டைக் கொடுத்தால் மிகுதி எவ்வளவு கிடைக்கும்?

25. (i) $2n$ கடுவெண்ணாக அடுத்துவரும் மூன்று இரட்டை எண்கள் எழுதுக.

(ii) $2n + 1$ முதலெண்ணாக அடுத்துவரும் மூன்று ஒற்றை எண்கள் எழுதுக.

26. ✓ ஒரு பையன் வைத்திருந்த காசுக்கு ஒன்று a சதவீதம் 4 பழங்களும், b ரூபாய்க்கு ஒரு புத்தக மூம், ஒன்று 10 சதவீதம் பெஞ்சுகளும் வாங்கியபின் மிகுதி 15 சதமிருந்தது. ஆரம்பத்திலே அவன் எத்தனை சதம் வைத்திருந்தான்?

27. 10 கட்டை நடக்க t மணித்தியாலங்கள் சென் ரூல் n கட்டைகள் நடக்க எத்தனை மணித்தி யாலங்கள் செல்லும்?
28. யாழ்ப்பாணத்திலே பின்வரும் நாட்களில் பகல் எத்தனை மணித்தியாலங்கள் கொண்டது என் பதை அறிக.

தேதி	ஆடி 1	மாசி 5	பங்குனி 8	ஐப்பசி 10	சித்திரை 1
குரிய உதய.	6 மணி	6	$6\frac{1}{4}$	a	a
குரிய அஸ்த.	6 மணி	$6\frac{1}{4}$	b	$5\frac{3}{4}$	b

பாடம் 4

பெருக்கல் (i)

ஒரு சம்சதுர அறையின் ஒருபக்க நீளம் 9 அடியானால் அறையின் சுற்றளவு = 4×9 (அல்லது) 9×4 அடியாகும்.

ஆகவே, ஒரு சம்சதுர அறையின் சுற்றளவை அறி வதற்கு, ஒரு பக்க நீளத்தை நாலாற் பெருக்கவேண்டும்.

அதாவது, சுற்றளவு = $4 \times$ நீளம்.

சுருக்கமாக, ச = $4 \times$ நீ. (அல்லது) நீ \times 4.

1. எண்களை அக்ஷரங்களுக்கு முன்னுக் கொண்டு எழுதுவதே வழக்கம்.

ஆகவே, ச = $4 \times$ நீ.

இன்னும் சுருக்கமாக, ச = 4நீ.

2. தர அடையாளம் இல்லாமல் எழுதுவதே வழக்கம்.

இவ்வாறே, ப \times 5 என்பது 5ப என்றும்

ப \times ம , , பம , ,

ப \times 7 \times ம என்பது 7பம என்றும் எழுதப்படும்.

3. பல அக்ஷரங்கள் வரின் அகராதி முறையில் எழுதுவதே வழக்கம்.

| ச \times க என்பது கச என்றும்

b \times a , , ab , ,

y \times x \times z , , xyz , , எழுதப்படும்.

இங்கு கூறியபடி அடையாளமின்றி இரு அக்ஷரங்களை அல்லது ஒரு எண்ணையும் ஒரு அக்ஷரத்தையும் பக்கத்தே எழுதினால் அது பெருக்கலையே குறிக்கும். ஆனால், எண் கணிதத்தில் அப்படியன்று.

உதாரணமாக,

$$48 \text{ எண்பது } 4 \times 8 \text{ அன்று.}$$

$$\begin{aligned} \text{நாற்பத்தெட்டு} &= \text{நாலு பத்து(ம)} \cdot \text{எட்டு(ம)} \\ &= 4 \times 10 + 8. \end{aligned}$$

எண் கணித முறைக்கும் அச்சுர கணித முறைக் கும் இடையேயுள்ள இந்த வித்தியாசத்தை நன்றாகக் கவனித்துக்கொள்ளுதல் வேண்டும்.

உதாரணம் 1. பின்வருவனற்றைப் பெருக்கி எழுது:

$$(i) 3 \times 4a \quad (ii) 5a \times 2 \quad (iii) 2y \times 3x$$

$$(i) 3 \times 4a = 3 \times 4 \times a = 12 \times a = 12a$$

$$(ii) 5a \times 2 = 5 \times a \times 2 = 5 \times 2 \times a = 10 \times a = 10a$$

$$(iii) 2y \times 3x = 2 \times y \times 3 \times x = 2 \times 3 \times x \times y = 6xy$$

உதாரணம் 2. $a = 5, b = 3$ எனக் கொண்டு பின் வருவனவற்றின் விலையை அறி:-

$$(i) 4a \quad (ii) a+b \quad (iii) ab \quad (iv) 3a-2b$$

$$(i) 4a = 4 \times a = 4 \times 5 = 20$$

$$(ii) a + b = 5 + 3 = 8$$

$$(iii) 2ab = 2 \times a \times b = 2 \times 5 \times 3 = 30$$

$$(iv) 3a - 2b = 3 \times 5 - 2 \times 3 = 15 - 6 = 9$$

அப்பியாசம் 4

1. வழக்கம்போலச் சுருக்கி எழுது:

$$(i) 4 \times u \quad (ii) u \times 4 \quad (iii) 7 \times m$$

$$(iv) m \times 7 \quad (v) 28 \times 2 \quad (vi) u \times m$$

$$(vii) m \times u \quad (viii) u \times u \quad (ix) u \times u$$

2. கீறிட்ட இடங்களிலே பெருக்கல் வாய்பாடு
இம் போலப் பெருக்கி எழுது:

	5	8	24	31
4	—	—	—	—
5	—	—	—	—
25	—	—	—	—
35	—	—	—	—

3. அ = 3, இ = 2 எனக் கொண்டு பின் வருவனவற்றின் விலையை அறி:

4. പെരുക്കി എഴുതു:

- (i) $2 \times 5a$ (ii) $3 \times 4x$ (iii) $2b \times 5$
 (iv) $4y \times 2$ (v) $2a \times 3b$ (vi) $5x \times 3y$
 (vii) $2a \times 3 \times 5b$ (viii) $3m \times 5 \times 2n$ (ix) $5n \times 2m \times 4$
 (x) $3a \times 4a$ (xi) $5x \times 2x$

5. $a = 3, b = 2, c = 1, d = 0$ எனக் கொண்டு பின்வருவனவற்றின் விலையை அறி :

- (i) $2a + 3b$ (ii) $5b - 7c$
 (iii) ad (iv) $a + b + c + d$
 (v) $2a - 3b + 5cd$ (vi) $ab + bc$
 (vii) $2ab - 3bc + 5ad$ (viii) $ac - 4bd + 2bc$

மீட்டற் பயிற்சி 1

1. (i) உங்கள் வகுப்பிலே 12 பிள்ளைகள் என்ற வைத்துக்கொள்ளுவோம். அவர்கள் சென்ற வருடப்பிறப்புப்பொழுது 48 தேங்காய்கள் கொண்டுவந்தார்கள். அவர்கள் கொண்டுவந்த தேங்காய்களின் சராசரி என்ன?
- (ii) பிள்ளைகளின் தொகையும் தேங்காய்களின் தொகையும் தெரிந்தால் சராசரி அறிவுதெப்படி? சுருக்க முறையிலே முழுது.
2. சுருக்கு :—
 - (i) $7a - 3a + 4a$. (ii) $6a + 0$. (iii) $3m - m - m$
 - (iv) $4a + 5 + 2a$. (v) $2x + 3y + z - 2y + x - z$
3. $a = 3$, $b = 2$, $c = 0$, $d = 1$ எனக் கொண்டு பின்வருவனவற்றின் விலையைக் காண :—
 - (i) $7a + 4b$. (ii) $ac + bd$. (iii) $4ab - 5ca$
 - (iv) $3abcd$.
4. ஒரு புத்தக வியாபாரி 7 ரூபாய் 50 சதத்திற்குப் புத்தகங்களை வாங்கி ஒன்று 60 சதவீதம் விற்கிறான். அவன் வாங்கிய புத்தகங்களின் தொகை = n . அவனுடைய நயமென்ன?
5. இயன்ற இடங்களிலே சுருக்கு :—
 - (i) $3a \times 1$. (ii) $3a \times 0$. (iii) $3a + 1$. (iv) $3a - 2a$
 - (v) $3a + 0$. (vi) $1 - 3a$ (vii) $0 \times 3a$. (viii) $3a \times 3a$
6. ஒவ்வொன்றும் a அங்குலம் தடிப்புள்ள 8 புத்தகங்களும் ஒவ்வொன்றும் b அங்குலம் தடிப்புள்ள 10 புத்தகங்களும் ஒரு அலுமாரித் தட்டு நிரம்ப அடுக்கப்பட்டிருந்தால் தட்டின் நீள மென்ன?

7. சுருக்கு:—

- (i) $6 \times 5b - 2 \times 10b$ (ii) $2 \times a \times 8 - a \times 4 \times 4$
 (iii) $4 \times 7a + 3a \times 4$. (iv) $2a \times 10 + 10.$

8. கூட்டு:—

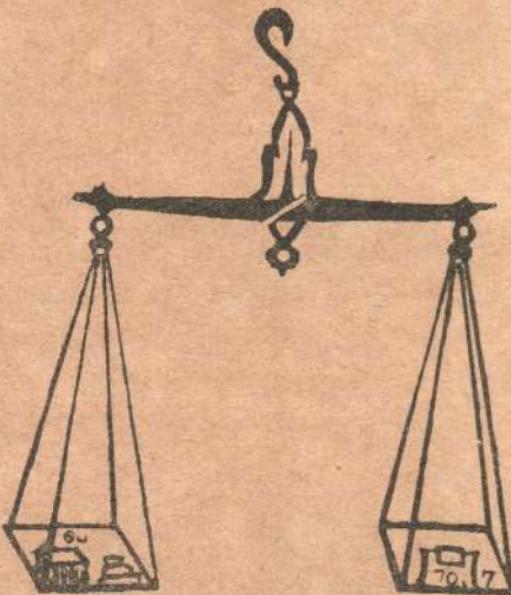
- (i) $7a + 8b ; 2a - 8b ; a + b.$
 (ii) $x + a - b ; x - a + b ; x + a + b.$

9. ஒரு புத்தகத்திலே 120 பக்கங்கள் உண்டு.
 அவற்றுள் n பக்கங்களில் பக்கமொன்றுக்கு
 32 வரி வீதமும் மிகுதியில் பக்கமொன்றுக்கு
 ஒரு வரி வீதமுமாக இருந்தால் எல்லாமாக
 எத்தனை வரிகள் உண்டு?

10. ஒரு பழம் 8 சதமானங்கள் n பழங்களின் விலை
 எத்தனை ரூபாய் என்பதை யறி.

தனிச் சமீகரணங்கள் (i)

ஓரு முந்திரிகைப்
பழப் பெட்டியின்
நிறையை அறியும்
பொருட்டு, தரா
சின் ஒரு தட்டிலே
அப் பெட்டியும்
மறு தட்டிலே
7 இருத்தற் படியும்
வைக்கப்பட்டன.
சரிவரவில்லை. 7 இ.
பாடி வைக்கப்பட்ட
தட்டு சிறிது கிழே
தாழ்ந்தது. பழப்
பெட்டியோடு $\frac{1}{2}$ இ.
படியொன்று வைக்
கப்பட்டபொழுது இருபக்கமும் சமமாக இருந்தன.
பழப் பெட்டியின் நிறையென்ன?



பெட்டியும் $\frac{1}{2}$ இருத்தலும் 7 இருத்தலுக்குச் சமம்.

$$\text{அதாவது } \text{பெ} + \frac{1}{2} = 7$$

இதுவே உண்மையில் காம் காணக்கூடியதா யிருக்
கிறது. இதிலிருந்து பெட்டியின் நிறை $6\frac{1}{2}$ இரு. என்
பதை எப்படிப் பெற்றுக்கொள்ளலாம்? இரு பக்கங்களிலும் மிருந்து $\frac{1}{2}$ இருத்தலை எடுத்தால்,

$$\text{பெ} = 7 - \frac{1}{2} = 6\frac{1}{2} \text{ எனப் பெறப்படும்.}$$

அப்பியாசம் 5 (i) (வாய்க் கணக்குகள்)

பின்வருவனவற்றை முதலில் வசனக் கணக்குகளாகச் சொல்லிப் பின்னர் பெ எவ்வளவு என்பதையும் அறி.

$$\begin{array}{ll} 1. \text{ Pe} + \frac{1}{2} = 4 & 2. \text{ QPe} + \frac{1}{2} = 14 \\ 3. \text{ QPe} + 2 = 7 & 4. 5 + \text{ QPe} = 12 \\ 5. 8 = \text{ QPe} + 3 & 6. 14 = 4 + \text{ QPe} \end{array}$$

இரு பழப் பெட்டியைத் தராசின் ஒரு தட்டிலும் 14 இரு. படியை மறுதட்டிலும் வைத்தபோது சரி வரவில்லை. பெட்டியிலிருந்து $\frac{1}{2}$ இருத்தல் பழம் எடுக்கப்பட்டபோது இருபக்கமும் சமமாயின. பழப் பெட்டியின் முழு நிறையுமென்ன?

$\frac{1}{2}$ இரு. எடுக்கப்பட்ட பெட்டி 14 இருத்தலுக்குச் சமம் அதாவது, $\text{Pe} - \frac{1}{2} = 14$

இதுவே தராசைக்கொண்டு நாம் அறிந்தது. இதி லிருந்து பெட்டியின் நிறை $14\frac{1}{2}$ இரு. என்பதை எப்படிப் பெற்றுக்கொள்ளலாம்? எடுத்த $\frac{1}{2}$ இரு. பழத் தைத் திரும்பவும் பெட்டியிற் போட்டு, மறுபக்கத்தில் ஒரு அரை இருத்தற் படியையும் போட்டாற் சரிவரும்.

$$\text{அதாவது, } \text{Pe} = 14 + \frac{1}{2} = 14\frac{1}{2}$$

அப்பியாசம் 5 (ii) (வாய்க் கணக்குகள்)

பின்வருவனவற்றை முதலில் வசனக்கணக்குகளாகச் சொல்லி, பின்னர் பெ எவ்வளவு என்பதையும் அறி:

$$\begin{array}{ll} 1. \text{ Pe} - \frac{1}{2} = 7 & 2. \text{ QPe} - \frac{1}{2} = 4 \\ 3. \text{ Pe} - 5 = 7 & 4. 5 = \text{ QPe} - 6 \\ 5. 2\frac{1}{2} = \text{ QPe} - 3\frac{1}{2} & 6. 2 = \text{ QPe} - 8 \end{array}$$

தராசின் ஒரு தட்டிலே சம நிறையுள்ள 3 பழப் பெட்டிகளும் 2 இரு. படியொன்றும், மற்றத் தட்டிலே அதேமாதிரியான வேரெரு பழப்பெட்டியும் 18 இரு. படிகளும் வைக்கப்பட்டபோது இருபக்கமும் சமமா யிருந்தன. ஒரு பழப்பெட்டியின் நிறையென்ன?

$$\text{சுருக்கமாக } 3\text{பெ} + 2 = \text{பெ} + 18$$

இரு பழப்பெட்டியின் நிறையைக் காண்பதற்கு இரண்டு தட்டுகளிலும் பெட்டிகளும் நிறைப்படிகளும் கலந்து இருத்தல் கூடாது. பெட்டிகள் ஒரு தட்டிலும் நிறைகள் மற்றத் தட்டிலும் இருத்தல் வேண்டும். நிறைகளை வலது தட்டில் மாத்திரம் வைத்துக்கொள்வதற் காக இடது தட்டிலிருந்து 2 இரு. படியை எடுப்போம். அப்பொழுது வலது பக்கம் தாழும். சமமாக்குவதற்கு வலது தட்டிலுமிருந்து 2 இருத்தலை எடுத்தல்வேண்டும்.

$$\text{அதாவது, } 3\text{பெ} = \text{பெ} + 16.$$

இனி, பெட்டிகளை இடது தட்டில் மாத்திரம் வைத்துக்கொள்வதற்காக வலது தட்டிலுள்ள பெட்டியை எடுப்போம். அப்பொழுது இடது பக்கம் தாழும். சமமாக்குவதற்கு இடது தட்டிலுமிருந்து ஒரு பெட்டியை எடுத்தல் வேண்டும். அதாவது,

$$2\text{பெ} = 16$$

$$\text{ஆகவே, } \text{பெ} = 8$$

செய்கைப் படிகளை மீண்டும் ஒருமுறை அவதானி யுங்கள்.

$$\text{முதலில், } 3\text{பெ} + 2 = \text{பெ} + 18$$

$$\text{இருபக்கங்களிலுமிருந்து } 2 \text{ இரு. எடுத்தால், } \} 3\text{பெ} = \text{பெ} + 16$$

$$\text{இருபக்கங்களிலுமிருந்து } \text{பெ எடுத்தால், } \} 2\text{பெ} = 16$$

$$\therefore \text{பெ} = 8$$

அப்பியாசம் 5 (iii)

பின்வரும் கணக்குகளை எழுதி, செய்கை முறை களைப் படிப்படியாகக் காட்டி இறுதியாக பெ எவ்வளவு என்பதையும் அறி :—

- | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 1. $2\text{பெ} + 3 = 15$ | 2. $5\text{பெ} + 1 = 21$ |
| 3. $2\text{பெ} = \text{பெ} + 11$ | 4. $6\text{பெ} = 15 + \text{பெ}$ |
| 5. $2\text{பெ} + 3 = \text{பெ} + 7$ | 6. $4 + 6\text{பெ} = 3\text{பெ} + 16$ |
| 7. $6\text{பெ} + 4 = \text{பெ} + 59$ | 8. $11 + \text{பெ} = 2\text{பெ} + 1$ |
| 9. $6\text{பெ} + 1 = \text{பெ} + 26$ | 10. $1 + \text{பெ} = 2\text{பெ} + 13$ |
-

இதுவரை செய்த கணக்குகள் ஒவ்வொன்றிலும் இரு கூறுகள் சமமாயிருத்தலால் அவை சமீகரணங்கள் எனப்படும். சமீகரணங்கள் தராசைப் போல்வன எப்படியென்றால் :—

தராச	சமீகரணம்
	(1) $\text{பெ} + \frac{1}{2} = 7$ (2) $\text{பெ} - \frac{1}{2} = 4$ (3) $3\text{பெ} + 2 = \text{பெ} + 18$
1. தராசில் இரு தட்டுக ஞன்டு.	1. ஒவ்வொரு சமீகரணத்திலும் இரு பகுதிகளை ஒன்றுக்கொண்டு நிறைப் படிக்கலாம்.
2. நிறுக்கப்படும் பொருளும் நிறைப் படிகளும் தராசில் ஒன்றுக்கொண்டு சமமாக இருக்கும். (சமீகரணம் என்றால் சமமாகச் செய்யப்பட்டது என்பது கருத்து.)	2. ஒவ்வொரு சமீகரணத்திலும் இரு பகுதிகளை ஒன்றுக்கொண்டு நிறைப் படிக்கலாம்.

தராசு

3. தராசில் ஒரு தட்டி விருந்து ஒரு படியையோ, நிறுக்கப்படும் பொருளில் ஒரு பகுதி யையோ எடுத்தால் அவ்வளவு மற்றத் தட்டி லும் குறைத்தல் வேண்டும்; ஒரு பக்கத்திற் கூட்டினால் அவ்வளவு மற்றப் பக்கத்திலும் கூட்டுதல் வேண்டும்.

4. நிறுக்கப்படும் பொருளும் நிறைப்படிகளும் இரண்டு தட்டுக்களிலும் கலந்திருந்தால் அப்பொருளின் நிறைகாலுவதற்கு நிறைப்படிகளை ஒரு தட்டிலும் அப்பொருளை மற்றத் தட்டிலும் வைத்துக்கொள்ளுதல் வேண்டும்.



சமீகரணம்

3. சமீகரணத்திலும் ஒரு பக்கத்திற் குறைப்பதை மற்றப் பக்கத்திலும் குறைத்தல் வேண்டும். $பெ + \frac{1}{2} = 7$ என வரின், இரு பக்கத்திலும் $\frac{1}{2}$ குறைக்க பெ = $6\frac{1}{2}$ ஆகும். ஒரு பக்கத்தில் கூட்டுவதை மற்றப் பக்கத்திலும் கூட்டுதல் வேண்டும். $பெ - \frac{1}{2} = 4$ என வரின் இரு பக்கத்திலும் $\frac{1}{2}$ கூட்ட பெ = $4\frac{1}{2}$ ஆகும்.

4. ஒவ்வொரு சமீகரணத்திலும் எண்களை ஒரு பக்கத்திலும், அறியவேண்டியதாகிய பெ, இன்றேல் வேறொன்றை, மற்றப் பக்கத்திலும் வைத்துக்கொள்ளுதல் வேண்டும். $3 \text{ பெ} + 2 = \text{பெ} + 18$ என்பதில் எண்களை ஒரு பக்கத்தில் வைத்துக்கொள்ள வேண்டும், வைத்துக்கொள்ள வேண்டும், $3\text{பெ} = \text{பெ} + 16$ ஆகும். பெயை மற்றப் பக்கத்தில் வைத்துக்கொள்ளுவதானால் $2\text{பெ} = 16$ ஆகும். ஆகவே $\text{பெ} = 8$.

அப்பியாசம் 5 (iv)

பின்வரும் கணக்குகளிலே ஒரு தாாசின் இரண்டு தட்டுகளிலும் உள்ள பொருள்களும் நிறைப் படிகளும் சொல்லப்பட்டிருக்கின்றன. சமீகரணங்களை எழுதி ஒவ்வொரு பொருளின் நிறையையுங் காண. ஒவ்வொரு கணக்கிலும் கூறப்படும் பண்டங்கள் சமநிறையுள்ளன.

ஒருதட்டு		மறுதட்டு
1	3 தக்காளிப் பழமும் $\frac{1}{2}$ இருத்தலும்	2 இருத்தல்
2	7 இருத்தல்	4 செம்பும் 1 இருத்தலும்
3	5 காட்டுத்தடிகளும் 7 இருத்தலும்	2 காட்டுத் தடிகளும் 112 இருத்தலும்
4	3 சினி முடைகளும் $\frac{1}{2}$ அங் தர் சினி எடுக்கப்பட்ட இன்னேரு முடையும்	1 சினி முடையும் $4\frac{1}{2}$ அங் தரும்

இவ்வளவில் சகமீரணத்தின் ஒரு பக்கத்திலுள்ள உறுப்புக்கள் செய்கையுறையில் அந்தப் பக்கத்தில் மறைந்து மறுபக்கத்திற்கேண்டுவதையும், அப்பொழுது அவற்றின் அடையாளம் மாறி வருவதையும் நீங்கள் அவதானித்திருப்பீர்கள். இதை ஒரு விதியாகக் கடைப் பிடிக்கலாம். அதாவது,

சமீகரணங்களின் உறுப்புகள் பக்கம் மாறும் பொழுது அவற்றின் அடையாளங்களும் மாறும்.

ஒவ்வொரு முறையும் தராசைக்கொண்டு சமீகரணங்கள் செய்வதிலும் இவ்விதியை உபயோகித்துச் செய்வது இல்லை.

$$1. \quad 4k - 4 = 32 + k$$

க ஒருபக்கத்திலும் எண்கள் மறுபக்கத்திலும் எழுதிக்கொள்ளப்படல் வேண்டும். அப்பொழுது பக்கம் மாற அடையாளமும் மாறும்.

$$\therefore 4k - k = 32 + 4$$

$$\therefore 3k = 36$$

$$\therefore k = 12$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad 16 + 3u - 2 &= 7u - 6 + u \\
 \therefore 16 - 2 + 6 &= 7u + u - 3u \\
 \therefore \quad \quad \quad 20 &= 5u \\
 \text{அதாவது,} \quad \quad \quad 5u &= 20 \\
 \therefore \quad \quad \quad u &= 4
 \end{aligned}$$

அப்பியாசம் 5 (v)

பின்வரும் சமீகரணங்களிலே அக்டிரங்களின் விலையை அறி.

1. $7k - 4 = 10$
2. $3k - 5 = 10$
3. $2k + 15 = 23$
4. $5k - 9 = 21$
5. $7k = 18 + k$
6. $4k - 3 = 2k + 1$
7. $5u + 2 = 6u - 1$
8. $3u + 2 = 4u - 3$
9. $4u - 4 = 32 + u$
10. $8u - 9 = 33 + 4u$
11. $13u + 4 + 10u + 17 = 14 + 23u + 7u$
12. $6u + 7 - 19 = 7u + 13 - 3u - 21$
13. $8u - 8 + 17u - 51 = 16u - 36 + 4$
14. $6x + 15 - 4x + 16 = 15x + 5$
15. $3x + 6 + 8x - 4 = 12x - 4$
16. $6x - 15 - 2x - 6 = 3$
17. $x - 5x + 25 = x - 5$
18. $2x - 2 = 2 - 3x + 6$
19. $12x - 9 - 10x + 35 = 3x + 2$
20. $7x - 8x + 12 = 84 - 14x - 7$

அப்பியாசம் 5 (vi)

பின்வருவனவற்றை (1—12) சமீகரணங்களாக எழுதி, எண்களையும் அறி:

1. ஒரு எண்ணேடு 107 கூட்டப்பட்டால் 310 வரும்.
2. ஒரு எண்ணிலிருந்து 67 கழிப்பட்டால் மிகுதி 43.

3. 27 ஒரு எண்ணேடு கூட்டப்பட்டால் 69 வரும்.
4. ஒரு எண்ணை ஐந்தாற் பெருக்க வருவது 20.
5. ஒரு எண்ணை மூன்றாற் சிரிக்க வருவது 42.
6. ஒரு எண்ணிலிருந்து 15 கழிப்பட்டால் மிகுதி 0.
7. ஒரு எண்ணை மூன்றாற் பெருக்கி இரண்டைக் கூட்ட வருவது 14.
8. ஒரு எண்ணை 4 ஆற் பெருக்கி 3ஐக் கழிக்க வருவது 17.
9. ஒரு எண்ணின் 5 மடங்கையும் அதன் 3 மடங்கையும் கூட்டி 10ஐக் கழிக்க வருவது 6.
10. ஒரு எண்ணின் 5 மடங்கோடு இரண்டைக் கூட்டினால் அந்த எண்ணின் 6 மடங்கிலிருந்து ஒன்றைக் கழித்து வருவதற்குச் சமமாகும்.
11. ஒரு எண்ணின் 4 மடங்கிலிருந்து நாலைக் கழித்தால் வருவதும் 32ஐந் அந்த எண்ணைக் கூட்ட வருவதும் சமமாகும்.
12. ஒரு எண்ணின் 3 மடங்கோடு அதன் 2 மடங்கைக் கூட்ட வரும் தொகை அந்த எண்ணேடு 52 கூட்ட வரும் தொகைக்குச் சமமாகும்.
13. ஒரு ஆட்டின் விலை ஆறு ரூபாய். ஒரு மாட்டின் விலை 8 ரூபாய் கூட. மாட்டின் விலையென்ன? 5 ஆடுகளும் 1 மாடும் விலை யென்ன? இவற்றின் விலை 80 ரூபாயாலும் சமீகரணமாக எழுது. ஆட்டினதும் மாட்டினதும் தறீத்தனி விலையை அறி.
14. ஒருவனுக்கு பா ஆண்குழந்தைகளும் 2 பெண் குழந்தைகளும் உண்டு. ஆண் குழந்தைகளுக்கு 10 சதவீதமும் பெண் குழந்தைகளுக்கு 5 சதவீதமும் அவன் கொடுக்கிறான். அவன் கொடுத்த

காசு எவ்வளவு? அவன் கொடுத்த காசு 40 சதமானால் சமீகரணமென்ன? ஆண் குழந்தைகள் எத்தனை?

15. ஒரு காசுப் பையிலே ச சதங்களும், அதன் இரு மடங்கு ஐந்துசதக் குற்றிகளும், சதங்களிலும் பார்க்கத் தொகையால் 5 கூடிய பத்துச்சதக் குற்றிகளும் உண்டு. எல்லாமாக 53 நாணயங்களானால் ஒவ்வோரினுத்திலும் எத்தனை உண்டு?
 16. மூன்று படங்களின் விலை 76 சதம். முதற் படத் திலும் இரண்டாம் படம் 10 சதம் கூட. இரண்டாம் படத்திலும் மூன்றும் படம் 4 சதம் குறைய. ஒவ்வொன்றின் விலையுமென்ன?
 17. ஒரு பையனுடைய வயதிலும் தகப்பனுடைய வயது 32 கூட. 8 வருடங்களுக்கு முன்பு அவர்களுடைய வயதென்ன? அப்பொழுது தகப்பனுடைய வயது இப்பொழுது மகனுடைய வயதி லும் மும்மடங்கு. இப்போது அவர்களுடைய வயதென்ன?
-

பாடம் 6

அடைப்புக் குறிகள் (i)

கடைகளிலே சினி தேயிலீபோல அதிகமாக விலைப்படுகிற பொருள்களை விலைக்குத் தக்கதாக முன்னரே காகிதத்திற் கட்டி வைத்திருப்பதை நீங்கள் பார்த்திருப்பீர்கள். ஒரு இருத்தல் சினியென்று கேட்ட வடன் கடைக்காரன் ஒரு சரையை எடுத்துக் கொடுக்கிறான். பல சரைகளும் இருக்கும்பொழுது சினிச் சரையை எப்படி அறிந்துகொள்ளலாம்? அதிற் சினி யென்று எழுதப்படவில்லை. அல்லாமலும், ஒவ்வொரு சரையிலும் சினியென்று எழுதிக்கொள்வது கண்டம். ஆனால் சினிச் சரைகளைல்லாவற்றையும் ஒரு பெட்டியில் இட்டு அப்பெட்டியின் வெளிப்புறத்திலே சினியென்று எழுதிக்கொள்ளலாம். ஒவ்வொரு சரையிலும் சினி என்று எழுதிக்கொள்வதிலும் இந்த முறை இலகுவானது. இப்படியான சுருக்க முறையொன்று அக்ஷர கணிதத்திலும் உண்டு.

உதாரணமாக ஒரு கட்டியின் விலை க ரூபாய்; மெத்தையின் விலை 3 ரூபாய். எனவே மொத்த விலை = க ரூபாய் + 3 ரூபாய் = இதிலே ஒவ்வொரு சினிச் சரையிலும் சினியென்று எழுதுவது போல க ரூபாய், 3 ரூபாய் என்று எழுதப்பட்டிருக்கிறது. இலகுவான வழி என்ன வென்றால், சினிச் சரைகளை ஒன்றாக ஒரு பெட்டியிலிட்டுப் பெட்டியின் வெளிப்பக்கத்தே சினியென்று எழுதிக்கொள்வதுபோல, க, 3, இவற்றை ஒன்றாக அடைத்து வெளிப்புறத்தே ரூபாய் என்று எழுதிக்கொள்வது. எனவே மொத்த விலை = (க + 3)ரூபாய். சினிச் சரைகள் வைக்கப்படும் பெட்டிபோலிருப்பது (). இது அடைப்புக்குறி எனப்படும்.

இதில் நாம் அவதானிக்க வேண்டிய தென்ன வெனில், சில சமயங்களில் ஒரு இனப் பொருள்கள் பலவற்றை ஒன்றாக வைத்துக்கொள்ளவேண்டிய தேவை ஏற்படும்போது கண முதலிய இடங்களிலே பெட்டி, சாக்கு, உமல் முதலியன உபயோகிக்கப்படுதல் போல அசூர கணிதத்திலே அடைப்புக் குறிகள் உபயோகிக்கப்படும் என்பதே அடைப்புக் குறிகள் இருப்பனவற்றை ஒன்றுசேர்த்துப் பாராட்டுதல் வேண்டும்.

அப்பியாசம் 6 (i)

அடைப்புக்குறியை உபயோகித்து மறுமொழியை எழுது:

1. ஒரு பையன் தகப்பனிடமிருந்து த சதமும் தாயாரிடமிருந்து 5 சதமும் வாங்குகிறான். அவனிடமெவ்வளவு காச உண்டு?
2. ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்றுபக்கங்களும் முறையே அ.அடி. இ.அடி. உ.அடி. அதன் சுற்றளவென்ன?
3. ஒரு வியாபாரி வைத்திருந்த இ இருத்தல் தேயிலையில் ப இருத்தலை விற்றுவிட்டால் மிகுதி எவ்வளவு?
4. ஒரு பையன் வைத்திருந்த ச சதங்களில் ப சதங்கஞக்கு இரிப்பும், ஒரு சதத்திற்குப் பென்சிலும் வாங்கிவிட்டால் மிகுதி எவ்வளவு?
5. 3x மைல் தூரம் போகவேண்டிய ஒருவன் y மைல் நடந்தும் $2y$ மைல் காரிலும் போய்விட்டால் இன்னும் அவன் போகவேண்டிய தூரம் எவ்வளவு?
6. ஒரு பிள்ளை அசூர கணிதத்தில் a புள்ளிகளும் கேத்திர கணிதத்தில் 15 புள்ளிகள் கூடவும் பெற்றுள் இரண்டு பாடங்களிலும் எவ்வளவு புள்ளிகள் பெற்றது?

அடைப்புக் குறிகளை உபயோகிப்பதில் இன்னுஞ் சில உதாரணங்கள் பார்ப்போம் :

ஒரு கொப்பியின் விலை = ச சதம். ஒரு புத்தகத் தின் விலை கொப்பியின் விலையிலும் பார்க்க 15 சதம் கூட. (i) ப புத்தகங்களின் விலையென்ன? (ii) $(x+3)$ புத்தகங்களின் விலையென்ன?

(i) ஒரு கொப்பியின் விலை = ச சதம்.

\therefore ஒரு புத்தகத்தின் விலை = $(+15)$ சதம்.

\therefore ப புத்தகங்களின் விலை = $p \times (s + 15)$ சதம்
 $= p(s + 15)$ சதம்

(ii) $(x+3)$ புத்தகங்களின் விலை = $(x+3)(s+15)$ சதம்

ஒவ்வொரு அடைப்புக் குறியும் () சோடியாகவே வரும். ஒன்றில்லாமல் $5 \times (s + 15)$ சதம் என்றதுபோ வெழுதுவது பிற்றலுள்ள சாக்கிலே பண்டங்களை வைத்துக்கொள்வது போலாகும்.

அப்பியாசம் 6 (ii)

இன்வரும் செய்கைகளை (1 — 6) விளக்கும்படி அடைப்புக்குறியை உபயோகித்து மறுமொழியெழுது:

1. 2ப விலிருந்து அ + இ முழுவதையும் கழித்தல்.
2. க, 2 என்பவற்றின் கூட்டுத்தொகையை ரஆற் பெருக்குதல்.
3. ப, ம என்பவற்றின் வித்தியாசத்தை மூன்றாற் பெருக்கல்.
4. க, ச என்பவற்றின் கூட்டுத்தொகையிலிருந்து ப, ம என்பவற்றின் வித்தியாசத்தைக் கழித்தல்.
5. அ, இ என்பவற்றின் கூட்டுத்தொகையின் மூம் மடங்கிலிருந்து உ, எ என்பவற்றின் வித்தியாசத் தைக் கழித்தல்.

6. ப, ம என்பவற்றின் கூட்டுத்தொகையை அவற்றின் வித்தியாசத்தாற் பெருக்குதல்.

7. ஒரு வியாபாரி ஒரு புத்தகத்தை ப ரூபாய்க்கு வாங்கி க ரூபாய்க்கு விற்கிறான்.

(i) ஒரு புத்தகத்தில் அவனுடைய நயம் எவ்வளவு?

(ii) ஐந்து புத்தகங்களில் அவனுடைய நயம் எவ்வளவு?

(iii) (ம + 3) புத்தகங்களில் அவனுடைய நயம் எவ்வளவு?

8. ஒரு தூக்கு விறகின் விலை 1 ரூபாய் ச சதம். அதன் விலை எத்தனை சதம்? 8 தூக்கு விறகின் விலை எத்தனை சதம்? (ப + 2) தூக்கு விறகின் விலை எத்தனை சதம்?

9. ஒரு அறையின் தீளம் டி அடி; அதன் அகலம் 5 அடி குறைவு. அறையின் அகலமென்ன? அறையின் பரப்பெண்ண?

10. சுருக்கு :—

$$(i) 15 + (8 + 2) \quad (ii) 15 + (8 - 2)$$

$$(iii) 15 - (8 + 2) \quad (iv) 15 - (8 - 2)$$

$$(v) (9 + 6) + (8 + 2) \quad (vi) (9 + 6) + (8 - 2)$$

$$(vii) (9 + 6) - (8 - 2) \quad (viii) (9 + 6) - (8 - 2)$$

11. சுருக்கு :—

$$(i) (4 + 6) \div (10 - 5) \quad (ii) (9 - 2) - (2 + 3)$$

$$(iii) 15 - (9 - 5 + 2)$$

$$(iv) (18 + 7 + 5) - (3 + 2 - 1)$$

12. $a = 5; b = 3; c = 4; d = 2; e = 1$ எனக்

கொண்டு பின்வருவனவற்றைச் சுருக்கு :—

- | | |
|------------------------|------------------------|
| (i) $a + (c + d)$ | (ii) $3b - (c + e)$ |
| (iii) $4d - (a - b)$ | (iv) $c(a + d)$ |
| (v) $a(b - 1) - d$ | (vi) $7d \div (a - b)$ |
| (vii) $(a - b)(c - d)$ | (viii) $(ab - cd)a$ |

13. மண்ணெய்த் தகரமொன்று 4 கலன் கொள்ளும்.

இரு கலன் 99 சதமும், வெறுந்தகரம் சுதமுமானால் 13 மண்ணெய்த் தகரங்களின் விலை என்ன?

14. ஒரு வேலையை ஒருவன் பாநாட்களில் நாளோன் ருக்குக் கூவி சுதவீதமாகச் செய்கிறார். அவனுடைய கூவியென்ன?

இன்னெருவன் அதே வேலையை நாளோன்றுக்கு 5 சதங்கு குறைய வாங்கி இரண்டு நாட்கள் முந்தி முடிப்பதாகச் சொல்லுகிறார். இவனுக்குக் கூவி எவ்வளவு?

பாடம் 7

அடைப்புக்குறி நீக்கம் (ii)

அடைப்புக்குறியை ஒரு பெட்டிக்கும் அடைப்புக்குறிக்குள்ளே இருக்கும் இலக்கங்களை அப் பெட்டிக்குள்ளிருக்கும் பண்டங்களுக்கும் ஒப்பிட்டோம். ஒரு பெட்டிக்குள்ளே வீசம்துலாம் சீனிச்சரைகள் முப்பதும் இருத்தற் சீனிச்சரைகள் இருபத்தைந்தும் உண்டு. அதாவது $(30\text{வி} + 25\text{இ})$ இப்படி நாலு பெட்டிகளில் எவ்வளவு உண்டு? 4×30 வீசம்துலாம் சரைகளும், 4×25 இருத்தற் சரைகளும் மன்னு. அதாவது, ஒரு பெட்டிக்குள் உள்ள ஒவ்வொன்றின் தொகையையும் நாலாற் பெருக்கவேண்டும்.

$$\text{அதாவது, } 4 \times (30\text{வி} + 25\text{இ}) = 120\text{வி} + 100\text{இ}.$$

ஒரு வெறும் பெட்டியின் நிறை நி இருத்தல். அதற்குள்ளிருக்கும் தேயிலையின் நிறை 12 இருத்தல். ஒரு தேயிலைப் பெட்டியின் நிறை = (நி + 12) இருத்தல். 8 தேயிலைப் பெட்டிகளின் நிறை = $8(\text{நி} + 12)$ இருத்தல். ஆனால், 8 தேயிலைப் பெட்டிகளின் நிறை = 8 வெறும் பெட்டிகளின் நிறை + 8 பெட்டிகளிலும் மிருக்கும் தேயிலையின் நிறை.

$$\text{அதாவது, } 8(\text{நி} + 12) = 8\text{நி} + 96.$$

ஒரு சீனி முடையின் நிறை ப இருத்தல். அதிலிருந்து 3 இருத்தல் சீனியை எடுத்துவிட்டால் மிகுதி = (ப - 3) இருத்தல். ஒரு கடைக்காரன் இப்படியாக 5 சீனி முடைகளிலிருந்து சீனியை எடுத்துவிட்டால் மிகுதி முடைகளின் நிறை = 5(ப - 3) இருத்தல். மிகுதி = 5 முழு முடைகளின் நிறை - எடுப்பட்ட சீனியின் நிறை.

$$\text{அதாவது, } 5(\text{ப} - 3) = 5\text{ப} - 15.$$

இந்த உதாரணங்களிலிருந்து நாம் அவதாரீக்கத் தக்க தென்னவென்றால்,

அடைப்புக் குறியை விலக்கி எழுதும்போது அடைப்புக் குறிக்குள்ளிருக்கும் ஒவ்வொரு எண்ணும் அடைப்புக் குறிக்கு மூன்னிருக்கும் எண்ணால் பெருக்கப் படல் வேண்டும் என்பது.

அப்பியாசம் 7 (1)

1. அடைப்புக் குறியை நீக்கி எழுது:

- | | | |
|-------------------|-------------------|-----------------------|
| (i) $4(k - l)$ | (ii) $5(p - 3)$ | (iii) $6(2 - m)$ |
| (iv) $p(m + 3)$ | (v) $k(k + 4)$ | (vi) $2n(\alpha - 5)$ |
| (vii) $5p(p - s)$ | (viii) $(k + 5)s$ | (ix) $3k(2p - 3m)$ |

2. அடைப்புக் குறியை நீக்கிப் பின் சருக்கு:

- | | |
|--------------------------|--------------------------------------|
| (i) $2(5 + k) - t$ | (ii) $3n + 2(n + 3)$ |
| (iii) $3n + 7(n - 2)$ | (iv) $2n - 3 + 3(n - 2)$ |
| (v) $(p + 6) + 2(p - 3)$ | (vi) $8(k + \alpha) + 7(t - \alpha)$ |

3. அடைப்புக் குறியிட்டு எழுது:

உதாரணம்: $4p + 8m = 4(p + 2m)$

- | | | |
|--------------------|----------------|----------------------|
| (i) $3p + 3k$ | (ii) $5k - 5m$ | (iii) $8p - 3k + 3m$ |
| (iv) $2k + 6 + 2m$ | | (v) $18 + 6a - 6b$ |
| (vi) $7m + 7 + 7n$ | | (vii) $2 + 2x + 2y$ |

4. அடைப்புக் குறிகளை நீக்கிப் பின் சருக்கு:

- | |
|--|
| (i) $6(p + m - k) + (7k - 5m)$ |
| (ii) $(\alpha + \beta) + 3(\beta + \gamma) + 2(\gamma + \alpha)$ |
| (iii) $3(a - 1) + 2(a + 1) + (a + 5)$ |
| (iv) $a(b - c) + b(c - a) + c(a - b)$ |

5. எழுத்துக்களின் இயற்கை ஒழுங்கின்படி இவ் விரண்டு எழுத்துக்களாக அடைப்புக்குறியுள்ளட.

$$\text{உதாரணம் : } 7\alpha + 4\beta + 7\gamma + 4\delta = 7\alpha + 7\beta + 4\beta + 4\delta = 7(\alpha + \beta) + 4(\beta + \delta)$$

- (i) $3\alpha + 3\beta + 4\gamma + 4\delta$ (ii) $5\alpha + 2\beta + 5\gamma + 2\delta$
 (iii) $4x - 2y + 2z + 4w$ (iv) $2x - 3y + 3z + 2w$
 (v) $3a - 2d - 6b + 2c$ (vi) $3b + 2d + 9a + 4c$

அப்பியாசம் 7 (ii)

பின்வரும் சமிகரணங்களில் x எவ்வளவு என்பதை அறி :

$$\begin{aligned} \text{உதாரணம் : } & 3(3x + 1) - 4x = 63 \\ & \therefore 9x + 3 - 4x = 63 \\ & \therefore 9x - 4x = 63 - 3 \\ & \therefore \quad \quad \quad 5x = 60 \\ & \therefore \quad \quad \quad x = 12 \end{aligned}$$

1. $5(2x - 1) = 25$
2. $4(x - 3) + z = 7(x - 4) + 6$
3. $2(x - 12) + 3(x - 10) = 6(x - 11)$
4. $13(x - 2) + 1 = 6(x - 3)$
5. $4(5 - z) + 3(x + 1) + 3 = z - 4 + 2(z - 3)$
6. $2(x + 2) = 6(2x - 1) + 10$
7. இப்பொழுது ஒருவனுடைய வயது வ. 14 வருடங்களுக்கு முன்பு அவனுடைய வயது என்ன? 18 வருடங்களின் பின் அவனுடைய வயது என்ன? 18 வருடங்களின் பின் அவனுடைய வயது 14 வருடங்களுக்கு முன்னுள்ள வயதிலும் மூன்று மடங்கானால் இப்பொழுது அவனுடைய வயது என்ன?

8. ஒரு கொண்டாட்டத்திற்காக ஒரு பள்ளிக்கூடத்திலுள்ள 90 பிள்ளைகளிடமிருந்து காச சேர்க்கப்பட்டது. பபிள்ளைகள் 25 சதவீதமும் ஏனையோர் 15 சதவீதமும் கொடுத்தனர். சேர்ந்த பணம் 18 ரூபாய் 50 சதம். எத்தனை பிள்ளைகள் 25 சதவீதம் கொடுத்தார்கள்.
9. ஒருவன் 5 மாடும் 5 ஆடும் 110 ரூபாய்க்கு வாங்கினான். மாட்டின் விலை ஆட்டின் விலையிலும் 20 ரூபாய் கூடவானால் ஒவ்வொன்றின் விலையுமென்ன?
10. ஒருவன் 53 மைலை 5 மணித்தியாலத்திற் சென்றான். கொஞ்ச நேரத்திற்கு ம. 12 மைல் வீதமும் மிகுதி நேரத்திற்கு ம. 10 மைல் வீதமும் அவன் சென்றிருந்தால், ம. 12 மைல் வீதம் அவன் எவ்வளவு கேரம் சென்றான்?

மீட்டற் பயிற்சி 2

1. (i) 1 அடி நீளமுள்ள பலகையொன்றிலிருந்து a அடி நீளமுள்ள இரு துண்டுகள் வெட்டப்பட்டால் மிகுதி எவ்வளவு?
- (ii) 2 அடி நீளமுள்ள m துண்டுகளும் m அடி நீளமுள்ள 2 துண்டுகளும் வெட்டப்பட்டால் மிகுதி எவ்வளவு?
2. பின்வரும் சமீகரணங்களில் n எவ்வளவு என்பதை அறி:
- (i) $13n - 7 = 5n + 9$
- (ii) $2(3n - 2) - 5 = 4(1 - n) - 3n$

3. பின்வரும் அடைப்புக் குறிகளை நிரப்பு:

$$(i) 7a + 21b + 35c = 7 \quad ()$$

$$(ii) 5x + 21y + 35z = 5x + 7 \quad ()$$

$$(iii) 3a - 4 + 2(a + 7) = 5 \quad ()$$

4. ஒன்று தொடங்கி ஏதுமொரு எண் n வரைக்கும் உள்ள எண்களின் கூட்டுத்தொகை = $\frac{n(n+1)}{2}$
எனக் கொண்டு, ஒன்று தொடக்கம் 100 வரையும் மூன்றாவது எண்களின் கூட்டுத்தொகையை அறி.

5. 22 உடன் ஒரு எண் அடுத்து மூன்றுதரம் கூட்டப் படுகிறது. 76 விருந்து அதே எண் அடுத்து மூன்றுதரம் கழிக்கப்படுகிறது. இரண்டு முறையும் மறுமொழிகள் ஒன்றுக்கொன்று சமம். அந்த எண் என்ன?

6. பெருக்கிக் கீறிட்ட இடங்களை நிரப்பு:

	3	m	$5m$	$7n$
2	—	—	—	—
a	—	—	—	—
$4a$	—	—	—	—
$6b$	—	—	—	—

7. கூட்டு: (i) $a + 7$; $2a - 5$; $4a + 2$.

(ii) $7 + p$; $15 - p$; $4 + 2p$; $1 + p$.

8. ஒரு உபாத்தியாய்ருக்கு முதல் வருஷத்திலே சம்பளம் மாசமொன்றுக்கு 70 ரூபாய். ஒவ்வொரு வருஷ முடிவிலும் மாசச் சம்பளம் கூடும். 10 வருஷங்களால் மாசச் சம்பளம் என்ன?

9. இருத்தல் ५ சத வீதம் ५ இரு. முந்திரிகைப் பழமும், இருத்தல் २० சத வீதம் ३ இரு. முந்திரிகைவற்றலும் வாங்கிக்கொண்டு ५ ரூபாய் நோட்டைக்கொடுத்தேன். மிகுதி ६० சதம் கிடைத்தது. ஒவ்வொன்றும் இருத்தல் என்ன விலை என்பதைஅறி.

10. சுருக்கு :—

- (1) $8m \times 4$
- (2) $2a + 0 - a$
- (3) $3 \times 5a - 2a$
- (4) $10 \times 2b + 10$
- (5) $2x + 2x + 2x + 2x$
- (6) $6 \times 10p - 90p \times 3$

11. அடைப்புக் குறிகளை நீக்கிப் பின் சுருக்கு :—

- (1) $4a + 2(3a + 3)$
- (2) $12(p + 5) + (2p + 3) + 5(p - 6)$
- (3) $13(5 + b) + 4(3 - 2b) + (30 - b)$

12. விடுவி :—

- (1) $3(x - 4) + 2 = 2 + x$
- (2) $2x + (x - 2) = 4a - 5$

13. கூட்டு :—

- (i) $a + 2b + c; 2a - b - c; a + b + c$
 - (ii) $5m + 2n + a, m + n, 2a + 3a, m + a$
-

சயராசிகள்

ஓரு கிணற்றிலே 6 அடி ஆழத்திற்குத் தண்ணீரிருந்து. மழைபெய்து 2 அடி உயர்ந்தால் தண்ணீரின் ஆழமென்ன? (6 + 2) அடி அல்லவா? இறைத்து 2 அடி தண்ணீர் வற்றினால் ஆழமென்ன? (6 - 2) அடி அல்லவா? இவற்றிலே + அடையாளம் ‘கூட்டு’ என்பதையும் — அடையாளம் ‘கழி’ என்பதையும் குறிக்கின்றன என்பது உங்களுக்குத் தெரியும். அவ்வடையாளங்கள் முழுமேயே ‘கூட்டு’, ‘கழி’ என்பன வற்றைக் குறிப்பதோடு, ஒன்றுக்கொன்று எதிர் என்பதையும் காட்டுகின்றன. ஏனென்றால், முதன்முறையில் தண்ணீரின் மட்டம் உயருகிறது. இரண்டாம் முறை தாழ்கிறது + அடையாளமும் — அடையாளமும் இப்படியாக ஒன்றுக்கொன்று எதிர் என்பதை நன்றாக அவதானித்துக்கொள்ளுங்கள்.

இரு பையன் ஒரு தூண்டியிலிருந்து வடக்கு நோக்கி 3 அடி நடந்து, கைதவறி விழுந்த பெள்கிலை எடுத்துக் கொண்டு பின்னும் 2 அடி முன்போல வடக்கு நோக்கி நடக்கிறுன். தூணிலிருந்து அவன் நிற்குமிடத்தின் தூரமென்ன? (3 + 2) அடி அல்லவா? இப்பொழுது எதிர்ப்பக்கமாக, அதாவது தெற்கு நோக்கி, 4 அடி நடந்தால் தூணிலிருந்து அவன் நிற்குமிடத்தின் தூரமென்ன? (3 + 2 - 4) அடி அல்லவா? ஆகவே, வடக்கு நோக்கி நடப்பதை + அடையாளத்தாற் குறித் தால், தெற்கு நோக்கி நடப்பதை — அடையாளத்தாற் குறிக்கலாம்.

முன்காட்டிய உதாரணங்களில் ஒன்றுக்கொன்று எதிரானவைகள் இரண்டு அறிந்தீர்கள். ஒன்று மேல்—

கீழ்; மற்றது வடக்கு-தெற்கு. வேரென்று சொல் வூங்கள் பார்ப்போம். கிழக்கு-மேற்கு என்று யோசிக் கிறீர்கள் போலும். சரி, கிழக்கு நோக்கி நடக்குஞ் தூரத்தை + அடையாளத்தாற் குறித்தால் மேற்கு நோக்கி நடக்குஞ் தூரத்தை — அடையாளத்தாற் குறிக் கலாம். இன்றேல் மேற்கு நோக்கி நடக்குஞ் தூரத்தை + அடையாளத்தாலும், கிழக்கு நோக்கி நடக்கும் தூரத்தை — அடையாளத்தாலும் குறிக்கலாம். இதிலே நீங்கள் அவதானித்துக்கொள்ளவேண்டியதாவது, ஒரு திசையில் நடப்பதை + அடையாளத்தாற் குறித்தால், எதிர்த் திசையில் நடப்பதை — அடையாளத்தாற் குறிக்கலாம் என்பது.

ஒன்றுக்கொன்று எதிரானவைகள் வேறும் யோசித் துப் பாருங்கள். தெரியுமா? நயம் — நட்டம், வரவு — செலவு, வாங்கல் — விற்றல் முதலியன எல்லாம் ஒன்றுக் கொன்று எதிரானவையே. உதாரணமாக, ஒரு வியா பாரிக்கு ஒருநாள் 75 சதம் நயம்; அடுத்தநாள் 32 சதம் நயம். இரண்டுநாளும் நயம் ($75 + 32$) சதம் அல்லவா? மூன்றும்நாள் நட்டம் 40 சதம் ஆகவே மூன்றுநாளும் நயம் ($75 + 32 - 40$) சதம் அல்லவா? அதாவது, நயத்தை + அடையாளத்தாலும், நட்டத்தை — அடையாளத்தாலும் குறிக்கிறோம்.

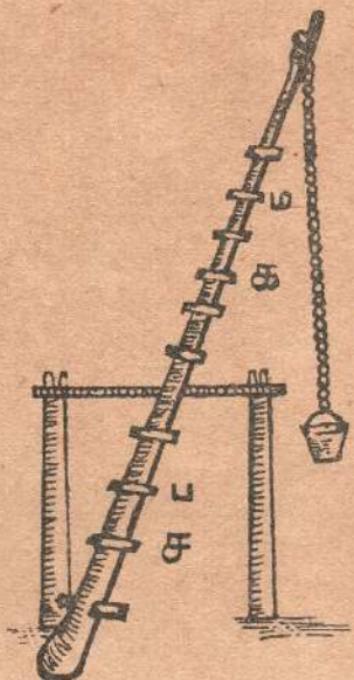
அப்படியே வரவை + அடையாளத்தாலும் செலவை — அடையாளத்தாலும், குறிக்கலாம்.

வாங்கல் விற்றலிலே வாங்குவதை எந்த அடையாளத்தாலும் விற்றதை எந்த அடையாளத்தாலும் குறிக்கலாம்?

ஒன்றுக்கொன்று எதிரானவை வேறுமுண்டு. உதாரணமாக பின்னேரம் முன்னேரம். பின்னேரம்

என்பது மத்தியானத்தின் பின் என்றும், முன்னேரம் என்பது மத்தியானத்தின் முன் என்றும் பொருள் படும். அதாவது, பின்னேரம் 3 மணி என்பது மத்தியானத்திலிருந்து 3 மணித்தியாலம் பின்திய நேரமாகும். இதை + 3 மணி என்றால், - 3 மணி என்பதன் கருத்தென்ன? அது மத்தியானத்திலிருந்து 3 மணித்தியாலம் முந்திய நேரமாகும். அதாவது, 9 மணி முற்பகல். அது போலவே, + 5 மணி என்பது பிற்பகல் 5 மணியாகும். — 5 மணி என்பது முற்பகல் 5 மணியாகும்.

அப்பியாசம் 8



1. இந்தப் படம் ஒரு தலாவைக் குறிக்கின்றது. சில நென்புகள் அச்சுலக்கைக்கு மேலும், சில அச்சுலக்கைக்குக் கீழும் இருக்கின்றன. அச்சுலக்கையிலிருந்து எண்ணுவதானால், க, ப, ம, ச என்ற படிகளை எப்படிக் குறிக்கலாம்? அதைப் போல ஒரு படம் வரைந்து + 4, - 3, + 1, - 1, 0, - 4, + 2, + 3 ஆகிய நென்புகளைக் காட்டு. நென்புகளின் இலக்கங்கள் இருக்கும் ஒழுங்கை அவதானி.

2. ஒரு பையன் இருப்பைக் கொட்டை அடித்து 6 நாட்களின் வெற்றி தோல்வியைப் பின்வருமாறு எழுதி வைத்திருக்கிறான்:— + 8இ, + 5இ, - 7இ, - 14இ, + 6, 0இ. இவற்றை விளக்கு.

3. 1937 இ. பி. என்பது + 1937 என்று எழுதப் பட்டால் — 50 என்பது எக்காலத்தைக் குறிக்கும்?

4. ஒவ்வொன்றும் 100 ரூபாய்ப்படி 5 பொருள் கணைவாங்கிப் பின் அவற்றைத் தனித்தனி 120 ரூபாய், 94 ரூபாய், 80 ரூபாய், 100 ரூபாய், 130 ரூபாய்க்கு விற்கிறேன். ஒவ்வொரு முறையும் கயமென்ன?

5. ஒரு பரீட்சையில் சராசரிப்புள்ளி 40, 45 புள்ளி பெற்ற யையனை + 5ஆல் குறித்தால், — 9ஆல் குறிக்கப்பட்ட பையனுக்கு எத்தனை புள்ளி? 48, 30, 40 புள்ளிகள் பெற்றவர்களை எப்படிக் குறிக்கலாம்?

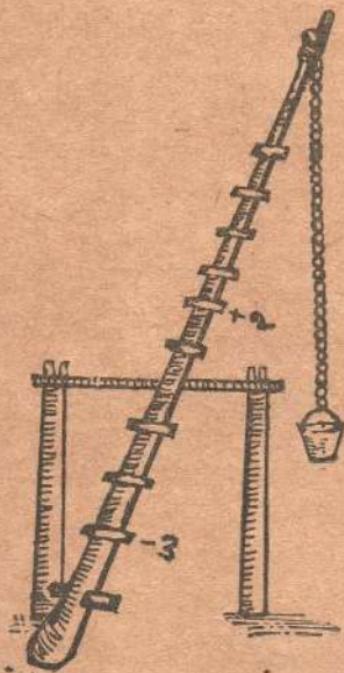
6. இன்றைய விலக்கி வரப்போகிற 5ஆம் நாளை + 5 நாள் என்று குறித்தால், — 1நாள், + 1நாள், 0நாள் என்பன எந்தாட்களைக் குறிக்கும்?

7. (i) 5ஐப் பெரிதாகவுடைய அடுத்து வரும் 4 எண்கள் எழுது.

(ii)	3ஐப்	,	,	,
(iii)	0ஐப்	,	,	,
(iv)	-2ஐப்	,	,	,
(v)	3ஐச் சிறிதாகவுடைய	,	,	,
(vi)	-2ஐச்	,	,	,

சுருக்குதல் (ii)

இந்தப் படத்திலே அச்சுலக்கையிலிருந்து மேல் இரண்டாம் நென்பை + 2 என்று குறிக்கலாமென்பதும், அவ்விதமே கீழ் மூன்றாம் நென்பை - 3 என்று குறிக்கலா மென்பதும் அறிக்கிருக்கிறீர்கள்.



ஒருவன் + 5 நென்புகள் நடந்தான் என்றால் அவன் துலாவில் ஏறினவனு, இறங்கினவனு? — 5 நென்புகள் நடந்தான் என்றால்? ஆனபடியால், + 5 நென்புகள், — 5 நென்புகள் என்று சொல்லும்பொழுது ஐந்து என்ற எண் நென்புகளின் தொகையையும் அடையாளம் எத்திசைஎன்பதையும் குறிக்கும்.

ஒருவன் அச்சுலக்கையிலிருந்து 2 நென்புகள் ஏறித் துலாவத் தாழ்க்க முடியாமல் பின்னும் 1 நென்பு ஏறினன். இப்பொழுது எந்த நென்பில் நிற்கிறன்?

அதாவது, $+ 2 + 1 = + 3$

3 நென்புகள் ஏறி 2 நென்புகள் இறங்கினால் எந்த நென்பில் நிற்பான்?

அதாவது, $+ 3 - 2 = + 1$.

3 நென்புகள் ஏறி 5 நென்புகள் இறங்கினால் இப்பொழுது எந்த நெண்பில் நிற்பான்?

அதாவது, $+ 3 - 5 = - 2$.

அச்சுலக்கையிலிருந்து கீழ்நோக்கி முதலில் 3 நென்புகளும், பின்பு 1 நென்பும் நடந்தால் இப்பொழுது எந்த நெண்பில் நிற்பான்?

அதாவது, $- 3 - 1 = - 4$

அப்பியாசம் 9 (i) வாய்க்கணக்குகள்

பட. த்தைப் பார்த்துச் சுருக்கு :—

- | | | |
|---------------|---------------|---------------|
| 1. $+ 5 - 2$ | 2. $+ 6 - 4$ | 3. $+ 2 - 5$ |
| 4. $+ 2 - 6$ | 5. $+ 3 - 5$ | 6. $+ 2 - 4$ |
| 7. $- 2 + 5$ | 8. $- 3 + 6$ | 9. $- 4 + 7$ |
| 10. $- 3 + 1$ | 11. $- 4 + 2$ | 12. $- 3 - 1$ |
| 13. $- 2 - 2$ | 14. $- 1 - 3$ | 15. $+ 3 - 5$ |
| 16. $- 3 + 5$ | | |

அப்பியாசம் 9 (ii)

சுருக்கு :

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1. $3 - 2 + 4 - 1$ | 2. $6 - 2 + 1 - 5$ |
| 3. $12 - 13 + 14 - 15$ | 4. $-17 + 5 + 6$ |
| 5. $- 3 + 5 - 4 - 6$ | 6. $1 - 0 + 1 - 2 + 0$ |
| 7. $8 - 3 + 4 - 6$ | |

அப்பியாசம் 9 (iii)

- | | | |
|----------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|
| 1. $8\text{ப} - 6\text{ப}$ | 2. $6\text{ப} - 8\text{ப}$ | 3. $- 2\text{க} + 5\text{க}$ |
| 4. $5\text{ம} - 6\text{ம}$ | 5. $0 + 2\text{ப}$ | 6. $0 - 2\text{ப}$ |
| 7. $- 3\text{உ} + 0$ | 8. $- 8\text{உ} - 0$ | 9. $- 4\text{ம} - 3\text{ம}$ |
| 10. $2\alpha - 5\alpha$ | 11. $- 5\alpha - 4\alpha$ | 12. $2\alpha + 3\alpha - 8\alpha$ |
| 13. $4m - 11m + 6m$ | 14. $\rightarrow x + 8x - 2x + 5x$ | |

அப்பியாசம் 9 (iv)

சுருக்கு :

1. $7u - 9m - 5p - 2m$
2. $3u - 4m - 5p + 3m$
3. $-2k - 3p - k + 5k$
4. $14\alpha - 8\beta + 3\beta - 9\alpha$
5. $2(a - b) + 3(b - a)$
6. $a + 2 + 3(a - 5)$
7. $3(a - 4) + 2(a - 2)$
8. $3(2a - 4) + 4(3 - 2a)$

அப்பியாசம் 9 (v)

கூட்டு :

1. $4\alpha + 3\beta - 22; \quad 2\alpha - \beta + 32; \quad 3\alpha + 2\beta - 22$
 2. $\pi - 3m + 3u; \quad m - 4u - 4\pi; \quad u - 3\pi + 3m$
 3. $-4\alpha - 3\beta - 72; \quad 4\alpha + 62; \quad 2\beta - 52;$
 $\beta + 3\alpha + 2$
 4. $\alpha + 3\beta + 4k; \quad 2\beta - 5k; \quad 5\beta + 7k + 5;$
 $4\alpha + 2\beta$
 5. $u + m - 5; \quad 7 + 3u; \quad -4 - 2m + u; \quad 3m - 2u$
 6. $14k + 3m - 12\pi; \quad 21m - \pi + 3\pi; \quad 13\pi +$
 $22\pi + 2k$
 7. $3x - y + z; \quad 2x + 3y - z; \quad x + y + 2z$
 8. $a + 4b - c; \quad 4a + 2b - 2c; \quad 2a - b + 3c$
 9. $-6a + 7b + 4c; \quad -a - b - c; \quad 8a - 2b + 5c$
 10. $3m - n + a; \quad 5m + n - 2a; \quad m + 3n - 4a$
 11. $3a - 4b + 5c; \quad -2a + 8b - 5c; \quad a - 4b + 3c$
 12. $6x - 8y + 10z; \quad 2x - y - z; \quad -3x + 5y - 8z$
-

பாடம் 10

கழித்தல்

முன் சொன்ன துலாவிலே + 3ஆம் நெண்பிலிருந்து
+ 5ஆம் நெண்பிற்குப் போகவேண்டுமானால் இன்னும்
எத்தனை நெண்புகள் போகவேண்டும்? அதாவது,
+ 5இருந்து + 3ஐக் கழிக்கவேண்டும்.

$$\begin{array}{r}
 + 5 \\
 + 3 \\
 \hline
 + 2
 \end{array}$$

அதாவது, ஒரு குறித்த கெண்பிலிருந்து வேறென்றிற்குப் போவதற்கு எத்தனை நெண்புகள் நடக்கவேண்டும் என்பதை அறிவதற்கு போகவேண்டிய நெண்பிலிருந்து இப்பொழுது நிற்கின்ற நெண்பைக் கழிக்கவேண்டும்.

— 3ஆம் நெண்பிலிருந்து + 5ஆம் நெண்பிற்கு
இன்னும் எத்தனை நெண்புகள் போகவேண்டும்?
+ 5இருந்து — 3ஐக் கழிக்கவேண்டும். படத்தைப்
பார்த்து எண்ணிச் சொல்லுங்கள் பார்ப்போம்.

$$\begin{array}{r}
 \text{அதாவது,} \\
 + 5 \\
 - 3 \\
 \hline
 + 8
 \end{array}$$

+ 3ஆம் நெண்பிலிருந்து — 5ஆம் நெண்பிற்குப்
போவதற்கு இன்னும் எத்தனை நெண்புகள் போக
வேண்டும்? எண்ணிச் சொல்லுங்கள்.

$$\begin{array}{r}
 \text{அதாவது,} \\
 - 5 \\
 + 3 \\
 \hline
 - 8
 \end{array}$$

ஆகவே இப்படியான கழித்தற் கணக்குகளைப்
படத்திற்காட்டிய துலா நெண்புகளைக் கொண்டு செய்து
கொள்ளலாம்.



கழி: + 5

+ 3. அதாவது, + 3 ஆம் நெண்பிலிருந்து + 5 ஆம் நெண்புக்கு இன்னும் எத்தனை நெண்புகள் போகவேண்டுமென்பது. மறு மொழி என்ன?

கழி: + 5

- 3. அதாவது, - 3 ஆம் நெண்பிலிருந்து + 5 ஆம் நெண்புக்கு இன்னும் எத்தனை நெண்புகள் போகவேண்டுமென்பது. மறு மொழி என்ன?

கழி: - 5

+ 3. அதாவது, + 3 ஆம் நெண்பிலிருந்து - 5 ஆம் நெண்புக்கு இன்னும் எத்தனை நெண்புகள் போகவேண்டுமென்பது. மறு மொழி என்ன?

அப்பியாசம் 10 (i)

படத்தைப் பார்த்துக் கழி:

1. + 5	2. + 5	3. + 7	4. + 6	5. + 8
<u>+ 2</u>	<u>- 2</u>	<u>- 2</u>	<u>- 3</u>	<u>- 4</u>
6. + 2	7. - 2	8. - 2	9. - 4	10. - 6
<u>- 5</u>	<u>+ 5</u>	<u>+ 6</u>	<u>+ 2</u>	<u>+ 2</u>
11. - 4	12. + 2	13. + 2	14. - 2	15. - 2
<u>- 2</u>	<u>+ 4</u>	<u>- 4</u>	<u>+ 4</u>	<u>0</u>
16. 0	17. - 3	18. 0		
<u>- 3</u>	<u>6</u>	<u>3</u>		

கழிக்கும்பொழுதெல்லாம் : இப்படியாக ஒரு படம் வரைந்து அதன்மூலமாக மறுமொழியை அறிந்துகொள் வது கஷ்டம். இலகுவான ஒரு வழி உண்டு. அதை அ. 1 - 4

அறிந்துகொள்வோம். இப்பொழுது நீங்கள் செய்த கணக்குகள் சிலவற்றைக் கழிக்கப்படுமென்னின் அடையாளத்தை மாற்றிக் கூட்டற கணக்குகளாகச் செய்யுங்கள். அதாவது,

கூட்டு:

$$\begin{array}{r} 1. \quad + 5 \quad 2. \quad + 5 \quad 3. \quad + 7 \quad 4. \quad + 6 \quad 5. \quad + 8 \\ - 2 \qquad \qquad + 2 \qquad \qquad + 2 \qquad \qquad + 3 \qquad \qquad + 4 \\ \hline + 3 \qquad \qquad + 7 \qquad \qquad + 9 \qquad \qquad + 9 \qquad \qquad + 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6. \quad + 2 \quad 7. \quad - 2 \quad 8. \quad - 2 \\ + 5 \qquad \qquad - 5 \qquad \qquad - 6 \qquad \qquad \dots \qquad \dots \qquad \dots \\ \hline + 7 \qquad \qquad - 7 \qquad \qquad - 8 \end{array}$$

மறுமொழிகளைல்லாம் ஒத்துவருகின்றன. ஆனால், கழிக்கும்பொழுது, கழிக்கப்படவேண்டிய எண்ணின் அடையாளத்தை மாற்றிக் கூட்டலாம். சில உதாரணங்களைப் பாருங்கள் :

$$\begin{array}{ll} 1. \text{ கழி: } & + 3\text{ப} \qquad \text{அதாவது, கூட்டு: } + 3\text{ப} \\ & - 4\text{ப} \qquad \qquad \qquad \qquad + 4\text{ப} \\ & \hline & + 7\text{ப} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 2. \text{ கழி: } & - 5\text{ம} \qquad \text{அதாவது, கூட்டு: } - 5\text{ம} \\ & + 3\text{ம} \qquad \qquad \qquad \qquad - 3\text{ம} \\ & \hline & - 8\text{ம} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 3. \text{ கழி: } & - \text{ப} - \text{ம} \qquad \text{அதாவது, கூட்டு: } - \text{ப} - \text{ம} \\ & + 3\text{ப} - 4\text{ம} \qquad \qquad \qquad \qquad - 3\text{ப} + 4\text{ம} \\ & \hline & - 4\text{ப} + 3\text{ம} \end{array}$$

அப்பியாசம் 10 (ii)

பின்வரும் கழித்தற் கணக்குகளைக் கூட்டற் கணக்குகளாக மாற்றி எழுதிச் செய்.

$$1. + 4\text{u} \quad 2. - 4\text{u} \quad 3. - 4\text{u} \quad 4. + 7\text{u} \quad 5. - 7\text{u}$$

$$\underline{+ 7\text{u}} \quad \underline{- 7\text{u}} \quad \underline{- 7\text{u}} \quad \underline{- 4\text{u}} \quad \underline{+ 4\text{u}}$$

$$6. - 7\text{u} \quad 7. - 3\text{u} + 4\text{m} \quad 8. 13\text{k} - 17\text{s}$$

$$\underline{- 4\text{u}} \quad \underline{- 4\text{u} - 3\text{m}} \quad \underline{- 17\text{k} + 13\text{s}}$$

ஒவ்வொரு முறையும் இப்படியாகக் கழித்தற் கணக்குகளைக் கூட்டற் கணக்குகளாக மாற்றி யெழுதிச் செய்யவேண்டிய அவசியமில்லை; மனதிலேயே அடையாளங்களை மாற்றி வைத்துக்கொண்டு செய்து கொள்ளலாம். பாருங்கள்.

கழி:

1. $3\text{u} - 4\text{m}$	2. $- 7\text{s} + 3\text{k}$
$\underline{- 5\text{u} - 3\text{m}}$	$\underline{3\text{s} - 7\text{k}}$
$8\text{u} - \text{m}$	$- 10\text{s} + 10\text{k}$

கூட்டலிற்போல் இடதுபக்கத்திலிருந்தே கழித்தலையும் ஆரம்பிக்கலாம்.

அப்பியாசம் 10 (iii)

கழி:-

1. $2\text{a} - 3\text{e}$	$\text{என்பதிலிருந்து} - 3\text{a} + 6\text{e}$	என்பதை
2. $2\text{a} + 3\text{e}$	"	$3\text{a} + 6\text{e}$ "
3. $2\text{p} + 5\text{m}$	"	$2\text{p} - 8\text{m}$ "
4. $3\text{p} + 9\text{m}$	"	$7\text{p} + 19\text{m}$ "
5. $\text{k} + \text{p} - \text{m}$	"	$\text{k} - \text{p} + \text{m}$ "
6. $\text{a} - 2\text{i} + 2\text{u}$,	$2\text{a} + 4\text{i} - 5\text{u}$,
7. 0	,	$\text{k} - 10$,
8. 0	,	$\text{p} + 5$,

9. ஒன்றிலிருந்து $3a + 10$ என்பதை
10. மூன்றிலிருந்து $5 + 3c$,,
11. $2a + 3b - c$ என்பதிலிருந்து $3a - b + c$,,
12. $-2a + b + 2c$,, $-3a + 3b + c$,,
13. $2a + 5b - 3c$,, $a - 2b + 4c$,,
14. $x - 3y - 3z$ என்பதை $5x - 3y + 2z$ என்பதிலிருந்து
15. $7x - 5y - 7z$, , $5x - 3y - 3z$,,
16. $6l - 8m + 10n$, , $2l - m - n$,,
17. $-3l + 5m - 8n$, , $6l - 8m + 10n$,,
18. $p + 3q - 4r$, , $5p + q - 2r$,,
19. $3p - q + r$, , $p + 3q - 4r$,,
20. $-5p + 5q + r$, , $7p - 4q - 4r$,,
21. $2a - 3b, -a + 2b$ என்பனவற்றைக் கூட்டி வருவதிலிருந்து $3a + 8b$ என்பதைக் கழி.
22. $-2a + 3b, a - 2b$ என்பனவற்றைக் கூட்டி வருவதிலிருந்து $5a - 2b$ என்பதைக் கழி.
23. $x - 3y, 2x + y$ என்பனவற்றைக் கூட்டி வருவதை $4x + 3y$ என்பதிலிருந்து கழி.
24. $-5p + 2q, 2p - 7q$ என்பனவற்றைக் கூட்டி வருவதை $8p + 2q$ என்பதிலிருந்து கழி.
-

அடைப்புக்குறி நீக்கம் (ii)

ஒரு கடைக்காரன் 20 யார்த் துணியிலிருந்து ஒருவ
னுக்கு 6 யாரையும் இன்னெருவனுக்கு 2 யாரையும்
விற்கிறார்கள். மிகுதி எத்தனை யார்? விற்ற முழுத்
தொகையையும் கண்டு 20 இலிருந்து கழிக்கலாம்.

$$\text{அதாவது, } 20 - (6 + 2)$$

அல்லது 20 இலிருந்து 6ஐக் கழித்துப் பின் 2ஐக் கழிக்க
லாம்.

$$\text{அதாவது, } 20 - 6 - 2$$

$$\text{ஆகவே, } 20 - (6 + 2) = 20 - 6 - 2$$

முதன்முறை கூட யாரும் இரண்டாம்முறை 3 யாரும்
விற்கப்பட்டால் மிகுதி எத்தனை யார்? முன்போல
20 இலிருந்து (க + 2) முழுவதையும் கழிக்கலாம்;
அல்லது கூட வைக் கழித்து பின் 2ஐக் கழிக்கலாம்.

$$\text{அதாவது, } 20 - (க + 3) = 20 - க - 3.$$

அந்தத் துணியிலிருந்து 6 யார் கழிக்கப்பட்டபின்
அந்த 6 யாரிலே பழுதாகக் காணப்பட்ட 2 யார் திருப்
பிக் கொடுபடுகிறதென்று வைத்துக்கொள்ளுவோம்.
கடைக்காரனிடம் இப்பொழுது எஞ்சியிருப்பது
எத்தனை யார்? உண்மையில் விற்கப்பட்டதை
20 இலிருந்து கழிக்கலாம்; அல்லது 20 இலிருந்து 6ஐக்
கழித்து பின் 2ஐக் கூட்டலாம்.

$$\text{அதாவது, } 20 - (6 - 2) = 20 - 6 + 2.$$

8 யார் விற்கப்பட்டபின் படி யார் திருப்பிக் கொடுக்
கப்பட்டால் மிகுதி எத்தனை யார்? $20 - (8 + ப.)$
அல்லது $20 - 8 + ப.$

$$\text{ஆகவே, } 20 - (8 - ப) = 20 - 8 + ப$$

இவற்றிலிருந்து நாம் அறியக்கூடிய தென்ன வெள்ளுல், அடைப்புக்குறிக்குமுன் சய அடையாளமிருந்தால் அடைப்புக்குறியை விலக்கி எழுதும்பொழுது அடைப்புக்குறிக்குள் இருக்கும் எண்கள் ஒவ்வொன்றின் அடையாளமும் மாறும் என்பது.

$$\begin{aligned}\text{உதாரணம் : } & 7a - (a - 1) - 4 \\ & = 7a - a + 1 - 4 \\ & = 6a - 3\end{aligned}$$

அப்பியாசம் 11 (i)

அடைப்புக்குறியை நீக்கி எழுது.

- | | |
|-------------------------|--------------------|
| 1. $8u - (6m + 3)$ | 2. $7m - (2u + 1)$ |
| 3. $8u - (6m - 3)$ | 4. $7m - (2u - 1)$ |
| 5. $7u + 8 - (5k - 2s)$ | 6. $8u + (6m - 3)$ |

அப்பியாசம் 11 (ii)

அடைப்புக்குறியை நீக்கி இயன்றவரையிற் சுருக்கு:

- | | |
|--|----------------------|
| 1. $a - (b + c)$ | 2. $a - (b - e)$ |
| 3. $a - (-b - c)$ | 4. $a - (b - c + d)$ |
| 5. $3a - (a + b)$ | 6. $a - (b + c - a)$ |
| 7. $(8a + 5b) - (2a - 4b)$ | |
| 8. $(2a + 3b) - (a - b + 5)$ | |
| 9. $7a - (5a - 2b) + 3b$ | |
| 10. $3a - (4b - 5a) + (2a + 3b)$ | |
| 11. $3(a - b) + 4(a - 2b) - 4a - (a - 2b)$ | |
| 12. $2(a + b) - (a - b) - (a + b)$ | |
| 13. $5(3a - 2) - (a + 2) + 3a - (1 - a)$ | |
| 14. $-4a - (-5a + 3b) - (a + b) - (a - b)$ | |

அப்பியாசம் 11 (iii)

பின்வரும் சமீகரணங்களை வீடுவி :

1. $52 - (10x - 5) = 27$
2. $4(x - 3) - (x - 4) = 6 - x$
3. $4 - x - (x - 3) = 4(x - 5) - (x + 1) + 3$
4. $x + 6 - (x - 6) = -(x + 7)$
5. $3(x - 2) - (x + 1) = 3(x - 7) + 6x$

மீட்டற் பயிற்சி 3

1. (i) கூட்டு :—

$$2a - 3b; \quad -a + 6b - 4c; \quad -3a - 3b + 5c$$

(ii) $3p - 4q$ என்பதிலிருந்து $2x - p - 3q$ என்பதைக் கழி.

2. பின்வருவனவற்றை அறியும்பொழுது மறு மொழிகள் சய அடையாள மூள்ளனவாகக் காணப்படுகின்றன. ஏன்?

(i) ஒரு மரத்திலும் பார்க்க ஒரு வீடு எவ்வளவு உயரம் கூட என்பது காணும்பொழுது மறு மொழி — 5 அடி.

(ii) இராமன் கோவிந்தனுக்குக் கொடுக்கவேண்டிய பணம் — 30 ரூபாய்.

(iii) 1900 ஆம் ஆண்டில் ஒரு பையனுடைய வயசு — 20.

3. $3c - 4b$ என்பதிலிருந்து $a - b$ என்பதைக் கழித்து வருவதை $4c - a - 3b$ என்பதோடு கூட்டு.

4. விடுவி— (i) $13 + 5x = 9 + 2(8 + 4x)$
 (ii) $4x + 2(x - 3) = 4(x - 3) + 2$
 (iii) $5(3 - x) - (15 - 3x) = 0$

5. ஒரு வியாபாரி $\frac{1}{2}$ பழங்களை 6 சதவீதம் வாங்கி $\frac{1}{2}$ பழங்கள் அழுகியபின்பு மிகுதியை 10 சதவீதம் விற்கிறான். அவனுடைய நயமென்ன?

6. சுருக்கு :— (i) $x(y - z) + y(z - x) + z(x - y)$
 (ii) $a(4 + 7b) - (2a - 6b) + 5a(5 - b)$

7. கழி :—	இவற்றிலிருந்து	இவற்றை
(i)	$4a$	$-7a$
(ii)	$-5a$	0
(iii)	-1	a
(iv)	$3a$	1

8. விடுவி :— (i) $6(1 - x) + 4 = 3(2 - x) - 4$
 (ii) $7(x - 3) - 7(x - 3) = 5(2 - x) - (10 - x) - 18$

9. அடைப்புக் குறிகளை பிரப்பு :—

(i) $3a - 9 = 3(\quad)$
 (ii) $5a + 20 - 32 = 5(\quad) - 32$
 (iii) $5a - 3p + 4q = 5a - (\quad)$
 (iv) $2 - a = 5 - (\quad)$

10. $a - b = 100$ எனக்கொண்டு $5a - 5b$ எவ்வளவு என்பதை அறி.

11. $5x + 3 - 2x = x + *$ என்ற சமீகரணத்திலே. $x = 8$ எனக்கொண்டால் புள்ளியிட்ட இடத்திலே என்ன எண் இருக்கவேண்டும்?

பாடம் 12

பெருக்கல் (ii)

சற்சதுர அலை ஒன்றின் நீளம் 12அடி. அதன் பரப்பு என்ன? 12×12 சதுர அடி = 144 சதுர அடி. இதை 12^2 சதுர அடி என்றும் எழுதலாம். நீளம் அடி ஆனால் பரப்பு என்ன? அ \times அ சதுரஅடி = அஅ சதுரஅடி. இதையும் அ 2 சதுரஅடி என்று எழுதலாம். ஒருவன் a பழங்களை ஒன்று a சதவீதம் வாங்குகிறான். எல்லாவற்றுக்கும் விலை என்ன? $a \times a$ சதம் = a^2 சதம் = a^2 சதம்.

12^2 என்பது பன்னிரண்டின் வர்க்கம் என்றும் அ 2 என்பது அவின் வர்க்கம் என்றும், a^2 என்பது யின் வர்க்கம் என்றும் வாசிக்கப்படும்.

ஒரு பெட்டியின் நீளம் = அகலம் = உயரம் = 4 அடி. அதன் கணமென்ன? $4 \times 4 \times 4$ கணஅடி = 64 கணஅடி. இதை 4^3 கணஅடி என்றும் எழுதலாம். நீளம் = அகலம் = உயரம் = அஅடி. அதன் கணமென்ன? அ \times அ \times அ கணஅடி = அஅஅ கணஅடி = அ 3 கணஅடி. 4^3 என்பது நாலின் கணம் என்றும் அ 3 என்பது அவின் கணம் என்றும் வாசிக்கப்படும். அப்படியே $a \times a \times b \times b \times b = a^2 b^3$. இது யின் வர்க்கம் யின் கணம் என்று வாசிக்கப்படும்.

அப்பியாசம் 12

1. சுருக்கி எழுது; எழுதியின் வாசி,

- (i) க \times க (ii) ம \times ம (iii) க \times க \times க
- (iv) 7 \times க \times க (v) ப \times 7 \times ப (vi) ம \times ம \times 9 \times ம
- (vii) ப + ப + ப + ப (viii) 3 \times க \times 2 \times க

2. பள்பதை மூன்றுமுறை எழுதிக் கூட்டினால் மறுமொழி என்ன? மூன்றுமுறை எழுதிப் பெருக்கி னால் மறுமொழி என்ன?
3. கிறிட்ட இடங்களிலே பெருக்கல் வாய்பாட்டிற் போலப் பெருக்கி எழுது:

	a	$2a$	$3a^2$	$4ab$
a	—	—	—	—
$2a$	—	—	—	—
$3a^2$	—	—	—	—
$4ab$	—	—	—	—

4. அடைப்புக்குறியை நீக்கு :

- (i) $a(a + 5m)$ (ii) $2a(3a + 5m)$
 (iii) $3a(4a - 3m)$ (iv). $5k(\frac{1}{2}k^2 - 3k + 4)$

5. $a = 3$, $b = 4$ எனக்கொண்டு பின்வருவன வற்றின் விலையைக் காண :

- (i) a^2 (ii) b^2 (iii) a^3 (iv) b^3
 (v) $5a^2$ (vi) ~~3~~ a^2 (vii) $2a^3$ (viii) $3b^3$
 (ix) $a^2 + b^2$ (x) ~~2~~ $b^2 - a^2$

6. $a = 5$, $b = 3$ எனக்கொண்டு பின்வருவனவற் றின் விலையைக் காண :

- ✓(i) a^2b (ii) $2ab^2$ (iii) a^2b^2
 (iv) $a^2 + b^2$ (v) $(a + b)^2$ (vi) $a^2 - b^2$
 (vii) $(a - b)^2$ (viii) $a^3 + b^3$ (ix) $(a + b)^3$
 (x) $a^3 - b^3$ (xi) $(a - b)^3$

பெருக்கல் (iii)

இரு பையன் தன்னுடைய வீட்டிலே சதுரமாக ஒரு பூங்தோட்ட முண்டாக்குகிறார்கள். அதன் ஒவ்வொரு பக்கமும் ப அடி நீளம். அதன் பரப்பு என்ன? பூங்தோட்டம் நயமாய் வருவதில் மகிழ்ந்து அடுத்த வருஷம் அதைப் பெருப்பிக்கிறார்கள்; நீளம் 3 அடியும் அகலம் 2 அடியும் கூட்டப்படுகின்றன. இப்பொழுது தோட்டத்தின் பரப்பென்ன?

3 (3ப)	P
	P^2 P
(6)	(2ப) 2

படத்தைப் பார்த்தால் அவன் கூட்டிய நிலம் ஒரு ட வைப் போல் இருக்கிறது. சதுரத் தின் ஒரு பக்கத்தை மாத்திரம் 3 அடி கூட்டினால் கூட்டிய நிலம் 3ப சதுர அடி; மற்றப் பக்கத்தை மாத்திரம் 2 அடி கூட்டினால் கூட்டிய

நிலம் 2ப சதுர அடி; இரண்டு பக்கமும் ஒரே முறையிற் கூட்டப்பட்டபடியால் இவ்விரண்டு துண்டுகளோடு மூலியிலுள்ள சிறு துண்டுக் கூடியது. அதன் பரப்பென்ன? ஆகவே கூட்டிய நிலத்தின் மொத்தப் பரப்பு = $(3\text{ப} + 2\text{ப} + 6)$ சதுர அடி. பழைய தோட்டத்தின் பரப்பு என்ன? ஆகையால் இப்பொழுது அவனுடைய தோட்டத்தின் பரப்பு = $(P^2 + 3\text{ப} + 2\text{ப} + 6)$ சதுர அடி.

பரப்புக் காண்பதென்றால் பெருக்கிய மறியலா மல்லவா? இப்பொழுது தோட்டத்தின் நீளமென்ன? அகலமென்ன? ஆனபடியால் பரப்பு = $(P+3) \times (P+2)$ சதுர அடி. ஆகவே $(P+3) \times (P+2)$ ஆல் பெருக்க

வேண்டும். பெருக்கியறிவது, படம் வரைந்து அறிவதி லும் இலகு. ஆனபடியால் பெருக்கும் வழியை அறிந்து கொள்ளுவோம். முதலில் எண்கணிதத்தில் எப்படிப் பெருக்கல்கள் செய்யப்படுகின்றன என்பதைச் சற்று யோசிப்போம். 2 அந்தர் 3 குவாட்டர் 12 இருத்தலை 3ஆற் பெருக்கும்பொழுது,

அ.	ஞ.	இச.
2	3	12
		3
8	2	8

என்ற எழுதிப் பெருக்குகிறீர்கள். சாதாரணமாக எழுதுவதெல்லாம் இடதுபக்கத்திலிருந்து வலது பக்கமாக இருக்கவும் எண் கணிதப் பெருக்கலிலே வலது பக்கத்திலிருந்தே இடது பக்கமாக எழுதுகிறோம். நியாயமென்னவென்றால் பெருக்கும்பொழுதே இருத்தலைக் குவாட்டராக்கவும் குவாட்டரை அந்தராக்கவும் வேண்டியிருப்பதே. இப்படியே வேறு எண்கணிதப் பெருக்கல்களும். ஆனால் அக்ஷர கணிதப் பெருக்கல்களில் இப்படியான தேவையில்லை. அக்ஷர கணிதக் கூட்டல் கழித்தல்களிலும் இடப்பக்கத்திலிருந்து தொடங்கலா மெனப் படித்திர்கள்லவா? ஆனபடியால் வழக்கமாக எழுதுவதைப்போல இடது பக்கத்திலிருந்து வலது பக்கமாகப் பெருக்கி எழுதலாம்.

இப்பொழுது (ப + 3)ஐ (ப + 2)ஆல் எழுதிப் பெருக்கிப் பார்ப்போம். பெருக்கும்பொழுது,

(1) இடது பக்கத்திலிருந்தே பெருக்கல் தொடங்கப்படும்.

(2) (ப + 3)ஐ (ப + 2)இலுள்ள பவாலும் பெருக்கவேண்டும், 2ஆலும்பெருக்கவேண்டும்.

(3) ப ஆலும் 2 ஆலும் பெருக்கி வருவதை ஒரே வரியில் எழுதாமல் தனித்தனி வரியில் கூட்டலில் எழுதுவதுபோல இன இலக்கங்களை ஒன்றின்கீழ் ஒன்றாக எழுதிக்கொள்ளலாம். பின்பு கூட்டல் வேண்டும்,

$p + 3$			p
$p + 2$			+
$\frac{p^2 + 3p}{2p + 6}$		+	2
$p^2 + 5p + 6$	+	$p \times p = p^2$	
		$p \times 3 = 3p$	
		$2 \times p = 2p$	
		$2 \times 3 = 6$	

படத்திற் பார்த்தறிந்த பரப்பும் பெருக்கியறிந்த பரப்பும் சமமாக இருக்கின்றன அல்லவா?

இன்னொரு உதாரணம் :

ஒருவன் க சதவீதம் க பழங்கள் வாங்குகிறார். இன்னொருவன் 5 சதம் விலை கூடிய பழங்களில் 3 கூட வாங்குகிறார். இரண்டாம் ஆள் எவ்வளவு செலவிடுகிறார்?

இந்தக் கணக்கிலே படங் கிறவே முடியவில்லை. பெருக்குவதே வழி.

இரண்டாம்மனிதன் வாங்கியபழங்கள் = $k + 3$
ஒன்றின் விலை = $(k + 5)$ சதம்

மொத்த விலை :

$k + 3$			k
$k + 5$			+
$\frac{k^2 + 3k}{5k + 15}$		+	15
$k^2 + 8k + 15$	+	சதம்.	

அப்பியாசம் 13 (i)

எழுதிப் பெருக்கு :

- | | |
|-----------------------------|---------------------------------------|
| 1. $(u + 3) \times (u + 4)$ | 2. $(\alpha + 8) \times (\alpha + 2)$ |
| 3. $(k + 5) \times (k + 6)$ | 4. $(m + 7) \times (m + 7)$ |
| 5. $(u + 6)^2$ | 6. $(2 + m) \times (2 + m)$ |

அப்பியாசம் 13 (ii) வாய்க்கணக்குகள்

பெருக்கு :

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1. $(u + 1)(u + 2)$ | 2. $(u + 2)(u + 3)$ |
| 3. $(u + 3)(u + 3)$ | 4. $(u + 4)^2$ |
| 5. $(a + 6)^2$ | 6. $(a + 7)(a + 8)$ |
| 7. $(a + 8)(a + 9)$ | 8. $(a + 9)^2$ |
| 9. $(3 + a)(5 + a)$ | 10. $(3 + a)^2$ |

அப்பியாசம் 13 (iii)

எழுதிப் பெருக்கு :

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| 1. $(2a + 3) \times (3a + 2)$ | 2. $(3a + 2) \times (2a + 1)$ |
| 3. $(2a + 1) \times (3a + 1)$ | 4. $(5a + 2) \times (3a + 4)$ |
| 5. $(2a + 5) \times (5a + 1)$ | 6. $(4a + 1) \times (2a + 3)$ |
| 7. $(4a + 3) \times (2a + 1)$ | 8. $(3a + 5) \times (2a + 3)$ |
| 9. $(5a + 3) \times (2a + 5)$ | 10. $(5 + 2a) \times (2 + 3a)$ |

அப்பியாசம் 13 (iv)

பின்வரும் சமீகரணங்களை விடுவி :

- $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 16$
- $(x + 5)(x + 1) = x(x - 3) - 13$
- $(x + 1)(x + 3) - x = (x + 2)^2 - 2$
- $x(2x + 1) - x^2 = x(x + 2) + 15$

அப்பியாசம் 13 (v)

1. சதுரமான அறை ஒன்றின் ஒரு பக்கம் *a* அடி. இன்னொரு அறையின் நீளம் 4 அடி கூடவும் அகலம் 2 அடி கூடவும் இருக்கிறது. அதன் பரப்பு என்ன? இரண்டாம் அறையின் பரப்பு முதலாவதின் பரப்பிலும் பார்க்க 44 சதுர அடி கூடவானால் *a* எத்தனை அடி?

2. நீள்சதுரமொன்றின் அகலம் *a* அங்குலம். அதன் நீளம் 7 அங்குலம் கூட. அதன் பரப்பென்ன? இன்னொன்றின் நீளம் முந்தியதன் நீளத்திலும் பார்க்க 4 அங்குலம் குறைய. அதன் அகலம் முந்தியதன் அகலத்திலும் பார்க்க 2 அங்குலம் கூட. இரண்டின் பரப்பும் சமமானால், அவற்றின் நீள அகலங்களை அறி.

3. ஒற்றை எண் ஒன்றைப் பொதுவாக எப்படிக் குறிக்கலாம். அதற்குத்த ஒற்றை எண் என்ன? இரண்டையும் பெருக்கி ஒன்றைக் கழித்தால் வருவது இரட்டை எண் என்று காட்டு.

பெருக்கல் (iv)

அன்ற ஒரு பையன் சதுரமாக ஒரு பூங்தோட்டத்தை உண்டாக்கினாலேன்றும், பின்பு அதை இருபக்கங்களாலும் பெருப்பித்தாலேன்றும் பேசினேம். அப்படி அதைப் பெருப்பிக்காது, செழிப்பான பகுதி யாகையால் ஒரு பக்கத்தை 5 அடி கூட்டியும் செழிப்பில்லாத பகுதியாகையால் மற்றப்பக்கத்தை 2 அடி

5 (5ப-10)	ப	குறைத்தும் விடுகி ருன் என்ற வைத்துக் கொள்ளுவோம். இப் பொழுது அவனுடைய தோட்டத்தின் பரப்பு என்ன? ஒரு வழி படத்தை வரைந்து அதன்மூலமாக அறி வது.
(10)	(2ப)	2

தோட்டம் செய்து இப்பொழுது கழித்துவிட்ட நிலம் = 2ப சதுர அடி.

புதிதாக எடுத்த நிலம் = (5ப - 10) சதுர அடி.

∴ கூட்டிய நிலம் = (5ப - 10 - 2ப) சதுர அடி
= (3ப - 10) சதுர அடி.

பழைய தோட்டத்தின் பரப்பு = p^2 சதுர அடி.

∴ புதிய தோட்டப்பரப்பு = ($p^2 + 3ப - 10$) சதுர அடி.

ஆனால் பெருக்கி அறிவதே இலகு என்று முன்கண்டோம். புதிய தோட்டத்தின் நீளம் = ($p + 5$) அடி.

∴ அகலம் = ($p - 2$) அடி.

∴ பரப்பு = ($p + 5$) × ($p - 2$) சதுர அடி.

எழுதிப் பெருக்குவோம் : $p + 5$

$$\begin{array}{r} p - 2 \\ \hline p^2 + 5p \end{array} ?$$

அப்பாலே போக முடியவில்லை. $(-2) \times p, (-2) \times (+5)$ போன்றவற்றை எப்படிச் செய்யலாம் என்பதை அறியவேண்டும். அதைப்பற்றிச் சிறிது யோசிப்போம்.

$-2 - 2 - 2$ எவ்வளவு?

அதாவது, முன்றுதரம் $(-2) = -6$

அதாவது, $3 \times (-2) = -6$

$-5 - 5 - 5 - 5$ எவ்வளவு?

அதாவது, $4 \times (-5) = -20$.

$-p - p - p - p$ எவ்வளவு?

அதாவது, $4 \times (-p) = -4p$

ஆகவே, $-$ அடையாளமுள்ள இலக்கத்தை $+$ அடையாளமுள்ள இலக்கத்தாற் பெருக்கினால் வருவது $-$ அடையாளமுள்ள இலக்கமாகவேயிருக்கும்; $+$ அடையாளமுள்ள இலக்கத்தை $-$ அடையாளமுள்ள இலக்கத்தாற் பெருக்கினாலும் அப்படியே. அதாவது, பெருக்கலிலே இனமற்ற அடையாளங்கள் சம அடையாளமாகும்.

இனி, முந்திய பெருக்கலைச் செய்து பார்ப்போம் :

$$\begin{array}{r} p + 5 \\ p - 2 \\ \hline p^2 + 5p \\ - 2p - 10 \\ \hline p^2 + 3p - 10 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} (-2) \times p = -2p \\ (-2) \times 5 = -10 \end{array} \right.$$

இதுதான் புதிய தோட்டப் பரப்பு. படத்திற் கண்டதும் இதுதானே.

இன்னெரு உதாரணம் :

இருவன் க சதப்படி a பழங்களை வாங்குகிறன். இன்னெருவன் 3 சதம் விலை குறைந்த பழங்களில் 6 பழங்கள் கூட வாங்குகிறன். இருவரும் செலவிட்ட காசு ஒன்றுக்கொன்று சமமானால் க எவ்வளவு என்பதை அறி.

$$\begin{array}{lcl} \text{முதல்மனிதன் செலவிட்ட காசு} & = a \times a = a^2 \text{ சதம்} \\ \text{மற்றவன் வாங்கிய பழங்கள்} & = a + 6 \\ \text{ஒன்றின் விலை} & = (a - 3) \text{ சதம்} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{மொத்த விலை : } \quad a + 6 \\ \qquad a - 3 \\ \hline a^2 + 6a \\ \qquad \qquad \qquad - 3a - 18 \\ \hline a^2 + 3a - 18 \text{ சதம்.} \end{array}$$

இரு தொகையும் ஒன்றுக்கொன்று சமம்.

$$\begin{aligned} \therefore a^2 + 3a - 18 &= a^2 \\ \therefore \qquad \qquad \qquad 3a &= 18 \\ \qquad \qquad \qquad a &= 6 \end{aligned}$$

அப்பியாசம் 14 (i) வாய்க்கணக்குகள்

பெருக்கு:

1. $(-2) \times (+3)$
2. $(+2) \times (-2)$
3. $(+5) \times (-3)$
4. $(+6) \times (-3)$
5. $(-5) \times 4$
6. $7 \times (-3)$
7. $5 \times (-2)$
8. $(-3) \times 3$
9. $(+a) \times (-2)$
10. $5 \times (+a)$
11. $(-2b) \times 5$
12. $(-a) \times b$
13. $2a \times (-3b)$
14. $2x \times (-3y)$
15. $(-3m) \times 2m$
16. $a = - 3$ எனக்கொண்டு $2a, 5a, 7a, 10a$ எவ்வளவு என அறி.

17. $x = 3, y = - 2$ எனக்கொண்டு பின்வருவன வற்றின் விலையை அறி:— $5x, 5y, xy, -4x, 3xy$

அப்பியாசம் 14 (ii)

எழுதிப் பெருக்கு :

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1. $(u + 5) \times (u - 3)$ | 2. $(u - 5) \times (u + 3)$ |
| 3. $(k + 7) \times (k - 3)$ | 4. $(k - 7) \times (k + 3)$ |
| 5. $(m + 3) \times (m - 3)$ | 6. $(m + 5) \times (m - 5)$ |
| 7. $(l - k) \times (l + k)$ | 8. $(a + 2) \times (a - 7)$ |
| 9. $(x - 5) \times (x + 2)$ | 10. $(p - 3) \times (p + 4)$ |
| 11. $(2 + a) \times (3 - a)$ | 12. $(l - z) \times (2 + z)$ |
| 13. $(m + 5) \times (m - 5)$ | 14. $(2 + m) \times (m - 2)$ |

அப்பியாசம் 14 (iii) வாய்க்கணக்குகள்

- | | |
|---------------------|----------------------|
| 1. $(a + 1)(a - 1)$ | 2. $(a + 2)(a - 2)$ |
| 3. $(a - 3)(a + 3)$ | 4. $(x + 5)(x - 5)$ |
| 5. $(4 - a)(4 + a)$ | 6. $(3 - p)(3 + p)$ |
| 7. $(p + 7)(p - 5)$ | 8. $(p + 5)(p - 2)$ |
| 9. $(a + 5)(a - 7)$ | 10. $(a - 5)(a + 2)$ |

அப்பியாசம் 14 (iv)

எழுதிப் பெருக்கு :

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1. $(2a - 3) \times (3a + 2)$ | 2. $(3a + 2) \times (2a - 1)$ |
| 3. $(2a + 1) \times (3a - 1)$ | 4. $(5x + 2) \times (3x + 2)$ |
| 5. $(2m + 5) \times (5m - 1)$ | 6. $(4m - 1) \times (4m + 1)$ |
| 7. $(4a - 3) \times (2a + 1)$ | 8. $(3a - 5) \times (2a + 3)$ |
| 9. $(5a - 2) \times (3a + 5)$ | 10. $(4a - 3) \times (a + 3)$ |

அப்பியாசம் 14 (v)

பின்வரும் சமீகரணங்களை விடுவீ:

1. $x(x + 1) = (x - 1)(x + 6) - 6$
 2. $x(x + 2) = (x + 1)(x - 2) + 8$
 3. $(x + 1)^2 + (x - 1)(x + 1) + 3x = 21 + 2(x^2 + 1)$
 4. இரட்டை எண் ஒன்றை எப்படிக் குறிக்கலாம்? அதற்கு முன்னும் பின்னு மிருக்கும் ஒற்றை எண் களை எழுது. இவற்றின் பெருக்குத் தொகையோடு ஒன்றைக் கூட்டினால் அந்த இரட்டை எண்ணின் வர்க்கமாகும் என்பதைக் காட்டு.
-

பெருக்கல் (v)

3 (3ப—6)	
(6)	(2ப—6) 2

முன்கூறிய சதுரத் தோட்டத்திலே ஒரு பக்கத்தை 3 அடியும் மற்றப் பக்கத்தை 2 அடியும் குறுக்கினால் இப்பொழுது தோட்டத்தின் பரப்பு என்ன? குறைக்கப்பட்ட நிலம் மூன்று பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டிருப்பது படத்திலே தெரிகிறது. மூலையிலே உள்ள துண்டின் பரப்பு 6 சதுர அடி. மற்ற இரண்டு பகுதிகளும் முறையே (2ப—6) சதுர அடியும் (3ப—6) சதுர அடியும். ஆகவே குறைக்கப்பட்ட நிலத்தின் மொத்தப் பரப்பு = $(6 + 2ப - 6 + 3ப - 6)$ சதுர அடி.

$$= (5ப - 6) \text{ சதுர அடி.}$$

$$\therefore \text{புதிய தோட்டத்தின் பரப்பு} = p^2 - (5ப - 6) \\ = (p^2 - 5ப + 6) \text{ சதுர அடி.}$$

ஆனால் முன்போலப் பெருக்கி அறிவதே இலகு.

$$\text{இரண்டாம்முறை நீளம்} = (p - 3) \text{ அடி}$$

$$\text{,, , , அகலம்} = (p - 2) \text{ அடி}$$

$$\therefore \text{பரப்பு} = (p - 3) \times (p - 2) \text{ சதுர அடி}$$

பெருக்குவோம்: $p - 3$

$$\begin{array}{r} p - 2 \\ \hline p^2 - 3p \end{array}$$

$-2p$? அப்பாலே போக முடியவில்லை.

ஆனால் பெருக்கி யமட்டில் கூட்டி முன் அறிந்த மறு மொழியோடு ஒப்பிட்டால் $(-2) \times (-3) = +6$ என்பது

பெறப்படும். அதாவது, சய அடையாளமுள்ள இலக்க மொன்றைச் சய அடையாளமுள்ள வேலெரூரு இலக்கத் தாற் பெருக்கினால் மறுமொழி சக அடையாளமுள்ள தாகவே இருக்கும்.

அப்பியாசம் 15 (i) வாய்க்கணக்குகள்

பெருக்கு:

1. $(-2) \times (-4)$
2. $(-3) \times (-5)$
3. $(-5) \times (-5)$
4. $(-4)^2$
5. $(-2) \times 5 \times (-3)$
6. $(-5) \times 2 \times (-3)$
7. $(-a) \times (-3)$
8. $(-a) \times (-b)$
9. $(-2a) \times (-b)$
10. $(-3a)^2$
11. $(-3) \times (-3) \times (-3)$
12. $(-4)^3$
13. $(-a)^3$
14. $(-2a) \times 3a \times (-4)$
15. $a = 3, b = -2$ எனக்கொண்டு பின்வருவனவற் றின் விலையைக் காண : $5a$; $3b$; ab ; $-2a - ab$; b^2 .

அப்பியாசம் 15 (ii)

எழுதிப் பெருக்கு:

1. $(a - 5) \times (a - 3)$
2. $(a - 2) \times (a - 8)$
3. $(a - 4) \times (a - 4)$
4. $(a - 3) \times (a - 3)$
5. $(p - 6)^2$
6. $(5 - p) \times (7 - p)$
7. $(3 - p) \times (3 - p)$

அப்பியாசம் 15 (iii) வாய்க்கணக்குகள்

1. $(a - 1)(a - 2)$
2. $(a - 2)(a - 3)$
3. $(a - 3)(a - 4)$
4. $(a - 3)(a - 3)$
5. $(a - 4)(a - 4)$
6. $(a - 5)^2$
7. $(a - 1)^2$
8. $(3 - a)(3 - a)$
9. $(4 - a)(5 - a)$

அப்பியாசம் 15 (iv)

எழுதிப் பெருக்கு:

1. $(2a - 3) \times (3a - 2)$
2. $(3a - 1) \times (4a - 3)$
3. $(4a - 3) \times (2a - 1)$
4. $(4a + 1) \times (2a - 5)$
5. $(2a + 5) \times (3a + 2)$
6. $(5a - 2) \times (2a - 5)$
7. $(3a - 5) \times (5a - 3)$
8. $(4a + 5) \times (4a - 5)$
9. $(7a - 2) \times (2a - 3)$
10. $(3 - 4a) \times (3 + 4a)$
11. $(5 - 2m) \times (7 - 3m)$
12. $(2 - 7m) \times (3 - 4m)$

அப்பியாசம் 15 (v)

பின்வரும் சமீகரணங்களை வீடுவி:

1. $x(x - 5) = (x - 3)(x - 1) + 6$
2. $(x - 3)(x - 2) = x^2 - 4$
3. $6(x - 1)^2 + 7 = (8x - 2)(2x - 9)$
4. $2(2 - x)(4 - x) + 8 = (3 - 2x)(6 - x)$
5. ஒருவன் $(a + b)$ புத்தகங்களை ஒன்று $(a - b)$ சதவீதமும், $(a - b)$ புத்தகங்களை ஒன்று $(a + b)$ சதவீதமும் வாங்குகிறான். மொத்தம் எத்தனை சதம்? எல்லாப் புத்தகங்களையும் ஒன்று a சதவீதம் வீற்றால் அவனுக்கு நயமா, நட்டமா? எவ்வளவு?

மீட்டற் பயிற்சி 4

1. $a = -3, b = 2, c = -4, d = 0$ எனக் கொண்டு பின்வருவனவற்றின் விலையைக் காண:—
 $ab; bc; ac; bd; abc; bcd.$
2. பெருக்கு:— $(5m + 3) \times (2m - 5)$
3. பின்வருவனவற்றின் உண்மையை நிருபி:
 (i) $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
 (ii) $(a - b)^2 - (b - a)^2 = 0.$

4. விடுவி :—

$$(i) 8(9 - 2x) - 17(25 - 3x) = - 3;$$

$$(ii) 1 = 5(x - 11) - 3(x + 4).$$

5. $a = 5, b = 3, c = -2, d = -4$ எனக் கொண்டு பின்வருவனவற்றின் வீலையை அறிய :—

$$(i) (a + b)(c + d)$$

$$(ii) (b - a)(d + c)$$

$$(iii) bcd$$

$$(iv) c^2 + bc$$

6. கூட்டு :—

$$(i) x + 2y - z; 2x - y - z; -x - y - z$$

$$(ii) 7x - 8y - 11z; 3z + 2x - 8y; -5y - 3x + 11z$$

7. இராமனிலும் கோவிந்தன் 20வயதால் மூத்தவன். 5 வருஷங்களால் கோவிந்தனுடைய வயது இராமனுடைய வயதிலும் இருமடங்காகும். இப்பொழுது இருவருடைய வயதுமென்ன?

8. (i) $3a - 4b$ என்பதிலிருந்து $8a + 5b$ என்பதைக் கழி.

(ii) $13a - 11b - 19c$ என்பதிலிருந்து $3a - 15b - 37c$ என்பதைக் கழி.

9. $2x - 3$ என்பதும் $3x - 5$ என்பதும் ஒன்றுக் கொன்று சமமானால் x எவ்வளவு?

10. ஒரு வெறும் மைக்கூட்டின் வீலை m சதம். நிறைய மையுடன் வீலை n சதம். பாதி மையுடன் வீலை என்ன?

பாடம் 16

பிரித்தல்

பின்வரும் உதாரணங்களைக் கற்றுக்கொள் எங்கள் :

- | | |
|--------------------------|-----------------------------|
| 1. $a \div a = 1$ | 2. $5a \div a = 5$ |
| 3. $8a \div 2a = 4$ | 4. $6ab \div 3b = 2a$ |
| 5. $a^2 \div a = a$ | 6. $12a^2 \div 4a = 3a$ |
| 7. $8a^2b \div 2ab = 4a$ | 8. $6a^2b^2 \div 3ab = 2ab$ |

அப்பியாசம் 16 (i) வாய்க்கணக்குகள்

பிரி :

- | | |
|----------------------|-------------------------|
| 1. $10x \div 5x$ | 2. $6x \div 3x$ |
| 3. $12m \div 3m$ | 4. $15m \div 5m$ |
| 5. $10x \div 5$ | 6. $6m \div 3$ |
| 7. $12y \div 4$ | 8. $15a \div 5$ |
| 9. $12a^2 \div 4$ | 10. $12m^2 \div 3m$ |
| 11. $20x^2 \div 5x$ | 12. $16y^2 \div 8y$ |
| 13. $14ab \div 7a$ | 14. $14ab \div 7b$ |
| 15. $a^3 \div a$ | 16. $2a^3 \div a$ |
| 17. $m^3 \div m^2$ | 18. $2m^3 \div m^2$ |
| 19. $8x^3 \div 2x^2$ | 20. $35y^3 \div 7y$ |
| 21. $x^2y^2 \div xy$ | 22. $16x^2y \div 8x^2y$ |
| 23. $30ab \div 30ab$ | 24. $15a^2b \div 5ab$ |
-

$$(+ 4) \times (+ 3) = (+ 12)$$

$$\text{அதாவது, } (+ 12) \div (+ 3) = (+ 4)$$

$$(- 4) \times (- 3) = (+ 12)$$

$$\text{அதாவது, } (+ 12) \div (- 3) = (- 4)$$

$$(-4) \times (+3) = (-12)$$

$$\text{அதாவது, } (-12) \div (+3) = (-4)$$

$$(+4) \times (-3) = (-12)$$

$$\text{அதாவது, } (-12) \div (-3) = (+4)$$

ஆகவே, பிரித்தல் விதியும் பெருக்கல் விதியைப் போன்றதே.

பிரிக்கும்போது இரு இலக்கங்களும் ஒரே அடையாளமுள்ளவைகளானால் மறுமொழி சக அடையாளமுள்ளதாகும் : வெவ்வேறு அடையாளமுள்ளவைகளானால், மறுமொழி சய அடையாளமுள்ளதாகும்.

அப்பியாசம் 16 (ii) வாய்க்கணக்குகள்

பிரி :

- | | |
|-----------------------------|-------------------------|
| 1. $(-6) \div (+8)$ | 2. $(+6) \div (-3)$ |
| 3. $(-6) \div (-3)$ | 4. $12 \div 4$ |
| 5. $(-12) \div (-4)$ | 6. $(-12) \div 4$ |
| 7. $(12) \div (-4)$ | 8. $(-2a) \div a$ |
| 9. $(-2a) \div (-a)$ | 10. $2a \div (-a)$ |
| 11. $4ab \div (-2a)$ | 12. $(-6ab) \div (-3b)$ |
| 13. $x^2 \div (-x)$ | 14. $(-x^2y) \div x$ |
| 15. $(-6x^2y) \div (-3x^2)$ | 16. $6x^2y \div (-3y)$ |

உதாரணம் 1

$6a^2b - 2ab - 4ab^2$ என்பதை $2ab$ என்பதாற் பிரி.

$2ab)6a^2b - 2ab - 4ab^2$	இது எண்கணிதத்திலுள்ள கட்டைப்பிரித்தல் போன்றது.
$\underline{3a} \quad -1 \quad -2b$	$4)6376$ $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ 1594

உதாரணம் 2

$3a^2 - 11a + 24$ என்பதை $a - 8$ என்பதாற் பிரி.

இது எண் கணிதத்திலுள்ள நெடும் பிரித்தல் போன்றது.

$$\begin{array}{r}
 a - 8) 3a^2 - 11a + 24(3a + 13 \\
 \underline{3a^2 - 24a} \\
 \underline{\quad\quad\quad 13a + 24} \\
 \underline{13a - 104} \\
 \underline{\quad\quad\quad\quad\quad 128}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 24) 769(32 \\
 \underline{72} \\
 \underline{\quad\quad\quad 49} \\
 \underline{48} \\
 \underline{\quad\quad\quad\quad\quad 1}
 \end{array}$$

அப்பியாசம் 16 (iii)

பிரி :

1.	$3ab^2 - 6ab^2$	என்பதை	$3ab$	என்பதால்
2.	$8ab - 4a$,,	$4a$,
3.	$12x^3 - 8x^2 + 8x$,,	$4x$,
4.	$x^2y^2 - xy^2 + x^2y$,,	xy	,
5.	$6m^3 - 3m^2n + 9m^2n^2$,,	$3m^2$,
6.	$a^2 + 6a + 5$,,	$a + 1$,
7.	$a^2 - 11a + 24$,,	$a - 8$,
8.	$3a^2 - 5a - 28$,,	$a - 4$,
9.	$2a^2 - a - 6$,,	$2a - 3$,
10.	$x^2 - 4x - 21$,,	$x + 3$,
11.	$x^2 - 4x + 7$,,	$x + 2$,
12.	$2y^2 + 3y - 1$,,	$y - 3$,
13.	$3y^2 - 2y + 1$,,	$y + 1$,
14.	$4m^2 - 8m + 3$,,	$2m - 5$,
15.	$m^3 - 3m^2 + 2m - 1$,,	$m + 1$,
16.	$m^3 - 6m^2 + 16m - 21$,,	$m - 3$,
17.	$2a^3 - 19a^2 + 13a + 55$,,		$2a - 5$,

18. $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$ என்பதை $2x + 1$ என்பதால்
 19. $2x^3 - 5x^2 + 15x - 18$, , $2x - 3$, ,
 20. $a^3 - 4a^2 + 6a + 2$, , $a + 3$, ,
 21. $a^3 - 7a^2 + 13a - 4$, , $a - 4$, ,
 22. $x^3 - x^2 - 9x - 12$, , $x^2 + 3x + 3$, ,
 23. $6x^3 - x^2 - 14x + 3$, , $3x^2 + 4x - 1$, ,
-

மீட்டற் பயிற்சி 5—12

5

1. $a = 1, b = 2, c = 3$ எனின், பின் வருவன வற்றின் விலையை அறி. $a^3, b^3, c^3, 3abc$.
2. $a + 2b - 3c, 2a - b + c$ இவற்றைக் கூட்டி வருவதிலிருந்து $3a - b - 2c$ ஐக் கழி.
3. கருக்கு : $5\alpha - (1 - \alpha) + 3(\alpha - 1) - (2 - 5\alpha)$
4. $a = 12$ எனின், $5a + 13 = 7a - 11$ என்பது என்மை என்பதைக் காட்டு.
5. ஒரு புகையிரதவண்டி மணித்தியாலம் m மைல் வீதம் செல்கிறது. ஒரு நொடியில் எத்தனை அடி செல்லும்?

6

1. $x = -1, y = 3, z = -2$ எனக் கொண்டு $x^2, y^2, z^2, 2xy, 2yz, 2zx$ என்பவற்றின் விலையை அறி.

2. வீடுவி: $4(2x+1)-(7-x)+5(1-3x)+8=0.$
3. சுருக்கு: $3(3m-2)-3(2m-7)-(m+1)$
4. $(1+a)^3 = 1 + 3a + 3a^2 + a^3$ என்பதை நிருப்பி.
5. ஒரு பள்ளிக்கூடத்திலே முதல் வகுப்பில் a பிள்ளைகளும், இரண்டாம் வகுப்பில் $(2 + 5)$ பிள்ளைகளும், மறு வகுப்புகளில் $(70 - 2a)$ பிள்ளைகளும் உண்டு. மொத்தம் எவ்வளவு? பள்ளிக்கூடத்திலே 90 பிள்ளைகள் உண்டானால் a எவ்வளவு?

7

1. ஒரு தோட்டக்காரன் $(6a^2 + 7a - 3)$ தோடம் பழங்களை $(2a + 3)$ பெட்டிகளில் சமமாக இட்டுக்கொள்ளுகிறார்கள். ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் எத்தனை பழங்கள் இடுகிறார்கள்?
2. $7(a+b) + 5$ என்பதிலிருந்து $2(a-5) + 4b$ என்பதைக் கழி.
3. வீடுவி: $1 \cdot 2x + 4 \cdot 2 = 7 \cdot 8.$
4. சுருக்கு: $a^2 - (2a + 5) - (3a - 4a^2).$
5. இரண்டு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 60. அவற்றுள் ஒன்று மற்றதிலும் பார்க்க நாலு மடங்கு. எண்களை அறி.

8

1. ஒருவன் $(a+b)$ மாம்பழங்களை ஒன்று $(a-b)$ சத வீதம் வாங்கி, பின் ஒன்று $(a+b)$ சத வீதம் விற்கிறார்கள். அவனுடைய யை என்ன? $a = 10,$

- $b = 2$ எனக்கொண்டு மறுமொழி சரியென்பதைக் காட்டு.
2. $3a^2 + b^2, \quad 4a^2 - 5b^2$ இவற்றைக் கூட்டிய தொகையிலிருந்து $a^2 - ab - b^2, \quad 2a^2 + 3b^2$ இவற்றைக் கூட்டிய தொகையைக் கழி.
 3. சுருக்கு :

$$a + 3b - (b - 3a) - (a + 2b) - (2a - b)$$
 4. $x + 2(x + 1) = 39 - (x + 5)$ என்பதில் x எவ்வளவு?
 5. ஒருவனுடைய வயது அவனுடைய மகனுடைய வயதிலும் நாலு மடங்காகும். 18 வருஷங்களால் இரண்டு மடங்காகும். அவர்களுடைய வயதுகளை அறி.
- 9
1. ஒரு வண்டியின் வேகம் நொடிக்கு a அடி. மணித்தியாலத்தில் எத்தனை மைல் செல்லும்?
 2. விடுவி : $(x+1) - 3(3x-2) = 5x - 3(2x-7)$
 3. $a = 2, \quad b = 3$ எனக்கொண்டு பின் வருவனவற்றின் விலையை அறி.
(i) $(a+b)(a-b)$
(ii) $(a+b)a-b$ (iii) $a+b(a-b)$
 4. பிரி : $(a^3 + 4a^2 + 5a + 2) \div (a + 2)$.
 $a = 3$ என்பதைக்கொண்டு மறுமொழி சரியென்று காட்டு.
 5. ஒரு தோட்டக்காரரிடம் ஒவ்வொன்றும் 50 ரூபாய் பெறுமதியான மாடுகளும் ஒவ்வொன்றும் 5 ரூபாய் பெறுமதியான ஆடுகளும் உண்டு.

மாடுகளின் தொகையிலும் ஆடுகளின் தொகை இருமடங்கு. அவற்றின் மொத்த விலை 600 ரூபாய். ஒவ்வொன்றிலும் எத்தனை என்பதை அறி.

10

1. மணித்தியாலம் m கைல்வீதம் செல்லும் புகை வண்டியொன்று a யார் தூரம் செல்ல, எத்தனை நொடி செல்லும்?
2. $(a + 1)(a + 2) = a(a + 7) - 6$ என்பதைக் கொண்டு $a^2 + 3a + 5$ என்பதன் விலையை அறி.
3. $5a^2 - 10a - 2$ என்பதை $a^2 - 4a$, $2a + 3$ என்பவற்றின் பெருக்குத் தொகையிலிருந்து கழி.
4. $(3ab + a^2)$ பழங்களில் $(ab - 5a^2)$ அழுகிப் போயின. மிகுதியைச் சமமாக $2a$ பிள்ளைகளுக்குப் பங்கிட்டால், ஒவ்வொருவருக்கும் கிடைத்தது எவ்வளவு?
5. ஒரு பகுதியின் மூன்றிலொன்று மற்றப்பகுதியின் ஏழிலொன்றிலும் 4 கூடும்படிக்கு 92ஃ இரு கூருக்கு.

11

1. விடுவி: $11x - 3(6 - x) = 5(2x - 1) + 1$
2. இரு சகோதரர்கள் சம தொகையான பணம் கொண்டு புறப்படுகிறார்கள். வழியிலே முத்த வன் 16 ரூபாயும் இளையவன் 72 ரூபாயும் செல விடுகிறார்கள். பின்பு முத்தவனிடமுள்ள பணம் இளையவனிடமுள்ளதிலும் பார்க்க மும்மடங்கானால்

அவர்களிடம் ஆரம்பத்திலிருந்த தொகையை அறி.

3. சம்சதுர அறையின் ஒருபக்க நீளம் 2 அடி குறைந்தால் அதன் பரப்பு 60 சதுர அடி குறையும். அறையின் ஒருபக்க நீளம் என்ன?
4. ஒரு எண்ணை ($a - 4$) என்பதாற் பிரிக்கும் பொழுது மறுமொழி $a^2 + 2a - 3$. அந்த எண் என்ன?
5. $a = 12.5$, $b = 7.5$, $c = 1.5$ எனக்கொண்டு $c(a + b)$ என்பதன் விலையை அறி.

12

1. விடுவி: $5(x - 3) = 3(x - 1)$.
 2. ஒரு இடத்திற்குப் போகும்பொழுது ம. 12 மை. வீதமும், திரும்பி வரும்பொழுது ம. 8 மை. வீதமும் துவிச்சக்கரத்தில் ஒருவன் செல்லுகிறான். போய்வர 5 மணித்தியால் நேரம் போனால் தூரம் என்ன?
 3. $x = 1$, $y = 2$, $z = -3$ எனக்கொண்டு $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ என்பதைக் காட்டு.
 4. $(2n - 1)$ நடு எண்ணைக் கூட்டுத்தொகை 5 ஒற்றை எண்களை எழுது.
 5. அடுத்துவரும் மூன்று எண்களின் கூட்டுத்தொகை 135 ஆனால் எண்களை அறி.
-

கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல்,
பிரித்தல்

கூட்டல் கழித்தல்

1. கூட்டல் கழித்தல்களிலே ஒரே இனமான உறுப்புக்களையே கூட்டக் கழிக்க முடியும்.

உதாரணமாக,

$$\begin{array}{lll} 3a, 5a, - 7a, \text{என்பன ஒரே இனமானவை} \\ a^2, 4a^2, - 2a^2 \quad , \quad , \\ 4ab, - ab, 6ab \quad , \quad , \\ 5ab^2, 2ab^2, 7ab^2 \quad , \quad , \end{array}$$

2. பின்வரும் கூட்டல்கள் முக்கியமானவை :

$$\begin{array}{cccc} + 10a & - 10a & + 10a & - 10a \\ + 6a & - 6a & - 6a & + 6a \\ \hline + 16a & - 16a & + 4a & - 4a \end{array}$$

3. கழிக்கும்போது கழிக்கப்படுவதன் அடையாளத்தை மாற்றிக் கூட்டலாகச் செய்யலாம். பின்வரும் கழித்தல்கள் முக்கியமானவை :

$$\begin{array}{cccc} + 10m & + 10m & - 10m & - 10m \\ + 6m & - 6m & + 6m & - 6m \\ \hline + 4m & + 16m & - 16m & - 4m \end{array}$$

உதாரணம் 1

$$\text{கூட்டு : } 5a - c, -2a + b, b - c, a + b + c$$

$$\begin{array}{r} 5a \quad -c \\ -2a + b \\ + b - c \\ \hline a + b + c \\ \hline 4a + 3b - c \end{array}$$

உதாரணம் 2

$a^3 + 1$ என்பதிலிருந்து $a^2 - 2a - 5$ என்பதைக் கழிய.

$$\begin{array}{r} a^3 \quad \quad \quad + 1 \\ \quad \quad + a^2 - 2a - 5 \\ \hline a^3 - a^2 + 2a + 6 \end{array}$$

அப்பியாசம் 17 (i)

கூட்டு :

1. $a + 3b - 4c; \quad 3a - b + c; \quad 5a + b - 2c$
 2. $6a + b - 2c; -5a - b + c; -a + 3b - c$
 3. $3a - 4b + 5c; -2a + 8b - 5c; \quad a - 4b + 3c$
 4. $6a - 8b + 10c; -3a + 5b - 8c; \quad 2a - b - c$
 5. $5 - 4a - b; -2 + a + 2b; -3 + 3a + b$
-

6. $2x + 3y - z; \quad y + 3z; \quad 3x - z$
 7. $5x - 3z; \quad x + 4y - 3z; \quad 4x - 4z$
 8. $5x - z; \quad -2y + z; \quad 3x - 4y$
 9. $4x - 7y; \quad 3y + 5z; \quad -4x - z$
 10. $x - 2y + 3z - a; \quad y - 3z; \quad 2z + 3a. \quad 2x - y + a$
-

11. $-pq + qr + rp; -3pq - 2qr + 3rp; pq + qr - rp;$
 12. $6pq + 3qr - pr; 2pq - 4qr; -pq + pr$
 13. $17pq - 13qr - 5xy; 5xy; 12qr - 5pq; 3xy - 4qr$
 14. $7pq - 5qr; -2qr + 3rp; 4pq - 3qr + 3rp$
 15. $3qr - pq; pq - 3rp + 4qr; 2pq - 3qr + 4p$
-

16. $m^2 - mn + n^2; 2m^2 + mn - n^2; m^2 - mn + 2n^2$
 17. $4m^2 - 3; 2m + 6; -3m^2 - 7; m^2 + 4m$
 18. $5 - 3m + m^2 - 3m^3; 1 - 2m^2 + m^3; 3m + m^2$
 19. $1 - m^3; m^2 - m^3; 4 - m^2; 3 - 2m + m^2$
 20. $6m^3 + 3m^2; -2m^2 + 7m; 3m - 7; m^3 + m^2 + m$
-

21. $2a^2b + 3ab^2 - 5ab; -5a^2b - ab^2 + 2ab$
[$a^2b + 2ab^2 + ab$
22. $7a^2b^2 - 3ab; 2a^2b - 4ab^2; 2a^2b^2 - 3a^2b + 5ab^2$
23. $3a^2b + a^3 + b^3; a^2b - ab^2 - ab^3; 3b^3 + 2ab^2$
/-4a^3
24. $4a^3 - 2a^2b + a^2b^2; a^2b^2 + 2a^2b - ab^2; a^3 -$
25. $1 - a^3; 2a^3 - 3a^2b + 2ab^2; -ab + b^3$ [2ab - b^3]

அப்பியாசம் 17 (ii)

முந்தியதிலிருந்து பின்தியதைக் கழி:

1. $7a + 3b - 4c; 5a + b - 2c$
 2. $6a + b - 2c; -a + 8b - c$
 3. $3a - 8b + 10c; 2a - b - c$
 4. $a + 3b - 4c; 5a + b - 2c$
 5. $4a - 7b + 5c; -3a + 6b - 2c$
-

6. $a + 3b - 2c$; $- 2a - 3b$
 7. $3a - 4b$; $5a - b + 3c$
 8. $-a - 2b$; $a - 2b - 2c$
 9. $2b$; $a + b - c$
 10. 5 ; $a + 2b - 3c$
-

11. $xy + 2yz - 4zx$; $5xy - 3zx$
 12. $5xy - 4zx$; $xy - 3yz - 4zx$
 13. $-5yz$; $-xy + 7yz - 2zx$
 14. 0 ; $yz - zx$
 15. 7 ; $xy - 2yz + zx$
-

16. $3m^2 + m + 7$; $m^2 - 5m + 2$
 17. $m^3 + 1$; $\underline{m^2 + m} - 1$
 18. $a^2 + 3a$; $a^3 - a^2 + a - 1$
 19. $m - m^3$; $4 - m + m^2 + m^3$
 20. $m^3 - 1 + m - m^2$; $1 - m + m^2 - m^3$
-

21. $a^3 - b^2$; $a^2b - ab^2$
 22. $a^3 - 3ab^2$; $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
 23. $1 - 2a^3$; $a^3 - 2a^2b + 3ab^2 - b^3$
 24. $3a^2b + b^2$; $a^3 - a^2b + b^3$
 25. 1 ; $a^2b + ab + b$
-

பெருக்கல்

1. பெருக்கும்போது அடையாளங்களைப்பற்றிய விதி பின்வருமாறு :

$$\begin{aligned}(+) \times (+) &= (+) \\ (-) \times (-) &= (+) \\ (+) \times (-) &= (-) \\ (-) \times (+) &= (-)\end{aligned}$$

2. இரு கோவைகளைப் பெருக்கும்போது ஒன்றிலுள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பாலும் மற்றதிலுள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பையும் பெருக்குதல் வேண்டும்.
3. பெருக்கி எழுதும்போது ஓரினமான உறுப்புக்களை ஒன்றங்கீழ் ஒன்றாக எழுதிக்கொள்ளுதல் வேண்டும். பெருக்கியபின் கூட்டுதற்கு இது இல்லையிருக்கும்.

4. பின்வரும்பெருக்கல்கள் பாடமாயிருத்தல்வேண்டும்:

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2; (ab+)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2; (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ (a+b)(a-b) &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

உதாரணம் 3

$2x^2 - 5x + 2$ என்பதை $3x^2 + x - 2$ என்பதாற் பெருக்கு.

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 5x + 2 \\ 3x^2 + x - 2 \\ \hline 6x^4 - 15x^3 + 6x^2 \\ \quad + \quad 2x^3 - 5x^2 + 2x \\ \hline \quad \quad \quad - 4x^2 + 10x - 4 \\ \hline 6x^4 - 13x^3 - 3x^2 + 12x - 4 \end{array}$$

உதாரணம் 4

$4a^2 - 2ab + b^2$ என்பதை $2a + b$ என்பதாற்
பெருக்கு:

$$\begin{array}{r} 4a^2 - 2ab + b^2 \\ 2a + b \\ \hline 8a^3 - 4a^2b + 2ab^2 \\ \quad + 4a^2b - 2ab^2 + b^3 \\ \hline 8a^3 \qquad \qquad \qquad + b^3 \end{array}$$

அப்பியாசம் 17 (iii)

சுருக்கு:

- | | | |
|-------------|---------------------------|---------------------------|
| 1. $(-3)^2$ | 2. $(-2)^3$ | 3. $(-5)^2$ |
| 4. $(-4)^3$ | 5. $(-2)^5$ | 6. $(-3)^4$ |
| 7. $(-2)^6$ | 8. $(-5)^2 \times (-2)^2$ | 9. $(-5)^3 \times (-2)^3$ |
-

பெருக்கு:

- | | | |
|---------------|--------|-------------------|
| 10. $5x + 3$ | என்பதை | $2x - 5$ என்பதால் |
| 11. $2x - 5y$ | „ | $3x + 2y$ „ |
| 12. $2x + 5y$ | „ | $3x - 2y$ „ |
| 13. $3x - 2y$ | „ | $2x - 3y$ „ |
| 14. $3x + 4y$ | „ | $3x - 4y$ „ |
-

- | | |
|----------------------------|-------------------|
| 15. $3a^2 - 2a + 4$ என்பதை | $5a - 7$ என்பதால் |
| 16. $a^2 - a + 1$ „ | $a + 1$ „ |
| 17. $2a^2 - 3a + 4$ „ | $2a - 3$ „ |
| 18. $3a^2 - 3a + 1$ „ | $2a - 4$ „ |
| 19. $5a^2 - 3a + 8$ „ | $3a - 2$ „ |
-

20. $m + m + 2$ என்பதை $m^2 - m + 2$ என்பதால்
 21. $m^2 - 3m + 1$, , $m^2 - 3m + 1$, ,
 22. $2m^2 - 3m + 4$, , $m^2 + 2m - 3$, ,
 23. $1 - 3m + m^2$, , $1 + 3m - m^2$, ,
 24. $6 - 5m + m^2$, , $2 - m - 3m^2$, ,
-

25. $x - y + z$ என்பதை $x + y - z$ என்பதால்
 26. $x^2 - xy + y^2$, , $x^2 + xy + y^2$, ,
 27. $2x + y - z$, , $2x - y + z$, ,
 28. $2x^2 - 3xy + y^2$, , $x^2 - 2xy + y^2$, ,
 29. $x^2 + xy + y^2$, , $x - y$, ,
 30. $x^2 - xy + y^2$, , $x + y$, ,
 31. $2x - y + 3z$, , $2x + y - 3z$, ,
 32. $x^2 + y^2 - xy - x - y + 1$, , $x + y + 1$, ,
 33. $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$, , $x + y + z$, ,

பிரித்தல்

1. பிரித்தலிலும், பெருக்கலைப்போலவே, அடையாளங்களைப்பற்றிய விதி பின்வருமாறு :

$$\begin{aligned} (+) \div (+) &= (+) \\ (-) \div (-) &= (+) \\ (+) \div (-) &= (-) \\ (-) \div (+) &= (-) \end{aligned}$$

2. ஒரே இன உறுப்புக்களை ஒன்றன் கீழ் ஒன்றுக் எழுதிக்கொள்ளுதல் வேண்டும். கழித்தற்கு இது இல்லோயிருக்கும்.

3. பிரிக்கும் கோவை பிரிக்கப்படும் கோவை ஆகிய இரண்டின் உறுப்புக்களையும் ஏதாவது ஒரு அட்சரத்தினுடைய படி ஏறும் அல்லது இறங்கும் ஒழுங்கில் அமைத்துக்கொள்ளுதல் வேண்டும்.

உதாரணம் 5

$$6 - 5m - 10m^2 + 8m^3 \text{ என்பதை } 2 + m - 2m^2 \\ \text{என்பதாற் பிரி.}$$

$$\begin{array}{r} 2 + m - 2m^2) 6 - 5m - 10m^2 + 8m^3 \\ 6 + 3m - 6m^2 \\ \hline - 8m - 4m^2 + 8m^3 \\ - 8m - 4m^2 + 8m^3 \\ \hline \end{array} (3 - 4m$$

உதாரணம் 6

$$\begin{array}{r} 27a^3 + b^3 \text{ என்பதை } 3a + b \text{ என்பதாற் பிரி.} \\ 3a + b) 27a^3 + b^3 (9a^2 - 3ab + b^2 \\ \hline 27a^3 + 9a^2b \\ - 9a^2b \\ - 9a^2b - 3ab^2 \\ \hline + 3ab^2 + b^3 \\ + 3ab^2 + b^3 \\ \hline \end{array}$$

அப்பியாசம் 17 (iv)

பிரி:

- | | | | |
|-----------------------|--------|----------|----------|
| 1. $x^2 + 4x + 3$ | என்பதை | $x + 1$ | என்பதால் |
| 2. $4x^2 - 4x - 3$ | ,, | $2x - 3$ | , |
| 3. $6x^2 + 7x + 2$ | ,, | $3x - 2$ | , |
| 4. $15x^2 - 14x - 16$ | ,, | $5x - 2$ | , |
| 5. $5x^2 - 17 + 7$ | ,, | $5x - 2$ | , |
-

6. $x^3 + 16x^2 + 11x - 5$ என்பதை $x + 1$ என்பதால்
 7. $4x^3 + 4x^2 - 5x + 1$, , $2x - 1$, ,
 8. $x^3 - x^2 - 41x + 105$, , $x - 5$, ,
 9. $15 + 13x - 3x^2 - x^3$, , $3 - x$, ,
 10. $10 + 3x - 9x^2 - 27x^3$, , $2 - 3x$, ,
-

- என்பதால்
11. $2m^3 - 7m^2 - m + 2$ என்பதை $m^2 - 3m - 2$, ,
 12. $6m^3 - 11m^2 + 6m - 1$, , $2m^2 - 3m + 1$, ,
 13. $21m^3 - 26m^2 - 27m + 20$, , $7m^2 + 3m - 4$, ,
 14. $8 - 2m - 19m^2 + 12m^3$, , $2 + m - 4m^2$, ,
 25. $2 - 7m + 8m^2 - m^3 - 12m^4$, , $1 - 2m + 3m^2$, ,
-

16. $6a^3 - a + 7a^2 - 2$ என்பதை $2 + 3a$ என்பதால்
 17. $3a^2 + a^3 - 13a - 15$, , $a - 3$, ,
 18. $6 + a^2 - 19a + 6a^3$, , $a + 2$, ,
 19. $36a^2 - 2b^2 - 6ab$, , $-6a + 2b$, ,
 10. $9b^2 - 21ab^2 - 4a^3 + 16a^2b$, , $a - b$, ,
-

- என்பதை என்பதால்
21. $3a^3 - 2a^2b - 5ab^2 + 4b^3$, , $a^2 - 2ab + b^2$, ,
 22. $10a^3 - 19a^2b + 9ab^2 - b^3$, , $5a^2 - 7ab + b^2$, ,
 23. $5a^3 - 7a^2b + 17ab^2 - 6b^3$, , $a^2 - ab + 3b^2$, ,
 24. $a^3 + b^3$, , $a + b$, ,
 25. $a^3 - b^3$, , $a - b$, ,
 26. $1 - y^3 - 3xy - z^3$, , $1 - y - z$, ,
 27. $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$, , $x + y + z$, ,
 28. $8a^3 - b^3 + c^3 + 6abc$, , $2a - b + c$, ,
 29. $x^3 + 3xy + y^3 - 1$, , $x + y - 1$ - , ,
-

அப்பியாசம் 17 (v)

1. $3x + 4y$ என்பதிலிருந்து $2x - 3y + 7z$, $-2x + 3y - z$ என்பவற்றின் கூட்டுத் தொகையைக் கழி.
2. $2x - 3y - 2z$, $2y - x + 7z$ என்பவற்றின் கூட்டுத் தொகையோடு $x - 4z + 7y$, $z - 6y$ என்பவற்றின் கூட்டுத் தொகையைக் கூட்டு.
3. $a^4 - 2a^3b + a^2b^2$, $a^3b + 2a^2b^2 - ab^3$ என்ப வற்றின் கூட்டுத் தொகையை $a^4 - 2a^2b^2 - b^4$ என்பதிலிருந்து கழி.
4. $2m - 5 + 7m^2$, $3m^2 + 4 - 2m^3 + m$ என்ப வற்றேருடு எதைக் கூட்டினால் $5m^3 + 3m - 1$ வரும்?
5. $5x^3$ என்பதிலிருந்து $1 - 2x^2 + x$ என்பதைக் கழித்து வருவதோடு $1 - 5x^3$, $2x - 3x^2$ என்ப வற்றின் கூட்டுத் தொகையைக் கூட்டு.
6. ஒரு பையன் செய்த $a + b$ கணக்குகளில் $b - c$ சரி. எத்தனை பிழை?
7. ஒரு புகைவண்டியிலுள்ள $3a + 4b - c$ பிரயாணி களுள் $a - b + c$ பிரயாணிகள் முதல் வகுப்பினர்; $2a + 3b - c$ பிரயாணிகள் இரண்டாம் வகுப்பினர். மூன்றாம் வகுப்பினர் எத்தனை பேர்?
8. $2x - 3y$, $2x + 3y$ என்பவற்றின் பெருக்கத்தை $4x^2 + 9y^2$ என்பதிலிருந்து கழி.
9. ஒரு மாடு ஒரு வாரத்தில் $8a + 3$ கற்றை வைக் கோலை உண்ணும்; $16a^2 - 34a - 15$ கற்றை வைக் கோலை உண்பதற்கு எத்தனை வாரம் செல்லும்?

10. $x^2 + 3y$ யார் நீளமுள்ள துணியிலிருந்து ஒவ்வொன்றும் $x + y$ யார் நீளமுள்ள $x - y$ துண்டுகள் வெட்டப்பட்டால் மிகுதி எவ்வளவு?
 11. $16x^2 + 2xy - 5y^2$ பழங்கள் $8x + 5y$ பெட்டிகளில் சமமாகப் பங்கிடப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் எத்தனை பழங்கள்?
 12. ஒரு பள்ளிக்கூடத்திலுள்ள பிள்ளைகளை ஒவ்வொரு நிறையிலும் $3a + 5$ பிள்ளைகளாக $2a - 3$ நிறைகளில் நிறுத்திய பின்னர் $15 - a$ பிள்ளைகள் மிஞ்சியிருந்தனர். பள்ளியிலுள்ள பிள்ளைகள் எத்தனை பேர்?
 13. ஒரு பையன் $1 + x$, $1 + y$ என்பனவற்றைப் பெருக்கி மறுமொழியாக $1 + x + y$ என்பதைப் பெற்றுன். சரியான மறுமொழியிலிருந்து இந்த மறுமொழி எவ்வளவு வித்தியாசப்படுகிறது?
 14. $a^2 + 2a - 14$ பழங்கள் $a - 1$ பிள்ளைகளுக்குச் சமமாகப் பங்கிடப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு பிள்ளையும் பெறக்கூடிய அளவைப் பெற்றபின் எத்தனை பழங்கள் மிஞ்சும்?
 15. எந்தக் கோவையை $m - 3$ என்பதனாற் பெருக்கி னுல் $3m^3 - 11m^2 + 9m - 9$ பெறப்படும்?
 16. ஒரு கோவையின் சிலைகள் $3x - 2$, $2x^2 - 4x + 1$ என்பனவாகும். அக் கோவை யாது?
-

ஷப்பியாசம் 17 (vi)

- (i) $(x^2 + x + 2)(x^2 + 2x + 3)$ என்ற பெருக்கத்தில் x^2 வரும் உறுப்பு என்ன?
 - (ii) $(5a^2 - 3a + 8)(3a - 2)$ என்ற பெருக்கத்தில் a வரும் உறுப்பு என்ன?
 - பின்வரும் பெருக்கங்களைச் சுருக்க முறையாகச் செய்து எழுது:
 - $(x + 1)(x + 2)(x + 3)$
 - $(a + 2)(a+3)(a + 5)$ - பின்வரும் பெருக்கல்களைச் சுருக்கமுறையாகச் செய்.
 - $(x + y + z)(x + y - z)$
 - $(a - b + c)(a + b + c)$ - $a + b = 3$ எனக்கொண்டு பின்வருவனவற்றின் விலையை அறி.
 - $a^2 + b^2 + 2ab$
 - $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ - $a + \frac{1}{a} = 5$ எனக்கொண்டு (i) $a^2 + \frac{1}{a^2}$ (ii) $a^3 + \frac{1}{a^3}$ என்பனவற்றின் விலையை அறி.
 - பின்வருவனவற்றின் வர்க்கமூலங்களை அறி:
 - $x^2 + 6x + 9$
 - $9a^2 + 12a + 4$
-

அடைப்புக் குறிகள்

அடைப்புக் குறியை ஒரு பெட்டிக்கும் அடைப்புக் குறிக்குள் இருக்கும் இலக்கங்களை அப் பெட்டிக்குள் ஸிருக்கும் பொருள்களுக்கும் ஒப்பிட்டோம். சந்தை யிலே பண்டங்கள் வாங்கும்பொழுது ஒரு சிற உம லுக்குள் சில பொருள்களை வைத்து அவ் வுமலையும் பொருள்களையும் வேறு பொருள்களோடு ஒரு சாக்கி விட்டுக் கட்டிக்கொள்ளுதலும் உண்டு. உமலைச் சாக்கிற்குள் வைப்பதுபோல அடைப்புக் குறிகளிலும் ஒரு இன் அடைப்புக் குறியை இன்னென்றுக்குள்ளே வைத்தெழுதுவதுமுண்டு.

(i) ஒரு சட்டைத் துணியின் விலை a சதம் : தையற் கூலி 25 சதம். ஆகவே ஒரு சட்டையின் விலை ($a + 25$) சதம். மூன்று சட்டைகளின் விலை $3(a + 25)$ சதம். இவற்றேடு ஒரு சால்வையும் 75 சதத்திற்கு வாங்கினால், மொத்தம் 75 சதம் + $3(a + 25)$ சதம். அதாவது $[75 + 3(a + 25)]$ சதம். இதிலே ஒரு அடைப்புக் குறிக்குள் இன்னென்றிருப்பதை அவதானியுங்கள். சாக்கையும் உமலையும்போல.

(ii) ஒரு கூலியானுக்கு நாளொன்றுக்கு நான் கொடுக்கும் கூலி a சதம். சாப்பாட்டுச் செலவு 15 சதம். ஆகவே, மொத்தம் ($a + 15$) சதம். 8 கூலியாட்களைக்கொண்டு வேலை செய்வித்தால் நாளொன்றுக்கு $8(a + 15)$ சதம் செலவாகும். அவர்கள் எல்லோராலும் நாளொன்றுக்கு வேறும் 50 சதம் செலவானால் மொத்தம் $[8(a + 15) + 50]$ சதம். நாலு நாட்களில் செலவாகும் தொகை $4[8(a + 15) + 50]$ சதம் ஆகும்.

அப்பியாசம் 18 (i)

அடைப்புக் குறிகளை உபயோகித்து மறுமொழி எழுது:

1. ஒரு வைத்தியர் முதல்முறை நோயாளியைப் பார்ப்பதற்கு a ரூபாயும் அடுத்தமுறைகளுக்கு 2 ரூபாய் குறையவும் வாங்குகிறார். இரண்டாம்முறை எவ்வளவு வாங்குகிறார்? ஆற்தரம் பார்த்தால் கடைசி ஐந்து முறைகளுக்கும் எவ்வளவு வாங்குவார்? எல்லாமாக எவ்வளவு வாங்குவார்?

2. ஒரு பெட்டிக்குள்ளிருக்கும் தேயிலையின் நிறைய இரு. அப் பெட்டியின் நிறை 8 இரு. 5 தேயிலைப் பெட்டிகளின் நிறை என்ன? இவற்றை π இரு. நிறையுள்ள ஒரு பெட்டியிலிட்டால் முழுவதின் நிறையும் மென்ன? இப்படியான 3 பெட்டிகளின் நிறையென்ன?

3. ஒரு எண்ணை n எனக்கொண்டு அதில் 13 ஜக்கமித்து, மிகுதியை 2ஆற் பெருக்கி, வருவதிலிருந்து 10ஜக் கழித்து மிகுதியை 3ஆற் பெருக்க வருவதென்ன?

4. ஒரு விளம்பரம் அச்சிடும்பொழுது முதல் 100க் கும் செலவு c சதம். அடுத்த ஒவ்வொரு 100க்கும் a சதம் குறைய, 500 விளம்பரங்களுக்கு எவ்வளவு செலவு?

5. ஒரு அறையின் நீளம் 1 அடி. அகலம் b அடி. இன்னென்றின் நீளம் 3 அடி கூடியும் அகலம் ஒரு அடி குறைந்தும் இருக்கிறது. மொத்தப் பரப்பென்ன? 5 சோடி அறைகளின் பரப்பென்ன?

முன் கூறிய உமலுக்குள்ளஞ்சு சாக்கிற்குள்ளஞ்சும் என்டங்களை வெளியிலே எடுக்கவேண்டுமாயின் முதலிற் சாக்கை அவிழ்த்து உமலையும் மறு பொருள்களை

யும் எடுத்து, பின்பு உமலை அவிழ்த்து அதற்குள் விருக்கும் பொருள்களை எடுக்கவேண்டும். அப்படியே, அடைப்புக் குறிகளை விலக்கி இலக்கங்களை எழுதும் பொழுதும், முதலில் வெளிப்புறத்தே உள்ள அடைப்புக் குறியை நீக்கி, பின் உள்ளேயிருக்கும் அடைப்புக் குறியை நீக்கலாம். சில உதாரணங்களைப் பாருங்கள்:

உதாரணம் 1

$$\begin{aligned} & a + 3[a + 2(a - b)] \\ &= a + 3a + 6(a - b) \\ &= a + 3a + 6a - 6b \\ &= 10a - 6b \end{aligned}$$

உதாரணம் 2

$$\begin{aligned} & l - [a + 2(b - a)] \\ &= l - a - 2(b - a) \\ &= l - a - 2b + 2a \\ &= l + a - 2b \end{aligned}$$

உமலுக்குள்ளும் சாக்கிற்குள்ளும் உள்ள பண்டங்களை வெளியே எடுப்பதற்கு முதலிற் சாக்கை அவிழ்க்கவேண்டும். ஆனால் அடைப்புக் குறிகளை நீக்குவதற்கு வெளியிலுள்ள அடைப்புக் குறியைத்தான் நியதியாக முதலில் நீக்கவேண்டுமென்றில்லை. ஆனபடி யால் முன்செய்த கணக்குகளைப் பின்காட்டியதுபோல முதலில் உள்ளே இருக்கும் அடைப்புக் குறியை நீக்கிப் பின் வெளிப்புறத்திலுள்ள அடைப்புக் குறியை நீக்கி மறுமொழியை ஒப்பிட்டுப் பாருங்கள். எவ்வழி இலகு வானதென்பதையும் அறிந்துகொள்ளுங்கள்.

உதாரணம் 1

உதாரணம் 2

$$\begin{aligned} & a + 3[a + 2(a - b)] \\ &= a + 3[a + 2a - 2b] \\ &= a + 3a + 6a - 6b \\ &= 10a - 6b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & l - [a + 2(b - a)] \\ &= l - [a + 2b - 2a] \\ &= l - a - 2b + 2a \\ &= l + a - 2b \end{aligned}$$

அப்பியாசம் 18 (ii)

அடைப்புக் குறிகளை நீக்கிப் பின் சுருக்கு :

1. $a + 2b + 2(a - b)$
 2. $3(a + b) + 5(a - b)$
 3. $5(a - 2b) - 2(a + b)$
 4. $2a - 3(a - b) + b$
 5. $5(3a + 2) - 3(5 + 2a)$
 6. $x(x + y) - x(x - y)$
 7. $y + 2(x - 3y) - 4(y + x)$
 8. $x - 2(y + 3x) + 3(2x - y)$
-

9. $a + [a - (c - 1) - 5]$
 10. $5a - [3a + (4a - 5)]$
 11. $11 - [7 - (3a - 5) - 2a]$
 12. $a - [a - (a - 3) + (a + 2) + 2]$
 13. $a - 2(b + c) - [a + b - c - 4(b - 2c)]$
 14. $3[4a - (5a + 3)] + 2a$
 15. $m - [-2m + (3m - 1) - (4m + 5)]$
 16. $m - [-m - (-m) - m]$
 17. $8x - 2[4 - (x + 2) - 3(x - 1)]$
 18. $x - [x - (x - 3) + (x + 2)] + 2$
 19. $9 - 3[x - 4 - 5(x + 1)] + x$
 20. $(8x + 1) - [2(x + 2) - (x + 3)] - 28$
-

$a = -2, b = -1, c = 2$ எனக் கொண்டு
பின்வருவனவற்றின் விலையை அறி :

21. $b^2 - [b - (b - b^2)]$
 22. $c - [-bc - (-c)]$
 23. $a - [-a - (-a)]$
 24. $2a - [b - a^2 - (2 - b)]$
-

வாய்பாடுகளை ஆக்குதல்

நீள்சதுர மொன்றின் பரப்பை அறியவேண்டுமானால் நீளத்தை அகலத்தாற் பேருக்க வேண்டும். இது, சுருக்கமாக

பரப்பு = நீளம் × அகலம் என்றும்,

மேலும் சுருக்கமாக, ப = நீ × அ என்றும் எழுதப்படும்.

அதாவது, ப = நீ × அ என்பது பொதுவாக எந்த நீள்சதுரத்தின் பரப்பையும் கணித்தறிவதற்குரிய செய்கை முறையைச் சுருக்கமான குறியீடுகளில் அமைத்துக் காட்டுகிறது.

தந்திமூலம் செய்தி அனுப்புவதற்குரிய கட்டணம் பின்வருமாறு:- முதற் பத்துச் சொற்களுக்கு 75 சதம்; அடுத்த ஒவ்வொரு சொல்லுக்கும் 5 சதம். 14 சொற்கள் கொண்ட தந்தியானால், முதற் 10 சொற்களுக்கு 75 சதமும், அடுத்த நாலு சொற்களுக்கு $4 \times 5 = 20$ சதமுமாக, மொத்தக் கட்டணம் 95 சதமாகும்.

21 சொற்கள் கொண்ட தந்தியானால், முதல் 10 சொற்களுக்கு 75 சதமும், அடுத்த 11 சொற்களுக்கு $11 \times 5 = 55$ சதமுமாக, மொத்தக் கட்டணம் ரூபாய் 1-30 ஆகும்.

பத்துக்கு மேற்பட்ட எத்தனை சொற்களைக் கொண்ட தந்தியானாலும் சரி அதற்குரிய கட்டணத்தை எப்படிக் கணித்தறியலாம்? சொற்களின் தொகையை 14, 21 என்னுது, n என்ற பொதுவாகக் குறிப்போம்.

$$\begin{aligned}
 \text{முதல் } 10 \text{ சொற்களுக்குக் கட்டணம் &= 75 \text{ சதம்} \\
 \text{மேலதிகமான சொற்களின் தொகை} &= n - 10 \\
 \text{இவற்றிற்குரிய கட்டணம்} &= (n - 10) \times 5 \\
 &= 5(n - 10) \text{ சதம்} \\
 \therefore \text{மொத்தக் கட்டணம்} &= 75 + 5(n - 10) \text{ சதம்} \\
 \text{மொத்தக் கட்டணத்தை } A &\text{ என்று குறித்தால்,} \\
 A &= 75 + 5(n - 10)
 \end{aligned}$$

இவ்வாறு ஏதுமொன்றைக் கணித்தறிவதற்குரிய பொதுவான செய்கை முறையைச் சுருக்கமான குறியீடு களில் அமைத்துக் காட்டுவது வாய்பாடு எனப்படும்.

$P = n \times A$ என்பது n என்சதுரப் பரப்பை (P) அறிவதற்குரிய வாய்பாடு. இதில், n = n எனம், A = அகலம்.

$A = 75 + 5(n - 10)$ என்பது தந்திக் கட்டணத்தை (A) அறிவதற்குரிய வாய்பாடு. இதில், n = சொற்களின் தொகை.

இவ்வாறு வாய்பாடுகளை ஆக்குவதற்கு வாய்ப்பான வழி யென்னவென்றால் முதலில் எண்களை வைத்துக் கணித்துப் பார்த்தல். அப்பொழுதெல்லாம் மறுமொழி காணவேண்டிய அவசியமில்லை. ஆனால் அவ்வாறு கணிக்கும்போது பொதுவான செய்கை முறையை நன்கு அவதானித்துக்கொள்ளுதல் வேண்டும். செய்கை முறையைத் தெளிவாகத் தெரிந்துகொண்டால், குறியீடுகளை உபயோகித்து வாய்பாட்டை அமைப்பதில் கஷ்டமிருக்காது.

உதாரணம் 1

ஒரு மோட்டார் வண்டி மலீச்சாரலின் இறக்க மொன்றை அடையும்போதுள்ள வேகமும் (v), இறக்கத்தில் ஒவ்வொரு நிமிஷமும் அதன் வேகம் கூடும்

அளவும் (a) தெரிந்தால், குறித்த நேரத்தின் பின் (t நிமிடங்கள்) மோட்டாரின் வேகத்தை (v) கணித்தறித்தற்குரிய வாய்பாட்டை எழுது.

$$\begin{aligned}
 \text{ஆரம்ப வேகம்} &= u \\
 \text{ஒரு நிமிடமுடிவில் வேகம்} &= u + a \\
 2 &\quad , , = u + 2a \\
 3 &\quad , , = u + 3a \\
 \therefore t &\quad , , = u + ta \\
 \therefore v &= u + ta
 \end{aligned}$$

அப்பியாசம் 19

1. (i) அறையொன்றின் பரப்பும் (ப) அதன் நீளமும் (நீ) தெரிந்தால் அகலத்தைக் கணித்தறித்தற்குரிய வாய்பாட்டை எழுது.

(ii) பரப்பும் அகலமுங் தெரிந்தால் நீளத்தைக் கணித்தறியக்கூடிய வாய்பாட்டை எழுது.

(iii) நீளமும் அகலமுங் தெரிந்தால், சுற்றளவுக் கணித்தற்குரிய வாய்பாட்டை எழுது.

2. (i) அறையொன்றின் நீளமும் அகலமும் உயரமுங் தெரிந்தால் அறையின் பரிமாணத்தைக் கணித்தறியக்கூடிய வாய்பாட்டை எழுது.

(ii) அறையின் நாலு சுவர்களின் பரப்பைக் கணித்தறியக்கூடிய வாய்பாட்டை எழுது.

3. (i) ஒரு மோட்டார் வண்டி மணித்தியால் மொன்றுக்கு 40 மைல் வீதம் ஓடிக்கொண்டிருக்கும்

போது ஒரு ஏற்றத்தை அடைகிறது. ஏற்றத்தில் அதன் வேகம் ஒவ்வொரு நிமிஷமும் 3 மைல் வீதம் குறைகிறது. குறித்த நேரம் (*t* நிமிஷங்கள்) முடிந்த வுடன் அதன் வேகத்தை (*v*) கணித்தறியக்கூடிய வாய்பாட்டை எழுது.

(ii) ஷி கணக்கில் வேகக் குறைவு நிமிஷத் துக்கு *a* மைல் வீதமானால், கேட்ட வாய்பாட்டை எழுது.

(iii) ஷி கணக்கில், ஆரம்ப வேகம் (*v*) வேகக் குறைவு (*a*) எனக்கொண்டு கேட்ட வாய்பாட்டை எழுது.

4. (i) ஓர் ஆசிரியன் ஆரம்ப சம்பளம் மாத மொன்றுக்கு ரூபாய் 150. ஒவ்வொரு வருட முடிவிலும் மாதச் சம்பளம் ரூபாய் 10 ஏறும். குறித்த காலத்தின் பின் (*n* வருஷங்கள்) அவருடைய சம்பளத்தை (*S*) அறிவதற்குரிய வாய்பாட்டை எழுது.

(ii) ஷி கணக்கில் சம்பள ஏற்றத்தை ரூபாய் *a* எனக்கொண்டு வாய்பாட்டை எழுது.

(iii) ஷி கணக்கில் ஆரம்ப சம்பளம் (*S*), சம்பள ஏற்றம் (*a*) எனக்கொண்டு கேட்ட வாய்பாட்டை எழுது.

5. (i) ஒரு வெறும் பெட்டியின் நிறை 4 இரு. ஒரு பாற்பேணியின் நிறை $2\frac{1}{2}$ இரு. குறிக்கப்பட்ட ஒரு தொகை பாற்பேணிகள் (*n*) கொண்ட பெட்டி யொன்றின் நிறையை (*y*) அறிவதற்குரிய வாய்பாட்டை எழுது.

(ii) ஷி கணக்கில் ஒரு பாற்பேணியின் நிறையை *y* இரு. எனக்கொண்டு கேட்ட வாய்பாட்டை எழுது.

(iii) ஷி கணக்கில், வெறும் பெட்டியின் நிறையும் (a) ஒரு பாற்பேணியின் நிறையும் (b) தெரிந்தால், கேட்ட வாய்பாட்டை எழுது.

6. (i) இந்தியாவுக்கு அனுப்பும் தந்திகளுக்குரிய கட்டணம் பின்வருமாறு : முதற் 12 சொற்களுக்கு ரூபாய் 1-25 ; மேலதிகமான ஒவ்வொரு சொல்லுக்கும் 10 சதம். சொற்களின் தொகை (a) தெரிந்தால், கட்டணத்தை (c) அறியக்கூடிய வாய்பாட்டை எழுது.

(ii) அவசர தந்திக் கட்டணம் பின்வருமாறு : முதல் 10 சொற்களுக்கு ரூபாய் 1-50 ; மேலதிகமான ஒவ்வொரு சொல்லுக்கும் 10 சதம். சொற்களின் தொகை (a) தெரிந்தால், கட்டணத்தை (c) அறியக்கூடிய வாய்பாட்டை எழுது.

(iii) ஷி கணக்கிலே முதல் 8 சொற்களுக்கு
a சதமும், மேலதிகமான ஒவ்வொரு சொல்லுக்கு
b சதமுமானால் கேட்ட வாய்பாட்டை எழுதுக.

7. (i) பந்தடிக் காட்சி யொன்றுக்குப் பிரவேசக் கட்டணம் பின்வருமாறு :— மாணவர்கள் : 10 சதம்; ஏனையோர் : 25 சதம். பந்தடி பார்க்கச் சென்ற மாணவரின் தொகையும் (N) ஏனையோரின் தொகையும் (n) தெரிந்தால், சேர்ந்த பணம் (c) எவ்வளவு சதம் என்பதை அறியக்கூடிய வாய்பாட்டை எழுது.

(ii) ஷி கணக்கில், மாணவரின் பிரவேசக் கட்டணம் a சதமும் ஏனையோரின் கட்டணம் b சதமும் எனக்கொண்டு கேட்ட வாய்பாட்டை எழுது.

8. (i) ஒரு அலுமாரித் தட்டிலே $\frac{1}{2}$ அங்குலத் தடிப்புள்ள m கொப்பிகளும் $\frac{1}{3}$ அங்குலத் தடிப்புள்ள n புத்தகங்களும் வெற்றிடமில்லாமல் அடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. தட்டின் நீளத்தை (l) அறியக்கூடிய வாய்பாட்டை எழுது.

(ii) ஒரு கணக்கில் கொப்பியின் தடிப்பு a என்றும், புத்தகத்தின் தடிப்பு b என்றும் கொண்டு கேட்ட வாய்பாட்டை எழுது.

9. (i) ஒரு அறைக்கு 3 அடி அகலமுள்ள கயிற்றுப் பாய் வீரிக்கப்படுகிறது. அறையின் நீளமும் (l) அகலமும் (b) தெரிந்தால் தேவையான கயிற்றுப் பாயின் நீளத்தை (L) அறியக்கூடிய வாய்பாட்டை எழுது.

(ii) ஒரு கணக்கில், கயிற்றுப் பாயின் அகலத்தை a எனக்கொண்டு கேட்ட வாய்பாட்டை எழுது.

10. (i) ஒரு அறைக்கு $\frac{2}{3}$ அடி நீளம் $\frac{1}{2}$ அடி அகலமுள்ள செங்கற்கள் பதிக்கப்படுகின்றன. அறையின் நீளமும் (L) அகலமும் (B) தெரிந்தால் எத்தனை செங்கற்கள் (N) வேண்டும் என்பதை அறிவதற்குரிய வாய்பாட்டை எழுது.

(ii) செங்கற்களின் நீள அகலங்களை l_1, l_2 எனக்கொண்டு கேட்ட வாய்பாட்டை எழுது.

11. (i) ஒரு குண்டுசீயின் நிறையை அறிவதற்காக ஒரு வெறுந்தகரத்தின் நிறையையும் (L), தகரத்துக்குள் 100 குண்டுசீகளைப் போட்டபின் அதன் நிறையையும் (W) அறிகிறேன். ஒரு குண்டுசீயின் நிறையை (m) அறிவதற்குரிய வாய்பாட்டை எழுது.

(ii) ஷி கணக்கில் குண்டுசிகளின் தொகையை ம் எனக்கொண்டு கேட்ட வாய்பாட்டை எழுது.

12. (i) ஒரு பிள்ளை 3 பாடங்களிற் பெற்ற புள் ஸிகள் (a, b, c) தெரிந்தால் சராசரிப் புள்ளியை (m) அறிவதற்குரிய வாய்பாட்டை எழுது.

(ii) 4 பாடங்களில் சமமான புள்ளிகளையும் (a) ஜங்தாவது பாடத்தில் 62 புள்ளிகளையும் பெற்றுல், சராசரிப் புள்ளியை (m) அறிவதற்குரிய வாய்பாட்டை எழுது.

(iii) 3 பாடங்களில் சமமான புள்ளிகளையும் (a) வேற்றன்டு பாடங்களில் ஒவ்வொன்றிலும் b புள்ளிகளையும் பெற்றுல், சராசரிப் புள்ளியை (m) அறிவதற்குரிய வாய்பாட்டை எழுது.

(iv) ஒருதொகை (N) தோட்டம்பழங்களை ஒன்று 10 சதவீதமும் ஒரு தொகை ம் மாம்பழங்களை ஒன்று 8 சதவீதமும் வாங்கினால் வாங்கிய பழங்களில் சராசரி விலையை (m) அறிவதற்குரிய வாய்பாட்டை எழுது.

வாய்பாடுகளைப் பிரயோகித்தல்—(சடுசெய்தல்)

ப = நீ × அ என்பது நீள்சதுரப் பரப்பை அறி வதற்குரிய வாய்பாடு. இதில், எந்த நீள்சதுரமாயினும் சரி அதன் பரப்பை அறிவதற்கு நீளத்தை அகலத்தாற் பெருக்கவேண்டும் என்று குறிப்பிடப்பட்டிருக்கிறது. ஆகவே, 15 அடி நீளமும் 12 அடி அகலமும் கொண்ட அறையொன்றின் பரப்பை அறிவதானால், நீ = 15, அ = 12 எனக்கொண்டு, ப = நீ × அ என்பதில் சடுசெய்தல் வேண்டும்.

$$\begin{aligned} \text{ஆகவே, } P &= \text{நீ} \times \text{அ} \\ &= 15 \times 12 \\ &= 180 \text{ சதுர அடி.} \end{aligned}$$

உதாரணம் 1

பரஞ்சைஹட் அளவையிலுள்ள உஷ்ணமிலையை (*F*) சதாம்ச (*சென்றிகிழேட்*) அளவை (*C*) யாக மாற்றுவதற்குரிய வாய்பாடு $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ என்பதாகும். பரஞ்சைஹட் அளவையில் 77° காட்டும் போது, சதாம்ச அளவையில் உஷ்ண மிலை என்ன?

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

$$\text{இதில் } F = 77^{\circ}$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{5}{9}(77 - 32) \\ &= \frac{5}{9}(45) \\ &= 25^{\circ} \end{aligned}$$

அதாவது, சதாம்ச அளவையில் 25° காட்டும்.

அப்பியாசம் 20 (i)

1. வட்டத்தின் பரப்பை அறிவதற்குரிய வாய்பாடு

$$P = \frac{22}{7} \pi^2 \text{ ஆகும். இதில், } P = \text{வட்டப் பரப்பு; } \pi = \text{வட்டத்தின் ஆரம். } 3\cdot5 \text{ அங்குல ஆரமுள்ள வட்டத்தின் பரப்பென்ன?}$$
 2. முக்கோணியின் பரப்பை அறிவதற்குரிய வாய்பாடு

$$P = \frac{1}{2} PA \times \text{தூ ஆகும். இதில், } P = \text{முக்கோணியின் பரப்பு; } PA = \text{முக்கோணிப் பாதத்தின் நீளம்; } \text{தூ} = \text{முக்கோணியின் உயரம். } 4 \text{ அடிப் பிடத்தில் } 5\frac{1}{2} \text{ அடி உயரமுள்ள முக்கோணியின் பரப்பென்ன?}$$
 3. வட்டியைக் கணிப்பதற்குரிய வாய்பாடு $V = \frac{\mu \pi r^3}{100}$ ஆகும். இதில் $V = \text{வட்டி}$; $\mu = \text{முதல்}$; $\pi = \text{ஆண்டுகளின் தொகை}$; $r^3 = \text{வட்டி வீதம். } 250 \text{ ரூபாய்க்கு } 3 \text{ வருஷங்களில் } 6 \text{ வீதப்படி வட்டி எவ்வளவு?}$
 4. ஒரு அறையிலுள்ள நாலு சுவர்களின் பரப்பை யும் கணிப்பதற்குரிய வாய்பாடு பின்வருமாறு :—

$$P = 2 (n + A) L. \text{ இதில், } P = \text{சுவர்களின் பரப்பு; } n = \text{அறையின் நீளம்; } A = \text{அறையின் அகலம்; } L = \text{அறையின் உயரம். } 12 \text{ அடி நீளம், } 10 \text{ அடி அகலம், } 8 \text{ அடி உயரமுள்ள அறையொன்றின் நாலு சுவர்களினால் பரப்பென்ன?}$$
-

5. மேல் நோக்கி எறியப்பட்ட கல்லொன்றின் வேகம் போகப் போகக் குறையும். குறித்த நேரத்தின் பின் கல்லின் வேகத்தை அறிதற்குரிய வாய்பாடு : $v = u - gt$ (u = ஆரம்பத்தில் ஏறிந்த வேகம்; t = நொடியின் பின்னுள்ள வேகம்; g = பூமியின் கவர்ச்சியால் ஒவ்வொரு நொடியும் ஏற்படும் வேகக் குறைவு = 32.) நொடிக்கு 112 அடி வேகத்தோடு மேல்நோக்கி எறியப்பட்ட கல் $2\frac{1}{2}$ நொடிகளின் பின்னர் என்ன வேகமுடையது?
6. ஒழுக்கிலே t நொடிகளில் கல் சென்ற தூரம் (s) அறிவதற்குரிய வாய்பாடு : $s = tu - \frac{1}{2} gt^2$. குறித்த கல் $2\frac{1}{2}$ நொடிகளில் சென்ற தூரம் என்ன?
7. இரண்டு ஏகமைய வட்டங்களுக்கிடைப்பட்ட வளையத்தின் பரப்புக்குரிய வாய்பாடு : $A = \pi (R^2 - r^2)$. (A = குறித்த பரப்பு; R = வெளிவட்ட ஆரம்; r = உள்வட்ட ஆரம்) 3.5 அங்., 2.5 அங். ஆரமுடைய இரண்டு ஏகமைய வட்டங்களுக்கிடைப்பட்ட வளையத்தின் பரப்பென்ன?
8. காற்றுடி ஏற்றும்போது அது ஏறி நிற்கும் உயரத்தைக் கணிப்பதற்குரிய வாய்பாடு : $h = \sqrt{l^2 - d^2}$. (h = உயரம்; l = கயிற்றின் நீளம்; d = ஏற்றுவோனுக்கும் காற்றுடிக்கு நேர கிழே உள்ள இடத்துக்கும் இடைப்பட்டதூரம்) காற்றுடிக்கு விடப்பட்ட கயிற்றின் நீளம் = 210 பாகம்; ஏற்றுவோனுக்கும் காற்றுடிக்கு நேர கிழேயுள்ள இடத்துக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் = 168 பாகம் ஆகும் போது காற்றுடியின் உயரமென்ன?

9. $A = \pi r(r + l)$ என்றும் வாய்பாட்டில், $\pi = 3\frac{1}{7}$
 $r = 3\frac{1}{2}, l = 6\frac{1}{2}$ ஆகும்போது A எவ்வளவு?
10. $\frac{1}{R} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ என்றும் வாய்பாட்டில் $a = 3,$
 $b = 4$ ஆகும்போது R எவ்வளவு ஆகும்?
11. $\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$ என்றும் வாய்பாட்டில் $u = 5,$
 $v = 10$ ஆகும்போது f எவ்வளவு?
12. $v^2 = u^2 + 2fs$ என்றும் வாய்பாட்டில் $u = 0,$
 $f = 32, s = 100$ ஆகும்போது v எவ்வளவு?
13. $\frac{1}{f} = (u - 1) \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$ என்றும் வாய்பாட்டில், $u = 1.5, a = 20, b = 25$ ஆகும்போது f எவ்வளவு?
14. $x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ என்றும் வாய்பாட்டில்
 $a = 1, b = 5, c = 4$ ஆகும்போது x எவ்வளவு?
-

உதாரணம் 2

$a = 3, b = -2, c = -1, d = 0$ எனக் கொண்டு பின்வருவனவற்றின் வீலையை அறி:

$$\begin{aligned}
 & (i) ab + 5bc - 2ac \\
 & (ii) a^3 - 3a^2b + 4abc - 2b^2d \\
 & (i) ab + 5bc - 2ac \\
 & = 3 \times (-2) + 5 \times (-2) \times (-1) \\
 & \quad - 2 \times 3 \times (-1) \\
 & = -6 + 10 + 6 \\
 & = 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ii)} \quad & a^3 - 3a^2b + 4abc - 2b^2d \\
 = & 3 \times 3 \times 3 - 3 \times 3 \times 3 \times (-2) + 4 \times \\
 & 3 \times (-2) \times (-1) - 2 \times (-2) \times \\
 & (-2) \times 0 \\
 = & 27 + 54 + 24 - 0 \\
 = & 105
 \end{aligned}$$

அப்பியாசம் 20 (ii)

$a = 3, b = -4, c = -5$ எனக்கொண்டு பின்வருவனவற்றின் விலையை அறி :

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1. $a + b + c$ | 2. $a + b - c$ |
| 3. $a - b + c$ | 4. $-a + b + c$ |
| 5. $-a - b - c$ | |

$p = 0, q = -1, r = 2, s = -3$ எனக்கொண்டு பின்வருவனவற்றின் விலையை அறி :

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 6. $p + q + r + s$ | 7. $p + q + r - s$ |
| 8. $p + q - r + s$ | 9. $p - q + r + s$ |
| 10. $-p + q + r + s$ | 11. $-p - q - r - s$ |

$x = 4, y = -3$ ஆகும்போது பின்வருவனவற்றின் விலையை அறி :

$$12. \frac{x-y}{x+y} \qquad 13. (x-y)(x+y)$$

14. $a = 3, b = -2, c = -1, d = 0$ ஆகும்போது $a^2 - 3a + 5$ எண்பதன் விலைகளை அறி.

$l = -3, m = \frac{1}{2}$ எனக்கொண்டு பின்வருவனவற்றின் விலையை அறி:

$$15. l^2 + m^2$$

$$16. l^2 - m^2$$

$$17. (l+m)^2$$

$$18. (l-m)^2$$

$$19. l^2 + 2lm + m^2$$

$$20. l^2 - 2lm + m^2$$

$x = -2, y = 0, z = \frac{1}{3}$ எனக்கொண்டு பின்வருவனவற்றின் விலையை அறி:

$$21. x^2 - xyz$$

$$22. xy - xz^2$$

$a = 0, b = -1, c = 2, d = -3$ எனக்கொண்டு பின்வருவனவற்றின் விலையை அறி:

$$23. 2(a+b) - 5(c+d)$$

$$24. a^2 (a-3b) - (c+3d)c^2$$

$x = -6, y = -5$ எனக்கொண்டு பின்வருவனவற்றின் விலையை அறி:

$$25. 2x + y$$

$$26. 2xy$$

$$27. 2x^2 + y$$

$$28. 2x^2y$$

$$29. x^2 + y^2$$

$$30. x^2y^2$$

$$31. 3xy^2$$

$$32. (3xy)^2$$

$$33. (x+y)^2$$

$$34. (x-y)^2$$

$a = -1, b = -2, c = -3$ எனக்கொண்டு பின்வருவனவற்றின் விலையை அறி:

$$35. -b^3$$

$$36. (-b)^3$$

$$37. ab^4$$

$$38. (ab)^4$$

$$39. -ab^4$$

$$40. (ba)^3$$

$$41. (-bc)^3$$

$$42. -be^3$$

$$43. -b^3e$$

44. $x = \frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}$, $z = 0$ எனக்கொண்டு
பின்வருவனவற்றின் விலையை அறி :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx$$

45. $a = \frac{1}{3}$, $b = 0$, $c = -\frac{1}{2}$ எனக்கொண்டு
 $\frac{1}{3}a^2b + \frac{1}{2}c^3 - \frac{1}{4}ac^2$ என்பதன் விலையை அறி.

46. $a = 5$, $b = -3$ ஆகும்போதும், $a = -\frac{1}{3}$,
 $b = \frac{1}{3}$ ஆகும்போதும் (i) $\frac{a^2 - b^2}{a + b}$ (ii) $\frac{a^2 - b^2}{a - b}$
(iii) $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$ என்பவற்றின் விலைகளை அறி.

வாய்பாட்டின் எழுவாய் மாற்றம்

1. ஓர் எண்ணுடன் 82 கூட்டப்பட்டால் 341 வரும். அந்த எண் என்ன?

$$\text{எண்} + 82 = 341$$

$$\therefore \text{எண்} = 341 - 82$$

பொதுவாக, $n + a = b$ எனின்,

$$n = b - a \text{ ஆகும்.}$$

2. ஓர் எண்ணிலிருந்து 74 கழிக்கப்பட்டால் 216 வரும். அந்த எண் என்ன?

$$\text{எண்} - 74 = 216$$

$$\therefore \text{எண்} = 216 + 74$$

பொதுவாக, $n - a = b$ எனின்,

$$n = b + a \text{ ஆகும்.}$$

3. ஓர் எண்ணை 24 பெருக்கினால் 768 வரும். அந்த எண் என்ன?

$$\text{எண்} \times 24 = 768$$

$\therefore \text{எண்} = 768 \div 24$ அல்லது $\frac{768}{24}$
பொதுவாக, $an = b$ எனின்,

$$n = \frac{b}{a} \text{ ஆகும்.}$$

4. ஓர் எண்ணை 36 பிரித்தால் 27 வரும். அந்த எண் என்ன?

$$\frac{\text{எண்}}{36} = 27$$

$$\therefore \text{எண்} = 27 \times 36$$

பொதுவாக,

$$\frac{n}{a} = b \text{ எனின்}$$

$$n = ab \text{ ஆகும்.}$$

5. ஓர் எண்கோடு எட்டைக் கூட்டி மறுமொழியை ஒன்பதாற் பெருக்கினால் 360 வரும். அந்த எண் என்ன?

$$\text{எண்} = n \text{ எண்க.}$$

$$\text{எட்டைக் கூட்ட வருவது} = n + 8$$

$$\text{ஒன்பதாற் பெருக்க வருவது} = 9(n + 8)$$

$$\therefore 9(n + 8) = 360$$

$$\therefore n + 8 = \frac{360}{9} = 40$$

$$\therefore n = 40 - 8 = 32$$

$$\therefore \text{எண்} = 32$$

6. ஓர் எண்ணின் மும்மடங்கிலிருந்து பதினெட்டைக் கழி த்து மறுமொழியை ஆறுற் பெருக்கி 25 கூட்டப்பட்டால் 97 வரும். அந்த எண் என்ன?

$$\text{எண்} = n \text{ எண்க.}$$

$$\text{எண்ணின் மும்மடங்கு} = 3n$$

$$\text{பதினெட்டைக் கழிக்க வருவது} = 3n - 18$$

$$\text{இதை ஆறுற் பெருக்கி வருவது} = 6(3n - 18)$$

$$\text{இதோடு 25 கூட்டப்பட்டால் வருவது} =$$

$$6(3n - 18) + 25$$

$$\therefore 6(3n - 18) + 25 = 97$$

$$\therefore 6(3n - 18) = 97 - 25 = 72$$

$$\therefore 3n - 18 = \frac{72}{6} = 12$$

$$\therefore 3n = 12 + 18 = 30$$

$$\therefore n = 10$$

$$\therefore \text{எண்} = 10$$

அப்பியாசம் 21

1. ஓர் எண்ணை $12\frac{1}{2}$ ஆற் பெருக்கி $23\frac{1}{2}$ க் கூட்ட கூட்ட 107 வரும். அந்த எண் என்ன?
 2. ஓர் எண்ணை $8\frac{1}{2}$ ஆற் பெருக்கி $24\frac{1}{2}$ க் கழிக்க 72 வரும். அந்த எண் என்ன?
 3. ஓர் எண்ணேடு $24\frac{1}{2}$ க் கூட்டி மறுமொழியை $5\frac{1}{2}$ ஆற் பெருக்கி 435 வரும். அந்த எண் என்ன?
 4. ஓர் எண்ணைவிருந்து $2\frac{1}{2}$ க் கழித்து மறுமொழியை $6\frac{1}{2}$ ஆற் பெருக்கி 21 வரும். அந்த எண் என்ன?
 5. ஓர் எண்ணைவிருந்து $24\frac{1}{2}$ க் கழித்து மறுமொழியை $8\frac{1}{2}$ ஆற் பிரித்தால் $3\frac{1}{2}$ வரும். அந்த எண் என்ன?
 6. ஓர் எண்ணை $15\frac{1}{2}$ ஆற் பிரித்து மறுமொழியோடு $8\frac{1}{2}$ க் கூட்ட 108 வரும். அந்த எண் என்ன?
-

பின்வருவனவற்றிலே n என்பது அறியப்பட வேண்டிய ஓர் எண்ணைக் குறிக்கும்; a, b, c ஆகியன தரப்பட்ட எண்களுக்குப் பதிலாக நிற்பன, n எவ்வளவு என்பதை அறிவதற்குரிய படிகளை ஒழுங்காக எழுது.

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 7. $an + b = c$ | 8. $an - b = c$ |
| 9. $a(n + b) = c$ | 10. $a(n - b) = c$ |
| 11. $\frac{n - a}{b} = c$ | 12. $\frac{n}{a} + b = c$ |
-

அப்பியாசம் 21

13. ஓர் எண்ணின் மும்மடங்கோடு 9ஐக் கூட்டி மறுமொழியை 7ஆற் பெருக்கினால் 168 வரும். அந்த எண் என்ன?
14. ஓர் எண்ணின் இரு மடங்கிலிருந்து 8ஐக் கழித்து மறுமொழியை 13ஆற் பெருக்கினால் 156 வரும். அந்த எண் என்ன?
15. ஓர் எண்ணை ஐந்தாற் பெருக்கி 13ஐக் கழித்து மறுமொழியை 4ஆற் பிரித்தால் 23 வரும். அந்த எண் என்ன?
16. ஓர் எண்ணை 7ஆற் பெருக்கி 24ஐக் கூட்டி மறு மொழியை 9ஆற் பிரித்தால் 12 வரும். அந்த எண் என்ன?
17. ஓர் எண்ணின் மும்மடங்கை 4ஆற் பிரித்து மறு மொழியிலிருந்து மூன்றைக் கழித்தால் 2 வரும். அந்த எண் என்ன?

பின்வருவனவற்றிலே n என்பது அறியப்பட வேண்டிய ஓர் எண்ணைக் குறிக்கும். a, b, c, d என் பன தரப்பட்ட சில எண்களுக்குப் பதிலாக நிற்பன. n எவ்வளவு என்பதை அறிவதற்குரிய படிகளை ஒழுங்காக எழுது:

$$18. \quad a(bn + c) = d$$

$$20. \quad \frac{an - b}{c} = d$$

$$22. \quad \frac{an}{b} - c = d$$

$$19. \quad a(bn - c) = d$$

$$21. \quad \frac{an + b}{c} = d$$

$$23. \quad \frac{an}{b} + c = d$$

பின்வரும் வாய்பாடுகளை n எழுவாயாக அமையும் படி மாற்றுக :

$$24. \frac{an - b}{e} + d = e \quad 25. \frac{an + b}{e} - d = e$$

$$26. a\left(\frac{n}{b} + c\right) = d \quad 27. a\left(\frac{n}{b} - c\right) = d$$

$$28. a\left(\frac{n}{b} + c\right) + d = e$$

$$29. a\left(\frac{n}{b} - c\right) - d = e$$

பின்வரும் வாய்பாடுகள் ஒவ்வொன்றையும் குறிக் கப்பட்ட எழுவாய் உடையதாக மாற்றுக :

$$30. s = u + at \quad (\text{எழுவாய் } t)$$

$$31. v^2 = u^2 + 2as \quad (\text{,, , } s)$$

$$32. s = ut + \frac{1}{2}at^2 \quad (\text{,, , } a)$$

$$33. s = \frac{n}{2}(a + l) \quad (\text{,, , } l.)$$

$$34. s = \frac{a}{1 - r} \quad (\text{எழுவாய் } r)$$

$$35. s = \left(\frac{u + v}{2}\right)t \quad (\text{,, , } v)$$

$$36. E = V(R + r + G) \quad (\text{,, , } G)$$

$$37. s = KV \left(\frac{v - u}{a}\right) \quad (\text{,, , } u)$$

$$38. F = \frac{m(m + a)}{d^2} \quad (\text{,, , } a)$$

$$39. \frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v} \quad (\text{,, , } v)$$

$$40. \frac{1}{f} = (u - 1) \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \quad (\text{,, , } u)$$

தனிச் சமீகரணங்கள் (ii)

இருவனுடைய சீவியத்தில் பத்திலொருபங்குகாலம் குழந்தையாகவும், நாலிலொருபங்கு காலம் பள்ளிக் கூடப் பிள்ளையாகவும், மூன்றிலொருபங்கு காலம் உபாத்தியாயராகவும், மிகுதி 19 வருஷங்கள் உபகாரச் சம்பளமாரனாகவும் கழிந்தது. அவனுடைய வயது என்ன?

அவனுடைய வயது வ என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

$$\therefore \text{அவனுடைய குழந்தைப்பருவ காலம்} = \frac{v}{10}$$

$$\text{பள்ளிக்கூட காலம்} = \frac{v}{4}$$

$$\text{படிப்பித்த காலம்} = \frac{v}{3}$$

$$\text{உபகாரச் சம்பளம் பெற்ற காலம்} = 19$$

$$\text{இவற்றின் மொத்தம்} = v$$

$$\therefore \frac{v}{10} + \frac{v}{4} + \frac{v}{3} + 19 = v$$

இந்தச் சமீகரணத்திலிருந்து வ எவ்வளவு என்பதை எப்படி அறிந்துகொள்ளலாம்? பின்னாங்களிருப்பதுதான் கஷ்டமாயிருக்கிறது.

இரு சமீகரணத்தின் இருபக்கங்களுக்கும் ஏது மொரு எண்ணைக் கூட்டலாம், இன்றேல் இரு பக்கங்களிலுமிருந்து ஏதுமொரு எண்ணைக் கழிக்கலாம்

என்பது உங்களுக்குத் தெரியும். அப்படியே, இரு பக்கங்களையும் ஏதுமொரு எண்ணால் பெருக்கலாம். உதாரணமாக, $p = 6$, ஆனால் $2p = 12$, p ம = 6ம.

மேற்கூறிய கணக்கிலும் பின்னங்களை அகற்றுவதற்குப் பெருக்குவதே வழி. எந்த எண்ணால் பெருக்க வேண்டும்? $10, 4, 3$ இவற்றின் சி.சா.மு.வாற் பெருக்குதல் வேண்டும். சி.சா.மு. 60. ஆகவே

$$60\left(\frac{v}{10} + \frac{v}{4} + \frac{v}{3} + 19\right) = 60v$$

$$\therefore 6v + 15v + 20v + 1140 = 60v$$

$$\therefore 6v + 15v + 20v - 60v = -1140$$

$$\therefore -19v = -1140$$

$$\therefore 19v = 1140$$

$$\therefore v = 60$$

$$\text{அதாவது அவனுடைய வயது} = 60$$

இன்னொரு சமீகரணத்தை எடுப்போம்.

$$\frac{2x - 5}{3} - \frac{5x - 3}{4} + 3\frac{2}{3} = 0$$

இரு பக்கங்களையும் பன்னிரண்டாற் பெருக்குவோம்.

$$\therefore 12\left(\frac{2x - 5}{3}\right) - 12\left(\frac{5x - 3}{4}\right) + 12 \times 3\frac{2}{3} = 0$$

$$\therefore 4(2x - 5) - 9(5x - 3) + 4 \times 11 = 0$$

$$\therefore 8x - 20 - 45x + 27 + 44 = 0$$

$$\therefore 8x - 15x = 20 - 9 - 44$$

$$\therefore -7x = -33$$

$$\therefore 7x = 33$$

$$\therefore x = 4\frac{5}{7}$$

அப்பியாசம் 22

பின்வரும் சமீகரணங்களை விடுவி:

1. $5x - 6(x - 5) = 7(x - 1) - 3$
 2. $5(x - 2) - 3(2x + 1) = 2(x + 9)$
 3. $7(x - 5) + 3(x + 9) = 9(2x - 8)$
 4. $3(3x - 2) - (x - 1) = 5x + 3(2x - 7)$
 5. $2(x - 3) - (3x + 1) = x - 3(x - 4)$
 6. $x - 5(x - 5) = x - 5$
 7. $2(x - 1) = 2 - 3(x - 2)$
 8. $3(2x - 5) - 2(x + 3) = 3$
 9. $3x - 2(x - 5) = 2$
 10. $6x - 2(2x + 1) = 3x$
-

$$11. \frac{x}{17} = \frac{3}{34}$$

$$12. \frac{5}{2} = \frac{x}{12}$$

$$13. \frac{2\frac{1}{2}}{3} = \frac{x}{3}$$

$$14. \frac{x}{4\cdot2} = \frac{7}{5\cdot6}$$

$$15. \frac{2\cdot1}{4\cdot2} = \frac{2}{7}$$

$$16. \frac{8}{x} = \frac{2}{5}$$

$$17. \frac{3\cdot6}{1\cdot6} = \frac{9}{2x}$$

$$18. \frac{x + 4}{7} = \frac{11}{14}$$

$$19. \frac{2x + 3}{7} = 3$$

$$20. \frac{x + 3}{5} = \frac{5 - x}{3}$$

$$21. \frac{2x + 3}{5} = \frac{x + 2}{3}$$

$$22. \frac{2x - 7}{3} = \frac{21 + x}{2}$$

$$23. \frac{x-2}{x+2} = \frac{3}{5}$$

$$24. \frac{x-3}{x-2} = \frac{4}{5}$$

$$25. \frac{3}{x+2} = \frac{5}{2x+3}$$

$$26. \frac{4}{x-3} = \frac{5}{x-2}$$

$$27. \frac{27}{3x-10} = \frac{2}{2x-7}$$

$$28. \frac{5}{4(x+2)} = \frac{13}{5x+91}$$

$$29. \frac{7x}{6} + \frac{4x}{3} = \frac{3(x-1)}{2} \quad 30. \frac{7x}{8} - 5 = \frac{9x}{10} - 8$$

$$31. \frac{x}{3} - 2 = \frac{x}{4} - 1 \quad 32. \frac{x}{4} + \frac{1}{3} = \frac{x}{6} + \frac{3}{4}$$

$$33. \frac{3}{4} + \frac{x}{5} = \frac{x}{4} + \frac{2}{5} \quad 34. x - \frac{x}{2} + \frac{3x}{5} = 11$$

$$35. \frac{5x}{6} + 2 = \frac{3x}{4} + 3 \quad 36. \frac{x}{4} - \frac{1}{2} + \frac{2x}{3} = x$$

$$37. \frac{x-3}{3} = \frac{x-2}{2} - \frac{x+2}{4}$$

$$38. \frac{3x-10}{5} = (4-x) - \frac{5(x-2)}{3}$$

$$39. \frac{x-5}{2} - \frac{4(x-2)}{5} = 1 - \frac{x-1}{3}$$

$$40. \frac{3x+1}{2} - (x+10) = \frac{x-1}{6}$$

$$41. \frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} = \frac{x-3}{4}$$

$$42. - \frac{x+1}{6} = 1 + \frac{x+1}{3}$$

$$43. \frac{5x-2}{3} - \frac{x-8}{4} = \frac{x+1}{2}$$

$$44. \frac{4x-3}{5} = \frac{3x+2}{15} + \frac{2x-7}{3}$$

$$45. 4 - \frac{2x+1}{3} = x - \frac{3x-4}{7}$$

$$46. \frac{1}{2}(x+5) - \frac{1}{5}(4x-3) = 2(x+5)$$

47. பின்வரும் கோவைகள் ஒவ்வொன்றும் x என்ன விலையைப் பெறும்போது சூன்யமாகும்?

$$(i) \frac{5x}{7} - 3 \quad (ii) 1.8x - 2.6 \quad (iii) \frac{2x}{3} - 9 + 3x$$

48. $2y = 3x - 15$ எனக்கொண்டு, $y = -2$ ஆகும் போது x எவ்வளவு என்பதை அறி.

49. $x - \frac{1}{3}$ என்பதும் $3 - 1\frac{1}{2}x$ என்பதும் ஒன்றுக் கொன்று சமமாவதற்கு x என்ன விலையைப் பெறுதல் வேண்டும்?

50. $5(x-2) - 3(2x+1) = 2(x+n)$
எனக்கொண்டு, $x = -9$ ஆகும்போது n எவ்வளவு என்பதை அறி.

51. ஓர் எண்ணின் நாலிலொன்றையும் அதன் மூந்திலொன்றையும் கூட்டிய தொகை 45. அந்த எண் என்ன?

52. ஓர் எண்ணின் முக்காற் பங்கிலிருந்து அதன் மூன்றிலிரண்டு பங்கைக் கழித்தால் மிகுதி 10. அந்த எண் என்ன?

53. ஓர் எண்ணின் பாதிப்பங்கு அந்த எண்ணின் மூன்றிலொன்றிலும் பார்க்க 5 கூட. அந்த எண் என்ன?

54. ஒருவன் ம. 12 மை. வீதம் துவிச்சக்கரத்திற் சென்றால் கூடுமல் செல்வதற்கு எவ்வளவு நேரம் எடுப்பான்? இன்னெருவனுடைய வேகம் ம. 10 மை. ஆனால் அவன் எவ்வளவு நேரம் கூட எடுப்பான்? இந்த வித்தியாசம் 14 நிமிஷமானால் கூட எவ்வளவு?

55. ஒரு பையன் பள்ளிக்கூடத்திற்கு ம. 3 மை. வீதம் நடந்து செல்கின்றான். ம. 5 மை. வீதம் அவன் ஒடிச் செல்வானுயின் சிரிமிஷம் மூந்திப்போய்விடுவான். வீட்டிலிருந்து பள்ளிக்கூடத்தின் தூரம் என்ன?

56. ஒரு வியாபாரி ஒரு பெட்டி பழங்களை டசின் 8 சத வீதம் வாங்குகிறான். அவற்றுள் 54 அழுகியிருக்கக் கண்டு மிகுதியை சதத்திற்கு 7 வீதமாக விற்கிறான். அதனால் 30 சதம் அவனுக்கு நட்டம். பெட்டியில் எத்தனை பழங்கள் இருந்தன?

57. ஒரு கோயிலுக்குப் போனவன், அரச்சனைக்கு 1 ரூபாய் கொடுக்கிறான். மிகுதிப்பணத்தில் மூன்றி வொன்றையைப் பண்டங்கள் வாங்குவதற்குச் செலவிடுகிறான். பின்னர் கார்க்குவி 2½ ரூபாய் கொடுக்கிறான். வீடுபோய்க் கணக்குப் பார்க்கும்பொழுது கொண்டு சென்ற பணத்திற் சரிபாதி மிஞ்சியிருப்பதை அறி கிறான். எத்தனை ரூபாய் கொண்டு சென்றான்?

58. முவர் சேர்ந்து ரூபாய் 750 முதலிட்டு ஒரு வியாபாரத்தைத் தொடங்குகின்றனர். முதலாம் ஆள் இட்ட முதலிலும் பார்க்க இரண்டாம் ஆள் முன்று மடங்கும், மூன்றாம் ஆள் இரண்டு மடங்கும் முதல் இட்டால் ஒவ்வொருவரும் இட்ட முதல் எவ்வளவு?

59. ABC ஒரு முக்கோணி. கோணம் A யிலும் பார்க்க கோணம் B 3 மடங்கு பெரியது. கோணம் C கோணம் A யிலும் பார்க்க 20° கூட. ஒவ்வொரு கோணமும் எத்தனை பாகை?

60. 32ஐ இரு பங்குகளாகப் பிரித்தல் வேண்டும்; ஒரு பங்கின் 2 மடங்கும் மற்றப் பங்கின் 5 மடங்கும் சேர்ந்து 100 வருதல் வேண்டும். ஒவ்வொரு பங்கும் எவ்வளவு?

61. 62ஐ இரு பங்குகளாகப் பிரித்தல் வேண்டும்; பெரிய பங்கின் 2 மடங்கு சிறிய பங்கின் 4 மடங்கிலும் பார்க்க 8 குறைதல் வேண்டும். ஒவ்வொரு பங்கும் எவ்வளவு?

62. 10 ஆண் பிள்ளைகளுக்கும் 4 பெண் பிள்ளைகளுக்குமிடையில் 50 மாம்பழங்கள் பங்கிடப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு பெண் பிள்ளையும் ஒவ்வொரு ஆண் பிள்ளையிலும் பார்க்க 2 பழங்கள் கூடப் பெற்றால், ஒவ்வொருவரும் எத்தனை பழங்கள் பெற்றனர்?

63. ஒருவனுடைய வயதிலும் பார்க்க அவனது மகனுடைய வயது மூன்றிலொன்று. ஐந்து வருஷங்களுக்கு முன்னர் இருவருடைய வயதுகளின் வித்தியாசம் 30. இருவருடைய வயதுகளுமென்ன?

கூட்டுச் சமீகரணங்கள்

உதாரணம் 1. ஐந்து பென்சிலும் ஒன்பது பேனையும் 67 சதம்; ஐந்து பென்சிலும் இரண்டு பேனையும் 46 சதம். ஒவ்வொன்றினதும் விலை யென்ன?

கணக்கின் சருக்கம் பின்வருமாறு:

$$\begin{aligned} 5\text{பெ} + 9\text{பெ} &= 67 \\ 5\text{பெ} + 2\text{பெ} &= 46 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$$

முதல்முறை காசு கூட. ஏன்? 7 பேனைகள் கூடுதலாக வாங்கியபடியால் 21 சதம் கூடுதலாக இருக்கிறது.

$$\begin{aligned} \text{அதாவது, } 7\text{பெ} &= 21 \\ \therefore \text{பெ} &= 3 \end{aligned}$$

அதாவது, ஒரு பேனையின் விலை = 3 சதம்.

\therefore முதல்முறை வாங்கிய 9 பேனையின் விலை = 27 சதம்.

$$\therefore 5\text{பெ} + 27 = 67$$

$$\therefore 5\text{பெ} = 67 - 27 = 40$$

$$\therefore \text{பெ} = 8$$

அதாவது, ஒரு பென்சிலின் விலை = 8 சதம்

ஒரு பேனையின் விலை = 3 சதம்

இந்த மறுமொழிகள் சரியோ என்பதை இல்லோக அறியலாம்.

$$(i) 5 \text{ பென்சிலும் } 9 \text{ பேனையும் விலை} = 5 \times 8 + 9 \times 3 = 40 + 27 = 67 \text{ சதம்.}$$

$$(ii) 5 \text{ பென்சிலும் } 2 \text{ பேனையும் விலை} = 5 \times 8 + 2 \times 3 = 40 + 6 = 46 \text{ சதம்.}$$

அப்பியாசம் 23 (i)

பின்வரும் கணக்குகளில் பென்சில் பேனை ஒவ்வொன்றின் விலையையும் அறி; மறுமொழிகள் சரியோ என்பதையும் அறி:

$$\begin{array}{l} 1. \quad 10\text{பெ} + 8\text{பே} = 104 \\ \quad \quad \quad 10\text{பெ} + 2\text{பே} = 86 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2. \quad 6\text{பெ} + 5\text{பே} = 100 \\ \quad \quad \quad 6\text{பெ} + 2\text{பே} = 76 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3. \quad 8\text{பெ} + 10\text{பே} = 196 \\ \quad \quad \quad 3\text{பெ} + 10\text{பே} = 136 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4. \quad 9\text{பெ} + 6\text{பே} = 90 \\ \quad \quad \quad 12\text{பெ} + 6\text{பே} = 114 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5. \quad 4\text{பெ} + 2\text{பே} = 3 \\ \quad \quad \quad 4\text{பெ} + 6\text{பே} = 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} 6. \quad 7\text{பெ} + \text{பே} = 15 \\ \quad \quad \quad 3\text{பெ} + \text{பே} = 7 \end{array}$$

$$\text{உதாரணம்} \quad \begin{array}{l} 2. \quad 3\text{பெ} + 2\text{பே} = 38 \\ \quad \quad \quad 6\text{பெ} + \text{பே} = 64 \end{array}$$

முந்திய கணக்குகளிலே ஏதோ ஒரு பொருள் இரண்டு முறையும் ஒரேயளவாய் இருந்தது; அதனால் விஷயம் இலகுவாயிற்று. இங்கே அப்படியில்லை. ஆயினும், அப்படியாக வரச் செய்யலாம்.

முதல்முறை, 3 பென்சிலும் 2 பேனையும் 38 சதம்.

$$\therefore 6 \quad , \quad 4 \quad , \quad 76 \quad ,$$

$$\begin{array}{l} \text{அதாவது } 6\text{ பெ} + 4\text{பே} = 76 \\ \quad \quad \quad 6\text{ பெ} + \text{பே} = 64 \end{array}$$

$$\therefore 3\text{பெ} = 12$$

$$\therefore \text{பே} = 4$$

இனி, முதலாவதிலிருந்து, $3\text{பெ} + 8 = 38$

$$\therefore 3\text{பெ} = 30$$

$$\therefore \text{பெ} = 10$$

அதாவது, பெ = 10, பே = 4

உதாரணம் 3.
$$\begin{aligned} 2\text{பெ} + 3\text{பே} &= 7 \\ 3\text{பெ} + 2\text{பே} &= 8 \end{aligned} \}$$

முதலாவதை மூன்று லூம், இரண்டாவதை இரண்டாலும் பெருக்குவோம்.

$$\begin{aligned} 6\text{பெ} + 9\text{பே} &= 21 \\ 6\text{பெ} + 4\text{பே} &= 16 \\ \therefore 5\text{பே} &= 5 \\ \text{பே} &= 1 \end{aligned} \}$$

முதலாவதிலிருந்து,

$$\begin{aligned} 2\text{பெ} + 3 &= 7 \\ \therefore 2\text{பெ} &= 4 \\ \therefore \text{பெ} &= 2 \\ \therefore \text{பெ} = 2, \quad \text{பே} &= 1 \end{aligned}$$

அப்பியாசம் 23 (ii)

பின்வரும் சமீகரணங்களை விடுவி; மறுமொழி கள் சரியோ என்பதையும் அறி :

- | | |
|---|--|
| 1. $\begin{aligned} 5\text{பெ} + 4\text{பே} &= 52 \\ 10\text{பெ} + 2\text{பே} &= 86 \end{aligned} \}$ | 2. $\begin{aligned} 6\text{பெ} + 5\text{பே} &= 100 \\ 3\text{பெ} + \text{பே} &= 38 \end{aligned} \}$ |
| 3. $\begin{aligned} 4\text{க} + 5\text{ச} &= 48 \\ 3\text{க} + 10\text{ச} &= 136 \end{aligned} \}$ | 4. $\begin{aligned} 3\text{உ} + 2\text{ம} &= 30 \\ 2\text{உ} + \text{ம} &= 19 \end{aligned} \}$ |
| 5. $\begin{aligned} 5\text{க} + 3\text{ச} &= 13 \\ 3\text{க} + 2\text{ச} &= 8 \end{aligned} \}$ | 6. $\begin{aligned} 4\text{x} + 5\text{y} &= 13 \\ 5\text{x} + 4\text{y} &= 14 \end{aligned} \}$ |
| 7. $\begin{aligned} 3\text{x} + 7\text{y} &= 27 \\ 4\text{x} + 3\text{y} &= 17 \end{aligned} \}$ | 8. $\begin{aligned} 5\text{x} + 2\text{y} &= 16 \\ 2\text{x} + 5\text{y} &= 19 \end{aligned} \}$ |

$$\text{உதாரணம் 4. } \begin{cases} 7x + 3y = 17 \\ 35x - 6y = 64 \end{cases}$$

முதலாவதை இரண்டாற் பெருக்கி இரண்டாவதை அப்படியே எழுதுவோம்.

$$\begin{cases} 14x + 6y = 84 \\ 35x - 6y = 64 \end{cases}$$

$$\text{கூட்டி னல். } 49x = 98$$

$$\therefore x = 2$$

$$\text{முதலாவதிலிருந்து, } 14 + 3y = 17$$

$$\therefore 3y = 3$$

$$\therefore y = 1$$

$$\therefore x = 2, y = 1$$

அப்பியாசம் 23 (iii)

விடுவி :

- | | | | |
|-------------------|------|-------------------|------|
| 1. $x + y = 10$ | $\{$ | 2. $x - y = 20$ | $\{$ |
| $x - y = 4$ | $\}$ | $x + y = 30$ | $\}$ |
| 3. $5x + 2y = 12$ | $\{$ | 4. $x + 3y = 25$ | $\{$ |
| $5x - 2y = 8$ | $\}$ | $3x - y = 25$ | $\}$ |
| 5. $3x + 2y = 8$ | $\{$ | 6. $7x + 6y = 71$ | $\{$ |
| $2x - 3y = 1$ | $\}$ | $5x - 8y = -23$ | $\}$ |
| 7. $2x - 5y = 1$ | $\{$ | 8. $4x + 3y = 1$ | $\{$ |
| $7x + 3y = 24$ | $\}$ | $3x - 2y = 21$ | $\}$ |

உதாரணம் 5. விடுவி :

$$4x + 10 = 3y + 12 = 2x + 2y + 9$$

கணக்கைப் பின்வருமாறு எழுதலாம் :

$$\begin{cases} 4x + 10 = 3y + 12 \\ 4x + 10 = 2x + 2y + 9 \end{cases}$$

$$\text{அதாவது, } \begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ 2x - 2y = -1 \end{cases}$$

இனி, முன் போலச் செய்யலாம்.

உதாரணம் 6. விடுவி:

$$6 \left(x - \frac{y}{3} \right) = \frac{5x}{8} + \frac{7y}{18} = 6$$

$$\begin{aligned} \text{அதாவது } 6 \left(x - \frac{y}{3} \right) &= 6 \\ \frac{5x}{8} + \frac{7y}{18} &= 6 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$$

$$\text{அதாவது, } \begin{cases} x - \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{5x}{8} + \frac{7y}{18} = 6 \end{cases} \quad .$$

பின்னங்களை அகற்றுவதற்கு முதலாவதை முன் ரூலும். இரண்டாவதை 72ஆலும் பெருக்குவோம்.

$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 45x + 28y = 432 \end{cases}$$

இனி, முன் போலச் செய்யலாம்.

அப்பியாசம் 23 (iv)

விடுவி:

- | | |
|-------------------|-----------------------------|
| 1. $4x + 3y = 21$ | 2. $x - 3y = -2$ |
| $4x - 3y = 3$ | $4x - 9y = 7$ |
| 3. $3x - y = 7$ | 4. $9x - 2y = 13$ |
| $5x - 9y = 41$ | $7x - 3y = 0$ |
| 5. $2x - 9y = 0$ | 6. $y - 2x = 9$ |
| $7x - 18y = -27$ | $18y - 5x = 56 \frac{1}{2}$ |

- $$7. \quad 2x - 5y = 1 \qquad \qquad \qquad 8. \quad 7x + 5y = 1$$
- $$7x + 3y = 24 \qquad \qquad \qquad 5x + 7y = 11$$
- $$9. \quad 3x + 2y = 13 \qquad \qquad \qquad 10. \quad 35x = 1 + 6y$$
- $$3x = 5 + 2y \qquad \qquad \qquad 7x + 3y = 10$$
- $$11. \quad 3x = 28 + y \qquad \qquad \qquad 12. \quad y + 3 = 3x$$
- $$4x + 3y = 48 \qquad \qquad \qquad 45x + 28y = 432$$
- $$13. \quad \frac{x}{5} - \frac{y}{7} = 1 \frac{2}{7} \qquad \qquad \qquad 14. \quad x - \frac{y}{3} = 8$$
- $$2x + 3y = 4 \qquad \qquad \qquad x + 3y = 38$$
- $$15. \quad \frac{1}{2}x + y = 2 \qquad \qquad \qquad 16. \quad \frac{x - 3}{2} = \frac{y + 4}{7}$$
- $$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \frac{1}{6} \qquad \qquad \qquad 3x = 5y$$
- $$17. \quad 4x + 3y = 28x - 21y = 21$$
- $$18. \quad 13 - 2y = 5 + 2y = 3x$$
- $$19. \quad 4x - 7 = 3x - 6 = 9y$$
- $$20. \quad 3(2x - 1) = 5(24 - 7x) = 15y.$$

இனி, கூட்டுச் சமீகரணங்கள் மூலம் செய்யக்கூடிய சில வசனக் கணக்குகள் செய்யும் முறையைப் படிப் போம். இதில் முக்கியமாகக் கவனிக்க வேண்டிய தென்னவென்றால், முதலில் கணக்கை வாசித்து நன்றாக விளங்கிக்கொண்டு பின்னர் கணக்கைச் சமீகரணங்களாக எழுதிக்கொள்ளுதல் வேண்டும். சமீகரணங்களை விடுவிப்பது கீங்கள் அறிந்ததே.

உதாரணம் 7: இரண்டு எண்களின் கூட்டுத் தொகை அவற்றின் வித்தியாசத்திலும் பார்க்க 100 கூட்டுத் தொகை எண்ணின் ஏழிலொன்றையும் சிறியதன் ஒருங்கி லொன்றையும் கூட்டி 19வரும். இரு எண்களையும் அறி.

பெரிய எண் = x எண்க.

சிறிய எண் = y என்க.

$$\therefore \text{கூட்டுத்தொகை} = x + y$$

$$\text{வித்தியாசம்} = x - y$$

$$\therefore x + y = x - y + 100 \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{அதாவது, } \begin{cases} 2y = 100 \\ 5x + 7y = 665 \end{cases}$$

இனி முன்போலவே.

உதாரணம் 8. ஒரு பின்னத்தின் தொகுதியோடு இரண்டைக் கூட்டிப் பகுதியிலிருந்து இரண்டைக் கழித்தால் பின்னம் நாலுக்குச் சமமாகும்; பகுதியிலிருந்து ஒன்றையும் தொகுதியிலிருந்து ஒன்றையும் கழித்தால் பின்னம் $\frac{1}{2}$ ஆகிறது. அப்பின்னம் யாது?

$$\text{பின்னம்} = \frac{x}{y} \text{ என்க.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+2}{y-2} = 4 \\ \frac{x-1}{y-1} = \frac{1}{2} \end{array} \right\}$$

$$\text{அதாவது, } \begin{aligned} x + 2 &= 4y - 8 \\ 2x - 2 &= y - 1 \end{aligned} \}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{அதாவது, } & x - 4y & = -10 \\ & 2x - y & = 1 \end{array} \}$$

இனி முன்போலவே.

அப்பியாசம் 23 (v)

1. 2 மேசையும் 3 கதிரையும் விலை ரூபாய் 72.
2 மேசையும் 5 கதிரையும் விலை ரூபாய் 96.
ஒவ்வொன்றின் விலையும் என்ன?
2. 4 மேசையும் 6 கதிரையும் விலை ரூபாய் 170
2 மேசையும் 5 கதிரையும் விலை ரூபாய் 115.
ஒவ்வொன்றின் விலையும் என்ன?
3. 3 புத்தகமும் 2 கொப்பியும் விலை ரூபாய் 1.75.
2 புத்தகமும் 3 கொப்பியும் விலை ரூபாய் 1.50.
ஒவ்வொன்றின் விலையும் என்ன?
4. 80 சதத்திற்கு 6 பெண்சிலும் 4 பேணையும் அல்லது 3 பெண்சிலும் 10 பேணையும் வாங்கலாமானால் ஒவ்வொன்றின் விலையை மொன்னா?

5. இரண்டு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 105.
அவற்றின் வித்தியாசம் 21. இரண்டு எண்களையும் அறி.
6. இரண்டு எண்களின் கூட்டுத்தொகையின் மும் மடங்கு 240. அவற்றின் வித்தியாசத்தின் இரு மடங்கு 32. இரண்டு எண்களையும் அறி.
7. இரண்டு எண்களின் கூட்டுத்தொகையின் பாதி 51. அவற்றின் வித்தியாசத்தின் முன்றி பொன்று 2. இரண்டு எண்களையும் அறி.
8. இரண்டு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 33. ஒரு எண்ணின் முன்றிபொன்றும் மற்ற எண்ணின் ஐந்திபொன்றும் சேர்ந்து 9. எண்களென்ன?

9. இரண்டு எண்களின் வித்தியாசம் 10. பெரிய எண்ணின் ஐந்திலொன்றும் சிறியதன் மூன்றி லொன்றும் சேர்ந்து 10. எண்களை அறி.
10. இரண்டு எண்களின் வித்தியாசம் அவற்றின் கூட்டுத் தொகையிலும் பார்க்க ஐந்திலொன்று. பெரிய எண்ணின் மூன்றிலொன்றும் சிறியதன் பாதியும் சமம். எண்களை அறி.

11. ஒரு பின்னத்தின் பகுதியோடும் தொகுதியோடும் ஒவ்வொன்றைக் கூட்டினால் $\frac{2}{3}$ வரும்; பகுதியிலிருந்தும் தொகுதியிலிருந்தும் ஒவ்வொன்றைக் கழித்தால் $\frac{1}{3}$ வரும். அப் பின்னம் என்ன?
12. ஒரு பின்னத்தின் பகுதியோடும் தொகுதியோடும் ஒவ்வொன்றைக் கூட்ட $\frac{2}{3}$ வரும்; பகுதியிலிருந்தும் தொகுதியிலிருந்தும் ஒவ்வொன்றைக் கழிக்க $\frac{1}{3}$ வரும். அப் பின்னம் என்ன?
13. ஒரு பின்னத்தின் தொகுதியோடு ஒன்றைக் கூட்டிப் பகுதியிலிருந்து ஒன்றைக் கழித்தால் $\frac{1}{3}$ வரும்; தொகுதியிலிருந்து ஒன்றைக் கழித்து, பகுதியோடு ஒன்றைக் கூட்டினால் $\frac{1}{3}$ வரும். அப் பின்னம் என்ன?

14. 56 தொன் நிறையுள்ள சாமான்களை ஏற்றிச் செல்வதற்கு 30 மாட்டு வண்டிகளும் 24 மோட்டார் லொறிகளும் தேவைப்பட்டன. அவற்றை 48 மாட்டுவண்டிகளையும் 16 மோட்டார் லொறிகளையும் கொண்டும் ஏற்றியிருக்கலாம். ஒவ்வொன்றிலும் எவ்வளவு பாரம் ஏற்றப்பட்டது?

15. இருவர் சந்தைக்கு வாழைக்குலைகள் எடுத்துச் சென்றனர். ஒருவர் மற்றவரைப் பார்த்துச் சொன்னார் : “நீ எனக்கு ஒரு வாழைக்குலை தங்தால் என்னிடத்தில் உன்னிடத்திலும் பார்க்க இருமடங்கு இருக்கும்; நான் உனக்கு ஒரு வாழைக்குலை தந்தால் இருவரிடமும் சமமாக இருக்கும்.” அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் கொண்டு சென்ற வாழைக்குலைகள் எத்தனை?
16. ஒருவன் சில பிச்சைக்காரர்களைச் சந்தித்து ஆளுக்குக் கால் ரூபாய் வீதம் கொடுக்க விரும்பி னன். ஆனால் அவ்வாறு கொடுப்பதற்கு அவனிடம் 15 சதம் குறைவாயிருந்தது. எனவே அவன் ஆளுக்கு 20 சதவீதம் கொடுத்தான். அப்பொழுது அவனிடம் 10 சதம் மின்சியிருந்தது. அவனிடம் இருந்த காசு எவ்வளவு? பிச்சைக்காரர் எத்தனை பேர்?
17. இரண்டு தானங்களையுடைய ஓர் எண்ணேடு ஒன்பதைக் கூட்டினால் தானங்கள் இடம் மாறி வரும். அத் தானங்களின் கூட்டுத்தொகை ர. அந்த எண் என்ன?
18. இரண்டு தானங்களையுடைய ஓர் எண்ணேடு அத் தானங்களை மாற்றிப்பெறும் எண்ணைக் கூட்டினால் 110 வரும். இரண்டு தானங்களினதும் வித்தியாசம் 2. அந்த எண் என்ன?
-

பின்னங்கள் (i)

ஒரு குழாய் வழியாக வரும் தண்ணீர் ஒரு தொட்டியை 3 நிமிஷங்களில் நிரப்பும். இன்னேரு குழாய் வழியாக வரும் தண்ணீர் அதே தொட்டியை 4 நிமிஷங்களில் நிரப்பும். இரண்டு குழாய்களையும் திறந்து வைத்தால் தொட்டி எவ்வளவு நேரத்தில் நிரம்பும்?

முதற் குழாய் தொட்டியை நிரப்ப எடுக்கும் நேரம் = 3 நிமிஷம்.

∴ ஒரு நிமிஷத்தில் தொட்டியின் $\frac{1}{3}$ பங்கு நிரம்பும்.

இரண்டாம் குழாய் தொட்டியை நிரப்ப எடுக்கும் நேரம் 4 நிமிஷம்.

∴ ஒரு நிமிஷத்தில் தொட்டியின் $\frac{1}{4}$ பங்கு நிரம்பும்.

∴ இரண்டு குழாய்களும் சேர்ந்தால் தொட்டியின் $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ பங்கு நிரம்பும்.

$$\text{அதாவது } \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12} \text{ பங்கு நிரம்பும்.}$$

$\frac{7}{12}$ பங்கு நிரப்ப ஒரு நிமிஷம் வேண்டும்.

∴ முழுத்தொட்டியும் நிரம்புவதற்கு வேண்டிய நேரம் = $\frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$ நிமிஷம்.

முதற் குழாய் a நிமிஷங்களிலும், இரண்டாவது குழாய் b நிமிஷங்களிலும் நிரப்பினால் இரண்டும் சேர்ந்து தொட்டியை எவ்வளவு நேரத்தில் நிரப்பும்?

முதற் குழாய் ஒரு நிமிஷத்தில் தொட்டியின் $\frac{1}{a}$ பங்கை நிரப்பும்.

இரண்டாவது குழாய் ஒரு நிமிஷத்தில் தொட்டி $\frac{1}{b}$ பங்கை நிரப்பும்.

இரண்டும் சேர்ந்து ஒரு நிமிஷத்தில் தொட்டியின் $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ பங்கை நிரப்பும்.

அதாவது, $\frac{b+a}{ab}$ பங்கை நிரப்பும்.

∴ முழுத் தொட்டியையும் நிரப்புவதற்கு வேண்டிய நேரம் = $\frac{ab}{a+b}$ நிமிஷம்.

இங்கே, $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4+3}{12}$ என்பதுபோல,

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b+a}{ab}$ என வரும்.

அப்படியே, $\frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{3+4}{24}$ என்பதுபோல,

$\frac{1}{4a} + \frac{1}{6b} = \frac{3b+2a}{12ab}$ என வரும்.

எனக்கணிதத்திற்போல, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ என்பதைக் கணித தற்கு அதை $\frac{b+a}{ab}$ என்றமாதிரி அமைத்தல் இலேசானது. அதாவது, பல பின்னங்கள் சேர்ந்து வரும் போது அவற்றை ஒரு தனிப் பின்னமாக்குதல் கணித தற்கு இலேசாயிருக்கும்.

அப்பியாசம் 24

தனிப் பின்னாமாகச் செருக்கு:

1. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

2. $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

3. $\frac{2}{a} + \frac{3}{b}$

4. $\frac{3}{a} - \frac{4}{b}$

5. $\frac{1}{a} + 2$

6. $\frac{1}{a} - 3$

7. $\frac{a}{b} + 5$

8. $\frac{a}{b} - 7$

9. $\frac{a}{b} + c$

10. $\frac{a}{b} - c$

11. $\frac{a}{b} + \frac{1}{c}$

12. $\frac{a}{b} - \frac{1}{c}$

13. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$

14. $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$

15. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{ab}$

16. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{ab}$

17. $\frac{l}{a} + \frac{m}{b} + \frac{n}{ab}$

18. $\frac{l}{a} + \frac{m}{b} - \frac{n}{ab}$

19. $\frac{1}{2a} + \frac{1}{3b}$

20. $\frac{1}{3a} - \frac{1}{4b}$

21. $\frac{2}{3a} + \frac{3}{5b}$

22. $\frac{3}{4a} - \frac{2}{5b}$

23. $\frac{2}{3a} + \frac{5}{6b}$

24. $\frac{3}{5a} - \frac{7}{10b}$

25. $\frac{3}{4a} + \frac{5}{8b}$

26. $\frac{2}{7a} - \frac{3}{14b}$

$$27. \frac{l}{3a} + \frac{m}{9b}$$

$$28. \frac{m}{4a} - \frac{n}{12b}$$

$$29. \frac{p}{3a} + \frac{q}{6b} + \frac{r}{9ab}$$

$$30. \frac{p}{4a} - \frac{q}{6b} - \frac{r}{8ab}$$

$$\checkmark 31. \frac{1}{x^2} + \frac{1}{xy}$$

$$32. \frac{1}{x^2} - \frac{1}{xy}$$

$$33. \frac{1}{y^2} + \frac{1}{xy}$$

$$34. \frac{1}{y^2} - \frac{1}{xy}$$

$$35. \frac{1}{x^2y} + \frac{1}{zy^2}$$

$$36. \frac{1}{zy} + \frac{1}{yx} + \frac{1}{zx}$$

$$37. \frac{a}{xy} + \frac{b}{yz} + \frac{c}{zx}$$

$$38. \frac{a}{yz} - \frac{b}{xy}$$

$$\checkmark 39. \frac{1}{x^2} + \frac{1}{xy} + \frac{1}{y^2}$$

$$40. \frac{1}{x^2} - \frac{1}{xy} + \frac{1}{y^2}$$

$$\checkmark 41. \frac{1}{3x^2} - \frac{1}{2x}$$

$$42. \frac{a}{zy} + \frac{b}{xz}$$

$$43. \frac{a}{zy} - \frac{b}{xz}$$

$$44. 1 + \frac{a}{2y} + \frac{b}{y}$$

$$\checkmark 45. \frac{5}{m} + \frac{4}{m+2}$$

$$46. \frac{3}{m} - \frac{2}{m+3}$$

$$\checkmark 47. \frac{2}{m+3} + \frac{3}{m}$$

$$48. \frac{5}{m+5} + 1$$

$$49. 3 - \frac{4}{m+2}$$

$$50. 2 + \frac{5}{m+1}$$

$$51. \frac{1}{m} + \frac{1}{m+3n}$$

$$52. \frac{1}{m} - \frac{1}{m+2n}$$

$$53. \frac{1}{2m} + \frac{1}{2m+1}$$

$$54. \frac{3}{2m} + \frac{2}{3+m}$$

$$55. \frac{1}{a+2} + \frac{1}{a+3}$$

$$56. \frac{2}{a+t} + \frac{2}{a-t}$$

$$57. \frac{1}{a+m} + \frac{1}{a+n}$$

$$58. \frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}$$

$$59. \frac{1}{a-3} + \frac{1}{a-2}$$

$$60. \frac{3m}{a+m} + \frac{2m}{a-m}$$

$$61. \frac{1}{a-m} + \frac{1}{a-n}$$

$$62. \frac{a}{b-t} + \frac{b}{a-t}$$

$$\checkmark 63. \frac{1}{a+t} + \frac{1}{a-t}$$

$$64. \frac{3}{2a-3b} + \frac{5}{3a-2b}$$

1. $a - 2b^2 + 3c^3$ என்பதை $a + 2b^2 - 3c^3$ என்பதாற் பெருக்கு.
2. ஒருவன் $2a$ பழங்களை ஒன்று b சதவீதம் வாங்கி னன். வாங்கிய பழங்களுள் ($a + c$) பழங்களை ஒன்று ($b + d$) சதவீதமும், மிகுதி ($a - c$) பழங்களை ஒன்று ($b - d$) சதவீதமும் விற்கிறேன். அவனுடைய நயம் எவ்வளவு?

3. ஒன்று தொடக்கம் n வரையும் உள்ள எண்களது வர்க்கத்தின் கூட்டுத்தொகையைத் தரும் வாய்பாடு $S = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ ஆகும். $n = 1, n = 2, n = 3$ ஆகிய சந்தர்ப்பங்களில் வாய்பாடு சரியெனக் காட்டு. ஒன்று தொடக்கம் 100 வரையும் உள்ள எண்களது வர்க்கத்தின் கூட்டுத்தொகையையும் அறி.

4. $y = (u + 2f)t - \frac{1}{2}ft^2$ என்னும் வாய்பாட்டை $u = \dots$ என்று வரும்படியாக மாற்று; $f = \dots$ என்று வரும்படியாகவும் மாற்று.

5. வீடுவி:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & \frac{7}{12}(7x - 11) - \frac{3}{8}(5x + 3) = \frac{5}{3}(x+1) \\ \text{(ii)} \quad & \left. \begin{array}{l} 2x = 3y + 5 \\ 5y = 3x - 4 \end{array} \right\} \end{aligned}$$

6. சுருக்கு:

$$\text{(i)} \quad 1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \quad \text{(ii)} \quad \frac{2}{2a+3} - \frac{3}{3a+2}$$

14

- $6a^5 - a^4 - 4a^2 - 16$ என்பதை $3a^2 - 2a + 4$ என்பதாற் பிரி.
- ஒருவன் a மைல் தூரத்தை மணித்தியால் மொன்றுக்கு b மைல் வீதமும், b மைல் தூரத்தை மணித்தியால் மொன்றுக்கு a மைல் வீதமும் நடந்தான். இரண்டு தூரங்களையும் நடக்க எவ்வளவு நேரமெடுத்தான்?

3. $x = 3, y = 2, z = -1$ எனக்கொண்டு $x^3 + y^3 + z^2 - 3xyz$ என்பதன் விலையை அறி.
4. ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவை அறிவதற்குரிய வாய்பாடு சு = 2π ஆகும்; ஒரு வட்டத்தின் பரப்பை அறிவதற்குரிய வாய்பாடு ப = πa^2 . இவற்றை விருந்து, சுற்றளவு தெரிந்தால் பரப்பை அறியக் கூடிய வாய்பாட்டை ஆக்கு. [ஆ = ஆரம்]

5. விடுவி :

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad (2x + 3)(5x - 4) &= 5(x + 6)(2x - 1) \\ \text{(ii)} \quad \frac{224 - a}{a - 160} &= \frac{7b}{5b} \end{aligned}$$

6. சருக்கு :

$$\text{(i)} \quad 3 - \frac{a - b}{b} + \frac{(a - b)^2}{b^2}$$

$$\text{(ii)} \quad \frac{a + b}{a - b} + \frac{a - b}{a + b}$$

15

1. சருக்கு : $(3a - 1)(2a + 3) - 9(2a - 1)^2 + (6a - 5)(5a - 3)$
2. ஒன்று ($a - c$) சதவீதம் ($a + b$) பழங்களினதும் ஒன்று ($a + c$) சதவீதம் ($a - b$) பழங்களினதும் மொத்தவிலையை அறிந்து சுருக்கி எழுது. ஒரு பழத்தின் சராசரி விலையையும் அறி.
3. $a = 3, b = -2, c = 2$ எனக்கொண்டு
- $$(i) \quad a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(ii) \frac{4a^2 - 12ab + 9b^2 - 16c^2}{2a - 3b + 4c}$$

என்பவற்றின் விலையை அறி.

4. ஒரு உருளையின் வெளிப்பரப்பு (A) முழுவதையும் அறிவதற்குரிய வாய்பாடு $A = 2\pi r(r + h)$ ஆகும். இதில் r = ஆரம், h = உயரம். பரப்பும் ஆரமும் தெரிந்தால், உயரத்தை அறியக்கூடிய விதமாக வாய்ப்பாட்டை எழுது.
 5. $\frac{2x - 3y^2}{x + 6y} = \frac{6}{5}$ என்பதில், $y = -2$ எனக் கொண்டு * இன் விலையை அறி,
 6. $5a = 30 + 3b$ எனவும், $5b = 1 - 3a$ எனவும் கொண்டு $3a^2 - 5b^2$ என்பதன் விலையை அறி.
-

16

1. சுருக்கு : $2a(2a^2 - a + 2) - (2a^3 - a - 2)^2$
2. ஓர் அறையின் நீளம் n அடி; அதன் அகலம் b அடி. இதில் ஒரு குறுக்குச் சுவர் கட்டி n அடி நீளமும் b அடி அகலமும் உடைய ஒரு அறை வகுக்கப்படுகிறது. புதிதாகக் கட்டிய சுவர் ஒரு அடித் தடிப்புடையது. மிகுதி அறையின் பரப்பை அறிவதற்குரிய வாய்ப்பாட்டை ஆக்கு.
3. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ எனக் கொண்டு $(x + 1)^3$, $(x - 1)^3$, $(x - y)^3$ என்ப வற்றை விரித்தெழுது.
4. பின்வருவனவற்றை எழுவாய் n உடையதாக மாற்று.

$$(i) \quad a = b + \frac{c}{n} \quad (ii) \quad an + b = cn + d.$$

5. ஒரு பின்னத்தின் பகுதிக்கு ஒன்றைக் கூட்டினால் பின்னம் கூக்குச் சமமாகும்; தொகுதிக்கு மூன்றைக் கூட்டினால் பின்னம் கூக்குச் சமமாகும். அப் பின்னம் என்ன?

$$6. z = \frac{a}{a+b} \text{ எனவும், } y = \frac{b}{a-b} \text{ எனவுங்கொண்டு}$$

$$\frac{1}{z} + \frac{1}{y} = \frac{a^2 + b^2}{ab} \text{ எனக் காட்டு.}$$

17

1. $a + \frac{1}{a} = 3$ எனக்கொண்டு $a^2 + \frac{1}{a^2}$ எவ்வளவுக்குச் சமம் என்பதை அறி.

2. இராமன் a புத்தகங்களை ஒன்று b ரூபாய் வீதம் வாங்குகிறான். கோவிந்தன் இராமன் வாங்கிய திலும் பார்க்க c புத்தகங்கள் குறைய வாங்குகிறான்; ஆனால் ஒவ்வொன்றுக்கும் இராமன் கொடுத்ததிலும் பார்க்க c ரூபாய் கூடக் கொடுக்கிறான். இராமனிலும் பார்க்கக் கோவிந்தன் எவ்வளவு கூடச் செலவிட்டான்?

$$3. a = \frac{1}{x+1} \text{ எனவும், } b = \frac{x}{x-1} \text{ எனவுங்கொண்டு}$$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = x + \frac{1}{x} \text{ எனக் காட்டு.}$$

4. ஒரு கலவன் பாடசாலையிலே பெண் பிள்ளைகளிலும் பார்க்க ஆண்பிள்ளைகளின் தொகை 15 கூட. ஆண்பிள்ளைகளின் தொகை 10% கூடவும், பெண் பிள்ளைகளின் தொகை 16% கூடவும் இருந்தால், பெண் பிள்ளைகளிலும் பார்க்க ஆண்பிள்ளைகளின்

தொகை 9 மாத்திரம் கூடியிருக்கும் பாடசாலையிலுள்ள பிள்ளைகளின் தொகை என்ன?

5. $3a - 2b = 4$ எனவும், $2a - 3b = 5$ எனவும்
கொண்டு $\frac{a + b}{a - b}$ என்பதன் விலையை அறி.

6. $\frac{1 - 2x}{4} - \frac{x - 2}{6} + \frac{1}{12}$ என்பதை 12ஆற் பிரி.

18

வொரு நாளுக்கும் 75 சதவீதம் குற்றமும்போட்டு தவணை முடிவில் அவன் பெற்ற காசு 30 ரூபா யாகும். அவன் எத்தனை நாள் வேலைசெய்தான்?

5. சுருக்கு: (i) $\frac{4\alpha}{2\alpha - 2} + \frac{2\alpha}{\alpha - 1}$
- (ii) $\alpha + \frac{1}{1 + \alpha} + \frac{1 + \alpha^2}{1 - \alpha}$
6. ஒருவன் 45 மைல் தூரப் பிரயாணத்தில் ஒரு பகுதியை மணித்தியாலம் 10 மைல் வீதமும், மிகுந்தியை மணித்தியாலம் $7\frac{1}{2}$ மைல் வீதமும் சென்றான். முழுப் பிரயாணத்துக்கும் அவன் எடுத்த நேரம் 5 மணித்தியாலம். எவ்வளவு நேரத்துக்கு அவன் 10 மைல் வீதம் சென்றான்?
-

சினைகள் (i) — பொதுச்சினை

இந்தப் படம் இரண்டு அறைகளைக் குறிக்கின்றது. அவை வெவ்வேறு நீளம் உடையன; ஆனால்

A	B	B	ஓரே அகலம் உடையன.
அடி	24 அடி	18 அடி	படத்திலுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு கணித்தால்,
அ டி			இரண்டு அறைகளின் மொத்தப் பரப்பும் எவ்வளவாகும்?
D	C	F	

$$\text{பரப்பு} = 24 \times 14 + 18 \times 14 \text{ சதுரஅடி}$$

அதாவது, மொத்தப் பரப்பைக் காண்பதற்கு இரண்டு பெருக்கல்களைச் செய்து மறுமொழிகளைக் கூட்டுதல் வேண்டும்.

மொத்தப் பரப்பைக் காண்பதற்கு வேறுமொரு வழியுண்டு. அவைகளைப் பிரிக்கும் இடைச் சவர் (BC) இல்லையெனக் கொண்டால் இரண்டு அறைகளுக்குப் பதிலாக ஒரு பெரிய அறை புலனாகும். இரண்டு அறைகளினதும் மொத்தப் பரப்பு இந்த அறையின் பரப்புக்குச் சமமாகும். (இடைச் சவர் அற்ப தடிப்பு உடையதெனக் கொள்வோம்.)

பெரிய அறையின் நீளம் = 42 அடி; அகலம் = 14 அடி.

$$\therefore \text{பரப்பு} = 42 \times 14 \text{ சதுரஅடி}.$$

ஆகவே ஒரு பெருக்கலோடு மொத்தப் பரப்பை அறிந்துகொள்ளலாம். இது இல்லோன வழி.

பின்வரும் படிகளிலிருந்து செய்கை சுருக்கப்படுவதைக் கண்டுகொள்ளலாம்.

$$\begin{aligned} \text{பரப்பு} &= 24 \times 14 + 18 \times 14 \\ &= (24 + 18) 14 \\ &= 42 \times 14 \text{ சதுர அடி.} \end{aligned}$$

சில சமயங்களிலே இச் சுருக்க வழி செய்கையை மிகவும் இலகுப்படுத்துவது முன்டு. உதாரணமாக, $AB = 33\frac{1}{2}$, $BE = 16\frac{1}{2}$, $AD = 18$ எனக்கொண்டால்,

$$\begin{aligned} \text{பரப்பு} &= 33\frac{1}{2} \times 13 + 16\frac{1}{2} \times 13 \\ &= (33\frac{1}{2} + 16\frac{1}{2}) 13 \\ &= 50 \times 13 \\ &= 650 \text{ சதுர அடி.} \end{aligned}$$

அப்பியாசம் 25

1. முந்திய படத்திற் காட்டியவாறு அமைத்த இரண்டு அறைகளின் மொத்தப் பரப்பைப் கணித்தறிக. அளவுகள் பின்வருமாறு :

	AB	BE	AD
(i)	23 அடி	17 அடி	14 அடி
(ii)	62 ,,	38 ,,	27 .
(iii)	32 , 4 அங.	17 , 8 அங.	15 ..
(iv)	48 , 8 ,,	31 , 9 ,,	17 , 6 அங.

A	B	C	D
H	G	F	E

2. பக்கத்துப் படத்திற் காட்டியவாறு அமைந்த மூன்று அறைகளின் மொத்தப் பரப்பைப் கணித்தறிக. அளவுகள் பின்வருமாறு :

AB

(i) 19 அடி

 BC

27 அடி

 CD

14 அடி

 AH

15 அடி

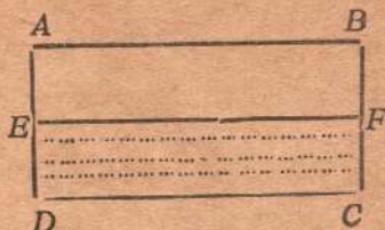
(ii) 27 ,,

49 ,,

24 ,,

23 ,,

(iii) 15 , , 7 அங். 13 , , 3 அங். 11 , , 2 அங். 13 , ,

 B C

3. பக்கத்துப் படத் திற் காட்டியவாறு ஒரு சுவரிலே கீழ்ப் பகுதிக் குக் காவியும் மேற் பகுதிக்கு வெள்ளையும் பூசப் பட்டிருக்கிறது. வெள்ளை பூசப்பட்ட மேற்பகுதியின் பரப்பைக் கணித்தறிக.

அளவுகள் பின்வருமாறு :

 AB

(i) 29 அடி

 AD

14 அடி

 ED

4 அடி

(ii) $22\frac{1}{2}$,, $13\frac{1}{2}$,, $3\frac{1}{2}$,,

(iii) 65 ,,

8 , , 4 அங்.

3 , , 4 அங்.

4. பக்கத்துப் படத் திற் காட்டியவாறு அமைந்த இரு அறை களின் மொத்தப் பரப்பைக் கணித்தறிக.

 A B  E F H G

அளவுகள் பின் வருமாறு :

 AD

(i) 57 அடி

 AB

16 அடி

 EF

43 அடி

 EH

16 அடி

(ii) 38 ,,

16 ,,

62 ,,

16 ,,

(iii) 63 ,,

24 ,,

63 ,,

26 ,,

5. பக்கத்துப் படத்திற்
காட்டியவாறு ஒரு சம்சதுர
அறையிலே ஒரு மேடை
அமைக்கப்பட் டிருக்கிறது.
மேடை ஒழிந்த இடத்தின்
பரப்பைப் கணித்தறிக.

அளவுகள் பின்வருமாறு :



AB

- (i) 28 அடி
- (ii) 62 ,,
- (iii) 117 ,,

AE

- 8 அடி
- 12 ,,
- 17 ,,

6. முதலாவது கேள்வியிலுள்ள இரு அறைகளின் தீளங்களை a, b எனவும், பொதுவான அகலத்தை c எனவும் கொண்டு அவற்றின் மொத்தப் பரப்பை அறிவதற்குரிய வாய்பாட்டை எழுது. பின்னர், இலோசாகக் கணித்தறியக்கூடிய முறையிலே அவ் வாய்பாட்டை அமைத்தெழுது.

7. இரண்டாம் கேள்வியிலுள்ள மூன்று அறைகளின் தீளங்களை a, b, c எனவும், பொதுவான அகலத்தை d எனவும் கொண்டு மூன்று அறைகளின் மொத்தப் பரப்பை அறிவதற்குரிய வாய்பாட்டை எழுது. பின்னர், இலோசாகக் கணித்தறியக்கூடிய முறையிலே அவ் வாய்பாட்டை அமைத்தெழுது.

8. நாலாம் கேள்வியிலே T வடிவாக அமைந்த இரண்டு அறைகளின் மொத்தப் பரப்பை அறிவதற்குரிய வாய்பாட்டை எழுது. பின்னர், இலே

சாகக் கணிததறியக்கூடிய முறையில் அவ்வாய் பாட்டை அமைத்தெழுது.

அளவுகள் பின்வருமாறு:

	<i>AD</i>	<i>AB</i>	<i>EF</i>	<i>EH</i>
(i)	<i>a</i> அடி	<i>c</i> அடி	<i>b</i> அடி	<i>c</i> அடி
(ii)	<i>a</i> ,	<i>b</i> ,	<i>a</i> ,	<i>c</i> ,
(iii)	<i>a</i> ,	<i>c</i> ,	<i>b</i> ,	<i>2c</i> ,
(iv)	<i>2a</i> ,	<i>c</i> ,	<i>a</i> ,	<i>d</i> ,
(v)	<i>a</i> ,	<i>c</i> ,	<i>3a</i> ,	<i>d</i> ,

பின்வருவனவற்றைச் சுருக்கமுறையாகக் கணித தறிக :

9. $71 \times 38 + 29 \times 38$
10. $16\frac{1}{2} \times 8 - 6\frac{1}{2} \times 8$
11. $19.3 \times 7.5 + 10.7 \times 7.5$
12. $36 \times 14 + 29 \times 14 - 15 \times 14$
13. $68 \times 22 + 16 \times 44$
14. $126 \times 23 - 13 \times 46$
15.
$$\frac{68 \times 22 - 18 \times 22}{24 \times 25 + 16 \times 25}$$
16.
$$\frac{5 \times 2\frac{1}{2} + 5 \times 3\frac{1}{2}}{6 \times 1\frac{1}{4} + 6 \times 3\frac{3}{4}}$$

பின்வருவனவற்றை, கணிததற்கு இலேசான முறையில் அமைத்தெழுது:

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 17. $7x + 7y$ | 18. $13m - 13n$ |
| 19. $ab + ac$ | 20. $ab - ac$ |
| 21. $ax + bx + cx$ | 22. $ax - bx + cx$ |

23. $xy + x$

25. $a^2 + 3a$

27. $mn + m^2$

29. $a^2 + ab$

24. $xy - x$

26. $a^2 - 5a$

28. $mn - m^2$

30. $a^2 - ab$

பின்வருவனவற்றைச் சினைகளாக எழுது :

31. $2ab - 2ac$

33. $6ab - 8b^2$

35. $a^2b^2 - ab$

37. $3xy + yz$

39. $x^2y + x^2z + x^2$

41. $2a^3b + 3ab^2 - ab$

43. $6ab^2 + 9a^2b + 3a^2$

44. $2xy^3 - 6x^2y^2 + 2x^3y$

45. $2a^3 - 6a^2b + 2ab^2$

46. $7m^3 - 7m^2n + 14mn^2$

47. $(a + b)c + (a + b)d$

48. $a(m + n) + b(m + n)$

49. $5x(m + n) - 10y(m + n)$

50. $9a(x + y) + 6b(x + y)$

51. $(a - 3b)m - (a - 3b)$

52. $ab(x + y) - (x + y)$

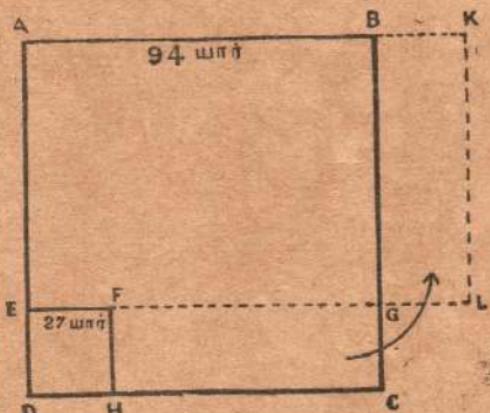
53. $8(a + b) + c(a + b)$

54. $(x + y)a - 7b(x + y)$

55. $ac + bc + ad + bd$
 56. $am - bm + an - bn$
 57. $5ax + 5bx + 10ay + 10by$
 58. $9ax + 9ay + 6bx + 6by$
 59. $am - 3bm + an - 3bn$
 60. $abx - aby + cx - ey$
 61. $8a + 8b + ac + bc$
 62. $ax + ay + 7bx + by$
 63. $a^3 + a^2 + 2a + 2$
 64. $x^8 + x^2 + x + 1$
 65. $1 - y + y^2 - y^3$
 66. $x^2 - 3x + xy - 3y$
-

சினைகள் (ii) - வர்க்க வித்தியாசம்

இந்தப் படம்
சதுரமான ஒரு
தோட்டத்தையும்
அதற்குள்ளே சதுர
மான ஒரு வீட்டை
யும் குறிக்கும்.
படத்திலுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு
எஞ்சிய தோட்டத்
தின் பரப்பைக்
கணிப்போம்.



$$\text{பரப்பு} = 94^2 - 27^2 \text{ சதுர யார்.}$$

அதாவது, எஞ்சிய பரப்பை அறிவதற்கு இரண்டு பெருக்கல்களைச் செய்து மறுமொழிகளைக் கழித்தல் வேண்டும்.

முன்போல் இலேசான வழியுண்டா என்று பார்ப்போம். விட்டுக்குப் பக்கத்திலுள்ள பகுதியாகிய $FGCH$ என்பதை BG என்பதற்குப் பக்கத்திலுள்ள தாகக் கருதினால், எஞ்சிய தோட்டப்பகுதி ஒரு நீள் சதுரமாகும் ($AKLE$).

$$\text{அதன் நீளம்} = (94 + 27) \text{ யார்},$$

$$\text{அதன் அகலம்} = (94 - 27) \text{ யார்),$$

$$\therefore \text{பரப்பு} = (94 + 27)(94 - 27) \text{ சதுர யார்.}$$

$$\text{அதாவது, } 94^2 - 27^2 = (94 + 27)(94 - 27)$$

அதாவது, இரண்டு சதுரங்களின் நீளங்களினது கூட்டுத் தொகையையும் அவற்றின் வித்தியாசத்தையும் பெருக்குதல் வேண்டும்.

சில சமயங்களில் இம்முறை வெகு இலகுவானது.

உதாரணமாக :

$$73^2 - 27^2 = (73 + 27)(73 - 27) \\ = 100 \times 46 = 4600$$

$$86^2 - 79^2 = (86 + 79)(86 - 79) \\ = 165 \times 7 = 1155$$

அப்பியாசம் 26

1. முன் காட்டிய பத்தைப்போல அமைந்த தோட்டத்திலே விடு ஒழிந்த எஞ்சிய தோட்டப் பரப்பைக் கணித்தறி. அளவுகள் பின்வருமாறு:

	DC	DH
(i)	87	13
(ii)	65	35
(iii)	34	16
(iv)	127	73
(v)	105	95
(vi)	92	89

2. சதுரமான ஒரு பலகையிலே சதுரமான ஒரு துவா
ரம் உண்டு. எஞ்சிய பலகையின் பரப்பைக்
கணித்தறி. அளவுகள் பின்வருமாறு:

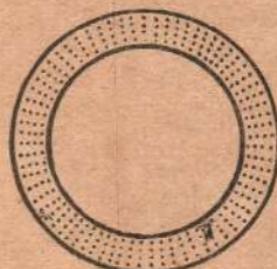
பலகை நிலம்	துவார நிலம்
(i) 85 அடி	1.5 அடி
(ii) 146 அங்.	5.4 அங்.
(iii) 12.8 ,	7.2 ,

3. பக்கத்துப் பா-த்திற் காட்டிய வளையத்தின்
பரப்பை அறி.

அளவுகள் பின்வருமாறு :

வெளிவட்ட உள்வட்ட
அரம் அரம்

(i)	21	அந்.	19	அந்.
(ii)	33	,	27	,
(iii)	47	,	43	,



4. இரண்டாம் கேள்வியிலுள்ள பலகையின் ஒரு பக்க நீளத்தை a எனவும், துவாரத்தின் ஒருபக்க நீளத்தை b எனவும் கொண்டு, எஞ்சிய பலகையின் பரப்பை அறிவதற்குரிய வாய்பாட்டை எழுது. பின்னர், இலேசாக்க கணித்தறியக்கூடிய முறையில் அவ் வாய்பாட்டை அமைத்தெழுது.
5. மூன்றாம் கேள்வியிலே, வெளி ஆரத்தை R என வும், உள் ஆரத்தை r எனவும் கொண்டு வளையத் தின் பரப்பை அறிவதற்குரிய வாய்பாட்டை எழுது. பின்னர், கணித்தற்கு இலேசான முறையில் அவ் வாய்பாட்டை அமைத்தெழுது.
-

பின்வருவனவற்றை இலேசான முறையிலே
கணித்தறி :

6.	$87^2 - 13^2$	7.	$65^2 - 35^2$
8.	$34^2 - 16^2$	9.	$127^2 - 73^2$
10.	$105^2 - 95^2$	11.	$83^2 - 83^2$
12.	$129^2 - 125^2$	13.	$(8\cdot 5)^2 - (1\cdot 5)^2$
14.	$(12\cdot 6)^2 - (7\cdot 4)^2$	15.	$(5\cdot 75)^2 - (4\cdot 25)^2$

பின்வருவனவற்றை, இலேசாக்க கணித்தறியக்கூடிய முறையிலே எழுது.

16.	$a^2 - b^2$	17.	$x^2 - y^2$
18.	$m^2 - n^2$	19.	$a^2 - 4$
20.	$a^2 - 9$	21.	$a^2 - 16$
22.	$a^2 - 36$	23.	$x^2 - 81$
24.	$x^2 - 49$	25.	$25 - m^2$

26. $64 - m^2$ 27. $a^2 - 1$
 28. $1 - b^2$ 29. $a^2 b^2 - c^2$
 30. $a^2 - b^2 c^2$ 31. $m^2 n^2 - 9$
 32. $16 - x^2 y^2$ 33. $p^2 q^2 - 1$
 34. $1 - a^2 b^2$ _____

பின்வருவனவற்றைச் சினைகளாக்கு :

35. $4a^2 - b^2$ 36. $x^2 - 9y^2$
 37. $25x^2 - y^2$ 38. $1 - 36a^2$
 39. $p^2 q^2 - 25x^2$ 40. $81a^2 - b^2 c^2$
 41. $36x^2 - 25y^2$ 42. $100 - 9a^2 b^2$
 43. $4m^2 n^3 - 1$ _____
44. $(a + b)^2 - c^2$ 45. $(a - b)^2 - c^2$
 46. $(x + y)^2 - 9$ 47. $(x - y)^2 - 16$
 48. $(m + n)^2 - 9x^2$ 49. $(m - n)^2 - 16x^2$
 50. $(x + y)^2 - x^2$ 51. $(x - y)^2 - x^2$
 52. $(x + y)^2 - y^2$ 53. $(x - y)^2 - y^2$
 54. $(a + b)^2 - 4a^2$ 55. $(a - b)^2 - 4a^2$
 56. $(a + b)^2 - 9b^2$ 57. $(a - b)^2 - 9b^2$
 58. $4(a + b)^2 - 16c^2$ 59. $16(a + b)^2 - 9c^2$
 60. $25(a - b)^2 - 9b^2$ 61. $36(a + b)^2 - 16a^2$
62. $\pi R^2 - \pi r^2$ 63. $7x^2 - 7y^2$
 64. $ax^2 - ay^2$ 65. $4ax^2 - 9ay^2$
 66. $x^3 - xy^2$ 67. $a^2 b - b^3$
 68. $9a^2 b - 16b^3$ 69. $12x^2 - 27y^2$
 70. $50 - 8x^2$ 71. $7 - 28x^2 y^2$
 72. $4m^3 - m$ _____

73. $(x^2 - y^2) + 3(x + y)$
 74. $(x^2 - y^2) + 5(x - y)$
 75. $(x^2 - y^2) - 4(x + y)$
 76. $(x^2 - y^2) - 7(x - y)$
 77. $(x^2 - y^2) - (x + y)$
 78. $(x^2 - y^2) - (x - y)$
 79. $(x^2 - y^2) - x(x + y)$
 80. $(x^2 - y^2) - x(x - y)$
 81. $(x^2 - y^2) + y(x + y)$
 82. $(x^2 - y^2) - y(x - y)$
 83. $(x^2 - y^2) + a(x + y)$
 84. $(x^2 - y^2) - b(x - y)$
-

சினைகள் (iii) - முவுறுப்பிகள் (a)

$a + 2$, $a + 3$ ஆகிய இரண்டும் ஒரு கோவையின் சினைகள். அந்தக் கோவை யாது?

$$\begin{array}{r} a + 2 \\ a + 3 \\ \hline a^2 + 2a \\ \quad + 3a + 6 \\ \hline a^2 + 5a + 6 \end{array}$$

\therefore கேட்கப்பட்ட கோவை $= a^2 + 5a + 6$.

உப்பியாசம் 27 (i) வாய்க்கணக்குகள்

பின்வருவன எக் கோவைகளின் சினைகளாகும்?

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1. $(a + 3)(a + 4)$ | 2. $(a + 2)(a + 4)$ |
| 3. $(a + 2)(a + 3)$ | 4. $(a + 2)(a + 5)$ |
| 5. $(a + 3)(a + 5)$ | 6. $(a + 4)(a + 5)$ |
| 7. $(a + 2)(a + 1)$ | 8. $(a + 3)(a + 7)$ |
| 9. $(a + 1)(a + 6)$ | 10. $(a + 5)(a + 5)$ |
| 11. $(a + 3)(a + 3)$ | 12. $(a + 6)(a + 7)$ |
-

பின்வரும் நாலு பெருக்கல்களையும் பாருங்கள் :

$$\begin{array}{r} a + 7 \\ a + 3 \\ \hline a^2 + 7a \\ \quad + 3a + 21 \\ \hline a^2 + 10a + 21 \end{array} \qquad \begin{array}{r} a - 7 \\ a - 3 \\ \hline a^2 - 7a \\ \quad - 3a + 21 \\ \hline a^2 - 10a + 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 a + 7 \\
 a - 3 \\
 \hline
 a^2 + 7a \\
 - 3a - 21 \\
 \hline
 a^2 + 4a - 21
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 a - 7 \\
 a + 3 \\
 \hline
 a^2 - 7a \\
 + 3a - 21 \\
 \hline
 a^2 - 4a - 21
 \end{array}$$

- (i) பெருக்கங்களின் முதல் உறுப்பு $a \times a$ பெருக்கப்பட்டு வருவதாகும்.
- (ii) பெருக்கங்களின் நடு உறுப்பு எண்களைக் கூட்டிப் பெற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது.

முதலில்,	$+ 10 = (+ 7) + (+ 3)$
இரண்டாவதில்,	$- 10 = (- 7) + (- 3)$
மூன்றாவதில்,	$+ 4 = (+ 7) + (- 3)$
நான்காவதில்,	$- 4 = (- 7) + (+ 3)$

- (iii) பெருக்கங்களின் மூன்றாம் உறுப்பு எண்களைப் பெருக்கிப் பெற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது.

முதலில்,	$+ 21 = (+ 7) \times (+ 3)$
இரண்டாவதில்,	$+ 21 = (- 7) \times (- 3)$
மூன்றாவதில்,	$- 21 = (+ 7) \times (- 3)$
நான்காவதில்,	$- 21 = (- 7) \times (+ 3)$

அப்பியாசம் 27 (ii) வாய்க்கணக்குகள்

பின்வருவனவற்றின் பெருக்கங்களைக் கூறு:

1. $(a + 5)(a + 2)$
2. $(a - 5)(a - 2)$
3. $(a + 5)(a - 2)$
4. $(a - 5)(a + 2)$
5. $(a + 7)(a + 3)$
6. $(a - 7)(a - 3)$

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 7. $(a - 7)(a + 3)$ | 8. $(a + 7)(a - 3)$ |
| 9. $(x + 3)(x - 1)$ | 10. $(x - 3)(x - 1)$ |
| 11. $(x + 3)(x + 1)$ | 12. $(x - 3)(x + 1)$ |
| 13. $(x - 8)(x - 5)$ | 14. $(x + 8)(x + 5)$ |
| 15. $(x + 8)(x - 5)$ | 16. $(x - 8)(x + 5)$ |
| 17. $(y + 1)(y + 3)$ | 18. $(y - 3)(y - 5)$ |
| 19. $(p + 3)^2$ | 20. $(p - 5)^2$ |

மறுதலையாக $a^2 - 10a + 21$ என்பதற்குச் சினை காண்பதாயின், இரண்டு எண்களைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

- (i) அந்த எண்களைக் கூட்ட - 10 வரவேண்டும்;
 (ii) அந்த எண்களைப் பெருக்க + 21 வரவேண்டும்.
 அவை - 7, - 3 எண்பன.
 $\therefore a^2 - 10a + 21 = (a - 7)(a - 3)$

அப்பியாசம் 27 (iii) வாய்க்கணக்குகள்

சினை காண :

- | | |
|---------------------|----------------------|
| 1. $x^2 - 7 + 10$ | 2. $x^2 + 7x + 10$ |
| 3. $x^2 + 3x - 10$ | 4. $x^2 - 3x - 10$ |
| 5. $x^2 + 10x + 16$ | 6. $x^2 - 10x + 16$ |
| 7. $x + 6x - 16$ | 8. $x^2 - 6x - 16$ |
| 9. $a^2 + 2a - 3$ | 10. $a^2 + 4a + 3$ |
| 11. $a^2 - 4a + 3$ | 12. $a - 2a - 3$ |
| 13. $m^2 - 3m - 40$ | 14. $m^2 - 13m + 40$ |
| 15. $m^2 + 3m - 40$ | 16. $m^2 + 13m + 40$ |

இதுவரை மனதிலே செய்தவற்றை ஒழுங்காக எழுதிச் செய்யும் முறை பின்வருமாறு :

1. $x^2 + 3x - 40$ $= x^2 + 8x - 5x - 40$ $= (x^2 + 8x) - (5x + 40)$ $= x(x + 8) - 5(x + 8)$ $= (x + 8)(x - 5)$	கண்டுபிடித்த எண்கள் $+ 8, - 5$ என்பன.
2. $x^2 - 11x + 28$ $= x^2 - 7x - 4x + 28$ $= (x^2 - 7x) - (4x - 28)$ $= x(x - 7) - 4(x - 7)$ $= (x - 7)(x - 4)$	கண்டுபிடித்த எண்கள் $- 7, - 4$ என்பன.

அப்பியாசம் 27 (iv)

கிரமமாக எழுதிச் செய்து சினைகான் :

1. $x^2 + 9x + 20$	2. $x^2 - 9x + 20$
3. $x^2 + x - 20$	4. $x^2 - x - 20$
5. $m^2 - 8m + 12$	6. $m^2 + 8m + 12$
7. $m^2 - 4m - 12$	8. $m^2 + 4m - 12$
9. $a^2 + a - 6$	10. $a^2 + 5a + 6$
11. $a^2 - a - 6$	12. $a^2 - 5a + 6$
13. $y^2 - 11y + 28$	14. $y^2 - 2y - 15$
15. $y^2 + 5y - 36$	16. $y^2 - 4y + 4$
17. $y^2 + 2y + 1$	18. $y^2 - 5y + 6$
19. $x^2 - 6x + 5$	20. $x^2 + 3x + 2$

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 21. $x^2 - x - 2$ | 22. $x^2 + x - 2$ |
| 23. $x^2 + 2x - 8$ | 24. $x^2 + 7x + 12$ |
| 25. $x^2 - 4x - 12$ | 26. $x^2 + 8x - 9$ |
| 27. $a^2 + 6a + 8$ | 28. $a^2 - 9a + 8$ |
| 29. $2 - 3y - y^2$ | 30. $2 + y - y^2$ |
| 31. $3 - 2y - y^2$ | 32. $12 + 7y + y^2$ |
| 33. $2 + 3y + y^2$ | 34. $3 - 2y - y^2$ |
-

சினைகள் (iv) - மூவுறுப்பிகள் (b)

$$\begin{array}{r}
 2x + 5 \\
 4x + 3 \\
 \hline
 8x^2 + 20x \\
 \quad + 6x + 15 \\
 \hline
 8x^2 + 26x + 15
 \end{array}$$

இதில், $(2x + 5)$, $(4x + 3)$ என்பவற்றைப் பெருக்கி மறுமொழி $8x^2 + 26x + 15$ எனப் பெற்றோம். மறுதலையாக $8x^2 + 26x + 15$ என்பதற்குச் சினைகள் காண்பதாயின் இப் பெருக்கலிலுள்ள படி களைக் கீழிருந்து மேலாக அவதானித்தல் வேண்டும்.

$$\begin{aligned}
 & 8x^2 + 26x + 15 \\
 &= 8x^2 + 20x + 6x + 15 \\
 &= (8x^2 + 20x) + (6x + 15) \\
 &= 4x(2x + 5) + 3(2x + 5) \\
 &= (2x + 5)(4x + 3)
 \end{aligned}$$

இதிலே, முதற் கோவையிலுள்ள நடு உறுப்பாகிய $26x$ இரண்டாவது படியிலே இருபகுதிகளாக ($20x, 6x$) பிரித்தெழுதப்பட்டிருக்கிறது. அதை எவ்விதம் இரண்டாகப் பிரிப்பது?

முதல் எண்ணுகிய $8 = 4 \times 2$ பெருக்கி வந்தது இறுதி எண்ணுகிய $15 = 3 \times 5$ பெருக்கி வந்தது.

$$\therefore 8 \times 15 = 4 \times 2 \times 3 \times 5.$$

நடு எண்ணின் ஒரு பகுதியாகிய $20 = 4 \times 5$ பெருக்கி வந்தது.

நடு எண்ணின் மறுபகுதியாகிய $6 = 3 \times 2$
பெருக்கி வந்தது.

$$\therefore 20 \times 6 = 4 \times 5 \times 3 \times 2 \\ \therefore 8 \times 15 = 20 \times 6$$

அதாவது, முதல் எண்ணையும் கடைசி எண்ணையும் பெருக்கி வருவதும் நடு எண்ணின் இரண்டு பகுதி களைப் பெருக்கி வருவதும் சமம். இதைக்கொண்டு நடு எண்ணை இரு கூறுகளாகப் பிரிக்கும் வழியை அறிய வாம்.

உதாரணம் 1

$$\begin{aligned} & 6x^2 + 13x + 5 \\ = & 6x^2 + 10x + 3x + 5 \\ = & (6x^2 + 10x) + (3x + 5) \\ = & 2x(3x + 5) + 1(3x + 5) \\ = & (3x + 5)(2x + 1) \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} \text{இதில் } 13 \text{ இரண்டு} \\ \text{பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படல் வேண்டும்;} \\ \text{அவற்றின் பெருக்கம்} \\ = 6 \times 5 = 30. \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} & \text{ஆகவே, அப் பகுதிகள்} \\ & 10, 3 \text{ ஆகும்.} \\ & 10 + 3 = 13 \\ & 10 \times 3 = 30 \end{aligned}$$

உதாரணம் 2

$$\begin{aligned} & 4x^2 + 8x + 3 \\ = & 4x^2 + 2x + 6x + 3 \\ = & (4x^2 + 2x) + (6x + 3) \\ = & 2x(2x + 1) + 3(2x + 1) \\ = & (2x + 1)(2x + 3) \end{aligned}$$

இதில் 8 இருபகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படல் வேண்டும். இரு பகுதிகளினதும் கூட்டுத் தொகை = 8. அவற்றின் பெருக்கம் $4 \times 3 = 12$ எனவே, அப் பகுதிகள் 2, 6 ஆகும்.

அப்பியாசம் 28 (i)

இரண்டு எண்களின் கூட்டுத்தொகை	அவற்றின் பெருக்கம்	அந்த எண் கள் எவை?
1. , = 16	= 60	,
2. , = 14	= 24	,
3. , = 5	= 6	,
4. , = 7	= 6	,
5. , = 9	= 20	,
6. , = 11	= 10	,
7. , = 3	= 2	,
8. , = 9	= 8	,
9. , = 9	= 18	,
10. , = 17	= 30	,

சினை களாக்கு :

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 11. $4x^2 + 16x + 15$ | 12. $3x^2 + 14x + 8$ |
| 13. $3x^2 + 5x + 2$ | 14. $2x^2 + 7x + 3$ |
| 15. $2x^2 + 9x + 10$ | 16. $2x^2 + 11x + 5$ |
| 17. $5x^2 + 11x + 2$ | 18. $2x^2 + 3x + 1$ |
| 19. $2x^2 + 9x + 4$ | 20. $10x^2 + 13x + 4$ |
| 21. $5x^2 + 17x + 6$ | 22. $3x^2 + 13x + 12$ |
| 23. $6x^2 + 9x + 3$ | 24. $12x^2 + 7x + 1$ |
| 25. $2 + 5x + 8x^2$ | 26. $3 + 7x + 2x^2$ |
| 27. $10 + 9x + 2x^2$ | 28. $5 + 11x + 2x^2$ |
| 29. $6 + 17x + 5x^2$ | 30. $4 + 13x + 10x^2$ |
-

உதாரணம் 3

$$\begin{aligned}
 & 8x^2 - 14x - 15 \\
 = & 8x^2 - 20x + 6x - 15 \\
 = & (8x^2 - 20x) + (6x - 15) \\
 = & 4x(2x - 5) + 3(2x - 5) \\
 = & (2x - 5)(4x + 3)
 \end{aligned}$$

இதில், இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட வேண்டிய எண் -14 ஆகும். அப் பகுதிகளின் பெருக்கம்

$$\begin{aligned}
 & = 8 \times (-15) = -120 \\
 & - 20 \times 6 = -14 \\
 & (-20) \times 6 = -120 \}
 \end{aligned}$$

உதாரணம் 4

$$\begin{aligned}
 & 5x^2 + 8x - 4 \\
 = & 5x^2 + 10x - 2x - 4 \\
 = & (5x^2 + 10x) - (2x + 4) \quad \left| \begin{array}{l} 5 \times (-4) = -20 \\ 10 \times (-2) = -20 \end{array} \right. \\
 = & 5x(x + 2) - 2(x + 2) \\
 = & (x + 2)(5x - 2) \quad \left| \begin{array}{l} 10 - 2 = 8 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

உதாரணம் 5

$$\begin{aligned}
 & 5x^2 - 12x + 4 \\
 = & 5x^2 - 10x - 2x + 4 \quad \left| \begin{array}{l} 5 \times 4 = 20 \\ (-10) \times (-2) = 20 \end{array} \right. \\
 = & (5x^2 - 10x) - (2x - 4) \\
 = & 5x(x - 2) - 2(x - 2) \\
 = & (x - 2)(5x - 2) \quad \left| \begin{array}{l} -10 - 2 = -12 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

அப்பியாசம் 28 (ii)

இரண்டு எண்களின் அவற்றின் எண்கள்
கூட்டுத்தொகை பெருக்கம் எவை?

1.	„ = — 7	„ = + 10	„
2.	„ = — 3	„ = — 10	„
3.	„ = + 3	„ = — 10	„
4.	„ = — 4	„ = — 21	„
5.	„ = + 4	„ = — 21	„
6.	„ = — 10	„ = + 21	„
7.	„ = — 5	„ = + 6	„
8.	„ = — 1	„ = — 6	„
9.	„ = + 1	„ = — 6	„
10.	„ = — 10	„ = + 9	„
11.	„ = + 7	„ = — 18	„
12.	„ = — 5	„ = — 36	„
13.	„ = + 4	„ = — 12	„
14.	„ = — 11	„ = + 18	„
15.	„ = — 12	„ = + 20	„

சினைகளாக்கு :

16.	$4x^2 + 8x - 5$	17.	$4x^2 - 12x + 5$
18.	$4x^2 - 8x - 5$	19.	$5x^2 - 7x + 2$
20.	$5x^2 - 3x - 2$	21.	$5x^2 + 3x - 2$
22.	$3x^2 - 4x - 7$	23.	$3x^2 + 4x - 7$
24.	$3x^2 - 10x + 7$	25.	$2x^2 - 5x + 3$
26.	$2x^2 - x - 3$	27.	$2x^2 + x - 3$
28.	$9x^2 - 10x + 1$	29.	$6x^2 + 7x - 3$
30.	$6x^2 - 5x - 6$	31.	$4x^2 + 4x - 3$

32. $9x^2 - 11x + 2$ 33. $5b^2 - 12b + 4$
 34. $7x^2 + 4x - 3$ 35. $3b^2 + b - 10$
 36. $6x^2 - x - 15$ 37. $6b^2 - 19b + 15$
 38. $12 - 8x - 4x^2$ 39. $54 + 9b - 9b^2$
 40. $1 + x - 12x^2$ 41. $12 + 8b - 4b^2$
 42. $42 - x - x^2$ 43. $6b^2 - by - 2y^2$
 44. $x^2 + xy - 42y^2$ 45. $4b^2 + 8by - 12y^2$
 46. $9x^2 - 9xy - 54y^2$ 47. $3a^2 + ab - 10b^2$
 48. $6a^2 - ab - 15b^2$ 49. $6a^2 - 10ab + 15b^2$
-

சுருக்கு:

50. $\frac{2a^2 + 9a + 10}{2a + 5}$ 51. $\frac{10a^2 + 13a + 4}{5a + 4}$
 52. $\frac{9a^2 - 11a + 2}{a - 1}$ 53. $\frac{3a^2 + a - 10}{a + 2}$
 54. $\frac{2a + 3}{4a^2 + 4a - 3}$ 55. $\frac{3a - 7}{3a^2 - 10a + 7}$
 56. $\frac{6a^2 + 11a + 3}{2a^2 + 5a + 3}$ 57. $\frac{6a^2 + 17a + 5}{3a^2 + 7a + 2}$
 58. $\frac{4a^2 - 4a - 3}{4a^2 - 8a + 3}$ 59. $\frac{8a^2 + 2a - 3}{8a^2 + 10a + 3}$
 60. $\frac{3a^2 + 8a + 5}{6a^2 + 7a - 5}$ 61. $\frac{6a^2 - 11a + 3}{6a^2 + a - 1}$
 62. $\frac{4a^2 + 4a - 15}{8a^2 - 10a - 3}$ 63. $\frac{5a^2 + 13a - 6}{10a^2 + a - 2}$
-

பின்னங்கள் (ii)

உதாரணம் 1 -

$$\frac{6a^2 + 3ab}{4a^2 - b^2} = \frac{3a(2a + b)}{(2a + b)(2a - b)} = \frac{3a}{2a - b}$$

உதாரணம் 2

$$\begin{aligned} & \frac{1 - y^2}{1 - 2y + y^2} \times \frac{y^2 - y^3}{1 + y} \div \frac{1 + 2y + y^2}{y + y^2} \\ &= \frac{(1 + y)(1 - y)}{(1 - y)(1 - y)} \times \frac{y^2(1 - y)}{1 + y} \\ &\quad \times \frac{y(1 + y)}{(1 + y)(1 + y)} = \frac{y^3}{1 + y} \end{aligned}$$

அப்பியாசம் 29 (i)

பின்னங்களை சுருக்கு :

1. $\frac{6ab}{2b}$

2. $\frac{10ab}{5a}$

3. $\frac{a^2b}{ab^2}$

4. $\frac{6ab^2}{9a^2b}$

5. $\frac{2a^2b}{3ab^2} \times \frac{6b^2}{a}$

6. $\frac{7b^4}{5ab^3} \times \frac{25b^3}{14ab}$

7. $\frac{ab}{xy} \div \frac{ab^2}{x^2y^2}$

8. $\frac{3ab}{5b^2c} \div \frac{9a^2b}{15b^2c^2}$

9. $\frac{2a^2b}{3b^3c} \times \frac{c^2}{3a^3} \div \frac{4bc^2}{9a^2}$ 10. $\frac{3ab^2}{4bc} \times \frac{5c^3a}{7a^2b} \div \frac{45a^2c}{14a^2}$

$$11. \frac{a}{a^2 + a}$$

$$13. \frac{ab}{b^2 + b}$$

$$15. \frac{m + 1}{m^2 + m}$$

$$17. \frac{m - a}{m^2 - am}$$

$$19. \frac{m^2 - 5m}{am - 5a}$$

$$21. \frac{m^2 - a^2}{m - a}$$

$$23. \frac{3m + 6}{m^2 - 4}$$

$$\checkmark 25. \frac{m^2 - 5m + 6}{m^2 - 6m + 9} \quad 26. \frac{m^2 - 25}{m^2 + 6m + 5}$$

$$27. \frac{m^2 + 2m + 1}{m^2 + m} \quad 28. \frac{a^2}{2a + 3} \times \frac{6a^2 + 9a}{4a^2}$$

$$29. \frac{a^2 - 16}{a^2 - b^2} \div \frac{a + 4}{a - b} \quad \checkmark 30. \frac{a^2 - 1}{a^2 - 4} \times \frac{a + 2}{a - 1}$$

$$31. \frac{ab + b^2}{a + 3} \times \frac{2a^2 - 18}{a + b}$$

$$32. \frac{a^2 + 4a}{a^3 - 9a} \div \frac{a^2 + 2a - 8}{a^2 + a - 6}$$

$$33. \frac{a^2b - 9b}{4a^3 - a} \times \frac{2a^2 + a}{ab + 3b}$$

$$34. \frac{1 - m^2}{1 - 2m + m^2} \times \frac{m^2 - m^8}{1 + m} \div \frac{1 + 2m + m^2}{m + m^2}$$

உதாரணம் 3

$$\begin{aligned}
 & \frac{4a}{a^2 - b^2} - \frac{2}{a - b} \\
 &= \frac{4a}{(a + b)(a - b)} - \frac{2}{a - b} \\
 &= \frac{4a - 2(a + b)}{(a + b)(a - b)} \\
 &= \frac{4a - 2a - 2b}{(a + b)(a - b)} \\
 &= \frac{2a - 2b}{(a + b)(a - b)} \\
 &= \frac{2(a - b)}{(a + b)(a - b)} \\
 &= \frac{2}{a + b}
 \end{aligned}$$

உதாரணம் 4

$$\begin{aligned}
 & \frac{2x}{x^2 - 2x - 3} - \frac{x}{x^2 - 1} \\
 &= \frac{2x}{(x - 3)(x + 1)} - \frac{x}{(x + 1)(x - 1)} \\
 &= \frac{2x(x - 1) - x(x + 3)}{(x - 3)(x + 1)(x - 1)} \\
 &= \frac{2x^2 - 2x - x^2 + 3x}{(x - 3)(x + 1)(x - 1)} \\
 &= \frac{x^2 + x}{(x - 3)(x + 1)(x - 1)} \\
 &= \frac{x(x + 1)}{(x - 3)(x + 1)(x - 1)} \\
 &= \frac{x}{(x - 3)(x - 1)}
 \end{aligned}$$

அப்பியாசம் 29 (ii)

சுருக்கு:

- $$\begin{array}{ll}
 1. \frac{5}{a+3} - \frac{2}{a} & 2. \frac{3b}{7-3b} - b \\
 3. \frac{1}{8a-b} - \frac{1}{3a} & 4. \frac{b}{3-a} - \frac{3}{b} \\
 5. \frac{1}{a+2} - \frac{1}{a+3} & 6. \frac{1}{x+a} - \frac{1}{x+q} \\
 7. \frac{1}{2a-m} - \frac{1}{2a+m} & 8. \frac{2}{3a+2} - \frac{2}{3a-2} \\
 9. \frac{3a}{2x-3y} - \frac{2a}{3x-2y} & 10. \frac{2a}{1-2a} - \frac{3b}{1-3b} \\
 \\
 11. \frac{1}{x+y} + \frac{1}{(x+y)^2} & \\
 12. \frac{1}{x+y} - \frac{1}{(x+y)^2} & \\
 13. \frac{2}{(x-y)^2} - \frac{1}{x-y} & \\
 14. \frac{1}{x-y} + \frac{3}{(x-y)^2} & \\
 15. \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x^2-y^2} & \\
 16. \frac{1}{x-y} + \frac{1}{x^2-y^2} & \\
 17. \frac{1}{x+y} - \frac{3}{x^2-y^2} & \\
 18. \frac{3}{x^2-y^2} - \frac{2}{x+y} &
 \end{array}$$

$$19. \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} + \frac{1}{x^2+y}$$

$$20. \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x^2-y^2}$$

$$21. \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} + \frac{2y}{x^2-y^2}$$

$$22. \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} - \frac{2y}{x^2-y^2}$$

$$23. \frac{1}{(x+y)^2} + \frac{1}{x^2-y^2}$$

$$24. \frac{1}{x^2-y^2} - \frac{1}{(x+y)^2}$$

$$25. \frac{1}{(x-y)^2} - \frac{1}{x^2-y}$$

$$26. \frac{x}{(x-y)^2} - \frac{y}{x^2-y^2}$$

$$27. \frac{x}{(x+y)^2} + \frac{y}{x^2-y^2}$$

$$28. \frac{p}{p^2-q^2} - \frac{q}{(p+q)^2} + \frac{1}{p+q}$$

$$29. \frac{p}{p^2-q^2} + \frac{q}{(p-q)^2} + \frac{1}{p-q}$$

$$30. \frac{p}{p^2-q^2} + \frac{q}{(p+q)^2} - \frac{1}{p+q}$$

$$31. \frac{p}{p^2-q^2} - \frac{q}{(p+q)^2} - \frac{1}{p-q}$$

$$32. \frac{1}{(p+q)^2} - \frac{p}{(p+q)^3}$$

$$33. \frac{1}{p+q} - \frac{2pq}{(p+q)^3}$$

$$34. \frac{1}{p-q} + \frac{p+q}{(p-q)^2} + \frac{2pq}{(p-q)^3}$$

$$35. \frac{1}{p+q} + \frac{p-q}{(p+q)^2} - \frac{2pq}{(p+q)^3}$$

$$36. \frac{1}{a^2 + 5a + 6} + \frac{1}{a^2 + 4a + 3}$$

$$37. \frac{1}{a^2 + 4a + 3} - \frac{1}{a^2 + 5a + 6}$$

$$38. \frac{2}{a^2 - 2a - 8} + \frac{3}{a^2 + 5a + 6}$$

$$39. \frac{5}{a^2 - 2a - 8} - \frac{2}{a^2 + 5a + 6}$$

$$40. \frac{a}{a^2 + 4a + 8} + \frac{1}{a^2 + 3a + 2}$$

$$41. \frac{3a}{a^2 + 4a + 3} - \frac{2a}{a^2 + 3a + 2}$$

$$42. \frac{a - 1}{a^2 + 3a + 2} + \frac{a - 3}{a^2 - a - 6}$$

$$43. \frac{a - 3}{a^2 - 3a - 4} - \frac{a - 1}{a - a - 2}$$

$$44. \frac{a - 2}{a^2 + 5a - 6} - \frac{a - 7}{a^2 - a - 42}$$

$$45. \frac{a + 2}{a^2 - a - 6} - \frac{a - 2}{a^2 - 2a - 3}$$

வர்க்க சமீகரணம்

இரு எண்ணை வர்க்கித்து வருவதோடு அந்த எண்ணின் ஐந்து மடங்கைக் கூட்டி ஒல் 84 வரும். அந்த எண் என்ன?

$$\text{குறித்த எண்} = n \text{ என்க.}$$

$$\text{எண்ணை வர்க்கித்தால் வருவது} = n^2$$

$$\text{எண்ணின் 5 மடங்கு} = 5n$$

$$\text{இரண்டின தூம் கூட்டுத்தொகை} = n^2 + 5n$$

$$\text{இது } 84\text{-க்குச் சமம்.}$$

$$\therefore n^2 + 5n = 84.$$

இந்தச் சமீகரணத்திலிருந்து n எவ்வளவு என்பதை அறிதல் வேண்டும். இப்படிப்பட்ட சமீகரணம் வர்க்க சமீகரணம் எனப்படும். $n^2 = 16$. $2n^2 = 50$. $5n^2 + 4 = 24$, $n^2 + 3n = 28$ என்பன யாவும் வர்க்க சமீகரணங்கள். வர்க்க சமீகரணங்களில் வர்க்க உறுப்பு இருந்தேயாகவேண்டும். வர்க்க சமீகரணம் பொதுவாக $an^2 + bn + c = 0$ என்ற ரூபத்தை உடையதாகும். இதில், அறியப்படவேண்டியது n ஆகும்; a, b, c என்பன சொல்லப்பட்ட எண்களைக் குறிப்பன.

இனி, வர்க்க சமீகரணங்களை விடுவிக்கும் முறை யைப் படிப்படியாக ஆராய்வோம்.

உதாரணம் 1

இரு எண்ணினது வர்க்கத்தின் மூன்று மடங்கோடு எட்டைக் கூட்ட 200 வரும். அந்த எண் என்ன?

எண் = n என்க.

எண்ணினாது வர்க்கம் = n^2

வர்க்கத்தின் மூன்று மடங்கு = $3n^2$

இதோடு எட்டைக் கூட்ட வருவது = $3n^2 + 8$

$$\therefore 3n^2 + 8 = 200$$

$$\therefore 3n^2 = 192$$

$$\therefore n^2 = 64$$

$$\therefore n = \pm \sqrt{64} = \pm 8$$

அதாவது, கேட்ட எண் + 8 அல்லது - 8 ஆகும்.

குறிப்பு : வர்க்க சமீகரணங்களுக்கு எப்பொழுதும் இரண்டு விடைகள் உண்டு.

முதல் மறுமொழியைச் சரிபார்த்தால்,

$$3 \times 8^2 + 8 = 3 \times 64 + 8 = 192 + 8 = 200$$

இரண்டாம் மறுமொழியைச் சரிபார்த்தால்,

$$3 \times (-8)^2 + 8 = 3 \times 64 + 8 = 192 + 8 = 200$$

அப்பியாசம் 30 (i) (மனக்கணிதம்)

1. ஒரு எண்ணை வர்க்கித்தால் 36 வரும். அந்த எண் என்ன?
2. ஒரு எண்ணை வர்க்கித்தால் 64 வரும். அந்த எண் என்ன?
3. ஒரு எண்ணை வர்க்கித்தால் 121 வரும். அந்த எண் என்ன?
4. ஒரு எண்ணை வர்க்கித்து இரண்டாற் பெருக்க 50 வரும். அந்த எண் என்ன?
5. ஒரு எண்ணை வர்க்கித்து மூன்றாற் பெருக்க 75 வரும். அந்த எண் என்ன?

6. ஒரு எண்ணை வர்க்கித்தபின் அதன் பாதி 50 ஆகும். அந்த எண் என்ன?
7. ஒரு எண்ணை வர்க்கித்ததன் மூன்றிலொன்று 12 ஆகும். அந்த எண் என்ன?
8. ஒரு எண்ணையின் வர்க்கத்தோடு 1 கூட்ட 50 வரும். அந்த எண் என்ன?
9. ஒரு எண்ணையின் வர்க்கத்தோடு 6 கூட்ட 70 வரும். அந்த எண் என்ன?
10. ஒரு எண்ணையின் வர்க்கத்திலிருந்து 1 கழிக்க 80 வரும். அந்த எண் என்ன?
11. ஒரு எண்ணையின் வர்க்கத்திலிருந்து 10 கழிக்க 90 வரும். அந்த எண் என்ன?
-

பின்வரும் சமீகரணங்களில் n என்பது ஒரு எண்ணைக் குறிக்கும்; அது எவ்வளவு என்பதை அறி:

12. $n^2 = 16$	13. $n^2 = 49$
14. $n^2 = 81$	15. $n^2 = 144$
16. $2n^2 = 50$	17. $2n^2 = 32$
18. $3n^2 = 75$	19. $4n^2 = 36$
20. $n^2 + 5 = 30$	21. $n^2 + 7 = 43$
22. $n^2 - 9 = 91$	23. $n^2 - 4 = 60$
24. $2n^2 + 2 = 20$	25. $3n^2 - 5 = 70$
26. $2n^2 + 8 = 40$	27. $3n^2 + 3 = 30$

உதாரணம் 2

�ரு எண்ணை வர்க்கத்தோடு அந்த எண்ணையின் நாலுமடங்கைக் கூட்டினால் 45 வரும். அந்த எண் என்ன?

$$\text{எண்} = n \text{ என்க.}$$

$$\text{எண்ணின் வர்க்கம்} = n^2$$

$$\text{எண்ணின் நாலு மடங்கு} = 4n$$

$$\text{இவற்றின் கூட்டுத்தொகை} = n^2 + 4n.$$

இது 45க்குச் சமம்.

$$\therefore n^2 + 4n = 45$$

$$\text{அதாவது, } n^2 + 4n - 45 = 0.$$

$$\therefore (n + 9)(n - 5) = 0.$$

இரண்டு சினைகளின் பெருக்கம் 0 ஆயின், இரண்டுவீராக ஒரு சினையாவது 0 ஆதல் வேண்டும். (ஒதாரணமாக, $8 \times 0 = 0$; $0 \times 5 = 0$)

$$\text{எனவே, } n + 9 = 0 \text{ அல்லது } n - 5 = 0$$

$$\therefore n = -9 \text{ அல்லது } n = 5.$$

அதாவது, கேட்ட எண் 5 அல்லது -9 ஆதல் வேண்டும்.

முதல் மறுமொழியைச் சரிபார்த்தால்,

$$5^2 + 4 \times 5 = 25 + 20 = 45.$$

இரண்டாம் மறுமொழியைச் சரிபார்த்தால்,

$$(-9)^2 + 4 \times (-9) = 81 - 36 = 45.$$

ஆப்பியாசம் 30 (ii) (மனக்கணிதம்)

1. ஒரு எண்ணை எட்டாற் பெருக்க 0 வரும். அந்த எண் என்ன?

2. ஒரு எண்ணை 12ஆல் பெருக்க 0 வரும். அந்த எண் என்ன?

3. இரு எண்களின் பெருக்கம் = 0; ஒரு எண் = 6. மற்றைய எண் என்ன?

4. இரு எண்களின் பெருக்கம் = 0; ஒரு எண் = 15. மற்றைய எண் என்ன?

பின்வருவனவற்றிலிருந்து ஊகித்தறியக்கூடியது என்ன?

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 5. $7n = 0$ | 6. $25n = 0$ |
| 7. $am = 0; a = 13$ | 8. $xy = 0; x = y$ |
| 9. $3(n - 2) = 0$ | 10. $5(n - 7) = 0$ |
| 11. $4(n + 1) = 0$ | 12. $7(n + 5) = 0$ |
| 13. $xy = 0$ | 14. $8ab = 0$ |
| 15. $(n - 3)(n - 2) = 0$ | 16. $(n - 5)(n - 1) = 0$ |
| 17. $(n - 5)(n - 7) = 0$ | 18. $(n + 2)(n + 5) = 0$ |
| 19. $(n + 1)(n + 3) = 0$ | 20. $(n + 4)(n + 3) = 0$ |
-

பின்வருவன விடைகளாக அமையக்கூடிய வர்க்க சமீகரணங்களைச் சினைகளின் பெருக்கமாக எழுது:

- | | |
|--------------------------------|----------------------------------|
| 21. 2, 3 | 22. 1, 4 |
| 23. 3, 5 | 24. a, b |
| 25. c, d | 26. a, $2a$ |
| 27. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ | 28. $1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{4}$ |
| 29. -2, -3 | 30. -4, -5 |
| 31. -2, -7 | 32. -a, -b |
| 33. -c, -d | 34. 3, -4 |
| 35. 4, -3 | 36. 2, -3 |
| 37. -2, 3 | 38. a, -b |
-

அப்பியாசம் 30 (iii)

விடுவிலி:

1. $x^2 - 5x + 6 = 0$	2. $x^2 - 5x + 4 = 0$
3. $x^2 - 3x + 2 = 0$	4. $x^2 - 10x + 25 = 0$
5. $x^2 + 5x + 6 = 0$	6. $x^2 + 3x + 2 = 0$
7. $x^2 + 7x + 12 = 0$	8. $x^2 + 6x + 9 = 0$
9. $x^2 + x = 6$	10. $x^2 = 2x + 3$

11. $8x^2 + 26x + 15 = 0$	12. $4x^2 + 8x + 3 = 0$
13. $6x^2 + 13x + 5 = 0$	14. $3x^2 + 14x + 8 = 0$
15. $8x^2 - 14x - 15 = 0$	16. $5x^2 + 8x - 4 = 0$
17. $5x^2 - 8x - 4 = 0$	18. $5x^2 - 12x + 4 = 0$
19. $6x^2 - x - 15 = 0$	20. $3x^2 + x - 10 = 0$
21. $6x^2 - 5x = 6$	22. $2x^2 + x = 3$
23. $3x^2 = 4x + 7$	24. $3x^2 = 7 - 4x$
25. $5x^2 = 4 - 8x$	26. $2x^2 = 5x - 3$

27. $x^2 - \frac{10}{3}x + 1 = 0$	28. $x^2 = \frac{7}{2}x + 19\frac{1}{2}$
29. $3x + 2 = \frac{5}{x}$	30. $2x - \frac{15}{x} = 1$
31. $8x = 14 + \frac{15}{x}$	32. $x = \frac{3}{4} - \frac{1}{8x}$

33. $2 - y = 6y^2$	34. $y(y - 3) = 18$
35. $2y(4y - 2) = 4$	36. $(2y - 3)^2 = 8y$
37. $4(y^2 - 1) = 4y - 1$	38. $(y - 2)(y + 3) = 6$

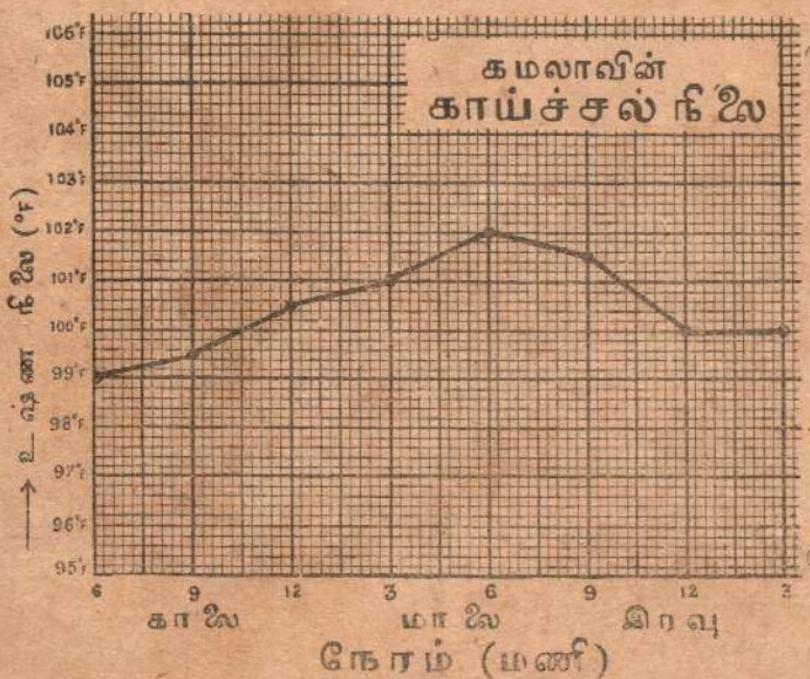
அப்பியாசம் 30 (iv)

1. நான் ஒரு எண்ணை நினைத்து, அதனேடு மூன்றைக் கூட்டி, வருவதை நான் நினைத்த அந்த எண்ணை பெருக்கினால் மறுமொழி 88 ஆகும். நான் நினைத்த எண் என்ன ?
 2. நான் ஒரு எண்ணை நினைத்து, அதிலிருந்து ஐங்கூதக் கழித்து, வருவதை நான் நினைத்த அந்த எண்ணை பெருக்கினால் மறுமொழி 84 ஆகும். நான் நினைத்த எண் என்ன ?
 3. ஒரு எண்ணேடு அதன் வர்க்கத்தைக் கூட்டினால் 56 வரும். அந்த எண் என்ன ?
 4. ஒரு எண்ணின் வர்க்கத்திலிருந்து அந்த எண்ணின் இருமடங்கைக் கழித்தால் 63 வரும். அந்த எண் என்ன ?
 5. இரண்டு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 13. அந்த எண்களைத் தனித்தனி வர்க்கித்துக் கூட்டினால் 97 வரும். அந்த எண்கள் என்ன ?
 6. இரண்டு எண்களின் வித்தியாசம் 5. அந்த எண்களைத் தனித்தனி வர்க்கித்துக் கூட்டினால் 53 வரும். அந்த எண்கள் என்ன ?
 7. அடுத்துவரும் இரண்டு எண்களைத் தனித்தனி வர்க்கித்துக் கூட்டினால் 113 வரும். அந்த எண்கள் என்ன ?
-

8. ஒரு அறையின் நீளம் அதன் அகலத்திலும் பார்க்க 5 அடி கூட. அறையின் பரப்பு 126 சதுர அடி. அறையின் அகலமென்ன?
9. ஒரு அறையின் அகலம் அதன் நீளத்திலும் பார்க்க 4 அடி குறைவு. அறையின் பரப்பு 96 சதுர அடி. அறையின் நீள அகலங்க என்ன?
10. ஒரு முக்கோணியின் உயரம் அதன் பாதத்திலும் பார்க்க 3 அங்குலம் கூட முக்கோணியின் பரப்பு 35 சதுர அங்குலம். முக்கோணியின் உயர மென்ன?
11. ஒரு செங்கோண முக்கோணியின் கண்ணம் 15 அங்குல நீளமுடையது. மற்றைய இரு பக்கங்களினது நீளங்களையும் கூட்டினால் 21 அங்குலம் வரும். மிகச் சிறிய பக்கத்தின் நீளமென்ன?
-

வரைபடங்கள்

ஆஸ்பத்திரிகளிலே நோயாளிகளது காய்ச்சலின் போக்கைக் காட்டக்கூடியதாக வரையப்பட்டுள்ள கோட்டுப் படங்களை நீங்கள் பார்த்திருப்பீர்கள். அவ்விதமான வரைபடமொன்றைக் கிமே பார்க்கலாம்.



சாதாரணமாக 3 மணித்தியாலத்துக்கு ஒருமுறை நோயாளியின் உஷ்ணநிலை அளக்கப்படும். அந்த அளவுகளைப் பின்வருமாறு அட்டவணையாகவும் எழுதிக் கொள்ளலாம்.

நேரம்	காலீல 6 மணி	காலீல 9 மணி	மத்தி 12 மணி	மாலீல 3 மணி
உஷ்ண நிலை	99°F	99.5°F	100.5°F	101°F

நேரம்	மாலீல 6 மணி	இரவு 9 மணி	இரவு 12 மணி	இரவு 3 மணி
உஷ்ண நிலை	102°F	101.5°F	100°F	100°F

அட்டவணையிலும் பார்க்க வரைபடமானது காய்ச் சலின் போக்கைத் தெளிவாக எடுத்துக் காட்டுகிறது. பகலில் காய்ச்சல் ஏறுவதையும் இரவில் இறங்குவதையும் பார்த்த மாத்திரத்திலேயே வரைபடம் காட்டி விடுகிறது. இதனாலேயே ஆஸ்பத்திரிகளில் உஷ்ண நிலைகள் அட்டவணையாக எழுதப்படாது வரைபடமாக அமைக்கப்படுகின்றன.

இங்கே தரப்பட்ட வரை படத்தைப் பார்த்துப் பின்வரும் விஷயங்களை விளங்கிக்கொள்ளவேண்டும்.

1. வரைபடத்தாளின் அடிப்பக்கத்திலே உள்ள கோடு ஒன்றில் இடமிருந்து வலமாக 6 மணி, 9 மணி,..... என்று நேரங்கள் ஒழுங்காகக் குறிக்கப்பட்டிருக்கின்றன.
2. வரைபடத்தாளின் இடதுபக்கத்திலே உள்ள கோடு ஒன்றில் கீழிருந்து மேலாக $95^{\circ}F$, $96^{\circ}F$ என்று உஷ்ண நிலைகள் ஒழுங்காகக் குறிக்கப்பட்டிருக்கின்றன.

[ஒரு கோபாளியின் உஷ்ணமிலை $95^{\circ}F$ இலும் குறைவதுமில்லை, $108^{\circ}F$ இலும் கூடுவதுமில்லை. சாதாரண மனிதனின் உஷ்ணமிலை $98.4^{\circ}F.$]

3. அட்டவணையிலே மாலை 3 மணிக்கு உஷ்ணமிலை $101^{\circ}F$ எனக் குறிக்கப்பட்டிருக்கிறது. வரைபடத் தாளிலே மாலை 3 மணி என்று குறிக்கப்பட்ட இடத்துக்கு நேர் மேலாகவும், $101^{\circ}F$ என்று குறிக்கப்பட்ட இடத்துக்கு வலது புறமாகவும் ஒரு குற்று இடப்பட்டு அதைச் சுற்றி ஒரு சிறு வட்டம் போடப்பட்டிருக்கிறது. பிறவும் இவ்வாறே.
4. இவ்வாறு பெற்ற புள்ளிகள் ஒழுங்காகத் தொடுக் கப்பட்டிருக்கின்றன.

வரைபடங்கள் கிறும்போது பின்வரும் விஷயங்கள் முக்கியமாகக் கவனிக்கப்பட வேண்டியன :—

1. ஆதாரமான இரு கோடுகளையும் துலக்கமாக மையினும் கீறி, அவற்றில் என்ன அளவுகள் குறிக்கப்படும் என்பதையும், அந்த அளவுகளையும் ஒழுங்காக எழுதிக்கொள்ளுதல் வேண்டும்.
2. வரைபடத்தைக் கூடியமட்டில் பெரிதாக, பக்கம் முழுவதையும் அடக்கும்படி கிற முயற்சிக்க வேண்டும். இதற்குத் தக்கதாகவே ஆதாரக்கோடுகளில் அளவுகளைக் குறித்தல் வேண்டும்.
3. வரைபடம் கீறிய பின்னர் அப் பக்கத்திலே வரைபடத்தின் பெயரை எழுதுதல் வேண்டும்.

அப்பியாசம் 31 (i)

1. ஒரு காய்ச்சர்காரனின் உஷ்ணமிலை ஒருநாள் காலை 6 மணி தொடக்கம் அன்றிரவு 12 மணி வரையும்

முன்று மணித்தியாலத்துக்கு ஒருமுறை அளக்கப் பட்டது. அந்த அளவுகள் பின்வருமாறு :

கேரம்	மு. ப. 6 மணி	மு. ப. 9 மணி	ஏத். 12 மணி	பி. ப. 3 மணி	பி. ப. 6 மணி	இரவு 9 மணி	இரவு 12 மணி
உஷ்ண நிலை	101°F	101°F	103°F	102.5°F	103.5°F	104°F	104°F

இவற்றை வரைபடமாக அமைத்துக் காட்டு.

[இங்கே உஷ்ணநிலைகள் 100°Fக்கு மேலேயே இருப்பதனால் உஷ்ணநிலையைக் காட்டும் கோட்டில் 100°Fஇலிருந்து அளவுகளைக் குறித்துக்கொள்ளலாம்; ஒரு அங்குலம் ஒரு பாகையைக் குறிக்கட்டும். கேரக்கோட்டில் ஒரு அங்குலம் 3 மணித்தியாலத்தைக் குறிக்கலாம்.]

2. யாழ்ப்பாணத்திலே சில மாசுங்களில் வெப்பமாகவும் வேறுசில மாசுங்களில் குளிராகவும் இருக்கிறது. ஒவ்வொரு மாசத்திலும் சராசரி உஷ்ணநிலை பின்வருமாறு :

மாசம்	ஈத	மாசி	பங்.	சித்.	ஐவ.	ஆளி
உஷ்ண நிலை	77.6°F	76.6°F	82.7°F	84.6°F	85.6°F	84.2°F

மாசம்	ஈடு	ஈவ.	புர.	ஸ்ப.	கார்.	மார்.
உஷ்ண நிலை	82.8°F	83.8°F	83.8°F	83.0°F	80.4°F	77.7°F

இவற்றை வரைபடமாகக் கீறிக் காட்டு :

[மாசக் கோட்டில் அரை அங்குல தூரத்துக்கு ஒவ்வொரு மாசமாகக் குறிக்கலாம். உஷ்ண நிலைகள் $76^{\circ}F$ இலும் குறையாதபடியால் உஷ்ண நிலைக் கோட்டில், $76^{\circ}F$ இலிருந்தே ஆரம்பிக்கலாம்; அரை அங்குலம் ஒரு பாகையைக் குறிக்கலாம்.]

3. கொழும்பில் ஒவ்வொரு மாதமும் பெய்யும் மழையின் அளவு ஏற்கக்குறையப் பின்வருமாறு : (இவை, பல வருஷங்களாக அவதானித்துப் பெற்ற அளவுகளின் சராசரியாகும்.)

மாசம்	தை	மாசி	பங்	சித்.	வை.	ஆகஸ்
மழை வீழ்ச்சி	3·9 அங்.	2·6 அங்.	4·6 அங்.	9·0 அங்.	15·5 அங்.	8·7 அங்.

மாசம்	ஆடி	ஆவ.	பூர.	ஜூப்	கார்.	மார்.
மழை வீழ்ச்சி	5·5 அங்.	4·0 அங்	6·8 அங்.	13·7 அங்.	13·0 அங்.	5·6 அங்.

இவற்றை வரைபடமாகக் கீற மழைவீழ்ச்சிக் கோட்டில் அரை அங்குல நீளம் ஒரு அங்குல மழையைக் குறிக்கட்டும்.]

4. இலங்கையிலே 1952 மார்க்டி முதல் 1953 வைகாசி வரையும் கொப்பறூவின் மாதச் சராசரி வீலை பின்வருமாறு :

மாசம்	1952 மார்.	1953 தை	மாசி	பங்	சித்.	வை
கண்டி ஒன் ரின் வீலை	ரூ. 188	ரூ. 197	ரூ. 200	ரூ. 208	ரூ. 212	ரூ. 205

(ஒரு கண்டி = 600 இருத்தல்)

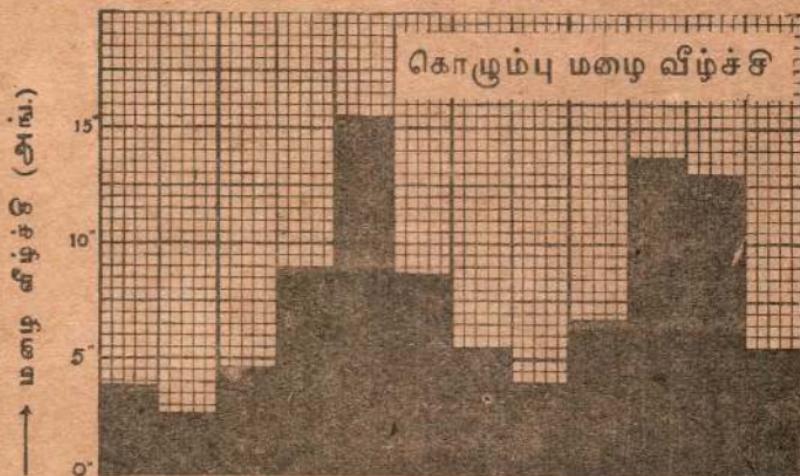
இவற்றை வரைபடமாக்கு, [விலைக் கோட்டில் ரூபாய் 180 இலிருந்து ஆரம்பிக்கலாம். ஒரு அங்குலம் 5 ரூபாயைக் குறிக்கட்டும்.]

5. கடந்த ஆறு வருஷங்களிலும் இலங்கையிலிருந்து வெளியூர்களுக்கு ஏற்றுமதி செய்யப்பட்ட தேயிலையின் அளவுகள் பின்வருமாறு :

வருஷம்	1946	1947	1948	1949	1950	1951
தேயிலை ஏற்றுமதி (கோடி இரு.)	29.2	28.7	29.6	29.8	29.8	30.6

இவற்றை வரைபடமாக்கு; [ஏற்றுமதிக் கோட்டில் 28 கோடியிலிருந்து ஆரம்பிக்கலாம். ஒரு அங்குலம் 2 கோடியைக் குறிக்கட்டும்.]

சில சமயங்களிலே வரைபடங்கள் வேறொருவித மாகவும் கீறப்படுவதுண்டு. உதாரணமாக, கொழும்பில் ஒவ்வொரு மாசுமும் பெய்யும் மழையின் அளவை விளக்குவதற்கு ஒரு பூமிசாஸ்திரப் புத்தகத்திலே பின் வரும் வரைபடம் கீறப்பட்டிருக்கிறது.



எது மாசு பங். சீத். வை ஜூலீ ஜூடி ஆவ. புர. ஜப். கடக். மார்.

→ காலம்

இதில் மாசக் கோட்டில் சம அளவான 12 பகுதிகள் 12 மாசங்களையும் ஒழுங்காகக் குறிக்கின்றன. சித்திரை மாசத்தைக் குறிக்கும் நாலாம் பகுதியில் தூண்போல எழுப்பப்பட்டிருக்கும் வடிவம் அந்த மாதத்தில் பெய்த மழையின் அளவை (9 அங்.) காட்டும். பிற மாதங்களும் இவ்வாறே.

பூமிசாஸ்திரத்தில் மாத்திரமன்றி வியாபாரத் துறையிலும் ஒரு நாட்டில் காலத்துக்குக் காலம் ஏற்று மதி இறக்குமதி செய்யப்படும் பொருள்களின் அளவுகள், பண்டங்களின் விலைகள் முதலியனவும் இவ்விதமாகத் தூண்வடிவமான வரைபடங்களால் விளக்கப்படுவது வழக்கம்.

அப்பியாசம் 31 (ii)

1. இந்தியாவிலே கல்கத்தா நகரில் மாசந்தோறும் பெய்யும் மழையின் அளவுகள் பின்வருமாறு :

மாசம்	நெ	மாசி	பங்.	சித்.	கவ.	ஆகி
மழை வீழ்ச்சி (அங்குலங்களில்)	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{3}{4}$	$5\frac{1}{4}$	$11\frac{1}{3}$

மாசம்	ஆட	ஆ.	பர.	ஜப்.	கார்.	மார்.
மழை வீழ்ச்சி (அங்குலத்தில்)	$12\frac{1}{4}$	$12\frac{1}{2}$	$9\frac{3}{4}$	8	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

இவற்றைத் தூண்வடிவமான வரைபடமாக அமைத்துக் காட்டு.

2. 1941ஆம் ஆண்டு தொடக்கம் ஒவ்வொரு வருஷமும் இலங்கையில் இறக்குமதியாக்கப்பட்ட கார்களின் தொகை பின்வருமாறு :

வருஷம்	1941	1942	1943	1944	1945
கார்களின் தொகை	307	42	17	9	69

வருஷம்	1946	1947	1948	1949	1950	1951
கார்களின் தொகை	1550	3109	4006	3689	2932	6154

[கார்களின் தொகைக் கோட்டில் ஒரு அங்குலம் 1000 காரைக் குறிக்கட்டும்.]

3. அசூர கணிதப் பரீட்சை யொன்றில் ஒரு வகுப்பி ஹஸ் 30 பிள்ளைகளும் பெற்ற புள்ளிகளின் விபரங்கள் பின்வருமாறு:

0க்கும் 10க்கு மிடையில் ஒருவரும் புள்ளிகள் பெறவில்லை; 10க்கும் 20க்கும் இடையில் ஒரு பிள்ளை; 20 — 30 வரையும் 3 பேர்; 30 — 40 வரையும் 4 பேர்; 40 — 50 வரையும் 6 பேர்; 50 — 60 வரையும் 5 பேர்; 60 — 70 வரையும் 4 பேர்; 70 — 80 வரையும் 4 பேர்; 80 — 90 வரையும் 2 பேர்; 90 — 100 வரையும் ஒரு பிள்ளை. இவற்றைத் தூண் வடிவமான வரைபடமாக்கு.

4. உங்கள் வகுப்பிலுள்ள பிள்ளைகள் கடந்த பரீட்சையில் என் கணிதத்திற் பெற்ற புள்ளிகளை மூன்றும் கேள்வியிற்போல வகுத்து, அவற்றைத் தூண் வடிவமான வரைபடமாக்கு.

5. எங்கள் வகுப்பிலுள்ள எல்லாப் பிள்ளைகளினது உயரத்தையும் அளந்து எழுதுங்கள். மிகக் கூடிய உயரத்துக்கும் மிகக் குறைந்த உயரத்துக்கும் உள்ள வித்தியாசத்தைச் சம அளவான பல பங்குகளாகப் பிரித்து, ஒவ்வொரு பிரிவிலும் எத்தனை

பிள்ளைகள் உண்டு என்பதைக் கானுங்கள். பின்னர் அவற்றைத் தூண் வடிவமான வரைபட மொன்றின் மூலம் அமைத்துக் காட்டுக.

6. ஜுந்தாவது கேள்வியிற்போல, உங்கள் வகுப்புப் பிள்ளைகளின் வயதை வகுத்து, ஒவ்வொரு பிரிவை ஒம் எத்தனை பிள்ளைகள் உண்டு என்பதைத் தூண் வடிவமான வரைபடமாகக் கிறு

வரைபடங் கிறுவதற்காக நீங்கள் குறித்த புள்ளி கள் அங்குமிங்குமாய் ஒழுங்கினமான முறையில் அமைந்திருத்தலையும், எழுப்பிய தூண்களின் உயரங்கள் கண்டபடி கூடியும் குறைந்தும் இருத்தலையும் அவதானித்திருப்பீர்கள். ஓர் ஊரிலே ஒவ்வொரு மாசமும் பெய்கிற மழையின் அளவு ஒழுங்கான முறையிலே படிப்படியாக மாறிக்கொண்டு போவதில்லை. இலங்கையிலிருந்து ஏற்றுமதியாகும் தேயிலை ஒவ்வொரு வருஷமும் ஒரே அளவாய் இருப்பதில்லை; பல காரணங்களால் அது கூடியும் குறைந்தும் ஒழுங்கற்ற முறையில் வேறுபட்டு வரும். இதனாலேதான் வரைபடத்தில் ஒழுங்கினம் தெரிகிறது; முறிவுகள் காணப்படுகின்றன.

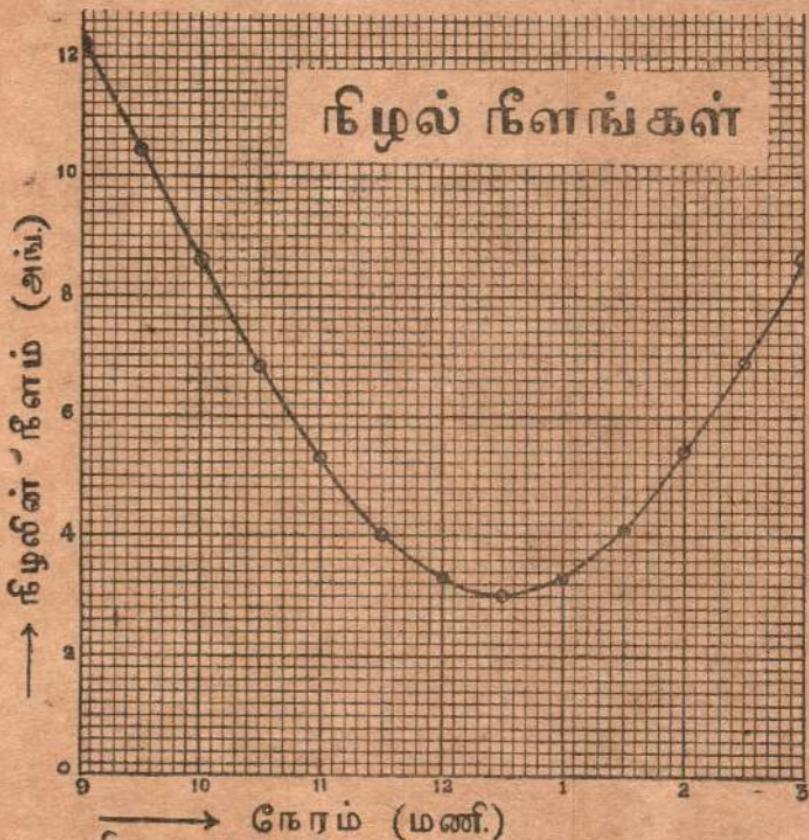
சில சமயங்களிலே வரைபடம் கிறுவதற்காகக் குறிக்கப்படும் புள்ளிகள் ஒழுங்காக அமைவதுண்டு. உதாரணமாக, ஒரு மரத்தின் நிழலை எடுப்போம். காலையிலிருந்து மத்தியானம் வரையும் நேரம் போகப் போக நிழலின் நீளம் படிப்படியாகக் குறையும்; பிற பகலில் படிப்படியாகக் கூடும். நிழலின் நீளம் கண்டபடி மாறுவதில்லை. இதைச் சிறிது விரிவாக ஆராய் வோம்.

இருநாள் ஒரு அடிமட்டம் சூரிய வெளிச்சத்திலே நீர்மட்டமான நிலத்தில் நிறுதிட்டமாக நிறுத்தப்பட்டு நிழலின் நீளம் அடிக்கடி அளக்கப்பட்டது. அளவுகள் பின்வருமாறு:

நேரம் (மணி)	9	9-30	10	10-30	11	11-30
நிழலின் நீளம் (அங்குலத்தில்)	12.2	10.4	8.6	6.8	5.3	4.0

நேரம் (மணி)	12	12-30	1	1-30	2	2-30	3
நிழலின் நீளம் (அங்குலத்தில்)	3.3	3.0	2.3	4.1	15.4	6.9	8.6

இவற்றின் வரைபடத்தைப் பாராருங்கள்.



புள்ளிகள் ஒழுங்காக அமைந்திருக்கின்றன. ஆன படியால் வரைபடமும் முறிவுகளில்லாமல் வளைத்துக் கூறப்பட்டிருக்கிறது.

இரு வரைபடம் முறிவுகளுடையதாகக் கூறப்பட வேண்டுமோ, முறிவுகளில்லாமல் வளைத்துக் கூறப்பட வேண்டுமோ என்பது, தரப்பட்ட அளவுகள் குறிக்கும் விஷயத்தைப் பொறுத்தது. சொல்லப்பட்ட அளவுகள் ஒழுங்கான முறையிலே படிப்படியாக மாறும் இயல் புடையனவோ, அல்லது தொடர்ச்சியின்றிக் கண்ட படி மாறுவனவோ என்பதை அறியவேண்டும். அதாவது, குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகளுக் கிடையிலேயுள்ள பகுதிகள் கருத்துடையனவோ என்பதை அறிதல் வேண்டும்.

உதாரணமாக, நிழலைப்பற்றிய வரைபடத்திலே 9 மணிக்கு நிழலின் நீளமும், அடுத்தாற்போல் 9-30 மணிக்கு நிழலின் நீளமும் குறிக்கப்பட்டிருக்கின்றன. இடையிலேயுள்ள பகுதியில் புள்ளிகள் குறிக்கப்படாவிட்டாலும், அப் பகுதி 9 மணிக்கும் 9-30 மணிக்கும் இடைப்பட்ட நேரத்தில் நிழலின் நீளங்களை உணர்த்தக் கூடியன. ஆனால், மழை வீழ்ச்சியைப் பற்றிய வரைபடத்திலே சித்திரையின் மழை வீழ்ச்சியையும் அடுத்தாற்போல் வைகாசியின் மழை வீழ்ச்சியையும் குறிக்கும் இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடையிலுள்ள பகுதி ஒன்றையும் உணர்த்துவதற்கில்லை. ஏனென்றால், சித்திரைக்கும் வைகாசிக்குமிடையில் வேறு மாசுமில்லை.

வரைபடத்திலே குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகளுக்கு இடையிலுள்ள பகுதிகள் கருத்துடைய பகுதிகளாயின், அக்கருத்தை நாம் அறிதல் கூடும். உதாரணமாக, நிழலின் நீளம் படிப்படியாகக் குறைந்து பின் கூடுவத

ஞெல், நாம் அவதானிக்காத இடைநேரங்களில் நிழலின் நீளத்தை வரைபடத்திலிருந்து அறிந்துகொள்ளலாம். 10-45 மணிக்கு நிழலின் நீளம் 6 அங்குலமென்பது வரைபடத்திலிருந்து தெளிவாகிறது

[குறிப்பு — இப்பாடத் தொடக்கத்திற் கூறப் பட்ட காய்ச்சற்காரனின் உஷ்ண நிலைகள் படிப்படி யாகவே மாறுவன ; வரைபடத்திற் குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்ட பகுதிகள் கருத துடையன ; ஆயினும் ஆஸ்பத்திரிகளில் உஷ்ண நிலை வரைபடம் வளைத்துக் கீறப்படுவதில்லை. வளைத்துக் கீறுவது சிறிது சிரமமானது.]

அப்பியாசம் 31 (iii)

1. ஒரு குழங்கையின் நிறை வயது ஏற ஏறக் கூடிக் கொண்டுவரும். ஒரே வயதுள்ள பல குழங்கை களின் நிறைகளை அவதானித்து ஒவ்வொரு வயதுக்கும் சராசரி நிறை கணிக்கப்பட்டிருக்கிறது. அவற்றின் விபரங்கள் பின்வருமாறு :

வயது	0 பிறந்தவுடன்	1	2	3	4	5	6
சராசரி நிறை (இருத்தலில்)	$6\frac{1}{2}$	$19\frac{1}{2}$	27	31	35	39	45

இவற்றை வரைபடமாக்கி, அதிலிருந்து பின் வருவனவற்றை அறி :

- (i) $3\frac{1}{2}$ வயதுடைய குழங்கையொன்றின் நிறை என்ன வாய்ப்பிருக்கும்?
- (ii) 33 இரு. நிறையுள்ள குழங்கையின் வயது என்ன வாய்ப்பிருக்கும்?

2. ஒரு பையன் நூலிலே ஒரு கல்லீக கட்டித் தொங்க விட்டு அதை ஊஞ்சல்போல ஆட்டிவிடுகிறோன். பின்னர், நூலின் நீளத்தை மாற்றி மாற்றி ஆட்டத்தை அவதானிக்கிறோன். பின்வரும் அட்டவணையிலே நூலின் நீளமும் 50 தரம் ஆடி முடிப்ப தற்கு வேண்டிய நேரமும் தரப்பட்டிருக்கின்றன :

நூலின் நீளம்	1	2	3	4	5	6
	அடி	அடி	அடி	அடி	அடி	அடி
50 தரம் ஆடுவதற்கு	28	39	48	55	62	68
வேண்டிய நேரம்	நோ.	நோ.	நோ.	நோ.	நோ.	நோ.

இவற்றை வரைபடமாக அமைத்து, அதிலிருந்து பின்வருவன வற்றை அறி :

- (i) நூலின் நீளம் 2 அடி 6 அங்குலமானால் ஒரு தரம் ஆடிமுடிக்க எவ்வளவு நேரம் வேண்டும்?
- (ii) ஒரு நோடியில் ஒருதரம் ஆடிமுடிக்கக்கூடிய நீளமென்ன ?

3. ஒரு வகுப்பிலுள்ள பிள்ளைகள் ஒரு கடதாசி மட்டையிலிருந்து வட்டமான பல துண்டுகளை வெட்டி எடுத்து அவற்றின் விட்டத்தையும் நிறையையும் அறிகிறார்கள். அவற்றின் விபரங்கள் பின்வருமாறு :

விட்டம்	1	2	3	4	5	6
அங்.						
நிறை (அங்.)	$\frac{1}{2}$	2	$4\frac{1}{2}$	8	$12\frac{1}{2}$	18

இவற்றை வரைபடமாக்கி அதிலிருந்து பின்வருவன வற்றை அறி :

- (i) $3\frac{1}{2}$ அங் விட்டமுள்ள துண்டின் நிறை என்ன ?

(ii) 10 அவுண்ஸ் நிறையுள்ள துண்டின் விட்ட மென்னா?

4. வீமாக் கம்பெனிகளில் (Insurance Co.) உள்ள ஒரு ஒழுங்கின்படி ஒருவர் ஒவ்வொரு மாசமும் கொஞ்சக்காசு கட்டிக்கொண்டு வந்தால் குறித்த ஒரு வயது வந்தபின் அவருக்கு மொத்தமாக ஒரு தொகை பணம் திருப்பிக் கொடுக்கப்படும். ஒரு வீமாக் கம்பெனியின் விளம்பரப் புத்தகத்திலே பின்வரும் அட்டவணை காணப்படுகிறது, அது ஒருவன் 60 வயதாகும்போது ரூ 1000-00 திருப்பினடுக்க விரும்பினால் அவன் மாசம் மாசம் கட்ட வேண்டிய தொகையைக் காட்டுகிறது. இத் தொகை, காசு கட்ட ஆரம்பிக்கும்போது அவனுடைய வயது எவ்வளவோ அதற்குத் தக்கதாக வித்தியாசப்படும்.

ஆரம்பிக்கும் போது வயது	20	25	30	35	40	45
மாசக் கட்டணம்	2-60	3-00	3-50	4-20	5-20	7-00

வரைபடம் கீறி அதிலிருந்து 28 வயதிலும் 42 வயதிலும் ஆரம்பிப்போரின் மாசக்கட்டணத்தை அறி.

5. ஒரு பாத்திரத்திலுள்ள வெங்கீர் தன்பாட்டில் ஆறும், பின்வரும் அட்டவணையில் வெங்கீரின் ஆரம்ப உஷ்ணாங்கிலையும், இவ்விரண்டு நிமிஷம் முடிய உள்ள உஷ்ணாங்கிலையும் (20 நிமிஷம் முடியும் வரை) கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன.

நேரம் (நிமிய)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
உஷ்ணாங்கிலை ($^{\circ}\text{C}.$)	70	62	56	51	47.5	44.5	42.5	40.5	39	38	37

இவற்றை வரைபடமாக்கி அதிலிருந்து பின் வருவனவற்றை அறி :

- (i) $4\frac{1}{2}^{\circ}$ மிமிஷங்களின் சீன் வெங்கீரின் உண்ண விலை என்ன?
 - (ii) வெங்கீர் 58°C . அடைய ஆரம்பத்திலிருந்து எவ்வளவு நேரம் வேண்டும்?
-

இதுவரையும் வரைபடம் கிறுவதற்கு வேண்டிய இருவகை அளவுகளும் தரப்பட்டிருந்தன. அப்போது, ஆதாரமாக இரண்டு கோடுகளைக் கீறி, அவற்றில் வசதி யான முறையிலே ஒவ்வொன்றில் ஒவ்வொரு அளவை வகுத்து, புள்ளிகளைக் குறித்து, வரைபடம் கிறப்பட்டது.

சில சமயங்களில் வரைபடப் புள்ளிகளைக் குறிப்ப தற்குரிய அளவுகளை நீங்களும் கணித்தறிய வேண்டிய வரும்.

உதாரணம் : ஒரு பாற்பேணியின் நிறை ஒரு இருத்தல், ஒரு மரப்பெட்டியின் நிறை 6 இரு. வெறும் பெட்டியின் நிறை தொடக்கம் 40 பாற்பேணிகள் கொண்ட பெட்டியின் நிறை ஈருக வரைபடத்தில் அமைத்துக்காட்டு. வரைபடத்திலிருந்து 29 இருத்தல் நிறையுள்ள பெட்டியில் எத்தனை பாற்பேணிகள் உண்டு என்பதை அறி.

பாற்பேணிகளின் எண்ணிக்கைக்குத் தக்கதாக முழுப்பெட்டியின் நிறையைக் கணித்தல் வேண்டும். அவ்வாறு படிப்படியாகக் கணிக்கும் முறையைப் பின் வரும் அட்டவணை விளக்குகிறது.

பாற் பேணிகளின் தொகை	0	5	10	15	20	25	30	35	40
பாற் பேணிகளின் நிறை (ஆரை.)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
முழுப்பெட்டியின் நிறை (ஆரை.)	6	11	16	21	26	31	36	41	46

எனவே, வரைபடத்தாளில் கீழ்க்கோட்டில் 0 — 40 வரையும் (1 அங். சௌத்துக்குப் 10 பேணி வீதம்) பாற்பேணிகளின் எண்ணிக்கையையும், இடப் பக்கக் கோட்டில் 0 — 50 வரையும் நிறையையும் வகுத்துக்கொண்டு, புள்ளிகளைக் குறித்து வரைபடத்தைக் கிறலாம்.

அப்பியாசம் 31 (iv)

- முற்கூறிய உதாரணக் கணக்கைச் செய்து முடி.
- ஒரு அவுன்ஸ் மருந்தின் விலை 50 சதம். வெறும் அளவு போத்தல் ஒன்றின் விலை 25 சதம். வெறும் போத்தலின் விலை தொடக்கம் 10 அவுன்ஸ் மருந்துள் போத்தலின் விலை யீருக மருந்துப் போத்தலின் விலையானது மருந்தின் அளவுக்குத் தக்கதாக மாறுவதை வரைபடத்திற் காட்டு. ரூ. 3-75 விலையுள்ள மருந்துப் போத்தலில் எத்தனை அவுன்ஸ் மருந்து உண்டு?
- இலங்கையில் உள்ளாட்டுத் தந்திக் கட்டணம் பின்வருமாறு: முதற் 10 சொற்களுக்கும் 75 சதம்; அடுத்த ஒவ்வொரு சொல்லுக்கும் 5 சதம். 35 சொல் வரையும் கொண்ட தந்திகளின் கட்டணத்தை அறியக்கூடிய வரைபடமொன்று கிறு. ரூ. 1-50 கட்டணமாகச் செலுத்தப்பட்ட தந்தியில் எத்தனை சொற்கள் என்பதை வரைபடத்திலிருந்து அறி.

4. சதாம்ச ($^{\circ}\text{C}$) பாகைகளை பரன்னைமூட ($^{\circ}\text{F}$) பாகை களாக மாற்றுவதற்குரிய வாய்பாடு $F = \frac{9}{5}C + 32$ ஆகும். இதை $C = 25^{\circ}$ தொடக்கம் $C = 60^{\circ}$ வரையும் வரைபடமாகக் கிறு. வரைபடத்திலிருந்து 47°C , 130°F . ஆகியவற்றை இனம் மாற்று.

பின்வருவனவற்றின் வரைபடங்களைக் குறித்த எல்லைகளுக்கிடையில் கிறு :-

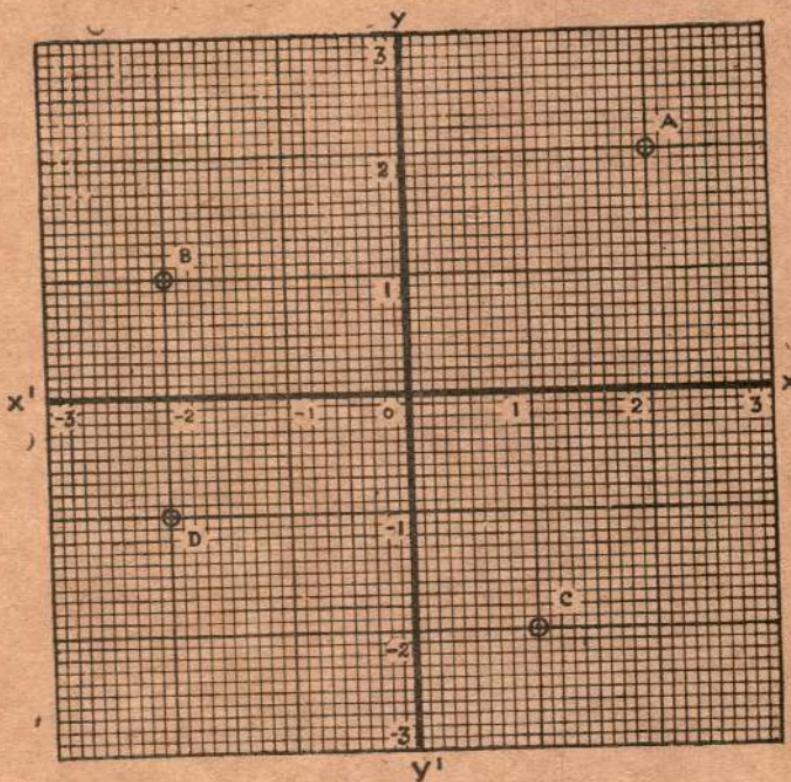
5. $3x - 1$ ($x = \frac{1}{2}$ முதல் $x = 6$ வரையும்.)
 6. $5 - \frac{1}{2}x$ ($x = 0$ முதல் $x = 10$ வரையும்.)
 7. $\frac{1}{2}x + 1$ ($x = 0$ முதல் $x = 6$ வரையும்.)
 8. $\frac{1}{3}x - 1$ ($x = 3$ முதல் $x = 9$ வரையும்.)
 9. $\frac{1}{4}x^2$ ($x = 0$ முதல் $x = 5$ வரையும்.)
 10. $x^2 - 4x + 4$ ($x = 0$ முதல் $x = 4$ வரையும்.)
 11. $1 + 4x - x^2$ ($x = 0$ முதல் $x = 4$ வரையும்.)
-

இதுவரையும் கீறப்பட்ட வரைபடங்களிலே குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகளின் இரண்டு அளவுகளும் சக அடையாளமுள்ளன. சில சமயங்களில் அளவுகள் சம அடையாள முள்ளனவாதலு முண்டு. உதாரணமாக, $y = 2 - 3x$ என்பதன் வரைபடம் $x = 0$ முதல் $x = 4$ வரையும் கீறப்படவேண்டும் என்ற வைத்துக்கொள்வோம். $x = 2$ ஆகும்போது $y = -4$.

இப்படியான சந்தர்ப்பங்களிலே x — கோட்டை யும் y — கோட்டையும் வரைபடத்தாளில் ஒரங்களிலே எடுக்காமல், நடுவிலே எடுப்பதுண்டு.

x - கோட்டில் மையத்திலிருந்து வலது பக்கமாகச் சக ராசிகளும், இடதுபக்கமாகச் சய ராசிகளும்,
y - கோட்டில் மையத்திலிருந்து மேற் பக்கமாகச் சக ராசிகளும் கீழ்ப்பக்கமாகச் சய ராசிகளும் குறிக்கப்படும்.

இன்வரும் படத்தில் $A (x = 2, y = 2)$, $B (x = -2, y = 1)$, $C (x = 1, y = -2)$, $D (x = -2, y = -1)$ ஆகிய புள்ளிகள் குறிக்கப்பட்டிருப்பதைப் பார்த்து விளங்கிக் கொள்ள வேண்டும்.



அப்பியாசம் 31 (v)

(1 — 6 வரையும் கரும்பலகையில் விளக்குவதற்கு ஏற்றவை.)

1. பின்வரும் புள்ளிகளைக் குறித்துக் காட்டு:

x	0	2	-2	0	1	4	-4	-3
y	0	0	0	3	-4	3	-3	-2

2. y யின் அளவு எப்பொழுதும் 4 வரக்கூடிய புள்ளிகளைக் காட்டு.
3. y யின் அளவு எப்பொழுதும் -3 வரக்கூடிய புள்ளிகளைக் காட்டு.
4. x இன் அளவு எப்பொழுதும் 2 வரக்கூடிய புள்ளிகளைக் காட்டு.
5. x இன் அளவு எப்பொழுதும் -5 வரக்கூடிய புள்ளிகளைக் காட்டு.
6. x, y இரண்டின் அளவுகளும் சமமாக வரக்கூடிய புள்ளிகளைக் காட்டு.

பின்வருவனவற்றின் வரைபடங்களை, குறித்த எல்லைகளுக்கிடையில் கீறு:

7. $3 - x$ ($x = -1$ முதல் $x = 4$ வரையும்.)
8. $\frac{2x - 6}{3}$ ($x = -2$ முதல் $x = 4$ வரையும்.)
9. $y = -\frac{1}{2}x - 1$ ($x = -3$ முதல் $x = 2$ வரையும்.)
10. $y = \frac{1}{2}x^2$ ($x = -3$ முதல் $x = 3$ வரையும்.)
11. $y = (x + 3)(x - 2)$ ($x = -3$ முதல் $x = 2$ வரையும்.)
12. $y = 2x^2 - 1$ ($x = -2$ முதல் $x = 2$ வரையும்.)

13. $y = \frac{1}{3}(10 + 5x - 6x^2)$ ($x = -2$ முதல் $x = 3$ வரையும்.)
14. $y = 2 - x - \frac{3}{4}x^2$ ($x = -3$ முதல் $x = 2$ வரையும்.)

மீட்டற் பயிற்சிகள்

19

- $a^4 - a^3 + 3a^2 - 4a + 2$ என்பதை $a^4 - 3a^3 + 4a^2 - 2a + 1$ என்பதால் பெருக்கினால் a^3 வரும் உறுப்பு என்ன?
- சிலைகளாக்கு : (i) $a^2 - 8a + 15$ (ii) $a^4 - a^2b^2$ $(9.56)^2 - (9.46)^2$ என்பதைச் சுருக்கு.
- விடுவி : (i) $(2x - 5)(x + 3) = 0$
(ii) $(2x - 1)(3x + 2) = 5$
- சுருக்கு : (i) $\frac{1}{2a} + \frac{3}{4a} + \frac{5}{6a}$
(ii) $\frac{x - y}{x + y} - \frac{x + y}{x - y}$
- சென்ற சில வருஷங்களில் அரசினர் பொறுப்பில் உள்ள ஆங்கில பாடசாலைகளின் தொகை பின் வருமாறு :

வருஷம்	1942	1943	1944	1945	1946
பாடசாலைகளின் தொகை	14	14	30	39	91

வருஷம்	1947	1948	1949	1950	1951
பாடசாலைகளின் தொகை	137	260	270	289	312

இவற்றை வரைபடமாகக் கீழ்.

20

1. விடுவி: (i) $\frac{25x + 5}{6} - \frac{3x + 9}{4} = \frac{2x + 8}{5}$

(ii) $5x(x + 1) - 8 + 2(x - 2)(x - 7)$

2. சினகளாக்கு: (i) $3ab^3 - 12a^3b$
(ii) $12 + x - 6x^2$

3. சுருக்கு:

$$\frac{12a^2 - 6a}{2a^2 - 5a + 2} \times \frac{4a^2 - 1}{6a^2 + 18a + 12} \div \frac{10a + 5}{4a^2 - 16}$$

4. $(2m - 5)$, $(m - 4)$ என்பவற்றின் பெருக்கமும் $(m + 8)$ என்பதும் சமமாயின் m எவ்வளவு என்பதை அறி.

5. ஒரு பாத்திரத்தில் ஒரு சிறிது மெழுகு உருக்கப் பட்டு ஆறுவிடப்படுகிறது. இரண்டு நிமிஷத்துக்கொருமுறை மெழுகின் உட்ணங்கிலை அளக்கப்படுகிறது. அவை பின்வருமாறு:

நேரம் (நிமிஷம்)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
உட்ணங்கிலை (°C)	82	75	66	59	55	55	55	55	53	50	47	45

இவற்றை வரைபடமாக அமைத்துக் காட்டு.

21

1. $(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$ எனக்கொண்டு $(a + 1)^4$, $(m - 1)^4$ என்பவற்றின் விரிவை எழுது.
2. விடுவி: (i) $2a - b = 4.2$
 $3a - b = 6.1$
(ii) $x^2 + 2x = 3$

3. சினைகளாக்கு :

$$(i) 3x^5 - 192x \quad (ii) 2a^2 - 4a - 6$$

4. சுருக்கு : $\frac{2m + 3n}{m^2} - \frac{m + 5n}{mn} - \frac{3m - 2n}{n^2}$

5. $y = x^2(6 - x)$ என்பதன் வரைபடத்தை $x = 0$ முதல் $x = 6$ வரையும் கீறிக் காட்டு.

22

1. $A = 2\pi r(r + h)$ என்பதில் $r = 2.5, h = 7.5$,

$$\pi = \frac{22}{7}$$
 எனக்கொண்டு A யின் விலையை அறி.

இவ் வாய்பாட்டை h கணித்தற்கு இவகுவான முறையில் அமைத்து எழுது.

2. சுருக்கு : $\frac{3}{1 - 2a} - \frac{7}{1 + 2a} + \frac{2 - 10a}{1 - 4a^2}$

3. சினைகளாக்கு :

$$(i) 4a^2b - 25b^3 \quad (ii) 12x^2 - x - 35$$

4. ஒரு எண்ணிலிருந்து வேறிரண்டு எண்கள் ஆக்கப் படுகின்றன. ஒன்று நாலைக் கூட்டிப் பெறப்படுகிறது. மற்றையது நாலைக் கழித்துப் பெறப்படுகிறது. இந்த இரண்டு எண்களின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத் தொகை 104. அந்த எண் என்ன?

5. $y = (2 - x)(1 + x)$ என்பதன் வரைபடத்தை $x = -2$ முதல் $x = 3$ வரையும் கீறிக் காட்டு.

23

1. சுருக்கு : $\frac{1}{a^2 - b^2} + \frac{1}{(a + b)^2} - \frac{1}{(a - b)^2}$

2. சினைகாண் :

$$(i) 3 + 2a - a^2 \quad (ii) 2a^4b - 8a^2b$$

3. விடுவி $\frac{x+2}{x+1} + \frac{x-1}{x-2} = 2$

4. ஒரு நீள்சதுர அறையின் பரப்பு 100 சதுர அடி. அறையின் நீளம் அதன் அகலத்திலும் பார்க்க 4 அடி 6 அங். கூட. அறையின் நீளத்தையும் அகலத்தையும் அறி.

5. ஒரு நீள்சதுரத்தின் நீளம் x அங். அகலம் $3 - \frac{2}{5}x$ அங். அதன் பரப்பு y சதுர அங். x என் பது 1 தொடக்கம் 6 வரையும் மாறும்போது y எவ்வாறு மாற்றமடைகிறது என்பதை வரை படம் மூலம் காட்டி.

வினாக்கள்

பக்கம் 3 — அப்பியாசம் 1 (ii)

- | | |
|---|------------------------------------|
| 1. $s = 3 \times n$ | 2. $n = s - v$ |
| 3. $v = n + r$ | 4. $s = 2 \times n + 2 \times t$ |
| 5. $T = u + v$ | 6. $r = 7 \times v; v = n \pi / 7$ |
| 7. $t = w \times c$; 8. $s = 100 \times r$. | |
| $w = t / c$ | 9. $u = n \times t$ |

பக். 6 — அப். 2 (i)

- | | | | |
|-----------|-----------|----------|----------|
| 13. $2x$ | 14. $4x$ | 15. x | 16. 0 |
| 17. 0 | 18. $2x$ | 19. a | 20. 0 |
| 21. $4x$ | 22. p | 23. 0 | 24. $8b$ |
| 25. $15x$ | 26. $80a$ | 27. $5m$ | |

பக். 7 — அப். 2 (ii)

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1. $6m + 5n$ | 2. $7n + 5m$ |
| 3. $6m + 8n$ | 4. $2m + 2n$ |
| 5. $3m + 3n$ | 6. $2x + 2m$ |
| 7. $6x + 3m$ | 8. $6u + 6m$ |
| 9. $3n + 4x$ | 10. $7x + 2m$ |
| 11. $3u$ | 12. $3x$ |
| 13. $u + 5m$ | 14. $14 + 4a$ |
| 15. $8a + 3$ | 16. $2a$ |
| 17. $5 + m$ | 18. 6 |
| 19. $3a + 3$ | 20. $3p - 6$ |
| 21. a | 22. $4n$ |
| 23. $2a$ | 24. $4a + 2b + 5c$ |
| 25. $6x + 3y + 2z$ | 26. $10a + 10b$ |
| 27. $11x - 10$ | 28. $30x - 25y$ |

பக். 10 — அப். 3

1. $70 + v$; $a + 35$; $a + v$
 2. $9 + a$; $3 + a + \underline{a}$; $a + \underline{a} + u$; $u + v + m$
 4. $30 - n$ 5. $s - b$ 6. $n + 1$, $n + 2$, $n + 3$
 7. $112 \times a$; $112 \times k$; $100 \times a$
 8. $3 \times \text{சதம்}$ 9. $3 \times m$ மைல்
 10. $12 \times \text{சதம்}$ 11. சதம் 12. $m \div 8$
 13. $a \div 3$ 14. $k \div 5$ மைல் 15. $v \div 12$ ரூ.
 16. $n + 4 = 10$; $2 + n = 6$; $n - 5 = 0$:
 $n \times 5 = 10$; $n \div 3 = 4$
 17. (i) $n - 2$, $n - 1$, n (ii) $n - 1$, n , $n + 1$
 (iii) n , $n + 2$, $n + 4$ (iv) $2n$, $2n + 2$, $2n + 4$
 (v) $2n - 4$, $2n - 2$, $2n$
 18. $112 \times a + 4$; $112 \times a + b$
 19. $300 + c$; $100 \times a + 50$; $100 \times x + y$
 20. $3 \times a \text{ சதம்}$; $a \times b \text{ சதம்}$
 21. $\frac{24}{n}$ அடி; $\frac{24}{n+2}$ அடி
 22. $3 \times n + 2 = 4$; $\frac{n}{5} - 3 = 7$; $5 + \frac{2}{3} \times n = 9$
 23. $(5 \times a + 3 \times b)$ சதம் 24. $(10 - 5 \times r)$ ரூபாய்
 25. (i) $2n - 2$, $2n$, $2n + 2$
 (ii) $2n + 1$, $2n + 3$, $2n + 5$
 26. $(4 \times a + 100 \times b + 10 \times c + 15)$ சதம்
 27. $\frac{t}{10} \times m$
 28. 12 , $\underline{11\frac{3}{4}}$, $5\frac{3}{4} + b$, $17\frac{3}{4} - a$, $12 - a + b$
- $12 \frac{1}{4}$

பக். 17 — அப். 4

1. $4\pi, 4\pi, 7m, 7m, 46, \pi m, \pi m, \pi p, 2p$

2.	20	4s	8p	1210
	5க	தச	2கப	3கம
	10க	2கச	4கப	6கம
	15ச	3சச	6சப	9சம

3. 6, 15, 6, 8, 6, 30, 8, 9, 12, 2, 47

4. $10a, 12x, 10b, 8y, 6ab, 15xy, 30ab, 30mn, 40mn,$
 $12aa, 10xx$

5. 12, 3, 0, 6, 0, 8, 6, 7

பக். 19 — மீட்டற் பயிற்சி 1

- | | |
|---|------------------------------------|
| 1. $s = \text{ஓத} \div \text{இ}$ | 2. $8\pi, 6\pi, 0, 6a + 5, 3x + y$ |
| 3. 20, 2, 24, 0 | 4. $(60n - 750) \text{சதம்}$ |
| 5. $3a, 0, 3a + 1, a, 3a, 1 - 3a, 0, 9aa$ | |
| 6. $(8a + 10b)$ அங். | 7. $10a, 0, 40a, 20a + 10$ |
| 8. $10a + b, 3x + a + b$ | 9. $31n + 120$ |
| 10. $\frac{2n}{25}$ ரூ. | |

பக். 24 — அப். 5 (iii)

- | | | |
|--|--------------|--------------|
| 1. $Qp = 6$ | 2. $Qp = 4$ | 3. $Qp = 11$ |
| 4. $Qp = 3$ | 5. $Qp = 4$ | 6. $Qp = 4$ |
| 7. $Qp = 11$ | 8. $Qp = 10$ | 9. $Qp = 5$ |
| 10. கணக்கை $13 + Qp = 2Qp + 1$ என மாற்றுக ;
$Qp = 12$ | | |

பக். 25 — அப். 5 (iv)

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 1. $\frac{1}{2}$ இரு. | 2. $1\frac{1}{2}$ இரு. |
| 3. 35. இரு. | 4. $1\frac{1}{2}$ இரு. |

பக். 27 — அப். 5 (v)

- | | | |
|-------------------------|-------------|-------------|
| 1. $s = 2$ | 2. $s = 5$ | 3. $s = 4$ |
| 4. $s = 6$ | 5. $s = 3$ | 6. $s = 2$ |
| 7. $u = 3$ | 8. $u = 5$ | 9. $u = 12$ |
| 10. $u = 10\frac{1}{2}$ | 11. $u = 1$ | 12. $u = 2$ |
| 13. $u = 3$ | 14. $x = 2$ | 15. $x = 6$ |
| 16. $x = 6$ | 17. $x = 6$ | 18. $x = 2$ |
| 19. $x = 24$ | 20. $x = 5$ | |

பக். 27 — அப். 5 (vi)

- | | | | |
|--------------------|--------|------------|----------------|
| 1. 203 | 2. 110 | 3. 42 | 4. 4 |
| 5. 126 | 6. 15 | 7. 4 | 8. 5 |
| 9. 2 | 10. 3 | 11. 12 | 12. 18 |
| 13. 12 ரூ.; 20 ரூ. | | 14. 3 | 15. 12, 24, 17 |
| 16. 20, 30, 26 | | 17. 12, 44 | |

பக். 31 — அப். 6 (i)

- | | |
|-----------------------------|-------------------------------|
| 1. $(5 + s) \text{ சதம்}$ | 2. $(s + 2 + u) \text{ அடி}$ |
| 3. $(u - v) \text{ இரு.}$ | 4. $(s - u - 1) \text{ சதம்}$ |
| 5. $(3x - 3y) \text{ மைல்}$ | 6. $(2a + 15) \text{ புள்ளி}$ |

பக். 32 — அப். 6 (ii)

- | | |
|---|------------------------|
| 1. $2u - (s + 2)$ | 2. $5(s + 2)$ |
| 3. $3(u - v)$ | 4. $(s + r) - (u - v)$ |
| 5. $3(s + u) - (u - v)$ | 6. $(u + v)(u - v)$ |
| 7. $(s - v) \text{ ரூபாய்}; 5(s - v) \text{ ரூபாய்}$
$(m + 3)(s - v) \text{ ரூபாய்}$ | |

8. $(100 + x)$ சதம்; $8(100 + x)$ சதம்;
 $(x + 2)(100 + x)$ சதம்
9. $(n - 5)$ அடி; $n(n - 5)$ சதுர அடி
10. 25, 21, 5, 9, 25, 21, 5, 9
11. 2, 2, 9, 26
12. 11, 4, 6, 7, 8, 7, 4, 35
13. $13(x + 396)$ சதம் 14. பசு; $(x - 2)(x - 5)$

பக். 36 — அப். 7 (i)

1. $4x - 4$; $5x - 15$, $12 - 6x$;
 $px + 3x$; $x^2 + 4x$; $2a - 10a$
 $5x^2 - 5x$; $kx + 5x$; $6x - 9x$
2. $10 + x$; $5a + 6$; $10a - 14$;
 $5a - 9$; $3x$; $15x + a$
3. $3(x + a)$; $5(x - m)$; $3(x - k + m)$;
 $2(k + 3 + m)$; $6(3 + a - b)$; $7(m + 1 + n)$;
 $2(1 + x + y)$.
4. $6x + m + k$; $3a + 4b + 5c$; $6a + 4$; 0.
5. $3(a + b) + 4(c + d)$;
 $5(a + b) + 2(c + d)$;
 $4(x + z) + 2(u - v)$;
 $3(a - b) + 2(c - d)$;
 $3(a - 2b) + 2(c - d)$;
 $3(3a + b) + 2(2c + d)$.

பக். 37 — அப். 7 (ii)

- | | | | |
|------------------|-------------------------|-------------|------------|
| 1. $x = 3$ | 2. $x = 5$ | 3. $x = 12$ | 4. $x = 1$ |
| 5. $x = 9$ | 6. $x = 0$ | 7. 30 | 8. 50 |
| 9. 21 ரூ., 1 ரூ. | 10. $1\frac{1}{2}$ மணி. | | |

பக். 38 — மீட்டற் பயிற்சி 2

1. $l = 2a; l = 4m$ 2. $n = 2; n = 1$
3. $7(a + 3b + 5c); 7(3y + 5z); 5(a + 2)$
4. 5050 5. 9
6.

6	$2m$	$10m$	$14n$
$8a$	am	$5am$	$7an$
$12a$	$4am$	$20am$	$28an$
$18b$	$6bm$	$30bm$	$42bn$

 7. $7a + 4; 27 + 3p$
9. 40 ரூபாய்; 80 ரூபாய்
10. $82m, a, 13a, 20b + 10, 10x, 30p$
11. $10a + 6; 19p + 33; 107 + 4b$
12. $x = 6; x = 3$
13. $4a + 2b + c; 7m + 5n + 5a$

பக். 44 — அப். 8

3. கி. 50 4. $+ 20, - 6, - 20, 0, + 30$
5. $81, + 8, - 10, 0$ 6. செந்திய, நாளை, இன்று
7. $2, 3, 4, 5; 0, 1, 2, 3; - 3, - 2, - 1, 0;$
 $- 5, - 4, - 3, - 2; 3, 4, 5, 6; - 2, - 1, 0, 1$

பக். 46 — அப். 9 (ii)

1. 4 2. 0 3. -2 4. -6
5. -8 6. 0 7. 3

பக். 46 — அப். 9 (iii)

1. $2u$ 2. $-2u$ 3. $3z$ 4. $-u$
5. $2u$ 6. $-2u$ 7. $-3u$ 8. $-3u$
9. $-7u$ 10. $-3a$ 11. $-9a$ 12. $-3a$
13. $-m$ 14. $10x$

பக். 47 — அப். 9 (iv)

- | | | |
|---------------------------|--------------|--------------|
| 1. $2u - 11m$ | 2. $-2u - m$ | 3. $2k - 3u$ |
| 4. $5\vartheta - 5\omega$ | 5. $b - a$ | 6. $4a - 13$ |
| 7. $5a - 16$ | 8. $-2a$ | |

பக். 47 — அப் 9 (v)

- | | |
|--------------------------------|--|
| 1. $9\vartheta + 4\omega - 12$ | 2. $m - 6\pi$ |
| 3. $3\vartheta - 60$ | 4. $5\vartheta + 10\omega + 6k + 3\pi$ |
| 5. $3u + 2m - 2$ | 6. $16\pi + 24m + 25\pi$ |
| 7. $4x + 3y + 2z$ | 8. $7a + 5b$ |
| 9. $a + 4b + 8c$ | 10. $9m + 3n - 5a$ |
| 11. $2a + 3c$ | 12. $5x - 4y + z$ |

பக். 51 — அப். 10 (iii)

- | | |
|------------------------|-----------------------------------|
| 1. $5\vartheta - 9\pi$ | 2. $- \vartheta - 3\pi$ |
| 3. $13m$ | 4. $-4u - 10m$ |
| 5. $2u - 2m$ | 6. $- \vartheta - 6\omega + 7\pi$ |
| 7. $-k + 10$ | 8. $-u - 5$ |
| 9. $-3u - 9$ | 10. $-2 - 3k$ |
| 11. $-a + 4b - 2c$ | 12. $a - 2b + c$ |
| 13. $a + 7b - 7c$ | 14. $4x + 5z$ |
| 15. $-2x + 2y + 4z$ | 16. $-4l + 7m - 11n$ |
| 17. $9l - 13m + 18n$ | 18. $4p - 2q + 2r$ |
| 19. $-2p + 4q - 5r$ | 20. $12p - 9q - 5r$ |
| 21. $-2a - 4b$ | 22. $-6a + 3b$ |
| 23. $x + 5y$ | 24. $6p + 7q$ |

பக். 54 — அப். 11 (i)

- | | |
|-----------------------|------------------|
| 1. $8u - 6m - 3$ | 2. $7m - 2u - 1$ |
| 3. $8u - 6m + 3$ | 4. $7m - 2u + 1$ |
| 5. $7u + 8 - 5m + 2x$ | 6. $8u + 6m - 3$ |

பக். 54 — அப். 11 (ii)

- | | |
|----------------|--------------------|
| 1. $a - b - c$ | 2. $a - b + c$ |
| 3. $a + b + c$ | 4. $a - b + c - d$ |
| 5. $2a - b$ | 6. $2a - b - c$ |
| 7. $a + 9b$ | 8. $a + 4b - 5$ |
| 9. $2a + 5b$ | 10. $10a - b$ |
| 11. $2a - 9b$ | 12. $2b$ |
| 13. $18a - 13$ | 14. $-a - 3b$ |

பக். 55 — அப். 11 (iii)

- | | | |
|--------------|-----------------------|------------|
| 1. $x = 3$ | 2. $x = 3\frac{1}{2}$ | 3. $x = 5$ |
| 4. $x = -19$ | 5. $x = 2$ | |

பக். 55 — மீட்டற் பயிற்சி 3

1. (i) $-2a + c$ (ii) $-2x + 4p - q$
2. (i) வீடு மரத்தில் 5 அடி பதிவு (ii) கோவிந்தன் இராமனுக்கு 30 ரூ. தொடுக்கவேண்டும்.
(iii) வையன் 1920 இல் பிறந்தான்.
3. $-2a - 6b + 7c$ 4. $x = -4; x = -2; x = 0$
5. $4p - 10q$ 6. (i) 0 (ii) $27a + 2ab + 6b$
7. $11a; -5a; -1 - a; 3a - 1$
8. $x = 2\frac{2}{3}; x = 0$
9. $(a - 3); (a + 4); (3p - 4q); (3 + a)$
10. 500 11. 19.

பக். 57 — அப். 12

1. $a^2, m^2, k^3, 7k^2, 7m^2, 9m^2, 4m, 6k^2$
2. $3m; m^3$
3. $\begin{array}{cccc} a^2 & 2a^2 & 3a^3 & 4a^2b \\ 2a^2 & 4a^2 & 6a^3 & 8a^3b \\ 3a^3 & 6a^3 & 9a^4 & 12a^3b \\ 4a^2b & 8a^2b & 12a^3b & 16a^2b^2 \end{array}$
4. (i) $m^2 + 5m$
(ii) $6m^2 + 10m$
(iii) $12m^2 - 9m$
(iv) $10k^3 - 15k^2 + 20k$
5. $9, 16, 27, 64, 45, 48, 54, 192, 25, 7$
6. $75, 90, 225, 34, 64, 16, 4, 152, 512, 98, 8$

பக். 62 — அப் 13 (iii)

1. $6a^2 + 15a + 6$
2. $6a^2 + 7a + 2$
3. $6a^2 + 5a + 1$
4. $15a^2 + 26a + 8$
5. $10a^2 + 27a + 5$
6. $8a^2 + 14a + 3$
7. $8a^3 + 10a + 3$
8. $6a^2 + 19a + 15$
9. $10a^2 + 31a + 15$
10. $10 + 19a + 6a^2$

பக். 62 — அப். 13 (iv)

1. $x = 2$ 2. $x = -2$ 3. $x = 1$. 4. $x = -15$

பக் 63 — அப். 13 (v)

1. $a = 6$ அடி 2. $10, 3: 6, 5$

பக். 67 — அப். 14 (iv)

1. $6a^2 - 5a - 6$
2. $6a^2 + a - 2$
3. $6a^2 + a - 1$
4. $15x^2 + 16x + 4$
5. $10m^2 + 23m - 5$
6. $16m^2 - 1$
7. $8a^2 - 2a - 3$
8. $6a^2 - a - 15$
9. $15a^2 + 19a - 10$
10. $4a^2 + 9a - 9$

பக். 68 — அப். 14 (v)

$$1. \quad x = 3 \quad 2. \quad x = 2 \quad 3. \quad x = 4\frac{3}{5}$$

பக். 71 — அப். 15 (iv)

$$\begin{array}{ll} 1. \quad 6a^2 - 13a + 6 & 2. \quad 12a^2 - 13a + 3 \\ 3. \quad 8a^2 - 10a + 3 & 4. \quad 8a^2 - 18a - 5 \\ 5. \quad 6a^2 + 19a + 10 & 6. \quad 10a^2 - 29a + 10 \\ 7. \quad 15a^2 - 34a + 15 & 8. \quad 16a^2 - 25 \\ 9. \quad 14a^2 - 25a + 6 & 10. \quad 9 - 16a^2 \\ 11. \quad 35 - 29m + 6m^2 & 12. \quad 6 - 29m + 28m^2 \end{array}$$

பக். 71 — அப். 15 (v)

$$\begin{array}{lll} 1. \quad x = -9 & 2. \quad x = 2 & 3. \quad x = \frac{5}{19} \\ 4. \quad x = -2 & 5. \quad 2b^2 \text{ சதம நயம்} & \end{array}$$

பக். 71 — மீட்டற் பயிற்சி 4

$$\begin{array}{ll} 1. \quad -6 ; -8 ; 12 ; 0 ; 24 ; 0 \\ 2. \quad 10m^2 - 19m - 15 & 4. \quad x = 10 ; x = 34 \\ 5. \quad 48 ; 12 ; 24 ; -2 & \\ 6. \quad 2x - 3y ; 6x - 21y + 3z & \\ 7. \quad 15 ; 35. & 8. \quad -5a - 9b ; 10a + 4b + 18c \\ 9. \quad x = 2 & 10. \quad \frac{m + n}{2} \text{ சதம} \end{array}$$

பக். 75 — அப். 16 (iii)

$$\begin{array}{ll} 1. \quad a - 2b & 2. \quad 2b - 1 \\ 3. \quad 3x^2 - 2x + 2 & 4. \quad xy - y + x \\ 5. \quad 2m - n + 3n^2 & 6. \quad a + 5 \end{array}$$

7. $a - 3$ 8. $3a + 7$
 9. $a + 1; - 3$ 10. $x - 7$
 11. $x - 6; 19$ 12. $2y + 9; 26$
 13. $9y - 5; 6$ 14. $2m + 1; 8$
 15. $m^2 - 4m + 6; - 7$ 16. $m^2 - 3m + 7$
 17. $a^2 - 7a - 11$ 18. $4x^2 + 4x + 1$
 19. $x^2 - x + 6$ 20. $a^2 - 7a + 27; - 79$
 21. $a^2 - 3a + 1$ 22. $x - 4$
 23. $2x - 3$

பக். 76 — மீட்டற் பயிற்சிகள் (5 — 12)

5

1. $1; 8; 27; 18$ 2. $2b$
 3. $14\pi - 6$ 5. $\frac{22m}{15} \text{ அடி}$

6

1. $1; 9; 4; - 6; - 12; 4.$ 2. $x = - 1$
 3. $2m + 14$ 5. $a + 75; a = 15$

7

1. $3a - 1$ 2. $5a + 3b + 15$ 3. $x = 3$
 4. $5a^2 - 5a - 5$ 5. $48, 12$

8

1. $(2ab + 2b^2) \text{ ரத்து}$ 2. $4a^2 - 6b^2 + ab$
 3. $a + b$ 4. $x = 3$ 5. $36; 9$

9

1. $\frac{15a}{22} \text{ கைமல்}$ 2. $x = - 2$
 3. $- 5; 7; - 1$ 4. $a^2 + 2a + 1$
 5. $10 \text{ மருடு}; 20 \text{ முடு}$

10

1. $\frac{45a}{22m}$ ரூபாய்
2. 13.
3. $2a^3 - 10a^2 - 2a + 2$
4. $3a + b$
5. 36; 56

11

1. $x = 3\frac{1}{2}$
2. 100 ரூ.
3. 16 ரூபாய்
4. $a^3 - 2a^2 - 11a + 12$
5. 30

12

1. $x = 6$
2. 24 மைல்
4. $2n - 5; 2n - 3; 2n - 1; 2n + 1; 2n + 3$
5. 44; 45; 46

பக். 82 — அப். 17 (i)

1. $9a + 3b - 5c$
2. $3b - 2c$
3. $2a + 3c$
4. $5a - 4b + c$
5. $2b$
6. $5x + 4y + z$
7. $10x + 4y - 10z$
8. $8x - 6y$
9. $-4y + 4z$
10. $3x - 2y + 2z + 3a$
11. $-3pq + 3rp$
12. $7pq - qr$
13. $12pq + 3qr + 5xy$
14. $11pq - 10qr + 6rp$
15. $2pq + 4qr - 3rp + 4p$
16. $4m^2 - mn + 2n^2$
17. $2m^2 + 6m - 4$
18. $6 - 2m^3$
19. $8 - 2m + m^2 - 2m^3$
20. $7m^3 + 2m^2 + 11m - 7$
21. $-2a^2b + 4ab^2 - 2ab$
22. $9a^2b^2 - a^2b + ab^2 - 3ab$
23. $-3a^3 + 4a^2b + ab^2 - ab^3 + 4b^3$
24. $5a^3 + 2a^2b^2 - ab^2 - 2ab - b^3$
25. $1 - ab + 2ab^2 - 3a^2b + a^3 + b^3$

பக். 83 — அப். 17 (ii)

1. $2a + 2b - 2c$
2. $7a - 2b - c$
3. $a - 7b + 11c$
4. $-4a + 2b - 2c$
5. $7a - 13b + 7c$
6. $3a + 6b - 2c$
7. $-2a - 3b - 3c$
8. $-2a + 2c$
9. $-a + b + c$
10. $5 - a - 2b + 3c$
11. $-4xy + 2yz - zx$
12. $4xy + 3yz$
13. $xy - 12yz + 2zx$
14. $-yz + zx$
15. $7 - xy + 2yz - xz$
16. $2m_2 + 6m + 5$
17. $m^8 - m^2 - m + 2$
18. $-a^3 + 2a^2 + 2a + 1$
19. $-4 + 2m - m^2 - 2m^3$
20. $-2 + 2m - 2m^2 + 2m^3$
21. $a^3 - a^2b + ab^2 - b$
22. $-3a^2b - 6ab^2 - b^3$
23. $1 - 3a^3 + 2a^2b - 3ab^2 + b^3$
24. $-a^3 + 4a^2b + b^2 - b^3$
25. $1 - a^2b - ab - b$

பக். 86 — அப். 17 (iii)

1. 9
2. -8
3. 25
4. -64
5. -32
6. 81
7. 64
8. 100
9. -200
10. $10x^2 - 19x - 15$
11. $6x^2 - 11xy - 10y^2$
12. $6x^2 + 11xy - 10y^2$
13. $6x^2 - 13xy + 6y^2$
14. $9x^2 - 16y^2$
15. $15a^3 - 31a^2 + 34a - 28$
16. $a^3 + 1$
17. $4a^3 - 12a^2 + 17a - 12$
18. $6a^3 - 18a^2 + 14a - 4$
19. $15a^3 - 19a^2 + 30a - 16$
20. $m^4 + 3m^2 + 4$
21. $m^4 - 6m^3 + 11m^2 - 6m + 1$
22. $2m^4 + m^3 - 8m^2 + 17m - 12$
23. $1 - 9m^2 + 6m^3 - m^4$
24. $12 - 16m - 11m^2 + 14m^3 - 3m^4$

25. $x^2 - y^2 - z^2 + 2yz$ 26. $x^4 + \dots + x^2y^2$
 27. $4x^2 - y^2 - z^2 + 2yz$
 28. $2x^4 - 7x^3y + 9x^2y^2 - 5xy^3 + y^4$
 29. $x^3 - y^3$ 30. $x^3 + y^3$
 31. $4x^2 - y^2 - 9z^2 + 6yz$ 32. $x^3 + y^3 - 3xy + 1$
 33. $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

பக். 88 — அப். 17 (iv)

- | | |
|---|---|
| 1. $x + 3$ | 2. $2x + 1$ |
| 3. $2x + \frac{1}{3}; 9\frac{1}{3}$ | 4. $3x - \frac{8}{5}; - 19\frac{1}{5}$ |
| 5. $x - 3; 1$ | 6. $x^2 + 15x - 4; - 1$ |
| 7. $2x^2 + 3x - 1$ | 8. $x^2 + 4x - 21$ |
| 9. $5 + 6x + x^2$ | 10. $5 + 9x + 9x^2$ |
| 11. $2m - 1$ | 12. $3m - 1$ |
| 13. $3m - 5$ | 14. $4 - 3m$ |
| 15. $2 - 3m - 4m^2$ | 16. $2a^2 + a - 1$ |
| 17. $a^2 + 6a + 5$ | 18. $6a^2 - 11a + 3$ |
| 19. $- 6a - b$ | 20. (கணக்கில் $9b^2$ என
பதை $9b$ என்க)
$- 4a^2 + 12ab - 9b^2$ |
| 21. $3a + 4b$ | 22. $2a - b$ |
| 23. $5a - 2b$ | 24. $a^2 - ab + b^2$ |
| 25. $a^2 + ab + b^2$ | |
| 26. $1 - y + yx + y^2 + x^2 - x$ | |
| 27. $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz$ | |
| 28. $4a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + bc - 2ac$ | |
| 29. $x^2 + y^2 + 1 - xy + y + x$ | |

பக். 90 — அப். 17 (v)

- | | |
|---|------------------------------|
| 1. $3x + 4y - 6z$ | 2. $2x + 2z$ |
| 3. $a^3b - 4a^2b^2 - a^2b + ab^3 - b^4$ | |
| 4. $7m^3 - 10m^2$ | 5. $-x^2 + x$ |
| 6. $a + c$ | 7. $2b - c$ |
| 8. $18y^2$ | 9. $2a - 5$ |
| 10. $3y + y^2$ | 11. $2x - y$ |
| 12. $6a^2$ | 13. xy |
| 14. (கணக்கில் $a^2 + 2a + 1$ பழங்கள் எனக) 4 | |
| 15. $3m^2 - 2m + 3$ | 16. $6x^3 - 16x^2 + 11x - 2$ |

பக். 92 — அப். 17 (vi)

- | | |
|---|----------------------------|
| 1. $7x^2; 30a$ | 2. $x^3 + 6x^2 + 11x + 6;$ |
| 3. $x^2 + y^2 + 2cy - z^2; a^3 + 10a^2 + 31a + 30$
$a^2 + c^2 + 2ac - b^2$ | 4. 9; 27 |
| 5. 23; 110 | 6. $x + 3; 3a + 2$ |

பக். 94 — அப். 18 (i)

- | | |
|---|---------------------------------|
| 1. $(a - 2)\text{ரு.}; 5(a - 2)\text{ரு.}; [a + 5(a - 2)]\text{ரு.}$ | |
| 2. $5(w + 8)\text{ரூ.}; [m + 5(w + 8)]\text{ரூ.};$
$3[m + 5(w + 8)]\text{ரூ.}$ | |
| 3. $3[2(n - 13) - 10]$ | 4. $[c + 4(c - a)]\text{சதம்.}$ |
| 5. $[lb + (l + 3)(b - 1)]\text{சதுர அடி};$
$5[lb + (l + 3)(b - 1)]\text{சதுர அடி}$ | |

பக். 96 — அப். 18 (ii)

- | | |
|---------------|--------------|
| 1. $3a$ | 2. $8a - 2b$ |
| 3. $3a - 12b$ | 4. $-a + 4b$ |
| 5. $9a - 5$ | 6. $2xy$ |
| 7. $-2x - 9y$ | 8. $x - 5y$ |

- | | |
|----------------|----------------|
| 9. $a - 4$ | 10. $- 2a + 5$ |
| 11. $5a - 1$ | 12. $- 7$ |
| 13. $b - 9c$ | 14. $- a - 9$ |
| 15. $4m + 6$ | 16. $2m$ |
| 17. $11x - 10$ | 18. $- 3$ |
| 19. $13x + 36$ | 20. $7x - 28$ |
| 21. 0 | 22. $- 2$ |
| 23. $- 2$ | 24. 12 |

பக். 99 — அப். 19

- $A = u \div \beta; \beta = u \div A; S = 2(\beta + A)$
- $u = \beta A; u = 2(\beta + A)u$
- $V = 40 - 3t; V = 40 - at; V = u - at$
- $S = 150 + 10n; S = 150 + an; S = s + an;$
- $W = 4 + 2\frac{1}{2}n; W = 4 + wn; W = m + wn$
(பெட்டி பயன்றின் நிறையை W எனக்)
- $C = 115 + (n - 12)10; C = 120 + (n - 10)10;$
 $C = a + (n - 8)b$
- $C = 10N + 25n; C = aN + bn$
- $I = \frac{1}{2}m + \frac{3}{4}n; I = am + bn$
- $L = \frac{lb}{3}; L = \frac{lb}{a};$
- $N = \frac{1}{2}LB; N = \frac{LB}{lb}$
- $m = \frac{W - w}{100}; m = \frac{W - w}{n};$
- $m = \frac{a + b + c}{3}; m = \frac{4a + 62}{5}$
- $m = \frac{3a + 2b}{5}; m = \frac{10N + 8n}{N + n}$

பக். 105 — அப். 20 (i)

- | | | | |
|-------------------------|--------------------|--------------------|--------|
| 1. $38\frac{1}{2}$ ச. | அங். | 2. 11 ச. | அடி |
| 3. 45 ரூ. | | 4. 352 ச. | அடி |
| 5. நொடிக்கு 32 அடி | | 6. 180 அடி | |
| 7. 18 $\frac{9}{10}$ ச. | அடி | 8. 126 பாகம் | |
| 9. 110 | 10. $1\frac{5}{7}$ | 11. $3\frac{1}{2}$ | 12. 80 |
| 13. 200 | 14. — 1 | | |

பக். 108 — அப். 20 (ii)

- | | | | |
|----------------------|--|--------------------|---------------------|
| 1. — 6 | 2. 4 | 3. 2 | 4. — 12 |
| 5. 6 | 6. — 2 | 7. 4 | 8. — 6 |
| 9. 0 | 10. — 2 | 11. 2 | 12. 7 |
| 13. 7 | 14. 5, 15, 9, 5 | 15. $9\frac{1}{4}$ | 16. $8\frac{3}{4}$ |
| 17. $6\frac{1}{4}$ | 18. $12\frac{1}{4}$ | 19. $6\frac{1}{4}$ | 20. $12\frac{1}{4}$ |
| 21. 4 | 22. 0 | 23. 3 | 24. 28 |
| 25. — 17 | 26. 60 | 27. 67 | 28. — 360 |
| 29. 61 | 30. 900 | 31. — 450 | 32. 8100 |
| 33. 121 | 34. 1 | 35. 8 | 36. 8 |
| 37. — 16 | 38. 16 | 39. 16 | 40. 216 |
| 41. — 216 | 42. — 54 | 43. — 24 | 44. 1 |
| 45. — $\frac{1}{12}$ | 46. (i) 8; — $\frac{7}{12}$ (ii) 2; — $\frac{1}{12}$ | | |
| | (iii) $2\frac{1}{8}$; $3\frac{4}{7}$ | | |

பக். 113 — அப். 21

- | | | | |
|------------------------|--------|--------------------------|------|
| 1. 7 | 2. 12 | 3. 63 | 4. 6 |
| 5. $52\frac{1}{2}$ | 6. 405 | 7. $n = \frac{c-b}{a}$ | |
| 8. $n = \frac{b+c}{a}$ | | 9. $n = \frac{c}{a} - b$ | |

10. $n = \frac{c}{a} + b$

11. $n = bc + a$

12. $n = a(c - b)$

13. 5

14. 10

15. 21

16. 12

17. $6\frac{2}{3}$ 18. $n = \frac{a}{b} \frac{d - c}{d + c}$

19. $n = \frac{a}{b} \frac{cd - b}{cd + b}$

20. $n = \frac{cd + b}{a}$ 21. $n = \frac{cd - b}{a}$

22. $n = \frac{b(c + d)}{a}$ 23. $n = \frac{b(d - c)}{a}$

24. $n = \frac{(e - d)c + b}{a}$ 25. $n = \frac{(e + d)c - b}{a}$

26. $n = \left(\frac{d}{a} - c \right) b$ 27. $n = \left(\frac{d}{a} + c \right) b$

28. $n = \left(\frac{e - d}{a} - c \right) b$ 29. $n = \left(\frac{e + d}{a} + c \right) b$

30. $t = \frac{v - u}{a}$ 31. $s = \frac{v^2 - u^2}{2a}$

32. $a = \frac{2S - 2ut}{t^2}$ 33. $l = \frac{2S}{n} - a$

34. $r = 1 - \frac{a}{S}$ 35. $v = \frac{2S}{t} - u$

36. $G = \frac{E}{V} - R - r$ 37. $u = v - \frac{aS}{KV}$

38. $a = \frac{Fd^2}{m} - m$ 39. $v = \frac{uf}{u - f}$

40. $u = \frac{1}{f} \cdot \frac{ab}{b - a} + 1$

பக். 118 — அப். 22

- | | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|
| 1. $x = 5$ | 2. $x = -10\frac{1}{3}$ | 3. $x = 8$ |
| 4. $x = 5\frac{1}{3}$ | 5. $x = 19$ | 6. $x = 6$ |
| 7. $x = 2$ | 8. $x = 6$ | 9. $x = -8$ |
| 10. $x = -2$ | 11. $x = 1\frac{1}{2}$ | 12. $x = 30$ |
| 13. $x = 7\frac{1}{2}$ | 14. $x = 5.25$ | 15. $x = 0.175$ |
| 16. $x = 20$ | 17. $x = 2$ | 18. $x = 1\frac{1}{2}$ |
| 19. $x = 9$ | 20. $x = 2$ | 21. $x = 1$ |
| 22. $x = 77$ | 23. $x = 8$ | 24. $x = 7$ |
| 25. $x = 1$ | 26. $x = 7$ | 27. $x = 3\frac{2}{3}\frac{5}{8}$ |
| 28. $x = 13$ | 29. $x = -1\frac{1}{2}$ | 30. $x = 120$ |
| 31. $x = 12$ | 32. $x = 5$ | 33. $x = 7$ |
| 34. $x = 10$ | 35. $x = 12$ | 36. $x = -6$ |
| 37. $x = -6$ | 38. $x = 2\frac{2}{7}$ | 39. $x = 67$ |
| 40. $x = 28$ | 41. $x = 11$ | 42. $x = -3$ |
| 43. $x = -1\frac{10}{11}$ | 44. $x = 24$ | 45. $x = 2\frac{1}{2}$ |
| 46. $x = -3$ | 47. $4\frac{1}{5}; 2; 2\frac{5}{11}$ | 48. $x = 3\frac{2}{3}$ |
| 49. $x = 1\frac{1}{3}$ | 50. $n = 7$ | 51. 100 |
| 52. 120 | 53. 30 | 54. 14 மைல் |
| 55. $\frac{2}{3}$ மைல் | 56. 180 | 57. 19 ரூ. |
| 58. 125 ரூ.; 375 ரூ.; 250 ரூ. | | 59. $32^\circ, 96^\circ, 52^\circ$ |
| 60. $20; 12$ | 61. $40; 22$ | 62. $3; 5$ |
| 63. $45; 15$ | | |

பக் 125 — அப். 23 (ii)

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 1. $Q_u = 8; G_u = 3$ | 2. $Q_u = 10; G_u = 8$ |
| 3. $k = -8; s = 16$ | 4. $u = 8; m = 3$ |
| 5. $x = 2; y = 1$ | 6. $x = 2; y = 1$ |
| 7. $x = 2; y = 3$ | 8. $x = 2; y = 3$ |

பக். 126 — அப். 23 (iii)

1. $x = 7; y = 3$
2. $x = 25; y = 5$
3. $x = 2; y = 1$
4. $x = 10; y = 5$
5. $x = 2; y = 1$
6. $x = 5; y = 6$
7. $x = 3; y = 1$
8. (கணக்கில் $4x + 3y = 28$ என்க) $x = 7; y = 0$

பக். 127 — அப். 23 (iv)

1. $x = 3; y = 3$
2. $x = 13; y = 5$
3. $x = 1; y = -4$
4. $x = 3; y = 7$
5. $x = -9; y = -2$
6. (கணக்கில் $18y - 5x = 193$ என்க); $x = 1; y = 11$
7. $x = 3; y = 1$
8. $x = -2; y = 3$
9. $x = 3; y = 2$
10. $x = \frac{2}{3}; y = \frac{7}{3}$
11. $x = 9; y = 4$
12. $x = 4; y = 9$
13. $x = 5; y = -2$
14. $x = 11; y = 9$
15. $x = 2; y = 1$
16. $x = 5; y = 3$
17. $x = 3; y = 3$
18. $x = 3; y = 2$
19. $x = 1; y = -\frac{1}{3}$
20. $x = 3; y = 1$

பக். 130 — அப் 23 (v)

1. 18 ரூ.; 12 ரூ.
2. 20 ரூ.; 15 ரூ.;
3. 45 வருட.; 20 வருட.
4. 10 வருட.; 5 வருட.
5. 63; 42
6. 48; 32
7. 54; 48
8. 18; 15
9. 25; 15

31. $\frac{x+y}{x^2y}$

32. $\frac{y-x}{x^2y}$

33. $\frac{x+y}{xy^2}$

34. $\frac{x-y}{xy^2}$

35. $\frac{x+y}{x^2y^2}$

36. $\frac{x+y+z}{xyz}$

37. $\frac{az+bx+cy}{xyz}$

38. $\frac{ax-bz}{xyz}$

39. $\frac{x^2+xy+y^2}{x^2y^2}$

40. $\frac{x^2-xy+y^2}{x^2y^2}$

41. $\frac{2-3x}{6x^2}$

42. $\frac{az+by}{xyz}$

43. $\frac{ax-by}{xyz}$

44. $\frac{2y+a+2b}{2y}$

45. $\frac{9m+10}{m(m+2)}$

46. $\frac{m+9}{m(m+3)}$

47. $\frac{5m+9}{m(m+3)}$

48. $\frac{m+10}{m+5}$

49. $\frac{3m+2}{m+2}$

50. $\frac{2m+7}{m+1}$

51. $\frac{2m+3n}{m(m+3n)}$

52. $\frac{2n}{m(m+2n)}$

53. $\frac{4m+1}{2m(2m+1)}$

54. $\frac{9+7m}{2m(3+m)}$

55. $\frac{2a+5}{(a+2)(a+3)}$

56. $\frac{4a}{(a+t)(a-t)}$

57. $\frac{2a+m+n}{(a+m)(a+n)}$

58. $\frac{a^2+b^2}{(a+b)(a-b)}$

59. $\frac{2a-5}{(a-3)(a-2)}$

60. $\frac{5am-m^2}{(a+m)(a-m)}$

61. $\frac{2a-m-n}{(a-m)(a-n)}$

62. $\frac{a^2+b^2-at-bt}{(a-t)(b-t)}$

63. $\frac{2a}{(a+t)(a-t)}$

64. $\frac{19a-21b}{(2a-3b)(3a-2b)}$

பக்க: 137 — மீட்டற் பயிற்சிகள் (13 — 18)

13

1. $a^2 - 4b^4 + 12b^2c^3 - 9c^6$
2. $2cd$ சதம்
3. 338350
4. $u = \frac{2y + ft^2}{2t} - \frac{4ft}{t}; f = \frac{2(y - ut)}{t(4 - t)}$
5. $x = 17; x = 13; y = 7$
6. $\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2}; \frac{5}{(2a + 3)(3a + 2)}$

14

1. $2a^3 + a^2 - 2a - 4$
2. $\frac{a^3 + b^2}{ab}$ மணி.
3. 52
4. $u = \frac{\pi^2}{4u}$
5. $x = \frac{2}{3}; a = 186\frac{2}{3}, b = 5\frac{1}{3}$
6. $\frac{a^2 + 5b^2 - 3ab}{b^2}; 2 \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$

15

1. 3
2. $2(a^2 - bc)$ சதம்;
- $\frac{a^2 - bc}{a}$ சதம்
3. $125; 4$
4. $h = \frac{A - 2\pi r^2}{2\pi r}$
5. $x = -3$
6. $29\frac{1}{2}$

16

1. $4a^3 + 5a^2 - 4$
2. $u = b(l - n - 1)$
4. $n = \frac{c}{a - b}; n = \frac{d - b}{a - c}$
5. $\frac{7}{20}$

17

1. 7 2. $(ac - bc - c^2)$ ரூபாய் 4. 265
 5. $- \frac{5}{3}$ 6. $\frac{1 - x}{18}$

18

1. $a^3 - \frac{1}{a^3}$ 4. 11 ரூபாய் 5. $\frac{4a}{a - 1}; \frac{(2 + a + a^2)}{1 - a^2}$
 6. 3 மணி

பக். 145 — புக். 25

1. 560; 2700; 750; 1400 2. 900; 2300; 520
 3. 290; 225; 325; 4. 1600; 1600; 3150
 5. 560; 3100; 11700 6. $ac + bc = c(a + b)$
 7. $ad + bd + cd = d(a + b + c)$
 8. $ac + bc = c(a + b); ab + ac = a(b + c);$
 $ac + 2bc = c(a + 2b); 2ac + ad = a(2c + d);$
 $ac + 3ad = a(c + 3d)$

9. 3800 10. 80 11. 225 12. 700
 13. 2200 14. 2300 15. 11 16. 1
 17. $7(x + y)$ 18. $13(m - n)$ 19. $a(b + c)$
 20. $a(b - c)$ 21. $x(a + b + c)$ 22. $x(a - b + c)$
 23. $x(y + 1)$ 24. $x(y - 1)$ 25. $a(a + 3)$
 26. $a(a - 5)$ 27. $m(n + m)$ 28. $m(n - m)$
 29. $a(a + b)$ 30. $a(a - b)$ 31. $2a(b - c)$
 32. $5x(a + b)$ 33. $2b(3a - 4b)$ 34. $2x(2x + 3y)$
 35. $ab(ab - 1)$ 36. $y(xz + y)$ 37. $y(3x + z)$

38. $2xy(4x - 3y)$ 39. $x^2(y + z + l)$
 40. $x(ax^2 + bx - c)$ 41. $ab(2a^2 + 3b - 1)$
 42. $a(a^2 - ab + b^2)$ 43. $3a(2b^2 + 3ab + a)$
 44. $2xy(y^2 - 3xy + x^2)$ 45. $2a(a^2 - 3ab + b^2)$
 46. $7m(m^2 - mn + 2n^2)$ 47. $(a + b)(c + d)$
 48. $(m + n)(a - b)$ 49. $5(m + n)(x - 2y)$
 50. $3(x + y)(3a + 2b)$ 51. $(a - 3b)(m - 1)$
 52. $(x + y)(ab - 1)$ 53. $(a + b)(8 + c)$
 54. $(x + y)(a - 7b)$ 55. $(a + b)(c + d)$
 56. $(a - b)(m + n)$ 57. $5(a + b)(x + 2y)$
 58. $3(x + y)(3a + 2b)$ 59. $(a - 3b)(m + n)$
 60. $(x - y)(ab + c)$ 61. $(a + b)(8 + c)$
 62. $(x + y)(a + 7b)$ 63. $(a + 1)(a^2 + 2)$
 64. $(x + 1)(x^2 + 1)$ 65. $(1 - y)(1 + y^2)$
 66. $(x - 3)(x + y)$

பக். 152 — பு. 26

1. 7400; 3000; 900; 10800; 2000; 543 ஏ. மாற
 2. 70; 184; 112 ஏ. அல
 3. $25\frac{1}{3}$; $113\frac{1}{3}$; $113\frac{1}{3}$ ஏ. அல
 4. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
 5. $\pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) = \pi(R + r)(R - r)$
 6. 7400 7. 3000 8. 900 9. 10800
 10. 2000 11. 336 12. 1016 13. 70
 14. 104 15. 15 16. $(a + b)(a - b)$
 17. $(x + y)(x - y)$ 18. $(m + n)(m - n)$
 19. $(a + 2)(a - 2)$ 20. $(a + 3)(a - 3)$
 21. $(a + 4)(a - 4)$ 22. $(a + 6)(a - 6)$
 23. $(x + 9)(x - 9)$ 24. $(x + 7)(x - 7)$

25. $(5 + m)(5 - m)$ 26. $(8 + m)(8 - m)$
 27. $(a + 1)(a - 1)$ 28. $(1 + b)(1 - b)$
 29. $(ab + c)(ab - c)$ 30. $(a + bc)(a - bc)$
 31. $(mn + 3)(mn - 3)$ 32. $(4 + xy)(4 - xy)$
 33. $(pq + 1)(pq - 1)$ 34. $(1 + ab)(1 - ab)$
 35. $(2a + b)(2a - b)$ 36. $(x + 3y)(x - 3y)$
 37. $(5x + y)(5x - y)$ 38. $(1 + 6a)(1 - 6a)$
 39. $(pq + 5x)(pq - 5x)$ 40. $(9a + bc)(9a - bc)$
 41. $(6x + 5y)(6x - 5y)$ 42. $(10 + 3ab)(10 - 3ab)$
 43. $(2mn + 1)(2mn - 1)$ 44. $(a + b + c)(a + b - c)$
 45. $(a - b + c)(a - b - c)$ 46. $(x + y + 3)(x + y - 3)$
 47. $(x - y + 4)(x - y - 4)$
 48. $(m + n + 3x)(m + n - 3x)$
 49. $(m - n + 4x)(m - n - 4x)$
 • 50. $y(2x + y)$ 51. $y(y - 2x)$ 52. $x(x + 2y)$
 53. $x(x - 2y)$ 54. $(3a + b)(b - a)$
 55. $(b - 3a)(a + b)$ 56. $(a + 4b)(a - 2b)$
 57. $(a + 2b)(a - 4b)$
 58. $4(a + b + 2c)(a + b - 2c)$
 59. $(4a + 4b + 3c)(4a + 4b - 3c)$
 60. $(5a - 2b)(5a - 8b)$ 61. $4(5a + 3b)(a + 3b)$
 62. $\pi(R + r)(R - r)$ 63. $7(x + y)(x - y)$
 64. $a(x + y)(x - y)$ 65. $a(2x + 3y)(2x - 3y)$
 66. $x(x + y)(x - y)$ 67. $b(a + b)(a - b)$
 68. $b(3a + 4b)(3a - 4b)$ 69. $3(2x + 3y)(2x - 3y)$
 70. $2(5 + 2x)(5 - 2x)$ 71. $7(1 + 2xy)(1 - xy)$
 72. $m(2m + 1)(2m - 1)$ 73. $(x + y)(x - y + 3)$
 74. $(x - y)(x + y + 5)$ 75. $(x + y)(x - y - 4)$

76. $(x - y)(x + y - 7)$ 77. $(x + y)(x - y - 1)$
 78. $(x - y)(x + y - 1)$ 79. $-y(x + y)$
 80. $y(x - y)$ 81. $x(x + y)$
 82. $x(x - y)$ 83. $(x + y)(x - y + a)$
 84. $(x - y)(x + y - b)$

பக். 159 — அப். 27 (iv)

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1. $(x + 5)(x + 4)$ | 2. $(x - 5)(x - 4)$ |
| 3. $(x + 5)(x - 4)$ | 4. $(x - 5)(x + 4)$ |
| 5. $(m - 6)(m - 2)$ | 6. $(m + 6)(m + 2)$ |
| 7. $(m - 6)(m + 2)$ | 8. $(m + 6)(m - 2)$ |
| 9. $(a + 3)(a - 2)$ | 10. $(a + 3)(a + 2)$ |
| 11. $(a - 3)(a + 2)$ | 12. $(a - 3)(a - 2)$ |
| 13. $(y - 7)(y - 4)$ | 14. $(y - 5)(y + 3)$ |
| 15. $(y + 9)(y - 4)$ | 16. $(y - 2)^2$ |
| 17. $(y + 1)^2$ | 18. $(y - 3)(y - 2)$ |
| 19. $(x - 5)(x - 1)$ | 20. $(x + 2)(x + 1)$ |
| 21. $(x - 2)(x + 1)$ | 22. $(x + 2)(x - 1)$ |
| 23. $(x + 3)(x - 1)$ | 24. $(x + 4)(x + 3)$ |
| 25. $(x - 6)(x + 2)$ | 26. $(x + 9)(x - 1)$ |
| 27. $(a + 4)(a + 2)$ | 28. $(a - 8)(a - 1)$ |
| 29. $(2 - y)(1 - y)$ | 30. $(2 - y)(1 + y)$ |
| 31. $(3 + y)(1 - y)$ | 32. $(4 + y)(3 + y)$ |
| 33. $(2 + y)(1 + y)$ | 34. $(3 + y)(1 - y)$ |

பக். 163 — அப். 28 (i)

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| 11. $(2x + 5)(2x + 3)$ | 12. $(3x + 2)(x + 4)$ |
| 13. $(3x + 2)(x + 1)$ | 14. $(2x + 1)(x + 3)$ |
| 15. $(2x + 5)(x + 2)$ | 16. $(2x + 1)(x + 5)$ |

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 17. $(5x + 1)(x + 2)$ | 18. $(2x + 1)(x + 1)$ |
| 19. $(2x + 1)(x + 4)$ | 20. $(2x + 1)(5x + 4)$ |
| 21. $(5x + 2)(x + 3)$ | 22. $(3x + 4)(x + 3)$ |
| 23. $(2x + 1)(3x + 3)$ | 24. $(4x + 1)(3x + 1)$ |
| 25. $(2 + 3x)(1 + x)$ | 26. $(3 + x)(1 + 2x)$ |
| 27. $(5 + 2x)(2 + x)$ | 28. $(5 + x)(1 + 2x)$ |
| 29. $(3 + x)(2 + 5x)$ | 30. $(4 + 5x)(1 + 2x)$ |

பக். 165 — அப். 28 (ii)

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 16. $(2x - 1)(2x + 5)$ | 17. $(2x - 1)(2x - 5)$ |
| 18. $(2x + 1)(2x - 5)$ | 19. $(5x - 2)(x - 1)$ |
| 20. $(5x + 2)(x - 1)$ | 21. $(5x - 2)(x + 1)$ |
| 22. $(3x - 7)(x + 1)$ | 23. $(3x + 7)(x - 1)$ |
| 24. $(3x - 7)(x - 1)$ | 25. $(2x - 3)(x - 1)$ |
| 26. $(2x - 3)(x + 1)$ | 27. $(2x + 3)(x - 1)$ |
| 28. $(9x - 1)(x - 1)$ | 29. $(3x - 1)(2x + 3)$ |
| 30. $(3x + 2)(2x - 3)$ | 31. $(2x - 1)(2x + 3)$ |
| 32. $(9x - 2)(x - 1)$ | 33. $(5b - 2)(b - 2)$ |
| 34. $(7x - 3)(x + 1)$ | 35. $(3b - 5)(b + 2)$ |
| 36. $(3x - 5)(2x + 3)$ | 37. $(3b - 5)(2b - 3)$ |
| 38. $4(3 + x)(1 - x)$ | 39. $9(3 - b)(2 + b)$ |
| 40. $(1 + 4x)(1 - 3x)$ | 41. $4(3 - b)(1 + b)$ |
| 42. $(7 + x)(6 - x)$ | 43. $(2b + y)(3b - 2y)$ |
| 44. $(x - 7y)(x - 6y)$ | 45. $4(b - y)(b + 3y)$ |
| 46. $9(x - 3y)(x + 2y)$ | 47. $(3a - 5b)(a + 2b)$ |
| 48. $(3a - 5b)(2a + 3b)$ | 49. $(3a - 5b)(2a - 3b)$ |
| 50. $a + 2$ | 51. $2a + 1$ |
| 52. $9a - 2$ | 53. $3a - 5$ |

54. $\frac{1}{za - 1}$

55. $\frac{1}{a - 1}$

56. $\frac{3a + 1}{a + 1}$

57. $\frac{2a + 5}{a + 2}$

58. $\frac{2a + 1}{2a - 1}$

59. $\frac{2a - 1}{2a + 1}$

60. $\frac{a + 1}{2a - 1}$

61. $\frac{2a - 3}{2a + 1}$

62. $\frac{2a + 5}{4a + 1}$

63. $\frac{a + 3}{2a + 1}$

பக. 167 — அப். 29 (i)

1. $3a$

2. $2b$

3. $\frac{a}{b}$

4. $\frac{2b}{3a}$

5. $4b$

6. $\frac{5}{2a^2}$

7. $\frac{xy}{b}$

8. $\frac{c}{a}$

9. $\frac{a}{2b^3c}$

10. $\frac{c^3}{6a^2}$

11. $\frac{1}{a + 1}$

12. $\frac{b}{a + 1}$

13. $\frac{a}{b + 1}$

14. $\frac{1}{ab + 1}$

15. $\frac{1}{m}$

16. $\frac{I}{m}$

17. $\frac{I}{m}$

18. $\frac{m}{y}$

19. $\frac{m}{a}$

20. $m - a$

21. $m + a$

22. $\frac{2}{m + 3}$

23. $\frac{3}{m - a}$

24. (பின்னுப்பகுதியை $4m^2 - y^2$ எனத் திருத்துக) $\frac{3m}{2m - y}$

25. $\frac{m - 2}{m - 3}$

26. $\frac{m - 5}{m + 1}$

27. $\frac{m + 1}{m}$

28. $\frac{3a}{4}$

29. $\frac{a - 4}{a + b}$

30. $\frac{a + 1}{a - 2}$

31. $2b(a - 3)$

32. $\frac{1}{a - 3}$

33. $\frac{a - 3}{2a - 1}$

34. $\frac{m^3}{1 + m}$

பக். 170 — அப். 29 (ii)

1. $\frac{3(a - 2)}{a(a + 3)}$

2. $\frac{b(3b - 4)}{7 - 3b}$

3. $\frac{b}{3a(3a - b)}$

4. $\frac{b^2 + 3a - 9}{b(3 - a)}$

5. $\frac{1}{(a + 2)(a + 3)}$

6. $\frac{b - a}{(x + a)(x + b)}$

7. $\frac{2m}{(2a - m)(2a + m)}$

8. $\frac{3(a - 2)}{(3a + 2)(3a - 2)}$

9. $\frac{5ax}{(2x - 3y)(3x - 2y)}$

10. $\frac{2a - 3b}{(1 - 2a)(1 - 3b)}$

11. $\frac{x + y + 1}{(x + y)^2}$

12. $\frac{x + y - 1}{(x + y)}$

13. $\frac{2 - x + y}{(x - y)^2}$

14. $\frac{x - y + 3}{(x - y)^2}$

15. $\frac{x - y + 1}{x^2 - y^2}$

16. $\frac{x + y + 1}{x^2 - y^2}$

17. $\frac{x - y - 3}{x^2 - y^2}$

18. $\frac{3 - 2x + 2y}{x^2 - y^2}$

19. $\frac{2x + 1}{x^2 - y^2}$

20. $\frac{2y + 1}{x^2 - y^2}$

21. $\frac{2}{x - y}$

22. 0

23. $\frac{2x}{(x - y)(x + y)^2}$

24. $\frac{2y}{(x - y)(x + y)^2}$

25. $\frac{2y}{(x + y)(x - y)}$

26. $\frac{x^2 + y^2}{(x + y)(x - y)^2}$

27. $\frac{x^2 + y^2}{(x - y)(x + y)^2}$

28. $\frac{2p^2}{(p - q)(p + q)^2}$

29. $\frac{2pq}{(p + q)(p - q)^2}$

30. $\frac{2pq}{(p - q)(p + q)^2}$

31. $\frac{-2pq}{(p - q)(p + q)^2}$

32. $\frac{q}{(p + q)^3}$

33. $\frac{p^2 + q^2}{(p + q)^3}$

34. $\frac{2p^2}{(p - q)^3}$

35. $\frac{2q^2}{(p + q)^3}$

36. $\frac{2a + 3}{(a + 1)(a + 2)(a + 3)}$

37. $\frac{1}{(a + 1)(a + 2)(a + 3)}$ 38. $\frac{5a - 6}{(a + 2)(a + 3)(a - 4)}$

39. $\frac{3a + 23}{(a + 2)(a + 3)(a - 4)}$ 40. $\frac{a^2 + 3a + 3}{(a + 1)(a + 2)(a + 3)}$

41. $\frac{a^2}{(a + 1)(a + 2)(a + 3)}$ 42. $\frac{2a}{(a + 1)(a + 2)}$

43. $\frac{2}{(a + 1)(a - 2)(a - 4)}$ 44. $\frac{7 - a}{(a - 1)(a + 6)(a - 7)}$

45. $\frac{3}{(a + 1)(a - 3)}$

பக் 178 — அப். 30 (iii)

- | | | |
|--|--|--|
| 1. 2, 3 | 2. 1, 4 | 3. 1, 2 |
| 4. 5, 5 | 5. — 2, — 3 | 6. — 1, — 2 |
| 7. — 3, — 4 | 8. — 3, — 3 | 9. 2, — 3 |
| 10. 3, — 1 | 11. — $\frac{3}{4}$, — $2\frac{1}{2}$ | 12. — $\frac{1}{2}$, — $1\frac{1}{2}$ |
| 13. — $\frac{1}{2}$, — $1\frac{2}{3}$ | 14. — $\frac{3}{5}$, — 4 | 15. — $\frac{3}{4}$, — $2\frac{1}{2}$ |
| 16. $\frac{2}{5}$, — 2 | 17. — $\frac{1}{5}$, 2 | 18. $\frac{2}{5}$, 2 |
| 19. $1\frac{2}{3}$, — $1\frac{1}{2}$ | 20. $1\frac{2}{3}$, — 2 | 21. $1\frac{1}{2}$, — $\frac{2}{3}$ |
| 22. 1, — $1\frac{1}{2}$ | 23. — 1, $2\frac{1}{3}$ | 24. 1, — $2\frac{1}{3}$ |
| 25. — 2, $\frac{2}{3}$ | 26. 1, $1\frac{1}{2}$ | 27. 3, $\frac{1}{3}$ |
| 28. — 3, $6\frac{1}{2}$ | 29. 1, — $1\frac{2}{3}$ | 30. 3, — $2\frac{1}{2}$ |
| 31. $2\frac{1}{2}$, — $\frac{3}{4}$ | 32. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ | 33. $\frac{1}{2}$, — $\frac{2}{3}$ |
| 34. 6, — 3 | 35. 1, — $\frac{1}{2}$ | 36. $\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$ |
| 37. $1\frac{1}{2}$, — $\frac{1}{2}$ | 38. 3, — 4 | |

பக். 179 — அப். 30 (iv)

- | | | |
|-------------|------------|--------------|
| 1. 8 | 2. 12 | 3. 7 |
| 4. 9 | 5. 9, 4 | 6. 7, 2 |
| 7. 7, 8 | 8. 9 அடி | 9. 12, 8 அடி |
| 10. 10 அங். | 11. 9 அங். | |

பக். 200 — மீட்டற் பயிற்சிகள் (19 — 23)

19

1. $-29a^3$
2. $(a-5)(a-3); a^2(a+b)(a-b); 1 \cdot 902$
3. $2\frac{1}{2}, -3; 1, -1\frac{1}{8}$
4. $\frac{25}{12a}; \frac{4xy}{x^2 - y^2}$

20

1. $x = 1; x = 1\frac{1}{3}$ அல்லது — 9
2. $3ab(b + 2a)(b - 2a); (3 - 2x)(4 + 3x)$
3. $\frac{4(2a + 1)}{5(a + 1)}$
4. $m = 1$ அல்லது 6

21

2. $a = 1.9, b = -0.4; x = 1$ அல்லது — 3
3. $3x(x + 8)(x - 8); 2(a - 3)(a + 1)$
4.
$$\frac{3n^3 - 3mn^2 + m^2n - 3m^3}{m^2n^2}$$

22

1. $A = 157\frac{1}{4}; h = A - \frac{2\pi r^2}{2\pi r} \quad 2. \frac{10a - 2}{1 - 4a^2}$
3. $b(2a + 5b)(2a - 5b); (4x - 7)(3x + 5)$
4. ஏவு = 6

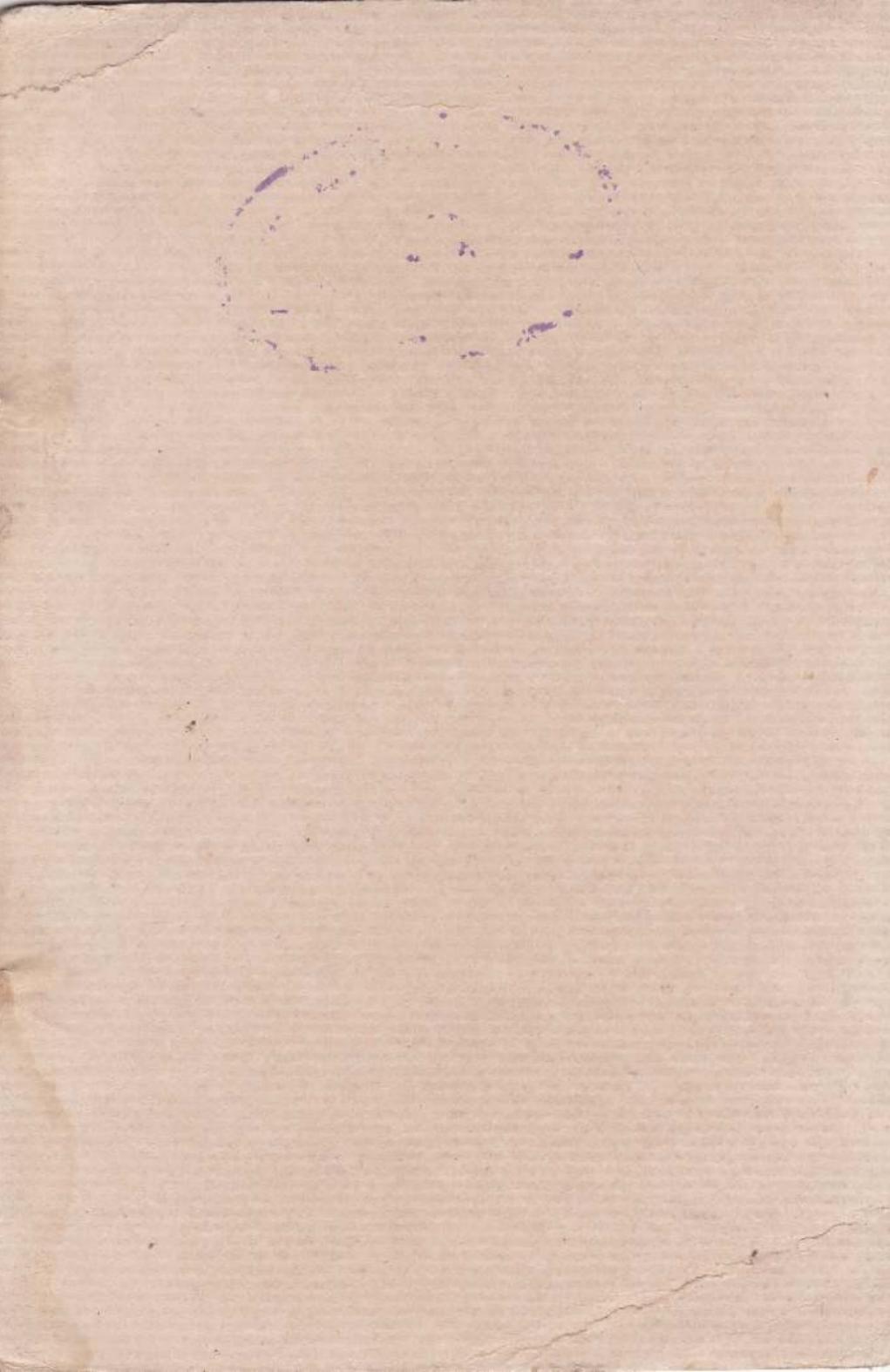
23

1.
$$\frac{a^2 - 4ab - b^2}{(a^2 - b^2)^2}$$
 2. $(3 - a)(1 + a); 2a^2b(a + 2)(a - 2) \quad 3. x = \frac{1}{2}$
 4. $12\frac{1}{2}, 8$ அடி
-

b/r
22



1524
512



சிறுவர் கணக்கு

[வித்தியாதிபதியால் அக்கேரியப்பட்டது]

யாழ்ப்பாணம், பரமேஸ்வரக் கல்லூரி ஆசிரியர், திரு. ச. சிதம்பரப்பிள்ளை, B.A., B.Sc. (Lond.) அவர்கள் எழுதியது.

முன்று புத்தகங்களாக வெளிவந்துள்ளது. இவை முறையே முன்றும், நாலாம், ஐந்தாம் வகுப்பு கணக்கு ஏற்றன. ஒவ்வொரு வகுப்புப் புத்தகமும்

- ## ii. ஆசிரியர் பிரதி

(குறிப்பிடவேண்டிய விஷயங்களை ஒத்துவிடுதல்)

என இது பிரதிகளாக அச்சிடப்பட்டுள்ளது

சிறுவர் கணக்கு வரிசையிலுள்ள மூன்று புத்தகங்களும் சிறுவரின் கண்டக்கீடு இலகுபடுத்தித் தெவிவான விளக்கத்துக்குத்தீவியாக்க தோர்ச்சினாக்குட்டுவரோடு அவர்களின் விளக்கக் குறைவைபோல நாசக்குறைங்கப்படும் தொழிலோற் கூடிக் காலாறுகள் எந்த முறையில் ஏழுதப்பட்டுள்ளன.

முன்றும் வகுப்பு	— மாணவர் பிரதி	1-50
	அசிரியர் பிரதி	2-75
நாலாம் வகுப்பு	— மாணவர் பிரதி	1-50
	அசிரியர் பிரதி	2-75
ஐந்தாம் வகுப்பு	— மாணவர் பிரதி	1-50
	அசிரியர் பிரதி	2-75
(தபாற் செலவு வேறு)		

எல்லாப் புத்தகங்களிலும் கிடைக்கும்

North - Ceylon Tamil Works Publishing House
CHUNNAKAM